

"A FEA e a USP respeitam os direitos autorais deste trabalho. Nós acreditamos que a melhor proteção contra o uso ilegítimo deste texto é a publicação online. Além de preservar o conteúdo motiva-nos oferecer à sociedade o conhecimento produzido no âmbito da universidade pública e dar publicidade ao esforço do pesquisador. Entretanto, caso não seja do interesse do autor manter o documento online, pedimos compreensão em relação à iniciativa e o contato pelo e-mail bjbfea@usp.br para que possamos tomar as providências cabíveis (remoção da tese ou dissertação da BDTD)."

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO E CONTABILIDADE
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA

DINÂMICA DA DESIGUALDADE SALARIAL
NO SETOR FORMAL DO ESTADO DE SÃO PAULO (1990-1998):
UM ESTUDO DE COMPONENTES DA VARIÂNCIA.

Antonio Tiago Loureiro Araújo dos Santos

Orientador: Prof. Dr. André Portela Fernandes de Souza

SÃO PAULO

2005

Prof. Dr. Adolpho José Melfi
Reitor da Universidade de São Paulo

Profa. Dra. Maria Tereza Leme Fleury
Diretora da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade

Profa. Dr. Ricardo Abramovay
Chefe do Departamento de Economia

Prof. Dr. José Paulo Zeetano Chahad
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Economia

ANTONIO TIAGO LOUREIRO ARAÚJO DOS SANTOS

**DINÂMICA DA DESIGUALDADE SALARIAL
NO SETOR FORMAL DO ESTADO DE SÃO PAULO (1990-1998):
UM ESTUDO DE COMPONENTES DA VARIÂNCIA.**

Dissertação apresentada à Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo para a obtenção do título de Mestre em Economia.

Orientador: Prof. Dr. André Portela Fernandes de Souza

SÃO PAULO

2005

Dissertação defendida e aprovada, em 18.07.2005, no Programa de Pós-Graduação em Economia, pela seguinte comissão julgadora:

Prof. Dr. André Portela Fernandes de Souza

Prof. Dr. Naércio Aquino Menezes Filho

Prof. Dr. Sergio Pinheiro Firpo

FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Seção de Publicações e Divulgação do SBD/FEA/USP

Santos, Antonio Tiago Loureiro Araújo dos

Dinâmica da desigualdade salarial no setor formal do estado de São Paulo (1990-1998): um estudo de componentes da variância / Antonio Tiago Loureiro Araújo dos Santos. -- São Paulo, 2005.

72 p.

Dissertação (Mestrado) – Universidade de São Paulo, 2005

Bibliografia.

1. Econometria 2. Desigualdade de renda 3. Salários – Brasil
I. Universidades de São Paulo. Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade II. Título.

CDD – 330.015195

A meus pais.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, ao meu orientador, André Portela, sem cujo apoio decisivo, entusiasmo, clareza de idéias e orientação precisa este trabalho seguramente não teria sido realizado; também aos membros de minha banca de qualificação, Professores Naércio Menezes Filho e Paulo Pichetti, pela leitura atenta e excelentes sugestões;

Aos professores que, de alguma maneira ou outra, contribuíram decisivamente para minha formação: Ana Maria Bianchi, Basília Aguirre, Cicely Amaral, Eduardo Giannetti, Flávio Saes, Gilberto Tadeu Lima, Hélio Zylberstajn, José Eli da Veiga, Maria Cristina Cacciamali, Maria Rita Loureiro, Milton Campanário, Raul Cristóvão dos Santos, Vera Lúcia Fava;

À FAPESP, pelo financiamento deste trabalho; e ao IPE, pelo apoio institucional; a Márcia, Bete e Alda, da Economia-pós, a Valéria, Cida e Francisco, da FEA-pós, e a Erminda, secretária do Prof. Portela, pela constante assistência;

A meus pais, pelo amor e apoio incondicional que recebi em cada etapa de minha vida, e a quem devo grande parte do que sou, muito mais do que poderia certamente contabilizar; também a meu grande irmão, Edgar, outro economista aprendiz, pela amizade e companheirismo por toda a vida; e a toda minha família, meus avós, primos e tios, ramais mineiro e bahiano;

A meus amigos Marcelo Scalise e João Eduardo Sita, pela amizade de anos; a Carolina Baltar, Cristiana Cardachevski e Gabriela Vianna, pelo que vivemos e aprendemos juntos; a meus grandes amigos e colegas de profissão e de inquietudes, Fabiano Coelho e Daniel Keller; ao Fábio Miessi, amigo de anos, e ao Marcos Nascimento, colegas de orientação; a minhas queridas amigas Fernanda Cabral e Camila Magalhães; e a todos meus colegas de IPE, que tanto contribuíram para minha experiência aqui, em especial gostaria de mencionar Adriano Morais, Ana Giuberti, André Schenberg, Andréa Curi, Bruno Rocha, Bruno Giovannetti, Fabiano Colbano, Flávio Sanematsu, Guilherme Yanaka, Gustavo Barros, Gustavo Freitas, Gustavo Taouil, Igor Viveiros, Juan Ferres, Julia Swart, Luís Inui, Max Barbosa, Pedro Nunes, Philippe Duchateau, Rafael Santana, Rejane Araújo, Robson Pereira, Sérgio Sakurai, Thomas Fujiwara, Veridiana Carvalho, Zé Carlos Domingos;

E, naturalmente, ao Bloco de Pedra!!!

RESUMO

Este trabalho propõe uma análise do comportamento dinâmico da desigualdade salarial no setor formal do estado de São Paulo entre os anos de 1990 a 1998 através da decomposição da estrutura de covariância dos salários em seus componentes permanente e transitório. O componente permanente é em geral atribuído a características de produtividade dos indivíduos, ao passo que o componente transitório é associado a perturbações estocásticas em torno do perfil salarial do indivíduo. O objetivo é obter um modelo econométrico que capte adequadamente as mudanças na dispersão dos salários ao longo do tempo, para a partir do mesmo poder avaliar a importância relativa de fatores relacionados à desigualdade de longo prazo *vis a vis* fatores relativos à instabilidade de rendimentos. A análise é realizada com base em um painel montado a partir dos dados da RAIS, e diversos modelos econométricos são estimados (e testados) por métodos de Distância Mínima.

ABSTRACT

This work seeks to analyze the dynamic behavior of wage inequality in the formal labor market of the State of São Paulo in the years 1990-1998 by means of a decomposition of the wage covariance structure in its permanent and transitory components. The permanent component is in general attributed to individual productivity characteristics, whereas the transitory part is associated to stochastic disturbances around the individual earnings profile. Its aim is to fit an econometric model of variance components to the observed variance-covariance structure in order to evaluate the relative importance of long run inequality in comparison to earnings instability as factors behind overall inequality. The analysis is based on a panel data set constructed from RAIS data (official data for the formal labor market); several different models are estimated and tested using Minimum Distance techniques.

ÍNDICE

Introdução	4
1. Modelos econométricos e métodos de estimação	9
I – Modelos de componentes não observáveis	10
1. A primeira geração de modelos	10
2. A segunda geração de modelos	15
3. Um resumo das possibilidades	23
II – Estimação: Métodos de Distância Mínima	25
2. Modelos Estimados para o Brasil.....	29
I – Os Dados	29
II – Resultados.....	34
1. Modelos para salários	34
2. Modelos para resíduos.....	47
3. Conclusão.....	54
Referências.....	58
Apêndice 1	62
Apêndice 2	63

Lista de Tabelas

Tabela 1. Salário Mínimo Real.....	32
Tabela 2. Matriz de Variância-Autocovariância dos Salários	34
Tabela 3. Estimativas de modelos para variância do Salário.....	37
Tabela 4. Matriz de Variância-Autocovariância dos Resíduos.....	47
Tabela 5. Estimativas de modelos para a variância do Resíduo	49
Tabela 6 . Log do salário real médio, máximo e mínimo por ano.....	62
Tabela 7. Proporção de faixas educacionais por ano	62
Tabela 8. Proporção de faixas etárias por ano	62

Lista de Gráficos

Gráfico 1. Variâncias e Autocovariâncias empíricas – Salários	35
Gráfico 2. Variância Estimada: Modelo Canônico	38
Gráfico 3 Variância Estimada: Passeio Aleatório + AR(1).....	41
Gráfico 4. Decomposição da Variância: Passeio Aleatório + AR(1).....	42
Gráfico 5. Variância Estimada: Crescimento Aleatório com <i>factor loadings</i> + AR(1)	44
Gráfico 6. Covariâncias Estimada: Crescimento Aleatório com <i>factor loadings</i> + AR(1).....	45
Gráfico 7. Decomposição da Variância: Crescimento Aleatório com <i>factor loadings</i> + AR(1)	46
Gráfico 8. Variâncias e Autocovariâncias empíricas – Resíduos.....	48
Gráfico 9. Decomposição da Variância: Passeio Aleatório + AR(1).....	50
Gráfico 10. Variâncias Estimadas: Crescimento Aleatório com <i>factor loadings</i> + ARMA(1,1)	52
Gráfico 11. Covariâncias Estimadas: Crescimento Aleatório com <i>factor loadings</i> + ARMA(1,1)	52
Gráfico 12. Decomposição da Variância: Crescimento Aleatório com <i>factor loadings</i> + ARMA(1,1)	53

Introdução*

Distribuição de Renda: Estática e Dinâmica

Desigualdade e pobreza são temas que gozam de longa e sólida tradição na literatura econômica brasileira¹. Os estudos nestas linhas de pesquisa buscam, tipicamente, tanto formular um diagnóstico detalhado do problema tal como se apresenta em determinado instante do tempo, como também comparar o quadro atual do problema em relação ao que se averiguava em outro período do passado. Embora muito se possa aprender com estas abordagens de análise estática ou de estática comparativa, há uma importante dimensão *dinâmica* destes tipos de problema que recebe elaboração analítica relativamente menor nestes tipos de estudo. Em particular, uma análise comparativa de dois momentos no tempo não permite captar o que ocorreu ao longo trajetória temporal entre estes dois instantes.

O uso de dados em painel, por outro lado, permite o acompanhamento de trajetórias ao longo do tempo, o que torna possível uma análise mais elaborada dos mencionados aspectos dinâmicos da desigualdade. Neste sentido, com base em um painel montado a partir de dados da RAIS², este trabalho propõe um estudo da estrutura dinâmica dos salários³ no setor formal do estado de São Paulo nos anos de 1990 a 1998⁴ através da decomposição da estrutura de autocovariância dos salários em seus componentes permanente e transitório. Em linhas gerais, tal análise parte da formulação de algum modelo de componentes não observáveis – permanente e transitório – para o salário ou seu resíduo; para a partir do mesmo derivar variâncias e autocovariâncias teóricas implicadas para os salários. Sob a hipótese usual de ortogonalidade entre os componentes permanente e transitório, a variância da distribuição de

* Este trabalho contou com o financiamento da FAPESP, ao qual sou muito grato.

¹ Vide, a este respeito, o *survey* de Menezes Filho (2001), bem como o volume organizado por Ricardo Henriques (2000).

² Relação Anual de Informações Sociais, do Ministério do Trabalho e do Emprego. Esta base de dados é construída a partir de questionários de resposta obrigatória a todos os estabelecimentos formais do país. Os indivíduos podem ser seguidos ao longo do tempo pois podem ser identificados através de seu número de PIS, o que possibilita a montagem de um painel.

³ A definição de nossa medida de salário será discutida no capítulo 2.

⁴ A delimitação temporária e geográfica da base de dados se deve a questões de disponibilidade de dados, posto que a obtenção dados da RAIS não é tarefa simples.

salários – nossa medida de desigualdade⁵ – pode, da mesma forma, ser decomposta em um componente permanente e outro transitório.

Desta forma, esta dissertação tem como objetivo (i) encontrar um modelo teórico para as variâncias que apresente bom grau de ajuste relativamente à evolução observada para as variâncias empíricas ao longo do tempo, para (ii) a partir do mesmo poder avaliar como variam dinamicamente os componentes e, portanto, a composição da variância total. Esta metodologia permite responder a questões do tipo: as diferenças entre salários individuais ao longo do tempo se devem a diferenças nas características dos indivíduos ou a choques idiossincráticos? A posição de um indivíduo na distribuição de salários é duradoura ou temporária, ou, dito de outra forma, qual a importância relativa de fatores referentes à desigualdade permanente frente a aspectos de instabilidade nos salários?

Assim, o interesse deste tipo de estudo decorre, primeiramente, do fato de permitir uma identificação quantitativa da magnitude relativa de fatores subjacentes a variações na desigualdade salarial ao longo do tempo, fatores estes que estão associados seja à instabilidade de renda, seja à desigualdade de longo prazo. Deve-se ressaltar, no tocante a este aspecto, que fatores individuais são comparativamente mais enfatizados na literatura sobre desigualdade, ao passo que a metodologia aqui proposta procura identificar sua importância relativa *vis a vis* uma segunda fonte de desigualdade referente à “turbulência” econômica em geral⁶. Esta identificação de fatores subjacentes à desigualdade e a sua evolução acarreta, ademais, importantes implicações em termos de políticas públicas: uma maior magnitude do componente permanente sugere a importância de políticas voltadas para o mesmo (p.ex., para a qualificação da mão de obra), ao passo que um componente transitório elevado sugere a importância de políticas que tentem de alguma forma contrabalançar os choques sofridos pelos salários. Em segundo lugar, até onde se pôde verificar, este tipo de estudo permanece inédito no Brasil. De fato, os únicos estudos realizados para países em desenvolvimento parecem ser os de Freije e Souza (2001) para a Venezuela, e os de Huneus e Repetto (2004) e de Granados Z. (2004) para o Chile⁷.

Quanto ao Brasil, é sabido que a desigualdade salarial cresce nos anos 80 e diminui nos anos 90, sem, no entanto, mudar muito de patamar (Souza, 2002). Também se observa

⁵ Note-se que há muitas maneiras distintas de se medir desigualdade, sendo a variância apenas uma delas. Vide, a respeito, o interessante estudo de Fields (2001).

⁶ Como será ressaltado mais adiante, além da referida dicotomia entre um componente permanente e outro transitório, o uso de resíduos de uma regressão de salários permite estabelecer uma comparação da importância relativa de fatores observáveis e não observáveis referentes à heterogeneidade individual.

⁷ Os trabalhos para o Chile, contudo, não chegam a realizar a decomposição da variância nos moldes que faremos aqui, apesar de utilizarem modelos semelhantes – mas para realizar análises distintas.

freqüentemente que a educação é importante determinante da desigualdade (Menezes Filho, 2001). No tocante ao primeiro ponto, a metodologia proposta por este estudo permite examinar a possibilidade de que, por mais que a desigualdade tenha permanecido *grosso modo* constante no período em questão, a composição relativa da mesma – em termos de seus componentes permanente e transitório – pode ter se alterado ao longo do tempo. Quanto ao segundo ponto, embora a educação seja importante determinante da desigualdade, qual sua importância relativa *vis a vis* fatores de choque nos rendimentos? E, além disso, qual a importância relativa da heterogeneidade observável face à heterogeneidade não observável, no que tange a desigualdade permanente? O exercício de decomposição da variância proposto nesta dissertação pretende dar conta destas questões.

Duas origens: Renda Permanente e Componentes do Erro

O exercício proposto por este trabalho tem duas origens distintas: (i) a hipótese da renda permanente de Friedman; e (ii) o modelo econométrico de componentes do erro. A teoria de Friedman (1957) originalmente tinha como preocupação principal explicar a função consumo, e postula que a renda (y) medida para um consumidor durante um certo período de tempo deve ser tratada como a soma de dois componentes; um componente permanente (y_p), e um componente transitório (y_t). Ou seja:

$$y = y_p + y_t$$

O componente permanente refletiria o efeito de fatores que o indivíduo considera como determinantes de seu “valor capital ou riqueza”, como seus atributos pessoais e também da atividade econômica que realiza. É análogo ao valor esperado de uma distribuição de probabilidade (*ibid*). Já o componente transitório reflete todos os demais fatores, em particular fatores que o indivíduo interpreta como acidentais ou casuais, ou mesmo fatores devidos a ciclos econômicos. Não obstante, Friedman reconhece que também pode haver fatores por trás do componente transitório que atingem a todos os indivíduos indistintamente, como mau tempo ou deslocamentos na demanda por algum produto, caso os indivíduos em questão produzam a este mesmo produto.

A teoria da renda permanente, neste sentido, fornece uma interpretação interessante aos modelos econométricos a serem apresentados neste trabalho, em particular quando a

variável explicativa for o salário individual, diretamente. No entanto, os modelos econométricos aqui propostos aplicam-se tanto a *salários*, diretamente, como também a *resíduos* de regressões de salários. Neste caso, teremos o que se chama de Modelos de Componentes do Erro.

Os Modelos de Componentes do Erro emergem a partir de problemas encontrados em regressões de salários, em função da endogeneidade de variáveis explicativas (Nerlove 2000, Wooldridge 2002). Interpretando-se o problema como omissão de explicativas relevantes (no caso, alguma variável para “habilidade”), chega-se à conclusão de que a omissão desta variável acarreta tanto um aumento do componente não explicado da regressão (e, portanto, do erro padrão da regressão), como também um viés nos coeficientes de explicativas (em particular no que se refere ao coeficiente da educação).

Uma possível solução para o problema, num contexto de dados em painel, consiste em formular o seguinte modelo para o erro da regressão:

$$\varepsilon_{it} = \mu_i + v_{it}$$

Em que o resíduo da regressão (ε_{it}) é composto por um componente individual invariante no tempo (μ_i), que deve dar conta dos fatores individuais não observáveis que acarretaram o problema de endogeneidade; mais um componente puramente aleatório (v_{it}), que seria o verdadeiro resíduo da regressão. Ou seja, enquanto ε_{it} representa o salário individual “líquido” da heterogeneidade observável (dada pelos controles da regressão), v_{it} representa o salário controlado também pela heterogeneidade não observável (dada por μ_i).

De fato, qualquer variável pode ser decomposta em termos destes componentes não observáveis individual e errático, em um exercício de “contabilidade estatística”. O interessante, contudo, é a interpretação que se dá a estes componentes – e o estudo realizado nesta dissertação pode, desta maneira, ser interpretado à luz destas duas fontes teóricas.

Por outro lado, embora o estudo realizado nesta dissertação descenda teoricamente de ambas as literaturas supra mencionadas, deve-se notar que sua motivação é algo distinta. Não se pretende discutir questões relacionadas à função consumo, ou nem mesmo estimar um coeficiente de retornos à educação. O que se pretende, antes, é derivar estruturas de autocovariância teóricas implicadas por modelos de componentes (permanente e transitório) não observáveis, e estimar e testar tais modelos para as variâncias e autocovariâncias observadas a partir de um painel de salários.

Em outras palavras, pretende-se formular modelos razoavelmente gerais de componentes do salário (ou de seu resíduo) para a partir dos mesmos derivar *modelos de componentes da variância*. O objetivo é obter o modelo mais parcimonioso possível que apresente um bom ajuste à matriz de autocovariância observada para os salários, para a partir do mesmo poder avaliar a evolução dinâmica da importância relativa dos componentes permanente e transitório da desigualdade salarial.

Posto isto, este trabalho está estruturado da seguinte forma: o primeiro capítulo discorre sobre a metodologia empregada nesta dissertação. Este capítulo começa por uma resenha da literatura de modelos econométricos de componentes da variância⁸ cujo objetivo é apresentar e discutir as diversas possibilidades teóricas de modelos. A resenha é dividida em modelos de primeira e de segunda geração. No final do capítulo são apresentados os métodos de estimação e inferência utilizados neste trabalho. O capítulo 2 contém o trabalho empírico, com uma discussão sobre a base de dados bem como dos resultados obtidos. As estimativas são feitas para modelos de componentes da variância dos *salários*, num primeiro momento, e dos *resíduos*, num segundo. O capítulo 3 conclui a dissertação com uma discussão geral dos resultados finais obtidos pelo trabalho em comparação com resultados obtidos para outros países, bem como em comparação com resultados obtidos para o Brasil por outros trabalhos que se valem de metodologias distintas.

⁸ A qual, como de praxe, não se pretende exaustiva. Não obstante, acredita-se apresentar um leque razoavelmente abrangente de possibilidades de modelos.

1. Modelos econométricos e métodos de estimação

Como já mencionado, o objetivo deste estudo é decompor a estrutura de autocovariância dos salários em seus componentes permanente e transitório. Neste sentido, pode-se captar em que medida a desigualdade de salários ao longo do tempo se deve a características individuais permanentes, ou a choques idiossincráticos. O componente permanente é em geral atribuído a características de produtividade ou de capital humano dos indivíduos, ao passo que o componente transitório é associado a perturbações estocásticas tais como instabilidade de empregos ou de preços (Freije e Souza, 2001). Neste sentido, o componente permanente associa-se ao perfil de rendimentos do ciclo de vida do indivíduo, enquanto o componente transitório é visto como fonte de flutuações estocásticas em torno deste perfil. De fato, quanto maior a magnitude do componente permanente, menor é a mobilidade, e, portanto, mais alta é a desigualdade de longo prazo nos salários.

Como argumentam Moffit e Gottschalk (1995), mudanças no preço do capital humano (oriundas de mudança técnica baseada em habilidade, p.ex), ou mudanças na dispersão da quantidade de capital humano gerada pelo sistema educacional, são possíveis fatores que afetam a variância permanente. Já a variância transitória é afetada por fatores algo diversos: um aumento na competição doméstica ou externa, diminuição na regulamentação de salários e preços, aumento no emprego temporário, entre outros fatores que aumentam a “turbulência geral”.

Com vistas a melhor situar nossa discussão, bem como torná-la mais concreta, apresentamos, na primeira seção deste capítulo, uma resenha da literatura de componentes da variância dos rendimentos. O objetivo básico consiste em levantar os tipos de modelos já explorados pela literatura, com vistas a montar um quadro de possibilidades teóricas das quais se possa utilizar⁹. Neste intuito, julgamos conveniente dividir a resenha em três partes: (i) modelos de primeira geração; (ii) modelos de segunda geração; e (iii) síntese das possibilidades de modelagem disponíveis. Afora a apresentação das possibilidades de modelos econométricos, este capítulo traz também, em sua segunda seção, uma discussão dos métodos de estimação e teste a serem utilizados neste trabalho: métodos de distância mínima.

⁹ Neste capítulo são apresentados apenas modelos teóricos; os resultados empíricos da literatura internacional serão apresentados e contrastados aos nossos na Conclusão.

Deve-se observar que a notação dos trabalhos analisados foi (parcialmente) homogeneizada da seguinte forma: y sempre representa a variável dependente dos modelos, quer represente os salários em si ou os resíduos de uma regressão de salários; μ representa o componente permanente dos rendimentos, e v o componente transitório.

1 – Modelos de componentes não observáveis

1. A primeira geração de modelos

O modelo mais simples de componentes da variância (que chamaremos de “canônico”) tem sua origem nos anos 60, conforme relata Nerlove (2000). No entanto, a literatura mais propriamente relacionada à estimação dos componentes da variância dos salários (ou antes, de seu resíduo) emerge em fins dos anos 70. Tais trabalhos procuram estimar modelos com estruturas dinâmicas gradativamente mais complexas que aquela imposta pelo modelo canônico, que via de regra mostra-se demasiadamente restrita. MaCurdy (1982) apresenta uma generalização destes modelos iniciais.

Como aspectos comuns aos modelos desta geração, temos que todos têm como variável dependente o resíduo de uma regressão de salários (e nunca o salário em si), trabalham com painel balanceado, e realizam a estimação por Máxima Verossimilhança.

O modelo mais simples de componentes da variância, conhecido como Modelo Canônico, pode ser formulado nos seguintes termos:

$$\begin{aligned}
 & y_{it} = \mu_i + v_{it} \\
 (1) \quad & \mu_i \sim iid(\bar{\mu}_i, \sigma_\mu^2); \\
 & v_{it} \sim iid(0, \sigma_v^2)
 \end{aligned}$$

Onde y_{it} é (genericamente) uma variável salário do indivíduo i no instante t , modelada como a soma de μ_i , que é um componente individual invariante no tempo (i.e., permanente), com v_{it} , que é um componente transitório não correlacionado serialmente: $Cov(v_{it}, v_{is}) = 0$.

Sob a hipótese adicional de ortogonalidade entre os componentes permanente e transitório¹⁰, que acarreta $Cov(\mu_i, v_{it}) = 0$, pode-se derivar do modelo canônico a seguinte estrutura de covariância teórica:

$$(2) \quad \begin{aligned} Var(y_{it}) &= \sigma_{\mu}^2 + \sigma_v^2 \\ Cov(y_{it}, y_{is}) &= \sigma_{\mu}^2 \end{aligned}$$

Como se percebe, a simplicidade do modelo canônico resulta em uma estrutura de covariância com interpretação bastante direta: a variância total dos salários apresenta-se como soma das variâncias dos componentes permanente e transitório. Quanto às covariâncias, posto que o componente transitório é um ruído branco nesta formulação, tudo que resta entre dois períodos quaisquer é a variância do componente permanente apenas – que, em todo o caso, é invariante tanto no tempo como também no tamanho da defasagem entre períodos¹¹.

Algumas formulações deste modelo simples de componentes do erro ainda incluem efeitos puramente temporais no modelo (i.e. algo como uma *dummy* temporal δ_t , vide MaCurdy, 1982). De fato, caso a variável dependente do modelo seja o resíduo de uma regressão, a inclusão de *dummies* anuais na equação de salários garante que o modelo de componentes não observáveis já esteja líquido de efeitos temporais agregados que atingem a todos os indivíduos indistintamente – assim haverá apenas efeitos individuais e choques puramente idiossincráticos.

A variância do componente permanente (σ_{μ}^2) pode ser interpretada como a dispersão permanente da renda, ou seja, como a desigualdade de longo prazo. Nas palavras de Ramos

¹⁰ Esta hipótese – usual – aplica-se a todos os modelos considerados neste trabalho.

¹¹ Esta estrutura de covariância assemelha-se ao que Wooldridge (2002) chama de estrutura de “Efeitos Aleatórios”. No entanto, apesar da semelhança, o contexto e a motivação de Wooldridge são distintos do nosso caso. A partir do objetivo de estimar consistentemente o β de uma regressão por MQG factíveis, a referida estrutura de covariância é derivada sob as seguintes hipóteses: (a) exogeneidade estrita das explicativas (não há correlação das explicativas de cada período com os erros idiossincráticos de *nenhum* período, uma vez se tenha controlado pelo efeito individual) e (b) ortogonalidade entre o efeito individual e as variáveis explicativas. Como nosso trabalho não visa obter estimativas consistentes para o β de uma regressão, não há a necessidade de se formular estas hipóteses. Assim, nosso tratamento de resíduos também é diferente do de Wooldridge: a partir de resíduos obtidos em regressões para as *cross-sections*, pode-se aplicar a mesma metodologia de decomposição que aplicamos diretamente a salários; a diferença entre as decomposições para salários e resíduos será devida às variáveis explicativas (heterogeneidade observável) utilizadas na regressão.

(2003), “diferenças permanentes implicam pouca ou nenhuma mobilidade de rendimentos, e um mercado de trabalho possivelmente rígido no qual a posição inicial é crucial para a determinação dos perfis de rendimentos do ciclo de vida dos indivíduos e sua posição na distribuição de rendimentos ao longo do tempo”. Já o componente transitório reflete instabilidade de rendimentos, indicando assim a ocorrência de flutuações ano a ano nos rendimentos, ou seja, “um aumento no ruído ano a ano através das posições da distribuição anual de rendimentos”. (Baker e Solon, 1999). Neste sentido, configura-se como um indicador de mobilidade.

Embora a simplicidade do modelo canônico facilite sua interpretação, é fato, como já aludido, que o mesmo impõe restrições bastante rígidas sobre a estrutura dinâmica dos salários. Em vista disto, a literatura em geral procura estender o modelo canônico através da formulação de especificações mais elaboradas que busquem captar aspectos adicionais da dinâmica de salários que se considere relevantes para os dados em questão. Basicamente, tais extensões postulam algum tipo de processo estocástico para os componentes permanente e transitório de acordo com hipóteses razoáveis sobre a estrutura dinâmica dos salários, além de postular também algum tipo de condição inicial para modelos que envolvam estruturas recursivas.

Uma primeira extensão, formulada por Lillard & Willis (1978), engloba um processo auto-regressivo de primeira ordem para o componente transitório – o que reflete persistência de choques nos salários, cujo efeito pode durar por mais de um período¹²:

$$(3) \quad \begin{aligned} y_{it} &= \mu_i + v_{it} \\ v_{it} &= \rho v_{it-1} + \xi_{it} \\ \mu_i &\sim iid(0, \sigma_\mu^2); \\ \xi_{it} &\sim iid(0, \sigma_\xi^2) \end{aligned}$$

Neste modelo, o parâmetro de autocorrelação do componente transitório, ρ , pode ser interpretado de diversas maneiras. Pode refletir o impacto de choques aleatórios que persistem por mais de um ano, mas cujo impacto tende a se deteriorar com a passagem do tempo – caso, naturalmente, ρ seja inferior a 1 em módulo. Ou, ainda, pode refletir a operação de variáveis individuais não observáveis que são correlacionadas serialmente, i.e., que mudam lentamente ao longo do tempo (Lillard e Willis, 1978). Note-se que ρ é comum entre indivíduos, bem

¹² O uso de processos de séries temporais em modelos para dados em painel não é usual, e por esta razão a relação entre ambas as literaturas será discutida logo abaixo.

como σ_{μ}^2 , embora os autores também busquem, posteriormente, trabalhar com heterogeneidade entre subgrupos da população quanto a σ_{μ}^2 , σ_{ξ}^2 e ρ . Como hipóteses adicionais, deve-se notar que μ_i e ξ_{it} são independentes um do outro e também das explicativas da função de rendimentos, que incluem *dummies* temporais. Além disso, posto que há um estrutura recursiva no modelo, os autores supõem, como condição inicial, que os salários iniciais sofrem um choque da forma $v_{i1} = \xi_{i1}/(1-\rho^2)^{1/2}$, com ξ_{it} para $t > 1$.

Outro trabalho, o de Lillard & Weiss (1979), incorpora, relativamente ao modelo anterior, um componente de crescimento aleatório (*random growth*) para o componente permanente – ou seja, há variação entre indivíduos quanto ao intercepto e a declividade de seus perfis de rendimentos permanentes:

$$\begin{aligned}
 y_{it} &= \mu_i + v_{it} + \beta_i(t - \bar{t}) \\
 v_{it} &= \rho v_{it-1} + \xi_{it} \\
 (4) \quad \begin{pmatrix} \mu_i \\ \beta_i \end{pmatrix} &\sim (\mathbf{0}, \Sigma_{\mu\beta}), \\
 \xi_{it} &\sim (\mathbf{0}, \sigma_{\xi}^2 \mathbf{I}_T)
 \end{aligned}$$

O modelo assume as explicativas (da regressão de primeiro estágio) e ξ como independentes entre si e também de μ e β . β representa o efeito de variáveis omitidas que afetam o *crescimento* nos rendimentos, como habilidade de aprendizado, por exemplo. Ou seja, é um parâmetro que representa uma taxa de crescimento aleatória. É razoável esperar que algumas variáveis não observáveis afetem tanto μ como β , caso em que estes coeficientes serão correlacionados. Uma correlação negativa entre os mesmos indica um *trade-off* entre rendimentos permanentes iniciais e sua taxa de crescimento posterior; já uma correlação positiva indica que os indivíduos com rendimentos permanentes iniciais mais altos também terão taxas de crescimentos maiores, de modo que a desigualdade permanente será crescente.

Os autores ainda buscam acrescentar algumas extensões a este modelo, em particular: (i) acrescentam um componente adicional de resíduo transitório não correlacionado serialmente; (ii) escrevem os componentes permanentes de nível e de crescimento como função de variáveis individuais mensuráveis que não variam no tempo.

Hause (1980) apresenta um modelo semelhante a este, com crescimento aleatório para o componente permanente e um processo AR(1) para o transitório. Seu estudo, no entanto, é uma extensão de um trabalho de 1977, portanto anterior, e traz também uma discussão mais

específica sobre a hipótese de *on the job training* como algo distinto da “habilidade individual”, hipótese que tem interesse especial em testar.

MaCurdy (1982) apresenta uma especificação mais geral que “aninha” especificações de trabalhos anteriores. Seu modelo é uma combinação de um *modelo de fatores* (para o componente permanente) como um *modelo de séries temporais* (para o componente transitório):

$$(5) \quad \begin{aligned} y_{it} &= \lambda_i' f_i + v_{it} \\ \lambda_i' &= (\lambda_{1i}, \dots, \lambda_{gi}); \quad f_i' = (f_{1i}, \dots, f_{gi}) \\ a(L)v_{it} &= m(L)\varepsilon_{it} \end{aligned}$$

Em que $a(L)$ e $m(L)$ são polinômios no operador defasagem L e ε_{it} é um ruído branco. Ou seja, temos um modelo de g fatores combinado com um ARMA(p, q). Para ilustrar como este modelo aninha os modelos anteriormente vistos, se tomarmos $\lambda_{1i}=1$ e $\lambda_{2i}=t$ e os demais $\lambda_{i}=0$, $i=3, \dots, g$; teremos o modelo de crescimento aleatório para o componente permanente com ARMA (p, q) para o componente transitório. Note-se que esta especificação também permite parâmetros variantes no tempo para o componente permanente (chamados de *factor loadings* ou *factor weights*).

Além disto, dado que seu texto leva o título de “*The Use of Time Series Processes to Model the Error Structure of Earnings in a Longitudinal Data Analysis*”, o autor traz uma discussão bastante interessante sobre a relação das literaturas de painel e de séries temporais. Como afirma o autor (*ibid*, p. 89), “na análise de dados longitudinais é possível considerar uma classe mais abrangente de modelos ARMA (...) do que é possível na análise padrão de séries temporais”. Primeiramente, para dados em painel, não há a necessidade de se impor a condição de estacionariedade (raízes do polinômio $a(L)=0$ fora do círculo unitário) sobre processos AR(p); isto porque as propriedades assintóticas para dados em painel baseiam-se em “ N ” (número de indivíduos), e não “ T ” (dimensão temporal). Ou seja, pode-se admitir processos com raiz unitária (passeios aleatórios). Ademais, pode-se permitir formas arbitrárias de heterocedasticidade para vetores de ruído branco (como variância indexada no tempo, p.ex.). Por fim, também é possível permitir variação no tempo para os coeficientes AR e MA.

No que diz respeito à questão das condições iniciais¹³ para o componente transitório, MaCurdy as trata como variáveis aleatórias geradas elas mesmas por um processo ARMA.

¹³ Lembremos que, na análise padrão de séries temporais, a condição de estacionariedade permite que se escreva um processo AR(p) como um processo MA de ordem infinita, o que simplifica bastante a obtenção de variâncias

Este procedimento introduz (um pequeno número de) novos parâmetros a serem estimados; no entanto, leva em conta o fato de que as condições iniciais não são exógenas ou variáveis distribuídas arbitrariamente, posto que não se introduz nenhuma parametrização que não a já implícita na especificação ARMA inicial.

Voltemo-nos, agora, à segunda geração de modelos teóricos de componentes da variância.

2. A segunda geração de modelos

Segundo Cappellari (2000), diferentemente da primeira geração de modelos de componentes da variância, que tinha como motivação principal a averiguação de teorias de capital humano e de dinâmica de salários, a segunda geração tem como foco, mais diretamente, a decomposição dos salários em um componente permanente que siga um passeio aleatório (*random walk*)¹⁴ e um componente transitório que siga um processo ARMA.

Ainda segundo este autor, são dois os principais traços que distinguem estes desenvolvimentos mais recentes da literatura anterior: (i) a estimação por métodos de distância mínima, ao invés de por máxima verossimilhança; e (ii) a possibilidade de variação ao longo do tempo da importância relativa dos componentes permanente e transitório¹⁵. Vale ainda acrescentar que esta geração de modelos também trabalha, por vezes, (iii) com painel não balanceado, e (iv) diretamente com a variável salário em si, em vez de trabalhar apenas com o resíduo de uma regressão¹⁶. Por fim, alguns estudos trabalham com (v) distinção entre coortes, de modo a se distinguir efeitos de ciclo de vida de efeitos puramente do tempo “calendário” sobre a estrutura de autocovariância dos salários.

O método de estimação de estruturas de covariância por distância mínima é apresentado por Chamberlain (1982, 1984) e por Abowd&Card (1989)¹⁷. Em um primeiro

e covariâncias, posto que todos os processos reduzem-se combinações de ruídos brancos, que têm variância fixa (vide, a respeito, Hamilton, 1994). Em nossa análise não há a necessidade de se postular a condição de estacionariedade; mas, por outro lado, é necessário explicitar hipóteses sobre as condições iniciais para que se possa derivar (recursivamente) variâncias e covariâncias a partir de processos AR, como ficará claro ao longo deste trabalho.

¹⁴ A especificação de passeio aleatório de fato não aparece na primeira geração. Na segunda geração, muitos autores preferem, contudo, uma especificação de crescimento aleatório relativamente ao passeio aleatório; outros, ainda, usam ambas as especificações conjuntamente, conforme será visto a seguir.

¹⁵ Se bem que este segundo aspecto já é sugerido pelo trabalho de MaCurdy (1982), conforme visto. Na prática, mesmo o modelo AR(1) já permite variabilidade temporal para o componente transitório, o que por si só já acarreta alguma variabilidade na composição relativa dos componentes da variância ao longo do tempo.

¹⁶ Mais sobre a questão da medida de renda no capítulo 2.

¹⁷ O método será examinado em mais detalhe ao final deste capítulo.

trabalho, Gottschalk and Moffit (1994), no entanto, apresentam uma estratégia alternativa de estimação bastante simples, que, no entanto, aplica-se apenas para o modelo canônico: (i) calcular a renda média (entre os anos) para cada indivíduo, que nos dará uma estimativa da renda permanente de cada indivíduo; (ii) calcular o desvio da renda média para cada indivíduo em cada período, que nos dá uma estimativa da renda transitória; (iii) calcular as variâncias da renda permanente e da renda transitória, entre indivíduos¹⁸.

Os autores apresentam ainda uma extensão ao modelo que incorpora uma desagregação para trabalhar com diferentes setores econômicos:

$$(6) \quad y_{iat} = \mu_i + \varphi_t + \psi_{jt} + \tilde{v}_{ijt}$$

Em que o erro transitório composto pode ser separado nos seguintes componentes: φ_t é um efeito específico ao ano, ψ_{jt} é um componente ano-setor, e \tilde{v}_{ijt} representa flutuações individuais dentro de setores (líquidas de movimentos agregados anuais).

Em outro trabalho, bastante influente, Moffit e Gottschalk (1995) estimam diversos modelos diferentes. Este trabalho incorpora uma série de novidades em relação aos estudos anteriores, em particular: (i) trabalham com painel desbalanceado¹⁹; (ii) além disso, os autores trabalham não apenas com resíduos de regressão, mas também com a variável salário em si – diferenças na decomposição indicariam a importância da heterogeneidade observável na explicação da variabilidade dos componentes da variância²⁰; (iii) e, por fim, os autores procuram também distinguir efeitos de ciclo de vida de efeitos puramente “de calendário” por meio da indexação dos modelos a coortes distintos (indexador “ a ”, como se vê abaixo)²¹. Ao seguir coortes separadamente, é possível obter variâncias e covariâncias para uma mesma idade mas em diferentes pontos do tempo “calendário” – o que serve de base para averiguar se a estrutura de covariância “se deslocou” ao longo do tempo.

¹⁸ Apesar de simples e intuitivo, este procedimento não permite a obtenção de estatísticas de teste para os parâmetros estimados.

¹⁹ De fato, os autores observam que há muito atrito em sua base, mas como argumentam que o viés de atrito é pequeno, optam por trabalhar com todas as observações, de modo a maximizar o tamanho da amostra. O trabalho de Dickens (2000) apresenta um procedimento mais geral para lidar com painel não balanceado.

²⁰ Em particular, seria de se esperar que o componente permanente deve ser mais importante sobre salários do que sobre resíduos, visto que estes já estão descontados da heterogeneidade observável. De fato, é este o resultado observado: o componente permanente aumenta de importância quando a decomposição é feita sobre o salário, diretamente.

²¹ Intuitivamente, com a passagem do tempo a desigualdade pode, digamos, aumentar tanto por efeitos de ciclo de vida (caso a desigualdade seja crescente no ciclo de vida), como também por um efeito calendário (a desigualdade sobe em um dado período t , para todos os coortes). A indexação de modelos a coortes visa separar estes dois efeitos.

Em termos de modelagem, Moffit e Gottschalk buscam incorporar ao modelo canônico o achado da literatura passada (Atkinson *et al*, 1992) de que o componente transitório apresenta forte correlação serial, porém advinda de um processo ARMA de ordem baixa (não maior que 2). Ademais, buscam também modelar a correlação positiva de covariâncias com a idade, observada em seus dados, por meio de um passeio aleatório na idade, posto que este processo gera covariâncias crescentes no tempo. Alternativamente, estimam também um modelo com crescimento aleatório para o componente permanente, pela mesma razão – a diferença é que o modelo de passeio aleatório acarreta um padrão de crescimento linear no ciclo de vida para as variâncias, ao passo que o modelo de crescimento aleatório acarreta um padrão quadrático²².

Primeiramente, os autores postulam quatro modelos distintos, em que assumem todos os componentes “primários” de erro como independentes. Seus modelos I e II envolvem, respectivamente, os já familiares AR(1) e ARMA(1,1) para o componente transitório. Seu modelo III traz como novidade o já referido passeio aleatório para o componente permanente, além do familiar ARMA(1,1) para o componente transitório:

$$\begin{aligned}
 y_{ia} &= \mu_{ia} + v_{ia} \\
 v_{ia} &= \rho v_{i,a-1} + \eta_{ia} \\
 \eta_{ia} &= \xi_{ia} + \theta \xi_{i,a-1} \\
 \mu_{ia} &= \mu_{i,a-1} + \omega_{ia} \\
 \text{com } \sigma_{\mu}^2 &= \text{Var}(\mu_{i1})
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

Já seu modelo IV envolve, em adição a um ARMA(1,1) para o componente transitório, um coeficiente de crescimento aleatório para o componente permanente:

$$\begin{aligned}
 y_{ia} &= \mu_{ia} + a\beta_i + v_{ia} \\
 v_{ia} &= \rho v_{i,a-1} + \eta_{ia} \\
 \eta_{ia} &= \xi_{ia} + \theta \xi_{i,a-1}
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

Em seu trabalho, o ajuste obtido para as especificações de passeio aleatório e de crescimento aleatório é essencialmente o mesmo, de modo que a escolha entre ambos seria arbitrária. No entanto, escolhem a especificação com passeio aleatório com base nos achados

²² Isto é fácil de se averiguar a partir das fórmulas de variância para estes modelos, a serem apresentadas mais adiante.

de outros estudos que distinguem as duas especificações com base em quartos momentos. Também experimentam um ARMA(1,2) ou ARMA(2,1), mas em nenhum caso nem o ajuste melhora significativamente nem o parâmetro adicional é significativo.

Contudo, o objetivo primordial dos autores é estimar um modelo com parâmetros variantes no tempo:

$$\begin{aligned}
 y_{iat} &= \alpha_t \mu_{iat} + v_{iat} \\
 (9) \quad \mu_{iat} &= \mu_{i,a-1,t-1} + \omega_{iat} \\
 v_{iat} &= \rho_t v_{i,a-1,t-1} + \xi_{iat} + \theta_t \xi_{i,a-1,t-1}
 \end{aligned}$$

Note-se que o parâmetro α_t pode ser interpretado como o preço (variante no tempo) do capital humano latente não observado. O componente individual segue um passeio aleatório com *factor loadings* e o transitório, um ARMA(1,1) com parâmetros variantes no tempo. Nesta formulação, o efeito permanente varia no ciclo de vida e no tempo calendário. Esta decomposição define choques permanentes como aqueles que não reverterem à média (devido ao passeio aleatório, um processo não estacionário) e choques transitórios como aqueles que reverterem à média (devido ao ARMA, um processo estacionário)²³.

Além de $Var(\mu_{i1t})$, há cinco parâmetros no modelo, que determinam conjuntamente o padrão das variâncias e covariâncias. Os autores assumem que todos variam linearmente no tempo:

$$\begin{aligned}
 \alpha_t &= 1 + b_1 t \\
 \rho_t &= c_0 + c_1 t \\
 (10) \quad \theta_t &= d_0 + d_1 t \\
 Var(\omega_{iat}) &= e_0 + e_1 t \\
 Var(\xi_{iat}) &= f_0 + f_1 t
 \end{aligned}$$

Os autores normalizam α_t para 1 em $t=0$, e definem $Var(\mu_{i1t}) = \sigma_\mu^2$ como a variância base do efeito individual. A título de condição inicial, os autores definem ainda $Var(v_{i1t}) = \sigma_\xi^2$, que de fato se reduz a f_0 em $t = 0$. Como de praxe, assumem que as *forcing variables* ω_{iat} , ξ_{iat} e o valor inicial do efeito individual μ_{i1t} são distribuídos independentemente no tempo e no ciclo de vida, e são w.r.t. uns em relação aos outros. A partir do cômputo dos seis parâmetros

²³ Claro que a estacionariedade do ARMA depende da já referida condição de estacionariedade para o processo AR. Vide, a respeito, Spanos (1986), que discute as definições de estacionariedade para processos estocásticos.

referidos é possível computar variâncias e covariâncias em $a=1$ para cada coorte, para a partir daí mover-se recursivamente para a frente através das equações derivadas do modelo (note-se que cada coorte pode ter $a=1$ em um instante t diferente). Moffit e Gottschalk (2002) estimam essencialmente o mesmo modelo, apenas com extensão da base de dados.

Em outro estudo bastante influente, Baker e Solon (1999) trabalham também com distinções entre coortes, porém com painel balanceado, e sua variável salário é o desvio individual da média anual entre indivíduos do \ln do salário real – portanto, algo intermediário entre o salário propriamente e o resíduo de uma regressão; trata-se de um salário “relativo”²⁴. Inicialmente, formulam o seguinte modelo:

$$(11) \quad y_{ibt} = \lambda_t \mu_{ib} + \gamma_t v_{ibt}$$

Basicamente, trata-se do modelo canônico acrescido de *factor loadings* para os componentes permanente e transitório, além de estar indexado a coortes (indexador “ b ”). Pode-se, a partir deste modelo, derivar a seguinte estrutura de covariância:

$$(12) \quad \begin{aligned} \text{Var}(y_{ibt}) &= \lambda_t^2 \sigma_\mu^2 + \gamma_t^2 \sigma_v^2 \\ \text{Cov}(y_{ibt}, y_{ibs}) &= \lambda_t \lambda_s \sigma_\mu^2, \quad t \neq s \end{aligned}$$

Como se percebe, é um modelo relativamente simples, que apresenta, contudo, interpretação interessante: aumentos tanto em λ_t como em γ_t acarretam um aumento na dispersão corrente dos salários; no entanto, aumentos em λ_t significam aumentos na desigualdade de longo prazo, ao passo que aumentos em γ_t significam aumentos na volatilidade dos rendimentos.

Mais do que isso, se λ_t sobe sem que γ_t varie, as autocovariâncias crescem proporcionalmente mais que as variâncias, de modo que o aumento na desigualdade (variância) é acompanhado de uma diminuição na mobilidade (autocovariância maior). Se, por outro lado, e γ_t sobe sem que λ_t varie, o aumento na variância não será acompanhado por aumento nas autocovariâncias. Portanto, heurísticamente, aumentos em λ_t apenas preservam a ordem na distribuição, porém com aumento na dispersão da mesma, ao passo que aumentos em γ_t apenas levam a reordenamentos dos indivíduos na distribuição, ano a ano.

²⁴ Note-se que esta medida, por ser um desvio da média, tem média zero por construção, o que simplifica o cômputo das variâncias e covariâncias empíricas.

Não obstante, este modelo simples não capta os seguintes aspectos, considerados importantes pelos autores: (i) heterogeneidade permanente entre indivíduos não apenas em seus níveis de rendimentos como também em suas taxas de crescimento; (ii) alguns choques sobre os rendimentos têm efeito permanente (como num passeio aleatório)²⁵; (iii) o componente transitório é autocorrelacionado; e (iv) a variância do componente transitório é uma função em forma de “U” da idade ou experiência. Desta forma, os autores formulam (e estimam) o seguinte modelo, bastante mais geral:

$$\begin{aligned}
 y_{ibt} &= \lambda_t [\mu_{ib} + \beta_{ib} (t - b - 26) + u_{ibt}] + v_{ibt} \\
 (13) \quad u_{ibt} &= u_{ibt-1} + r_{ibt} \\
 v_{ibt} &= \rho v_{ibt-1} + \theta_t \xi_{ibt} \\
 \text{Var}(\xi_{ibt}) &= \gamma_0 + \gamma_1 (t - b - 26) + \gamma_2 (t - b - 26)^2 + \gamma_3 (t - b - 26)^3 + \gamma_4 (t - b - 26)^4
 \end{aligned}$$

Neste modelo, o componente permanente incorpora tanto um crescimento aleatório como um passeio aleatório, além de comportar um parâmetro variante no tempo para “carregar” o componente permanente como um todo. Note-se que $(t-b-26)$ equivale à experiência no mercado de trabalho (b é o ano de nascimento do indivíduo). Já o componente transitório segue um AR(1) aumentado por um *factor loading* no choque idiossincrático. Esta especificação assume que se t for um ano com uma inovação alta no componente transitório, o impacto sobre a variância transitória nos anos seguintes decai gradualmente. Note que a última equação permite que $\text{Var}(\xi_{ibt})$ seja uma função de quarto grau da idade, ou seja, é possível obter um perfil ao longo do ciclo de vida para a variância da inovação transitória (que pode, de resto, ser comparada entre coortes).

Os *factor loadings* λ_t e θ_t são normalizados a 1 no primeiro ano, para identificação. Estimam, ainda, para o componente transitório de cada coorte, um parâmetro de “variância inicial”, para captar o acúmulo do processo estocástico até a data inicial da amostra²⁶.

Como a variável y dos autores representa um desvio individual da renda média do ano, segue-se que o parâmetro β representa o desvio da taxa de crescimento individual da taxa média de sua coorte; e como é o coeficiente dos anos desde a idade 26 (ou seja, $t-b-26$, sendo que b é o ano de nascimento do indivíduo), a variância do intercepto individual α reflete a

²⁵ O efeito permanente advém do fato de o passeio aleatório poder ser representado como uma soma (cumulativa) de choques que não se dissipam. Vida a respeito Hamilton (1994).

²⁶ Neste procedimento de estimar um parâmetro adicional que capte o acúmulo da variância transitória até o período anterior ao início do painel os autores seguem Baker (1997), que por sua vez baseia-se em MaCurdy (1982).

variância entre perfis de rendimento individuais aos 26 anos de idade, ao passo que a variância de β influencia como a variância entre perfis de rendimentos evolui após a idade de 26 anos. Como já aludido, em relação ao *random walk*, note-se que o *random growth* implica que as variâncias cresçam segundo um padrão quadrático, ao passo que o primeiro implica crescimento linear no tempo.

Em suma, o modelo de Baker e Solon impõe bastante estrutura sobre os dados, mas tem a vantagem de generalizar especificações anteriores ao permitir múltiplas fontes de não-estacionariedade²⁷.

Como extensões, acrescentam primeiramente ao modelo um termo $\psi_{ib}(t-b-26)^2$, ou seja, um componente quadrático de crescimento aleatório para acrescentar curvatura ao perfil de rendimentos permanentes. Como segunda extensão, acrescentam ao modelo base valores específicos a coortes para a variância de μ , de modo a captar variações entre coortes na dispersão de “habilidade”.

Já Dickens (2000) trabalha com painel não balanceado, e apresenta (no apêndice a seu trabalho) uma metodologia mais sistemática para tratamento do mesmo. De resto, considera o seguinte modelo base:

$$\begin{aligned}
 y_{iat} &= \lambda_t \mu_{ia} + \gamma_t v_{it} \\
 (14) \quad \mu_{iat} &= \mu_{ia-1} + \pi_{ia}; \quad \text{Var}(\pi_{ia}) = \sigma_\mu^2; \quad \pi_{ia} \sim iid(0, \sigma_\mu^2) \\
 v_{it} &= \rho v_{it-1} + \xi_{it} + \theta \xi_{it-1}; \quad \xi_{it} \sim (0, \sigma_\xi^2)
 \end{aligned}$$

Ou seja, passeio aleatório para o componente permanente com *factor loading*, mais ARMA(1,1) para o componente transitório também com *factor loading*. Note-se, contudo, que à diferença de Baker e Solon, seu parâmetro variante no tempo carrega diretamente o componente transitório, e não a inovação deste. Num primeiro passo, fixa σ_μ^2 a zero; posteriormente acrescenta a seu modelo base uma especificação ARMA(1,2) para v_{it} , por fim reestima seu modelo base sem mais restringir σ_μ^2 a zero.

Além disso, sempre normaliza os *factor loadings* a 1 no ano inicial, como de praxe. O autor também estima outras especificações, dentre as quais uma especificação com crescimento aleatório ao invés de passeio aleatório para o componente permanente. Por fim,

²⁷ Aspecto crucial no que tange os dados de países da OCDE, nos quais se observa variâncias crescentes cujas causas se deseja explicar.

Dickens também realiza a análise para quatro grupos de ocupacionais separadamente, de modo a averiguar se a estrutura de covariâncias varia com o nível de habilidade.

Em um estudo para a Itália, Cappellari (2000) formula o seguinte modelo, que é bastante semelhante ao de Dickens, apenas vale-se de um termo de crescimento aleatório no lugar do passeio aleatório:

$$(15) \quad \begin{aligned} y_{it} &= \lambda_i [\mu_i + \beta_i t] + \gamma_i v_{it} \\ v_{it} &= \rho v_{it-1} + \xi_{it} + \theta \xi_{it-1} \\ \begin{pmatrix} \mu_i \\ \beta_i \end{pmatrix} &\sim \left[\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sigma_\mu^2 & \\ & \sigma_\beta^2 \end{pmatrix} \right] \end{aligned}$$

Como já observado, $\sigma_{\mu\beta}$ negativo implica que quem tiver salário inicial alto terá taxa de crescimento menor, o que implica em cruzamento de perfis de renda (permanente) e, portanto, troca de posições na distribuição de rendimentos (permanentes).

Note-se que os salários permanentes são especificados como função do tempo calendário ao invés de experiência no mercado de trabalho ou anos de educação. Quanto às condições iniciais do componente transitório, segue Baker (1997), ao acrescentar um parâmetro adicional que representa o acúmulo do processo até o primeiro ano do painel, para modelar explicitamente a distribuição das condições iniciais: σ_0^2 . Por fim, como Dickens, Cappellari também divide sua amostra segundo o nível ocupacional dos trabalhadores: colarinho branco e colarinho azul, além de realizar também análise para a amostra como um todo.

Ramos (2003) formula o modelo até então mais genérico encontrado na literatura:

$$(16) \quad \begin{aligned} y_{icat} &= \gamma_c \alpha_t [\mu_i + \beta_i a_{it} + u_{iat}] + \zeta_c v_{it} \\ u_{iat} &= u_{i(a-1)(t-1)} + \pi_{iat} \\ v_{it} &= \rho v_{it-1} + \lambda_t \xi_{it} \end{aligned}$$

onde:

$$(17) \quad \begin{aligned} \mu_i &\sim (\bar{\mu}_i, \sigma_\mu^2); \quad \beta_i \sim (\bar{\beta}_i, \sigma_\beta^2); \quad \text{Cov}(\mu_i, \beta_i) = \sigma_{\mu\beta} \\ \pi_{iat} &\sim (\bar{\pi}_i, \sigma_\pi^2); \quad \text{Cov}(u_{i(a-1)(t-1)}, \pi_{iat}) = 0 \\ \xi_{it} &\sim (0, \sigma_\xi^2); \quad v_{i0} \sim (0, \sigma_0^2) \end{aligned}$$

O termo a_{it} denota a idade do indivíduo i no instante t . Como Baker e Solon, Ramos modela o componente permanente com uma especificação conjunta de crescimento aleatório e passeio aleatório (note-se que a inovação π_{iat} acomoda qualquer reordenamento permanente dos indivíduos na distribuição de salários). Da mesma forma, sua especificação do componente transitório (AR(1) com *factor loading* na inovação) também é idêntica à daqueles autores. Como extensão, no entanto, Ramos acrescenta *factor loadings* específicos a coortes (γ_c e ζ_c), que permitem que os componentes permanente e transitório variem de acordo com os diferentes estágios do ciclo de vida nos quais os indivíduos possam se encontrar.

Como já notado, uma covariância negativa entre μ_i e β_i indica que a desigualdade permanente nos salários diminui ao longo do ciclo de vida; o que é consistente com a hipótese de *on-the-job training*, observa Ramos; ao passo que uma covariância positiva indica desigualdade permanente crescente ao longo do ciclo de vida (consistente com modelos de *schooling-matching*, em que trabalhadores mais educados têm não apenas salários iniciais mais altos como estes também crescem mais rápido a medida que as firmas percebem a qualidade do *match*).

Dada esta revisão da literatura teórica, é conveniente reunir de maneira sintética as principais possibilidades básicas de modelagem. Este é o objetivo da próxima seção.

3. Um resumo das possibilidades

Como síntese do que foi visto, pode-se notar o seguinte:

1. Para o **componente permanente**, há basicamente duas possibilidades de se estender o efeito individual simples: primeiramente, através de uma formulação de crescimento aleatório, a qual resulta em um perfil de renda permanente não apenas com intercepto mas também com declividade individuais (que pode conter um termo quadrático para comportar curvatura no perfil); ou alternativamente, através de uma formulação de passeio aleatório, que também gera um padrão não estacionário para as variâncias permanentes, porém linear em vez de quadrático (como no modelo de crescimento aleatório). Pode-se, além disto, introduzir parâmetros variantes no tempo que carreguem o componente permanente como um todo.

2. Para o **componente transitório**, o ruído branco do modelo canônico é em geral substituído por especificações que permitam correlação serial para este componente (que capta a persistência de choques), o que é obtido por processos da família ARMA (de ordem não maior que dois)²⁸. Pode-se também acrescentar *factor loadings* sobre o componente transitório como um todo, ou, ainda, parâmetros variantes no tempo para o processo ARMA.

3. No que se refere às **condições iniciais**, há basicamente duas alternativas: ou se reduz de alguma forma a variância do componente transitório inicial à variância de seu choque (que é ruído branco) – como o fazem Lillard&Willis (1978) ou Moffit&Gottschalk (1995); ou se estima uma variância inicial em separado para componente transitório para captar o acúmulo do processo estocástico até o ano anterior ao início do painel – como o fazem Baker (1997), Baker e Solon (1999), ou Cappellari (2000).

Afora estas indicações gerais, deve-se procurar estimar modelos com propriedades que se julgue relevantes frente às características observadas para a estrutura de autocovariância empírica; e a escolha entre modelos baseia-se na comparação de suas estatísticas qui-quadrado (que representam uma medida do grau de ajuste do modelo), além do teste de significância dos parâmetros individuais. O objetivo, como sempre, consiste em encontrar um modelo parcimonioso que apresente um bom grau de ajuste aos dados.

Uma vez examinadas as possibilidades de modelagem para a estrutura de covariância dos salários, podemos agora nos voltar para as metodologias estatísticas de estimação e teste destes modelos.

²⁸ Atkinson *et al* (1992).

II – Estimação: Métodos de Distância Mínima

O objetivo desta seção é apresentar os métodos utilizados para a estimação e teste de modelos para a estrutura de autocovariância dos salários. Seja \mathbf{m} um vetor coluna que contém os elementos distintos da matriz empírica de autocovariância dos salários. Como esta é simétrica, \mathbf{m} contém apenas as colunas de seu triângulo inferior (ou superior) e, portanto, tem ordem $[t(t+1)/2] \times 1$. A matriz de variância-covariância dos elementos de \mathbf{m} pode ser estimada da maneira usual (Abowd&Card, 1989):

$$(18) \quad \hat{\mathbf{V}} = \frac{1}{N} \sum_i (\mathbf{m}_i - \mathbf{m})(\mathbf{m}_i - \mathbf{m})'$$

Em que \mathbf{m}_i é montada a partir do triângulo inferior (ou superior) de $\mathbf{y}_i \mathbf{y}_i'$, a matriz de produtos cruzados dos salários de cada indivíduo (\mathbf{y}_i é um vetor $t \times 1$ que contém os t salários de cada indivíduo). Como $\mathbf{y}_i \mathbf{y}_i'$ também é simétrica sua dimensão será, da mesma forma, $[t(t+1)/2] \times 1$.

Sob condições razoavelmente gerais (Abowd&Card, 1989; Chamberlain 1982, 1984), vale a seguinte propriedade:

$$(19) \quad \sqrt{N}(\mathbf{m} - \boldsymbol{\mu}) \xrightarrow{D} N(\mathbf{0}, \mathbf{V}^*)$$

Em que $\boldsymbol{\mu} = E(\mathbf{m})$, ou seja, é o vetor que contém os elementos da matriz verdadeira de variância e covariância, e $\mathbf{V}^* = E(\mathbf{m}_i \mathbf{m}_i') - E(\mathbf{m}_i)E(\mathbf{m}_i')$.

Seja um modelo para os elementos de covariância do tipo: $\mathbf{m} = \mathbf{g}(\boldsymbol{\theta})$, ou seja, as covariâncias observadas podem ser escritas como uma função conhecida de parâmetros contidos no vetor $\boldsymbol{\theta}$, cuja ordem é q . Em nossos modelos a ordem de \mathbf{m} , denotada por p , será sempre superior à ordem de $\boldsymbol{\theta}$, ou seja, teremos sempre $p > q$, de modo que os modelos serão sempre sobre-identificados. Uma forma de estimar estes parâmetros reside nos métodos de distância mínima (Chamberlain, 1982 e 1984, Abowd&Card, 1989). Tal método envolve a minimização da seguinte forma quadrática:

$$(20) \quad \underset{\theta}{\text{Min}} [\mathbf{m} - \mathbf{g}(\theta)]' \mathbf{A} [\mathbf{m} - \mathbf{g}(\theta)]$$

Em que \mathbf{A} é uma matriz de ponderação apropriada (mais sobre esta matriz adiante)²⁹. Ou seja, deve-se escolher os parâmetros de modo a tornar tão próxima quanto possível de zero a distância entre os segundos momentos observados e teóricos.

Como ilustração do procedimento, é interessante retomarmos o modelo canônico, que prevê a seguinte estrutura de covariância:

$$(2) \quad \begin{aligned} \text{Var}(y_{it}) &= \sigma_{\mu}^2 + \sigma_v^2 ; \\ \text{Cov}(y_{it}, y_{is}) &= \sigma_{\mu}^2 ; \end{aligned}$$

Neste caso, teremos os seguintes \mathbf{m} e $\mathbf{g}(\theta)$:

$$\mathbf{m} = \begin{pmatrix} \text{Var}(90) \\ \text{Cov}(90,91) \\ \text{Cov}(90,92) \\ \dots \\ \text{Var}(91) \\ \text{Cov}(91,92) \\ \dots \\ \text{Cov}(97,98) \\ \text{Var}(98) \end{pmatrix} ; \quad \mathbf{g}(\theta) = \begin{pmatrix} \sigma_{\mu}^2 + \sigma_v^2 \\ \sigma_{\mu}^2 \\ \sigma_{\mu}^2 \\ \dots \\ \sigma_{\mu}^2 + \sigma_v^2 \\ \sigma_{\mu}^2 \\ \dots \\ \sigma_{\mu}^2 \\ \sigma_{\mu}^2 + \sigma_v^2 \end{pmatrix}$$

Em que $\text{Var}(90)$, $\text{Cov}(90,91)$, ..., $\text{Var}(98)$ são os valores observados na amostra, e o vetor de parâmetros é composto por $\theta = (\sigma_{\mu}^2, \sigma_v^2)$.

Sob certas condições de regularidade (Chamberlain, 1984), valem as seguintes propriedades para o estimador por distância mínima:

²⁹ $\mathbf{A} \xrightarrow{a.s.} \Psi$ e Ψ é positiva definida (Chamberlain, 1984)

1. $\hat{\theta} \xrightarrow{a.s.} \theta^*$, ou seja, o estimador converge quase certamente para o valor verdadeiro θ^* ;
2. $\sqrt{N}(\hat{\theta} - \theta^*) \xrightarrow{D} N(0, \Lambda)$, em que:

$$(21) \quad \Lambda = (G'AG)^{-1}G'AVAG(G'AG)^{-1}$$

Onde G é a matriz jacobiana (de ordem $q \times p$) $\partial g(\theta)/\partial \theta$ avaliada no valor estimado para θ . Esta expressão mostra que a matriz de ponderação ótima (do ponto de vista da eficiência) é dada por $A = V^{-1}$, o inverso da matriz de variância dos elementos de covariância, posto que neste caso Λ se reduz a $(G'V^{-1}G)^{-1}$ apenas. Este procedimento leva ao estimador ótimo de distância mínima, que chamaremos de OMD (*optimum minimum distance*).

No entanto, apesar da propriedade de eficiência deste estimador, Altonji e Segal (1996) obtêm evidências por Monte Carlo de que o estimador por OMD é viesado em pequenas amostras. Estes autores sugerem a ponderação pela matriz identidade simplesmente, procedimento ao qual chamaremos de EWMD (*equally weighted minimum distance*) – que, de fato, é um procedimento de mínimos quadrados.

Além de fornecer estimativas para os parâmetros de interesse, o método de distância mínima também serve de base para um teste da estrutura geral do modelo. Para o OMD, pode-se utilizar a seguinte estatística de teste (Chamberlain, 1984; Abowd e Card, 1989):

$$(22) \quad N[m - g(\theta^0)]' V^{-1}[m - g(\theta^0)]$$

A forma quadrática minimizada e multiplicada por N (número de indivíduos em cada *cross-section* do painel balanceado) é assintoticamente distribuída como qui-quadrado com graus de liberdade iguais à dimensão de m menos o posto da matriz jacobiana $\partial g(\theta)/\partial \theta$ avaliada no valor verdadeiro de θ^0 . A hipótese nula de que a restrição $m = g(\theta)$ é correta equivale à afirmação de que a estrutura imposta pelo modelo é válida.

No caso geral, para uma forma quadrática ponderada por uma matriz A positiva definida, temos a seguinte expressão de teste (Newey 1985, Abowd e Card 1989, Dickens 2000):

³⁰ Como acabamos de ver, o estimador por distância mínima converge quase certamente para o valor verdadeiro do parâmetro.

$$(23) \quad N[\mathbf{m} - \mathbf{g}(\hat{\theta}^A)]' \mathbf{R}^{-1} [\mathbf{m} - \mathbf{g}(\hat{\theta}^A)]$$

Em que \mathbf{R}^{-1} é uma inversa generalizada de $\mathbf{R} = \mathbf{W}\mathbf{V}\mathbf{W}'$, $\mathbf{W} = \mathbf{I} - \mathbf{G}(\mathbf{G}'\mathbf{A}\mathbf{G})^{-1}\mathbf{G}'\mathbf{A}$, e \mathbf{G} é a matriz jacobiana (de ordem $q \times p$) $\partial \mathbf{g}(\theta)/\partial \theta$ avaliada em θ^A , o estimador obtido pelo método³¹. Esta estatística também segue distribuição assintótica qui-quadrado. É esta a estatística utilizada para EWMD, caso em que $\mathbf{A} = \mathbf{I}$.

Deve-se acrescentar que, além de servir como teste para a estrutura geral do modelo, tais estatísticas qui-quadrado também podem ser consideradas como medidas de grau de ajuste (*goodness of fit*), de modo que também têm utilidade na comparação entre modelos³².

Além destes testes para a estrutura geral do modelo, também é possível obter desvios-padrão para realizar testes *t* dos coeficientes individuais. Como vimos, $\hat{\theta}$ é \sqrt{N} -assintoticamente normalmente distribuído e Λ , dada por (23), é a variância assintótica de $\sqrt{N}(\hat{\theta} - \theta^*)$. Mesmo que $\Lambda/N = \text{Var}(\hat{\theta})$ seja válido apenas em casos especiais, e embora $\hat{\theta}$ raramente tenha distribuição normal exata, na prática trata-se $\hat{\theta}$ como se (Wooldridge, 2002):

$$(24) \quad \hat{\theta} \sim N(\theta, \Lambda/N)$$

Deste modo, podemos estimar a variância de $\hat{\theta}$ por meio da seguinte expressão:

$$(25) \quad \text{Avâr}(\hat{\theta}) = [(\mathbf{G}'\mathbf{A}\mathbf{G})^{-1}\mathbf{G}'\mathbf{A}\hat{\mathbf{V}}\mathbf{A}\mathbf{G}(\mathbf{G}'\mathbf{A}\mathbf{G})^{-1}]/N$$

Finda esta revisão de modelos econométricos e métodos estatísticos, podemos agora proceder ao próximo capítulo, que aplica estes modelos e métodos a dados para o estado de São Paulo.

³¹ Em um modelo não linear, o valor da forma quadrática depende da inversa generalizada selecionada para \mathbf{R} , posto que esta não é única.

³² Segundo Ramos (2003), a rejeição da hipótese nula é um resultado recorrente na literatura, de modo que a estatística deve ser usada antes como medida comparativa de grau de ajuste.

2. Modelos Estimados para o Brasil

1 – Os Dados

Este trabalho tem como fonte de dados a RAIS (Relação Anual de informações Sociais), que se baseia em questionário emitido pelo Ministério do Trabalho e Emprego cuja resposta é obrigatória a todos os estabelecimentos formais do país. Desta forma, a RAIS capta apenas o universo de trabalhadores do *setor formal* do mercado de trabalho.

A base geográfica de nossos dados é o estado de São Paulo, tanto capital como interior³³. Um problema desta base é que se perdem os indivíduos que emigram do estado³⁴. Isto significa que nossa análise está condicionada a indivíduos que permanecem no setor formal do mercado de trabalho no estado de São Paulo, o que pode refletir peculiaridades relativamente ao que se observaria para o Brasil como um todo.

Dispomos de dados para os anos de 1990 a 1998 – ou seja, quase toda a década de 90, à exceção do ano de 1999. Como critério de corte para seleção da amostra, preservamos apenas homens em idade de trabalho, i.e., que tenham concluído seus estudos e não estejam em idade de aposentadoria³⁵. O objetivo de excluir mulheres e homens fora desta faixa etária é evitar viés de seleção relacionado à decisão de participar do mercado do trabalho³⁶. Também foram excluídas as observações que apresentassem rendimentos nulos no período em consideração.

Os dados da RAIS estão desagregados por setores. Como este trabalho tem o intuito de obter um panorama global e não setorial da desigualdade, os diversos setores (indústria, agricultura, serviços) foram agregados em *cross sections* para cada ano. Com base nos critérios de corte supra citados, obtivemos para cada ano de 3,2 a 3,7 milhões de observações.

No entanto, há um problema com estes totais de observações por ano: na RAIS um mesmo número de PIS (que é o identificador do indivíduo) pode aparecer repetidas vezes *em um mesmo ano*. Como tratar deste problema? Primeiramente, cabe distinguir entre duas

³³ Esta delimitação da base de dados, como já dito, reflete antes a dificuldade de obtenção de dados da RAIS do que uma opção deliberada.

³⁴ Na montagem do painel balanceado são perdidos os indivíduos emigrantes, por mais que eles de fato pudessem continuar no mercado formal de trabalho em outros estados.

³⁵ Mais sobre o aspecto da idade abaixo.

³⁶ A literatura internacional em geral trabalha também somente com homens brancos, mas como nossa base não apresenta uma variável que permita distinguir raça/cor, esta distinção não pôde ser feita neste trabalho.

diferentes possibilidades de repetição: (i) repetições de um indivíduo dentro de uma mesma empresa; (ii) repetições de um indivíduo entre empresas diferentes. Ora, repetições dentro de uma mesma empresa devem ser consideradas como erro, e deste modo foram excluídas (ou seja, preservamos apenas uma observação por indivíduo dentro de cada empresa).

No entanto, ainda é possível que um mesmo indivíduo apareça em empresas diferentes dentro de uma mesma *cross-section*, o que de fato ocorre. Dados os objetivos deste estudo, não seria correto tratar estas repetições como se fossem indivíduos diferentes, pois esta opção terminaria por subestimar a desigualdade, em alguma medida. Uma opção seria somar os salários de um indivíduo entre suas diferentes repetições; no entanto, não é possível determinar *a priori* se tais repetições se devem a diferentes empregos de um mesmo indivíduo, ou se se tratam de erro na base de dados, pura e simplesmente³⁷. Em vista disto, procurou-se estimar a magnitude do problema sobre o total de observações, e a constatação foi de que tais repetições em cada anos representam sempre algo em torno de 2,5 a 4 por cento do total de observações. Assim, dada a magnitude relativamente reduzida do problema, optou-se por excluir inteiramente³⁸ os PIS que apresentam repetições, com vistas a eliminar esta fonte de ruído.

Quanto à idade, cabe observar que a RAIS não declara a idade exata dos indivíduos³⁹, mas apresenta as seguintes categorias de idade: 10-14; 15-17; 18-24; 25-29; 30-39; 40-49; 50-64; 65 ou mais; e Ignorado. Nossa amostra considera apenas a faixa de 25 a 64 anos, que corresponde, *grosso modo*, ao conceito de *prime age male workers* considerado na literatura. No que se refere à variável educação, as categorias da RAIS são as seguintes: analfabeto; 4ª série incompleta; 4ª série completa; 8ª incompleta; 8ª completa; 2º grau incompleto; 2º grau completo; superior incompleto; superior completo; ignorado. Observações com educação ignorada foram excluídas da amostra, visto que posteriormente a variável educação será usada em regressão.

Com base na aplicação destes critérios⁴⁰, montamos um painel balanceado – ou seja, preservamos apenas os indivíduos que aparecem em *todos* os anos da base. Este procedimento resultou no total de 342.450 observações individuais por ano/*cross section*⁴¹.

³⁷ Opção que parece bastante provável, posto que alguns indivíduos/PIS aparecem repetidos dezenas de vezes.

³⁸ Note-se que neste caso não preservamos *nem mesmo uma* das observações dentre as repetidas, como foi feito no caso das repetições dentro de uma mesma empresa.

³⁹ O que de fato restringe a possibilidade de alguns tipos de exercício, como variar *t* com idade fixa, ou variar a idade com *t* fixo, pois a idade e *t* não variam em intervalos iguais. Esta restrição, contudo, não é crítica.

⁴⁰ Além da exclusão dos números de PIS inferiores a 10000000, por serem inválidos.

⁴¹ Uma última observação digna de nota diz respeito a um problema com os dados de nossa base para o ano de 1998: no setor de serviços, há dados apenas para mulheres, e não para homens. Isto quer dizer que, no painel

No Apêndice 1 mostramos uma descrição de algumas características de nossa amostra final: log do salário real médio, máximo e mínimo ano a ano, e distribuição de características de educação e proporções de faixas etárias na amostra ano a ano.

A variável salário

No que se refere a nossa variável de análise, deve-se notar que a RAIS dispõe de duas variáveis de salário: salário médio do ano e salário de dezembro, ambas medidas em múltiplos do salário mínimo da época. Optamos por utilizar o salário de dezembro, e não o médio do ano, tanto por uma questão de ser menos sujeito a erro de medida, como pelo fato de o salário médio ser deprimido por meses em que o indivíduo porventura não tenha trabalhado no ano. Assim, o que chamamos de salário de 1990 trata-se na realidade do salário de dezembro de 1990 e não dos rendimentos totais anuais.

Ademais, deve-se ressaltar que nossa variável salário constitui uma medida dos rendimentos mensais totais, e não da taxa de salário por hora. Visto que, na prática, os rendimentos totais podem variar tanto por horas trabalhadas como por alterações na taxa salarial, deve-se ter em mente, quando da interpretação de nossos resultados, que nossa medida de salários sofre implicitamente impactos destas duas fontes de variação que afetam a desigualdade. Também cabe observar que nossa medida de renda diz respeito à renda do trabalho apenas, e não de outras fontes. Além disso, nossa amostra abrange exclusivamente o setor formal (CLT) do mercado de trabalho. Por fim, como já dito, consideramos apenas trabalhadores com rendimentos não nulos, de modo que nossa análise de desigualdade está também condicionada ao fato de o indivíduo em questão estar ocupado e com rendimento positivo.

Posto isto, o salário real foi calculado pela multiplicação da variável “salário em dezembro” da RAIS, que está expressa em múltiplos do salário mínimo, pela série de salário mínimo real abaixo, extraída do site www.ipeadata.gov.br (a série está medida em R\$ de junho de 2004, deflacionada pelo INPC do IBGE):

balanceado, foram cortados todos os homens que estavam no setor de serviços entre 1990 e 1997 mas não estavam em 1998, simplesmente porque não há dados para 98.

1990	142.88
1991	177.13
1992	117.54
1993	163.1
1994	162.59
1995	190.41
1996	195.45
1997	200.7
1998	212.14

Fonte: IPEA data. Valores em dezembro de cada ano.

Após multiplicar o salário (medido em múltiplos do mínimo) em dezembro da RAIS pelos valores correspondentes da série de salário mínimo real do IPEA, aplicamos o logaritmo natural para obter o \ln do salário real. Nossa variável final de análise, porém, é o desvio individual da média anual⁴². Ou, analogamente ao que fizeram Baker e Solon (1999):

$$(26) \quad Y_{it} = \alpha_t + y_{it}$$

$$y_{it} = \mu_i + v_{it}$$

Sendo Y_{it} o \ln do salário real do indivíduo i no instante t e α_t a média em t do \ln do salário real, temos que y_{it} representa justamente o desvio individual em relação ao salário médio em t , ou ainda, uma variável de rendimentos relativos. É esta a variável utilizada em nosso trabalho empírico, que doravante chamaremos de “salário”, simplesmente. Esta variável ainda tem a vantagem de simplificar os cálculos de variâncias e covariâncias, posto que tem média zero por construção.

Segundo Baker e Solon (1999), este procedimento de “tirar a média” (*de-meaning*) controla por ano, idade e efeitos de coorte sobre os rendimentos médios de maneira menos restrita que as regressões tipicamente utilizadas na literatura, que assumem que os padrões de idade e coorte em qualquer ano podem ser bem aproximados por um polinômio de ordem reduzida na idade ou experiência⁴³.

⁴² Mais adiante trabalharemos, também, com a decomposição da variância sobre *resíduos* de uma regressão de salários.

⁴³ Neste sentido, os salários relativos podem ser considerados “resíduos” em relação à média não condicional, ao invés de em relação à média condicional, como ocorre em regressão.

Contudo, além de trabalhar com esta variável salário, trabalharemos também com resíduos de uma regressão de salários⁴⁴. Posto que o resíduo representa o salário controlado por heterogeneidade observável, é interessante comparar a decomposição de variâncias feita para o salário diretamente com a decomposição feita para resíduos. Presumivelmente, a decomposição para resíduos deve apresentar menor magnitude relativa para o componente permanente, e a diferença pode justamente ser interpretada como a contribuição da heterogeneidade observável para a desigualdade.

Analiticamente, isto pode ser visualizado por meio da seguinte relação: seja y_i um vetor com os t salários do indivíduo i , e seja \bar{y} um vetor com os salários médios (entre indivíduos) para cada t . Para um modelo de regressão $y_i = X_i\beta + e_i$, temos que sua média é $\bar{y} = \bar{X}\beta$, pois o resíduo da regressão tem média zero por construção. Assim, o desvio da média pode ser expresso como:

$$(27) \quad (y_i - \bar{y}) = (X_i - \bar{X})\beta + e_i$$

Esta expressão deixa claro que a diferença entre a variância dos “salários relativos”, $\text{Var}(y_i - \bar{y})$, e a variância dos resíduos de salários, $\text{Var}(e_i)$, se deverá às explicativas incluídas em X . Ou seja, diferenças na decomposição da variância para cada variável (salários e resíduos) se deverá à heterogeneidade observável dada pelos controles da regressão, posto que o resíduo representa o salário “líquido” desta heterogeneidade.

Vejamos, então, os resultados da estimação de modelos econométricos para a variância de salários e de resíduos.

⁴⁴ Como sabemos os resíduos são, por sua vez, desvios em relação à média condicional.

II – Resultados

Como já ressaltado, modelos de componentes da variância podem ser aplicados tanto ao salário diretamente como a resíduos de uma regressão de salários. Este trabalho tem como objetivo realizar a decomposição sobre ambos os tipos de variável, com o intuito de depois comparar a decomposição da variância realizada em cada caso.

Posto isto, apresentamos primeiramente os resultados para a nossa variável salário, definida segundo a equação (26) supra. Resultados para resíduos são apresentados na seqüência (os resíduos utilizados vêm de regressões por OLS em cada *cross section* separadamente, com *dummies* de educação e de idade como explicativas)⁴⁵.

1. Modelos para salários

A matriz de variâncias e autocovariâncias empíricas

Tomando-se o painel balanceado com todas as faixas etárias de 25 a 64 anos, pode-se obter a seguinte matriz empírica de variância-covariância dos “salários relativos”⁴⁶:

Tabela 2. Matriz de Variância-Autocovariância dos Salários

	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998
1990	0.62								
1991	0.548	0.673							
1992	0.541	0.599	0.69						
1993	0.532	0.586	0.619	0.693					
1994	0.522	0.567	0.593	0.609	0.679				
1995	0.499	0.538	0.563	0.57	0.585	0.641			
1996	0.497	0.533	0.559	0.572	0.575	0.581	0.657		
1997	0.499	0.537	0.562	0.576	0.572	0.574	0.607	0.677	
1998	0.486	0.519	0.543	0.553	0.554	0.556	0.576	0.6	0.658

Fonte: *Elaboração própria*

Percebe-se que a variância, nossa medida de desigualdade, exibe um comportamento oscilante no período em consideração (vide gráfico abaixo), bastante distinto do aumento

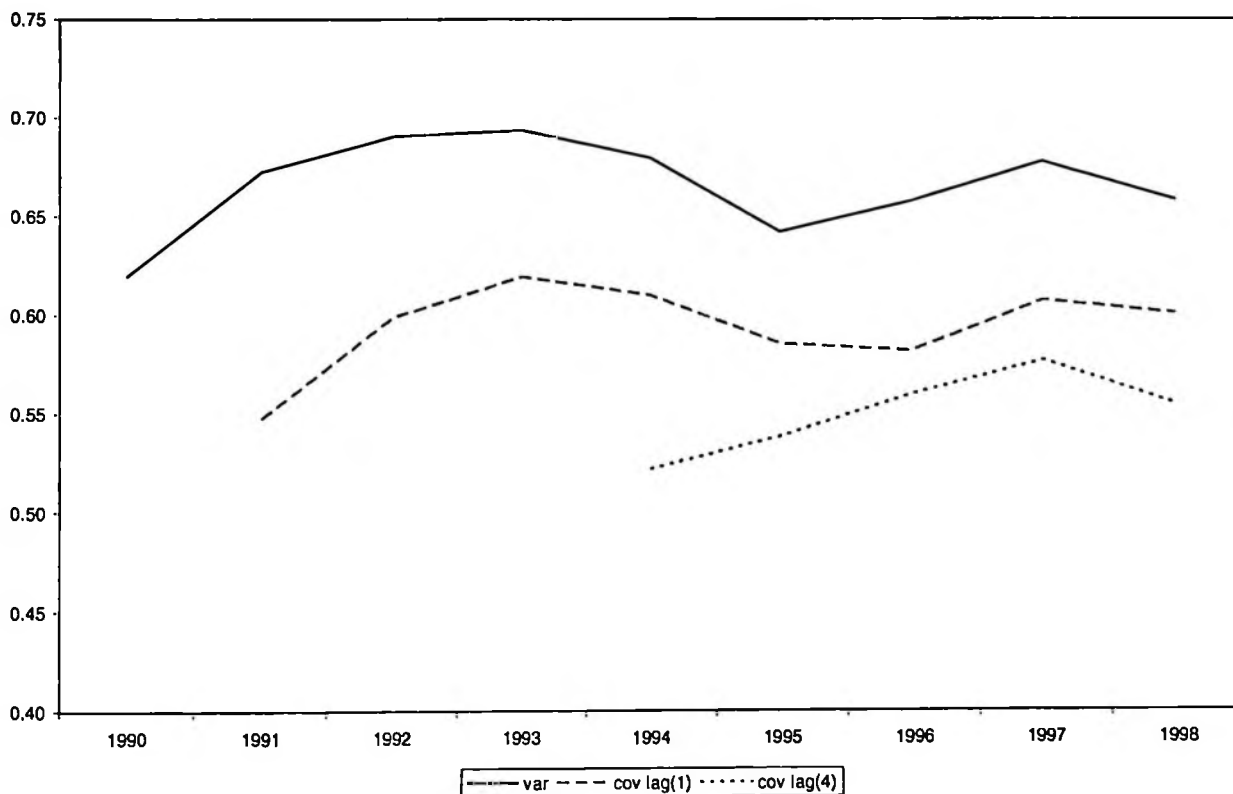
⁴⁵ O Apêndice 1 apresenta a distribuição das características de educação e idade na amostra, ano a ano.

⁴⁶ Variâncias e covariâncias são calculadas da maneira habitual, como médias entre indivíduos dos produtos cruzados $(y_{it} - \bar{y}_t)(y_{is} - \bar{y}_s)$. Note-se, contudo, que nossas variáveis (tanto “salários relativos” como resíduos de regressão) têm média zero por construção.

sustentado observado em países como a Inglaterra e os Estados Unidos⁴⁷. Em todo o caso, tal comportamento da desigualdade é compatível com o em geral se observa na literatura brasileira: a desigualdade apresenta alguma oscilação ao longo dos anos 90, porém sem mudar muito de patamar ao longo do período⁴⁸.

No que se refere às covariâncias, que captam um padrão de dependência (linear) dinâmica dos salários, percebe-se que exibem um padrão freqüentemente encontrado na literatura: caem mais rapidamente nas primeiras defasagens, depois sua queda é mais lenta. Este padrão poderia sugerir um esquema ARMA para o componente transitório (MA para explicar a queda rápida inicial e AR para explicar a “cauda” longa), mais um componente individual fixo no tempo (para explicar a assíntota, pois entre períodos suficientemente distantes restaria apenas o componente individual). Pode-se, adicionalmente, analisar as covariâncias não com relação a aumentos na defasagem, mas, para defasagens fixas, considerar sua evolução no tempo. Neste caso, como se vê abaixo, as covariâncias exibem a mesma ausência de tendência averiguada para as variâncias:

Gráfico 1. Variâncias e Autocovariâncias empíricas – Salários



⁴⁷ De fato, tal comportamento presumivelmente descartaria, *a priori*, a possibilidade de um modelo com componentes não estacionários, tais como passeio aleatório ou crescimento aleatório. Não obstante, como será visto, o modelo que melhor se ajusta aos dados contém componente não estacionário.

⁴⁸ Portela de Souza (2002), Hoffmann (2002), Paes de Barros *et al* (2001).

Fonte: elaboração própria

Dado este padrão observado de variâncias/covariâncias, o objetivo é formular um modelo que apresente um bom grau de ajuste a esta estrutura de covariância. A partir do modelo estimado será também possível decompor a variância teórica em seus componentes permanente e transitório, de modo a apreciar sua participação relativa ao longo do tempo.

Estimativas de modelos de componentes da variância

Como primeiro passo, estimamos o modelo canônico, que apresenta variâncias e covariâncias constantes no tempo. Suas vantagens de simplicidade e parcimônia acarretam, por outro lado, a imposição de uma estrutura demasiadamente restrita sobre o dados. Não obstante, estimamos o modelo como exercício preliminar. Por conveniência, reproduzimos sua estrutura de covariância abaixo:

$$(2) \quad \begin{aligned} \text{Var}(y_{it}) &= \sigma_{\mu}^2 + \sigma_{\nu}^2 \\ \text{Cov}(y_{it}, y_{is}) &= \sigma_{\mu}^2 \end{aligned}$$

As estimativas do modelo canônico por EWMD⁴⁹ podem ser vistas na primeira coluna da Tabela 3 abaixo:

⁴⁹ Valores computados pelo OxGauss. Também estimamos o modelo por OMD, que de fato evidenciou o viés alertado por Altonji e Segal (1996). Por esta razão, seguimos a praxe da literatura de estimar os modelos por EWMD apenas.

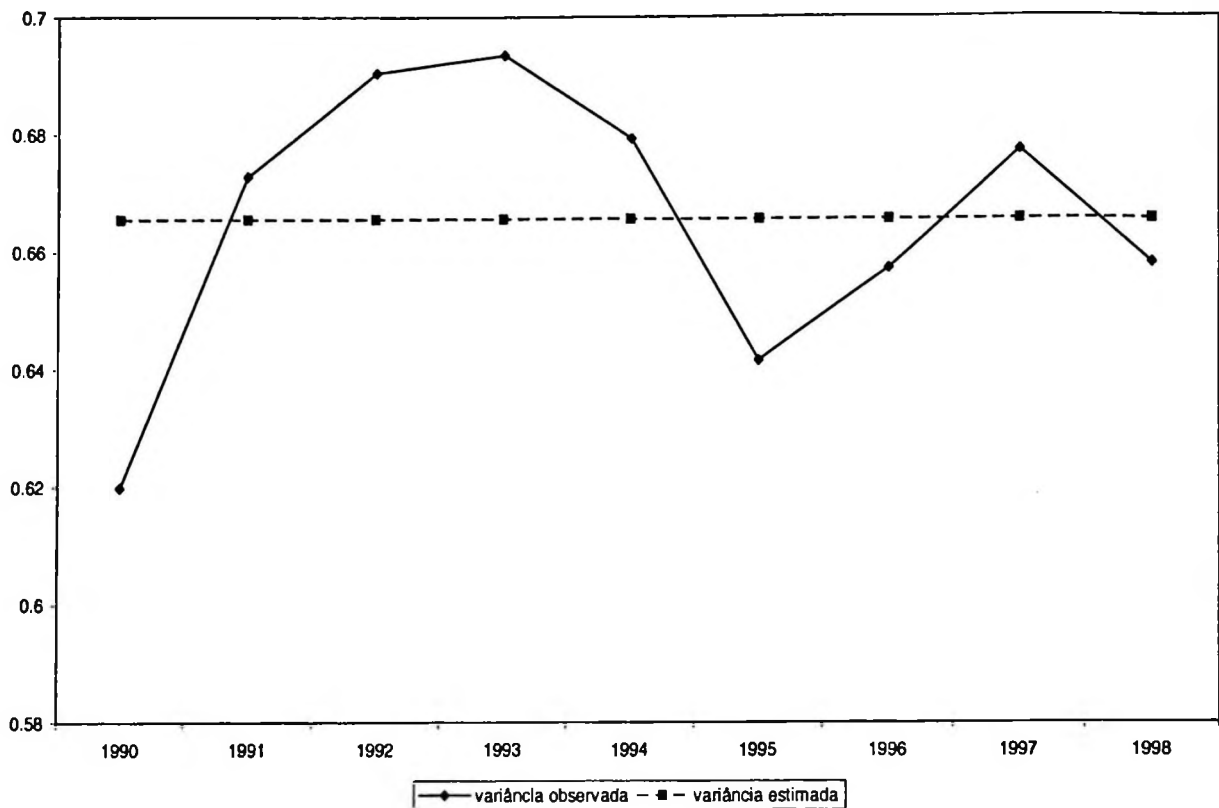
Tabela 3. Estimativas de modelos para variância do Salário

	1	2	3	4
Var (μ)	0.5584 (0.0012)	0.5182 (0.0012)	0.5153 (0.0013)	0.4833 (0.00007)
Var (ω)	-	-	0.0039 (0.0002)	-
Var (β)	-	-	-	0.0011 (0.0002)
Cov (μ, β)	-	-	-	-0.0042 (0.00004)
Var (v)	0.1071 (0.0003)	-	-	-
Var (ξ)	-	0.0875 (0.0003)	0.0859 (0.0003)	0.0945 (0.00008)
Var (v_{-1})	-	-	-	0.7827 (0.0001)
ρ	-	0.6209 (0.002)	0.5677 (0.0027)	0.2299 (0.0001)
λ_1	-	-	-	1.0882 (0.0001)
λ_2	-	-	-	1.1242 (0.00004)
λ_3	-	-	-	1.1318 (0.0002)
λ_4	-	-	-	1.1162 (0.00003)
λ_5	-	-	-	1.0791 (0.0002)
λ_6	-	-	-	1.0869 (0.00003)
λ_7	-	-	-	1.0959 (0.00015)
λ_8	-	-	-	1.0662 (0.00002)
f.obj.	0.0434	0.0207	0.0182	0.0007
qui-estat	76877.0	47076.0	32969.0	7453.1

Fonte: elaboração própria. Notas: Todas as estimativas foram computadas por EWMD no OxGauss. Desvios padrão entre parênteses. Modelos: 1 - canônico; 2 - AR(1); 3 - RW+AR(1); 4 - fl*RG+AR(1). Os modelos 2 e 3 tem como condição inicial $v_{i0} = \xi_{i0} / (1 - \rho^2)^{1/2}$; o modelo 4 tem como condição inicial $Var(v_{i-1}) = \sigma_{-1}^2$.

Ambos os parâmetros são estatisticamente significantes. O gráfico abaixo mostra que a variância estimada a partir do modelo canônico passa “pelo centro” das variâncias observadas:

Gráfico 2. Variância Estimada: Modelo Canônico



Fonte: elaboração própria

Ou seja, apesar de bastante rígido, um “chute” inicial a partir deste modelo não seria de todo desprovido de sentido. Neste tocante, a decomposição de variância obtida a partir do modelo (que é fixa ao longo do tempo) indica uma participação bastante mais elevada da variância permanente: 84% da variância prevista, contra 16% para o componente transitório. É um indicativo, a ser confirmado, de que a desigualdade permanente responde pela maior parcela da desigualdade total, e de que a desigualdade devida a choques puros não seria tão importante assim⁵⁰. Sua estatística qui-quadrado, contudo, indica a rejeição da estrutura do modelo, de modo que se deve partir para a estimação de modelos mais gerais⁵¹.

Uma extensão simples ao modelo canônico consiste em formular um modelo com componente permanente fixo e componente transitório AR(1), ao invés de ruído branco, como o fazem Lillard e Willis (1978):

⁵⁰ Como veremos, este indicativo, de fato, será confirmado pelos demais modelos. Deve-se, contudo, ter em mente que nossa análise restringe-se ao *mercado formal* de trabalho apenas.

⁵¹ Como nota Ramos (2003), a rejeição de modelos é um resultado recorrente na literatura. De fato, todos os nossos modelos serão rejeitados. Desta forma, a estatística qui desempenha antes um papel *comparativo* de medida de grau de ajuste.

$$(3) \quad \begin{aligned} y_{it} &= \mu_i + v_{it} \\ v_{it} &= \rho v_{it-1} + \xi_{it} \end{aligned}$$

Sob a seguinte condição inicial: $v_{i0} = \xi_{i0} / (1 - \rho^2)^{1/2}$, é possível derivar a estrutura de covariância abaixo⁵²:

$$(28) \quad \begin{aligned} \text{Var}(y_{it}) &= \sigma_{\mu}^2 + \sigma_{\xi}^2 / (1 - \rho^2) \\ \text{Cov}(y_{it}, y_{is}) &= \sigma_{\mu}^2 + \rho^{s-t} \sigma_{\xi}^2 / (1 - \rho^2); \quad s > t \end{aligned}$$

Note-se que esta simples extensão já introduz considerável não-linearidade nos parâmetros. Neste modelo, ρ representa o parâmetro auto-regressivo, e ξ o choque (ruído branco) do processo AR. A variância novamente tem um componente permanente e outro transitório, que agora depende do parâmetro auto-regressivo; mas a principal diferença está nas covariâncias, que agora dependem também do componente transitório – o que capta a idéia de persistência dos choques por mais de um período formulada no processo AR. Se o processo AR(1) for estacionário, o que neste caso equivale a $|\rho| < 1$, note-se também que o impacto do choque ξ será decrescente na ordem da defasagem, com convergência para zero.

As estimativas para este modelo podem ser vistas na coluna 2 da Tabela 3 supra. Através das mesmas e da equação (28) podemos calcular os componentes da variância, e a conclusão em termos de decomposição para este modelo é semelhante à do canônico: 78,5% de variância permanente, e 21,5% de variância transitória, sobre a variância estimada total. O componente permanente continua sendo de magnitude relativa bastante mais elevada, no entanto ligeiramente menor do que o observado para o modelo canônico.

Como exercício complementar, reestimamos o modelo AR(1) sob condições iniciais alternativas: ao invés de utilizar as condições (de “*steady state*”) propostas por Lillard & Willis (1978), utilizamos aquela proposta por Baker (1997), que, de fato, é utilizada pela maior parte da literatura mais recente. Esta condição consiste basicamente em estimar um parâmetro adicional referente a uma variância $\text{Var}(v_{i,-1}) = \sigma_{-1}^2$ que reflete o acúmulo do componente transitório até o ano anterior ao início do painel ($t = -1$), conforme discutimos no primeiro capítulo deste trabalho. No entanto, apesar de esta abordagem para as condições iniciais ser

⁵² A derivação desta e das demais estruturas de covariância utilizadas é mostrada no Apêndice 2 deste trabalho.

mais flexível que a abordagem de “*steady state*”, obtivemos problemas com seu uso na estimação de diversos modelos⁵³.

Experimentamos ainda, adicionalmente, diversas especificações com passeio aleatório ou crescimento aleatório para o componente permanente e ARMA(1,1) para o componente transitório. Dentre os modelos sem *factor loadings*, o que apresentou melhores resultados foi uma combinação de passeio aleatório para o componente permanente com AR(1) para o componente transitório. A equação do modelo é a seguinte:

$$(29) \quad \begin{aligned} y_{it} &= \mu_{it} + v_{it} \\ \mu_{it} &= \mu_{it-1} + \omega_{it} \\ v_{it} &= \rho v_{it-1} + \xi_{it} \end{aligned}$$

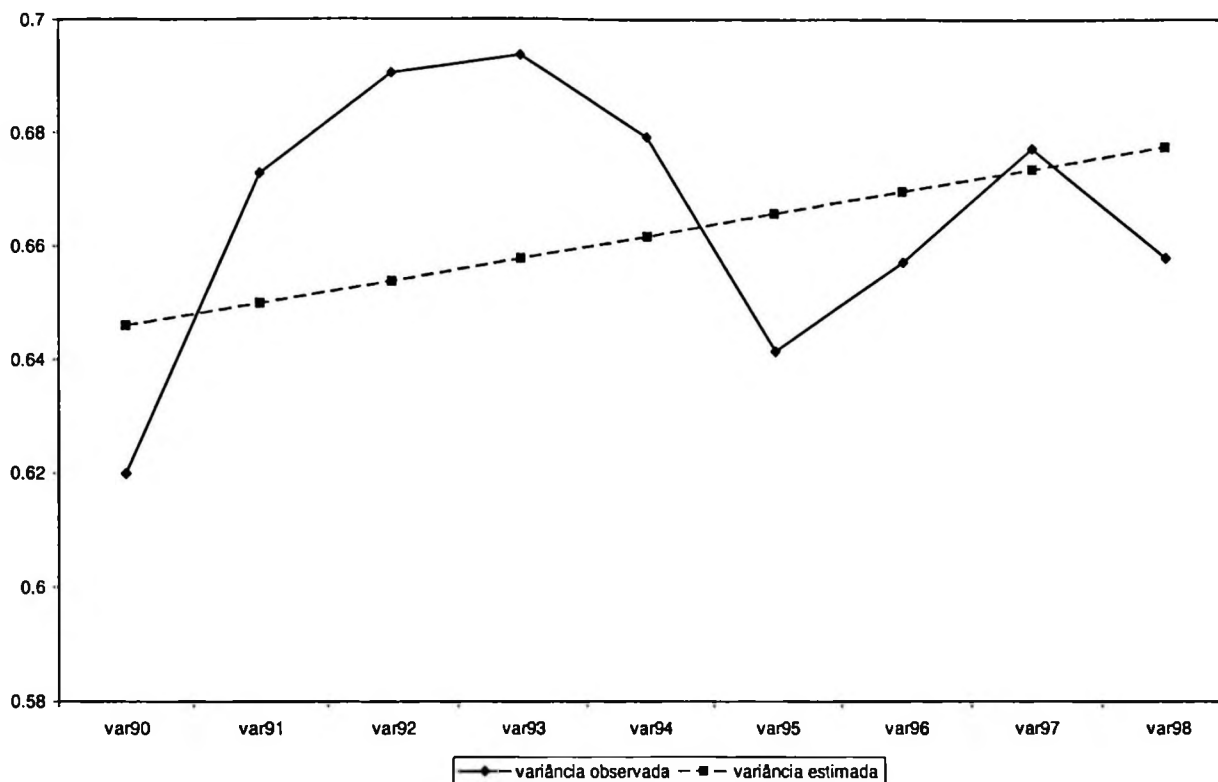
Como condições iniciais, definimos $Var(\mu_{i-1}) = \sigma_{\mu}^2$ como a variância “base” do passeio aleatório, e para o AR(1) continuamos com a condição $v_{i0} = \xi_{i0} / (1 - \rho^2)^{1/2}$. Sob estas hipóteses, é possível derivar a seguinte estrutura de covariância:

$$(30) \quad \begin{aligned} Var(y_{it}) &= \sigma_{\mu}^2 + (t+1)\sigma_{\omega}^2 + \sigma_{\xi}^2 / (1 - \rho^2) \\ Cov(y_{it}, y_{is}) &= (\sigma_{\mu}^2 + (t+1)\sigma_{\omega}^2) + \rho^{s-t} \sigma_{\xi}^2 / (1 - \rho^2); \quad s > t \end{aligned}$$

As estimativas para este modelo podem ser vistas na coluna 3 da mesma tabela. Como se vê, todos os parâmetros são significativos, e há uma significativa melhoria na estatística qui-quadrado relativamente aos dois modelos anteriores (que, de fato, podem ser aninhados neste).

⁵³ Em particular, em alguns modelos não houve convergência ou apenas convergência fraca no programa de distância mínima. Outras vezes o programa de otimização retornou estimativas negativas para alguma variância, o que evidentemente não é razoável do ponto de vista estatístico, embora matematicamente não haja nada que impeça uma variável de assumir valor negativo em um problema de otimização – a menos, naturalmente, que se imponha alguma restrição de não negatividade. Ramos (2003) relata a ocorrência de problemas similares. Caso impuséssemos restrições de não negatividade, variâncias negativas seriam estimadas com valor nulo (a restrição seria *binding*) e o modelo teria que ser descartado do mesmo jeito.

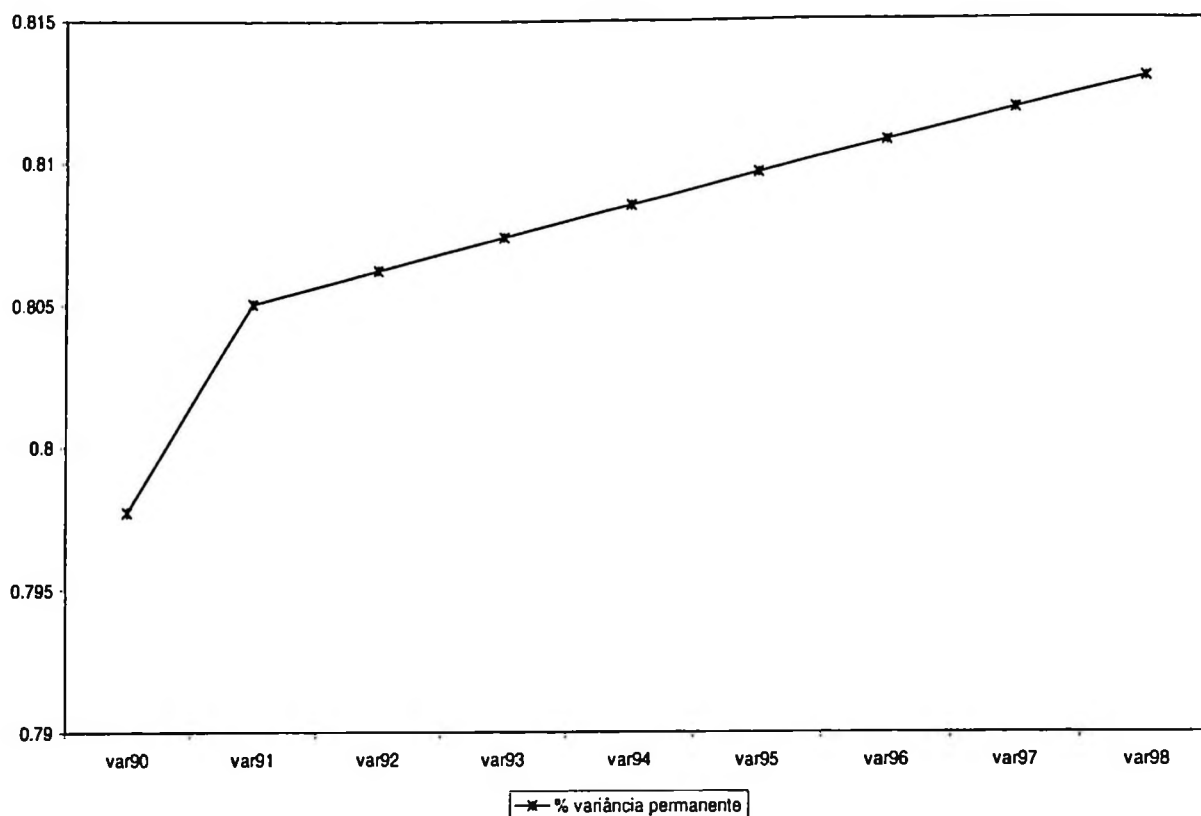
Gráfico 3 Variância Estimada: Passeio Aleatório + AR(1)



Fonte: elaboração própria

Como se vê, diferentemente dos modelos canônico e AR(1), o modelo com passeio aleatório permite variabilidade temporal para a variância e para seus componentes permanente e transitório. Deve-se, contudo, interpretar com cautela a tendência crescente exibida pela variância estimada, posto que é uma característica decorrente por construção do modelo, como é fácil perceber pela equação (30) supra: a variância cresce linearmente no tempo. A decomposição da variância em seus componentes permanente e transitório resultante deste modelo é a seguinte:

Gráfico 4. Decomposição da Variância: Passeio Aleatório + AR(1)



Fonte: elaboração própria

Posto que as escalas das proporções permanente e transitória são muito diferentes, o gráfico acima mostra apenas a proporção permanente, de modo a que se possa visualizar melhor sua tendência temporal. A proporção da variância total devida ao componente transitório é, naturalmente, o complementar da proporção devida ao componente permanente. O resultado da decomposição corrobora o resultado obtido pelos modelos anteriores segundo o qual o componente permanente explica a maior parte da desigualdade (algo em torno de 80%). Novamente, contudo, deve-se ter cuidado ao interpretar a tendência crescente da variância permanente, que decorre da própria formulação do modelo.

Os três modelos anteriores foram apresentados, basicamente, com o duplo intuito de (i) realizar um exercício preliminar, e (ii) comparar com as estimativas obtidas para resíduos de salários utilizando-se *os mesmos* modelos⁵⁴. Nosso modelo preferido para a variância dos

⁵⁴ A comparabilidade da decomposição para salários e resíduos deve, idealmente, basear-se no uso de modelos idênticos. Desta forma, a única fonte de diferenciação entre as decomposições alternativas se deverá às explicativas da regressão utilizada para a obtenção dos resíduos. Os modelos 1 a 3 apresentaram estimativas satisfatórias utilizando-se *ambas* as variáveis (salários e resíduos). Como já relatado, alguns modelos retornaram estimativas adequadas para uma variável, porém não convergiram ou estimaram variâncias negativas quando se utilizava a outra variável, o que impedia a comparação da decomposição para as diferentes variáveis.

salários, no entanto, incorpora uma especificação algo mais complexa: crescimento aleatório com *factor loadings* para o componente permanente⁵⁵ e AR(1) com condição inicial $Var(v_{i-1}) = \sigma_{-1}^2$ para o componente transitório. Sua equação é reproduzida abaixo:

$$(31) \quad \begin{aligned} y_{it} &= \lambda_i [\mu_i + \beta_i t] + v_{it} \\ v_{it} &= \rho v_{it-1} + \xi_{it} \end{aligned}$$

A estrutura de covariância implicada é a seguinte⁵⁶:

$$(32) \quad \begin{aligned} Var(y_{it}) &= \lambda_i^2 (\sigma_{\mu}^2 + t^2 \sigma_{\beta}^2 + 2t \sigma_{\mu\beta}) + \rho^{2(t+1)} \sigma_{-1}^2 + \sum_{i=0}^t \rho^{2i} \sigma_{\xi}^2 \\ Cov(y_{it}, y_{it+s}) &= \lambda_i \lambda_{i+s} (\sigma_{\mu}^2 + t \sigma_{\mu\beta} + (t+s) \sigma_{\mu\beta} + t(t+s) \sigma_{\beta}^2) + \rho^s (\rho^{2(t+1)} \sigma_{-1}^2 + \sum_{i=0}^t \rho^{2i} \sigma_{\xi}^2) \end{aligned}$$

O resultado das estimativas para este modelo podem ser vistos na coluna 4 da Tabela 3. Todos os parâmetros são significativos e a estatística qui-quadrado apresenta o menor valor dentre todos os modelo estimados – razão pela qual é nosso modelo preferido⁵⁷.

É interessante notar que a covariância entre os interceptos e declividades individuais é negativa, o que indica um *trade-off* entre rendimentos permanentes iniciais e sua posterior taxa de crescimento – algo que é, de fato, bastante contra-intuitivo frente ao que se imaginaria para o Brasil. No entanto, seu valor absoluto é bastante reduzido, ainda que seja estatisticamente significante. Também vale notar que os *factor loadings* (o preço latente ou prêmio do componente permanente) apresentam elevação considerável relativamente ao valor inicial (normalizado para 1 em 1990). Mesmo que em 1998 tornem a cair relativamente a um salto inicial, seu valor no final do período permanece superior ao valor inicial de 1.

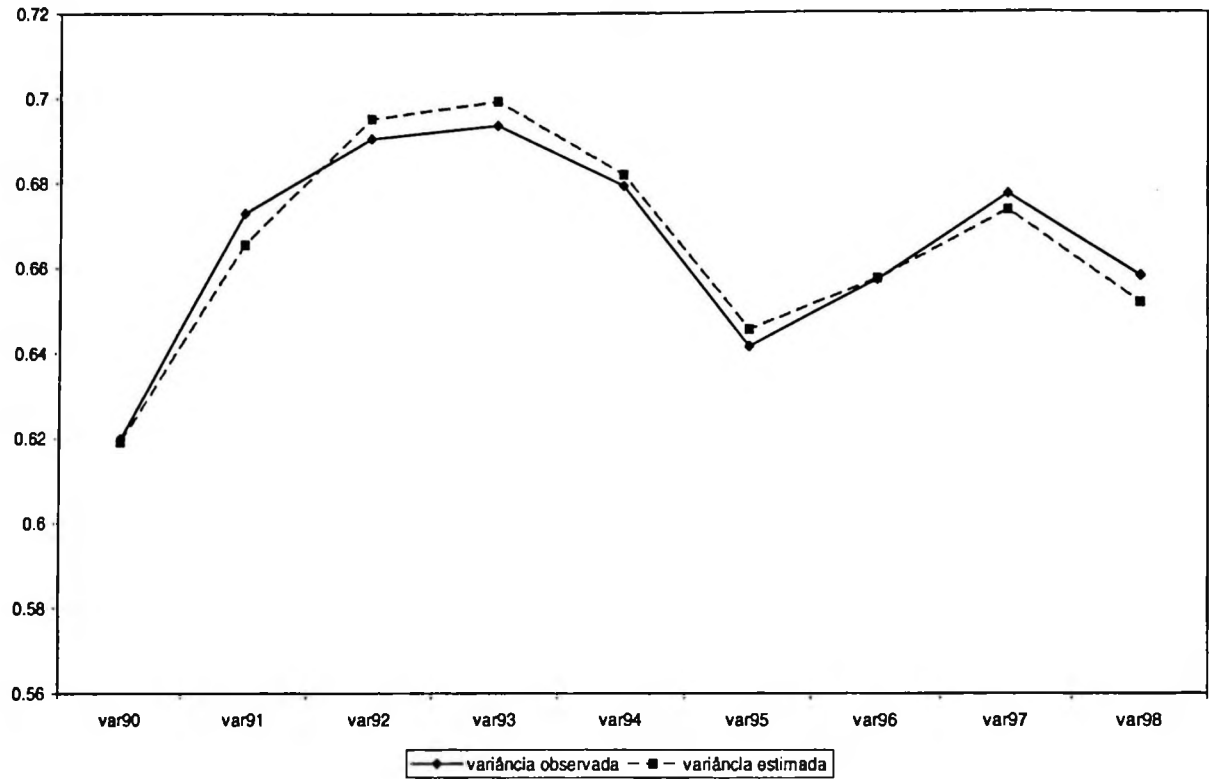
O gráfico abaixo mostra que o ajuste obtido por este modelo (com parâmetros variantes no tempo) é bastante satisfatório:

⁵⁵ Também estimamos o modelo com *factor loadings* para o componente transitório, mas como estes foram estimados com o valor zero, os retiramos do modelo.

⁵⁶ A derivação da estrutura de covariância para um modelo mais geral, com ARMA em vez de AR, é mostrada no Apêndice 2 deste trabalho.

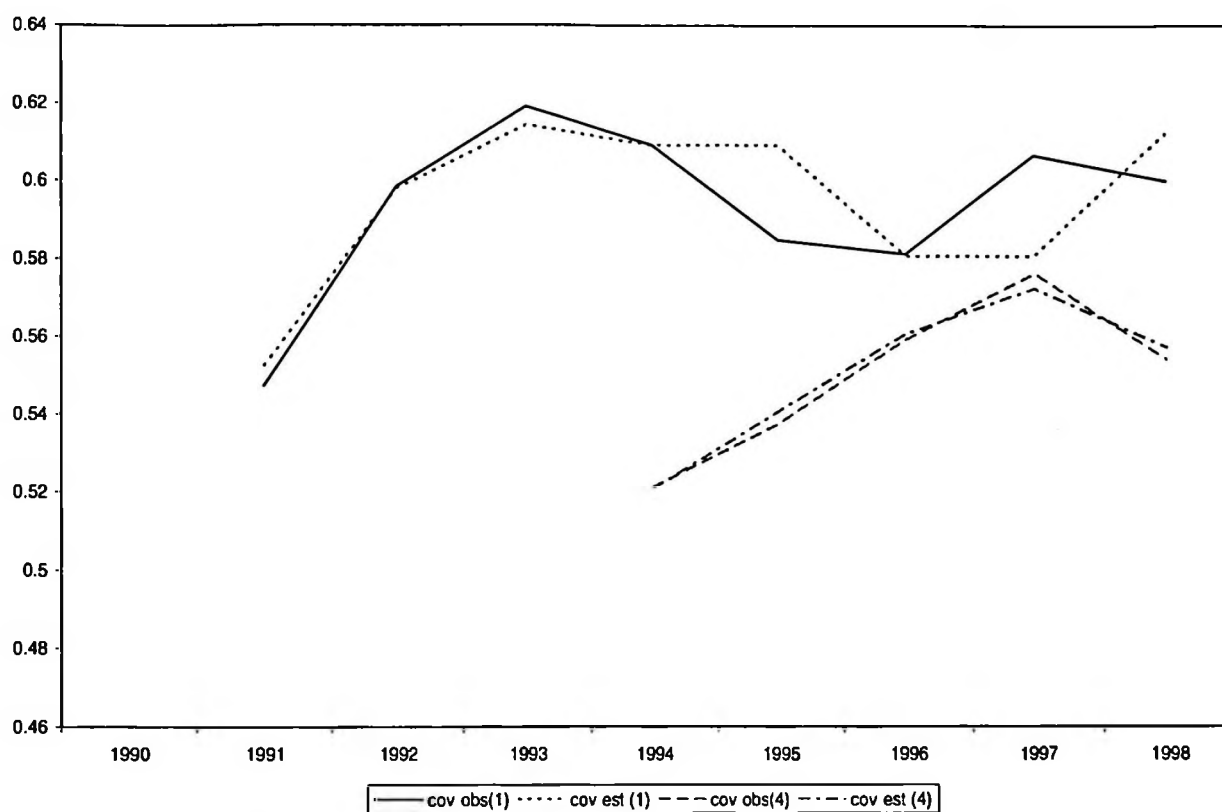
⁵⁷ Note-se, contudo, que os três modelos anteriores *não estão* aninhados neste. Observe-se, ademais, que a função objetivo do problema de otimização pode ser entendida como uma medida alternativa de grau de ajuste (pois se trata de uma soma dos quadrados dos resíduos), e neste caso nosso modelo preferido é aquele cuja função objetivo de fato mais se aproxima de zero (menor distância entre as variâncias observadas e as implicadas pelo modelo).

Gráfico 5. Variância Estimada: Crescimento Aleatório com *factor loadings* + AR(1)



Fonte: elaboração própria

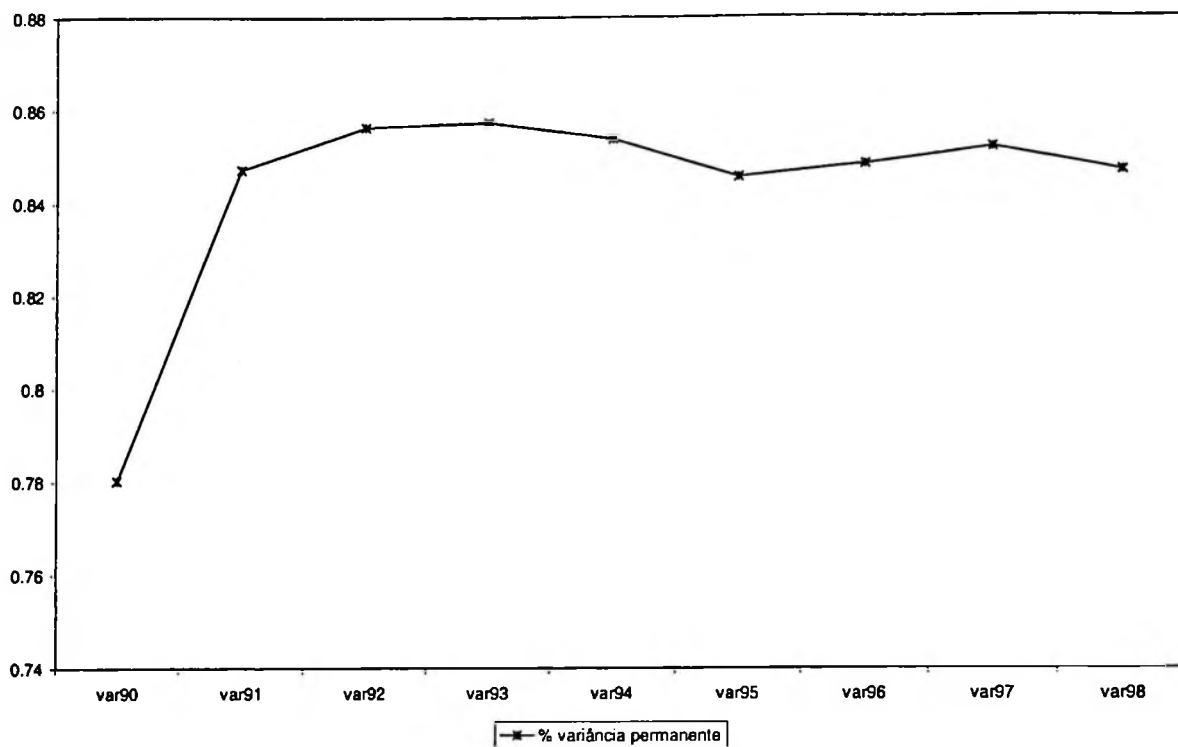
Em termos de covariâncias (com ordens fixas de defasagens), o ajuste também se afigura adequado:

Gráfico 6. Covariâncias Estimada: Crescimento Aleatório com *factor loadings* + AR(1)

Fonte: elaboração própria

Dado que o objetivo desta dissertação é encontrar um modelo que mimetize bem o padrão observado para as variâncias (e covariâncias) para a partir do mesmo calcular a composição da variância estimada em termos de seus componentes permanente e transitório, nosso modelo preferido resulta na seguinte decomposição:

Gráfico 7. Decomposição da Variância: Crescimento Aleatório com *factor loadings* + AR(1)



Fonte: elaboração própria

Novamente mostramos apenas a porcentagem da variância estimada devida ao componente permanente, por uma questão de escala. O salto inicial, de fato, decorre da construção do modelo: em $t = 0$ o termo $\beta_i * t$ (eq. 31) desaparece, o que resulta em participação maior da variância transitória no instante inicial. De resto, o peso da variância permanente oscila suavemente ao longo do período, sempre em torno do valor de 85% da variância total, o que implica padrão igualmente oscilante para o peso da variância transitória, em torno de 15% do total. Tal magnitude para a variância permanente é, de fato, superior à observada nos modelos AR (1) e passeio aleatório com AR(1), e bastante semelhante à observada no modelo canônico.

Procederemos agora à estimação de modelos para a variância dos resíduos de salários, com vistas a comparar as decomposições de variância entre diferentes variáveis de salário.

2. Modelos para resíduos

O objetivo desta seção é estimar modelos de componentes da variância para resíduos de regressões de salários com vistas a averiguar em que medida a decomposição da variância difere para resíduos relativamente à decomposição observada em modelos para salários. Os resíduos são obtidos a partir de regressões por Mínimos Quadrados Ordinários em cada *cross section* separadamente. A variável dependente é o ln do salário real, que é regredida contra *dummies* de idade e educação⁵⁸. Não é nosso objetivo analisar os coeficientes da regressão; visamos apenas obter o salário líquido de efeitos de educação e idade, que é justamente o resíduo da regressão de salários. Isto posto, aplicaremos ao resíduo do salário as mesmas técnicas de decomposição da variância que aplicamos ao salário diretamente.

A matriz empírica de variâncias e autocovariâncias dos resíduos de salários é mostrada abaixo:

Tabela 4. Matriz de Variância-Autocovariância dos Resíduos									
	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998
1990	0.442								
1991	0.358	0.489							
1992	0.338	0.398	0.490						
1993	0.328	0.381	0.412	0.495					
1994	0.308	0.352	0.375	0.397	0.472				
1995	0.286	0.321	0.342	0.354	0.370	0.438			
1996	0.286	0.318	0.339	0.357	0.357	0.370	0.467		
1997	0.282	0.315	0.333	0.350	0.346	0.354	0.395	0.471	
1998	0.263	0.292	0.308	0.321	0.321	0.328	0.356	0.381	0.446

Fonte: elaboração própria

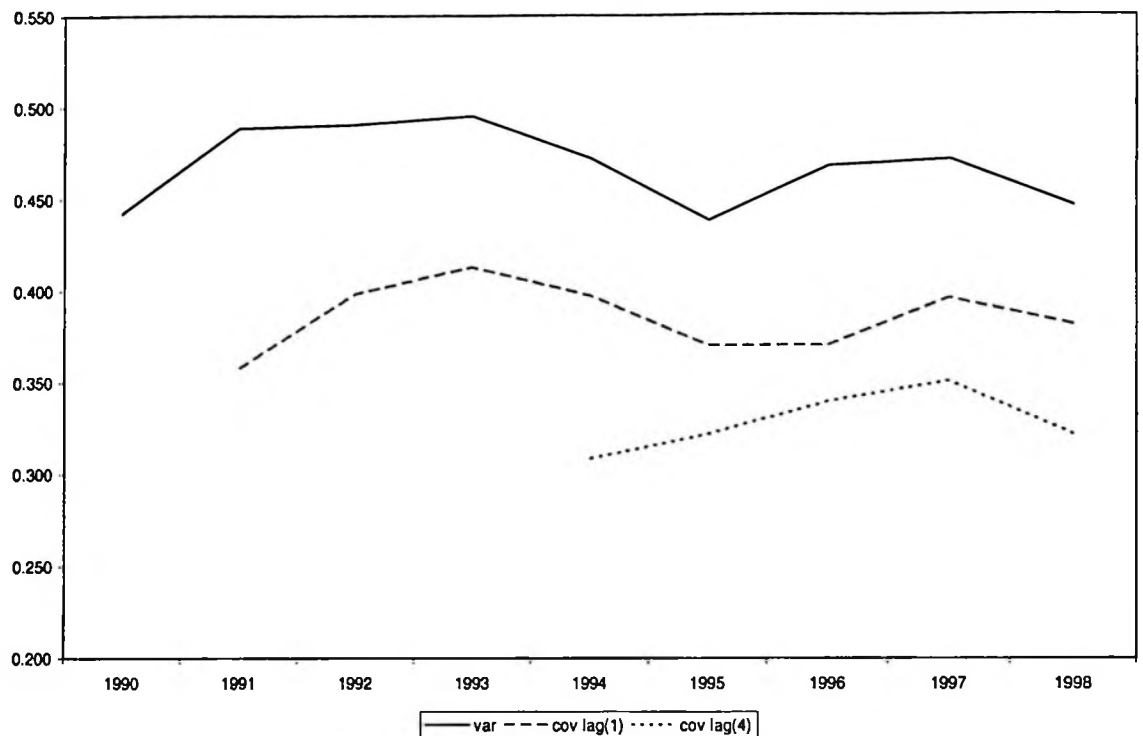
Como seria de se esperar, os níveis das variâncias e covariâncias em todas as células são inferiores aos observados na Tabela 2, para a variável salário (representam cerca de 60 a 70% daqueles valores). Descontados os efeitos da educação e da idade, não apenas os níveis de desigualdade são inferiores (variâncias), como também a persistência de rendimentos (autocovariâncias) é menor.

De resto, os padrões observados na matriz são semelhantes aos da Tabela 2, tanto para as variâncias (oscilantes) quanto para as covariâncias (declinantes com o aumento da

⁵⁸ As diferentes categorias de idade e de educação são discutidas no início deste capítulo. A proporção destas características em cada *cross section* são mostradas no apêndice deste trabalho.

defasagem e oscilantes na série temporal de covariâncias para defasagens fixas), como se pode ver no gráfico abaixo:

Gráfico 8. Variâncias e Autocovariâncias empíricas – Resíduos



Fonte: elaboração própria

Para efeitos de comparabilidade, reestimamos os modelos 1 a 3 da Tabela 3 para a variável resíduo. O modelo 4, o preferido para a variável salário, retornou estimativas incoerentes para a variável resíduo⁵⁹. De fato, nada garante que o modelo preferido para uma variável tenha de ser exatamente o mesmo para a outra; não obstante, como veremos, o modelo preferido para resíduos é bastante semelhante ao modelo preferido para salários, o que favorece a comparabilidade da decomposição da variância. A tabela abaixo mostra as estimativas realizadas para modelos de componentes da variância do resíduo:

⁵⁹ Algumas variâncias foram estimadas com valor negativo.

Tabela 5. Estimativas de modelos para a variância do Resíduo

	1	2	3	4
Var (μ)	0.3415 (0.0009)	0.2948 (0.0009)	0.2946 (0.0009)	0.2404 (0.0003)
Var (ω)	-	-	0.0003 (0.0001)	-
Var (β)	-	-	-	0.0009 (0.00004)
Cov (μ, β)	-	-	-	-0.0026 (0.00008)
Var (ν)	0.1263 (0.0003)	-	0.1047 (0.0003)	-
Var (ξ)	-	0.1048 (0.0003)	-	0.0010 (0.00000)
Var (ν_{-1})	-	-	-	0.6233 (0.0008)
ρ	-	0.6140 (0.00165)	0.6116 (0.002)	0.4039 (0.0027)
θ	-	-	-	-10.3997 (0.00005)
λ_1	-	-	-	1.2127 (0.00134)
λ_2	-	-	-	1.2527 (0.00079)
λ_3	-	-	-	1.2666 (0.0011)
λ_4	-	-	-	1.2164 (0.0001)
λ_5	-	-	-	1.1493 (0.00142)
λ_6	-	-	-	1.1758 (0.0011)
λ_7	-	-	-	1.1652 (0.00214)
λ_8	-	-	-	1.0948 (0.00185)
f.obj.	0.0486	0.0150	0.0150	0.0012
qui-estat	90975	43739	39166	8272.8

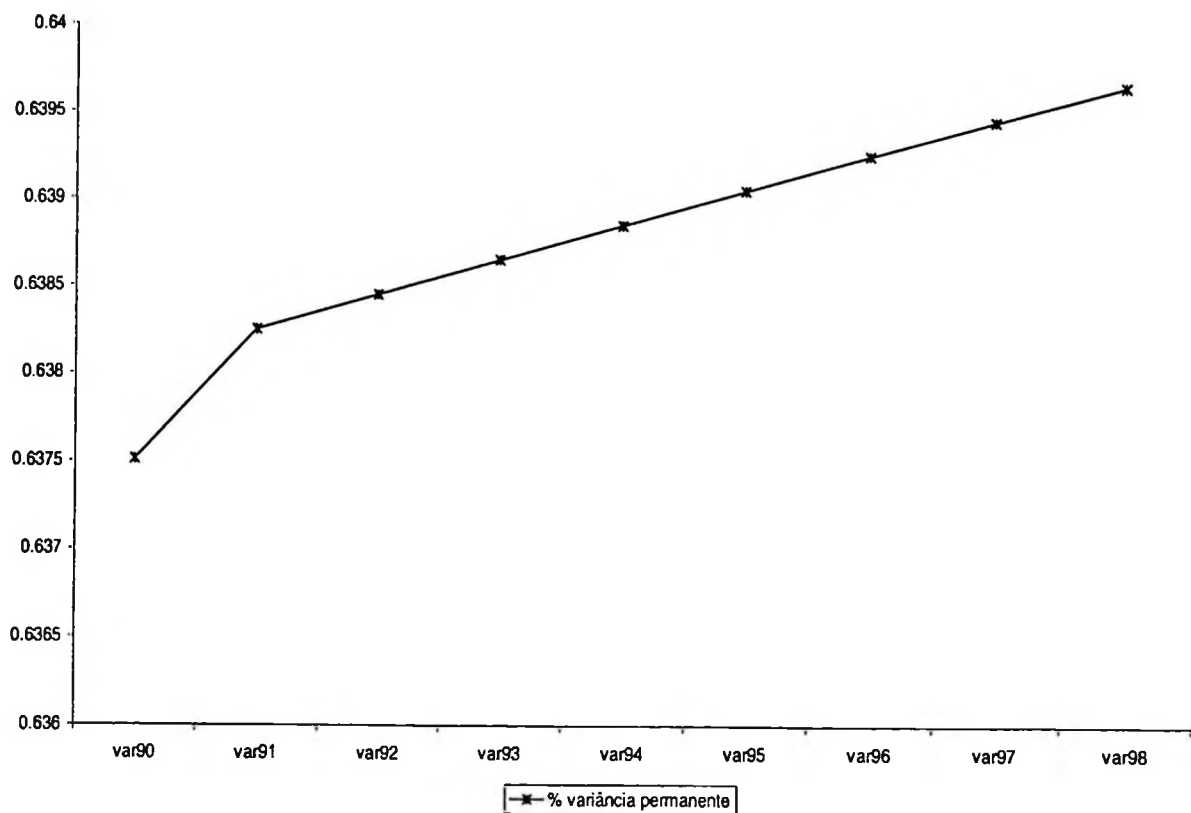
Fonte: elaboração própria. Notas: Todas as estimativas foram computadas por EWMD no OxGauss. Desvios padrão entre parênteses. Modelos: 1 - canônico; 2 - AR(1); 3 - RW+AR(1); 4 - fl*RG+ARMA(1,1). Os modelos 2 e 3 tem como condição inicial $\nu_{i0} = \xi_{i0}(1 - \rho^2)^{1/2}$; o modelo 4 tem como condição inicial $Var(\nu_{t-1}) = \sigma_{-1}^2$.

Como se dá a decomposição da variância para estes modelos? Para o modelo canônico, o peso do componente permanente cai de 84% (variável salário) para 73% (variável resíduo); para o modelo AR(1), a queda é de 78,4% para 63,6%. Esta queda, de fato, já era esperada:

descontados os efeitos de educação e idade, o peso do componente permanente deve cair. No entanto, embora a queda observada não seja desprezível, a magnitude do componente permanente mantém-se ainda bastante elevada. Isto implica que boa parte da desigualdade ainda pode ser atribuída a fatores individuais não incluídos em nossa regressão – possivelmente fatores de heterogeneidade não observável, como habilidade, p. ex.. Em todo o caso, deve-se ter em mente que nossos dados referem-se ao universo do mercado de trabalho coberto pela CLT, e que, portanto, tem características institucionais bastante definidas e sem dúvida importantes para os resultados observados.

O modelo 3 – passeio aleatório com AR(1) – apresenta a mesma tendência crescente para o peso do componente transitório observada anteriormente para o salário, aspecto que, como argumentamos, decorre por construção do modelo. Sua magnitude varia de 63,75% a 63,96% (para salários variava de 79,76% a 81,3%), ou seja, seu crescimento é mais suave neste caso:

Gráfico 9. Decomposição da Variância: Passeio Aleatório + AR(1)



Fonte: elaboração própria.

Nosso modelo preferido, contudo, é um modelo com crescimento aleatório mais *factor loadings* para o componente permanente, e um processo ARMA(1,1) para o componente transitório⁶⁰. Sua equação é a seguinte:

$$(33) \quad \begin{aligned} y_{it} &= \lambda_i [\mu_i + \beta_i t] + v_{it} \\ v_{it} &= \rho v_{it-1} + \xi_{it} + \theta \xi_{it-1} \end{aligned}$$

Pode-se derivar da mesma a seguinte estrutura de covariância:

$$(34) \quad \begin{aligned} \text{Var}(y_{it}) &= \lambda_i^2 (\sigma_\mu^2 + t^2 \sigma_\beta^2 + 2t \sigma_{\mu\beta}) + \gamma_i^2 \text{Var}(v_{it}) \\ \text{Cov}(y_{it}, y_{it+s}) &= \lambda_i \lambda_{it+s} (\sigma_\mu^2 + t \sigma_{\mu\beta} + (t+s) \sigma_{\mu\beta} + t(t+s) \sigma_\beta^2) + \gamma_i \gamma_{it+s} (\rho^s \text{Var}(v_{it}) + \rho^{s-1} \theta \sigma_\xi^2) \end{aligned}$$

Em que $\text{Var}(v_{it})$ é dada por:

$$(35) \quad \text{Var}(v_{it}) = \{\rho^{2(t+1)} \sigma_{-1}^2 + \sigma_\xi^2 [(\sum_{i=0}^t \rho^{2i})(1 + \theta^2) + 2\rho^{1+2t} \theta]\}$$

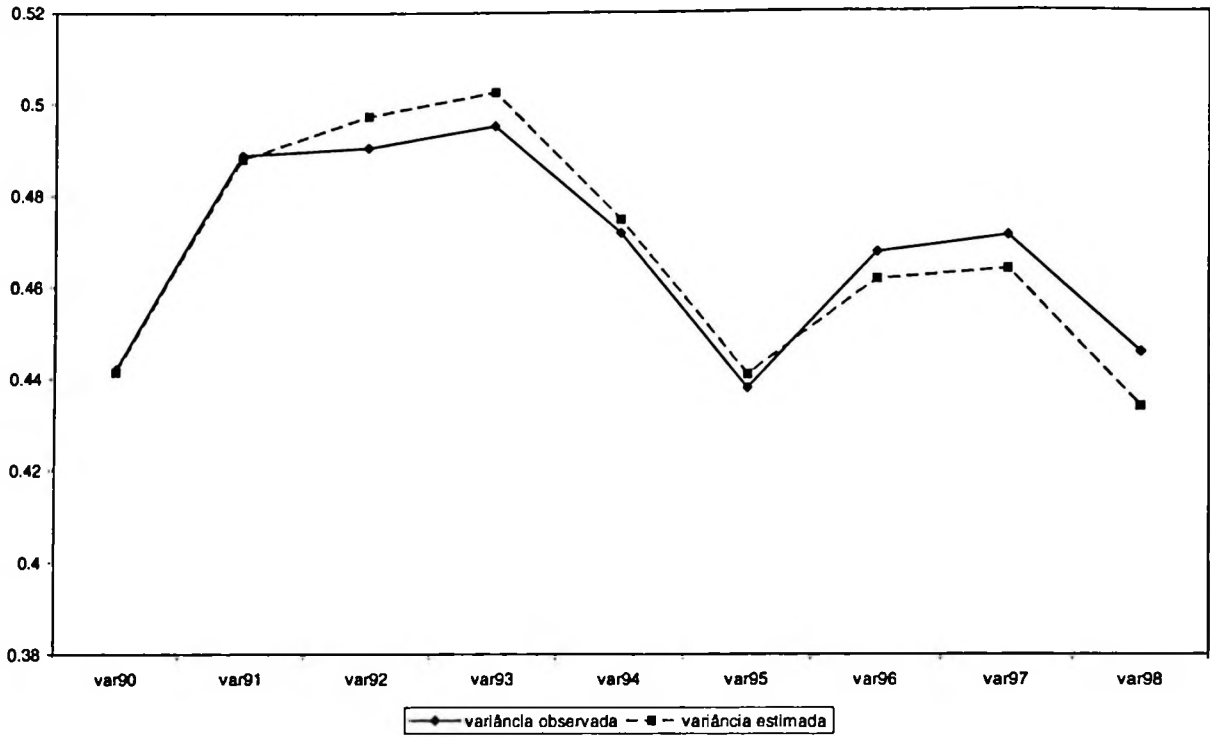
As estimativas para este modelo podem ser vistas na quarta coluna da Tabela 5. Todas as variáveis são significativas, e a estatística qui-quadrado apresenta o menor valor dentre todos os modelos que estimamos⁶¹. Notemos que, novamente, a covariância entre intercepto e declividade do crescimento aleatório é estimada com valor negativo, e os *factor loadings* apresentam crescimento ainda mais expressivo.

Abaixo mostramos graficamente o ajuste do modelo a variâncias e covariâncias observadas:

⁶⁰ Como antes, a introdução de *factor loadings* para o componente transitório não se mostrou frutífera: foram estimados com o valor zero.

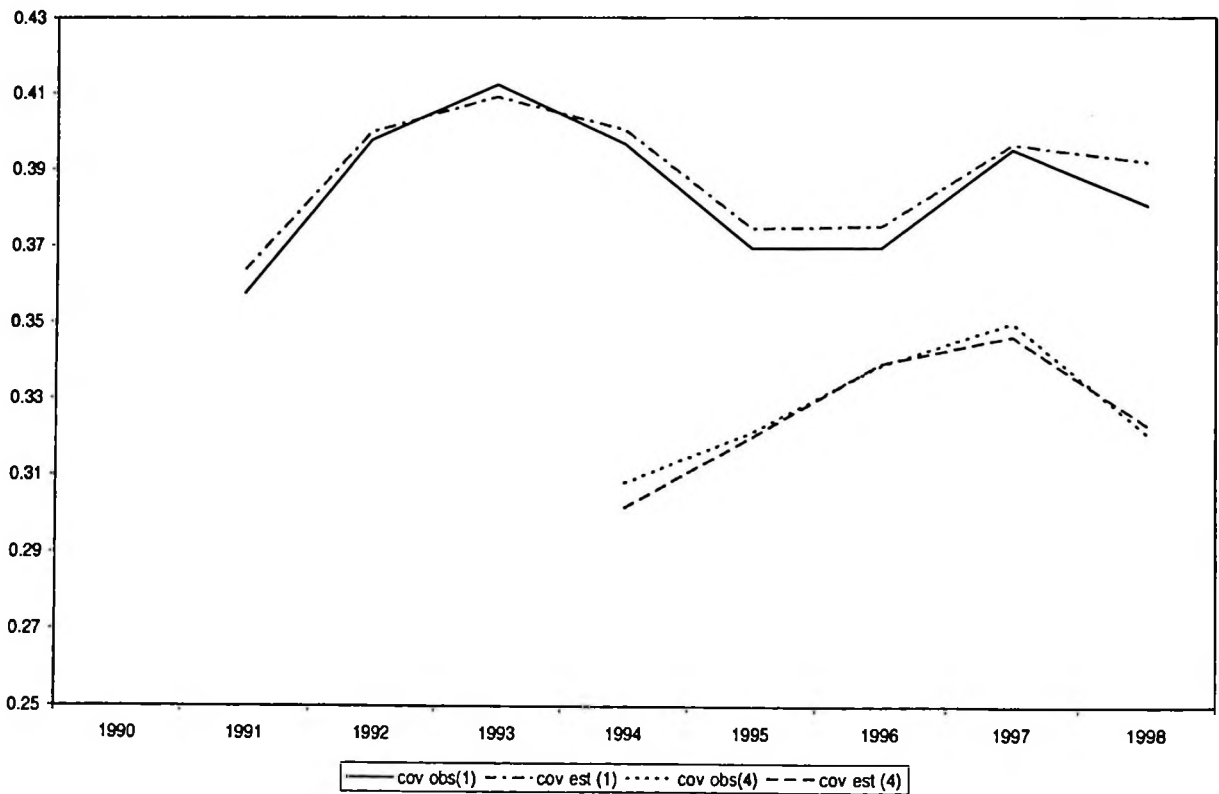
⁶¹ Vale, novamente, lembrar que os modelos 1 a 3 *não estão* aninhados neste modelo.

Gráfico 10. Variâncias Estimadas: Crescimento Aleatório com *factor loadings* + ARMA(1,1)



Fonte: elaboração própria

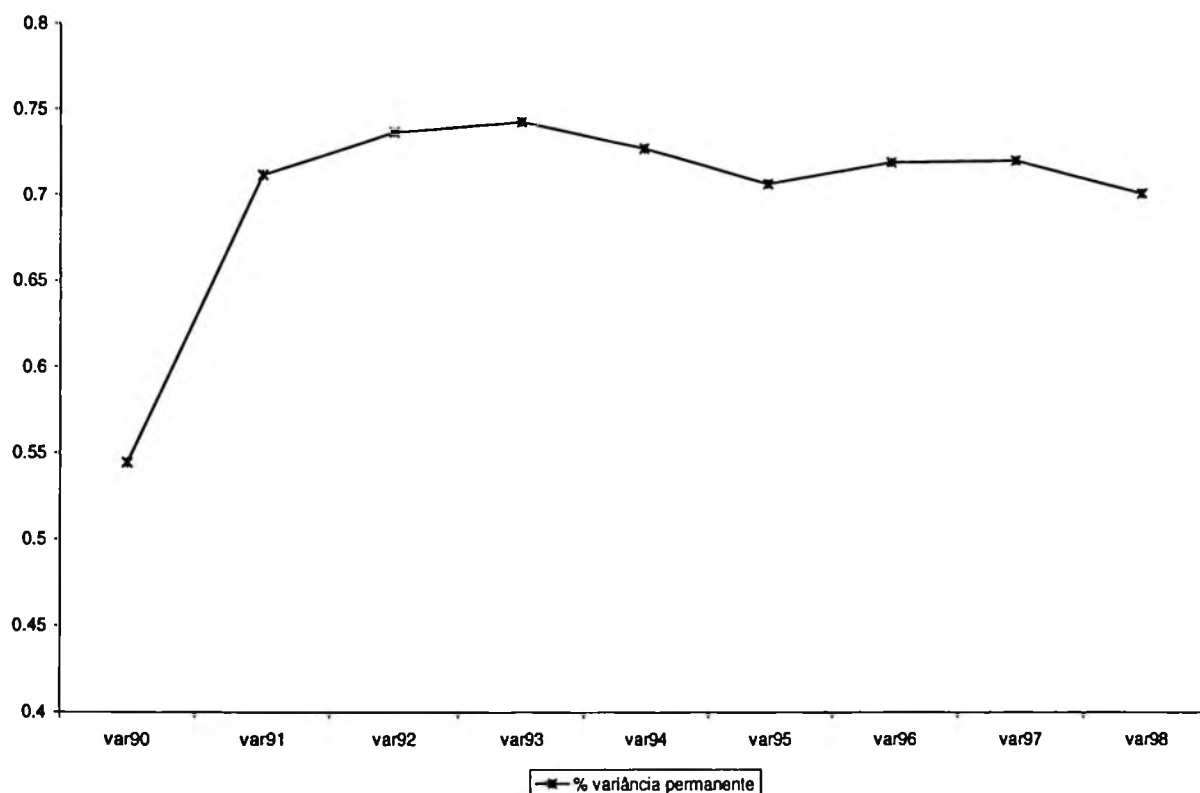
Gráfico 11. Covariâncias Estimadas: Crescimento Aleatório com *factor loadings* + ARMA(1,1)



Fonte: elaboração própria

A decomposição da variância é mostrada abaixo:

Gráfico 12. Decomposição da Variância: Crescimento Aleatório com *factor loadings* + ARMA(1,1)



Fonte: elaboração própria

Como antes, o componente permanente tem participação preponderante sobre a variância estimada total. Além disso, novamente há uma queda considerável no peso do componente permanente (cerca de 10 a 15 pontos percentuais) relativamente ao que se observou para salários, quando a variável dependente é o resíduo. Mais uma vez, cabe notar que a baixa proporção inicial da participação do componente transitório decorre da própria construção do modelo (em $t = 0$ o termo $\beta_i * t$ desaparece, de modo que resta apenas μ_i para o componente permanente).

3. Conclusão

Os modelos econométricos empregados neste trabalho surgiram, inicialmente, com o objetivo de testar teorias alternativas de salários. Posteriormente, com o grande aumento na desigualdade observado nos últimos 25 anos em muitos países da OCDE (Ramos, 2003), modelos deste tipo foram estimados com o intuito de se apreender que fatores poderiam estar por trás desta elevação – um aumento na dispersão de características individuais, ou uma maior volatilidade nos rendimentos? No Brasil, a desigualdade é tão elevada e estável a ponto de ter se tornado praticamente um fato natural (Paes de Barros *et al*, 2001). Não houve aumento dramático e recente na mesma.

Não obstante, ainda que a desigualdade tenha permanecido *grosso modo* constante ao longo do período analisado, isto não implica, naturalmente, que não tenha ocorrido qualquer *mobilidade* (troca de posições) entre indivíduos na distribuição de salários. Imaginemos uma sociedade com dois indivíduos, em $t = 0$ um deles ganha \$1 e o outro ganha \$10; se em $t = 1$ aquele que ganhava \$1 passar a ganhar \$10 e aquele que ganhava \$10 passar a ganhar \$1 a desigualdade global será a mesma, mas a mobilidade terá sido enorme. Daí o interesse de nosso estudo de componentes da variância: uma dada desigualdade (variância) é compatível com infinitos tipos de movimentos (mobilidade) individual ao longo da distribuição de salários. Ao permitir avaliar a importância de um componente individual *vis a vis* um componente de choque sobre os salários, nosso modelo identifica em que medida a desigualdade é devida a fatores individuais (desigualdade de longo prazo) ou a fatores de choque (instabilidade nos rendimentos). Em outras palavras, o primeiro aspecto associa-se a uma maior rigidez no ordenamento da distribuição de salários, ao passo que o segundo reflete mudanças de posições nesta distribuição.

Em segundo lugar, dado que a educação é reconhecidamente importante determinante da desigualdade (Menezes Filho, 2001), nosso estudo permite averiguar a importância relativa da educação frente a outros fatores de heterogeneidade individual (não observáveis). Dado que o resíduo afigura-se como o salário descontado do efeito dos controles incluídos na regressão (no nosso caso educação e idade), diferenças na decomposição da variância para resíduos e para salários serão devidas ao efeito daqueles fatores de heterogeneidade observável.

Esta conclusão tem como objetivo recapitular os nossos principais resultados e situações diante da literatura internacional de componentes da variância bem como diante da literatura brasileira sobre desigualdade em geral. Dentre os modelos para a variância dos salários, aquele que melhor se ajustou aos dados foi uma especificação com crescimento aleatório e parâmetros variantes no tempo para o componente permanente, mais um processo AR(1) para o componente transitório. Este modelo indica que a proporção do componente permanente flutua em torno de 85% do valor da variância estimada total ao longo do período considerado por este trabalho. Isto sugere que boa parte da desigualdade no Brasil (dados do estado de São Paulo) se deve a fatores individuais, e que a importância de choques aleatórios sobre a desigualdade salarial é pequena, mesmo quando se permite que este choque exiba persistência temporal por meio de uma especificação AR ou ARMA. Este resultado indica, ademais, que subjacente à estabilidade observada para a desigualdade há relativamente pouca mobilidade: são fatores individuais que determinam preponderantemente a posição dos indivíduos na distribuição de salários. O resultado, que pode parecer contra intuitivo para uma economia historicamente instável como o Brasil, deve ser interpretado à luz da informação de que nossos dados abrangem apenas o universo do *mercado formal* de trabalho. Neste mercado já são selecionados indivíduos cujo nível de educação e habilidade é maior.

Mas o que estaria por trás destes *fatores individuais*? A comparação da decomposição da variância sobre o resíduo de uma regressão do salário contra educação e idade com a decomposição observada para os salários nos dá uma medida da contribuição da educação e da idade para a desigualdade. Nosso modelo preferido para resíduos – cuja única diferença em relação ao modelo preferido para salários é o uso de um processo ARMA(1, 1) em vez de AR(1) para o componente transitório – estima o peso do componente permanente como algo que oscila entre 70 e 75% da variância total. Ou seja, quando se controla pelos efeitos de educação e idade, o componente permanente cai cerca de 10 a 15 pontos percentuais (sobre o total anterior de 85%). Esta queda não é desprezível; no entanto, o componente permanente preserva ainda parcela da variância total bastante superior relativamente ao componente transitório. Em outras palavras, nossos resultados indicam que, além do componente permanente ser bastante mais importante que o componente transitório como proporção da desigualdade total, há uma parte substancial do componente permanente que diz respeito a fatores individuais outros que não correlacionados com educação e idade. Mais uma vez parece ser importante ter em mente que estamos tratando do mercado formal de trabalho, quando da interpretação destes resultados. Da mesma forma que argumentamos antes, neste

mercado já são selecionados indivíduos com nível educacional maior, portanto a dispersão permanente nos rendimentos deve ser explicada por outros fatores que não a educação.

Como nossos resultados se comparam aos resultados obtidos para outros países? Primeiramente, cabe observar que a comparação de resultados deve ser feita com certa cautela, em virtude (principalmente) de diferenças na definição de salários e também na formulação de modelos. Isto posto, em um trabalho para os Estados Unidos (1969-1987), Moffit e Gottschalk (1995) observam que, do aumento observado na variância durante o período em questão, metade pode ser atribuído a cada componente. Ou seja, ambos os componentes permanente e transitório crescem em proporções semelhantes. Ao analisarem resíduos, observam que, como esperado, o componente permanente perde importância. Dickens (2000) observa resultados semelhantes para a Inglaterra no período de 1975 a 1995 (crescimento igualmente importante em ambos os componentes). Baker e Solon (1999) também observam para o Canadá crescimento em ambos os componentes, porém com certo peso maior para o componente permanente.

Em um estudo para a Itália, Cappellari (2000) usa resíduos de salários e conclui que o componente permanente tem peso preponderante (oscila de 2/3 a praticamente 100% da variância total no período), mas, por outro lado, o componente transitório, e portanto a instabilidade de rendimentos, ganham peso ao longo do período. Gustavsson (2002) conclui que, para a Suécia (1991-1999), o aumento da desigualdade observado deve-se mais ao componente permanente (no caso dos coortes mais velhos) ou ao componente transitório (para coortes mais jovens). Biewen (2002) considera a Alemanha nos anos oitenta e noventa, e a partir de modelos para o resíduo observa que entre 52 e 69% da desigualdade na Alemanha Ocidental era devida a fatores individuais, ao passo que na porção Oriental este componente cresce de 20% em 1990 para mais de 70% em 1998. Por fim, Ramos (2003) observa que, na Grã Bretanha (1991-1999), há um aumento do componente transitório ao longo da década, que de fato chega a ultrapassar o componente transitório em termos de importância relativa. O uso de resíduos altera fortemente a decomposição: o componente transitório passa a preponderar em praticamente todo o período, e de fato a contribuição relativa de cada fator se altera relativamente pouco.

O único estudo que pudemos encontrar para países em desenvolvimento é o de Freije e Souza (2001), que trata da Venezuela (1995-97). Os autores encontram um peso de cerca de 80% para o componente transitório (a diferença de resultados para salários ou resíduos é muito pequena), o que indica a importância da instabilidade de rendimentos como componente da desigualdade. Ao mesmo tempo, seu resultado contrapõe-se fortemente ao que

se observa para países desenvolvidos, nos quais, via de regra, o componente permanente é mais importante. Nossos resultados aproximam-se mais dos obtidos para países desenvolvidos do que dos obtidos para a Venezuela. Mais uma vez, cabe lembrar que nossa análise trata apenas do setor formal, e mais do que isso, do estado de São Paulo, que tem suas peculiaridades relativamente ao resto do Brasil (tem, p.ex., renda média superior e Gini inferior ao do Brasil como um todo, como relata Hoffmann, 2001).

Como nosso estudo se insere na literatura brasileira sobre desigualdade? Primeiramente, até onde pudemos averiguar, não há trabalhos feitos para o Brasil na linha de pesquisa que seguimos nesta dissertação. Não obstante, nosso trabalho é compatível com diversos aspectos da realidade brasileira apontados por outros trabalhos. Utilizando dados da PNAD, autores como Barros *et al* (2001) e Hoffmann (2002) mostram que a desigualdade pouco varia no Brasil nos anos 90, considerados rendimentos de todas as fontes (e não do trabalho, apenas). Estes autores trabalham com diversas outras medidas de desigualdade, de modo que montam um quadro descritivo bastante detalhado e esclarecedor sobre o tema. Neste aspecto, nosso trabalho tem um foco bastante mais restrito: primeiramente, utilizamos como medida de desigualdade a variância da distribuição de salários, apenas; e em segundo lugar, consideramos apenas a renda do trabalho (e não de outras fontes), além do que consideramos o mercado formal de trabalho apenas. No entanto, a restrição de foco também tem suas vantagens: o uso de salários tem a vantagem de ser uma variável fortemente ligada a características de produtividade dos indivíduos e também às condições do mercado de trabalho. Além disso, o uso da variância como medida de desigualdade tem a vantagem de que ela pode ser decomposta em outros fatores.

Enfim, dentro das limitações naturais a que este trabalho está sujeito, esperamos ter contribuído ao debate por meio (i) da introdução de uma estimativa da importância relativa de fatores individuais e de choques como componentes da desigualdade total – e, por conseguinte, do grau de mobilidade subjacente à desigualdade observada; além de (ii) averiguar o peso relativo de variáveis observáveis (educação e idade) dentro do componente individual. Apesar de a educação ser reconhecidamente importante como fator explicativo da desigualdade, averiguamos que boa parte do componente permanente se deve a fatores não correlacionados a educação ou a idade – ao menos no setor formal em São Paulo.

Referências

- ABOWD, J. e CARD, D. (1989). "On the Covariance Structure of earnings and hours changes", *Econometrica*, 57.
- ALTONJI, J. e SEGAL, L. (1996). "Small Sample Bias in GMM Estimation of Covariance Structures", *Journal of Business & Economic Statistics*, vol. 14, no. 3.
- ATKINSON, BOURGUIGNON e MORRISON (1992). *Empirical Studies of Earnings Mobility*, Harwood Publishers.
- BAKER, M. (1997). "Growth-Rate Heterogeneity and the Covariance Structure of Life-Cycle Earnings", *Journal of Labor Economics*, vol. 15, no. 2.
- BAKER, M. e SOLON, G. (1999). "Earnings Dynamics and Inequality among Canadian Men, 1976-1992", *NBER Working Paper Series*, Working Paper 7370.
- BARROS, R. P., HENRIQUES, R., MENDONÇA, R. (2001). "A Estabilidade Inaceitável: Desigualdade e Pobreza no Brasil", *Texto para Discussão* n. 800, IPEA.
- BIEWEN, M. (2002). "The Covariance Structure of East and West German Incomes and its Implications for the Persistence of Poverty and Inequality", *DIW Berlin Discussion Papers*, 292.
- BURKHAUSER, R.; HOLTZ-EAKIN, D. e RHODY, S. (1997) "Labor Earnings Mobility and Inequality in the United States and Germany during the Growth Years of the 1980s", *International Economic Review*, 38 (4).
- CAPPELLARI, L. (2000). "The dynamics and Inequality of Italian male earnings: permanent changes or transitory fluctuations?", *ISER Working Paper* no. 2000-41, University of Essex.
- CHAMBERLAIN, G. (1982). "Multivariate Regression Models for Panel Data", *Journal of Econometrics*, 18.

CHAMBERLAIN, G. (1984). "Panel Data", in Grilliches e Intriligator (eds.) *Handbook of Econometrics*, North-Holland.

DICKENS, R. (2000) "The Evolution of Individual Male Earnings in Great Britain: 1975-95", *The Economic Journal*, 110.

FIELDS, Gary (2001). *Distribution and Development: A New Look at the Developing World*. Russell Sage Foundation and MIT Press, 2001

FREIJE, Samuel; e SOUZA, André Portela F. de (2001). "Earnings Inequality in Venezuela – 1995-1997", in XVIII *Latin American Meetings of The Econometric Society*, <http://www.udesa.edu.ar/lames2001/Program1.htm>

FRIEDMAN, Milton (1957). *A Theory of the Consumption Function*, Princeton University Press.

GOTTSCHALK, P. e MOFFIT, R. (1994) "The Growth of Earnings Instability in the U.S. Labor Market", in *Brookings Papers on Economic Activity*, n. 2.

GRANADOS Z. (2004). "Función de Ingresos de los Hogares Chilenos: Ciclo de vida y persistencia de shocks en el tiempo", *Banco Central de Chile: Documentos de Trabajo* n. 257.

GUSTAVSSON, M. (2002). "Earnings Dynamics and Inequality during Macroeconomic Turbulence: Sweden 1991-1999", mimeo.

HAMILTON, J (1994). *Time Series Analysis*, Princeton University Press.

HAUSE, J. C. (1980). "The Fine Structure of Earnings and the On-the-Job Training Hypothesis", *Econometrica*, 48, 4.

HENRIQUES, Ricardo. (2000). *Desigualdade e Pobreza no Brasil*. IPEA.

HOFFMANN, R. (2002). “A distribuição da renda no Brasil no período 1992-2001”, *Economia e Sociedade*, 19.

HUNEEUS, C. e REPETTO, A. (2004). “The Dynamics of Earnings in Chile”, preparado para a conferência anual de 2003 do Banco Central do Chile.

LILLARD, L. e WILLIS, R. (1978). “Dynamic Aspects of Earnings Mobility” *Econometrica*, Vol. 46, No. 5.

LILLARD, L. e WEISS, Y. (1979) “Components of Variation in Panel Earnings Data: American Scientists 1960-70”. *Econometrica*, Vol. 47, No. 2.

MaCURDY, T. M. (1982). “The Use of Time Series Processes to Model the Error Structure of Earnings in a Longitudinal Data Analysis”, *Journal of Econometrics*, 18.

MENEZES FILHO, Naércio Aquino (2001). “Educação e Desigualdade”, in MENEZES FILHO&LISBOA (eds.) *Microeconomia e Sociedade no Brasil*. Contra Capa.

MOFFIT, R. e GOTTSCHALK, P.(1995) “Trends in the Covariance Structure of Earnings in the US: 1969-1987”. *Working Paper 355*, Brown University. Fonte: www.econ.jhu.edu/People/Moffitt/mg2_0795.pdf

MOFFIT, R. e GOTTSCHALK, P.(2002). “Trends in the Transitory Variance of Earnings in the United States”, *The Economic Journal*, 112 (março).

NERLOVE, M. (2000). “An Essay on the History of Panel Data Econometrics”, fonte: www.arec.umd.edu/mnerlove/images/history.pdf

NEWAY, W. (1985). “Generalized Method of Moments Specification Testing”, in *Journal of Econometrics*, 29.

RAMOS, X. (2003). “The Covariance Structure of Earnings in Great Britain, 1991-1999”, in *Economica*, 70.

SOUZA, André Portela (2002). "Wage Inequality Changes in Brazil: Market Forces, Macroeconomic Instability and Labor Market Institutions (1981-1997)". *Working Paper no. 02-W15*, Vanderbilt University.

SPANOS (1986), A. *Statistical Foundations of Econometric Modeling*, CUP.

WOOLDRIDGE, J. (2002). *Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data*, The MIT Press.

Apêndice 1

**Tabela 6 . Log do salário real médio,
máximo e mínimo por ano**

	lsal médio	lsal max	lsal min
1990	7,004809	9,748496	3,758032
1991	7,456273	9,958274	3,972911
1992	7,150461	9,553937	3,562806
1993	7,288584	9,875608	3,890329
1994	7,408513	9,877222	3,887259
1995	7,518097	10,03233	4,045207
1996	7,585289	10,06238	4,071332
1997	7,62743	10,08905	4,097838
1998	7,593747	10,1439	4,153274

**Tabela 7. Proporção de faixas educacionais
por ano**

	até 4série	até 8série	até 2grau	superior
90	0,41	0,30	0,17	0,11
91	0,41	0,30	0,18	0,11
92	0,40	0,31	0,18	0,12
93	0,39	0,31	0,18	0,12
94	0,38	0,31	0,19	0,12
95	0,37	0,31	0,19	0,12
96	0,39	0,32	0,18	0,12
97	0,36	0,32	0,19	0,13
98	0,35	0,32	0,20	0,13

**Tabela 8. Proporção de
faixas etárias por ano**

	25- 29	30- 39	40- 49	50- 64
90	0,28	0,49	0,19	0,04
91	0,23	0,51	0,21	0,05
92	0,17	0,52	0,24	0,06
93	0,12	0,54	0,27	0,08
94	0,06	0,55	0,30	0,09
95	0,00	0,56	0,33	0,11
96	0,00	0,51	0,37	0,12
97	0,00	0,45	0,40	0,15
98	0,00	0,40	0,43	0,17

Apêndice 2

Derivação das Variâncias e Covariâncias utilizadas

A hipótese usual de ortogonalidade entre os componentes permanente e transitório permite que se derive variâncias e covariâncias em separado para cada componente, que podem depois ser somadas para a obtenção de variâncias e covariâncias totais.

Vamos derivar aqui a estrutura de variância e covariância dos seguintes modelos: AR(1) – sob condições iniciais de “*steady state*”; ARMA(1,1) – sob as condições iniciais de $Var(v_{i-1}) = \sigma_v$; Passeio Aleatório e Crescimento Aleatório.

Variâncias e covariâncias derivadas do modelo AR(1)

Seja o seguinte modelo:

$$(A1) \quad \begin{aligned} y_{it} &= \mu_i + v_{it} \\ v_{it} &= \rho v_{i,t-1} + \xi_{it} \end{aligned}$$

Seja $t = 0$ o primeiro período observado para o painel (1990, no nosso caso). A equação do modelo para o primeiro período será:

$$(A2) \quad y_0 = \mu_i + v_{i0}$$

Sua variância é dada pela seguinte equação:

$$(A3) \quad Var(y_0) = Var(\mu_i) + Var(v_{i0}) + 2Cov(\mu_i, v_{i0})$$

A covariância de (A3) é nula por hipótese, e a variância do componente permanente é fixa e igual a σ_μ . Para v_{i0} podemos escrever $v_{i0} = \rho v_{i-1} + \xi_{i0}$, de onde segue:

$$(A4) \quad Var(v_{i0}) = \rho^2 Var(v_{i-1}) + \sigma_\xi + 2Cov(v_{i-1}, \xi_{i0})$$

Como ξ é ruído branco, sua variância é fixa, e a covariância da equação acima é nula. Não obstante, resta o problema de que ainda não conhecemos $Var(v_{i-1})$. Uma opção é retornar para a equação (A3) e formular diretamente para $Var(v_0)$ formular a seguinte equação (Lillard e Willis, 1978):

$$(A5) \quad Var(v_{i0}) = \sigma_{\xi}^2 / (1 - \rho^2)$$

Esta hipótese reduz, como se vê, a $Var(v_{i0})$ à variância de ξ multiplicada por um coeficiente que envolve o parâmetro auto-regressivo – ambos conhecidos. Assim, (A3) pode ser reescrita como:

$$(A6) \quad Var(y_{i0}) = \sigma_{\mu}^2 + [\sigma_{\xi}^2 / (1 - \rho^2)]$$

Para o segundo período, teremos:

$$(A7) \quad y_1 = \mu_i + v_{i1} = \mu_i + \rho v_{i0} + \xi_{i1}$$

De onde é fácil obter:

$$(A8) \quad Var(y_{i1}) = \sigma_{\mu}^2 + \rho^2 [\sigma_{\xi}^2 / (1 - \rho^2)] + \sigma_{\xi}^2 = \sigma_{\mu}^2 + \sigma_{\xi}^2 \{1 + [\rho^2 / (1 - \rho^2)]\}$$

A expressão se reduz a:

$$(A9) \quad Var(y_{i1}) = \sigma_{\mu}^2 + [\sigma_{\xi}^2 / (1 - \rho^2)]$$

Que é igual a antes. Ou seja, a condição inicial dada por (A5) se traduz em variâncias idênticas para todo t , com a fórmula geral:

$$(A10) \quad Var(y_{it}) = \sigma_{\mu}^2 + [\sigma_{\xi}^2 / (1 - \rho^2)]$$

Vejamos o que ocorre com as covariâncias. Entre os instantes 0 e 1:

$$(A11) \quad Cov(y_{i0}, y_{i1}) = E(y_{i0}y_{i1}) - E(y_{i0})E(y_{i1}), \text{ com:}$$

$$(A12) \quad E(y_{i0}y_{i1}) = E(\mu_i^2 + \rho\mu_iv_{i0} + \mu_i\xi_{i1} + \mu_iv_{i0} + \rho v_{i0}^2 + v_{i0}\xi_{i1}), \text{ e:}$$

$$(A13) \quad E(y_{i0})E(y_{i1}) = [E(\mu_i) + E(v_{i0})][E(\mu_i) + \rho E(v_{i0}) + E(\xi_{i1})]$$

Todos os termos cruzados de (A12) desaparecem pela ortogonalidade entre os componentes permanente e transitório e pelo fato de ξ ser ruído branco. Da mesma forma, a esperança de ξ em A(13) é nula. Combinando-se (A12) e (A13) obtém-se:

$$(A14) \quad Cov(y_{i0}, y_{i1}) = E(\mu_i^2) - E^2(\mu_i) + \rho E(v_{i0}^2) - \rho E^2(v_{i0})$$

Que equivale a:

$$(A15) \quad Cov(y_{i0}, y_{i1}) = \sigma_\mu^2 + \rho Var(v_{i0}) = \sigma_\mu^2 + \rho[\sigma_\xi^2 / (1 - \rho^2)]$$

Procedendo-se analogamente para diversos t 's e ordens de defasagem, é possível derivar a seguinte expressão geral:

$$(A16) \quad Cov(y_{it}, y_{it+s}) = \sigma_\mu^2 + \rho^s [\sigma_\xi^2 / (1 - \rho^2)]$$

Variâncias e covariâncias derivadas do modelo ARMA(1,1) com *factor loadings*:

Seja o seguinte modelo:

$$(A17) \quad \begin{aligned} y_{it} &= \lambda_t \mu_i + \gamma_t v_{it} \\ v_{it} &= \rho v_{i,t-1} + \xi_{it} + \theta \xi_{it-1} \end{aligned}$$

Defina-se 1990, o primeiro ano de nossa amostra, como $t = 0$. Então a equação para os salários do primeiro período será dada por:

$$(A18) \quad y_{i0} = \lambda_0 \mu_0 + \gamma_0 (\rho v_{i-1} + \xi_{i0} + \theta \xi_{i-1}^E)$$

Seguindo Baker (1997), trataremos a condição inicial v_{i-1} como uma variável aleatória, ao invés de tratá-la como uma constante conhecida (fixada a zero) ou um parâmetro a ser estimado, o que levaria a estimativas inconsistentes (MaCurdy, 1982). A partir desta abordagem, pode-se então definir $Var(v_{i-1}) = \sigma_v$, que nos permitirá derivar recursivamente as demais variâncias para o ARMA, posto que ξ é um ruído branco e portanto tem variância fixa. Assim,

$$(A19) \quad \begin{aligned} Var(y_{i0}) = & \lambda_0^2 \sigma_\mu^2 + \gamma_0^2 \rho^2 \sigma_v^2 + \gamma_0^2 \sigma_\xi^2 + \gamma_0^2 \theta^2 \sigma_\xi^2 + 2\lambda_0 \gamma_0 Cov(\mu_i, v_{i0}) + 2\gamma_0^2 \rho Cov(v_{i-1}, \xi_{i0}) \\ & + 2\gamma_0^2 \rho \theta Cov(v_{i-1}, \xi_{i-1}^E) + 2\gamma_0^2 \rho \theta Cov(\xi_{i0}, \xi_{i-1}^E) \end{aligned}$$

Das covariâncias da expressão acima, a primeira é nula, pela hipótese de ortogonalidade entre os componentes permanente e transitório. A segunda covariância também é nula, pois não pode haver correlação de v com choques de períodos *posteriores*. A última covariância também é nula, pois ξ é não autocorrelacionado, por ser ruído branco. Desta forma, para $t = 0$ resta apenas:

$$(A20) \quad Var(y_{i0}) = \lambda_0^2 \sigma_\mu^2 + \gamma_0^2 \rho^2 \sigma_{v-1}^2 + \gamma_0^2 \sigma_\xi^2 + \gamma_0^2 \theta^2 \sigma_\xi^2 + 2\gamma_0^2 \rho \theta Cov(v_{i-1}, \xi_{i-1}^E)$$

Mas qual o valor de $Cov(v_{i-1}, \xi_{i-1}^E)$? Ou, dito de outra forma, qual o valor da covariância contemporânea entre v e ξ ? Vejamos:

$$(A21) \quad Cov(v_{it}, \xi_{it}^E) = E(v_{it} \xi_{it}^E) - E(v_{it}) E(\xi_{it}^E) = E(\rho v_{it-1} + \xi_{it} + \theta \xi_{it-1}^E)(\xi_{it}^E) - 0 = E(\xi_{it}^2) = \sigma_\xi^2$$

Em que usamos o fato de que o ruído branco ξ_{it} tem esperança zero. Portanto, segue que a variância dos salários em $t = 0$ pode ser descrita pela seguinte expressão:

$$(A22) \quad Var(y_{i0}) = \lambda_0^2 \sigma_\mu^2 + \gamma_0^2 \rho^2 \sigma_{v-1}^2 + \gamma_0^2 \sigma_\xi^2 + \gamma_0^2 \theta^2 \sigma_\xi^2 + 2\gamma_0^2 \rho \theta \sigma_\xi^2$$

Ou, reunindo os termos:

$$(A23) \text{Var}(y_{i0}) = \lambda_0^2 \sigma_\mu^2 + \gamma_0^2 [\rho^2 \sigma_{v-1}^2 + \sigma_\xi^2 (1 + \theta^2 + 2\rho\theta)]$$

Pode-se escrever a variância para os demais períodos valendo-se das mesmas hipóteses. Para $t=1$, a equação dos salários é:

$$(A24) y_{i1} = \lambda_1 \mu_1 + \gamma_1 (\rho v_{i0} + \xi_{i1} + \theta \xi_{i0})$$

Pode-se substituir $v_{i0} = \rho v_{i-1} + \xi_{i0} + \theta \xi_{i-1}$ para que tudo fique em termos de v_{i-1} e dos termos de ruído branco, então será possível calcular a variância da mesma forma que antes. Em suma, para cada período t , é preciso substituir o termo v_{it} recursivamente para trás, até que se chegue ao termo v_{i-1} sobre o qual aplicamos nossa hipótese para as condições iniciais.

Procedendo-se desta maneira, é possível derivar a seguinte expressão geral para as variâncias:

$$(A25) \text{Var}(y_{it}) = \lambda_t^2 \sigma_\mu^2 + \gamma_t^2 \{ \rho^{2(t+1)} \sigma_{v-1}^2 + \sigma_\xi^2 [(\sum_{i=0}^t \rho^{2i})(1 + \theta^2) + 2\rho^{1+2t} \theta] \}$$

É conveniente notar que, como $\text{Var}(y_{it}) = \lambda_t^2 \sigma_\mu^2 + \gamma_t^2 \text{Var}(v_{it})$, segue-se que:

$$(A26) \text{Var}(v_{it}) = \{ \rho^{2(t+1)} \sigma_{v-1}^2 + \sigma_\xi^2 [(\sum_{i=0}^t \rho^{2i})(1 + \theta^2) + 2\rho^{1+2t} \theta] \}$$

Para as covariâncias, pode-se derivar a expressão geral da seguinte forma:

$$(A27) \text{Cov}(y_{it}, y_{it+s}) = E(\lambda_t \mu_i + \gamma_t v_{it})(\lambda_{t+s} \mu_i + \gamma_{t+s} v_{it+s}) - E(\lambda_t \mu_i + \gamma_t v_{it})E(\lambda_{t+s} \mu_i + \gamma_{t+s} v_{it+s})$$

A ortogonalidade de μ e v acarreta também a ortogonalidade de suas esperanças, então resta:

$$(A28) \text{Cov}(y_{it}, y_{it+s}) = \lambda_t \lambda_{t+s} E(\mu_i^2) + \gamma_t \gamma_{t+s} E(v_{it} v_{it+s}) - \lambda_t \lambda_{t+s} E(\mu_i)^2 - \gamma_t \gamma_{t+s} E(v_{it})E(v_{it+s})$$

Que é o mesmo que:

$$(A29) \text{Cov}(y_{it}, y_{it+s}) = \lambda_t \lambda_{t+s} \sigma_\mu^2 + \gamma_t \gamma_{t+s} \text{Cov}(v_{it}, v_{it+s})$$

Resta encontrar uma expressão explícita para $\text{Cov}(v_{it}, v_{it+s})$. Antes de derivar uma expressão geral, convém averiguar o que ocorre em alguns casos particulares. Vejamos, por exemplo, a expressão para a covariância entre os instantes $t = 0$ e $t = 2$:

$$(A30) \text{Cov}(v_{i2}, v_{i0}) = E(\rho v_{i1} + \xi_{i2} + \theta \xi_{i1})(v_{i0}) - E(\rho v_{i1} + \xi_{i2} + \theta \xi_{i1})E(v_{i0})$$

Que se reduz a:

$$(A31) \text{Cov}(v_{i2}, v_{i0}) = \rho E(v_{i1} v_{i0}) - \rho E(v_{i1})E(v_{i0}) = \rho \text{Cov}(v_{i1}, v_{i0})$$

Ou seja, agora precisamos calcular $\text{Cov}(v_{i1}, v_{i0})$. Assim:

$$(A32) \text{Cov}(v_{i1}, v_{i0}) = E(\rho v_{i0} + \xi_{i1} + \theta \xi_{i0})(v_{i0}) - E(\rho v_{i0} + \xi_{i1} + \theta \xi_{i0})E(v_{i0})$$

Que nos dará:

$$(A33) \text{Cov}(v_{i1}, v_{i0}) = \rho E(v_{i0} v_{i0}) + \theta E(\xi_{i0} v_{i0}) - \rho E(v_{i0})E(v_{i0}) - \theta E(\xi_{i0})E(v_{i0})$$

Que equivale a:

$$(A34) \text{Cov}(v_{i1}, v_{i0}) = \rho \text{Var}(v_{i0}) + \theta \text{Cov}(\xi_{i0}, v_{i0})$$

Com o que poderemos chegar à expressão final:

$$(A35) \text{Cov}(v_{i2}, v_{i0}) = \rho^2 \text{Var}(v_{i0}) + \rho \theta \sigma_\xi^2$$

Se refizermos exercício análogo para diversos t 's e para diversas ordens de defasagem, pode-se derivar a seguinte expressão geral para as covariâncias do modelo:

$$(A36) \quad \text{Cov}(y_{it}, y_{it+s}) = \lambda_t \lambda_{t+s} \sigma_\mu^2 + \gamma_t \gamma_{t+s} \text{Cov}(v_{it}, v_{it+s})$$

$$\text{com } \text{Cov}(v_{it+s}, v_{it}) = \rho^s \text{Var}(v_{it}) + \rho^{s-1} \theta \text{Cov}(v_{it}, \xi_{it})$$

$$\text{e } \text{Cov}(v_{it}, \xi_{it}) = \sigma_\xi^2$$

Ou seja,

$$(A37) \quad \text{Cov}(y_{it}, y_{it+s}) = \lambda_t \lambda_{t+s} \sigma_\mu^2 + \gamma_t \gamma_{t+s} (\rho^s \text{Var}(v_{it}) + \rho^{s-1} \theta \sigma_\xi^2)$$

Em que as covariâncias entre os períodos t e $t+s$ dependerão sempre da variância do componente transitório no período base t [i.e., $\text{Var}(v_{it})$], que é conhecida a partir de (A26).

Variâncias e covariâncias derivadas para modelo com Passeio Aleatório:

O modelo para o qual acabamos de derivar variâncias e covariâncias pode ser generalizado de diversas formas. Em particular, pode ser interessante impor mais estrutura sobre o componente permanente. Uma alternativa consiste em especificar um processo de passeio aleatório (*random walk*) para o mesmo, como no seguinte modelo:

$$(A38) \quad y_{it} = \lambda_t \mu_{it} + \gamma_t v_{it}$$

$$\mu_{it} = \mu_{it-1} + \omega_{it}$$

O termo v_{it} continua o mesmo de antes, ou seja, um ARMA (1,1). Como será a estrutura de variância e covariância deste modelo? A parte ARMA nos dará estrutura idêntica a antes, e como os componentes permanente e transitório são ortogonais, basta desta vez observarmos o que ocorre com o componente permanente, apenas.

No primeiro período, teremos a seguinte expressão para o passeio aleatório:

$$(A39) \quad \mu_{i0} = \mu_{i-1} + \omega_{i0}$$

Como ω_{it} é ruído branco, teremos:

$$(A40) \text{Var}(\mu_{i0}) = \text{Var}(\mu_{i-1}) + \sigma_{\omega}^2$$

Pode-se então definir $\text{Var}(\mu_{i-1}) = \sigma_{\mu}^2$ como a variância “base” para o componente permanente. Assim, teremos:

$$(A41) \text{Var}(\mu_{i0}) = \sigma_{\mu}^2 + \sigma_{\omega}^2$$

Para o segundo período, teremos:

$$(A42) \mu_{i1} = \mu_{i0} + \omega_{i1} = \mu_{i-1} + \omega_{i0} + \omega_{i1}$$

De onde é direto calcular:

$$(A43) \text{Var}(\mu_{i1}) = \sigma_{\mu}^2 + 2\sigma_{\omega}^2$$

A fórmula geral mostra como a variância cresce linearmente no tempo:

$$(A44) \text{Var}(\mu_{it}) = \sigma_{\mu}^2 + (t+1)\sigma_{\omega}^2$$

Ou, com *factor loading*:

$$(A45) \text{Var}(\mu_{it}) = \lambda_i (\sigma_{\mu}^2 + (t+1)\sigma_{\omega}^2)$$

Deve-se notar que, ao contrário do que é padrão na literatura de séries temporais, a literatura na qual este trabalho se insere não restringe o valor de μ_{i-1} a zero; antes disso, sua variância é definida como σ_{μ}^2 .

O que ocorre com as covariâncias? Pode-se calcular as mesmas a partir de seguinte expressão:

$$(A46) \text{Cov}(\mu_{it}, \mu_{is}) = E(\lambda_t \mu_{it})(\lambda_s \mu_{is}) - E(\lambda_t \mu_{it})E(\lambda_s \mu_{is})$$

Analisemos primeiramente o segundo membro da expressão. Como ω é ruído branco, teremos sempre, para todo t e s :

$$(A47) E(\lambda_t \mu_{it})E(\lambda_s \mu_{is}) = \lambda_t \lambda_s E^2(\mu_{i-1})$$

Quanto ao primeiro membro, para $t = 0$ e $t = 1$, teremos:

$$(A48) E(\lambda_1 \mu_{i1})(\lambda_0 \mu_{i0}) = \lambda_1 \lambda_0 E(\mu_{i0} + \omega_{i1})(\mu_{i0}) = \lambda_1 \lambda_0 E(\mu_{i-1} + \omega_{i0} + \omega_{i1})(\mu_{i-1} + \omega_{i0})$$

Como ω_{it} é ruído branco:

$$(A49) E(\lambda_1 \mu_{i1})(\lambda_0 \mu_{i0}) = \lambda_1 \lambda_0 E(\mu_{i-1}^2) + \sigma_\omega^2$$

Portanto, juntando-se as expressões:

$$(A50) \text{Cov}(\mu_{i1}, \mu_{i0}) = \lambda_1 \lambda_0 (\sigma_\mu^2 + \sigma_\omega^2)$$

Para $t = 0$ e $t = 2$, teremos:

$$(A51) E(\lambda_2 \mu_{i2})(\lambda_0 \mu_{i0}) = \lambda_2 \lambda_0 E(\mu_{i-1} + \omega_{i0} + \omega_{i1} + \omega_{i2})(\mu_{i-1} + \omega_{i0})$$

Que resultará em expressão para a covariância idêntica a antes (salvo os *factor loadings*):

$$(A52) \text{Cov}(\mu_{i2}, \mu_{i0}) = \lambda_2 \lambda_0 (\sigma_\mu^2 + \sigma_\omega^2)$$

A semelhança ocorre porque os termos ao quadrado que geram as variâncias *dependem do período base utilizado*; mais especificamente, para t e $t+s$, o importante é o número de termos de choque (ω) que aparecem no período t . Como o passeio aleatório pode ser entendido como uma soma de choques que se agregam em cada período ao valor inicial μ_{i-1} , quanto mais

longe estiver o período base t do início do processo em $t = 0$, maior será o número de termos de choque. Com base neste raciocínio, a expressão geral para as covariâncias é a seguinte:

$$(A53) \text{Cov}(\mu_{is}, \mu_{it}) = \lambda_s \lambda_t (\sigma_\mu^2 + (t+1)\sigma_\omega^2) ; \text{ para } s > t$$

Ou seja, para $t=1$, serão dois os termos de choque, e portanto teremos $2\sigma_\omega^2$ na expressão acima. Os termos de choque que $s > t$ tiver a mais serão “anulados”, para qualquer s , pelo fato de o choque ω ser não autocorrelacionado.

Note-se, também, que a expressão para $\text{Cov}(\mu_{is}, \mu_{it})$ difere da expressão de $\text{Var}(\mu_{it})$ apenas quanto aos *factor loadings*.

Variâncias e covariâncias derivadas para modelo com Crescimento Aleatório:

Uma especificação alternativa ao passeio aleatório para o componente permanente consiste na formulação de crescimento aleatório (*random growth*).

$$(A54) y_{it} = \lambda_i [\mu_i + \beta_i t] + \gamma_i v_{it}$$

Em que v_{it} é o mesmo de antes. A derivação da variância do componente permanente é direta:

$$(A55) \text{Var}(\text{perm}_{it}) = \lambda_i^2 (\sigma_\mu^2 + t^2 \sigma_\beta^2 + 2t \sigma_{\mu\beta})$$

Assim como a variância gerada por um passeio aleatório, esta variância também é não estacionária; no entanto, exibe padrão de crescimento quadrático no tempo, e não linear, como ocorria com o passeio aleatório.

A derivação das covariâncias é menos direta, porém é simples verificar que procedimento análogo aos anteriores leva à seguinte expressão geral:

$$(A56) \text{Cov}(\text{perm}_{it}, \text{perm}_{it+s}) = \lambda_i \lambda_{i+s} (\sigma_\mu^2 + t \sigma_{\mu\beta} + (t+s) \sigma_{\mu\beta} + t(t+s) \sigma_\beta^2)$$