

A FEA e a USP respeitam os direitos autorais deste trabalho. Nós acreditamos que a melhor proteção contra o uso ilegítimo deste texto é a publicação online. Além de preservar o conteúdo motiva-nos oferecer à sociedade o conhecimento produzido no âmbito da universidade pública e dar publicidade ao esforço do pesquisador. Entretanto, caso não seja do interesse do autor manter o documento online, pedimos compreensão em relação à iniciativa e o contato pelo e-mail bibfea@usp.br para que possamos tomar as providências cabíveis (remoção da tese ou dissertação da BDTD).

**Universidade de São Paulo
Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade
Departamento de Economia**

↓
**Economia e Sistemas Complexos: Interações Sociais, Dinâmicas Emergentes e
uma Análise da Difusão da Internet na Cidade de São Paulo.**

↓
Gustavo Gomes de Freitas

Orientador: Prof. Dr. Heron Carlos Esvael do Carmo

São Paulo

2003

Reitor da Universidade de São Paulo

Prof. Dr. Adolpho José Melphi

Diretor da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade

Profa. Dra. Maria Teresa Leme Fleury

Chefe do Departamento de Economia

Prof. Dra. Elisabeth Maria Mercier Querido Farina

1338.2
F866e

T338.5 F866e
T85906
2060025732



Universidade de São Paulo
Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade
Departamento de Economia



Powered by MitoProStar - www.laprocessa.com.br

DEDALUS - Acervo - FEA



20600025732

Economia e Sistemas Complexos: Interações Sociais, Dinâmicas Emergentes e
uma Análise da Difusão da Internet na Cidade de São Paulo.

USP - FEA - SBD
DATA DA DEFESA 30/01/04

Gustavo Gomes de Freitas

Orientador: Prof. Dr. Heron Carlos Esvael do Carmo

Dissertação apresentada ao Departamento de Economia da
Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade
da Universidade de São Paulo, como crédito parcial
para a obtenção do título de Mestre em Economia.

São Paulo

2003

85906

85906

FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Seção de Publicações e Divulgação do SBD/FEA/USP

Freitas, Gustavo Gomes de

Economia e sistemas complexos: interações sociais, dinâmicas emergentes e uma análise da difusão da Internet na cidade de São Paulo / Gustavo Gomes de Freitas. – São Paulo : FEA/USP, 2003. 157 f.

**Dissertação (Mestrado) – Universidade de São Paulo, 2003
Bibliografia.**

**1. Microeconomia 2. Campos aleatórios 3. Economia institucional
4. Economia computacional 5. Difusão de tecnologia I. Faculdade de
Economia, Administração e Contabilidade da USP II. Título.**

CDD – 338.5

*Dedico este trabalho aos meus pais,
parceiros e orientadores na ciência e na arte do viver.*

Para a minha satisfação, são muitos aqueles a quem posso agradecer, dentre eles:

- aos amigos do Mackenzie e, em especial, ao pessoal do *Doze* e do *Vinte e Sete*;
- ao Ricardo Hermann, colega e companheiro de viagem;
- ao Sr. Pedro de Lucca, por disponibilizar prontamente a base de dados utilizada para a parte empírica do trabalho;
- ao prof. Jose Niño-Mora, por sua atenção durante minha estada em Barcelona;
- ao pessoal da Secretaria (Valéria e equipe) pela competência e simpatia;
- ao pessoal da sala de micros, pela assistência prestada;
- aos colegas e professores do IPE, pelo ambiente cordial, cooperativo e saudável;
- ao Robson, ao Alan e ao Matheus Magalhães, pelo auxílio em questões específicas;
- ao Fernando Postali, competente economista, por sua leitura cuidadosa e suas valiosas críticas a todo o conteúdo do trabalho;
- ao prof. Flávio Saes, por contribuir (e muito) para o meu entendimento do assunto;
- à profa. Basília Aguirre, pela ajuda e incentivo em momentos decisivos;
- aos profs. Eleutério Prado e Décio, ao meu co-orientador, prof Jorge Soromenho, e ao meu orientador, prof. Heron do Carmo, pelas críticas ao trabalho, e por comigo partilharem seu vasto conhecimento, sua atualizada biblioteca e seu escasso tempo, com uma paciência exemplar; e, principalmente, por nutrirem uma atitude esclarecida que só fez reforçar minha crença de que não se deve fazer ciência sem ética, e de que não é possível fazer ciência dogmaticamente;
- à Dioni, por sua solicitude e pela participação indispensável;
- a meus pais, Freitas e Nídia, e à Juri, à Luci, à Helô e à Veri, pelo apoio contínuo;
- ao meu filho Eduardo, por me “obrigar”, aproveitando-se da autoridade que só uma criança de um ano pode ter, a descansar a mente, enquanto cansávamos o corpo, em nossos momentos conjuntos, aos finais de semana;
- à minha esposa Sônia, pelo carinho, por seu apoio incondicional e pela confiança depositada que, em muitas situações, chega a ser maior do que a minha;
- àqueles que também nos ajudam, mesmo estando do “lado de lá”; e, finalmente,
- à *Inteligência Maior*, por nos convidar a participar ativamente da realização desse Seu fascinante projeto denominado: *Vida*.

Resumo

Os principais conceitos da Teoria dos Sistemas Complexos são inicialmente apresentados, visando-se identificar igualmente que relação tais sistemas guardam com a Teoria Econômica. Em seguida, analisa-se um modelo matemático relacionado com a literatura da complexidade, a saber, o modelo de campos aleatórios, já adaptado, porém, para os interesses das ciências sociais. Como terceiro tópico, sob um enfoque de economia computacional, reproduzem-se algumas das dinâmicas características das economias reais, pela simulação da história de pequenas sociedades artificiais. Finalmente, também sob o enfoque da metodologia dos sistemas complexos, analisa-se o padrão de difusão espacial da INTERNET na região metropolitana de São Paulo.

Abstract

The basic concepts of *Complex Systems Theory* are analysed as much as their relationship to Economics. Then, a mathematical model related to complexity literature is also analysed, the model of *random fields*, mainly when applied to economic themes. As a third topic, on a *computational economics* perspective, some of the interesting features of the dynamics of actual economies are reproduced, by simulating the development of artificial societies. Finally, the spatial diffusion of INTERNET on the São Paulo metropolitan area is statistically analysed according to complex systems methodology.

Índice

Introdução	1
Capítulo 1 - Economia e Sistemas Complexos	3
1.1. Introdução	3
1.2. Um Teorema Sobre o (Des)Equilíbrio Geral	3
1.2.1. A Análise do Comportamento Individual	4
1.2.2. O Comportamento Agregado e a <i>Possibilidade</i> do Equilíbrio Geral	5
1.2.3. Um Resultado Fundamental (ainda que indesejado...)	6
1.3. Os Possíveis Fundamentos de uma Nova Fronteira de Modelagem	9
1.4. Os Sistemas Complexos e suas Dinâmicas Emergentes	12
1.4.1. Mas, o que são os Sistemas Complexos?	13
1.4.2. As Aplicações em Economia	17
1.5. Um Modelo de Campo Aleatório	18
Capítulo 2 - Um Modelo de Propensão a Escolhas com Motivações Sociais	20
2.1. Introdução	20
2.2. Agentes Heterogêneos e sem Motivações Sociais	20
2.2.1. As Propensões Individuais	21
2.2.2. Das Propensões Individuais para o Comportamento Agregado	24
2.2.3. O Problema da Sociedade	25
2.3. De Agentes a Interagentes Heterogêneos e com Motivações Sociais	25
2.3.1. A Vizinhança Social dos Agentes	25
2.3.2. O Modelo de Propensão Individual com Motivações Sociais	27
2.3.3. Especificando a Estrutura de Interação Social	29

2.3.4. Uma Digressão: a Complexidade Lógica da Formação de Expectativas	33
2.3.5. De Volta ao Modelo do Agente com Motivações Sociais	35
2.3.6. Uma Análise Preliminar sobre a Influência dos Incentivos Sociais	36
2.4. O Jogo Social como um Caso Particular	36
2.4.1. A Configuração de Equilíbrio Social	37
2.4.2. A Existência e a Multiplicidade de Equilíbrios Sociais	38
2.4.2.1. A Existência do Equilíbrio	41
2.4.2.2. A Unicidade e a Multiplicidade do Equilíbrio Social	43
2.4.3. Os Equilíbrios Sociais como Padrões Emergentes	48
2.4.4. Estática Comparativa e Multiplicador Social	50
Capítulo 3 - A Dinâmica como um Processo Complexo	55
3.1. Introdução	55
3.2. A Existência do Equilíbrio Estatístico da Sociedade	55
3.2.1. A Distribuição do Comportamento Agregado	56
3.2.2. O Valor Esperado e a Variância para o Comportamento Agregado da Sociedade	57
3.2.3. Especificando a Distribuição $F(x)$ da Heterogeneidade dos Agentes	59
3.2.4. O Comportamento Ergódico e a Existência do Equilíbrio	61
3.3. A Construção e a Simulação das Sociedades Artificiais	66
3.3.1. A Apresentação Gráfica das Simulações	67
3.3.2. Agentes Heterogêneos com Motivações Individuais mas sem Motivações Sociais	68
3.3.2.1. O Efeito da Propensão Individual	68
3.3.2.2. O Efeito da Intensidade dos Incentivos Individuais	70
3.3.2.3. O Efeito da Heterogeneidade dos Agentes	70
3.3.2.4. O Efeito do Tamanho da População	70

3.3.3. Agentes Heterogêneos sem Motivações Individuais mas com Motivações Sociais	71
3.3.3.1. O Efeito de Motivações Sociais <i>Moderadas</i>	71
3.3.3.2. O Efeito de Motivações Sociais <i>Fortes</i>	73
3.3.4. Agentes Heterogêneos com Motivações Individuais e Sociais	81
3.3.4.1. O Efeito de Motivações Sociais <i>Moderadas</i> e o Multiplicador Social	82
3.3.4.2. O Efeito de Motivações Sociais <i>Fortes</i>	84
Capítulo 4 - Interações Sociais e a INTERNET na Cidade de São Paulo	89 ◀
4.1. Introdução	89
4.2. A Identificação Econométrica de Interações Sociais	89
4.3. A Construção do Banco de Dados	92
4.4. Uma Análise Preliminar dos Dados	96
4.4.1. Evidência Gráfica	96
4.4.2. Teste de Auto-Correlação Espacial	97
4.4.3. Estatística Descritiva Comparada das Características Sócio-Econômicas	101
4.5. O Modelo Econométrico	103
4.5.1. Um Modelo Individual sem Variáveis de Vizinhança: $(\gamma, J) = 0$	104
4.5.2. Um Modelo com Características Individuais e de Vizinhança	106
4.5.3. Um Modelo com as Variáveis de Contexto e com a Variável de Interação	108
4.5.4. O Mesmo Modelo com Correção de Heterocedasticidade nos Resíduos	110
4.5.5. Resultados de um Aumento na Vizinhança Espacial dos Vestibulandos	112
4.5.6. Uma Interpretação dos Resultados	114
Conclusão	116 ◐
Anexo	120
Referências	135 ◑

Introdução

É crescente o emprego que se tem feito, recentemente, por economistas e centros de pesquisa interdisciplinares, de técnicas e modelos inspirados pela Teoria dos Sistemas Complexos para o estudo de alguns temas de longo interesse da Ciência Econômica.

Este trabalho visa analisar o que são os Sistemas Complexos e como esse conceito pode contribuir para o avanço da Economia, especialmente no que se refere ao desenvolvimento de novas linhas de modelagem.

Inicialmente, identificam-se as principais características do que se entende por tais sistemas e até que ponto sua utilização pela Teoria Econômica pode eventualmente responder à insatisfação de variados teóricos economistas - dentre estes, alguns autores de contribuições acadêmicas fundamentais - no que se refere ao poder explicativo das análises embasadas no modelo de Equilíbrio Geral, suas posições em parte motivadas por um problema técnico específico com que se defrontou a aplicação do método axiomático à Economia, no tratamento do comportamento agregado das sociedades.

Posteriormente, procede-se à descrição de um modelo matemático de características complexas originário da Física Estatística, e adaptado aos interesses das Ciências Sociais (DURLAUF, 1997; BROCK e DURLAUF, 2001), com o propósito de se verificar de que pressupostos comportamentais a respeito dos agentes econômicos ele se vale, e que características do comportamento agregado das sociedades é capaz de explicar.

Em seguida, recorrendo-se à metodologia recentemente denominada de Economia Computacional, simula-se o comportamento dinâmico de algumas sociedades artificiais, com o propósito de se avaliar o potencial explicativo dos sistemas e seus processos

complexos, ao facultarem amior inteligibilidade de alguns dos fenômenos efetivamente observáveis no desenvolvimento histórico das sociedades.

Finalmente, um estudo empírico da difusão geográfica da INTERNET na Região Metropolitana de São Paulo, procura identificar evidências favoráveis à presença das características dos sistemas complexos no processo espacial de inovação tecnológica.

Capítulo 1

Economia e Sistemas Complexos

1.1. Introdução

Este capítulo procura apresentar, introdutoriamente, o que se entende por sistemas complexos e porque eles podem representar uma ferramenta importante de análise dos fenômenos sociais, já que se fundamentam em conceitos que renomados economistas têm considerado serem os novos caminhos que a Economia deve trilhar no desenvolvimento de seus modelos, suas opiniões motivadas em parte por um teorema de importância capital, pertencente à Teoria do Equilíbrio Geral, o Teorema de Sonnenschein-Mantel-Debreu.

1.2. Um Teorema Sobre o (Des)Equilíbrio Geral

A Teoria Econômica, ao longo do século XX, submeteu-se a um inegável esforço de formalização matemática, como consequência da engenhosa combinação que se fez do Individualismo Metodológico com o Método Axiomático (INGRAO e ISRAEL, 1990; GIOCOLI, 2003).

Os propósitos dessa formalização estão muito bem sintetizados nestas palavras de John von Neuman e Oskar Morgensten, dois autores que contribuíram fundamentalmente para esse processo, ao estabelecerem as bases desse programa:

We wish to find the mathematically complete principles which define *rational behavior* for the participants in a social economy, and to derive from them the general characteristics of that behavior. (VON NEUMANN e MORGENSTEN, 1953, p. 31)

Tal tratamento axiomático do comportamento de escolha racional dos agentes econômicos provocou significativas mudanças na análise modelada dos fenômenos sociais.¹

1.2.1. A Análise do Comportamento Individual

No que se refere à análise do comportamento individual, foi possível, por exemplo, pela aplicação do método axiomático combinado ao Individualismo Metodológico, estabelecer a *estrutura de preferências* como conceito fundamental para a descrição do processo de decisão racional dos agentes econômicos sobre os objetos de escolha (DEBREU, 1959). Essa mudança permitiu, por sua vez, uma nova interpretação conceitual da *função utilidade*, que deixou de ser entendida como um atributo do agente econômico para se tornar um mero instrumento de modelagem “psicologicamente” justificável, sua validade sendo uma consequência lógica dos pressupostos sobre a racionalidade e as preferências individuais.

Tal ruptura metodológica teria contribuído, igualmente, para que a Economia ampliasse a aplicação de modelos para além do estudo dos processos da produção e distribuição de bens, tornando-se passíveis de modelagem as questões também referentes aos incentivos sociais. (MYERSON, 1999). Isso teria se dado porque, como a descrição formal do comportamento racional dos agentes econômicos passou a ser fundamentada, a partir de então, em conceitos matemáticos que prescindem da descrição numérica (as *estruturas de preferências*), muito embora permitam tal descrição (pela existência matemática da *função de utilidade*), tornou-se igualmente possível a utilização desse modelo de comportamento racional para situações em que os objetos de escolha não são

¹ Para uma análise favorável das consequências da utilização do método axiomático na Teoria Econômica veja-se, por exemplo, DEBREU (1991) e para uma visão menos otimista, veja-se BLAUG (1997, p. 167 a 170).

necessariamente quantitativamente comparáveis – *quantidades* consumidas, por exemplo – mas também qualitativamente comparáveis – como, por exemplo, escolher qual a melhor atitude de comportamento individual entre *cooperar socialmente ou optar pelo conflito*, ou mesmo, *votar neste ou naquele partido político*.²

1.2.2. O Comportamento Agregado e a Possibilidade do Equilíbrio Geral

A introdução do método axiomático na Economia permitiu também a demonstração de um importante resultado matemático que, por sua vez, teria profundas implicações sobre o desenvolvimento futuro da Teoria Econômica: o já celebre Equilíbrio de Nash para situações sociais não cooperativas, pela utilização do Teorema do Ponto Fixo como recurso de análise de problemas econômicos e sociais (INGRAO e ISRAEL, *op. cit.*).

Especificamente para a Teoria do Equilíbrio Geral, a demonstração matemática da existência daquele equilíbrio possibilitou o tratamento matemático do conceito de economia de mercado como um grande jogo, no qual a competição entre as firmas e entre os consumidores poderia ser interpretada simplesmente como mais um tipo de interação social, tornando-se seus objetos de escolha (ou seja, suas estratégias de comportamento no jogo), os planos de produção a serem empregados pelas empresas e as cestas de bens e serviços a serem demandadas pelos consumidores. (GIOCOLI, *op. cit.*).³

A reinterpretação da existência do Equilíbrio de Nash para esse jogo econômico como se fora a própria existência do Equilíbrio Geral da economia composta por muitos mercados competitivos, possibilitou maior generalização e abrangência dos pressupostos e

² O “sucesso” dessa “nova” Teoria Econômica teria sido tão expressivo que LAZEAR (1999) adota a opinião extrema de que há um certo *Absolutismo* da Economia, a ponto de configurar-se uma espécie de Imperialismo Econômico dela frente às demais ciências sociais.

³ Essa possibilidade de se interpretar a economia de mercado como apenas mais um caso de interação social foi vislumbrada já por von Neumann & Morgensten, como atestam suas palavras a seguir: *We hope, however, to obtain a real understanding of the problem of exchange by studying it from an altogether different angle: this is, from the perspective of a “game of strategy”*. (VON NEUMANN e MORGENSTEN, *op. cit.*, p. 9)

das hipóteses nos quais se embasavam as demonstrações teóricas tanto a respeito da existência do equilíbrio walrasiano, quanto ao que se refere à eficiência paretiana desse equilíbrio na maximização, à *laissez-faire*, do bem-estar dos agentes econômicos. (INGRAO e ISRAEL, *op. cit.*; KADOTA, *s/data*; HILDEBRAND, 1986).

Paralelamente, esse relativo êxito da Teoria Microeconômica quanto ao Equilíbrio Geral incentivou a procura de um método de análise dos temas macroeconômicos fundamentada nas escolhas individuais dos agentes, constituindo-se assim um programa de microfundamentação da Macroeconomia.

A esse respeito, são ilustrativas as palavras de Robert M. Townsend ao iniciar seu texto técnico de revisão dos modelos macroeconômicos utilizados por tal programa de pesquisa em Teoria Econômica:

The class of general equilibrium models of Arrow (1964), Debreu (1959), Mackenzie (1959), and others is an excellent starting point for the study of actual economies. On the positive side, this class of models can be used to address the standard macroeconomic concerns of inflation, growth, and unemployment, and also more general phenomena such as the objects and institutions of trade, the absence of insurance arrangements of some kinds, or the dispersion of consumption in a population. On the normative side, this class of models can be used to study stabilization policy and optimal monetary arrangements. (TOWNSEND, 1989, p. 379).

Todavia, foi essa mesma estrutura axiomática utilizada pela Teoria do Equilíbrio Geral, cujo rigor lhe era emblemático, que permitiu a verificação de qual era o verdadeiro potencial explicativo das Teorias Neoclássicas de Mercados e, mais especificamente, da Teoria Walrasiana, quando aplicadas à análise do comportamento econômico agregado, tal como se expõe a seguir.

1.2.3. Um Resultado Fundamental (ainda que indesejado...)

O método dedutivo empregado pela Teoria do Equilíbrio Geral permitiu, como visto, a demonstração da existência e da eficiência paretiana desse equilíbrio em economias perfeitamente competitivas.

Entretanto, no que se refere à utilização do tradicional recurso de análise econômica de *Estática Comparativa*, a existência daquele equilíbrio geral não é o bastante para que tal método seja empregado, sendo igualmente necessárias a garantia quanto à sua unicidade e à sua estabilidade.

Uma questão a que o programa de pesquisa em Equilíbrio Geral buscou por longo período responder foi a seguinte: será que as características da função excesso de demanda agregada necessárias para que se valide o uso do método de estática comparativa na análise do comportamento agregado das economias, podem ser resultantes dos próprios microfundamentos utilizados para a sua obtenção e para a garantia da existência e da eficiência daquele equilíbrio? Em outras palavras, será que as hipóteses fundamentais a respeito dos agentes econômicos e de suas relações estabelecem uma estrutura suficiente para se garantir que a função excesso de demanda agregada apresente aquelas características necessárias para a utilização da técnica de estática comparativa, permitindo assim uma determinação inequívoca do comportamento econômico agregado?

Os trabalhos de SONNENCHEIN (1973); MANTEL (1974); DEBREU (1974), e cujo resultado conjunto é usualmente denominado de *Teorema de Sonnenschein-Mantel-Debreu*, respondem àquela pergunta conclusivamente e da seguinte forma: não, partindo-se apenas das hipóteses microeconômicas relativas aos agentes econômicos, ou seja, à microestrutura da economia, não se pode garantir qualquer característica de maior interesse para seu comportamento agregado, e tampouco se pode garantir que a função excesso de demanda agregada apresente as propriedades mínimas necessárias para que o equilíbrio geral da economia possa efetivamente ser utilizado como ferramenta de análise do seu comportamento agregado. Não se pode obter, por exemplo, nem mesmo alguma propriedade equivalente à *Relação de Slutsky* que se refira ao comportamento agregado da sociedade.

Em outras palavras, as características da função excesso de demanda, necessárias para se utilizar o equilíbrio geral da economia como ferramenta de análise do seu comportamento agregado lhe devem ser arbitrariamente imputadas, isto é, de maneira *ad hoc*, e, em sendo assim, não há a microfundamentação esperada para o comportamento agregado da sociedade.⁴

Para avaliar-se inequivocamente a importância técnica do Teorema de Sonnenschein-Mantel-Debreu não apenas para a Teoria do Equilíbrio Geral mas para a própria Economia, uma vez que boa parte dos modelos que hoje nesta se desenvolvem baseiam-se naquela teoria, convém se leia a interpretação de Kenneth Arrow, cujas contribuições seminais para o desenvolvimento daquela Teoria são garantia irrefutável de que esse autor têm *exata* compreensão do Teorema e de seu significado.

Para Arrow, o Teorema de Sonnenschein-Mantel-Debreu mostra que

In the aggregate, the hypothesis of rational behavior has in general no implications; that is, for any set of aggregate excess demand functions, there is a choice of preference maps and of initial endowments, one for each individual in the economy, whose maximization implies the given aggregate excess demand functions. ARROW (1987, p. 264).

e conseqüentemente, quanto ao uso que se tem feito do conceito de Equilíbrio Geral em Teoria Econômica, esse mesmo autor conclui que

The implications [do teorema] are in contradiction to the very large bodies of empirical and theoretical research, which draw powerful implications from utility maximization for (...) the performance of the macroeconomy based on “new classical” or “rational expectations” models. (...) this power is obtained by adding strong supplementary assumptions to the general model of rationality. ARROW (1987, p. 265).

Werner Hildebrand, outro autor que também contribuiu significativamente para a consolidação de alguns dos resultados da Teoria do Equilíbrio Geral, afirma, a respeito desse problema técnico, que

⁴ Para uma apresentação formal do Teorema de Sonnenschein-Mantel-Debreu, além das referências originais, veja-se a seção intitulada *Anything Goes* do capítulo 17 de MAS-COLLEL *et al.* (1995), ou ainda, SAARI (1995). Uma revisão mesclada de especificidades técnicas e informações históricas está disponível em INGRAO e ISRAEL (1990). Veja-se SOROMENHO (2000) para uma análise das conseqüências do Teorema para o programa de microfundamentação da Macroeconomia e AMABLE *et al.* (1997) para o freqüente emprego de suposições *ad hoc* em modelos pretensamente microfundamentados, nesse programa.

From my first conversation with Debreu (when quite naively, I expressed the intention of working on [estabilidade e unicidade] problems), I remember that he was always convinced that the microeconomic foundations do not imply sufficient structure for total excess demand to allow a satisfactory treatment of these problems. Of course, by specific more or less ad hoc assumptions, imposed directly on the excess demand system, certain comparative statics properties, for example, can be obtained. But what is the relevance of these results? HILDEBRAND (1986, p. 26).

e, um pouco mais à frente desse mesmo texto, esse autor complementa:

The results (do Teorema) show, in my opinion, that an exchange economy can no longer serve as an appropriate prototype example of an economy if one wants to go beyond the existence and optimality problem. HILDEBRAND (*op. cit.*, p. 26).

Assim, as opiniões desses autores permitem se perceber que o arcabouço teórico desenvolvido pela combinação do Individualismo Metodológico com o Método Axiomático, tal como se fez até o presente, não pode descrever conclusiva e univocamente o comportamento agregado das economias; ou seja, embora de valor incontestado e substancial pelas diversas contribuições que facultou à Teoria Econômica, o Modelo de Equilíbrio Geral *não basta* como recurso técnico para análise econômica do comportamento agregado das sociedades.⁵

Uma vez identificado esse problema no método de análise utilizado pela Teoria do Equilíbrio Geral, torna-se uma exigência a discussão de quais devem ser os novos caminhos a serem trilhados pela Teoria Econômica tais que lhe permitam a construção de métodos alternativos, capacitando-a a analisar modeladamente o comportamento agregado das sociedades.

1.3. Os Possíveis Fundamentos de uma Nova Fronteira de Modelagem

Uma vez que as hipóteses subjacentes ao Modelo de Equilíbrio Geral, referentes aos agentes, à estrutura e ao funcionamento das sociedades, permeiam expressiva parte da atual Teoria Econômica, assim como fundamentam parcela significativa dos trabalhos que

⁵Além desse problema técnico evidenciado pelo Teorema de Sonnenschein-Mantel-Debreu, convém citar-se ainda aquele identificado por OLSON (1971), a respeito da *Lógica da Ação*.

nela se desenvolvem, a reconsideração das mesmas apresenta-se como um bom ponto de partida para a discussão do que se deve fazer para a construção de novos modelos.⁶

É exatamente esse o procedimento utilizado por ARROW (*op. cit.*); HAHN (1991), e KIRMAN (1997), três autores cujas considerações serão aqui analisadas, respeitada sua ordem cronológica.

Kenneth ARROW (*op. cit.*), depois de revisar as suposições que usualmente se fazem na Teoria Econômica a respeito da racionalidade dos seus agentes, conclui que a validade e utilização do indivíduo econômico substancialmente racional da microeconomia neoclássica (SIMON, 1982) deve ser questionada, quer por sua plausibilidade lógica quer pela vulnerabilidade dos resultados teóricos que ela permite se obtenham.

Sugere, então, que se experimente o desenvolvimento de modelos em que os agentes econômicos passem a ser dotados de *outros tipos de racionalidade*, citando inclusive acreditar na possibilidade de haver “*an inherently unpredictable element in rational behavior.*” (ARROW, *op. cit.*, p. 214).

ARROW (*op. cit.*) antevê até mesmo que tal mudança nos fundamentos da modelagem econômica pode exigir inclusive a definição de *novos conceitos de equilíbrio* que não os usualmente empregados na Teoria Econômica.⁷

Frank HAHN (*op. cit.*), ele mesmo um autor que contribuiu significativamente para a disseminação da Teoria do Equilíbrio Geral em Economia, dada sua co-autoria em *General Competitive Analysis* (ARROW e HAHN, 1971), também considera ser necessária a substituição daquele agente econômico substantivamente racional, capaz de tudo saber e

⁶ A esse respeito, CLOWER e HOVIT (1999) confrontam quais são as características das verdadeiras economias que a Teoria Econômica busca estudar com as características irrealis que as mesmas teriam que apresentar para que a Teoria do Equilíbrio Geral fosse capaz de descrevê-las como desejado.

⁷ FOLEY (1994), por exemplo, procura analisar as economias de mercado sob uma perspectiva probabilística, empregando assim o conceito de *equilíbrio estatístico*.

tudo calcular instantânea e infalivelmente, por *um indivíduo que se vê em constante processo de aprendizado e adaptação*.

Esse mesmo autor acredita ainda que, se a Economia pretende avançar tanto na obtenção de resultados teóricos quanto no seu potencial explicativo dos problemas e fenômenos observáveis, deverá recorrer menos ao método dedutivo e mais a métodos essencialmente indutivos, tal como ilustra a seguinte passagem de seu texto:

Instead of theorems we shall need simulations, instead of simple transparent axioms there looms the likelihood of psychological, sociological and historical postulates. (HAHN, *op. cit.*, p. 47).

Alan KIRMAN (1997), por sua vez, também defende a substituição do agente lógico-dedutivo da Teoria Neoclássica por *agentes adaptativos, inteligentes, hábeis a aprender e evoluir*.

Esse autor identifica ainda outra modificação necessária no estabelecimento dos pressupostos dos modelos a serem desenvolvidos em Economia: a presença de *padrões de interação social não intermediada* entre os agentes econômicos e a *evolução desse padrão de interação social* ao longo do tempo.

Ainda na opinião desse autor, a possibilidade de evolução e mudança constante dos agentes econômicos e de suas interações sociais pode inclusive mostrar ser inapropriada a utilização do conceito *equilíbrio*, tal como entendido em Teoria Econômica, o que exigiria a criação de um novo conceito para a análise da regularidade e estabilidade do comportamento social.

Naturalmente, não é recente o reconhecimento, por parte dos Economistas, da importância das interações entre os indivíduos e as partes das sociedades, para um melhor entendimento da dinâmica das economias.⁸

⁸ Deve-se ressaltar inclusive que o próprio processo competitivo de mercado da Teoria Neoclássica representa um caso particular de interação entre os mesmos, como ilustra a citação da nota de rodapé 3.

Segundo MANSKI (2000, p. 12), entretanto, uma razão para esse aparente desinteresse por parte de alguns economistas no que tange às interações sociais parece ser a dificuldade encontrada, até o presente, de se estabelecer um instrumental de análise que fosse tratável objetivamente. Isso permitiu um maior destaque, de certa forma profícuo, aos modelos embasados somente nos mecanismos de funcionamento dos mercados (concorrência, otimização, etc.) sem que se dedicasse uma merecida atenção a outros tipo de interações sociais que, embora relevantes para o bom entendimento dos processos econômicos, não eram suscetíveis de um tratamento de modelagem quantitativo.⁹

Ao longo dos últimos anos, porém, vem sendo consolidada uma nova linha de análise modelada dos sistemas econômicos que é a dos chamados Modelos de Processos Complexos com Dinâmicas Emergentes, e que vem apresentando contribuições importantes para um melhor entendimento dos variados fundamentos econômicos das dinâmicas sociais.

1.4. Os Sistemas Complexos e suas Dinâmicas Emergentes

Partindo da hipótese de que os agentes podem interagir tanto indiretamente, pelas forças usuais de mercado, quanto diretamente, sem que se exija a existência de mecanismos absolutos ou estanques de intermediação de transações, esta linha de análise tem possibilitado a modelagem de níveis de interação econômica e social maiores do que os empregados pela teoria neoclássica – com sua quase inexistência de relação direta entre os agentes – mas menores dos que os utilizados pela teoria dos jogos não-cooperativos – que supõe total interação entre todos os agentes envolvidos em dado sistema.

⁹ BECKER (1968, 1974, 1991) talvez seja o melhor exemplo desse predomínio dos conceitos utilizados para a análise dos mercados, sobre as ciências sociais.

Conforme discorrem ARTHUR *et all* (1997a), enquanto o paradigma neoclássico está fortemente embasado na busca de pontos de equilíbrio agregado – com eventuais propriedades de eficiência, unicidade e estabilidade, e resultantes da agregação das escolhas racionais individuais – e na busca de trajetórias de equilíbrio – identificando aquelas eventualmente mais eficientes – a escola dos processos complexos com dinâmicas emergentes procura utilizar fundamentos mais abrangentes e flexíveis, que permitam análises mais elucidativas da realidade econômica, ao introduzir, por exemplo, a possibilidade da interação direta entre agentes heterogêneos e dispersos por todo o sistema econômico, a inexistência de um controlador global absoluto à dinâmica do sistema (tal como o *leiloeiro* da análise neoclássica), a existência de diversos níveis de organização hierárquica, a possibilidade de adaptação contínua dos agentes, de seus comportamentos e suas estratégias, a constante renovação dos processos produtivos e possíveis dinâmicas de desequilíbrio.

1.4.1. Mas, o que são os Sistemas Complexos?

Responder a essa questão de forma objetiva e precisa ainda não é tarefa fácil. E mesmo que se restrinja a questão ao contexto da Teoria Econômica, responder o que significa analisar os sistemas econômicos e sociais sob a perspectiva da Complexidade é igualmente difícil, conforme colocam ARTHUR *et al* (1997, p. 2): “*That is not an easy question to answer. Its meaning is still very much under construction(...)*”

Todavia, apesar da dificuldade de se conceituarem os sistemas complexos de forma objetiva, um entendimento preliminar do que representam é possível pela identificação de quais são suas principais características, as quais não se observam nos sistemas clássicos usuais, atualmente denominados, em contraponto, de sistemas simples.

Combinando adequadamente as descrições que três autores fazem, em obras

distintas, do que são os sistemas complexos, pode-se avançar um pouco na compreensão de seu conceito. Cada um desses autores expõe uma característica particular desses sistemas, o primeiro referindo-se aos agentes e partes que os compõem, o segundo atendo-se à forma como essas partes se relacionam, e o último enfatizando seu comportamento agregado:

[I] In complex systems the agents are necessarily both intelligent and adaptive, in the sense that they make decisions in accordance with various rules, and are ready to modify their rules of actions on the basis of new information that comes their way. (CASTI, 1997, p.x)

[Entretanto,] Simple Systems are also formed out of parts. To explain the difference between simple and complex systems, the terms 'interconnected' or 'interwoven' are somehow essential. Qualitatively, to understand the behavior of a complex system we must understand not only the behavior of the parts but how they act together to form the behavior of the whole. (BAR-YAM, 1997, p.1);

[A] system is said to be complex when it exhibits some type of order as a result of the interactions of many heterogeneous objects. When the interactions occur at a level of description other than that at which the patterns occur, these patterns are often called *emergent* (DURLAUF, 1997, grifo no original).

Dessas descrições, três características fundamentais dos sistemas complexos podem ser identificadas:

a) a primeira característica é que os sistemas complexos são compostos por muitos agentes, heterogêneos, que dispõem de um potencial de aprendizado e adaptação, o que lhes permite reagir às mudanças que identificam ao seu redor. Em outras palavras, os agentes dos sistemas complexos apresentam um comportamento heterogêneo, “inteligente”, e adaptativo;

b) a segunda característica é a presença de interações não intermediadas entre as partes, isto é, os elementos constituintes do sistema interagem diretamente, por mecanismos de *feedback* que influenciam seus comportamentos; e finalmente,

c) como terceira característica, conseqüente das duas anteriores, os sistemas complexos apresentam *padrões de auto-ordenamento e estruturas emergentes* de um para outro nível hierárquico superior, e que resultam não só do agregado de suas partes mas,

igualmente, da interação entre as mesmas, o que dá ao seu conjunto uma “textura” ou ordem que também apresenta características evolucionárias.¹⁰ Esses padrões de auto-ordenamento dos sistemas complexos são ditos *emergentes* porque se manifestam em um nível hierárquico superior àquele das interações que os ocasionam, e porque embora decorram da ação e da *inter-ação* de suas partes, não decorrem da *intenção* das mesmas em configurá-los no agregado; isto é, ainda que o *todo* dos Sistemas Complexos pareça ter uma dinâmica própria de lógica irreduzível, ele não é o produto de qualquer projeto de cooperação deliberada e implementada pelos agentes para aquele fim, mas um resultado espontâneo, imprevisto e não-intencional, cujo comportamento decorre igualmente da conjunção dos processos de adaptação e de interação de seus elementos.¹¹

Resumidamente, então, a partir da identificação dessas três características, pode-se dizer que um sistema qualquer é do tipo complexo quando: a) suas partes são *inteligentes, adaptativas* e b) *interagem mutuamente*, gerando uma c) *estrutura emergente, evolucionária* e com “personalidade” própria.¹²

Entretanto, é preciso se faça uma leitura cuidadosa da exposição dessas características básicas dos sistemas complexos, que aqui foram descritas de forma linear e seqüenciada apenas como recurso expositivo introdutório que facilitasse a sua compreensão. Ressalte-se que tais características, por si mesmas, devem ser entendidas como indissociáveis umas das demais, e para um bom entendimento do que representam os sistemas complexos, assim como dos métodos e conceitos empregados por sua teoria,

¹⁰ Conseqüentemente, o Reduccionismo típico dos modelos da teoria neoclássica torna-se inválido como método de análise dos sistemas complexos, uma vez que estes demonstram *Gestalt*, sendo mais do que a “simples” soma de suas partes.

¹¹ Uma observação importante: no caso das ciências sociais em que os agentes são, em última análise, efetivamente inteligentes (ao menos em relação ao que se entende atualmente por *inteligência*) alguns padrões de ordem emergente podem ser resultantes da ação e da intenção dos mesmos em realizá-los no agregado.

¹² Note-se a semelhança dos fundamentos utilizados pelos modelos de características complexas com as considerações que fizeram Kenneth Arrow, Frank Hahn e Alan Kirman a respeito dos futuros modelos econômicos, discutidas nas páginas anteriores.

deve-se considerar que essas características não se encontram isoladas nos sistemas, estanques, apartadas; essas características não podem ser analisadas individualmente, sendo inclusive tratadas pela literatura específica como interdependentes.

Assim, em uma tentativa de se dirimirem eventuais dúvidas e dificuldades, procurando esclarecer o que são ou representam os sistemas complexos, alguns processos comuns que permitem uma ilustração de como a identificação dessas características apresentadas os classificariam como tais, seriam: um conjunto de partículas que interagem mutuamente, produzindo propriedades magnéticas das matérias que, embora existam no agregado, não se observam quando as partículas se encontram suficientemente isoladas para que não haja interação; um grupo de indivíduos vivos que se esforçam por sua sobrevivência, interagindo entre si e com seu *habitat*, originando espécies biológicas com seus *fenótipos* e ecologias; um grupo de investidores que negociam ações, norteados por suas idiosincrasias, influenciados pelo comportamento dos demais investidores com quem se comunicam e do desempenho do mercado como um todo, tal como expresso por algum índice de referência; motoristas que, além de seus hábitos e suas experiências de trânsito, guiam seus veículos influenciados tanto pelo comportamento dos motoristas que estão ao seu redor, quanto pelas informações relativas aos locais em que se encontram e às quais tenham acesso por emissoras de rádio; e eleitores que, além de suas preferências políticas individuais, consideram as preferências e tendências dos demais eleitores que os rodeiam, tais como familiares, amigos e colegas de trabalho, e as prováveis escolhas do conjunto eleitoral a que pertencem, o que inferem a partir da divulgação de pesquisas de intenção de voto.¹³

Não obstante a utilidade dessas ilustrações, todavia, poucos exemplos do que se

¹³ Tome o leitor o cuidado de não confundir a idéia de sistemas e processos complexos com a de sistemas e processos caóticos, ainda que ambas partilhem de algumas similitudes. Grosseiramente entendidos, os modelos de sistemas complexos centram-se essencialmente na organização e, portanto, na ausência de caos. A esse respeito, veja-se WILLIAMS (2001).

entende por sistemas complexos parecem ser tão ilustrativos quanto o de um cardume em que peixes *heterogêneos* em seus movimentos, *adaptam* contínua e localmente seus comportamentos pela *interação* com os demais peixes ao seu redor, *emergindo* uma auto-organização de coesão e equilíbrio para o comportamento agregado, como se *mãos-invisíveis* lhe dessem aquele formato agregado e aquela estabilidade comportamental.¹⁴

Todos esses exemplos ilustram a presença de *agentes adaptativos* que *interagem*, gerando ordem e estruturas *emergentes* locais e globais.¹⁵

1.4.2. As Aplicações em Economia

Com tal abordagem diferenciada de pesquisa, a escola dos processos complexos com dinâmicas emergentes tem desenvolvido uma pioneira e farta literatura de caráter multidisciplinar, utilizando, por exemplo, modelos de processos estocásticos aplicados a fenômenos com retornos crescentes (ARTHUR, 1994), à endogeneidade de preferências (FÖLMEER, 1972), a jogos populacionais (BLUME, 1995, 1997), (CHIAPPIN, 1997) e a equilíbrios estatísticos de mercado (FOLEY, 1994), modelos cognitivos de racionalidade limitada (SIMON, 1976a, 1976b, 1982) aplicados à análise do comportamento investidor (SHILLER, 2000), modelos de algoritmos genéticos (HEGSELMANN e FLACHE, 1998) aplicados à formação de expectativas de preços de mercado (ARIFOVIC, 1994) e à organização e à inovação tecnológica (FRENKEL, 2000; KAUFFMAN e MACREADY, 1995), modelos de sociedades artificiais (TESFATSION, 1997) aplicados à formação de preços de mercado (ARTHUR *et al.*, 1997b; KIRMAN e VRIEND, 2001) e à exploração

¹⁴ A referência à metáfora de mão-invisível de Adam Smith é explícita e para uma análise de como os conceitos referentes aos sistemas complexos permeiam todo o pensamento clássico da Economia Política veja-se COLANDER (2000).

¹⁵ Para uma visão preliminar dos principais conceitos da teoria dos sistemas complexos, veja-se WIBLE (2000). Duas referências clássicas são PRIGOGINE e STENGERS (1984); NICOLIS e PRIGOGINE (1989). Uma referência que apresenta os fundamentos dos sistemas complexos com um enfoque multidisciplinar (Economia, Física e Biologia) é AU YANG (1999); e se o interesse for particularmente no que se refere à Teoria Econômica, ARTHUR *et al.* (1997); KRUGMAN (1997); AGLIARDI (1998) e GUEDES (1999).

de recursos naturais (EPSTEIN e AXTELL, 1996), e modelos derivados da teoria dos jogos evolucionários (SAMUELSON, 1996; WEIBULL, 1997; VEGA-REDONDO, 1996) aplicados, por exemplo, aos ciclos econômicos (SILVEIRA, 2000), à disseminação de novas tecnologias (SOROMENHO et al., 2001; PRADO *et al.*, 2003), ao aprendizado social (ELLISON, 1993; ELLISON e FUDENBERG, 1993, 1995) e à mudança institucional (YOUNG, 1998).

Essa nova metodologia tem permitido ainda aplicações relevantes à análise de fenômenos econômicos e sociais tão diversificados quanto segregação racial e habitação (SCHELLING, 1971, 1973), adoção de tecnologias inferiores e crescimento econômico (DURLAUF, 1993), demanda educacional, urbanização e acumulação de capital humano (BÉNABOU, 1993), a distribuição geográfica de taxas de desemprego em regiões metropolitanas (TOPA, 2001; MONTGOMERY, 1991), e a distribuição também espacial de taxas de criminalidade decorrente de interação social (GLAESER et al., 1996).¹⁶

1.5. Um Modelo de Campo Aleatório

Em particular, o modelo de características complexas a ser analisado neste trabalho é o apresentado em (DURLAUF, 1997; BROCK e DURLAUF, 2001), cujo formalismo tem suas origens na Física Estatística do Paramagnetismo, tal como desenvolvido inicialmente por Ernest Ising, e cujo propósito, naquele contexto, era o de explicar como a propriedade magnética de um material pode *emergir espontaneamente da auto-organização* de partículas em estados magnéticos inicialmente *heterogêneos*, mas que *interagem localmente*. (KINDERMANN e SNELL, 1980; KARR, 1990).

¹⁶ Para uma revisão mais detalhada da literatura com um enfoque teórico veja-se KIRMAN(1997) e com um enfoque também econométrico, GLAESER e SCHEINKMAN (2001); BROCK e DURLAUF (2000).

Esses modelos de campos (magnéticos) aleatórios (*random fields*), aplicados à Economia, representam uma nova ferramenta de análise de como as motivações sociais e institucionais dos agentes econômicos podem influenciar seus comportamentos individuais, ao se combinarem com seus incentivos pessoais, podendo resultar dessa combinação fortes implicações para as dinâmicas sócio-econômicas agregadas, com a realização de configurações macroeconômicas emergentes.

Esses incentivos coletivos dos agentes são intensificados por fatores de vizinhança sócio-econômica e se devem, por exemplo, à necessidade do indivíduo de ajustar, em alguma medida, o seu comportamento de escolha ao comportamento do grupo ou dos agentes que lhe servem de referência.

Dada a possibilidade, facultada por esse formalismo, de se tratar modeladamente as sociedades, com a consideração de algumas de suas características institucionais, as quais podem condicionar sobremaneira a organização e o desenvolvimento das economias (OLSON, 1971, 1982; NORTH, 1990, 1997), esses modelos de campos aleatórios parecem guardar relação com a Nova Economia Institucional (EGGERTSON, 1990).

É o tema do próximo capítulo, então, a apresentação introdutória desse formalismo dos modelos de campos aleatórios, já adaptados para os interesses das Ciências Sociais.

Capítulo 2

Um Modelo de Propensão a Escolhas com Motivações Sociais

2.1. Introdução

Neste capítulo, apresenta-se, inicialmente, um modelo probabilístico de escolhas individuais. Em seguida, depois de introduzido o conceito de vizinhança social, emprega-se o formalismo dos modelos de campos aleatórios da Física Estatística para a análise do comportamento agregado de uma população de agentes cujas escolhas podem ter alguma motivação social. Discute-se, então, a existência e a multiplicidade de equilíbrios para o comportamento agregado, bem como se analisa qual o papel desempenhado pelas interações sociais para que se observem algumas das características de complexidade do comportamento populacional.

2.2. Agentes Heterogêneos e sem Motivações Sociais

Os Modelos de Escolha Individual com Utilidade Aleatória (*Random Utility Models*) permitem se tratar os agentes econômicos como indivíduos heterogêneos, com variadas motivações psicológicas, muitas das quais sequer podem ser objetivamente consideradas mas que, apesar disso, podem ter influência capital no seu processo de decisão e escolha.¹⁷

Tais modelos não se propõem a identificar todos os determinantes das escolhas dos agentes econômicos e sim a analisar suas propensões, tendências, motivações e incentivos, implementando, para tanto, uma análise estocástica sobre seus comportamentos

¹⁷ Em ordem crescente de dificuldade, esses modelos são apresentados em GRIFFITHS *et al.* (1993), GREENE (2000) e MCFADDEN (1981).

individuais, partindo da hipótese de não haver previsibilidade absoluta nas suas atitudes.

Nas palavras de Daniel McFadden, um dos autores que mais contribuíram, teórica e empiricamente, no desenvolvimento desse tipo de análise:

From the standpoint of the observer unmeasured psychological factors introduce a random element in economic decisions. The result is a probabilistic theory of choice which has many features in common with psychophysical models of judgment.. (MCFADDEN, 1981, p. 198).¹⁸

Convém ressaltar que não há, nesse tipo de análise, qualquer conotação de comportamento incoerente ou irracional: o agente escolhe coerentemente, de acordo com suas motivações e sua racionalidade. As limitações existem, sim, mas para o observador.

2.2.1. As Propensões Individuais

Considere-se um problema de decisão com que um agente i se defronta, devendo decidir por uma dentre duas opções alternativas de escolha, genericamente representadas, aqui, por 0 e 1 .

Seja $V_i(w_j) : \{ 0, 1 \} \rightarrow \mathcal{R}$ uma função de utilidade aleatória decomponível em dois termos aditivos, $u(w_j)$ e $\epsilon_i(w_j)$, a parcela determinista e a parcela aleatória, respectivamente, de tal forma que

$$V_i(w_j) = u(w_j) + \epsilon_i(w_j) \quad (1)$$

O termo $u(w_j)$ dessa expressão visa representar as motivações identificáveis do comportamento do agente i quando da sua escolha por w_j .

Se, por exemplo, a escolha $w_j = 1$ se refere à adoção de uma nova tecnologia por parte de um agente i , esse termo $u(w_j)$ pode representar o ganho técnico, em uma análise

¹⁸ Uma breve revisão histórica do desenvolvimento desse tipo de análise na Teoria Econômica e na Econometria está disponível em NELSON (1990, p. 141/2); segundo este autor, inclusive, a introdução desses modelos em Economia, ocorrida em meados do século XIX, deveu-se a estudos sobre a heterogeneidade da capacidade cognitiva dos agentes econômicos, quanto à percepção das características físicas de objetos.

objetiva de custo-benefício, que aquele indivíduo i obtém por se decidir pela nova tecnologia e que, sendo técnico, independe de suas características pessoais.

Em analogia, se $w_i = 1$ representar a decisão de um investidor em manter em sua carteira um título do Governo com *cupom*, mas livre de risco, o termo $u(w_i)$ pode ser entendido como os juros a serem recebidos periodicamente pelo investidor, sobre cujos valores não há incerteza e imprevisibilidade, sendo inclusive objetivamente mensuráveis e, portanto, independentes de quais são as características psicológicas do agente.¹⁹

O segundo termo da expressão (1), a parcela $\epsilon_i(w_i)$, refere-se, por sua vez, às motivações latentes, não observáveis e idiossincráticas do agente em relação à escolha w_i , e que são, em última análise, as responsáveis pela característica probabilística de seu comportamento de escolha.

Se retomado o exemplo da adoção de uma nova tecnologia, esse termo estocástico pode se referir ao ganho que o agente i *percebe* da sua relação individual com a inovação, quando comparado àquele *percebido* pelo uso da tecnologia antiga e que, portanto, é essencialmente pessoal, não mensurável e dependente das suas habilidades e competências.

E, de forma análoga, quanto ao exemplo do título, o termo estocástico pode se referir à avaliação subjetiva que o investidor faz do juro a ser periodicamente recebido pela manutenção do título em sua carteira, o que se trata como algo basicamente pessoal e, portanto, não observável.

Sob esse enfoque de imprevisibilidade de comportamento e como hipótese de construção, o modelo admite que

$$Prob(w_i=1) = Prob(V(w_i=1) - V(w_i=0) > 0) \quad (2)$$

ou seja, que a escolha do agente i pela opção $w_i=1$ em detrimento de $w_i=0$ será *tanto mais*

¹⁹ Observe-se, assim, que a função $u(*)$ não é indexada ao agente já que a mesma depende apenas da escolha realizada w_i e não de quem a realizou.

provável quanto mais provável for que aquela escolha lhe dê maior retorno ou utilidade do que esta. Trata-se, assim, de se quantificar uma propensão e não uma decisão.

Se manipulada a expressão (2) como segue,

$$Prob(w_i=1) = Prob(V(w_i=1) > V(w_i=0)) \quad (3)$$

E, se inserida a expressão (1), obtém-se

$$Prob(w_i=1) = Prob (u(w_i=1) + \epsilon_i(w_i=1) > u(w_i=0) + \epsilon_i(w_i=0)) \quad (4)$$

ou ainda,

$$Prob(w_i=1) = Prob (\epsilon_i(w_i=1) - \epsilon_i(w_i=0) > u(w_i=0) - u(w_i=1)) \quad (5)$$

como expressão para a probabilidade de que a escolha $w_i=1$ se realize.

Com o propósito de dar um significado intuitivo dessa expressão (5), em um exercício de livre interpretação, suponha-se que um determinado agente i tenha optado por $w_i=1$ muito embora os seus incentivos observáveis fossem tais que $u(0) > u(1)$, isto é, que a escolha $w_i=0$ aparentasse ser a “razoável”, em termos líquidos; então, *infere-se* que os seus incentivos implícitos e não observáveis, também em termos líquidos, isto é, $\epsilon_i(1) - \epsilon_i(0)$, inclinaram-no muito mais fortemente para a opção $w_i=1$, excedendo os incentivos líquidos por $w_i=0$.²⁰

Retomando-se a expressão(5), se invertida a desigualdade entre os parênteses,

$$Prob(w_i=1) = Prob (\epsilon_i(w_i=0) - \epsilon_i(w_i=1) < u(w_i=1) - u(w_i=0)) \quad (6)$$

e se $f(x)$, $x \in (-\infty, \infty)$, representar a densidade de probabilidade e $F(x)$ a respectiva distribuição de probabilidade acumulada para as motivações subjetivas e não observáveis do agente i , isto é,

$$(\epsilon_i(w_i=1) - \epsilon_i(w_i=0)) \sim f(x) \quad (7)$$

tem-se que

$$Prob(w_i=1) = F (u(w_i=1) - u(w_i=0)) \quad (8)$$

²⁰ Para uma análise formal sobre Preferência Revelada Estocástica, veja-se MCFADDEN (*op cit*, p. 204).

Essa expressão (8) mostra que, por consequência da própria definição de $F(x)$ como distribuição de probabilidade acumulada, quanto maiores os incentivos explícitos pela escolha $w_i = 1$ em comparação aos de $w_i = 0$, mais provável é que o agente i opte por aquela ao invés desta, já que $F(x)$ não pode ser decrescente. Assim, quanto maiores os incentivos objetivos ou mensuráveis, menor a incerteza quanto ao provável comportamento do agente, os incentivos latentes e não observáveis perdendo relevância, comparativamente, para seu processo de escolha.

2.2.2. Das Propensões Individuais para o Comportamento Agregado

Extendo-se a análise, trate-se, agora, não de um mas de I indivíduos, cada um deles devendo realizar, simultânea e independentemente, sua escolha por $w_i \in \{0, 1\}$.

Dada a decisão de cada um desses I agentes, o comportamento conjunto desse grupo é representado pelo vetor

$$w = (w_1, w_2, w_3, \dots, w_{I-1}, w_I) \in \{0, 1\}^I \quad (9)$$

Supondo-se, inicialmente, que cada um deles realize sua escolha de forma independente da dos demais, isto é, de que as escolhas w_i sejam variáveis aleatórias independentes, esse vetor w pode ser tratado como uma variável aleatória cuja distribuição de probabilidade equivale ao produto das distribuições de probabilidade dos comportamentos individuais de cada um dos I agentes. E, ademais, também como consequência da hipótese de independência de escolhas (ou *experimentos aleatórios*, do ponto de vista do observador) o comportamento agregado desse grupo de indivíduos, representado por

$$m = (\sum_i w_i) / I \quad (10)$$

corresponde à frequência m de escolhas $w_i=1$ em I ensaios de Bernoulli o que, por

consequência, tem distribuição binomial

$$Prob(m) = \binom{I}{m} (F(u(w_i=1) - u(w_i=0)))^m (1 - F(u(w_i=1) - u(w_i=0)))^{I-m}. \quad (11)$$

2.2.3. O Problema da Sociedade

Entretanto, admita-se, agora, que aquele conjunto de I agentes constitua não só um grupo de indivíduos mas uma *sociedade*, no sentido de que exista algum tipo de interação comportamental entre os mesmos e, por conseguinte, algum tipo de correlação ou, mais precisamente, de dependência nas suas decisões de escolha.

Isso significa dizer, estatisticamente, que as variáveis aleatórias w_i 's que compõem o vetor w não são mais ensaios independentes, e o agente i pode influenciar (e ser influenciado por) a escolha do agente j , w_j que, por sua vez pode influenciar (e também ser influenciado por) a escolha do agente k , w_k , e assim sucessivamente, para todos os I agentes, o que invalida a distribuição de probabilidade (11) para o comportamento agregado m , fundamentada na hipótese de independência das realizações ou escolhas w_i 's.

No caso de se tratar, portanto, da análise de escolha de I indivíduos que além de agentes são *inter-agentes*, o modelo até aqui desenvolvido precisa ser refinado, sendo necessário o tratamento adequado da interdependência das variáveis aleatórias w_i 's que compõem o vetor w descritivo do comportamento da sociedade.

2.3. De Agentes a Interagentes Heterogêneos e com Motivações Sociais²¹

2.3.1. A Vizinhança Social dos Agentes

Denomine-se por *Vizinhança* do indivíduo i , representada por $n(i)$, o conjunto dos

²¹ Inicia-se, aqui, a apresentação dos conceitos básicos dos modelos de Campos Aleatórios (*Random Fields*) da Física Estatística, já adaptados para os interesses das Ciências Sociais. Paralelamente, apresenta-se a adaptação sugerida por DURLAUF (1997); BROCK e DURLAUF (2001), ora explicitando-se algumas das suposições e especificações que se encontram implícitas no desenvolvimento realizado por esses autores, ora reinterpretando-se algumas de suas simplificações e de seus resultados.

agentes da sociedade com os quais ele interage e que influenciam seu comportamento.

E, visando-se a simplicidade da notação utilizada, represente-se igualmente por $n(i)$ o próprio número de agentes que se inserem na vizinhança do agente i .²²

Esquemáticamente, as figuras a seguir ilustram duas diferentes vizinhanças de um indivíduo inserido em um contexto social:

$i-2, j-2$	$i-2, j-1$	$i-2, j$	$i-2, j+1$	$i-2, j+2$
$i-1, j-2$	$i-1, j-1$	$i-1, j$	$i-1, j+1$	$i-1, j+2$
$i, j-2$	$i, j-1$	i, j	$i, j+1$	$i, j+2$
$i+1, j-2$	$i+1, j-1$	$i+1, j$	$i+1, j+1$	$i+1, j+2$
$i+2, j-2$	$i+2, j-1$	$i+2, j$	$i+2, j+1$	$i+2, j+2$

$i-2, j-2$	$i-2, j-1$	$i-2, j$	$i-2, j+1$	$i-2, j+2$
$i-1, j-2$	$i-1, j-1$	$i-1, j$	$i-1, j+1$	$i-1, j+2$
$i, j-2$	$i, j-1$	i, j	$i, j+1$	$i, j+2$
$i+1, j-2$	$i+1, j-1$	$i+1, j$	$i+1, j+1$	$i+1, j+2$
$i+2, j-2$	$i+2, j-1$	$i+2, j$	$i+2, j+1$	$i+2, j+2$

Figura1: $n(\text{Ind}_{ij}) = \{ \text{Ind}_{kl} : |k-i| + |l-j| = 1 \}$ Figura2: $n(\text{Ind}_{ij}) = \{ \text{Ind}_{kl} : 0 < |k-i| + |l-j| < 3 \}$

Tal representação gráfica refere-se a uma concepção essencialmente espacial de sociedade, tal como o próprio termo *vizinhança* sugere. Entretanto, o mesmo conceito pode ser aplicado para o caso de uma *vizinhança social* em sentido mais amplo, segundo o qual seriam considerados vizinhos dois indivíduos que partilhassem de determinada proximidade sócio-econômica, mas não necessariamente geográfica: dois indivíduos que residam *geograficamente* distantes um do outro podem ser considerados *socialmente* vizinhos se, por exemplo, freqüentarem um mesmo ambiente social, como uma escola, uma igreja ou uma instituição cultural qualquer, ou partilharem de uma mesma fonte de informação que influencie seus comportamentos, conjuntamente.²³

Assim, com o propósito de se criar uma representação gráfica que admita tal interpretação social de *vizinhança*, as figuras a seguir também exemplificam possíveis situações de interação entre agentes, sem sugerirem, necessariamente, uma conotação

²² O contexto em que $n(i)$ aparece no desenvolvimento do texto deixa claro quando se trata de um ou de outro significado, sem risco de interpretação contrária.

²³ A vizinhança pode ser definida inclusive em termos temporais como, por exemplo, entre duas gerações sucessivas de agentes econômicos.

geográfica ou espacial:²⁴

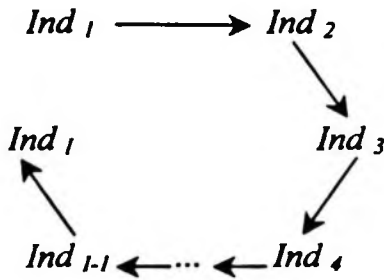


Figura3: $n(Ind_i) = n(i) = \{ Ind_k : k = i - 1 > 0 \}$

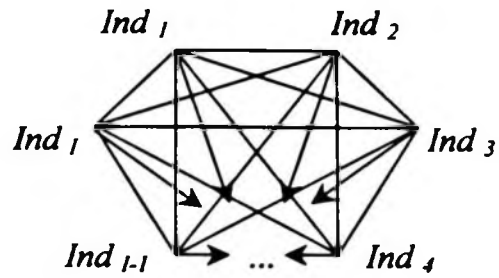


Figura4: $n(Ind_i) = n(i) = \{ Ind_k : k \neq i \}$

2.3.2. O Modelo de Propensão Individual com Motivações Sociais

Retomando-se o problema da escolha dos indivíduos, seja agora $\{ -1, 1 \}$ a representação do conjunto de opções alternativas disponíveis a cada um dos I agentes dessa sociedade.²⁵

Em direta analogia ou generalização da análise desenvolvida anteriormente, para o caso dos agentes independentes, admita-se agora que o indivíduo i da sociedade, no seu processo de decisão por $w_i \in \{ -1, 1 \}$, além dos incentivos explícitos e observáveis, representados por $u(w_i)$, e dos incentivos implícitos e idiossincráticos, representados por $c_i(w_i)$, possa perceber igualmente algum tipo de motivação social, de sorte que as escolhas e os comportamentos dos demais agentes que lhe servem de referência, ou seja, sua vizinhança social, possam ter alguma influência na sua escolha.²⁶

²⁴ Esse tipo de figura 3 e 4 é denominado de Grafo, em que cada vértice representa uma “posição” dos indivíduos e as arestas representam a estrutura de interação entre os mesmos. O tipo de figura 1 e 2 anteriormente utilizado, por outro lado, é chamado de Reticulado (*lattice*) e é bastante utilizado na Física do Estado Sólido, cada partícula do material sob análise ocupando um vértice da figura. Um exemplo de reticulado para a representação espacial da estrutura interna dos sólidos é o conjunto formado pelo Produto Cartesiano Z^3 .

²⁵ A mudança na representação do conjunto de escolhas de $\{ 0, 1 \}$ para o $\{ -1, 1 \}$ é um mero artifício analítico adotado para facilitar o desenvolvimento futuro da análise. Há, além disso, uma analogia com a representação usual de *spin* ou *momento magnético* de uma partícula, na Física Estatística, 1 representado o estado *up* e -1 o estado *down*.

²⁶ Mais uma vez, como se trata de um modelo probabilístico, não se afirma que a vizinhança *tem* influência sobre a escolha do agente mas, sim, que *pode* ter.

Se, como já citado anteriormente, tratar-se da decisão de adoção de uma nova tecnologia pelo agente i , além das motivações objetivas, relativas à eficiência técnica dessa nova opção frente às anteriores, o indivíduo pode perceber incentivos relacionados a *externalidades* no uso da mesma. Se houver, por exemplo, como *externalidade positiva*, a facilidade de obtenção de informações com vizinhos seus que tenham adotado a mesma tecnologia, a respeito de recursos e facilidades disponibilizados por ela, o agente i passa a ter um incentivo adicional, contextual e dependente da vizinhança.

E no exemplo também já citado do investidor que decide por manter ou não um determinado título em sua carteira, um exemplo de motivação social que ele poderia apresentar é o de especulação financeira quanto ao esperado comportamento do mercado, estando diretamente relacionada com o que ele observa em sua vizinhança social, o próprio mercado.²⁷

Represente-se essa motivação social da escolha do agente i , decorrente do comportamento dos seus vizinhos $j \in n(i)$, pelo termo aditivo $S_i(w_i, w^e)$ em $V_i(w_i)$, em que w^e corresponde à expectativa que esse agente i nutre a respeito da escolha de todos os demais indivíduos que lhe exercem alguma influência, inseridos em sua vizinhança social.

A inclusão desse termo social $S_i(w_i, w^e)$ na função de utilidade aleatória $V_i(w_i; w^e) : \{-1, 1\} \rightarrow \mathcal{R}$ a modifica para

$$V_i(w_i; w^e) = u(w_i) + S_i(w_i, w^e) + \epsilon(w_i) \quad (12)$$

e pode ser interpretada como a inclusão de uma nova “variável”, uma função na verdade, resultado do esforço de se tentar reduzir o erro do modelo ou, ainda, a importância da parcela aleatória, o termo $\epsilon_i(w_i)$, sobre as escolhas dos agentes, tornando-se explícita uma motivação do comportamento do agente até então não considerada e, por isso, embutida

²⁷ Naturalmente, é igualmente possível a interpretação de que essas motivações sociais sejam decorrentes da existência de instituições informais na sociedade, que não necessariamente determinam mas podem condicionar os comportamentos individuais dos agentes. É possível, inclusive, a leitura de que esse termo se refira aos chamados efeitos *Bandwagon* e *Veblen* (LEIBENSTEIN, 1950).

nas motivações implícitas e não observáveis.²⁸

Dada essa ampliação do modelo, ainda sob o mesmo critério de que o indivíduo estará tanto mais propenso à escolha (w_i) quanto maior o retorno que espera obter ao escolhê-la - comparativamente à alternativa ($-w_i$) - a probabilidade de se observar a escolha w_i pelo agente i , que passa a depender do comportamento que ele espera observar na sua vizinhança, será

$$Prob(w_i | w^e) = Prob(V_i(w_i; w^e) - V_i(-w_i; w^e) > 0) \quad (13)$$

que, utilizada a expressão (12), pode ser reescrita como

$$= Prob(u(w_i) + S_i(w_i, w^e) + \epsilon(w_i) > u(-w_i) + S_i(-w_i, w^e) + \epsilon(-w_i)) \quad (14)$$

ou ainda, invertida a desigualdade e agrupados os termos de mesma origem,

$$Prob(w_i | w^e) = Prob(\epsilon(-w_i) - \epsilon(w_i) < (u(w_i) - u(-w_i)) + (S_i(w_i, w^e) - S_i(-w_i, w^e))) \quad (15)$$

Se, tal como anteriormente, representa-se por $F(x)$ a distribuição de probabilidade acumulada da heterogeneidade dos agentes, tem-se

$$Prob(w_i | w^e) = F((u(w_i) - u(-w_i)) + (S_i(w_i, w^e) - S_i(-w_i, w^e))) \quad (16)$$

para a expressão da probabilidade de que se verifique a escolha w_i pelo i -ésimo agente.²⁹

2.3.3. Especificando a Estrutura de Interação Social

Com o intuito de tornar o modelo melhor tratável analiticamente, através de especificações mais particulares do termo de interação social $S_i(w_i, w^e)$, seja o parâmetro J_{ij}

²⁸ Equivaleria, assim, na terminologia econométrica, à eliminação da auto-correlação dos erros pela inclusão dos determinantes sociais, até então "variáveis omitidas".

²⁹ Esse tipo de modelo em que apenas o comportamento w^e dos componentes do sistema vizinhos ao i influencia sua provável comportamento é conhecido, na literatura dos processos estocásticos, como *Modelo de Campo de Markov*, por apresentar a propriedade estatística de Markov, a saber,

$$Prob(w_i | w_1, w_2, w_3, \dots, w_{i-1}, w_{i+1}, \dots, w_{i-1}, w_i) = Prob(w_i | w_j, j \in n(i)),$$

ou seja, o provável "estado" do elemento i só depende dos estados de seus elementos vizinhos, independentemente dos estados dos elementos "suficientemente" distantes dele e, portanto, não inseridos em sua vizinhança. Ilustrativamente, se o caso representado na figura 1 denotar uma vizinhança temporal, isto é, se w_i representar a i -ésima realização de uma variável aleatória, trata-se da bastante conhecida Cadeia de Markov, na qual $Prob(w_i | w_1, w_2, w_3, \dots, w_{i-1}, w_{i+1}, \dots, w_{i-1}, w_i) = Prob(w_i | w_{i-1})$. Para as Cadeias de Markov, veja-se HOWARD e SAMUEL (1998); SIMON e BLUME (1994); KARR (1990); KINDERMANN e SNELL (1980), para os Campos de Markov.

uma medida da relevância que o agente i atribui à escolha do seu vizinho j e considere-se a expressão

$$(w_i + w_j^e)^2 \quad (17)$$

que apresenta a seguinte propriedade:

a) se a escolha do agente i diferir da escolha que ele espera observar para o agente j , uma será o oposto da outra, $w_i = -w_j^e$, ou ainda, $w_i + w_j^e = 0$ e, por fim, $(w_i + w_j^e)^2 = 0$;

b) se, alternativamente, a escolha do agente i coincidir com a escolha que ele espera observar para o agente j , então $w_i = w_j^e$ e, ou $w_i + w_j^e = +2$ ou $w_i + w_j^e = -2$, o que significa que $(w_i + w_j^e)^2 = 4$.

Nesse caso, se se representa o teor de interação social do indivíduo i com sua vizinhança pela expressão

$$S(w_i, w^e) = \sum_{j \in n(i)} J_{ij} (w_i + w_j^e)^2 \quad (18)$$

então a diferença de incentivos sociais, para o agente i , entre as escolhas w_i e $-w_i$ é dada por

$$S_i(w_i, w^e) - S_i(-w_i, w^e) = \sum_{j \in n(i)} J_{ij} (w_i + w_j^e)^2 - \sum_{j \in n(i)} J_{ij} (-w_i + w_j^e)^2$$

ou, agrupados os termos semelhantes,

$$S_i(w_i, w^e) - S_i(-w_i, w^e) = \sum_{j \in n(i)} J_{ij} ((w_i + w_j^e)^2 - (-w_i + w_j^e)^2) \quad (19)$$

Obtém-se, então, com algum tratamento algébrico combinado com as propriedades anteriormente descritas de $(w_i + w_j^e)^2$, a expressão simplificada

$$S_i(w_i, w^e) - S_i(-w_i, w^e) = \sum_{j \in n(i)} 4 J_{ij} w_i w_j^e \quad (20)$$

Essa expressão para a diferença de incentivos sociais por uma ou outra escolha do agente i pode ser interpretada com segue: se $J_{ij} > 0$, isto é, se o comportamento do agente j é considerado positivamente pelo agente i , existe um incentivo social para que este último

imite o comportamento daquele, $w_i = w_j^e$, porque, nesse caso, $J_{ij} w_i w_j^e = J_{ij} > 0$ e, fixadas as escolhas de todos os seus vizinhos restantes, $S_i(w_i, w^e) - S_i(-w_i, w^e) > 0$. Em outras palavras, quando $J_{ij} > 0$, há um incentivo social de conformação ou imitação do comportamento esperado do agente j pelo agente i .

Em contra-partida, espera-se o oposto quando $J_{ij} < 0$, ou seja, o indivíduo i tem algum incentivo social para diferenciar seu comportamento daquele do agente j , isso porque quando $w_i \neq w_j^e$, então $J_{ij} w_i w_j^e = -J_{ij} > 0$, e, se mais uma vez fixadas as escolhas dos seus vizinhos restantes, $S_i(w_i, w^e) - S_i(-w_i, w^e) > 0$.³⁰

Ainda com o propósito de tornar o modelo melhor tratável, analiticamente, adotando-se a representação paramétrica $u(w_i) = h w_i + k$ para os incentivos individuais observáveis, pode-se proceder à simplificação

$$u(w_i) - u(-w_i) = (h w_i + k) - (h (-w_i) + k) = 2 h w_i \quad (21)$$

de tal forma que quanto maior o parâmetro h (*positivo*), tanto maiores os incentivos observáveis a favor de $w_i = 1$ e, conseqüentemente, tanto maior a probabilidade de que esta última opção seja a escolhida.

Finalmente, retomando-se a expressão original para a probabilidade de que o indivíduo i escolha w_i frente a $-w_i$, aqui reescrita para comodidade de leitura,

$$Prob(w_i | w^e) = F((u(w_i) - u(-w_i)) + (S_i(w_i, w^e) - S_i(-w_i, w^e))) \quad (16)$$

³⁰ Um expressão alternativa para a interação entre o indivíduo i e o que ele espera observar em sua vizinhança pode ser $S(w_i, w^e) = \sum_{j \in n(i)} J_{ij} w_i w_j^e$ que, quando $J_{ij} > 0$, incentiva o indivíduo a ajustar sua escolha àquela que ele espera seja a do agente j já que, nesse caso, $J_{ij} w_i w_j^e > 0$. Por outro lado, com essa expressão para a interação, discordâncias entre w_i e w_j^e "punem" o agente i por diferenciar seu comportamento daquele que espera observar no agente que lhe exerce alguma influência positiva. Uma interpretação análoga seria a referente ao caso em que $J_{ij} < 0$. Além disso, em uma terceira especificação alternativa às anteriores, os parâmetros de interação J_{ij} poderiam ser dependentes de relações entre as características sócio-econômicas dos indivíduos i e j ; por exemplo, se x_i e x_j representarem suas respectivas rendas, uma primeira medida de interação que procurasse retratar algum efeito de *status* poderia ser $J_{ij} = (x_j - x_i) / x_i$. Se, de forma geral, $x_i = (x_i^1, x_i^2, \dots, x_i^n)$ fosse um vetor de características sócio-econômicas (escolaridade, renda, etc) uma medida de interação social entre i e j poderia ser $J_{ij} = \sum_n (x_j^n - x_i^n) / x_i^n$, uma grandeza adimensional segundo a qual os indivíduos de melhor posição social (componentes vetoriais maiores) teriam alguma influência comportamental sobre os demais.

dadas as expressões (20) e (21) para essas duas diferenças, obtém-se

$$Prob(w_i | w^e) = F \left(2 h w_i + \sum_{j \in n(i)} 4 J_{ij} w_i w_j^e \right) \quad (22)$$

para a probabilidade do agente i escolher o comportamento w_i , dependentemente do que ele espera observar em sua vizinhança.

Considere-se, agora, o caso especial em que se tenha a intensidade de interação entre os agentes como uma característica da própria vizinhança $n(i)$ e não como particular a cada par de indivíduos i e j . Isto é, considere-se que a própria vizinhança possa ser caracterizada por um parâmetro J , de tal forma que o teor de interação entre um indivíduo i e cada um dos demais agentes j que a compõem seja

$$J_{ij} = J/2n(i), \quad \forall j \in n(i) \quad (23)$$

A definição desse teor de interação entre i e j traz, implicitamente, a idéia de que a importância atribuída à escolha do agente j pelo agente i é tanto menor quanto mais agentes este último incluir em sua vizinhança, ou seja, a magnitude da interação J_{ij} é inversamente proporcional ao tamanho da vizinhança $n(i)$ desse i -ésimo agente.³¹

Neste caso, a substituição dessa expressão (23) na expressão (20) leva a

$$\begin{aligned} S_i(w_i, w^e) - S_i(-w_i, w^e) &= \sum_{j \in n(i)} J_{ij} w_i w_j^e \\ &= \sum_{j \in n(i)} \left(J/2n(i) \right) w_i w_j^e \\ &= \left(J/2n(i) \right) w_i \sum_{j \in n(i)} w_j^e \\ S_i(w_i, w^e) - S_i(-w_i, w^e) &= \left(J/2n(i) \right) w_i \left(\sum_{j \in n(i)} w_j^e \right) \end{aligned} \quad (24)$$

³¹ O 2 do denominador é um mero artifício matemático que visa a simplificação matemática de expressões subsequentes.

como expressão para a diferença de incentivos sociais percebida pelo agente i , em relação a cada uma das escolhas alternativas, dada a sua expectativa w^e a respeito do comportamento de escolha da sua vizinhança $n(i)$, por ele mesmo definida.

2.3.4. Uma Digressão: a Complexidade Lógica da Formação de Expectativas

Sob a hipótese de que o agente i trate diferentemente as escolhas de cada um dos seus $n(i)$ vizinhos, isto é, de que ele "defina" coeficientes de interação J_{ij} diferentes, um para cada vizinho j , para se decidir pela sua melhor escolha, dadas as decisões por ele esperadas na sua vizinhança, um agente com $n(i)$ vizinhos tem que considerar todas as $2^{n(i)}$ possibilidades de configuração que o vetor do comportamento social

$$w^e = (w_1, w_2, \dots, w_{i-1}, w_{i+1}, \dots, w_{n(i)}) \in \{-1, 1\}^{n(i)}$$

pode assumir. Isso equivale ao problema de se estimarem $2^{n(i)} - 1$ probabilidades.³²

85906

Entretanto, o último somatório da expressão (24) pode assumir somente $n(i) + 1$ valores distintos e o agente i depara-se com o problema alternativo e mais simples de estimar $n(i)$ probabilidades, no caso especial em que o teor de interação social é característico à própria vizinhança.³³

Além disso, outra característica interessante desse caso especial em que o teor da interação social entre os agentes é uma propriedade do grupo e não de cada um dos indivíduos, é aquela relativa à complexidade lógico-computacional do processo de formação das expectativas - qualquer que seja ele, a princípio - e do conseqüente processo de decisão pela melhor escolha.

³² Trata-se de um problema de contagem em que se tem duas possibilidades $\{-1, 1\}$ para cada uma das $n(i)$ componentes do vetor $w^e = (_, _, _, \dots, _, _, _, _)$, o que resulta, pelo Princípio Fundamental da Contagem, em um total de $2^{n(i)}$ possibilidades. Basta se determinem $2^{n(i)} - 1$ e não $2^{n(i)}$ porque se se conhecem todas menos uma das probabilidades, esta última pode ser determinada pelo fato de que juntas, devem totalizar 1.

³³ Isso decorre do fato de que o conjunto de valores que o somatório $(\sum_{j \in n(i)} w_j)^e$ pode assumir, ou seja, o conjunto $\{-n(i), -n(i)+2, -n(i)+4, -n(i)+6, \dots, n(i)-4, n(i)-2, n(i)\}$, tem $n(i) + 1$ termos.

O problema lógico do agente i se resume a decidir por uma dentre as duas opções alternativas, ou seja, de escolher $w_i \in \{-1, 1\}$, a depender das expectativas que nutre a respeito do comportamento dos seus vizinhos; no primeiro caso, em que o teor da interação entre os agentes não é característico à vizinhança mas específico a cada par de indivíduos, o agente i tem que comparar $2^{n(i)}$ configurações possíveis e portanto, empregar $2^{n(i)}$ instruções lógicas diferentes para se decidir pela melhor escolha; no segundo caso, entretanto, em que o teor da interação entre os agentes é uma propriedade das vizinhanças, o agente i tem que empregar “apenas” $n(i)+1$ instruções lógicas diferentes para chegar à sua conclusão.

A alteração na complexidade do processo de formação de expectativas do agente i , quando se considera o efeito da inclusão de mais um agente na sua vizinhança, ou seja, quando ela passa de $n(i)$ para $n(i) + 1$ agentes, para cada um dos dois casos descritos, está esquematizada na Tabela 1, a seguir:

Tabela 1: complexidade na formação de expectativas

Complexidade no Processo de Formação das Expectativas			
	Antes da Inclusão	Depois da Inclusão	Aumento, em termos Relativos
<i>A</i>	$n(i) + 1$	$n(i) + 2$	$((n(i) + 2) - (n(i) + 1)) / (n(i) + 1) = 1 / (n(i) + 1)$
<i>B</i>	$2^{n(i)}$	$2^{n(i)+1}$	$(2^{n(i)+1} - 2^{n(i)}) / 2^{n(i)} = 1$

Esses resultados mostram que a complexidade com que se defronta o agente i no processo de formação de suas expectativas, a respeito dos comportamentos esperados dos demais agentes, sempre cresce com a inclusão de um novo vizinho, em ambos os casos. Não obstante, uma propriedade interessante do caso especial em que o teor da interação entre os agentes é uma característica da vizinhança (*Caso A*) é que a complexidade do processo de formação de expectativas cresce a taxas decrescentes em relação ao número

$n(i)$ de vizinhos do i -ésimo agente.³⁴

2.3.5. De Volta ao Modelo do Agente com Motivações Sociais

Utilizando-se a expressão (24) pode-se proceder à seguinte simplificação da (22)

$$Prob(w_i | w^e) = F \left(2 h w_i + \sum_{j \in n(i)} 4 J_{ij} w_i w_j^e \right) \quad (22)$$

$$= F \left(2 h w_i + 4 \left(\frac{J}{2n(i)} \right) w_i \sum_{j \in n(i)} w_j^e \right)$$

$$= F \left(2 \left(h + J \sum_{j \in n(i)} w_j^e / n(i) \right) w_i \right) \quad (25)$$

Finalmente, se se define, agora, em analogia ao comportamento agregado da sociedade m , a medida

$$m_{n(i)}^e = \sum_{j \in n(i)} w_j^e / n(i) \quad (26)$$

como sendo a propensão agregada que o agente i espera observar na sua vizinhança $n(i)$, obtém-se

$$Prob(w_i | m_{n(i)}^e) = F \left(2 \left(h + J m_{n(i)}^e \right) w_i \right) \quad (27)$$

para a probabilidade de que o agente i escolha a opção w_i , condicionada na sua expectativa $m_{n(i)}^e$ quanto ao provável comportamento agregado da sua vizinhança.³⁵

³⁴ Há esforços no sentido de se definirem critérios e medidas que almejam um tratamento mais objetivo da complexidade de um sistema. Essa análise quanto à complexidade do sistema sob as duas especificações alternativas é uma ilustração da chamada Medida de Complexidade de Kolmogorov – Chaitin – Solomonoff, segundo a qual um sistema é tanto mais complexo quanto maior o número mínimo de instruções lógicas necessárias para computá-lo ou descrevê-lo completamente. (COVER e THOMAS, 1991, p. 3, 144-153). Se se admite que o agente i demore o mesmo tempo para avaliar cada uma das instruções lógicas dos programas relativos às duas especificações alternativas, então a complexidade do segundo caso pode ser dita do tipo P uma vez que o seu tempo de cálculo cresce de forma P-olinomial com o número $n(i)$ de vizinhos e a do primeiro, do tipo NP, crescendo de forma N-ão - P-olinomial, mas exponencial. (PENROSE, 1991)

³⁵ Admite-se, implicitamente, para a validade dessa expressão (26), que a formação de expectativas por parte dos agentes apresenta a propriedade de um operador linear, ou seja, que a expectativa do agente quanto ao comportamento médio agregado de sua vizinhança é igual à média da suas expectativas relativamente ao comportamento individual que cada um dos agentes que a compõem, o que pode não ser verdade.

2.3.6. Uma Análise Preliminar sobre a Influência dos Incentivos Sociais

Uma consequência da forma como o modelo vem sendo construído é que aumentos no parâmetro de interação J resultam em aumentos na probabilidade de que o agente i conforme o seu comportamento ao comportamento médio esperado do grupo, $m_{n(i)}^e$. A validade dessa afirmação pode ser verificada da seguinte forma: calculando-se a taxa de variação da probabilidade de escolha da opção w_i pelo agente i , em relação ao teor de interação J , pela expressão (27), obtém-se

$$\frac{\partial \text{Prob}(w_i)}{\partial J} = 2 (m_{n(i)}^e w_i) f(2(h + J m_{n(i)}^e) w_i) \quad (28)$$

e como $f(*) > 0$, por sua própria definição, o sinal dessa expressão passa a depender unicamente do produto $(m_{n(i)}^e w_i)$. Em sendo assim, a expressão (28) será positiva quando $m_{n(i)}^e$ e w_i tiverem o mesmo sinal, o que significa um aumento na probabilidade de que o indivíduo i conforme sua escolha w_i à escolha majoritária dos seus vizinhos, dada pelo sinal de $m_{n(i)}^e$.

2.4. O Jogo Social como um Caso Particular

Considere-se, agora, a situação de um jogo social em que o agente i atribua importância ao comportamento de toda a sociedade, ou seja, que o relevante para a sua escolha seja o comportamento agregado da sociedade. Neste caso, $w_i \in \{-1, 1\}$ passa a ser

Esse desenvolvimento mostra que outro aspecto interessante do caso em que o teor de interação entre os agentes é característico da vizinhança é que, no seu processo de formação de expectativas para a construção da medida $m_{n(i)}^e$, pela Lei dos Grandes Números, não há necessidade de que o agente analise "toda" a vizinhança mas possa ir "tateando" ou inferindo ao seu redor, analisando apenas uma parcela grande o bastante para que se observe uma convergência satisfatória na série $m_1^e, m_2^e, m_3^e, m_4^e, \dots$, se houver, naturalmente. Assim sendo, tal construção não parece exigir a concepção de agentes econômicos de racionalidade substantiva (SIMON, 1976), necessariamente capazes de realizar todos os cálculos e previsões precisamente, parecendo ser possível a suposição de que os agentes podem apresentar outras formas de racionalidade.

entendido como o conjunto de estratégias de jogo disponíveis a cada jogador $i \in \{1, 2, 3, \dots, I-1, I\}$, $V_i(w_i | m^e)$ passa a ser o seu *pay-off aleatório*, cuja maximização deve - *provavelmente* - nortear seu comportamento estratégico e

$$Prob(w_i | m^e) = F(2(h + J m^e) w_i) \quad (29)$$

passa a ser entendida como a probabilidade de que w_i seja o comportamento estratégico do *i-ésimo* jogador.

2.4.1. A Configuração de Equilíbrio Social

Sob um enfoque estático, entende-se por *equilíbrio* uma configuração macro m^* tal que, ao se verificar no agregado, corresponda simultaneamente, no nível micro, às expectativas m^e de todos os agentes e, ademais, não motive qualquer mudança nas suas decisões individuais. Em sendo assim, estas mantendo-se inalteradas – ou mais precisamente, pouco variáveis - o agregado assim será mantido, constituindo-se o que seria um equilíbrio da sociedade, uma configuração na qual ela se mantém, uma concordância entre as motivações dos indivíduos e o estado agregado delas resultante.³⁶

Por tratar-se de um sistema probabilístico, em que se admite heterogeneidade nas decisões individuais, só há sentido no conceito de equilíbrio se o mesmo for entendido como um valor médio. Por isso, tal equilíbrio, denominado de Equilíbrio Estatístico, é entendido como uma configuração em torno da qual a sociedade “gravita”.³⁷

³⁶ É interessante ressaltar que não é preciso que os agentes fixem suas escolhas individuais para que se verifique um equilíbrio agregado, isto é, é possível que se realize um macro-estado de equilíbrio para a sociedade muito embora no nível micro-econômico os indivíduos modifiquem constantemente suas escolhas. Assim, imaginando-se a sociedade dividida em dois grandes grupos, a saber, o dos agentes que escolhem $w_i = 1$ e o dos agentes que escolhem $w_i = -1$, a configuração de equilíbrio agregado da sociedade pode ser entendida como resultante de uma estabilidade nos fluxos migratórios entre esses dois grupos, de tal forma que o número de agentes que sai do primeiro e entra no segundo seja igual ao número de agentes que sai do segundo e entra no primeiro. Então, embora não se tenha total estabilidade no nível micro, atinge-se a estabilidade no nível macro.

³⁷ Em outras palavras, esse equilíbrio estatístico descreve o comportamento de um fenômeno de “massa”, isto é, um fenômeno conjunto de muitos componentes ou um problema de muitos corpos. Na literatura de Campos Aleatórios, tais Equilíbrios são conhecidos como Equilíbrios de Campo Médio *Mean Field*

Esse Equilíbrio Médio dar-se-á quando se verificar que, para todo agente i ,

$$E(w_i | m^*) = m^* \quad (30)$$

ou seja, a escolha individual esperada, para cada agente i , $E(w_i | m^*)$, corresponda à escolha média que se observa no agregado, m^* .

Calculando-se a esperança matemática do 1º membro da condição de equilíbrio (30)

$$E(w_i | m^*) = (w_i) Prob(w_i | m^*) + (-w_i) Prob(-w_i | m^*) = m^* \quad (31)$$

e, lembrando-se de que

$$Prob(w_i | m^*) + Prob(-w_i | m^*) = 1 \quad (32)$$

a expressão (31) pode sofrer as seguintes alterações algébricas:

$$\begin{aligned} m^* &= (w_i) Prob(w_i | m^*) + (-w_i) (1 - Prob(w_i | m^*)) \\ m^* &= 2 w_i Prob(w_i | m^*) - w_i \end{aligned} \quad (33)$$

e, então, tomando-se $w_i = 1$, obtém-se, dada a expressão (29)

$$m^* = 2 F(2(h + J m^*)) - 1 \quad (34)$$

como expressão final determinante do eventual equilíbrio agregado do jogo da sociedade.

2.4.2. A Existência e a Multiplicidade de Equilíbrios Sociais

Suponha-se agora, que a sociedade seja composta por um número muito grande de jogadores ou, mais precisamente, por um conjunto infinito, mas enumerável, de jogadores. Então, matematicamente, isso equivale a $I \rightarrow \infty$ e nesse caso, a configuração agregada m^* pode ser tratada, de forma aproximada, como uma variável contínua e determinística, pertencente ao intervalo $[-1, 1]$.³⁸

Equilibria) em virtude da origem dos modelos estar na Física do Paramagnetismo (REIF, 1965), ou seja, na propriedade de magnetização espontânea que alguns materiais apresentam.

³⁸ Em um ponto posterior do texto ficará mais clara a razão pela qual pode-se tratar a variável m^* de forma determinística. A idéia, porém, quanto a se tornar uma variável contínua é que, sendo o conjunto de agentes

Passa a ser de interesse, agora, sob essa condição, analisar se existe alguma configuração agregada m^* que seja de equilíbrio ou estabilidade social e, se existir, se tal configuração é única; matematicamente, isso equivale a verificar, respectivamente, se existe e se é único o valor m^* que satisfaz a equação (34) de equilíbrio.³⁹

No que se refere a esse equilíbrio agregado da sociedade, verifica-se que, dadas as seguintes hipóteses simplificadoras:

se h.1) $h > 0$;

h.2) $J > 0$;

h.3) $\forall x, \exists f'(x)$;

h.4) $f(-x) = f(x)$;

e h.5) $f'(x) = 0 \leftrightarrow x = 0$

então t.1) existe ao menos um Equilíbrio Médio, m^* ;

t.2) se m^* for único, terá o mesmo sinal de h ; e

t.3) se houver multiplicidade de equilíbrio, haverá no máximo 3 equilíbrios e apenas um deles com o mesmo sinal de h .

Para facilitar o entendimento do procedimento a ser aqui empregado para a demonstração dessas proposições, comece-se pela interpretação de cada uma das hipóteses:

da sociedade muito grande, se um deles muda sua escolha de $w_i = -1$ para $w_i = 1$, o efeito dessa mudança existe mas é infinitesimal.

³⁹ BROCK & DURLAUF(2001) apresentam seus resultados quanto à existência e à unicidade do equilíbrio apenas para o caso especial em que a distribuição $f(x)$ é uma logística de parâmetro β , ou seja, $f(x) = 1 / (1 + \exp(-\beta x))$. GLAESER e SCHEINKMAN (2000), procuram generalizar os resultados para uma distribuição $f(x)$ qualquer. Busca-se, aqui, um tratamento intermediário ao desses autores.

Hipótese h.1) $h > 0$, ou seja, que a opção $w_i = 1$ é, em termos objetivos e mensuráveis, em uma situação de escolha sem interação, superior à opção $w_i = -1$;

Hipótese h.2) $J > 0$, isto é, que os agentes apresentem alguma propensão a conformar sua escolha à escolha da maioria da sociedade;⁴⁰

Hipótese h.3) $\forall x, \exists f'(x)$, ou seja, que a densidade de probabilidade é uma função matemática pelo menos uma vez diferenciável;

Hipótese h.4) $f(-x) = f(x)$, ou seja, que a função densidade de probabilidade é simétrica, tal como ilustra a figura 5 a seguir:

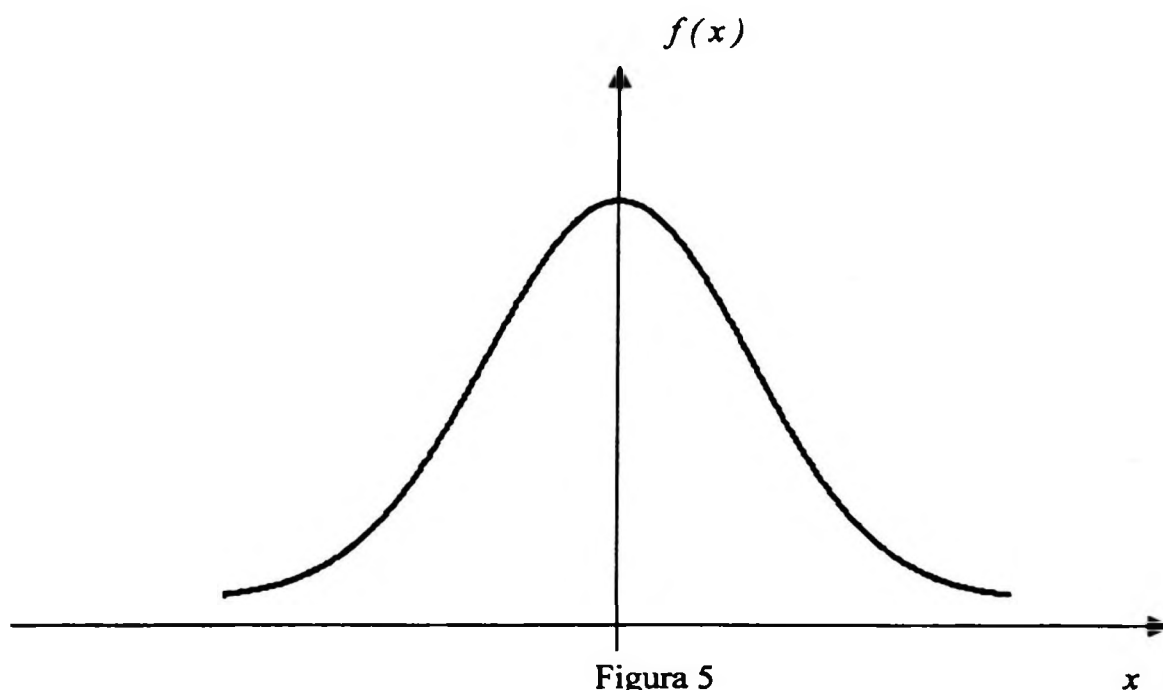


Figura 5

Essa hipótese quanto à simetria da distribuição $f(x)$ garante que $F(0) = 50\%$ e que $E(x) = 0$, isto é, que não houvesse qualquer incentivo individual por uma das escolhas

⁴⁰ Este último tipo de interação em que o agente se demonstra algum interesse por fazer parte da maioria pode ser denominado de *Jogo de Maioria*. No caso citado de inovação tecnológica, havendo um externalidade positiva na utilização da mesma, ter-se-ia um jogo de maioria, representado por $J > 0$, assim como no exemplo do investidor, se seu comportamento especulativo é do tipo “errar com a maioria do que errar sozinho” (KEYNES, 1936, capítulo 12).

($h = 0$) assim como qualquer incentivo social ($J = 0$) os agentes, na média, seriam indiferentes entre ambas, e a escolha esperada da população seria $E(m) = 0$.

Hipótese h.5) $f'(x) = 0 \leftrightarrow x = 0$, ou seja, $f(x)$ só tem como ponto extremo $x = 0$, o que é ilustrado pela figura 5 anterior e é contra-exemplificado pela distribuição representada na figura 6 a seguir:⁴¹

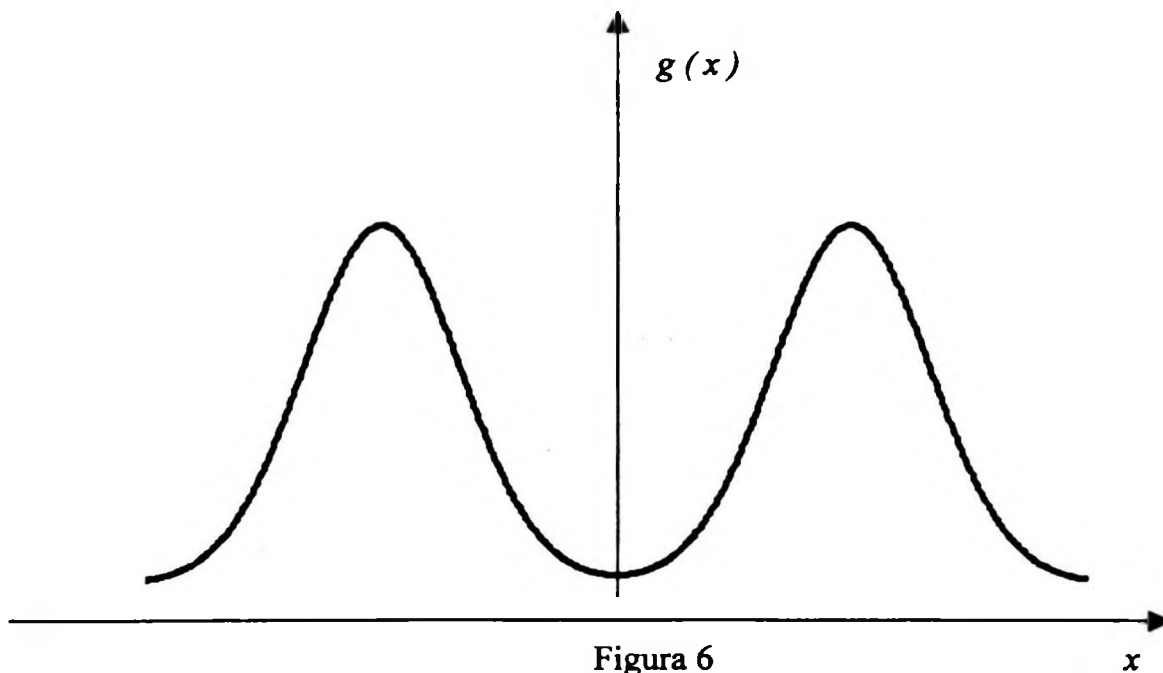


Figura 6

2.4.2.1. A Existência do Equilíbrio

Dada essa simplificação, pode-se analisar a existência de um Equilíbrio Médio m^* como se segue:

a) construa-se a função $H(m)$

$$H(m) = 2 F(2(h + J m)) - (m + 1) \quad (35)$$

que equivale à diferença entre os membros da equação de equilíbrio (34). Se existir pelo

⁴¹ As hipóteses quanto à simetria de $f(x)$ e à unicidade de seu ponto de máximo em $x = 0$ se fazem, aqui, para simplificar a análise quanto à existência e à unicidade do equilíbrio m^* .

menos um m^* capaz de zerar essa função $H(m)$, então

$$H(m^*) = 0 \quad \rightarrow \quad 2F(2(h + Jm^*)) - (m^* + 1) = 0 \quad (36)$$

e, por consequência, isolando-se m^* desta última equação,

$$m^* = 2F(2(h + Jm^*)) - 1 \quad (37)$$

que corresponde exatamente à expressão (34) a ser satisfeita pelo equilíbrio. Ou seja, se existe pelo menos um m^* que zere a função $H(m^*)$, existe ao menos um equilíbrio para o comportamento agregado da sociedade.

b) por definição, $0 < F(x) < 1$, e por construção, $-1 \leq m \leq 1$, o que implica que

$$H(-1) = 2F(2(h - J)) - (-1 + 1) = 2F(2(h - J)) \geq 0 \quad (38)$$

ou seja, $H(m)$ tem seu gráfico acima do eixo Om quando $m = -1$. Assim, estabelece-se a

Propriedade p.1) $H(m)$ tem seu gráfico acima do eixo Om quando $m = -1$.

Analogamente,

$$H(1) = 2F(2(h + J)) - (1 + 1) = 2F(2(h + J)) - 2 \leq 0 \quad (39)$$

isto é, $H(m)$ está abaixo do eixo Om quando $m = 1$, ou seja,

Propriedade p.2) $H(m)$ está abaixo do eixo Om quando $m = 1$.

Então, a combinação da p.1) e p.2) garante que a função $H(m)$ troca de sinal ao menos uma vez no intervalo $[-1, 1]$. Mas como $H(m)$ é contínua, não é possível que ela o faça sem cruzar o eixo Om , isto é, sem que se anule ao menos uma vez.. Então, como está provado que $H(m)$ se anula ao menos uma vez, está provado que existe pelo menos

um m^* que zere $H(m)$ e que, por consequência, satisfaça a equação de equilíbrio (34).

Logo, existe um equilíbrio de comportamento agregado. Assim, demonstrou-se que

t.1) existe ao menos um equilíbrio de comportamento agregado m^* .

Além disso,

c) como consequência de h.1) e h.2) tem-se que $F(2h) > 50\%$ e, por sua vez,

$$H(0) = 2F(2h) - 1 > 0 \quad (40)$$

ou seja, $H(m)$ tem intercepto positivo no eixo OH ; ou seja, tem-se a

Propriedade p.3) $H(m)$ tem intercepto positivo no eixo OH ;

e então, p.2) e p.3) garantem que $H(m)$ intercepta a parte positiva do eixo Ox ao menos uma vez, isto é,

t.2) se m^* for único, terá o mesmo sinal de h ;

2.4.2.2. A Unicidade e a Multiplicidade do Equilíbrio Social

Entretanto, embora esteja garantida a existência de ao menos um equilíbrio m^* com o mesmo sinal de h , não há qualquer garantia quanto à sua unicidade, podendo haver uma multiplicidade de equilíbrios, isto é, vários equilíbrios m^* ao redor dos quais a sociedade poderá “gravitar”, o que passa a ser analisado agora:

d) derivando-se $H(m)$

$$H'(m) = 4Jf(2(h + Jm)) - 1 \quad (41)$$

e igualando-se sua derivada a zero, determinam-se que seus pontos extremos devem satisfazer à seguinte condição

$$H'(m_c) = 0 \quad \rightarrow \quad 4 J f(2(h + J m_c)) - 1 = 0 \quad (42)$$

que, resolvida em m_c , leva a

$$m_c = ((f^{-1}(1/4J))/2 - h)/J \quad (43)$$

$f^{-1}(\ast)$ representando a função inversa de $f(x)$.⁴²

Mas, como consequência das hipóteses h.4) e h.5), há no máximo dois valores de x para os quais $f(x) = 1/4J$, isto é, a inversão da função $f(x)$ dá no máximo dois valores de x para a mesma imagem $1/4J$, como ilustra a figura 7 a seguir:

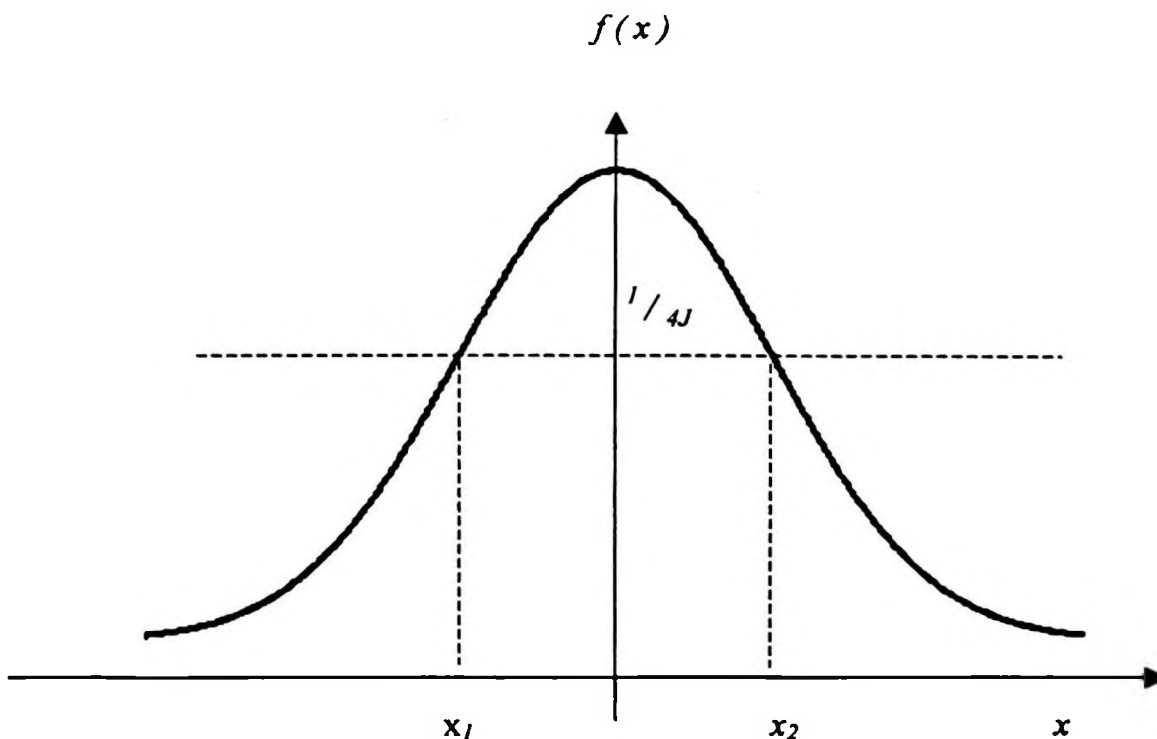


Figura 7

Isso significa dizer que há no máximo duas soluções para a equação (43) ou,

⁴² Rigorosamente analisada, a função inversa de $f(x)$ não existe porque $f(x)$ não é uma função injetora.

equivalentemente, a função $H(m)$ apresenta no máximo dois pontos extremos.⁴³

Assim, das hipóteses até aqui feitas obtém-se também a

Propriedade p.4) a função $H(m)$ possui no máximo dois pontos extremos locais.⁴⁴

Some-se a isso o fato de que, derivando-se duas vezes a função $H(m)$,

$$H''(m) = 8J^2 f'(2(h + Jm)) \quad (44)$$

quando $m > 0$, $H''(m) < 0$, já que $f'(x) < 0$ quando $x > 0$. Isso significa dizer que

Propriedade p.5) a função $H(m)$ é estritamente côncava no 1º e 4º. quadrantes, ou seja, quando $m > 0$.

Assim, p.4) e p.5) garantem que os pontos extremos locais de $H(m)$ só ocorrem quando $m < 0$, ou seja, que pertencem ao 2º. ou 3º. quadrantes.

Então, a combinação de p.1), p.2), p.3), p.4) e p.5) indica que um possível formato para o gráfico da função $H(m)$ seria:

⁴³ Afirma-se que $H(m)$ apresenta no máximo dois pontos extremos porque existe a possibilidade de que $1/4J$ seja exatamente o ponto mais alto da distribuição $f(x)$, isto é, $f(0) = 1/4J$ e nesse caso, $H(m)$ só teria como ponto crítico o de $m_c = -h/J$, que seria único.

⁴⁴ Por outro lado, se a função $f(x)$ fosse tal como a $g(x)$ ilustrada na figura 6, a função $H(m)$ poderia apresentar até quatro pontos extremos.

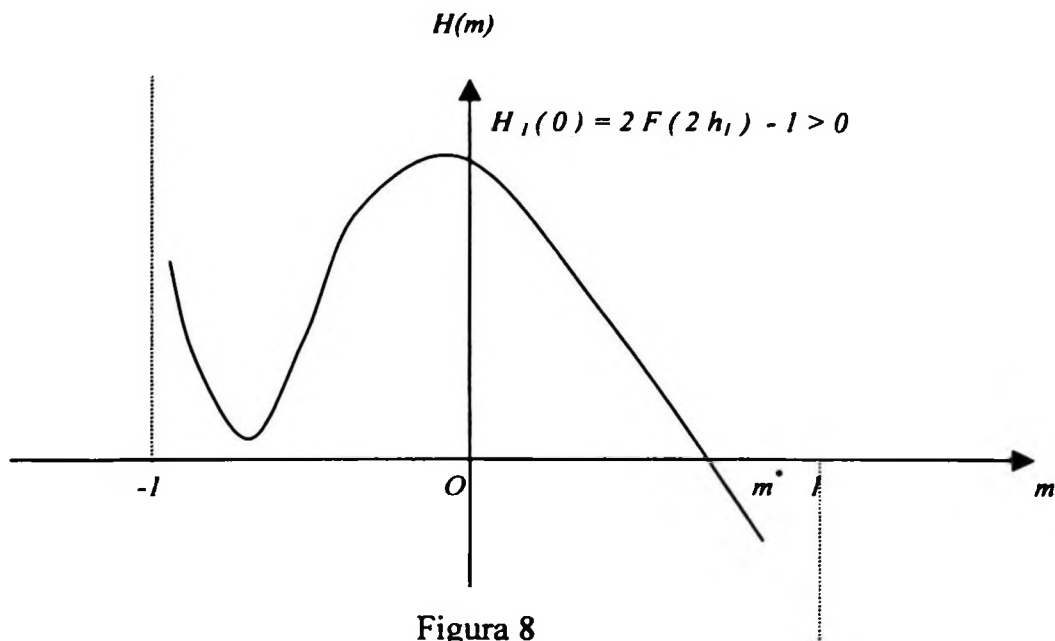


Figura 8

Note-se que o caso representado nessa figura 8 refere-se àquele em que o equilíbrio da sociedade m^* é único, já que a função $H(m)$ intercepta o eixo Om apenas uma vez. Ademais, sendo tal equilíbrio m^* positivo e, portanto, de mesmo sinal de h , nessa configuração agregada a maioria da sociedade opta pela escolha $w_i = 1$, que equivaleria à alternativa superior, fossem apenas as motivações individuais.

Entretanto, as propriedades p.1) a p.5) da função $H(m)$ não impedem que a mesma apresente o formato alternativo ilustrado a seguir:

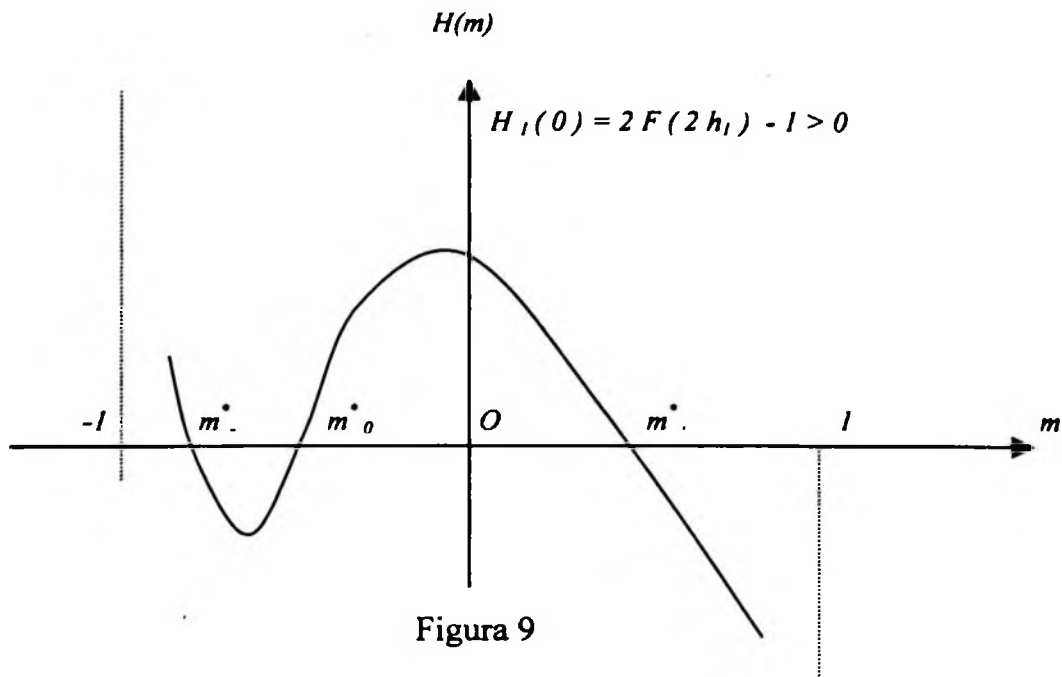


Figura 9

Diferentemente do caso ilustrado anteriormente, portanto, trata-se agora de uma situação em que há multiplicidade de equilíbrios, uma vez que a função $H(m)$ intercepta o eixo Om em três pontos distintos, quais sejam, m^*_{-} , m^*_{0} e m^*_{+} . Os três podendo representar uma configuração agregada de equilíbrio social. Além disso, convém ressaltar que em dois desses equilíbrios, especificamente m^*_{-} e m^*_{0} , a decisão individual da maioria dos agentes da sociedade é pela escolha inferior $w_i = -1$ já que $m^*_{-} < 0$ e $m^*_{0} < 0$, ainda que $h > 0$.

Isso mostra que é possível garantir apenas que, dadas as hipóteses, h.1) – h.5),

t.1) existe ao menos um Equilíbrio, m^* ;

t.2) se m^* for único, terá o mesmo sinal de h ; e

t.3) se houver multiplicidade de equilíbrio, haverá no máximo 3 equilíbrios, apenas um deles com o mesmo sinal de h .

Assim, garante-se a existência de uma configuração de equilíbrio para o comportamento agregado da sociedade, mas não se garante que tal equilíbrio seja único.

2.4.3. Os Equilíbrios Sociais como Padrões Emergentes

Deve-se notar que as configurações anteriormente descritas em que a escolha $w_i = -1$ torna-se majoritária no comportamento agregado ($m^* < 0$ e $m^*_0 < 0$) são exemplos de *padrões emergentes* que só podem ser explicados pela presença das motivações sociais dos agentes: tais configurações *emergem* do nível dos agentes para o populacional não como mera “soma” do que seriam suas escolhas individualmente razoáveis, mas sim como um “produto” agregado, conseqüente da interação social entre os agentes do sistema, representada pelo parâmetro J no modelo.⁴⁵

Para se avançar na análise quanto à possibilidade de existência de múltiplos equilíbrios e, conseqüentemente, da sociedade se vir em uma configuração agregada inferior ($m^* < 0$), é importante um melhor entendimento do papel que desempenham os incentivos individuais dos agentes, representados pelo parâmetro h do modelo, *vis-a-vis* os incentivos sociais líquidos, relacionados ao parâmetro de interação J .

Tal como ilustra a Figura 10, constante da página a seguir, quando h é “suficientemente” grande, (o caso $h = h_1$), há um único equilíbrio estatístico m^* possível, não restando dúvida quanto a qual das estratégias será majoritária na sociedade, qual seja, aquela que apresentar os maiores incentivos individuais, o que justifica a “polarização” m^* resultante ter o mesmo sinal de h . Note-se ainda que, quanto maiores esses incentivos individuais, maior o domínio daquela estratégia, uma vez que maior o h , mais próximo m^* estará de 1 .

⁴⁵ De forma mais precisa, tal como ficará mais claro no próximo capítulo, a configuração m^* também é um resultado emergente e só explicável pela presença de interações sociais uma vez a presença delas faz com que a dominância da escolha $w_i = 1$ torne-se maior do que aquela que resultaria se os agentes escolhessem sem motivações sociais.

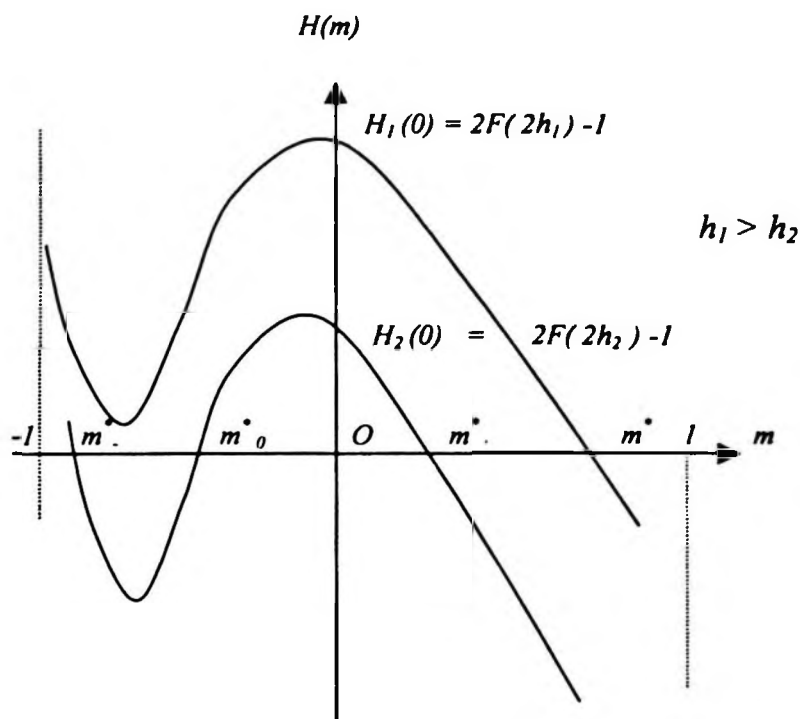


Figura 10

Por outro lado, quando aqueles mesmos incentivos individuais *vis-a-vis* o teor de interação entre os agentes não são “suficientemente” grandes, (o caso $h = h_2$), não há qualquer garantia de qual é a estratégia dominante na sociedade, havendo as três possibilidades de equilíbrio, m^* , m^*_0 e m^* . Neste caso, este último representará a configuração em que a estratégia de maiores incentivos individuais dominará as escolhas dos agentes, e os dois primeiros aqueles em que a outra estratégia irá dominar a sociedade.

A possibilidade de equilíbrio inferior conseqüente da multiplicidade de equilíbrios para o caso em que os incentivos sociais são muito fortes se deve à *endogeneidade de preferências*, ou seja, à particularidade de que os agentes atribuem maior importância ao desejo de conformar seus comportamentos ao comportamento dominante que esperam observar na sociedade, do que à importância que atribuem aos incentivos individuais. Conseqüentemente, o equilíbrio da sociedade pode se dar tanto em m^* quanto m^*_0 porque, em ambos os casos, os agentes não terão incentivos para modificar suas escolhas, já que

conseguiram conformá-las ao que esperavam ser o comportamento majoritário da sociedade, o que mais lhes interessava.

2.4.4. Estática Comparativa e Multiplicador Social

Um exercício interessante é o de explorar melhor o efeito de uma variação no parâmetro h sobre o equilíbrio agregado m^* .

Graficamente, um aumento no parâmetro h pode ser representado por um deslocamento dos pontos da curva $(m, H(m))$ para cima, tal como ilustra a figura 11, a seguir:

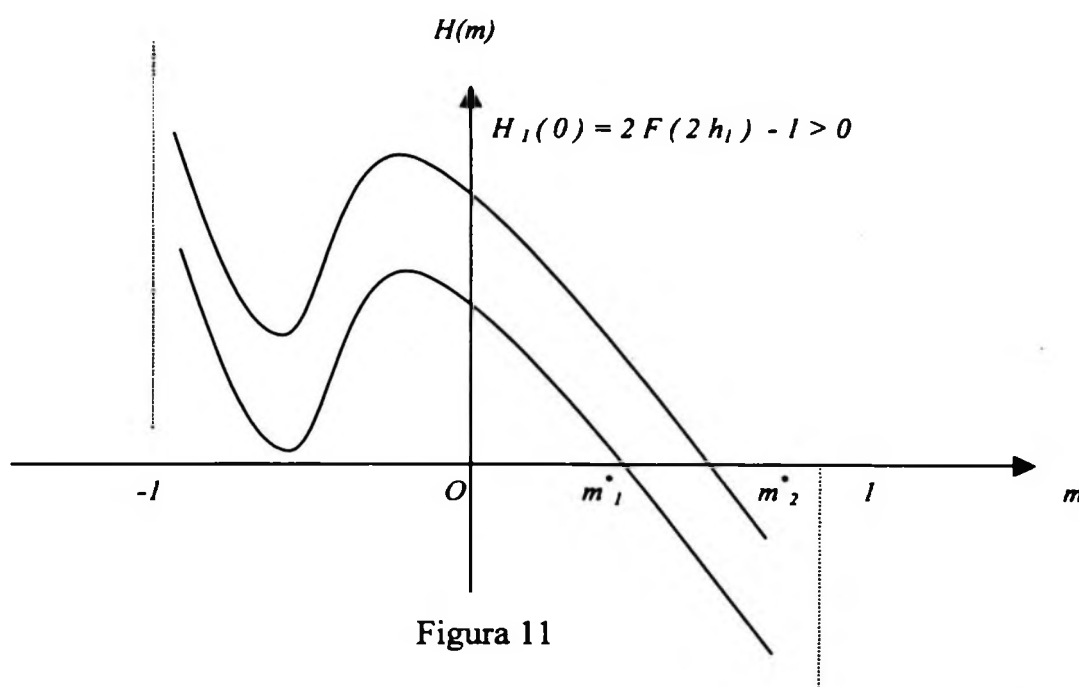


Figura 11

A figura 11 ilustra que, no caso 1, em que se verifica apenas um equilíbrio m^* , esse aumento no parâmetro h faz com que uma parcela ainda maior da sociedade opte pela estratégia $w_i = 1$, já que $m^*_2 > m^*_1$, isto é, o novo equilíbrio é maior do que o anterior.

Essa dominância ainda maior da escolha superior pode ser interpretada como segue: um aumento de h representa uma superioridade ainda maior da escolha $w_i = 1$, de tal forma

que os agentes da sociedade que não optavam por ela, passam a ter um incentivo individual maior para fazê-lo. A mudança de escolha desses agentes gera novos incentivos sociais para outros que apenas com o aumento de h não optariam pela escolha individualmente superior, mas que agora, também passam a optar por ela, dada a conjunção dos novos incentivos individuais e sociais. Assim, o efeito final dessas mudanças sobre o equilíbrio agregado é representado pelo deslocamento de m^*_1 para m^*_2 .

Note-se que, nesse processo de mudança de equilíbrio, o efeito de um aumento nos incentivos individuais é reforçado pelo efeito dos incentivos sociais, em um processo de retro-alimentação e retornos crescentes que tem sido denominado de Multiplicador Social.⁴⁶

Agora, analise-se a figura 12, a seguir, referente à possibilidade de 3 equilíbrios:

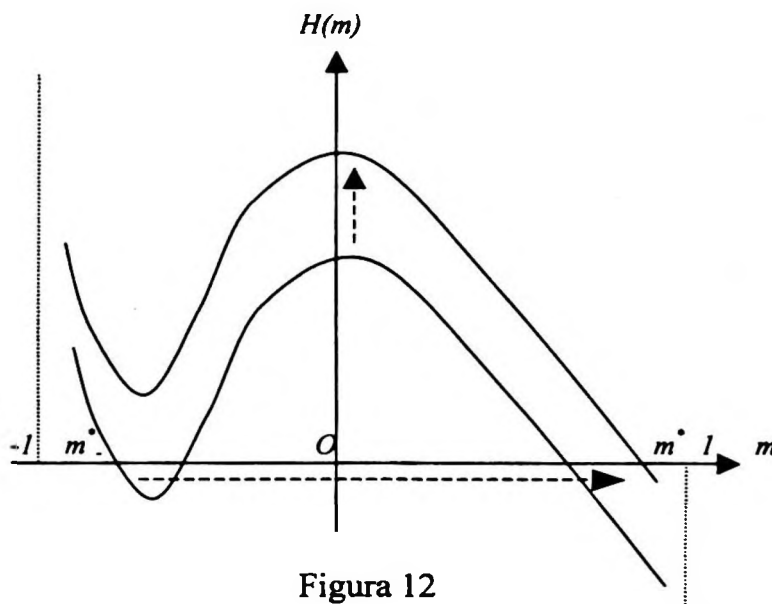


Figura 12

Essa figura 12 ilustra que o processo multiplicador social pode ter um efeito ainda mais expressivo no caso de 3 equilíbrios: sem perda de generalidade, admita-se que, antes da variação no parâmetro h , a sociedade estivesse no equilíbrio m^*_1 , significando dizer que

⁴⁶ A origem do conceito de Multiplicador Social é atribuída a Thomas Schelling.

a ampla maioria dos jogadores optava pela estratégia $w_i = -1$. Passado o choque do aumento no parâmetro h , a depender do grau da sua alteração, existe a possibilidade de que a sociedade passe de uma caracterização de multiplicidade de equilíbrio para outra em que o equilíbrio se torne único, mudança essa que representa a ampla maioria dos jogadores invertendo abruptamente sua escolha, trocando a opção anteriormente majoritária $w_i = -1$ pela nova opção dominante $w_i = 1$.

Então, esse caso ilustra que, como consequência do processo multiplicador social, mesmo um pequeno aumento nos incentivos individuais pode resultar em uma mudança abrupta na configuração agregada, sendo possível que a sociedade mude do equilíbrio inferior m^*_1 para o equilíbrio superior m^*_2 , trocando uma configuração agregada de dominância de $w_i = -1$, para outra em que a escolha individualmente superior $w_i = 1$, seja a dominante. Isso pode acontecer porque a alteração da escolha de um agente provoca alteração nas escolhas dos demais agentes, incentivando-lhes à mudança, o que, por sua vez, interfere ainda mais nas escolhas de outros agentes, o que, por sua vez, também interfere nas escolhas de outros agentes, e assim sucessivamente, de tal forma que, ao final, a mudança agregada resultante torna-se muito maior do que seria aquela decorrente da simples soma das alterações individuais, não houvesse interação entre os agentes.⁴⁷

Matematicamente, o efeito do processo multiplicador social pode ser analisado como segue: tomando-se a equação (34) determinante do equilíbrio agregado m^* da sociedade,

⁴⁷ A mudança representada na figura anterior em que o sistema transita da configuração agregada majoritariamente negativa m^*_1 para a majoritariamente positiva m^*_2 é denominada na literatura dos Sistemas Complexos de *Transição de Fase*, idéia que guarda estreita relação com a transição de fase que a água apresenta, por exemplo, mudando do estado sólido para o líquido, como consequência de uma pequena mudança em sua temperatura inicialmente em 0 °C.

$$m^* = 2 F(2(h + J m^*)) - 1 \quad (34)$$

e diferenciando-se ambos os membros parcialmente em relação a h

$$\partial m^* / \partial h = 2 F'(2(h + J m^*)) (2 + 2 J \partial m^* / \partial h) \quad (45)$$

e, uma vez isolada a razão $\partial m^* / \partial h$

$$\partial m^* / \partial h = 4 f(2(h + J m^*)) / (1 - 4 J f(2(h + J m^*))) \quad (46)$$

expressão essa que ilustra o papel desempenhado pelo parâmetro J para a existência de um efeito *não-linear* ou composto de uma alteração no parâmetro h sobre a configuração de equilíbrio m^* , característica do conceito de Multiplicador Social: quanto mais próximo o produto $4 J f(2(h + J m^*))$ estiver de 1 , para o que J contribui diretamente, mais próximo de zero estará o denominador da expressão (46) e, conseqüentemente, maior será o efeito agregado de uma mudança marginal nos incentivos individuais.⁴⁸

Ademais, se se considera que

$$\partial^2 m^* / \partial J \partial h =$$

$$(\partial m^* / \partial h)^2 + 8 m^* f'(2(h + J m^*)) / (1 - 4 J f(2(h + J m^*)))^3 \quad (47)$$

é possível analisar-se ainda mais claramente qual o papel desempenhado pelo parâmetro de interação social J para a presença de multiplicador social: com o propósito de tornar-se a análise desse efeito mais simples, embora não menos interessante, trate-se do caso especial em que $m^* = 0$, o que simplifica a expressão (47) para

$$\partial^2 m^* / \partial J \partial h |_{m^* = 0} = (\partial m^* / \partial h)^2 |_{m^* = 0} \quad (48)$$

Assim, no caso de uma sociedade cujo equilíbrio seja $m^* = 0$, quanto maior o teor de interação social entre os agentes, maior será o efeito de uma mudança nos incentivos

⁴⁸ Isso, admitindo-se que o numerador da expressão (46) não se aproxime de zero mais rapidamente do que o denominador, com o aumento de J .

individuais sobre o comportamento agregado (a expressão à direita da equação (48) é necessariamente positiva), o que indica a presença de um multiplicador social.

Analogamente, retomando-se o caso geral $m^* \neq 0$, pode-se obter, para o efeito sobre a configuração de equilíbrio, de uma variação nas motivações sociais, a expressão

$$\partial m^* / \partial J = m^* \partial m^* / \partial h \quad (49)$$

que ilustra duas características interessantes da influência das motivações sociais sobre o comportamento agregado da sociedade:

a) como $|m^*| \leq 1$, tem-se que $|\partial m^* / \partial J| \leq |\partial m^* / \partial h|$ ou, em palavras, a magnitude do efeito de um pequeno aumento no teor de interação social nunca é maior do que a magnitude do efeito de um pequeno aumento nos incentivos individuais; e

b) admitindo-se que um aumento nos incentivos individuais aumente o número de agentes que optam por $w_i = 1$, ou seja, admitindo-se que $\partial m^* / \partial h > 0$, então, pela expressão (49)

$$\text{se } m^* > 0, \partial m^* / \partial J > 0 \quad \text{e} \quad \text{se } m^* < 0, \partial m^* / \partial J < 0, \quad (50)$$

o que significa dizer que a sociedade apresenta, em seu comportamento agregado, um mecanismo de auto-reforço, já que um aumento nos incentivos sociais dos agentes aumenta a dominância da escolha de comportamento individual prevalecente.

Por existir a possibilidade de múltiplos equilíbrios bem como a de mudança na configuração agregada em consequência de pequenas mudanças nos incentivos individuais, torna-se necessária agora, uma análise da dinâmica da configuração agregada e da determinação do equilíbrio estatístico em torno do qual a sociedade irá “gravitar”.

Capítulo 3

A Dinâmica como um Processo Complexo

3.1. Introdução

Neste capítulo, analisa-se o comportamento dinâmico da sociedade como um processo estocástico discreto. Depois de matematicamente verificada a existência do equilíbrio social, simulações da “história” descrita por pequenas sociedades artificiais são empregadas para se ilustrar o significado de conceitos relativos ao comportamento dos sistemas complexos, alguns deles permitindo a elucidação de dinâmicas efetivamente observáveis nas economias e, aparentemente, não explicáveis, se considerados apenas os incentivos individuais.

3.2. A Existência do Equilíbrio Estatístico da Sociedade

A dinâmica da sociedade ou seu comportamento agregado ao longo do tempo será descrito pela seqüência de valores

$$\{m_0, m_1, m_2, \dots, m_t, \dots\} = \{m_t | t \geq 0\}$$

a ser tratada como um processo estocástico em tempo discreto e requerendo, portanto, que se analisem as características da distribuição de probabilidades que fundamenta a geração das realizações temporais desse processo $\{m_t | t \geq 0\}$.

Seja, então, finita a população de agentes que compõem a sociedade, cada um deles com o mesmo problema de decisão anterior, a saber, a escolha de uma dentre as duas opções alternativas $w_i \in \{-1, 1\}$.

Tal como no caso estático, o comportamento estratégico *provável* do agente i ainda é descrito pela expressão (29) aqui reproduzida por comodidade,

$$Prob(w_i | m^e) = F(2(h + J m^e) w_i) \quad (29)$$

3.2.1. A Distribuição do Comportamento Agregado

Sendo a população de tamanho finito ($I < \infty$) a variável m que descreve a configuração agregada da sociedade passa a ser tratada, agora, como uma variável aleatória discreta.⁴⁹

Para que a configuração social agregada de valor m se verifique, é preciso que (mI) indivíduos escolham a estratégia $w_i = 1$ e, do restante da população, isto é, dos $(I - mI)$ indivíduos restantes, a primeira metade escolha $w_i = 1$ e a segunda metade escolha $w_i = -1$, uma vez que, se assim acontecer, o total de indivíduos que escolhem $w_i = 1$ é

$$(mI) + (I - mI) / 2 = I(1 + m) / 2 \quad (51)$$

o total de indivíduos que escolhem $w = -1$ é

$$I(1 - m) / 2 \quad (52)$$

e então, m é o valor do comportamento médio agregado da sociedade, já que

$$((1) \times I(1 + m) / 2 + (-1) \times I(1 - m) / 2) / I = mI / I = m. \quad (53)$$

Portanto, para que a configuração agregada m se verifique, basta que $I(1 + m) / 2$ agentes optem por $w_i = 1$, havendo então, por combinatória e pelo Princípio Fundamental de Contagem, o total

$$\binom{I}{(1 + m) I / 2} \quad (54)$$

de formas diferentes para que a configuração agregada m se realize.⁵⁰

⁴⁹ Opta-se, aqui, por tratar tanto o comportamento agregado da sociedade m quanto o tempo t de realização do processo como variáveis discretas e não contínuas, em contraste ao que se fez anteriormente, porque essa mudança possibilita um tratamento matemático mais simples do processo.

⁵⁰ O conjunto de possíveis valores que m pode assumir é $\{-1, -1 + \frac{2}{I}, -1 + \frac{4}{I}, \dots, 0, \dots, 1 - \frac{2}{I}, 1\}$.

Por outro lado, como a expressão (29) comporta a hipótese de que as escolhas dos agentes são ensaios “independentes”, uma vez que a dependência das suas escolhas já foi considerada pela inclusão da expectativa que nutrem a respeito do comportamento agregado da sociedade, m^e , a Distribuição Binomial

$Prob(m | m^e) =$

$$\binom{I}{(1+m)I/2} (F(2(h+Jm^e)))^{(1+m)I/2} (F(-2(h+Jm^e)))^{(1-m)I/2} \quad (55)$$

passa a ser, por construção, a distribuição para a configuração agregada m da sociedade.⁵¹

3.2.2. O Valor Esperado e a Variância para o Comportamento Agregado da Sociedade

Dada essa distribuição (55), o comportamento agregado esperado da sociedade, condicionado na expectativa que os próprios agentes nutrem a esse respeito, $E(m | m^e)$, pode ser determinado como segue: pela propriedade linear do operador esperança matemática condicional, é válida a seguinte igualdade

$$E((1+m)I/2 | m^e) = (1 + E(m | m^e)) I/2 \quad (56)$$

e resolvendo-se essa equação na variável de interesse $E(m | m^e)$ obtém-se

$$E(m | m^e) = 2 E((1+m)I/2 | m^e) / I - 1 \quad (57)$$

para o comportamento agregado esperado, condicionado às expectativas dos agentes.

Analogamente, no que se refere à sua variância, também condicionada na expectativa que os agentes nutrem a respeito da configuração agregada, isto é, $Var(m | m^e)$, tem-se o seguinte: como consequência das propriedades da variância de uma variável

⁵¹ Para que essa expressão seja válida admite-se que, uma vez formada a expectativa m^e pelos agentes, suas escolhas passam a ser independentes, tal expectativa extraído toda a informação necessária para a decisão de melhor comportamento estratégico. Naturalmente, isso significa dizer que m^e não pode ser considerado o Equilíbrio auto-realizável de Nash, uma vez que estando esse equilíbrio m^e definido, para que se garanta sua realização, as decisões estratégicas dos jogadores não podem ser mais independentes, estando, por princípio, absolutamente relacionadas, determinando-se mutuamente e, portanto, totalmente dependentes.

aleatória, é válida a seguinte igualdade:

$$Var((1+m)I/2 | m^e) = Var(m | m^e) I^2 / 4 \quad (58)$$

e, então, a expressão da variância da configuração agregada, $Var(m | m^e)$, obtida pela solução da equação (58) nessa variável, é

$$Var(m | m^e) = 4 Var((1+m)I/2 | m^e) / I^2 \quad (59)$$

Assim, tanto o valor esperado (57) quanto a variância (59) de m passam a depender, respectivamente, do valor esperado e da variância de $(1+m)I/2$, condicionados a m^e .

Por outro lado, como essa variável aleatória $(1+m)I/2$ obedece à Distribuição Binomial (55), tem como valor esperado o produto do número de “ensaios aleatórios”, $N = I$, pela probabilidade de “sucesso” em cada “ensaio”, $p = Prob(w_i = 1 | m^e)$, isto é,

$$E((1+m)I/2 | m^e) = Np = I Prob(w_i = 1 | m^e) \quad (60)$$

Com raciocínio análogo, sendo a variância de $(1+m)I/2$ igual a $Np(1-p)$ obtém-se

$$Var((1+m)I/2 | m^e) = I Prob(w_i = 1 | m^e) (1 - Prob(w_i = 1 | m^e)) \quad (61)$$

A substituição da expressão (60) na expressão (57) leva a

$$\begin{aligned} E(m | m^e) &= 2 (E((1+m)I/2 | m^e) / I - 1) \\ &= 2 (I Prob(w_i = 1 | m^e) / I) - 1 \\ &= 2 Prob(w_i = 1 | m^e) - 1 \end{aligned} \quad (62)$$

e, aplicada a expressão (29) para a probabilidade constante dessa última equação, obtém-se, como valor esperado para o comportamento populacional,

$$E(m | m^e) = 2 F(2(h + J m^e)) - 1 \quad (63)$$

De forma similar para a variância, a substituição da expressão (61) na expressão (59) a transforma para

$$\begin{aligned} Var(m | m^e) &= 4 Var((1+m)I/2 | m^e) / I^2 = \\ &= 4 I Prob(w_i = 1 | m^e) (1 - Prob(w_i = 1 | m^e)) / I^2 \end{aligned} \quad (64)$$

ou, retomada a expressão (29)

$$Var(m | m^e) = 4 F(2(h + J m^e)) (1 - F(2(h + J m^e))) / I \quad (65)$$

Entretanto, dada a expressão (63) obtida para o comportamento esperado da sociedade, a substituição de $F(2(h + J m^e))$ por $(1 + E(m | m^e)) / 2$ na expressão (65) leva a

$$Var(m | m^e) = 4 ((1 + E(m | m^e)) / 2) ((1 - (1 + E(m | m^e)) / 2)) / I \quad (66)$$

ou

$$Var(m | m^e) = (1 - E^2(m | m^e)) / I \quad (67)$$

como expressão alternativa.

Obtida essa expressão, é possível notar que se $E^2(m | m^e) < \infty$, quando $I \rightarrow \infty$, então $Var(m | m^e) \rightarrow 0$; isto é, se a população de agentes for enumerável mas infinita, a característica estocástica do sistema ($Var(m | m^e)$) torna-se desprezível, e o mesmo pode ser tratado de forma determinista, tal como feito no capítulo anterior, quando a população era infinita. Nesse caso, a expressão (63) comporta a expressão (34) como um caso especial de equilíbrio m^* .

3.2.3. Especificando a Distribuição $F(x)$ da Heterogeneidade dos Agentes

Especifique-se agora, a Distribuição Logística para os termos idiossincráticos do comportamento estratégico do i -ésimo agente,⁵²

$$F(x) = 1 / (1 + e^{-\beta x}), \quad \beta > 0 \quad (68)$$

O papel dessa distribuição a respeito da heterogeneidade dos agentes, dada a especificação do parâmetro β , pode ser melhor entendido se se observa que

⁵² Essa é a opção feita por DURLAUF (1997); BROCK e DURLAUF (2001). A distribuição logística é frequente nos Modelos Econométricos de escolha binária, conhecidos como Modelos Logit. Aproximadamente, as distribuições logística $A(\beta)$ e normal $N(\mu, \sigma)$ tem comportamento bastante similar, a depender da relação entre os parâmetros das duas distribuições β , μ e σ , com a vantagem de que a função logística pode ser tratada algebricamente com mais facilidade do que a distribuição normal, já que a integral desta última só admite solução numérica.

$$\lim_{\beta \downarrow 0} \text{Prob}(w_i) = 1/2 \quad (69)$$

ou seja, quanto menor o β (positivo) maior a parcela idiossincrática e não explicada do comportamento estratégico dos agentes, ou ainda, mais incerta e imprevisível a decisão dos mesmos. Em outras palavras, quanto mais próximo β estiver de zero, maior a heterogeneidade dos agentes e em especial, quando $\beta = 0$, as escolhas w_i ou $-w_i$ tornam-se equiprováveis, residindo absoluta incerteza quanto ao provável comportamento estratégico de cada indivíduo.⁵³

Neste caso particular da distribuição logística, a expressão (29) da probabilidade de que a estratégia w_i seja a escolhida por cada agente se reduz a

$$\text{Prob}(w_i | m^e) = 1 / (1 + \exp(-2\beta(h + Jm^e)w_i)) \quad (70)$$

Se, com propósitos meramente algébricos, o numerador e o denominador dessa expressão (70) são multiplicados por

$$\exp(\beta(h + Jm^e)w_i) \quad (71)$$

obtem-se

$$\text{Prob}(w_i | m^e) = \frac{\exp(\beta(h + Jm^e)w_i)}{\exp(\beta(h + Jm^e)w_i) + \exp(-\beta(h + Jm^e)w_i)} \quad (72)$$

ou, ainda com propósito meramente algébrico,

$$\text{Prob}(w_i | m^e) = \frac{\exp(\beta(h + Jm^e)w_i)}{2 \cosh(\beta(h + Jm^e)w_i)} \quad (73)$$

uma expressão alternativa mais adequada para tratamento algébrico.⁵⁴

⁵³ Tal como apresentam PRADO e BELITSKY (2003) um argumento alternativo que justifica essa interpretação do parâmetro β é o seguinte: para uma dada densidade de probabilidade $f(x) = F'(x)$ quanto menor o seu valor de máximo, mais “achatada” ela é. Como o valor de máximo da Distribuição Logística (68) é $F'(0) = \beta/4$, quanto menor o β , mais dispersa a distribuição e mais heterogêneos os agentes. Por outro lado, se $\beta \rightarrow \infty$, a distribuição de probabilidade colapsa sobre um único ponto, de tal forma que se reduz a heterogeneidade dos agentes, reduzindo-se o modelo, no limite, ao caso de “múltiplos” agentes idênticos.

⁵⁴ A função cosseno hiperbólico $\cosh x = (e^x + e^{-x})/2$ faz parte de uma família de funções trigonométricas hiperbólicas, análoga à família de funções trigonométricas do círculo, a hipérbole representando para aquela o que o círculo representa para esta última. Há, inclusive, identidades trigonométricas semelhantes para as duas famílias de funções como, por exemplo, $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$ e $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ ou, ainda, $\tanh x = \sinh x / \cosh x$ e $\tanh x = \sinh x / \cosh x$.

A substituição dessa expressão (73) para a probabilidade de que o agente i escolha $w_i = 1$, na Distribuição Binomial (55) modifica esta última para

$$Prob(m | m^e) =$$

$$\binom{I}{(1+m)I/2} \left(\frac{\exp(\beta(h + J m^e))}{2 \cosh(\beta(h + J m^e))} \right)^{(1+m)I/2} \left(\frac{1 - \exp(\beta(h + J m^e))}{2 \cosh(\beta(h + J m^e))} \right)^{(1-m)I/2}$$

ou ainda, pela simplificação da diferença que compõe o último fator da expressão,

$$\binom{I}{(1+m)I/2} \left(\frac{\exp(\beta(h + J m^e))}{2 \cosh(\beta(h + J m^e))} \right)^{(1+m)I/2} \left(\frac{\exp(-\beta(h + J m^e))}{2 \cosh(\beta(h + J m^e))} \right)^{(1-m)I/2}$$

e, simplificados os expoentes,

$$Prob(m | m^e) = \binom{I}{(1+m)I/2} \exp(\beta(h + J m^e) m I) / (2 \cosh(\beta(h + J m^e)))^I \quad (74)$$

para a distribuição binomial do provável comportamento agregado da sociedade, m .

Ademais, também como consequência da utilização da distribuição logística, o valor esperado para o comportamento agregado da sociedade passa a ser, utilizando-se a expressão (63) e procedendo-se à simplificação algébrica,

$$E(m | m^e) = \tanh(\beta(h + J m^e)) \quad (75)$$

que, junto com a expressão da variância do comportamento agregado,

$$Var(m | m^e) = (1 - E^2(m | m^e)) / I \quad (67)$$

serão utilizadas para a análise da dinâmica social.

3.2.4. O Comportamento Ergódico e a Existência do Equilíbrio

Para o processo de formação de expectativas, seja o caso em que

$$m^e_{t+1} = m_t \quad (76)$$

ou seja, os agentes utilizem como expectativa a respeito do comportamento agregado da sociedade para o próximo período, m^e_{t+1} , a configuração m_t efetivamente observada no presente.⁵⁵

Essa regra para a formação das expectativas dos agentes reduz as expressões (74) (75) e (67) a, respectivamente,

$$\begin{aligned} \text{Prob}(m | m^e) &= \text{Prob}(m_{t+1} | m_t) = \\ &= \left(\frac{1}{1 + m_{t+1}} \right)^{I/2} \exp(\beta(h + J m_t) I m_{t+1}) / (2 \cosh(\beta(h + J m_t)))^I \end{aligned} \quad (77)$$

$$E(m_{t+1} | m_t) = \text{tanh}(\beta(h + J I m_t)) \quad (78)$$

e

$$\text{Var}(m_{t+1} | m_t) = (1 - E^2(m_{t+1} | m_t)) / I \quad (79)$$

Pela construção até aqui desenvolvida, como indica a expressão (77), a probabilidade de que se verifique uma dada seqüência de valores m_t não depende do tempo decorrido t necessário para a sua realização, ou seja, a probabilidade conjunta dos valores $(m_t, m_{t+1}, m_{t+2}, \dots, m_{t+\tau})$ não depende de t . Isso significa dizer, então, que a distribuição desse processo estocástico é estacionária ou invariável no tempo.

E outra característica importante desse processo estocástico é que, como indicam as mesmas expressões (77) a (79) a probabilidade associada à realização futura m_{t+1} depende apenas da última realização m_t , ou seja,

$$\text{Prob}(m_{t+1} | m_t, m_{t-1}, m_{t-2}, m_{t-3}, \dots, m_2, m_1, m_0) = \text{Prob}(m_{t+1} | m_t) \quad (80)$$

o que se denomina tecnicamente de Propriedade de Markov.⁵⁶

⁵⁵ Note-se que, agora, o jogo social assume uma dimensão temporal, o comportamento estratégico dos jogadores apresentando uma dinâmica *evolucionária*, adaptando-se ao que se realiza em cada rodada t , no agregado. Além disso, como essa adaptação de comportamento estratégico não se dá de forma determinada, mas sim de maneira *estocástica*, esse modelo exemplifica um *Jogo Evolucionário Estocástico*.

⁵⁶ Para uma apresentação dos princípios básicos de Cadeias de Markov, veja-se SIMON e BLUME (1994) e TAYLOR e SAMUEL (1998).

Isso significa dizer igualmente que toda a informação necessária para se analisar o provável comportamento m_{t+1} da sociedade, para o instante de tempo imediatamente futuro, já está disponível no instante presente, pela observação do comportamento agregado m_t , o histórico passado da sociedade ($m_{t-1}, m_{t-2}, m_{t-3}, \dots, m_2, m_1, m_0$) não agregando qualquer informação relevante para a análise do comportamento social esperado.

Verificadas essas duas características – respectivamente, distribuição estacionária e propriedade de Markov – pode-se analisar o comportamento dinâmico dessa sociedade pela análise da Cadeia de Markov incorporada ao processo estocástico discreto $\{m_t | t \geq 0\}$, em que cada m_t pode ser entendido como um dos possíveis *estados* do sistema e a expressão (77) determina a probabilidade de transição do estado m_t para o estado m_{t+1} .

O que se procura, agora, é a verificação quanto à existência e à unicidade de um equilíbrio para a sociedade.

Pelas características estocásticas do sistema, a idéia de configuração social agregada estável só é adequada no sentido de equilíbrio estatístico ou *atrator gravitacional*, ou seja, só há sentido em se falar de configuração de equilíbrio como aquela em torno da qual a sociedade irá “gravitar”, sentindo-se “atraída” pela mesma.⁵⁷

Em especial, o que interessa saber é se esse processo apresenta comportamento *Ergódico*, ou seja, se o comportamento esperado desse processo, decorrido um longo período de tempo ($t \rightarrow \infty$) independe das condições iniciais. Em outras palavras, se o comportamento agregado dessa sociedade for *ergódico* então, decorrido um longo período de tempo, a frequência com que a sociedade terá passado por cada possível configuração

⁵⁷ Emprega-se, aqui, o termo *atrator* com propósito intuitivo e não formal, ou seja, não se trata aqui do conceito de atrator formalmente utilizado na análise dos processos caóticos (WILLIAMS, 2001). Ademais, a expressão (79) poderia induzir à idéia de que as configurações $m^* = -1$ e $m^* = 1$ fossem *pontos* de equilíbrio, uma vez que, nesse caso, $Var(m_{t+1} | m^*) = Var(m_{t+1} | m^*) = 0$ e não restaria mais incerteza quanto às configurações agregadas futuras, $m_{t+1}, m_{t+2}, m_{t+3} \dots$. Entretanto, duas razões serão apresentadas em favor da falsidade dessa conclusão.

agregada m independe de seu comportamento inicial, isto é, das condições das quais se inicia sua trajetória e, portanto, o comportamento agregado da sociedade demonstrará convergência para uma “região” ao redor do equilíbrio estatístico.

Matematicamente, dizer que a sociedade apresenta comportamento *ergódico* equivale a dizer que existe e é único o vetor de probabilidades limite ν , para o qual converge assintoticamente o vetor de frequências relativas com as quais a sociedade passou por cada uma dos possíveis configurações agregadas, depois de “observadas” “infinitas” configurações “realizadas”.

Para verificar se esse é o caso do comportamento dinâmico da sociedade aqui analisada, convém identificar duas características da cadeia de Markov que o descreve:

a) por se tratar de uma população finita de agentes, o conjunto de estados possíveis dessa cadeia é finito, e a matriz quadrada de transição entre estados P é finita de dimensão $I + I$; e

b) como consequência da forma específica da expressão (77) – mais precisamente, do termo $exp(x)$ do denominador – quaisquer que sejam as configurações m_{t+1} e m_t agregadas tem-se que

$$Prob(m_{t+1} | m_t) > 0 \tag{81}$$

ou seja, a matriz P das probabilidades de transição entre dois estados quaisquer da cadeia de Markov é *estocástica regular positiva*, tendo entradas estritamente positivas, todos os estados sendo diretamente comunicantes.

Então, como o conjunto de possíveis configurações agregadas da sociedade é finito e existe a possibilidade de que ela transite por entre duas quaisquer dessas configurações isto é, como o conjunto de estados da Cadeia de Markov é finito e os mesmos são diretamente comunicantes já que, respectivamente, a matriz de transição P tem dimensão finita $I + I$ e é regular, pode-se garantir a existência do vetor de frequências limite ν para a

dinâmica de longo prazo da sociedade e, por definição, está verificada a característica ergódica do comportamento dessa sociedade.⁵⁸

Garantida a ergodicidade do sistema, passa-se à determinação do que seria uma possível configuração agregada de equilíbrio dinâmico da sociedade.

O valor de maior probabilidade da distribuição limite ν apresenta-se como o candidato natural ao Equilíbrio Estatístico da Sociedade (FOLEY, 1994) e como já se garantiu a existência e a unicidade dessa distribuição, garante-se, por consequência, a existência do equilíbrio estatístico em torno do qual a configuração agregada da sociedade irá “gravitar”.⁵⁹

Entretanto, embora esteja garantida a existência do equilíbrio estatístico da sociedade, há duas considerações adicionais a se fazerem:

a) há uma especificidade na definição do conceito de comportamento ergódico que merece maior atenção, a saber, que o mesmo se refere a um comportamento limite, sendo válido e “observável” uma vez decorrido um tempo infinito. No curto prazo, porém, as características do comportamento agregado da sociedade podem ser bastante distintas daquelas esperadas para um prazo mais longo; e

b) a ergodicidade garante a unicidade do valor esperado da distribuição limite, mas

⁵⁸ A existência e unicidade do vetor de freqüências limite ν , dadas as características da matriz de transição P é um consequência do Teorema de Perron-Fröbenius, segundo o qual toda matriz estocástica regular e de ordem finita tem um auto-valor unitário $r = 1$ e todos os demais auto-valores de módulo menor que um. Assim, as equações do sistema $\nu^{t+1} = P \nu^t$ podem ser desacopladas, utilizando-se seus auto-valores e auto-vetores, por $\nu^{t+1} = r_1^t \nu_1 + r_2^t \nu_2 + r_3^t \nu_3 + \dots + r_n^t \nu_n$ e sua dinâmica será, no limite em que $t \rightarrow \infty$, reproduzida por $\nu^{t+1} = \nu_1 = \nu$ se se toma, sem perda de generalidade, $r_1 = 1$ e $|r_i| < 1, i = 2, 3, 4, \dots, n$.

⁵⁹ As duas razões para se concluir pela falsidade do argumento de que $m^* = 1$ e $m^* = -1$ possam ser equilíbrios pontuais para a consistência de planos dos agentes da sociedade são as seguintes: a) a função $\tanh(x)$ da expressão (78) nunca atinge os valores $+1$ e -1 , ou seja, estes valores são seus limites assintóticos; e b) para que uma cadeia de Markov apresente comportamento ergódico é necessário que a mesma não apresente qualquer estado absorvente, ou seja, nenhum de seus estados pode se repetir perpetuamente, uma vez atingido. Como a idéia de equilíbrio puntual seria exatamente esta, a de uma configuração agregada que, uma vez atingida, não mais permitiria a ocorrência de qualquer outra configuração que não ela mesma, e como já se garantiu que a sociedade tem comportamento ergódico, não podendo ter estados absorventes, não há equilíbrios pontuais relativos à absoluta coincidência de planos dos agentes, só havendo assim, a possibilidade de “atratores” ou equilíbrios estatísticos. Note-se que a exigência citada em (b) impede inclusive a existência de equilíbrios pontuais de estratégias mistas, m , isto é, não há absoluta consistência de planos dos agentes mesmo quando $m^* \neq 1$ e $m^* \neq -1$.

não há qualquer garantia de que a mesma seja unimodal, isto é, a possibilidade de que a distribuição de frequências limite ν seja bimodal, por exemplo, pode dar uma característica oscilatória ou cíclica à dinâmica social de particular interesse, em consequência da multiplicidade de equilíbrios estatísticos.

Então, com o intuito de explorar melhor algumas consequências dessas duas possibilidades, exemplificando sua relevância para as Ciências Sociais, será empregada, de forma elementar mas ilustrativa, a simulação do comportamento dinâmico de pequenas sociedades artificiais, analisando sua sensibilidade à especificação e à mudança nos parâmetros descritivos I , β , h , e J . Paralelamente, serão exemplificados os significados de alguns dos conceitos característicos dos sistemas complexos, dentre eles, *auto-organização* ou *ordem espontânea*, *criticalidade*, *não-linearidade*, *imprevisibilidade*, *travamento*, *transição de fase*, *dependência de trajetória*, *endogeneidade de preferências* e *multiplicador social*, os dois últimos relativos às Ciências Sociais.⁶⁰

3.3. A Construção e a Simulação das Sociedades Artificiais

As Sociedades Artificiais têm sido crescentemente utilizadas para o tratamento de problemas econômicos inspirados na Teoria dos Sistemas Complexos, havendo inclusive uma denominação específica para essa metodologia: Economia Computacional baseada em Agentes ou *Agent-based Computational Economics (ACE)*.⁶¹

Nessa linha de modelagem, desenvolvem-se programas de computadores cujo ponto de partida é a especificação das características dos “inter – agentes” econômicos que devem ser criados heterogeneamente, e dotados com padrões de racionalidade tais que lhes

⁶⁰ As obras de referência para a apresentação desses conceitos, a ser feita neste capítulo são WILLIAMS (2001), ARTHUR (1994), WIBLE (2000), AGLIARDI (1998) e GUEDES (1999).

⁶¹ A respeito veja-se, por exemplo, ARTHUR (1994); EPSTEIN e AXTELL (1996); HEGSELMANN e FLACHE (1998); KIRMAN e VRIEND (2001); TEFATSION (1997).

possibilitem tanto a tomada de decisões razoáveis (de seus pontos de vista individuais) quanto a capacidade de aprendizado e evolução, adaptando seus comportamentos e eventualmente, suas racionalidades, à medida que se dão as interações sociais.

Como são seres *heterogêneos e adaptativos*, agindo localmente, os comportamentos sociais que se observam no agregado são resultados *emergentes*, produto da ação, mas não necessariamente da intenção dos agentes, e se configura então, um sistema complexo.

Os programas computacionais que foram desenvolvidos neste trabalho, para a simulação das sociedades, requerem, como parâmetros de entrada, as mesmas informações que até aqui foram consideradas para o desenvolvimento matemático do modelo:

I – o número de indivíduos que compõem a sociedade ou o tamanho da população;

h – a superioridade da escolha $w_i = 1$ frente à escolha $w_i = -1$, quando considerados apenas os incentivos individuais;

J – a intensidade da interação entre os agentes ou o teor dos incentivos sociais;

β – o parâmetro de especificação da distribuição logística, estando mais próximo de zero quanto mais heterogêneos forem os agentes; e

m_0 – a configuração agregada inicial ou o ponto de partida da trajetória social.

3.3.1. A Apresentação Gráfica das Simulações

A análise a seguir, a respeito dos padrões observados quando da simulação das sociedades, refere-se às figuras constantes do Anexo A, que traz três tipos de gráficos relativos às dinâmicas por elas descritas, constantes de todos eles os valores dos parâmetros utilizados para caracterizá-las.

O primeiro tipo, ilustrado pela figura A1, visa representar o equilíbrio estatístico da sociedade, cada ponto assinalado no plano correspondendo a uma transição, em dois instantes de tempo sucessivos, entre dois estados agregados (m_t, m_{t+1}). Esse primeiro tipo

de gráfico pode ser entendido como a sobreposição de 10000 quadros de um filme sobre a história da sociedade; quanto mais próxima do canto superior direito do gráfico estiver a configuração social representada pelo aglomerado de pontos, maior a dominância da escolha $w_i = 1$ no agregado; analogamente, quanto mais próxima do canto inferior esquerdo ela estiver, maior a dominância da escolha $w_i = -1$ no agregado.

Assim, ilustrativamente, a figura A1 mostra que o equilíbrio estatístico da sociedade analisada se deu em $m^* = 0$, já que as realizações temporais m_t do comportamento agregado gravitaram em torno do encontro dos eixos horizontal e vertical.

O segundo tipo de gráfico, do qual o gráfico A13 é um exemplo, ilustra a dinâmica propriamente dita do comportamento agregado das sociedades, o eixo horizontal indicando o tempo t decorrido para a dinâmica, e o eixo vertical marcando a configuração social agregada vigente naquele instante de tempo.

O terceiro tipo de gráfico, ilustrado pelo A24, é bastante semelhante ao segundo tipo, a não ser pelo eixo vertical que passa a marcar a incerteza em cada instante de tempo t , quanto à possível configuração agregada m_{t+1} a se realizar em $t+1$.

3.3.2. Agentes Heterogêneos com Motivações Individuais mas sem Motivações Sociais

De início, simulou-se o comportamento agregado de indivíduos para os quais $h \neq 0$ e $J = 0$, isto é, agentes que demonstram motivações individuais mas que não apresentam motivações sociais.

3.3.2.1. O Efeito da Propensão Individual

Tal como definido no desenvolvimento do modelo, o sinal de h indica qual das duas opções disponíveis aos agentes apresenta maiores motivações individuais, isto é, se $h > 0$, a opção $w_i = 1$ é aquela para a qual, provavelmente, os agentes estarão mais propensos,

isoladamente; e o inverso acontece quando $h < 0$, isto é, a opção $w_i = -1$ é provavelmente avaliada como superior.

Isso é exemplificado pelas configurações agregadas obtidas para três grupos de agentes diferentes, ilustradas nas figuras A1, A2 e A3.

Esses grupos se assemelham no número de indivíduos que os compõem ($I = 500$), na heterogeneidade dos seus componentes ($\beta = 0,1$), partiram da mesma configuração agregada inicial ($m_0 = 0$) e foram submetidos ao mesmo número de iterações ($n = 10000$).

Diferem-se, entretanto, quanto à avaliação que seus componentes fazem a respeito da superioridade de cada uma das duas opções:

a) os agentes do primeiro grupo (figura A1) mostram-se indiferentes entre as duas escolhas ($h = 0$) e, como esperado, o seu comportamento agregado gravita em torno do equilíbrio $m^* = 0$;

b) o comportamento agregado do segundo grupo (figura A2) passa a oscilar em torno de um equilíbrio mais à direita, se comparado com o equilíbrio do grupo anterior (figura A1); isso acontece porque, para este segundo grupo, a escolha $w_i = 1$ é de alguma forma vista como superior a $w_i = -1$, uma vez que $h = 2 > 0$ e, conseqüentemente, há algum incentivo individual aos agentes para que abandonem a indiferença entre as duas opções e se mostrem propensos a $w_i = 1$, resultando, no agregado, em uma dominância desta opção frente àquela; e

c) analogamente para o terceiro grupo (figura A3), uma vez que $h = -2 < 0$, seus agentes demonstram maior propensão para a escolha $w_i = -1$ e, como esperado, o comportamento agregado do grupo gravita em torno de uma configuração de equilíbrio à esquerda daquela relativa ao primeiro grupo (figura A1) e "simétrica" (a grosso modo) àquela relativa ao segundo grupo (figura A2), o que significa dizer que a opção $w_i = -1$ resulta como relativamente dominante no comportamento agregado.

3.3.2.2. O Efeito da Intensidade dos Incentivos Individuais

A comparação entre as figuras A2 e A4 explicita qual o papel desempenhado pelo módulo de h ou, em outras palavras, qual o papel desempenhado pela *intensidade* dos incentivos individuais: quanto maiores esses incentivos, maior a propensão dos agentes em relação à escolha $w_i = 1$ e, conseqüentemente, mais se desloca *para a direita e para cima* o equilíbrio em torno do qual a sociedade gravita, representando uma dominância maior da escolha "superior" $w_i = 1$, no agregado.

3.3.2.3. O Efeito da Heterogeneidade dos Agentes

As figuras A4, A5 e A6 ilustram qual o papel desempenhado pela heterogeneidade dos agentes, ou seja, pelo parâmetro β : comparando-se as figuras A4 e A5, observa-se que uma redução na heterogeneidade dos agentes (equivalentemente, um aumento de $\beta = 0,1$ para $\beta = 0,2$) corresponde a um aumento no número de agentes para os quais os incentivos individuais (descritos pelo parâmetro h) são relevantes e, conseqüentemente, mais se desloca o equilíbrio estatístico para o canto superior do 1º quadrante, de tal forma que mais dominante se mostra a escolha $w_i = 1$ no comportamento agregado; e em sentido contrário, uma comparação das figuras A4 e A6 mostra que um aumento na heterogeneidade dos agentes (uma redução de $\beta = 0,1$ para $\beta = 0,05$) reduz a dominância da estratégia $w_i = 1$ no agregado; isso se dá porque a avaliação dos agentes quanto à sua superioridade é tanto mais heterogênea, quanto menor o valor do parâmetro β .

3.3.2.4. O Efeito do Tamanho da População

A comparação das figuras A7, A8 e A9 permite se perceber qual o papel desempenhado pelo tamanho da população: mantidos todos os demais parâmetros

fundamentais inalterados ($\beta = 0,1$, $h = 10$ e $J = 0$) um aumento no tamanho da população (de $I = 100$ para $I = 500$ e para $I = 1000$) não desloca o equilíbrio estatístico da sociedade mas reduz sua dispersão, a gravitação do comportamento agregado tornando-se mais concentrada em torno da configuração de equilíbrio. Isso se verifica porque quanto maior o tamanho da população, menor o impacto, para o comportamento agregado, das mudanças individuais das escolhas daqueles agentes que alternam suas decisões entre $w_i = -1$ e $w_i = 1$, conforme inclusive se deduz pela presença do parâmetro I no denominador da variância da sociedade, na expressão (79).

3.3.3. Agentes Heterogêneos sem Motivações Individuais mas com Motivações Sociais

Analisa-se, a partir deste ponto, o comportamento agregado de *sociedades* propriamente ditas, isto é, de grupos de indivíduos heterogêneos que passam a perceber algum incentivo social para suas escolhas.

Inicialmente, visando a simplicidade da apresentação dos resultados obtidos, detém-se a análise no comportamento agregado de sociedades cujos indivíduos apresentam motivações sociais ($J > 0$), mas que não demonstram, isoladamente, qualquer propensão individual por uma das escolhas ($h = 0$), sendo individualmente indiferentes entre $w_i = 1$ ou $w_i = -1$.

3.3.3.1. O Efeito de Motivações Sociais Moderadas

As figuras A10, A11 e A12 ilustram o papel desempenhado por moderadas motivações sociais dos indivíduos: à medida que os agentes demonstram um desejo maior de se ajustar ao comportamento da maioria (o J cresce) o comportamento agregado da sociedade se torna mais disperso e instável, muito embora continue oscilando em torno da

"indiferença populacional", isto é, a sociedade continue gravitando em torno do equilíbrio $m^* = 0$.

Esse efeito dos moderados incentivos sociais para a maior desorganização da sociedade e a maior incerteza quanto a seu comportamento agregado, é ainda melhor ilustrado pelas figuras A13, A14 e A15, que trazem a dinâmica do comportamento populacional ao longo do tempo.

Isso acontece porque pequenas mudanças na configuração agregada m da sociedade, conseqüentes da mudança nas decisões de alguns indivíduos, passam a ter um efeito maior sobre a dinâmica social, porque são ponderadas mais fortemente pelos agentes, quando da atualização de suas escolhas, dados seus maiores incentivos sociais.

Para tornar mais clara a interpretação do efeito conseqüente de um aumento nas moderadas motivações sociais sobre o comportamento agregado, suponha-se que se trata da simulação do desempenho de um mercado financeiro simplificado, em que os investidores devem decidir por manter um determinado título em suas carteiras ($w_i = 1$) ou se desfazerem do mesmo ($w_i = 0$) tendo, para isso, apenas os incentivos de origem social ($J > 0$) e não havendo incentivos individuais ($h = 0$), ou seja, um mercado no qual os investidores apenas consideram o que esperam ganhar como resultado do desempenho agregado do mercado (m^*), não havendo, por exemplo, ganhos referentes ao pagamento de juros. Neste caso, um aumento no teor especulativo do comportamento dos investidores (um aumento no J) aumenta a volatilidade do mercado, como conseqüência da maior importância para os agentes de anteciparem o desempenho agregado do mercado para o período seguinte, já que pretendem escolher em concordância com a maioria. É isso que ilustram as figuras A13, A14, e A15.

3.3.3.2. O Efeito de Motivações Sociais Fortes

Se, no entanto, as motivações sociais tornam-se ainda maiores, podem atingir uma determinada intensidade tal que se observe, no comportamento agregado, o que se denominada na literatura dos Sistemas Complexos de *auto-organização* (ou *ordem espontânea*), *criticalidade*, *quebra de simetria*, *dependência de trajetória* e *não-linearidade*.

A existência dessa possibilidade e um entendimento introdutório dos significados desses termos são possíveis se se analisam, comparativamente, os comportamentos agregados das sociedades representadas nas figuras A12 e A16, que se diferem apenas na intensidade das interações sociais ($J = 10$ e $J = 12$, respectivamente) todos os demais fundamentos sendo idênticos, a saber: o tamanho da população ($I = 500$); a heterogeneidade dos agentes ($\beta = 0,1$); a indiferença individual frente às duas opções alternativas ($h = 0$); assim como são iguais as condições iniciais das quais as duas sociedades iniciaram suas trajetórias ($m_0 = 0$) e o tempo de que seus agentes dispuseram para realizar e/ou atualizar sua escolhas ($n = 10000$), isto é, o número de iterações.

a) Auto-Organização, Ordem Espontânea e Padrão Emergente.

Tal como ilustra a comparação das figuras A12 e A16, um aumento no teor de interação social (de $J = 10$ para $J = 12$) possibilitou à sociedade a passagem de uma situação de desorganização ou indefinição e incerteza quanto à escolha agregada a ser feita pela maioria (a figura A12), para uma situação de *ordem espontânea* (figura A16), na qual a sociedade se *auto-organizou* em torno de uma configuração agregada em que a escolha $w_i = 1$ passou a ser a dominante.

Diz-se que esse padrão agregado referente à maior intensidade da interação social (figura A16) é de *ordem espontânea* porque a sociedade se concentrou em torno de uma

configuração de menor incerteza *espontaneamente*, sem a intervenção de qualquer agente soberano e tampouco sem ter resultado de qualquer projeto deliberado de comportamento agregado dos indivíduos que compõem a sociedade, resultando da *ação* mas não da *intenção* dos mesmos em se atingir, conjuntamente, tal configuração agregada. Diz-se ainda que se trata de um padrão de *auto-organização emergente* porque a "polarização" da sociedade em relação à escolha socialmente majoritária ou dominante só pode ser explicada pela presença da interação dos agentes, isto é, de suas motivações sociais, e cuja presença só pode se dar quando se passa do nível hierárquico fundamental - o individual - para um nível hierárquico superior - o social.

É interessante enfatizar o papel desempenhado pelas motivações sociais nesse processo de auto-organização espontânea e mudança do comportamento agregado: se, de início, um aumento dessas motivações deu maior incerteza e menor estabilidade social, muito embora tenha se tornado maior o desejo dos indivíduos de agirem socialmente (figuras A10, A11 e A12, $J = 1, 8$ e 10 , respectivamente), uma intensidade maior no teor dessas motivações (figuras A16, A17 e A18, $J = 12, 15$ e 20) possibilitou que a incerteza quanto ao comportamento agregado se reduzisse consideravelmente, havendo uma maior coesão entre os agentes, espontânea, e tornando-se possível uma maior estabilidade social.⁶²

Assim, recorrendo-se mais uma vez ao exemplo dos investidores que decidem quanto à compra ou venda de um título sem juros ($h = 0$), a comparação das figuras A12 e A16 ilustra que se o teor de especulação no comportamento desses investidores for aumentado (de $J = 10$ para $J = 12$), o mercado pode se "organizar" espontaneamente em uma configuração de menor incerteza, em que a decisão de compra do título por parte dos

⁶² Note-se que esse padrão de maior coesão e estabilidade social não poderia ser reproduzido sem a adequada consideração das motivações sociais.

investidores ($w_i = 1$) torna-se a dominante por um longo período de tempo ($m^* \simeq 1$), o que representaria, neste caso, a ocorrência de uma *bolha* especulativa.⁶³

b) Criticalidade.

Embora a auto-organização da sociedade em torno de uma configuração de dominância da escolha $w_i = 1$ tenha se dado com um aumento do teor de interação social (figuras A12 e A16, de $J = 10$ para $J = 12$, respectivamente), o mesmo não se verificou anteriormente (figuras A10, A11 e A12), quando o teor de interação também foi aumentado ($J = 1$, $J = 8$ e $J = 10$, respectivamente); isto é, embora os aumentos no teor de interação tenham sido bem maiores no início (700% da figura A10 para a figura A11 e 25% da figura A11 para a figura A12), bastou um *acréscimo adicional* e comparativamente menor no teor de interação (20% da figura A12 para a figura A16), para que se verificasse a emergência espontânea de ordem social. Isso sugere que existem valores *críticos* para os fundamentos da sociedade tais que, uma vez atingidos, modificam por completo o comportamento dos sistemas complexos, característica que se denomina de *criticalidade auto-organizadora*.

c) Não-Linearidade.

Um conceito correlato ao de *criticalidade* é o de *não-linearidade*, ou seja, a idéia de que uma pequena mudança dos parâmetros descritivos da sociedade, eventualmente atingindo valores ou regiões *críticas*, pode ter um efeito sobre o padrão agregado muito superior ao que seria o efeito *proporcional* àquela mudança, sendo, portanto, *não-linear*; a alteração da configuração social resultante do aumento no parâmetro de interação (figuras A12 e A16, de $J = 10$ para $J = 12$, respectivamente) ilustra que o efeito sobre o equilíbrio

⁶³ PRADO; BELITSKY (2003) analisam essa possibilidade de bolha especulativa com um ferramental estatístico mais refinado.

social, isto é, o aumento da dominância da escolha $w_i = 1$ sobre $w_i = -1$, é mais do que proporcional ao aumento no teor de interação, se comparados os módulos dos atratores gravitacionais.

d) Quebra de Simetria.

Embora os agentes se mostrem isoladamente indiferentes (ou *simétricos*) em relação a cada uma das duas escolhas alternativas ($h = 0$), por outro lado, no nível agregado, sujeitos às motivações sociais, surge uma "preferência" populacional pela escolha $w_i = 1$, isto é, a sociedade se mostra polarizada e assimétrica em relação a uma das alternativas; essa característica dos sistemas complexos é denominada de *quebra de simetria* porque a simetria dos agentes quanto às duas escolhas "quebrou-se" ou foi rompida, passando da indiferença para a preferência, quando da inserção de suas escolhas no contexto social. Tal idéia parece ficar ainda mais clara quando se comparam as figuras A1 e A16.

Além disso, dadas essas características de *padrão emergente e quebra de simetria*, inexplicáveis ou não reprodutíveis apenas com as características dos agentes, se analisadas somente suas motivações individuais ($h = 0$), tem-se a impressão de que a sociedade tem vontade e racionalidade "próprias", inexplicáveis a partir dos fundamentos que descrevem os comportamentos individuais.⁶⁴

A comparação das figuras A12, A16, A17 e A18 ilustra ainda que, uma vez superado o valor crítico (algum valor entre $J = 10$ e $J = 12$), o aumento no teor de interação social (de $J = 12$ para $J = 15$ e para $J = 20$) torna a sociedade ainda mais estável quanto à escolha socialmente majoritária, reduzindo-se a incerteza quanto ao comportamento agregado. Isso significa dizer que se o comprometimento dos indivíduos

⁶⁴ Em relação ao mercado financeiro, não é raro o emprego dos termos *nervoso* e *irracional* para caracterizar o seu comportamento, como se ele tivesse alma ou vontade própria.

com relação à escolha majoritária na sociedade for “suficientemente forte”, observa-se, no seu comportamento agregado, maior coesão e estabilidade sociais.

e) Dependência de Trajetória.

As três sociedades cujos comportamentos estão representados nas figuras A16, A17 e A18, em consequência da presença de interações sociais mais fortes, apresentaram uma auto-organização tal que a escolha $w_i = 1$ resultou ser a dominante no comportamento agregado, o que se traduziu em uma quebra de simetria em direção ao primeiro quadrante do gráfico.

Entretanto, uma vez que os agentes se mostram individualmente indiferentes entre as opções $w_i = -1$ e $w_i = 1$ (já que $h = 0$), não parece haver qualquer impedimento para que a quebra de simetria se desse em direção contrária, isto é, que a escolha $w_i = -1$ resultasse dominante no comportamento agregado.

Para mostrar a existência dessa possibilidade, vamos permitir a essas mesmas sociedades que descrevam novamente suas histórias, isto é, vamos colocá-las novamente na condição da qual iniciaram suas trajetórias ($m_0 = 0$) e vamos permitir que desfrutem do mesmo tempo de que dispuseram anteriormente ($n = 10000$) para se auto-organizarem, de tal forma que suas histórias sejam “reiniciadas”. Naturalmente, para que se trate das mesmas sociedades com uma nova oportunidade de descrição de suas histórias, os parâmetros que especificam os fundamentos sociais (os parâmetros I , β , h e J) devem ser mantidos inalterados, para cada uma dessas três sociedades.

A comparação das figuras A16 e A19, A17 e A20 e A18 e A21, respectivamente, mostra que, de fato, as três mesmas sociedades que na primeira oportunidade histórica (figuras A16, A17 e A18) haviam se auto-organizado em torno da configuração agregada em que a opção $w_i = 1$ se mostrou a dominante, na segunda oportunidade (figuras A19,

A20 e A21) acabaram por se auto-organizar em torno de uma nova configuração agregada em que a opção oposta, isto é, $w_i = -1$, acabou por dominar o agregado.

Como, para cada uma das sociedades, os fundamentos sociais (I, β, h e J) foram mantidos inalterados de uma para a outra história, assim como a condição ($m_0 = 0$) da qual essas sociedades iniciaram suas histórias, e o tempo ($n = 10000$) de que dispuseram para descrever suas novas trajetórias, conclui-se que a diferença que se observa nos dois equilíbrios resultantes, para cada uma das três sociedades, deve-se apenas aos rumos históricos que as mesmas trilharam, ou seja, às suas trajetórias.

Isso significa dizer, por exemplo, para o caso referente ao mercado de títulos citado anteriormente, que um teor especulativo “suficientemente forte” no comportamento dos investidores pode levá-lo a se auto-organizar tanto em uma configuração agregada de *bolha* especulativa (figuras A16, A17 e A18) quanto em outra configuração agregada de *crash* (figuras A19, A20 e A21), a depender da trajetória a ser por ele descrita.

Essa característica dos sistemas complexos em que o equilíbrio resultante pode *depend*er da história ou da *trajetória* descrita pela sociedade é denominada de *Dependência de Trajetória* e reforça ainda mais a idéia de que seus comportamentos não são previsíveis ou determináveis de maneira absoluta.⁶⁵

f) Pseudo-Dependência de Trajetória.

Entretanto, parece haver uma incongruência entre esses resultados obtidos pelas simulações, em que se verifica haver dependência de trajetória, e a análise matemática que se fez na primeira parte deste capítulo, quando se demonstrou que o comportamento da sociedade apresentava a característica de ergodicidade e, portanto, a dinâmica de longo

⁶⁵ Essa imprevisibilidade do comportamento dos sistemas complexos guarda relação com a já citada característica de não-linearidade.

prazo das sociedades é tal que o equilíbrio resultante é único, qualquer que seja a trajetória a ser descrita pelas mesmas.

Como é possível, então, que uma mesma sociedade se auto-organize em equilíbrios nitidamente distintos se ficou provado matematicamente que tal equilíbrio era único?

A razão para essa aparente incongruência entre os resultados obtidos é que, embora esteja garantida a ergodicidade do sistema, para que se observe a convergência para a distribuição limite é necessária a passagem de um tempo “infinito” e, além disso, tal convergência é tanto mais demorada quanto mais estados possíveis compuserem a Cadeia de Markov reprodutora da dinâmica, o que, neste caso, significa dizer quanto maior a população. Em outras palavras, sob um enfoque teórico, se aquelas três sociedades dispusessem de um tempo ainda maior para descrever suas trajetórias ($n \gg 10000$), seria possível a constatação de que o equilíbrio de cada uma delas é efetivamente único.⁶⁶

g) Transição de Fase.

Essa pseudo-dependência de trajetória fica mais clara com a análise das “histórias” descritas por uma única sociedade que, em uma primeira oportunidade (figuras A22 e A23), acabou por se auto-organizar em uma configuração agregada em que a escolha $w_i = 1$ tornou-se majoritária na sociedade (o pseudo-equilíbrio em torno de $m^* = 0,3$), em uma segunda oportunidade (figuras A25 e A26), estabilizou-se em uma configuração agregada “oposta” à primeira, a escolha $w_i = -1$ tornando-se a dominante (o pseudo-equilíbrio em torno de $m^* = -0,3$), mas que, em uma terceira oportunidade (figuras A28 e A29),

⁶⁶ Convém ressaltar que essa característica de pseudo-dependência de trajetória apresentada pelo modelo aqui descrito não é geral aos sistemas complexos, sendo geral a *efetiva* dependência de trajetória. Aqui, a dependência de trajetória é aparente porque trata-se de um sistema complexo em que seus componentes podem reverter suas escolhas individuais ao longo do tempo e, por isso, o comportamento agregado é, em alguma medida, “reversível”, o que permite se configure um equilíbrio único de longo prazo. No entanto, para os sistemas complexos em que os comportamentos de suas partes apresentam irreversibilidade, o que se observa é uma efetiva dependência de trajetória.

descreveu uma trajetória tal que seu comportamento agregado alternou-se entre duas configurações nitidamente distintas ($m^* = 0,3$ e $m^* = -0,3$) transitando entre fases em que as estratégias $w_i = -1$ e $w_i = 1$ alternam-se em suas dominâncias no comportamento agregado, não atingindo estabilidade social, em um comportamento típico de manada.⁶⁷

h) As Sociedades como Sistemas Abertos.

Entretanto, se se sabe que a dinâmica de tais sociedades necessariamente apresentará convergência para a única configuração de equilíbrio, tratando-se apenas de uma questão de suficiência de tempo para tanto, porque a identificação dessa característica de pseudo-dependência de trajetória torna-se relevante para as Ciências Sociais?

Duas respostas imediatas para essa pergunta seriam:

a) já que é necessário que um tempo “infinito” decorra para que as sociedades apresentem convergência de seus comportamentos para o equilíbrio, é possível que ela nunca se verifique, ainda que se saiba da existência e da unicidade de tal configuração; e, principalmente,

b) as sociedades são um exemplo do que se entende por sistemas abertos, ou seja, sistemas que não podem ser “isolados” ou “fechados”, idealmente, em condições totalmente controláveis de laboratório; isto é, não é possível impedir que tais sistemas sofram alterações e influências alheias àquelas já consideradas na modelagem dos mesmos. Por exemplo, as sociedades podem ser entendidas como sistemas abertos porque lhes é inerente, em última análise, a ocorrência de mudanças em suas estruturas, residindo no

⁶⁷ A rigor, uma condição necessária para que uma Cadeia de Markov seja ergódica é que se o número de iterações é infinito, também o é o número de vezes em que a cadeia visita cada um dos estados ou, de forma mais técnica, todos os estados da Cadeia de Markov devem ser *recorrentes não-nulos*. Isso significa então que, pelo menos teoricamente, como as sociedades analisadas têm necessariamente comportamento ergódico, “decorrido” um tempo infinito, devem passar por todas as possíveis configurações agregadas, embora o façam com maior frequência por aquelas mais próximas do equilíbrio.

próprio potencial criativo e inovador dos agentes que as compõem, já que não é possível, mesmo em regimes autoritários, proibir-lhes a inovação e a conseqüente transformação dos fundamentos da sociedade. No modelo aqui apresentado, por exemplo, além das duas escolhas inicialmente disponíveis para os indivíduos, a saber, $w_i = -1$ e $w_i = 1$, seria possível que, ao longo da história dessas sociedades, os próprios indivíduos criassem uma nova opção de comportamento, $w_i = 0$. E como a criação dessa nova opção de escolha e da conseqüente mudança na estrutura da sociedade (pela inclusão de dois outros parâmetros h , por exemplo, relativos à comparação dessa nova opção com as duas anteriores), é tanto mais provável quanto maior o tempo decorrido de dinâmica social, quanto mais demorada a convergência para a configuração de equilíbrio, mais provável é que a mesma nunca se verifique (ainda que em tempo finito), a história da sociedade podendo ser interrompida pela “criação” de uma nova sociedade.⁶⁸

3.3.4. Agentes Heterogêneos com Motivações Individuais e Sociais

Analisa-se, agora, simulações das histórias de sociedades cujos agentes demonstrem tanto propensões individuais ($h > 0$) quanto motivações sociais ($J > 0$).

Visando-se apresentar outras características dos sistemas complexos que ainda não foram mencionadas até aqui, modifique-se a condição inicial da qual as sociedades irão começar suas trajetórias de $m_0 = 0$ para $m_0 = -1$, de tal forma que o mesmo problema de escolha dos agentes, frente às opções $w_i = -1$ e $w_i = 1$, passa a ter uma nova interpretação: de início, a configuração agregada ser exatamente $m_0 = -1$ significa que todos os agentes da sociedade optam por $w_i = -1$ o que, dada a característica de heterogeneidade dos mesmos e o tratamento probabilístico de seus comportamentos, só é possível de acontecer se não houver outra opção de escolha além de $w_i = -1$, os indivíduos vendo-se “obrigados”

⁶⁸ Para uma apresentação do conceito de sistemas abertos na perspectiva da Física Estatística, sem a necessidade de se adentrar no formalismo matemático, veja-se LAGE (1995, pp. 129).

a optar por ela, não existindo escolha alternativa; entretanto, em determinado instante de tempo ($t = 0$) os agentes passam a ter a oportunidade de mudar suas opções, pela chegada de uma inovação, a ser representada pela escolha por $w_i = 1$. O problema de decisão dos agentes, agora, é o expresso pela seguinte pergunta: manter a escolha pela opção tradicional ($w_i = -1$), adotando um comportamento conservador, ou adotar um comportamento inovador, escolhendo a opção alternativa ($w_i = 1$) disponível a partir de então?

Assim, a análise das simulações das sociedades artificiais aqui apresentadas passa a ser entendida, agora, como a análise da disseminação de inovações por uma sociedade.

3.3.4.1. O Efeito de Motivações Sociais *Moderadas* e o Multiplicador Social

A comparação das figuras A31, A32 e A33, ilustra o papel desempenhado por moderadas motivações sociais, quando da chegada de uma inovação ($w_i = 1$) que, dados os incentivos individuais, mostra-se superior ($h > 0$) à opção usual ($w_i = -1$), dantes disponível.

A figura A31 ilustra que, como já anteriormente apresentado, a superioridade da nova opção ($w_i = 1$) frente à opção tradicional ($w_i = -1$), dados apenas os incentivos individuais ($h = 1$ e $J = 0$), torna os agentes – provavelmente – propensos ao comportamento inovador, o que explica o deslocamento da configuração de equilíbrio da sociedade, levemente, em direção ao primeiro quadrante da figura, indicando uma pequena dominância da inovação ($m^* > 0$) no comportamento agregado.

Se, no entanto, tal como representado nas figuras A32 e A33, além das motivações individuais, os agentes demonstrem alguma motivação social em seus comportamentos, de tal forma que passem a existir incentivos decorrentes da interação social ($J = 5$ e $J = 13$,

respectivamente), o deslocamento do comportamento agregado em direção ao primeiro quadrante é maior, indicando (especialmente a figura A33) uma expressiva dominância da inovação no comportamento agregado da sociedade, muito embora o incentivo individual percebido pelos agentes ($h = 1$) seja o mesmo, nas três sociedades representadas pelas figuras A31, A32 e A33.

Isso se dá porque, à medida que as motivações sociais aumentam, alguns agentes que anteriormente não percebiam incentivos individuais suficientes para optar pela mudança ($h = 1$ relativamente pequeno), passam a ter um incentivo social maior e, então, tornam-se, agora sim, suficientemente motivados para a inovação. Por sua vez, a mudança de comportamento desses agentes que inovaram nessa segunda etapa aumenta a dominância da inovação no agregado (deslocando o m^* para a direita), o que passa a gerar incentivos sociais ainda maiores tanto para aqueles que já optaram pela mudança a manterem sua decisão pela inovação, quanto para outros agentes que até então não inovaram, a fazê-lo, dado o efeito composto de todos esses novos incentivos. Esse processo se repete, de maneira encadeada, tal como um *multiplicador social*, de tal forma que o equilíbrio social resultante se desloca expressivamente para a direita, indicando uma nítida dominância da inovação no agregado, muito maior do que aquela esperada não houvesse as motivações sociais, o que fica claro pela comparação das figuras A31 e A33.

a) Auto-Organização e Coesão Social.

A comparação entre as figuras A32 e A33 mostra ainda que esta segunda sociedade, em que as motivações sociais são maiores ($J = 13$), ao superar seu conservadorismo, apresentou uma organização espontânea resultante bem mais coesa e bem mais favorável à inovação do que a apresentada pela primeira ($J = 5$), já que aquela atingiu uma configuração agregada em que mais indivíduos optaram pela alternativa superior. Em

outras palavras, o desenvolvimento da sociedade cujos agentes têm incentivos sociais mais fortes foi melhor.

b) Criticalidade.

Outra consequência interessante da presença de maiores motivações sociais é que, embora a inovação atinja uma dominância maior no agregado, esse processo se dá de forma mais lenta, requerendo um tempo maior para que se verifique. Isso é ilustrado pela mesma figura A33, em que se percebe o deslocamento gradual, da configuração agregada da região de dominância do comportamento tradicional, para a de dominância do comportamento inovador, a sociedade tendo inclusive “ensaiado”, por algum período, se iria efetivamente optar pela mudança ou se iria se manter conservadora. Isso se deve ao maior desejo de parte dos agentes de observar qual será o comportamento agregado dominante, antes de se decidirem pelo conservadorismo ou pela mudança. Bastou, entretanto, que a configuração agregada superasse um determinado valor *crítico* m^*_c para que o comportamento social de inovação descrevesse uma dinâmica “irreversível”.⁶⁹

3.3.4.2. O Efeito de Motivações Sociais Fortes

O efeito observado do conservadorismo sobre a história da sociedade representada na figura 33, mais especificamente, a maior lentidão para que a inovação se tornasse a opção dominante no agregado, sugere que motivações sociais muito fortes podem ter um efeito indesejado e adverso, quando da disseminação na sociedade de um comportamento individual superior.

⁶⁹ Assim, percebe-se que os conceitos de criticalidade e não-linearidade dos sistemas complexos podem se referir tanto a pequenas alterações nos parâmetros exogenamente definidos quanto nas variáveis endógenas.

a) Travamento.

A figura A34, por exemplo, ilustra o comportamento agregado de uma sociedade em que as motivações sociais são um pouco mais fortes do que aquelas relativas à sociedade representada na figura A33 ($J = 14$ contra $J = 13$), embora se igualem as duas sociedades em todos os demais fundamentos.

O que se observa na figura A34 é o que se denomina na literatura dos sistemas complexos de *Travamento* (*Lock-in*) em uma condição inferior: essa interpretação se justifica porque, apesar de passado um longo período de tempo, a inovação não se mostrou capaz de dominar o comportamento agregado, muito embora seja superior à opção antiga ($h > 0$) inicialmente disponível; assim, dado o forte desejo dos agentes de se conformarem ao comportamento majoritário da sociedade, não se concretiza um número suficiente de inovadores na sociedade (embora alguns dos agentes optem pela inovação) para que se supere o valor crítico m^*_c que direcione a sociedade para a trajetória de mudança do comportamento agregado.

Considere-se, por exemplo, a difusão de um novo comportamento na sociedade ou mesmo a adoção de uma nova tecnologia (representada por $w_i = 1$), superior, em termos individuais, à tecnologia antiga ($w_i = -1$) uma vez que $h > 0$.

Se as motivações sociais existirem mas forem moderadas (figuras A32 e A33), a dominância da nova tecnologia será maior do que aquela que se verificaria na ausência de interações sociais (figura A31), significando dizer que mais agentes passam a optar pela nova tecnologia, como consequência dos incentivos sociais.

Entretanto, se os incentivos sociais forem muito fortes (figura A34), dado o desejo de cada um dos agentes de esperar para que a inovação se dissemine na sociedade para só

então optar pela mudança, a tecnologia antiga pode se manter dominante por um longo período de tempo, apesar de sua inferioridade técnica.⁷⁰

Mais uma vez, trata-se de um comportamento *emergente* porque embora os agentes sejam isoladamente favoráveis à mudança ($h > 0$) no nível individual, em um nível de agregação superior, o social, em virtude das interações e da *endogeneidade de preferências*, os agentes adotam uma postura “irracional”, se não se consideram suas motivações sociais. Entretanto, uma vez consideradas tais motivações, esse comportamento agregado “injustificável” e “incoerente” pode ser entendido como razoável, ainda que indesejável.

Se, alternativamente, a mesma figura A34 ilustrasse, por exemplo, o comportamento agregado de um mercado de títulos em que os investidores devem decidir por comprá-lo ($w_i = 1$) ou vendê-lo ($w_i = -1$), havendo agora, a certeza da realização de juros ($h > 0$), um forte desejo de especulação quanto ao provável comportamento futuro do mercado (J suficientemente grande) pode levá-lo a um *crash* ($m^* \simeq -1$), em que a maioria dos investidores optaria por se desfazer de seus títulos, configurando-se um comportamento de mercado aparentemente “irracional”, já que há certeza quanto ao recebimento dos juros.

b) Motivações Sociais, Falha de Coordenação e Incentivos Governamentais.

A configuração agregada resultante da dinâmica dessa sociedade representada pela figura A34 pode ser entendida, então, como uma *falha de coordenação*, uma vez que os agentes falharam em seu problema conjunto de desenvolvimento social.

⁷⁰ Um exemplo dessa possibilidade é analisado por DAVID(1985) quando descreve o processo histórico que teria levado à dominância do teclado QWERTY sobre outras opções tecnicamente superiores. Isso também parece explicar a longa permanência da calculadora financeira HP 12C nos escritórios das empresas paulistanas, apesar da empresa Hewlett Packard ter procurado substituí-la com o lançamento de uma nova financeira pertencente a outra família de calculadoras, o que só logrou fazer com os modelos científicos HP 11C, HP15C e HP 41CV.

Isso poderia sugerir, em uma interpretação precipitada, que o problema da sociedade reside na característica social dos seus agentes, mostrando-se “adequado” amenizá-la pelo enfraquecimento dos laços sociais. Entretanto, uma análise um pouco mais cuidadosa permite também que se argumente o seguinte:

a) as motivações sociais dos agentes podem ser oriundas da própria herança cultural da sociedade e, se assim for, não são tão facilmente modificáveis quanto possa parecer inicialmente, essa “correção” podendo requerer, ela mesma, um longo processo de mudança institucional (NORTH, 1990, 1997); e

b) as motivações sociais podem ser eventualmente tratadas como uma característica favorável ao desenvolvimento social, se deliberada e adequadamente exploradas pela sociedade. Justifica-se esse ponto de vista porque, conforme ilustrou a exposição das simulações até aqui realizada, um projeto de incentivos temporários que possibilite à sociedade a superação dos valores críticos que a mantém travada na condição inferior, pode permitir-lhe iniciar um processo encadeado de mudança e desenvolvimento, conseqüente dos retornos crescentes da interação e multiplicação social, de tal forma que, depois da intervenção, a sociedade rompa seus entraves e se estabilize em uma configuração social de maior desenvolvimento e coesão social.

c) Transição de Fase Espontânea e (*pseudo*) Dependência de Trajetória.⁷¹

O conceito de (*pseudo*) Dependência de Trajetória também se mostra relevante aqui, na formação histórica das sociedades.

⁷¹ Opta-se pelo termo *pseudo* dependência de trajetória porque, conforme já argumentado, o processo dinâmico da sociedade é necessariamente ergódico e, rigorosamente falando, seu equilíbrio agregado independe do sua história, garantida a “passagem” de um tempo “infinito”.

Sua importância pode ser avaliada se se observa o desenvolvimento histórico de duas sociedades de mesmos fundamentos (I, β, h e J), que partem da mesma condição inicial ($m_0 = 0$), e que desfrutam do mesmo intervalo de tempo para descrever suas trajetórias ($n = 10000$), tal como ilustram as figuras A37 e A40.

A comparação dessas figuras mostra que, muito embora ambas as sociedades tenham iniciado suas histórias com os mesmos fundamentos e as mesmas condições iniciais, a primeira delas (figura A37) manteve-se travada na configuração agregada inferior, durante todo o período de tempo decorrido, em contraste à trajetória descrita pela segunda sociedade (figura A40) que, inicialmente, manteve-se travada em uma configuração agregada inferior e bastante semelhante à da primeira mas que, fortuitamente, foi capaz de superar o valor crítico m^*_c e iniciar o processo encadeado de mudança social, *transitando* espontaneamente de uma *fase* inferior para outra *fase* superior.

Ainda para esta sociedade, entretanto, um projeto de coordenação deliberado para estimular a mudança inicial dos agentes seria justificável porque, tal como já discutido anteriormente, uma vez tendo sido longo o tempo necessário para que a mudança para a configuração de maior desenvolvimento ocorresse, seria bastante possível que a estrutura da sociedade tivesse se modificado, antes mesmo que aquela transição se realizasse, pela chegada, por exemplo, de outras inovações, existindo então a possibilidade de uma sucessão histórica de travamentos sociais.

Dada essa exposição do potencial explicativo do modelo para a difusão de novas tecnologias que apresentam externalidades, tal como ilustrado pelas simulações, passa-se agora, à implementação de um estudo empírico que visa a identificação da presença de motivações sociais no comportamento individual de adoção tecnológica, inspirado nos modelos econométricos de interações sociais.

Capítulo 4

Interações Sociais e a INTERNET na Cidade de São Paulo

4.1. Introdução

Neste capítulo, avalia-se o potencial econométrico dos modelos baseados no conceito de interações sociais. Inicialmente, os principais trabalhos originais dessa metodologia são revistos. Em seguida, descreve-se a construção do banco de dados a ser utilizado na identificação econométrica da presença de interações sociais, na difusão da INTERNET na Região Metropolitana de São Paulo. Por fim, analisam-se os resultados obtidos bem como a relação dos mesmos com a especificação utilizada na definição de vizinhança social.

4.2. A Identificação Econométrica de Interações Sociais

Duas são as principais razões pelas quais, nos modelos econométricos, é relevante a contextualização sócio-econômica da escolha do agente, tratando-o como um *inter-agente*, e analisando-se os efeitos das características e do comportamento da sua vizinhança sobre seu próprio comportamento.

A primeira, de natureza técnica, é que a não inclusão das características sócio-econômicas e comportamentais da vizinhança com a qual interage um indivíduo, pode comprometer a qualidade das estimativas dos coeficientes dos modelos econométricos utilizados, em virtude do viés de estimação conseqüente da má especificação dos mesmos, sob a hipótese de que as variáveis descritoras daquelas características são relevantes e foram indevidamente omitidas no modelo.

A segunda, de importância para políticas sociais, é que a efetiva identificação econométrica de coeficientes de interação social cujo teor ou intensidade pode levar a dinâmicas de multiplicação social e a situações socialmente inferiores, com a possibilidade de *lock-ins*, sugere a intervenção governamental que permita à sociedade romper com os entraves que a impedem de atingir configurações agregadas superiores, por meio de mudanças nas condições exogenamente modificáveis e pela exploração adequada dos retornos crescentes da interação social.

Essa opinião quanto à necessidade da adequada intervenção governamental para o rompimento de travamentos sociais e a exploração dos retornos crescentes dessa medida, em consequência de interações sociais também é esposada por CRANE (1991), ao encontrar evidências favoráveis à presença das mesmas e de *travamento*, pela análise de qual influência sobre o comportamento de um jovem norte-americano pode ter o de seus pares vizinhos, no que se refere à evasão escolar e à gravidez precoce. Além da presença de interações sociais e travamento, esse autor identificou inclusive características de criticalidade e não-linearidade nos dados comportamentais.

CASE e KATZ (1991) também encontram evidências favoráveis à presença de interações sociais no comportamento de jovens norte-americanos moradores de Boston. É de autoria desses pesquisadores, inclusive, a utilização das médias das características sócio-econômicas individuais, familiares e domiciliares como instrumentos para a correção de eventual viés nas estimativas obtidas para o teor das interações sociais, viés esse decorrente de possíveis características omitidas das vizinhanças em que residem aqueles jovens. Por essa razão, os modelos econométricos que buscam identificar a presença de interações sociais e que se utilizam dessa construção sugerida originalmente por esses

autores, para as variáveis instrumentais, são denominados de *modelos de interações sociais com variáveis instrumentais*.⁷²

No que se refere especificamente à difusão de novas tecnologias, CASE (1992) igualmente encontra evidências favoráveis à presença de interações sociais na adoção de inovações e procedimentos agrícolas em Java-Indonésia, identificando a influência do comportamento de adoção da vizinhança sobre a decisão individual dos agricultores.

Analogamente, utilizando um painel de dados referente a unidades rurais indianas, FOSTER e ROSENZWEIG (1995) encontram evidências favoráveis à presença de interações sociais na adoção de tipos novos de sementes, que possibilitam alto retorno de colheita, uma vez que a utilização de tais sementes por um dado agricultor é positivamente influenciada pelo maior uso e maior conhecimento, quanto a essa mesma semente, pelos seus pares vizinhos.

GOOLSBEE e KLENOV (1999) analisam a adoção de microcomputadores pelos domicílios norte-americanos e, embora trabalhem com um modelo de probabilidade linear, encontram evidências favoráveis à presença de interações sociais na difusão geográfica daquela tecnologia. Foi possível para esses autores a identificação dessas interações sociais, muito embora tenham utilizado um modelo linear de probabilidade, porque trabalharam com um banco de dados que disponibilizou respostas individuais a perguntas que questionavam diretamente aos agentes pesquisados se, por exemplo, sentiram-se incentivados a comprar microcomputadores ao observarem que seus parentes e vizinhos já haviam adquirido o mesmo equipamento.

O potencial econométrico dessa metodologia dos modelos de interações sociais será aqui avaliado por sua aplicação à análise da difusão geográfica da tecnologia de

⁷² Para uma análise dos três tipos básicos de trabalhos econométricos que têm sido relacionados com a literatura de interações sociais a saber, trabalhos com *experimentos naturais*, com *variáveis instrumentais* e com *dados agregados*, veja-se GLAESER e SCHEICKMAN (2001); BROCK e DURLAUF (2000) e GLAESER (2000).

INTERNET, na Região Metropolitana de São Paulo, para uma parcela específica da população.⁷³

A escolha desse caso para a aplicação econométrica do modelo se justifica porque a INTERNET é essencialmente uma tecnologia de comunicação e *interação*, em virtude inclusive de recursos apenas por ela disponibilizados, tais como “salas” de “bate-papo” e correio-eletrônico.⁷⁴

4.3. A Construção do Banco de Dados

O banco de dados original, submetido a três sucessivos ajustes, é o composto por cerca de 140000 brasileiros, vestibulandos da FUVEST, para o ano escolar de 2002.

A construção do banco de dados final, utilizado nas estimações, deu-se nas seguintes etapas:

Primeira Etapa: uma análise crítica dos dados.

Em virtude da necessidade de se considerar a localização geográfica de cada um dos vestibulandos, para a adequada determinação das características sócio-econômicas e comportamentais de suas vizinhanças, o primeiro corte no banco selecionou apenas aquelas observações que partilhavam das seguintes características:

a) traziam todas as informações solicitadas aos candidatos completa e validamente fornecidas; esse rigor se exigiu para que se pudesse garantir que as observações satisfizessem à mesma estrutura de dados, estrutura esta a ser descrita mais à frente, no

⁷³ O fato de se tratar de informações restritas a uma parcela específica da população da região metropolitana de São Paulo não invalida este exercício econométrico porque seu propósito não é obter resultados que possam ser generalizados para toda a população paulistana, mas analisar o efeito de se considerarem as interações sociais nas estimativas.

⁷⁴ GLAESER e SCHEINKMAN (2001, p. 89-94); ROGERS (1995) discutem, este último em detalhes, as razões que fundamentam e justificam esse ponto de vista a respeito da INTERNET. E para uma análise dos possíveis efeitos de padronizações, e de externalidades delas conseqüentes, para a difusão de tecnologias, veja-se KATZ e SHAPIRO (1986), ou FARREL e SALONER (1985).

trabalho; esse cuidado foi tomado inclusive no que se refere ao Código de Endereçamento Postal (CEP) de domicílio do candidato, essencial para a futura construção e determinação das características sócio-econômicas e comportamentais dos indivíduos que compunham as vizinhanças de cada jovem;

b) referiam-se a vestibulandos USP solteiros, de 16 a 24 anos; este corte teve o propósito de selecionar jovens com experiências de vida semelhantes, visando-se assim reduzir a influência de características pessoais omitidas e não controladas;

c) indicavam data de formatura do vestibulando, no ensino médio, não superior a 4 anos, de tal forma que se selecionassem jovens que estivessem sujeitos a interações sociais mais intensamente, pela freqüência recente a ambientes escolares; e

d) restringiam-se a moradores e moradoras da Região Metropolitana de São Paulo, mais especificamente, das cidades de São Paulo, Santo André, São Bernardo, São Caetano, Diadema, Taboão da Serra, Embu, Cotia, Osasco, Barueri e Alphaville, em virtude da disponibilidade de informações complementares necessárias para a construção das vizinhanças, a ser descrita mais à frente.

Segunda Etapa: a localização geográfica das observações.

Uma vez filtrado o banco de dados da FUVEST, o mapa da metrópole paulistana foi sobreposto a um reticulado de 32 linhas por 42 colunas, utilizando-se para isso, a representação utilizada pelo guia de ruas da O Estado de São Paulo Editora (OESP), fornecido gratuita e publicamente. Cada nicho desse reticulado foi identificado tanto por suas coordenadas (linha,coluna) na figura quanto pelo CEP de um logradouro que lhe pertencesse, sendo o logradouro escolhido o mais central e de menor extensão, de forma a

estar naquele totalmente contido.⁷⁵

Em seguida, o CEP de cada uma das observações individuais componentes do banco de dados, obtido a partir da primeira filtragem, foi comparado com todos os demais CEP's que caracterizavam cada um dos nichos. Ao término dessa comparação, cada observação foi alocada no nicho de cujo CEP o seu próprio mais se aproximasse, de tal forma que se incluíam como variáveis adicionais a cada uma das observações, as coordenadas (linha,coluna) de seu respectivo nicho.⁷⁶

Terceira Etapa: a estimação das características das vizinhanças.

Fez-se, então, a estimação das características sócio-econômicas e comportamentais de cada um dos nichos, pela determinação da média de todas as respectivas características sócio-econômicas e comportamentais individuais dos vestibulandos nele residentes.

Finalmente, como último estágio, a cada uma das observações individuais, foi associado o conjunto das características sócio-econômicas e comportamentais das vizinhanças nas quais se inseriam, de tal forma que cada vestibulando caracterizava-se, então, por um vetor composto pela variável dependente z_i , referente ao comportamento inovador do indivíduo, por um bloco de variáveis independentes X_i , de suas características sócio-econômicas, por um bloco de variáveis independentes Y_i , com as médias das características sócio-econômicas dos indivíduos inseridos em sua vizinhança, e pela componente m_i , referente ao comportamento médio de sua vizinhança frente à inovação, ou ainda, a proporção de vestibulandos da vizinhança que se declararam INTERNAUTAS.

⁷⁵ A determinação desses CEP's fez-se pela consulta ao serviço disponível no *site* da Empresa Brasileira de Correios e Telégrafos S/A.

⁷⁶ Essa comparação entre rótulos e CEP's para as mais de 62000 observações foi feita com programas computacionais particularmente desenvolvidos para esse fim e alguns dos nichos foram rotulados por mais de um CEP porque, por se situarem em regiões de limite entre dois bairros, demonstravam uma mudança brusca no padrão dos Algarismos dos seus CEP's, quando comparados ao dos Algarismos dos CEP's de seus nichos vizinhos. Cuidados adicionais a serem descritos adiante foram adotados com o intuito de procurar aumentar a precisão das estimações, dentro do possível em trabalhos empíricos.

Obteve-se assim, um banco de dados composto por pouco mais de 62000 observações, cada uma delas descrita pelas variáveis constantes da Tabela 2, a seguir:

Tabela 2: lista de variáveis utilizadas para análise empírica.

<p>Variável Dependente ou Explicada (z_i):</p> <hr/> <p>NetW, <i>dummy</i>, <u>1</u> se o vestibulando declara <i>utilizar com frequência</i> a INTERNET; e <u>0</u> se declara <i>usar raramente ou nunca ter usado</i>.</p> <hr/>
<p>Variáveis Individuais, Familiares e Domiciliares (X_i):</p> <hr/> <p>Sexo, <i>dummy</i>, valendo <u>1</u> se o vestibulando é do sexo masculino.</p> <p>Idade, em anos, calculada com base no ano de preenchimento do questionário, 2001.</p> <p>ColPub, <i>dummy</i>, valendo <u>1</u> se teve sua formação de Ensino Médio <i>toda</i> em Colégios Públicos.</p> <p>JaSup, <i>dummy</i>, valendo <u>1</u> se o vestibulando Já concluiu algum curso de nível Superior.</p> <p>PaiMed, <i>dummy</i>, valendo <u>1</u> se a Escolaridade de seu Pai for o Ensino Médio completo.</p> <p>PaiSup, <i>dummy</i>, valendo <u>1</u> se a Escolaridade de seu Pai for o Ensino Superior completo.</p> <p>MaeMed, e MaeSup, análogos respectivamente a PaiMed e PaiSup, para a Mãe.</p> <p>RendaF, <i>dummy</i>, valendo <u>1</u> se a renda domiciliar estiver no intervalo [R\$ 500,00 ; R\$ 1500,00 [.</p> <p>RendaE, análoga à RendaF, para o intervalo [R\$ 1500,00 ; R\$ 3000,00 [.</p> <p>RendaD, para o intervalo [R\$ 3000,00 ; R\$ 5000,00 [.</p> <p>RendaC, para o intervalo [R\$ 5000,00 ; R\$ 7000,00 [.</p> <p>RendaB, para o intervalo [R\$ 7000,00 ; R\$ 10000,00 [.</p> <p>RendaA, se a renda domiciliar não for inferior a R\$ 10000,00.</p> <p>Habits, <i>dummy</i>, valendo <u>1</u> se for maior do que 4 o número de Habitantes de seu domicílio.</p> <p>TrbMei, <i>dummy</i>, valendo <u>1</u> se o Vestibulando Trabalha regularmente, por Meio período.</p> <p>TrbInt, <i>dummy</i>, valendo <u>1</u> se o Vestibulando Trabalha regularmente, por período Integral.</p> <p>Micro1, se o domicílio do Vestibulando dispõe de 1 Microcomputador.</p> <p>Micro2, se dispõe de 2 Microcomputadores.</p> <p>MicroX, se o número de Microcomputadores de que dispõe é $X > 2$.</p> <hr/>
<p>Variáveis de Vizinhança (Y_i e m_i): as médias dos vetores X_j de todos os vestibulandos residentes no mesmo nicho do indivíduo i, e identificadas pelo prefixo M1 nos nomes das variáveis.</p>

4.4. Uma Análise Preliminar dos Dados

4.4.1. Evidência Gráfica

A figura 13 a seguir, com o reticulado construído para a Região Metropolitana de São Paulo, apresenta evidências gráficas favoráveis à hipótese de que o comportamento de adoção da INTERNET tem um componente social ou coletivo, dada a concentração geográfica dos INTERNAUTAS, nichos mais inovadores estando mais próximos dos seus pares e vice-versa, isto é, observa-se uma certa concentração espacial daqueles nichos que têm proporções de INTERNAUTAS aproximadas.

DISTRIBUIÇÃO GEOGRÁFICA DOS INTERNAUTAS
VESTIBULANDOS USP REGIÃO METROPOLITANA DE SÃO PAULO 2001



Figura 13

Todavia, como o padrão gráfico resultante dessa figura é sensível ao critério que se escolheu para classificar um determinado nicho como mais ou menos inovador (ou seja, os cortes “menor do que 40%”, “de 40% a 60%” e “maiores do que 60%”), procura-se uma segunda evidência que sugira ser razoável a suposição da presença de interações sociais no difusão geográfica da INTERNET.

4.4.2. Teste de Auto-Correlação Espacial

Como segunda evidência favorável ao componente social na decisão dos vestibulandos USP quanto a efetivamente adotarem a INTERNET, aplicou-se o teste de auto-correlação espacial descrito por SARTORIS (2000).

O teste a ser utilizado aqui, tem como hipótese nula a ausência de auto-correlação espacial, e se uma variável z não apresentar esse tipo de auto-correlação, a estatística $b = (z' W z / s^2)^2 / T$, em que W é a chamada matriz normalizada de conectividade das observações z_i e $T = \text{traço} (W'W + W^2)$, distribui-se segundo uma Chi-quadrado com 1 grau de liberdade, ou seja, $b \sim \chi^2(1)$.

Considere-se, ilustrativamente, um conjunto de 6 observações da variável z_i , distribuídas espacialmente como segue:

z1	z2		z3
		z4	z5
		z6	

Figura 14

Neste caso, a matriz normalizada de conectividade W terá ordem 6 e entradas definidas pela proximidade das observações z_i e z_j como segue,

$$W = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 \end{bmatrix}$$

Para esse caso em particular, dado o vetor de observações espaciais

$$z' = [z_1 \quad z_2 \quad z_3 \quad z_4 \quad z_5 \quad z_6]$$

o produto $z' W$ será

$$z' W = [z_2, z_1, 0, (z_5 + z_6)/2, (z_4 + z_6)/2, (z_4 + z_5)/2] \quad (82)$$

e o produto $z' W z$ será

$$z' W z =$$

$$= z_2 z_1 + z_1 z_2 + 0 + z_4 z_5 / 2 + z_4 z_6 / 2 + z_5 z_4 / 2 + z_5 z_6 / 2 + z_6 z_4 / 2 + z_6 z_5 / 2$$

A lógica subjacente à expressão $z' W z$ que compõe o denominador da estatística b é a seguinte: supondo-se, simplesmente, ser $\{-1, 1\}$ o conjunto dos possíveis valores que a variável z pode assumir, quanto maior a sua auto-correlação espacial, mais freqüentes as coincidências nos sinais das observações que se avizinham e, por conseqüência, com maior freqüência serão positivos os produtos $z_i z_j$, o que resulta em maiores numeradores $(z' W z)^2$ da estatística b para teste, aumentando-se a probabilidade de se rejeitar a hipótese nula.⁷⁷

O primeiro procedimento a ser aqui empregado, para se aplicar esse teste, será a simplificação do cálculo do denominador da estatística b , pela substituição da verdadeira

⁷⁷ Ressalte-se que a análise aqui desenvolvida não se pretende em qualquer hipótese suficiente, já que foi bastante simplificada por visar apenas uma maior compreensão do referido teste.

matriz de conectividade normalizada W , por uma matriz auxiliar e simplificada V em que todas as entradas são unitárias, ou seja,

$$V = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

O uso de tal substituição se justifica para a obtenção de uma primeira estimativa para a estatística de teste b porque simplifica sobremaneira o cálculo do verdadeiro denominador $T = \text{traço} (W'W + W^2)$ que, originalmente, exigiria a manipulação de uma matriz com mais de 640000 entradas, já que se analisam mais de 800 observações espaciais para a variável z , uma relativa a cada nicho não-vazio do reticulado sobreposto ao mapa da Região Metropolitana de São Paulo.

É importante ressaltar que como cada entrada da matriz V certamente não é menor do que cada entrada da verdadeira matriz W , o denominador T da estatística de teste será sobre-avaliado em comparação ao verdadeiro valor relativo à matriz normalizada de conectividade W . E, então, como esse denominador utilizado para a estimação da estatística de teste é sobre-avaliado, incorre-se em um viés para baixo na estimação de b , isto é, a estatística b é *subestimada*. Finalmente, se ocorrer dessa estatística *subestimada* b induzir à rejeição da hipótese nula, com muito mais propriedade induziria a tanto a verdadeira estatística de teste obtida com a matriz normalizada de conectividade original, por ser maior do que a estimada.⁷⁸

Nesse caso especial, em que a matriz normalizada de conectividade W é substituída

⁷⁸ Naturalmente, se a estimativa obtida para b com esse procedimento simplificador não induzir à rejeição da hipótese de independência espacial das observações, faz-se necessária uma segunda aproximação que reduza o viés intencional.

pela matriz auxiliar, tem-se que $V' = V$ e, por consequência,

$$T = \text{traço} (V' V + V^2) = \text{traço} (V^2 + V^2) = \text{traço} (2 V^2) = 2 \text{traço} (V^2) \quad (84)$$

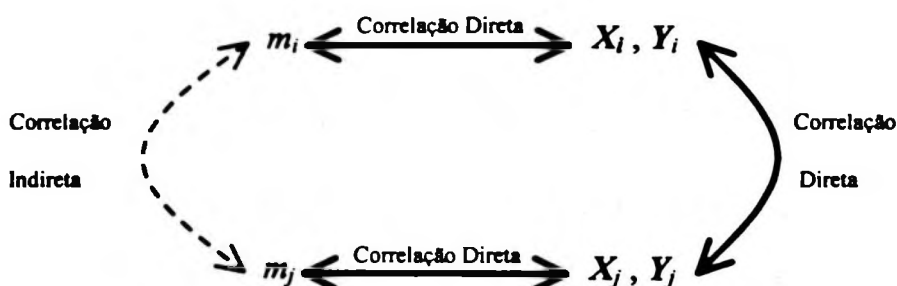
Além disso, também como consequência da característica da matriz V , cada elemento da diagonal principal de V^2 equivale ao produto de um vetor v_i , de n componentes unitárias, por si mesmo, o que corresponde à soma de n quadrados de 1, ou seja, $n (1^2) = n$.

E, então, o traço da matriz V^2 será a soma de n parcelas iguais a n , o que leva a

$$T = 2 \text{traço} (V^2) = 2 (n + n + n + \dots + n + n) = 2 (n \times n) = 2 n^2 \quad (85)$$

Dadas essas simplificações, com a aplicação desse teste quanto à ausência de auto-correlação espacial na proporção dos vestibulandos INTERNAUTAS, relativa aos nichos do reticulado sobreposto ao mapa da Região Metropolitana de São Paulo, obteve-se a estimativa $b = 12,92$; e como esta estatística de teste foi subestimada em comparação ao verdadeiro valor, é possível se rejeite a hipótese nula do teste com pequena probabilidade de erro, induzindo à aceitação da hipótese de que existe auto-correlação espacial na variável dependente, não havendo evidência contrária à idéia de que há algum componente coletivo no comportamento de adoção daquela tecnologia.

Entretanto, para fundamentar melhor esse resultado, o cuidado de se empregar um maior controle com as informações disponíveis a respeito das observações é necessário porque pode haver uma correlação espacial indireta no comportamento de adoção tecnológica dos indivíduos, resultante de efetiva correlação espacial das características sócio-econômicas dos agentes, tal como ilustra a figura 15, a seguir:



Passa-se, então, a uma análise mais detalhada das informações disponibilizadas pela estrutura das variáveis constantes do banco de dados.

4.4.3. Estatística Descritiva Comparada das Características Sócio-Econômicas

Como terceiro procedimento para a identificação de evidências favoráveis à presença de interações sociais no comportamento de inovação tecnológica dos jovens inseridos no banco de dados, descrevam-se, estatisticamente, as características sócio-econômicas relativas aos vestibulandos INTERNAUTAS e aos NÃO – INTERNAUTAS.

Obtiveram-se os seguintes valores descritivos:

Tabela 3: Estatística Descritiva das Características Individuais, Familiares e Domiciliares.

INTERNAUTAS (25201 observações)			NÃO – INTERNAUTAS (37218 obs)	
Média	Desvio-Padrão	Variável	Média	Desvio-Padrão
0.497639	0.5000043	Sexo	0.6106723	0.4876044
17.86207	1.320061	Idade	18.31388	1.442052
0.1958256	0.3968427	ColPub	0.4562846	0.498092
0.0686481	0.2528597	JaSup	0.0436617	0.2043439
0.2512996	0.433769	PaiMed	0.2746521	0.4463448
0.5945796	0.490983	PaiSup	0.3503144	0.4770748
0.3168922	0.4652742	MaeMed	0.3114622	0.4630975
0.5068846	0.4999625	MaeSup	0.2983771	0.457552
0.120154	0.3251479	RendaF	0.361653	0.4804855
0.2326495	0.422529	RendaE	0.2554947	0.4361448
0.24876	0.432303	RendaD	0.1553281	0.362222
0.152732	0.3597361	RendaC	0.0671987	0.2503691
0.1195191	0.3244047	RendaB	0.0454887	0.2083763
0.1157891	0.3199781	RendaA	0.0344457	0.1823735
0.3560176	0.47883	Habits	0.4056639	0.4910267
0.035078	0.1839806	TrbMei	0.0374819	0.1899419
0.1075751	0.3098492	TrbInt	0.1628244	0.3692104
0.6856474	0.4642667	Micro1	0.5984739	0.4902136
0.2074918	0.4055188	Micro2	0.060589	0.238578
0.0556327	0.2292156	MicroX	0.011258	0.1055062

85906

A descrição estatística comparada dessas informações permite se verifique que os jovens INTERNAUTAS apresentam médias relativas às suas características individuais e

domiciliares socialmente melhores do que a dos NÃO - INTERNAUTAS;

No que se refere às características das vizinhanças dos vestibulandos, obtiveram-se as seguintes medidas descritivas:

Tabela 4: Estatística Descritiva das Características de Vizinhaça.

INTERNAUTAS (25201 observações)			NÃO – INTERNAUTAS (37218 obs)	
Média	Desvio-Padrão	Variável	Média	Desvio-Padrão
0.5552007	0.0592779	M1Sexo	0.5716963	0.0667864
180.04894	0.2814918	M1Idade	180.18735	0.3427584
0.2836597	0.198061	M1ColPub	0.3968104	0.231856
0.0576015	0.0273723	M1JaSup	0.0511416	0.0291056
0.2559373	0.0837149	M1PaiMed	0.2715117	0.0828123
0.5183161	0.2116633	M1PaiSup	0.4019538	0.2279363
0.3122996	0.0818588	M1MaeMed	0.3145719	0.0872488
0.4445881	0.1986856	M1MaeSup	0.3405593	0.2065905
0.2135026	0.146547	M1RendaF	0.2984449	0.1742265
0.2384406	0.0871745	M1RendaE	0.2515733	0.0857629
0.2107326	0.0697493	M1RendaD	0.1810771	0.083651
0.1193222	0.061178	M1RendaC	0.0898211	0.0636042
0.0927675	0.0653079	M1RendaB	0.0636028	0.0606519
0.08771	0.0946044	M1RendaA	0.0534585	0.0749884
0.3768196	0.0701747	M1Habits	0.3915785	0.076893
0.0346737	0.0217542	M1TrbMei	0.0377557	0.023933
0.1166512	0.0793284	M1Trblnt	0.1566789	0.0933523
0.6488241	0.0806316	M1Micro1	0.6234076	0.1050196
0.1404655	0.0739343	M1Micro2	0.1059738	0.0711876
0.036822	0.0362163	M1MicroX	0.0239951	0.0298152
0.4508213	0.1217557	M1NetW	0.3718591	0.1390174

Tal como para as características individuais, familiares e domiciliares, o mesmo se verifica com respeito às médias das características sócio-econômicas referentes às vizinhanças em que seus domicílios estão inseridos: os jovens INTERNAUTAS estão inseridos em vizinhanças socialmente melhores do que a dos NÃO – INTERNAUTAS; e, finalmente, pela última linha dessa mesma Tabela 4, os INTERNAUTAS estão inseridos em vizinhanças aproximadamente 8% mais inovadoras do que os NÃO –

INTERNAUTAS, o que sugere a presença de interações sociais;⁷⁹

Em contra-partida, conforme já ressaltado anteriormente para o teste de auto-correlação espacial, a diferença nas médias da variável m_i pode ser, por si mesma, consequência de um efeito combinado da diferença nas médias das variáveis sócio-econômicas individuais e agregadas.

Em sendo assim, passa-se à modelagem econométrica mais cuidadosa que procura incluir maior controle sobre a contribuição de cada uma das variáveis relevantes, visando identificar o papel efetivamente desempenhado por cada uma delas.

4.5. O Modelo Econométrico

O procedimento a ser utilizado, a partir deste ponto, será o de se especificar um modelo econométrico básico e, paulatinamente, à medida que se obtiverem as estimativas, o de experimentar especificações variantes.

O modelo econométrico básico, a ser utilizado para a estimação dos efeitos da interação social, corresponde a um *probit* de variável latente

$$z_i^* = \beta X_i + \gamma Y_i + J m_{n(i)} \quad (84)$$

em que

X_i representa o vetor de características individuais do agente i ,

Y_i , o equivalente a X_i para a média das características de sua vizinhança e

$m_{n(i)}$, o comportamento médio inovador desta última, frente à INTERNET.

Os coeficientes β , γ , e J desse tipo de modelo são identificáveis - sob a hipótese de que foi adequadamente especificado - porque, com bem exposto por MANSKI(1993,2000)

⁷⁹ Há, para o bom entendimento desta afirmação, uma observação importante a ser fazer, baseada no conceito de dependência dos eventos: o que se afirma não é que, dada uma vizinhança mais inovadora, a probabilidade de nela se encontrar um vestibulando INTERNAUTA é maior; mas sim que, dado um vestibulando INTERNAUTA, é mais provável que ele resida em uma vizinhança mais inovadora.

e BROCK & DURLAUF(2001), sendo a variável dependente z_i binária, os vetores X_i , Y_i e $m_{n(i)}$ não são linearmente dependentes, já que $m_{n(i)}$ é, por construção, uma função não-linear de X_i e Y_i , uma vez tratar-se de uma proporção e estar limitada ao intervalo $[0,1]$, o que descarta a possibilidade de mútua dependência linear.

Assim, o que se estima, com a aplicação desse modelo aos dados disponíveis, é uma forma funcional não-linear na variável de comportamento da vizinhança frente à inovação, para a propensão ao uso freqüente de INTERNET de um agente de “características” X_i , Y_i e $m_{n(i)}$.

As hipóteses nulas cujos erros de rejeição se pretender estimar são quanto aos coeficientes que medem a interação social, por contexto e por comportamento, na freqüência de uso da INTERNET, dos jovens cujas informações constem do banco de dados; ou seja, o que se pretende estimar são as componentes do vetor γ e que correspondem aos coeficientes de interação social por contexto (MANSKI,1993), o valor do coeficiente J , correspondente à interação social por comportamento (MANSKI,1993) e a probabilidade de erro ao se rejeitarem as hipóteses $H_0: \gamma = 0$ e $H_0: J = 0$. Se for possível a rejeição dessas hipóteses com pequena probabilidade de erro, pode-se inferir que há muito provavelmente um componente social no comportamento inovador dos vestibulandos USP constantes do banco de dados.⁸⁰

4.5.1. Um Modelo Individual sem Variáveis de Vizinhança: $(\gamma, J) = 0$

O primeiro modelo estimado compunha-se apenas das características pessoais, familiares e domiciliares dos agentes (o vetor X_i) como variáveis explicativas, sem se

⁸⁰ Para a estimação de todos os modelos, consideraram-se apenas as informações dos vestibulandos “rodeados” por, no mínimo, 20 vizinhos.

utilizarem as características sócio-econômicas ($\gamma = 0$) e comportamental ($J = 0$) de suas vizinhanças.

A Tabela 5, a seguir, resume os resultados obtidos:

Tabela5: estimativas de um modelo com características individuais.

Variável explicada: probabilidade de uso frequente de INTERNET (NetW).						
	Coef.	Desv Pad	z	P> z	[Intervalo Conf a 95%]	
_cons	-.0354234	.0883131	-0.40	0.688	-.2085139	.1376671
Sexo	-.226134	.0113198	-19.98	0.000	-.2483204	-.2039476
Idade	-.0736336	.0046441	-15.86	0.000	-.0827358	-.0645314
ColPub	-.1278896	.0150586	-8.49	0.000	-.1574039	-.0983752
JaSup	.2561136	.0248903	10.29	0.000	.2073294	.3048978
PaiMed	.0906712	.0174591	5.19	0.000	.0564519	.1248905
PaiSup	.1053607	.0182785	5.76	0.000	.0695355	.1411859
MaeMed	.0565991	.0166232	3.40	0.001	.0240182	.08918
MaeSup	.0440856	.0179748	2.45	0.014	.0088556	.0793156
RendaE	.3454263	.0170539	20.25	0.000	.3120013	.3788514
RendaD	.5716555	.0193697	29.51	0.000	.5336915	.6096195
RendaC	.7367636	.0233555	31.55	0.000	.6909877	.7825396
RendaB	.7724547	.0259951	29.72	0.000	.7215052	.8234042
RendaA	.8579251	.0279336	30.71	0.000	.8031762	.912674
Habits	-.1647634	.011673	-14.11	0.000	-.1876421	-.1418847
TrbMei	.1410686	.0303875	4.64	0.000	.0815103	.200627
TrbInt	.3390256	.0186596	18.17	0.000	.3024535	.3755977
Micro1	.83053	.0184419	45.04	0.000	.7943846	.8666754
Micro2	1.270354	.0243345	52.20	0.000	1.222659	1.318049
MicroX	1.383042	.0388081	35.64	0.000	1.30698	1.459105
Número de obs	=	60551	Razão de Verossim. chi2(19) =		14290.49	
Prob > chi2	=	0.0000	Log Verossim.		= -33782.764	
Pseudo R2	=	0.1746				

Nota: Estimativas Probit obtidas com o Aplicativo Stata™.

Pelos resultados, pelos *valores-P* da coluna $P > |z|$, e pela análise dos coeficientes constantes da coluna *Coef.*, ao nível de significância de 5%, espera-se que sejam menos propensos a utilizar a INTERNET com freqüência os agentes:

- a) do sexo masculino;
- b) de mais idade;
- c) que fizeram toda a sua formação de ensino médio só na escola pública; e

d) que moram em domicílios com mais do que 4 habitantes.

Analogamente, espera-se que sejam mais propensos a utilizar a INTERNET com frequência os agentes:

- e) que já concluíram algum curso superior;
- f) cujos pais ou mães têm níveis de escolaridade médio ou superior;
- g) que habitam domicílios de renda mais alta;
- h) que trabalham mais horas por dia; e
- i) que habitam domicílios que dispõe de mais microcomputadores.

4.5.2. Um Modelo com Características Individuais e de Vizinhança

O segundo modelo a ser analisado procura identificar um tipo de interação social por *efeito de contexto* MANSKI (1993). Essa componente social no comportamento dos agentes é conseqüente das características das vizinhanças em que residem e que estão relacionadas às próprias características sócio-econômicas de seus vizinhos.⁸¹

Para isso, é necessária a utilização de variáveis capazes de, *em princípio*, descrever as características das vizinhanças em que os agentes estão inseridos, e que podem ser interpretadas como variáveis instrumentais; para esse fim, foram escolhidas as variáveis que descrevem o padrão de renda da vizinhança em que o agente se insere, ou seja, **M1RendaF**, **M1RendaE**, **M1RendaD**, **M1RendaC**, **M1RendaB** e **M1RendaA**.⁸²

Tal opção se fez porque essas variáveis mostraram-se fortemente correlacionadas com as demais variáveis de *contexto*: os R^2 ajustados de suas regressões em **M1ColPub**,

⁸¹ Pela vizinhança $n(i)$ de cada indivíduo entende-se, neste primeiro ajuste, o conjunto de agentes cujos domicílios se inserem no seu próprio nicho.

⁸² Tal como descrito anteriormente, essas variáveis compõem o vetor Y , de características sócio-econômicas das vizinhanças, e cada uma delas foi determinada pelo cálculo da média da respectiva *dummy* de renda dos domicílios dos vestibulandos residentes no nicho; assim sendo, tais variáveis representam proporções. O prefixo **M1** inserido no nome da variável de vizinhança para a renda procura diferenciá-la daquela relativa à renda domiciliar. Assim, por exemplo, a variável **M1RendaE**, incluída no vetor das características de um determinado vestibulando, equivale à proporção de domicílios dos vestibulandos inseridos em sua vizinhança para os quais **RendaE = 1**.

M1PaiMed, M1PaiSup, M1MaeMed, M1MaeSup, M1Habits, M1TrbMei, M1TrbInt, M1Micro1, M1Micro2 e M1MicroX, foram 0,559, 0,662, 0,770, 0,816 e 0,796, respectivamente.⁸³

A Table 6, a seguir, apresenta os resultados obtidos para a nova especificação do modelo.

Tabela6: estimativas de um modelo ampliado por interação de contexto.

Variável explicada: probabilidade de uso frequente de INTERNET (NetW).						
	Coef.	Desv Pad	z	P> z	[Intervalo Conf a 95%]	
_cons	-.1546361	.093188	-1.66	0.097	-.3372812	.0280089
_Sexo	-.2252357	.0113241	-19.89	0.000	-.2474304	-.2030409
Idade	-.0740252	.0046488	-15.92	0.000	-.0831367	-.0649137
ColPub	-.1154618	.0151914	-7.60	0.000	-.1452364	-.0856873
JaSup	.2524953	.0248955	10.14	0.000	.2037011	.3012896
PaiMed	.0819934	.017534	4.68	0.000	.0476273	.1163595
PaiSup	.0880596	.0184749	4.77	0.000	.0518496	.1242697
MaeMed	.0468517	.0167006	2.81	0.005	.0141191	.0795844
MaeSup	.0273745	.0181744	1.51	0.132	-.0082467	.0629957
RendaE	.3343714	.017223	19.41	0.000	.300615	.3681278
RendaD	.5525274	.0196083	28.18	0.000	.5140958	.590959
RendaC	.7135624	.0236949	30.11	0.000	.6671213	.7600036
RendaB	.7447214	.0264839	28.12	0.000	.6928139	.7966289
RendaA	.8244695	.0288628	28.57	0.000	.7678995	.8810395
Habits	-.1618141	.0116872	-13.85	0.000	-.1847206	-.1389076
TrbMei	.1433988	.0303819	4.72	0.000	.0838514	.2029462
TrbInt	.344607	.018689	18.44	0.000	.3079773	.3812367
Micro1	.8266973	.0184735	44.75	0.000	.7904899	.8629047
Micro2	1.264033	.0243638	51.88	0.000	1.216281	1.311785
MicroX	1.374168	.0388621	35.36	0.000	1.298	1.450337
M1RendaE	.2033232	.0976973	2.08	0.037	.0118401	.3948063
M1RendaD	.3027692	.1029201	2.94	0.003	.1010495	.5044889
M1RendaC	.1356775	.1563385	0.87	0.385	-.1707403	.4420953
M1RendaB	.190162	.1845486	1.03	0.303	-.1715466	.5518705
M1RendaA	.2570354	.1263993	2.03	0.042	.0092974	.5047735
Número de obs	=	60551	Razão de Verossim.	chi2(24)	=	14333.55
Prob > chi2	=	0.0000	Log Verossim.		=	-33761.236
Pseudo R2	=	0.1751				

Nota: Estimativas Probit obtidas com o Aplicativo Stata™.

⁸³As variáveis relativas ao nível de escolaridade dos pais e mães dos vestibulandos de cada vizinhança seriam uma melhor alternativa para se captar os efeitos da *renda permanente* de que dispõem os domicílios dos estudantes, ao passo que as medidas de renda utilizadas estão sujeitas a alterações de curto prazo que podem comprometer seu poder descritivo quanto às características das vizinhanças. Por outro lado, por ser menor o número de classes disponíveis para a escolaridade dos pais dos vestibulandos, tais variáveis de contexto apresentariam menor variância, o que comprometeria a confiabilidade dos coeficientes para elas estimados.

Pela análise das estimativas obtidas com essa nova, exposta na página a seguir, infere-se que:

a) em comparação ao primeiro modelo estimado, composto só pelas variáveis individuais, familiares e domiciliares, não houve mudança nos sinais de seus coeficientes, ainda que a estimativa do coeficiente relativo à variável **M1MaeSup** não seja mais significativa a 10%; e

b) as estimativas dos coeficientes das variáveis **M1RendaF**, **M1RendaE**, **M1RendaD**, **M1RendaC**, **M1RendaB** e **M1RendaA**, relativos à interação de contexto, não são individualmente significativas nem mesmo a 10%; entretanto, um teste de hipótese conjunta quanto à nulidade desses coeficientes, baseado na *razão de máxima-verossimilhança*, levou à estimativa $\lambda_{LR} = 43,056$, o que sugere ser pequena a probabilidade de erro ao se supor que existe alguma interação de contexto no comportamento de inovação dos jovens analisados, muito embora os coeficientes não possam ser interpretados isoladamente.

4.5.3. Um Modelo com as Variáveis de Contexto e com a Variável de Interação

O passo seguinte na estimação dos modelos que visam identificar a presença de interações sociais é a inclusão da variável **M1NetW** que descreve o comportamento médio da vizinhança em que o agente se insere, quanto à adoção da INTERNET, isto é, a proporção de vestibulandos INTERNAUTAS na vizinhança em que o jovens está domiciliado.

A Tabela 7, a seguir, traz as estimativas dos coeficientes obtidas quando também se considera a possibilidade de interação social por *efeitos endógenos*, MANSKI (1993).

Tabela 7: estimativas de um modelo ampliado por interação de contexto e social.

Variável explicada: probabilidade de uso frequente de INTERNET (NetW).						
	Coef.	Desv Pad	z	P> z	[Intervalo Conf a 95%]	
_cons	-.415113	.0942228	-4.41	0.000	-.5997863	-.2304397
Sexo	-.2238566	.0113765	-19.68	0.000	-.2461541	-.2015591
Idade	-.072734	.0046722	-15.57	0.000	-.0818912	-.0635767
ColPub	-.1189157	.0152712	-7.79	0.000	-.1488467	-.0889848
JaSup	.2493861	.0249885	9.98	0.000	.2004097	.2983626
PaiMed	.0782509	.0176223	4.44	0.000	.0437118	.11279
PaiSup	.085251	.018564	4.59	0.000	.0488663	.1216357
MaeMed	.0453023	.0167827	2.70	0.007	.0124088	.0781957
MaeSup	.0307833	.0182558	1.69	0.092	-.0049976	.0665641
RendaE	.3445005	.017321	19.89	0.000	.3105519	.3784491
RendaD	.5663627	.0197169	28.72	0.000	.5277183	.6050072
RendaC	.7294987	.0238245	30.62	0.000	.6828036	.7761938
RendaB	.7612712	.026611	28.61	0.000	.7091147	.8134278
RendaA	.8422058	.0289993	29.04	0.000	.7853683	.8990433
Habits	-.1551344	.0117428	-13.21	0.000	-.1781498	-.132119
TrbMei	.1464188	.0304929	4.80	0.000	.0866537	.2061838
TrbInt	.3435446	.0187916	18.28	0.000	.3067138	.3803753
Micro1	.8169972	.018574	43.99	0.000	.7805928	.8534016
Micro2	1.255234	.0244824	51.27	0.000	1.207249	1.303219
MicroX	1.36493	.0390312	34.97	0.000	1.28843	1.44143
M1RendaE	-.7547254	.1049626	-7.19	0.000	-.9604483	-.5490025
M1RendaD	-1.131845	.1166679	-9.70	0.000	-1.36051	-.90318
M1RendaC	-1.349925	.1668683	-8.09	0.000	-1.676981	-1.022869
M1RendaB	-1.495466	.195828	-7.64	0.000	-1.879281	-1.11165
M1RendaA	-1.582131	.144783	-10.93	0.000	-1.8659	-1.298361
M1NetW	2.835227	.107085	26.48	0.000	2.625344	3.045109
Número de obs	=	60551	Razão de Verossim.	chi2(25)	=	15042.68
Prob > chi2	=	0.0000	Log Verossim.		=	-33406.671
Pseudo R2	=	0.1838				

Nota: Estimativas Probit obtidas com o Aplicativo Stata™.

A consideração da possibilidade de motivação social no comportamento dos agentes, pela inclusão da variável M1NetW, implica na obtenção de novos e interessantes resultados, tal como ilustra a comparação entre as estimativas constantes das Tabelas 6 e 7:

a) a inclusão da variável de motivação social não altera os sinais obtidos para as características individuais, familiares e domiciliares e torna significativa a 10% a estimativa do coeficiente da escolaridade de nível superior da mãe do agente (MaeSup), “significativa” apenas a 14%, no modelo anterior;

b) quanto à estimativa referente ao coeficiente da motivação social sobre o comportamento inovador dos agentes, **M1NetW**, pode-se inferir, ao nível de significância de 1%, que agentes inseridos em vizinhanças mais inovadoras são mais propensos a adotar a tecnologia de INTERNET, utilizando-a com frequência; desta forma, não parece haver evidência contrária à hipótese de que há alguma motivação social ou externalidade na decisão de utilização da tecnologia de INTERNET por parte dos jovens analisados;

b) no que se refere aos coeficientes das variáveis de contexto (**M1RendaE**, **M1RendaD**, **M1RendaC**, **M1RendaB** e **M1RendaA**), a inclusão de **M1NetW** para a motivação social nos seus comportamentos, torna as estimativas obtidas *individualmente significativas a 1%*; e

c) tais estimativas, significativas a 1%, são negativas, o que significa dizer que, mantidas todas as demais variáveis constantes, quanto maior o padrão de renda da vizinhança em que o indivíduo se insere, menor é a propensão de que utilize a INTERNET com frequência.⁸⁴

4.5.4. O Mesmo Modelo com Correção de Heterocedasticidade nos Resíduos

Embora o procedimento de correção para resíduos heterocedásticos não elimine um eventual viés nas estimativas dos coeficientes das variáveis instrumentais, empregou-se a especificação de Harvey(cf. GRENNE, 2000, pp. 829) para as variáveis de interação por contexto (**M1RendaE**, **M1RendaD**, **M1RendaC**, **M1RendaB** e **M1RendaA**) e por comportamento endógeno (**M1NetW**), visando-se estimativas mais robustas para os *valores-p* referentes às hipóteses nulas de seus coeficientes, para que não se cometesse o erro de rejeitar aquelas que, pela heterocedasticidade, apresentassem *valores-p* subestimados.

⁸⁴ Uma interpretação possível para esse resultado será apresentada em ponto futuro do texto.

Os novos coeficientes estimados constam da Tabela 8, a seguir:

Tabela 8: estimativas de um modelo robusto e com interações social e de contexto.

Variável explicada: probabilidade de uso frequente de INTERNET (NetW).						
	Coef.	Desv Pad	z	P> z	[Intervalo Conf a 95%]	
_cons	-.3674459	.1019363	-3.60	0.000	-.5672374	-.1676544
_Sexo	-.2430905	.0171964	-14.14	0.000	-.2767947	-.2093863
Idade	-.0772859	.0062519	-12.36	0.000	-.0895394	-.0650324
ColPub	-.1177893	.0171728	-6.86	0.000	-.1514473	-.0841313
JaSup	.268615	.030684	8.75	0.000	.2084754	.3287546
PaiMed	.0748601	.018805	3.98	0.000	.0380029	.1117173
PaiSup	.0843932	.0202197	4.17	0.000	.0447633	.1240232
MaeMed	.0434581	.0178837	2.43	0.015	.0084067	.0785094
MaeSup	.0352167	.0196642	1.79	0.073	-.0033245	.0737578
RendaE	.3575712	.0248732	14.38	0.000	.3088207	.4063217
RendaD	.6020445	.0362705	16.60	0.000	.5309556	.6731335
RendaC	.7919628	.0470705	16.83	0.000	.6997063	.8842194
RendaB	.8345829	.0508977	16.40	0.000	.7348251	.9343406
RendaA	.9444396	.0572636	16.49	0.000	.8322051	1.056674
Habits	-.1715647	.0152477	-11.25	0.000	-.2014496	-.1416797
TrbMei	.154492	.0336673	4.59	0.000	.0885053	.2204787
TrbInt	.3657515	.0266622	13.72	0.000	.3134946	.4180084
Microl	.8673591	.0448582	19.34	0.000	.7794386	.9552797
Micro2	1.365082	.0710433	19.21	0.000	1.22584	1.504324
MicroX	1.507742	.0859617	17.54	0.000	1.33926	1.676224
M1RendaE	-.9160597	.153989	-5.95	0.000	-1.217873	-.6142468
M1RendaD	-1.43694	.1576564	-9.11	0.000	-1.745941	-1.127939
M1RendaC	-1.635563	.2131195	-7.67	0.000	-2.05327	-1.217856
M1RendaB	-1.724109	.2420549	-7.12	0.000	-2.198527	-1.24969
M1RendaA	-1.663377	.2046708	-8.13	0.000	-2.064524	-1.262229
M1NetW	3.125656	.1897021	16.48	0.000	2.753847	3.497466
Número de obs	=	60551		Wald chi2(25)	=	654.62
Prob > chi2	=	0.0000		Log Verossim.	=	-33379.57

Nota: Estimativas Probit obtidas com o Aplicativo Stata™.

Pela comparação das Tabelas 7 e 8, nota-se que, não obstante o novo modelo especificado ser robusto, a significância dos coeficientes estimados para as variáveis de interação se manteve; além disso, para o coeficiente da variável familiar **MaeSup**, verificou-se a redução de 9,2% para 7,3%, no seu *valor-p*.⁸⁵

⁸⁵ Essa mudança nos sinais dos coeficientes das variáveis de contexto já se obteve na literatura de estimação econométrica de *interação social juvenil* por EVANS *et al*(1992), quando analisavam qual o efeito do padrão de renda de uma vizinhança sobre o comportamento escolar e sexual de adolescentes nela residentes: em uma primeira especificação de modelo, os autores obtiveram estimativas positivas para o efeito das características do contexto sobre o comportamento juvenil; todavia, ao incluírem um maior controle sobre as

4.5.5. Resultados de um Aumento na Vizinhança Espacial dos Vestibulandos

Com o propósito de se verificar se tal resultado poderia ser conseqüente de uma indevida especificação quanto à vizinhança relevante para os agentes, ajustou-se um modelo semelhante nas variáveis incluídas, apenas ampliando-se o contexto com que cada indivíduo poderia interagir socialmente. Numericamente, isso corresponde a incluir, na construção da vizinhança de cada agente, as características relativas àqueles indivíduos que residem nos nichos que rodeiam o seu próprio, tal como representado na figura 16, a seguir:

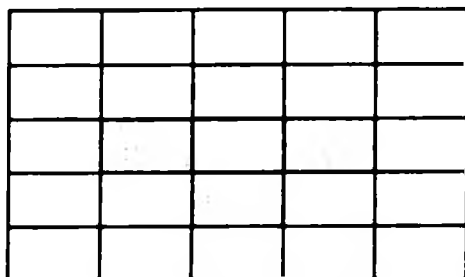


Figura 16

Da Tabela 9, a seguir, constam os resultados obtidos para as estimativas dos coeficientes das variáveis individuais, familiares, domiciliares e de interação, para essa nova definição de vizinhança, ainda sob a mesma especificação para resíduos heterocedásticos de Harvey(cf. GRENNE, *op cit*, pp. 829).

características da vizinhança em que os jovens analisados estavam domiciliados, isto é, ao incluírem um maior controle dos efeitos de variáveis inicialmente omitidas do modelo, os autores obtiveram estimativas negativas para aquele efeito e não mais significativas a 10%.

Tabela9: estimativas de um modelo robusto e com interações em vizinhança maior.

Variável explicada: probabilidade de uso frequente de INTERNET (NetW).						
	Coef.	Desv Pad	z	P> z	[Intervalo Conf a 95%]	
_cons	-.354842	.1039392	-3.41	0.001	-.5585591	-.151125
_Sexo	-.2390999	.0197231	-12.12	0.000	-.2777563	-.2004434
Idade	-.0763556	.0068902	-11.08	0.000	-.08986	-.0628511
ColPub	-.1205502	.0176993	-6.81	0.000	-.1552401	-.0858602
JaSup	.269323	.0321056	8.39	0.000	.2063972	.3322488
PaiMed	.0813254	.0185877	4.38	0.000	.0448941	.1177566
PaiSup	.0921066	.0200664	4.59	0.000	.0527772	.1314361
MaeMed	.0495446	.0175727	2.82	0.005	.0151027	.0839865
MaeSup	.0404226	.0192473	2.10	0.036	.0026987	.0781466
RendaE	.3573186	.028892	12.37	0.000	.3006914	.4139459
RendaD	.5978924	.0441482	13.54	0.000	.5113635	.6844214
RendaC	.7826097	.0573366	13.65	0.000	.6702319	.8949875
RendaB	.8202328	.061119	13.42	0.000	.7004418	.9400239
RendaA	.9256706	.0686496	13.48	0.000	.7911199	1.060221
Habits	-.1726141	.016716	-10.33	0.000	-.2053768	-.1398514
TrbMei	.1567223	.0335019	4.68	0.000	.0910598	.2223848
TrbInt	.3632419	.0304736	11.92	0.000	.3035147	.4229692
Micro1	.8637417	.0576986	14.97	0.000	.7506545	.976829
Micro2	1.360109	.0912669	14.90	0.000	1.181229	1.538989
MicroX	1.500389	.1065864	14.08	0.000	1.291483	1.709294
N1RendaE	-1.145133	.2589566	-4.42	0.000	-1.652678	-.637587
N1RendaD	-1.517049	.2545001	-5.96	0.000	-2.01586	-1.018238
N1RendaC	-1.860785	.3795745	-4.90	0.000	-2.604737	-1.116833
N1RendaB	-2.086838	.4369266	-4.78	0.000	-2.943199	-1.230478
N1RendaA	-1.831454	.3280867	-5.58	0.000	-2.474492	-1.188416
N1NetW	3.381001	.3043809	11.11	0.000	2.784425	3.977576
Número de obs	=	60551		Wald chi2(25)	=	354.04
Prob > chi2	=	0.0000		Log Verossim.	=	-34461.23

Nota: Estimativas Probit obtidas com o Aplicativo Stata™.

A comparação dos coeficientes dos dois modelos, um para cada especificação de vizinhança, constantes das Tabelas 8 e 9, mostra que os *valores-p* estimados com a ampliação da vizinhança geográfica do agente tornam-se menores do que 5%, e que os sinais dos coeficientes de todas as variáveis se mantêm, inclusive aqueles referentes à interação social, quais sejam, os das variáveis **M1RendaE**, **M1RendaD**, **M1RendaC**, **M1RendaB**, **M1RendaA** e **M1NetW**.

4.5.6. Uma Interpretação dos Resultados

Sob a hipótese de que foram adequadamente identificados, para uma interpretação dos sinais negativos obtidos para as interações sociais por contexto entre os vestibulandos, considerem-se dois jovens de mesmo sexo, idade, “histórico” de ensino médio, cujos pais e mães tenham a mesma escolaridade, que morem em domicílios de mesma faixa de renda, disponham do mesmo número de microcomputadores em suas casas e etc, ou seja, cujas características pessoais, familiares e domiciliares se igualem todas; suponha-se ainda que esses dois jovens estejam rodeados pela mesma proporção de jovens INTERNAUTAS **mas** que um deles viva em um bairro de renda relativamente mais alta do que o outro, embora disponham ambos da mesma renda domiciliar: então, a probabilidade de uso freqüente da INTERNET por este último é menor do que a do outro.

Ainda sob a hipótese de que esses coeficientes tenham sido adequadamente identificados, uma possível explicação preliminar desse resultado a respeito do teor de interação social, aparentemente contra-intuitivo, seria o fato de que o conceito de vizinhança geográfica aqui utilizado para as estimativas é muito mais característico e adequado para os bairros de menor padrão de renda do que para os de maior padrão de renda, uma vez que é fácil a constatação *in loco* de que jovens e moradores daqueles bairros de menor padrão de renda (especialmente na periferia) interagem mais com seus vizinhos do que os jovens dos bairros mais abastados, em que há um maior isolamento domiciliar.⁸⁶ Em outras palavras, um jovem com dadas características individuais, familiares e domiciliares que resida em um bairro de melhor padrão de renda estaria sujeito a um menor teor de interação social do que um jovem de mesmas características, que residisse em um bairro mais popular.

⁸⁶ Para uma melhor compreensão do argumento que se pretende desenvolver, atente o leitor para o fato de que se comparam *idealmente* as situações de dois jovens *de mesma renda domiciliar* que residem em bairros de padrões de renda diferentes. Portanto, comparam-se as diferenças contextuais e não individuais, familiares ou domiciliares.

Se válidas essas estimativas, isso pode significar que as interações sociais entre os agentes existem e são ainda mais fortes nos bairros de padrão de renda inferior, talvez como consequência das diferenças nas próprias características urbanas e habitacionais desses bairros (GLAESER, 2000), o que pode ter importantes implicações para a implantação de políticas sociais.

Conclusão

Este trabalho teve por objetivo analisar quais são os principais conceitos e fundamentos da Teoria dos Sistemas Complexos e que relação guardam com o objeto de estudo da Economia, para que se explique, em parte, a sua rápida aceitação por uma parcela de economistas que, sem se descuidarem do rigor e do formalismo científicos, propõem-se a analisar os fenômenos sociais de uma perspectiva mais ampla do que aquela usualmente empregada no desenvolvimento dos modelos econômicos inspirados pela Teoria do Equilíbrio Geral.

Inicialmente, a identificação das principais características do que se entende, em um enfoque interdisciplinar, por sistemas complexos - agentes heterogêneos e adaptativos, interações e padrões emergentes – possibilitou a constatação de que esse novo conceito de sistema, por apresentar tais características, pode responder à necessidade da Teoria Econômica de trabalhar com novos pressupostos para o desenvolvimento de seus modelos, tal como sugerem economistas de reputação incontestada, suas colocações motivadas tanto por problemas técnicos com que se defrontou o método axiomático na Economia (especialmente, o Teorema de Sonnenschein-Mantel-Debreu), quanto pela vulnerabilidade dos resultados obtidos pelo emprego dessa metodologia.

Ademais, pela apresentação matemática de um modelo de características complexas, o de campos aleatórios da Física Estatística, procurou-se averiguar como essa mudança metodológica inspirada pela Teoria dos Sistemas Complexos pode ampliar o poder analítico e explicativo da Economia, especialmente por possibilitar a consideração objetiva das motivações sociais do comportamento individual e, conseqüentemente, dos determinantes institucionais dos fenômenos sociais.

Foi possível, por exemplo, ora pelo tratamento matemático do problema, ora pelo computacional, a verificação de que as motivações sociais dos agentes econômicos e os aspectos institucionais das sociedades podem condicionar, sobremaneira, o desempenho das economias, nos seus desenvolvimentos históricos: a presença de motivações sociais e de instituições frágeis, por exemplo, podem contribuir para maiores desordem e instabilidade sociais; se suficientemente “fortes”, entretanto, podem contribuir significativamente para a estabilidade e a coesão social; tais aspectos das sociedades podem explicar, ainda, a ocorrência de padrões aparentemente “inexplicáveis” ou “irracionais”, tais como os fenômenos sociais de massa e os comportamentos de “manada”, seja em mercados financeiros, com a realização de bolhas especulativas ou crises, seja em problemas de criminalidade e delinquência juvenil.

Não menos importante foi a verificação, possibilitada pela aplicação desse mesmo modelo de características complexas, de que motivações sociais fortes podem, em princípio, atrasar ou mesmo obstruir o desenvolvimento das sociedades, ao impedirem que inovações e comportamentos favoráveis à melhoria social disseminem-se adequada e eficientemente pelas sociedades, como consequência, por exemplo, de um conservadorismo cultural.

Essa possibilidade de atraso econômico expressa por uma eventual organização social espontânea ineficiente, sugere ser justificável a utilização de algum mecanismo deliberadamente criado pelos agentes econômicos que faculte à sociedade a superação dos entraves que a impedem de realizar um melhor desenvolvimento. Para que tal superação se concretize, entretanto, não se requer que os agentes se vejam permanentemente sob a interferência daquele mecanismo, bastando apenas que incentivos iniciais lhes sejam dados para que se superem as condições críticas, pela sociedade, quando então poderá descrever uma história de melhor desenvolvimento, em consequência inclusive da exploração dos

retornos crescentes daquela medida, decorrentes da presença de interações sociais. Ilustrativamente, se se trata da difusão de uma inovação tecnológica mais eficiente, uma medida temporária que aumentasse os incentivos individuais percebidos por alguns agentes (pela melhora, por exemplo, da relação técnica custo-benefício), poderia incentivá-los a optar pela mudança, a ponto de se atingir uma determinada proporção crítica de inovadores na sociedade tal que, a partir de então, uma parcela maior de agentes conservadores passasse também a optar pela inovação, mesmo que se houvesse retornado à vigência dos incentivos individuais originais, não se requerendo, assim, a manutenção daquela medida perpetuamente na sociedade.

A consideração de interações sociais é também relevante nos trabalhos empíricos, já que a sua omissão nesse tipo de análise pode redundar em uma incorreta estimação do papel desempenhado pelas variáveis explicativas comumente utilizadas, sobreestimando-se a importância que se lhe atribuem e comprometendo-se a eficiência de políticas sociais: no caso da difusão da INTERNET na cidade de São Paulo, por exemplo, sob a hipótese de que os coeficientes de interação foram efetivamente identificados, uma política governamental que visasse incentivar o uso daquela tecnologia poderia explorar os efeitos de multiplicação social consequentes da presença de interações sociais, o que reduziria o custo econômico daquela medida; ademais, se correta a suposição de que são mais intensas as interações sociais nos bairros de menor padrão de renda, em uma situação *ficícia e extrema* em que se tenha que direcionar recursos públicos escassos (para a compra de um microcomputador, por exemplo), para um ou outro jovem, ambos com as mesmas características individuais e familiares, dever-se-ia optar por aquele que morasse no bairro de menor padrão de renda porque, sendo a interação social mais forte nesse bairro (por hipótese), o retorno social agregado dessa escolha será maior, em consequência do multiplicador social.

Os resultados obtidos neste trabalho motivam desenvolvimentos futuros.

Por exemplo, em sua parte empírica, os resultados encontrados sugerem a validade de uma segunda e mais detalhada análise da difusão da INTERNET na cidade de São Paulo, quer pela especificação de novos modelos para o mesmo conjunto de dados, quer pela inclusão de dados adicionais que permitam um maior controle das características das vizinhanças, e a de correção de possível viés nas estimativas, tanto por auto-seleção na amostra utilizada quanto pela possibilidade de que a formação dos grupos de interação (as vizinhanças) seja, em alguma medida, endógena, ao depender das características familiares e domiciliares dos vestibulandos.

No que se refere ao modelo teórico empregado, por outro lado, parece ser possível sua aplicação tanto à análise de outros fenômenos sociais também relevantes (criminalidade, evasão escolar, drogas, natalidade, moda, convenções, etc), quanto a outros temas de inspiração mais teórica, de interesse da própria Teoria Econômica como, por exemplo, a importância da diversidade de regras na formação de expectativas dos investidores, e seu efeito sobre o comportamento agregado dos mercados financeiros, a heterogeneidade do teor de interações sociais, e a utilização de algoritmos de Inteligência Artificial, para a criação e a seleção de regras de formação de expectativas.

Não obstante, julga-se que a metodologia de modelagem inspirada pela Teoria dos Sistemas Complexos pode contribuir significativamente para o desenvolvimento da Teoria Econômica, por aumentar a inteligibilidade de alguns fenômenos sociais, inclusive porque, se há novidade quanto aos métodos utilizados, não há, para a Economia, qualquer novidade quanto aos pressupostos comportamentais em que esses novos modelos se fundamentam, havendo, isso sim, a aceitação de que o agente econômico é um ser inteligente e social.

ANEXO A

SIMULAÇÕES DAS SOCIEDADES

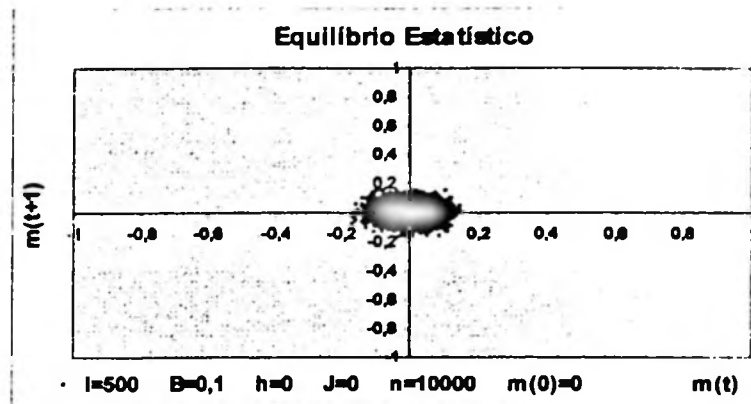


Figura A1

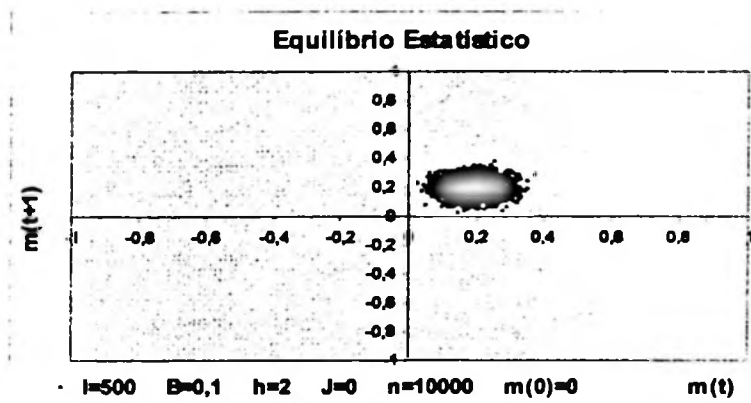


Figura A2

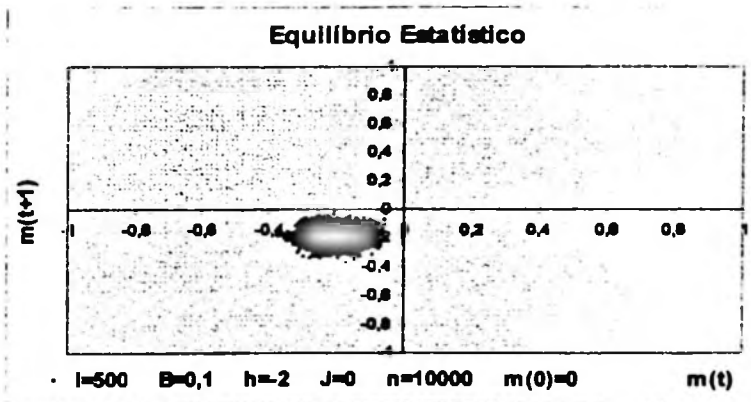


Figura A3

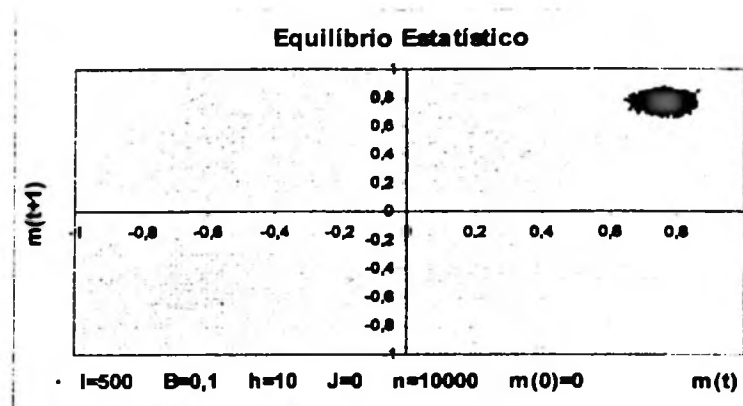


Figura A4

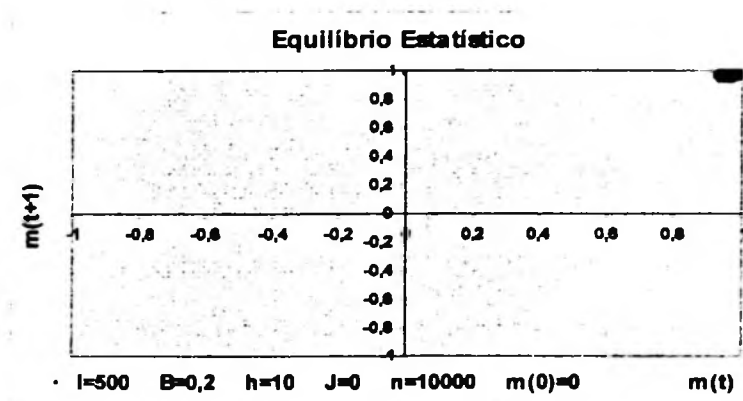


Figura A5

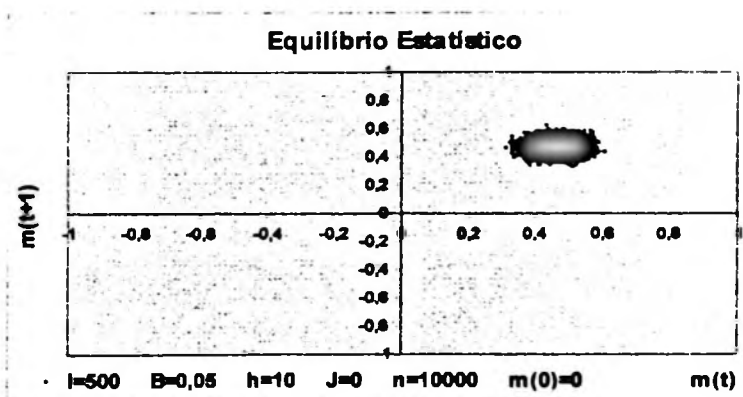


Figura A6

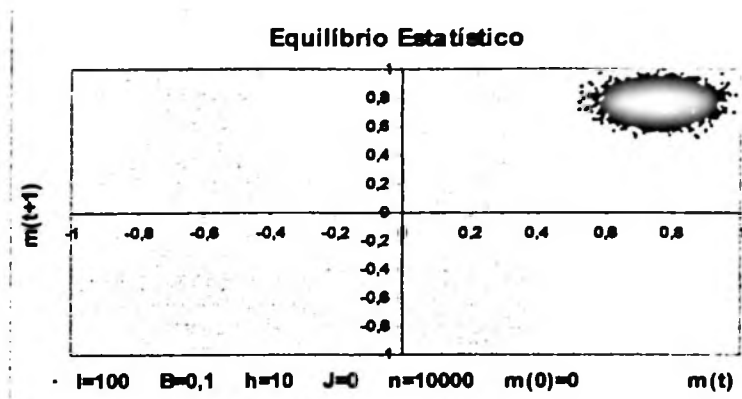


Figura A7

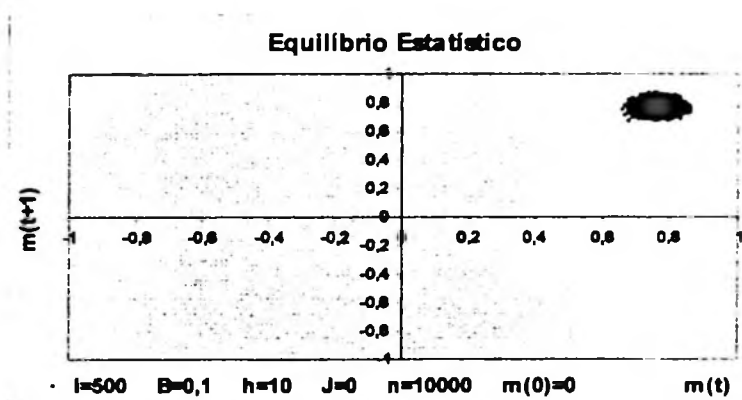


Figura A8

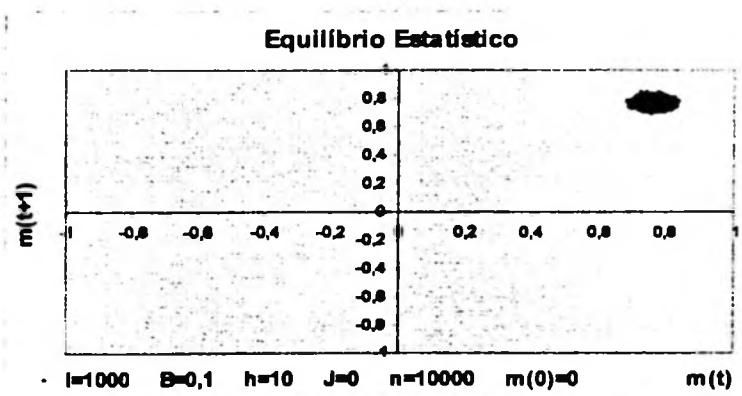


Figura A9

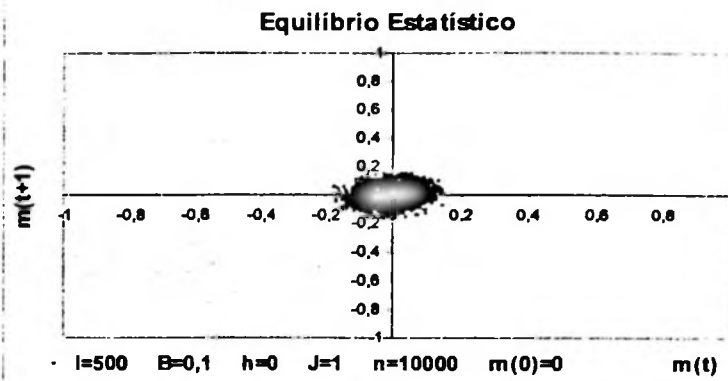


Figura A10

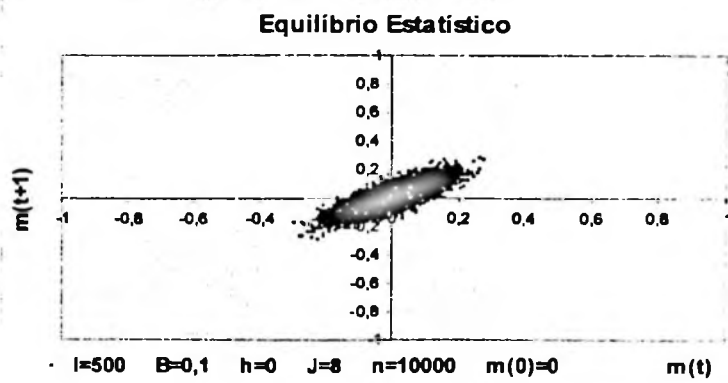


Figura A11

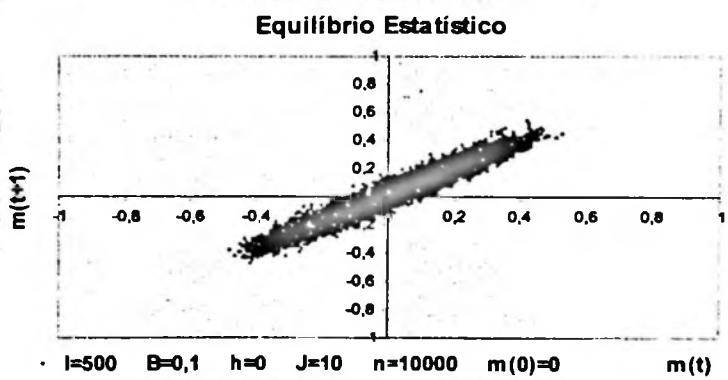


Figura A12

Dinâmica Social

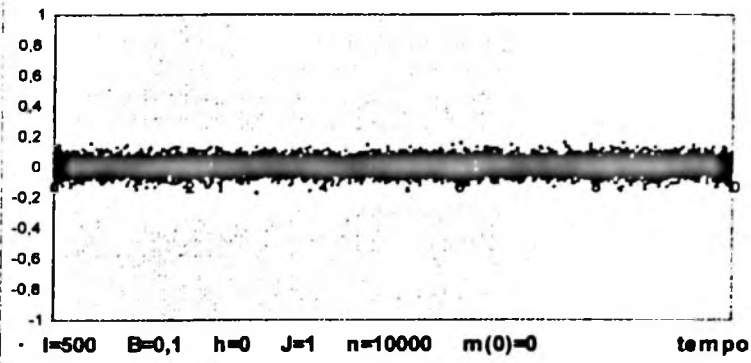


Figura A13

Dinâmica Social

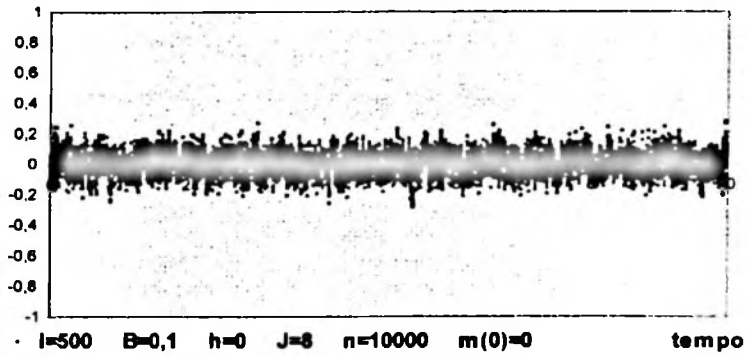


Figura A14

Dinâmica Social

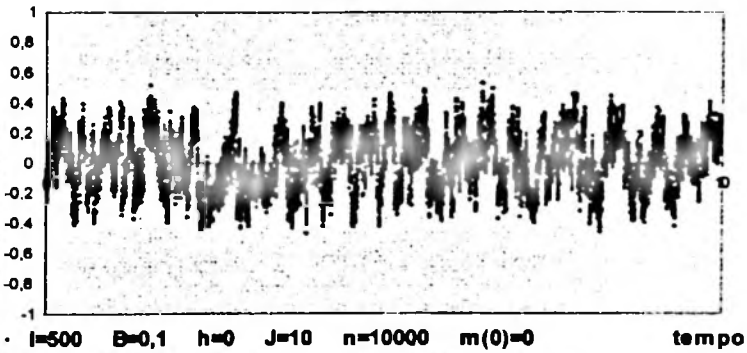


Figura A15

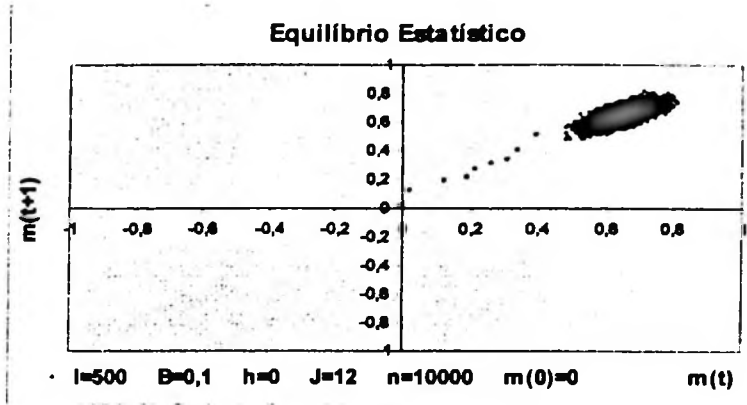


Figura A16

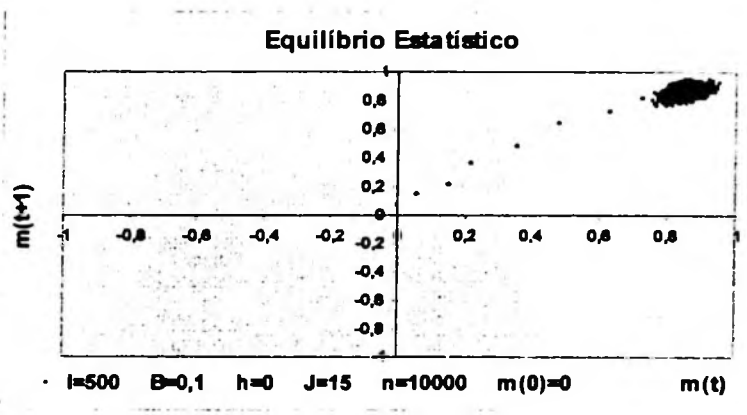


Figura A17

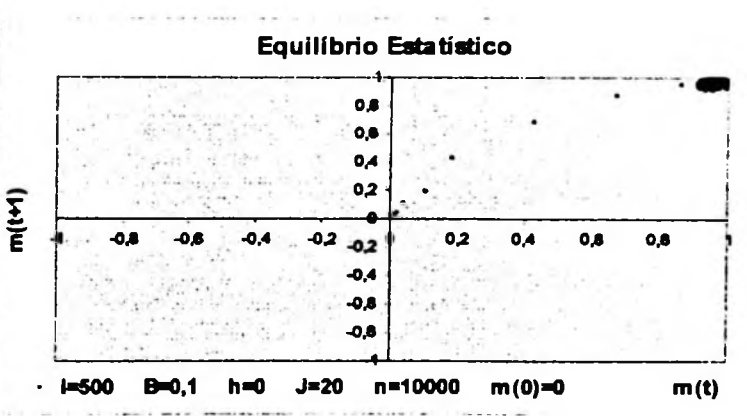


Figura A18

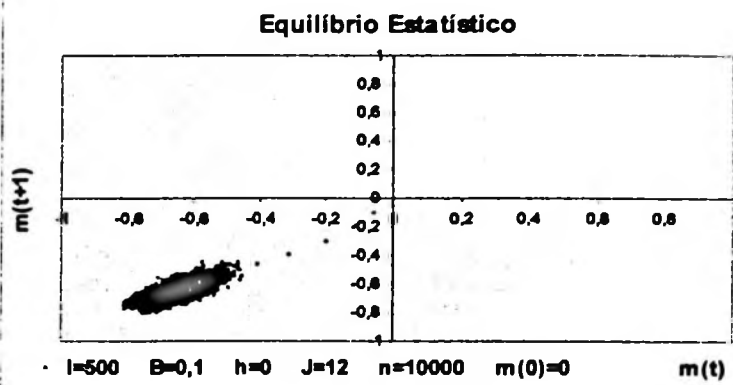


Figura A19

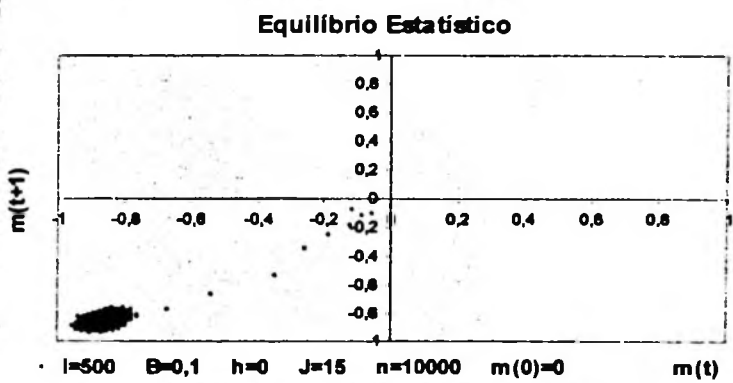


Figura A20

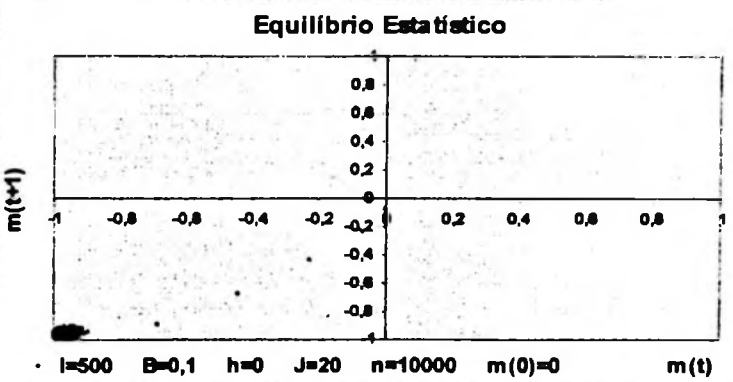


Figura A21

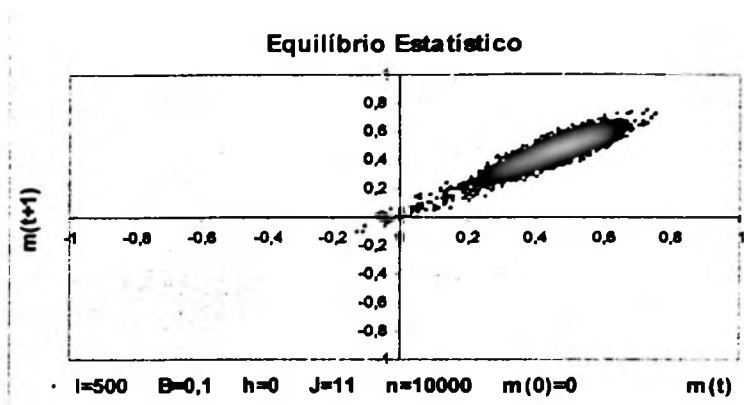


Figura A22

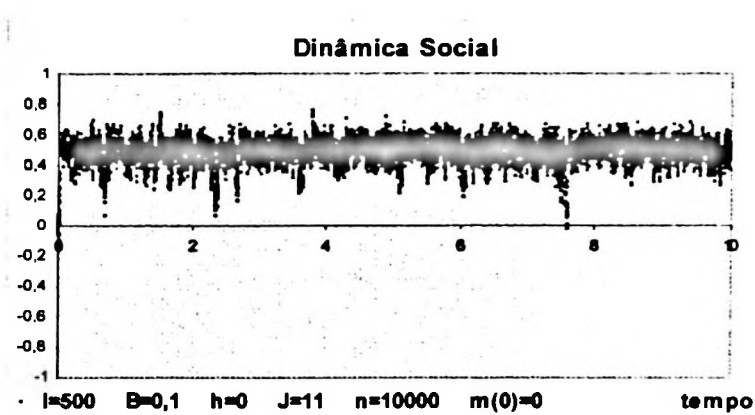


Figura A23

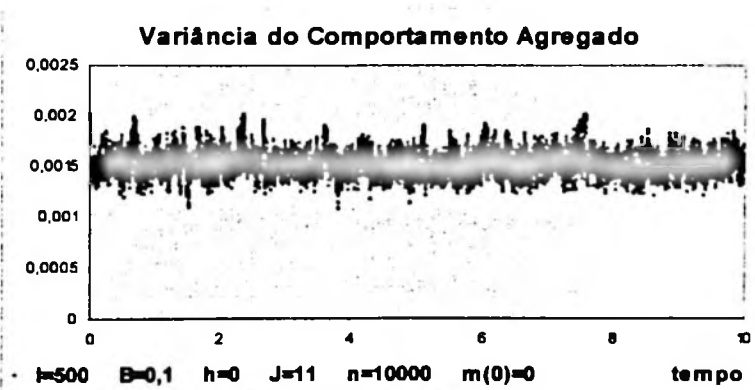


Figura A24

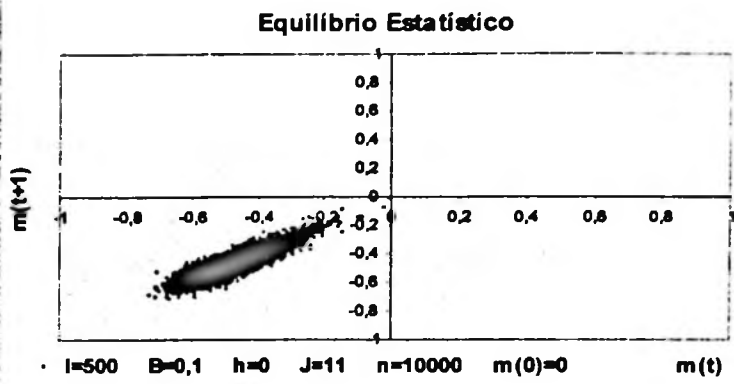


Figura A25

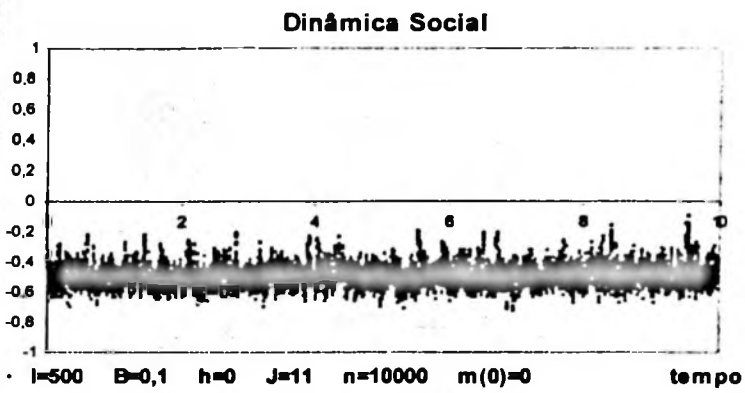


Figura A26

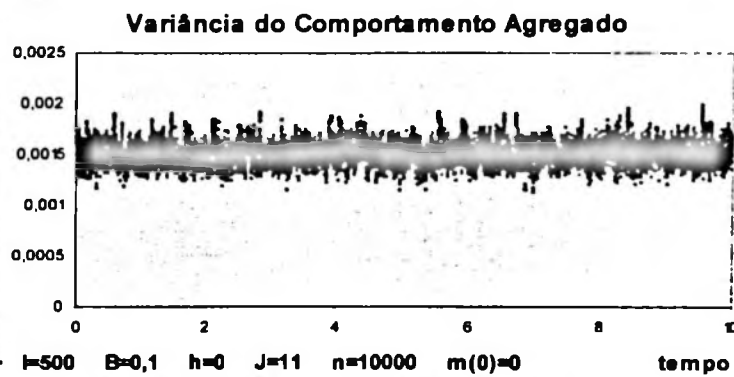


Figura A27

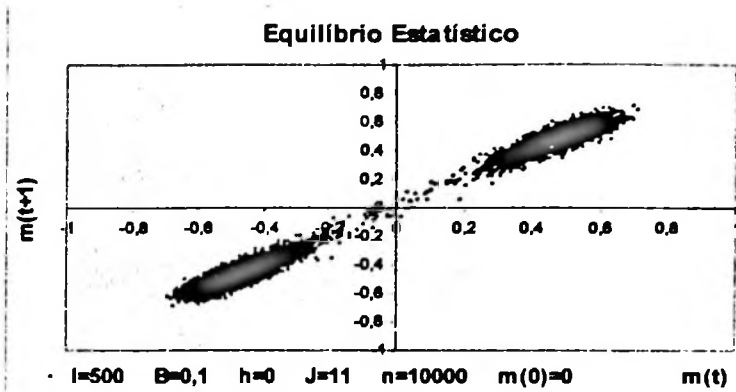


Figura A28

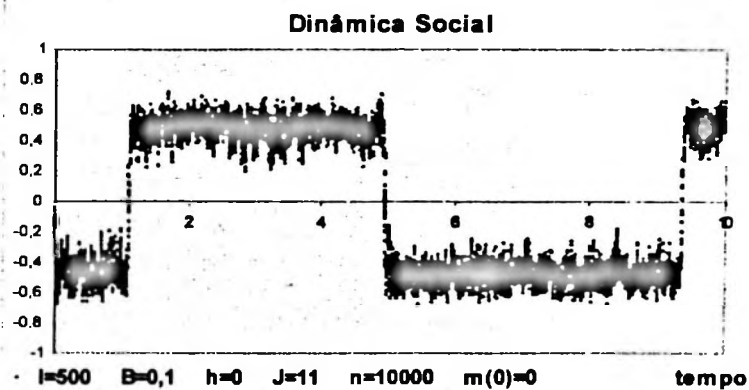


Figura A29

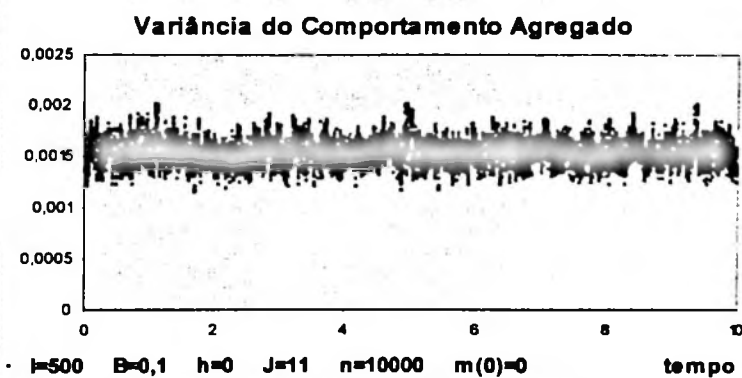


Figura A30

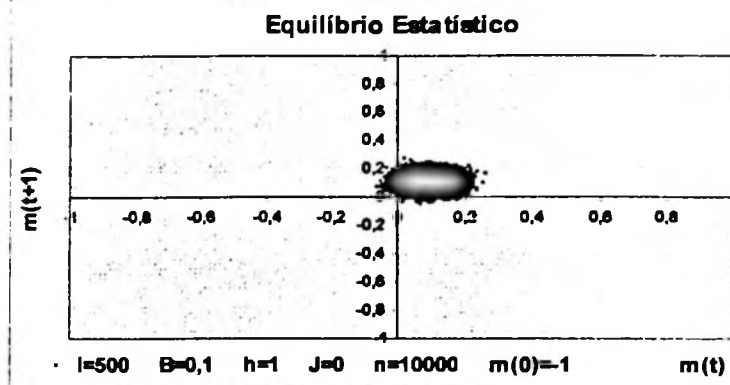


Figura A31

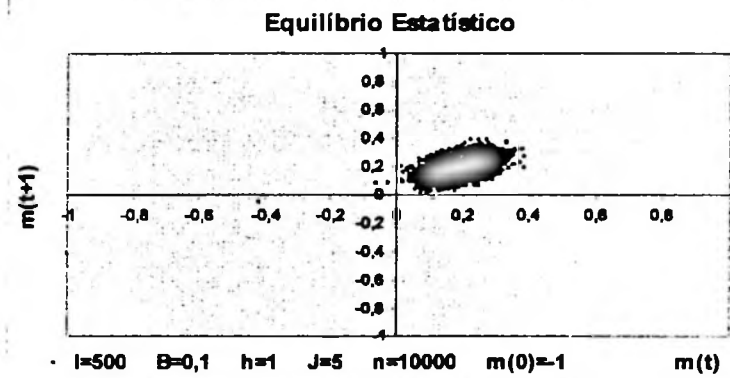


Figura A32

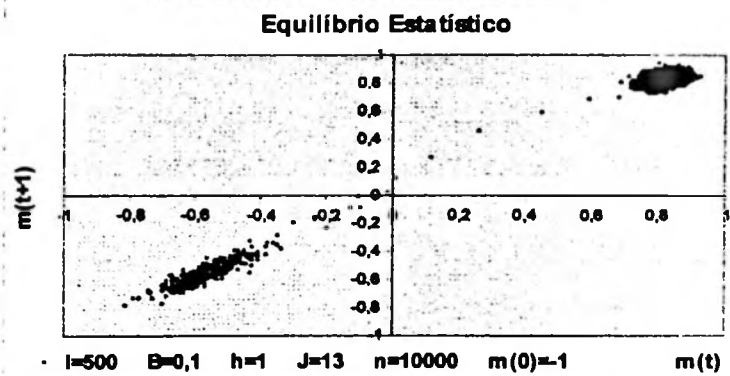


Figura A33

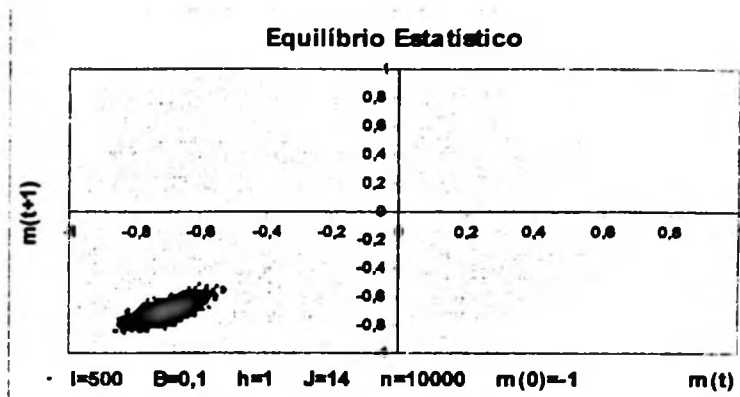


Figura A34

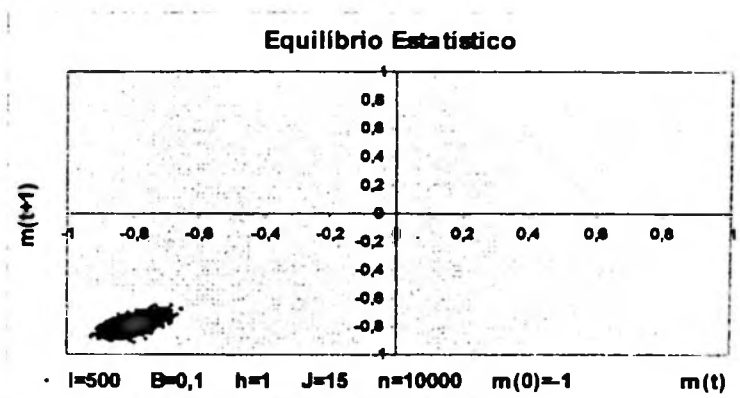


Figura A35

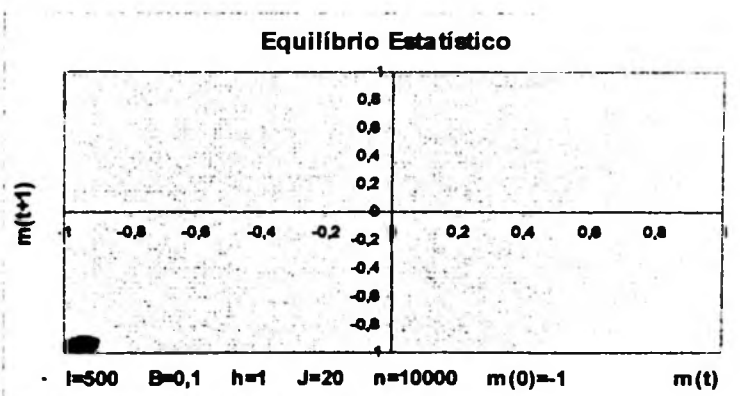


Figura A36

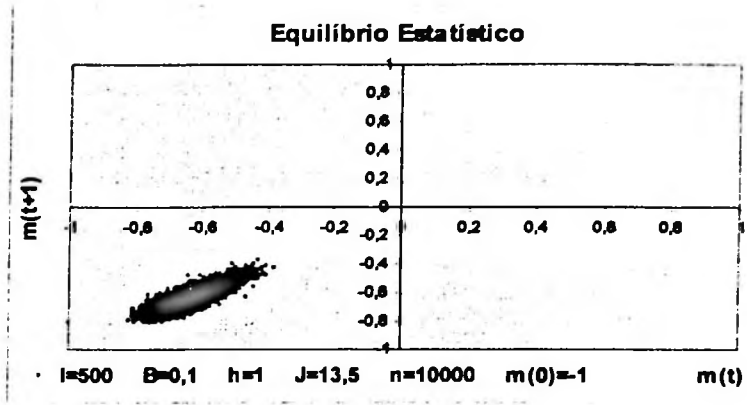


Figura A37

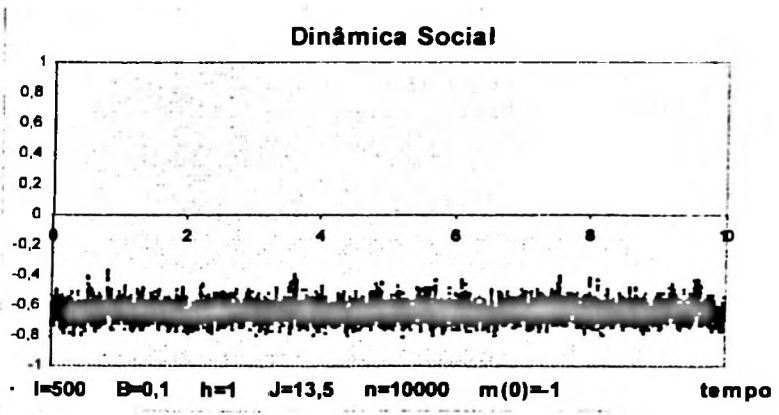


Figura A38

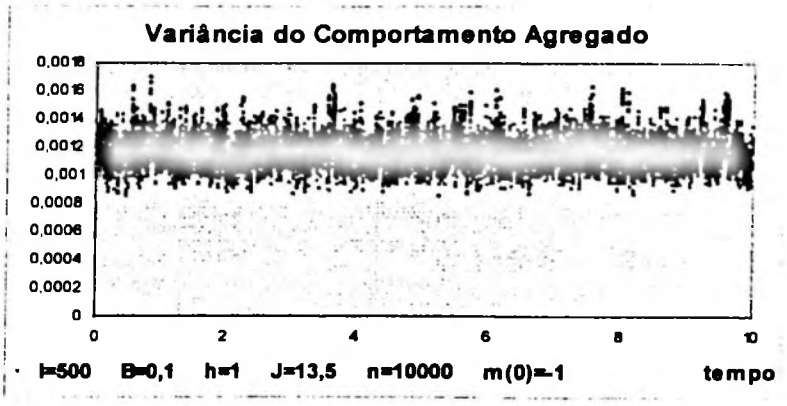


Figura A39

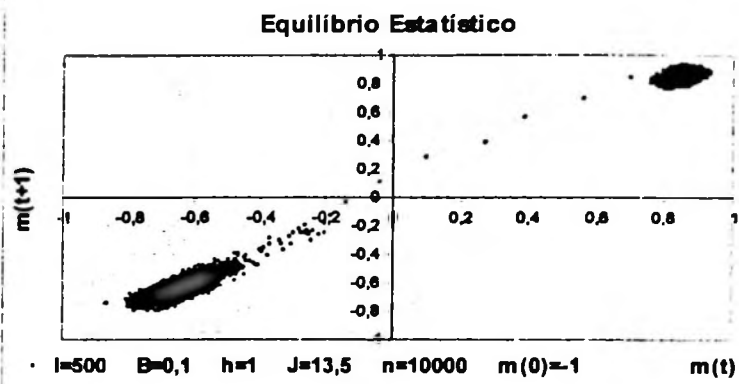


Figura A40

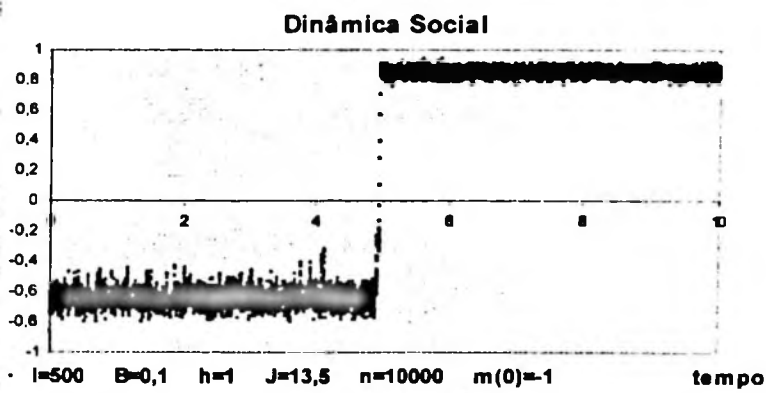


Figura A41

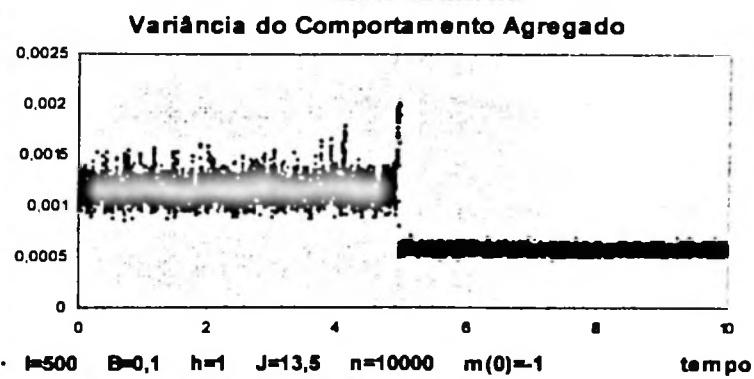


Figura A42

Referências

- AGILARDI, E. *Positive feedback economies*. Reino Unido: Macmillan Press, 1998.
- AKERLOF, G. A. Social distance and social decision. In: *Econometrica*, vol. 65, n. 5, p. 1005-1027, set., 1997.
- AMABLE, B.; BOYER, R.; LORDON, F. The ad hoc in economics: the pot calling the kettle black. In: D'ANTUNE, A.; CARTELIER, J. (eds.). *Is economics becoming a hard science?* Reino Unido: Edward Elgar, p. 252-275, 1997.
- ANGRIST, J. D.; KRUEGER, A. B. Instrumental variables and the search for identification: from supply and demand to natural experiments, NBER Working Paper 8456, set., 2001.
- ARIFOVIC, J. Genetic algorithm learning and the cobweb model. In: *Journal of Economy Dynamics & Control*, vol. 18, p. 3-28, 1994.
- ARTHUR, W. B. *Increasing returns and path dependence in the economy*. Ann Arbor: Michigan University Press, 1994.
- _____. Competing technologies, increasing returns, and lock-in by historical events. In: *The Economic Journal*, vol. 99, p. 116-131, mar., 1989.
- _____. Complexity in economic theory – inductive reasoning and bounded rationality. In: *American Economic Review – Papers and Proceedings*, vol. 84, p. 406-411, 1994.
- _____; DURLAUF, S. N., LANE, D. A. *The economy as an evolving complex system II. Santa Fe Institute Studies in the Sciences of Complexity*. Medwood City: Addison-Wesley, 1997.

_____; _____; _____. Process and emergence in economics. *The economy as an evolving complex system II. Santa Fe Institute Studies in the Sciences of Complexity*. Medwood City: Addison-Wesley, 1997.

_____; LEBARON, B.; PALMER, R.; TAYLER, P. Asset price under endogenous expectations in an artificial stock market. In: ARTHUR, W. B., DURLAUF, S. N., LANE, D. A.(eds.) *The economy as an evolving complex system II. Santa Fe Institute Studies in the Sciences of Complexity*. Medwood City: Addison-Wesley, 1997.

ARROW, K. J. Rationality of self and others in an economic system. In: HOGARTH, R., M.; REDER, M., W. *Rational choice – the contrast between economics and psychology*. Chicago e Londres: The University of Chicago Press, 1987.

_____.; HAHN, F. *General competitive analysis*. Amsterdam: North-Holland, 1971.

AUYANG, S. Y. *Foundations of complex system theories in economics, evolutionary biology and statistics*. Cambridge: Cambridge University Press, 1999.

BAR-YAM, Y. *Dynamics of complex systems*. MA: Addison-Wesley, 1997.

BECKER, G. S. Crime and punishment: an economic approach. In: *Journal of political economy*, vol. 76, p. 169-217, 1968.

_____. A theory of social interactions. In: *Journal of political economy*, vol. 82, p. 1063-1093, 1974.

_____. *Treatise on the family*. Cambridge: Harvard University Press, 1991.

BÉNABOU, R. Workings of a city: locations, education and production. In: *Quarterly Journal of Economics*, vol. 153, p. 619-652, 1993.

BLAUG, M. *Not only an economist*. Cheltenham: Edward Elgar, 1997.

BLUME, L. The statistical mechanics of strategic interaction. In: *Games and Economic Behavior*, v. 5, p. 387-426, 1993.

_____. Population games. In: In: ARTHUR, W. B., DURLAUF, S. N., LANE, D. A.(eds.) *The economy as an evolving complex system II. Santa Fe Institute Studies in the Sciences of Complexity*. Medwood City: Addison-Wesley, v. 27, 1997.

BROCK, W.A.; Pathways to randomness in the economy: emergent nonlinearity and chaos in economics and finance. In: *Estudios Economicos*, vol. 8, n. 1, p. 3-55, 1993.

_____. Asset price behavior in complex environments. In: ARTHUR, W. B., DURLAUF, S. N., LANE, D. A.(eds.) *The economy as an evolving complex system II*. Menlo Park: Addison-Wesley, 1997.

_____.; DURLAUF, S. N. Discrete choice with social interactions. In: *Review of Economic Studies Limited*, vol. 68, p. 235-260, mai., 2001.

_____.; _____. Interactions-based models, NBER Working Paper 258, ago., 2000.

CASE, A. Neighborhood influence and technological change. In: *Regional Science and Urban Economics*, vol. 22, p. 491-508, 1992.

_____.; KATZ, L. F. The company you keep: the effects of family and neighborhood on disadvantaged youths, NBER Working Paper 3708, mai., 1991.

CASTI, J. L. *Would-be worlds – how simulations is changing the frontiers of science*. New York: John Wiley and Sons, 2001.

CHIAPPIN, JR. N. Racionalidade, jogos dinâmicos, métodos estocásticos markovianos e comportamento coletivo. Tese de doutorado. Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo, 1997.

CLOWER, R.; HOWITT, P. Foundations of economics. In: D'ANTUNE, A.; CARTELIER, J. *Is economics becoming a hard science?*, Reino Unido: Edward Elgar, p. 17-34, 1997.

COASE, R. The nature of the firm. In: *The firm, the market and the law*. Chicago: University of Chicago Press, 1988.

_____. The problem of social cost. In: *The firm, the market and the law*. Chicago: University of Chicago Press, 1988.

COLANDER, D. (ed.) *Complexity and the history of economic thought – perspectives on the history of economic thought*. New York: Taylor & Francis, 2000.

_____; The macrofoundations of micro. In: *Eastern Economic Journal*, vol. 19, n. 4, p. 447-457, 1993.

COLEMAN, J. Social capital in the creation of human capital. In: *American Journal of Sociology*, vol. 94 (suplemento), S95-S120, 1988.

COVER, T. M.; THOMAS, J. A. *Elements of information theory*. New York: Wiley, 1991.

CRANE, J. The epidemic theory of ghettos and neighborhood effects on dropping out and teenage childbearing. In: *American Journal of Sociology*, vol. 96, n. 5, p. 226-1259, 1991.

DAVID, P. Clio and the economics of QWERTY. In *American Economic Review – Papers and Proceedings*, vol. 75, p. 332-337, 1985.

DEBREU, G. The mathematization of economic theory. In: *The American Economic Review*, vol. 81, n. 1, p. 1-7, mar., 1991.

_____. *Theory of value: an axiomatic analysis of economic equilibrium*. New York: Wiley, 1959.

_____. Excess demand functions. In: *Journal of Mathematical Economics*, v. 1, p. 15-23, mar., 1974.

DURLAUF, S. N. *A framework for the study of individual behavior and social interactions*. Wisconsin-Madison Working Papers in Economics, Ago., 2000.

_____. Statistical mechanics approaches to socioeconomic behavior. In: ARTHUR, W. B.; DURLAUF, S. N., LANE, D. A. *The economy as an evolving complex system II. Santa Fe Institute Studies in the Sciences of Complexity*. Medwood City: Addison-Wesley, vol. 27, p. 81-104, 1997.

_____. Nonergodic economic growth. In: *Review of Economic Studies*, vol. 60, p. 349-366, 1993.

_____. What should policy makers know about economic complexity? In: *The Washington Quarterly*. Set., 1997.

EGGERTSSON, T. *Economic behavior and institutions. Cambridge Surveys of Economic Literature*. Cambridge: Cambridge University Press, 1990.

ELLISON, G. Learning, local interaction, and coordination. In: *Econometrica*, vol. 61, n. 5, p. 1047-1071, set., 1993.

_____; FUDENBERG, D. Rules of thumb for social learning. In: *Journal of Political Economy*, vol. 101, n. 4, p. 612-643, 1993.

_____; _____. Word-of-mouth communication and social learning. In: *The Quarterly Journal of Economics*, p. 93-125, fev., 1995.

EPSTEIN, J. M.; AXTELL, R. *Growing artificial societies – social science from the bottom up*. Washington: Brookings Institution Press & The MIT Press, 1996.

EVANS, W. N.; OATES, W. E.; SCHWAB, R.M. Measuring peer group effects: a study of teenage behavior. In: *Journal of Political Economy*, vol. 100, n. 5, p. 966-991, 1992.

FARRELL, J.; SALONER, G. Standardization, compatibility, and innovation. In: *Rand Journal of Economics*, vol. 16, n. 1, p. 70-83, 1985.

FLIEBBACH, T. *Curso de física estatística*. Lisboa: Serviço de Educação Fundação Calouste Gulbenkian, 2000.

FOLEY, D. K. A statistical equilibrium theory of markets. In: *Journal of Economic Theory*, vol. 62, p. 321-345, 1994.

FÖLMEER, H. Random economies with many interacting agents. In: *Journal Mathematical Economics*. v.1, n. 1, p. 51-62, 1974.

FOSTER, D. A.; ROSENZWEIG, M. R. Learning by doing and learning from others: human capital and technical change in agriculture. In: *Journal of Political Economy*, vol. 103, n.6, p. 1176-1209, 1995.

FRENKEL, K. *Modelling the organisation of innovative activity using the NK-model*. Artigo apresentado na Nelson-Winter Conference, Aalborg, Jun., 2001.

GINTHER, D.; HAVEMAN, R.; WOLFE, B. Neighborhood attributes as determinants of children's outcomes – How robust are the relationships? In: *The Journal of Human Resources*, vol. 35, n. 4, p. 603-642, 2000.

GIACOLINI, N. Fixing the point: the contribution of early game theory to the tool-box of modern economics. In: *Journal of Economic Methodology*, vol. 10, n.1, p. 1-39, 2003.

GLAESER, E. L.; SACERDOTE, B. I.; SCHEINKMAN, J. A. The social multiplier, NBER Working Paper 9153, set., 2002.

_____; _____. Crime and social interactions. In: *The Quarterly Journal of Economics*, p. 507-548, mai., 1996.

_____; SCHEINKMAN, J. A. Non-market interactions, HIER Working Paper 1914, mar., 2001.

_____; _____. Measuring social interactions. In: DURLAUF, S. N.; YOUNG, H. P. (eds.) *Social dynamics*. Washington: Brookings Institution Press, p. 83-131, ago., 2001.

_____. *The future of urban research: non-market interactions*. Brookings-Wharton Papers on Urban Affairs, 2000.

GOOLSBEE, A.; KLENOW, P. J. Evidence on learning and network externalities in the diffusion of home computers, NBER Working Paper 7329, set., 1999.

GREENE, W. *Econometric analysis*. New Jersey: Prentice Hall, 4^a ed., 2000.

GRIFFITHS W. E.; HILL, R. C.; JUDGE, G. G. *Learning and practicing econometrics*. New York: John Wiley and Sons, 1993.

GUEDES, F. C. *Economia e complexidade*. Coimbra: Almedina, 1999.

HAHN, F. The next hundred years. In: *The Economic Journal*, p. 47-50, jan., 1991.

HEGSELMANN, R.; FLACHE, A. Understanding complex social dynamics: a plea for cellular automata based modelling. In: *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, vol. 1, n. 3, 1998.

HILDENBRAND, W. Introduction. In: DEBREU, G. *Mathematical economics – twenty papers of Gerard Debreu*. Cambridge: Cambridge Press, p. 1-29, 1986.

HOWARD, M. T.; SAMUEL, K. *An introduction to stochastic modeling*. Academic Press, 3^a ed., 1998.

INGRAO, B.; ISRAEL, G. *The invisible hand: economic equilibrium in the history of science*. Cambridge: MIT Press, 1990.

KADOTA, D. K. Análise do equilíbrio geral competitivo – principais aspectos e resultados. FEA / Universidade de São Paulo. mimeo, 2001.

KAUFFMAN, S. A.; MACREADY, W. G. Technological evolution and adaptative organizations. In: *Complexity*. Vol. 1, p. 26-43, 1995.

KANDORI, M.; MAILATH, G. J.; ROB, R. Learning, mutation, and long run equilibria in games. In: *Econometrica*, vol. 61, n. 1, p. 29-56, jan., 1993.

KARR, A. F. Markov processes. In: HEYMAN, D. P.; SOBEL, M. J. *Handbooks in Operations Research and Management Science*, vol. 2, p. 95-123, 1990.

KATZ, M. L.; SHAPIRO, C. Technology adoption in the presence of network externalities. In: *Journal of Political Economy*, vol. 94, n. 4, p. 822-841, 1986.

KEYNES, J., M. *A teoria geral do emprego, dos juros e da moeda*. São Paulo: Abril Cultural, 1983.

KINDERMANN, R.; SNELL, J. L. *Markov random fields and their applications*. Providence: American Mathematical Society, 1980.

KIRMAN, A. P.; VRIEND, N. J. Evolving market structure: an ACE model of price dispersion and loyalty. In: *Journal of Economy Dynamics & Control*, vol. 25, p. 459-502, 2001.

_____. The evolution of economic theory. In: DÁUTUNE, A.; CARTELIER, J. (Eds.) *Is economics becoming a hard science?* Cheltenham:, p. 92-107, 1997.

_____. The economy as an interactive system. In: ARTHUR, W. B.; DURLAUF, S. N., LANE, D. A. *The economy as an evolving complex system II. Santa Fe Institute Studies in the Sciences of Complexity*. Medwood City: Addison-Wesley, vol. 27, p. 491-531, 1997.

KNUDSEN, C. Equilibrium, perfect, rationality and the problem of self-reference in economics. In: USKALI, M.; BO, G.; KNUDSEN, C. (eds.) *Rationality, institutions and economic methodology*, p. 133-170, 1993.

KRUGMAN, P. *The self-organizing economy*. Malden: Blackwell, 1997.

LAGE, E. J. S. *Física estatística*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1995.

LAZEAR, E. P. Economic imperialism, NBER Working Paper 7300, ago., 1999.

LEIBENSTEIN, H. Bandwagon, snob, and veblen effects in the theory of consumer's demand. In: *The Quarterly Journal of Economics*, vol. 64, p. 183-207, 1950.

LESOURNE, J. *The economics of order and disorder – the market as organizer and creator*. Oxford University Press, 1992.

MCFADDEN, D. Econometric models of probabilistic choice. In: MCFADDEN, D.; MANSKI, C. F. *Structural analysis of discrete data with econometric applications*, Cambridge: MIT Press, 1981.

MANSKI, C. F. Identification of endogenous social effects: the reflection problem. In: *Review of Economic Studies Limited*, vol. 60, p. 531-542, 1993.

_____. Economic analysis of social interactions, NBER Working Paper 7580, mar., 2000.

MANTEL, R. On the characterisation of aggregate excess demand. In: *Journal of Economic Theory*, p. 348-353, mar., 1974.

MAS-COLELL, A.; WHINSTON, M. D.; GREEN, J. R. *Microeconomic theory*. New York: Oxford University Press, 1995.

MYERSON, R. B. Nash equilibrium and the history of economic theory. In: *Journal of Economy Literature*, vol. 37, p. 1067-1082, set., 1999.

MONTGOMERY, J. Social networks and labor-market analysis: toward an economic analysis. In: *American Economic Review*, vol. 81, p. 1408-1418, 1991.

NORTH, D. Some fundamental puzzles in economic history/development. In: ARTHUR, W. B., DURLAUF, S. N., LANE, D. A.(eds.) *The economy as an evolving complex system II*. Menlo Park: Addison-Wesley, 1997.

_____. *Structure and change in economic history*. New York: W. W. Norton, 1981.

_____. *Institutions, institutional change and economic performance*, Cambridge: Cambridge University Press, 1990.

NELSON, F. D. Logit, probit and tobit. In: EATWELL, J., MILGATE, M.; NEWMAN, P. (Eds.). *Econometrics. The New Palgrave: Dictionary of Economics*. Hong Kong: Macmillan Press, 1990.

NICOLIS, G.; PRIGOGINE, I. *Exploring complexity: an introduction*. New York: Freeman&Company, 1989.

OLSON, M. *The logic of collective action*. Cambridge: Harvard University Press, 1971.

_____. *The rise and decline of nations*. New Haven: Yale University Press, 1982.

PENROSE, R. The emperor's new mind: concerning computers, minds, and the laws of the physics. WALTENSIR, D. (trad.) *A mente nova do rei: computadores, mente e as leis da física*. Rio de Janeiro: Campus, 1991.

PRADO, F. P. A.; BELITSKY, V. Multiple market equilibria, bubbles and crashes explained by heterogeneity of fundamental value evaluations and social susceptibilities of interacting agents. São Paulo: Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, mimeo, 2003.

PRADO, E. F. S.; KADOTA, D. K.; SOROMENHO, J. E. C. Survival of technologies: an evolutionary game approach. In: *Economia Aplicada*, vol. 7, n. 2, p. 249-265, 2003.

PRIGOGINE, I.; STENGERS, I. *Order out of chaos – man's new dialogue with nature*. New York: Bantam Books, 1984.

REIF, F. *Statistical physics – Berkeley physics course*, v. 5, McGraw-Hill Company, 1965.

ROGERS, E. M. *Diffusion of innovations*. New York: Free Press, 4ª ED., 1995.

SAMUELSON, L. *Evolutionary games and equilibrium selection*. Cambridge: The MIT Press, 1996.

SAARI, D. Mathematical complexity of simple economics. In: *American Mathematical Society*, vol. 42, n. 2, p. 222-230, fev., 1995.

SCHELLING, T. Dynamic models of segregation. In: *Journal of Mathematical Sociology*, vol. 1, p.143-186, 1971.

_____. Hockey helmets, concealed weapons, and daylight saving: a study of binary choice with externalities. In: *Journal of Conflict Resolution*, vol. 17, p. 381-428, 1973.

SHILLER, R. *Irrational Exuberance*. Princeton: Princeton University Press, 2000.

SIMON, H. *Administrative behavior. A study of decision-making process in administrative organizations*, New York: MacMillan, 3ª ed., 1976.

_____. From substantive to procedural rationality. In: SIMON, H. A. *Models of bounded rationality*. Cambridge: The MIT Press. p. 424-443, 1982.

_____. Rational decision in business organization. In: SIMON, H. A. *Models of bounded rationality*. Cambridge: The MIT Press, p. 474-494, 1982.

SARTORIS, A. Homicídios na cidade de São Paulo: uma análise de causalidade e autocorrelação espaço-temporal. Tese de Doutorado, FIPE-USP, 2000.

SILVEIRA, J. J. Ciclos goodwinianos e o processo de concorrência num ambiente de racionalidade limitada – uma análise a partir da teoria de jogos evolucionários. Tese de doutorado, IPE – USP, 2001.

SIMON, C.; BLUME, L. *Mathematics for Economists*. New York: W.W. Norton & Company, 1994.

SONNENSCHN, H. Does Walras identity and continuity characterize the class of community excess demand functions? In: *Journal of Economic Theory*, v, 6, p. 345-354, ago., 1973.

SOROMENHO, J. E. C. Microfundamentos e sociabilidade. In: *Revista de Economia da ANPEC*, vol. 1, n. 2, p. 185-219, 2000.

_____; KADOTA, D. K.; PRADO, E. F. S. Scale and externalities in an evolutionary game model. In: *Estudos econômicos*, vol. 31, n. 3, p. 529-550, 2001.

TESFATSION, L. How economists can get a life. In: ARTHUR, W. B., DURLAUF, S. N., LANE, D. A.(eds.) *The economy as an evolving complex system II. Santa Fe Institute Studies in the Sciences of Complexity*. Medwood City: Addison-Wesley, v. 27, 1997.

TOPA, G. Social interactions, local spillovers and unemployment. In: *Review of economic studies*, vol. 68, p. 261-295, 2001.

TOWNSEND, R. M. Arrow-Debreu programs as microfoundations of macroeconomics. In: BEWLEY, T. F. *Advances in economic theory – Fifth world congress*. Cambridge University Press, 1989.

VEGA-REDONDO, F. *Evolution, games and economic behaviour*. Londres: Oxford University Press, 1993.

VON NEUMANN, J.; MORGENSTEN, O. *Theory of games and economic behavior*. Princeton: Princeton University Press, 3^a ed., 1953.

WEILBULL, J. W. *Evolutionary game theory*. Londres: The Mit Press, 1997.

WILLIAMS, G. P. *Chaos theory tamed*. Reino Unido: Taylor & Francis, 2001.

YOUNG, H. P. *An evolutionary theory of institutions*. Princeton: Princeton University Press, 1998.