UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO E CONTABILIDADE
DEPARTAMENTO DE ADMINISTRAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ADMINISTRAÇÃO

Archibald de Araujo Silva

Estimativa do valor do imposto com base na lei de Benford

São Paulo
2020

Prof. Dr. Vahan Agopyan

Reitor da Universidade de São Paulo

Prof. Dr. Fábio Frezatti

Diretor da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade

Prof. Dr. Moacir de Miranda Oliveira Junior

Chefe do Departamento de Administração

Prof. Dr. Eduardo Kazuo Kayo

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Administração

ARCHIBALD DE ARAUJO SILVA

Estimativa do valor do imposto com base na lei de Benford

Versão corrigida

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Administração do Departamento de Administração da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Ciências.

Orientadora: Profª Dra Maria Aparecida Gouvêa

São Paulo
2020

Catalogação na Publicação (CIP)
Ficha Catalográfica com dados inseridos pelo autor

Silva, Archibald de Araujo.
Estimativa do valor do imposto com base na lei de Benford / Archibald de Araujo Silva. - São Paulo, 2020.
132 p.

Tese (Doutorado) - Universidade de São Paulo, 2020.
Orientador: Maria Aparecida Gouvêa.

1. Lei de Benford. 2. Teste ExcessMAD de Primeiro e de Segundo Dígito. 3. Amostras Pequenas. 4. Otimização. 5. Estimativa do Valor do Imposto. I. Universidade de São Paulo. Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade. II. Título.

Dedico este trabalho aos meus pais Carlos e Fátima (in memorian)

e a minha amada esposa Elisa.

Sem eles, não teria forças para concluir este projeto.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha orientadora, a Prof$^{a.}$ Dra. Maria Aparecida Gouvêa, por ter compartilhado comigo sua sabedoria, paciência e perseverança e por estar ao meu lado durante toda esta difícil trajetória.

Agradeço à Secretaria da Fazenda e Planejamento do Estado de São Paulo por ter viabilizado e autorizado a minha participação neste projeto de doutorado.

Agradeço aos colegas da Assessoria de Política Tributária e Econômica da Secretaria da Fazenda do Estados de São Paulo pela ajuda importante na execução deste trabalho.

Agradeço ao amigo e Prof. Dr. Mario Antônio Margarido pelo incentivo, ajuda e conselhos dados durante este projeto de doutorado.

“A ausência da evidência não significa evidência da ausência”.

Carl Sagan

RESUMO

Silva, A. A. (2020). Estimativa do valor do imposto com base na lei de Benford. (Tese de Doutorado). Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade, Universidade de São Paulo, São Paulo.

Existem três tipos de tributos de competência do Estado: Imposto sobre Operações Relativas à Circulação de Mercadorias e sobre Prestações de Serviços de Transporte Interestadual e Intermunicipal e de Comunicação (ICMS), Imposto sobre Propriedade de Veículos Automotores (IPVA) e Imposto sobre Transmissão Causa Mortis e Doação de Quaisquer Bens ou Direitos (ITCMD). De acordo com o relatório da receita tributária do Estado de São Paulo, em 2019, o ICMS representou 83,0% (R$ 144.037,5 milhões de reais) do valor total da receita tributária anual do Estado (Sefaz, 2020). Desse montante, 25% são repassados para as Prefeituras do Estado de São Paulo e os outros 75% são utilizados para o pagamento de despesas e investimentos do governo do Estado. Isto dá uma dimensão precisa da importância do ICMS para que o Estado continue operando. Portanto, cuidar dessa arrecadação é uma questão de sobrevivência do próprio Estado. Neste contexto, o combate à evasão fiscal é fundamental, uma vez que ela drena recursos financeiros significativos que poderiam satisfazer as necessidades dos cidadãos, reduzindo a quantidade e a qualidade dos serviços públicos oferecidos, notadamente à população mais carente. O avanço tecnológico dos computadores permitiu que grandes quantidades de dados fossem armazenadas e processadas com mais rapidez. Essa nova realidade tem afetado o trabalho das auditorias interna, externa e governamental. Segundo Appelbaum, Kogan e Vasarhelyi (2017), os processos de negócios das empresas têm se acelerado e os procedimentos de auditoria externa precisam acompanhar essa nova realidade, implementando novos modelos analíticos preditivos, prescritivos e preventivos que permitam uma auditoria quase instantânea. O auditor necessita de instrumentos que o ajudem a avaliar rapidamente muitos documentos fiscais em formato digital, auxiliando-o a detectar eventuais indícios de irregularidades fiscais e contábeis. Um desses instrumentos é o uso da Lei de Benford (LB) em auditorias digitais. A LB assume que o primeiro, o segundo e os demais dígitos de um determinado conjunto de dados seguem a distribuição de probabilidade de Benford. Eventuais desvios em relação à LB podem indicar possíveis manipulações no conjunto de dados. Neste estudo, foram utilizados os tradicionais testes Z, Qui-quadrado e MAD, além do teste ExcessMAD de primeiro e de segundo dígito, como métricas para medir o grau de conformidade com a LB das notas fiscais eletrônicas emitidas e recebidas por empresas declaradas nulas pela SEFAZ/SP, no período de 01/01/2017 a 31/12/2019. Além disso, investigamos se essas empresas apresentam semelhanças devido a esta conformidade / não conformidade e de suas características cadastrais, comerciais e fiscais. Neste trabalho, expandimos o estudo de Bradley e Schulzke (2016) formulando o teste ExcessMAD para o primeiro e para o segundo dígito, identificando o efeito que pequenas amostras têm sobre o erro tipo I deste teste. Com base nesses resultados e no método de otimização proposto por Silva e Carreira (2016), que estima o número mínimo de dígitos de um conjunto de dados para adequação à LB, estimamos os valores das operações comerciais e do ICMS supostamente alterados pelas empresas nulas. Este estudo visa contribuir para a melhoria do nível de eficiência das auditorias digitais executadas pela administração tributária, notadamente na seleção de contribuintes a serem fiscalizados, permitindo que se priorize aquelas empresas que apresentem maior nível de alteração em suas operações comerciais e do ICMS.

Palavras-Chave: Lei de Benford. Teste ExcessMAD de Primeiro e de Segundo Dígito. Amostras Pequenas. Otimização. Estimativa do valor do Imposto.

ABSTRACT

Silva, A. A. (2020). *Estimated tax amount based on Benford's law.* (Tese de Doutorado). Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade, Universidade de São Paulo, São Paulo.

There are three types of tax within the State's competence: Tax on Transactions Related to the Circulation of Goods and Provision of Interstate and Intercity Transport and Communication Services (ICMS), Property Tax on Motor Vehicles (IPVA), and Transmission Tax Cause Mortis and Donation (ITCMD). According to the State of São Paulo's tax revenue report, in 2019, ICMS represented 83.0% (144,037.5 million Brazilian reais) of the total amount of the State's annual tax revenues (SEFAZ, 2020). From this amount, the State transfers 25% to city halls of the State of São Paulo and uses the other 75% for paying expenses and investments done by the State government. It provides a precise dimension of the importance of ICMS so that the State can continue operating. Therefore, caring for this collection is a matter of survival for the State itself. In this context, the battle against tax evasion is critical, as it drains significant financial resources that could satisfy citizens' needs, reducing the quantity and quality of public services offered, notably to the neediest population. The technological advancement of computers has enabled large amounts of data to be stored and processed more quickly. This new reality has affected the work of internal, external, and governmental auditing. According to Appelbaum, Kogan, and Vasarhelyi (2017), companies' business processes have accelerated, and external audit procedures need to keep track of this new reality, implementing new predictive, prescriptive, and preventive analytical models that allow almost instantaneous auditing. The auditor needs instruments that help him quickly assess many tax documents in digital form, assisting him to detect any signs of tax and accounting irregularities. One of these instruments is the use of Benford's LB-Law in digital audits. The LB assumes that the first, the second and the other digits of a particular data set follow the Benford probability distribution. Any deviations in relation to LB may indicate possible manipulations in the data set. In this study, we used the traditional LB compliance tests Z, Chi-Square and MAD, besides the ExcessMAD test of first and second digit, as metrics to gauge the degree of LB compliance of electronic invoices issued and received by companies declared void by SEFAZ / SP, in the period 01/01/2017 to 12/31/2019. Furthermore, we investigated whether these companies have similarities because of this conformity / non-conformity and their registers, commercial, and tax characteristics. In this work, we expanded the study by Bradley and Schulzke (2016) by formulating the ExcessMAD test for the first and second digits, identifying the effect that small samples have on the type I error of this test. Based on these results and on the optimization method proposed by Silva and Carreira (2016), which estimates the minimum number of digits in a data set to fit the LB, we estimated the values of commercial operations and ICMS supposedly changed by null companies. This study aims at contributing to the improvement of the efficiency level of digital audits performed by the tax administration, notably in the selection of taxpayers to be inspected, allowing priority to be given to those companies that present a higher level of change in their commercial operations and the ICMS.

Keywords: Benford's Law. First and Second Digit ExcessMAD Test. Small Samples. Optimization. Estimated tax amount.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Componentes Representadas no Espaço Rotacionado.....67
Figura 2 - Distribuição Amostral de Primeiro Dígito da Estatística MAD 75
Figura 3 - Distribuição Amostral de Segundo Dígito da Estatística MAD 76
Figura 4 - Distribuição Amostral de Primeiro Dígito da Estatística ExcessMAD 77
Figura 5 - Distribuição Amostral de Segundo Dígito da Estatística ExcessMAD 78

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Conjuntos Benford x Não Benford....31
Tabela 2 - As frequências esperadas dos dígitos conforme a Lei de Benford....37
Tabela 3 - Valores Críticos do MAD....39
Tabela 4 - Comparação entre os valores exatos e aproximados do E(MAD) para amostras retiradas de uma distribuidora Benford de primeiro dígito em função do tamanho da amostra N....41
Tabela 5 - Comparação entre os valores exatos e aproximados do E(MAD) para amostras retiradas de uma distribuição Benford de segundo dígito em função do tamanho da amostra N....42
Tabela 6 - Descrição das Variáveis Cadastrais, Comerciais e Tributárias....63
Tabela 7 - Variância Total Explicada....65
Tabela 8 - Matriz das Cargas Fatoriais Rotacionadas pelo Método Varimax....66
Tabela 9 - Centroides Finais de Cada Conglomerado....69
Tabela 10 - Comparação Múltipla de Médias – Teste Tukey HSD....73
Tabela 11 - Valores Médios das Variáveis de Cada Componente por Grupo....73
Tabela 12 - Adequação das Distribuições dos Valores das NFE’s Emitidas e Recebidas para Aplicação da Análise Digital com base na LB....79
Tabela 13 - Distribuições dos Percentis do Tamanho das Amostras das NFE's Emitidas e Recebidas....80
Tabela 14 - Teste Z de Primeiro Dígito das NFE’s Emitidas e Recebidas....81
Tabela 15 - Teste Z de Segundo Dígito das NFE’s Emitidas e Recebidas....83
Tabela 16 - Teste Qui-Quadrado, MAD e ExcessMAD de Primeiro Dígito....85
Tabela 17 - Teste Qui-Quadrado, MAD e ExcessMAD de Segundo Dígito....86
Tabela 18 - Teste de Independência do Teste Qui-Quadrado de Primeiro Dígito....88
Tabela 19 - Teste de Independência do Teste MAD de Primeiro Dígito....89
Tabela 20 - Teste de Independência do Teste ExcessMAD de Primeiro Dígito....89
Tabela 21 - Teste de Independência do Teste Qui-Quadrado de Segundo Dígito....90
Tabela 22 - Teste de Independência do Teste MDA de Segundo Dígito....90
Tabela 23 - Teste de Independência do Teste ExcessMDA de Segundo Dígito....91
Tabela 24 - Erro Mediano de Primeiro Dígito – TOR de 0%....95
Tabela 25 - Erro Mediano de Segundo Dígito – TOR de 0%....97
Tabela 26 - Erro Mediano de Primeiro e de Segundo Dígito – TOR de 10% e 20%....98

Tabela 27 - Estimativa de Valores Alterados - NFE's Recebidas – TOR de 0% 99
Tabela 28 - Estimativa de Valores Alterados - NFE's Emitidas – TOR de 0% 100
Tabela 29 - Estimativa de Valores Alterados - NFE's Recebidas – TOR de 10% 101
Tabela 30 - Estimativa de Valores Alterados - NFE's Emitidas – TOR de 10% 102
Tabela 31 - Estimativa de Valores Alterados - NFE's Recebidas – TOR de 20% 103
Tabela 32 - Estimativa de Valores Alterados - NFE's Emitidas – TOR de 20% 104
Tabela 33 - Estimativa de ICMS Alterado – TOR de 0% 107
Tabela 34 - Estimativa de ICMS Alterado – TOR de 10% 108
Tabela 35 - Estimativa de ICMS Alterado – TOR de 20% 109
Tabela 36 - Correlação entre a Estimativa de ICMS Alterado e os Autos de Infrações 110
Tabela 37 - Relação entre a Estimativa do ICMS Alterado e o Total das NFE's Emitidas .. 112

LISTA DE SIGLAS

AIIM	Auto de Infração e Imposição de Multa.
ANOVA	*Analysis of Variance.*
CADIN	Cadastro Informativo dos Créditos não Quitados de Órgãos e Entidades Estaduais.
IBPT	Instituto Brasileiro de Planejamento e Tributação.
ICM	Imposto sobre Circulação de Mercadorias.
ICMS	Imposto sobre Operações Relativas à Circulação de Mercadorias e sobre Prestações de Serviços de Transporte Interestadual e Intermunicipal e de Comunicação.
IFI	Instituto Fiscal Independente.
IPVA	Imposto sobre Propriedade de Veículos Automotores.
ISS	Imposto sobre Serviços de Qualquer Natureza.
ITCMD	Imposto sobre Transmissão Causa Mortis e Doação de Quaisquer Bens ou Direitos.
IVC	Imposto sobre Vendas e Consignações.
LB	Lei de Benford.
MANOVA	*Multivariate Analysis of Variance.*
NFE	Nota Fiscal Eletrônica.
PGE/SP	Procuradoria Geral do Estado de São Paulo.
RICM/SP	Regulamento do Imposto Sobre Operações Relativas à Circulação de Mercadorias e sobre Prestações de Serviços de Transporte Interestadual e Intermunicipal e de Comunicação do Estado de São Paulo.
SAS	*Statistical Analysis Software.*
SEFAZ/SP	Secretaria da Fazenda e Planejamento do Estado de São Paulo.
SPSS	*Statistical Package for the Social Science.*
TOR	Taxa de Omissão de Registro de um arquivo de dados.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 15
1.1 OBJETIVOS DO ESTUDO 18
1.1.1 Objetivos gerais 18
1.1.2 Objetivos específicos 19
1.2 JUSTIFICATIVA DO ESTUDO 20
1.3 DELIMITAÇÃO DO ESTUDO 20
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA 22
2.1 TEORIA SOBRE FRAUDES 22
2.2 ADMINISTRAÇÃO TRIBUTÁRIA 24
2.3 ASPECTOS DO ICMS 25
2.4 CONSIDERAÇÕES SOBRE AS EMPRESAS NULAS 25
2.5 CONSIDERAÇÕES SOBRE AS NOTAS FISCAIS ELETRÔNICAS 26
2.6 CONSIDERAÇÕES SOBRE OS AUTOS DE INFRAÇÃO E IMPOSIÇÃO DE MULTA 27
2.7 LEI DE BENFORD 28
2.7.1 Histórico 28
2.7.2 Formulação matemática dos testes de conformidade 36
2.8 ALGORITMO PARA RECONSTRUÇÃO DE UM CONJUNTO DE DADOS EM CONFORMIDADE COM A LB 43
2.9 ESTIMATIVA DOS VALORES SUPOSTAMENTE ALTERADOS DAS OPERAÇÕES COMERCIAIS E DO ICMS 51
3 ASPECTOS METODOLÓGICOS 55
3.1 ANÁLISE FATORIAL 55
3.2 ANÁLISE DE CONGLOMERADOS 56
3.3 SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO 58
3.4 OTIMIZAÇÃO 59
3.5 TIPO DE PESQUISA 60
3.6 OS DADOS 60
3.7 A AMOSTRA 60
3.8 TÉCNICAS DE ANÁLISE 61
3.9 AS VARIÁVEIS CADASTRAIS, COMERCIAIS E TRIBUTÁRIAS 62
3.10 SOFTWARES UTILIZADOS 63

4 RESULTADOS 64
4.1 RESULTADO DA ANÁLISE FATORIAL 64
4.2 RESULTADO DA ANÁLISE DE CONGLOMERADOS 68
4.3 RESULTADO DO ESTUDO SOBRE O TESTE EXCESSMAD DE PRIMEIRO E DE SEGUNDO DÍGITO 74
4.4 RESULTADO DOS TESTES DE CONFORMIDADE DAS NFE'S EMITIDAS E RECEBIDAS 79
4.5 RESULTADO DO ALGORITMO DE RECONSTRUÇÃO 94
4.6 RESULTADO DA ESTIMATIVA DOS VALORES SUPOSTAMENTE ALTERADOS DAS OPERAÇÕES COMERCIAIS E DO ICMS 99
5 CONCLUSÕES E LIMITAÇÕES DO ESTUDO 113
REFERÊNCIAS 117
GLOSSÁRIO 122
APENDICES 123
ANEXO 131

1 INTRODUÇÃO

O Instituto Fiscal Independente do Senado Federal (IFI) foi criado em novembro de 2016 com o objetivo de dar transparência às contas públicas e colaborar para melhorar a disciplina das finanças públicas do país. O seu relatório de acompanhamento fiscal de 2018, IFI (2018), mostra um estudo sobre a estrutura da carga tributária brasileira, tomando-se como base os países membros da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), que é composta por um grupo de 36 países, em sua maioria países desenvolvidos. Destaca-se neste relatório, um comparativo entre a carga tributária média dos países da OCDE e do Brasil, considerando-se os anos de 2009 e 2016. Os resultados mostram que a média da carga tributária dos países da OCDE atingiu, no ano de 2016, o seu ápice de 34,2% do PIB, contra 32,3% do PIB em 2009. Enquanto no Brasil, a carga tributária foi de 32,6% em 2009 e em 2016. O Brasil que ocupava, em 2009, a 15ª posição entre as maiores cargas tributárias dentre os 36 países da OCDE, caiu para 23ª posição em 2016. Ainda assim, a nossa carga tributária é maior do que a de alguns países emergentes e economias em desenvolvimento como México, Chile e Turquia. Ainda segundo o relatório, uma das razões que poderia explicar a elevada carga tributária brasileira para uma economia em desenvolvimento como a nossa, é o volume de gastos sociais. Em 2016, a estimativa dos gastos sociais brasileiros era de 64% da sua carga tributária o que equivale a 20,7% do seu PIB, posicionando-se abaixo da média da estimativa dos gastos sociais dos países da OCDE, que é de 21,1% do PIB.

Segundo Pereira, Teixeira e Gurgel (2014) a estrutura tributária brasileira é obsoleta e complexa, além de prejudicar a competitividade do setor produtivo e induzir à sonegação fiscal. Eles sugerem que se faça uma reforma tributária que desonere o setor produtivo, levando a uma melhoria nas condições produtivas internas.

O desafio de reduzir a carga tributária, dada a atual estrutura de gasto do governo brasileiro é um problema multifacetário, complexo, que vai exigir um grande esforço de toda a sociedade e transcende, em muito, a reforma tributária. É necessário e importante olhar para uma outra relevante variável desta equação: a qualidade do gasto público.

> “A sociedade brasileira vive um dilema. Se, por um lado, a demanda da população por serviços públicos é crescente, por outro, a capacidade de extrair recursos da sociedade para financiamento dos serviços públicos é limitada. A solução para esse dilema está na Qualidade do Gasto Público, que compreende essencialmente a racionalização e priorização da eficiência, da eficácia, da equidade e da sustentabilidade das políticas

públicas. Ou seja, fazer mais, com menos recursos e da melhor forma possível.” (STN, 2015).

O princípio de eficiência está presente tanto na Constituição Federal quanto no direito positivo brasileiro e, portanto, deve ser respeitado e aplicado na prática:

> “O Princípio da Eficiência foi incluído no caput do art. 37 por força da Emenda Constitucional 19, de 4-6-1998, e reúne três ideias centrais: prestabilidade, pois o atendimento prestado pela Administração Pública deve ser útil ao cidadão; presteza, porque os agentes públicos devem atender o cidadão com rapidez; e economicidade, porquanto a satisfação do cidadão deve ser alcançada do modo menos oneroso possível ao erário público. Tais características dizem respeito quer ao procedimento (presteza, economicidade), quer aos resultados (prestabilidade), centrados na relação administração pública/cidadão. Em outras palavras, para satisfazer o princípio constitucional da eficiência, a Administração Pública deve atender o cidadão na exata medida da necessidade deste e com agilidade, mediante adequada organização interna e ótimo aproveitamento dos recursos disponíveis.” (Bercovici, Dimoulis e Tavares, 2012).

Para Lima (2015), a aplicação da eficiência à tributação passa por uma eficiente aplicação das normas tributárias de forma a garantir a igualdade tributária, representada pela capacidade contributiva, permitindo que se faça uma tributação uniforme, conforme a renda de cada um. Ainda segundo Lima (2015), “um Direito Tributário que não pode ser praticado ou que, de tão complexo, não possa ser aplicado de maneira uniforme, é inócuo”, além de “afetar negativamente a moral tributária dos contribuintes assim como a aplicação eficaz de uma legislação injusta não tem o condão de cumprir com os mandamentos de justiça da Constituição”.

Cummings et al. (2009), baseando-se em pesquisas empíricas, discutiram importantes conceitos na área de Administração Tributária. O primeiro destes conceitos é o de *Tax Compliance* que é o cumprimento espontâneo das obrigações tributárias por parte dos contribuintes. Apesar de não gostarem, as pessoas pagam seus impostos e cumprem suas obrigações tributária na maioria das vezes. O segundo conceito é o de *Tax Morale* que é a disposição que os contribuintes têm em cumprir, por conta própria, suas obrigações tributárias. Segundo Lima (2015), o conceito de *Tax Morale* é um contraponto à Teoria Econômica do Crime, que considera que todos os indivíduos pensam somente em si e no seu próprio lucro. Este pensamento levou a um aumento da eficiência do aparelho coercitivo do Estado (*enforcement*), fazendo com que o *Tax Compliance* fosse obtido, em razão do temor da fiscalização e das pesadas multas, ou seja, o dever de eficiência recairia apenas sobre o controle coercitivo dos contribuintes.

Os resultados do trabalho de Cummings et al. (2009) mostraram que o ponto fundamental para que haja evasão, elisão e simulação fiscal é a falta de motivação do contribuinte em pagar impostos. Além disto, tanto os gastos dos contribuintes quanto os gastos da Administração Tributária com a arrecadação de impostos seriam sensivelmente menores se houvesse uma ligação estatal entre *Tax Compliance* e o *Tax Morale*. Se os contribuintes passassem a cumprir espontaneamente suas obrigações tributárias, a Administração Tributária poderia reduzir os gastos com a fiscalização. É importante ressaltar que o conceito ético e prático de justiça na arrecadação tributária e nos gastos do Estado, são os aspectos que mais influenciam a *Tax Morale*.

> "O modelo da Administração Tributária que baseia a *Tax Compliance no enforcement* quando aplicado a um regime cujos contribuintes têm baixa moral em relação à atividade financeira do Estado leva à informalidade da força de trabalho e da iniciativa privada, além de poder levar a um estado de corrupção e suborno dos agentes financeiros, uma vez que os gastos com isso serão menores do que o pagamento dos impostos. Por isso, atualmente, a tendência em países desenvolvidos é trabalhar a *Tax Morale* como o fator principal à *Tax Compliance*." (Lima, 2015).

Para Lima (2015), os recursos da Administração Tributária devem ser investidos não só na fiscalização de tributos, mas também em tecnologias que melhorem o desempenho e reduzam tanto os custos das atividades fazendárias, quanto os custos dos contribuintes no cumprimento de suas obrigações acessórias. Em outras palavras, a Administração Tributária deve investir na melhoria do binômio *Tax Compliance* e *Tax Morale*, aumentando a qualidade e a transparência de suas atividades, reduzindo a burocracia dos procedimentos tributários e melhorando os processos orientativos dos contribuintes, para tornar mais fácil o caminho daqueles que querem cumprir espontaneamente suas obrigações tributárias, sem, contudo, esquecer de também investir na melhoria dos processos de fiscalização de tributos (*enforcement*) tornando-os mais ágeis, precisos e transparentes, para atuar contra aqueles contribuintes que se recusam dolosamente a pagar seus impostos e que tanto dano causam à sociedade.

Neste sentido, a SEFAZ/SP, por intermédio da Lei Complementar nº 1.232/2018, criou o programa de estímulo à conformidade tributária, denominado de Programa Nos Conformes[1], no qual procura criar um ambiente de confiança recíproca entre os contribuintes e a SEFAZ/SP, privilegiando as atividades orientativas, de atendimento e autorregularização dos contribuintes.

---

[1] Maiores informações sobre o Programa Nos Conformes podem ser obtidas no endereço https://portal.fazenda.sp.gov.br/servicos/nosconformes/Paginas/Sobre.aspx . Acessado em 18/02/21.

Por fim, tendo em mente a fundamental importância que o princípio da eficiência tem para toda a Administração Pública e, em particular para a Administração Tributária, este estudo pretende dar uma pequena contribuição para a melhoria da eficiência da atividade de fiscalização tributária, notadamente no campo da auditoria digital.

Este trabalho está dividido em cinco seções. Nesta primeira seção, faz-se uma introdução, na qual são apresentados os objetivos gerais e específicos, a justificativa e a delimitação deste estudo. Na segunda seção, apresenta-se uma revisão bibliográfica; na terceira seção, são discutidos os aspectos metodológicos; na quarta seção são apresentados e discutidos os principais resultados deste trabalho e na quinta e última seção, encontram-se as conclusões e limitações deste estudo. Ao final, há três apêndices e um anexo que completam este trabalho.

1.1 OBJETIVOS DO ESTUDO

Na subseção 1.1.1 a seguir, serão apresentados os objetivos gerais e na subseção 1.1.2, serão mostrados os objetivos específicos deste estudo.

1.1.1 Objetivos gerais

Os dois principais objetivos deste estudo são:

1. Estudar o grau de conformidade com a LB das notas fiscais eletrônicas emitidas e recebidas pelas empresas declaradas nulas pela SEFAZ/SP, no período 01/01/2017 a 31/12/2019, aplicando os seguintes testes de conformidade de primeiro e segundo dígito: Z, Qui-Quadrado, MAD e ExcessMAD e, também, investigar se tais empresas possuem similaridades, em razão desta conformidade/desconformidade e de suas caraterísticas cadastrais, comerciais e tributárias.
2. Ampliar o estudo feito por Bradley e Schulzke (2016), formulando o teste ExcessMAD para o primeiro e o segundo dígito e estudando o efeito que pequenas amostras têm sobre o erro do tipo I deste teste. A partir destes resultados, pretende-se aprimorar o método de otimização proposto por Silva e Carreira (2016) que estima a quantidade mínima de dígitos que deverão ser acrescentados e/ou retirados de um conjunto de dados, de forma a restabelecer a sua conformidade com a LB, e assim poder estimar os valores das operações comerciais e do ICMS eventualmente alterados pelas empresas nulas.

1.1.2 Objetivos específicos

Para se atingirem os objetivos gerais, foram definidos seis objetivos específicos:

1. A partir do Banco de Dados da SEFAZ/SP, realizar a extração de dados cadastrais, comerciais, tributários e dos valores monetários das NFE's válidas que foram emitidas e recebidas, por empresas paulistas declaradas nulas pela SEFAZ/SP, no período de 01/01/2017 a 31/12/2019, considerando um período máximo de dois anos, que antecederam às suas respectivas decretações de nulidade. Todas as informações utilizadas neste estudo estão protegidas por sigilo fiscal, em conformidade com as Resoluções Nº 20, de 14/03/2012 e Nº 42, de 26/05/2020 da SEFAZ/SP e, em razão disto, nenhuma das empresas será identificada direta ou indiretamente neste estudo.
2. Agrupar, em termos de similaridade, as empresas que foram declaradas nulas, em função de suas variáveis cadastrais, comerciais e tributárias.
3. Com base nos fatores obtidos na etapa anterior, agrupar as empresas nulas, em termos destas similaridades.
4. Formular o Teste ExcessMAD para o primeiro e segundo dígito e aplicar a técnica de simulação de Monte Carlo para estudar o efeito que amostras pequenas têm sobre o erro tipo I deste teste.
5. Identificar e mensurar as eventuais desconformidades com relação à LB das NFE's válidas que foram emitidas e recebidas pelas empresas nulas, aplicando os testes de conformidade de primeiro e segundo dígito: Z, Qui-Quadrado, MAD e ExcessMAD, para cada um dos grupos obtidos na etapa 3.
6. Adaptar o modelo de otimização proposto por Silva e Carreira (2016), que estima a quantidade mínima de dígitos que deverão ser acrescentados a um conjunto de dados, de forma a restabelecer a sua conformidade com a LB, para poder utilizá-lo com os testes de primeiro e segundo dígito e testar como função objetivo a ser minimizada, além do Qui-Quadrado, o ExcessMAD. Por fim, este modelo adaptado será aplicado para estimar os valores das operações comerciais e do ICMS eventualmente alterados pelas empresas nulas.

1.2 JUSTIFICATIVA DO ESTUDO

A justificativa deste estudo está sustentada por três pilares principais: relevância, originalidade e aplicabilidade.

No tocante à relevância, este trabalho pretende contribuir tanto para o ambiente acadêmico como para o empresarial. No ambiente acadêmico, especificamente no campo da auditoria, há duas questões em aberto que serão tratadas neste trabalho. A primeira, é determinar o efeito que as pequenas amostras têm sobre o teste de conformidade ExcessMAD, de forma a atenuar o erro tipo 1. Para Silva e Lopes (2017), este tipo de erro afeta a eficiência do processo de auditoria, pois leva o auditor a realizar, desnecessariamente, trabalhos adicionais de verificação. A segunda, é ampliar o escopo de utilização do algoritmo criado por Silva e Carreira (2016), para reconstrução de um arquivo de dados previamente alterado, de forma a restabelecer a sua conformidade com a LB. No ambiente empresarial, estimar os valores das operações comerciais e do ICMS eventualmente alterados por uma empresa, tomando-se como base, a desconformidade entre a LB e os valores das NFE's válidas emitidas e recebidas por ela, poderá auxiliar a Administração Tributária Paulista no aprimoramento dos critérios de seleção de contribuintes para auditoria.

Com relação à originalidade, este trabalho pretende preencher uma lacuna nas referências teóricas, com a formulação do Teste ExcessMAD de primeiro e de segundo dígito, inicialmente proposto por Bradley e Schulzke (2016) e com a ampliação do escopo de utilização do algoritmo utilizado para reconstrução de um arquivo de dados previamente alterado, de forma a restabelecer a sua conformidade com a LB, desenvolvido por Silva e Carreira (2016).

Quanto à aplicabilidade, a estimação dos valores das operações comerciais e do ICMS eventualmente alterados por uma empresa, poderá vir a ser utilizada pela SEFAZ/SP, com impacto positivo nos níveis de eficiência dos processos de seleção de contribuintes para auditoria, priorizando aquelas empresas que, eventualmente, apresentem um maior nível de manipulação de dados.

1.3 DELIMITAÇÃO DO ESTUDO

Este trabalho será realizado com dados secundários, coletados junto ao banco de dados da SEFAZ/SP. Ressalta-se que as informações utilizadas neste trabalho estão protegidas por sigilo fiscal, em conformidade com a Resolução da SEFAZ/SP SF Nº 20, de 14/03/12 e, em razão disto, nenhuma empresa terá sua identidade revelada de forma direta ou indiretamente.

A amostra considerada neste estudo será formada por todas as empresas paulistas que tiveram suas inscrições estaduais declaradas nulas pela SEFAZ/SP, entre 01-01-2017 e 31-12-2019. As NFE’s de saídas válidas emitidas e recebidas por estas empresas, serão referentes ao período de 01-01-2015 a 31-12-2019.

Ressalta-se que somente foram consideradas neste estudo, as NFE’s válidas de saída emitidas e recebidas pelas empresas nulas. Para simplificação da análise, não foram consideradas as NFE’s canceladas pela empresa e nem as NFE’s denegadas (são notas fiscais que apresentaram alguma irregularidade e que após terem sua chave de registro gravadas no banco de dados da SEFAZ/SP, não mais poderão ser utilizadas ou canceladas).

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nesta seção, será apresentada uma revisão bibliográfica sobre fraudes, a administração tributária, o ICMS, as empresas nulas, as notas fiscais eletrônicas, os autos de infração e imposição de multa aplicados pela fiscalização e a Lei de Benford.

2.1 TEORIA SOBRE FRAUDES

A Norma Brasileira de Contabilidade, NBC TA 240, publicada no Diário Oficial da União, em 05/09/2016, dispõe sobre a responsabilidade do auditor em relação à fraude, no contexto da auditoria de demonstrações contábeis. Consta nesta norma que as distorções nas demonstrações contábeis podem originar-se de fraude (ato intencional) ou erro (ato não intencional) e que apesar de o conceito jurídico de fraude ser bastante amplo, quando ele está circunscrito às normas de auditoria, o auditor deve se preocupar com a fraude que causa dois tipos de distorções relevantes nas demonstrações contábeis: o primeiro, refere-se às distorções decorrentes de informações contábeis fraudulentas e o segundo, refere-se à apropriação indébita de ativos. E alerta que "apesar de o auditor poder suspeitar ou, em raros casos, identificar a ocorrência de fraude, ele não estabelece juridicamente se realmente ocorreu fraude."

Donald R. Cressey é o responsável pela criação da teoria clássica sobre fraudes, conhecida como teoria do triângulo da fraude. Segundo Machado (2018), Cressey cursou doutorado em criminologia na Universidade de Indiana, onde estudou o comportamento de fraudadores, tendo entrevistado cerca de 200 detentos condenados por fraude. Cressey (1953) propõe que o estudo da fraude seja feito considerando-se três dimensões: pressão, oportunidade e racionalização. Para Castañeda (2017), a pressão refere-se a uma necessidade financeira pessoal ou familiar, real ou imaginária que um indivíduo tem e não consegue resolver por meios legítimos. A oportunidade refere-se ao conjunto de circunstâncias ambientais, que facilitam a ação fraudulenta, incluindo nestas circunstâncias, a proteção que o indivíduo tem para ajudá-lo a reduzir o risco de ser pego ou responsabilizado pela fraude. A racionalização refere-se basicamente ao diálogo interno que o fraudador tem consigo mesmo, de forma a manter sua auto-imagem de inocente ou não responsável pela fraude, podendo inclusive projetar a responsabilidade por suas ações fraudulentas nas outras pessoas.

Wolfe e Hermanson (2004) propuseram uma ampliação no modelo do triângulo da fraude de Cressey, sugerindo que se acrescente uma quarta dimensão no estudo da fraude denominada de habilidade. A habilidade refere-se ao conhecimento e à competência do

fraudador para cometer a fraude. Castañeda (2017) cita que este conhecimento está relacionado, por exemplo, com a habilidade do fraudador em compreender e explorar as fraquezas dos sistemas da empresa, a ausência de regulamentos e regras e a sua capacidade de controlar a tensão na prática de um ato fraudulento. Este novo modelo é denominado de quadrado ou diamante da fraude.

Castañeda (2017) cita uma quinta dimensão no estudo da fraude denominada de motivação. A motivação está relacionada em como o fraudador percebe a fraude, a partir de sua ética e integridade pessoal e, também, dos papéis específicos que ele desempenha em sua vida familiar, social e profissional. Este novo modelo é denominado de pentágono da fraude.

Para investigar e combater a fraude é necessário que se faça uma análise constante sobre estas cinco dimensões da fraude: pressão, oportunidade, racionalização, habilidade e motivação. Segundo Castañeda (2017), uma intervenção metódica nestas dimensões pode levar a uma gestão e promoção da lealdade dentro da empresa, fazendo com que aquelas pessoas com comportamento fraudador sejam expelidas da corporação.

Condé, Almeida e Quintal (2015) realizaram uma interessante investigação empírica descrevendo a partir dos pressupostos da teoria do triângulo da fraude de Cressey, TTF, e da teoria dos escândalos corporativos, TEC, as características da fraude nas demonstrações contábeis da empresa norte-americana Kmart, que foi denunciada pela *Securities and Exchange Commission* (SEC), em 2005. Os resultados do estudo mostraram aderência entre a fraude contábil da Kmart e as proposições das teorias TTF e TEC. Por fim, eles lançaram uma reflexão sobre se as características dos atos fraudulentos identificados no estudo poderiam, eventualmente, se repetir com as empresas brasileiras e seus gestores, uma vez que eles passariam a estar submetidos a um modelo de estrutura de capital similar ao da Kmart.

O estudo sobre fraudes é amplo, complexo e polêmico. Almeida (2011) menciona que "a fraude é um fenômeno sistêmico que provoca rupturas no tecido social e vultosos prejuízos às organizações governamentais e privadas e, em última instância, ao cidadão". As empresas nulas analisadas neste estudo tiveram um comportamento fiscal, que levou a SEFAZ/SP a decretar a nulidade de sua inscrição e de suas operações comerciais; apesar disto, na verificação das desconformidades das notas fiscais eletrônicas emitidas e recebidas por estas empresas com relação à LB, não foi investigado se tais desconformidades eram oriundas de erro (ato não intencional) e/ou de fraude (ato intencional). Este tema poderá vir a ser alvo de um futuro estudo.

2.2 ADMINISTRAÇÃO TRIBUTÁRIA

Para Chiavenato (2003), a administração tem como tarefa “interpretar os objetivos propostos pela organização e transformá-los em ação organizacional por meio do planejamento, organização, direção e controle de todos os esforços realizados em todas as áreas e em todos os níveis organizacionais, a fim de alcançar tais objetivos da maneira mais adequada à situação”. A administração é uma ciência que pode ser aplicada tanto para empresas e organizações privadas (Administração Privada) quanto para as públicas (Administração Pública).

Para Meirelles (2016), a “Administração Pública é todo o aparelhamento do Estado, preordenado à realização de seus serviços, visando à satisfação das necessidades coletivas”. A Administração Pública é a estrutura organizacional do Estado composta pelo governo (dirigentes) e por um corpo de funcionários, dos Poderes Executivo, Legislativo e Judiciário, das esferas federal, estadual e municipal. De acordo com Pereira (1997), a Administração Pública apresenta especificidades decorrentes da natureza da atividade pública e que não estão presentes no setor privado e cita algumas diferenças:

- As finalidades principais das atividades de caráter privado são o lucro e a sobrevivência em um ambiente de alta competitividade, enquanto os objetivos da atividade pública são imbuídos do ideal democrático de prestar serviços à sociedade, em prol do bem-estar comum;
- A preocupação em satisfazer o cliente no setor privado é baseada no interesse, enquanto no setor público, essa preocupação tem que ser alicerçada no dever;
- O cliente atendido, no setor privado, remunera diretamente a organização, pagando pelo serviço recebido ou pelo produto adquirido; no setor público, o cliente atendido paga indiretamente, pela via do imposto, sem qualquer simetria entre a quantidade e a qualidade do serviço recebido e o valor do tributo que recolhe.
- As políticas voltadas para a qualidade no setor privado referem-se a metas de competitividade no sentido da obtenção, manutenção e expansão de mercado; enquanto no setor público, a meta é a busca da excelência no atendimento a todos os cidadãos, ao menor custo possível.

A Administração Tributária se insere dentro da Administração Pública. Em nível federal, a Secretaria da Receita Federal é o órgão central de direção superior da Administração Tributária Federal, exercendo as funções básicas de controle, normatização, arrecadação e fiscalização dos tributos - inclusive os aduaneiros - e contribuições federais. Em nível estadual,

a Secretaria da Fazenda e Planejamento do Estado de São Paulo é responsável pela arrecadação dos tributos estaduais, pela gestão financeira e pelo planejamento e controle da execução orçamentária da administração estadual. Na cidade de São Paulo, a Secretaria Municipal de Finanças e Desenvolvimento Econômico é o órgão central da Administração Tributária Municipal, tendo como uma de suas principais atribuições administrar, fiscalizar e arrecadar tributos e contribuições municipais.

2.3 ASPECTOS DO ICMS

Segundo Rezende (2012), no final do Império, a Constituição de 1891 promoveu poucas mudanças no sistema tributário da época, limitando-se a adequá-lo ao regime federativo, delimitando as competências tributárias privativas da União e dos Estados. Em 1934, ocorreu a principal mudança na tributação estadual, na qual se atribui aos Estados a competência para instituir o Imposto sobre Vendas e Consignações (IVC). A Emenda Constitucional nº 18 de 1965 substitui o IVC por um moderno Imposto sobre o Valor Adicionado na Circulação de Mercadorias (ICM), tendo como objetivo racionalizar a tributação estadual (Rezende, 2012). A Constituição Federal de 1988 ampliou o campo de incidência do ICM, incorporando dois novos serviços: o de comunicação e o de transporte interestadual e intermunicipal, criando o atual Imposto Sobre Operações Relativas à Circulação de Mercadorias e Sobre Prestações de Serviços de Transporte Interestadual e Intermunicipal e de Comunicação (ICMS).

A Constituição Federal de 1988, no art.155, II, atribui aos Estados e ao Distrito Federal a competência de instituir o ICMS. No Estado de São Paulo, a Lei n° 6.374, de 01-03-1989 institui o ICMS e, por intermédio do Decreto 45.490, de 30-11-2000, foi aprovado o RICMS - Regulamento do Imposto Sobre Operações Relativas à Circulação de Mercadorias e Sobre Prestações de Serviços de Transporte Interestadual e Intermunicipal e de Comunicação.

A estrutura deste imposto é muito complexa, seu regulamento é composto por mais de 500 artigos. Em razão disto, serão explicados a seguir, somente os conceitos estritamente necessários do ICMS que auxiliem na compreensão deste trabalho.

2.4 CONSIDERAÇÕES SOBRE AS EMPRESAS NULAS

A SEFAZ/SP, por intermédio da Portaria CAT-95/06, de 24-11-2006, atualizada pela Portaria CAT-63/16, de 09-05-2016, dispõe sobre a suspensão, cassação e nulidade da eficácia da inscrição no cadastro de contribuintes do ICMS do Estado de São Paulo. Segundo estas

resoluções, uma empresa que está inscrita no cadastro de contribuinte do ICMS do Estado de São Paulo, pode ser enquadrada em um dos cinco tipos de categoria: ativa, suspensa, inapta, baixada e nula.

De uma forma sucinta, uma inscrição será considerada ativa, quando estiver regular perante o Cadastro de Contribuinte do ICMS da SEFAZ/SP; pode ser considerada suspensa por vários motivos, como por exemplo, quando o contribuinte comunicar a interrupção temporária das suas atividades à SEFAZ/SP; pode ser declarada inapta por inúmeras causas, como por exemplo, quando ocorre o falecimento da pessoa física ou encerramento de partilha ou arrolamento; será considerada baixada, quando houver sido deferida pela SEFAZ/SP, a solicitação de baixa efetuada a pedido da empresa, e por fim, a inscrição será enquadrada como nula, a partir da data de sua concessão ou de sua alteração, quando, mediante processo administrativo, for constatada: simulação de existência do estabelecimento ou da empresa; simulação do quadro societário da empresa; inexistência do estabelecimento para o qual foi concedida a inscrição; indicação incorreta da localização do estabelecimento, dentre outros motivos. A partir do momento em que a SEFAZ/SP decretar a nulidade da inscrição de uma empresa, ela ficará impossibilitada de emitir ou receber as NFE's.

Somente as empresas nulas foram analisadas neste estudo. A razão desta escolha reside no fato de que estas empresas tiveram um comportamento fiscal, que levou a SEFAZ/SP a decretar a nulidade de sua inscrição e de suas operações comerciais e, portanto, torna-se importante estudar e compreender melhor, sob a ótica da LB, parte do fluxo comercial destas empresas.

2.5 CONSIDERAÇÕES SOBRE AS NOTAS FISCAIS ELETRÔNICAS

A NFE é um documento de existência apenas digital, emitido e armazenado eletronicamente, com o intuito de documentar, para fins fiscais, uma operação de circulação de mercadorias ou uma prestação de serviços, ocorrida entre uma empresa e um cliente, que pode ser uma empresa ou consumidor final. A validade jurídica de uma NFE é garantida pela assinatura digital do remetente (garantia de autoria e de integridade) e pela autorização de uso dada pela SEFAZ/SP.

A NFE traz benefícios tanto para empresa emitente (em geral o vendedor) quanto para a empresa destinatária (em geral o comprador), tais como redução de custos de impressão do documento fiscal, não requerer a digitalização do original em papel, o que permite a otimização dos processos de organização, guarda e gerenciamento de documentos eletrônicos; redução de

tempo de parada de caminhões em Postos Fiscais de Fronteira; eliminação de digitação de notas fiscais na recepção de mercadorias, dentre outros.

A nota fiscal registra a transferência de uma mercadoria ou serviço entre uma empresa e um cliente (que pode ser outra empresa ou consumidor final). Sua principal função é pautar a contabilidade e o pagamento de impostos. Dependendo do tipo de operação comercial, uma empresa deve emitir, basicamente, dois tipos de notas fiscais: a de entrada e a de saída. No Anexo I são reproduzidos os artigos 125 e 136 do RICM/SP, em consulta feita ao Regulamento do ICMS/SP em 27/07/2020, que definem todas as inúmeras situações nas quais os contribuintes devem emitir notas fiscais de saída e de entradas, respectivamente.

Neste estudo, foram analisadas as NFE's válidas de saída emitidas pelas empresas nulas, antes da decretação de sua nulidade. Estas notas fiscais de saída são geralmente emitidas para registrar as vendas de uma empresa, porém elas também podem ser emitidas para outras finalidades, como por exemplo, para transferir mercadoria entre as filiais de uma empresa.

Também foram analisadas as NFE's válidas de saída emitidas por outras empresas para as empresas nulas aqui estudadas. De uma forma simplificada, estas notas fiscais são emitidas pelos fornecedores das empresas nulas e, em regra, representariam as compras de mercadorias efetuadas pelas empresas nulas. Para maiores detalhes, todas as circunstâncias em que uma empresa deve emitir notas fiscais de saída e de entrada estão descritas no Anexo I.

É importante ressaltar que neste trabalho, o que está sendo estudado é a conformidade, em relação à LB, das NFE's válidas de saída emitidas e recebidas pelas empresas nulas e não a conformidade das compras e vendas destas empresas.

Uma última consideração a ser feita é que, em geral, vários produtos podem fazer parte de uma mesma nota fiscal, sendo que a quantidade, o preço unitário e o valor de cada um destes produtos são descritos individualmente dentro da nota fiscal. Neste trabalho, analisou-se o valor de cada produto individualmente dentro da nota fiscal e não o valor total desta nota.

2.6 CONSIDERAÇÕES SOBRE OS AUTOS DE INFRAÇÃO E IMPOSIÇÃO DE MULTA

Em consulta feita ao Regulamento do ICMS/SP em 27/07/2020, os artigos de 527 a 530 inseridos no Capítulo I - Das Infrações e das penalidades do Livro IV do RICMS/SP descrevem, em detalhes, as multas e penalidades a serem aplicadas sobre o contribuinte paulista que descumprir as obrigações principal e/ou acessórias, instituídas pela legislação do ICMS.

Em resumidas palavras, constatada qualquer infração à legislação tributária paulista, a autuação de uma empresa é feita por intermédio da lavratura de um AIIM-Auto de Infração e Imposição de Multa. Após um AIIM ter sido lavrado contra uma empresa, ela pode, em tese, pagar o AIIM ou entrar com defesa em uma Instância Administrativa da própria SEFAZ/SP ou recorrer ao Poder Judiciário, contestando parte ou a totalidade do auto de infração lavrado contra ela. Durante todo o processo de defesa de um AIIM, a empresa tem direito a ampla defesa e ao contraditório.

O resultado final de um julgamento tributário pode determinar que o contribuinte pague o valor total do AIIM lavrado contra ele ou pague parte dele ou não pague nada, na hipótese de o julgador entender que não havia motivos para que o auto de infração tivesse sido lavrado contra a empresa.

Ao final do processo de julgamento tributário, se um contribuinte tiver sido condenado a pagar um AIIM e não o fizer, o AIIM é encaminhado para a Procuradoria Geral do Estado (PGE), para que seja feita a sua inscrição em Dívida Ativa e a empresa ou sócios, dependendo do caso, terão seus bens bloqueados para pagar a dívida e ainda terão seus nomes inscritos no Cadastro Informativo dos Créditos não Quitados de Órgãos e Entidades Estaduais (CADIN) e não poderão negociar com órgãos públicos até que a dívida seja sanada.

Os valores do ICMS devido e das multas aplicadas nos AIIM''s, são, em regra, corrigidos pela inflação, desde a data em que a infração foi cometida até a data do seu efetivo pagamento. Neste estudo, serão considerados os valores nominais dos AIIM’s, sem qualquer correção ou multa, lavrados contra as empresas nulas, independentemente destes AIIM’s terem sido efetivamente pagos ou ainda estarem em discussão nas esferas administrativa ou judicial.

2.7 LEI DE BENFORD

Nesta seção, serão apresentados um breve histórico sobre: a LB, sua formulação matemática, os principais testes de conformidade e algumas considerações sobre o tamanho da amostra e sobre o algoritmo de otimização relacionados com a LB.

2.7.1 Histórico

Na literatura, a lei é citada como Lei de Newcomb-Benford ou mais comumente como Lei de Benford, sendo que esta última designação será adotada neste trabalho.

Segundo Gauvrit (2017), no final do século 19, Simon Newcomb observou que o primeiro dígito significativo (diferente de zero) de um conjunto formado por números aparentemente aleatórios, muitas vezes não seguiam, como seria de se esperar, uma distribuição uniforme com probabilidade igual para qualquer um dos dígitos de 1 a 9.

Ao invés disto, a distribuição do primeiro dígito era decrescente, contendo mais dígitos 1 do que 2, mais 2 do que 3, e assim por diante. Anos mais tarde, em 1938, Frank Benford redescobriu o fenômeno e aprofundou o seu estudo. Benford (1938) constatou empiricamente a hipótese de Newcomb (1881) de que havia mais números começando com dígitos significativos mais baixos do que com mais altos. Em seu experimento, Benford (1938) coletou mais de 20.000 observações das mais diferentes áreas do conhecimento (população de cidades, áreas de rios, constantes físicas, etc.) e chegou, inclusive, a estabelecer uma lei logarítmica que permitia calcular a probabilidade dos dígitos significativos.

Em 1967, Mosteller, Youtz e Zahn descobriram que a chance de que haja arredondamento em uma tabela de frequência com soma 100% era de 3/4, caso houvesse três categorias; de 2/3, se houvesse quatro categorias e de $\sqrt{\frac{6}{\pi.c}}$, caso houvesse um número c de categorias (Diaconis & Freedman, 1979). Diaconis e Freedman (1979) desenvolveram um estudo sobre a probabilidade de que uma tabela de porcentagens arredondadas tenha soma total igual a 100% e aplicaram este resultado à tabela utilizada por Benford (1938) para deduzir sua lei logarítmica e concluíram que os dados não seguiram o modelo matemático desenvolvido por eles, nem qualquer um dos modelos probabilísticos estudados em seu artigo, levantando suspeitas de que Benford (1938) manipulou os dados para fazer as linhas somarem exatamente 100%. Sobre este assunto, Durtschi, Hillison e Pacini (2004) afirmam que o trabalho de Diaconis e Freedman (1979) oferece prova convincente de que Benford (1938) manipulou erros de arredondamento para obter um melhor ajuste à sua lei logarítmica, apesar de que mesmo os dados não manipulados já permitiriam um ajuste notavelmente bom, segundo Hill (1995a).

Quase seis décadas depois, em 1995, Theodore P. Hill, escreveu um artigo seminal denominado *A Statistical Derivation of The Significant-Digit Law* no qual fez uma prova matemática da LB, Hill (1995a). Ele mostrou que, da mesma forma que a distribuição normal, a distribuição de Benford é um fenômeno empiricamente observável e que os conjuntos de números que estão em conformidade com a distribuição Benford são distribuições de segunda geração, ou seja, são formados por combinações de outras distribuições, isto é, se fizermos uma amostragem, combinando amostras aleatórias retiradas de distribuições individuais que estejam

ou não em conformidade com a LB, as frequências dos dígitos significativos desta amostragem convergirão para a distribuição de Benford (Durtschi, Hillison, & Pacini, 2004).

Este é um fato relevante, pois, de uma certa forma, fundamenta a utilização da análise digital contábil com base na LB, uma vez que várias contas contábeis são resultantes da combinação de distribuições. Por exemplo, a conta contábil Contas a Receber é uma combinação multiplicativa da distribuição do número de itens vendidos pela distribuição dos preços de venda de cada item; da mesma forma, a conta contábil Contas a Pagar é uma combinação multiplicativa da distribuição do número de itens comprados pela distribuição dos preços de compra de cada item.

Durtschi, Hillison e Pacini (2004) afirmam que, em geral, os resultados da análise digital com base na LB são mais confiáveis se toda a conta contábil for analisada, ao invés de amostrada, uma vez que, quanto maior o número de transações ou itens no conjunto de dados, mais precisa será a análise.

Hill (1995b) mostrou também que a LB é invariante por mudança de base. Em outras palavras, a LB é válida independente da unidade de medida em que o conjunto analisado esteja sendo medido, se no sistema métrico inglês ou internacional, e apresentou como a LB se aplicava na análise de erro de arredondamento em projeto de computadores, em testes estatísticos para verificar a adequação de um modelo matemático a LB, em jogos numéricos e na detecção de fraudes fiscais.

Cleary, Thibodeau e Jay (2005) exemplificam como um auditor aplicaria o teste de conformidade com LB de primeiro dígito, na fase inicial dos trabalhos de auditoria:

H0: A distribuição do primeiro dígito da conta analisada está em conformidade com a LB.

H1: A distribuição do primeiro dígito da conta analisada não está em conformidade com a LB.

O que está subjacente na hipótese nula H0 é que nenhum erro e/ou fraude ocorreram. Portanto, rejeitar H0, significaria afirmar que a distribuição de primeiro dígito não está em conformidade com a LB (hipótese alternativa H1). Cleary, Thibodeau e Jay (2005) apontam quatro possíveis explicações para o fato de H0 ter sido rejeitada:

1) A distribuição do primeiro dígito dos dados está em conformidade com a LB, mas devido à aleatoriedade do processo amostral, esta amostra em particular não está. Este é o tradicional erro do tipo I.

2) A estrutura interna do conjunto de dados não é adequada para que se aplique a LB. Há alguns pressupostos que serão apresentados ainda nesta seção, que ajudam a identificar a adequação ou não de se aplicar a LB a um determinado conjunto de dados.
3) Existe uma convincente explicação externa que permitiria justificar uma superabundância de um determinado dígito e apresentam o exemplo de uma empresa que tinha um acordo para fazer uma transferência diária de recursos financeiros para um fornecedor no valor de U$ 450,00. Neste caso, o primeiro dígito 4 e o segundo dígito 5 poderiam estar super-representados na amostra.
4) Algumas das entradas são oriundas de erro e/ou fraude. Esta é, na verdade, a hipótese alternativa H1 do teste de hipótese.

São mostradas na Tabela 1, algumas sugestões de conjuntos de dados para os quais são e, também, para os quais não são recomendáveis a aplicação da análise digital baseada na LB, segundo Durtschi, Hillison e Pacini (2004). Por exemplo, é recomendável que o conjunto tenha média maior que a mediana e também que tenha assimetria positiva. Por sua vez, não é recomendável que se aplique a análise digital a contas em que haja uma grande repetição de um mesmo valor, pois os dígitos destes números apareceriam em maior quantidade, distorcendo a análise. Ressalta-se que a lista de conjuntos apresentada na Tabela 1 é apenas exemplificativa.

Tabela 1 - Conjuntos Benford x Não Benford

Quando a Análise Benford é ou não é útil	
Quando a análise de Benford é provavelmente útil	**Exemplo**
Conjuntos de números que resultam da combinação matemática de números - O Resultado vem de duas distribuições	Contas a receber (quantidade vendida x preço) Contas a pagar (quantidade comprada x preço)
Dados no nível da transação	Desembolsos, vendas, despesas
Em grandes conjuntos de dados - quanto mais observações, melhor	Transações do ano inteiro
Contas que parecem estar em conformidade - Quando a média de um conjunto de números é maior que a mediana e a assimetria é positiva	A maioria dos conjuntos de números contábeis
Quando a análise de Benford não é provavelmente útil	**Exemplo**
O conjunto de dados é composto por números atribuídos	Números de Controle (registro), números de faturas, códigos postais
Números que são influenciados pelo pensamento humano	Preços fixados em limites psicológicos (US $ 1,99), saques em caixas eletrônicos
Contas com um grande número de valores específicos	Uma conta configurada especificamente para registrar reembolsos de US$ 100
Contas com um mínimo ou máximo incorporado	Conjunto de ativos que devem atender a um limite a ser registrado
Onde nenhuma transação é registrada	Furtos, propinas, contratação de equipamentos

Fonte: Adaptado de Durtschi, Hillison e Pacini (2004).

Bradley e Schulzke (2016) afirmam que há um grande fluxo de pesquisas nas áreas contábeis e de auditoria que utilizam análise digital com base na LB, o que indica que a LB tem sido utilizada como uma ferramenta útil na detecção de fraude, conforme apontam os trabalhos de Durtschi, Hillison e Pacini (2004), Nigrini e Miller (2009), Nigrini (2011), Nigrini (2012), Amiram, Bozanic e Rouen (2015). Porém, Bradley e Schulzke (2016) alertam que pode estar havendo duas fontes de confusão nos trabalhos que foram analisados por eles; a primeira, se deve à interpretação equivocada da Regra de Bayes, quando aplicada a LB, o que pode estar afetando os custos e a probabilidade de sucesso de auditorias e investigações forenses e a segunda, está relacionada ao fato de que os testes de conformidade com a LB, muitas vezes são aplicados em conjuntos de dados de tamanho pequeno a moderado e, portanto, tais testes estão mais propensos a sinais de falsos positivos. E como não há uma definição clara do que seja um tamanho de amostra pequeno ou moderado, muitos pesquisadores e auditores podem estar cometendo erros em seus julgamentos.

Bradley e Schulzke (2016) também advertem que amostras muito grandes exigidas pelos testes de conformidade com a LB podem levar a um excesso de poder estatístico nos testes estatísticos de significância de hipótese nula (NHST). Como a LB é apenas um modelo e não uma descrição exata da verdade, é possível que pequenos desvios, que sejam pouco significativos em relação à LB, sejam sinalizados, como desconformidades, pelas estatísticas do NHST.

Paes (1998) alerta que o tamanho da amostra deve ser grande o suficiente para que seja possível se detectarem diferenças importantes, uma vez que amostras muito pequenas podem deixar que diferenças importantes passem desapercebidas, enquanto amostras exageradamente grandes, além de encarecer o custo do estudo, podem tornar pequenas diferenças, que são irrelevantes para o estudo, em diferenças estatisticamente significativas.

Muralidhar, Ames e Sarathy (1991) alertam que os métodos clássicos frequentemente utilizados para se estimar parâmetros de uma população em auditoria se baseiam no pressuposto de normalidade da distribuição dos dados, o que pode levar a conclusões errôneas e enganosas, uma vez que as evidências empíricas sugerem, que tal suposição pode não ser válida. Para contornar este problema, eles sugerem a aplicação do método *bootstrap*, que substitui complexas técnicas analíticas por análises empíricas baseadas em simulação computacional. Eles aplicaram o método *bootstrap* para pequenas amostras para estimar parâmetros de populações em auditoria com distribuições assimétricas. Os resultados das simulações de Monte Carlo indicaram que o método *bootstrap* foi mais eficaz e eficiente do que os métodos analíticos clássicos usualmente utilizados.

A Secretaria Adjunta de Fiscalização do Tribunal de Contas da União apresentou um extenso trabalho, TCU (2002), sobre técnicas de amostragem para auditorias. Dentre os vários assuntos tratados, destaca-se a sugestão do emprego do método *bootstrap*, na estimativa dos intervalos de confiança dos parâmetros populacionais, para amostras retiradas de populações com um substancial nível de não-normalidade, especialmente quando se está trabalhando com amostras pequenas.

Nigrini (2011) faz quatro considerações sobre o tamanho de amostras a ser utilizado nos testes baseados na LB. A primeira consideração é quando se trabalha com amostras pequenas, por exemplo, tomando-se uma amostra com 100 elementos que esteja em conformidade com a LB, e sabendo-se que a frequência esperada de que o primeiro dígito seja 9 é de 0,04576, espera-se ter 4 ou 5 elementos começando com o dígito 9 nesta amostra. Neste caso, a frequência observada seria de 4/100 ou 5/100, portanto distante da frequência esperada 0,04576, pelo simples fato de termos uma pequena amostra. A segunda consideração é que o tamanho da amostra deva ter pelo menos 1.000 elementos, para que se tenha bom ajuste à LB. No entanto, se esse requisito for violado, existirá um viés um pouco maior a favor dos dígitos significativos menores. A terceira consideração é que se a amostra tiver menos de 1.000 registros, o teste de conformidade com a LB pode ser executado, mas deve-se estar disposto a aceitar grandes desvios, antes de se concluir que os dados não estão em conformidade com a LB. A quarta e última consideração é que não se deve aplicar o teste de conformidades com amostras que tenham menos de 300 registros. Neste caso, a melhor opção seria simplesmente classificar estes registros do maior para o menor e procurar eventuais anomalias.

Nigrini e Linda (1997) sugerem que o teste de primeiro dígito da LB deveria ser utilizado como um teste inicial de razoabilidade, mas que ele não se destina a selecionar amostras de auditoria. Por exemplo, se o teste de primeiro dígito sinalizar desconformidade com a LB no dígito 2, o auditor precisará selecionar amostras que comecem com os dígitos 20, 21, ..., 29, para verificar em qual(is) posição(ões) há problema(s) que contribui(ram) para a desconformidade do dígito 2; isto poderia resultar em uma grande amostra de auditoria a ser analisada. Ainda segundo Nigrini e Linda (1997), o teste do segundo dígito também deveria ser utilizado como um teste preliminar de razoabilidade e não seria eficiente utilizá-lo para selecionar amostras de auditoria. Por exemplo, se o teste de segundo dígito apresentasse desconformidade com a LB no dígito 4, o auditor precisaria selecionar amostras que começassem com os dígitos 14, 24, ..., 94, para verificar em qual(is) posição(ões) há problema(s) que contribui(ram) para a anomalia do segundo dígito 4, o que também poderia resultar numa grande amostra de auditoria a ser analisada. Segundo eles, o teste dos dois

primeiros dígitos seria mais adequado para a seleção de amostras de auditoria, uma vez que ele permitiria a seleção de amostra com tamanhos menores.

Nigrini e Drake (2000) sugerem que as distribuições de primeiro e de segundo dígito sejam utilizadas apenas como testes preliminares de conformidade com a LB, uma vez que a distribuição dos dois primeiros dígitos captura melhor a natureza logarítmica da LB e portanto, deve ser utilizada nos testes de conformidade com a LB. Por outro lado, Diekmann (2007), após criar um conjunto de dados dos primeiros dígitos de médias, desvios padrões, coeficientes de correlação e coeficientes de regressão padronizados e não padronizados a partir de tabelas publicadas em dois volumes de American Journal of Sociology de janeiro de 1996 (vol. 101) a maio de 1997 (vol. 102), sugeriu que, para verificar se houve erro ou manipulação de dados em um determinado conjunto, é mais promissor se investigar a desconformidade com relação à LB dos dígitos posicionados mais à direita, como por exemplo, o segundo, o terceiro e o quarto dígito, do que analisar a desconformidade de primeiro dígito.

Outro importante ponto destacado por Bradley e Schulzke (2016) que poderia estar contribuindo para aumentar o erro tipo I nos estudos de análise digital que se baseiam na LB, é a desconsideração ou aplicação incorreta da Regra de Bayes, que medeia o custo e a utilidade da LB no diagnóstico de fraude. Para entender melhor esta afirmação, é preciso considerar a Regra de Bayes dada pela Equação (1)

$$P(F|S) = \frac{P(F \cap S)}{P(S)} = \frac{P(F).P(S|F)}{P(S)} = \frac{P(F).P(S|F)}{P(F).P(S|F) + P(F^C).P(S|F^C)} \quad (1)$$

Onde, P(F) é a probabilidade incondicional ou a priori de que haja fraude ou manipulação nos dados contábeis; $P(F^C)$: é a probabilidade incondicional ou a priori de que não haja fraude ou manipulação nos dados contábeis; P(S): é a probabilidade incondicional ou a priori de que haja sinal diagnóstico de fraude ou manipulação nos dados contábeis; P(S|F) é a probabilidade condicionada ou a posteriori de que haja sinal diagnóstico de fraude ou manipulação dado que há fraude ou manipulação nos dados contábeis; $P(S|F^C)$ é a probabilidade condicionada ou a posteriori de que haja sinal diagnóstico de fraude ou manipulação dado que não há fraude ou manipulação nos dados contábeis, esta é a probabilidade de ocorrência do erro tipo I e P(F|S) é a probabilidade condicionada ou a posteriori de que haja fraude ou manipulação dado que há sinal diagnóstico de fraude ou manipulação nos dados contábeis.

Bradley e Schulzke (2016) afirmam que se P(F), que é a probabilidade incondicional de que haja fraude ou manipulação de dados, for relativamente pequena, então P(F|S), pode ser

aumentada de forma mais eficaz, reduzindo-se $P(S|F^C)$, que é a probabilidade de ocorrência do erro tipo 1 do que aumentando-se $P(S|F)$, indicando que um prêmio deve ser colocado na redução do erro tipo 1 (falsos positivos).

Dentro de determinadas condições, a afirmação de que se deve tentar reduzir o erro tipo 1, pode ser estendida para ambientes onde $P(F)$, não seja relativamente pequena. Esta afirmação é mostrada com detalhes no Apêndice II.

Alves, Yanasse e Soma (2013) apontam que a LB tem sido aplicada tanto em conjuntos de dados artificiais criados pelo próprio homem, como por exemplo, trabalhos que analisam dados financeiros de uma comunidade religiosa, que buscam detectar fraudes em publicações científicas ou em processos eleitorais; também, tem sido aplicada em conjuntos gerados pela própria natureza, como por exemplo, trabalhos que analisam séries temporais de aglomerados sísmicos e dados hidrológicos.

Silva e Carreira (2011) desenvolveram dois modelos de programação matemática que ajudam a selecionar alvos de auditoria utilizando a LB. Silva e Carreira (2013) propuseram um método de seleção de amostras de auditoria usando a LB e Silva e Carreira (2016) desenvolveram um algoritmo que avalia a omissão de registros de um conjunto de dados e procura refazer sua recomposição usando a LB. Este último trabalho servirá de base para o desenvolvimento do algoritmo a ser desenvolvido neste estudo.

O assunto também desperta interesse entre os pesquisadores brasileiros. Há inúmeros trabalhos que apontam que análise digital com base na LB tem sido utilizada com sucesso. Santos, Diniz e Corrar (2005), Santos, Tenório e Silva (2009) pesquisaram a aplicação da LB nas áreas de auditoria contábil e digital; Costa, Santos e Travassos (2012) pesquisaram a aplicação da LB na análise de conformidade dos gastos públicos de dois estados brasileiros; Lagioia et al. (2008) e Lagioia et al. (2011) analisaram aplicações da LB na auditoria tributária do imposto sobre serviços de qualquer natureza (ISS) e Oliveira et al. (2018) aplicaram teste de conformidade com a LB de segundo, de terceiro e de quarto dígito para analisar a ocorrência de distorções nas demonstrações financeiras da Petrobrás.

Neste trabalho, foram utilizados os seguintes testes de conformidade com a LB de primeiro e de segundo dígito: Z, Qui-Quadrado, MAD e ExcessMAD. Estes testes serão aplicados sobre amostras com tamanho mínimo de 100 elementos.

2.7.2 Formulação matemática dos testes de conformidade

Os testes e as condições necessárias para definir se um determinado conjunto de dados está em conformidade com a LB, ainda continuam sendo uma questão de pesquisa em aberto, inclusive no campo da matemática, onde são utilizadas duas definições para o problema (Nigrini, 2017). A primeira definição, que será utilizada neste estudo, estabelece que um conjunto de dados (ou uma variável aleatória) é dito ser Benford, se satisfizer a Equação (2), para todo bloco inicial de *m* dígitos significantes (d_1, d_2, ..., d_m), onde d_1={1, 2 , ..., 9} e d_j={0, 1, 2, ... , 9} para todo j ≥ 2:

$$Prob(\, D_1 = d_1, D_2 = d_2, \dots, D_m = d_m \,) = \log\left(1 + \,(\sum_{j=1}^{m} 10^{m-j}\, d_j)^{-1}\right) \qquad (2)$$

Onde D_1, D_2, ..., D_m, representam o primeiro, o segundo, ..., o emésimo dígito.

A Equação (2), quando aplicada ao estudo do primeiro dígito, se reduz à Equação (3):

$$P(D_1 = d_1) = \log(1 + \frac{1}{d_1}),\ \ d_1 = 1,2,\dots,9 \qquad (3)$$

Onde d_1 representa o valor do primeiro dígito significativo e $P(D_1 = d_1)$ denota a probabilidade de que o valor do primeiro dígito seja igual a d_1.

A Equação (2), quando aplicada ao segundo dígito, transforma-se na Equação (4):

$$P(D_2 = d_2) = \sum_{d_1=1}^{9} \log(1 + \frac{1}{d_1 d_2}), d_2 = 0,1,2,\dots,9 \qquad (4)$$

Onde d_2 representa o valor do segundo dígito e $P(D_2 = d_2)$ denota a probabilidade de que o segundo dígito seja igual a d_2.

A Equação (2), quando aplicada aos dois primeiros dígitos, reduz-se à Equação (5):

$$P(D_1 D_2 = \ d_1 d_2) = \log(1 + \frac{1}{d_1 d_2}), \qquad d_1 d_2 \in \{10,\dots,99\} \quad (5)$$

Onde $d_1 d_2$ representa o valor dos dois primeiros dígitos e $P(D_1 D_2 = \ d_1 d_2)$ denota a probabilidade de que os dois primeiros dígitos sejam iguais a $d_1 d_2$.

Na Tabela 2, são apresentados os valores das frequências esperadas de primeiro, de segundo e dos dois primeiros dígitos, calculados com base nas equações (3), (4) e (5), respectivamente.

Tabela 2 - As frequências esperadas dos dígitos conforme a Lei de Benford

Dígito	Primeiro Digito	Dígito	Segundo Dígito	Dígito	Dois Primeiros Dígitos
0	-	**0**	0,11968	**10**	0,04139
1	0,30103	**1**	0,11389	**11**	0,03779
2	0,17609	**2**	0,10882	**12**	0,03476
3	0,12494	**3**	0,10433	**13**	0,03218
4	0,09691	**4**	0,10031	**...**	...
5	0,07918	**5**	0,09668	**....**	...
6	0,06695	**6**	0,09337	**96**	0,00450
7	0,05799	**7**	0,09035	**97**	0,00445
8	0,05115	**8**	0,08757	**98**	0,00441
9	0,04576	**9**	0,08500	**99**	0,00436

Fonte: Adaptado de Nigrini (2011).

A segunda definição que é utilizada para definir se um conjunto de dados é Benford, tem característica estocástica, e se baseia na distribuição uniforme módulo 1. Uma variável aleatória X é uniformemente distribuída módulo 1, se a parte fracionária de X módulo 1, tiver distribuição uniforme no intervalo (0, 1), isto é, U(0,1).

A notação da parte fracionária de X módulo 1 é dada pela Equação (6):

$$X \; mod \; 1 := (X - \lfloor X \rfloor) \qquad (6)$$

Onde $\lfloor X \rfloor$ denota o maior inteiro não maior do que X.

Berger e Hill (2011) definem que uma variável aleatória positiva X é Benford, se e somente se, $\log_{10} X$ for uniformemente distribuída módulo 1. Dito de outra forma, se a mantissa do logaritmo de X for uniformemente distribuída módulo 1, então X é Benford. De acordo com Nigrini (2017) esta abordagem é denominada de abordagem de base matemática.

Neste estudo serão aplicados quatro testes que são usualmente utilizados para verificar se as frequências de primeiro e de segundo dígito de um conjunto de dados estão em conformidade com a LB, a saber:

a) Teste Z

Os Testes Z de conformidade de primeiro e de segundo dígito são dados pelas Equações (7) e (8), respectivamente.

$$Z_i = \frac{| Po_i - Pe_i | - \frac{1}{2N}}{\sqrt{\frac{Pe_i \, (1 - Pe_i)}{N}}} \qquad , \qquad i = 1, \dots, 9 \qquad (7)$$

$$Z_i = \frac{|\, Po_i - Pe_i \,| - \frac{1}{2N}}{\sqrt{\frac{Pe_i\,(1 - Pe_i)}{N}}} \qquad , \qquad i = 0, \ldots, 9 \qquad (8)$$

Onde, Po_i é a probabilidade observada do dígito i , Pe_i é a probabilidade esperada do dígito i segundo a LB; N é o número total de observações. O termo $\frac{1}{2N}$ é o termo de correção de continuidade e somente é utilizado, quando $|\, Po_i - Pe_i \,| - \frac{1}{2N} > 0$.

A hipótese nula do teste é de que não há diferença estatisticamente significativa entre a probabilidade observada do dígito i, Po_i, e a probabilidade esperada do dígito i, Pe_i. A hipótese alternativa é de que há diferença estatisticamente significativa entre estas duas probabilidades. Adotou-se neste estudo um nível de significância igual a 0,05 (teste bicaudal), o que resultou no seguinte valor crítico: $Z_{Crítico} = 1{,}96$.

b) O Teste Qui-Quadrado

Os Testes Qui-Quadrado de conformidade de primeiro e de segundo dígito são dados pelas Equações (9) e (10), respectivamente.

$$\chi^2 = N.\sum_{i=1}^{9} \frac{(Po_i - Pe_i)^2}{Pe_i} \qquad (9)$$

$$\chi^2 = N.\sum_{i=0}^{9} \frac{(Po_i - Pe_i)^2}{Pe_i} \qquad (10)$$

Onde, Po_i é a probabilidade observada do dígito i e Pe_i é a probabilidade esperada do dígito i segundo a LB e N é o número total de observações.

A hipótese nula testada é de que não há diferença estatisticamente significante entre a distribuição de probabilidade observada Po_i e a distribuição de probabilidade esperada Pe_i. A hipótese alternativa é de que há diferença estatisticamente significativa entre estas duas distribuições de probabilidade.

Adotou-se neste estudo um nível de significância igual a 0,05 (teste unicaudal) o que resultou nos seguintes valores críticos: $\chi^2_{Crítico} = 15{,}5073$, para o teste de primeiro dígito (utilizou-se 8 graus de liberdade, que é igual ao número de dígitos menos 1) e $\chi^2_{Crítico} = 16{,}9190$, para o teste de segundo dígito (utilizou-se 9 graus de liberdade, que é igual ao número de dígitos menos 1).

c) O Teste MAD - Desvio Absoluto Médio

Os Testes MAD de conformidade de primeiro e de segundo dígito são dados pelas Equações (11) e (12), respectivamente.

$$MAD = \frac{\sum_{i=1}^{9} |Po_i - Pe_i|}{9} \qquad (11)$$

$$MAD = \frac{\sum_{i=0}^{9} |Po_i - Pe_i|}{10} \qquad (12)$$

Onde, Po_i é a probabilidade observada do dígito i e Pe_i é a probabilidade esperada do dígito i segundo a LB.

O Teste MAD não é propriamente um teste estatístico, seu valor é calculado pelas Equações (11) e (12) e depois são comparados com os valores críticos apresentados na Tabela 3, a qual foi elaborada por Nigrini (2012) com base em sua experiência.

Com base nos valores apresentados na Tabela 3, se o valor do MAD exceder os valores críticos de 0.015 ou de 0.012, a distribuição estudada não estará em conformidade com a LB de primeiro e de segundo dígito, respectivamente.

Tabela 3 - Valores Críticos do MAD

Dígitos	**Faixa**	**Conclusão**
Primeiro Dígito	0.000 a 0.006	Alta Conformidade
	0.006 a 0.012	Conformidade aceitável
	0.012 a 0.015	Conformidade marginalmente aceitável
	Acima de 0.015	Não Conformidade com a LB
Segundo Dígito	0.000 a 0.008	Alta Conformidade
	0.008 a 0.010	Conformidade aceitável
	0.010 a 0.012	Conformidade marginalmente aceitável
	Acima de 0.012	Não Conformidade com a LB

Fonte: Adaptado de Nigrini (2012).

d) O Teste Excess*MAD*

Trabalhando com a distribuição dos dois primeiros dígitos, Bradley e Schulzke (2016) estabeleceram uma relação matemática entre o MAD e o tamanho da amostra N e propuseram uma nova métrica, denominada de ExcessMAD, como alternativa ao MAD. O ExcessMAD é uma medida menos sensível ao tamanho da amostra e é dado pela Equação (13):

$$\text{Excess}MAD = \text{MAD} - \text{E(MAD)} \qquad (13)$$

Onde MAD é o Desvio Absoluto Médio e E(MAD) é a esperança do Desvio Absoluto Médio.

O ExcessMAD é obtido pela diferença entre o MAD, calculado para a distribuição observada dos dígitos e o E(MAD), calculado para um conjunto hipotético de Benford de mesmo tamanho N. O ExcessMAD representa a parte observada do valor de MAD, que está acima do que é atribuível apenas ao acaso, para um conjunto LB. Se o valor do ExcessMAD for menor ou igual a zero, a distribuição estudada estará em conformidade com a LB; caso contrário, estará em desconformidade.

Outro importante ponto discutido por Bradley e Schulzke (2016) é a diferença entre a estatística qui-quadrado e o ExcessMAD. Para eles, a estatística qui-quadrado é adequada para medir a significância da diferença entre a proporção observada e esperada pela LB; entretanto, ela não é adequada para medir a magnitude desta diferença e, em razão disto, ela tende a crescer com o aumento do tamanho de N, uma vez que a LB é apenas um modelo e, portanto, não captura perfeitamente a realidade dos dados. Já o ExcessMAD mede quanto da proporção observada varia a mais do que a proporção esperada pela LB, em razão do acaso. À medida que N cresce, a variação esperada em razão do acaso, se aproxima de 0, mas o ExcessMAD só se aproximará de 0 se a distribuição dos dígitos estiver em conformidade com a LB.

Seguindo um raciocínio análogo ao utilizado por Bradley e Schulzke (2016), foram calculados o E(MAD) de primeiro e de segundo dígito e suas respectivas aproximações. A formulação matemática do E(MAD) de primeiro dígito é dada pela Equação (14):

$$E(MAD) = \sum_{i=1}^{9} \sum_{j=0}^{N} \binom{N}{j} (Pe_i)^j \ (1 - Pe_i)^{N-j} \ \frac{\left|\frac{j}{N} - Pe_i\right|}{9} \quad (14)$$

Onde, N é o tamanho da amostra aleatória retirada de um conjunto Benford e Pe_i é a probabilidade esperada de o primeiro dígito ser igual a i.

Para grandes amostras, a Equação (14) é computacionalmente custosa e, por esta razão, foi proposta uma aproximação dada pela Equação (15). Esta aproximação está melhor detalhada no Apêndice I:

$$E(MAD) \cong \frac{1}{\sqrt{18{,}13132 \ N}} \quad (15)$$

Onde, N é o tamanho da amostra.

Na Tabela 4, apresenta-se os valores exatos e aproximados do E(MAD) de primeiro dígito, calculados pelas Equações (14) e (15) e o respectivo erro percentual entre eles. Nota-se que os valores exato e aproximado estão muito próximos entre si.

Tabela 4 - Comparação entre os valores exatos e aproximados do E(MAD) para amostras retiradas de uma distribuidora Benford de primeiro dígito em função do tamanho da amostra N

N	Exato	Aproximado	Erro % (*)
100	0.023520	0.023485	0.149%
200	0.016615	0.016606	0.054%
300	0.013566	0.013559	0.052%
400	0.011749	0.011742	0.060%
500	0.010506	0.010503	0.029%
600	0.009591	0.009588	0.031%
700	0.008877	0.008876	0.011%
800	0.008305	0.008303	0.024%
900	0.007828	0.007828	0.000%
1.000	0.007424	0.007427	0.040%

Fonte: Autor (*) Erro % = 100 * |Exato - Aproximado | / Exato

A equação de E(MAD) de segundo dígito é dada pela Equação (16), que também foi adaptada a partir do trabalho de Bradley e Schulzke (2016).

$$E(MAD) = \sum_{i=0}^{9} \sum_{j=0}^{N} \binom{N}{j} (Pe_i)^j \ (1 - Pe_i)^{N-j} \ \frac{\left|\frac{j}{N} - Pe_i\right|}{10} \quad (16)$$

Onde, N é o tamanho da amostra aleatória retirada de um conjunto Benford e Pe_i é a probabilidade esperada de o segundo dígito ser igual a i.

Como já mencionado anteriormente, para grandes amostras, a Equação (16) é computacionalmente custosa e, por esta razão, foi proposta uma aproximação dada pela Equação (17). Para maiores detalhes sobre esta aproximação, consultar o Apêndice I:

$$E(MAD) \cong \frac{1}{\sqrt{17{,}51766\ N}} \quad (17)$$

Onde, N é o tamanho da amostra.

Na Tabela 5, apresenta-se os valores exatos e aproximados do E(MAD) de segundo dígito, calculados pelas Equações (16) e (17) e o respectivo erro percentual entre eles. É possível observar que os valores exato e aproximado estão muito próximos entre si.

Tabela 5 - Comparação entre os valores exatos e aproximados do E(MAD) para amostras retiradas de uma distribuição Benford de segundo dígito em função do tamanho da amostra N

N	Exato	Aproximado	Erro % (*)
100	0.023900	0.023893	0.029%
200	0.016887	0.016895	0.047%
300	0.013789	0.013794	0.036%
400	0.011946	0.011946	0.000%
500	0.010687	0.010685	0.019%
600	0.009753	0.009754	0.010%
700	0.009033	0.009031	0.022%
800	0.008447	0.008447	0.000%
900	0.007964	0.007964	0.000%
1.000	0.007557	0.007555	0.026%

Fonte: Autor (*) Erro % = 100 * |Exato - Aproximado | / Exato

Neste estudo, para amostra com N ≤ 1.000, utilizou-se a equação exata do ExcessMAD de primeiro dígito dada pela Equação (18):

$$ExcessMAD = MAD - E(MAD) = \frac{\sum_{i=1}^{9}|Po_i - Pe_i|}{9} - \sum_{i=1}^{9}\sum_{j=0}^{N}\binom{N}{j}(Pe_i)^j\ (1 - Pe_i)^{N-j}\ \frac{\left|\frac{j}{N} - Pe_i\right|}{9} \quad (18)$$

Onde, N é o tamanho da amostra aleatória retirada de um conjunto Benford; Po_i é a probabilidade observada de o primeiro dígito ser igual a i , Pe_i é a probabilidade esperada de o primeiro dígito ser igual a i.

Para amostra com N > 1.000, a equação do ExcessMAD do primeiro dígito foi aproximada pela Equação (19).

$$ExcessMAD = MAD - E(MAD) \cong \frac{\sum_{i=1}^{9}|Po_i - Pe_i\ |}{9} - \frac{1}{\sqrt{18{,}13132\ N}} \quad (19)$$

Onde, N é o tamanho da amostra aleatória; Po_i é a probabilidade observada de o primeiro dígito ser igual a i , Pe_i é a probabilidade esperada de o primeiro dígito ser igual a i.

Neste estudo, para amostra com N ≤ 1.000, utilizou-se a equação exata do ExcessMAD de segundo dígito dada pela Equação (20):

$$ExcessMAD = MAD - E(MAD) = \frac{\sum_{i=0}^{9}|Po_i - Pe_i|}{10} - \sum_{i=0}^{9}\sum_{j=0}^{N}\binom{N}{j}(Pe_i)^j\ (1 - Pe_i)^{N-j}\ \frac{\left|\frac{j}{N} - Pe_i\right|}{10} \quad (20)$$

Onde, N é o tamanho da amostra aleatória retirada de um conjunto Benford; Po_i é a probabilidade observada de o segundo dígito ser igual a i , Pe_i é a probabilidade esperada de o segundo dígito ser igual a i.

Para amostra com N > 1.000, a equação do ExcessMAD do segundo dígito foi aproximada pela Equação (21):

$$ExcessMAD = MAD - E(MAD) \cong \frac{\sum_{i=0}^{9} |Po_i - Pe_i|}{10} - \frac{1}{\sqrt{17{,}51766\ N}} \qquad (21)$$

Onde, N é o tamanho da amostra aleatória; Po_i é a probabilidade observada de o segundo dígito ser igual a i , Pe_i é a probabilidade esperada de o segundo dígito ser igual a i.

O critério de comparação de conformidade com a LB do ExcessMAD é o seguinte: se ExcessMAD <=0, a amostra está em conformidade com a LB; caso contrário, está em desconformidade, tanto para o teste de primeiro dígito quanto para o teste de segundo dígito.

2.8 ALGORITMO PARA RECONSTRUÇÃO DE UM CONJUNTO DE DADOS EM CONFORMIDADE COM A LB

A seguir serão feitas algumas considerações sobre o processo de otimização a ser utilizado neste estudo. Silva e Carreira (2016), usando a LB, propuseram um algoritmo para estimar o número de registros que foram omitidos dentro de um conjunto de dados. Esta metodologia pode ser potencialmente útil no campo da auditoria fiscal, uma vez que ela poderia vir a ser utilizada na estimativa dos valores de operações comerciais e do ICMS, eventualmente alterados por uma empresa.

Porém, não se pode esquecer que este tipo de algoritmo de reconstrução tem suas próprias limitações. Para perceber este fato, basta lembrar os quatro alertas dados por Durtschi, Hillison e Pacini (2004), quando se trabalha com análise digital baseada na LB. O primeiro, é que o fato de uma conta contábil não estar em conformidade com a LB, não significa necessariamente que haja fraude, pode ter havido apenas ineficiências operacionais ou falhas nos sistemas. Em segundo, que alguns tipos de fraude não podem ser identificados pela análise digital baseada na LB, como, por exemplo, um funcionário ter como endereço residencial o mesmo endereço de uma empresa fornecedora, o que pode ser indicativo da existência de uma empresa de fachada. O terceiro, é que certos conjuntos de dados são apropriados para análise digital com base na LB, enquanto outros não. Em quarto, que a eficácia da análise digital com

base na LB, diminui à medida que o nível de entradas manipuladas diminui, e que nem todas as contas contábeis que contêm fraude possuem um grande número de transações fraudulentas e, portanto, não serão detectadas nos testes de conformidade.

Silva e Carreira (2016) criaram dois conjuntos de dados que estavam em conformidade com a LB e que depois foram intencionalmente desconstruídos, de forma a torná-los em desconformidade com a LB e finalmente aplicaram um algoritmo para recuperar os dados originais dos dois conjuntos.

Vale ressaltar que a retirada ou o acréscimo de um determinado dígito de um conjunto de dígitos produz dois efeitos: um direto e um indireto. O direto, é que a frequência relativa do dígito retirado ou acrescentado é reduzida ou aumentada e o indireto, é que há um aumento ou uma redução nas frequências relativas dos dígitos restantes, respectivamente. Após a retirada ou o acréscimo de uma determinada quantidade de dígitos, a interação entre estes efeitos faz com que o novo conjunto de dados formado pelos dígitos restantes não mais esteja em conformidade com a LB.

Silva e Carreira (2016), optaram por utilizar na construção de seu algoritmo, apenas os testes Z e Qui-Quadrado dos dois primeiros dígitos e, além disto, durante a reconstrução do conjunto alterado, o algoritmo só permitia que fossem acrescentados dígitos, não permitindo qualquer retirada de dígitos.

O sistema de equações de (22) a (26) descrevem o modelo desenvolvido por Silva e Carreira (2016), para modelar o problema de otimização que determina a quantidade mínima de dígitos a serem acrescentados aos dois conjuntos de dígitos alterados por eles, de forma a torná-los conforme a LB:

$$Min\ \ z = (n+k)\sum_{i=10}^{99}\frac{\left(\frac{n_i+x_i}{n+k}-e_i\right)^2}{e_i} \qquad (22)$$

$$k = \sum_{i=10}^{99} x_i \qquad (23)$$

$$k \ \leq\ k^{+} \qquad (24)$$

$$\frac{\left|\frac{n_i+x_i}{n+k}-e_i\right|}{\sqrt{\frac{e_i(1-e_i)}{(n+k)}}} \leq\ Z^{*}(\alpha) \qquad (25)$$

$$x_i \geq 0 \quad com\ x_i \ \in \mathrm{N} \qquad (26)$$

Onde, $i = 10, \ldots, 99$ representa os dois primeiros dígitos; n_i é a quantidade de registros com os dois primeiros dígitos i ; x_i é a quantidade de registros com os dois primeiros dígitos i, adicionada durante o processo de minimização; k é a quantidade total de registros adicionada ao conjunto inicial de dados; n é a quantidade total de registros de dois primeiros dígitos antes

do processo de minimização; e_i é a frequência relativa esperada dos dois primeiros dígitos ser igual a i, dada pela LB; α é o nível de significância escolhido para o teste e $Z^*(\alpha)$ é o valor crítico para a estatística Z aplicada para cada um dos dois primeiros dígitos i.

A Equação (22) é a função objetivo do modelo a ser minimizada, trata-se da estatística qui-quadrado, utilizada para avaliar a adequação entre as frequências observada e a esperada; a Equação (23) é a quantidade de registros adicionada ao conjunto inicial de dados; a Equação (24) representa uma limitação imposta ao valor de k, para evitar que durante o processo de minimização, não seja inserida uma quantidade excessiva de registros, a escolha do valor de k^+, não é trivial, e será explicada mais a frente; a Equação (25) representa as restrições, na forma de um teste Z, a serem aplicadas a cada um dos dois primeiros dígitos, para verificar sua conformidade com a LB, as distorções resultantes em razão da omissão de registros são consideradas estatisticamente significantes e, portanto, detectáveis, caso haja pelo menos uma frequência relativa observada que esteja fora dos limites fixados para o Z* (α). É necessário que todos os dígitos estejam em conformidade com a LB, para que a distribuição, como um todo, seja considerada em conformidade com a LB e a Equação (26) é a quantidade de registros com os dois primeiros dígitos iguais a i, adicionados durante o processo de minimização.

A Equação (27) é o critério de parada do modelo de minimização. Se entre duas iterações consecutivas, a proporção entre a diferença dos valores da estatística qui-quadrado, calculada pela Equação (22) e a diferença entre a quantidade de dígitos acrescentada, dada pela Equação (23), for inferior a 0.01, a iteração é interrompida. O objetivo é evitar que uma excessiva quantidade de registros seja incluída durante a reconstrução do conjunto, sem que isto leve a um ganho significativo no valor da estatística qui-quadrado.

$$\frac{(z^n - z^{n+1})}{(k^{n+1} - k^n)} \leq 0.01 \qquad (27)$$

A Equação (24) fixa um limite máximo k^+ para a quantidade de registro a ser acrescentada na reconstrução do conjunto de forma a torná-lo conforme com a LB. Esta escolha não é trivial e Silva e Carreira (2016) propõem dois critérios para a fixação de k^+. O primeiro, seria escolher um valor mínimo, denominado de L^{lower}, tomando-se como base a experiência profissional do auditor e o segundo critério, seria rodar o modelo de minimização desconsiderando a própria Equação (24) e assim determinar um valor de k, fazendo $L^{upper} = k$. A partir destes dois valores, seria aplicado o seguinte algoritmo:

Procedimento MNR

1) Resolver o modelo de minimização, fazendo $k^+ = k^{lower}$, obtendo z^* e k^*. Fazer $k^{ref} = k^*$.
2) Resolver novamente o modelo de minimização, fazendo $k^+ = (k^* + k^{ref}) / 2$, obtendo-se z^{**} e k^{**}.
3) Enquanto $\frac{(z^n - z^{n+1})}{(k^{n+1} - k^n)} > 0.01$ fazer

    Começo

    Fazer $k^+ = (k^{**} + k^{upper}) / 2$

    Fazer $z^* = z^{**}$, $k^* = k^{**}$ e $k^{ref} = k^*$.

    Resolver o modelo de minimização, com k^+, obtendo z^{**} e k^{**}.

    Fim

Uma vez descrito o algoritmo de minimização, passa-se a descrever sucintamente a condução dos dois experimentos empíricos realizados por Silva e Carreira (2016). Em cada um deles, utilizou-se um arquivo de dados inicial com $N = 5.000$ registros. Estes dois arquivos foram construídos de tal forma, que a frequência absoluta dos dois primeiros dígitos igual a i estivesse no intervalo dado por: $[e_i N - N.Z^*(\alpha).\sqrt{\frac{e_i\,(1-e_i)}{N}}\ ;\ e_i N + N.Z^*(\alpha).\sqrt{\frac{e_i\,(1-e_i)}{N}}\,]$.

No primeiro experimento, utilizou-se $\alpha = 10\%$ (conformidade forte com a LB) e no segundo, adotou-se $\alpha = 1\%$ (conformidade fraca com a LB).

Estes dois arquivos iniciais foram então alterados, retirando-se, para cada um dos dois primeiros dígitos i (i = 10, ..., 99), uma quantidade aleatória de dígitos calculada em função de uma porcentagem dada por uma distribuição uniforme entre 0 e 100 por cento. Foram retirados, ao final do processo de desconstrução dos arquivos, 1.692 registros do primeiro arquivo e 2.423 do segundo, restando, em cada um deles 3.308 e 2.577 registros, respectivamente.

Todos os dois primeiros dígitos destes dois arquivos foram alterados e apresentaram o valor da estatística Z-Teste superior ao valor do Z-Teste crítico, considerando-se um nível de significância igual a 0,01 para os dois arquivos, isto é, todos os dois primeiros dígitos dos dois conjuntos alterados estavam em desconformidade com a LB, considerando-se um nível de significância igual a 0,01. Sobre estes dois arquivos alterados, aplicou-se o algoritmo de minimização de Silva e Carreira (2016), para torná-los novamente conformes com a LB.

As principais conclusões foram que, embora a modelagem não tenha conseguido identificar de forma precisa os registros que foram omitidos, ela pode ser útil para orientar os

trabalhos de auditoria e que a eficácia da metodologia parece aumentar com o grau de conformidade do arquivo de dados com a LB, uma vez que os resultados da modelagem foram melhores para o primeiro arquivo, que foi construído com um intervalo de confiança que utilizou um de nível de significância igual a 0,10 (conformidade forte com a LB) do que o segundo arquivo que utilizou um de nível de significância igual a 0,01 (conformidade fraca com a LB). Por fim os autores sugerem que novos estudos poderiam lidar, simultaneamente, com a evasão de dados e com outros tipos de manipulação de dados.

Tomando-se como base o trabalho de Silva e Carreira (2016), pretende-se neste estudo, aplicar a modelagem de reconstrução para o primeiro e para o segundo dígito e permitir dois tipos de manipulações ao mesmo tempo: a retirada e a inclusão de registros. Além disto, pretende-se comparar os resultados de reconstrução do conjunto alterado, utilizando-se duas funções objetivos a serem minimizadas: ExcessMAD, criado por Bradley e Schulzke (2016) e o Qui-Quadrado, utilizado por Silva e Carreira (2016). Os resultados deste estudo servirão de base para se estimar os valores das operações comerciais e do ICMS supostamente alterados pelas empresas nulas.

O algoritmo desenvolvido neste trabalho é composto basicamente por três etapas. Na primeira etapa, foram gerados quatro grupos de amostras. Cada um dos grupos foi formado por 100 amostras aleatórias de tamanho 500, 1.000, 2.000, 3.000, 4.000 e 5.000 elementos cada. No primeiro grupo, todas as amostras estão em conformidade com a LB de primeiro dígito, segundo os testes Qui-Quadrado e Z, para todos os nove dígitos; no segundo grupo, todas as amostras geradas estão em conformidade com a LB de primeiro dígito, conforme os testes ExcessMAD e Z, para todos os nove dígitos; no terceiro grupo; todas as amostras estão em conformidade com a LB de segundo dígito, de acordo com os testes Qui-Quadrado e Z, para todos os 10 dígitos e, por fim, para o quarto grupo, as amostras geradas estão em conformidade com a LB de segundo dígito, conforme os testes ExcessMAD e Z, para todos os 10 dígitos.

Neste trabalho, para os testes Qui-Quadrado (bicaudal) e Z(monocaudal), adotou-se um único nível de significância igual a 0,05, que é um nível intermediário entre os níveis de significâncias de 0,10 (conformidade forte com a LB) e 0,01 (conformidade fraca com a LB), adotados por Silva e Carreira (2016). Como o teste ExcessMAD não é propriamente um teste estatístico, o critério de conformidade é alcançado, quando o valor do ExcessMAD da amostra apresenta um valor negativo.

Ressalta-se que Silva e Carreira (2016) estudaram apenas duas amostras aleatórias com 5.000 elementos cada, enquanto neste trabalho fez-se um estudo mais amplo, utilizando-se 100 amostras aleatórias para cada um dos tamanhos 500, 1.000, 2.000, 3.000, 4.000 e 5.000

elementos para assim se testar o comportamento do algoritmo para uma gama muito maior de amostras.

Na segunda etapa do algoritmo, todos os quatro grupos de amostras aleatórias geradas na primeira etapa, que estavam em conformidade com a LB, foram tornados desconformes, isto é, foram sendo acrescentados e retirados dígitos de cada amostra, de forma aleatória, de tal modo que, ao final do processo de desconstrução, todas as amostras do primeiro grupo ficaram em desconformidade com a LB de primeiro dígito, segundo os testes Qui-Quadrado e Z, para todos os nove dígitos; no segundo grupo, todas as amostras geradas ficaram em desconformidade com a LB de primeiro dígito, segundo os testes ExcessMAD e Z, para todos os nove dígitos; no terceiro grupo; todas as amostras ficaram em desconformidade com a LB de segundo dígito, de acordo com os testes Qui-Quadrado e Z, para todos os 10 dígitos e no quarto grupo, todas as amostras ficaram em desconformidade com a LB de segundo dígito, conforme os testes ExcessMAD e Z, para todos os 10 dígitos. Nesta etapa, utilizou-se, também, um único nível de significância igual a 0,05 para o teste Z (bicaudal) e para o teste Qui-Quadrado (monocaudal). Foi também imposta uma restrição de que, ao final da desconstrução destes quatro grupos de amostras, a quantidade mínima de cada dígito fosse igual a 1, ou seja, todos os dígitos foram representados pelo menos uma vez em cada amostra.

Há uma importante diferença entre este estudo e o trabalho de Silva e Carreira (2016), no qual eles apenas retiram dígitos de uma amostra inicialmente conforme com a LB, de forma a torná-la desconforme com esta lei, enquanto, neste trabalho, além de se retirar foram também acrescentados dígitos, de forma a tornar as amostras em desconformidade com a LB.

Na terceira e última etapa do algoritmo, os quatro grupos de amostras que estavam em desconformidade com a LB, foram então reconstruídos, acrescentando-se e retirando-se dígitos, de tal forma a tornar estas amostras novamente conforme com a LB. No caso do algoritmo de Silva e Carreira (2016) a reconstrução se dá apenas acrescentando dígitos.

Segundo estimativa do Instituto Brasileiro de Planejamento e Tributação, presente no estudo IBPT (2018), o índice de sonegação fiscal no Brasil correspondeu a 32% do faturamento das empresas em 2002, subiu para 39%, no ano 2004, voltando a cair para 25%, no ano de 2009 e houve nova queda para 17%, em 2018. Este índice de sonegação fiscal foi incorporado no algoritmo de reconstrução, por intermédio da criação de uma variável denominada taxa de omissão de registros, TOR, fazendo-se a suposição de que o tamanho de uma amostra em desconformidade com a LB estava com uma quantidade de elementos 0%, 10% ou 20% menor do que o real, em razão de erro ou fraude. Desta forma, permitiu-se que as amostras reconstruídas tivessem uma quantidade final de dígitos 0%, 10% e 20% maiores do que as

amostras desconstruídas. Ressalta-se que há uma simplificação ao se utilizar a TOR, pois ela não capta todo tipo de sonegação. Por exemplo, pode haver sonegação fiscal sem que haja redução na quantidade de dígitos, por exemplo, se o primeiro dígito de uma nota fiscal de venda for alterado de 5 para 2, haverá uma redução no valor vendido pela empresa, porém a quantidade de primeiros dígitos continuará a mesma. Neste caso, não seria adequada a utilização da TOR. Já se esta nota fiscal de venda fosse retirada do estudo, haveria uma redução no valor vendido pela empresa e também na quantidade de primeiros dígitos. Neste caso, a utilização da TOR poderia ajudar, em tese, a melhorar a estimativa da sonegação.

As formulações matemáticas que foram adotadas nos quatro modelos de minimização que serão utilizados neste trabalho são mostradas a seguir. Tais formulações diferem das feitas por Silva e Carreira (2016), uma vez que as formulações deste estudo permitem o acréscimo e retirada de dígitos na reconstrução dos conjuntos; elas foram formuladas, considerando-se o primeiro e o segundo dígito e, por fim, aqui se utiliza adicionalmente a função ExcessMAD, como função objetivo a ser minimizada nos modelos de minimização.

a) Modelo de Minimização do Qui-Quadrado de Primeiro Dígito

$$Min\ \ z = (n+k)\sum_{i=1}^{9}\frac{(\frac{n_i+x_i}{n+k}-Pe_i)^2}{Pe_i} \qquad (28)$$

$$k = \sum_{i=1}^{9} x_i \quad , com\ x_i\ \in Z \qquad (29)$$

$$[\,Pe_i - Z^*(\alpha).\sqrt{\frac{Pe_i\,(1-Pe_i)}{(n+k)}} - \frac{1}{2(n+k)}\,](n+k) \le\ x_i \le [\,Pe_i + Z^*(\alpha).\sqrt{\frac{Pe_i\,(1-Pe_i)}{(n+k)}} + \frac{1}{2(n+k)}\,](n+k) \qquad (30)$$

$$k \le\ n/(1-TOR) \qquad (31)$$

b) Modelo de Minimização do Qui-Quadrado de Segundo Dígito

$$Min\ \ z = (n+k)\sum_{i=0}^{9}\frac{(\frac{n_i+x_i}{n+k}-Pe_i)^2}{Pe_i} \qquad (32)$$

$$k = \sum_{i=0}^{9} x_i \quad , com\ x_i\ \in Z \qquad (33)$$

$$[\,Pe_i - Z^*(\alpha).\sqrt{\frac{Pe_i\,(1-Pe_i)}{(n+k)}} - \frac{1}{2(n+k)}\,](n+k) \le\ x_i \le [\,Pe_i + Z^*(\alpha).\sqrt{\frac{Pe_i\,(1-Pe_i)}{(n+k)}} + \frac{1}{2(n+k)}\,](n+k) \qquad (34)$$

$$k \le\ n/(1-TOR) \qquad (35)$$

c) Modelo de Minimização do ExcessMAD de Primeiro Dígito

Para amostra com tamanho menor ou igual a 1.000 elementos

$$Min\ ExcessMAD = MAD -\ E(MAD) = \frac{\sum_{i=1}^{9}|Po_i - Pe_i|}{9} - \sum_{i=1}^{9}\sum_{j=0}^{N}\binom{N}{j}(Pe_i)^j\ (1-\ Pe_i)^{N-j}\ \frac{\left|\frac{j}{N} - Pe_i\right|}{9} \qquad (36)$$

Para amostra com tamanho maior do que 1.000 elementos

$$Min\ ExcessMAD = MAD - E(MAD) \cong \frac{\sum_{i=1}^{9}|Po_i - Pe_i|}{9} - \frac{1}{\sqrt{18{,}13132\ N}} \quad (37)$$

$$k = \sum_{i=1}^{9} x_i \quad , com\ x_i \in Z \quad (38)$$

$$[\,Pe_i - Z^*(\alpha).\sqrt{\frac{Pe_i\,(1-Pe_i)}{(n+k)}} - \frac{1}{2(n+k)}\,](n+k) \leq x_i \leq [\,Pe_i + Z^*(\alpha).\sqrt{\frac{Pe_i\,(1-Pe_i)}{(n+k)}} + \frac{1}{2(n+k)}\,](n+k) \quad (39)$$

$$k \leq n/(1 - TOR) \quad (40)$$

d) Modelo de Minimização do ExcessMAD de Segundo Dígito

Para amostra com tamanho menor ou igual a 1.000 elementos

$$Min\ ExcessMAD = MAD - E(MAD) = \frac{\sum_{i=0}^{9}|Po_i - Pe_i|}{10} - \sum_{i=0}^{9}\sum_{j=0}^{N}\binom{N}{j}(Pe_i)^j\ (1 - Pe_i)^{N-j}\ \frac{\left|\frac{j}{N} - Pe_i\right|}{10} \quad (41)$$

Para amostra com tamanho maior do que 1.000 elementos

$$Min\ ExcessMAD = MAD - E(MAD) \cong \frac{\sum_{i=0}^{9}|Po_i - Pe_k|}{10} - \frac{1}{\sqrt{17{,}51766\ \ N}} \quad (42)$$

$$k = \sum_{i=0}^{9} x_i \quad , \quad com\ x_i \in Z \quad (43)$$

$$[\,Pe_i - Z^*(\alpha).\sqrt{\frac{Pe_i\,(1-Pe_i)}{(n+k)}} - \frac{1}{2(n+k)}\,](n+k) \leq x_i \leq [\,Pe_i + Z^*(\alpha).\sqrt{\frac{Pe_i\,(1-Pe_i)}{(n+k)}} + \frac{1}{2(n+k)}\,](n+k) \quad (44)$$

$$k \leq n/(1 - TOR) \quad (45)$$

Onde n_i é a quantidade de registros com o primeiro ou o segundo dígitos i, conforme o caso; x_i é a quantidade de registros com o primeiro ou segundo dígitos i, conforme o caso, adicionada durante o processo de minimização; k é a quantidade total de registros adicionada ao conjunto inicial de dados; n é a quantidade total de registros com o primeiro ou segundo dígitos antes do processo de minimização, conforme o caso; Pe_i é a frequência relativa esperada de primeiro ou de segundo dígito ser igual a i, conforme o caso; α é o nível de significância escolhido para o teste, que neste estudo foi igual a 0,05; $Z^*(\alpha)$ é o valor crítico para a estatística Z aplicada para cada um dos primeiros ou dos segundos dígitos, conforme o caso; N é o tamanho da amostra aleatória retirada de um conjunto Benford; Po_i é a probabilidade observada do primeiro ou do segundo dígito ser igual a i , conforme o caso; Pe_i é a probabilidade esperada do primeiro ou do segundo dígito ser igual a i, conforme o caso e TOR é taxa de omissão de registro.

Nos quatro algoritmos de minimização utilizados para efetuar a reconstrução das amostras que estavam em desconformidade com a LB, de forma a torná-las conforme com a LB, utilizou-se a biblioteca CRVX do R.

As Equações (24) e (27) utilizadas como critérios de parada das iterações, para evitar que uma grande quantidade de registro fosse acrescentada ao conjunto de dados que estava sendo reconstruído, sem que houvesse um ganho significativo no processo de minimização da função Qui-Quadrado; não foi utilizada neste estudo, pois aqui se permitiu que houvesse acréscimo e também retirada de dígitos durante o processo de minimização, evitando, assim, que um grande quantidades de registro fosse acrescentada ao conjunto de dados.

Na seção 4, são mostrados os resultados destes quatro algoritmos de reconstrução. Ressalta-se que os processos de minimização sempre convergiram para uma solução, para todas as amostras submetidas aos algoritmos de reconstrução.

2.9 ESTIMATIVA DOS VALORES SUPOSTAMENTE ALTERADOS DAS OPERAÇÕES COMERCIAIS E DO ICMS

Os quatro algoritmos de reconstrução que foram aplicados para reconstruir as amostras que estavam em desconformidade com a LB, de forma a torná-las, novamente, em conformidade com a LB, foram também aplicados sobre os conjuntos de primeiro e de segundo dígito das NFE’s recebidas e emitidas pelas empresas nulas, de forma a torná-los em conformidade com a LB e assim estimar os valores supostamente alterados.

A ideia básica para se estimar os valores supostamente alterados é calcular a diferença entre os dígitos da amostra de primeiro e de segundo dígito das NFE’s recebidas e emitidas antes e após a aplicação do algoritmo de reconstrução da amostra e multiplicar esta diferença pelo valor médio de cada dígito i, obtido pela divisão do valor das NFE’s pela quantidade de dígitos i.

Ressalta-se que há uma grande simplificação no cálculo desta estimativa, devido a algumas limitações já aqui apresentadas por Durtschi, Hillison e Pacini (2004), que afirmam que nem toda desconformidade com a LB significa fraude; que nem toda fraude pode ser detectada pela análise digital baseada na LB; que certos conjuntos de dados não têm a estrutura adequada para aplicação da análise digital e que a eficácia da análise digital com base na LB, diminui à medida que o nível de entradas manipuladas diminui e que nem todas as contas contábeis que contêm fraude possuem um grande número de transações fraudulentas e, portanto, não serão detectadas nos testes de conformidade. Há também outros tipos de fraudes que não podem ser detectadas pela análise digital baseada na LB, como por exemplo, quando uma empresa opta por não emitir nem receber NFE’s em uma operação comercial; neste caso, não há dados a serem analisados.

Em resumo, a estimativa dos valores supostamente alterados deve ser tomada com muito cuidado e nunca deve ser analisada isoladamente. Esta estimativa pode ser utilizada como ponto inicial para uma auditoria mais aprofundada. É necessário que o auditor utilize outras análises contábeis e tributárias, além de outros meios indiciários, para estimar, com maior precisão, os valores das entradas e saídas e do ICMS supostamente alterados por uma empresa.

As equações (46) e (47) são utilizadas para se estimarem os valores médios de primeiro dígito das NFE's recebidas supostamente alterados pelas empresas nulas.

$$VALME1D_i = \begin{cases} \frac{VALTE1D_i}{FOIE1D_i} \; se\; FOIE1D_i \neq 0 \\ \frac{\sum_{i=1}^{9} VALTE1D_i}{\sum_{i=1}^{9} FOIE1D_i}, se\; FOIE1D_i = 0 \end{cases} \quad \text{para i \{ 1, 2, ... , 9 \}} \qquad (46)$$

$$VATAE1D = \sum_{i=1}^{9} [\, VALME1D_i \,.\, (FORE1D_i - FOIE1D_i) \,] \qquad (47)$$

Onde $VALME1D_i$, é o valor médio de primeiro dígito das NFE's recebidas para o dígito i; $VALTE1D_i$, representa o valor total de primeiro dígito das NFE's recebidas para o dígito i; $FOIE1D_i$, é a quantidade inicial de primeiros dígitos iguais a i, presentes nas NFE's recebidas de uma determinada empresa nula; $FORE1D_i$, é a quantidade final de primeiros dígitos iguais a i, após a aplicação do algoritmo de reconstrução da conformidade com a LB e $VATAE1D$ é o valor total estimado da manipulação de primeiro dígito de uma determinada empresa nula.

Para se estimarem os valores médios de segundo dígito das NFE's recebidas supostamente alterados pelas empresas nulas, utilizam-se as equações (48) e (49)

$$VALME2D_i = \begin{cases} \frac{VALTE2D_i}{FOIE2D_i} \; se\; FOIE2D_i \neq 0 \\ \frac{\sum_{i=0}^{9} VALTE2D_i}{\sum_{i=0}^{9} FOIE2D_i}, se\; FOIE2D_i = 0 \end{cases} \quad \text{para i \{ 0, 1, ... , 9 \}} \qquad (48)$$

$$VATAE2D = \sum_{i=0}^{9} [\, VALME2D_i \,.\, (FORE2D_i - FOIE2D_i) \,] \qquad (49)$$

Onde $VALME2D_i$, é o valor médio de segundo dígito das NFE's recebidas para o dígito i; $VALTE2D_i$, representa o valor total de segundo dígito das NFE's recebidas para o dígito i; $FOIE2D_i$, é a quantidade inicial de segundos dígitos iguais a i, presentes nas NFE's recebidas de uma determinada empresa nula; $FORE2D_i$, é a quantidade final de segundos dígitos iguais a i, após a aplicação do algoritmo de reconstrução da conformidade com a LB e $VATAE2D$ é o valor total estimado da manipulação de segundo dígito de uma determinada empresa nula.

As equações (50) e (51) permitem estimar os valores médios de primeiro dígito das NFE's emitidas supostamente alterados pelas empresas mulas.

$$VALMS1D_i = \begin{cases} \frac{VALTS1D_i}{FOIS1D_i} \; se\; FOIS1D_i \neq 0 \\ \frac{\sum_{i=1}^{9} VALTS1D_i}{\sum_{i=1}^{9} FOIS1D_i}, se\; FOIS1D_i = 0 \end{cases} \quad \text{para i } \{ 1, 2, \dots , 9 \} \qquad (50)$$

$$VATAS1D = \sum_{i=1}^{9} [\, VALMS1D_i \,.\, (FORS1D_i - FORI1D_i) \,] \qquad (51)$$

Onde $VALMS1D_i$, é o valor médio de primeiro dígito das NFE's emitidas para o dígito i; $VALTS1D_i$, representa o valor total de primeiro dígito das NFE's emitidas para o dígito i; $FOIS1D_i$, é a quantidade inicial de primeiros dígitos iguais a i, presentes nas NFE's emitidas por uma determinada empresa nula; $FORS1D_i$, é a quantidade final de primeiros dígitos iguais a i, após a aplicação do algoritmo de reconstrução da conformidade com a LB e $VATAS1D$ é o valor total estimado da manipulação de primeiro dígito de uma determinada empresa nula, tomando-se como base as NFE's emitidas por ela.

Para se estimarem os valores médios de segundo dígito das NFE's emitidas supostamente alterados pelas empresas nulas, utilizam-se as equações (52) e (53)

$$VALMS2D_i = \begin{cases} \frac{VALTS2D_i}{FOIS2D_i} \; se\; FOIS2D_i \neq 0 \\ \frac{\sum_{i=0}^{9} VALTS2D_i}{\sum_{i=0}^{9} FOIS2D_i}, se\; FOIS2D_i = 0 \end{cases} \quad \text{para i } \{ 0, 1, \dots , 9 \} \qquad (52)$$

$$VATAS2D = \sum_{i=0}^{9} [\, VALMS2D_i \,.\, (FORS2D_i - FOIS2D_i) \,] \qquad (53)$$

Onde $VALMS2D_i$, é o valor médio de segundo dígito das NFE's emitidas para o dígito i; $VALTS2D_i$, representa o valor total de segundo dígito das NFE's emitidas para o dígito i; $FOIS2D_i$, é a quantidade inicial de segundos dígitos iguais a i, presentes nas NFE's emitidas por uma determinada empresa nula; $FORS2D_i$, é a quantidade final de segundos dígitos iguais a i, após a aplicação do algoritmo de reconstrução da conformidade com a LB e $VATAS2D$ é o valor total estimado da manipulação de primeiro dígito de uma determinada empresa nula, tomando-se como base as NFE's emitidas por ela.

Finalmente, será feita a estimativa do valor supostamente alterado do ICMS por cada uma das empresas nulas, a partir da estimativa dos valores supostamente alterados das NFE's recebidas e emitidas, com base nos algoritmos de reconstrução de primeiro e de segundo dígito. Em razão da grande complexidade de apuração do ICMS, como por exemplo: a existência de diversas alíquotas do ICMS que são aplicadas aos diferentes tipos de produtos; produtos que são exportados e gozam de imunidade tributária; a existência de produtos que são isentos de pagamento do ICMS, com ou sem manutenção de crédito; produtos que têm redução de base de cálculo na apuração do ICMS; produtos que estão sujeitos ao regime de substituição tributária para trás, concomitante ou para frente, dentre outras inúmeras possibilidades e como este é um trabalho inicial de auditoria digital, que procura captar eventuais desconformidades com a LB, para que, posteriormente, sejam aplicados outros procedimentos de auditoria mais aprofundados para investigar e quantificar os eventuais valores supostamente alterados, optou-se, neste estudo, por apresentar um cálculo simplificado do ICMS, aplicando alíquota básica do ICMS, que é de 18%, sobre a diferença entre os valores estimados das NFE's emitidas e recebidas pelas empresas nulas. Este é um cálculo que procura captar a essência básica do ICMS, que é aplicar a alíquota básica do ICMS sobre o valor adicionado pela empresa ao produto, calculado como sendo a diferença entre o valor de saída e de entrada do produto.

A Equação (54) permite estimar o valor de primeiro dígito do ICMS supostamente alterado pelas empresas nulas, a partir da estimativa dos valores supostamente alterados de primeiro dígito das NFE's emitidas e recebidas

$$ICMS1D = (\,VATAS1D - \,VATAE1D\,) * 0.18 \qquad (54)$$

Onde, ICMS1D é a estimativa do valor de primeiro dígito do ICMS supostamente alterado pelas empresas nulas; VATAS1D é o valor estimado de primeiro dígito das NFE's emitidas e VATAE1D é o valor estimado de primeiro dígito das NFE's recebidas.

A Equação (55) permite estimar o valor de segundo digito do ICMS supostamente alterado pelas empresas nulas, a partir da estimativa dos valores supostamente alterados de segundo dígito das NFE's emitidas e recebidas

$$ICMS2D = (\,VATAS2D - \,VATAE2D\,) * 0.18 \qquad (55)$$

Onde, ICMS2D é a estimativa do valor de segundo dígito do ICMS supostamente alterado pelas empresas nulas; VATAS2D é o valor estimado de segundo dígito das NFE's emitidas e VATAE2D é o valor estimado de segundo dígito das NFE's recebidas.

3 ASPECTOS METODOLÓGICOS

Para o alcance dos objetivos deste trabalho, foram aplicadas as técnicas de Análise Fatorial, Análise de Conglomerados, Simulação de Monte Carlo e Otimização, as quais serão sucintamente descritas a seguir. Ainda nesta seção, serão feitas considerações sobre o tipo de pesquisa, os dados e as variáveis cadastrais, comerciais e tributárias utilizadas, bem como, os softwares usados no desenvolvimento deste estudo.

3.1 ANÁLISE FATORIAL

A análise fatorial tem uma longa história na psicologia, que remonta o trabalho de Charles Spearman e Karl Pearson no início de 1900. Spearman publicou, em 1904, no American Journal of Psychology, 15, 201-293" um trabalho seminal, denominado *"General intelligence objectively determined and measured"*. Ele notou que correlação entre a pontuação obtida por alunos em vários testes podia ser explicada pelo nível de inteligência geral dos estudantes. Segundo ele, a performance de uma criança em um teste qualquer podia ser obtida por intermédio da soma de um fator geral com uma habilidade específica (Fávero et al., 2009).

A análise fatorial como um método estatístico apareceu pela primeira vez em 1963, onde as variáveis observadas de um modelo linear foram expressas como funções lineares dos fatores e dos erros aleatórios, permitindo que a teoria de inferência estatística fosse utilizada na estimativa e nos testes de hipóteses usando a função de verossimilhança. Mudou-se o foco da matriz de correlação para matriz de covariância, abrindo caminho para a análise da estrutura de covariância (Bartholomew, 2007).

Um fator representa a combinação linear das variáveis originais e também representa as dimensões latentes, *Construct,* que explicam o conjunto original das variáveis observadas (Hair et al., 2009). Para Mingoti (2007), a análise fatorial é uma técnica multivariada que reduz a dimensão de uma matriz de variáveis originais correlacionadas entre si, para um número menor de novas variáveis, denominadas de fatores comuns ou variáveis latentes, e que não são correlacionadas entre si, mas que, de algum modo, sumarizam as informações principais.

Uma das principais estatísticas utilizadas para avaliar a adequação de se aplicar a análise fatorial é denominada de Kaiser-Meyer-Olkin, KMO, conforme definido na Equação (56)

$$KMO = \frac{\sum_{i \neq j} \sum r_{ij}^2}{\sum_{i \neq j} \sum r_{ij}^2 + \sum_{i \neq j} \sum a_{ij}^2} \qquad (56)$$

Onde, r_{ij} é coeficiente de correlação ente as variáveis e a_{ij} é coeficiente de correlação parcial.

Quanto mais próxima de 0 estiver a estatística KMO menos adequada é a aplicação da análise fatorial; por outro lado, quanto mais próxima de 1 estiver esta estatística, mais adequada é a aplicação da técnica.

Outra importante estatística utilizada para verificar se uma variável deve ou não ser retirada do modelo de análise fatorial é denominada de *Measure of Sampling Adequacy*, MSA, conforme definido na Equação (57)

$$MSA_j = \frac{\sum_{i \neq j} r_{ij}^2}{\sum_{i \neq j} r_{ij}^2 + \sum_{i \neq j} a_{ij}^2} \qquad (57)$$

Onde r_{ij} é coeficiente de correlação entre as variáveis e a_{ij} é o coeficiente de correlação parcial.

Variáveis que apresentem valor da estatística MSA menor do que 0,5 devem ser retiradas da análise fatorial, uma por processamento, pois a cada retirada de uma variável, há uma acomodação e possível recuperação de outras variáveis com valor insatisfatório para essa estatística. Por meio da análise fatorial, pretende-se alcançar o segundo objetivo deste trabalho, que é agrupar, em termos de similaridade, as empresas que foram declaradas nulas, em função de suas variáveis cadastrais, comerciais e tributárias.

3.2 ANÁLISE DE CONGLOMERADOS

A análise de conglomerados originou-se em 1932, com os trabalhos de Driver e Kroeber e na psicologia, em 1938 e 1939, com os trabalhos de Zubin e Tryron, respectivamente. Com o desenvolvimento computacional, a técnica ganhou destaque com o importante trabalho realizado por Skoal e Sneath, em 1963, que utilizou a técnica na biologia para classificar organismos com características semelhantes (Bailey, 1975).

Posteriormente, outros trabalhos foram publicados nos mais diversos campos do conhecimento, fazendo com que a técnica seja amplamente adotada como um método científico de classificação (Reis, 2001). Jain, Murty e Flynn (1999) citam que há um interesse crescente no uso de métodos de agrupamento no reconhecimento de padrões, processamento de imagem e recuperação de informações, dentre outros.

A análise de conglomerados é uma técnica de interdependência multivariada que agrega dados ou objetos, procurando-se maximizar a homogeneidade interna dentro de um grupo e a heterogeneidade entre os grupos. Segundo Rencher (2003), para agrupar as observações, certos métodos utilizam, como critério de semelhança, algum tipo de medida de distância. Outros métodos utilizam uma escolha preliminar para os centros de cada grupo ou uma comparação da variabilidade dentro e entre os agrupamentos. Ainda cita que também é possível agrupar as variáveis, utilizando-se a correlação entre elas como uma medida de similaridade.

É importante notar que na aplicação da análise de conglomerados, a utilização de variáveis com escala e magnitude diferentes pode levar a uma distorção na estrutura do agrupamento. Em razão disto, neste trabalho, as variáveis foram padronizadas, pelo método Z-Scores. Em geral, os casos atípicos (*Outliers*) formam grupos isolados que podem ser de interesse de estudo do pesquisador e não precisam, necessariamente, serem retirados do banco de dados, segundo Fávero et al. (2009).

Existem diversos métodos para agrupamentos: *nearest neighbor*, *furthest neighbor*, *average linkage*, *centroid e ward.* Neste trabalho, optou-se por utilizar o método *nearest neighbor*, o qual privilegia a formação de agrupamentos, com um mínimo de heterogeneidade entre eles (Fávero e Belfiore, 2015) e cuja fórmula é dada pela Equação (58)

$$d_{(ij)k} = \min\{d_{ik}\ ;\ d_{jk}\} \qquad (58)$$

Onde o (*ij*) representa um grupo e (k) representa outro grupo e $d_{(ij)k}$, representa a menor distância mínima de qualquer ponto do agrupamento até qualquer ponto de outro agrupamento.

Neste trabalho, o método hierárquico será utilizado como uma ferramenta exploratória para se determinar o número de grupos mais adequado para o propósito deste estudo, para, num segundo momento, aplicar o método de aglomeração não hierárquico.

No método não hierárquico, especifica-se, a priori, um número fixo de agrupamentos que se quer formar, o qual foi obtido, quando da aplicação do método hierárquico. Segundo Hair et al. (2009), dentre os métodos não hierárquicos, o mais popular é o método *K-means,* e é o que será adotado neste trabalho. Neste método, procura-se minimizar a variância interna nos agrupamentos e maximizar a variância entre eles e a alocação das observações nos agrupamentos é feita pelo método *nearest centroid*, utilizando-se a distância euclidiana. Por meio da análise de conglomerado, pretende-se atingir o terceiro objetivo deste trabalho, que é com base nos fatores obtidos na etapa da análise fatorial, formar grupos contendo empresas similares.

3.3 SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO

Caflisch (1998) afirma que o método de Monte Carlo é um método numérico muito versátil, bastante robusto e amplamente utilizado, mas lento, tendo taxa de convergência igual a $O(N^{-1/2})$.

Para Kroese et al. (2014), a simulação de Monte Carlo é basicamente a geração de objetos ou processos aleatórios por meio de um computador. Esses objetos surgem como parte da modelagem de um sistema da vida real, ou artificialmente, para ajudar a resolver problemas puramente determinísticos, nos quais são simplesmente geradas amostragens aleatórias de certas distribuições de probabilidade. A ideia por trás do Método de Monte Carlo é repetir o experimento várias vezes para obter as quantidades de interesse, baseando-se na Lei dos Grandes Números e em outros métodos de inferência estatística. Por meio da técnica de Simulação de Monte Carlo, pretende-se atingir o quarto objetivo deste trabalho, que é a partir da formulação do Teste ExcessMAD de primeiro e de segundo dígito, estudar o efeito que amostras pequenas têm sobre o erro tipo I deste teste.

Neste estudo, para o cálculo do E(MAD), foram geradas amostras aleatórias, a partir das distribuições de probabilidade de Benford, com tamanho que variaram de 100 até 3.500 elementos, incrementadas de 10 em 10. Para cada tamanho de amostra, o processo de reamostragem com repetição foi replicado 25.000 vezes, permitindo-se construir estimativas de Monte Carlo para as distribuições amostrais do E(MAD) de primeiro e de segundo dígito.

Na simulação de Monte Carlo, para obter as amostras aleatórias em conformidade com a LB e assim estimar os valores do E(MAD), utilizou-se a distribuição de probabilidade de Benford dada pela Equação (59)

$$f(N) = 10^{runif(N,0,1)} \quad (59)$$

Onde, N representa o tamanho da amostra; f(N) é uma função desenvolvida no R que retorna N elementos em conformidade com a distribuição LB e *runif* (N,0,1) é uma função da biblioteca *R-Stats* do R, que retorna N números aleatórios gerados a partir de uma distribuição uniforme no intervalo [0,1].

3.4 OTIMIZAÇÃO

Segundo Nash (2014), o problema geral de otimização com restrição pode ser formulado da seguinte forma:

Encontrar x que minimize f(x), atendendo as seguintes restrições c(x) >= 0.

Onde f(x) é uma função escalar a ser minimizada; x é um vetor que minimiza a função objetivo f(x) e c(x) é um vetor de funções que representa as restrições impostas ao valor de x.

O problema de otimização geralmente é definido como um problema de minimização; porém, ele pode ser transformado em um problema de maximização, multiplicando a função objetivo por -1. De uma forma geral, minimizar uma função objetivo significa encontrar um conjunto x, no espaço de solução, tal que f(x) seja um mínimo global da função f(x).

Existem vários métodos que são utilizados para resolver problemas de otimização. Os principais são: métodos que usam gradiente, método de Newton, métodos de Gauss-Newton, método do gradiente conjugado, buscas heurísticas, métodos estocásticos, dentre outros. Maiores detalhes sobre os métodos de otimização, inclusive com os algoritmos escritos em linguagem R, podem ser encontrados em Nash (2014).

Cortez (2014) utiliza três dimensões para classificar os métodos de otimização: a primeira dimensão considera o tipo de busca que é feito, por exemplo, existem métodos de busca cega (exaustivas) ou buscas direcionadas (local ou global) ou uma combinação delas; a segunda dimensão classifica se a busca é feita de forma determinística ou estocástica e a terceira dimensão considera se o método de busca é inspirado em processos físicos ou biológicos. Maiores detalhes sobre os métodos de otimização, inclusive com alguns algoritmos escritos em linguagem R, também podem ser encontrados em Cortez (2014).

Neste estudo, utilizou-se o pacote do R denominado CVXR desenvolvido por Anqi Fu, Balasubramanian Narasimhan e Stephen Boyd, em 01/04/2020. Este pacote utiliza uma linguagem orientada a objetos que possibilita a formulação de problemas de otimização convexa por intermédio de uma sintaxe matemática natural, na qual o usuário especifica uma função objetivo a ser minimizada ou maximizada e um conjunto de restrições combinando constantes, variáveis e parâmetros. Segundo seus criadores, o CVXR então aplica a programação convexa para verificar a convexidade do problema e, uma vez constatada a existência desta convexidade, o problema é então convertido para a forma cônica padrão usando

implementações gráficas e é então passado para um solucionador de cone, como ECOS ou SCS[2].

3.5 TIPO DE PESQUISA

O trabalho de pesquisa que será aqui desenvolvido pode ser classificado da seguinte forma: quanto à sua finalidade, será uma pesquisa do tipo aplicada; quanto aos seus objetivos, trata-se de uma pesquisa exploratória; quanto à sua abordagem, é uma pesquisa do tipo quantitativo; quanto ao método utilizado, trata-se de uma pesquisa do tipo indutivo e quanto ao procedimento, será utilizada uma pesquisa bibliográfica em conjunto com um estudo de caso com empresas nulas que fazem parte do cadastro de contribuintes da SEFAZ/SP.

3.6 OS DADOS

Este trabalho será realizado com dados secundários, coletados junto ao banco de dados da SEFAZ/SP. Ressalta-se que as informações utilizadas neste estudo estão protegidas por sigilo fiscal em conformidade com as Resoluções Nº 20, de 14/03/2012 e Nº 42, de 26/05/2020 da SEFAZ/SP e, em razão disto, nenhuma empresa será identificada direta ou indiretamente neste estudo.

3.7 A AMOSTRA

A amostra é formada por todas as empresas que tiveram sua inscrição estadual decretada como nula, entre 01-01-2017 e 31-12-2019, pela SEFAZ/SP. É importante ressaltar que as empresas que, eventualmente, possuíam filiais no Estado de São Paulo foram agrupadas num mesmo CNPJ BASE (Cadastro Nacional da Pessoa Jurídica) e tratadas como se fossem uma única empresa.

As NFE’s válidas emitidas e recebidas pelas empresas nulas, no período de 01-01-2015 a 31-12-2019, foram analisadas da seguinte forma: as empresas que tiveram suas inscrições estaduais decretadas nulas nos anos de 2019, 2018 e 2017 tiveram suas notas fiscais analisadas no período entre a data da decretação de sua nulidade e 01/01/2017, 01/01/2016 e 01/01/2015, respectivamente, ou seja, por um período mínimo de dois anos, a não ser que, eventualmente,

[2] Para maiores referências sobre este pacote, consultar https://web.stanford.edu/~boyd/papers/cvxr_paper.html. Ressalta-se que neste estudo, utilizou-se programação inteira.

a empresa tenha iniciado suas atividades comerciais após estas últimas datas. Por exemplo, uma empresa que teve sua inscrição estadual decretada nula em 15/03/2019 (portanto, no ano de 2019) e tenha começado a operar comercialmente em 01/04/2018 teve suas NFE's analisadas entre estas duas datas. Porém, se a empresa deste exemplo que teve sua inscrição estadual decretada nula em 15/03/2019 (portanto, no ano de 2019) tivesse começado a operar comercialmente em qualquer data anterior a 01/01/2017, teria suas NFE's analisadas entre 15/03/2019 e 01/01/2017. Este período foi escolhido para que se tivesse um retrato mais atualizado da movimentação comercial e tributária da empresa que antecedeu a decretação de sua nulidade.

3.8 TÉCNICAS DE ANÁLISE

Neste trabalho serão adotadas as seguintes técnicas de análise:

a) Serão extraídas informações cadastrais, comerciais e tributárias das empresas que foram decretadas nulas pela SEFAZ/SP no período de 01-01-2017 a 31-12-2019 e também serão extraídos o primeiro e o segundo dígito, dos valores das notas fiscais eletrônicas válidas que foram emitidas ou recebidas por estas empresas, no período de 01-01-2015 a 31-12-2019. Nesta etapa do trabalho, serão calculadas as principais estatísticas descritivas das distribuições de probabilidade dos dígitos extraídos.
b) Na sequência, será aplicada a técnica de análise fatorial para agrupar, em termos de similaridade, as empresas que foram declaradas nulas, em função de suas variáveis cadastrais, comerciais e tributárias.
c) Nesta outra etapa do estudo, será aplicada a técnica de análise de conglomerados a fim de agrupar as empresas, tomando como base os fatores obtidos na análise fatorial.
d) Nesta fase, será feita a formulação matemática do teste ExcessMAD de primeiro e de segundo dígito e será aplicada a técnica de simulação de Monte Carlo para aferir o efeito que amostras pequenas têm sobre o erro tipo I deste teste.
e) Nesta etapa serão aplicados os testes de conformidades descritos na seção 2.6.2 para aferir se as distribuições de primeiro e segundo dígito estão em conformidade com a LB.
f) Na última fase do trabalho, será feita uma adaptação no modelo de otimização proposto por Silva e Carreira (2016), de forma a poder aplicá-lo para o primeiro e para o segundo dígito. Por fim, com base neste modelo de otimização, será estimado o valor das operações comerciais e o ICMS, supostamente alterados pelas empresas nulas.

3.9 AS VARIÁVEIS CADASTRAIS, COMERCIAIS E TRIBUTÁRIAS

Na Tabela 6, estão listadas as 22 (vinte e duas) variáveis que incialmente foram utilizadas neste estudo para qualificar as empresas nulas. A primeira variável, COD, é uma mera sequência numérica que será utilizada internamente para identificar as empresas. As variáveis CAPITAL_SOCIAL e NUM_SOCIOS identificam o capital social e número de sócios da empresa, respectivamente; NUM_AIIM, VALOR_TOT_AIIM e VALOR_MED_AIIM representam a quantidade, o valor total e o valor médio de autos de infrações lavrados contra a empresa, respectivamente; EM_MEDIANO e RE_MEDIANO indicam o valor mediano das NFE's emitidas e recebidas pela empresa, respectivamente; NUM_NFE_Emitidas, NUM_NFE_Recebidas, NUM_Clientes e NUM_Fornecedores representam as quantidades de NFE's Emitidas, de NFE's Recebidas, de Clientes e de Fornecedores, respectivamente; GARE_DAS representa o valor do ICMS pago pela empresa; NFE_Emitidas_OUFS e NFE_Recebidas_OUFS identificam o valor das NFE's emitidas ou recebidas de outras unidades da federação, respectivamente; GARE_NFE_Emitidas, GARE_NFE_Recebidas e GARE_NFE_Emitidas_NFE_Recebidas, representam os seguintes quocientes: o valor pago de ICMS sobre o valor total das NFE's emitidas, o valor pago de ICMS sobre o valor total das NFE's recebidas e o valor pago de ICMS sobre a diferença entre os valores das NFE's emitidas e recebidas pela empresa, respectivamente; NFE_Emitidas_OUFS_NFE_Total e NFE_Recebidas_OUFS_NFE_Total quantificam o quociente entre o valor das NFE's emitidas ou recebidas de outras unidades da federação e valor total das NFE's emitidas ou recebidas pela empresa, respectivamente; VALOR_ADICIONADO é calculado como sendo a diferença entre o valor das NFE's emitidas e o valor das NFE's recebidas e, por fim, MVA é o quociente entre a variável VALOR_ADICIONADO e o valor total das NFE's emitidas pela empresa.

Na Tabela 6, são mostradas as variáveis que foram utilizadas neste estudo, tomando-se como base a experiência profissional do autor e a disponibilidade de acesso às informações.

Tabela 6 - Descrição das Variáveis Cadastrais, Comerciais e Tributárias

Id	Nome do Campo	Descrição	Escala
1	COD	Sequência Numérica Criada para Identificação das Empresa	Ordinal
2	CAPITAL_SOCIAL	Capital Social da Empresa	Razão
3	NUM_SOCIOS	Número Sócios que a Empresa já teve.	Razão
4	NUM_AIIM	Quantidade de AIIM Lavrados Contra a Empresa	Razão
5	VALOR_TOT_AIIM	Valor Total dos Autos de Infrações Lavrados Contra a Empresa	Razão
6	VALOR_MED_AIIM	Valor Médio dos Autos de Infração Lavrados Contra a Empresa	Razão
7	EM_MEDIANO	Valor Mediano das NFE's Emitidas pela Empresa	Razão
8	RE_MEDIANO	Valor Mediano das NFE's Recebidas pela Empresa	Razão
9	NUM_NFE_Emitidas	Quantidade Total de NFEs Emitidas pela Empresa.	Razão
10	NUM_Clientes	Quantidade de Clientes para os quais a empresa emitiu NFE.	Razão
11	NUM_NFE_Recebidas	Quantidade Total de NFEs Recebidas pela Empresa.	Razão
12	NUM_Fornecedores	Quantidade de Fornecedores dos quais a empresa recebeu NFE	Razão
13	GARE_DAS	Valor Total do ICMS pago pela Empresa	Razão
14	NFE_Emitidas_OUFS	Valor Total das NFE's Emitidas pela Empresa para Outros Estados	Razão
15	NFE_Recebidas_OUFS	Valor Total das NFE's Recebidas pela Empresa de Outros Estados	Razão
16	GARE_NFE_Emitidas	= GARE_DAS / Valor Total das NFE's Emitidas pela Empresa	Razão
17	GARE_NFE_Recebidas	= GARE_DAS / Valor Total das NFE's Recebidas pela Empresa	Razão
18	GARE_NFE_Emitidas_NFE_ Recebidas	= GARE_DAS / VALOR_ADICIONADO	Razão
19	NFE_Emitidas_OUFS_NFE_Total	= NFE_Emitidas_OUFS / Valor Total das NFE's Emitidas pela Empresa	Razão
20	NFE_Recebidas_OUFS_NFE_Total	= NFE_Recebidas_OUFS / Valor Total das NFE's Recebidas pela Empresa	Razão
21	VALOR_ADICIONADO	= Valor Total das NFE's de Saída Emitidas - Valor Total das NFE's Recebidas	Razão
22	MVA	= VALOR_ADICONADO / Valor Total das NFE's Emitidas	Razão

Fonte: Autor.

3.10 SOFTWARES UTILIZADOS

Neste estudo, foi utilizado o *software* SAS, para extrair o primeiro e o segundo dígito de todas as notas fiscais válidas emitidas e recebidas pelas empresas nulas e as informações cadastrais, comerciais e tributárias. O *Software* R foi usado para fazer a análise descritiva dos dados, para realizar os testes de conformidade com a LB; para realizar a simulação de Monte Carlo no estudo do efeito do tamanho da amostra sobre erro do tipo I do teste ExcessMAD e para fazer o estudo de otimização para estimar os valores das operações comerciais e do ICMS eventualmente alterados pelas empresas nulas e, por fim, foi utilizado o *software* SPSS, para realizar a análise fatorial, a análise de conglomerado e a MANOVA (*Multivariate analysis of variance*) com o objetivo de averiguar se os grupos de empresas nulas gerados a partir da análise de conglomerados eram estatisticamente distintos entre si.

4 RESULTADOS

Nesta seção são apresentados os principais resultados deste trabalho. Inicialmente, foram analisadas as NFE's emitidas e recebidas por 1.076 empresas que tiveram suas inscrições estaduais decretadas nulas pela SEFAZ/SP, no período de 01/01/2017 a 31/12/2019.

Para que houvesse uma quantidade suficiente de dados que permitisse aplicar os testes de conformidade de primeiro e de segundo dígito, adotou-se um critério inicial de seleção de empresas, escolhendo-se apenas aquelas, cujas operações comerciais permitissem contabilizar pelo menos 100 primeiros dígitos e 100 segundos dígitos. De um total de 1.076 empresas nulas, 432 emitiram NFE's; 211 receberam NFE's, e 173 emitiram e receberam NFE's, que atendiam ao critério inicial de seleção, enquanto 606 empresas não atenderam a este critério.

Para que fosse possível estudar o ciclo de operações comerciais das empresas nulas (NFE's emitidas e recebidas), tomando-se como base a LB, optou-se, neste estudo, por trabalhar apenas com as 173 empresas que emitiram e receberam NFE's que permitiram contabilizar ao menos 100 primeiros dígitos e 100 segundos dígitos em suas operações comerciais. Com esta restrição, foram descartadas 903 empresas nulas, que poderão futuramente ser alvo de outro estudo.

4.1 RESULTADO DA ANÁLISE FATORIAL

Realizou-se o estudo de análise fatorial para as 173 empresas nulas, considerando-se, inicialmente, todas as variáveis do tipo razão descritas na Tabela 6. Para extração e rotação dos fatores, foram utilizados os métodos das componentes principais e o *varimax*, respectivamente. Todas as variáveis utilizadas foram padronizadas pelo método Z-Score. O número de fatores foi escolhido como sendo igual à quantidade de autovalores maiores ou iguais a 1.

Após a primeira rodada, a estatística KMO apresentava um valor de 0,704 e o teste de esfericidade de Bartlett apresentava p-valor inferior ao nível de significância de 0,05, o que indica uma adequação dos dados para aplicação da técnica de análise fatorial; entretanto, existiam dez variáveis, de um total de 21, que apresentavam o valor da estatística MSA inferior a 0,5. A variável NUM_NFE_Recebidas, que apresentava o menor valor de MSA=0,234, foi retirada do estudo e fez-se um novo processamento do modelo. Este procedimento foi repetido por mais nove vezes, sempre se retirando do modelo a variável que apresentava o menor valor da estatística MSA. Seguem, pela ordem, as nove variáveis que foram retiradas do modelo: GARE_NFE_Emitidas (MSA=0,322), NFE_Recebidas_OUFS_NFE_Total (MSA=0,367),

GARE_NFE_Recebidas (MSA=0,343), NUM_AIIM (MSA=0,410), RE_Mediano (MSA=0,452), EM_Mediano (MSA=0,317), GARE_NFE_Emitidas_NFE_Recebidas (MSA=0,411), VALOR_MED_AIIM (MSA=0,489) e VALOR_TOT_AIIM (MSA=0,477).

Após a retirada destas nove variáveis, foram analisados os valores das comunalidades das variáveis restantes do modelo. A comunalidade representa a porcentagem da variância de cada variável captada pelos fatores em conjunto. Foram feitos mais dois processamentos para retirar do modelo as duas variáveis que apresentaram valor de comunalidade inferior a 0,5. Na primeira, retirou-se a variável MVA (COMUNALIDADE=0,103) e, na segunda, retirou-se a variável NFE_Emitidas_OUFS_NFE_Total (COMUNALIDADE=0,236).

Ao final de todos estes procedimentos de retirada das variáveis do modelo, chegou-se ao modelo final composto por nove variáveis, todas elas com valores de MSA e Comunalidade superiores a 0,5. A estatística KMO final apresentou valor de 0,825 e o teste de esfericidade de Bartlett apresentava p-valor inferior ao nível de significância de 0,05.

Na Tabela 7, apresenta-se a variância total explicada pelo modelo. Foram escolhidas duas componentes (Autovalores maiores ou iguais a 1) que explicam 82,422% da variância total das variáveis presentes no modelo final.

Tabela 7 - Variância Total Explicada

Componentes	**Autovalores**	**% de Variância**	**% Cumulativa**
1	5,899	65,542	65,542
2	1,519	16,880	82,422
3	0,716	7,955	90,378
4	0,388	4,310	94,688
5	0,257	2,856	97,543
6	0,117	1,302	98,845
7	0,084	0,935	99,780
8	0,015	0,164	99,944
9	0,005	0,056	100,000

Fonte: Autor.

Na Tabela 8, apresenta-se a matriz das cargas fatoriais rotacionadas pelo método *varimax*.

Tabela 8 – Matriz das Cargas Fatoriais Rotacionadas pelo Método Varimax

Variáveis Normalizadas (Z-SCORE)	Componente 1	Componente 2
CAPITAL_SOCIAL	0,1140	**0,8625**
NUM_SOCIOS	-0,0510	**0,7280**
VALOR_ADICIONADO	**-0,8538**	-0,2087
NUM_NFE_Emitidas	**0,9803**	0,0844
NUM_Clientes	**0,9474**	0,0545
NUM_Fornecedores	**0,9191**	0,0541
GARE_DAS	**0,9845**	0,0206
NFE_Emitidas_OUFS	**0,9387**	0,1197
NFE_Recebidas_OUFS (*)	**0,6219**	0,6225

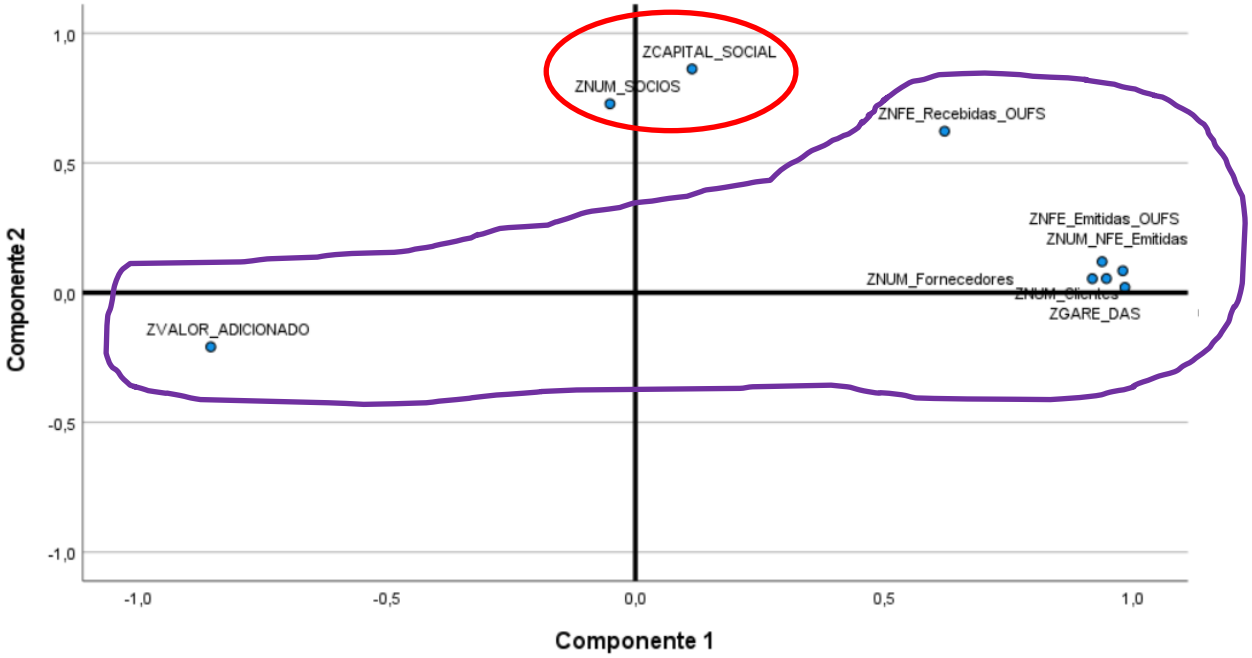
(*) Foi classificada na Componente 1 Fonte: Autor.

As duas primeiras variáveis, CAPITAL_SOCIAL e NUM_SOCIOS, possuem maior carga fatorial associada à Componente 2. Estas duas variáveis indicam a quantidade de sócios e quanto eles investiram na empresa. São variáveis mais estáticas, que estão mais associadas com as características cadastrais da empresa, do que com suas caraterísticas comerciais e tributárias, que são mais dinâmicas. Empresas com maior capital social e com maior número de sócios são geralmente empresas de maior porte. Por esta razão, optou-se por denominar a Componente 2, de Porte da Empresa.

Todas as variáveis restantes possuem maior carga fatorial associada à Componente 1, com exceção da variável NFE_Recebidas_OUFS (*). Esta variável possui carga fatorial de 0,6219 e 0,6225 associadas às Componentes 1 e 2, respectivamente. São valores muito próximos e apesar de a maior carga fatorial desta variável estar associada à componente 2, ela foi considerada como se fizesse parte da componente 1, pois ela tem caraterísticas comerciais sendo, portanto, mais compatível com as demais variáveis desta componente. A Componente 1 captura, de uma certa forma, as características comerciais e tributárias da empresa e será denominada, neste estudo, de Fluxo Comercial e Tributário da Empresa.

A Figura 1 foi construída a partir das informações contidas na Tabela 8.

Figura 1 - Componentes Representadas no Espaço Rotacionado



Fonte: Autor.

Na Figura 1, a abscissa de cada variável é representada pela carga fatorial da Componente 1 (Fluxo Comercial e Tributário da Empresa), enquanto a ordenada de cada variável é representada pela carga fatorial da Componente 2 (Porte da Empresa). Foram circundadas na Figura 1 as variáveis que compõem cada uma das duas componentes.

Foram criadas duas novas variáveis denominadas FAC1 e FAC2, cujos valores são os escores das duas Componentes 1 e 2, calculados para cada uma das 173 empresas nulas. Ressalta-se que as variáveis FAC1 e FAC2 estão padronizadas e não há correlação estatística entre elas (são independentes). Estas duas variáveis serão utilizadas no estudo de Análise de Conglomerados feito a seguir.

Cumpre destacar que se iniciou o estudo de análise fatorial com 21 variáveis, descritas na Tabela 6, foram descartadas 12 variáveis e restaram, ao final do estudo, 9 variáveis mostradas na Tabela 8, as quais deram origem aos fatores FAC1 e FAC2. Optou-se neste estudo por atender os valores das principais estatísticas preconizadas pela técnica de análise fatorial em detrimento da manutenção das variáveis escolhidas inicialmente. Se por um lado ganha-se um maior rigor técnico nos resultados obtidos, por outro lado, perdem-se variáveis que ajudam a descrever as caraterísticas cadastrais, comerciais e tributárias das empresas nulas. Em um futuro estudo, novas variáveis poderiam ser testadas o que, eventualmente, levaria ao surgimento de novos fatores que poderiam ajudar a explicar melhor as características das empresas nulas.

Ainda assim, os fatores FAC1 e FAC2 captaram duas importantes dimensões das empresas nulas.

4.2 RESULTADO DA ANÁLISE DE CONGLOMERADOS

Antes de se aplicar a técnica de análise de conglomerados, procurou-se detectar a presença de *outliers* multivariado na amostra das 173 empresas. Calculou-se a distância de *Mahalanobis* para todas as observações e detectou-se a presença de três dados atípicos, considerando-se um nível de significância igual a 0,01. Em razão disto, estas três empresas foram retiradas do estudo de análise de conglomerados e serão analisadas separadamente. Sendo assim, o estudo de análise de conglomerado foi feito considerando-se 170 empresas.

Inicialmente, aplicou-se a técnica de cluster hierárquico, utilizando-se o método de agrupamento *nearest neighbor* e a medida de distância quadrática euclidiana. Com base na análise dos resultados dos coeficientes de distância entre os grupos formados, que na verdade é uma medida de heterogeneidade entre os agrupamentos, optou-se por aplicar a técnica de cluster não hierárquico *K-means* para três grupos de empresa, uma vez que houve um aumento considerável nesta medida de heterogeneidade, quando se passava de três para dois grupos. O método *K-means* utiliza o método aglomerativo *nearest centroid* e a medida de distância euclidiana. Ressalta-se que as medidas de distância e os métodos de aglomeração utilizados neste estudo foram escolhidos por serem usualmente empregados em outros estudos acadêmicos. Em um futuro estudo, poderia se testar outras medidas de distância e outros métodos de aglomeração, comparando-se os resultados obtidos com o resultado deste estudo.

O resultado final da aplicação da técnica análise de conglomerado dividiu as 170 empresas em três grupos: o primeiro, é formado por 118 empresas, o segundo, por 9 empresas e o terceiro, por 43 empresas. Percebe-se que a quantidade de empresas de cada um dos grupos é bem distinta. Uma das prováveis causas que pode ter contribuído para que isto ocorresse é método de aglomeração adotado no estudo. Para se obter uma quantidade mais equilibrada de empresas dentro de cada grupo, pode-se, num futuro estudo, adotar o método *Ward* de aglomeração, que segundo Hair et al. (2009) é o método mais adequado para este fim, porém ressalta que adoção de tal método torna mais difícil a formação de agrupamentos que representam pequenas proporções da amostra. Outra estratégia que poderia ser adotada em um futuro estudo para se obter agrupamentos com uma quantidade mais equilibrada de empresa seria utilizar os métodos de aglomeração baseados em densidade, como por exemplo, o método

Density-Based Spatial Clustering of Applications with Noise (DBSCAN). Para maiores informações sobre este método consultar Ester et al. (1996).

Na Tabela 9 apresenta-se o centroide dos três grupos, para cada uma das variáveis FAC1 e FAC 2, que foram obtidas na análise fatorial. Observa-se que as 9 empresas do grupo 2, apresentam a menor média da variável FAC1 e a maior média da variável FAC2, enquanto as 118 empresas do grupo 1 possuem a maior média da variável FAC1 e a menor média da variável FAC2.

Tabela 9 - Centroides Finais de Cada Conglomerado

Variáveis	**Grupo 1 (118 Empresas)**	**Grupo 2 (9 Empresas)**	**Grupo 3 (43 Empresas)**
FAC1 - Porte da Empresa	-0,07151	-0,28457	-0,12655
FAC2 - Fluxo Comercial e Tributário da Empresa	-0,38427	1,59152	0,42958

Fonte: Autor.

Agora será verificado se há diferenças estatisticamente significantes entre as médias das variáveis FAC1 e FAC2 para os três grupos de empresas formados na análise de conglomerados. Com este intuito, será aplicada a técnica MANOVA (*Multivariate analysis of variance*), uma vez que neste estudo têm-se duas variáveis dependentes numéricas FAC1 e FAC2 e uma variável independente categórica, que identifica cada um dos três grupos de empresa nulas.

Conforme Marôco (2018), os pressupostos para aplicação da MANOVA são de que haja uma distribuição normal multivariada formada pelas variáveis dependentes e de que haja homogeneidade das matrizes de variâncias-covariâncias, para cada um dos grupos estudados, de modo que uma estimativa conjunta da variância residual possa ser obtida.

Faz-se agora a verificação dos pressupostos para aplicação da MANOVA. Ressalta-se que o SPSS não possui um teste formal para verificar se o vetor formado pelas variáveis dependentes possui distribuição normal multivariada. Para contornar este problema, Marôco (2018) menciona que a forma mais simples seria averiguar se cada variável dependente possui distribuição normal univariada, aplicando-se o teste de normalidade de Kolmogorov-Smirnov para cada uma delas; porém, ele lembra que a normalidade univariada de cada variável não implica normalidade multivariada conjunta destas mesmas variáveis.

Ainda segundo Marôco (2018), Srivastava e Hui (1987) propuseram um teste exato com duas estatísticas de teste para averiguar a normalidade multivariada das variáveis, o qual seria uma generalização da estatística de Shapiro-Wilk utilizada para testar a normalidade univariada.

Alternativamente, os coeficientes de assimetria e curtose de cada uma das variáveis podem ser analisados individualmente. Se os valores destes dois coeficientes forem próximos de zero, dentro do intervalo]-0,5; 0,5[, pode-se assumir a validação do pressuposto de normalidade multivariada.

Neste estudo serão utilizados tanto o teste de Normalidade de Kolmogorov-Smirnov, como também serão analisados os valores dos coeficientes de assimetria e curtose de cada variável individualmente, para validação do pressuposto de normalidade multivariada.

Inicialmente, foi testada a normalidade univariada das variáveis dependentes FAC1 e FAC2, considerando-se, ao mesmo tempo, todos os três grupos de empresas, conforme preconizam Hair et al. (2009). Os resultados mostram que as variáveis FAC1 e FAC2 não possuem normalidade univariada, uma vez que as hipóteses nulas de normalidade destas duas variáveis foram rejeitadas, considerando-se um nível de significância igual a 0,05.

Depois foram calculados os valores dos coeficientes de assimetria e curtose das variáveis dependentes FAC1 e FAC2, considerando-se, ao mesmo tempo, todos os três grupos de empresas. A variável FAC1 apresentou assimetria de 0,592 e curtose de 5,85, enquanto a variável FAC2 teve uma assimetria de 1,683 e curtose de 3,359. Por este critério, conclui-se que as variáveis FAC1 e FAC2 não possuem normalidade univariada, uma vez que cada um destes coeficientes está distante de zero e fora do intervalo]-0,5;0,5[.

Na sequência, foi testada a normalidade univariada das variáveis dependentes FAC1 e FAC2, considerando-se, individualmente cada um dos três grupos de empresas, conforme sugere Marôco (2018).

Ao se aplicar o teste de Kolmogorov-Smirnov para as variáveis dependentes FAC1 e FAC 2 para cada um dos três grupos de empresas nulas, obteve-se como resultado que a FAC1 não possui normalidade univariada para nenhum dos três grupos de empresas, uma vez que a hipótese nula de normalidade foi rejeitada, considerando-se um nível de significância igual a 0,05; para o grupo 1, obteve-se p-valor de 0,000, para o grupo 2, o p-valor foi de 0,018 e para o grupo 3, o p-valor obtido foi de 0,000. De forma análoga, constatou-se que a variável FAC2, não possui normalidade univariada para o grupo 1 (p-valor de 0,002), porém, a variável FAC2 possui normalidade univariada para o grupo 2 (p-valor de 0,200) e para o grupo 3 (p-valor de 0,200), uma vez que a hipótese de normalidade não foi rejeitada, considerando-se um nível de significância igual a 0,05.

Considerando-se os pares ordenados formados pelos coeficientes de assimetria e curtose para a variável FAC1, obtêm-se: (-1,220; 13,382), para o grupo 1; (1,635; 2,418), para o grupo 2 e (1,994; 4,990), para o grupo 3. Por este critério, conclui-se que a variável FAC1 não

apresenta normalidade para nenhum dos três grupos de empresas nulas; uma vez que cada um destes coeficientes está distante de zero e fora do intervalo]-0,5;0,5[. Este resultado coincide com os resultados obtidos pelo teste de Kolmogorov-Smirnov para a variável FAC1. Analogamente, obtêm-se os seguintes pares ordenados formados pelos coeficientes de assimetria e curtose para a variável FAC2: (0,410; -0,840), para o grupo 1, (1,406; 2,352), para o grupo 2 e (0,509; -0,919), para o grupo 3. Nota-se que o único resultado que está dentro do intervalo]-0,5;0,5[é o coeficiente de assimetria do grupo 1 (0,410, porém longe do zero), todos os demais coeficientes estão fora deste intervalo. O que nos leva a concluir que a variável FAC2 não apresenta normalidade para nenhum dos três grupos de empresas nulas. Este resultado difere do encontrado pelo teste de Kolmogorov-Smirnov, que apontou que a variável FAC2, possuía normalidade univariada para os grupos 2 e 3.

Ao se analisar os resultados destes dois testes de normalidade, conclui-se que o primeiro pressuposto para a aplicação da MANOVA foi violado, pois a distribuição conjunta das variáveis FAC1 e FAC2 não pode ser considerada normal. Apesar disto, prossegui-se com a aplicação da MANOVA, porém, os resultados finais precisam ser considerados com cuidado.

Ressalta-se que Hair et al. (2009) recomendam que cada célula deve possuir no mínimo 20 elementos (empresas). Neste estudo têm-se duas variáveis dependentes e uma variável independente não-métrica, formada pelos três grupos de empresas, o que dá um total de 6 células (2 x 3). Como o grupo 2 é formado por apenas 9 empresas, este requisito mínimo de 20 elementos por célula, também não foi atendido neste estudo e, portanto, os resultados da MANOVA precisam também ser analisados com cuidado.

A seguir foi feita a verificação do segundo pressuposto para aplicação da MANOVA, verificando a homogeneidade das matrizes de variâncias-covariâncias das variáveis FAC1 e FAC2 para cada um dos grupos. A hipótese nula do Box teste de igualdade das matrizes de covariância é que as matrizes de covariância das variáveis dependentes FAC1 e FAC 2 são iguais em todas as combinações dos grupos, enquanto a hipótese alternativa deste teste é de que pelo menos duas matrizes de covariância das variáveis dependentes FAC1 e FAC 2 não são iguais em todas as combinações dos grupos.

O p-valor deste Box teste foi de 0,000, o que leva a uma rejeição da hipótese nula e, portanto, não há evidências estatísticas nesta amostra de que as matrizes de covariância das variáveis dependentes FAC1 e FAC 2 sejam iguais em todas as combinações dos grupos. Novamente, outro pressuposto de validade da MANOVA foi violado. Este fato enfraquece ainda mais as conclusões que serão obtidas pela aplicação da MANOVA, e os resultados precisam ser tomados com bastante cuidado.

Todos os testes estatísticos gerados pelo SPSS (*Pillai's Test, Wilks Lambda, Hotteling's Trace e Roy's Largest Root*) para testar a hipótese nula de que não existe nenhuma variável dependente com comportamento significativamente diferente das demais, dentro dos grupos analisados, contra a hipótese alternativa de que existe pelo menos uma variável dependente com comportamento significativamente diferente das demais, dentro dos grupos analisados, considerando-se um nível de significância igual a 0,05, apresentaram p-valor igual a zero e potência observada do teste igual a 1, acima, portanto, de 0,80, que é considerado aceitável, segundo Marôco (2018). Desta forma, todos os testes apontam para uma rejeição da hipótese nula, o que nos leva a concluir, que a variável dependente FAC1 tem comportamento significativamente diferente de FAC2 dentro dos três grupos de empresas nulas.

Identificados os efeitos significativos dos grupos sobre as variáveis dependentes, parte-se para aplicação de duas ANOVA's (*Analysis of variance*), uma, para cada uma das duas variáveis dependentes FAC1 e FAC2.

Antes da aplicação das duas ANOVA's, se faz necessário aplicar o teste de *Levene* de igualdade das variâncias, para se testar a hipótese nula de que há homocedasticidade das variâncias, isto é, de que as variâncias são iguais dentro de cada um dos grupos, considerando-se individualmente cada uma das variáveis dependentes contra a hipótese alternativa de que nem todas as variâncias são iguais, dentro de cada um dos grupos. Todos os testes empregados pelo SPSS (*Based on Mean, Based on Median, Based on Median with adjusted df, Based on trimmed mean*) apresentaram p-valores bem inferiores ao nível de significância de 0,05, tanto para a variável FAC1, quanto para a variável FAC2. O que leva a uma rejeição da hipótese nula e, portanto, as variâncias não são iguais entre os grupos, considerando-se individualmente cada uma das variáveis FAC1 e FAC2. O que fere um dos pressupostos da aplicação da ANOVA, e portanto os resultados da aplicação da ANOVA precisam ser analisados com reserva.

Analisando-se os resultados dos testes que medem a significância dos efeitos do grupo de empresas sobre as variáveis dependentes que são apresentados na tabela (*Tests of Between - Subjects Effects*) do SPSS, conclui-se que o grupo de empresas possui um efeito significativo sobre a variável FAC1 (p-valor = 0,000) e também sobre FAC2 (p-valor = 0,000). Para verificar qual ou quais dos três grupos de empresas são significativamente diferentes relativamente às variáveis FAC 1 e FAC2, recorre-se à comparação múltipla de médias, usando-se o teste Tukey HSD.

Na Tabela 10 são apresentados os principais resultados do teste *Tukey HSD*, considerando-se um nível de significância igual a 0,05. Pode-se concluir que relativamente à variável dependente FAC1, a média do grupo 1 não é significativamente diferente da média do

grupo 3 (p-valor = 0,067 >0,05); porém, a média do grupo 1 é significativamente diferente da média do grupo 2 (p-valor = 0,000 < 0,05), bem como, a média do grupo 2 é significativamente diferente da média do grupo 3 (p-valor = 0,006 < 0,05). Com relação à variável dependente FAC2, as diferenças de média entre os grupos 1 e 2, entre os grupos 1 e 3 e entre os grupos 2 e 3 são significativamente diferentes, pois todos os respectivos p-valores são iguais a 0,000 < 0,05. Ressalta-se que estas conclusões precisam ser tomadas com reserva, pois os pressupostos da MANOVA e da ANOVA utilizados no cálculo, não foram atendidos.

Tabela 10 - Comparação Múltipla de Médias – Teste Tukey HSD

Variável Dependente	Grupo I	Grupo J	Diferença Média (I-J)	P-Valor
FAC1	1	2	0,2130591	0,000
		3	0,055041966	0,067
	2	1	-0,2130591	0,000
		3	-0,1580171	0,006
	3	1	-0,055041966	0,067
		2	0,1580171	0,006
FAC2	1	2	-1,9757945	0,000
		3	-0,8138492	0,000
	2	1	1,9757945	0,000
		3	1,1619453	0,000
	3	1	0,8138492	0,000
		2	-1,1619453	0,000

Fonte: Autor (Adaptado do SPSS).

Na Tabela 11, apresentam-se os perfis médios das variáveis, agrupadas em fatores, para os três grupos obtidos na análise de conglomerados e também para as três empresas que foram consideradas *outliers*, por apresentarem uma grande distância de *Mahalanobis*.

Tabela 11 - Valores Médios das Variáveis de Cada Componente por Grupo

Fator	Variáveis	Grupo 1 – (118 Empresas)	Grupo 2 – (9 Empresas)	Grupo 3 – (43 Empresas)	*Outliers* – (3 Empresas)
FAC1	CAPITAL_SOCIAL	R$137.120,34	R$497.991,89	R$338.876,74	R$2.725.666,67
	NUM_SOCIOS	1,4	6,8	3,6	5,3
FAC2	VALOR_ADICIONADO	R$8.151.535,21	R$4.864.229,45	-R$5.694.266,12	-R$361.734.312,90
	NUM_NFE_Emitidas	1.407	2.200	2.478	239.285
	NUM_Clientes	128	61	200	4.523
	NUM_Fornecedores	126	575	365	26.272
	GARE_DAS	R$11.697,59	R$8.491,32	R$20.004,80	R$8.013.466,69
	NFE_Emitidas_OUFS	R$186.426,68	R$13.325.889,24	R$2.752.570,98	R$321.532.219,46
	NFE_Recebidas_OUFS	R$5.704.892,86	R$44.037.482,61	R$13.887.533,71	R$378.745.388,33

Fonte: Autor.

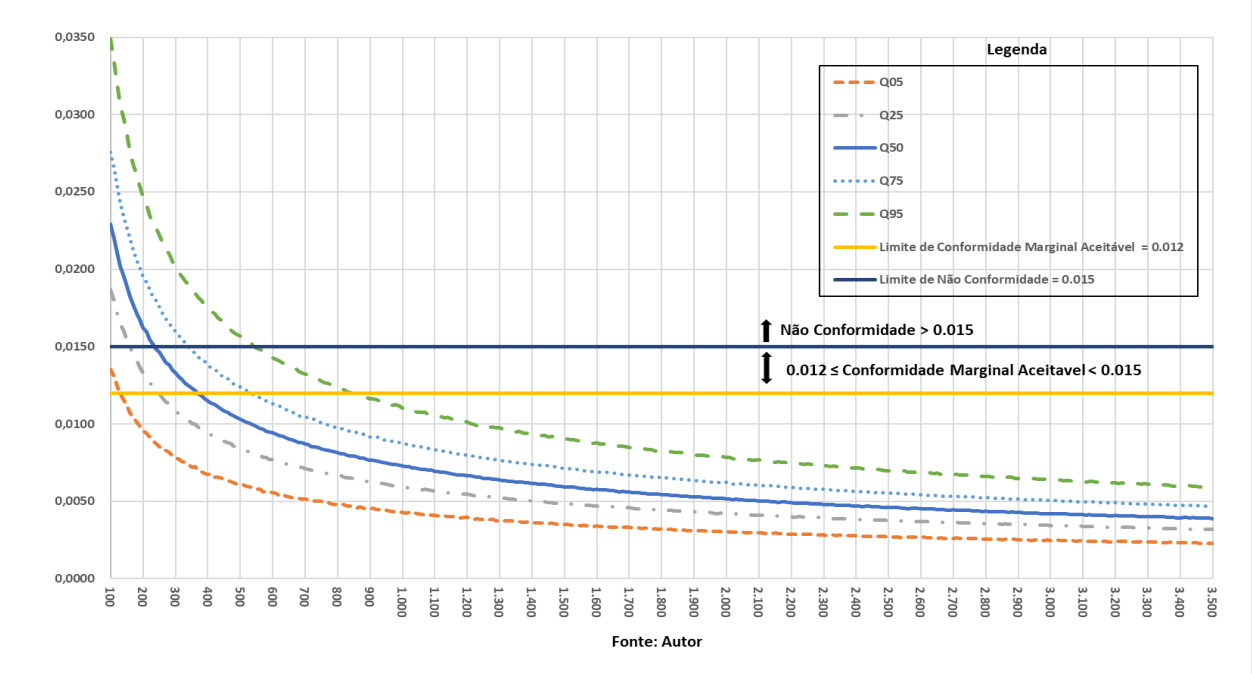
É possível notar na Tabela 11 que entre os três grupos de empresas, o grupo 1 é aquele que apresenta o maior valor adicionado médio (R$ 8.151.535,21) e o menor valor médio de NFE's recebidas de outras unidades da federação (R$ 5.704.892,86); o grupo 2, possui o maior valor médio de capital social (R$ 497.991,89) e maior número médio de sócios (6,8) e menor valor médio de pagamento de ICMS (R$8.491,32); já o grupo 3, apresenta o menor valor adicionado médio (-R$5.694.266,12), a maior quantidade média de NFE's emitidas (2.478) , o maior número médio de clientes (200) e o maior valor médio de pagamento de ICMS (R$20.004,80). Já o grupo *Outliers*, apresentou, em módulo, valores médios de todas as variáveis muito superiores aos das variáveis dos três grupos formados pela análise de conglomerados, com exceção do número médio de sócios (5,3).

4.3 RESULTADO DO ESTUDO SOBRE O TESTE EXCESSMAD DE PRIMEIRO E DE SEGUNDO DÍGITO

Neste estudo, foram geradas amostras aleatórias, a partir da distribuição de probabilidade de Benford dada pela Equação (59), com tamanho de 100 a 3.500 elementos, incrementada de 10 em 10. Para cada tamanho de amostra, o processo de reamostragem com repetição foi replicado 25.000 vezes, permitindo-se construir estimativas de Monte Carlo para as distribuições amostrais do MAD, E(MAD) e do ExcessMAD de primeiro e de segundo dígito. Os parâmetros desta simulação se basearam no trabalho de Bradley e Schulzke (2016).

Na Figura 2, apresenta-se o gráfico das estimativas de Monte Carlo dos percentis Q5, Q25, Q50, Q75 e Q95 da distribuição amostral de primeiro dígito da estatística MAD, em função do tamanho de amostra N, retirada de uma população que é conforme com a LB. Há duas retas horizontais que representam os valores críticos de MAD apresentados na Tabela 3 e que delimitam as áreas de não conformidade ($MAD > 0.015$) e de conformidade marginal aceitável ($0.012 < MAD \leq 0.15$).

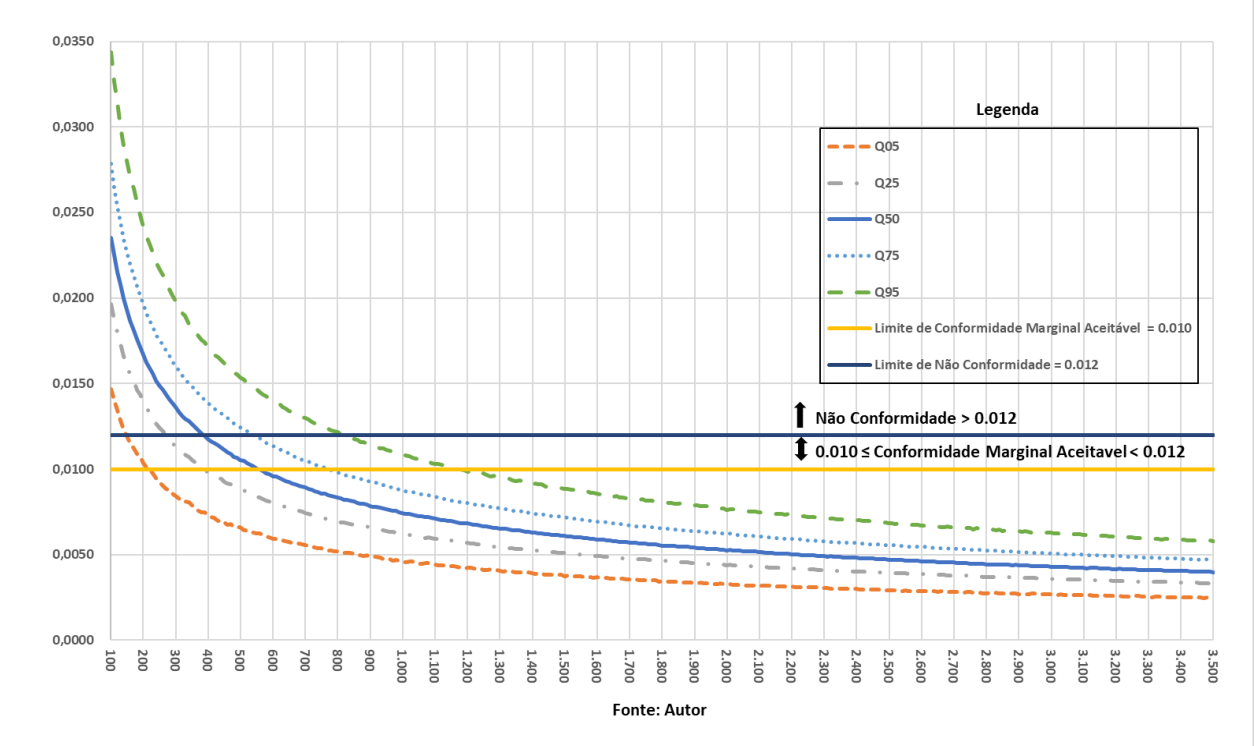
Figura 2 - Distribuição Amostral de Primeiro Dígito da Estatística MAD



Nota-se na Figura 2, que a partir do tamanho de amostra de aproximadamente N < 200, quase todas as curvas dos percentis começam a ficar na área de rejeição do teste (MAD > 0.015), mesmo que o conjunto de dados estudado tenha sido gerado a partir de uma distribuição de Benford e que para N > 900, todas as curvas dos percentis estão abaixo da região da conformidade marginal aceitável (0.012 < MAD ≤ 0.15). Os resultados aqui obtidos vão na mesma direção dos resultados alcançados por Bradley e Schulzke (2016) para o teste MAD dos dois primeiros dígitos. Isto levanta um questionamento sobre a validade de se utilizarem limites críticos fixos do MAD, apresentados na Tabela 3, sem se considerar o tamanho da amostra.

Na Figura 3, apresenta-se o gráfico das estimativas de Monte Carlo dos percentis Q5, Q25, Q50, Q75 e Q95 da distribuição amostral de segundo dígito da estatística MAD, em função do tamanho de amostra N, retirada de uma população que segue a LB. Há duas retas horizontais que representam os valores críticos de MAD da Tabela 3 e que delimitam as áreas de não conformidade (MAD > 0.012) e de conformidade marginal aceitável (0.010 < MAD ≤ 0.12).

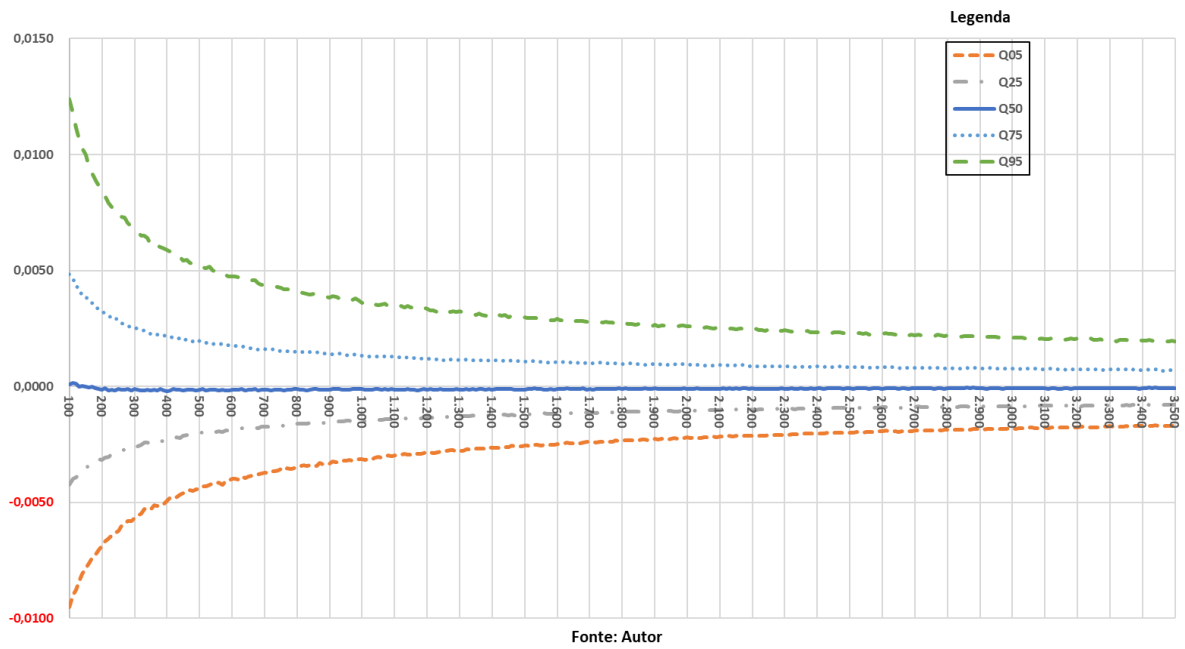
Figura 3 - Distribuição Amostral de Segundo Dígito da Estatística MAD



Pode-se observar na Figura 3, que a partir de um tamanho de amostra de aproximadamente com N < 300, quase todas as curvas dos percentis ficam na área de rejeição do teste (MAD > 0.012), mesmo que o conjunto de dados estudado tenha sido gerado a partir de uma distribuição de Benford e também que para N > 1200, todas as curvas dos percentis estão abaixo da região de conformidade marginal aceitável (0.010 < MAD ≤ 0.12). O que levanta novamente o questionamento sobre a validade de se utilizarem limites críticos fixos do MAD, apresentados na Tabela 3, sem se considerar o tamanho da amostra.

Na Figura 4, são mostrados os gráficos das estimativas de Monte Carlo para o 5°, 25°, 50°, 75° e 95° percentil da distribuição amostral de primeiro dígito da estatística ExcessMAD, em função do tamanho da amostra N, retirada de um conjunto que é conforme com a LB. Percebe-se um aumento na dispersão dos valores dos percentis, para N menor do que 500, e que esta dispersão vai se reduzindo à medida que N aumenta. A curva do 50° percentil (mediana) permanece próxima de zero, independentemente do valor de N.

Figura 4 - Distribuição Amostral de Primeiro Dígito da Estatística ExcessMAD

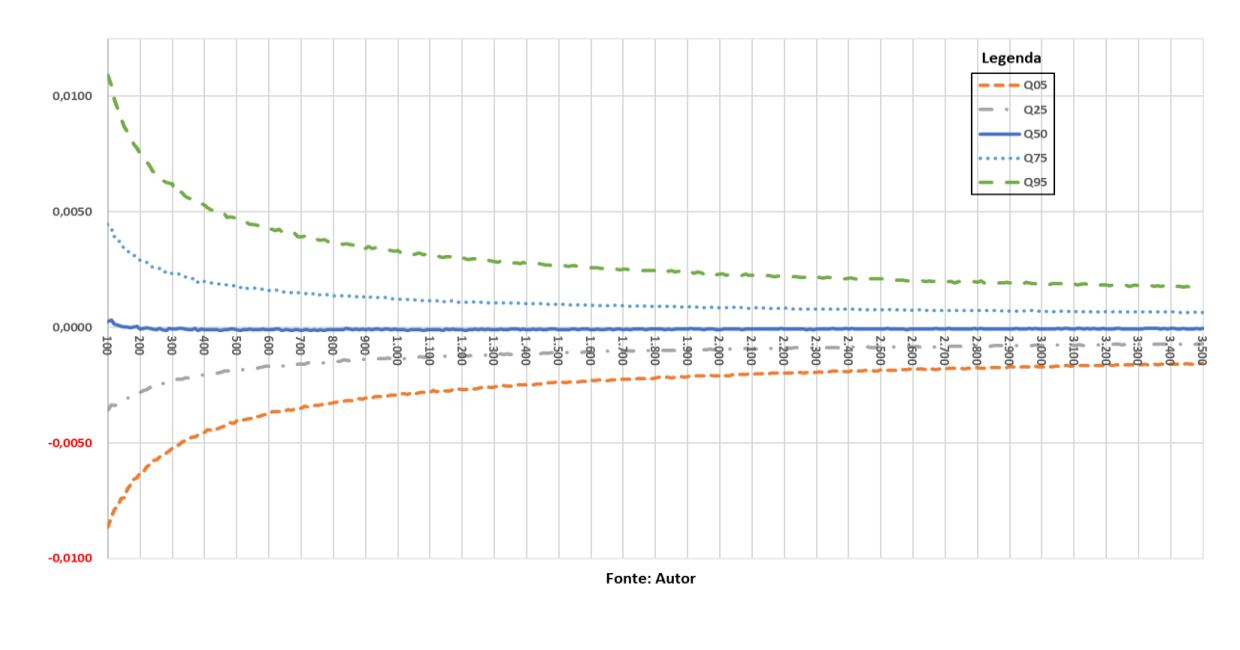


Fonte: Autor

É importante fazer duas considerações: a primeira, é que como estamos trabalhando com amostras retiradas de uma população em conformidade com a LB e como as curvas dos percentis do teste ExcessMAD parecem convergir para zero, à medida que N cresce, os resultados aqui obtidos reforçam a afirmação de Bradley e Schulzke (2016), de que o ExcessMAD somente se aproximará de 0, à medida que N cresce, caso a distribuição dos dígitos esteja em conformidade com a LB. A segunda consideração é que os resultados aqui obtidos parecem mostrar que há um aumento na distância entre curvas percentis do teste ExcessMAD, à medida que o tamanho N da amostra diminui, o que reforça a afirmação de Nigrini (2011) de que se pode trabalhar com teste de conformidade, utilizando-se amostra com N < 1.000 elementos; porém, deve-se estar disposto a aceitar grandes desvios, antes de se concluir que os dados não estão em conformidade com a LB.

Na Figura 5, mostram-se os gráficos das estimativas de Monte Carlo para o 5°, 25°, 50°, 75° e 95° percentil da distribuição amostral de segundo dígito do ExcessMAD em função do tamanho da amostra N. Da mesma forma que na Figura 4, percebe-se que há um aumento na dispersão dos valores dos percentis, para N menor do que 500, e que esta dispersão vai se reduzindo à medida que N aumenta.

Figura 5 - Distribuição Amostral de Segundo Dígito da Estatística ExcessMAD



Este aumento na dispersão dos percentis da estatística ExcessMAD de primeiro e de segundo dígito, pode levar a um aumento no erro do tipo I do teste ExcessMAD, pelo simples fato de estarmos trabalhando com tamanhos da amostra menores, ainda que estas amostras aleatórias sejam retiradas de uma população que está em conformidade com a LB.

Para evitar que este aumento no erro tipo I ocorra simplesmente, em razão da redução no tamanho de amostras, propõe-se que ao invés de se utilizar um único valor crítico para ExcessMAD (> 0 , que vale para N grandes), se utilize um valor crítico variável em razão do tamanho da amostra. Com este intuito, foi criado o Apêndice III, no qual foram colocados os valores do 95° percentil das distribuições amostrais de primeiro e de segundo dígito do ExcessMAD, obtidos na simulação de Monte Carlo.

Por fim, ressalta-se que os valores críticos do ExcessMAD obtidos no Apêndice III são valores positivos e próximos de zero. Por exemplo, os valores críticos do ExcessMAD de primeiro e de segundo dígito, para uma amostra de tamanho N = 100 elementos, é de 0,0124 e 0,0109, respectivamente, enquanto para uma amostra de tamanho N = 1.000 elementos é de 0,0036 e 0,0033. À medida que N cresce, os valores críticos parecem se aproximar de zero. Para amostras maiores do que 1.000 elementos, pode-se utilizar o valor crítico tradicional do ExcessMAD de primeiro e de segundo dígito igual a zero, dependendo do grau de precisão da análise de conformidade que se está fazendo.

4.4 RESULTADO DOS TESTES DE CONFORMIDADE DAS NFE'S EMITIDAS E RECEBIDAS

Na Tabela 12, apresenta-se, para cada um dos três grupos de empresas obtidos na análise de conglomerado, para as 3 empresas *outliers* e para todas as 173 empresas nulas, a quantidade delas que apresentaram distribuição dos valores das NFE's emitidas e recebidas com média maior que a mediana e assimetria positiva. Segundo Durtschi, Hillison e Pacini (2004), estas duas condições são recomendadas para que se aplique análise digital baseada na LB.

Pode-se observar no último bloco de linhas da Tabela 12, que 9 empresas, de um total de 173, não possuem distribuições adequadas dos valores das NFE's recebidas e emitidas para aplicação de análise digital baseada na LB; 7 possuem adequação só na distribuição das NFE's emitidas; 6 só nas distribuições das NFE's recebidas e 151 empresas possuem adequação tanto na distribuição nas NFE's recebidas quanto nas emitidas, uma vez que estas duas distribuições possuem, ao mesmo tempo, média maior que a mediana e assimetria positiva. Apesar destas considerações sobre a adequação das distribuições dos valores das NFE's, os testes de conformidade foram aplicados para todas as 173 empresas.

Tabela 12 - Adequação das Distribuições dos Valores das NFE's Emitidas e Recebidas para Aplicação da Análise Digital com base na LB

		Adequação das NFE's Emitidas		
Grupo	**Adequação das NFE's Recebidas**	Não	Sim	Total
1	Não	7	5	**12**
	Sim	4	102	**106**
	Total	**11**	**107**	**118**
2	Não	0	0	**0**
	Sim	1	8	**9**
	Total	**1**	**8**	**9**
3	Não	2	2	**4**
	Sim	1	38	**39**
	Total	**3**	**40**	**43**
Outliers	Não	0	0	0
	Sim	9	3	3
	Total	**3**	**3**	**3**
Total	Não	9	7	**16**
	Sim	6	151	**157**
	Total	**15**	**158**	**173**

Fonte: Autor.

Na Tabela 13, são apresentadas as distribuições dos percentis do tamanho das amostras das NFE's emitidas e recebidas pelas empresas nulas. Observa-se uma grande variação no tamanho de amostras analisadas e isto pode afetar diretamente os resultados das estatísticas dos

testes de conformidade com a LB. Para Kossovsky (2014), quando N é muito grande o teste Qui-Quadrado torna-se muito sensível; mesmo pequenas diferenças entre as frequências observadas e esperadas dos dígitos são sinalizadas como estando em desconformidade com a LB. Os eventuais efeitos que o tamanho da amostra teve sobre os resultados dos testes de conformidade das empresas nulas não foram explorados neste trabalho.

Tabela 13 - Distribuições dos Percentis do Tamanho das Amostras das NFE's Emitidas e Recebidas

Percentis	**Recebidas**	**Emitidas**
10	136	191
20	187	271
30	250	363
40	399	547
50	593	902
60	1.001	1.473
70	1.623	3.013
80	3.691	6.596
90	11.365	19.701
Médio	37.467	78.429
Mínimo	101	102
Máximo	4.119.052	9.572.081
Empresas Analisadas	173	173

Fonte: Autor.

Na Tabela 14, mostra-se a quantidade e o percentual de empresas que estão em conformidade (Z≤1,96) e em desconformidade (Z>1.96), após a aplicação do teste Z de primeiro dígito para as NFE’s emitidas e recebidas pelas empresas nulas, para cada um dos três grupos de empresas obtidos na análise de conglomerado, para o grupo *Outliers* formado por 3 empresas e também para o grupo formado por todas as 173 empresas do estudo.

Tabela 14 - Teste Z de Primeiro Dígito das NFE's Emitidas e Recebidas

Grupo	Digito	NFE's Recebidas		NFE's Emitidas	
		(Z ≤ 1,96)	(Z > 1,96)	(Z ≤ 1,96)	(Z > 1,96)
1	1	61 = (52%)	57 = (48%)	42 = (36%)	76 = (64%)
	2	57 = (48%)	61 = (52%)	52 = (44%)	66 = (56%)
	3	58 = (49%)	60 = (51%)	53 = (45%)	65 = (55%)
	4	64 = (54%)	54 = (46%)	57 = (48%)	61 = (52%)
	5	75 = (64%)	43 = (36%)	60 = (51%)	58 = (49%)
	6	64 = (54%)	54 = (46%)	61 = (52%)	57 = (48%)
	7	76 = (64%)	42 = (36%)	52 = (44%)	66 = (56%)
	8	68 = (58%)	50 = (42%)	56 = (47%)	62 = (53%)
	9	72 = (61%)	46 = (39%)	68 = (58%)	50 = (42%)
2	1	6 = (67%)	3 = (33%)	3 = (33%)	6 = (67%)
	2	6 = (67%)	3 = (33%)	4 = (44%)	5 = (56%)
	3	4 = (44%)	5 = (56%)	4 = (44%)	5 = (56%)
	4	5 = (56%)	4 = (44%)	5 = (56%)	4 = (44%)
	5	4 = (44%)	5 = (56%)	7 = (78%)	2 = (22%)
	6	5 = (56%)	4 = (44%)	6 = (67%)	3 = (33%)
	7	4 = (44%)	5 = (56%)	5 = (56%)	4 = (44%)
	8	6 = (67%)	3 = (33%)	6 = (67%)	3 = (33%)
	9	5 = (56%)	4 = (44%)	4 = (44%)	5 = (56%)
3	1	19 = (44%)	24 = (56%)	14 = (33%)	29 = (67%)
	2	20 = (47%)	23 = (53%)	19 = (44%)	24 = (56%)
	3	21 = (49%)	22 = (51%)	18 = (42%)	25 = (58%)
	4	24 = (56%)	19 = (44%)	18 = (42%)	25 = (58%)
	5	16 = (37%)	27 = (63%)	19 = (44%)	24 = (56%)
	6	22 = (51%)	21 = (49%)	20 = (47%)	23 = (53%)
	7	24 = (56%)	19 = (44%)	25 = (58%)	18 = (42%)
	8	22 = (51%)	21 = (49%)	14 = (33%)	29 = (67%)
	9	25 = (58%)	18 = (42%)	21 = (49%)	22 = (51%)
Outliers	1	0 = (0%)	3 = (100%)	1 = (33%)	2 = (67%)
	2	0 = (0%)	3 = (100%)	1 = (33%)	2 = (67%)
	3	1 = (33%)	2 = (67%)	1 = (33%)	2 = (67%)
	4	0 = (0%)	3 = (100%)	0 = (0%)	3 = (100%)
	5	1 = (33%)	2 = (67%)	1 = (33%)	2 = (67%)
	6	0 = (0%)	3 = (100%)	0 = (0%)	3 = (100%)
	7	1 = (33%)	2 = (67%)	0 = (0%)	3 = (100%)
	8	2 = (67%)	1 = (33%)	1 = (33%)	2 = (67%)
	9	1 = (33%)	2 = (67%)	1 = (33%)	2 = (67%)
Todos	1	86 = (50%)	87 = (50%)	60 = (35%)	113 = (65%)
	2	83 = (48%)	90 = (52%)	76 = (44%)	97 = (56%)
	3	84 = (49%)	89 = (51%)	76 = (44%)	97 = (56%)
	4	93 = (54%)	80 = (46%)	80 = (46%)	93 = (54%)
	5	96 = (55%)	77 = (45%)	87 = (50%)	86 = (50%)
	6	91 = (53%)	82 = (47%)	87 = (50%)	86 = (50%)
	7	105 = (61%)	68 = (39%)	82 = (47%)	91 = (53%)
	8	98 = (57%)	75 = (43%)	77 = (45%)	96 = (55%)
	9	103 = (60%)	70 = (40%)	94 = (54%)	79 = (46%)

Fonte: Autor.

Pode-se observar na Tabela 14, que para o grupo Todos, formado por todas as 173 empresas do estudo, o primeiro dígito que apresenta a maior desconformidade (Z>1,96) para as NFE's recebidas é o dígito 2, sendo que 90 empresas (52% do total das empresas deste grupo)

apresentam desconformidade neste dígito. No grupo 1, é o dígito 2 que apresenta maior desconformidade, representando 52% do total de empresas deste grupo; no grupo 2, são os dígitos 3, 5 e 7, todos representando 56% do total de empresas deste grupo, no grupo 3, é o dígito 5, representando 63% das empresas deste grupo e no grupo *Outliers*, são os dígitos 1, 2, 4 e 6, todos representando 100% do total de empresas deste grupo.

Para as NFE's emitidas pelas empresas nulas, nota-se na Tabela 14, que o dígito 1 é o que apresenta a maior desconformidade dentro dos grupos 1 e 2, com 64% das empresas do grupo 1 e com 67% das empresas do grupo 2; quando se considera o grupo 3, os dígitos 1 e 8 são os que apresentam maior desconformidade, ambos representando 67% das empresas deste grupo e no grupo *Outliers*, os dígitos 4, 6 e 7 são os que apresentam maior desconformidade, todos representando 100% das empresas deste grupo e por fim, no grupo Todos, o dígito 1 é o que apresenta maior desconformidade, sendo que 113 empresas (65% do total das empresas deste grupo) apresentam desconformidade neste dígito.

Foram comparados os resultados do teste Z de primeiro dígito das NFE's emitidas pelas empresas nulas com os do teste Z de primeiro dígito realizados por Lagioia (2011), que fiscalizou um contribuinte com faturamento médio anual de R$ 2.771.403,00, no período entre 2002 a 2004, tendo emitido, neste período, 1.958 notas fiscais de serviços. Observa-se que, para esta empresa específica, os dígitos 2 (Z=5,483), 7 (Z=5,759) e 8 (Z=2,759) foram os que apresentaram maior desconformidade com a LB (Z>1,96), enquanto para o grupo das 173 empresas nulas aqui analisadas, os dígitos que apresentaram maior desconformidade foram os dígitos 1 (65%), 2 (56%), 3 (56%) e 8 (55%). Após uma auditoria ter sido feita neste contribuinte, Lagioia (2011) inclui 94 notas fiscais de serviços que não haviam sido escrituradas pela empresa e, com isto, o total de notas analisadas passou de 1.958 para 2.052. Ainda assim, os dígitos 2 (Z=5,324), 7 (Z=5,763) e 8 (Z=2,273) continuaram apresentando desconformidade com a LB.

Cella (2018) analisou o primeiro e o segundo dígito das notas de empenhos de dois municípios do Estado de Goiás, um deles com maior e o outro com menor transparência na divulgação de informações de despesa pública, tomando-se como base o portal de transparência. Para o munícipio com maior grau de transparência, foram analisadas 1.453 notas de empenhos, no montante de R$21.291.309,23, enquanto para o município com menor transparência, foram analisadas 1.615 notas de empenhos, no total de R$17.877.974,15. O teste Z de primeiro dígito para o município de maior transparência das contas públicas apontou desconformidade com a LB nos dígitos 2 (Z= 2,013) e 6 (Z= 4,842). Já para o município de menor transparência, os

dígitos de maior desconformidade foram os dígitos 1 (Z= 2,516), 3 (Z= 4,768) 5 (Z= 3,129), 6 (Z= 2,558) e 9 (Z= 4,420).

É importante ressaltar que se deve relativizar a importância da comparação entre os dígitos que apresentaram maior desconformidade no teste Z de primeiro dígito deste trabalho com os resultados dos trabalhos de Lagioia (2011) e Cella (2018), pois são contextos e realidades diferentes; porém, tais desconformidades são importantes indicativos que podem ajudar a orientar os trabalhos de auditoria.

Na Tabela 15 são apresentados a quantidade e o percentual de empresas que estão em conformidade (Z≤1,96) e em desconformidade (Z>1.96), após a aplicação do teste Z de segundo dígito para as NFE's emitidas e recebidas pelas empresas nulas, para cada um dos grupos de empresas aqui estudados.

Tabela 15 - Teste Z de Segundo Dígito das NFE's Emitidas e Recebidas

Grupo	**Digito**	**NFE's Recebidas**		**NFE's Emitidas**	
		(Z ≤ 1,96)	**(Z > 1,96)**	**(Z ≤ 1,96)**	**(Z > 1,96)**
1	**0**	60 = (51%)	58 = (49%)	56 = (47%)	62 = (53%)
	1	75 = (64%)	43 = (36%)	73 = (62%)	45 = (38%)
	2	83 = (70%)	35 = (30%)	68 = (58%)	50 = (42%)
	3	82 = (69%)	36 = (31%)	70 = (59%)	48 = (41%)
	4	81 = (69%)	37 = (31%)	69 = (58%)	49 = (42%)
	5	77 = (65%)	41 = (35%)	76 = (64%)	42 = (36%)
	6	89 = (75%)	29 = (25%)	74 = (63%)	44 = (37%)
	7	77 = (65%)	41 = (35%)	77 = (65%)	41 = (35%)
	8	76 = (64%)	42 = (36%)	77 = (65%)	41 = (35%)
	9	73 = (62%)	45 = (38%)	58 = (49%)	60 = (51%)
2	**0**	3 = (33%)	6 = (67%)	3 = (33%)	6 = (67%)
	1	6 = (67%)	3 = (33%)	7 = (78%)	2 = (22%)
	2	8 = (89%)	1 = (11%)	6 = (67%)	3 = (33%)
	3	7 = (78%)	2 = (22%)	6 = (67%)	3 = (33%)
	4	7 = (78%)	2 = (22%)	5 = (56%)	4 = (44%)
	5	8 = (89%)	1 = (11%)	7 = (78%)	2 = (22%)
	6	5 = (56%)	4 = (44%)	7 = (78%)	2 = (22%)
	7	6 = (67%)	3 = (33%)	7 = (78%)	2 = (22%)
	8	5 = (56%)	4 = (44%)	4 = (44%)	5 = (56%)
	9	5 = (56%)	4 = (44%)	3 = (33%)	6 = (67%)
3	**0**	21 = (49%)	22 = (51%)	20 = (47%)	23 = (53%)
	1	21 = (49%)	22 = (51%)	21 = (49%)	22 = (51%)
	2	28 = (65%)	15 = (35%)	28 = (65%)	15 = (35%)
	3	27 = (63%)	16 = (37%)	23 = (53%)	20 = (47%)
	4	29 = (67%)	14 = (33%)	26 = (60%)	17 = (40%)
	5	25 = (58%)	18 = (42%)	24 = (56%)	19 = (44%)
	6	28 = (65%)	15 = (35%)	25 = (58%)	18 = (42%)
	7	29 = (67%)	14 = (33%)	19 = (44%)	24 = (56%)
	8	31 = (72%)	12 = (28%)	26 = (60%)	17 = (40%)
	9	27 = (63%)	16 = (37%)	22 = (51%)	21 = (49%)

"continua"

"continuação"

Grupo	Digito	NFE's Recebidas		NFE's Emitidas	
		(Z ≤ 1,96)	(Z > 1,96)	(Z ≤ 1,96)	(Z > 1,96)
Outliers	**0**	0 = (0%)	3 = (100%)	1 = (33%)	2 = (67%)
	1	0 = (0%)	3 = (100%)	1 = (33%)	2 = (67%)
	2	1 = (33%)	2 = (67%)	0 = (0%)	3 = (100%)
	3	1 = (33%)	2 = (67%)	0 = (0%)	3 = (100%)
	4	1 = (33%)	2 = (67%)	1 = (33%)	2 = (67%)
	5	0 = (0%)	3 = (100%)	1 = (33%)	2 = (67%)
	6	0 = (0%)	3 = (100%)	1 = (33%)	2 = (67%)
	7	1 = (33%)	2 = (67%)	0 = (0%)	3 = (100%)
	8	1 = (33%)	2 = (67%)	0 = (0%)	3 = (100%)
	9	2 = (67%)	1 = (33%)	0 = (0%)	3 = (100%)
Todos	**0**	84 = (49%)	89 = (51%)	80 = (46%)	93 = (54%)
	1	102 = (59%)	71 = (41%)	102 = (59%)	71 = (41%)
	2	120 = (69%)	53 = (31%)	102 = (59%)	71 = (41%)
	3	117 = (68%)	56 = (32%)	99 = (57%)	74 = (43%)
	4	118 = (68%)	55 = (32%)	101 = (58%)	72 = (42%)
	5	110 = (64%)	63 = (36%)	108 = (62%)	65 = (38%)
	6	122 = (71%)	51 = (29%)	107 = (62%)	66 = (38%)
	7	113 = (65%)	60 = (35%)	103 = (60%)	70 = (40%)
	8	113 = (65%)	60 = (35%)	107 = (62%)	66 = (38%)
	9	107 = (62%)	66 = (38%)	83 = (48%)	90 = (52%)

Fonte: Autor. "conclusão"

Pode se observar na Tabela 15, que o segundo dígito das NFE's recebidas que apresentaram maior desconformidade (Z>1,96) dentro dos grupos 1 e 2 é o dígito 0, representando 49% do total de empresas do grupo 1 e 67% do total de empresas do grupo 2; no grupo 3, são os dígitos 0 e 1, ambos representando 51% do total de empresas deste grupo; no grupo *Outliers*, são os dígitos 0, 1, 5 e 6 , todos representando 100% do total de empresas deste grupo e para o grupo Todos, o dígito 0 é o que apresentou maior desconformidade, com 51% do total de empresas deste grupo.

Para as NFE's emitidas pelas empresas nulas, nota-se na Tabela 15, que o dígito 0 é o que apresenta a maior desconformidade dentro do grupo 1 (53% das empresas deste grupo); quando se considera o grupo 2, os dígitos 0 e 9 são os que apresentam maior desconformidade, ambos representando 67% das empresas deste grupo; já no grupo 3, o dígito 7 é o que apresenta maior desconformidade, representando 56% das empresas deste grupo; no grupo *Outliers*, os dígitos 2, 3, 7, 8 e 9 são os que apresentam maior desconformidade, todos representando 100% das empresas deste grupo e para o grupo Todos, o dígito 0 é o que apresentou maior desconformidade, com 54% do total de empresas deste grupo.

Ainda com relação à Tabela 15, é possível se observar que dentro do grupo formado por todas as 173 empresas nulas, o dígito 0 é o que apresenta a maior desconformidade no teste Z de segundo dígito tanto para as NFE's emitidas quanto para as recebidas.

Comparando-se os resultados do teste Z de segundo dígito realizado por Cella (2018) com os obtidos neste trabalho, observa-se que o município com maior transparência das contas públicas, apresentou desconformidade com a LB nos dígitos 0 (Z=11,364), 4 (Z=2,729), 7 (Z=3,549) e 8 (Z=2,203) e que no município com menor transparência, todos os dígitos apresentaram desconformidade (Z>1,96), com exceção do dígito 7 (Z=1,338); enquanto os dígitos 0 e 9 foram os dígitos que apresentaram maior desconformidade, quando se considera as NFE's emitidas pelo grupo Todo, formado pelas 173 empresas nulas.

Na Tabela 16, mostra-se, para cada um dos grupos, a quantidade e a porcentagem de empresas, que estão e que não estão em conformidade com testes: Qui-Quadrado, MAD e ExcessMAD de primeiro dígito para as NFE's emitidas e recebidas pelas empresas nulas.

Para estar em conformidade e em desconformidade com a LB, no teste Qui-Quadrado de primeiro dígito deve-se ter (Qui ≤ 15,5073) e (Qui > 15,5073), respectivamente; para o teste MAD de primeiro dígito deve-se ter (MAD ≤ 0,015), para conformidade e (MAD > 0,015), para desconformidade e para o teste ExcessMAD de primeiro dígito, os valores devem ser (ExcessMAD ≤ 0), para conformidade e (ExcessMAD > 0) para desconformidade.

Tabela 16 - Teste Qui-Quadrado, MAD e ExcessMAD de Primeiro Dígito

Grupo	NFE's	Teste Qui-Quadrado Primeiro Dígito			Teste MAD de Primeiro Dígito			Teste ExcessMAD de Primeiro Dígito		
		(Qui ≤ 15,5073)	(Qui > 15,5073)	Total	(MAD ≤ 0,015)	(MAD > 0,015)	Total	(ExcessMAD ≤ 0)	(ExcessMAD > 0)	Total
1	Recebidas	15 = (13%)	103 = (87%)	118 = (100%)	33 = (28%)	85 = (72%)	118 = (100%)	5 = (4%)	113 = (96%)	118 = (100%)
	Emitidas	16 = (14%)	102 = (86%)	118 = (100%)	35 = (30%)	83 = (70%)	118 = (100%)	5 = (4%)	113 = (96%)	118 = (100%)
2	Recebidas	1 = (11%)	8 = (89%)	9 = (100%)	4 = (44%)	5 = (56%)	9 = (100%)	0 = (0%)	9 = (100%)	9 = (100%)
	Emitidas	1 = (11%)	8 = (89%)	9 = (100%)	3 = (33%)	6 = (67%)	9 = (100%)	0 = (0%)	9 = (100%)	9 = (100%)
3	Recebidas	3 = (7%)	40 = (93%)	43 = (100%)	14 = (33%)	29 = (67%)	43 = (100%)	2 = (5%)	41 = (95%)	43 = (100%)
	Emitidas	5 = (12%)	38 = (88%)	43 = (100%)	14 = (33%)	29 = (67%)	43 = (100%)	2 = (5%)	41 = (95%)	43 = (100%)
Outliers	Recebidas	0 = (0%)	3 = (100%)	3 = (100%)	3 = (100%)	0 = (0%)	3 = (100%)	0 = (0%)	3 = (100%)	3 = (100%)
	Emitidas	0 = (0%)	3 = (100%)	3 = (100%)	3 = (100%)	0 = (0%)	3 = (100%)	0 = (0%)	3 = (100%)	3 = (100%)
Todos	Recebidas	19 = (11%)	154 = (89%)	173 = (100%)	54 = (31%)	119 = (69%)	173 = (100%)	7 = (4%)	166 = (96%)	173 = (100%)
	Emitidas	22 = (13%)	151 = (87%)	173 = (100%)	55 = (32%)	118 = (68%)	173 = (100%)	7 = (4%)	166 = (96%)	173 = (100%)

Fonte: Autor.

Na Tabela 16, pode-se observar, que quando se considera o grupo Todos, o teste ExcessMAD de primeiro dígito foi o teste que apresentou maior percentual (96%) de desconformidade tanto para as NFE's recebidas quanto para emitidas. Este fato também ocorreu para o grupo 1; onde percentual de desconformidade para o teste ExcessMAD de primeiro dígito foi de (96%) para as NFE's emitidas e recebidas. Quando se considera cada grupo individualmente, nota-se que o teste MAD de primeiro dígito foi o teste que apresentou a menor

desconformidade, quando comparado como os testes Qui-Quadrado e ExcessMAD, tanto para as NFE's recebidas quanto para emitidas pelas empresas nulas.

No trabalho de Lagioia (2011) o valor do qui-quadrado de primeiro dígito foi igual a 74,961, antes da inclusão das notas fiscais que haviam sido omitidas pela empresa e de 67,409, após a inclusão destas notas, o que mostra que o teste Qui-Quadrado foi sensível à adição das notas fiscais omitidas e que a distribuição do primeiro dígito se tornou um pouco mais aderente à LB, pois o valor do qui-quadrado foi reduzido. Ressalta-se que nos dois casos, o valor do qui-quadrado calculado ainda é superior ao valor crítico de 15,5073.

No trabalho de Cella (2018), o valor do qui-quadrado de primeiro dígito das notas de empenho foi igual a 33,500, para o município com maior transparência das contas públicas e de 67,605, para o município de menor transparência, o que aponta maior desconformidade das notas de empenho com a LB deste último município. Para ambos os municípios, o valor do qui-quadrado calculado é superior ao valor crítico de 15,5073.

Mostra-se na Tabela 17, a quantidade e a porcentagem de empresas, que estão e que não estão em conformidade com testes: Qui-Quadrado, MAD e ExcessMAD de segundo dígito para as NFE's emitidas e recebidas pelas empresas nulas.

Tabela 17 - Teste Qui-Quadrado, MAD e ExcessMAD de Segundo Dígito

Grupo	NFE's	Teste Qui-Quadrado Segundo Dígito			Teste MAD de Segundo Dígito			Teste ExcessMAD de Segundo Dígito		
		(Qui ≤ 16,9190)	(Qui > 16,9190)	Total	(MAD ≤ 0,012)	(MAD > 0,012)	Total	(ExcessMAD ≤ 0)	(ExcessMAD > 0)	Total
1	Recebidas	24 = (20%)	94 = (80%)	118 = (100%)	27 = (23%)	91 = (77%)	118 = (100%)	11 = (9%)	107 = (91%)	118 = (100%)
	Emitidas	23 = (19%)	95 = (81%)	118 = (100%)	29 = (25%)	89 = (75%)	118 = (100%)	8 = (7%)	110 = (93%)	118 = (100%)
2	Recebidas	0 = (0%)	9 = (100%)	9 = (100%)	4 = (44%)	5 = (56%)	9 = (100%)	0 = (0%)	9 = (100%)	9 = (100%)
	Emitidas	1 = (11%)	8 = (89%)	9 = (100%)	3 = (33%)	6 = (67%)	9 = (100%)	0 = (0%)	9 = (100%)	9 = (100%)
3	Recebidas	2 = (5%)	41 = (95%)	43 = (100%)	11 = (26%)	32 = (74%)	43 = (100%)	1 = (2%)	42 = (98%)	43 = (100%)
	Emitidas	5 = (12%)	38 = (88%)	43 = (100%)	12 = (28%)	31 = (72%)	43 = (100%)	2 = (5%)	41 = (95%)	43 = (100%)
Outliers	Recebidas	0 = (0%)	3 = (100%)	3 = (100%)	3 = (100%)	0 = (0%)	3 = (100%)	0 = (0%)	3 = (100%)	3 = (100%)
	Emitidas	0 = (0%)	3 = (100%)	3 = (100%)	3 = (100%)	0 = (0%)	3 = (100%)	0 = (0%)	3 = (100%)	3 = (100%)
Total	Recebidas	26 = (15%)	147 = (85%)	173 = (100%)	45 = (26%)	128 = (74%)	173 = (100%)	12 = (7%)	161 = (93%)	173 = (100%)
	Emitidas	29 = (17%)	144 = (83%)	173 = (100%)	47 = (27%)	126 = (73%)	173 = (100%)	10 = (6%)	163 = (94%)	173 = (100%)

Fonte: Autor.

Os valores críticos para cada um dos testes de conformidade de segundo dígito da Tabela 17 são: para o teste Qui-Quadrado, deve-se ter (Qui ≤ 16,9190), para conformidade e (Qui > 16,9190); para o teste MAD, deve-se ter (MAD ≤ 0,012), para conformidade e (MAD > 0,012), para desconformidade e para o teste ExcessMAD, os valores devem ser (ExcessMAD ≤ 0), para conformidade e (ExcessMAD > 0) para desconformidade.

Os resultados da Tabela 17 apontam na mesma direção dos resultados da Tabela 16. Pode se observar na Tabela 17, que para o grupo Todos, o teste ExcessMAD de segundo dígito foi o teste que apresentou maior percentual de desconformidade tanto para as NFE's recebidas quanto para emitidas e que o teste MAD de segundo dígito foi o teste que apresentou a menor desconformidade, dentre os testes de conformidade, tanto para as NFE's recebidas quanto para as NFE's emitidas.

Em Cella (2018), o valor do qui-quadrado de segundo dígito das notas de empenho foi igual a 143,307, para o município com maior transparência das contas públicas e de 319,739, para o município de menor transparência, o que aponta maior desconformidade das notas de empenho com a LB deste município. Nos dois casos, o valor do qui-quadrado calculado ainda é superior ao valor crítico de 16,9190.

Outro fato que chama atenção no trabalho de Cella (2018) é que os valores dos qui-quadrados de primeiro dígito das notas de empenho para os dois municípios foram de 33,500 (para o município com maior transparência) e de 67,605 (para o município com menor transparência); portanto, bem menores do que os valores dos qui-quadrados de segundo dígito 143,307 e 319,739, para os mesmos municípios, respectivamente. Os resultados do teste qui-quadrado de segundo dígito parecem ser mais sensíveis para avaliar a desconformidade do que o de primeiro dígito, uma vez que os valores do qui-quadrado de segundo dígito são superiores aos de primeiro dígito. Este resultado reforça a ideia de Diekmann (2007) de que é mais promissor se investigar a desconformidade com relação à LB, usando os dígitos posicionados mais à direita, como por exemplo, o segundo dígito, do que analisar a desconformidade de primeiro dígito. Ressalta-se que neste estudo, o teste MAD de segundo dígito sinalizou que havia mais empresas em desconformidade com relação a LB do que o de primeiro dígito; contrariamente aos resultados dos testes Qui-Quadrado e ExcessMAD, nos quais os testes de primeiro dígito sinalizaram que havia mais empresas em desconformidades com a LB do que os de segundo dígito.

A seguir, utiliza-se teste Qui-Quadrado de independência para se investigar se há ou não independência entre as conformidades/desconformidades medidas pelos testes Qui-Quadrado, MDA e ExcessMAD de primeiro e segundo dígito das NFE's recebidas e emitidas pelas empresas nulas. O interesse aqui é averiguar se as empresas que eventualmente alterem suas NFE's emitidas, também alterem as NFE's recebidas, de forma a manter suas saídas compatíveis com suas entradas comerciais.

A hipótese nula a ser testada é verificar se a conformidade / desconformidade das NFE's recebidas independe da conformidade / desconformidade das NFE's emitidas pelas empresas nulas, considerando-se um nível de significância igual 0,05 (teste unicaudal).

Na Tabela 18, são apresentados os resultados dos testes Qui-Quadrado de independência aplicados ao teste Qui-Quadrado de primeiro dígito das NFE's recebidas e emitidas pelas empresas nulas.

Tabela 18 - Teste de Independência do Teste Qui-Quadrado de Primeiro Dígito

Grupo	**NFE'S Recebidas**	**NFE'S Emitidas**			**P-Valor**
		Conformidade	**Desconformidade**	**Total**	
1	Conformidade	2	13	**15**	**0,978**
	Desconformidade	14	89	**103**	
	Total	**16**	**102**	**118**	
2	Conformidade	1	0	**1**	**0,003**
	Desconformidade	0	8	**8**	
	Total	**1**	**8**	**9**	
3	Conformidade	0	3	**3**	**0,515**
	Desconformidade	5	35	**40**	
	Total	**5**	**38**	**43**	
Outliers	Conformidade	0	0	**0**	**Não realizado**
	Desconformidade	0	3	**3**	
	Total	**0**	**3**	**3**	
Todos	Conformidade	3	16	**19**	**0,670**
	Desconformidade	19	135	**154**	
	Total	**22**	**151**	**173**	

Fonte: Autor.

Na Tabela 19 são apresentados os resultados dos testes Qui-Quadrado de independência aplicados ao teste MAD de primeiro dígito das NFE's recebidas e emitidas pelas empresas nulas.

Tabela 19 - Teste de Independência do Teste MAD de Primeiro Dígito

Grupo	NFE'S Recebidas	NFE'S Emitidas			P-Valor
		Conformidade	Desconformidade	**Total**	
1	Conformidade	24	9	**15**	**0,000**
	Desconformidade	11	74	**103**	
	Total	**35**	**83**	**118**	
2	Conformidade	2	2	**4**	**0,343**
	Desconformidade	1	4	**5**	
	Total	**3**	**6**	**9**	
3	Conformidade	7	7	**3**	**0,090**
	Desconformidade	7	22	**40**	
	Total	**14**	**29**	**43**	
Outliers	Conformidade	3	0	**3**	**Não realizado**
	Desconformidade	0	0	**0**	
	Total	**3**	**0**	**3**	
Todos	Conformidade	36	18	**54**	**0,000**
	Desconformidade	19	100	**119**	
	Total	**55**	**118**	**173**	

Fonte: Autor.

Na Tabela 20 são apresentados os resultados dos testes de independência aplicados ao teste ExcessMAD de primeiro dígito das NFE's recebidas e emitidas pelas empresas nulas.

Tabela 20 - Teste de Independência do Teste ExcessMAD de Primeiro Dígito

Grupo	NFE'S Recebidas	NFE'S Emitidas			P-Valor
		Conformidade	Desconformidade	**Total**	
1	Conformidade	5	0	**15**	**0,000**
	Desconformidade	0	113	**103**	
	Total	**5**	**113**	**118**	
2	Conformidade	0	0	**4**	**Não realizado**
	Desconformidade	0	9	**5**	
	Total	**0**	**9**	**9**	
3	Conformidade	2	0	**3**	**0,000**
	Desconformidade	0	41	**40**	
	Total	**2**	**41**	**43**	
Outliers	Conformidade	0	0	**3**	**Não realizado**
	Desconformidade	0	3	**0**	
	Total	**0**	**3**	**3**	
Todos	Conformidade	7	0	**54**	**0,000**
	Desconformidade	0	166	**119**	
	Total	**7**	**166**	**173**	

Fonte: Autor.

Na Tabela 21 apresentam-se os resultados dos testes Qui-Quadrado de independência aplicados ao teste Qui-Quadrado de segundo dígito das NFE's recebidas e emitidas pelas empresas nulas.

Tabela 21 - Teste de Independência do Teste Qui-Quadrado de Segundo Dígito

Grupo	NFE'S Recebidas	NFE'S Emitidas			P-Valor
		Conformidade	Desconformidade	**Total**	
1	Conformidade	7	17	**24**	**0,180**
	Desconformidade	16	78	**94**	
	Total	**23**	**95**	**118**	
2	Conformidade	0	0	**0**	**Não realizado**
	Desconformidade	1	8	**9**	
	Total	**1**	**8**	**9**	
3	Conformidade	2	0	**2**	**0,000**
	Desconformidade	3	38	**41**	
	Total	**5**	**38**	**43**	
Outliers	Conformidade	0	0	**0**	**Não realizado**
	Desconformidade	0	3	**3**	
	Total	**0**	**3**	**3**	
Todos	Conformidade	9	17	**26**	**0,008**
	Desconformidade	20	127	**147**	
	Total	**29**	**144**	**173**	

Fonte: Autor.

Na Tabela 22 são apresentados os resultados dos testes Qui-Quadrado de independência aplicados ao teste MAD de segundo dígito das NFE’s recebidas e emitidas pelas empresas nulas.

Tabela 22 - Teste de Independência do Teste MDA de Segundo Dígito

Grupo	NFE'S Recebidas	NFE'S Emitidas			P-Valor
		Conformidade	Desconformidade	**Total**	
1	Conformidade	15	12	**27**	**0,000**
	Desconformidade	14	77	**91**	
	Total	**29**	**89**	**118**	
2	Conformidade	3	1	**4**	**0,018**
	Desconformidade	0	5	**5**	
	Total	**3**	**6**	**9**	
3	Conformidade	6	5	**11**	**0,022**
	Desconformidade	6	26	**32**	
	Total	**12**	**31**	**43**	
Outliers	Conformidade	3	0	**3**	**Não realizado**
	Desconformidade	0	0	**0**	
	Total	**3**	**0**	**3**	
Todos	Conformidade	27	18	**45**	**0,000**
	Desconformidade	20	108	**128**	
	Total	**47**	**126**	**173**	

Fonte: Autor.

Na Tabela 23 são apresentados os resultados dos testes Qui-Quadrado de independência aplicados ao teste ExcessMAD de segundo dígito das NFE’s recebidas e emitidas pelas empresas nulas.

Tabela 23 - Teste de Independência do Teste ExcessMDA de Segundo Dígito

Grupo	**NFE'S Recebidas**	**NFE'S Emitidas**			**P-Valor**
		Conformidade	Desconformidade	**Total**	
1	Conformidade	1	10	**15**	**0,749**
	Desconformidade	7	100	**103**	
	Total	**8**	**110**	**118**	
2	Conformidade	0	0	**4**	**Não realizado**
	Desconformidade	0	9	**5**	
	Total	**0**	**9**	**9**	
3	Conformidade	0	1	**3**	**0,823**
	Desconformidade	2	40	**40**	
	Total	**2**	**41**	**43**	
Outliers	Conformidade	0	0	**3**	**Não realizado**
	Desconformidade	0	3	**0**	
	Total	**0**	**3**	**3**	
Todos	Conformidade	1	11	**54**	**0,694**
	Desconformidade	9	152	**119**	
	Total	**10**	**163**	**173**	

Fonte: Autor.

É importante ressaltar que os resultados dos testes Qui-Quadrado de independência apresentados nas Tabelas 18, 19, 20, 21, 22 e 23, estão com parte de seus resultados comprometidos, uma vez que os pressupostos para aplicação deste teste foram violados. Segundo Marôco (2018), o teste Qui-Quadrado de independência não pode ser aplicado com rigor, caso não sejam verificados os seguintes pressupostos: 1) a quantidade total de elementos deve ser maior do que 20; 2) a frequência esperada em cada célula deve ser superior a 1 e 3) pelo menos 80% das células deveriam ter frequência esperada superior a 5. Ainda segundo Marôco (2018), caso estes pressupostos não forem inicialmente atendidos, pode-se tentar aplicar o teste Qui-Quadrado de independência agrupando-se, quando possível, as classes estudadas, de forma a aumentar a frequência esperada nas células e assim fazer com que os pressupostos passem a ser atendidos, porém, quando nem isto for possível, ele sugere que se recorra à técnica de simulação de Monte Carlo ou ao cálculo do p-valor exato com o teste exato de Fischer. Com base nestas considerações, não se poderia, a rigor, aplicar o teste Qui-Quadrado de independência para o Grupo 2, que é formado por apenas 9 empresas, nem para o grupo *Outliers*, que é formado por apenas 3 empresas, uma vez que o número de empresas de cada um destes dois grupos é inferior a 20. Em razão disto e para facilitar a análise dos resultados, evitando-se combinar diferentes grupos de empresas, vamos discutir apenas os resultados dos testes Qui-Quadrado de independência para o grupo formado pelas 173 empresas nulas.

Com base nos dados das Tabelas 18, 19, 20, 21, 22 e 23 e considerando-se apenas o grupo formado pelas 173 empresas nulas, foram calculadas as frequências esperadas para cada uma das quatro células de cada tabela. O resultado obtido foi de (2,4 , 19,6 , 16,6 , 134,4), para o teste Qui-Quadrado de primeiro dígito; (17,2 , 37,8 , 36,8 , 81,2), para o teste MAD de primeiro dígito; (2,2 , 4,8 , 51,8 , 114,2), para o teste ExcessMAD de primeiro dígito; (4,4 , 24,6 , 21,6 , 122,4), para o teste Qui-Quadrado de segundo dígito; (12,2 , 34,8 , 32,8 , 93,2), para o teste MAD de segundo dígito e (3,1 , 6,9 , 50,9 , 112,1), para o teste ExcessMAD de segundo dígito. Lembrando que a frequência esperada de uma célula é calculada multiplicando-se o total de elementos da linha pelo total de elementos da coluna da qual a célula faça parte e dividindo-se este resultado, pelo número total de elementos da tabela.

O primeiro pressuposto para aplicação do teste Qui-Quadrado de independência é satisfeito, uma vez que que todas as seis tabelas possuem 173 empresas cada e, portanto, este número é maior do que 20.

O segundo pressuposto também é satisfeito, pois as frequências esperadas de todas as células de todas as seis tabelas são maiores do que 1.

Já o terceiro pressuposto exige que pelo menos 80% das células de cada tabela tenha frequência esperada superior a 5. Lembrando que cada uma das tabelas possui quatro células, então pelo menos 3,2 células (na prática todas as quatro células da tabela) precisarão ter frequência esperada superior a 5. O terceiro pressuposto só é satisfeito pelo teste MAD de primeiro e de segundo dígito. Já para o teste Qui-Quadrado de primeiro dígito e de segundo dígito somente 75% das células tem frequência esperada maior do 5. Enquanto no teste ExcessMAD de primeiro dígito somente 50% das células apresentaram frequência esperada maior do que 5, e no teste ExcessMAD de segundo dígito, somente 75% das células apresentaram frequência esperada maior do que 5. Em resumo, somente os testes Qui-Quadrado de independência referentes aos testes MAD de primeiro e de segundo dígito satisfizeram todos os três pressupostos. Apesar disto, será feita uma análise para todos os testes de independência, porém, os resultados precisam ser considerados com cautela.

Os testes Qui-Quadrado de independência que foram utilizados para investigar se há ou não independência entre as conformidades/desconformidades medidas pelos testes Qui-Quadrado, MDA e ExcessMAD de primeiro dígito das NFE’s recebidas e emitidas pelo grupo das 173 empresas nulas, apresentaram p-valores de 0,670, 0,000 e 0,000, conforme pode ser visto no último bloco de linhas de cada uma das Tabelas 18, 19 e 20, respectivamente. Os resultados dos testes são conflitantes. Enquanto o teste Qui-Quadrado de primeiro dígito não descartou a independência entre as desconformidades/conformidades das NFE’s recebidas e

emitidas pelas empresas nulas, os testes MDA e ExcessMAD de primeiro digito descartaram tal independência.

Os testes Qui-Quadrado de independência que foram utilizados para investigar se há ou não independência entre as conformidades/desconformidades medidas pelos testes Qui-Quadrado, MDA e ExcessMAD de segundo dígito das NFE's recebidas e emitidas pelo grupo das 173 empresas nulas, apresentaram p-valores de 0,008, 0,000 e 0,694, conforme pode ser visto no último bloco de linhas de cada uma das Tabelas 21, 22 e 23, respectivamente. Os resultados dos testes são conflitantes. Enquanto os testes Qui-Quadrado e o MDA de segundo dígito rejeitam a hipótese nula de independência entre as desconformidades/conformidades das NFE's recebidas e emitidas pelas empresas nulas, o teste ExcessMAD de segundo dígito não descarta tal independência.

Os p-valores dos testes Qui-Quadrado de independência de primeiro e de segundo dígito para o teste Qui-Quadrado são 0,670 e 0,008, para o teste MAD são 0,000 e 0,000 e para o teste ExcessMAD são 0,000 e 0,694, respectivamente. Nota-se que apenas os testes MAD de primeiro e de segundo dígito rejeitaram a hipótese nula de independência entre as desconformidades/conformidades das NFE's recebidas e emitidas pelas 173 empresas nulas. Este resultado tem uma força maior, pois todos os pressupostos para aplicação do teste Qui-quadrado de independência foram satisfeitos. Já o p-valor (0,670) do teste Qui-Quadrado de primeiro dígito aponta para uma não rejeição da hipótese nula de independência, enquanto o p-valor (0,008) do teste Qui-Quadrado de segundo dígito aponta para uma rejeição da hipótese nula de independência. Acontece o contrário para o teste ExcessMAD; enquanto o p-valor (0,000) do teste ExcessMAD de primeiro dígito aponta para uma rejeição da hipótese nula de independência, o p-valor (0,694) do teste ExcessMAD de segundo dígito aponta para uma não rejeição da hipótese nula de independência.

O resultado conflitante dos testes Qui-Quadrado de independência de primeiro e de segundo dígito, para o grupo das 173 empresas nulas, não permite confirmar ou refutar a hipótese de independência entre as desconformidades/conformidades das NFE's emitidas e recebidas pelas empresas nulas. Um estudo mais aprofundado precisaria ser feito, com uma amostra maior de empresas, para se investigar se a causa deste resultado conflitante é oriunda apenas da violação de alguns dos pressupostos do teste Qui-Quadrado de independência ou se ela seria oriunda de alguma outra causa. Uma hipótese que poderia ser investigada futuramente seria averiguar se as empresas que possuem poucos fornecedores e/ou poucos clientes teriam maior predisposição para alterar os valores de suas compras e/ou vendas, do que as empresas que possuem um maior número de fornecedores e/ou clientes, pois, em tese, é mais difícil que

haja um eventual arranjo ou conluio quando há um número maior de empresas envolvidas em uma negociação. Este fato poderia eventualmente afetar o grau de dependência entre as conformidades/desconformidades das compras e vendas destas empresas. Outra hipótese a ser investigada futuramente seria averiguar se as empresas que possuem sócios em comum com empresas fornecedoras ou clientes teriam uma maior propensão em atuar comercialmente de forma combinada, o que também poderia eventualmente afetar o grau de dependência entre as conformidades/desconformidades de suas compras e vendas.

4.5 RESULTADO DO ALGORITMO DE RECONSTRUÇÃO

Para aferir o desempenho dos algoritmos de reconstrução da amostra que estava desconforme com a LB, calculou-se o erro mediano para os diferentes tamanhos de amostras (500, 1.000, 2.000, 3.000, 4.000 e 5.000 elementos) e para uma taxa de omissão de registro igual a 0%.

O erro mediano foi calculado considerando-se, para cada amostra, todos os dígitos e também cada dígito individualmente. Para exemplificar o cálculo do erro mediano, considere que foram geradas 100 amostras conforme com a LB, todas com 2.000 elementos. Cada uma destas 100 amostras foi então desconstruída retirando-se e colocando-se dígitos aleatoriamente até torná-la desconforme com a LB. A seguir, cada uma das amostras desconstruídas foi então submetida ao algoritmo de reconstrução até torná-la novamente conforme com a LB. Depois disto, calculou-se para cada uma das cem amostras, a diferença entre o número de elementos da amostra reconstituída e o número de elementos da amostra originalmente conforme com a LB. Esta diferença foi então dividida pelo número de elementos da amostra original e este resultado foi multiplicado por 100, para se obter o erro percentual na reconstrução de cada uma das amostras. Os 100 erros percentuais assim calculados foram ordenados de forma crescente e a mediana foi calculada. A mediana assim calculada foi denominada de Erro Mediano de Todos os Dígitos, uma vez que no cálculo do erro, considerou-se todos os dígitos. Este mesmo procedimento foi aplicado para cada um dos dígitos separadamente, para se calcular o erro mediano de cada dígito.

A introdução da taxa de omissão de registro, TOR, no modelo foi tentar simular uma eventual omissão de registro de dados. Num caso real, por exemplo, não se sabe a priori, se, um arquivo de notas fiscais de uma empresa, do qual serão extraídos o primeiro e/ou o segundo dígito para análise de conformidade com a LB, de fato contém todas as operações realizadas pela empresa. A utilização de uma taxa de omissão de registro de 0%, significa supor que a

quantidade de registro do arquivo analisado está correta. Já, se a TOR for de 10% ou 20%, há uma suposição de que 10% ou 20% da quantidade total de registro do arquivo analisado foi omitido pela empresa, e serão acrescentados 10% ou 20% de registro na reconstrução das amostras, respectivamente.

Na avaliação da performance dos quatro algoritmos de reconstrução dos arquivos que estavam em desconformidade com a LB, adotou-se, para análise de todos os dígitos e de cada dígito individualmente a TOR igual a 0%. A razão disto é que se está trabalhando com um experimento controlado, isto é, sabe-se, a priori, a quantidade de registros de cada dígito das amostras geradas aleatoriamente e que estavam em conformidade com a LB. Também se sabe a quantidade de registros de cada dígito das amostras que foram aleatoriamente tornadas desconformes com a LB, bem como, a quantidade de registros de cada dígito das amostras que foram reconstruídas pelos algoritmos de forma a torná-las novamente conforme com a LB. Em resumo, não há omissão de dados no experimento, pois se sabe a quantidade de registro em todas as fases: construção, desconstrução e reconstrução das amostras.

Foram utilizados, a título de exemplo, TOR's de 10 % e de 20%, para se analisar, para todos os dígitos, o efeito da TOR sobre a performance dos quatro algoritmos de reconstrução dos arquivos.

Na Tabela 24 são apresentados os erros medianos, considerando-se todos os dígitos e, também, cada um dos primeiros dígitos individualmente. Foram geradas 100 amostras com 500, 1.000, 2.000, 3.000, 4.000 e 5.000 elementos cada e foram utilizadas as duas funções objetivos: Qui-Quadrado e ExcessMAD de primeiro dígito, no algoritmo de reconstrução das amostras.

Tabela 24 - Erro Mediano de Primeiro Dígito – TOR de 0%

Tamanho da Amostra Inicial	**500**	**1.000**	**2.000**	**3.000**	**4.000**	**5.000**
Função Objetivo : Qui-Quadrado de Primeiro Dígito - Taxa de Omissão de 0%						
Todos os Dígitos	-3,10%	0,20%	-1,43%	-1,37%	0,18%	0,31%
Dígito 1	-4,47%	-0,66%	-1,91%	-1,78%	0,08%	0,70%
Dígito 2	0,00%	-1,70%	-1,01%	-0,94%	0,08%	0,23%
Dígito 3	-2,56%	-1,59%	-2,55%	-1,18%	0,00%	1,43%
Dígito 4	-1,93%	1,56%	0,00%	0,00%	0,39%	0,32%
Dígito 5	-2,53%	-3,95%	-2,01%	-1,09%	-0,33%	0,25%
Dígito 6	0,00%	1,42%	-1,10%	-1,28%	-0,17%	0,14%
Dígito 7	-6,17%	-0,74%	0,42%	-0,57%	-1,23%	0,00%
Dígito 8	-6,56%	3,24%	-1,08%	-1,36%	-1,51%	0,96%
Dígito 9	1,85%	2,30%	1,20%	-0,73%	1,69%	0,91%

"continua"

"continuação"

Tamanho da Amostra Inicial	500	1.000	2.000	3.000	4.000	5.000
Função Objetivo: ExcessMAD de Primeiro Dígito - Taxa de Omissão de 0%						
Todos os Dígitos	-9,40%	-5,80%	-1,73%	-0,83%	-0,26%	-0,22%
Dígito 1	-17,93%	-12,46%	-1,66%	0,62%	0,29%	-0,66%
Dígito 2	-6,82%	-2,35%	-2,55%	-0,47%	-0,35%	-0,79%
Dígito 3	-5,86%	-3,35%	0,40%	-0,67%	-1,09%	0,65%
Dígito 4	-4,36%	-1,50%	-1,51%	-1,02%	0,26%	0,94%
Dígito 5	-2,70%	-2,53%	0,00%	0,87%	-0,32%	-0,39%
Dígito 6	-3,18%	-2,16%	-1,13%	0,24%	-0,59%	0,87%
Dígito 7	-3,57%	-1,82%	-0,88%	-1,61%	-1,08%	-2,18%
Dígito 8	-7,29%	0,00%	-1,01%	-1,62%	-2,39%	-1,50%
Dígito 9	-4,45%	0,00%	-1,06%	0,77%	0,00%	0,47%

Fonte: Autor. "conclusão"

Observa-se na Tabela 24 que, quando se consideram todos os dígitos, os maiores erros medianos, em módulo, ocorreram quando as amostras iniciais tinham 500 elementos. Considerando-se as amostras com 500 elementos, o erro mediano obtido foi de (-3,10%), quando se utilizou a função objetivo Qui-Quadrado de primeiro dígito e de (-9,40%), quando a função objetivo adotada foi a ExcessMAD de primeiro dígito e para as amostras com 5.000 elementos, os erros medianos foram de (0,31%) e (-0,22%), respectivamente.

Ainda é possível se observar na Tabela 24, que o resultado da reconstrução do algoritmo dígito a dígito apresenta, em geral, um maior erro mediano, em módulo, para amostras com tamanhos menores. Quando se considera o dígito 1, para as amostras com 500 elementos, o erro mediano foi de (-4,47%) para a função objetivo Qui-Quadrado e foi de (-17,93%), para a função objetivo ExcessMAD; estes valores foram de (0,70%) e (-0,66%), respectivamente, para amostras com 5.000 elementos.

Na Tabela 25 são apresentados os erros medianos, considerando-se todos os dígitos e também cada um dos segundos dígitos. Foram geradas 100 amostras com 500, 1.000, 2.000, 3.000, 4.000 e 5.000 elementos cada e utilizaram-se as duas funções objetivos: Qui-Quadrado e ExcessMAD de segundo dígito, no algoritmo de reconstrução das amostras.

Tabela 25 - Erro Mediano de Segundo Dígito – TOR de 0%

Tamanho da Amostra	500	1.000	2.000	3.000	4.000	5.000
Função Objetivo : Qui-Quadrado de Segundo Dígito - Taxa de Omissão de 0%						
Todos os Dígitos	-6,40%	-1,50%	-0,55%	-1,12%	-0,88%	0,48%
Dígito 0	-7,42%	-2,76%	-0,19%	-0,15%	-1,56%	0,41%
Dígito 1	-8,08%	-2,22%	-2,96%	-0,57%	-0,33%	1,28%
Dígito 2	-3,96%	-0,91%	-0,22%	-2,94%	0,12%	0,72%
Dígito 3	-3,89%	-1,90%	-1,13%	-1,26%	-0,93%	-0,38%
Dígito 4	-5,02%	-1,95%	0,00%	-1,01%	-1,57%	0,39%
Dígito 5	-3,78%	-2,58%	-1,20%	-0,84%	-1,39%	1,02%
Dígito 6	-6,32%	-3,25%	-0,27%	-0,75%	-0,54%	1,21%
Dígito 7	0,00%	-2,25%	-2,38%	-1,69%	-0,28%	0,42%
Dígito 8	-4,76%	0,00%	0,57%	-0,19%	-2,80%	0,00%
Dígito 9	-2,42%	0,00%	-0,62%	-0,56%	0,31%	0,82%
Função Objetivo : ExcessMAD de Segundo Dígito - Taxa de Omissão de 0%						
Todos os Dígitos	-5,80%	-2,90%	0,03%	-0,85%	0,96%	-0,09%
Dígito 0	-0,82%	-3,65%	0,82%	-1,64%	1,24%	0,34%
Dígito 1	-4,29%	-4,56%	-1,35%	-1,17%	0,96%	-0,96%
Dígito 2	-2,04%	-1,02%	-0,66%	0,00%	0,93%	-0,09%
Dígito 3	-6,43%	-3,42%	-1,88%	-1,08%	0,69%	0,58%
Dígito 4	-3,67%	-1,93%	-1,67%	-1,29%	-0,01%	-0,40%
Dígito 5	-3,36%	-2,13%	-0,51%	0,00%	-0,52%	-0,20%
Dígito 6	-3,46%	-2,71%	0,25%	-1,49%	-0,26%	-1,03%
Dígito 7	-3,64%	-3,42%	-1,89%	-1,14%	0,69%	0,34%
Dígito 8	-8,25%	-1,16%	-1,11%	1,55%	1,27%	0,34%
Dígito 9	-6,52%	-3,50%	1,25%	-1,97%	0,29%	-0,11%

Fonte: Autor.

Na Tabela 25, ao se considerarem todos os dígitos, percebe-se que os maiores erros medianos, em módulo, ocorreram quando a amostra inicial tinha 500 elementos e eram menores para amostras maiores. Para amostras com 500 elementos, o erro mediano obtido foi de (-6,40%), quando se usou a função objetivo Qui-Quadrado de segundo dígito e de (-5,80%), quando a função objetivo utilizada foi a ExcessMAD de segundo dígito e para amostras com 5.000 elementos, os erros medianos foram de (0,48%) e (-0,09%), respectivamente.

Outro aspecto que pode ser observado na Tabela 25 é que o erro mediano, em módulo, dígito a dígito é, em geral, maior para amostras com tamanhos menores. Por exemplo, quando se considera o dígito 8, para amostras com 500 elementos, o erro mediano foi de (4,76%) e (-8,25%) para (0,00%) e (0,34%), para amostras com 5.000 elementos, considerando-se as funções objetivos Qui-Quadrado e ExcessMAD de segundo dígito, respectivamente.

Ao se analisarem conjuntamente as Tabelas 24 e 25, percebe-se que tanto os algoritmos de primeiro dígito quanto os de segundo dígito apresentam menor erro mediano, em módulo, para amostras maiores. Quando se consideram todos os dígitos, para amostras com 500 elementos, o algoritmo de reconstrução que utilizou a função objetivo Qui-Quadrado de primeiro dígito apresentou, em módulo, um erro mediano (-3,10%) menor do que erro mediano

da função objetivo Qui-Quadrado de segundo dígito (-6,40%), enquanto a função objetivo ExcessMAD de primeiro dígito apresentou, em módulo, um erro mediano (-9,40%) maior do que erro mediano da função objetivo de ExcessMAD de segundo dígito (-5,80%). Quando se considera dígito a dígito, o maior erro mediano, em módulo, ocorreu para o dígito 8 (-6,56%) da função objetivo Qui-Quadrado de primeiro dígito, para amostras com 500 elementos, enquanto para a função objetivo Qui-Quadrado de segundo dígito, o maior erro mediano, em módulo, ocorreu para o dígito 1 (-8,08%), também para amostras com 500 elementos. Já para a função objetivo ExcessMAD de primeiro dígito, o maior erro mediano, em módulo, ocorreu no dígito 1 (-17,93%) e para a função objetivo ExcessMAD de segundo dígito o maior erro mediano, em módulo, ocorreu no dígito 8 (-8,25%), em ambos os casos para amostras com 500 elementos.

São apresentados na Tabela 26, os erros medianos para todos os dígitos, considerando-se TOR de 10% e 20%, para amostras com 500, 1.000, 2.000, 3.000, 4.000 e 5.000 elementos, para todas as funções objetivo utilizadas nos algoritmos de reconstrução: Qui-Quadrado de primeiro dígito e de segundo dígito, ExcessMAD de primeiro e de segundo dígito.

Tabela 26 - Erro Mediano de Primeiro e de Segundo Dígito – TOR de 10% e 20%

Tamanho da Amostra	**500**	**1.000**	**2.000**	**3.000**	**4.000**	**5.000**
Taxa de Omissão de Registro de 10%						
Função Objetivo: Qui-Quadrado de Primeiro Dígito						
Todos os Dígitos	7,90%	11,50%	9,53%	9,60%	11,35%	11,45%
Função Objetivo: ExcessMAD de Primeiro Dígito						
Todos os Dígitos	0,40%	5,00%	9,25%	10,25%	10,81%	10,81%
Função Objetivo: Qui-Quadrado de Segundo Dígito						
Todos os Dígitos	3,40%	9,45%	10,48%	9,85%	10,13%	11,62%
Função Objetivo: ExcessMAD de Segundo Dígito						
Todos os Dígitos	5,40%	7,70%	11,18%	10,15%	24,66%	10,98%
Taxa de Omissão de Registro de 20%						
Função Objetivo: Qui-Quadrado de Primeiro Dígito						
Todos os Dígitos	21,50%	25,50%	23,25%	23,37%	25,25%	25,37%
Função Objetivo: ExcessMAD de Primeiro Dígito						
Todos os Dígitos	13,60%	18,40%	22,98%	23,97%	24,70%	24,67%
Função Objetivo: Qui-Quadrado de Segundo Dígito						
Todos os Dígitos	16,70%	23,10%	24,33%	23,65%	23,89%	25,61%
Função Objetivo: ExcessMAD de Segundo Dígito						
Todos os Dígitos	18,00%	21,25%	25,00%	23,93%	26,19%	24,83%

Fonte: Autor.

Observa-se na Tabela 26, que para uma TOR de 10%, dentre todas as funções objetivos utilizadas nos algoritmos de reconstrução, a função ExcessMAD de primeiro dígito foi a que

apresentou o menor erro mediano (0,40%), para amostras com 500 elementos, enquanto a função ExcessMAD de segundo dígito foi a que apresentou o maior erro mediano (24,66%), para amostras com 4.000 elementos. Já para uma TOR de 20%, a função ExcessMAD de primeiro dígito foi também a que apresentou o menor erro mediano (13,60%), para amostras com 500 elementos, enquanto a função ExcessMAD de segundo dígito foi a que apresentou o maior erro mediano (26,19%), para amostras com 4.000 elementos.

4.6 RESULTADO DA ESTIMATIVA DOS VALORES SUPOSTAMENTE ALTERADOS DAS OPERAÇÕES COMERCIAIS E DO ICMS

O algoritmo de reconstrução foi aplicado às NFE's recebidas e emitidas para estimar o valor supostamente alterado pelas empresas nulas.

Nas quatro colunas da Tabela 27, apresenta-se um resumo das estimativas dos valores supostamente alterados pelas empresas nulas, em reais, considerando-se as NFE's recebidas e uma TOR de 0%, para as quatro funções objetivo que foram minimizadas: Qui-Quadrado e ExcessMAD de primeiro dígito e Qui-Quadrado e ExcessMAD de segundo dígito.

Tabela 27 - Estimativa de Valores Alterados - NFE's Recebidas – TOR de 0%

Grupo	Estatísticas	Qui-Quadrado 1D	ExcessMAD 1D	Qui-Quadrado 2D	ExcessMAD 2D
1	**1 Quartil**	-237.216,96	-171.852,43	-42.690,37	-40.618,00
	2 Quartil	2.744,38	2.076,02	2.629,91	4.124,86
	3 Quartil	52.582,09	50.624,36	80.969,11	81.364,60
	Média	-1.569.082,36	-1.558.115,49	-214.558,46	-178.446,04
	Desvio Padrão	5.932.131,89	5.922.432,74	1.601.285,43	1.569.980,41
2	**1 Quartil**	-26.284,24	-26.284,24	-45.381,99	-45.381,99
	2 Quartil	-10.444,20	-10.444,20	15.156,06	15.156,06
	3 Quartil	42.371,71	41.786,26	20.828,89	20.828,89
	Média	-943.067,79	-944.865,25	18.493,70	18.520,02
	Desvio Padrão	2.779.551,57	2.779.041,14	149.515,63	149.510,57
3	**1 Quartil**	-1.530.010,32	-1.519.791,41	-384.361,43	-384.361,43
	2 Quartil	1.595,85	1.595,85	3.024,41	2.068,37
	3 Quartil	79.801,53	79.801,53	117.430,50	95.553,91
	Média	-3.854.122,93	-3.867.179,36	-608.973,41	-625.338,87
	Desvio Padrão	13.873.313,42	13.866.440,85	1.898.153,97	1.884.274,96
Outliers	**1 Quartil**	369.526,40	398.306,73	-28.819,72	-5.129,14
	2 Quartil	772.169,47	827.831,42	-12.125,26	1.866,98
	3 Quartil	1.223.913,93	1.249.460,83	209.024,67	216.020,79
	Média	804.903,73	822.567,90	124.178,38	139.972,11
	Desvio Padrão	854.857,70	851.166,30	265.525,83	251.420,09
Todos	**1 Quartil**	-258.455,80	-260.894,42	-46.094,50	-46.094,50
	2 Quartil	2.486,35	1.972,16	2.635,35	2.635,35
	3 Quartil	69.091,74	72.602,85	83.308,06	83.308,06
	Média	-2.063.305,80	-2.058.857,94	-294.594,08	-273.754,96
	Desvio Padrão	8.513.638,26	8.507.517,93	1.631.914,44	1.609.350,45

Fonte: Autor.

No encontro do último bloco horizontal com a primeira e a segunda coluna da Tabela 27, mostram-se, para as duas funções de otimização de primeiro dígito, os quartis, a média e o desvio padrão das estimativas dos valores das NFE's recebidas, em reais, que foram supostamente alterados pelo Grupo Todos, formado pelas 173 empresas nulas.

Já no encontro do último bloco horizontal com a terceira e quarta coluna da Tabela 27 mostram-se, para as duas funções de otimização de segundo dígito, os quartis, a média e desvio padrão das estimativas dos valores das NFE's recebidas, em reais, que foram supostamente alterados pelo Grupo Todos. Pode se constatar que os valores da média, em módulo, e do desvio padrão dos dois algoritmos de segundo dígito são inferiores aos de primeiro dígito. Esta diferença de resultados sugere que se utilize um dos dois algoritmos de primeiro dígito e um dos dois algoritmos de segundo dígito na estimativa dos valores supostamente alterados, pois cada um dos algoritmos parece captar aspectos diferentes da suposta manipulação.

Mostra-se nas quatro colunas da Tabela 28, um resumo das estimativas dos valores das NFE's emitidas supostamente alterados pelas empresas nulas, em reais, para uma TOR de 0%, considerando-se as quatro funções objetivo que foram minimizadas: Qui-Quadrado e ExcessMAD de primeiro dígito e Qui-Quadrado e ExcessMAD de segundo dígito.

Tabela 28 - Estimativa de Valores Alterados - NFE's Emitidas – TOR de 0%

Grupo	Estatísticas	Qui-Quadrado 1D	ExcessMAD 1D	Qui-Quadrado 2D	ExcessMAD 2D
1	**1 Quartil**	-453.166,56	-436.148,65	-55.339,11	-60.782,60
	2 Quartil	694,53	2.067,69	14.309,70	14.309,70
	3 Quartil	112.724,36	139.219,74	202.799,68	201.995,12
	Média	-1.176.971,40	-1.168.697,63	-181.299,95	-181.226,15
	Desvio Padrão	5.442.767,41	5.451.272,60	2.105.378,32	2.106.859,58
2	**1 Quartil**	-83.047,37	-83.047,37	31.813,64	31.813,64
	2 Quartil	129.032,80	129.032,80	144.723,92	144.723,92
	3 Quartil	765.207,12	765.207,12	644.085,23	644.085,23
	Média	-474.737,73	-443.624,11	-174.066,68	-173.440,27
	Desvio Padrão	2.481.020,40	2.399.211,76	3.297.121,91	3.297.510,79
3	**1 Quartil**	-1.792.488,19	-1.803.613,13	-121.523,61	-145.145,15
	2 Quartil	-16.852,75	-23.184,41	34.843,10	34.843,10
	3 Quartil	162.468,57	139.919,18	317.020,73	288.130,99
	Média	-1.407.744,76	-1.423.368,13	-492.926,60	-510.571,79
	Desvio Padrão	5.980.423,01	5.978.648,23	1.878.888,12	1.872.346,99
Outliers	**1 Quartil**	-703.271,20	-701.536,30	59.108,68	59.108,68
	2 Quartil	-531.978,50	-528.727,40	85.804,55	85.804,55
	3 Quartil	-152.587,35	-150.961,80	611.695,08	611.695,08
	Média	-393.246,20	-392.089,60	418.600,99	418.600,99
	Desvio Padrão	563.637,90	563.147,14	623.230,96	623.230,96
Todos	**1 Quartil**	-531.978,50	-528.727,40	-63.250,11	-96.547,02
	2 Quartil	-1.719,88	-1.719,88	20.029,69	20.568,71
	3 Quartil	155.381,63	155.381,63	227.230,78	226.465,62
	Média	-1.184.208,25	-1.180.809,45	-247.977,08	-252.279,95
	Desvio Padrão	5.405.942,63	5.409.972,44	2.100.826,60	2.100.970,30

Fonte: Autor.

No primeiro bloco horizontal da Tabela 28, são mostrados os quartis, a média e o desvio padrão, das estimativas dos valores das NFE's emitidas em reais, que foram supostamente alterados pelo Grupo 1, formado por 118 empresas nulas. Em módulo, os valores das médias das funções de primeiro dígito (-1.176.971,40) e (-1.168.697,63) são quase sete vezes maiores do que os valores da média das funções de segundo dígito (-181.299,95) e (-181.226,15). A diferença entre os valores médios, parece indicar que os algoritmos de primeiro e de segundo dígito captam aspectos diferentes de uma eventual manipulação dos dados.

Pode se ver nas quatro colunas da Tabela 29, um resumo das estimativas dos valores das NFE's recebidas, em reais, supostamente alterados pelas empresas nulas, considerando-se uma TOR de 10%, para as quatro funções objetivo que foram minimizadas: Qui-Quadrado e ExcessMAD de primeiro dígito, e Qui-Quadrado e ExcessMAD de segundo dígito.

Tabela 29 - Estimativa de Valores Alterados - NFE's Recebidas – TOR de 10%

Grupo	Estatísticas	Qui-Quadrado 1D	ExcessMAD 1D	Qui-Quadrado 2D	ExcessMAD 2D
1	**1 Quartil**	40.528,31	40.014,46	84.830,94	85.572,59
	2 Quartil	201.873,82	201.873,82	473.855,30	467.288,36
	3 Quartil	1.151.556,80	1.151.556,80	2.179.149,68	2.178.917,12
	Média	1.442.346,56	1.444.816,84	2.910.111,15	2.954.038,00
	Desvio Padrão	12.323.826,37	12.282.241,99	11.448.209,93	11.829.315,62
2	**1 Quartil**	120.875,99	120.875,99	169.902,58	169.902,58
	2 Quartil	316.785,04	316.785,04	378.355,54	378.355,54
	3 Quartil	443.637,18	443.637,18	514.936,02	513.060,75
	Média	-48.690,67	-64.932,13	1.002.960,90	1.003.894,60
	Desvio Padrão	1.888.134,42	1.933.885,81	1.547.287,18	1.548.399,00
3	**1 Quartil**	-12.367,94	-12.389,66	95.025,41	85.906,42
	2 Quartil	111.705,20	111.705,20	340.005,40	340.005,40
	3 Quartil	971.436,97	971.436,97	1.452.169,73	1.452.169,73
	Média	5.184.048,66	5.171.222,15	8.767.735,68	8.737.379,42
	Desvio Padrão	32.932.997,02	32.828.950,02	32.214.980,01	32.067.764,69
Outliers	**1 Quartil**	547.542,53	549.750,20	82.385,95	82.385,95
	2 Quartil	1.077.528,24	1.077.528,24	120.800,26	120.800,26
	3 Quartil	1.627.451,65	1.629.549,61	419.448,58	416.241,52
	Média	1.090.820,04	1.093.690,46	294.289,60	292.151,56
	Desvio Padrão	1.079.970,47	1.079.890,12	369.032,69	365.349,82
Todos	**1 Quartil**	23.281,99	23.390,12	87.347,80	87.347,80
	2 Quartil	190.210,08	190.210,08	378.355,54	378.355,54
	3 Quartil	1.126.894,31	1.129.737,08	2.044.345,34	2.111.046,61
	Média	2.288.700,76	2.286.402,44	4.221.475,53	4.243.903,50
	Desvio Padrão	19.267.298,80	19.205.534,84	18.704.027,93	18.799.399,47

Fonte: Autor.

No segundo bloco horizontal da Tabela 29, são mostrados os quartis, a média e o desvio padrão, das estimativas dos valores das NFE's recebidas, em reais, que foram supostamente alterados pelo Grupo 2, formado por 9 empresas nulas. Os valores das médias das funções de primeiro dígito (-48.690,67) e (-64.932,13) são inferiores aos valores da média das funções de segundo dígito (1.002.960,90) e (1.003.894,60). A discrepância entre os valores médios, parece novamente indicar que os algoritmos de primeiro e de segundo dígitos captam aspectos diferentes de uma eventual manipulação dos dados.

Nas quatro colunas da Tabela 30, mostra-se um resumo das estimativas dos valores das NFE's emitidas, em reais, supostamente alterados pelas empresas nulas, considerando-se uma TOR de 10%, para as quatro funções objetivo que foram minimizadas: Qui-Quadrado e ExcessMAD de primeiro dígito, e Qui-Quadrado e ExcessMAD de segundo dígito.

Tabela 30 - Estimativa de Valores Alterados - NFE's Emitidas – TOR de 10%

Grupo	Estatísticas	Qui-Quadrado 1D	ExcessMAD 1D	Qui-Quadrado 2D	ExcessMAD 2D
1	**1 Quartil**	124.323,18	124.038,92	308.986,12	308.986,12
	2 Quartil	570.155,94	575.239,64	1.279.215,72	1.274.781,91
	3 Quartil	2.541.778,60	2.540.832,64	2.827.584,20	2.828.683,96
	Média	1.944.701,60	1.937.952,98	3.048.768,19	3.050.580,96
	Desvio Padrão	10.391.594,88	10.362.993,55	9.129.220,20	9.099.715,77
2	**1 Quartil**	548.852,81	521.470,18	1.002.876,66	1.011.897,43
	2 Quartil	1.241.569,47	1.241.569,47	1.676.944,39	1.676.944,39
	3 Quartil	4.169.516,62	4.169.516,62	3.485.078,93	3.485.078,93
	Média	1.573.724,68	1.570.682,17	1.843.419,24	1.844.187,15
	Desvio Padrão	3.228.910,79	3.230.009,93	4.063.414,13	4.063.200,26
3	**1 Quartil**	134.626,54	134.591,15	248.396,27	248.745,37
	2 Quartil	399.811,34	397.343,83	710.560,48	710.560,48
	3 Quartil	2.829.407,40	2.829.407,40	3.279.849,44	3.295.647,37
	Média	6.622.011,12	6.608.669,12	7.610.650,64	7.606.258,46
	Desvio Padrão	21.597.392,47	21.569.894,40	21.671.333,45	21.615.044,32
Outliers	**1 Quartil**	-130.487,42	-127.715,74	274.461,77	274.461,77
	2 Quartil	390.888,18	396.431,54	359.525,63	359.525,63
	3 Quartil	427.833,55	430.605,23	1.342.315,04	1.342.315,04
	Média	67.934,69	69.782,48	958.009,33	958.009,33
	Desvio Padrão	624.456,99	625.896,97	1.186.991,00	1.186.991,00
Todos	**1 Quartil**	121.355,38	120.976,37	291.729,37	291.729,37
	2 Quartil	546.492,08	521.470,18	1.173.135,30	1.188.243,85
	3 Quartil	2.601.804,82	2.601.804,82	2.849.532,85	2.849.532,85
	Média	3.055.425,40	3.047.379,83	4.083.684,54	4.083.869,24
	Desvio Padrão	13.861.512,76	13.836.004,66	13.282.906,02	13.246.289,83

Fonte: Autor.

No terceiro bloco horizontal da Tabela 30, são mostrados os quartis, a média e o desvio padrão das estimativas dos valores das NFE's Emitidas, em reais, que foram supostamente alterados pelo Grupo 3, formado por 43 empresas nulas. Os valores medianos das funções de primeiro dígito (399.811,34) e (397.343,83) são menores do que os valores medianos das funções de segundo dígito (710.560,48) e (710.560,48). A diferença entre os valores medianos parece indicar que os algoritmos de primeiro e de segundo dígito captam aspectos diferentes de uma eventual manipulação dos dados.

Nas quatro colunas da Tabela 31, apresenta-se um resumo das estimativas dos valores das NFE's recebidas, em reais, supostamente alterados pelas empresas nulas, considerando-se uma TOR de 20%, para as quatro funções objetivo que foram minimizadas: Qui-Quadrado e ExcessMAD de primeiro dígito, e Qui-Quadrado e ExcessMAD de segundo dígito.

Tabela 31 - Estimativa de Valores Alterados - NFE's Recebidas – TOR de 20%

Grupo	Estatísticas	Qui-Quadrado 1D	ExcessMAD 1D	Qui-Quadrado 2D	ExcessMAD 2D
1	**1 Quartil**	181.877,71	181.877,71	241.601,92	240.892,07
	2 Quartil	680.593,58	681.557,94	1.181.955,94	1.181.267,90
	3 Quartil	2.922.954,92	2.922.954,92	4.804.112,62	4.804.112,62
	Média	5.171.008,08	5.173.263,95	6.833.419,26	6.874.569,72
	Desvio Padrão	26.208.989,92	26.162.311,92	26.234.706,33	26.576.018,76
2	**1 Quartil**	308.615,29	308.615,29	363.857,14	363.857,14
	2 Quartil	703.751,20	703.751,20	832.403,03	832.403,03
	3 Quartil	896.681,72	899.950,93	1.220.804,51	1.222.048,89
	Média	1.092.495,94	1.065.513,00	2.280.574,75	2.308.092,91
	Desvio Padrão	1.633.751,91	1.657.068,09	3.522.438,75	3.595.802,98
3	**1 Quartil**	160.463,03	160.463,03	300.897,19	300.897,19
	2 Quartil	509.429,36	509.110,89	1.421.362,32	1.421.362,32
	3 Quartil	2.804.460,81	2.804.700,74	5.770.100,73	5.770.100,73
	Média	16.475.762,44	16.453.905,94	20.500.581,50	20.477.886,61
	Desvio Padrão	71.496.792,71	71.374.227,51	72.655.802,89	72.499.138,06
Outliers	**1 Quartil**	722.416,19	722.416,19	230.629,36	230.629,36
	2 Quartil	1.369.350,18	1.369.350,18	355.782,37	355.782,37
	3 Quartil	2.026.174,71	2.026.174,71	729.526,22	729.526,22
	Média	1.375.943,88	1.375.943,88	521.509,60	521.509,60
	Desvio Padrão	1.303.771,03	1.303.771,03	519.131,21	519.131,21
Todos	**1 Quartil**	181.696,29	181.696,29	262.385,55	262.385,55
	2 Quartil	660.534,12	660.534,12	1.103.270,07	1.103.270,07
	3 Quartil	2.725.246,45	2.725.246,45	4.889.174,06	4.889.174,06
	Média	7.702.873,02	7.697.575,43	9.884.151,32	9.908.009,92
	Desvio Padrão	41.740.324,98	41.668.147,96	42.389.840,48	42.465.482,61

Fonte: Autor.

No último bloco horizontal da Tabela 31, são mostrados os quartis, a média e o desvio padrão, das estimativas dos valores das NFE's recebidas, em reais, que foram supostamente alterados pelo Grupo Todos, formado pelas 173 empresas nulas. Os valores médios das funções

de primeiro dígito (7.702.873,02) e (7.697.575,43) são inferiores aos valores médios das funções de segundo dígito (9.884.151,32) e (9.908.009,92). Esta diferença entre os resultados parece indicar que é necessário aplicar pelo menos um dos dois algoritmos de primeiro dígito e um dos dois algoritmos de segundo dígito na estimativa dos valores supostamente alterados.

São mostrados nas quatro colunas da Tabela 32, um resumo das estimativas dos valores das NFE's emitidas, em reais, supostamente alterados pelas empresas nulas, considerando-se uma TOR de 20%, para as quatro funções objetivo que foram minimizadas: Qui-Quadrado e ExcessMAD de primeiro dígito, e Qui-Quadrado e ExcessMAD de segundo dígito.

Tabela 32 - Estimativa de Valores Alterados - NFE's Emitidas – TOR de 20%

Grupo	Estatísticas	Qui-Quadrado 1D	ExcessMAD 1D	Qui-Quadrado 2D	ExcessMAD 2D
1	**1 Quartil**	382.082,37	381.562,57	678.681,90	678.681,90
	2 Quartil	1.637.050,28	1.639.828,29	2.523.204,79	2.523.204,79
	3 Quartil	6.098.304,78	6.097.894,18	6.107.141,03	6.107.141,03
	Média	5.819.501,39	5.825.134,32	7.058.102,97	7.060.724,65
	Desvio Padrão	20.774.056,50	20.733.964,65	20.181.070,26	20.154.253,64
2	**1 Quartil**	1.355.899,32	1.355.899,32	2.190.036,76	2.190.036,76
	2 Quartil	2.467.341,18	2.474.488,36	3.650.157,84	3.650.157,84
	3 Quartil	7.933.656,87	7.933.656,87	6.281.054,13	6.394.435,10
	Média	4.057.243,67	4.058.550,98	4.423.673,66	4.436.583,14
	Desvio Padrão	4.891.895,83	4.891.922,27	5.492.290,20	5.497.155,82
3	**1 Quartil**	562.550,91	555.359,80	713.300,24	713.300,24
	2 Quartil	1.233.511,05	1.233.511,05	1.538.901,40	1.552.845,80
	3 Quartil	7.646.491,45	7.646.491,45	7.242.006,09	7.230.811,88
	Média	16.639.093,91	16.633.188,46	17.723.863,93	17.719.420,19
	Desvio Padrão	48.054.734,55	48.012.087,25	48.538.799,91	48.473.719,81
Outliers	**1 Quartil**	94.952,89	94.777,46	554.858,96	554.858,96
	2 Quartil	549.553,53	549.553,53	763.679,10	763.679,10
	3 Quartil	1.132.582,15	1.132.582,15	2.302.610,23	2.307.174,53
	Média	635.172,18	635.055,22	1.650.419,76	1.653.462,63
	Desvio Padrão	1.040.275,15	1.040.442,92	1.909.022,33	1.914.261,19
Todos	**1 Quartil**	493.845,91	493.845,91	704.785,91	704.785,91
	2 Quartil	1.698.776,57	1.699.453,07	2.486.404,24	2.486.404,24
	3 Quartil	6.344.493,10	6.401.258,93	6.258.995,91	6.258.995,91
	Média	8.327.184,46	8.329.624,73	9.478.304,17	9.479.712,21
	Desvio Padrão	29.700.982,81	29.664.313,87	29.617.814,47	29.578.801,82

Fonte: Autor.

No quarto bloco horizontal da Tabela 32, são mostrados os quartis, a média e o desvio padrão, das estimativas dos valores das NFE's emitidas, em reais, que foram supostamente alterados pelo Grupo *Outliers*, formado por 3 empresas nulas. Os valores medianos das funções de primeiro dígito (549.553,53) e (549.553,53) são iguais entre si e inferiores aos valores medianos das funções de segundo dígito (763.679,10) e (763.679,10), que também são iguais

entre si. Esta diferença entre os resultados sugere que se aplique pelo menos um dos dois algoritmos de primeiro dígito e um dos dois algoritmos de segundo dígito, na estimativa dos valores supostamente alterados.

Ao se analisar o efeito que a TOR de 0 % (Tabela 27), de 10% (Tabela 29) e de 20% (Tabela 31) tem sobre as principais estatísticas dos valores das NFE's recebidas supostamente alterados pelas 173 empresas nulas do Grupo Todos, percebe-se que há um aumento nos valores medianos de R$ 2.486,35 para R$ 190.210,08 e para R$ 660.534,12, quando há um aumento na TOR de 0%, para 10% e depois para 20%, considerando-se a função objetivo Qui-Quadrado de primeiro dígito. Estes valores ficam próximos dos valores medianos, quando se utiliza a função objetivo ExcessMAD de primeiro dígito, R$ 1.972,16 (TOR de 0%), R$ 190.210,08 (TOR de 10%) e R$ 660.534,12 (TOR de 20%).

Quando se analisa o efeito que a TOR de 0 % (Tabela 28), de 10% (Tabela 30) e de 20% (Tabela 32) tem sobre as principais estatísticas dos valores das NFE's emitidas supostamente alterados pelas 173 empresas nulas, percebe-se que há um aumento nos valores medianos de R$ -1.719,88, para R$ 546.492,08 e para R$ 1.698.776,57, quando há um correspondente aumento na TOR de 0%, para 10% e depois para 20%, na TOR, considerando-se a função objetivo Qui-Quadrado de primeiro dígito. Estes valores também ficam próximos dos valores medianos alterados, quando se utiliza a função objetivo ExcessMAD de primeiro dígito, R$ -1.719,88 (TOR de 0%), R$ 521.470,18 (TOR de 10%) e R$ 1.699.453,07 (TOR de 20%).

Agora será feita a análise do efeito da TOR de 0% (Tabela 27), de 10% (Tabela 29) e de 20% (Tabela 31) sobre as principais estatísticas dos valores das NFE's recebidas supostamente alterados pelas 173 empresas nulas. Nota-se que há também um aumento nos valores medianos de R$ 2.635,35, para R$ 378.355,54 e para R$ 1.103.270,07, quando há aumento na TOR de 0%, para 10% e depois para 20%, respectivamente, considerando-se a função objetivo Qui-Quadrado de segundo dígito. Estes valores são iguais aos valores medianos quando se utiliza a função objetivo ExcessMAD de segundo dígito: R$ 2.635,35 (TOR de 0%), R$ 378.355,54 (TOR de 10%) e R$ 1.103.270,07 (TOR de 20%). O mesmo fato ocorre quando se analisa o efeito que a TOR de 0% (Tabela 28), de 10% (Tabela 30) e de 20% (Tabela 32) tem sobre as principais estatísticas dos valores das NFE's emitidas supostamente alterados pelas 173 empresas nulas. Percebe-se que há um aumento nos valores medianos alterados de R$ 20.029,69, para R$ 1.173.135,30 e para R$ 2.486.404,24, quando há um correspondente aumento na TOR de 0%, para 10% e depois para 20%, respectivamente, considerando-se a função objetivo Qui-Quadrado de segundo dígito. Estes valores também ficam bem próximos dos valores medianos alterados, quando se utiliza a função objetivo ExcessMAD de segundo

dígito, R$ 20.568,71 (TOR de 0%), R$ 1.188.243,85 (TOR de 10%) e R$ 2.486.404,24 (TOR de 20%).

Os resultados obtidos nas Tabelas 27, 28, 29, 30, 31 e 32, mostram que os valores das principais estatísticas dos valores das NFE's recebidas e emitidas supostamente alterados, são relativamente próximos entre si, o que parece indicar que os algoritmos de reconstrução que utilizam as funções Qui-Quadrado e ExcessMAD de primeiro dígito podem ser utilizados indistintamente. Chega-se a esta mesma conclusão, quando se comparam os resultados obtidos pelas funções Qui-Quadrado e ExcessMAD de segundo dígito, pois os valores das principais estatísticas são próximos entre si.

Uma questão que emerge desta discussão é se se deve utilizar os algoritmos de primeiro dígito ou os de segundo dígito ou ambos para estimar os valores supostamente alterados pelas empresas nulas, já que os valores obtidos entre eles são diferentes. Conforme já discutido neste trabalho, o problema de se estimar o valor de supostas alterações nos dados por meio da análise digital baseada na LB, tem caráter limitado e envolve muitos aspectos, em razão disto, sugere-se, como regra prática, que se faça uma estimativa de valores supostamente alterados, utilizando-se um dos algoritmos de primeiro dígito e um dos algoritmos de segundo dígito, fazendo-se, posteriormente, uma ordenação decrescente dos valores estimados, selecionando aquelas empresas que apresentaram os maiores valores supostamente alterados. Para cada um dos algoritmos, as empresas assim selecionadas devem ser investigadas com maior profundidade, utilizando-se análises contábeis, tributárias e cadastrais, bem como outros meios indiciários, para se constatar se houve, de fato, alterações nos dados e, em caso positivo, estimar, com maior precisão, o valor desta alteração.

Agora, com base nas Equações (54) e (55) serão apresentados os quartis das estimativas dos valores supostamente alterados do ICMS, com base nos algoritmos de reconstrução de primeiro e de segundo dígito, considerando-se TOR de 0%, 10% e 20%.

Nas quatro colunas da Tabela 33, mostra-se um resumo das estimativas dos valores do ICMS, em reais, supostamente alterados pelas empresas nulas, para uma TOR de 0%, considerando-se as quatro funções: Qui-Quadrado e ExcessMAD de primeiro dígito e Qui-Quadrado e ExcessMAD de segundo dígito.

Tabela 33 - Estimativa de ICMS Alterado – TOR de 0%

Grupo	Estatísticas	Qui-Quadrado 1D	ExcessMAD 1D	Qui-Quadrado 2D	ExcessMAD 2D
1	**1 Quartil**	-63.480,57	-59.507,80	-13.651,60	-14.033,74
	2 Quartil	2.219,06	2.511,72	4.395,72	4.484,03
	3 Quartil	46.303,71	48.145,83	43.471,19	41.904,90
	Média	-7.420,90	-6.853,78	-17.132,63	-17.364,87
	Desvio Padrão	841.509,50	842.342,37	346.494,31	346.582,64
2	**1 Quartil**	-280,05	-336,63	-483.285,91	-483.285,91
	2 Quartil	52.681,58	47.565,63	-15.462,90	-15.543,81
	3 Quartil	2.659.936,79	2.659.936,79	8.822,79	8.822,79
	Média	1.400.733,66	1.399.473,32	-79.975,68	-78.407,80
	Desvio Padrão	2.390.786,67	2.390.649,40	501.450,39	506.493,23
3	**1 Quartil**	-125.333,10	-115.683,16	-28.337,54	-28.337,54
	2 Quartil	289,73	658,12	13.047,94	13.887,63
	3 Quartil	139.073,39	127.639,73	111.234,62	111.234,62
	Média	73.699,46	76.600,26	53.262,82	51.677,58
	Desvio Padrão	1.249.906,70	1.245.421,89	593.846,92	591.489,06
Outliers	**1 Quartil**	113.424,92	5.844,54	320.571,92	-30.159,72
	2 Quartil	466.858,28	244.457,09	801.410,62	29.655,85
	3 Quartil	6.357.546,30	6.247.436,25	1.031.525,05	645.647,67
	Média	4.158.361,39	4.087.368,16	634.261,11	400.440,01
	Desvio Padrão	7.014.944,64	7.073.432,07	725.540,19	748.215,41
Todos	**1 Quartil**	-64.515,68	-59.682,02	-15.462,90	-18.772,75
	2 Quartil	2.199,59	2.776,35	6.628,25	6.987,49
	3 Quartil	81.011,37	77.220,11	62.110,32	60.957,93
	Média	158.237,56	158.048,73	8.391,06	3.865,50
	Desvio Padrão	1.442.816,71	1.441.964,17	440.214,03	435.384,28

Fonte: Autor.

Pode-se observar na Tabela 33, que para o Grupo Todos, os desvios padrões dos resultados das funções Qui-Quadrado e ExcessMAD de segundo dígito são menores do que os de primeiro dígito. Para o Grupo 1, o maior valor mediano do ICMS (2 Quartil), ocorre para a função ExcessMAD de segundo dígito (R$ 4.484,03).

Mostra-se nas quatro colunas da Tabela 34, um resumo das estimativas dos valores do ICMS, em reais, supostamente alterados pelas empresas nulas, para uma TOR de 10%, considerando-se as quatro funções que foram minimizadas: Qui-Quadrado e ExcessMAD de primeiro dígito e Qui-Quadrado e ExcessMAD de segundo dígito.

Tabela 34 - Estimativa de ICMS Alterado – TOR de 10%

Grupo	Estatísticas	Qui-Quadrado 1D	ExcessMAD 1D	Qui-Quadrado 2D	ExcessMAD 2D
1	**1 Quartil**	-32.152,81	-31.665,04	-6.978,95	-6.998,57
	2 Quartil	49.554,08	49.554,08	50.436,99	50.246,80
	3 Quartil	283.262,55	283.262,55	196.125,49	196.125,49
	Média	154.048,06	152.605,24	145.812,73	147.223,92
	Desvio Padrão	1.184.336,04	1.182.925,46	763.074,42	763.725,89
2	**1 Quartil**	17.800,93	17.611,17	-765.146,08	-760.209,34
	2 Quartil	306.619,75	306.986,32	31.883,54	32.009,21
	3 Quartil	2.337.712,41	2.331.616,64	305.180,53	305.644,56
	Média	1.668.300,97	1.665.765,77	5.383,39	7.244,38
	Desvio Padrão	2.514.894,03	2.513.344,39	804.705,70	807.494,95
3	**1 Quartil**	-125.485,08	-124.986,18	-124.930,44	-124.912,80
	2 Quartil	42.616,27	42.616,27	50.181,98	50.181,98
	3 Quartil	322.661,07	323.095,72	154.149,20	154.319,43
	Média	-26.110,68	-28.419,73	-47.366,46	-47.944,20
	Desvio Padrão	1.587.645,73	1.589.512,39	818.184,44	823.730,44
Outliers	**1 Quartil**	-9.679.316,76	-9.622.079,01	-9.226.505,76	-9.653.366,71
	2 Quartil	-6.091.274,55	-6.069.621,14	-5.327.825,38	-6.294.181,64
	3 Quartil	2.536.771,78	2.547.055,83	-3.191.609,94	-3.673.468,21
	Média	-2.731.271,81	-2.693.475,07	-6.502.802,00	-6.786.496,06
	Desvio Padrão	12.557.867,37	12.515.455,02	6.120.081,31	5.995.078,50
Todos	**1 Quartil**	-77.508,63	-77.434,86	-33.696,75	-35.032,12
	2 Quartil	44.870,92	44.732,97	49.745,87	49.492,09
	3 Quartil	328.935,66	330.325,65	192.322,25	192.322,25
	Média	138.010,44	136.975,93	-24.802,38	-28.806,17
	Desvio Padrão	1.992.627,25	1.988.217,26	1.333.147,61	1.352.265,70

Fonte: Autor.

Percebe-se na Tabela 34, que, para os Grupos 1, 2 e 3, os valores medianos do ICMS (2 Quartil) estimados pelas funções de primeiro e segundo dígito, apresentaram valores positivos, enquanto no grupo *Outliers*, os valores medianos do ICMS foram negativos para todas as funções de primeiro e de segundo dígito.

Nas quatro colunas da Tabela 35, apresenta-se um resumo das estimativas dos valores do ICMS, em reais, que foram supostamente alterados pelas empresas nulas, para uma TOR de 20%, considerando-se as quatro funções que foram minimizadas: Qui-Quadrado e ExcessMAD de primeiro dígito e Qui-Quadrado e ExcessMAD de segundo dígito.

Tabela 35 - Estimativa de ICMS Alterado – TOR de 20%

Grupo	Estatísticas	Qui-Quadrado 1D	ExcessMAD 1D	Qui-Quadrado 2D	ExcessMAD 2D
1	**1 Quartil**	-40.988,42	-40.137,28	-13.864,06	-13.781,61
	2 Quartil	105.584,05	106.337,26	118.132,08	117.785,65
	3 Quartil	379.901,16	377.469,85	328.757,72	328.757,72
	Média	356.070,41	356.052,75	345.412,15	346.392,83
	Desvio Padrão	1.940.385,86	1.940.451,17	1.612.235,68	1.611.994,73
2	**1 Quartil**	49.441,00	49.441,00	-1.095.648,44	-1.088.702,69
	2 Quartil	673.744,90	673.291,11	60.466,65	60.252,56
	3 Quartil	3.810.931,25	3.810.931,25	671.229,46	670.764,45
	Média	1.986.153,01	1.985.772,66	114.142,48	117.746,05
	Desvio Padrão	2.841.146,40	2.843.442,45	1.505.125,07	1.509.891,67
3	**1 Quartil**	-127.684,33	-127.037,92	-160.453,32	-160.834,85
	2 Quartil	77.087,23	84.472,26	79.315,53	79.315,53
	3 Quartil	455.128,65	454.622,42	266.625,57	266.625,57
	Média	-159.628,27	-155.763,52	-181.161,05	-183.540,01
	Desvio Padrão	2.355.393,99	2.359.011,29	1.656.433,00	1.664.315,72
Outliers	**1 Quartil**	-21.695.215,42	-21.655.075,73	-21.354.872,91	-21.727.356,78
	2 Quartil	-13.995.584,09	-14.013.636,83	-13.407.240,72	-14.272.401,44
	3 Quartil	-2.095.882,18	-2.104.908,55	-8.665.783,07	-9.098.363,43
	Média	-11.195.537,03	-11.168.777,24	-15.544.690,41	-15.793.012,99
	Desvio Padrão	19.748.773,66	19.704.795,26	12.823.397,34	12.697.466,98
Todos	**1 Quartil**	-78.323,39	-78.386,55	-45.827,92	-36.378,17
	2 Quartil	101.025,69	103.081,97	96.949,61	103.321,30
	3 Quartil	475.701,78	475.701,78	303.802,35	314.212,79
	Média	112.376,06	113.768,87	-73.052,49	-77.093,59
	Desvio Padrão	3.361.484,59	3.357.558,51	2.958.978,38	2.976.669,37

Fonte: Autor.

Observa-se na Tabela 35, que, para os Grupos 1, 2 e 3 os valores medianos do ICMS (2 Quartil) que foram estimados pelas funções de primeiro e segundo dígito apresentaram valores positivos, enquanto para o grupo *Outliers*, os valores medianos do ICMS foram negativos para todos os quatro algoritmos. Nota-se, também, que, para o Grupo 2, o menor valor mediano do ICMS (2 Quartil), ocorre para a função ExcessMAD de segundo dígito (R$ 60.252,56).

Na Tabela 36, são apresentados os valores das correlações lineares entre os valores estimados do ICMS pelas funções de primeiro e de segundo dígito e os Autos de Infrações já lavrados pela fiscalização contra as empresas nulas, para os seguintes valores de TOR: 0%, 10% e 20%.

Tabela 36 - Correlação entre a Estimativa de ICMS Alterado e os Autos de Infrações

Taxa de Omissão de Registro	Algoritmo de Recuperação	Grupo		
		1	2	3
0%	Qui-Quadrado 1D	-0,62	-0,31	0,21
	ExcessMAD 1D	-0,61	-0,31	0,21
	Qui-Quadrado 2D	0,60	0,61	0,25
	ExcessMAD 2D	0,60	0,61	0,25
10%	Qui-Quadrado 1D	-0,41	-0,27	0,26
	ExcessMAD 1D	-0,41	-0,27	0,26
	Qui-Quadrado 2D	-0,13	0,71	0,16
	ExcessMAD 2D	-0,13	0,71	0,16
20%	Qui-Quadrado 1D	-0,38	-0,22	0,22
	ExcessMAD 1D	-0,39	-0,22	0,22
	Qui-Quadrado 2D	-0,24	0,75	0,15
	ExcessMAD 2D	-0,24	0,75	0,15
Número de Empresas Do Grupo Com AIIM Lavrados		**10**	**4**	**9**
Número de Empresas Totais do Grupo		**118**	**18**	**43**
% De Empresas Analisadas		**8,5%**	**22,2%**	**20,9%**

Fonte: Autor
(*) O Grupo *Outliers* não faz parte desta Tabela, pois somente uma das três empresas recebeu Auto de Infração

O sinal positivo desta correlação indica que o valor do auto de infração, que é sempre positivo e o valor estimado do ICMS também é positivo. Isto significa dizer que há um valor de imposto a ser pago pela empresa, pois a diferença entre os valores estimados das NFE's emitidas e recebidas é positivo, ou seja, esta diferença positiva gera, em tese, um imposto a ser pago pela empresa. Já o sinal negativo desta correlação indica que o valor do auto de infração, que é sempre positivo e o valor estimado do ICMS é negativo, isto é, a empresa não tem um valor de imposto a ser pago, uma vez que a diferença entre os valores estimados das NFE's emitidas e recebidas é negativo, ou seja, esta diferença negativa gera crédito de imposto, que poderá, em tese, ser utilizado pela empresa para, por exemplo, pagar futuramente o ICMS.

O cálculo da correlação apresentado na Tabela 36 também pode servir como um indicativo do desempenho dos algoritmos em captar eventuais alterações nos valores das NFE's recebidas e emitidas pelas empresas nulas e consequentemente no valor do ICMS. Não se pode deixar de ressaltar que houve uma grande simplificação no cálculo da estimativa do valor do ICMS e que os valores dos autos de infração lavrados contra as empresas nulas são apurados de forma muito mais rigorosa, detalhada e precisa, ou seja, o cálculo desta correlação está sendo feito entre valores com diferentes precisões.

Observa-se na última linha da Tabela 36, que até o momento da coleta dos dados, 8,5% das empresas do Grupo 1 já tiveram auto de infração lavrados contra si, este valor sob para

20,9%, para o Grupo 3 e para 22,2% para o Grupo 2. O Grupo *Outliers* não faz parte da Tabela 36, pois somente uma das três empresas recebeu Auto de Infração, e, portanto, não há que se falar em cálculo de correlação.

Quando se considera a TOR de 0%, nota-se na Tabela 36, que os maiores valores das correlações, em módulo, entre os valores dos AIIM's lavrados contra as empresas nulas e os valores estimados do ICMS ocorreram, para o Grupo 1, para as funções Qui-Quadrado (-0,62) e ExcessMAD (-0,61) de primeiro dígito, enquanto para o Grupo 2, as maiores correlações ocorreram para as funções Qui-Quadrado (0,61) e ExcessMAD (0,61) de segundo dígito. Para o Grupo 3, o valor da correlação foi baixo, quando comparado com os valores das correlações, em módulo, dos demais grupos. As maiores correlações do Grupo 3 foram de (0,25) para os dois algoritmos de segundo dígito.

Considerando-se uma TOR de 10%, percebe-se na Tabela 36, que as correlações entre os valores dos AIIM's e os valores estimados do ICMS diminuíram, em módulo, em relação à TOR de 0%, para todas as quatro funções minimizadas, com exceção das funções Qui-Quadrado e ExcessMAD de segundo dígito, nas quais os valores das correlações do Grupo 2 aumentaram de (0,61) para (0,71) e das funções Qui-Quadrado e ExcessMAD de primeiro dígito, nas quais os valores das correlações do Grupo 3 aumentaram de (0,21) para (0,26).

Para uma TOR de 20%, observa-se na Tabela 36, que as correlações entre os valores dos AIIM's e os valores estimados do ICMS diminuíram, em módulo, em relação à TOR de 0%, para todas as quatro funções minimizadas, exceto para as funções Qui-Quadrado e ExcessMAD de segundo dígito, nas quais os valores das correlações do Grupo 2 aumentaram de (0,61) para (0,75) e das funções Qui-Quadrado e ExcessMAD de primeiro dígito, nas quais os valores das correlações do Grupo 3 quase não subiram, passando de (0,21) para (0,22).

Para o Grupo 2, para quaisquer taxas de TOR, os valores das correlações dos algoritmos de segundo dígito foram, em módulo, superiores aos dos algoritmos de primeiro dígito, o que indica que, para este grupo, os algoritmos de segundo dígito captaram melhor do que os de primeiro dígito, o tipo de alteração nos dados eventualmente feito pelas empresas nulas deste grupo.

Considerando-se uma TOR de 0%, para o Grupo 1, os valores das correlações, em módulo, dos algoritmos de primeiro e de segundo dígito ficaram muito próximos entre si. Para o Grupo 2, as maiores correlações ocorreram para os algoritmos Qui-Quadrado (0,61) e ExcessMAD (0,61) de segundo dígito. Para o Grupo 3, as maiores correlações aconteceram para os algoritmos Qui-Quadrado (0,25) e ExcessMAD (0,25) de segundo dígito. Para os Grupos 2 e 3, os algoritmos de segundo dígito também parecem ter captado melhor do que os

de primeiro dígito, o tipo de alteração nos dados eventualmente feito pelas empresas nulas destes dois grupos.

Por fim, a título de exemplificação, são apresentados na Tabela 37, para cada um dos quatro algoritmos de reconstrução, considerando-se uma TOR de 0%, a relação percentual entre o valor total da estimativa do ICMS supostamente alterado e o valor total das NFE’s emitidas pelas 173 empresas nulas. Ressalta-se que o valor da estimativa do ICMS de cada empresa foi tomado em módulo, para que se obtivesse a soma total do valor do ICMS que deveria ter sido pago pelas empresas e também do valor do crédito de ICMS que as empresas poderão vir a utilizar futuramente para, por exemplo, pagar o ICMS.

Tabela 37 - Relação entre a Estimativa do ICMS Alterado e o Total das NFE's Emitidas

Qui-Quadrado 1D	**ExcessMAD 1D**	**Qui-Quadrado 2D**	**ExcessMAD 2D**
1,325%	1,319%	0,464%	0,452%

Observa-se na Tabela 37 que os percentuais entre o valor total da estimativa do ICMS supostamente alterado e o valor total das NFE's Emitidas pelas 173 empresas nulas, para os algoritmos de primeiro dígito: Qui-Quadrado (1,325%) e ExcessMAD (1,319%) são muitos próximos entre si. O mesmo ocorre para os algoritmos de segundo dígito: Qui-Quadrado (0,464%) e ExcessMAD (0,452%). Uma possível explicação para este fato, é que tanto os algoritmos de primeiro quanto os de segundo dígito estão submetidos, cada um, às mesmas condições de contorno, em relação a cada dígito individualmente. Quando cada dígito individualmente satisfaz a condição do teste Z de primeiro ou de segundo dígito, conforme o caso, a distribuição dos dígitos como um todo, na maioria das vezes, passa a satisfazer, ao mesmo tempo, o teste Qui-Quadrado e ExcessMAD de primeiro dígito ou de segundo dígito, conforme o caso.

5 CONCLUSÕES E LIMITAÇÕES DO ESTUDO

Nesta seção serão apresentadas as principais conclusões e limitações deste estudo e, por fim, serão sugeridas algumas futuras investigações que poderão, eventualmente, ser desenvolvidas a partir deste trabalho.

Um dos resultados deste trabalho mostrou que a utilização de valores críticos fixos para os testes MAD de primeiro e de segundo dígito, para avaliar a conformidade de uma amostra em relação à LB, conforme sugere Nigrini (2012), pode ter levado alguns pesquisadores e auditores a conclusões errôneas e enganosas. O estudo mostrou que para amostras menores do que 500 elementos, no caso do teste MAD de primeiro dígito e menores do que 800 elementos, no caso do teste MAD de segundo dígito, os valores do MAD começaram a exceder os valores críticos dos testes, indicando que as amostras estavam em desconformidade com a LB, mesmo que elas tivessem sido retiradas de uma população conforme com a LB. Em outras palavras, o erro tipo I do teste MAD de primeiro dígito e de segundo dígito aumenta à medida que o tamanho da amostra diminui, mesmo que estas amostras tenham sido retiradas de uma população conforme com a LB. Estes resultados reforçam os achados de Bradley e Schulzke (2016), quando do estudo do ExcessMAD dos primeiros dígitos.

Com base no trabalho de Bradley e Schulzke (2016), foram derivadas neste estudo, as formulações matemáticas para o cálculo do ExcessMAD de primeiro e de segundo dígito, bem como, foram também desenvolvidas aproximações matemáticas para estas duas formulações, uma vez que o cálculo do valor exato do ExcessMAD para grandes amostras, demanda bastante esforço computacional. Os resultados do trabalho mostraram que as distribuições do ExcessMAD de primeiro e de segundo dígito foram afetadas pelo tamanho da amostra, mesmo que elas tivessem sido retiradas de uma população em conformidade com a LB. A variação dos valores do ExcessMAD em torno de zero aumenta à medida que o tamanho da amostra diminuí. Em razão disto, para reduzir o erro tipo I deste teste, sugere-se que, ao invés de se utilizar o valor zero como o único valor crítico do teste, conforme sugerem Bradley e Schulzke (2016), sejam utilizados, pelo menos para pequenas amostras, valores críticos variáveis em função do tamanho da amostra. Para facilitar a escolha de um valor crítico em função do tamanho da amostra são apresentadas no Apêndice III, as estimativas de Monte Carlo do percentil Q95 da distribuição amostral de primeiro e de segundo dígito da estatística ExcessMAD para tamanho de amostras que variam de 100 a 3.500 elementos, incrementadas de 10 em 10.

Os resultados dos testes de conformidade de primeiro dígito aplicados às NFE's emitidas e recebidas pelas 173 empresas nulas, mostraram que o teste ExcessMAD foi o que

sinalizou o maior percentual de empresas em desconformidade com a LB (96%, considerando-se as NFE's emitidas e 96%, considerando-se as NFE's recebidas), seguido pelo teste Qui-Quadrado (87%, para as NFE's Emitidas e 89%, para as NFE's Recebidas) e pelo teste MAD (68%, para as NFE's Emitidas e 69%, para as NFE's Recebidas). Para os testes de conformidade de segundo dígito, a ordem dos testes se manteve, porém os percentuais se alteraram. O teste ExcessMAD de segundo dígito foi o que sinalizou o maior percentual de empresas em desconformidade com a LB (94%, considerando-se as NFE's emitidas e 93%, considerando-se as NFE's recebidas), seguido pelo teste Qui-Quadrado (83%, para as NFE's Emitidas e 85%, para as NFE's Recebidas) e pelo teste MAD (73%, para as NFE's Emitidas e 74%, para as NFE's Recebidas). Apesar de todos os testes de conformidade de primeiro e de segundo dígito terem apresentado altos percentuais de empresas nulas em desconformidade com a LB, sugere-se, como regra prática, que se investiguem prioritariamente, aquelas empresas que apresentarem desconformidade em todos os testes ao mesmo tempo, já que cada um dos testes capta aspectos diferentes da desconformidade com a LB

Um outro resultado deste trabalho foi que o teste Qui-Quadrado de independência indicou que há dependência entre as desconformidades das NFE's recebidas e emitidas pelas 173 empresas nulas, quando se consideram como critério de avaliação de conformidade com a LB, os testes MDA de primeiro e de segundo dígito. Porém, quando se consideram como critério de avaliação de desconformidade com a LB, os testes ExcessMAD e Qui-Quadrado de primeiro e de segundo dígito, os resultados dos testes Qui-Quadrado de independência foram conflitantes, em razão, provavelmente, de alguns dos seus pressupostos não terem sido atendidos. Ressalta-se que estes resultados conflitantes precisam ser analisados com maior profundidade em um futuro trabalho.

Os maiores e menores erros medianos, em módulo, dos quatro algoritmos de reconstrução aplicados sobre as amostras que estavam em desconformidade com a LB, de forma a torná-las conforme com esta lei, considerando-se todos os dígitos ao mesmo tempo, foram de 3,10% e 0,18% para o algoritmo que usou a função Qui-Quadrado de primeiro dígito como função minimizadora, de 9,40% e 0,22% para a função ExcessaMAD de Primeiro dígito, de 6,40% e 0,48% para a função Qui-Quadrado de segundo dígito e de 5,80% e 0,03% para a função ExcessMAD de segundo dígito, respectivamente. Em geral, os erros medianos, em módulo, dos quatro algoritmos de reconstrução diminuíram com o aumento do tamanho da amostra. Os resultados indicam que melhorias precisam ser implementadas nos quatro algoritmos de reconstrução para redução do erro mediano para amostras menores.

Os resultados da aplicação dos quatro algoritmos de reconstrução sobre as NFE's emitidas e recebidas por todas as 173 empresas nulas mostraram que os valores medianos das estimativas do ICMS dos algoritmos de primeiro dígito ficaram muito próximos entre si, R$ 2.199,59, para a função Qui-Quadrado de primeiro dígito e de R$ 2.776,35, para a função ExcessMAD de primeiro dígito. O mesmo ocorreu com os valores medianos das estimativas do ICMS dos algoritmos de segundo dígito, que foi de R$ 6.628,25, para a função Qui-Quadrado de segundo dígito e de R$ 6.987,49, para a função ExcessMAD de segundo dígito. Porém, os resultados entre os valores medianos das estimativas do ICMS dos algoritmos de primeiro e de segundo dígitos foram diferentes entre si, o que parece indicar que estes algoritmos captam aspectos distintos da desconformidade com a LB e, em razão disto, sugere-se que se apliquem pelo menos um dos dois algoritmos de primeiro digito e pelo menos um dos dois algoritmos de segundo dígito no cálculo das estimativas dos valores do ICMS.

O Grupo 1 é caracterizado pelas empresas nulas que apresentam o menor capital social, o menor número de sócios e o maior valor adicionado (Valor Total da NFe's Emitidas – Valor Total das NFE's Recebidas), em relação aos Grupos 2 e 3. Este grupo apresentou correlações decrescentes, em módulo, entre os valores estimados do ICMS e os valores dos AIIM's, a saber, (0,62), para função Qui-Quadrado de primeiro dígito e de (0,61), para a função ExcessMAD de primeiro dígito, para uma TOR de 0%, de (0,41), para função Qui-Quadrado de primeiro dígito e de (0,41), para a função ExcessMAD de primeiro dígito, para uma TOR de 10% e de (0,38), para função Qui-Quadrado de primeiro dígito e de (0,39), para a função ExcessMAD de primeiro dígito, para uma TOR de 20%. A correlação diminui, em módulo, com o aumento do valor da TOR, o que parece indicar que as empresas do Grupo 1, não omitiram dados. Além disto, para as empresas do Grupo 1, os algoritmos de primeiro dígito apresentaram correlações, em módulo, superiores às dos algoritmos de segundo dígito.

O Grupo 2 é caracterizado pelas empresas nulas que apresentam o maior capital social, o maior número de sócios e o maior valor das de NFE's emitidas e recebidas de outras unidades da federação, em relação aos Grupos 1 e 3. Este grupo apresentou correlações crescentes entre os valores estimados do ICMS e os valores dos AIIM's, a saber, de (0,61), para as funções Qui-quadrado e ExcessMAD de segundo dígito, para uma TOR de 0%, de (0,71), para as funções Qui-quadrado e ExcessMAD de segundo dígito, para uma TOR de 10% e de (0,75), para as funções Qui-quadrado e ExcessMAD de segundo dígito, para uma TOR de 20%. A correlação aumentou com o aumento do valor da TOR, o que parece indicar que as empresas do Grupo 2, possam, eventualmente, ter omitido dados. Além disto, para as empresas do Grupo 2, os

algoritmos de segundo dígito apresentaram correlações superiores às dos algoritmos de primeiro dígito.

O Grupo 3 é formado pelas empresas nulas que apresentam o maior número de clientes, o maior número de NFE's emitidas e menor valor adicionado (Valor Total da NFe's Emitidas – Valor Total das NFE's Recebidas), em relação aos Grupos 1 e 2. Este grupo apresentou baixas correlações entre os valores estimados do ICMS e os valores dos AIIM's, as quais variaram entre (0,15) e (0,26), considerando-se todos os algoritmos e todos os valores de TOR. Este fato parece indicar que nenhum dos algoritmos de reconstrução captou a essência do que, de fato, ocorreu com as empresas do Grupo 3.

Em futuros trabalhos, para estimação do valor do ICMS supostamente alterado, será necessário segmentar de forma mais detalhada as empresas envolvidas, de modo a conhecer melhor suas características contábeis, tributárias e cadastrais e, além disto, será necessário estudar com mais profundidade os AIIM's lavrados contra estas empresas. Assim, será possível escolher de modo mais consistente o algoritmo e o valor da TOR mais adequado para cada grupo de empresas.

Outro possível estudo seria aplicar os algoritmos de reconstrução sobre as compras e vendas das empresas, ao invés de utilizar as NFE's Emitidas e Recebidas. Isto captaria melhor o funcionamento comercial das empresas.

Outra possibilidade de trabalho seria aplicar os algoritmos de reconstrução sobre as compras e vendas de empresas pertencentes a uma mesma cadeia produtiva. Isto ajudaria a ampliar o entendimento de eventuais arranjos e conluios dentro de uma cadeia produtiva.

Por fim, ressalta-se ser bastante difícil criar algoritmos que simulem todos os tipos de manipulação que podem ser utilizados para alterar as informações de um arquivo de dados; portanto, as estimativas dos valores do ICMS supostamente alterados pelas empresas nulas encontradas neste trabalho, devem ser usadas com bastante reserva e prudência. É necessário que o auditor faça uma investigação mais aprofundada e um cálculo mais preciso para se determinar, com mais precisão, os valores das operações comerciais e do ICMS supostamente alterados por uma empresa. Este tipo de trabalho de auditoria vai muito além de uma simples auditoria digital baseada na LB. Entretanto, a utilização dos algoritmos de reconstrução de primeiro e de segundo dígito para estimação dos valores do ICMS supostamente alterados, pode auxiliar a administração tributária na melhoria do processo de seleção de contribuintes, priorizando aquelas empresas que apresentem um maior nível de manipulação de suas operações comerciais e do ICMS.

REFERÊNCIAS

Alves, A. D., Yanasse, H. H., & Soma, N. Y. (2013). Benford's Law and articles of scientific journals: comparison of JCR® and Scopus data. *Scientometrics*, [s.l.], 98(1), 173-184, 21 maio. Springer Nature. http://dx.doi.org/10.1007/s11192-013-1030-8.

Almeida, R. S. 2011. Compliance como ferramenta de mitigação e prevenção da fraude organizacional, 6º concurso de monografias da Controladoria Geral da União, https:// www.editoraroncarati.com.br/v2/phocadownload/compliance_ferramenta_mitigacao.pdf

Amiram, D., Bozanic, Z., & Rouen, E. (2015). Financial statement errors: evidence from the distributional properties of financial statement numbers. *Review of Accounting Studied* 20,1540–1593.

Appelbaum, D., Kogan, A., & Vasarhelyi, M. A. (2017). Big Data and Analytics in the Modern Audit Engagement: Research Needs. Auditing**:** *A Journal of Practice & Theory*, [s.l.], 36(4), 1-27, nov. American Accounting Association. Recuperado de http://dx.doi.org/10.2308/ajpt-51684.

Bailey, K. (1975). Cluster Analysis. *Sociological Methodology*, 6, 59-128. doi:10.2307/270894

Bartholomew, D. J. (2007). *Three Faces of Factor Analysis. Factor Analysis at 100 Historical Developments and Future Directions*. Lawrence Erlbaum Associates, Inc.; Chapter 2.

Benford, F. (1938). The Law of Anomalous Numbers. *Proceedings of the American Philosophical Society*, 78(4), 551-572, March 31.

Bercovici, G., Dimoulis, D., & Tavares, A. R. (2012). Dicionário brasileiro de direito constitucional. São Paulo. Editora Saraiva.

Berger, A., & Hill, T. P. (2011). Benford's Law Strikes Back: No Simple Explanation in Sight for Mathematical Gem. *The Mathematical Intelligencer*, [s.l.], 33(1), 85-91, 12 feb. Springer Nature. http://dx.doi.org/10.1007/s00283-010-9182-3

Bradley, B. J., & Schulzke, K. S. (2016). Moderating "Cry Wolf" Events with ExcessMAD in Benford's Law Research and Practice. *Journal of Forensic Accounting Research*, [s.l.], 1(1), 66-90, dez. American Accounting Association.

Caflisch, R. E. (1998). *Monte Carlo and quasi-Monte Carlo methods, Ada Numerica*, pp. 1-49. Cambridge University Press.

Castañeda, I. E. G. (2017). Geometría del fraude. *Cuadernos de Contabilidad*, 2017, 18(45), ISSN: 0123-1472.

Cella, S. R., & Zanolla, E. (2018). A Lei de Benford e a transparência: uma análise das despesas públicas municipais. *Brazilian Business Review*, 15(4), 331-347. https://doi.org/10.15728/bbr.2018.15.4.2

Chiavenato, I. (2003). *Introdução a Teoria Geral da Administração* (7a. ed.). Ed. Campus, 2003, 650 p.

Cleary, R., Thibodeau, J. C., & Jay, C. (2005). Applying Digital Analysis Using Benford's Law to Detect Fraud: The Dangers of Type I Errors. Auditing: *A Journal of Practice & Theory*, [s.l.], 24(1), 77-81, maio. American Accounting Association.

Condé, R. A. D., Almeida, C. O. F., & Quintal, R. S. (2015). Fraude Contábil: Análise Empírica à Luz dos Pressupostos Teóricos do Triângulo da Fraude e dos Escândalos Corporativos. *Revista Gestão & Regionalidade* - Vol. 31 - Nº 93 - set-dez.

Cortez, P. (2014). *Modern Optimization with R*. Ed. Springer, 174 p.

Costa, J. I. F., Santos, J., & Travassos, S. K. M. (2012). Análise de conformidade nos gastos públicos dos entes federativos: aplicação da Lei de Newcomb-Benford para o primeiro e segundo dígitos dos gastos em dois estados brasileiros. *Revista Contabilidade & Finanças*, 23(60), 187-198.

Cressey, D. R. (1953). Other people's money: a study in the social psychology of embezzlement. Glencoe, IL: The Free Press.

Cummings, R., Martinez-Vasquez, J.; Mckee, M. & Torgler, B. (2009). Effects of Tax Morale on Tax Compliance: experimental and survey evidence. Journal of Economic Behavior & Organization, v. 70, n. 3, p. 447-457, jan. http://darp.lse.ac.uk/papersdb/Cummings_etal_(JEBO_09).pdf. Acessado em 18/02/2021.

Diaconis, P., & Freedman. D. (1979). On Rounding Percentages. *Journal Of The American Statistical Association*, [s.l.], 74(366), 359-364, jun. JSTOR. http://dx.doi.org/10.2307/2286335.

Diekmann, A. (2007). Not the First Digit! Using Benford's Law to Detect Fraudulent Scientific Data. *Journal of Applied Statistics*, 34(3), 321–329, April.

Durtschi, C., Hillison, W., & Pacini. C. (2004). The Effective Use of Benford's Law to Assist in Detecting Fraud in Accounting Data. *Journal of Foensic Accounting*, V, 17-34.

Ester M., Kriegel H. P., Sander J., & Xu X. (1996). A Density-Based Algorithm for Discovering Clusters in Large Spatial Databases with Noise. Institute for Computer Science, University of Munich Oettingenstr. 67, D-80538 Miinchen, Germany

Fávero, L. P., Belfiore, P., Silva, F. L., & Chan, B. L. (2009). *Análise de Dados – Modelagem Multivariada para Tomada de Decisão*. Editora Elsevier.

Fávero L. P., & Belfiore, P. (2015). *Análise de Dados – Técnicas Multivariadas Exploratórias com SPSS e STATA*. Editora Elsevier.

Gauvrit, N., Houillon, J. C., & J. P. Delahaye. (2017). Generalized Benford's Law as a Lie Detector. *Advances In Cognitive Psychology***,** [s.l.], 13(2), 121-127, 30 jun. University of Finance and Management in Warsaw. http://dx.doi.org/10.5709/acp-0212-x.

Hair, J. F., Black, W. C., Babin, B. J., Anderson, R. E., & Tatham, R. L. (2009). *Análise Multivariada de Dados* (6a ed.). Editora Bookman.

Hill, T. P. (1995a). A Statistical Derivation of The Significant-Digit Law. *Statistical Science*, 10(4), 354-363.

Hill, T. P. (1995b). The Significant-Digit Phenomenon, *The American Mathematical Monthly*, 102(4), 322-327, April.

IBPT, Instituto Brasileiro de Planejamento e Tributação. (2018). *Sonegação Fiscal das Empresas Brasileiras*, 11 p. Recuperado de https://ibpt.com.br/estudos/. Acessado em 05/10/2020.

IFI, Instituição Fiscal Independente. (2018). Relatório de Acompanhamento Fiscal, Dezembro. https://www12.senado.leg.br/ifi/relatorio-de-acompanhamento-fiscal Acessado em 18/02/2021.

Jain, A. K., Murty, M. N., Flynn, P. J. (1999). Data Clustering: A Review. ACM- Association for Computing Machinery. *Computing Surveys* 31.3 (Sept.): p264.

Kossovsky, A. E. (2014). *Benford's Law*: Theory, The General Law Of Relative Quantities, And Forensic Fraud Detection Applications. Ed. World Scientific, 649 p.

Kroese, D. P., Brereton, T., Taimre, & T., Botev, Z. I. (2014). *Why the Monte Carlo method is so important today*. WIREs Comput Stat, 6:386–392. doi: 10.1002/wics.1314.

Lagioia, U. C. T., Santos, J., Filho, J. F. R., Filho, B. F. A., & Araújo, I. J. C. (2008). Aplicações da lei de Newcomb-Benford na auditoria tributária do imposto sobre serviços de qualquer natureza (ISS); *Revista Contabilidade & Finanças*, 20(49), 63-78.

Lagioia, U. C. T., Araújo, I. J. C., Filho, B. F. A., Barros, M. A. B., & Nascimento, S. G. A. S. (2011). Aplicabilidade da Lei de Newcomb-Benford nas fiscalizações do imposto sobre servicos-ISS. *Revista Contabilidade & Finanças*, 22(56), 203(22).

Lima, L. M. M. (2015). A aplicação do dever de eficiência à Administração Pública Tributária e sua relação com a Moral Tributária dos contribuintes. *Revista Digital De Direito Administrativo*, v. 2, n. 1, p. 273-292.

Machado, M. R. & Gartner, I. R. (2018). A hipótese de Cressey (1953) e a investigação da ocorrência de fraudes corporativas: uma análise empírica em instituições bancárias brasileiras. *Revista Contabilidade & Finanças*, v. 29, n. 76, p. 60-81, jan./abr.

Marôco, J. (2018). *Análise Estatística com o SPSS Statistics* (7a ed.). Editora ReportNumber,1013 p.

Meirelles, H. L., J Filho, E. B., & Burle, C. R. (2016). *Direito Administrativo Brasileiro* (42a ed.), p. 68, Malheiros Editores.

Mingoti S. A. (2007). *Análise de Dados Através de Métodos de Estatística Multivariada. Uma Abordagem Aplicada*. Editora UFMG.

Muralidhar K., Ames, G. A. & Sarathy R. (1991). Bootstrap confidence intervals for estimating audit value from skewed populations and small samples. *Simulation*, Volume: 56 issue: 2, page(s): 119-127. https://doi.org/10.1177/003754979105600207

Nash, J. N. (2014). *Nonlinear Parameter Optimization Using R Tolls*. Ed John Wiley and Sons Ltd, 287 p.

Newcomb, S. (1881). Note On The Frequency Of Use Of The Different Digits In Natural Numbers. *American Journal of Mathematics*, 4, 39-40.

Nigrini, M. J., & Linda, J. M. (1997). The Use of Benford's Law as an aid in Analytical Procedures. Auditing: *A Journal of Practice and Theory*, 16, 52-67.

Nigrini, M. J., & Drake, P. D. (2000). Computer assisted analytical procedures using Benford's Law. *Journal of Accounting Education*, 18(2), 127-146, Spring.

Nigrini M. J., & Miller, S. J. (2009). Data Diagnostics Using Second Order Tests of Benford's Law. *Auditing: A Journal of Practice and Theory*, 28(2),305-324.

Nigrini, M. J. (2011). *Forensic Analytics: Methods and Techniques for Forensic Accounting Investigations*. Ed. John Wiley & Son, 458 p.

Nigrini, M. J. (2012). *Benford's Law: Applications for Forensic Accounting, Auditing, and Fraud Detection*. Ed. John Wiley & Son, 330 p.

Nigrini, M. J. (2017). Audit Sampling Using Benford's Law: A Review of the Literature with Some New Perspectives. *Journal Of Emerging Technologies In Accounting*, [s.l.], 14(2), 29-46, september, American Accounting Association.

Oliveira J. A. J., Francischetti, D. E., Galeano, R., Padoveze, C. L., & Filho, M. A. F. M. (2018). Aplicações da Lei de Newcomb-Benford nas demonstrações financeiras da Petrobrás. *Enfoque: Reflexão Contábil*, 37(1), 21-38.

Paes, A. T. (1998). Itens essenciais em bioestatística. *Arquivos Brasileiros de Cardiologia*, 71(4), 575-580. Recuperado de https://doi.org/10.1590/S0066-782X1998001000003

Pereira, L. C. B. (1997). *Cadernos do Ministério da Administração Federal e Reforma do Estado- MARE*. Programa da qualidade e participação na administração pública, Brasília. http://www.bresserpereira.org.br/documents/mare/cadernosmare/caderno04.pdf Acesso em 25/02/2019.

Pereira, M. W. G., Teixeira, E. C., & Gurgel, A.C. (2014). Uma Análise da Reforma Tributária sobre a Economia e a Competitividade Setorial das Macrorregiões Brasileiras. Revista de Economia, v. 40, n. 3 (ano 38), p. 146-172, set/dez. Editora UFPR

Reis, E. (2001). *Estatística Multivariada Aplicada*. Editora Sílabos.

Rencher A. C. (2003). *Methods of Multivariate Analysis*. doi: 10.1002/0471271357.ch14. Ed. John Wiley & Sons, Inc.

Rezende, F. (2012). ICMS - Gênese Mutações Atualidade e Caminhos para a Recuperação. *FGV Projetos - Estudos e Pesquisas*, 2, p.13.

Santos, J. D., Diniz, J. A., & Corrar, L. J. (2005). O Foco é a Teoria Amostral nos Campos da Auditoria Contábil Tradicional e da Auditoria Digital: Testando a Lei de Newcomb-Benford para o primeiro dígito nas contas públicas. *Brazilian Business Review*, 2(1), 71-89.

Santos, J., Tenório, J. N., & Silva, L. G. C. (2009). Uma aplicação da teoria das probabilidades na contabilometria: A Lei de Newcomb-Benford como medida para análise de dados no campo da auditoria contábil. *Contabilidade*, 6(1).

SEFAZ, Secretaria da Fazenda e Planejamento do Estado de São Paulo. (2020). Relatório da Receita Tributária do Estado de São Paulo. https://portal.fazenda.sp.gov.br/acessoinformacao/ Downloads/Relatorios-da-Receita-Tributaria/2020/janeiro/INTERNET_janeiro20.pdf. Acessado em 24/07/2020.

Silva, C. G., & Carreira, P. (2011). *Selecting Audit Targets Using Benford's Law*. Institute of Systems Engineering and Computers of Coimbra, May.

Silva, C. G., & Carreira, P. (2013). Selecting Audit Samples Using Benford's Law. Auditing: *A Journal of Practice & Theory*, 32(2), 53–65, May.

Silva C. G., & Carreira, P. (2016). Assessing the omission of records from a data set using Benford's law. *Journal of Financial Crime*, 23(4), 798-805.

Silva, E. S., & Lopes, A. P. (2017). *A Prova em Auditoria e as Metodologias de Amostragem*. Ed. Vida Económica-Editorial SA, 129 p.

Srivastava, M. S., & Hui, T. K. (1987). On assessing multivariate normality based on Shapiro-Wilk W statistic. *Statistics and Probability Letters*, 5, 15-18.

STN, Secretaria do Tesouro Nacional. (2015). Avaliação da Qualidade do Gasto Público e Mensuração da Eficiência. https://www.tesourotransparente.gov.br/publicacoes/avaliacao -da-qualidade-do-gasto-publico-e-mensuracao-da-eficiencia/2015/30 Acessado em 17/02/2021.

TCU, Tribunal de Contas da União. (2002). Técnicas de Amostragem para Auditorias. https://www.bing.com/search?q=T%C3%A8cnicas+de+Amostragem+para+Auditoria&cvid=3ba5bdee5e0d484b9c89251e87e2d011&pglt=547&FORM=ANNTA1&PC=LCTS Acessado em 17/02/2021.

Wolfe, D. T. & Hermanson, D. R. (2004). The Fraud Diamond: Considering the Four Elements of Fraud. The CPA Journal, 74(12), 38-42.

GLOSSÁRIO

Empresa ativa: Uma empresa terá sua inscrição estadual considerada ativa, quando estiver regular perante o Cadastro de Contribuinte do ICMS da SEFAZ/SP.

Empresa nula: É uma empresa que teve sua inscrição estadual decretada nula pela SEFAZ/SP. As principais condições que levam uma empresa a ter sua inscrição decretada nula são apresentadas no item 2.4 deste estudo. Como exemplo de nulidade, pode-se apresentar o caso de uma empresa que participa de um esquema de fraude fiscal estruturada, praticando evasão fiscal, mediante a utilização de artifícios, nos quais dissimula atos, negócios e que tenha potencial de lesividade aos cofres públicos. As empresas nulas ficam impedidas de emitir e receber notas fiscais eletrônicas, a partir do momento que tiverem sua nulidade decretada. Além disto, os efeitos da nulidade retroagem até a data de início de funcionamento da empresa.

Nota Fiscal Eletrônica de Entrada: De uma forma simplificada, a NFE de entrada é emitida pela própria empresa, para, por exemplo, dar entrada em mercadoria que está retornando de feira ou exposição, ou para dar entrada em mercadoria importada do exterior, uma vez que a nota fiscal de venda emitida pela empresa estrangeira não tem valor fiscal em território nacional. Vide Anexo I, para maiores detalhes.

Nota Fiscal Eletrônica de Saída: Resumidamente, a NFE de saída é emitida pelo próprio contribuinte do ICMS, quando ele efetua uma venda de produtos para um cliente ou realiza uma transferência de mercadoria para uma de suas filiais. Vide Anexo I, para maiores detalhes

Notas Fiscais Eletrônicas Emitidas: Neste estudo, quando se utilizar o termo NFE’s emitidas, estarão sendo consideradas apenas as NFE’s válidas que foram emitidas pelas empresas nulas.

Notas Fiscais Eletrônicas Recebidas: Neste estudo, quando se utilizar o termo NFE’s recebidas, estarão sendo consideradas apenas as NFE’s válidas que foram emitidas para as empresas nulas.

APENDICES

APÊNDICE I – APROXIMAÇÃO DO E(MAD)

Neste apêndice, mostram-se os passos utilizados para se encontrar as equações aproximadas do E(MAD) de primeiro e de segundo dígito.

A equação de E(MAD) de primeiro dígito é dada pela Equação (60)

$$E(MAD) = \sum_{i=1}^{9}\sum_{j=0}^{N}\binom{N}{j}(Pe_i)^j\ (1-Pe_i)^{N-j}\ \frac{\left|\frac{j}{N}\ -\ Pe_i\right|}{9} \quad (60)$$

Onde, N é o tamanho da amostra aleatória retirada de um conjunto Benford e Pe_i é a probabilidade esperada do primeiro dígito ser igual a i.

Para grandes amostras, esta equação é computacionalmente custosa, por esta razão, foi proposta uma aproximação dada pela Equação (61)

$$E(MAD) \cong \frac{1}{\sqrt{18{,}13132\ \ N}} \quad (61)$$

Onde, N é o tamanho da amostra.

A ideia por trás desta aproximação é que a equação geral do E(MAD) de primeiro dígito pode ser expressa como a média, sobre o índice i, de termos que têm a forma $\frac{E|X_i - E(X_i)|}{N}$. Como cada um dos termos X_i possui distribuição assintótica normal, com uma média igual a $N.p_i$ e variância igual a $N.p_i.(1-p_i)$; eles podem ser aproximados por termos do tipo $\sqrt{\frac{2p_i\,(1-p_i)}{N\pi}}$.

A média dessas 9 aproximações sobre o índice i, é dada pelo termo $\frac{1}{9}\sqrt{\frac{2}{N\pi}\,(\sum_{i=1}^{9} p_i\,(1-p_i))}$. Como $\sqrt{(\sum_{i=1}^{9} p_i\,(1-p_i))} = 2{,}64904$, chega-se na aproximação final do E(MAD) de primeiro dígito,

$$E(MAD) \cong \frac{1}{9}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\sqrt{(\sum_{i=1}^{9} p_i\,(1-p_i))}\,.\sqrt{\frac{1}{N}} = 0{,}23485\sqrt{\frac{1}{N}} = \sqrt{\frac{1}{18{,}13132\,N}}\,.$$

O E(MAD) de segundo dígito é dada pela Equação (62)

$$E(MAD) = \sum_{i=0}^{9}\sum_{j=0}^{N}\binom{N}{j}(Pe_i)^j\ (1-Pe_i)^{N-j}\ \frac{\left|\frac{j}{N}\ -\ Pe_i\right|}{10} \quad (62)$$

Onde, N é o tamanho da amostra aleatória retirada de um conjunto Benford e Pe_i é a probabilidade esperada do segundo dígito ser igual a i.

Para grandes amostras, esta equação anterior é computacionalmente custosa, por esta razão, foi proposta uma aproximação dada pela Equação (63)

$$E(MAD) \cong \frac{1}{\sqrt{17{,}51766\ N}} \quad (63)$$

Onde, N é o tamanho da amostra.

A ideia por trás desta aproximação é que a equação geral do E(MAD) de segundo dígito pode ser expressa como a média, sobre o índice i, de termos que têm a forma $\frac{E|X_i - E(X_i)|}{N}$. Como cada um dos termos X_i possui distribuição assintótica normal, com uma média igual a $N.p_i$ e variância igual a $N.p_i.(1-p_i)$; eles podem ser aproximados por termos do tipo $\sqrt{\frac{2p_i\ (1-p_i)}{N\pi}}$

A média dessas 10 aproximações sobre o índice i, é dada pelo termo $\frac{1}{10}\sqrt{\frac{2}{N\pi}\ (\sum_{i=0}^{9} p_i\ (1-p_i))}$. Como $\sqrt{(\sum_{i=0}^{9} p_i\ (1-p_i))} = 2{,}99448$, chega-se na aproximação final do E(MAD) de segundo dígito,

$$E(MAD) \cong \frac{1}{10}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\sqrt{(\sum_{i=0}^{9} p_i\ (1-p_i))}\ .\sqrt{\frac{1}{N}}\ =\ 0{,}23893\sqrt{\frac{1}{N}}\ =\sqrt{\frac{1}{17{,}51766\ N}}\ .$$

APÊNDICE II – ERRO TIPO 1 E A REGRA DE BAYES

Neste apêndice, mostra-se que dentro de determinadas condições, P(F|S), que é a probabilidade condicionada de que haja fraude nos dados contábeis dado que há sinal diagnóstico de fraude, pode ser aumentada de forma mais eficaz, reduzindo-se $P(S|F^C)$, que é a probabilidade de ocorrência do erro tipo 1, do que aumentando-se P(S|F), que é a probabilidade condicionada de que haja sinal diagnóstico de fraude dado que há fraude nos dados contábeis, mesmo para ambientes onde P(F), que é a probabilidade de fraude, não seja relativamente pequena.

A Regra de Bayes é dada pela Equação (64)

$$P(F|S) = \frac{P(F \cap S)}{P(S)} = \frac{P(F).P(S|F)}{P(S)} = \frac{P(F).P(S|F)}{P(F).P(S|F) + P(F^C).P(S|F^C)} \quad (64)$$

Onde, P(F) é a probabilidade incondicional ou a priori de que haja fraude ou manipulação nos dados contábeis; $P(F^C)$: é a probabilidade incondicional ou a priori de que não haja fraude ou manipulação nos dados contábeis; P(S): é a probabilidade incondicional ou a priori de haja sinal diagnóstico de fraude ou manipulação nos dados contábeis; P(S|F) é a probabilidade condicionada ou a posteriori de que haja sinal diagnóstico de fraude ou manipulação dado que há fraude ou manipulação nos dados contábeis; $P(S|F^C)$ é a probabilidade condicionada ou a posteriori de haja sinal diagnóstico de fraude ou manipulação dado que não há fraude ou manipulação nos dados contábeis, esta e a probabilidade de ocorrência do erro tipo I e P(F|S) é a probabilidade condicionada ou a posteriori de que haja fraude ou manipulação dado que há sinal diagnóstico de fraude ou manipulação nos dados contábeis.

A afirmação de Bradley e Schulzke (2016) de que se P(F) for relativamente pequena, então P(F|S) é aumentada de forma mais eficaz, reduzindo $P(S|F^C)$, que é o erro tipo 1, do que aumentando P(S|F), pode ser estendida, dentro de determinadas condições, para ambientes onde P(F) não seja relativamente pequena.

Considere inicialmente as seguintes probabilidades $P(F) = p$; $P(S|F) = r$; $P(S|F^C) = t$ e $P(F^C) = 1 - P(F) = 1 - p = q$, com 0 < p, r, s e q < 1. Seja α o valor percentual de redução a ser aplicado sobre $P(S|F^C)$ e, também, o valor percentual do aumento a ser aplicado sobre P(S|F), com $0 < \frac{\alpha}{100} < 1$.

Reescrevendo a Equação 64 e substituindo os valores acima, tem-se $P(F|S) = \frac{P(F).P(S|F)}{P(F).P(S|F)+P(F^C).P(S|F^C)} = \frac{1}{1+\frac{P(F^C).P(S|F^C)}{P(F).P(S|F)}} = \frac{1}{1+\frac{q.t}{p.r}}$ (65)

Partindo-se da Equação (65), foram escritas as Equações (66) e (67). Na Equação (66), a probabilidade $P(S|F^C) = t$ foi reduzida em α % e na Equação (67), a probabilidade $P(S|F) = r$ foi aumentada em α %, mantendo-se constantes todos os demais fatores.

$$P^1(F|S) = \frac{1}{1 + \frac{q.t.\left(1 - \frac{\alpha}{100}\right)}{p.r}} \quad (66)$$

$$P^2(F|S) = \frac{1}{1 + \frac{q.t}{p.r.\left(1 + \frac{\alpha}{100}\right)}} \quad (67)$$

Será mostrado que a desigualdade $P^1(F|S) > P^2(F|S) > P(F|S)$, é válida para todo $0 < \frac{\alpha}{100} < 1$. Em outras palavras, isto quer dizer para um dado α % e melhor reduzir P(S|F^C) do que aumentar P(S|F).

Será determinado para quais valores de $\frac{\alpha}{100}$ a primeira parte da desigualdade $P^1(F|S) > P^2(F|S)$ pode ser considerada válida.

Considerando que todos os termos da inequação são positivos, pode-se fazer as seguintes simplificações

$$P^1(F|S) > P^2(F|S) => \frac{1}{1+\frac{q.t.\left(1-\frac{\alpha}{100}\right)}{p.r}} > \frac{1}{1+\frac{q.t}{p.r.\left(1+\frac{\alpha}{100}\right)}} => 1 + \frac{q.t}{p.r.\left(1+\frac{\alpha}{100}\right)} > 1 + \frac{q.t.\left(1-\frac{\alpha}{100}\right)}{p.r}$$

$$=> \frac{1}{\left(1+\frac{\alpha}{100}\right)} > \left(1 - \frac{\alpha}{100}\right) => 1 > \left(1 - \left(\frac{\alpha}{100}\right)^2\right) => \left(\frac{\alpha}{100}\right)^2 > 0 .$$

Esta inequação é sempre verdadeira para $\frac{\alpha}{100} \neq 0$.

Agora será determinado para quais valores de $\frac{\alpha}{100}$ a segunda parte da desigualdade $P^2(F|S) > P(F|S)$ pode ser considerada válida.

Considerando que todos os termos da inequação são positivos, pode-se fazer as seguintes simplificações

$$P^2\,(F|S) > P(F|S) \Rightarrow \frac{1}{1+\frac{q.t}{p.r.\left(1+\frac{\alpha}{100}\right)}} > \frac{1}{1+\frac{q.t}{p.r}} \Rightarrow 1+\frac{q.t}{p.r} > 1+\frac{q.t}{p.r.\left(1+\frac{\alpha}{100}\right)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 > \frac{1}{\left(1+\frac{\alpha}{100}\right)} \Rightarrow \left(1+\frac{\alpha}{100}\right) > 1 \Rightarrow \frac{\alpha}{100} > 0$$

Esta inequação é sempre verdadeira para $\frac{\alpha}{100} > 0$.

Como a inequação $P^1(F|S) > P^2(F|S)$ é verdadeira, para $\frac{\alpha}{100} \neq 0$ e a inequação $P^2(F|S) > P(F|S)$ é verdadeira, para $\frac{\alpha}{100} > 0$, então a desigualdade $P^1(F|S) > P^2(F|S) > P(F|S)$ é verdadeira para $\frac{\alpha}{100} > 0$. Logo, em particular, esta desigualdade também é verdadeira para $0 < \frac{\alpha}{100} < 1$.

Este resultado indica que se o objetivo for aumentar P(F|S), que é a probabilidade condicionada de que haja fraude ou manipulação dado que haja sinal diagnóstico de fraude ou manipulação é melhor tentar reduzir $P(S|F^C)$, em α % do que tentar aumentar P(S|F), em α % , independentemente do valor de P(F), ou seja, mesmo em um ambiente nos quais a probabilidade de fraude ou manipulação P(F) não seja pequeno, ainda é melhor tentar reduzir o erro tipo I, dado por $P(S|F^C)$ do que tentar aumentar P(S|F).

É importante ressaltar que este resultado foi obtido em razão das grandes simplificações adotadas, uma vez que não foram considerados os custos dos esforços para reduzir $P(S|F^C)$ ou aumentar P(S|F) e também não foi considerada possibilidade que uma parte do esforço pudesse ser dedicado a reduzir $P(S|F^C)$ e a outra parte do esforço pudesse ser canalizada para aumentar P(S|F).

APÊNDICE III – VALORES CRÍTICOS DA ESTATÍSTICA EXCESSMAD DE PRIMEIRO E DE SEGUNDO DÍGITO

Neste apêndice, são apresentadas as estimativas de Monte Carlo do percentil Q95 da distribuição amostral de primeiro e de segundo dígito da estatística ExcessMAD para tamanho de amostras que variam 100 a 3.500 elementos, incrementadas de 10 em 10. Estes valores podem ser utilizados como valores críticos da estatística ExcessMAD de primeiro e de segundo dígito, para tentar reduzir o erro Tipo I.

Tamanho da Amostra	Valor Crítico do ExcessMAD	
	Primeiro Dígito	Segundo Dígito
100	0,0124	0,0109
110	0,0118	0,0105
120	0,0112	0,0098
130	0,0107	0,0095
140	0,0103	0,0090
150	0,0100	0,0087
160	0,0095	0,0085
170	0,0092	0,0082
180	0,0089	0,0079
190	0,0087	0,0078
200	0,0084	0,0075
210	0,0082	0,0073
220	0,0079	0,0072
230	0,0077	0,0070
240	0,0077	0,0068
250	0,0075	0,0067
260	0,0073	0,0065
270	0,0073	0,0064
280	0,0070	0,0063
290	0,0069	0,0062
300	0,0067	0,0062
310	0,0067	0,0058
320	0,0065	0,0059
330	0,0065	0,0058
340	0,0064	0,0057
350	0,0062	0,0056
360	0,0062	0,0056
370	0,0061	0,0054
380	0,0060	0,0053
390	0,0059	0,0053
400	0,0059	0,0053
410	0,0058	0,0052
420	0,0058	0,0051

Tamanho da Amostra	Valor Crítico do ExcessMAD	
	Primeiro Dígito	Segundo Dígito
1240	0,0033	0,0030
1250	0,0032	0,0029
1260	0,0033	0,0030
1270	0,0032	0,0029
1280	0,0032	0,0029
1290	0,0032	0,0029
1300	0,0032	0,0029
1310	0,0032	0,0028
1320	0,0032	0,0029
1330	0,0032	0,0029
1340	0,0031	0,0028
1350	0,0031	0,0028
1360	0,0031	0,0028
1370	0,0031	0,0028
1380	0,0030	0,0028
1390	0,0031	0,0028
1400	0,0031	0,0028
1410	0,0031	0,0027
1420	0,0031	0,0028
1430	0,0031	0,0028
1440	0,0031	0,0028
1450	0,0030	0,0027
1460	0,0030	0,0027
1470	0,0030	0,0027
1480	0,0030	0,0027
1490	0,0030	0,0027
1500	0,0030	0,0027
1510	0,0030	0,0027
1520	0,0030	0,0027
1530	0,0030	0,0026
1540	0,0029	0,0027
1550	0,0029	0,0027
1560	0,0029	0,0026

Tamanho da Amostra	Valor Crítico do ExcessMAD	
	Primeiro Dígito	Segundo Dígito
2380	0,0023	0,0021
2390	0,0023	0,0021
2400	0,0023	0,0021
2410	0,0024	0,0021
2420	0,0023	0,0021
2430	0,0023	0,0021
2440	0,0023	0,0021
2450	0,0023	0,0021
2460	0,0023	0,0021
2470	0,0023	0,0021
2480	0,0023	0,0021
2490	0,0023	0,0021
2500	0,0023	0,0021
2510	0,0023	0,0021
2520	0,0023	0,0021
2530	0,0023	0,0020
2540	0,0023	0,0020
2550	0,0023	0,0020
2560	0,0022	0,0020
2570	0,0023	0,0021
2580	0,0022	0,0020
2590	0,0023	0,0020
2600	0,0023	0,0020
2610	0,0023	0,0020
2620	0,0023	0,0021
2630	0,0023	0,0020
2640	0,0022	0,0020
2650	0,0023	0,0020
2660	0,0022	0,0020
2670	0,0023	0,0020
2680	0,0022	0,0020
2690	0,0022	0,0020
2700	0,0022	0,0020

430	0,0056	0,0051
440	0,0056	0,0051
450	0,0054	0,0049
460	0,0055	0,0049
470	0,0053	0,0048
480	0,0053	0,0048
490	0,0053	0,0048
500	0,0052	0,0047
510	0,0051	0,0046
520	0,0051	0,0046
530	0,0052	0,0045
540	0,0050	0,0045
550	0,0050	0,0044
560	0,0049	0,0044
570	0,0049	0,0044
580	0,0048	0,0044
590	0,0048	0,0042
600	0,0047	0,0043
610	0,0047	0,0043
620	0,0047	0,0042
630	0,0046	0,0042
640	0,0046	0,0041
650	0,0045	0,0041
660	0,0046	0,0040
670	0,0046	0,0040
680	0,0045	0,0041
690	0,0044	0,0039
700	0,0044	0,0039
710	0,0044	0,0040
720	0,0044	0,0039
730	0,0043	0,0038
740	0,0043	0,0039
750	0,0043	0,0038
760	0,0042	0,0038
770	0,0042	0,0038
780	0,0042	0,0037
790	0,0041	0,0037
800	0,0041	0,0036
810	0,0040	0,0037
820	0,0040	0,0037
830	0,0040	0,0036
840	0,0040	0,0036
850	0,0040	0,0036
860	0,0040	0,0036
870	0,0039	0,0036
880	0,0039	0,0035

1570	0,0029	0,0026
1580	0,0028	0,0026
1590	0,0028	0,0026
1600	0,0029	0,0026
1610	0,0029	0,0026
1620	0,0029	0,0026
1630	0,0029	0,0025
1640	0,0028	0,0025
1650	0,0028	0,0026
1660	0,0028	0,0026
1670	0,0028	0,0025
1680	0,0028	0,0025
1690	0,0028	0,0025
1700	0,0028	0,0025
1710	0,0028	0,0025
1720	0,0028	0,0025
1730	0,0028	0,0025
1740	0,0028	0,0025
1750	0,0028	0,0025
1760	0,0028	0,0025
1770	0,0027	0,0024
1780	0,0027	0,0025
1790	0,0028	0,0025
1800	0,0027	0,0025
1810	0,0027	0,0024
1820	0,0027	0,0024
1830	0,0027	0,0025
1840	0,0027	0,0024
1850	0,0027	0,0025
1860	0,0027	0,0024
1870	0,0027	0,0024
1880	0,0026	0,0024
1890	0,0026	0,0024
1900	0,0026	0,0024
1910	0,0026	0,0024
1920	0,0026	0,0024
1930	0,0026	0,0024
1940	0,0026	0,0024
1950	0,0026	0,0023
1960	0,0026	0,0024
1970	0,0026	0,0024
1980	0,0026	0,0023
1990	0,0026	0,0023
2000	0,0026	0,0023
2010	0,0026	0,0023
2020	0,0025	0,0023

2710	0,0022	0,0020
2720	0,0022	0,0020
2730	0,0022	0,0019
2740	0,0022	0,0020
2750	0,0022	0,0020
2760	0,0022	0,0020
2770	0,0022	0,0020
2780	0,0022	0,0020
2790	0,0022	0,0020
2800	0,0022	0,0020
2810	0,0022	0,0020
2820	0,0022	0,0019
2830	0,0022	0,0019
2840	0,0021	0,0020
2850	0,0022	0,0019
2860	0,0022	0,0019
2870	0,0022	0,0019
2880	0,0022	0,0019
2890	0,0021	0,0020
2900	0,0021	0,0019
2910	0,0021	0,0019
2920	0,0021	0,0019
2930	0,0021	0,0019
2940	0,0021	0,0019
2950	0,0021	0,0019
2960	0,0021	0,0019
2970	0,0021	0,0019
2980	0,0021	0,0019
2990	0,0021	0,0019
3000	0,0021	0,0019
3010	0,0021	0,0019
3020	0,0021	0,0019
3030	0,0021	0,0019
3040	0,0021	0,0019
3050	0,0021	0,0019
3060	0,0021	0,0019
3070	0,0020	0,0019
3080	0,0020	0,0019
3090	0,0021	0,0019
3100	0,0021	0,0019
3110	0,0021	0,0019
3120	0,0021	0,0019
3130	0,0021	0,0019
3140	0,0021	0,0019
3150	0,0021	0,0018
3160	0,0020	0,0019

890	0,0039	0,0035
900	0,0038	0,0034
910	0,0039	0,0035
920	0,0039	0,0034
930	0,0038	0,0034
940	0,0037	0,0034
950	0,0038	0,0034
960	0,0037	0,0034
970	0,0037	0,0034
980	0,0038	0,0033
990	0,0037	0,0033
1000	0,0036	0,0033
1010	0,0037	0,0032
1020	0,0036	0,0032
1030	0,0035	0,0032
1040	0,0035	0,0032
1050	0,0035	0,0032
1060	0,0035	0,0032
1070	0,0036	0,0032
1080	0,0035	0,0031
1090	0,0035	0,0032
1100	0,0034	0,0031
1110	0,0034	0,0031
1120	0,0035	0,0031
1130	0,0034	0,0031
1140	0,0035	0,0030
1150	0,0034	0,0031
1160	0,0034	0,0030
1170	0,0033	0,0031
1180	0,0033	0,0030
1190	0,0034	0,0030
1200	0,0033	0,0030
1210	0,0033	0,0030
1220	0,0033	0,0029
1230	0,0032	0,0030

2030	0,0025	0,0023
2040	0,0025	0,0023
2050	0,0025	0,0023
2060	0,0026	0,0023
2070	0,0025	0,0023
2080	0,0025	0,0023
2090	0,0025	0,0023
2100	0,0026	0,0022
2110	0,0025	0,0023
2120	0,0025	0,0023
2130	0,0025	0,0023
2140	0,0025	0,0022
2150	0,0025	0,0022
2160	0,0025	0,0022
2170	0,0025	0,0022
2180	0,0025	0,0022
2190	0,0025	0,0022
2200	0,0024	0,0022
2210	0,0025	0,0022
2220	0,0024	0,0022
2230	0,0024	0,0022
2240	0,0024	0,0022
2250	0,0025	0,0022
2260	0,0024	0,0022
2270	0,0025	0,0022
2280	0,0024	0,0022
2290	0,0024	0,0021
2300	0,0024	0,0022
2310	0,0024	0,0022
2320	0,0024	0,0021
2330	0,0024	0,0022
2340	0,0024	0,0022
2350	0,0024	0,0021
2360	0,0024	0,0021
2370	0,0024	0,0021

3170	0,0020	0,0019
3180	0,0021	0,0018
3190	0,0020	0,0018
3200	0,0021	0,0018
3210	0,0020	0,0018
3220	0,0020	0,0018
3230	0,0020	0,0018
3240	0,0021	0,0018
3250	0,0020	0,0018
3260	0,0020	0,0018
3270	0,0020	0,0018
3280	0,0020	0,0018
3290	0,0020	0,0018
3300	0,0020	0,0018
3310	0,0020	0,0018
3320	0,0020	0,0018
3330	0,0020	0,0018
3340	0,0020	0,0018
3350	0,0020	0,0018
3360	0,0020	0,0018
3370	0,0020	0,0018
3380	0,0019	0,0018
3390	0,0020	0,0018
3400	0,0020	0,0018
3410	0,0020	0,0018
3420	0,0020	0,0018
3430	0,0020	0,0018
3440	0,0019	0,0018
3450	0,0020	0,0018
3460	0,0019	0,0017
3470	0,0019	0,0018
3480	0,0020	0,0018
3490	0,0020	0,0018
3500	0,0019	0,0018

ANEXO

ANEXO I – NOTAS FISCAIS DE ENTRADA E DE SAÍDA

(Consulta feita ao Regulamento do ICMS/SP em 27/07/2020)

Neste anexo, mostra-se a integra dos artigos 125 e 136 do RICMS-SP, que definem todas as situações em que o contribuinte deve emitir notas fiscais de saída e de entrada, respectivamente.

SEÇÃO II - DOS DOCUMENTOS FISCAIS RELATIVOS A OPERAÇÕES COM MERCADORIAS

SUBSEÇÃO I - DA NOTA FISCAL

Artigo 125 - O contribuinte, excetuado o produtor, emitirá Nota Fiscal (Lei 6.374/89, art. 67, §§ 1º e 3º, e Convênio de 15-12-70 - SINIEF, arts. 6°, I, e 20, IV, na redação do Ajuste SINIEF-3/94, cláusulas primeira, III, e segunda, III; art. 7º, § 3º, na redação do Ajuste SINIEF-4/87, cláusula primeira, e art. 18, com alteração do Ajuste SINIEF-3/94, cláusula segunda, II, arts. 20 e 21, I e V, e § 1º):

I - antes de iniciada a saída da mercadoria;

II - no momento do fornecimento de alimentação, bebida ou outra mercadoria, em qualquer estabelecimento;

III - antes da tradição real ou simbólica da mercadoria:

a) em caso de transmissão de propriedade de mercadoria ou de título que a represente, quando esta não transitar pelo estabelecimento do transmitente;

b) em caso de ulterior transmissão de propriedade de mercadoria que, tendo transitado pelo estabelecimento transmitente, deste tiver saído sem pagamento do imposto, em hipóteses tais como locação ou remessa para armazém geral ou depósito fechado, observado o disposto no § 2º; (Redação dada à alínea pelo Decreto 47.278 de 29-10-2002; DOE 30-10-2002; efeitos a partir de 30-10-2002)

IV - relativamente à entrada de mercadoria ou bem ou à aquisição de serviços nas hipóteses e nos momentos definidos no artigo 136.

V - nas hipóteses expressamente previstas na legislação do Imposto sobre Produtos Industrializados - IPI.

VI - nos casos em que mercadoria entrada no estabelecimento para industrialização ou comercialização vier: (Inciso acrescentado pelo Decreto 61.720, de 17-12-2015, DOE 18-12-2015; produzindo efeitos a partir de 01-01-2016)

a) a perecer, deteriorar-se ou for objeto de roubo, furto ou extravio;

b) a ser utilizada em fim alheio à atividade do estabelecimento;

c) a ser utilizada ou consumida no próprio estabelecimento.

§ 1º - A mercadoria com preço de venda estabelecido para o todo e que não possa ser transportada de uma só vez está sujeita às seguintes normas:

1 - será emitida Nota Fiscal para o todo, sem indicação correspondente a cada peça ou parte, com destaque do valor do imposto, devendo nela constar que a remessa será feita em peças ou partes;

2 - a cada remessa corresponderá nova Nota Fiscal, sem destaque do valor do imposto, com menção do número, da série e da data de emissão da Nota Fiscal a que se refere o item anterior.

§ 2º - A Nota Fiscal emitida na ulterior transmissão de propriedade de mercadoria, prevista na alínea "b" do inciso III, mencionará o número de ordem, a série e a data da emissão da Nota Fiscal relativa à efetiva saída da mercadoria.

§ 3º - A mercadoria de procedência estrangeira que, sem entrar em estabelecimento do importador ou do arrematante, for por ele remetida a terceiro, deverá ser acompanhada de Nota Fiscal por ele emitida com a declaração de que a mercadoria sairá diretamente da repartição federal em que tiver sido desembaraçada.

§ 4º - A entrega de mercadoria remetida a contribuinte deste Estado poderá ser feita em outro estabelecimento pertencente ao mesmo adquirente, quando, cumulativamente:

1 - ambos os estabelecimentos do adquirente estiverem situados neste Estado;

2 - constarem no documento fiscal emitido pelo remetente os endereços e os números de inscrição de ambos os estabelecimentos do adquirente, bem como a indicação expressa do local da entrega da mercadoria.

§ 5º - O documento fiscal a que se refere o parágrafo anterior será registrado unicamente no estabelecimento em que, efetivamente, entrar a mercadoria.

§ 6° - Revogado pelo Decreto 53.916, de 29-12-2008 (DOE 30-12-2008).

§ 7º - Tratando-se de destinatário não contribuinte do imposto, a entrega da mercadoria poderá ser efetuada em qualquer de seus domicílios ou em domicílio de outra pessoa, desde que esta também seja não contribuinte do imposto e o local da entrega esteja expressamente indicado no documento fiscal relativo à operação, observando-se o seguinte: (Redação dada ao parágrafo pelo Decreto 60.499, de 30-05-2014, DOE 31-05-2014)

1 – nas operações interestaduais, o local de entrega deverá estar situado na mesma unidade federada de destino;

2 – o disposto neste parágrafo não se aplica à mercadoria cuja entrega seja destinada a não contribuinte do imposto situado ou domiciliado no Estado do Mato Grosso.

§ 8º - Na hipótese prevista no inciso VI: (Parágrafo acrescentado pelo Decreto 61.720, de 17-12-2015, DOE 18-12-2015; produzindo efeitos a partir de 01-01-2016)

1 - a Nota Fiscal, além do disposto no artigo 127, deverá:

a) indicar, no campo "Código Fiscal de Operações e Prestações - CFOP", o código 5.927;

b) ser emitida sem destaque do valor do imposto;

2 - o contribuinte deverá estornar eventual crédito do imposto, nos termos do artigo 67.

SUBSEÇÃO IV - DA EMISSÃO DE NOTA FISCAL NA ENTRADA DE MERCADORIAS

Artigo 136 - O contribuinte, excetuado o produtor, emitirá Nota Fiscal (Lei 6.374/89, art. 67, § 1°, e Convênio de 15-12-70 - SINIEF, arts. 54 e 56, na redação do Ajuste SINlEF-3/94, cláusula primeira, XII):

I - no momento em que entrar no estabelecimento, real ou simbolicamente, mercadoria ou bem:

a) novo ou usado, remetido a qualquer título por produtor ou por pessoa natural ou jurídica não obrigada à emissão de documentos fiscais;

b) em retorno, quando remetido por profissional autônomo ou avulso ao qual tiver sido enviado para industrialização;

c) em retorno de exposição ou feira, para a qual tiver sido remetido exclusivamente para fins de exposição ao público;

d) em retorno de remessa feita para venda fora do estabelecimento;

e) em retorno, em razão de não ter sido entregue ao destinatário;

f) importado diretamente do Exterior, observado o disposto no artigo 137;

g) arrematado ou adquirido em leilão ou concorrência, promovidos pelo Poder Público;

II – Revogado.

III- em outras hipóteses previstas na legislação.

Já, uma nota fiscal de saída é emitida pelo contribuinte quando este efetua uma venda ou transferência de mercadoria ou serviço para o cliente.

O artigo 125 do RICMS-SP estabelece as condições em que o contribuinte, excetuado o produtor, emitirá Nota Fiscal de saída:

I - antes de iniciada a saída da mercadoria;

II - no momento do fornecimento de alimentação, bebida ou outra mercadoria, em qualquer estabelecimento;

III - antes da tradição real ou simbólica da mercadoria:

a) em caso de transmissão de propriedade de mercadoria ou de título que a represente, quando esta não transitar pelo estabelecimento do transmitente;

b) em caso de ulterior transmissão de propriedade de mercadoria que, tendo transitado pelo estabelecimento transmitente, deste tiver saído sem pagamento do imposto, em hipóteses tais como locação ou remessa para armazém geral ou depósito fechado, observado o disposto no § 2º;

IV - relativamente à entrada de mercadoria ou bem ou à aquisição de serviços nas hipóteses e nos momentos definidos no artigo 136. (Nota Fiscal de Entrada - Já explicada anteriormente)

V - nas hipóteses expressamente previstas na legislação do Imposto sobre Produtos Industrializados - IPI.

VI - nos casos em que mercadoria entrada no estabelecimento para industrialização ou comercialização vier:

a) a perecer, deteriorar-se ou for objeto de roubo, furto ou extravio;

b) a ser utilizada em fim alheio à atividade do estabelecimento;

c) a ser utilizada ou consumida no próprio estabelecimento.