

Aos meus queridos filhos e marido

**João Victor,
Luís Filipe e
Henrique**

Agradeço ao professor e orientador Prof. Dr. José Roberto Securato, exemplo de dedicação e confiança, valorizando e incentivando este trabalho e todos aqueles desenvolvidos no doutorado.

Ao Prof. Almir Ferreira de Sousa pelos ensinamentos e contribuição à minha formação acadêmica.

À Prof^a. Andrea Maria Accioly Fonseca Minardi pelas orientações e incentivos durante todo o período de minha formação acadêmica.

Ao Prof. José Roberto Ferreira Savoia pelas oportunidades e apoio no doutorado.

Ao Prof. André Luiz Oda pelas orientações no doutorado.

Ao Prof. Edson de Oliveira, exemplo de dedicação e disposição em ajudar e aconselhar colegas e alunos.

Agradeço aos amigos e colegas da Pós Graduação da FEA, em especial as amigas Raquel de Freitas Oliveira e Rosana Tavares, e os amigos Flávio Málaga, José Carlos Luxo, Leonel Molero Pereira, Ricardo Humberto Rocha que sempre me deram confiança e aconselhamentos que me ajudaram a seguir em frente.

Agradeço aos meus irmãos, familiares e amigos que sempre estiveram ao meu lado e torcendo pela finalização deste trabalho.

Agradeço aos meus queridos pais Duran e Izabel pelo amor e apoio incondicionais, decisivos para a conclusão desta tese.

RESUMO

Este trabalho teve como principal objetivo a investigação empírica da validade da teoria de estrutura de capital e do modelo estrutural de crédito que defendem os fatores - benefício tributário e custo de falência - como determinantes da estrutura ótima de capital e da decisão pela liquidação da empresa. Para isso, examinou-se se o nível mínimo de ativos, denominado Ponto de Inadimplência, maximiza o valor de mercado patrimonial e, portanto maximiza a riqueza do acionista. Os resultados são favoráveis aos modelos *tradeoff* e de decisão de liquidação da empresa, pois o Ponto de Inadimplência Ótimo, aquele otimiza o valor de mercado patrimonial, é muito próximo ao Ponto de Inadimplência Empírico, que aproxima as probabilidades estimadas às taxas históricas de inadimplência. Complementarmente, o trabalho verificou: (i) se a relação entre Ponto de Inadimplência Empírico e volatilidade, alavancagem, rentabilidade e oportunidade de investimento é consistente com a teoria de estrutura de capital e (ii) se a função de primeira passagem no tempo é eficiente para estimar probabilidade de inadimplência. Foram obtidas fortes evidências da relação negativa entre Ponto de Inadimplência e volatilidade dos ativos e relação positiva entre Ponto de Inadimplência e alavancagem, consistente com a teoria de estrutura de capital. Finalmente, a função de primeira passagem no tempo parece ser razoavelmente eficiente para estimar probabilidade de inadimplência para os prazos de um até 20 anos.

ABSTRACT

This research examines two theories: capital structure and credit structural model that are based on two factors: tax benefit and default costs, as determinants of optimal capital structure and default decision. The model examined if the estimated default-triggering value was the one that maximized net worth market value and the results are consistent with shareholder value maximization. Additionally, this thesis examined if relation between default-triggering point and asset volatility, financial leverage, earnings and investment opportunities are consistent with capital structure theory and the results shows statistically strong evidences in favor to that theory. Finally, this research implemented the first-passage density function to estimate default probability and it seems reasonable efficient when comparing the estimated probability from one to 20 years to the historical default frequency for the respect term.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	VII
ÍNDICE DE GRÁFICOS	VIII
LISTA DE TABELAS	X
LISTA DE TABELAS	X
LISTA DE QUADROS.....	XI
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Situação Problema.....	1
1.2 Problema da Pesquisa	3
1.3 Objetivo do Trabalho.....	3
1.4 Justificativa	4
1.5 Metodologia	6
1.6 Principais Resultados	8
1.7 Limitação do Trabalho.....	9
1.8 Descrição dos Capítulos.....	10
2 TEORIA DE ESTRUTURA DE CAPITAL	11
3 MODELAGEM DE CRÉDITO.....	18
3.1 Atividade de Crédito e Modelagem de Crédito.....	18
3.2 Modelo de Precificação de Opções Black & Scholes	22
3.3 O Mundo Risco Neutro, Risco de Crédito e Probabilidade Risco-Neutra	27
3.4 Modelo de Merton e KMV	31
3.4.1 Modelo Merton.....	31
3.4.2 Modelo KMV	38

3.5	O MODELO LELAND	45
3.5.1	O Valor da Empresa no Tempo	45
3.5.2	Desenvolvimento do Modelo de Leland e Toft (1996).....	47
3.5.3	O Princípio da Reflexão e o Cálculo das Probabilidades	54
3.5.4	Caso geral em que o processo estocástico tenha média m e variância s	56
3.5.5	Valor de Mercado do Endividamento	61
3.5.6	Ponto de Inadimplência.....	63
4	FORMULAÇÃO DAS HIPÓTESES	70
5	DESCRIÇÃO DA METODOLOGIA	73
5.1	Probabilidade de Inadimplência Empírico.....	75
5.2	Relação Ponto de Inadimplência e Características das Empresas.....	84
5.3	Ponto de Inadimplência Ótimo.....	87
6	RESULTADOS OBTIDOS	93
6.1	Ponto de Inadimplência Empírico	93
6.2	Relação Ponto de Falência e Características das Empresas	110
6.3	Ponto de Inadimplência Ótimo.....	117
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	138

LISTA DE FIGURAS

Figura 1-Abordagem Tradicional	12
Figura 2-Tradeoff.....	15
Figura 3-Distribuição Normal Padrão	24
Figura 4- Processo Estocástico de Evolução do Preço de um Ativo	24
Figura 5-Aplicação em título com risco de crédito	28
Figura 6-Aplicação título livre de risco	28
Figura 7-Gráfico de ganhos e perdas de uma <i>call</i>	32
Figura 8-Gráfico de ganhos e perdas do credor	32
Figura 9-Representação de $N(d_2)$	36
Figura 10- Função de probabilidade do preço do ativo em T e respectiva probabilidade de inadimplência.....	38
Figura 11- Representação da probabilidade de inadimplência do KMV.....	44
Figura 12- Representação pdo KMV por Saunders (2000).....	44
Figura 13- Probabilidade de inadimplência em qualquer instante de tempo.....	46
Figura 14- Trajeto I_t	48
Figura 15- Trajeto de V_t	49
Figura 16- Conjunto de Valores de I_t	50
Figura 17- Trajetórias de I_t	51
Figura 18- Trajetórias do ativo: preço e retorno	52
Figura 19- Simetria da distribuição	53
Figura 20- Possíveis valores de M_T	54
Figura 21-Trajeto simétrico	55

ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico 1- Inadimplência Histórica por <i>Rating</i>	96
Gráfico 2- Probabilidade de Inadimplência Estimada G-1	98
Gráfico 3- Probabilidade de Inadimplência Estimada – G-2	99
Gráfico 4- Probabilidade de Inadimplência Estimada – G-3	100
Gráfico 5- Probabilidade de Inadimplência Estimada – G-4	101
Gráfico 6- Probabilidade de Inadimplência Estimada – G-5	102
Gráfico 7- Probabilidade de Inadimplência Estimada – G-6	103
Gráfico 8- Probabilidade de Inadimplência Estimada dos Grupos x Histórico	104
Gráfico 9- Probabilidade de Inadimplência – Análise das Empresas do Grupo <i>G-2</i>	105
Gráfico 10- Probabilidade de Inadimplência – Análise das Empresas do Grupo <i>G-3</i>	106
Gráfico 11- Probabilidade de Inadimplência – Análise das Empresas do Grupo <i>G-4</i>	107
Gráfico 12- Probabilidade de Inadimplência – Análise das Empresas dos Grupos <i>G-5</i> e <i>G-6</i> ...	108
Gráfico 13- Relação Ponto de Inadimplência e Volatilidade dos Ativos	111
Gráfico 14- Relação Ponto de Inadimplência e Alavancagem de Mercado	112
Gráfico 15-Relação entre Ponto de Inadimplência e Endividamento de Mercado de Curto Prazo	113
Gráfico 16- Maximização do Valor Patrimonial – Vale do Rio Doce.....	118
Gráfico 17- Maximização do Valor Patrimonial – Petrobrás	119
Gráfico 18- Maximização do Valor Patrimonial – Ambev.....	120
Gráfico 19- Maximização do Valor Patrimonial – Aracruz.....	120
Gráfico 20- Maximização do Valor Patrimonial Embraer.....	121
Gráfico 21- Maximização do Valor Patrimonial – Telesp	121

Gráfico 22- Maximização do Valor Patrimonial – VCP	122
Gráfico 23- Maximização do Valor Patrimonial – Brasil Telecom.....	123
Gráfico 24- Maximização do Valor Patrimonial – Braskem.....	123
Gráfico 25- Maximização do Valor Patrimonial – Eletrobrás	124
Gráfico 26- Maximização do Valor Patrimonial – Gerdau	124
Gráfico 27- Maximização do Valor Patrimonial – Klabin	125
Gráfico 28- Maximização do Valor Patrimonial –Sadia	126
Gráfico 29- Maximização do Valor Patrimonial –Siderúrgica Nacional	126
Gráfico 30- Maximização do Valor Patrimonial –Telemar Tele Norte Leste Part.....	127
Gráfico 31- Maximização do Valor Patrimonial –Ultrapar	127
Gráfico 32- Maximização do Valor Patrimonial –Usiminas	128
Gráfico 33- Maximização do Valor Patrimonial –Ampla	128
Gráfico 34- Maximização do Valor Patrimonial –Copel.....	129
Gráfico 35- Maximização do Valor Patrimonial –Embratel Part	129
Gráfico 36- Maximização do Valor Patrimonial –Ipiranga Petróleo	130
Gráfico 37- Maximização do Valor Patrimonial –Net	130
Gráfico 38- Maximização do Valor Patrimonial –Telemig Celular	131
Gráfico 39- Maximização do Valor Patrimonial –Cemig	131
Gráfico 40- Maximização do Valor Patrimonial – Eletropaulo	132
Gráfico 41- Maximização do Valor Patrimonial –CEB	132
Gráfico 42- Maximização do Valor Patrimonial –CESP.....	133
Gráfico 43- Ponto de Inadimplência Ótimo x Empírico.....	136

LISTA DE TABELAS

Tabela 1- Volatilidade de ativos por rating.....	61
Tabela 2- Base de Dados-Informações Contábil-Financeiras.....	74
Tabela 3- Base de dados informações de mercado	75
Tabela 4- Classificação de Rating da Amostra	81
Tabela 5- Inadimplência histórica por classificação de <i>rating</i>	83
Tabela 6- Ponto de Inadimplência Empírico.....	97
Tabela 7- Resultado Teste Médias Probabilidade Estimada x Inadimplência Histórica	109
Tabela 8- Resultado Regressão Ponto de Inadimplência Empírico	114
Tabela 9- Correlação Variáveis Explicativas.....	115
Tabela 10- Ponto de Inadimplência Ótimo x Empírico	135

LISTA DE QUADROS

Quadro 1-Exemplo cenários de balanço patrimonial.....	33
Quadro 2- Variáveis das Regressões por Mínimos Quadrados	86
Quadro 3-Análise resíduos das regressões	116

1 INTRODUÇÃO

1.1 Situação Problema

A teoria de finanças ainda não oferece uma resposta definitiva para a decisão de estrutura de capital, apesar das inúmeras pesquisas realizadas tanto no Brasil, quanto no exterior. A teoria de estrutura de capital teve seu início com o trabalho seminal de Modigliani e Miller (1958), posteriormente complementado por Miller (1977), defendendo a hipótese de que as decisões de endividamento não geram valor para a empresa. Por outro lado, há inúmeras pesquisas empíricas que exploram características do mercado que fazem do endividamento um fator relevante para a determinação do valor da empresa, como por exemplo, Harris e Raviv (1991) e Titman e Wessels (1988).

Dentre os fatores mais explorados pelas pesquisas, têm-se o benefício tributário em função da dedução da despesa de juros para cálculo do imposto de renda e os custos de falência relativos às perdas incorridas pela empresa quando do seu processo de liquidação. O modelo *tradeoff* de estrutura de capital defende a hipótese de que estes dois fatores estão presentes, determinando a existência de um nível ótimo de endividamento que deve ser perseguido pelos tomadores de decisão para atingir o objetivo de maximização de valor aos acionistas. Inúmeras pesquisas buscam evidências sobre a existência da estrutura ótima de capital, como por exemplo, Sunder e Myers (1999) que aplicam a metodologia de regressão linear para verificar a busca, pelas empresas, de uma estrutura de capital ótima.

Uma outra linha de pesquisa derivada dos modelos de crédito, utiliza o modelo de precificação de opções para determinar o valor da empresa, incluindo os fatores valor do benefício tributário e o custo de falência. Leland e Toft (1996) apresentam a precificação desses dois fatores como um direito contingencial, apresentando uma solução para a estrutura ótima de capital.

Além da existência de uma estrutura ótima de capital, esses autores defendem que os acionistas devem tomar uma segunda decisão que é a de determinar até quando se deve aportar recursos na

empresa. Esta decisão está relacionada ao problema de crédito, também amplamente estudado pela literatura de finanças e ainda sem resultados conclusivos. Uma vez tendo contratado dívidas, as empresas passam a apresentar o risco de não cumprimento das suas obrigações financeiras. Determinar a probabilidade de inadimplência torna-se fator importante para estimar o custo de falência e, portanto, estabelecer o nível de endividamento ótimo.

A decisão de liquidação da empresa pelo acionista é apresentada, pela primeira vez, por Black e Cox (1976). Quando em uma situação de insolvência, o acionista pode decidir por aportar recursos e manter a solvabilidade da empresa, ou não aportar recursos e deixar que a empresa siga para um processo de liquidação. O acionista, então, determina um nível mínimo de ativos até o qual serão adicionados recursos e, abaixo desse nível, deixar-se-á de aportar recursos até que a empresa entre em falência. A determinação do nível mínimo de ativos é dada pela solução de um problema de maximização do valor de mercado patrimonial e origina-se em um modelo estrutural de crédito.

Esses modelos de crédito baseados no modelo de precificação de opções são classificados como estruturais, que se apóiam no estudo clássico de Merton (1974) para avaliação de um título com risco de *default*, e têm como principal objetivo estimar a probabilidade de *default* das empresas. Esse modelo relaciona o patrimônio líquido e a dívida corporativa com a teoria de opções. O valor do patrimônio líquido é calculado diretamente, a partir da observação dos preços negociados das ações. O valor de mercado dos ativos e sua volatilidade são estimados, também, a partir dos preços de mercado da dívida e patrimônio líquido. Isso representa uma vantagem sobre os modelos que utilizam dados contábeis para estimar falência, pois, como afirmam Vassalou e Xing (2004:833), os preços de mercado refletem as expectativas dos investidores acerca do desempenho das empresas, por isso contêm informações sobre o seu futuro. Reisz e Perlich (2004:3) também afirmam que os preços de mercado, considerando que este último é razoavelmente eficiente, devem conter informações mais atualizadas do que as contábeis apresentadas com menor frequência e com base em fatos históricos.

Há, então, duas linhas de pesquisa que se relacionam: a teoria de estrutura de capital e de previsão de falência que, juntas, consideram o benefício tributário e o custo de falência como determinantes das decisões de estrutura de capital e de liquidação das empresas.

1.2 Problema da Pesquisa

O problema desta pesquisa é investigar empiricamente a teoria tradicional de estrutura de capital conjuntamente ao modelo de decisão de liquidação das empresas, defendendo a relevância da estrutura de capital para determinação do valor da empresa. Aplicando um modelo estrutural de crédito, que defende uma estrutura ótima de capital e um nível mínimo de ativos até o qual a empresa permanece solvente, este trabalho examinará a existência do referido nível, denominado Ponto de Inadimplência, como sendo aquele que maximiza o valor do acionista.

Diferentemente de outros estudos sobre o tema, este trabalho utiliza um modelo de estimativa de inadimplência para verificar se os acionistas estão maximizando o valor de seus investimentos através da decisão do Ponto de Inadimplência. Este modelo apresenta a vantagem da utilização de dados de mercado porque reflete as expectativas futuras dos investidores – acionistas - sobre os fluxos de caixa futuros, assim como sobre sua saúde financeira. Adicionalmente, esta modelagem de crédito oferece instrumentos para a estimativa da probabilidade de *default* que também pode ser utilizada como instrumento de decisão de crédito e precificação de títulos com risco de crédito.

1.3 Objetivo do Trabalho

Este trabalho tem como principal objetivo a investigação empírica da validade conjunta da teoria de estrutura de capital e do modelo estrutural de crédito que defendem os fatores - benefício tributário e custo de falência - como determinantes da estrutura ótima de capital e da decisão pela liquidação da empresa. Para isso, será examinado se o nível mínimo de ativos, denominado Ponto

de Inadimplência, maximiza o valor de mercado patrimonial e, portanto maximiza a riqueza do acionista.

Complementarmente, este trabalho verificará: (i) se a relação entre Ponto de Inadimplência Empírico e volatilidade, alavancagem, rentabilidade e oportunidade de investimento é consistente com a teoria de estrutura de capital e (ii) se a função de primeira passagem no tempo é eficiente para estimar probabilidade de inadimplência.

1.4 Justificativa

A decisão de estrutura de capital é uma questão de maior complexidade em países emergentes onde há uma forte restrição de capital e o setor privado concorre com o governo por crédito, conforme discutem Glen e Pinto (1994:16) e Carvalho e Barcelos (2002:3), quando investigam a articulação da decisão de financiamento corporativo nos países em desenvolvimento. No Brasil, o mercado de crédito ainda é muito restrito devido a vários fatores, dentre os quais, pode-se citar: (i) elevada taxa de juros praticada em função da grande necessidade de recursos do governo federal; (ii) acesso restrito às informações de crédito e (iii) lentidão nas decisões judiciais fazendo com que os credores sintam-se menos protegidos e, conseqüentemente, tenham maior percepção de risco, impondo, assim, um prêmio maior na concessão de crédito.

O Relatório de Economia Bancária e Crédito do Bacen(2005) relata as medidas que caracterizam os esforços de ampliação das linhas de crédito e redução dos *spreads* bancários que fizeram o saldo de crédito concedido pelo Sistema Financeiro Nacional passar de 28,4% do PIB, em junho de 2000, para 31,2% em dezembro de 2005.

Dentre as mudanças ocorridas no mercado de crédito, vale ressaltar a nova lei de falências aprovada em 2005 (Lei N^o 11.101), que regula a recuperação judicial, extrajudicial e a falência do empresário e da sociedade empresária e tem como principal objetivo oferecer maior garantia aos credores, tornando mais ágil o processo de liquidação ou recuperação da empresa. A principal mudança da lei é a prioridade de pagamento em caso de falência quando os ativos com garantia

real passam a ter prioridade de recebimento aos créditos tributários, oferecendo, assim, maior garantia aos credores.

La Porta et al. (1997) investigaram a influência dos fatores de ordem legal, como: origem do sistema jurídico (sistema americano e inglês *versus* sistema francês, alemão ou escandinavo), força de execução das leis e direitos dos acionistas e dos credores. Utilizando um banco de dados de 49 países, encontraram evidências de que a origem do sistema jurídico é significativa na determinação de um mercado de capitais maior (mais desenvolvido).

Aquele trabalho aponta que o mercado de crédito brasileiro é limitado e, conforme Carvalho e Barcelos (2002:4), posiciona-se como o 38º país na proporção de crédito sobre o PIB da lista de 49 países estudados pelo Banco Mundial em 1999. Essa posição situa-o próximo a: Paquistão (36ª posição), Zimbábue (37ª posição), Índia (49ª posição), Colômbia (39ª posição), México (40ª posição). De acordo com os dados do Banco Mundial, os países que se destacam pela atividade creditícia são: Japão, cujo crédito ao setor privado atinge 293% do PIB; Suíça (182%); África do Sul (157%); Estados Unidos (134%); entre outros.

Mais recentemente, Djankov, McLiesh e Shleifer (2006) estudaram os fatores que exercem maior influência no fornecimento de crédito pelo setor privado de 129 países e encontraram como principais fatores determinantes a proteção ao credor e a transparência de informações.

Em um ambiente mais favorável com maior proteção ao credor promovido pela nova lei de falências, espera-se obter um crescimento do mercado de crédito nacional. Nesta situação as empresas de capital aberto com maior acesso a crédito passam a atuar em um cenário com menos restrições, mais próximo daquele dos países desenvolvidos.

Dessa forma, este trabalho visa contribuir para:

- melhor compreender as decisões de financiamento realizadas pelas empresas, aplicando um modelo estrutural de crédito;

- melhorar o entendimento do processo de deterioração da qualidade creditícia das empresas realizando previsão de insolvência com informações baseadas nas expectativas futuras;
- oferecer um instrumento de estimativa de probabilidade de inadimplência e
- compreender a relação entre os preços de mercado e o risco de inadimplência.

1.5 Metodologia

Salomon (1977: 140) apresenta os métodos de pesquisa clássicos: Métodos Dedutivos e Indutivos. Os Dedutivos procuram demonstrar e justificar utilizando postulados e teoremas para chegar a uma conclusão particular. Por outro lado, os Indutivos procuram verificar, a partir de constatações particulares, uma potencial generalização.

Marconi e Lakatos (2003:91) acrescentam mais um método de pesquisa clássica: o Hipotético-Dedutivo, que parte de uma espécie de solução provisória, passando a criticá-la em um momento seguinte com o objetivo de eliminar o erro da solução original. Com isso, resolve-se um problema dando origem a novos.

Esses autores apresentam, ainda, uma classificação dos métodos de procedimento, como sendo as técnicas utilizadas na investigação:

- Histórico: consiste em investigar acontecimentos, processos e instituições do passado para verificar sua influência na atualidade;
- Comparativo: utilizado para comparar grupos no presente e no passado, entre sociedades em diferentes estágios de desenvolvimento;

- Monográfico: estudo de determinados indivíduos, profissões, instituições, grupos, com a finalidade de obter generalizações;
- Estatístico: consiste na redução de fenômenos econômicos, sociais etc., a termos quantitativos e à manipulação estatística, permitindo comprovar as relações dos fenômenos entre si e obter generalizações sobre sua natureza;
- Tipológico: reduz-se à classificação dos fenômenos em tipos que não existem efetivamente na realidade, mas servem de modelo para a análise e compreensão dos casos concretos;
- Funcionalista: esse método estuda a sociedade do ponto de vista da função de suas unidades como um sistema organizado de atividades;
- Estruturalista: partindo da investigação de um fenômeno concreto, eleva-o ao nível do abstrato através de um modelo que o representa, retornando, por fim, ao concreto, entendendo o fenômeno de forma estruturada.

Salomon (1977:141) mostra outra classificação pela graduação da investigação científica em:

- Pesquisas exploratórias e descritivas: referem-se àquelas que têm como objetivo definir melhor um problema, descrever comportamentos de fenômenos, determinar e classificar fatos e variáveis;
- Pesquisas aplicadas: têm como objetivo aplicar leis, teorias e modelos na solução de problemas que exigem ação e diagnóstico de uma realidade; partem de pesquisas puras existentes para investigar e aplicar a teoria na solução do problema;

- Pesquisas puras ou teóricas: partem da definição de hipóteses claras e específicas, observam dados, procuram inferir, interpretar e realizar predições, descobrindo fatos, teorias e modelos.

Neste trabalho, será utilizado o método Indutivo que parte de uma teoria preexistente e, através da observação empírica de uma amostra de dados, procura validá-la para transportá-la para o nível da generalização, ou seja, procura-se verificar a capacidade de um modelo quantitativo explicar a realidade complexa do problema de distinguir um potencial bom pagador de um mau. É possível classificá-lo, também, pela graduação como uma pesquisa aplicada, utilizando os modelos teóricos desenvolvidos por Merton (1974), Black & Cox (1976) e Leland e Toft (1996).

A implementação da investigação será realizada por duas técnicas, segundo classificação de Marconi e Lakatos (2003): método estatístico e estruturalista. Primeiro, a aplicação de métodos estatísticos permite inferir, a partir da amostra estudada, a generalização do modelo. Segundo, o método estruturalista permite estudar o fenômeno da falência corporativa, como um modelo estruturado, analisando-o de forma objetiva.

1.6 Principais Resultados

Os resultados originais deste trabalho que justificam a tese são:

- As evidências são favoráveis aos modelos *tradeoff* e de decisão de liquidação da empresa. O Ponto de Inadimplência Ótimo, aquele que otimiza o valor patrimonial, é muito próximo ao Ponto de Inadimplência Empírico, que aproxima as probabilidades estimadas às taxas históricas de inadimplência. A média do Ponto de Inadimplência Empírico foi de 44% do valor de mercado do ativo, enquanto a média do Ponto de Inadimplência Ótimo foi de 45%. As correlações de 0,82 entre o Ponto de Inadimplência Empírico e o Ponto de Inadimplência Ótimo, indicam forte relação linear entre eles. Adicionalmente, o teste de médias emparelhadas não rejeitou a hipótese nula de igualdade entre as médias;

- Fortes evidências da relação negativa entre Ponto de Inadimplência e volatilidade dos ativos e relação positiva entre Ponto de Inadimplência e alavancagem, consistente com a teoria de estrutura de capital, e
- Convergência das probabilidades de inadimplência calculadas às taxas médias históricas de inadimplência das classificações de *rating* das empresas da amostra, utilizando a função de primeira passagem no tempo, exceto para o curto prazo para as classificações de *rating* menos arriscadas.

1.7 Limitação do Trabalho

As limitações deste trabalho consistem, primeiramente, na restrita quantidade de observações da amostra, que dificulta a generalização dos resultados para a totalidade das empresas brasileiras de capital aberto.

Segundo, foram realizadas várias simplificações para a implementação do modelo, dentre elas, considerou-se o valor do endividamento corporativo igual à soma do Passivo Circulante e Exigível a Longo Prazo, e o prazo para o vencimento da dívida é de 20 anos.

Terceiro, utilizou-se como critério de convergência entre a probabilidade de inadimplência calculada e a taxa histórica de inadimplência a soma das diferenças do período de 1 até 20 anos. Apesar de não representar efetivamente uma convergência, foi aplicado devido a não disponibilidade de informações adicionais sobre a distribuição da taxa histórica de inadimplência.

Finalmente, o modelo de previsão de inadimplência empregado apresenta a limitação de considerar a volatilidade dos ativos e a taxa de juros livre de risco constante, não representando a realidade. O modelo, portanto, considera que o risco do negócio não se altera no longo prazo.

1.8 Descrição dos Capítulos

Neste capítulo, procura-se deixar caracterizado o objetivo da tese. No capítulo 2 faz-se uma descrição da teoria de estrutura de capital, detalhando os fatores determinantes da decisão de financiamento das empresas. No capítulo 3, realiza-se a revisão bibliográfica procurando mostrar o estado da arte em relação aos principais modelos de avaliação de crédito.

O capítulo 4 aborda a definição das hipóteses para o modelo em estudo. No capítulo 5, é descrita a metodologia para a aplicação do modelo de estimativa da probabilidade de inadimplência.

No capítulo 6 é feita a descrição da aplicação do modelo de Leland (1996) às empresas do mercado brasileiro. Finalmente, o capítulo 7 expõe as considerações finais.

2 TEORIA DE ESTRUTURA DE CAPITAL

A moderna teoria de estrutura de capital afirma que a estrutura de capital é relevante para a determinação do valor da empresa, em contradição à teoria de Modigliani e Miller (1958) - M&M - que propõem que, em um mercado perfeito, a estrutura de capital não afeta o valor da empresa, portanto, é irrelevante tanto para a empresa, como para seus acionistas. Martelanc (1998: 32) apresenta a seguinte definição de mercado perfeito: “Um mercado é perfeito quando todos os bens transacionados são homogêneos, todos os participantes detêm a mesma informação e nenhum poder para manipular o mercado. Dessa forma, apenas as leis da oferta e da procura definem preços e volumes otimizando, a médio prazo, o valor da operação.”

Copeland, Weston e Shastri (2005:559) apresentam as características do mercado perfeito, implícitas no estudo de M&M, em dez itens:

- a) Não há custos de transação;
- b) Todos têm acesso à taxa livre de risco;
- c) Não há custos de falência ou interrupção no negócio;
- d) As empresas emitem dois tipos de títulos: ações e dívidas à taxa livre de risco;
- e) Todas as empresas apresentam o mesmo risco operacional;
- f) Não há tributos corporativos sobre patrimônio nem tributação pessoa física;
- g) Todos os fluxos de caixa são perpétuos;
- h) Todos possuem a mesma informação no mesmo período de tempo;
- i) Os administradores buscam a maximização da riqueza do acionista;
- j) Os fluxos de caixa operacionais não são afetados por alterações na estrutura de capital.

No entanto, nem todas essas características estão presentes no mundo real. Em resposta à teoria M&M, a abordagem tradicional explora a existência dos custos de falência e que os investidores (acionistas e credores) penalizam o aumento da alavancagem exigindo um maior retorno sobre o capital investido. Essa visão defende o uso sensato da alavancagem: por um lado, a contratação de dívida traz consigo o benefício da dedutibilidade da despesa de juros para fins de imposto de renda e, por outro, o custo de capital aumenta com a alavancagem. O ponto ótimo é aquele em

que o efeito positivo do menor custo do endividamento é anulado com o efeito negativo do alto retorno requerido pelos investidores, conforme representado na figura abaixo.

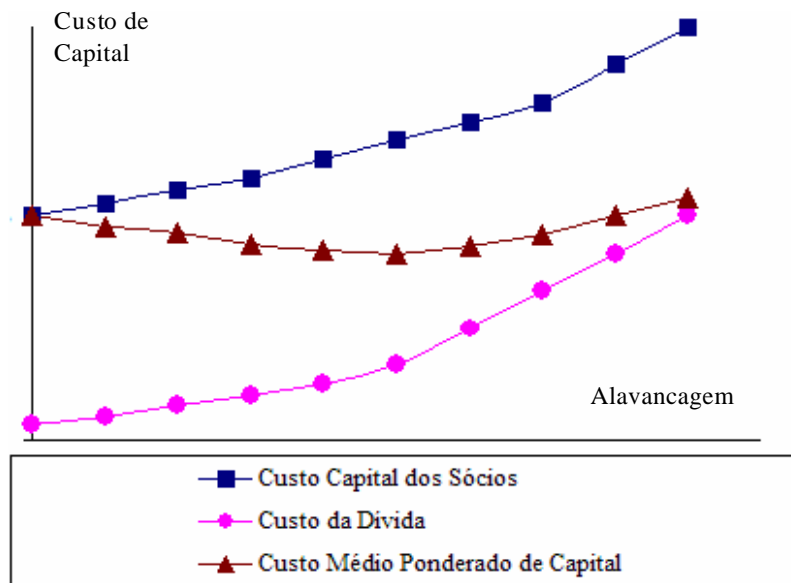


Figura 1- Abordagem Tradicional

A moderna teoria de estrutura de capital explora as condições que impedem a caracterização do mercado como perfeito. Harris e Raviv (1991) é um dos trabalhos mais relevantes nessa área e procura identificar o maior número de fatores reportados por mais de 150 pesquisas empíricas até a data de sua publicação. Segundo esses autores, os fatores podem ser sintetizados da seguinte maneira:

a) Vantagens de Natureza Fiscal

a. Tributos Corporativos

Os tributos corporativos incidem sobre o lucro após os juros da dívida, reduzindo o fluxo de caixa para o acionista. Na situação em que o lucro operacional é maior do que o custo do endividamento, o valor monetário do tributo será menor com a contratação de mais dívidas, ou seja, aumentando o endividamento. A diferença do valor monetário do tributo é denominada como benefício da dedutibilidade da despesa de juros, *BI*, também conhecido como economia fiscal.

Esse benefício impacta o valor da empresa de tal forma que o valor dos ativos com endividamento equivale ao valor sem endividamento mais o benefício tributário:

$$V^A = V_0 + BI$$

Em que:

V^A = valor da empresa alavancada, inclui o efeitos do benefício tributário do endividamento;

V_0 = valor da empresa não alavancada e

BI = benefício tributário da dedutibilidade da despesa de juros.

b. Tributos Pessoa Física

O tributo que incide sobre os juros recebidos pelo credor o desestimula a adquirir títulos de dívida. Este fator reflete um custo tributário ao credor impactando em um custo de endividamento para a empresa.

b) Custos de falência

Quando a empresa é financiada totalmente por capital dos acionistas, os ativos são 100% deles. Entretanto, na contratação de dívidas, os acionistas passam a deter o total dos ativos subtraído o valor das dívidas. No mercado perfeito, a insolvência se dá sem trazer perdas aos acionistas, estes recebem a diferença entre o valor de mercado dos ativos e as dívidas das empresas. No entanto, em um processo de liquidação de empresas, há incidência de custos de despesas com advogados, peritos, consultores, honorários dos executivos envolvidos no processo, denominados custos de falência, *CF*.

Esse custo impacta o valor da empresa de tal forma que o valor dos ativos com endividamento equivale ao valor sem endividamento menos o custo de falência:

$$V^A = V_0 - CF$$

Em que:

V^A = valor da empresa alavancada;

V_0 = valor da empresa não alavancada e

CF = custo de falência.

- c) Conflitos de Agência: custos incorridos para minimizar conflitos entre agente e principal, inicialmente descrito por Jensen e Meckling (1976). No caso em que o administrador, agente, é contratado pelo principal (o acionista), este deve restringir as ações do administrador àquelas que maximizem a riqueza do acionista. Uma forma de restringir as ações dos administradores é condicionar uma remuneração ao resultado desejado. Outra maneira é a contratação de dívidas. Os administradores terão os fluxos de caixa comprometidos com pagamentos dos encargos de dívidas e pouca liberdade para realização de investimentos não rentáveis.
- d) Assimetria de Informações: baseia-se na hipótese de que o administrador detém mais e melhor informação sobre a empresa do que os investidores e acionistas. A assimetria de informações não existente nos mercados perfeitos dá origem à teoria da sinalização. Os acionistas reagem às informações fornecidas pela empresa conscientes de que os administradores detém mais e melhor informação sobre os efetivos retornos futuros oferecidos pela empresa.

Com base nesses fatores, a teoria moderna defende a posição de que a estrutura de capital é relevante para as empresas e cada uma deve decidir sobre esta de acordo com suas características, de tal modo que maximize a riqueza de seus acionistas.

A teoria moderna aborda dois modelos de estrutura de capital que se contradizem. Muitas pesquisas empíricas foram e são realizadas tanto no exterior, quanto no Brasil para avaliar qual deles melhor explica a decisão de endividamento das empresas. São modelos definidos a partir dos fatores de imperfeição do mercado: *tradeoff* e *pecking order*. O *pecking order* parte da premissa de que existe assimetria de informação, defendendo a ordenação das fontes de recursos

de acordo com o risco de sinalização de informações para o mercado: os recursos internos são os mais baratos por não transmitir sinalização alguma ao mercado, seguido das dívidas e em último lugar, a emissão de ações.

Em contraposição ao *pecking order*, o *tradeoff* fundamenta-se na premissa de que a empresa define uma estrutura ótima de capital baseada nas vantagens de natureza fiscal e nos custos de falência. Segundo o *tradeoff*, o valor da empresa alavancada consiste na soma do valor da empresa não alavancada, do benefício da tributação e do custo de falência, conforme representado pela figura abaixo:

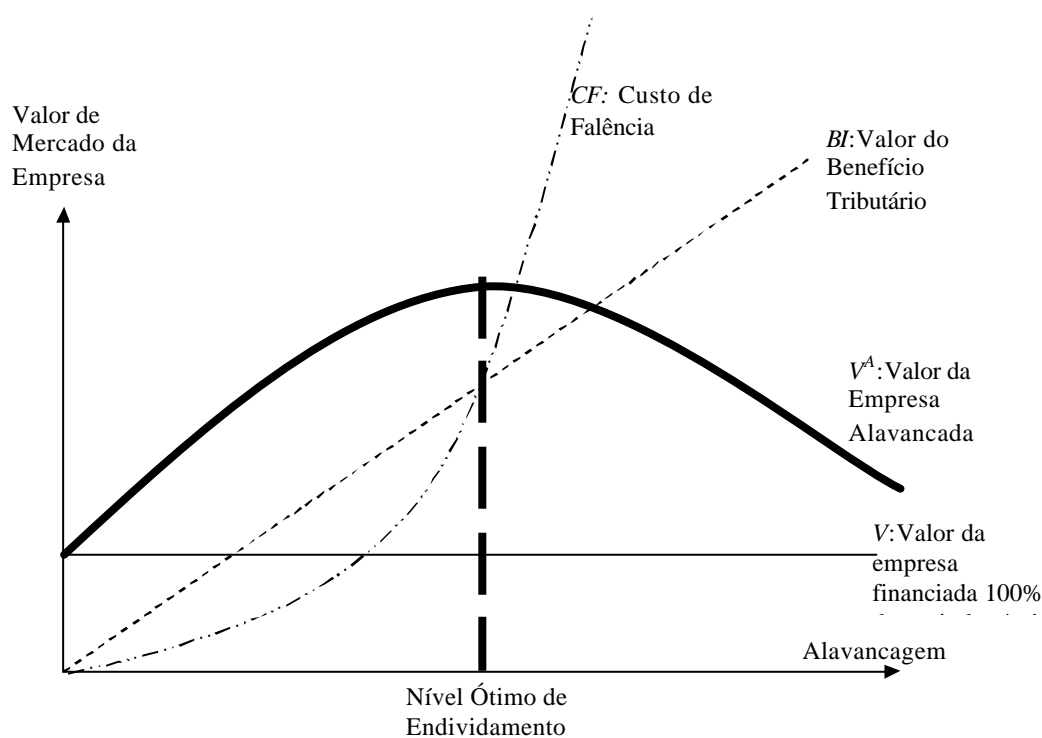


Figura 2-Tradeoff

A figura acima indica que, partindo da situação de endividamento zero, a contratação de dívida traz consigo o benefício da dedutibilidade da despesa dos juros para fins de imposto de renda, economizando, portanto, a parcela do tributo que recai sobre o pagamento de juros. Por outro lado, o endividamento traz consigo o custo de falência: se o fluxo de caixa das operações não for suficiente para cumprimento das obrigações junto aos credores, pode-se levar a uma eventual

liquidação da empresa. Enquanto o custo de falência for menor que o benefício tributário, a empresa continua aumentando seu endividamento, fazendo com que seu valor alavancado aumente até o ponto em que o benefício é ultrapassado pelo custo de falência. Deste ponto em diante, o endividamento passa a reduzir o valor da empresa alavancada, sendo neste ponto que se dá o nível de endividamento ótimo, quando o valor da empresa alavancada é maximizado. O valor da empresa alavancada é dado por:

$$V^A = V_0 + BI - CF$$

A abordagem *tradeoff* de estrutura de capital é utilizada como a base do modelo de decisão sobre o nível mínimo de ativos em que os acionistas tomam a decisão de liquidação da empresa, foco deste trabalho. Ou seja, nesta pesquisa, distintamente dos estudos de estrutura de capital que investigam os modelos de decisão de endividamento, será estudada a articulação da decisão de liquidação dos ativos da empresa. Este modelo de decisão deriva dos modelos de previsão de falência que serão apresentados na próxima seção.

Muitas das pesquisas na área de estrutura de capital procuram examinar as características das empresas e as relaciona com a teoria de estrutura de capital. Dentre as características que determinam a estrutura de capital, descritas por Titman e Wessels (1988), por exemplo, serão analisadas: tamanho da empresa, volatilidade, oportunidades de investimento e rentabilidade, da seguinte forma:

a) Tamanho da empresa

Quanto maior o valor dos ativos, maior será o endividamento da empresa, pelo fato de que esta poderá fornecer ativos como garantia aos empréstimos. Com relação ao fator custo de falência, quanto maior a empresa, mais ela tende a ser diversificada, com menor risco de inadimplência e, com isso, menor custo de falência. Pelo fator custo de agência, empresas maiores tendem a ter maior endividamento para controlar a ação dos administradores, impondo mais restrições financeiras.

b) Volatilidade

O fator custo de falência determina a relação negativa entre volatilidade e alavancagem financeira. Quanto maior a variabilidade dos retornos, maior o risco da empresa e, portanto, maior o custo de falência.

c) Oportunidade de Investimento

Em função dos conflitos de agência entre acionistas e administradores, uma empresa com muitas oportunidades de investimento apresenta menor risco de implementação de investimentos que destroem valor ao acionista por apresentarem muitas opções de retornos acima do custo de capital. Dessa forma, não há necessidade de contratação de dívidas com o objetivo de limitar a ação dos administradores. Quanto mais oportunidades de investimento, menor deve ser a alavancagem financeira.

d) Rentabilidade

A assimetria de informações entre os administradores e os investidores dá prioridade à utilização dos lucros retidos no financiamento corporativo. Esta preferência é explicada por ser esta a fonte de recursos de menor poder de sinalização para o mercado e, portanto, de menor custo para a empresa.

e) Exclusividade

Empresas com atividades exclusivas ou muito específicas possuem menor endividamento. Os custos de falência, neste caso são mais altos, pois seus clientes, trabalhadores e fornecedores possuem menores possibilidades de recolocação de suas atividades.

3 MODELAGEM DE CRÉDITO

3.1 Atividade de Crédito e Modelagem de Crédito

A atividade de crédito está presente na história da civilização desde que o homem implanta o sistema da propriedade privada com o nascimento da agricultura, conforme Durant (1944: 23). Tendo incorporado os conceitos da provisão e do tempo, aprendidos com a própria natureza, o homem passa a utilizar a atividade de crédito com o objetivo de lucro.

Com a atividade de crédito, as instituições que a praticam como seu negócio principal passam a ter necessidade de controlar os retornos e as perdas de suas carteiras de crédito. Até a década de 60, a análise de crédito baseava-se no exame dos indicadores econômico-financeiros dos tomadores de recursos e a decisão financeira fundamentava-se nos indicadores calculados a partir dos dados contábeis. Refere-se à análise de crédito clássica, que utiliza sistemas especialistas, que consistem no conhecimento de uma equipe de profissionais de crédito que pontuam fatores-chave da decisão de crédito. Os fatores-chave mais comuns são os cinco Cs do crédito, sendo que a cada um deles o analista atribui um peso. Saunders (2000:7) apresenta os cinco “C”s como: Caráter, Capital, Capacidade, Colateral e Ciclo Econômico.

Conforme Falkenstein, Boral e Carty (2000:15), a análise tradicional de crédito baseia-se, principalmente, no julgamento humano, o que não quer dizer que as decisões não são tomadas com fundamento em informações quantitativas. Entretanto, a decisão final apoia-se no julgamento subjetivo das informações. Segundo tais autores, muitos analistas são certamente melhores e mais eficientes do que muitos modelos matemáticos, mas não é possível afirmar que a média dos analistas de crédito supera um modelo matemático de previsão de falência.

No final da década de 60, destacam-se os relevantes trabalhos de Beaver (1966) e Altman (1968), que, utilizam técnicas estatísticas para discriminar empresas solventes das insolventes marcando o início da aplicação de técnicas estatísticas mais sofisticadas no processo de previsão de

falência. As técnicas desenvolvidas a partir desses trabalhos focam em, praticamente, três indicadores: rentabilidade das operações; geração de fluxo de caixa e alavancagem. Beaver (1966) utiliza modelo univariado para distinguir empresas com boa saúde financeira das demais com cinco anos de antecedência do evento de falência, utilizando, como maior habilidade de previsão de falência, o Fluxo de Caixa por Dívidas Totais. Ribeiro e Barbosa (2001) aplicaram a metodologia de Beaver (1966) no Brasil, estudando a capacidade dos índices para previsão de falência para um ano, dois anos e três anos da falência. Obtiveram como resultado que os índices de melhor desempenho são aqueles que utilizam o Caixa e Capital Circulante Líquido como numerador, sem destaque a nenhum índice de melhor desempenho na previsão de falência. Nesse estudo comparam a técnica de análise univariada com a multivariada e obtêm melhor desempenho com a segunda.

Altman (1968) procura estudar o poder de discriminação das empresas aplicando a combinação de vários indicadores econômico-financeiros, usando a função, popularmente conhecida como Z de Altman. Este trabalho apresenta um acerto de 95% na discriminação das empresas com um ano de antecedência do evento de inadimplência e 82% para o caso de dois anos de antecedência.

Na década de 80, modelos quantitativos mais sofisticados passaram a ser aplicados em previsão de falência: caracterizam-se pela relação não linear entre as variáveis econômico-financeiras e a insolvência. Ohlson (1980), por exemplo, emprega o modelo de regressão logística e Coats e Fant (1993) usam redes neurais. O modelo de regressão logística elimina a exigência de que as variáveis independentes sejam normalmente distribuídas e de igualdade das matrizes de covariância dos dois grupos de empresas, premissas utilizadas em análise discriminante. Em seu artigo, Ohlson (1980) comparou a técnica de regressão logística com a análise discriminante, encontrando resultados superiores com a aplicação da regressão logística.

Por outro lado, a rede neural determina uma relação desconhecida entre as variáveis de entrada e a discriminação das empresas solventes e insolventes, além de determinar uma dependência entre as variáveis de entrada também desconhecida. A técnica de rede neural é mais flexível do que as de análise discriminante e regressão logística por permitir quaisquer tipos de relações entre as variáveis e seu poder de discriminação das empresas em um dos dois grupos. Coats e Fant (1993)

obtêm resultados favoráveis com a aplicação da técnica de redes neurais enfatizando seu poder de discriminação das empresas a longo prazo, diferentemente, da técnica de análise discriminante que apresenta bons resultados na discriminação das empresas em solventes e insolventes dentro de uma perspectiva de um ano. Resultado similar foi obtido por Castro (2003) na comparação das duas técnicas com empresas no Brasil.

Esses modelos podem ser classificados como baseados nas informações contábil-financeiras, que se diferenciam dos modelos que utilizam as informações de mercado do tomador de crédito. Isso representa uma vantagem sobre os modelos que usam dados contábeis. Vassalou e Xing (2004:833) indicam sua preferência pelos modelos que utilizam dados de mercado a dados contábeis, pois estes últimos espelham informações passadas enquanto os preços de mercado refletem as expectativas dos investidores acerca do desempenho das empresas, por isso contêm informações sobre o seu futuro.

Shumway (2001) investiga o poder de previsão de modelo de regressão logístico, incluindo somente variáveis contábil-financeiras, comparado com modelo que inclui variáveis contábil-financeiras e variáveis de mercado, retornos passados das ações e volatilidade da ação, concluindo que o segundo modelo apresenta maior poder de previsão de falência. Ainda, Beaver, McNichols e Rhie (2004) investigam as informações contidas nas medidas econômico-financeiras e nas informações de mercado. Encontram evidências sobre o poder de previsão dos dados de mercado. Apesar disso, concluem que as informações contábil-financeiras devem ser levadas em consideração.

A probabilidade de falência pode ser estimada através de modelos de precificação de títulos com risco de crédito. Nandi (1998) classifica tais modelos em dois grupos: modelos estruturais e de forma reduzida. Os estruturais utilizam dados de mercado como volatilidade do preço da ação e seu valor presente, para estimar probabilidade de inadimplência como uma função do valor dos ativos da empresa. Tais modelos partem do desenvolvido por Merton (1974), que relaciona o patrimônio líquido e a dívida da empresa como opções sobre o valor do ativo da empresa e consideram que a falência pode ocorrer em qualquer instante do tempo, antes do vencimento e existe uma fração do valor da dívida possível de ser recuperada quando há falência.

Com a publicação de Merton (1974), uma nova área de estudos desenvolve-se por possibilitar a obtenção de estimativa da probabilidade de inadimplência das empresas com a aplicação da equação de Black & Scholes (1973) na precificação do patrimônio líquido como uma *call*. Segue-se Black & Cox (1976) apresentando a decisão da falência como uma decisão exclusiva do acionista, que pode ser realizada em qualquer período de tempo durante a vigência da dívida, tornando inviável a simples equação de Merton (1974), pois esta prevê que a inadimplência ocorre, exclusivamente, no vencimento da dívida.

A visão de Black & Cox (1976) consiste na idéia de que a decisão de falência pertence aos acionistas da empresa e não aos credores, podendo parecer conflitante com a realidade de um processo falimentar que se inicia com o requerimento da falência pelos credores. Entretanto, a nova lei de falência prevê que o pedido de falência também pode ser feito pela própria empresa, ou seja, pelos próprios acionistas, se estiver em crise econômico-financeira e não atender aos requisitos para pleitear sua recuperação judicial. Nesse caso, ela deve requerer em juízo sua falência, expondo as razões da impossibilidade de prosseguimento da atividade empresarial.

Black & Cox (1976) consideram que os detentores, efetivamente, do poder de decisão de liquidar ou não a empresa são os próprios acionistas, que podem decidir ou não pelo aporte de capital para liquidar as obrigações junto aos credores. Apesar da nova lei de falências prever que tanto os credores, como os acionistas poderão decidir pelo pedido de falência da empresa, torna-se irrelevante, neste trabalho, o requerimento ser realizado por um ou por outro, uma vez que essa decisão já tiver sido previamente tomada pelos próprios acionistas.

Os modelos estruturais condicionam a falência da empresa ao valor dos ativos: se o ativo atingir um nível mínimo, então, ela torna-se incapaz de continuar cumprindo suas obrigações. Determinar o ponto mínimo dos ativos, igualmente, torna-se um problema relevante por fornecer informação sobre distância para a falência.

Finalmente, Leland e Toft (1996) apresentam a solução para a determinação do ponto ótimo de inadimplência da empresa como sendo o valor mínimo de ativos da empresa que garanta a

continuidade de suas operações, obtido por uma equação de maximização de valor do acionista. O modelo estrutural de previsão de falência é apresentado com maior detalhamento em seções posteriores.

Nandi (1998) apresenta, ainda, a classificação dos modelos de forma reduzida, caracterizados por relacionar a falência às variáveis exógenas, sendo que a falência está relacionada a tais variáveis atingirem um determinado nível, diferentemente dos modelos estruturais que condicionam a falência ao valor da empresa. Dois modelos de forma reduzida relevantes são Jarrow e Turnbull (1995) e Duffie e Singleton (1999).

Jarrow e Turnbull (1995) apresentam a vantagem de seu modelo, que não necessita de variáveis não observáveis como o modelo estrutural, que relaciona a probabilidade de falência ao valor do ativo e como o ativo não é negociado, seu valor não é observado, dificultando sua implementação. Uma segunda vantagem refere-se ao aspecto computacional que se torna complexo quando existem várias dívidas com diferentes prioridades, como no caso de dívidas seniores e subordinadas. Seu modelo consiste em considerar o *spread* do título com risco de crédito, uma variável estocástica.

Da mesma forma, Duffie e Singleton (1999) apresentam seu modelo de estimativa de *spread* dos títulos com risco de crédito no mundo livre de risco, considerando as variáveis exógenas seguindo um processo estocástico específico.

3.2 Modelo de Precificação de Opções Black & Scholes

Os passivos exigíveis (obrigações financeiras) serão analisados como um direito contingencial sobre os ativos de uma empresa. Em finanças, os mercados derivativos consistem na negociação de ativos caracterizados como direitos contingenciais: os futuros, as opções e os swaps; ativos esses cujos valores dependem do preço de um outro ativo, denominado ativo objeto. As opções serão os ativos de atenção desse ponto em diante porque os credores e acionistas serão analisados como posicionados em contratos tipo opção de compra, *call*, conforme descrito a seguir.

Até a década de 70, a Teoria de Finanças não apresentava uma solução para o problema de precificação de opções, uma vez que o preço desse tipo de ativo depende do preço do ativo objeto que não é conhecido para a data de vencimento da opção, impossibilitando a aplicação da equação de valor presente. Além de não conhecer o valor futuro, a taxa de desconto também é desconhecida devido à falta de informação sobre o risco da opção. Em 1973, Fisher Black e Myron Scholes apresentaram uma solução para o problema, reconhecendo que o preço do ativo objeto é uma variável aleatória que depende de informações reveladas continuamente, fazendo com que esse preço varie por um processo estocástico, denominado movimento browniano ou processo de Wiener.

O processo de Wiener caracteriza a evolução do preço de um ativo pela equação diferencial estocástica, composta de duas partes: a primeira parcela, determinística, e a segunda, estocástica, denominada como processo de Wiener, dado pela seguinte equação:

$$dS = S_0 m dt + S_0 s dW,$$

Em que:

S_0 = valor presente do ativo;

dS = variação do preço do ativo;

dt = intervalo de tempo;

$m dt$ = taxa de retorno esperada por unidade de tempo, constante ao longo do tempo;

$s \sqrt{dt}$ = volatilidade da taxa de retorno do ativo por intervalo de tempo, dt , e

$dW = Z \sqrt{dt}$ processo de Wiener, normal padrão.

A primeira parcela da equação equivale à taxa esperada de variação do preço do ativo no período de tempo dt , enquanto a segunda equivale ao componente de incerteza da variação, dW . O processo de Wiener refere-se ao sorteio aleatório da distribuição normal padrão $Z \sim N(0,1)$, representada a seguir:

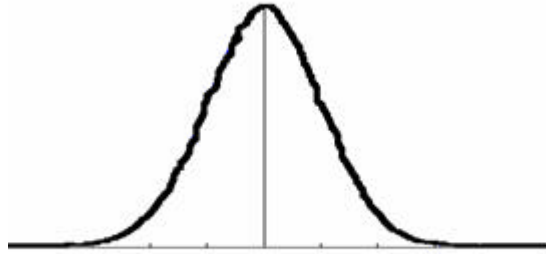


Figura 3-Distribuição Normal Padrão

A função densidade de probabilidade da variável $Z \sim N(0,1)$, distribuição normal padrão, acima representada é descrita por:

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}$$

O processo estocástico de evolução do preço de um ativo pode ser representado pela figura seguinte:

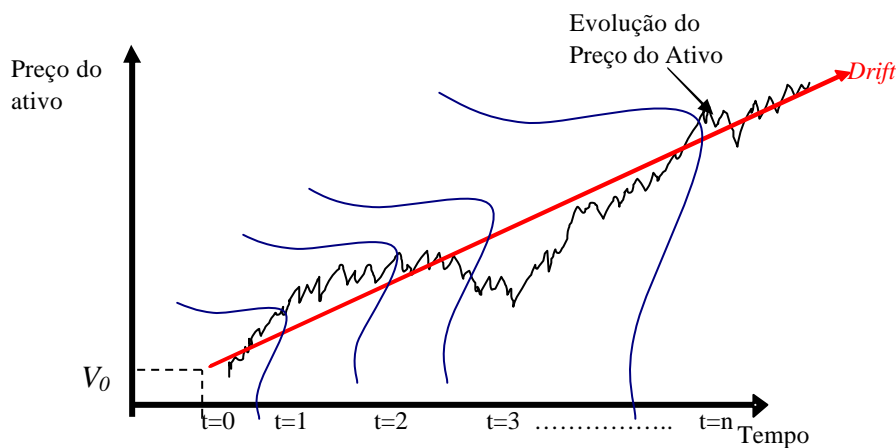


Figura 4- Processo Estocástico de Evolução do Preço de um Ativo

Em que a curva representada se refere à variação do valor do ativo ao longo de do tempo que parte de $t=0$ para $t=n$. Cada ponto dessa curva representa uma ocorrência da distribuição de retornos do ativo caracterizada por um retorno médio, m e variância, S , representada pelas curvas

contínuas. A média μt é representada pela reta crescente que assume um valor específico de acordo com o período de tempo de interesse, denominada como tendência do valor do ativo e é denominado *drift* do processo estocástico de variação do valor do ativo. A variância, $\sigma^2 dt$, crescente com o aumento do prazo de estimação, notado pelo alargamento das curvas da distribuição de retornos, consistente com o crescimento da incerteza com o aumento do prazo de estimação do valor do ativo.

É possível descrever o processo estocástico acima como um processo de Wiener generalizado por $dS = a dt + b dW$, que também pode ser representado como um Processo de Itô, em que a e b são duas funções, conforme representado:

$$dS = a(S,t)dt + b(S,t)dW$$

O problema de precificação da opção de compra, *call*, consiste na determinação do valor presente de um dos dois possíveis valores, no seu vencimento: 0, se o preço de exercício, K , for maior que o preço *spot* do ativo, S_T , ou a diferença entre o preço *spot* do ativo e o preço de exercício ($S_T - K$); se o preço de exercício for menor que o preço *spot* do ativo. Esse problema é expresso pela equação de precificação da *call* na data de vencimento, T , c_T :

$$c_T = \text{Max}\{S_T - K, 0\}$$

Definindo que o preço da opção na data presente, c , refere-se a uma função F que depende do valor do ativo objeto, S e do prazo até o vencimento da opção, T , dada por:

$$c = F(S, T)$$

Aplicando a expansão de Taylor até 2ª Ordem, em $c = F(S, T)$, tem-se:

$$dc = F_S dS + F_T dT + \frac{1}{2} [F_{SS} dS^2 + F_{TT} dT^2 + 2F_{ST} dSdT]$$

Substituindo dS do processo de Itô, na equação dc e dado que $dt^2=0$; $dt dW=0$; e $dW^2=dt$, obtêm-se a equação diferencial de variação do preço da opção, dada por:

$$dc = \left[\frac{1}{2} b^2 F_{SS} + aF_S + F_T \right] dT + bF_S dW$$

A partir da equação diferencial obtida, Black & Scholes (1973), formam uma carteira composta pela ação, opção e o ativo livre de risco. Vende-se N ações da empresa, obtendo-se uma quantia de dinheiro e com esses recursos, adquirem-se n opções, sendo o restante aplicado à taxa livre de risco. Obtêm-se, então, duas formas para determinar a variação do valor da carteira construída e a imposição da condição de ser livre de risco implica no Princípio da Não Arbitragem Igualando-se os valores, obtêm-se a equação diferencial de Black & Scholes, como segue:

$$\frac{1}{2} \sigma^2 V^2 F_{SS} + rVF_S - rF - F_T = 0$$

Especificando as condições de contorno para o caso da *call*, Black & Scholes conseguem solucionar a equação chegando à equação final de precificação de uma *call*, tipo européia, que necessita apenas de cinco variáveis: o preço *spot* do ativo, o preço de exercício, prazo da opção, taxa livre de risco e volatilidade do ativo objeto, dada por:

$$c = S_0 N(d_1) - Ke^{-rt} N(d_2), \text{ sendo}$$

$$d_1 = \left[\frac{\left(\ln(S_0 / K) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2} \right) T \right)}{\sigma \sqrt{T}} \right] e$$

$$d_2 = \left[\left(\frac{\ln(S_0 / K) + \left(r - \frac{s_s^2}{2} \right) T}{s_s \sqrt{T}} \right) \right]$$

Em que:

S_0 =preço spot do ativo objeto;

K =preço de exercício;

r =taxa livre de risco;

s_s =volatilidade do ativo objeto;

T = prazo até o vencimento da opção e

N = probabilidade da distribuição normal.

3.3 O Mundo Risco Neutro, Risco de Crédito e Probabilidade Risco-Neutra

A tomada de decisão de crédito pode ser realizada comparando-se a transação financeira com a aplicação de menor risco na tentativa de uma comparação entre o que se ganhará a mais em relação ao maior risco a que se está sujeito. Utiliza-se, então, a aplicação livre de risco, cuja remuneração é dada por r .

O princípio da neutralidade ao risco baseia-se na possibilidade de se estabelecer o valor de um ativo supondo que este perdesse seu efeito de risco, criando, assim, o que pode ser chamado de um mundo de preços neutro ao risco ou um mundo risco neutro. O valor do ativo no mundo livre de risco é obtido multiplicando-se seu valor futuro por uma porcentagem correspondente a um subtraída a perda esperada, caso o emissor declare *default*, não pagamento.

Considere um título cujo valor presente é $PV_0 = 100.000$, prazo de 90 dias úteis, que remunera o investidor a uma taxa de 25%*aa*. Sabendo que, para esse mesmo prazo, os títulos públicos estão remunerando $r=17\%$ *aa*, o investidor deverá decidir entre as seguintes possibilidades de fluxo de caixa:

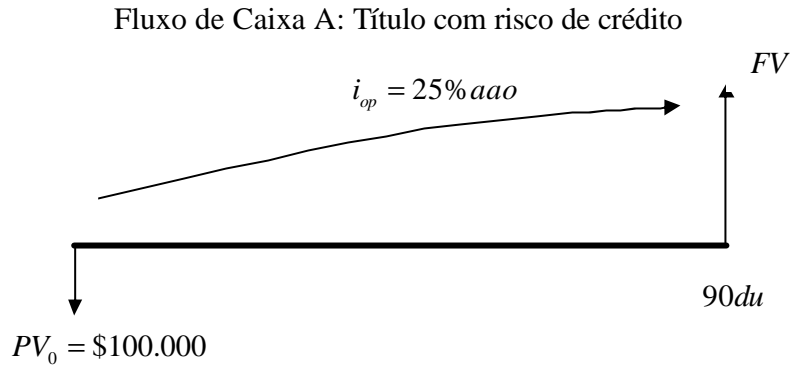


Figura 5-Aplicação em título com risco de crédito

Esse fluxo de caixa refere-se ao fluxo de um título com risco de crédito de valor futuro de \$108.295. Sabe-se que o pagamento desse título, no vencimento, pode estar no intervalo $[0, 108.295]$, sendo zero, caso a empresa declare falência, e \$108.295, caso a empresa cumpra seus compromissos integralmente.

Fluxo de Caixa B: Título Livre de Risco

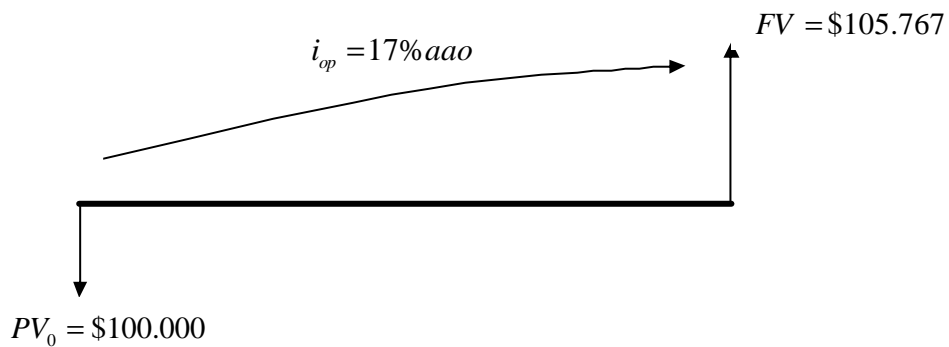


Figura 6-Aplicação título livre de risco

O fluxo de caixa B refere-se a um título livre de risco, quando se tem a certeza de que haverá o pagamento de \$105.767 e, por isso, essa taxa é a livre de risco, porque se está considerando o título público como exemplo.

Considere a existência de um coeficiente de certeza q , $0 < q < 1$, de tal forma que, multiplicado pelo valor futuro aleatório \tilde{FV} , reflita o valor certo de pagamento do título com risco de crédito, transformando-o em um título livre de risco. Nesse caso, para que não haja possibilidade de arbitragem, levando esse título ao mundo livre de risco, o valor futuro passa a ser $FV \times q$ e sua remuneração deve ser a taxa livre de risco. Então, o valor presente desse título pode ser obtido pelas equações do mundo real e do mundo risco neutro, apresentadas a seguir:

$$PV_0 = \frac{\tilde{FV}}{(1+i_{op})^n}$$

$$PV_0 = \frac{FV}{(1+r)^n}$$

Incluindo o coeficiente q tal que:

$$q\tilde{FV} = FV$$

ou ainda:

$$qE[\tilde{FV}] = FV$$

Como $E[FV] = PV_0(1 + E[i_{op\text{ periodo}}])$ e $FV = PV_0(1 + r_{\text{periodo}})$, tem-se:

$$q = \frac{FV}{E[\tilde{FV}]} = \frac{1 + r_{\text{periodo}}}{1 + E[i_{op\text{ periodo}}]}$$

Aplicando ao exemplo inicial, tem-se:

$$q = \frac{(1+0,17)^{90/252}}{(1+0,25)^{90/252}} = 0,9766$$

O que corresponde a 97,66%, como sendo o coeficiente de certeza do título e 1-0,9714 refere-se à probabilidade de não-pagamento risco neutro de 2,33%.

Como se observa, o coeficiente de certeza que torna uma aplicação qualquer equivalente, em termos de esperança, a uma aplicação livre de risco é que se chama de mundo neutro ao risco. Esse coeficiente, embora não seja uma probabilidade no sentido habitual, é, muitas vezes, tratado como probabilidade neutra ao risco, permitindo estabelecer o seguinte princípio: o Princípio da Neutralidade ao risco estabelece a existência de uma probabilidade neutra ao risco, de forma que uma quantia aplicada em um ativo com risco tenha como resultado esperado o de uma operação realizada à taxa livre de risco, ou seja:

$$PV_0(1+r_{\text{periodo}}) = qPV_0(1+E[i_{\text{opperiodo}}])$$

A probabilidade de não pagamento risco-neutra será utilizada em seção adiante para determinar o ponto de inadimplência ótimo.

Jarrow e Turnbull (2000:127) explicam que a terminologia mundo risco neutro pode levar a uma interpretação errônea de que o esta se refere a um mundo em que não existe risco, o que é uma inverdade. Para se evitar essa interpretação, prefere-se a terminologia **Princípio de Precificação Martingale**.

3.4 Modelo de Merton e KMV

3.4.1 Modelo Merton

Merton (1974) apresenta o conceito de se observar o patrimônio líquido de uma empresa como uma opção de compra (*call*), estando os acionistas comprados na *call* e os credores da empresa vendidos na *call*. Para explicar tal conceito, propõe-se a simulação de uma operação de abertura de uma empresa em que existam somente dois participantes: o acionista e o credor. Cada um deles será a contraparte do outro na operação de compra e venda dos ativos e da *call* sobre os ativos. Considere a abertura de uma empresa que necessita de \$150,00 de capital para investimento em máquinas e equipamentos para produção e distribuição de seu produto. O proprietário investe \$100,00 e consegue um credor que empresta \$50,00, contra o recebimento de uma nota promissória no valor de \$55,00, com vencimento em um ano, sendo que \$5,00 correspondem aos juros do período.

O proprietário é dono da empresa, portanto, todos os ativos e sua valorização lhe pertencem, enquanto o credor recebe somente o principal somado aos juros devidos, independente da valorização dos ativos. Existe, entretanto, a possibilidade de que tais ativos tenham valor inferior ao da dívida e, no vencimento da mesma, os ativos pertencem aos credores e não aos acionistas, devido à prioridade de recebimento dos credores sobre os acionistas. Os credores venderão os ativos e receberão seu valor de mercado, descontado os custos incorridos no processo de liquidação.

Portanto, a propriedade do acionista sobre ativos é condicionada ao valor de mercado dos ativos da empresa: se o ativo for suficiente para liquidar as obrigações com os credores, então, esses pertencem aos acionistas, caso contrário passam a ser propriedade dos credores. Representando o retorno dos acionistas em um gráfico de ganhos e perdas, partindo do valor do ativo igual a zero, o acionista terá uma perda de 100% do valor investido até o ponto em que o valor dos ativos é igual ao valor total da dívida. Desse ponto em diante, o retorno do acionista aumenta com o crescimento do valor dos ativos. O seguinte gráfico representa a posição do acionista da empresa-exemplo :

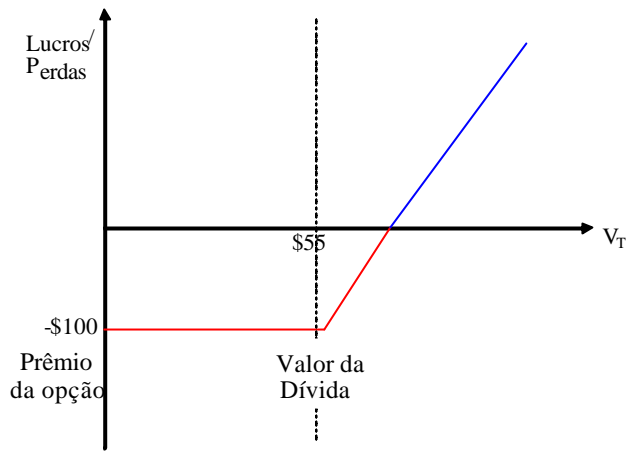


Figura 7-Gráfico de ganhos e perdas de uma *call*

Esse gráfico de ganhos e perdas é similar ao de uma *call*, mostrando a correspondência da posição do acionista ao comprado em uma *call*.

O credor, por outro lado, tem prejuízo igual ao valor da dívida, enquanto o valor do ativo for zero e esse prejuízo decresce à medida que o valor do ativo aumenta até o ponto em que se iguala ao valor da dívida. Desse ponto em diante, o resultado mantém-se constante, independente do valor de mercado dos ativos. O gráfico seguinte ilustra o resultado do credor condicionado ao valor dos ativos:

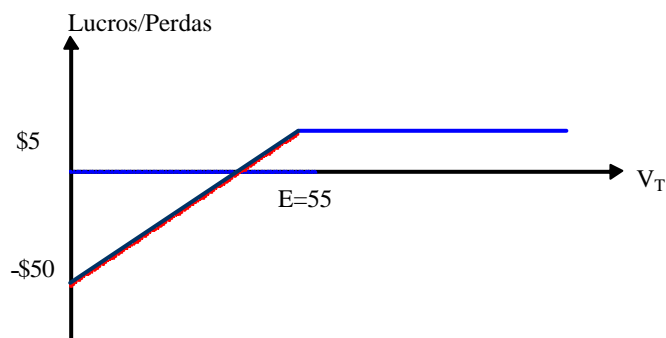


Figura 8-Gráfico de ganhos e perdas do credor

Pode-se reconhecer, nesse gráfico de ganhos e perdas, sua equivalência à posição de vendido em uma opção de venda, *put*, que é equivalente à posição comprado no ativo objeto e vendido na *call*.

Dadas as posições do acionista e credor apontadas, pode-se descrever as transações hipoteticamente realizadas simultaneamente entre esses dois agentes: o proprietário, que abriu a empresa, comprou os ativos por \$150,00 e os vendeu ao credor pelo mesmo preço. Este último lançou a *call* sobre os ativos ao preço de exercício \$55,00 e a vendeu ao acionista pelo prêmio de \$100,00. Assim, o acionista desembolsou \$100,00 (prêmio pago pela *call*), na data de constituição da empresa, e o credor teve uma saída líquida de caixa de \$50,00 (comprou os ativos por \$150,00 e recebeu \$100,00 referentes ao prêmio da *call*).

Ao decorrer um ano de sua abertura, a empresa deve cumprir sua obrigação com o credor, quando do vencimento do título de dívida. Passa-se a avaliar três cenários possíveis para o valor do ativo e os resultados de cada um deles para o acionista e credor, consistentes com os gráficos de ganhos e perdas apresentados acima. Considere as seguintes situações de balanço patrimonial, com representação somente do ativo total e o passivo exigível:

Quadro 1-Exemplo cenários de balanço patrimonial

CENÁRIO A	CENÁRIO B	CENÁRIO C
Passivo	Passivo	Passivo
Exigível:55	Exigível:55	Exigível:55
Ativo: 25	Ativo: 55	Ativo: 200

No cenário A, a empresa está com passivo a descoberto e sua falência declarada. Os credores receberão somente o valor de liquidação do ativo, enquanto os acionistas não recebem nada e perdem o total do valor investido, equivalente ao não exercício da opção de compra, perdendo o valor da opção de \$100,00. Os credores, comprados no ativo, recebem o valor do ativo. Nesse caso, o credor perde a diferença entre o passivo exigível e o valor do ativo.

No cenário B, a empresa possui patrimônio líquido nulo, portanto, o credor recebe somente o valor do ativo que é aquele devido pelo título de dívida. Os acionistas continuam não exercendo a opção e perdendo o valor da opção de \$100,00. O credor, comprado no ativo, recebe o total de seu investimento inicial.

Finalmente, no cenário C, a empresa possui patrimônio líquido positivo, o credor recebe o valor do título de dívida e os acionistas passam a receber a diferença entre o valor do ativo que ultrapassar o valor da dívida. Note que o credor limita seu fluxo de caixa ao preço de exercício da opção que é o valor da dívida. Por outro lado, o acionista tem como fluxo de caixa a diferença entre o valor do ativo e o preço de exercício.

Merton (1974) observou essa equivalência de pagamentos como uma opção de compra e desenvolveu o modelo de precificação do patrimônio líquido como uma *call*, partindo da equação diferencial, que representa a variação do valor do ativo e de qualquer direito contingencial sobre o valor do ativo da empresa. A opção assume valor zero, caso o valor da empresa seja menor que o da dívida ou assume a diferença entre o valor dos ativos da empresa e o valor das dívidas, caso o ativo total seja maior do que as dívidas, dado pela função f . Esta função depende do valor da empresa no vencimento da dívida, V_T e do prazo de vencimento da dívida T :

$$PL_T = \text{Max}[0, V_T - D_T]$$

A equação de Black & Scholes (1973) é implementada considerando o valor das dívidas como o preço de exercício da opção, o prazo da dívida como o prazo da opção e o valor presente do ativo total como o preço *spot* do ativo objeto, como segue:

$$PL_0 = V_0 N(d_1) - D_T e^{-rT} N(d_2) \quad [\text{Eq. 1}]$$

$$d_1 = \frac{\ln \frac{V_0}{D_T} + (r + s_v^2 / 2) T}{s_v \sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln V_0 / D_T + (r - s_v^2 / 2) T}{s_v \sqrt{T}}$$

Em que:

V_0 = valor presente do ativo total da empresa;

D_T = valor da dívida no vencimento;

r = taxa de crescimento dos ativos no mundo risco neutro, igual à taxa livre de risco;

s_v = volatilidade dos ativos da empresa;

T = prazo para o vencimento da dívida.

Assim como apresentou a equação de precificação do patrimônio líquido, Merton (1974) mostra que a dívida da empresa também pode ser precificada. Representando, por um único título de dívida *zero-cupon*, a soma do valor nominal de todas as dívidas, considera-se que esse título possui vencimento ocorrendo em T períodos de tempo. O patrimônio líquido é o valor mínimo entre V_T , valor da empresa no vencimento da dívida, e D_T , valor nominal da dívida; sendo que assumirá V_T se o valor da empresa for menor que o da dívida; ou D_T , caso contrário. A dívida equivale à posição de vendido em uma *put*, cujo valor presente é dado pela equação:

$$P_0 = D_T e^{-rT} N(d_2) + V_0 N(d_1) \quad [\text{Eq. 2}]$$

Escrevendo d_2 de outra forma:

$$d_2 = \left[\frac{\ln \left(\frac{V_0}{D_T} \right) + \left(r - \frac{s^2}{2} \right) T}{s \sqrt{T}} \right]$$

Analisando d_2 , percebe-se que se refere à probabilidade de V_T ser maior do que a dívida, D_T , e estão representados pela área hachurada da figura abaixo:

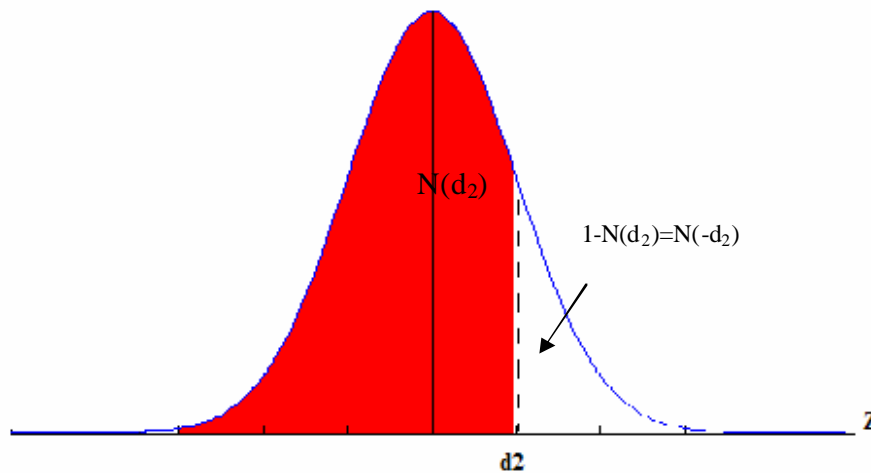


Figura 9-Representação de $N(d_2)$

A área de interesse deste estudo refere-se à parte branca da figura acima equivalente a $1-N(d_2)$ ou $N(-d_2)$, denominada de probabilidade mundo risco-neutro de não pagamento da dívida, indicada por PI_{RN} , pois é obtida a partir da equação desenvolvida no mundo risco neutro.

Para aplicar essa equação, são necessárias cinco variáveis: valor nominal da dívida (preço de exercício) D_T , taxa livre de risco r , prazo da dívida (prazo da opção) T , valor presente do ativo total (preço *spot* do ativo objeto) V_0 e volatilidade dos ativos (volatilidade do ativo objeto) σ_V . As variáveis, V_0 e σ_V não são observáveis, entretanto, podem ser estimadas através das duas equações: (1) equação de Black & Scholes de avaliação do patrimônio líquido, apresentado anteriormente, e (2) equação que relaciona as volatilidades do patrimônio líquido e do ativo, conforme se passa a apresentar.

Crosbie (1999:14) parte da equação de precificação do patrimônio líquido: $PL_0 = V_0 N(d_1) - D_T e^{-rT} N(d_2)$ [Eq. 1]. Como se deseja relacionar a volatilidade do ativo e do patrimônio líquido, calcula-se a primeira derivada da variação do PL com relação à variação do ativo, V_0 :

$$\frac{\partial PL_0}{\partial V_0} = N(d_1)$$

que na forma discreta pode ser escrita por:

$$\Delta PL = \Delta V_0 \times N(d_1)$$

Ao considerar que a variação de uma variável possa ser captada como um percentual de seu valor e que se possa tomar para tal o desvio-padrão das taxas de variação da variável, ter-se-á:

$$\Delta PL = s_{PL} \times PL_0$$

$$\Delta V = s_V \times V_0$$

Substituindo ΔPL e ΔV na equação que relaciona as volatilidades s_{PL} e s_A , tem-se:

$$s_{PL} PL_0 = s_A V_0 N(d_1) \quad [\text{Eq. 3}]$$

Em que:

PL_0 = valor de mercado do patrimônio líquido;

s_{PL} = volatilidade do valor de mercado do patrimônio líquido;

s_A = volatilidade do ativo e

V_0 = valor de mercado do ativo total da empresa.

Com as equações de Patrimônio Líquido [Eq. 1] e a que relaciona as volatilidades σ_{PL} e σ_A , [Eq. 3] é possível determinar as duas variáveis V_0 e σ_A e encontrar a probabilidade risco-neutra de não pagamento, $PI_{RN}, N(-d_2)$.

3.4.2 Modelo KMV

O KMV é um modelo de previsão de falência utilizado pela Moody's, empresa de avaliação de crédito cujo principal objetivo é a previsão de inadimplência, através da estimativa da sua probabilidade.

O modelo KMV consiste em três conceitos importantes: probabilidade de inadimplência, ponto de inadimplência e distância para inadimplência. A probabilidade de inadimplência pode ser definida como a probabilidade do valor da empresa V_T ser menor do que o valor de ativos mínimo (ponto de inadimplência) V_B , na data de vencimento T , representada na figura abaixo pela área hachurada. Supõe-se que V_T apresente uma distribuição lognormal e que V_0 cresça a uma taxa de retorno m constante ao longo do tempo.

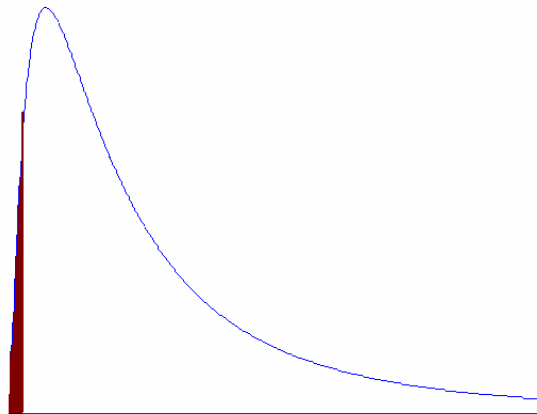


Figura 10- Função de probabilidade do preço do ativo em T e respectiva probabilidade de inadimplência

Segundo, utiliza-se a premissa de que há um nível mínimo de ativos, ponto de inadimplência, (*Default Point*), indicado por V_B , no vencimento do título, que, se ultrapassado, ocorre o *default* e o credor perde o valor total da dívida. Crosbie e Bohn (2003) observam que as empresas, em

geral, não entram em falência quando seus ativos atingem o valor contábil do total das dívidas, mas quando esses atingem um ponto que situa-se entre o valor das dívidas de curto prazo e o total do endividamento.

O ponto de inadimplência do modelo KMV, utilizado pela Moodys, é dado pela soma do passivo circulante mais 50% do passivo exigível a longo prazo:

$$V_B = PC + \frac{PLP}{2}$$

Em que:

V_B = Ponto de Inadimplência;

PC= Passivo Circulante e

PL= Passivo Exigível a Longo Prazo.

O ponto de inadimplência estabelecido pela KMV é consistente com a premissa utilizada por Huang e Huang (2002) apud Reisz e Perlich (2004) de que o ponto de inadimplência é igual a 60% do valor de face da dívida. Este valor decorre do fato de que a média histórica de recuperação dos ativos pelos credores, detentores de títulos de dívida, é de 51% do valor de face e de uma estimativa de que o custo de falência é, em média, 9%. Dessa forma, a falência é decretada quando o ativo atinge 60% do valor de face da dívida. Subtraindo 9% de custos de falência, restam 51% do valor de face da dívida em ativos para serem entregues aos credores.

A premissa de que todas as empresas apresentam o mesmo ponto de inadimplência é inconsistente com os resultados de Brockman e Turtle (2003) e de Reisz e Perlich (2004), que apresentam evidências de que cada empresa tem um ponto de inadimplência específico e este ponto, se conhecido, fornece informações relevantes para o problema de previsão de falências.

A premissa utilizada pela KMV de que a falência só pode ocorrer no vencimento da dívida implica que o credor não assume controle sobre empresa durante a vida útil do título da dívida, mesmo na situação em que o valor do ativo atinge zero. Somente no vencimento da obrigação,

quando o valor dos ativos não for suficiente para liquidar todas as obrigações de longo prazo somado à metade das obrigações de curto prazo com seus credores, estes passam a ter a propriedade dos ativos.

Black e Cox (1976) alteram essa premissa com a idéia de que os acionistas podem aportar recursos para quitar as obrigações financeiras enquanto o valor que a empresa conseguirá gerar aos acionistas for maior do que os recursos necessários para mantê-la solvente. Mais adiante, será apresentado modelo de determinação de ponto de falência, valor mínimo dos ativos, determinado endogenamente.

O terceiro conceito do modelo KMV é a Distância de Inadimplência¹, DD , (*Distance to Default*), como sendo a quantidade de desvio s-padrão que o valor a termo esperado do ativo está distante do ponto de falência, V_B , dado por:

$$DD = \frac{V_T - V_B}{S_V}$$

Para projetar V_T , aplica-se a equação de valor presente, considerando a taxa de retorno esperada de V em tempo contínuo para um período T , dada pelo seguinte processo estocástico geométrico:

$$\tilde{V}_T = V_0 \times e^{\tilde{I}_T}$$

Um processo estocástico geométrico, S_t , pode ser transformado em uma medida conhecida - um processo de Wiener, com distribuição normal. Para determinar o valor esperado do ativo da empresa em T , parte-se da definição I_t uma variável aleatória, com distribuição normal, definida como:

$$I_T \sim N\left(mT, (s\sqrt{T})^2\right)$$

¹ Utilizou-se a mesma tradução de “*Distance to Default*”, Distância de Inadimplência de Minardi (2005)

E V_0 o valor inicial do processo estocástico.

Para conhecer a função densidade de probabilidade de V_T , aplica-se o conceito de valor esperado de uma variável aleatória contínua, dado por:

$$E[\tilde{V}_T] = V_0 \times E[e^{\tilde{I}_T}]$$

e

$$E[e^{\tilde{I}_T}] = \int_{-\infty}^{\infty} e^{I_T} f(I_T) dI_T$$

Como a função densidade de probabilidade de I_T é conhecida, dada por:

$$f(I_T) = \frac{1}{\sqrt{2\pi s^2 T}} e^{-\frac{1}{2} \frac{I_T - mT}{s^2 T}}$$

sendo m a média e s o desvio-padrão da distribuição normal de I_T .

Então, $E[e^{\tilde{I}_T}]$ pode ser escrito por:

$$E[e^{\tilde{I}_T}] = \int_{-\infty}^{\infty} e^{I_T} \frac{1}{\sqrt{2\pi s^2 T}} e^{-\frac{1}{2} \frac{I_T - mT}{(s\sqrt{T})^2}} dI_T$$

Agrupando os termos exponenciais, tem-se:

$$E[e^{\tilde{I}_T}] = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi s^2 T}} e^{-\frac{1}{2} \frac{\tilde{I}_T - mT}{(s\sqrt{T})^2} + I_T} dI_T$$

Multiplicando o termo exponencial por $e^{-\left(mT+\frac{1}{2}s^2T\right)}e^{\left(mT+\frac{1}{2}s^2T\right)}$:

$$E\left[e^{\tilde{I}_T}\right] = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\Pi s^2T}} e^{\left(mT+\frac{1}{2}s^2T\right)} e^{-\frac{1}{2}\frac{\left(I_T-mT\right)^2}{s^2T}+I_T-\left(mT+\frac{1}{2}s^2T\right)} dI_T$$

O primeiro termo exponencial é uma constante que pode ser transferida para fora da integral e o segundo termo exponencial refere-se a um quadrado perfeito $(a-b)^2$, sendo $a=I_T$ e $b=mT+s^2T$:

$$E\left[e^{\tilde{I}_T}\right] = e^{\left(mT+\frac{1}{2}s^2T\right)} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\Pi s^2T}} e^{-\frac{1}{2}\frac{\left(I_T-\left(mT+s^2T\right)\right)^2}{s^2T}} dI_T$$

Reconhecendo o termo dentro da integral como a área sobre a PDF de uma variável aleatória normalmente distribuída de soma 1, então:

$$E\left[e^{\tilde{I}_T}\right] = e^{\left(mT+\frac{1}{2}s^2T\right)} \quad [\text{Eq. 4}]$$

Sendo $E\left[e^{\tilde{I}_T}\right]$ o valor esperado de uma variável com distribuição lognormal, o valor esperado do ativo em T , $E\left[\tilde{V}_t\right]$, também terá uma distribuição lognormal. De fato, trabalha-se com a suposição de lognormalidade dos preços, que é usualmente utilizada nos modelos de precificação de derivativos por permitir derivar equações relativamente simples, conforme exposto por Jarrow e Turnbull (2000:94). Uma variável com distribuição lognormal tem a característica de seu logaritmo natural ser normalmente distribuído.

Definindo $\tilde{I}\Delta t$, a taxa de variação do valor da empresa para um intervalo de tempo, \mathbf{Dt} , com distribuição normal: $\mathbf{IDt} \sim N(\mathbf{m}, \mathbf{s}^2)$, pelo resultado obtido pela [Eq. 4], a taxa de variação de V_0 para um intervalo de tempo \mathbf{Dt} é dada por:

$$E\left[e^{\tilde{I}_{\Delta t}}\right] = e^m = e^{m + \frac{1}{2}s^2}$$

Dessa forma, é possível obter que a média m da distribuição de $IDt \sim N(m, s^2)$ equivale a:

$$m = m - \frac{1}{2}s^2 \quad [\text{Eq. 5}]$$

Como as probabilidades da função densidade de probabilidade da distribuição normal são conhecidas, passa-se a trabalhar com a variável com distribuição normal, $\ln V_T$:

$$DD = \frac{\ln(V_0) + \left(m - \frac{s_v^2}{2}\right) - \ln(V_B)}{s_v}$$

Ou, ainda,

$$DD = \frac{\ln(V_T/V_B) + \left(m - \frac{s_v^2}{2}\right)}{s_v}$$

Comparando DD com d_2 , observa-se que são iguais, considerando que a taxa de variação do ativo m é igual à taxa livre de risco r e quando o ponto de inadimplência é igual ao valor total das dívidas D , ou seja, a probabilidade de inadimplência é igual a PI_{RN} , $DD=d_2$, quando $m=r$ e ponto de inadimplência $V_B=D$. A probabilidade de inadimplência é dada por $N(-DD)$, conforme representado pela seguinte figura:

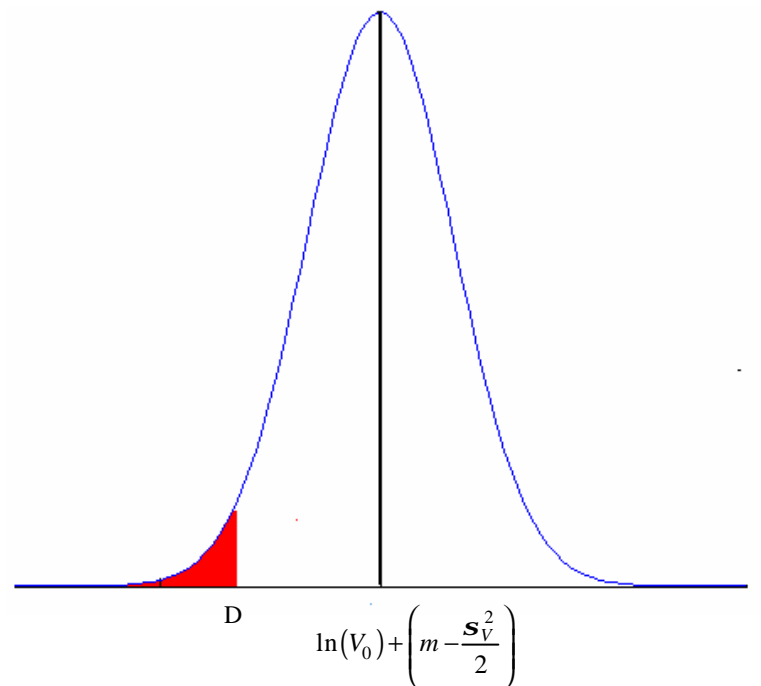


Figura 11- Representação da probabilidade de inadimplência do KMV

O modelo KMV pode ser representado, segundo apresentado por Saunders (2000), cujo principal objetivo é estimar a probabilidade de inadimplência do devedor em $t=0$:

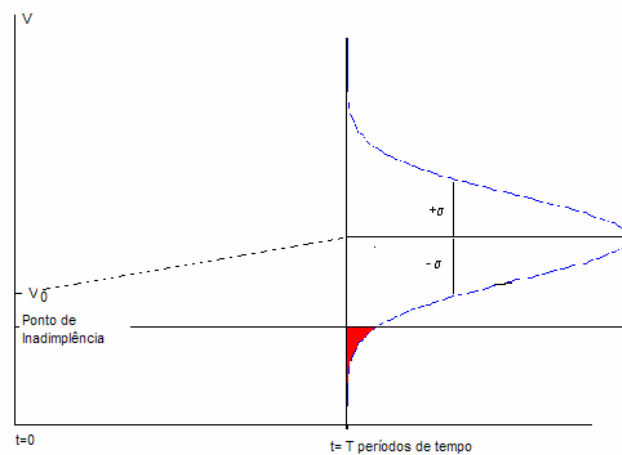


Figura 12- Representação pdo KMV por Saunders (2000)

Em $t=0$, supõe-se uma determinada distribuição de probabilidade para $\ln(V_T)$ e determinando o ponto de inadimplência V_B , estima-se, então, a probabilidade representada pela área hachurada da figura.

O modelo KMV aplicado nos softwares de crédito da Moody's não utiliza a probabilidade da distribuição normal de V_T , mas o histórico de inadimplência registrado para cada nível de Distância de Inadimplência, denominada de frequência esperada de inadimplência ("EDF"), conforme descrito em Crosbie e Bohn (2003). Reisz e Perlich (2004) argumentam que o KMV da Moody's apresenta uma inconsistência por não aceitar a premissa de distribuição normal para estimar a probabilidade de inadimplência, entretanto, a aplica na estimativa da volatilidade e valor dos ativos. Esses autores sugerem que a principal fragilidade daquele modelo é a utilização de um ponto de inadimplência igual para todas as empresas. Essa premissa é alterada em Leland e Toft (1996), conforme será descrito no Modelo de Leland na seção 3.5, abaixo.

Finalmente, são três diferenças fundamentais entre KMV e Merton (1974). Primeiramente, a taxa de crescimento esperada do valor total do ativo é específica para cada empresa ($m \neq r$), dependendo das condições do setor de atuação e características individuais; (ii) utiliza a taxa de inadimplência histórica ao invés da probabilidade da distribuição normal e (iii) estabelece um nível de inadimplência específico, diferente do valor total das dívidas.

3.5 O MODELO LELAND

3.5.1 O Valor da Empresa no Tempo

Considera-se que V_t indica o valor de mercado dos ativos de uma empresa no período $0 \leq t \leq T$, no qual se está analisando sua probabilidade de inadimplência. Indicando por V_0 o valor dos ativos, na data $t=0$, deseja-se estudar a probabilidade do valor da empresa atingir uma barreira de valor V_B , sendo esta barreira menor do que o valor inicial dos ativos, $V_0 > V_B$.

A definição da barreira, conforme Leland e Toft (1996) e Black e Cox (1976), baseia-se na idéia de que os acionistas podem aportar recursos adicionais na empresa para mantê-la solvente, enquanto a expectativa de retorno for suficiente para remunerá-lo. Hao (2005) descreve a decisão

dos acionistas como sendo de maximização do valor esperado: enquanto os acionistas avaliarem o valor presente dos fluxos de caixa esperados como maior do que os recursos necessários para cumprir as obrigações para manter a sobrevivência da empresa, então, aportam os recursos necessários. Caso contrário, os acionistas deixarão de aportar os recursos para cumprimento das obrigações e liquidarão a empresa.

O valor mínimo dos ativos que mantém a expectativa de retorno do acionista refere-se à barreira V_B , denominada, Ponto de Inadimplência, como sendo aquele valor de ativos até o qual os acionistas aportam recursos e, abaixo desse nível, declara-se a falência da empresa.

Assim sendo, se o valor da empresa V_t , em qualquer instante de tempo t , for menor que V_B , tem-se a ocorrência de um evento de *default*, conforme representado na figura a seguir:

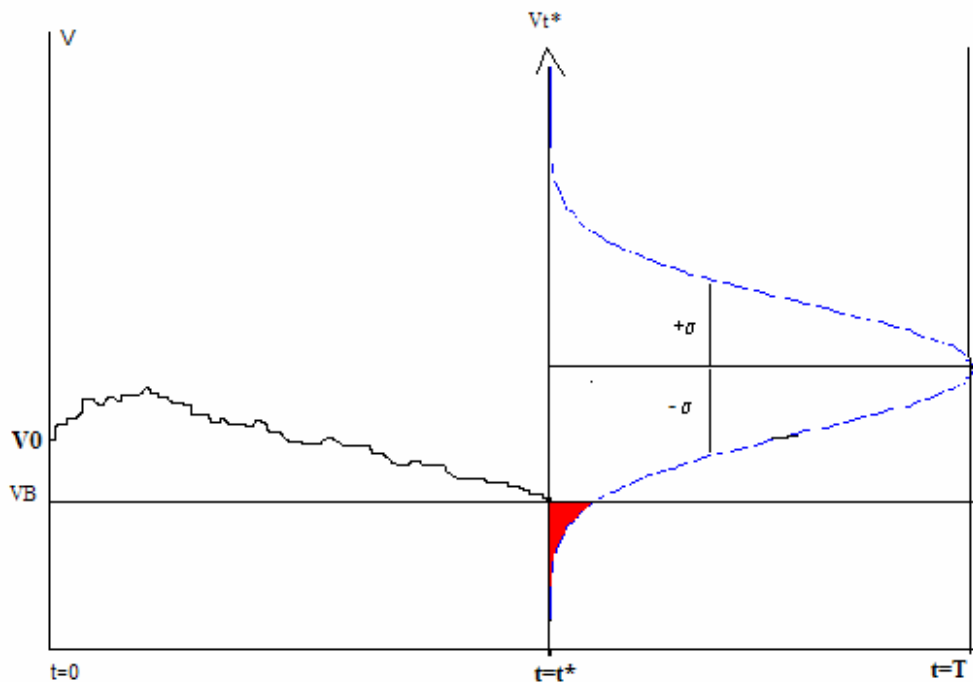


Figura 13- Probabilidade de inadimplência em qualquer instante de tempo

Nesta figura, observa-se em $t=t^*$ a distribuição de valores, V_{t^*} , possibilitando determinar a probabilidade do valor da empresa V_{t^*} ser menor do que o valor fixado V_B . Esta probabilidade $P(V_{t^*} < V_B)$, representada pela área hachurada fornece o valor da probabilidade de inadimplência.

Para determinar essa probabilidade de inadimplência, utiliza-se a premissa de que o valor da empresa segue um movimento browniano, em que a taxa de variação do valor da empresa tem média m e volatilidade s , tendo que:

$$\frac{V_t - V_0}{V_0} = m\Delta t + sZ\sqrt{\Delta t}$$

Ou que,

$$\Delta V_t = V_0(m\Delta t + sZ\sqrt{\Delta t})$$

3.5.2 Desenvolvimento do Modelo de Leland e Toft (1996)

Inicialmente, considera-se que o valor de mercado da empresa segue um movimento browniano com taxa de variação zero ($m=0$) e volatilidade igual a um ($s=1$) por unidade de tempo; premissa esta que será alterada adiante para o caso m e s geral. Assim, a variação do valor da empresa será dada por:

$$\Delta V_t = V_0 Z \sqrt{\Delta t};$$

A taxa de variação do preço do ativo, por um período de tempo Δt , será indicada por It , caracterizada pela distribuição normal padrão:

$$It \sim N\left(m\Delta t = 0; s^2 = (1\sqrt{\Delta t})^2\right)$$

A distância de V_0 até V_B , medida em termos de taxa de variação, indicada por b é dada por:

$$b = \ln\left(\frac{V_0}{V_B}\right) \text{ ou } -b = \ln\left(\frac{V_B}{V_0}\right)$$

Para que a empresa atinja essa barreira, V_0 deve apresentar uma taxa de variação negativa, $-b$.

Visto que $m=0$ e $s=1$, por unidade de tempo, e que, na data $t=0$, $I_0=0$, é possível representar a trajetória da taxa de variação do preço do ativo na figura seguinte:

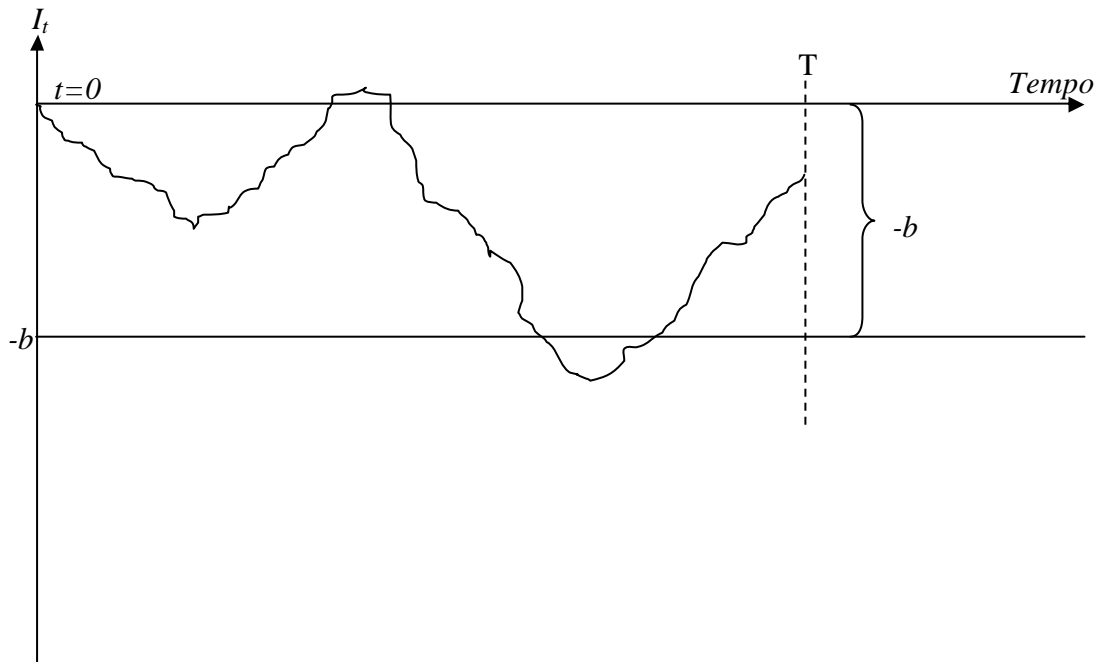


Figura 14- Trajeto I_t

De forma análoga, é possível representar a trajetória do preço do ativo partindo de V_0 até V_T :

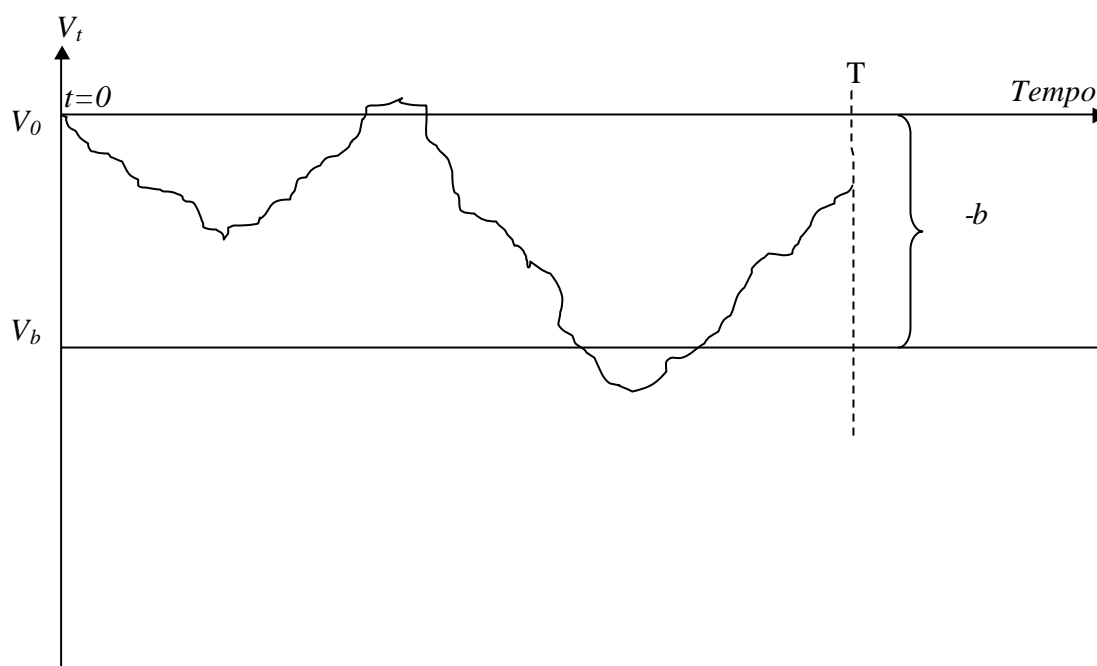


Figura 15- Trajeto de V_t

Deseja-se obter a função que represente a probabilidade de V_t atingir V_B em qualquer período de tempo, $0 \leq t \leq T$. Para isso, considera-se inicialmente que V_t apresente uma trajetória que ultrapasse a barreira V_B e retorne; ou seja, que ela apresente uma variação maior que $-b$ e em seguida apresente uma variação conveniente retornando para um ponto qualquer acima da barreira. Esse ponto será denominado, $-i$, representado na figura (Figura 16), a seguir. Nela observa-se a evolução da taxa de variação do valor da empresa, partindo de $t=0$, sendo $I_0 = 0$, até que em t^* atinge $-b$, $I_{t^*} = -b$, permanecendo abaixo de $-b$ durante um determinado período de tempo, atingindo seu valor mínimo i_{tl} , até que I_t retorna a um nível acima da barreira até atingir $-i$ no vencimento.

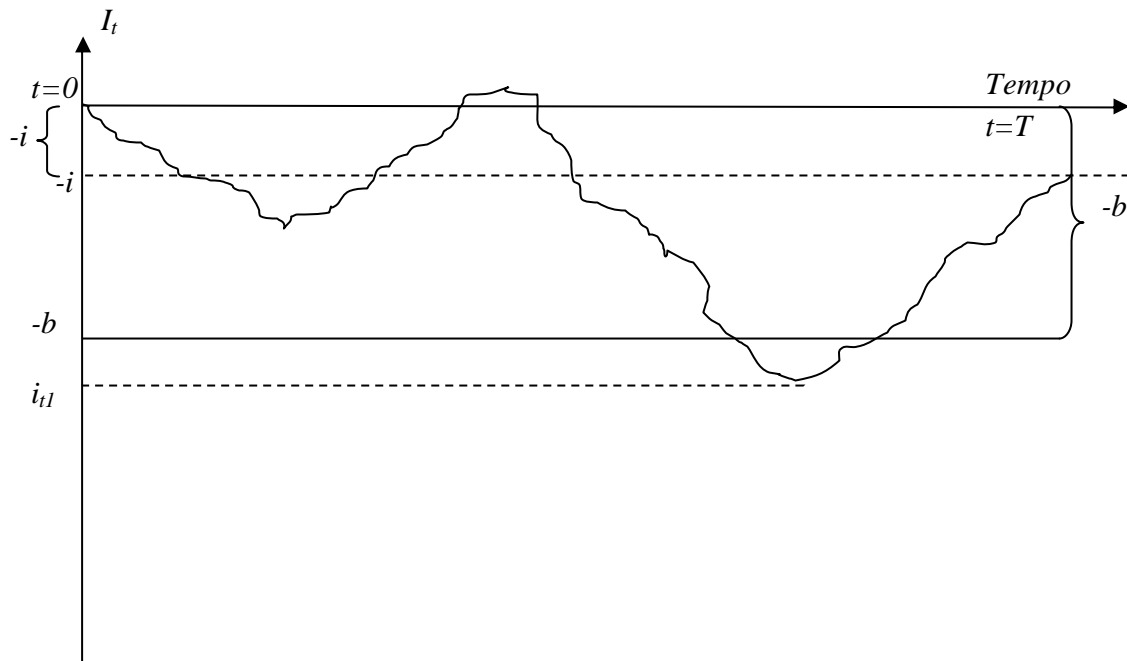


Figura 16- Conjunto de Valores de I_t

Desse ponto em diante, o desenvolvimento da metodologia será apresentado em função da taxa de variação I_t , e não mais do valor da empresa V_t .

Definindo M_T como o ínfimo dos valores assumidos por I_t , ou seja, M_T é o maior dos valores, ultrapassando o extremo inferior do intervalo de valores assumidos por I_t ao longo do período de tempo $0 \leq t \leq T$. Para o caso da figura acima, $M_T - e = I_{t1}$; com $e \gg 0$.

A probabilidade de V_t atingir V_B será dada por $P(I_t \leq -b)$, ou seja, a probabilidade de V_t variar $-b$ é determinada a partir de processos estocásticos dos valores de V_t que ultrapassam a barreira e retornam. Existem duas trajetórias possíveis de I_t , em relação à barreira $-b$ (representadas na figura abaixo): (a) trajetória que ultrapassa $-b$ e retorna acima de $-i$; (b) trajetória que não ultrapassa $-b$ e termina em um ponto qualquer acima de $-i$, conforme a figura abaixo:

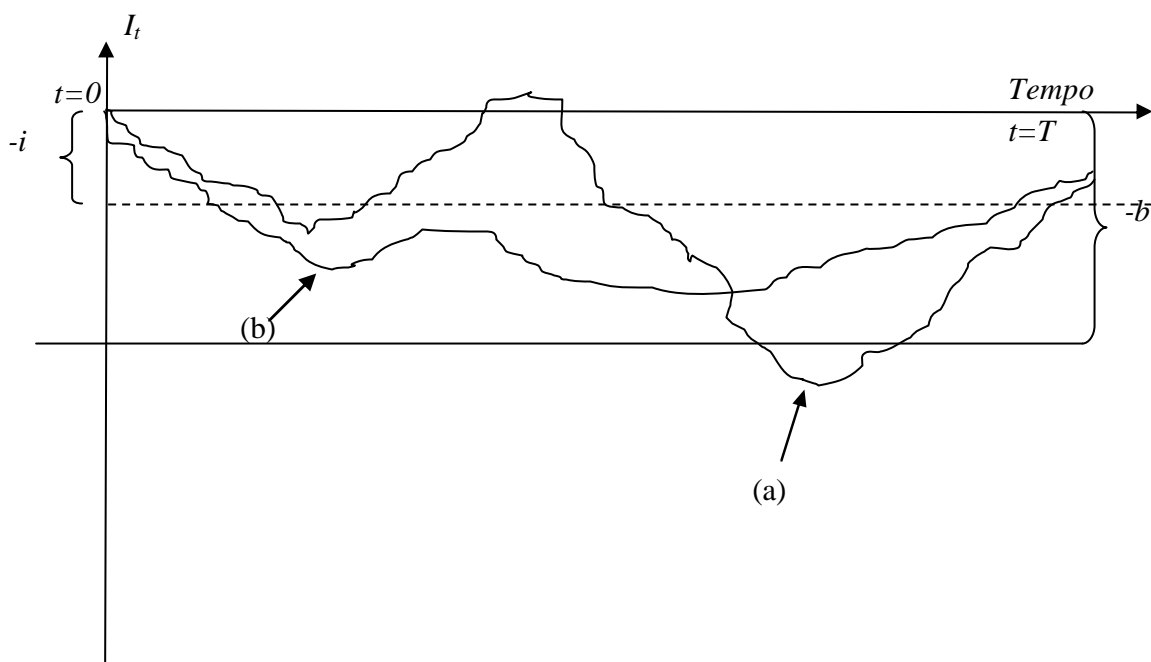


Figura 17- Trajetórias de I_t

Como existem somente as duas possibilidades: trajetórias (a) e (b), a probabilidade de ocorrência da (a) equivale a um menos a probabilidade de (b), indicada por:

$$P(I_t \leq -b) = 1 - P(I_T \geq -i; M_T \geq -b) \quad [\text{Eq. 6}]$$

E a probabilidade de ocorrência de (b), $P(I_t \geq -i; M_T \geq -b)$, que passa a ser indicada por $F_T(-i, -b)$, refere-se à probabilidade de I_T ser maior que $-i$ menos a probabilidade de ter ultrapassado a barreira:

$$F_T(-i, -b) = P(I_T \geq -i) - P(I_T \geq -i, M_T < -b) \quad [\text{Eq. 7}]$$

Significando que para $-b$ e $-i$, sendo $-b < -i$, tem-se a função de probabilidade $F_T(-i = f_1(-i), -b = f_2(-b))$, que caracteriza a probabilidade do valor da empresa ser maior ou igual a $-i$, ou seja, $I_T \geq -i$, no vencimento, e que o valor I_t não tenha ultrapassado, em algum momento, a barreira $-b$ durante todo o período $0 \leq t \leq T$.

Examinando a função F_T , observa-se que esta trata das variáveis I_T e M_T que, embora refiram-se à taxa de variação do valor da empresa V_t , possuem significados distintos, como passa-se a tratar.

(a) A Variável I_T

A variável I_T trata das possíveis taxas de variação dos valores que a empresa pode assumir na data $t=T$, conforme ilustrado abaixo:

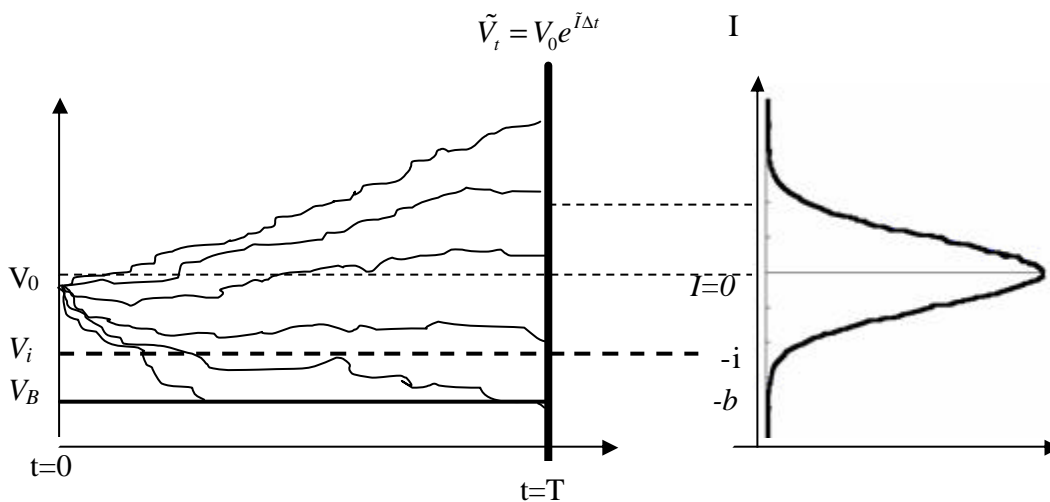


Figura 18- Trajetórias do ativo: preço e retorno

Sendo que a variável taxa de variação I_t é estocástica com distribuição normal padrão, ou seja, $I_t \sim N(\mathbf{m}=0, \mathbf{s}^2=1\Delta t)$ e $-i$ e $-b$ são as taxas de variação referentes às trajetórias do valor do ativo inicial até V_i e V_B , respectivamente.

Por simetria da distribuição, a probabilidade da taxa de variação I_T ser maior do que $-i$ é igual à probabilidade de I_T ser menor do que i :

$$P(I_t \leq i) = \frac{1\mathbf{s}\sqrt{\Delta t}}{\sqrt{2\mathbf{p}\mathbf{s}\Delta t}} \int_{-\infty}^i e^{-\frac{1}{2}(i)^2 di} = \frac{1}{\sqrt{2\mathbf{p}}} \int_{-\infty}^i e^{-\frac{1}{2}(i)^2 di}$$

Equivalente a: $P(I_t \leq i) = N(i)$

Por simetria, $P(I_T \leq -i)$ é igual a $P(I_T \geq i)$, conforme ilustrado abaixo:

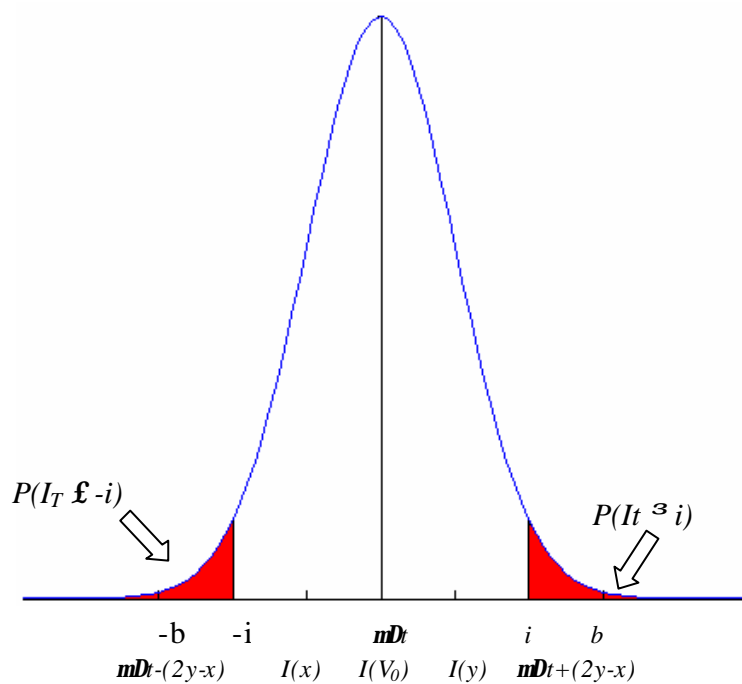


Figura 19- Simetria da distribuição

(b) A variável M_T

Com relação à variável M_T , que corresponde ao ínfimo dos possíveis valores da empresa ao longo do período $0 \leq t \leq T$, para cada possível caminho percorrido pelos valores V_t , teremos um correspondente M_t , conforme ilustrado na figura seguinte:

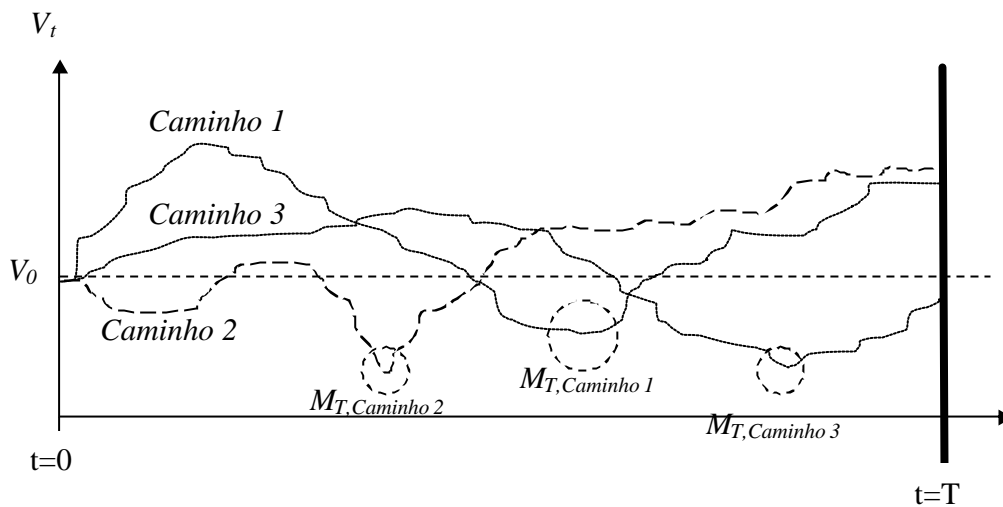


Figura 20- Possíveis valores de M_T

Essa figura representa três trajetórias possíveis de V_0 , partindo de $t=0$ até $t=T$, sendo que para cada uma delas, a figura representa com um círculo os pontos ínfimos de cada uma das trajetórias.

Assim sendo, M_T também será uma variável aleatória, formada pelos pontos ínfimos de cada possível trajetória possível do valor da empresa.

Assim, o cálculo da probabilidade da taxa de variação do preço da empresa ser maior que $-i$ e ter ultrapassado a barreira $-b$, indicada por $P(I_T \geq -i, M_T < -b)$, será obtida utilizando o princípio da reflexão, tratado a seguir.

3.5.3 O Princípio da Reflexão e o Cálculo das Probabilidades

O Princípio da Reflexão é utilizado para obter a probabilidade de I_T ser maior que $-i$ tendo ultrapassado a barreira $-b$; o que se refere ao termo $P(I_T \geq -i, M_T < -b)$. Como o movimento de I_t é browniano, implica na existência de um trajeto simétrico, igualmente provável ao trajeto original, tendo como eixo de reflexão a barreira $-b$, conforme a figura abaixo:

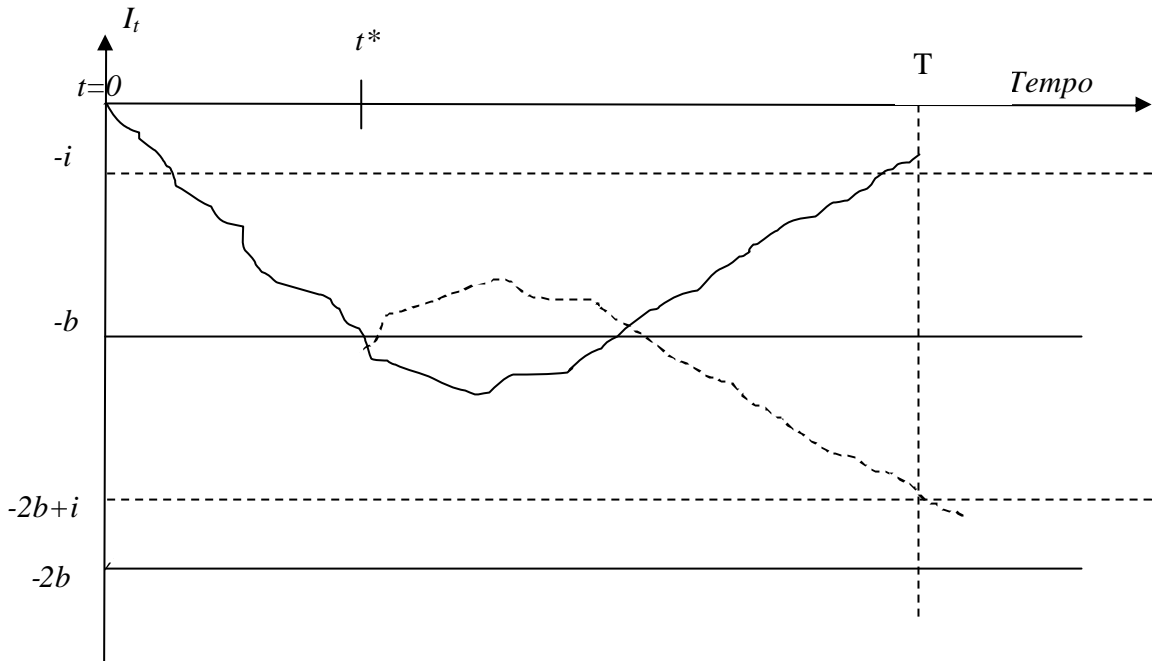


Figura 21-Trajeto simétrico

A simetria deve ocorrer a partir de algum instante t^* , quando I_t atinge a barreira $-b$. A partir desse ponto surge uma trajetória simétrica até o vencimento $t=T$. Com essa idéia de simetria em relação à barreira $-b$, pode-se considerar uma barreira simétrica em relação ao eixo $-b$, que será $-2b$; assim como o valor $-i$ terá seu simétrico $-2b+i$.

Dessa forma, a probabilidade da taxa de variação ultrapassar $-b$, em qualquer período $0 \leq t \leq T$, atingindo uma taxa maior que $-i$, no vencimento T , $P(I_T \geq -i, M_T < -b)$, é a mesma probabilidade do caminho ultrapassar $-2b+i$. Do exposto, tem-se que:

$$P(I_T \geq -i, M_T < -b) = P(I_T \leq -2b+i)$$

Pela [Eq.7]: $F_T(-i, -b) = P(I_T \geq -i) - P(I_T \geq -i, M_T < -b)$, a equação acima que pode ser escrita por:

$$F_T(-i, -b) \equiv [P(I_T \leq i) - P(I_T \leq -2b+i)] \quad [\text{Eq. 8}]$$

Como a probabilidade de interesse é dada por $P(I_t \leq -b) = 1 - P(I_T \geq -i; M_T \geq -b)$ [Eq. 6] e substituindo a equação [Eq. 8], acima, no termo $P(I_T \leq -i; M_T \geq -b)$, tem-se:

$$P(I_t \leq -b) = 1 - P(I_T \leq i) + P(I_T \leq -2b + i)$$

Como $1 - P(I_T \leq i) = P(I_T \leq -i)$, tem-se:

$$P(I_t \leq -b) = P(I_T \leq -i) + P(I_T \leq -2b + i)$$

Como, por construção, definiu-se que a média e desvio padrão de I_t são $m=0$ e $s=1$, $P(I_t \leq -b)$, é dada por:

$$P(I_t \leq -b) = N\left(\frac{-i}{\sqrt{T}}\right) + N\left(\frac{i-2b}{\sqrt{T}}\right) \quad [\text{Eq. 9}]$$

3.5.4 Caso geral em que o processo estocástico tenha média m e variância s

No caso anterior, partiu-se do fato que $\Delta V = m\Delta t + sZ\sqrt{\Delta t}$, com $m=0$ e $s=1$. Considerando, agora, o caso geral em que o processo estocástico de variação do preço do ativo tem taxa de variação média m e desvio padrão s , por unidade de tempo, $I_{Treal} \sim N(mT, s^2T)$.

Sabendo que a transformação para a normal reduzida $Z \sim N(0,1)$ é dada por: $Z = \frac{I_{Treal} - mT}{s\sqrt{T}}$, é

possível aplicar a transformação de média e variância para o primeiro termo da [Eq. 9],

$N\left(\frac{-i}{\sqrt{T}}\right)$, para o caso geral, $I_{real} \sim N(mT, s^2T)$, que será dado por:

$$P_{real} = N\left(\frac{-i - mT}{s\sqrt{T}}\right)$$

O segundo termo da mesma equação, $N\left(\frac{i-2b}{\sqrt{T}}\right)$, será transformado para o caso geral

$I_{real} \sim N(\mathbf{m}\Gamma, \mathbf{s}^2T)$, realizando a transformação de distribuições, alterando as probabilidades, conforme se passa a tratar.

Considerando o caso geral de uma função de distribuição normal padrão dada por:

$N(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-\frac{(z)^2}{2}}}{\sqrt{2\mathbf{p}}} dz$ e como se deseja obter uma função de distribuição normal do

$\tilde{Z} \sim N(\mathbf{m}\Gamma, \mathbf{s}^2T)$, seu expoente deverá ser $e^{-\frac{1}{2} \frac{(z-\mathbf{m}\Gamma)^2}{\mathbf{s}^2T}}$. Para realizar esta transformação, torna-se

necessário multiplicar $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-\frac{(z)^2}{2}}}{\sqrt{2\mathbf{p}}} dz$ pelo termo $e^{-\frac{z\mathbf{m} + \frac{1}{2}\mathbf{m}^2}{\mathbf{s}^2}}$. Dessa forma, a probabilidade do mundo

real, $\tilde{Z} \sim N(\mathbf{m}\Gamma, \mathbf{s}^2T)$, indicada por P_{real} , é obtida multiplicando-se a probabilidade no mundo,

$Z \sim N(0,1)$, indicada por, P_Q . Posto isto:

$$P_{real} = P_Q \times e^{\frac{z\mathbf{m}}{\mathbf{s}^2} - \frac{1\mathbf{m}^2T}{2\mathbf{s}^2}}$$

Utilizando o princípio da reflexão, o simétrico de z é $2b-i$, assim como o simétrico de $-z$ é $-2b+i$

Então, realizando a substituição, tem-se:

$$P_{real} = P_Q \times e^{\frac{(-2b+i)\mathbf{m}}{\mathbf{s}^2} - \frac{1\mathbf{m}^2T}{2\mathbf{s}^2}}$$

Rearranjando, tem-se:

$$P_{real} = e^{\frac{-2b\mathbf{m}}{\mathbf{s}^2}} P_Q \times e^{\frac{(i)\mathbf{m}}{\mathbf{s}^2} - \frac{1\mathbf{m}^2T}{2\mathbf{s}^2}}$$

Substituindo P_Q no problema de interesse $N\left(\frac{i-2b}{\sqrt{T}}\right)$ e substituindo z por $i-2b$ na integral:

$$P_{real} = e^{\frac{-2bm-2b+i}{s^2}} \int_{-\infty}^{\frac{(-2b+i)^2}{2s^2T}} \frac{e^{-\frac{(-2b+i)^2}{2s^2T}}}{\sqrt{2ps^2T}} di \times e^{\frac{(-2b+i)m}{s^2} \frac{1m^2T}{2s^2T}}$$

Que também pode ser escrito por:

$$P_{real} = e^{\frac{-2bm-2b+i}{s^2}} \int_{-\infty}^{\frac{(-2b+i)^2}{2s^2T}} \frac{e^{-\frac{(-2b+i)^2}{2s^2T}}}{\sqrt{2ps^2T}} di \times e^{\frac{2(-2b+i)m}{2s^2T} \frac{1m^2T}{2s^2T}}$$

Nota-se que os expoentes da integral formam um quadrado perfeito $\left((2b-1) + mT\right)^2$:

$$P_{real} = e^{\frac{-2bm-2b+i}{s^2}} \int_{-\infty}^{\frac{((-2b+i) + mT)^2}{2s^2T}} \frac{e^{-\frac{((-2b+i) + mT)^2}{2s^2T}}}{\sqrt{2ps^2T}} di$$

E que pode ser escrito como:

$$P_{real} = e^{\frac{-2bm}{s^2}} N\left(\frac{-2b+i + mT}{s\sqrt{T}}\right)$$

Esse resultado se refere ao caso geral m e s do termo $N\left(\frac{i-2b}{\sqrt{T}}\right)$.

Finalmente, substituindo os resultados obtidos na transformação de médias, sendo que o primeiro termo da equação 9, $P(I_t \leq -b) = N\left(\frac{-i}{\sqrt{T}}\right) + N\left(\frac{i-2b}{\sqrt{T}}\right)$, foi transformado em $P_{real} = N\left(\frac{-i - mT}{s\sqrt{T}}\right)$ e o segundo termo foi transformado em $P_{real} = e^{\frac{-2bm}{s^2}} N\left(\frac{i-2b+mT}{s\sqrt{T}}\right)$, tem-se:

$$P(I_t \leq -b) = N\left(\frac{-i - mT}{s\sqrt{T}}\right) + e^{\frac{-2bm}{s^2}} N\left(\frac{i-2b+mT}{s\sqrt{T}}\right)$$

Fazendo i aproximar-se da barreira b tem-se a função de distribuição de primeira passagem de um movimento browniano com *drift*, atingindo a barreira por cima, dado por:

$$P(I_t \leq -b) = N\left(\frac{-b - mT}{s\sqrt{T}}\right) + e^{\frac{-2bm}{s^2}} N\left(\frac{-b + mT}{s\sqrt{T}}\right) \quad [\text{Eq. 10}]$$

Aplicando o resultado $m = m - \frac{1}{2}s^2$, [Eq. 5], ao problema em questão, ajustando-o para o caso de pagamento de dividendos d , tem-se que $m = m - d - \frac{s^2}{2}$. E, finalmente, chega-se na equação apresentada em Leland (2004):

$$P\{V \leq V_B\} = F(T, b, m, d, s_v) = N\left[\frac{-b - \left(m - d - \frac{1}{2}s_v^2\right)T}{s_v\sqrt{T}}\right] + e^{\frac{-2b(m-d-\frac{1}{2}s_v^2)}{s_v^2}} N\left[\frac{-b + \left(m - d - \frac{1}{2}s_v^2\right)T}{s_v\sqrt{T}}\right] \quad [\text{Eq. 11}]$$

Em que:

$$b = Ln\left(\frac{V_0}{V_B}\right);$$

m =taxa de crescimento do ativo total por unidade de tempo;

σ_v =desvio padrão da taxa de crescimento do ativo total por unidade de tempo;

d =pagamento realizados aos fornecedores de capital, credores e acionistas, como uma fração do ativo total e

T =prazo do endividamento total.

Leland (2004) compara a equação acima com a probabilidade de inadimplência apresentada por Merton (1974), fazendo $r = m$; incluindo o pagamento de dividendos, d e fazendo a barreira ser igual ao valor total da dívida, tem-se que:

$$F(T, b, m, d, s_v)_{Merton} = N \left[\frac{-b - \left(m - d - \frac{1}{2} s_v^2 \right) T}{s_v \sqrt{T}} \right]$$

Essa equação é equivalente à $N(-d_2)$ da equação de probabilidade de inadimplência estimada por Merton (1974); indicando que, sob as premissas de Merton (1974), a probabilidade é menor do que aquela proposta por Leland (2004). Esse fato é consistente, com a definição de Merton (1974) de que a falência só poderá ocorrer na data de vencimento, bem como a barreira assume valor zero durante toda a vida da dívida e valor igual ao total das dívidas no vencimento.

Utilizando simulações e comparando a probabilidade de inadimplência com a probabilidade histórica de inadimplência por classificação de *rating*, Leland (2004) reconhece que seu modelo prevê adequadamente a probabilidade de falência no longo prazo e a subestima no curto prazo. Esse resultado é consistente com aquele obtido por Hao (2005) de que a abordagem de precificação de opções com barreira se apresenta como o melhor instrumento para previsão de probabilidade de inadimplência no longo prazo (acima de três anos). No curto prazo, de um a três anos, obteve a melhor *performance* com Shumway (2001), com a abordagem de regressão logística.

Reisz e Perlich (2004) também obtém resultados consistentes com Leland (2004) e Hao (2005), reconhecendo a superioridade dos modelos estatísticos que utilizam dados das demonstrações

financeiras para a previsão de inadimplência para o período de um ano. Para períodos mais longos, o modelo estrutural passa a apresentar melhor *performance*.

Ainda, segundo Leland (2004), a função de previsão de inadimplência é muito sensível à volatilidade dos ativos; como, por exemplo, elevando a volatilidade do ativo de 23% para 25%, então, a probabilidade de inadimplência estimada para 20 anos subiria de 11% para 16%, no estudo de seu caso base para um *rating* B (classificação Moodys).

Schaefer e Strebulaev (2004) apresentam as volatilidades estimadas por classificação de *rating*, cujos resultados são reportados na seguinte tabela:

Tabela 1-Volatilidade de ativos por rating

	All	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC
$\hat{\sigma}_A$								
Mean	0.239	0.240	0.224	0.223	0.230	0.270	0.287	0.300
Median	0.219	0.237	0.223	0.211	0.211	0.244	0.258	0.262
Std. Dev.	0.106	0.055	0.069	0.080	0.106	0.128	0.133	0.184
5% quantile	0.118	0.184	0.116	0.125	0.108	0.117	0.136	0.095
95% quantile	0.440	0.333	0.329	0.366	0.453	0.530	0.557	0.622
N	58488	272	4027	18729	23068	5031	6203	1158

Fonte: Schaefer e Strebulaev (2004)

Essa tabela indica que as empresas que apresentam maior volatilidade dos ativos, *ratings* BB, B e CCC, possuem maior risco de inadimplência, conforme o esperado. Empresas mais alavancadas, financeiramente e operacionalmente, apresentam maior variação de fluxo de caixa, implicando em maior risco de inadimplência. Shumway (2001:121) obtém como resultado que as empresas maiores, menos voláteis, com retornos de ação acima do retorno de mercado, são mais seguras do que as menores, mais voláteis e com baixo retorno de ação.

3.5.5 Valor de Mercado do Endividamento

Utilizando o princípio da precificação do mundo risco-neutro e a função de Probabilidade de Inadimplência proposta por Leland e Toft (1996), parte-se para a precificação da dívida, com a

premissa do mundo risco-neutro de que a taxa esperada de variação do ativo V é igual à taxa livre de risco r . A equação de precificação de um ativo consiste no cálculo do valor presente do fluxo de caixa esperado do ativo. Trata-se de um ativo com risco de crédito e passa-se a recorrer ao conceito de direito contingencial, avaliando todos os eventos possíveis e os resultados de cada um deles. No caso do título de dívida, se V atinge V_B em um período s qualquer, então, o credor recebe somente o valor dos ativos, excluindo os custos de falência rV_B ; caso contrário, receberá o principal D e juros devidos. A equação de valor presente do título é dada pelo valor presente esperado: juros e amortização de principal durante a vida útil da dívida, ponderados pela probabilidade de não ocorrência de falência somado ao valor residual que se espera receber em caso de falência, ponderado respectiva probabilidade; trazidos a valor presente pela taxa de juros livre de risco:

$$P_0 = \left[D_0^T \times (1 - PI_{RN}^T) \right] + \left[\sum_{t=0}^T J_0^t \times (1 - PI_{RN}^t) \right] + \left[rV_{B0}^s \times PI_{RN}^s \right] \text{ [Eq. 12]}$$

Sendo:

P_0 = valor presente da dívida total;

D_0^T = valor nominal da dívida trazido a valor presente pela taxa livre de risco r ;

PI_{RN}^T = probabilidade risco-neutra de inadimplência no período entre data presente até o vencimento da dívida;

T = vida útil da dívida;

V_B = ponto de inadimplência;

J_t = valor dos juros do período t , trazido a valor presente pela taxa de juros livre de risco r ;

PI_{RN}^t = probabilidade risco-neutra de inadimplência no período entre data presente até a data de pagamento dos juros;

rV_{B0}^s = valor de recuperação e

PI_{RN}^s = probabilidade risco-neutra de inadimplência no período entre data presente até a data de inadimplência.

Com base nessa equação, Leland e Toft (1996) aplicam o conceito para a determinação do valor presente de mercado do total de endividamento de uma empresa, considerando um prazo

específico; utilizam como premissa que o principal é amortizado em parcelas iguais a cada período e cada parcela é renovada a cada vencimento pelo mesmo prazo da dívida atual. Isso faz com que a parcela de juros seja constante devido à manutenção do valor do principal pelo período total da dívida.

Adicionalmente, considera-se que, a cada ano t , o valor de recuperação equivale ao valor presente de recuperação rV_B , dividido pelo prazo total da dívida e multiplicado pela respectiva probabilidade de inadimplência da data presente até a data t .

Para implementar essa equação, é necessário conhecer o Ponto de Inadimplência V_B . Para determiná-lo, Leland e Toft (1996) apresentam uma solução de maximização do valor de mercado patrimonial, conforme se passa a apresentar na seção seguinte.

3.5.6 Ponto de Inadimplência

O Ponto de Inadimplência pode ser determinado de forma endógena, como um problema de maximização do valor de mercado patrimonial pelo acionista. Considera-se que o acionista é quem detém a decisão de falência, pois é ele quem decide sobre a injeção de capital para liquidação das obrigações financeiras. O problema de maximização da riqueza do acionista leva em consideração que o endividamento traz duas conseqüências para a empresa, conforme prevê a Teoria de Estrutura de Capital, seção 2.

Passa-se a incorporar ao valor do ativo, V_0 , o valor do benefício fiscal e o custo de falência, obtendo-se o valor da empresa alavancada $V^A(V_0; V_B)$. O valor de mercado patrimonial $PL(V_0; V_B, T)$ é obtido pela diferença entre o valor da empresa alavancada $V^A(V_0; V_B)$ e o valor de mercado do endividamento P_0 .

$$PL(V_0; V_B, T) = V^A(V_0; V_B) - P_0(V_0; V_B, T)$$

Em que:

$PL(V_0; V_B, T)$ = valor de mercado patrimonial;

$V^A(V_0; V_B)$ = valor dos ativos da empresa, considerando valor dos benefícios tributários e custo de falência e

$P_0(V_0; V_B, T)$ = valor presente da dívida.

Para determinar $V^A(V_0; V_B)$, torna-se necessário obter o benefício da tributação e o custo de falência em decorrência do endividamento da empresa. O benefício da tributação, indicado por $BI(V_0)$, e o custo de falência, indicado por $CF(V_0)$, são obtidos a partir da solução do problema de avaliação de um direito contingencial perpétuo.

Considerando uma dívida perpétua com pagamento de juros periódicos, o custo de falência e o benefício tributário são determinados, conforme Leland (1994), no horizonte de tempo infinito.

Partindo da equação diferencial $\frac{1}{2}\mathbf{s}^2V^2F_{ss} + rVF_s - rF - F_T = 0$, a solução geral para o caso de precificação do título de dívida é dada pela equação de $DC(V_0)$:

$$DC(V_0) = \frac{C}{r} + K_1V_0^{g_1} + K_2V_0^{g_2} \quad [\text{Eq. 13}]$$

Em que:

$$g_1 = \frac{1}{2} - \frac{r-d}{\mathbf{s}_V^2} + \sqrt{\mathbf{s}_V^2 + \left(\frac{r-d}{\mathbf{s}_V^2} - \frac{1}{2}\right)^2}; \gamma_1 > 0$$

$$g_2 = \frac{1}{2} - \frac{r-d}{\mathbf{s}_V^2} - \sqrt{\mathbf{s}_V^2 + \left(\frac{r-d}{\mathbf{s}_V^2} - \frac{1}{2}\right)^2}; \gamma_2 < 0$$

Quando o direito contingencial é um título de dívida perpétuo, o valor máximo equivale ao valor dos juros perpétuos e refere-se ao termo $\frac{C}{r}$ da equação acima.

K_1 é uma incógnita cuja solução é encontrada a partir das condições de contorno. Este segundo termo da equação refere-se ao valor adicionado ao título de dívida quando $V \geq V_B$. No limite superior, quando o valor da empresa, V , cresce ($V \geq V_B$), não há alteração no valor do título, que continuará valendo os juros perpétuos, o que implica em $K_1=0$.

O terceiro termo da equação equivale ao valor adicionado ao título de dívida quando $V < V_B$, limite inferior de V . Neste caso, ocorre a liquidação da empresa e o valor do título equivale ao valor de mercado dos ativos, subtraindo os custos de falência, ou seja, os credores devem receber uma fração do valor dos ativos, rV_B , devido aos gastos incorridos na situação de falência: $(1-r)V_B$, portanto, o valor de $DC(V_B)$ é igual a rV_B .

Para determinar K_2 , aplica-se o resultado da condição de contorno mínima em $DC(V_0) = \frac{C}{r} + K_1 V_0^{g_1} + K_2 V_0^{g_2}$, [Eq.13]. Como pela condição de contorno superior, obteve-se $K_1=0$, então:

$$DC(V \rightarrow V_B) = \frac{C}{r} + K_2 V_B^{g_2} = rV_B \quad [\text{Eq. 14}]$$

Isolando K_2 , tem-se:

$$K_2 = \left[rV_B - \frac{C}{r} \right] \left[\frac{1}{V_B} \right]^{g_2}$$

Substituindo K_1 e K_2 na equação 13, tem-se:

$$DC(V_0) = \frac{C}{r} + \left[rV_B - \frac{C}{r} \right] \left[\frac{1}{V_B} \right]^{g_2} V_0^{g_2}$$

Definindo a probabilidade de inadimplência risco-neutra para um título perpétuo

por $PI_{RN} = \left[\frac{V_0}{V_B} \right]^{g_2}$, então:

$$DC(V_0) = \frac{C}{r} + \left[rV_B - \frac{C}{r} \right] PI_{RN}$$

Desenvolvendo a equação, chega-se em:

$$DC(V_0) = \frac{C}{r} (1 - PI_{RN}) + rV_B PI_{RN}$$

Essa equação avalia um título de dívida corporativo perpétuo, considerando que, no vencimento, há possibilidade de ocorrência de um dos dois cenários: (a) cumprimento das obrigações do título, ou (b) inadimplência e liquidação da empresa. O título de dívida equivale à soma dos resultados em cada um dos cenários ponderados pela respectiva probabilidade de inadimplência: recebimento dos juros periódicos, perpetuamente ponderado por um menos a probabilidade de inadimplência risco-neutra, mais recebimento do valor dos ativos, menos o custo de falência ponderado pela probabilidade de inadimplência risco-neutra.

Pode-se partir, então, para a determinação do custo de falência $CF(V_0)$ e o benefício da tributação $BI(V_0)$. O custo de falência pode ser visto como um direito contingencial (na verdade, um passivo contingencial, pois será subtraído do valor de mercado do ativo total), que possui valor rV_B , quando $V=V_B$. Não possui nenhum valor constante em outro estado que não seja o caso de falência, portanto, o custo de falência $CF(V_0)$ equivale ao valor que o credor incorre em caso de falência $(1-r)V_B$, multiplicado pela probabilidade risco-neutra de inadimplência:

$$CF(V_0) = (1-r)V_B \left(\frac{V_0}{V_B} \right)^{g_2} \quad [\text{Eq. 15}]$$

Ou, ainda,

$$CF(V_0) = (1-r)V_B \times PI_{RN}$$

Da mesma forma, o benefício da tributação $BI(V_0)$ também pode ser avaliado como um direito contingencial, equivalente à taxa do tributo i multiplicado pelo valor presente dos juros pagos pela empresa $i \times \frac{C}{r}$ constante independente do valor da empresa V_0 . O benefício da tributação deixa de existir em caso de falência, portanto, o valor esperado do benefício da tributação equivale a $i \times \frac{C}{r}$, multiplicado por 1 menos a probabilidade risco-neutra de inadimplência, dada por:

$$BI(V_0) = i \frac{C}{r} \times (1 - PI_{RN})$$

Ou, ainda,

$$BI(V_0) = i \frac{C}{r} - \left(\frac{iC}{r} \right) \left(\frac{V_0}{V_B} \right)^{g_2} \quad [\text{Eq. 16}]$$

Com isso, pode-se obter a equação de determinação do valor alavancado da empresa, $V^A(V_0)$, incluindo o benefício e custo em decorrência do endividamento: $BI(V_0)$ e $CF(V_0)$:

$$V^A(V_0) = V_0 + BI(V_0) - CF(V_0)$$

Substituindo as equações de $BI(V_0)$ e $CF(V_0)$:

$$V^A(V_0) = V_0 + \frac{iC}{r} \left[1 - \left(\frac{V_0}{V_B} \right)^{g_2} \right] - (1-r)V_B \left(\frac{V_0}{V_B} \right)^{g_2} \quad [\text{Eq. 17}]$$

Que ainda pode ser expressa por:

$$V^A(V_0) = V_0 + \frac{iC}{r} [1 - PI_{RN}] - (1-r)V_B PI_{RN}$$

O valor de mercado patrimonial é obtido pela diferença entre o valor da empresa menos o valor presente do passivo exigível:

$$PL(V_0) = V^A(V_0) - P_0 \quad [\text{Eq. 18}]$$

Sendo que P_0 é obtido pela [Eq.12] e $V^A(V)$ pela [Eq. 17].

Por fim, o Ponto de Inadimplência V_B pode ser determinado como o nível de ativos mínimo que faz o acionista decidir pelo aporte de capitais para manutenção da solvência da empresa. Abaixo desse nível, o acionista entrega os ativos aos credores. Esse nível mínimo é aquele que maximiza o valor patrimonial $PL(V_0)$.

O Ponto de Falência V_B é determinado através da maximização do PL , sendo V_B o valor que resolve a seguinte equação:

$$\left. \frac{\partial PL(V_0; V_B, T)}{\partial V} \right|_{V=V_B} = 0$$

Leland (2004) aplica a metodologia para um exemplo específico, *rating* Baa e encontra um Ponto de Inadimplência de 31,7% do valor do ativo. Reisz e Perlich (2004) empregam uma metodologia diferente da proposta por Leland e Toft (1996) para encontrar ponto de inadimplência: utilizam o modelo de precificação de opções com barreira, considerando o preço de mercado da ação da empresa como o valor de uma opção de compra tipo européia *down and out*, cuja barreira

(estabelecida abaixo do valor do ativo objeto), valor que, se atingido, “desliga” a opção. Os autores encontram que a barreira ou o ponto de inadimplência é, em média, 30% do valor de mercado dos ativos.

4 FORMULAÇÃO DAS HIPÓTESES

As hipóteses são formuladas de modo a atender aos objetivos propostos e serão verificadas de acordo com a metodologia descrita na seção 5.

Hipótese 1: Cada empresa deve apresentar um Ponto de Inadimplência específico

Essa hipótese busca evidências em favor da teoria de Leland e Toft (1994), que defende a idéia de que o acionista determina o Ponto de Inadimplência da empresa, de acordo com seu interesse de maximização de riqueza. Como as empresas possuem características diferentes, devem apresentar Pontos de Inadimplência diferentes. Para testar essa hipótese, este trabalho determina o Ponto de Inadimplência de duas formas: Ponto de Inadimplência Empírico e Ponto de Inadimplência Ótimo.

O Ponto de Inadimplência Empírico é aquele que mais aproxima a probabilidade de inadimplência calculada pela função densidade de primeira passagem no tempo à inadimplência histórica. O Ponto de Inadimplência Ótimo é determinado encontrando-se aquele que maximiza o valor de mercado do patrimônio líquido.

A hipótese será confirmada se as empresas apresentarem dispersão dos Pontos de Inadimplência.

Hipótese 2: Ponto de Inadimplência Empírico é igual ao Ponto de Inadimplência Ótimo

Essa hipótese busca verificar a validade dos modelos *tradeoff*, em que os fatores benefício tributário e custo de falência decorrentes da decisão de endividamento são determinantes do nível ótimo de endividamento e o modelo sobre a decisão de falência, com a definição do Ponto de Inadimplência visando à maximização da riqueza do acionista.

Essa hipótese será examinada através de um teste de amostras emparelhadas, comparando o Ponto de Inadimplência Empírico com o Ponto de Inadimplência Ótimo. Caso o teste apresente

alto nível de significância, acima de 5%, então, não se rejeita a hipótese de igualdade entre os Pontos de Inadimplência ótimo e empírico, confirmando, então, essa hipótese.

Hipótese 3: A função densidade de primeira passagem no tempo é eficiente para estimar probabilidade de inadimplência

Através dessa hipótese, testa-se o modelo de previsão de falência por meio da função densidade de primeira passagem no tempo; utilizando, como alvo, a inadimplência histórica por classificação de *rating* da Moody's, compara-se a probabilidade de inadimplência calculada pela função, para os prazos de um até 20 anos, com as respectivas inadimplências históricas por *rating* e por prazo.

Para confirmar essa hipótese, as probabilidades de cada prazo devem estar próximas das taxas históricas e serão analisadas através de gráficos que representam as curvas temporais das probabilidades de inadimplência.

Hipótese 4: Relação Negativa entre Ponto de Inadimplência e Volatilidade do retorno do ativo e Relação Positiva entre Ponto de Inadimplência e Alavancagem Financeira

Essa hipótese busca verificar a teoria de estrutura de capital referente à característica de volatilidade dos retornos; como empresas com maior volatilidade apresentam maior custo de falência, então estas são menos alavancadas financeiramente. Conforme Reisz e Perlich (2004), os credores impõem um Ponto de Inadimplência menor para empresas menos alavancadas. Essa hipótese será testada através de regressão por mínimos quadrados ordinários, definindo Ponto de Inadimplência como variável dependente e, como variáveis independentes, volatilidade do ativo e alavancagem.

Para confirmar essa hipótese, os parâmetros estimados devem apresentar significância estatística e sinais iguais ao esperado.

Hipótese 5: Relação Negativa entre Ponto de Inadimplência e Investimento em Capital de Giro; Ponto de Inadimplência e Rentabilidade e Ponto de Inadimplência e Oportunidade de Investimento

Assim como a **Hipótese 4**, esta busca evidências em favor da teoria de estrutura de capital. Empresas com maior investimento em capital de giro devem apresentar menor custo de falência, fazendo com que os acionistas exijam uma proteção menor, impondo menor Ponto de Inadimplência. Espera-se, portanto, sinal negativo entre Ponto de Inadimplência e Capital de Giro.

Empresas com maior rentabilidade e maiores oportunidades de investimento devem apresentar menor alavancagem e, com isso, menor Ponto de Inadimplência. Dessa forma, espera-se sinal negativo entre Ponto de Inadimplência e rentabilidade, e Ponto de Inadimplência e oportunidade de investimento.

Para confirmar essa hipótese, os parâmetros estimados devem apresentar significância estatística e sinais iguais ao esperado.

5 DESCRIÇÃO DA METODOLOGIA

A amostra deste estudo consiste nas empresas de capital aberto com negociação na Bovespa e que possuem classificação de *rating* pela Moody's ou Standard & Poors, totalizando 34 empresas. As informações contábil-financeiras e de mercado das empresas que compõem a amostra estão apresentadas nas tabelas dois e três apresentadas abaixo. Nesta seção, serão descritas as metodologias utilizadas para atingir os três objetivos deste estudo.

Primeiramente, o Ponto de Inadimplência Empírico será determinado minimizando a diferença entre a probabilidade de inadimplência calculada pela aplicação da função densidade de primeira passagem no tempo, e o histórico de inadimplência divulgado pela Moody's. Utilizando o Ponto de Inadimplência Empírico, será estimada a probabilidade de inadimplência para os prazos de um até 20 anos.

Segundo, a relação entre Ponto de Inadimplência e as variáveis contábil-financeiras das empresas será investigada utilizando regressão por mínimos quadrados ordinários para verificar a consistência com a teoria de estrutura de capital. Com isso, deseja-se verificar a teoria de estrutura de capital.

Finalmente, será realizada a investigação da teoria de estrutura de capital e do modelo estrutural de crédito, objetivo principal desta tese. O Ponto de Inadimplência Ótimo será determinado aplicando a metodologia de cálculo do valor da empresa alavancada, considerando o benefício tributário e o custo de falência, gerados pela decisão de endividamento empresarial. Esse Ponto de Inadimplência será comparado ao Empírico e se forem iguais, tem-se a sinalização em favor da **Hipótese 2**.

Tabela 2- Base de Dados-Informações Contábil-Financeiras

	Setor	Alavancagem Contábil	Endividamento Curto Prazo	Endividamento de Longo Prazo	EBIT/PL Contábil	Capital de Giro/Ativo
Vale Rio Doce	Mineração	49.60%	9.68%	27.83%	66.78%	1.69%
Petrobras	Petróleo e Gas	53.44%	16.96%	30.36%	59.12%	9.74%
Ambev	Alimentos e Beb	39.87%	7.14%	24.78%	25.02%	-0.36%
Aracruz	Papel e Celulose	55.74%	9.33%	41.49%	28.83%	14.11%
Embraer	Veiculos e peças	71.07%	25.97%	34.51%	22.51%	29.62%
Telesp	Telecomunicações	45.77%	17.52%	16.96%	39.24%	-1.69%
Votorantim C P	Papel e Celulose	56.44%	9.86%	45.71%	21.80%	15.20%
Brasil Telecom	Telecomunicações	66.54%	35.32%	33.78%	12.59%	-0.55%
Braskem	Química	69.57%	27.07%	41.06%	42.47%	8.81%
Eletrobras	Energia Elétrica	36.93%	14.45%	29.42%	7.59%	3.13%
Gerdau	Siderur & Metalu	53.65%	14.97%	34.51%	50.62%	36.29%
Klabin	Papel e Celulose	50.12%	17.02%	28.60%	24.65%	25.91%
Sadia SA	Alimentos e Beb	65.88%	28.83%	29.37%	31.82%	30.65%
Sid Nacional	Siderur & Metalu	73.50%	16.48%	53.79%	56.70%	13.68%
Telemar-Tele NL Pa	Telecomunicações	63.52%	27.66%	31.54%	52.48%	4.10%
Ultrapar	Química	49.89%	10.29%	37.76%	20.04%	39.88%
Usiminas	Siderur & Metalu	51.43%	19.32%	29.78%	56.27%	14.84%
Ampla Energ	Energia Elétrica	68.83%	18.45%	46.98%	26.43%	2.55%
Copel	Energia Elétrica	48.53%	23.95%	27.23%	14.94%	1.29%
Embratel Part	Telecomunicações	37.41%	25.47%	15.04%	9.62%	0.28%
Ipiranga Pet	Petróleo e Gas	51.36%	34.18%	16.76%	19.82%	18.77%
Net	Outros	73.23%	7.26%	55.23%	43.44%	11.65%
Telemig Celul Part	Telecomunicações	41.32%	25.42%	11.62%	16.22%	21.69%
Cemig	Energia Elétrica	63.69%	21.32%	34.86%	27.67%	-2.63%
Eletropaulo Metro	Energia Elétrica	82.37%	28.13%	50.84%	42.62%	-1.77%
CEB	Energia Elétrica	66.02%	44.23%	38.01%	10.08%	5.10%
Cesp	Energia Elétrica	63.72%	22.55%	49.10%	7.97%	-11.35%
Média		57.39%	20.70%	33.96%	31.01%	10.76%
Desvio Padrão		12.12%	9.24%	11.64%	17.55%	13.07%
10º Percentil		40.74%	9.54%	16.88%	9.90%	-1.72%
90º Percentil		32.70%	32.70%	32.70%	56.44%	30.03%

Fonte: Economatica

Tabela 3-Base de dados informações de mercado

	Setor	Alavancagem de Mercado	Volatilida de Ações	Dividendos (% Ativo)	PL- Mercado	Beta	Liquidez
Vale Rio Doce	Mineração	22.06%	0.4168	2.29%	96,439,770	0.31	6.57
Petrobras	Petróleo e Gas	39.27%	0.4777	3.93%	161,015,640	0.79	7.60
Ambev	Alimentos e Beb	18.87%	0.3691	4.96%	58,680,900	0.63	1.14
Aracruz	Papel e Celulose	36.52%	0.3452	5.98%	9,584,468	0.15	0.79
Embraer	Veiculos e peças	50.48%	0.4952	2.70%	12,992,977	0.96	0.36
Telesp	Telecomunicação	27.82%	0.4167	18.47%	23,200,978	0.67	0.45
Votorantim C P	Papel e Celulose	51.83%	0.3630	3.27%	5,525,428	0.28	0.85
Brasil Telecom	Telecomunicação	71.74%	0.3532	2.73%	5,443,270	0.84	1.78
Braskem	Química	66.07%	0.5248	1.19%	6,608,936	1.20	2.40
Eletrobras	Energia Elétrica	71.06%	0.4833	0.32%	22,364,070	1.14	2.19
Gerdau	Siderur & Metalu	41.94%	0.5194	3.93%	17,371,229	1.07	2.76
Klabin	Papel e Celulose	39.64%	0.3686	4.80%	3,808,384	0.67	0.46
Sadia SA	Alimentos e Beb	52.02%	0.3405	2.81%	4,372,513	0.64	0.98
Sid Nacional	Siderur & Metalu	61.45%	0.4490	6.72%	12,986,555	1.13	3.38
Telemar-Tele NL Pai	Telecomunicação	54.93%	0.4257	3.49%	15,858,022	1.03	6.33
Ultrapar	Química	42.36%	0.2833	4.63%	2,636,920	0.31	0.25
Usiminas	Siderur & Metalu	45.90%	0.5282	5.32%	11,924,752	1.55	4.42
Ampla Energ	Energia Elétrica	58.10%	0.5234	0.00%	2,329,353	0.50	0.00
Copel	Energia Elétrica	54.58%	0.4332	0.49%	4,923,060	1.10	1.12
Embratel Part	Telecomunicação	42.60%	0.7708	0.38%	6,716,466	1.68	1.75
Ipiranga Pet	Petróleo e Gas	50.73%	0.3976	2.83%	1,520,411	0.67	0.64
Net	Outros	29.55%	0.8776	0.00%	4,231,381	2.00	1.84
Telemig Celul Part	Telecomunicação	35.36%	0.4560	8.75%	1,606,826	0.69	0.52
Cemig	Energia Elétrica	47.09%	0.3803	5.56%	15,398,046	0.98	1.95
Eletropaulo Metropc	Energia Elétrica	73.48%	0.5972	0.00%	4,183,597	1.44	0.44
CEB	Energia Elétrica	104.27%	0.3533	0.00%	55,101	0.41	0.00
Cesp	Energia Elétrica	98.29%	0.5568	0.00%	1,406,727	1.33	0.31
Média		51.41%	46.32%	3.54%	19,006,881	0.90	1.90
Desvio Padrão		20.27%	13.02%	3.82%	34,850,133	0.46	2.08
10º Percentil		28.86%	35.00%	0.00%	1,572,260	0.31	0.29
90º Percentil		32.70%	57.29%	6.28%	37,392,947	1.48	5.18

Fonte: Economática

5.1 Probabilidade de Inadimplência Empírico

O primeiro passo da estimativa da probabilidade de inadimplência é o cálculo do valor de mercado e da volatilidade dos ativos. Nessa etapa do trabalho, o Ponto de Inadimplência não será determinado endogenamente, como propõem Leland e Toft (1996), mas será aquele que mais aproxima as probabilidades estimadas às históricas, por classificação de *rating*, publicadas pela Moody's. Por essa razão, denominou-se como Ponto de Inadimplência Empírico.

A definição das variáveis utilizadas para determiná-lo encontra-se a seguir:

(a) Volatilidade das ações :

Foram coletados os preços de fechamento mensais das ações de maior liquidez de cada empresa da amostra, do período de 2001 até 2005, e calculou-se o desvio-padrão da série dos logaritmos dos retornos.

(b) Taxa Livre de Risco:

Considera-se como taxa livre de risco esperada $r = 10\%$ a.a., estimada com base na taxa histórica da TJLP praticada pelo BNDES nas operações de financiamento de longo prazo.

(c) Dividendos

Equivale ao pagamento a ser realizado pela empresa aos credores e acionistas. É uma estimativa da saída de recursos para pagamento de dívida (juros) mais remuneração dos acionistas (dividendos), medida como uma fração do valor do ativo. São estimados dois pagamentos de dividendos, d_{min} e d_{max} , em função da estimativa do custo da dívida descrita adiante em (g). O dividendo é determinado conforme a seguinte equação:

$$d_{min} = d + J_{min} \text{ e } d_{max} = d + J_{max}$$

Em que :

d = remuneração paga aos acionistas, medida como uma fração dos ativos;

J_{min} = juros mínimos pagos aos credores, medido como uma fração dos ativos e

J_{max} = juros máximos pagos aos credores, medido como uma fração dos ativos.

A remuneração dos acionistas d é estimada com base no histórico da fração dos dividendos pagos, incluindo os juros sobre capital próprio, sobre o ativo total. Foram coletados os dados trimestrais dos três últimos anos (2003 até 2005) de dividendos por ação. O valor trimestral foi

multiplicado pela quantidade de ações do início do respectivo trimestre para obter o valor dos dividendos pagos, o qual foi dividido pelo ativo total do início do trimestre.

A remuneração dos credores é estimada como uma fração da despesa de juros sobre o valor do ativo, dada por:

$$J_{\min} = \frac{K_{d\min} \times P}{V_0} \text{ e } j_{\max} = \frac{K_{d\max} \times P}{V_0}$$

Sendo:

P = valor nominal da dívida;

$K_{d\min}$ e $K_{d\max}$ = custo de capital de terceiros mínimo e máximo, conforme descrito adiante (g);

V_0 = valor de mercado dos ativos.

(d) Valor Nominal da Dívida, P

Estima-se que o valor nominal refere-se à soma do Passivo Circulante e Exigível a Longo Prazo

(e) Taxa de Retorno dos Ativos

São estimadas duas taxas de retorno dos ativos: $E_{\min}(m)$ e $E_{\max}(m)$, obtidas pela média ponderada da taxa esperada de retorno da ação K_{PL} e das taxas de retorno da dívida $K_{d\min}$ e $K_{d\max}$, pela respectiva proporção de uso de capital próprio P_P e de terceiros P_D .

$$E_{\min}(m) = P_D \times K_{d\min} + P_P \times K_{PL}$$

$$E_{\max}(m) = P_D \times K_{d\max} + P_P \times K_{PL}$$

Onde

$$P_D = \left(\frac{PassCir + ExigLP}{Ativo} \right)$$

$$P_p = \left(1 - \frac{PassCir + ExigLP}{Ativo} \right)$$

(f) Custo de Capital Próprio, K_{PL}

É determinado a partir do modelo *Capital Asset Pricing Model* (CAPM):

$$K_{PL} = r + b(E(R_m) - r)$$

Em que:

$E(R_m)$ =Retorno Esperado de Mercado. Estimou-se um retorno de mercado real de 20% a.a., baseado no retorno anual médio do Ibovespa dos últimos três anos.

b =fator de risco da ação, refere-se à sensibilidade da ação à carteira de mercado. O b foi estimado através de procedimento de regressão dos retornos mensais das ações com o retorno mensal da carteira de mercado Ibovespa, do período de Janeiro de 2001 até Dezembro 2005.

r =taxa livre de risco.

(g) Custo de Capital de Terceiros, K_{dmin} e K_{dmax}

O custo de capital de terceiros é estimado como um intervalo entre a taxa livre de risco, como sendo o menor custo de capital de terceiros da empresa K_{dmin} e o custo de capital próprio, como o maior custo de capital de terceiros K_{dmax} .

(h) Volatilidade do Ativo e Valor Presente de Mercado dos Ativos

Foi utilizado o procedimento descrito em Crosbie (1999), que resolve iterativamente um sistema de duas equações: (i) B-S de avaliação do patrimônio líquido e (ii) aquela que relaciona as volatilidades do patrimônio líquido e do ativo. Na aplicação da equação de B-S, considera-se o valor nominal da dívida como sendo a soma do passivo circulante e o passivo exigível de longo prazo e o prazo de vencimento do endividamento de um ano. Isso implica que o modelo assume que a empresa possui uma única dívida, tipo *zero coupon*, com vencimento em um ano.

(i) Ponto de Inadimplência Empírico

Utiliza-se procedimento de simulação para determinar o Ponto de Inadimplência Empírico que faz com que as taxas de inadimplência calculadas aproximem-se das históricas. O Ponto de Inadimplência Empírico de cada empresa da amostra é aquele que minimiza a soma do valor absoluto das diferenças entre as probabilidades calculadas e as históricas, referente ao período de tempo e classificação de *rating* da probabilidade calculada, dado por:

$$SomaDif_i = \sum_{t=1}^{20} abs(P_{i,t}^{calc} - P_{j,t}^{hist})$$

Em que:

$SomaDif_i$ = Soma do valor absoluto das diferenças;

$P_{i,t}^{calc}$ = Probabilidade calculada no ponto de inadimplência V_{Bi} , ano t e

$P_{j,t}^{hist}$ = Probabilidade histórica do *rating* j , ano t .

Inicia-se o procedimento de simulação com o Ponto de Inadimplência Empírico a 5% de V_0 ; aplica-se a função que calcula a probabilidade de inadimplência para o ano um, compara-se o resultado com a taxa histórica e computa-se a diferença em $SomaDif$. Repete-se o procedimento para o prazo $t=2$; computa-se a diferença entre a taxa estimada e a histórica, somando esse valor ao anterior, $SomaDif$. Repete-se o procedimento até o prazo $t=20$ anos e, com isso, tem-se a soma

das diferenças das taxas calculadas e históricas, *SomaDif*. Em seguida, repete-se o procedimento para o Ponto de Inadimplência 5% maior do que o anterior; computa-se a segunda *SomaDif* e, assim por diante, até que o Ponto de Inadimplência atinja 100% do valor dos ativos.

O procedimento de cálculo do Ponto de Inadimplência Empírico é encontrado utilizando as duas taxas de retorno dos ativos $E_{min}(m)$ e $E_{max}(m)$. Tem-se, então, o Ponto de Inadimplência com a taxa de retorno mínima $V_{Btx\ min}$ e o Ponto de Inadimplência com a taxa de retorno máxima $V_{Btx\ max}$. O Ponto de Inadimplência Empírico $V_{Bempirico}$ refere-se à média dos pontos $V_{Btx\ min}$ e $V_{Btx\ max}$.

$$V_{Bempirico} = \frac{V_{Btx\ min} + V_{Btx\ max}}{2}$$

A probabilidade de inadimplência é obtida pela equação 11:

$$P\{V \leq V_B\} = F(T, b, m, d, s_v) = N \left[\frac{-b - \left(m - d - \frac{1}{2} s_v^2 \right) T}{s_v \sqrt{T}} \right] + e^{\frac{-2b(m-d-\frac{1}{2}s_v^2)}{s_v^2}} N \left[\frac{-b + \left(m - d - \frac{1}{2} s_v^2 \right) T}{s_v \sqrt{T}} \right]$$

A probabilidade do ano um refere-se à probabilidade do valor do ativo atingir o Ponto de Inadimplência Empírico em qualquer período daquele ano; a probabilidade do ano dois refere-se à probabilidade do valor do ativo atingir a barreira em qualquer período do ano zero até o ano dois e, assim por diante, até $T=20$ anos, cuja probabilidade equivale à probabilidade de inadimplência do ano zero até o 20.

Para se comparar a probabilidade calculada com a inadimplência histórica, torna-se necessário obter a classificação de *rating* das empresas da amostra. Utilizaram-se as classificações de *rating*, Escala Global, disponibilizadas pelas agências Standard & Poors e Moody's. Aplicou-se a classificação da escala global para que possam ser realizadas comparações com a inadimplência histórica divulgada pela Moody's, tabela 4.

As empresas podem apresentar os seguintes *ratings* em Escala Global: *rating* das obrigações em moeda estrangeira e das obrigações em moeda nacional. Foram consideradas as classificações em

Escala Global das obrigações em moeda estrangeira; entretanto, quando esta não estava disponível, utilizou-se a classificação em Escala Global das obrigações em moeda nacional.

Usando-se o critério de equivalência entre os *ratings* das duas agências, as empresas que estavam classificadas somente pela Standard & Poors passam a receber a classificação da Moody's. As empresas da amostra apresentam *ratings* de Baa1 até Caa-C, conforme tabela a seguir.

Tabela 4- Classificação de Rating da Amostra

Moody's			Standard & Poors		
Rating	Escala Global-Moeda Local	Escala Global-Moeda Estrangeira	Escala Global Moeda Local	Escala Global Moeda Estrangeira	Ranking
		Ba2	BBB	BBB-	10
			BB-/Estável/--	BB-/Estável/--	13
	Baa3		BBB-/Estável/--	BBB-/Estável/--	10
	Ba1				11
	B3				16
			CCC+/Postiva/--	CCC+/Postiva/--	17
	B1				14
	Ba3				13
			BB+/Estável/--	BB/Estável/--	12
			B+/Estável/--	B/Estável/--	14
	Baa3		BBB-/Estável/--	BBB-/Estável/--	10
	Ba3	Ba3			13
	Ba2	Ba1	BB+/Estável/--	BB/Estável/--	12
		Ba3			13
			BB/Estável/--	BB/Estável/--	12
	B1		BB-/Estável/--	BB-/Estável/--	13
	A2	Baa2			9
	Ba2		BB/Estável/--	BB/Estável/--	12
	Ba2	Ba2	BB/Estável/--	BB/Estável/--	12
	Baa2		BB/Watch Pos/--	BB/Watch Pos/--	12
				BB-/Estável/--	13
	Baa3				10
			BB+/Estável/--	BB/Estável/--	12
		Ba2	BB+/Estável/--	BB/Estável/--	12
	Baa1	Baa3	BBB+/Estável/--	BBB+/Estável/--	8
			BBB-/Estável/--	BBB-/Estável/--	10

Os *ratings* hachurados referem-se às classificações do emissor

Fonte: Moodys e Standard & Poors

As probabilidades de inadimplência obtidas pelo modelo de um até 20 anos são comparadas com o histórico de inadimplência de cada classificação de *rating* a cada ano, apresentado na Tabela 5, a seguir.

Tabela 5- Inadimplência histórica por classificação de rating

%	Ano 1	Ano 2	Ano 3	Ano 4	Ano 5	Ano 6	Ano 7	Ano 8	Ano 9	Ano 10	Ano 11	Ano 12	Ano 13	Ano 14	Ano 15	Ano 16	Ano 17	Ano 18	Ano 19	Ano 20
Aaa	0.00	0.00	0.00	0.04	0.09	0.14	0.20	0.21	0.21	0.21	0.21	0.21	0.21	0.21	0.21	0.21	0.21	0.21	0.21	0.21
Aa1	0.00	0.00	0.00	0.11	0.17	0.19	0.19	0.19	0.19	0.19	0.19	0.19	0.36	0.58	0.85	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95
Aa2	0.00	0.01	0.05	0.12	0.23	0.29	0.35	0.42	0.50	0.59	0.69	0.80	0.85	0.85	0.85	0.98	1.19	1.44	1.72	1.75
Aa3	0.02	0.04	0.08	0.14	0.20	0.26	0.30	0.32	0.33	0.39	0.46	0.65	0.83	0.94	1.05	1.18	1.33	1.51	1.52	1.52
A1	0.00	0.09	0.24	0.34	0.42	0.49	0.55	0.61	0.69	0.80	0.95	1.11	1.30	1.56	1.85	2.17	2.32	2.32	2.32	2.32
A2	0.03	0.08	0.22	0.43	0.61	0.80	1.00	1.22	1.41	1.52	1.57	1.62	1.68	1.75	1.84	2.02	2.42	2.90	3.24	3.32
A3	0.04	0.17	0.36	0.49	0.66	0.86	1.02	1.20	1.35	1.41	1.49	1.50	1.58	1.68	2.05	2.54	3.09	3.76	4.17	4.50
Baa1	0.17	0.45	0.79	1.10	1.38	1.60	1.86	1.98	2.09	2.18	2.27	2.46	2.72	3.17	3.53	3.95	4.45	4.66	4.66	4.66
Baa2	0.16	0.47	0.88	1.52	2.07	2.64	3.18	3.69	4.28	5.10	5.91	6.84	7.56	8.22	9.13	9.71	10.26	10.83	11.51	11.87
Baa3	0.33	0.96	1.68	2.53	3.54	4.54	5.45	6.29	6.89	7.45	7.81	8.07	8.91	9.68	9.85	9.85	9.87	10.37	10.70	10.99
Ba1	0.75	2.01	3.57	5.12	6.64	8.23	9.26	10.22	11.00	11.83	12.79	14.03	14.80	15.41	15.89	16.73	18.23	19.52	20.84	21.29
Ba2	0.78	2.30	4.31	6.42	8.35	9.70	11.15	12.41	13.68	14.56	15.57	17.00	18.43	19.64	21.33	22.75	23.41	23.57	23.81	23.81
Ba3	2.07	5.75	10.15	14.57	18.21	21.54	24.83	28.00	30.86	33.54	35.32	36.65	38.27	40.39	41.48	42.10	42.48	42.69	42.69	42.94
B1	3.22	8.70	14.36	19.33	24.54	29.45	34.33	38.20	41.18	43.91	45.55	46.78	47.77	48.82	49.45	49.89	49.89	49.89	49.89	49.89
B2	5.46	12.51	18.54	23.80	28.09	31.40	33.86	35.86	38.45	40.52	41.35	42.03	42.74	43.90	45.13	45.62	46.06	46.47	46.47	46.47
B3	10.46	19.78	28.53	35.90	42.00	47.71	52.01	55.65	57.94	59.69	60.66	61.90	62.52	62.52	62.52	62.52	62.52	62.70	62.70	62.70
Caa-	20.98	33.37	43.50	51.40	57.01	61.40	64.76	68.70	73.53	78.67	79.11	79.11	79.11	79.11	79.11	79.11	79.11	79.11	79.11	79.11

Fonte: Moodys

5.2 Relação Ponto de Inadimplência e Características das Empresas

Reisz e Perlich (2004) computam a barreira como um percentual do valor de mercado do ativo e encontra relação positiva da barreira e endividamento e, negativa, com volatilidade. Esses autores explicam que os credores fornecem mais dívida para empresas mais seguras (menos voláteis) e, ao mesmo tempo, exigem maior proteção através de um ponto de inadimplência mais alto. Essa teoria é consistente com a de estrutura de capital. Com o objetivo de investigar a teoria de estrutura de capital e a de decisão de falência, realiza-se regressão por mínimos quadrados ordinários, utilizando como variável dependente Ponto de Inadimplência Empírico e como variáveis independentes as características das empresas.

A equação da regressão é dada por:

$$V_{Bempirico} = \mathbf{b}_0 + \mathbf{b}_1 \text{Volatilidade}_{ativo} + \mathbf{b}_2 \text{Alavancagem} + \mathbf{b}_3 \text{Setor} + \\ + \mathbf{b}_4 \text{Tamanho} + \mathbf{b}_5 \text{Rentabilidade} + \mathbf{b}_6 \text{CapitalGiro} + \mathbf{b}_7 \text{OportunidadeInvestimento}$$

Da mesma forma que Reiz e Perlich (2004) investigam a relação negativa entre volatilidade, alavancagem e Ponto de Inadimplência, pode-se estender esta idéia para a variável capital de giro, rentabilidade e oportunidade de investimento. Empresas com capital de giro maior são menos arriscadas, fazendo com que seus acionistas exijam uma proteção menor, impondo um Ponto de Inadimplência menor. Espera-se, então, uma relação negativa entre Ponto de Inadimplência e Capital de Giro.

As variáveis rentabilidade e oportunidades de investimento devem apresentar relação negativa com Ponto de Inadimplência por duas razões: primeiro, pela teoria de estrutura de capital elas devem ter relação negativa com alavancagem e segundo, porque quanto maior a rentabilidade e as oportunidades de investimento, mais favorável é a percepção da empresa pelos acionistas que acabam exigindo menor proteção, impondo um Ponto de Inadimplência menor.

As variáveis setor e tamanho controlam as diferenças específicas de cada setor industrial e de tamanho, respectivamente.

As variáveis utilizadas nas regressões e os respectivos sinais esperados estão expressos no Quadro 2, abaixo:

Quadro 2- Variáveis das Regressões por Mínimos Quadrados

Variável Dependente	Definição	Sinal Esperado	Equação
Ponto de Inadimplência Médio (V_{Bmedio})	Refere-se à média dos Pontos de Inadimplência Empírico, obtido com a taxa de crescimento esperada máxima, $E_{max}(m)$, e o Ponto de Inadimplência Empírico obtido com a taxa de crescimento esperada mínima, $E_{min}(m)$.		$\frac{V_{Btx\max} + V_{Btx\min}}{2}$
Variáveis Independentes	Definição		Equação
Volatilidade dos ativos (S_A)	Obtido a partir do procedimento descrito em 5.1.	(-)	
Tamanho da Empresa	Logaritmo do Valor de Mercado dos Ativos.		$\ln(A_{mercado})$
Setor Econômico	Classificação da Econômica.		
Alavancagem (1) Mercado	Valor contábil da dívida sobre valor de mercado dos ativos.	(+)	$\frac{D_{contabil}}{A_{mercado}}$
Alavancagem (2) Mercado	Fração da dívida sobre ativo de mercado, sendo que a dívida é obtida pela diferença entre o valor de mercado do ativo e o valor de mercado do patrimônio líquido.	(+)	$\frac{A_{mercado} - PL_{mercado}}{A_{mercado}}$
Alavancagem Contábil	Valor Contábil da Dívida sobre Valor Contábil do Ativo.	(+)	$\frac{D_{contabil}}{A_{contabil}}$
Endividamento de Curto Prazo (Mercado)	Passivo Circulante sobre valor de mercado do ativo.	(+)	$\frac{PC}{A_{mercado}}$
Endividamento de Curto Prazo (Contábil)	Passivo Circulante sobre valor contábil do ativo.	(+)	$\frac{PC}{A_{contabil}}$
Rentabilidade	Lucro Antes de Juros e Imposto de Renda, EBIT sobre Valor de Mercado do Patrimônio Líquido.	(-)	$\frac{EBIT}{PL_{mercado}}$
Capital de Giro Mercado	Fração do Ativo Circulante menos Passivo Circulante do Valor de Mercado do Ativo.	(-)	$\frac{AC - PC}{A_{mercado}}$
Capital de Giro Contábil	Fração do Ativo Circulante menos Passivo Circulante do Valor Contábil do Ativo.	(-)	$\frac{AC - PC}{A_{contabil}}$
Oportunidade de Investimento	Logaritmo da fração do Valor de Mercado dos Ativos sobre Valor Contábil dos Ativos	(-)	$\ln\left(\frac{A_{mercado}}{A_{contabil}}\right)$

5.3 Ponto de Inadimplência Ótimo

O problema de determinação do Ponto de Inadimplência Ótimo será tratado, neste trabalho, como um problema de maximização de valor de mercado patrimonial, conforme teoria de Leland e Toft (1996). Entretanto, o procedimento implementado neste trabalho difere daquele proposto como sendo um problema de parada ótima que maximiza o valor do acionista.

O Ponto de Inadimplência Ótimo é determinado calculando-se, para cada empresa, um valor de mercado patrimonial, $PL(V_0; V, T)$, e o Ponto de Inadimplência Ótimo, V_{Botimo} , é aquele em que se observa o maior valor. Dessa forma, para cada empresa da amostra, calculou-se um V_{Botimo} , dado por:

$$V_{Botimo} = \text{Maximo}[PL(V_0; V_B = 0.05:1.00, T)]$$

Para encontrá-lo, é necessário determinar o valor de mercado patrimonial para cada Ponto de Inadimplência, que se inicia em 5% de V_0 até 100%, com intervalos de 5%. O valor de mercado patrimonial refere-se à diferença entre o valor de mercado do ativo alavancado e o valor de mercado do endividamento. Conforme descrito em 3.5.6, o valor de mercado do ativo alavancado deve incorporar o benefício da dedutibilidade da despesa de juros $BI(V_0)$ e o custo de falência $CF(V_0)$, em decorrência do endividamento, dado por $V^A(V) = V + BI(V) - CF(V)$.

Para cada Ponto de Inadimplência V_B , calculam-se dois benefícios tributários $BI_{max}(V_0)$ e

$BI_{min}(V_0)$, obtidos aplicando $BI(V_0) = i \frac{C}{r} - \left(\frac{iC}{r} \right) \left(\frac{V_0}{V_B} \right)^{g_2}$, [Eq. 16]. Consiste na multiplicação da

alíquota de imposto de renda i , pelo valor presente dos juros pagos aos credores C/r , decorrente de uma dívida perpétua e por um menos probabilidade de inadimplência risco-neutra $(1-PI_{RN})$. São calculados dois benefícios tributários em função da utilização das duas estimativas de juros de dívida e de dividendos, K_{dmin} , K_{dmax} , d_{min} e d_{max} , conforme detalhado a seguir.

$$BI_{min}(V_0) = i \frac{C_{min}}{r} \times (1 - PI_{RNmin})$$

$$BI_{max}(V_0) = i \frac{C_{max}}{r} \times (1 - PI_{RNmax})$$

(a) Alíquota de Imposto de Renda (i)

Estimou-se uma alíquota de 35% de imposto de renda.

(b) Juros (C)

Refere-se à taxa de juros da dívida multiplicada pelo valor nominal da dívida P . São estimados dois valores de juros C_{min} e C_{max} :

$$C_{min} = P \times K_{dmin} \text{ e } C_{max} = P \times K_{dmax}$$

(c) Taxa de Juros (K_d)

Assim como 5.1, sendo que a menor taxa é a de juros livre de risco, estimada em $K_{dmin}=r=10\%$ e, a maior taxa, o custo de capital próprio ($K_{dmax}=K_{PL}$).

(d) Valor Nominal da Dívida (P)

Estima-se que o valor nominal refere-se à soma do Passivo Circulante e Exigível a Longo Prazo

(e) Probabilidade de Inadimplência Risco-Neutra da perpetuidade (PI_{RN})

São estimadas duas probabilidades risco-neutra (PI_{RNmin} e PI_{RNmax}), em função das duas estimativas de dividendos d_{min} e d_{max} , utilizando a definição da probabilidade de inadimplência

Risco-Neutra $PI_{RN} = \left[\frac{V_0}{V_B} \right]^{g_2}$, com as variáveis obtidas em 5.1: valor de mercado V_0 , dividendos d_{min} e d_{max} ; volatilidade dos ativos s_V e a taxa livre de risco.

Foram estimados dois custos de falência $CF_{min}(V_0)$ e $CF_{max}(V_0)$, aplicando $CF(V_0) = rV_B \left(\frac{V_0}{V_B} \right)^{g_2}$ [Eq. 15], resultado da multiplicação da perda incorrida pelo credor no processo de falência r pelo valor de ativos mínimo V_B , pela probabilidade de inadimplência risco-neutra PI_{RN} . Estimou-se $r=70\%$ do valor dos ativos em caso de inadimplência V_B .

O valor $r=70\%$ baseia-se em Covitz e Han (2004) que relatam uma taxa de recuperação de 40% do valor dos ativos, ou seja, uma perda de 60% para o caso do mercado americano. Incluiu-se uma perda de 10% como um ajuste para o caso brasileiro. As pesquisas de Leland entre outros, que utilizam dados do mercado americano, apresentam uma perda em caso de falência estimada entre 30% e 50% do valor dos ativos.

$$CF_{min}(V_0) = rV_B \times PI_{RNmin}$$

$$CF_{max}(V_0) = rV_B \times PI_{RNmax}$$

Assim, para cada empresa da amostra e para cada Ponto de Inadimplência V_B , terão sido computados dois valores de ativo de mercado alavancado, conforme as equações a seguir:

$$V_{min}^A(V_0) = V_0 + BI_{min}(V_0) - CF_{min}(V_0)$$

$$V_{max}^A(V_0) = V_0 + BI_{max}(V_0) - CF_{max}(V_0)$$

Uma vez obtidos os $V_{min}^A(V_0;V_B)$ e $V_{max}^A(V_0;V_B)$, torna-se necessário determinar o valor de mercado do endividamento de cada empresa P_0 .

O valor presente do endividamento da empresa é obtido aplicando a equação 12

$$P_0 = \left[D_0^T \times (1 - PI_{RN}^T) \right] + \left[\sum_{t=0}^T J_0^t \times (1 - PI_{RN}^t) \right] + \left[rV_{B0}^s \times PI_{RN}^s \right],$$
 supondo algumas premissas simplificadoras sobre o vencimento dessa dívida para possibilitar sua implementação.

(a) Prazo do Endividamento

Considerou-se o prazo total de 20 anos.

(b) Amortização do Endividamento

Considera-se que o valor nominal da dívida P , é amortizado em 20 anos em parcelas iguais, iniciando a partir do primeiro ano até o vigésimo ano. A cada vencimento de principal, o mesmo valor será renovado pelo período de 20 anos.

(c) Parcelas de Juros

São estimados dois custos de dívida, K_{dmin} e K_{dmax} . Devido às premissas de renovação do valor do principal do endividamento, o valor nominal da dívida é constante durante todos os períodos de zero até 20 anos, garantindo, assim, que as parcelas de juros sejam constantes em todos os anos.

(d) Valor de Recuperação

O valor de recuperação é incluído na equação de valor presente da dívida em cada ano do fluxo de caixa em proporções anuais iguais, obtidas dividindo-se o valor de recuperação pelo período total da dívida, 20 anos.

Dessa forma, o valor presente do endividamento é dado pela soma dos valores presentes dos fluxos de caixa esperados do período de um até 20 anos, dado por:

$$P_{0\min} = \sum_{t=1}^{20} FC_{0\min}^t$$

$$P_{0\max} = \sum_{t=1}^{20} FC_{0\max}^t$$

Sendo $FC_{0\min}^t$ e $FC_{0\max}^t$, o valor presente do fluxo de caixa anual esperado de cada ano t , que é dado pelo valor do fluxo da dívida do ano t , trazido a valor presente pela taxa livre de risco r , multiplicado por um menos a probabilidade risco-neutra de inadimplência da data presente até a data t , PI_{RN}^t somado ao valor da perda esperada, multiplicada pela probabilidade de inadimplência livre de risco PI_{RN}^t . Para cada ano, são calculados dois fluxos de caixa em função das duas estimativas de custo de dívida, C_{\min} e C_{\max} , conforme a equação abaixo:

$$FC_{0\min}^t = \left[\frac{(P/20 + C_{\min})}{(1+r)^t} \times (1 - PI_{RN\min}^t) \right] + \left[r \frac{V_B}{20} \times PI_{RN\min}^t \right]$$

$$FC_{0\max}^t = \left[\frac{(P/20 + C_{\max})}{(1+r)^t} \times (1 - PI_{RN\max}^t) \right] + \left[r \frac{V_B}{20} \times PI_{RN\max}^t \right]$$

Sendo:

P = valor principal da dívida;

$PI_{RN\min}^t$ e $PI_{RN\max}^t$ = probabilidade risco-neutra de inadimplência, no período entre data presente até a data de amortização e pagamento dos juros t e

rV_B = taxa de recuperação.

A próxima etapa do procedimento é determinar o valor de mercado patrimonial, $PL_{\max}(V_0; V_B, T)$, resultado da diferença entre $V_{\max}^A(V_0; V_B)$ e $P_{0\max}$ e $PL_{\min}(V_0; V_B, T)$, resultado da diferença entre $V_{\min}^A(V_0; V_B)$ e $P_{0\min}$. Para cada empresa e para cada nível de inadimplência, são obtidos dois valores patrimoniais: $PL_{\max}(V_0; V_B, T)$ e $PL_{\min}(V_0; V_B, T)$, o que resultará, portanto, em dois Pontos de Inadimplência Ótimos: $V_{Botimomin}$ e $V_{Botimomax}$.

$$PL_{\min}(V_0) = V_{\min}^A(V_0) - P_{0\min}$$

$$PL_{\max}(V_0) = V_{\max}^A(V_0) - P_{0\max}$$

O último passo refere-se à aplicação do teste de médias emparelhadas que testa a hipótese nula de que a diferença entre as duas séries, Ponto de Inadimplência Ótimo e Ponto de Inadimplência Empírico, é zero. Se a hipótese nula for rejeitada, então, é possível concluir que elas são diferentes, caso contrário obtêm-se evidência em favor da **hipótese 2** deste trabalho.

6 RESULTADOS OBTIDOS

Nesta seção, serão apresentados os resultados obtidos com a aplicação das metodologias apresentadas em 5.

6.1 Ponto de Inadimplência Empírico

O procedimento de cálculo das probabilidades de inadimplência iniciou-se com a estimativa da volatilidade e valor dos ativos, os quais são apresentados na Tab. 2: Volatilidade e Valor de Mercado do Ativo. Adicionalmente, pode-se analisar a volatilidade média por classificação de *rating*, apresentada na Tab. 1, a seguir:

Classificação	Média Volatilidade do Ativo	Média Volatilidade das Ações
Baa1	0.3336	0.4168
Baa2	0.3080	0.4777
Baa3	0.2622	0.3978
Ba1	0.1240	0.3532
Ba2	0.2248	0.4359
Ba3	0.3545	0.5764
B1	0.2115	0.4887
B3	0.0200	0.3533
Caa-C	0.0640	0.5568
Total	0.2494	0.4632

Tab. 1: Estimativa de Volatilidade do Ativo Média por Rating

	Volatilidade Ativo	Volatilidade Ações	PL Mercado / PL Contábil	Relação Ativo Valor Mercado / Contábil
Vale Rio Doce	0.3336	0.4168	4.01	2.25
Petrobras	0.3080	0.4777	2.04	1.36
Ambev	0.3061	0.3691	2.95	2.11
Aracruz	0.2311	0.3452	2.31	1.53
Embraer	0.2694	0.4952	2.74	1.41
Telesp	0.3118	0.4167	2.27	1.65
Votorantim C P	0.1928	0.3630	1.33	1.09
Brasil Telecom	0.1240	0.3532	0.99	0.93
Braskem	0.2125	0.5248	1.46	1.05
Eletrobras	0.1734	0.4833	0.30	0.52
Gerdau	0.3226	0.5194	2.16	1.28
Klabin	0.2364	0.3686	1.70	1.26
Sadia SA	0.1802	0.3405	1.97	1.27
Sid Nacional	0.1996	0.4490	2.01	1.20
Telemar-Tele NL Par	0.2142	0.4257	1.99	1.16
Ultrapar	0.1747	0.2833	1.47	1.18
Usiminas	0.3093	0.5282	1.36	1.12
Ampla Energ	0.2493	0.5234	1.80	1.18
Copel	0.2194	0.4332	0.90	0.89
Embratel Part	0.4821	0.7708	0.91	0.88
Ipiranga Pet	0.2151	0.3976	1.13	1.01
Net	0.6513	0.8776	6.81	2.48
Telemig Celul Part	0.3101	0.4560	1.55	1.17
Cemig	0.2183	0.3803	2.14	1.35
Eletropaulo Metro	0.2047	0.5972	2.14	1.12
CEB	0.0200	0.3533	0.11	0.63
Cesp	0.0640	0.5568	0.20	0.65
Média	24.94%	0.4632	1.88	1.25
Desvio Padrão	12.07%	0.1302	1.30	0.45
10º Percentil	15.36%	0.3500	0.66	0.79
90º Percentil	32.70%	0.5729	2.83	1.83

Tab. 2: Volatilidade e Valor de Mercado do Ativo

Com s_V e V_0 estimados, partiu-se para o cálculo do Ponto de Inadimplência Empírico, $V_{Bempirico}$, que faz com que a probabilidade de inadimplência calculada convirja para a probabilidade de convergência histórica, conforme apresentado em 5.1.

Estimou-se a probabilidade de inadimplência para os Pontos de Inadimplência, iniciando em 5% até 100% do valor de mercado dos ativos, utilizando a taxa de retorno esperada dos ativos: $E_{min}(m)$ e $E_{max}(m)$. Para cada uma das taxas de retorno esperadas, encontrou-se um Ponto de Inadimplência específico, apresentados na coluna 2, Tabela 6- Ponto de Inadimplência Empírico. Foram obtidos Pontos de Inadimplência iguais utilizando-se as taxas $E_{min}(m)$, $E_{max}(m)$, d_{min} e d_{max} , ou seja, em todas as observações $V_{Bmax}=V_{Bmin}$. O Ponto de Inadimplência Empírico médio é $V_B=45\%$ do valor de mercado do ativo. Utilizando o Ponto de Inadimplência, $V_{Bempirico}$, foram estimadas as probabilidades de inadimplência PI_{min} e PI_{max} , considerando-se para cada prazo de $T=0$ até $T=20$ anos.

Primeiramente, torna-se relevante analisar o histórico de inadimplência apresentado na Tabela 5- Inadimplência histórica por classificação de *rating*, pois se espera que as probabilidades estimadas se aproximem da inadimplência histórica. Existem algumas classificações que apresentam uma contradição: seu histórico de inadimplência é menor do que o *rating* imediatamente posterior, *rating* mais arriscado para alguns prazos.

Através do gráfico apresentado a seguir, é possível perceber os casos em que essa contradição acontece. Por exemplo, o caso B3 e Caa-C, sendo que o B3 apresenta maior inadimplência histórica, para o período de um a três anos, do que Caa-C. O caso B2 e B1, em que B2 apresenta menor probabilidade de inadimplência do que B1 no prazo de 6 até 20 anos.

Outro fato interessante de ser observado é que as inadimplências históricas dos *ratings* menos arriscados, A3 até B2, apresentam-se muito próximas ao *rating* imediatamente posterior, mais arriscado. O *rating* A3 apresenta histórico de inadimplência muito próximo ao Baa1 por, praticamente, todos os prazos de um até 20 anos; assim como os *ratings* Baa2 e Baa3, que quase se igualam nos prazos de 15 até 20 anos.

Em função dessa contradição, as probabilidades de inadimplência estimadas serão analisadas em grupos de classificação de *ratings*: a classificação Baa1 será denominada grupo *G-1* (uma observação); as classificações Baa2 e Baa3 serão denominadas *G-2* (6 observações); Ba1 e Ba2

serão denominados *G-3* (10 observações); Ba3 como *G-4* (6 observações); B1 e B2 como *G-5* (duas observações) e, finalmente, B3 e Caa serão denominados grupo *G-6* (duas observações). Cada um dos grupos será comparado com a inadimplência histórica média dos *ratings* que compõem o respectivo grupo.

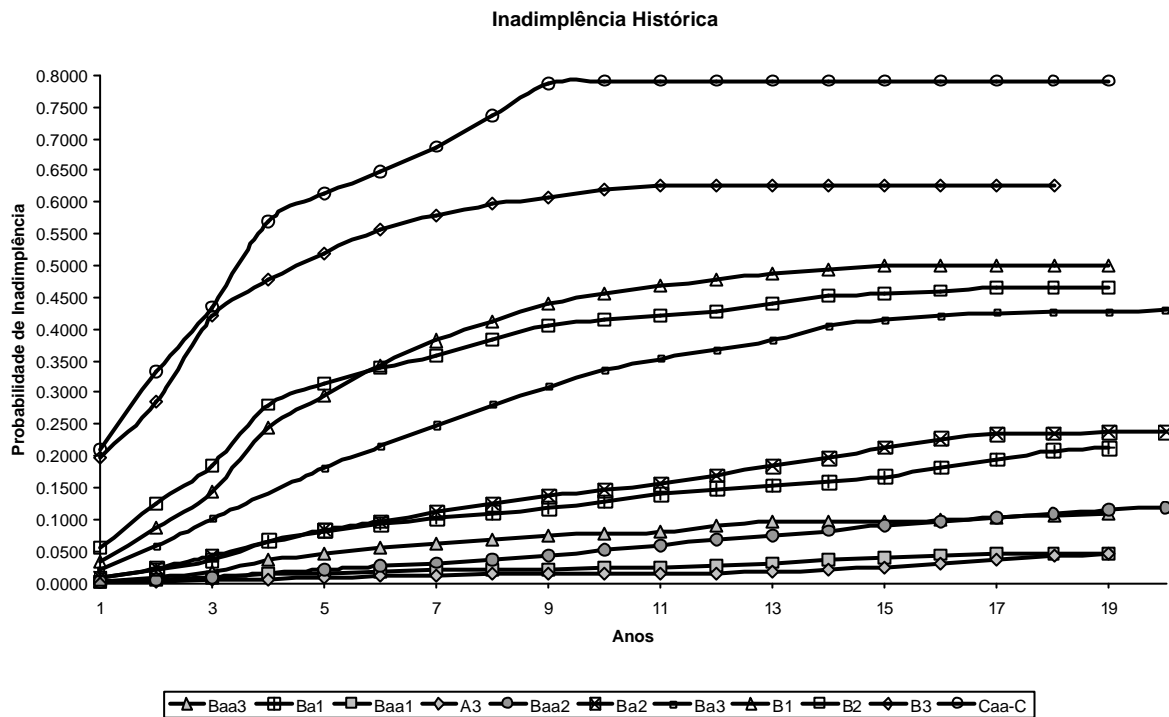


Gráfico 1- Inadimplência Histórica por Rating
Fonte: Moody's

Na tabela a seguir, são apresentados os Pontos de Inadimplência Empíricos, além dos dados alavancagem contábil e de mercado, volatilidade dos ativos, dividendos (soma da remuneração aos acionistas e credores) e a relação entre valor de mercado e contábil dos ativos. Pode-se constatar que os valores dos Pontos de Inadimplência Empíricos variam para cada empresa da amostra. Esse resultado é favorável à **Hipótese 1** de que as empresas apresentam Pontos de Inadimplência específicos, em favor do modelo de Leland e Toft (1996).

Tabela 6- Ponto de Inadimplência Empírico

Empresas	Ponto de Inadimplência Empírico	Alavancagem de Mercado	Volatilidade Ativo	Alavancagem Contábil	d_{min}	d_{min}	Valor Ativo Mercado/Contábil
Vale Rio Doce	0.10	22.06%	0.33	49.60%	4.50%	5.19%	2.25
Petrobras	0.15	39.27%	0.31	53.44%	7.85%	10.97%	1.36
Ambev	0.20	18.87%	0.31	39.87%	6.85%	8.03%	2.11
Aracruz	0.20	36.52%	0.23	55.74%	9.63%	10.20%	1.53
Embraer	0.25	50.48%	0.27	71.07%	7.75%	12.58%	1.41
Telesp	0.05	27.82%	0.31	45.77%	20.78%	22.66%	1.65
Votorantim C P	0.35	51.83%	0.19	56.44%	8.45%	9.90%	1.09
Brasil Telecom	0.60	71.74%	0.12	66.54%	9.90%	15.94%	0.93
Braskem	0.50	66.07%	0.21	69.57%	7.80%	15.73%	1.05
Eletrobras	0.80	71.06%	0.17	36.93%	7.42%	15.49%	0.52
Gerdau	0.30	41.94%	0.32	53.65%	8.13%	12.62%	1.28
Klabin	0.45	39.64%	0.24	50.12%	8.76%	11.43%	1.26
Sadia SA	0.55	52.02%	0.18	65.88%	8.01%	11.33%	1.27
Sid Nacional	0.35	61.45%	0.20	73.50%	12.87%	19.83%	1.20
Telemar-Tele NL Par	0.50	54.93%	0.21	63.52%	8.99%	14.65%	1.16
Ultrapar	0.50	42.36%	0.17	49.89%	8.86%	10.18%	1.18
Usiminas	0.30	45.90%	0.31	51.43%	9.91%	17.02%	1.12
Ampla Energ	0.55	58.10%	0.25	68.83%	5.81%	8.73%	1.18
Copel	0.70	54.58%	0.22	48.53%	5.95%	11.94%	0.89
Embratel Part	0.30	42.60%	0.48	37.41%	4.64%	11.81%	0.88
Ipiranga Pet	0.60	50.73%	0.22	51.36%	7.90%	11.30%	1.01
Net	0.15	29.55%	0.65	73.23%	2.95%	8.88%	2.48
Telemig Celul Part	0.30	35.36%	0.31	41.32%	12.29%	14.72%	1.17
Cemig	0.65	47.09%	0.22	63.69%	10.27%	14.87%	1.35
Eletropaulo Metropo	0.75	73.48%	0.20	82.37%	7.35%	17.90%	1.12
CEB	0.95	104.27%	0.02	66.02%	10.43%	14.74%	0.63
Cesp	0.95	98.29%	0.06	63.72%	9.83%	22.95%	0.65
Média	0.45	51.41%	0.25	57.39%	8.66%	13.39%	1.25
Desvio Padrão	0.25	20.27%	0.12	12.12%	3.29%	4.26%	0.45
10 ^o Percentil	0.15	28.86%	0.15	40.74%	5.34%	8.82%	0.79
90 ^o Percentil	0.33	32.70%	0.33	32.70%	11.17%	18.67%	1.83

Deste ponto em diante, passam a ser analisadas as probabilidades de inadimplência estimadas para cada um dos grupos: *G-1*, *G-2*, *G-3*, *G-4*, *G-5* e *G-6*.

A probabilidade de inadimplência estimada para o primeiro grupo está representada no Gráfico 2, abaixo, e apresenta boa convergência com relação à linha tracejada, taxa média histórica desse grupo para os prazos de 10 a 20 anos. As estimativas da probabilidade de inadimplência para os prazos de um a 9 anos apresentam-se subavaliadas. Esse fato é consistente com relato de Leland (2004) de que o modelo implementado subestima as probabilidades de inadimplência no curto prazo. Ao serem considerados os limites extremos: taxa histórica de inadimplência dos *ratings*

imediatamente anterior e posterior, A3 e grupo G-2, percebe-se que a probabilidade calculada se encontra dentre os limites extremos para os prazos de 10 a 20 anos.

Outro ponto importante de ser observado é que as probabilidades estimadas PI_{max} e PI_{min} são praticamente iguais para todos os prazos de um até 20 anos. Este fato se repete em todos os grupos, com exceção do mais arriscado, G-6.

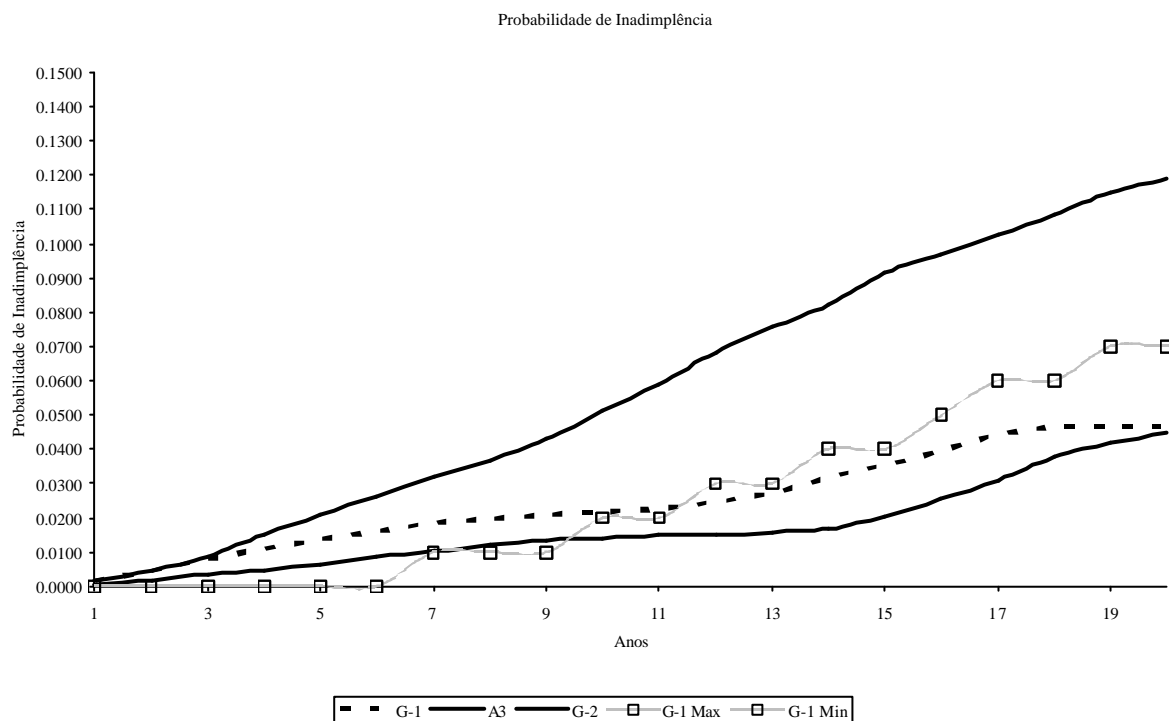


Gráfico 2- Probabilidade de Inadimplência Estimada G-1

O Gráfico 3, abaixo, apresenta as probabilidades de inadimplência estimadas mínima e máxima, para os prazos de um até 20 anos, do G-2. Apresenta boa convergência à probabilidade histórica, para os prazos de 8 até 20 anos, levando em conta os limites inferior e posterior (probabilidade histórica de inadimplência dos grupos imediatamente anterior, G-1, e posterior, G-3). As probabilidades são subestimadas para os prazos de um a 7 anos.

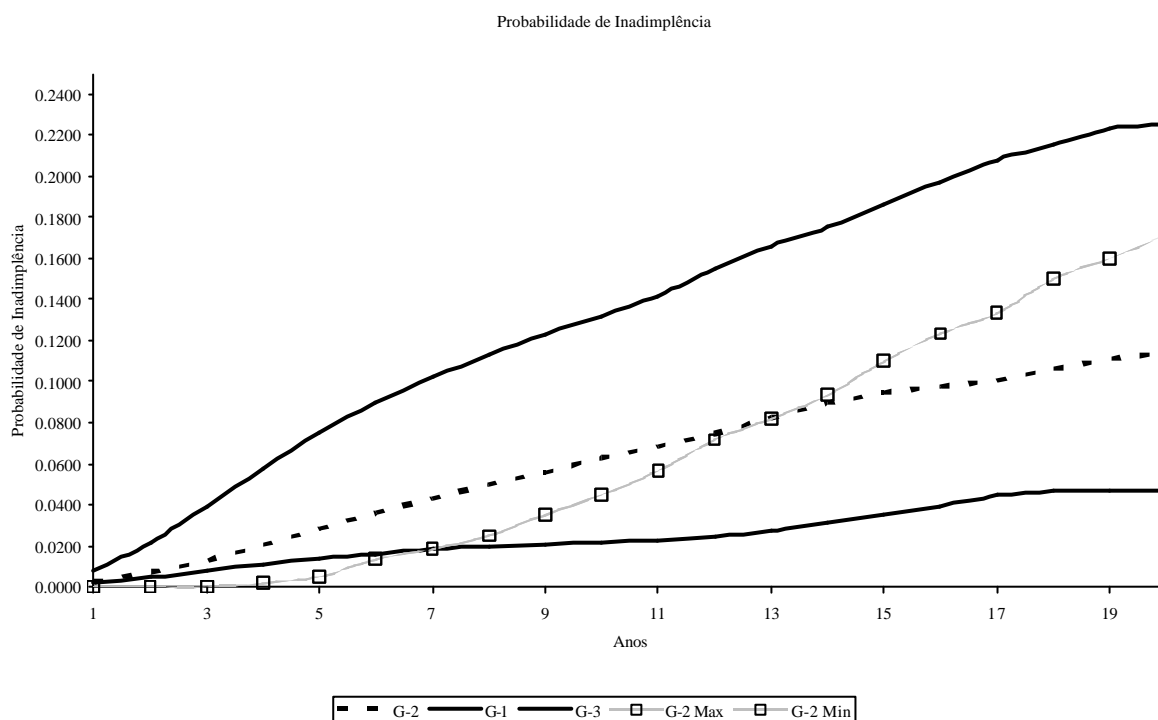


Gráfico 3- Probabilidade de Inadimplência Estimada – G-2

O Gráfico 4 indica excelente convergência às taxas históricas de inadimplência do grupo G-3. Consta-se que os limites superior e inferior são respeitados.

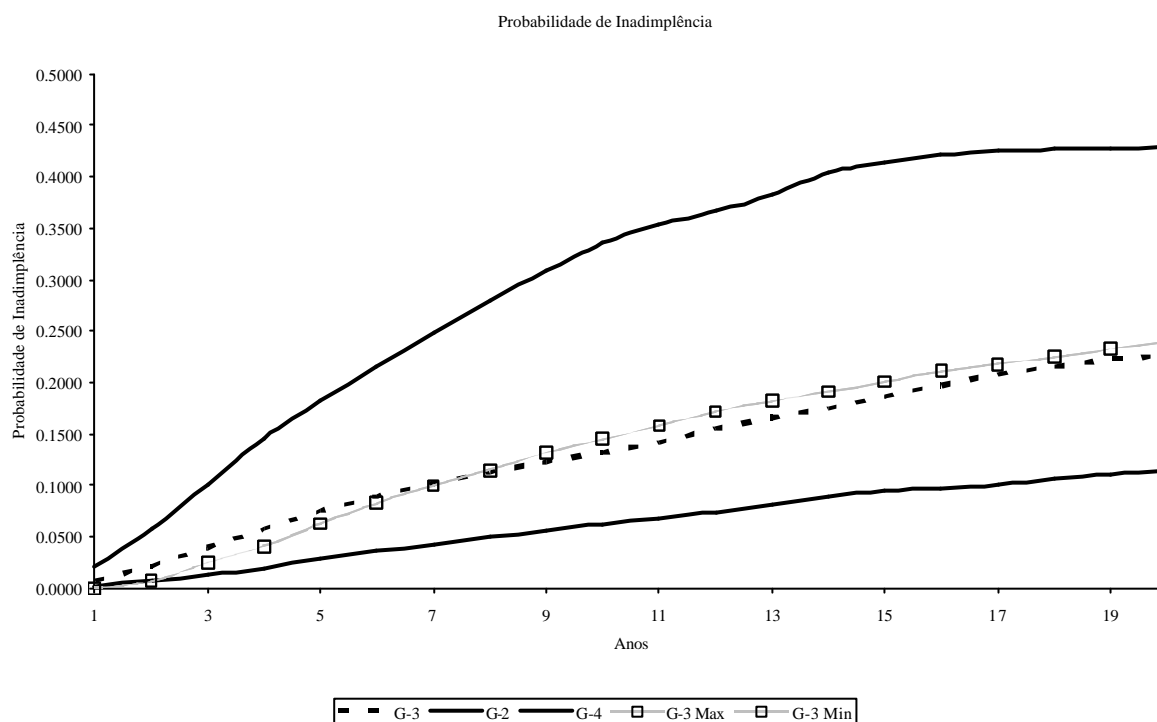


Gráfico 4- Probabilidade de Inadimplência Estimada – G-3

O Gráfico 5 refere-se ao grupo G4 e apresenta boa convergência à probabilidade histórica em todos os períodos de um até 20 anos.

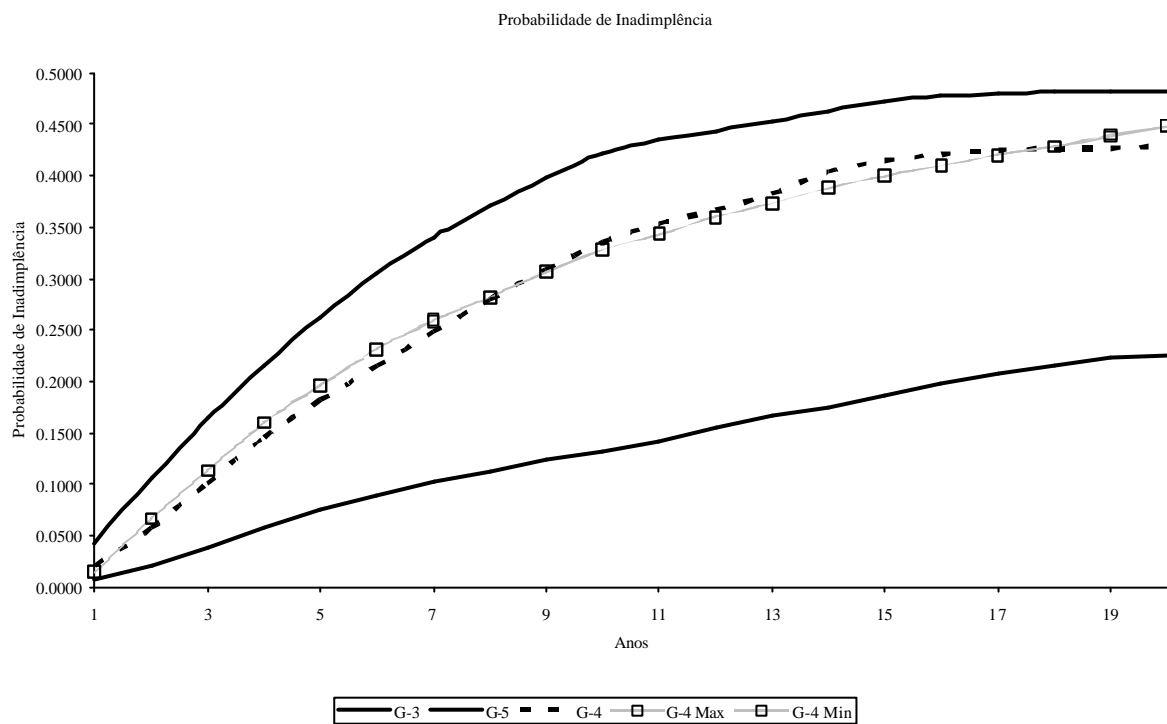


Gráfico 5- Probabilidade de Inadimplência Estimada – G4

As probabilidades estimadas do grupo *G-5* foram apresentadas no gráfico abaixo e, novamente, indicam boa convergência à inadimplência histórica, situando-se, dentro dos limites inferior e superior, os grupos *G-4* e *G-6*.

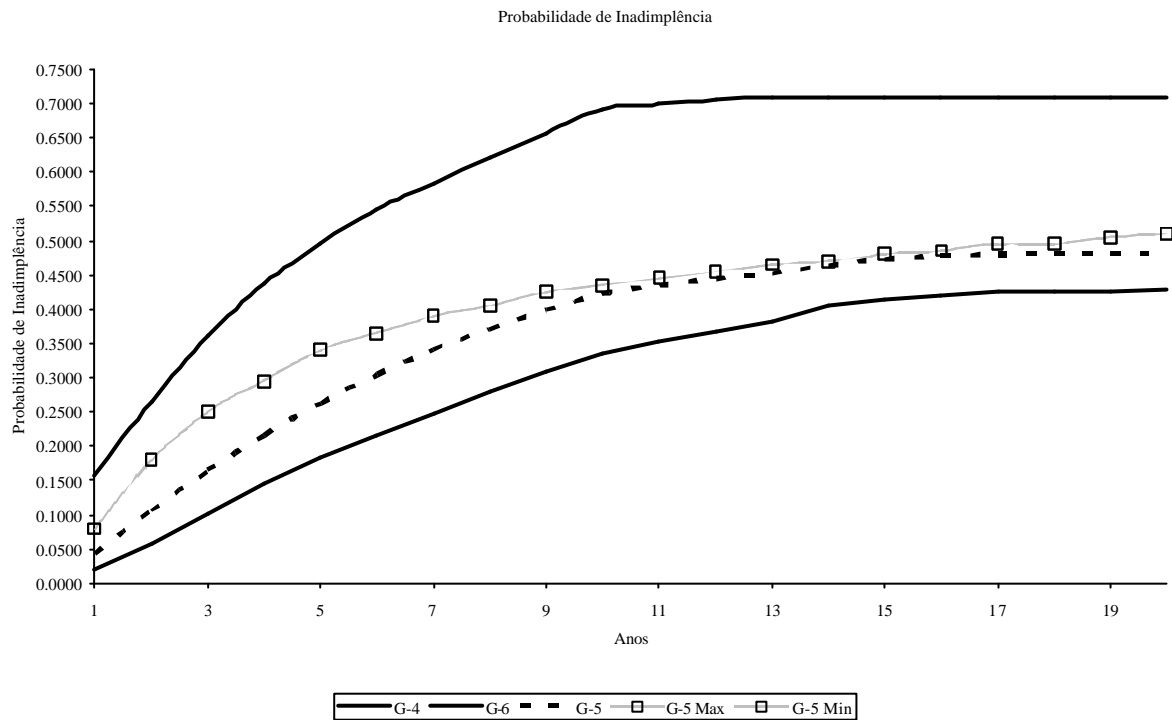


Gráfico 6- Probabilidade de Inadimplência Estimada – G-5

As probabilidades estimadas do grupo G-6, representadas no gráfico abaixo, indicam boa convergência à inadimplência histórica.

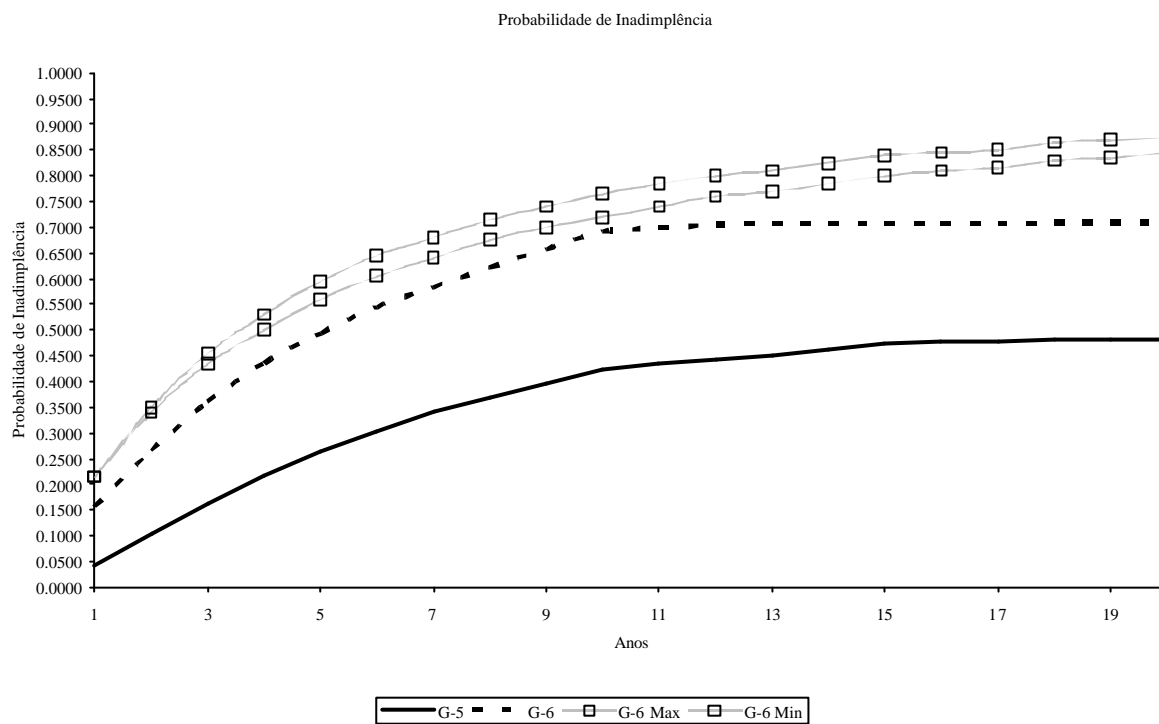


Gráfico 7- Probabilidade de Inadimplência Estimada – G-6

Para se ter uma visão de todos os grupos juntos, o gráfico abaixo apresenta a estimativa da probabilidade em linhas tracejadas e a taxa histórica média de cada um dos grupos em linhas sólidas. É possível observar que a médias das probabilidades dos grupos convergem razoavelmente bem para a taxa histórica de inadimplência média.

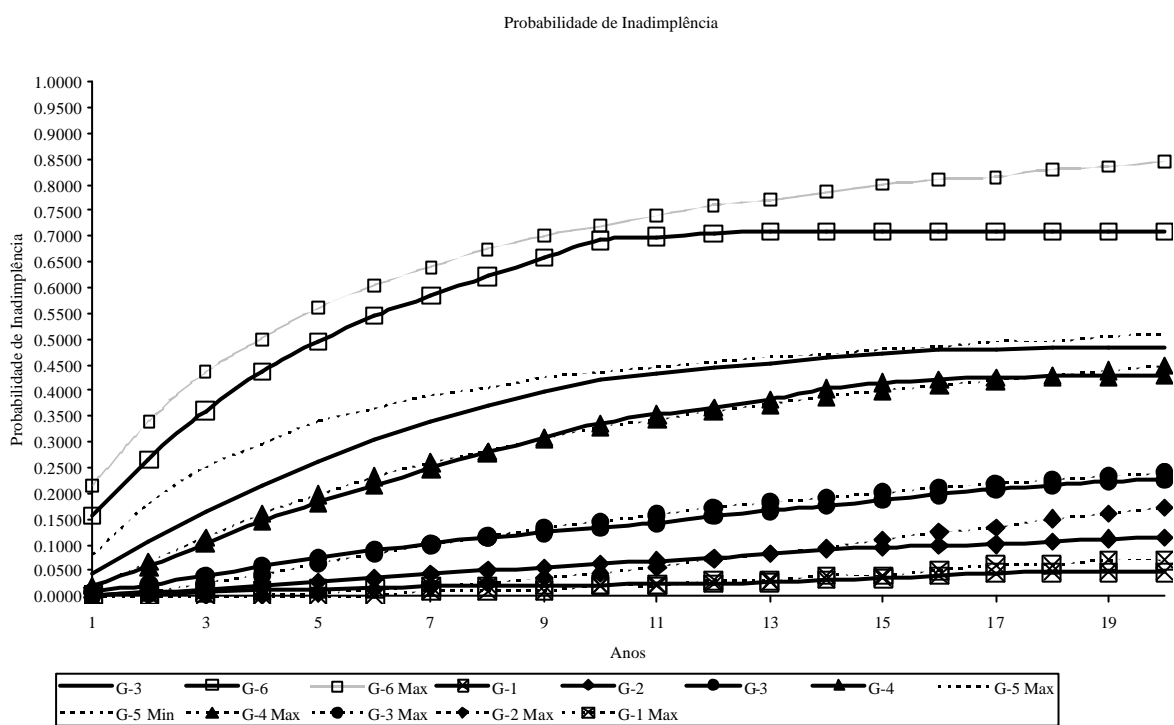


Gráfico 8- Probabilidade de Inadimplência Estimada dos Grupos x Histórico

Adicionalmente, realizou-se a comparação individual de cada uma das empresas da amostra com a respectiva taxa histórica de inadimplência. O grupo *G-1* é composto somente por uma empresa e, consistente com aquele gráfico, a estimativa da probabilidade de inadimplência é subestimada, para os períodos de um até 10 anos, e boa convergência para os períodos de 11 até 20 anos.

A análise individual das empresas que compõem o grupo *G-2* indica que as probabilidades de inadimplência estão subestimadas para os prazos de um até 9 anos e a partir do 10º ano, convergem para as respectivas taxas históricas, conforme observado na análise desse grupo, acima. Há um *outlier*, Telesp, que apresenta alta probabilidade de inadimplência, superando o grupo *G-3* no longo prazo. Este fato é explicado pela alta taxa de pagamento de dividendos (situa-se acima do 90º decil, Tabela 6).

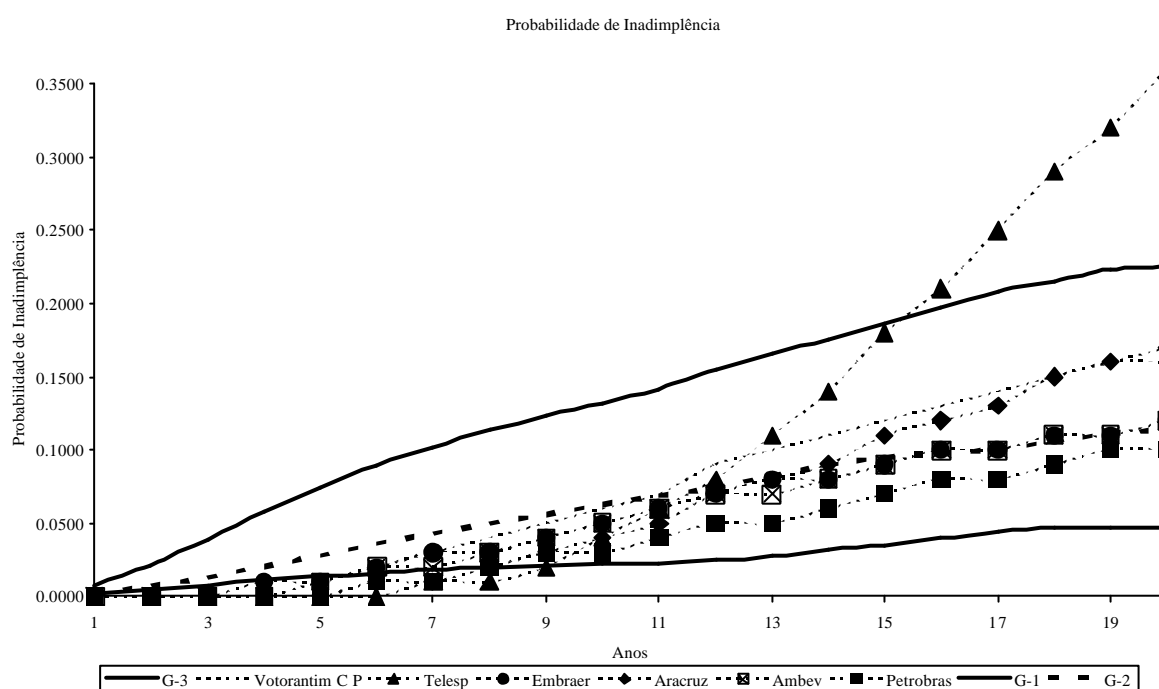


Gráfico 9- Probabilidade de Inadimplência – Análise das Empresas do Grupo *G-2*

A análise individual das empresas que compõem o grupo G-3, no gráfico abaixo, apresenta ótima convergência para as taxas históricas, conforme já observado na análise desse grupo, situam-se dentro dos limites inferior e superior dos grupos de menor e maior risco em todos os prazos de 0 até 20 anos. Neste grupo, ainda é possível apontar três observações com probabilidades subestimadas no curto prazo.

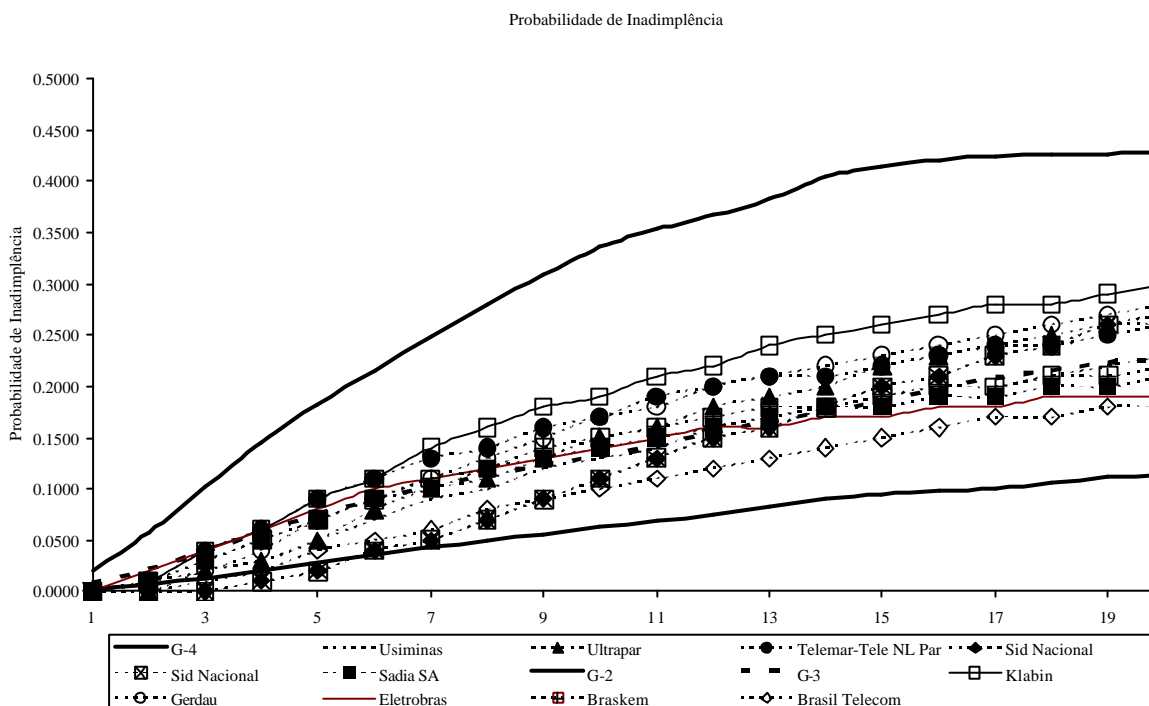


Gráfico 10- Probabilidade de Inadimplência – Análise das Empresas do Grupo G-3

A análise individual das empresas que compõem o grupo *G-4*, no gráfico abaixo, apresenta ótima convergência para as taxas históricas, com exceção de duas observações: Copel, que apresenta probabilidade superestimada para o prazo de um até 5 anos e Telemig Celular que apresenta probabilidade subestimada para o prazo de um até três anos.

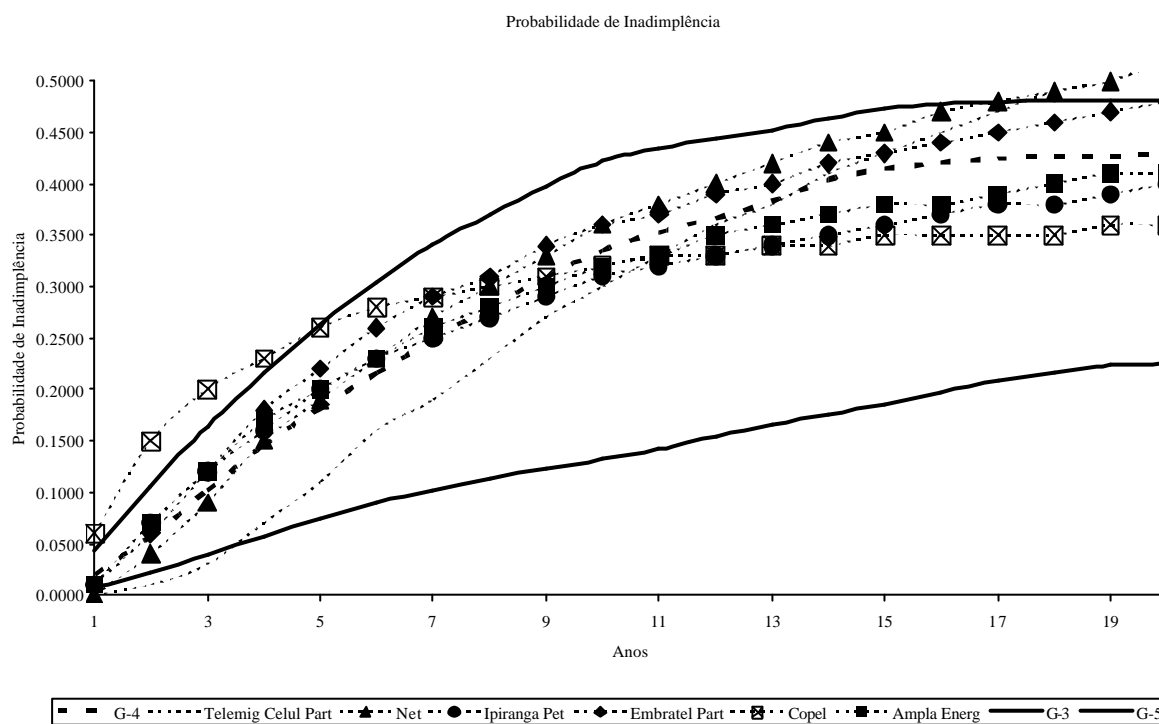


Gráfico 11- Probabilidade de Inadimplência – Análise das Empresas do Grupo *G-4*

O gráfico abaixo se refere à análise individual das empresas que compõem os grupo *G-5* e *G-6* e apresenta ótima convergência para as taxas históricas.

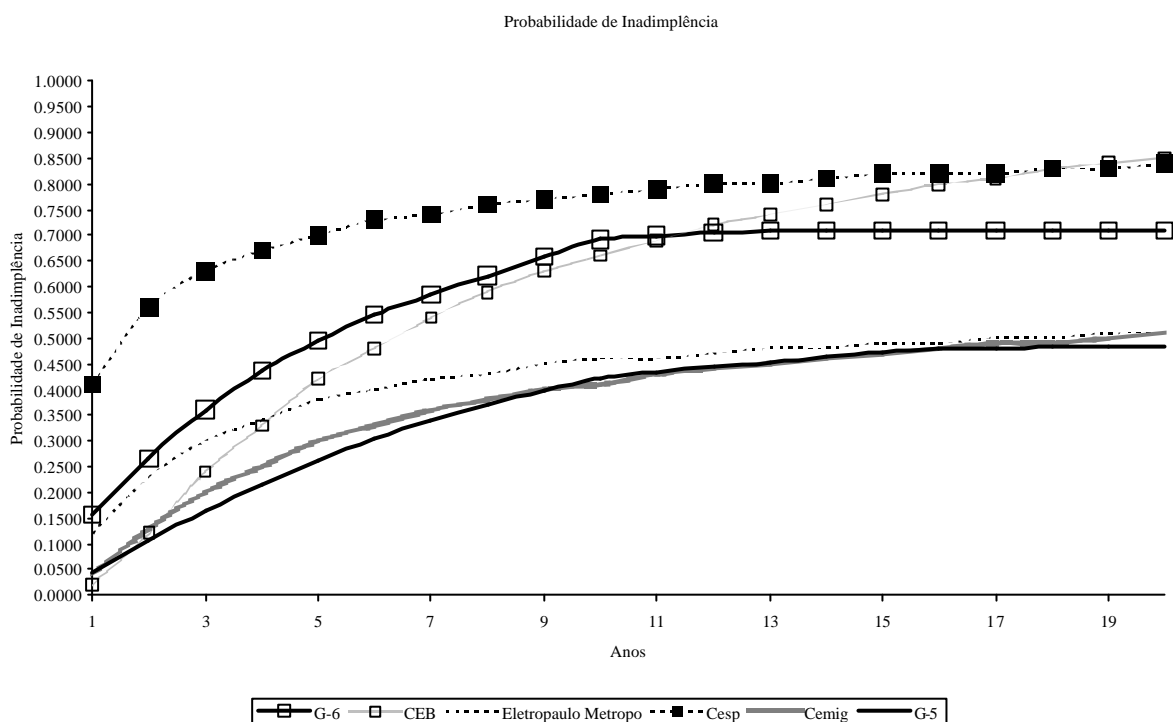


Gráfico 12- Probabilidade de Inadimplência – Análise das Empresas dos Grupos *G-5* e *G-6*

Adicionalmente, foi realizado o teste de médias de amostra emparelhadas entre as probabilidades estimadas e a taxa média histórica por grupo e foram obtidos resultados que rejeitam a hipótese nula de que as médias são iguais em apenas dois dos 6 grupos (com nível de confiança de 90%), grupo *G-5* e *G-6*. No teste de médias emparelhadas utilizando cada observação individualmente, o resultado é pior: somente 6 das 27 observações não rejeitaram a hipótese de igualdade das médias. A tabela seguinte apresenta as correlações entre as probabilidades estimadas e as taxas médias históricas do respectivo grupo. O *p-value* refere-se ao nível de significância estatística do teste de médias emparelhadas.

Tabela 7- Resultado Teste Médias Probabilidade Estimada x Inadimplência Histórica

Grupos	Correlação	P-Value
G-1	0.968	0.726
G-2	0.959	0.757
G-3	0.997	0.126
G-4	0.997	0.629
G-5	0.990	0.000
G-6	0.987	0.000
Empresas	Correlação	P-Value
Vale Rio Doce	0.968	0.725
Petrobras	0.970	0.000
Ambev	0.987	0.000
Aracruz	0.950	0.887
Embraer	0.990	0.000
Telesp	0.893	0.057
Votorantim C P	0.984	0.099
Brasil Telecom	0.996	0.000
Braskem	0.989	0.475
Eletrobras	0.982	0.101
Gerdau	0.995	0.000
Klabin	0.994	0.000
Sadia SA	0.990	0.059
Sid Nacional	0.978	0.105
Telemar-Tele NL Par	0.991	0.000
Ultrapar	0.996	0.058
Usiminas	0.995	0.007
Ampla Energ	0.994	0.038
Copel	0.953	0.768
Embratel Part	0.995	0.000
Ipiranga Pet	0.993	0.002
Net	0.997	0.000
Telemig Celul Part	0.982	0.220
Cemig	0.994	0.005
Eletropaulo Metropo	0.979	0.000
CEB	0.979	0.929
Cesp	0.980	0.000

Os valores hachurados referem-se aqueles que não rejeitam a hipótese nula de igualdade entre as médias.

Por fim, a eficiência da função de estimativa de probabilidade de inadimplência pode ser avaliada, primeiramente, pela alta correlação entre a probabilidade de inadimplência estimada e a taxa histórica tanto no estudo da média do grupo, quanto no estudo das empresas, individualmente com seu respectivo grupo. Este resultado indica forte relação linear entre as variáveis.

Segundo, há excelente convergência da probabilidade de inadimplência média estimada de cada grupo com a taxa histórica média do respectivo grupo durante todos os prazos da estimativa de zero até 20 anos, exceto para os grupos menos arriscados, que apresentaram estimativas de inadimplência subavaliadas.

Terceiro, as análises das empresas individuais indicam convergência das probabilidades estimadas à taxa média histórica do respectivo grupo, principalmente, dos grupos *G-3*, *G-4*, *G-5* e *G-6*.

Apesar dos resultados relatados acima, há dois resultados que indicam ineficiência da função de estimativa de probabilidade de inadimplência. Primeiro, o resultado das médias emparelhadas rejeita a hipótese nula em 78% dos casos na análise individual. Na análise dos grupos esse resultado é mais favorável: rejeita-se a hipótese nula de igualdade das médias em somente dois dos 6 casos. Segundo, nas classificações menos arriscadas, *G-1* e *G-2*, as probabilidades são subestimadas para os prazos mais curtos.

Dessa forma, é possível verificar que, nas análises dos grupos, quando se trabalha com as médias, os resultados indicam a confirmação da **Hipótese 3** de que a função de primeira passagem no tempo é eficiente para estimar probabilidade de inadimplência.

6.2 Relação Ponto de Inadimplência e Características das Empresas

Com o objetivo de testar as **Hipóteses 4** e **5**, referentes às relações entre os Pontos de Inadimplência Empíricos e as variáveis contábeis e de mercado das empresas, aplicou-se regressão por mínimos quadrados ordinários utilizando como variável dependente o Ponto de Inadimplência Empírico. As variáveis independentes são: volatilidade do ativo, alavancagem de mercado, alavancagem contábil, setor econômico, tamanho, geração de caixa, capital de giro e oportunidade de investimento.

Primeiramente, investigou-se a relação univariada entre Ponto de Inadimplência e variáveis contábeis e de mercado. Os resultados mais relevantes são apresentados nos gráficos abaixo. O primeiro deles apresenta uma relação negativa entre Volatilidade dos Ativos e Ponto de Inadimplência, conforme o esperado.

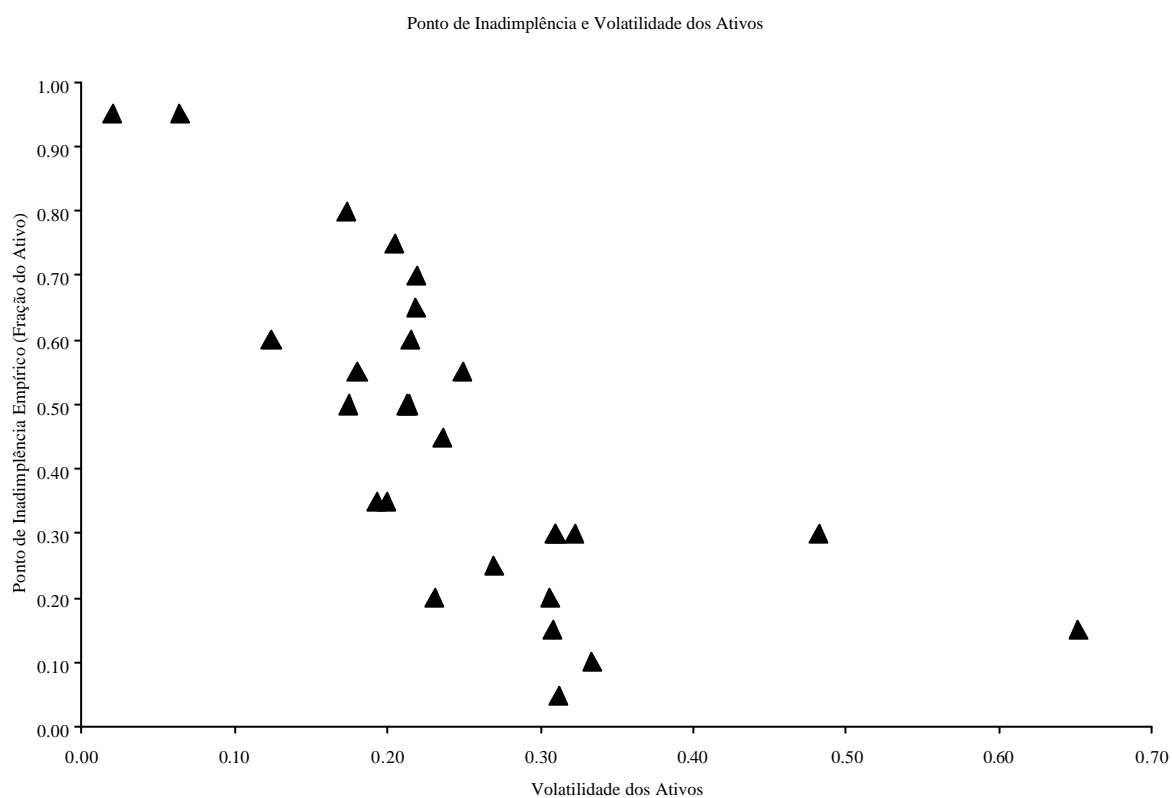


Gráfico 13- Relação Ponto de Inadimplência e Volatilidade dos Ativos

Outra relação de interesse é Ponto de Inadimplência e Alavancagem. O gráfico abaixo indica uma relação positiva, utilizando a alavancagem de mercado (1).

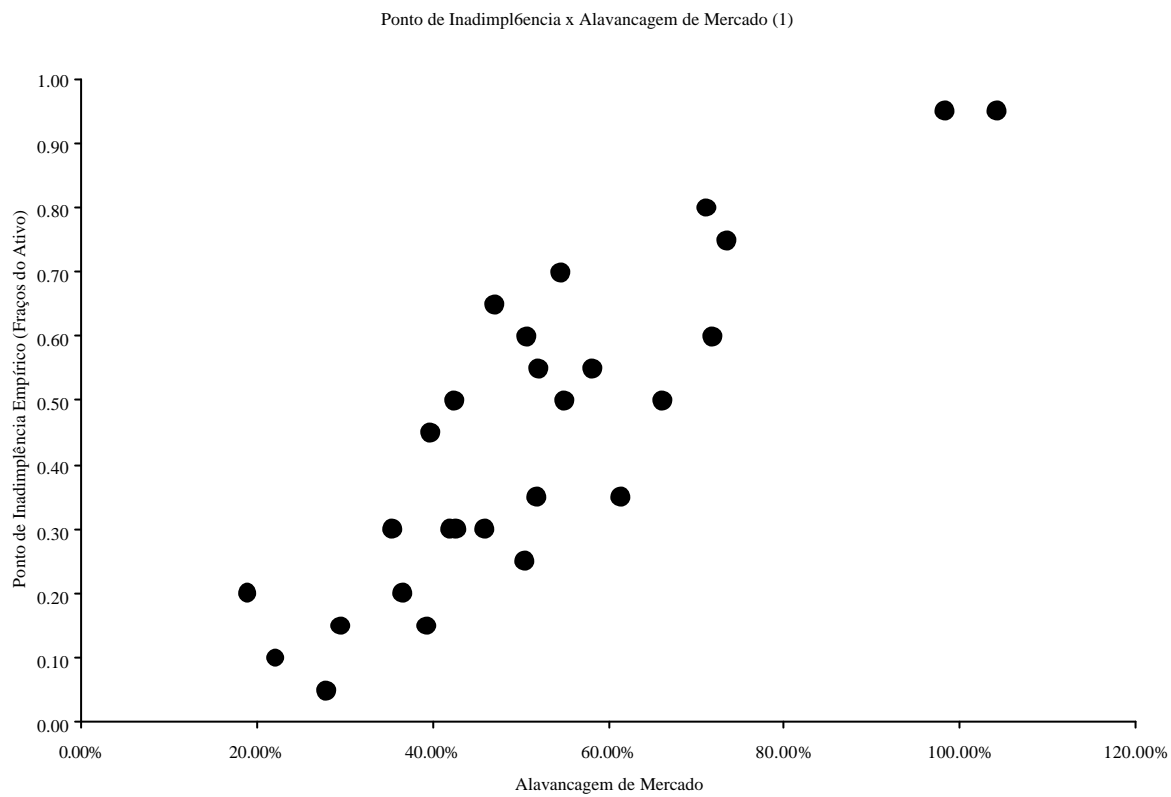


Gráfico 14- Relação Ponto de Inadimplência e Alavancagem de Mercado

A terceira relação que se mostrou significativa foi a relação positiva entre Ponto de Inadimplência Empírica e Endividamento de Mercado de Curto Prazo, apresentada no gráfico abaixo.

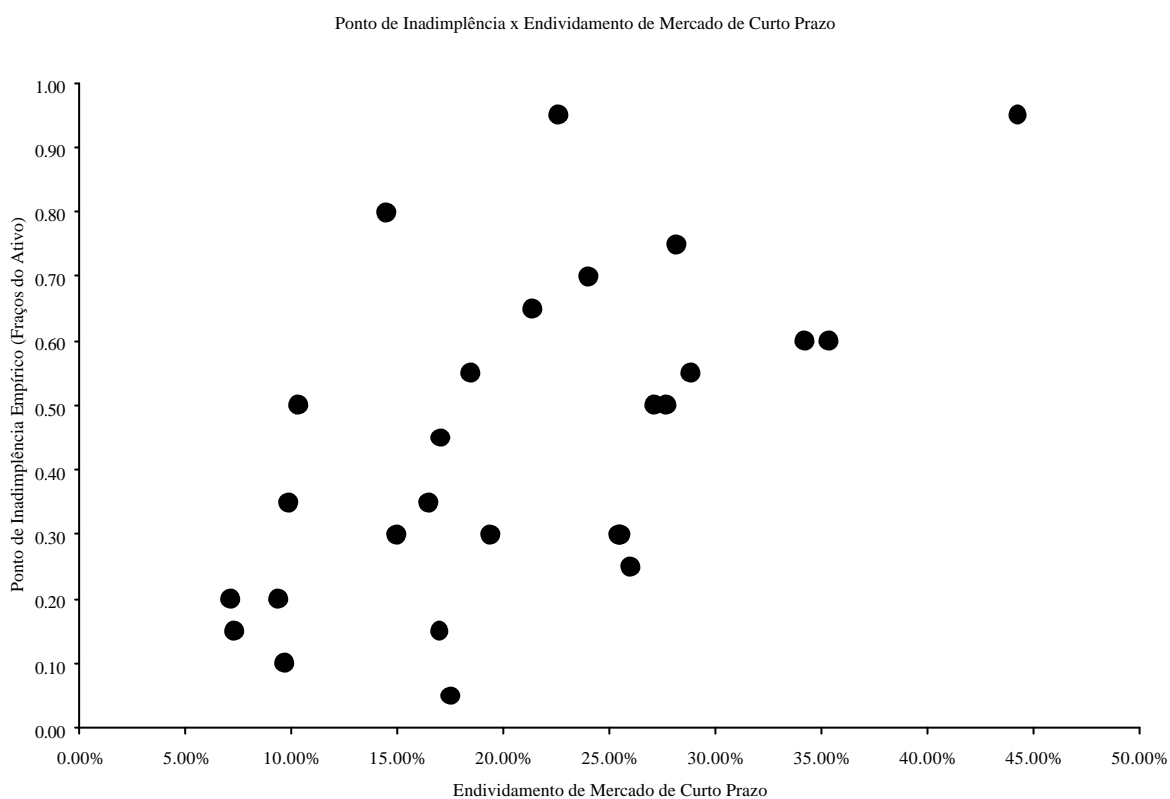


Gráfico 15-Relação entre Ponto de Inadimplência e Endividamento de Mercado de Curto Prazo

É possível reconhecer uma relação claramente negativa entre Ponto de Inadimplência e Volatilidade dos Ativos e uma relação positiva entre Ponto de Inadimplência e Endividamento, mais evidente com a variável Alavancagem de Mercado (1) e também com Endividamento de Mercado de Curto Prazo. Não foi possível observar nenhuma relação do Ponto de Inadimplência com capital de giro, com capacidade de geração de caixa e com tamanho.

Parte-se para a análise multivariada para investigar as relações entre Ponto de Inadimplência e as variáveis explicativas, com os resultados da regressão por mínimos quadrados ordinários, apresentados na tabela a seguir.

Tabela 8- Resultado Regressão Ponto de Inadimplência Empírico

Variável	PI (1)	PI (2)	PI (3)	PI (4)	PI (5)	PI (6)
Intercepto	1.3241**	0.6500	0.6490	0.3939	0.6127	0.4334
(p-value)	(0.0104)	(0.1310)	(0.1321)	(0.3571)	(0.2643)	(0.4113)
Volatilidade Ativo	-1.4157***	-0.5490	-0.5438	-0.4999	-0.5833*	-1.0728***
(p-value)	(0.0000)	(0.1102)	(0.1153)	(0.1272)	(0.1029)	(0.0004)
Alavancagem (Mercado) (1)		0.7335**		0.6800**	0.6333**	
(p-value)		(0.0030)		(0.0041)	(0.0358)	
Alavancagem (Mercado) (2)			0.8126**			
(p-value)			(0.0030)			
Alavancagem (Contábil)	-0.0053					
(p-value)	(0.9841)					
Endividamento de Curto Prazo (Mercado)						0.6400*
(p-value)						(0.0844)
Setor	0.0325**	0.008	0.0081	0.0110	0.0113	0.0343**
(p-value)	(0.0206)	(0.5186)	(0.5188)	(0.3642)	(0.3708)	(0.0049)
Tamanho da Empresa	-0.0436	-0.0299	-0.0299	-0.0089	-0.0189	0.0035
(p-Value)	(0.1044)	(0.1755)	(0.1750)	(0.7067)	(0.5025)	(0.9033)
Rentabilidade				-0.3003*	-0.2852	-0.3874**
(p-value)				(0.0826)	(0.1853)	(0.0492)
Capital de Giro Contábil					-0.1821	
(p-value)					(0.4180)	
Oportunidade de Investimento					0.0113	
(p-value)					(0.8458)	
R ² Ajustado (%)	0.6363	0.7584	0.7580	0.7815	0.7672	0.7178

* Significante a 10%; ** Significante a 5%; *** Significante a 1%

Em todas as regressões, observa-se a relação negativa entre volatilidade do ativo e Ponto de Inadimplência Empírico, conforme esperado, sendo que é estatisticamente significativa em três das 6 regressões realizadas. A variável alavancagem apresenta relação positiva estatisticamente significativa (nível de significância de 1%) com Ponto de Inadimplência Empírico, conforme esperado, quando medida como alavancagem de mercado. A variável endividamento de curto

prazo apresentou sinal positivo, com nível de significância de 8,44%. Não se obteve relação estatisticamente significativa entre alavancagem contábil e Ponto de Inadimplência.

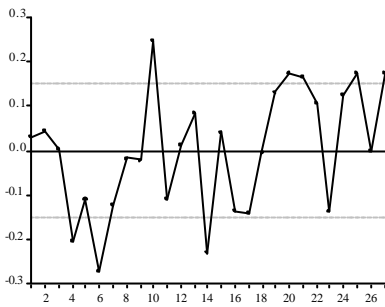
Capital de giro apresentou sinal negativo, conforme esperado, porém não significativo estatisticamente. A variável rentabilidade apresentou relação negativa em todas as regressões, com nível de significância de 5% e de 10% em duas delas, também conforme o esperado. Oportunidade de investimento apresentou relação negativa com Ponto de Inadimplência, porém, não sendo significativo, estatisticamente.

A correlação entre as variáveis das regressões é dada pela tabela abaixo, indicando que não há problema de multicolinearidade entre as variáveis explicativas.

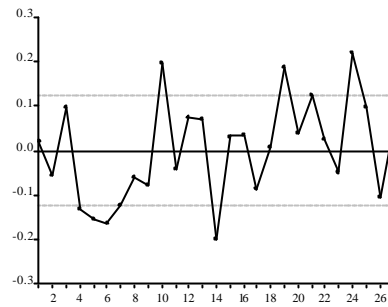
Tabela 9- Correlação Variáveis Explicativas

Correlação entre as Variáveis	Setor	Tamanho	Rentabilidade	Capital de Giro	Oportunidade de Investimento	Volatilidade	Alavancagem Mercado (1)	Endividamento de Curto Prazo Mercado
Setor	1	-0.27	-0.07	-0.12	-0.24	0.03	0.42	0.07
Tamanho	-0.27	1	0.54	-0.25	0.34	0.18	-0.35	-0.45
Rentabilidade	-0.07	0.54	1	0.10	0.62	0.35	-0.40	-0.32
Capital de Giro	-0.12	-0.25	0.10	1	0.27	0.08	-0.29	-0.13
Oportunidade de Investimento	-0.24	0.34	0.62	0.27	1	0.66	-0.81	-0.52
Volatilidade	0.03	0.18	0.35	0.08	0.66	1	-0.71	-0.47
Alavancagem Mercado (1)	0.42	-0.35	-0.40	-0.29	-0.81	-0.71	1	0.65
Endividamento de Curto Prazo Mercado	0.07	-0.45	-0.32	-0.13	-0.52	-0.47	0.65	1

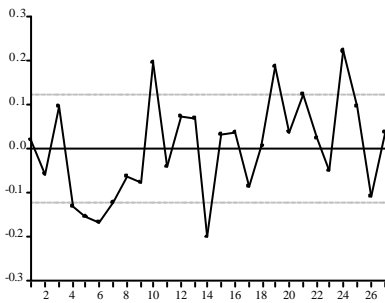
Outro dado importante para analisar é o gráfico dos resíduos de cada uma das 6 regressões. Todos apresentam aleatoriedade dos resíduos, indicando consistência dos resultados obtidos.

Quadro 3-Análise resíduos das regressões

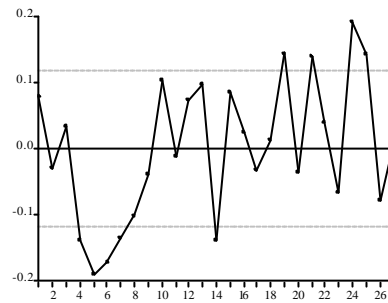
Regressão 1



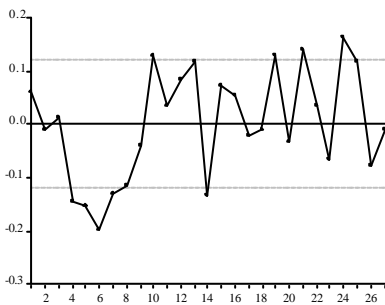
Regressão 2



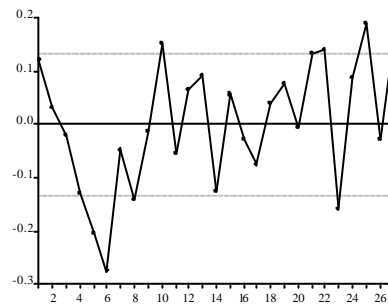
Regressão 3



Regressão 4



Regressão 5



Regressão 6

Por fim, levando em consideração todos os resultados obtidos, tem-se indicação de validade da **Hipótese 4** de que Ponto de Inadimplência tem relação negativa com volatilidade e positiva com Alavancagem Financeira, consistente com a teoria de estrutura de capital e da decisão de falência.

Com relação à **Hipótese 5**, os resultados indicam validade da teoria de estrutura de capital e da decisão de falência pelos acionistas através da relação negativa, estatisticamente significativa, obtida nas regressões 4 e 6. Não se obteve resultados significantes das relações do Ponto de Inadimplência e oportunidades de investimento e Ponto de Inadimplência e Capital de Giro.

6.3 Ponto de Inadimplência Ótimo

A **Hipótese 2** foi testada comparando o Ponto de Inadimplência Empírico com o Ponto de Inadimplência Ótimo. Determinaram-se dois valores patrimoniais, utilizando as duas estimativas de custo de endividamento para cada Ponto de Inadimplência e observou-se o Ponto de Inadimplência que resulta no maior valor patrimonial. Foram obtidos dois Pontos de Inadimplência Ótimo em função da estimativa de duas taxas de juros da dívida, K_{dmin} e K_{dmax} , e de dividendos, d_{min} e d_{max} .

Os gráficos a seguir representam o valor de mercado alavancado das empresas, o valor presente do endividamento e o valor patrimonial para cada Ponto de Inadimplência. As setas representam os pontos em que o valor de mercado patrimonial atinge seu valor máximo: $V_{Botimomin}$ e $V_{Botimomax}$. A seta cinza representa o valor de mercado patrimonial máximo, considerando K_{dmin} e d_{min} , e a seta pontilhada o representa considerando K_{dmax} e d_{max} .

O gráfico abaixo (Gráfico 16) representa o valor dos ativos alavancado da empresa Vale do Rio Doce (curva dos círculos) para todos os níveis de Ponto de Inadimplência de 5% até 100% do valor do ativo. As curvas com figuras cheias representam os valores utilizando os juros e dividendos mínimos, K_{dmin} e d_{min} , enquanto as curvas com figuras vazias representam os valores que consideram os juros e dividendos máximos, K_{dmax} e d_{max} .

Em 5%, o valor alavancado da empresa é de R\$131milhões, equivalente ao valor de mercado V_0 , acrescentando o benefício tributário equivalente a $i=35\%$ sobre o valor presente dos juros perpétuos ponderado por um menos a probabilidade de inadimplência, e subtraindo o valor do custo de falência, que é próximo a zero, quando o Ponto de Inadimplência é igual a 5% de V_0 .

Conforme o Ponto de Inadimplência vai aumentando, o valor dos ativos começa a decrescer devido à diminuição do benefício tributário e o aumento do custo de falência em função de uma estimativa mais alta da probabilidade de inadimplência.

O valor presente da dívida (curva dos quadrados) decresce com o aumento do Ponto de Inadimplência, devido ao aumento da probabilidade de inadimplência. Com o resultado da diferença entre o valor dos ativos alavancado e o valor presente do endividamento, o valor de mercado patrimonial (curva dos triângulos) cresce com o aumento do Ponto de Inadimplência, devido ao efeito do benefício tributário até o ponto em que o custo de falência passa a exercer maior força, fazendo o valor patrimonial decrescer. O Ponto de Inadimplência, em que o valor de mercado patrimonial é máximo, é o Ponto de Inadimplência Ótimo, representado pela seta preta.

Neste caso, especificamente, obteve-se o mesmo Ponto de Inadimplência Ótimo para as estimativas $V_{Botimomin}$ e $V_{Botimomax}$ ($V_{Botimomin} = V_{Botimomax} = 0,10$).

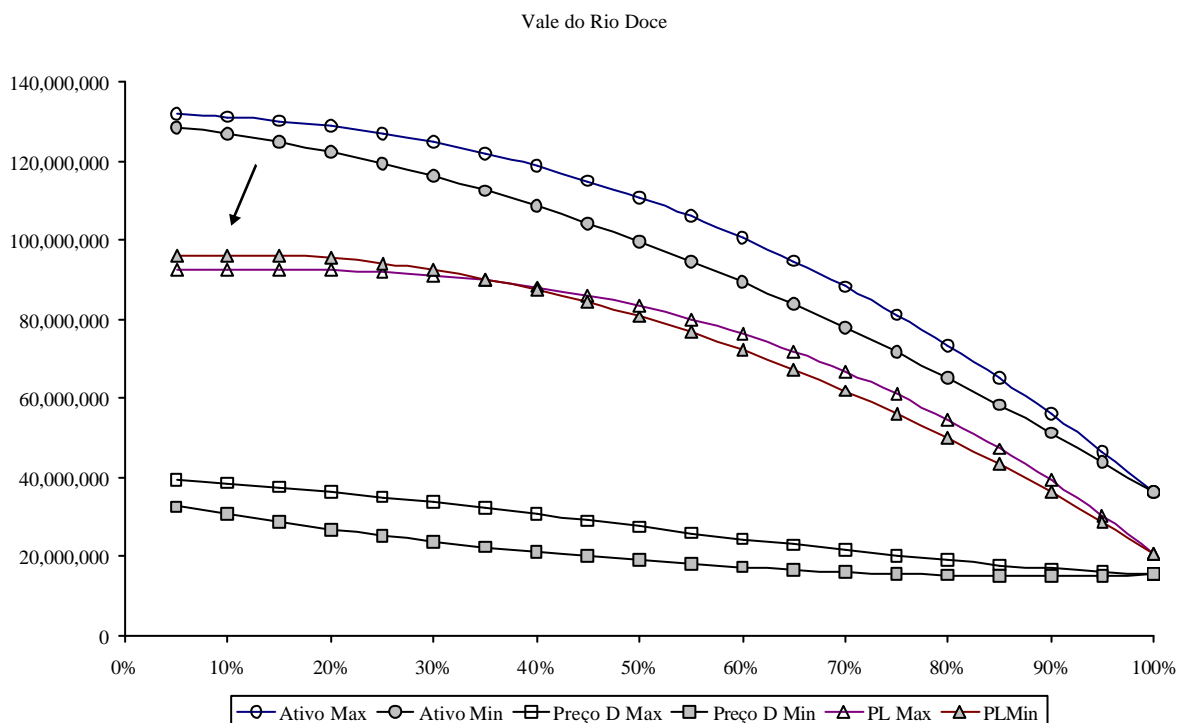


Gráfico 16- Maximização do Valor Patrimonial – Vale do Rio Doce

Assim como no Gráfico 16 acima, nos gráficos a seguir, o valor de mercado dos ativos alavancado é representado pela curva dos círculos; o valor presente do endividamento, pela curva dos quadrados, e o valor de mercado patrimonial, pela curva dos triângulos.

No caso seguinte, Petrobrás, os Pontos de Inadimplência Ótimos $V_{Botimomin}$ e $V_{Botimomax}$ são diferentes, sendo que o primeiro é representado pela seta cinza e, o segundo, pela seta pontilhada.

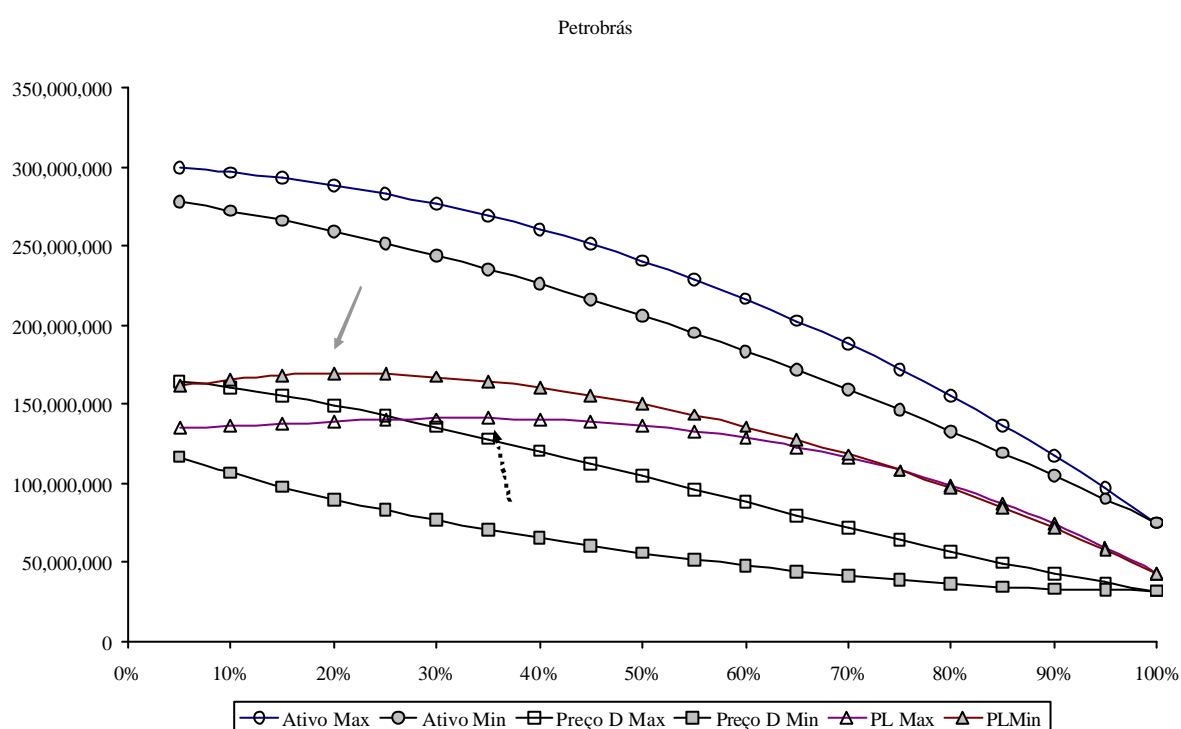


Gráfico 17- Maximização do Valor Patrimonial – Petrobrás

Nos casos seguintes, também foram obtidos dois Pontos de Inadimplência Ótimos, os quais são representados pelas setas cinza e pontilhada, da mesma forma que o gráfico acima, da Petrobrás.

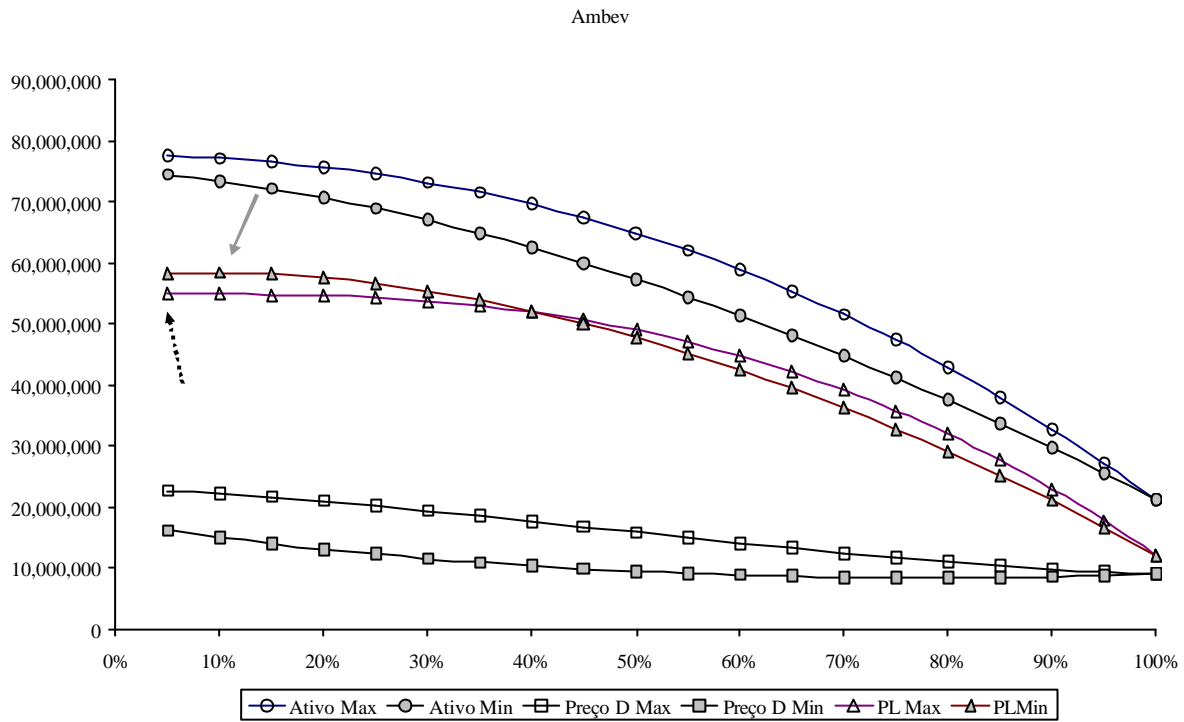


Gráfico 18- Maximização do Valor Patrimonial – Ambev

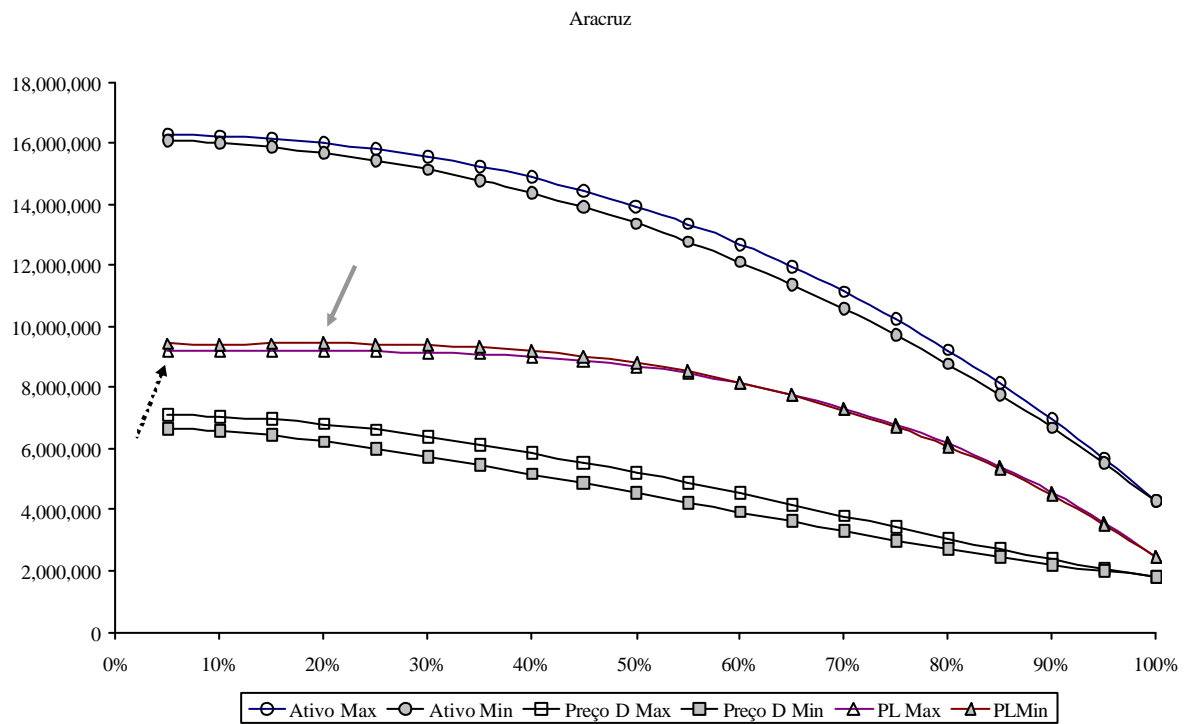


Gráfico 19- Maximização do Valor Patrimonial – Aracruz

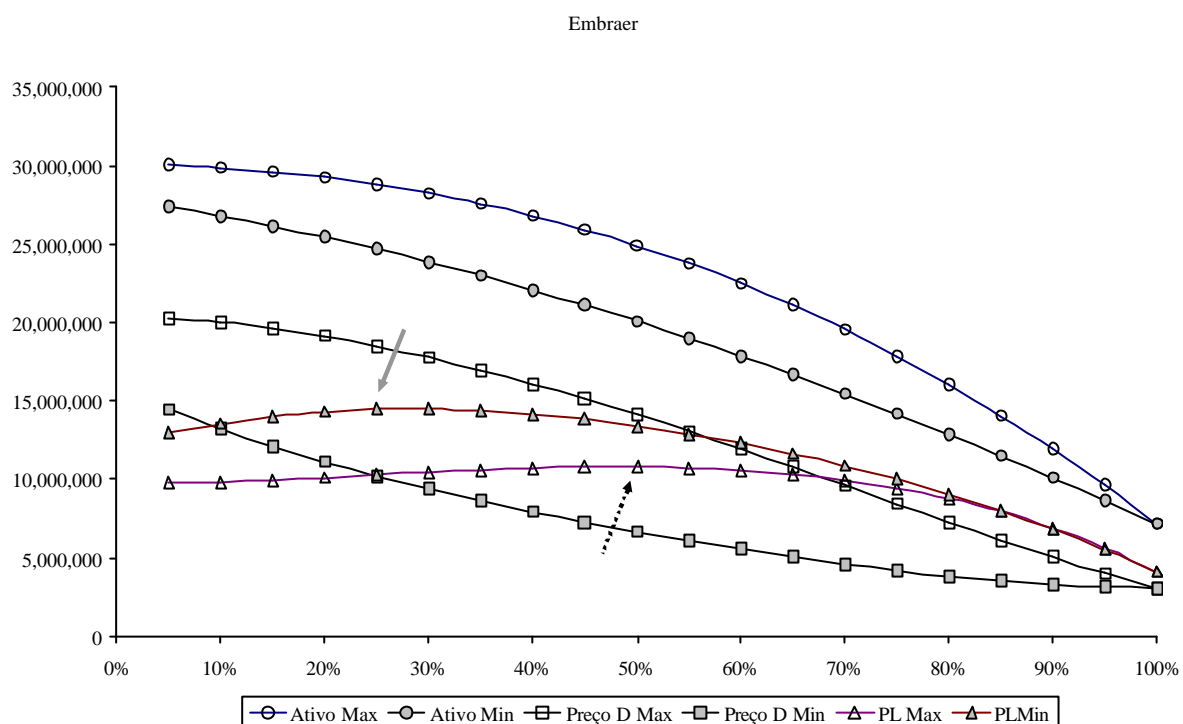


Gráfico 20- Maximização do Valor Patrimonial Embraer

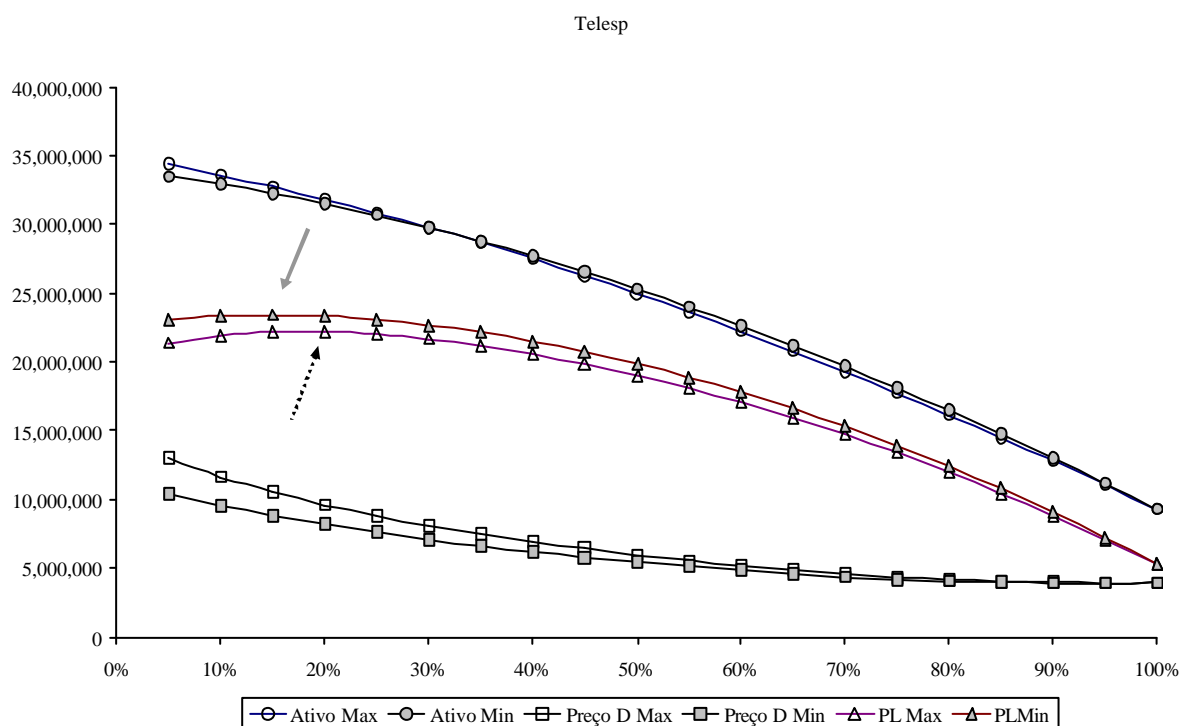


Gráfico 21- Maximização do Valor Patrimonial – Telesp

Neste caso da Telesp, há uma grande sensibilidade em função do aumento do Ponto de Inadimplência devido ao alto nível de pagamento de dividendos. É por isso que o valor de mercado dos ativos alavancado cai tão rapidamente, representado por uma curva bem inclinada. Nesse caso, o valor patrimonial é maximizado com um Ponto de Inadimplência mais baixo.

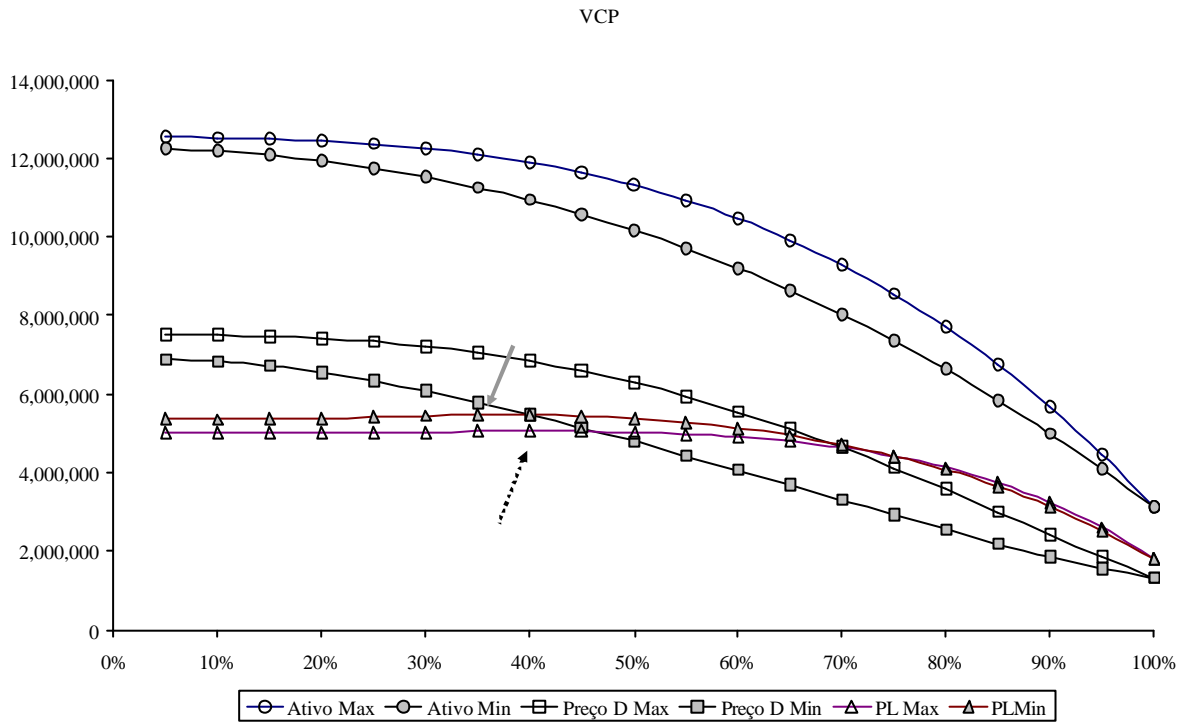


Gráfico 22- Maximização do Valor Patrimonial – VCP

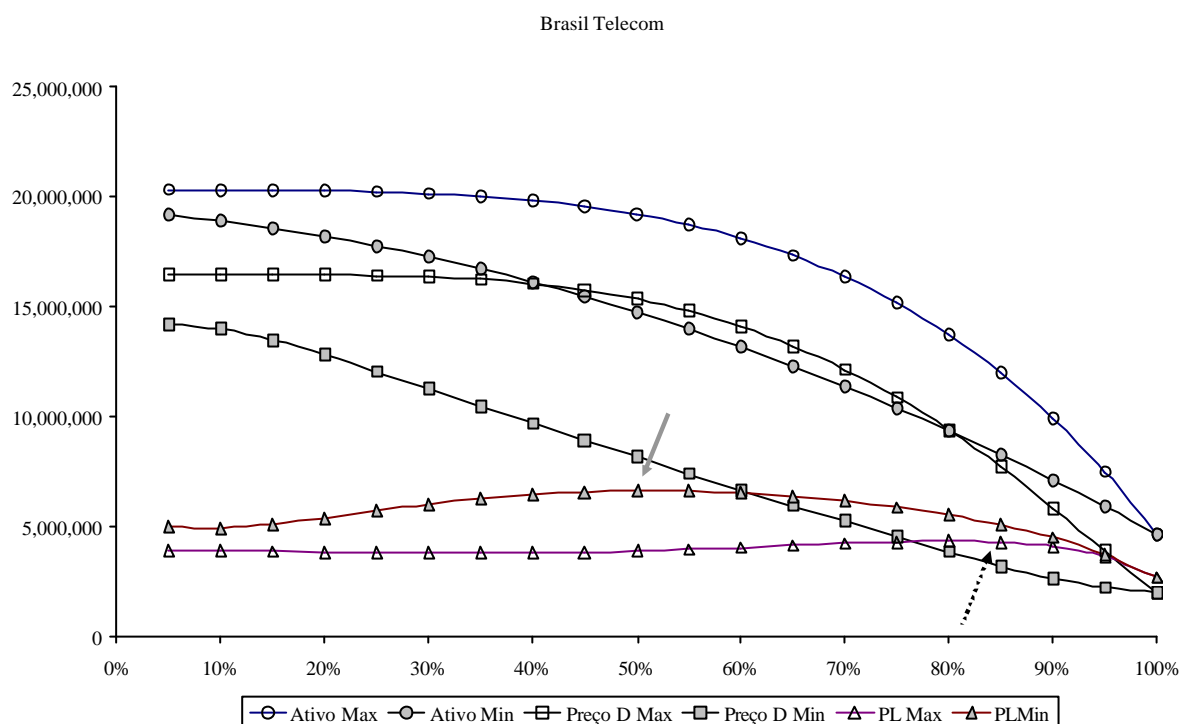


Gráfico 23- Maximização do Valor Patrimonial – Brasil Telecom

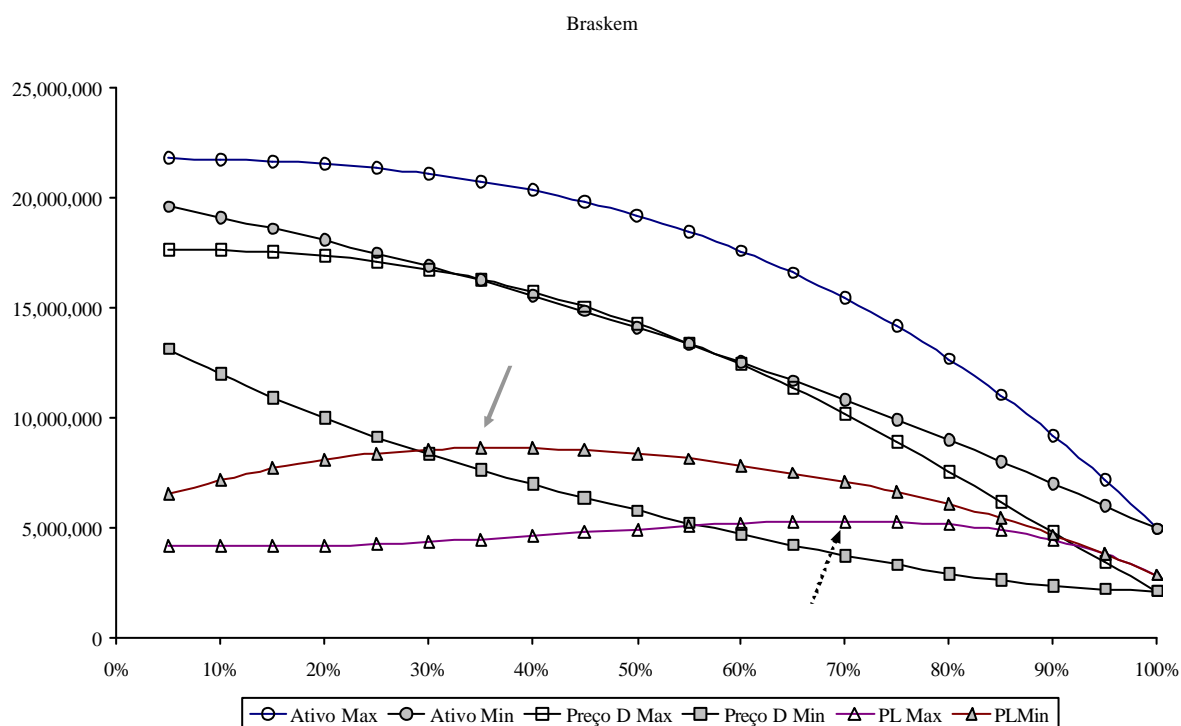


Gráfico 24- Maximização do Valor Patrimonial – Braskem

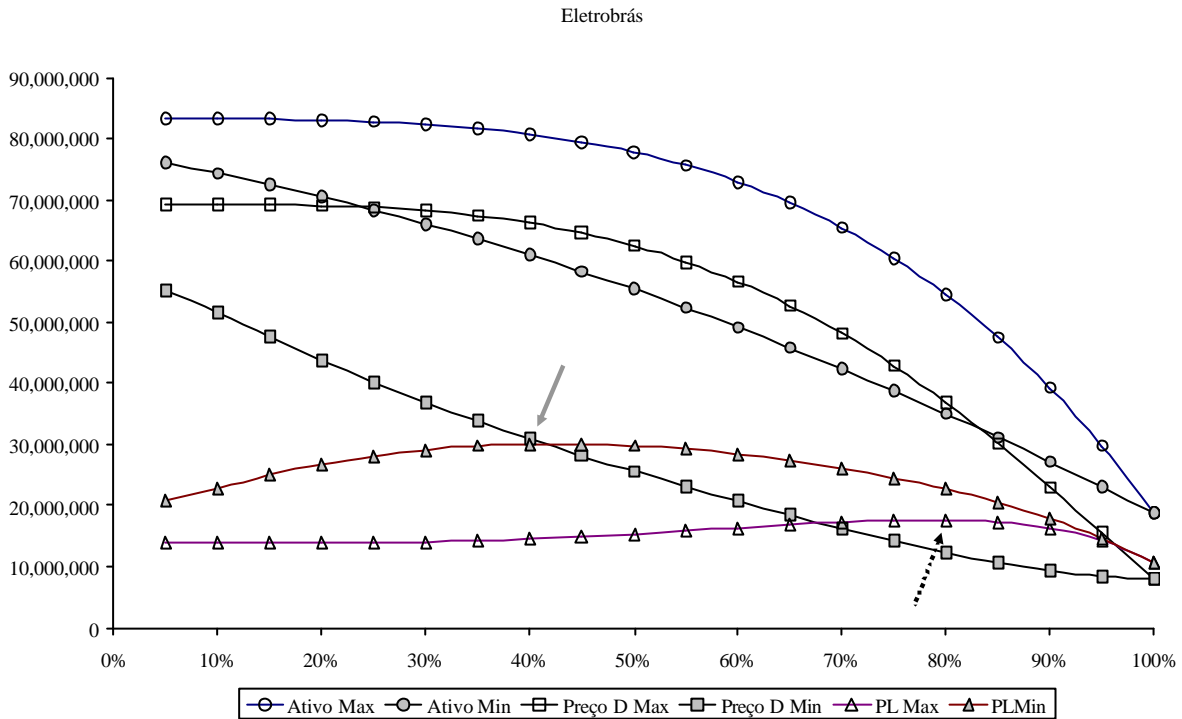


Gráfico 25- Maximização do Valor Patrimonial – Eletrobrás

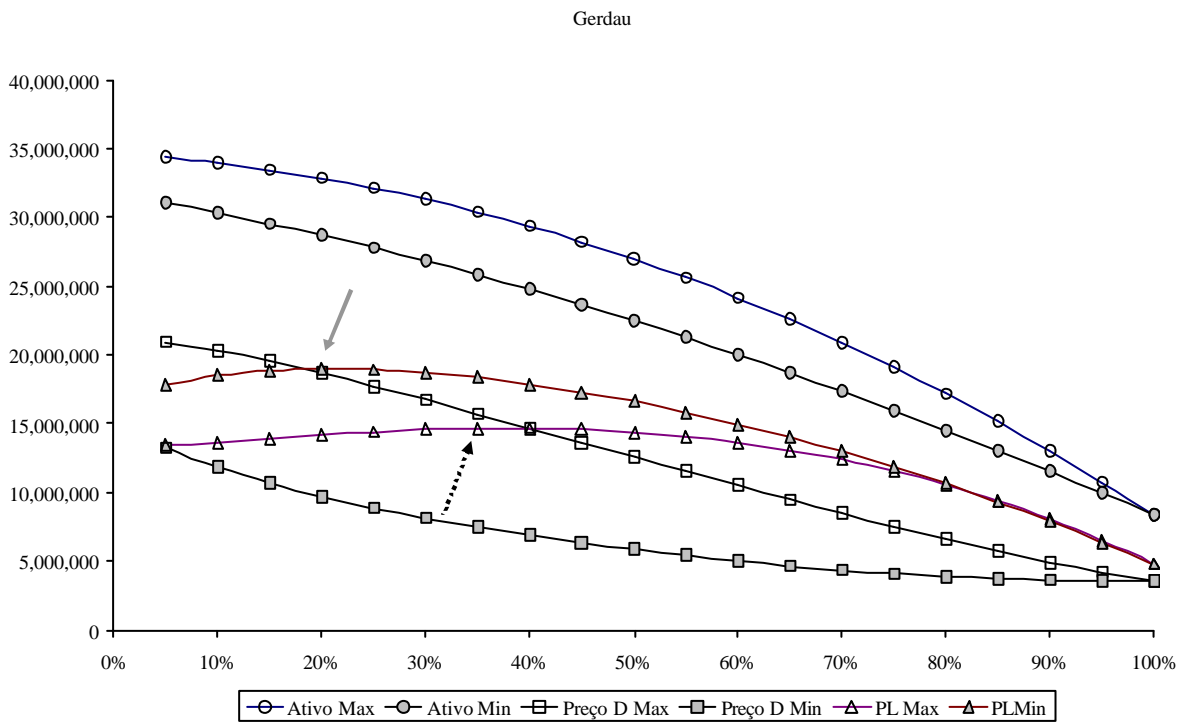


Gráfico 26- Maximização do Valor Patrimonial – Gerdau

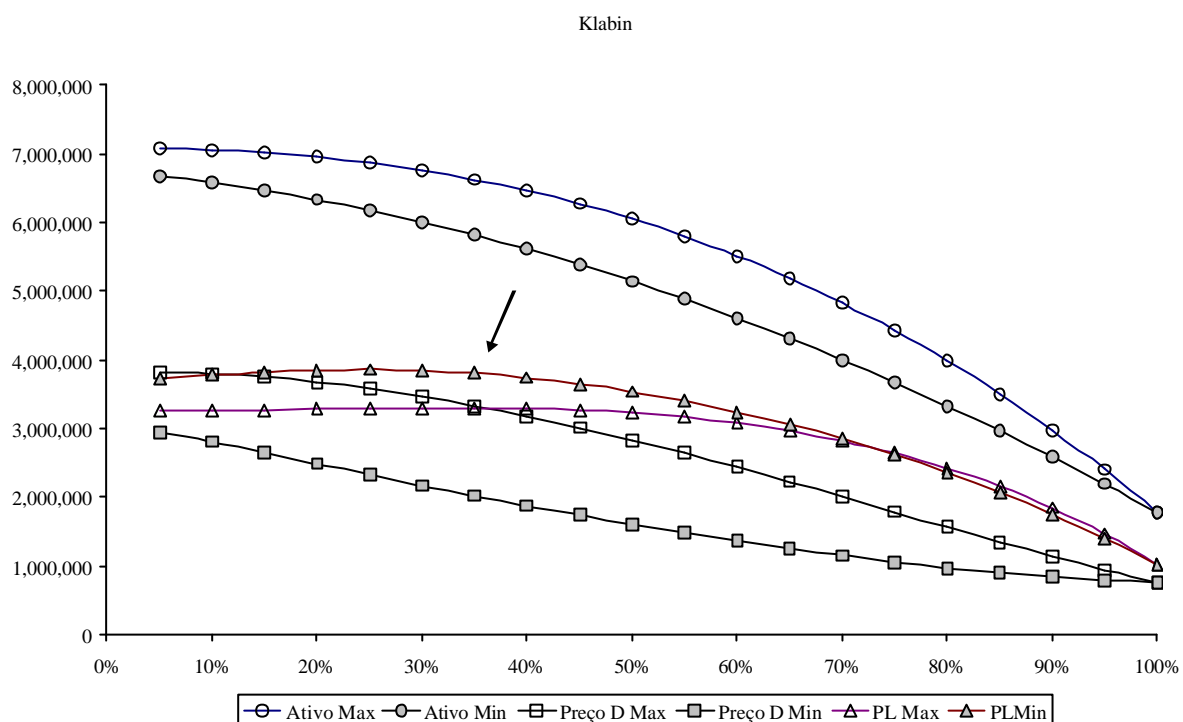


Gráfico 27- Maximização do Valor Patrimonial – Klabin

No caso Klabin ocorreu novamente a igualdade entre os Pontos de Inadimplência Ótimos
 $V_{Botimomin} = V_{Botimomax} = 0,35$

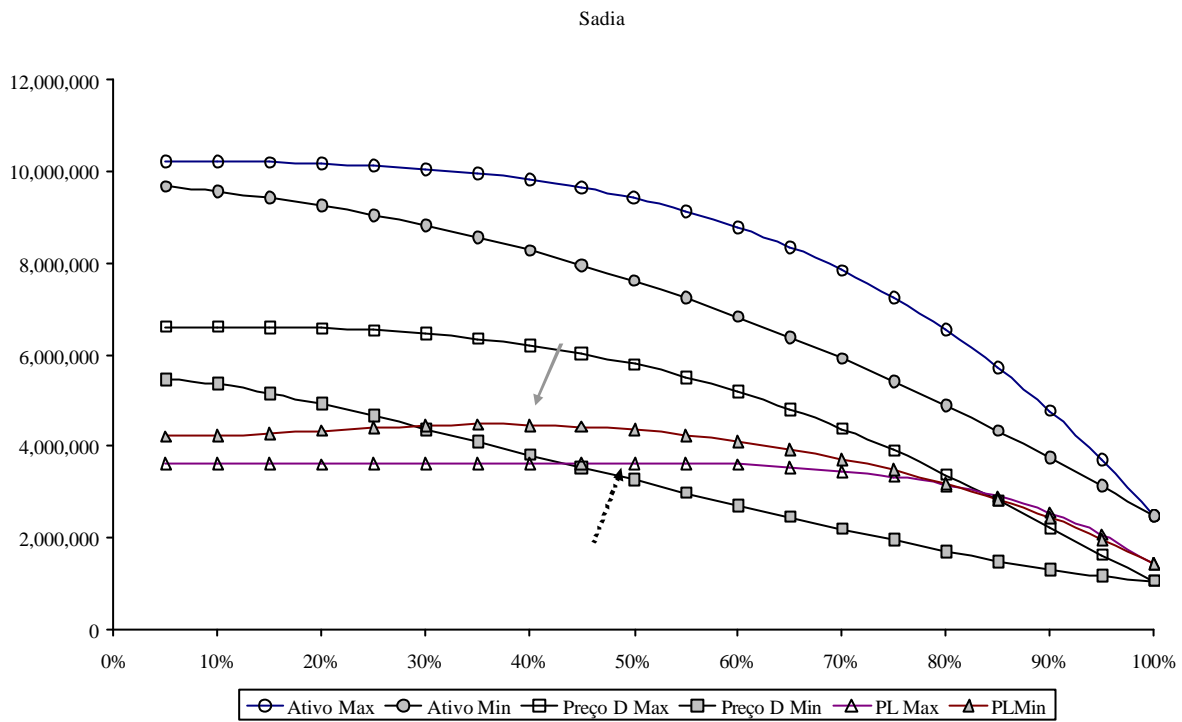


Gráfico 28- Maximização do Valor Patrimonial –Sadia

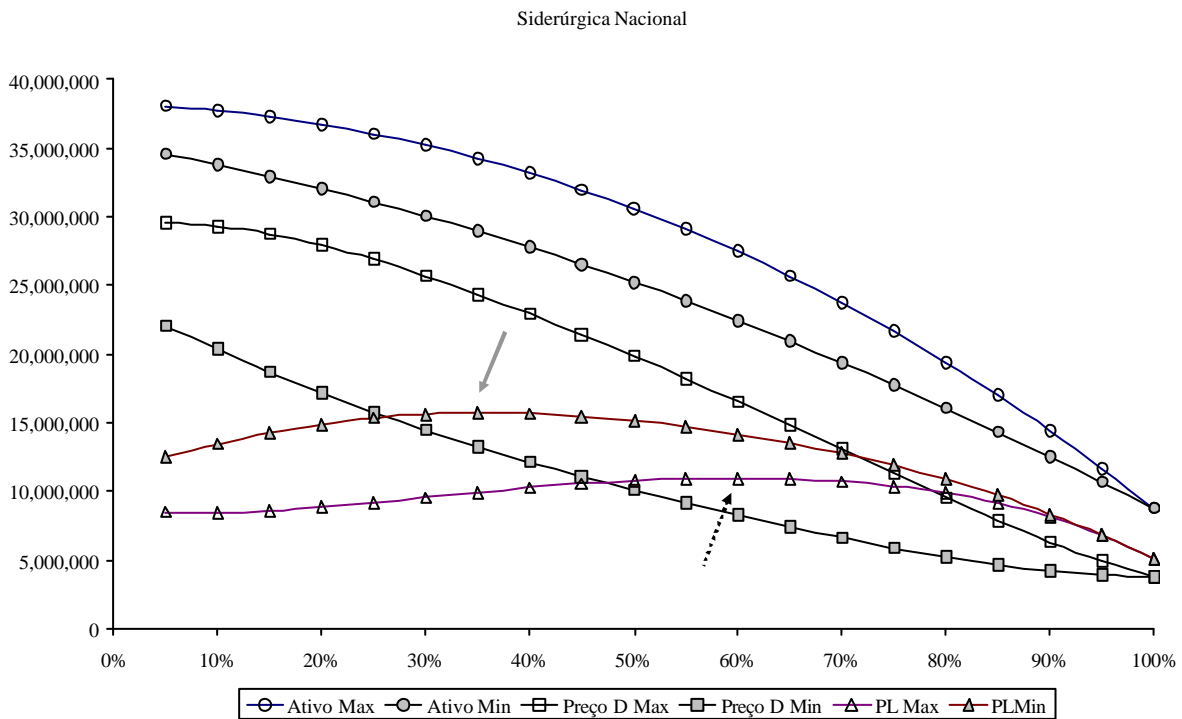


Gráfico 29- Maximização do Valor Patrimonial –Siderúrgica Nacional

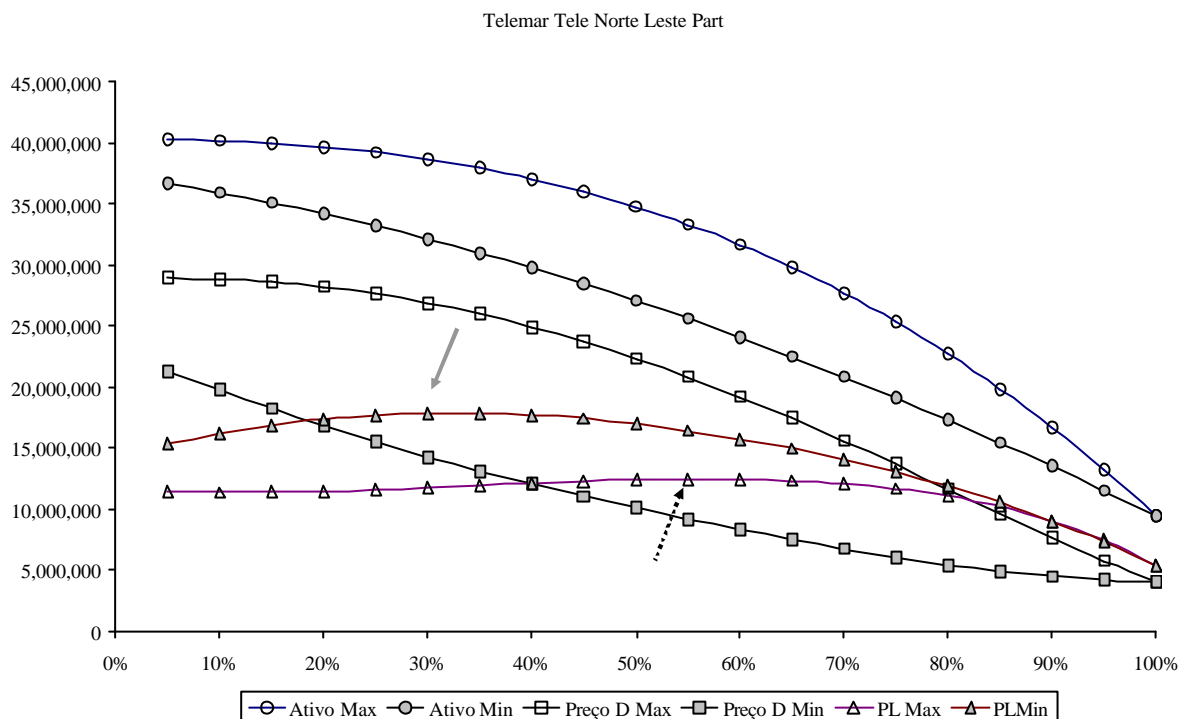


Gráfico 30- Maximização do Valor Patrimonial – Telemar Tele Norte Leste Part

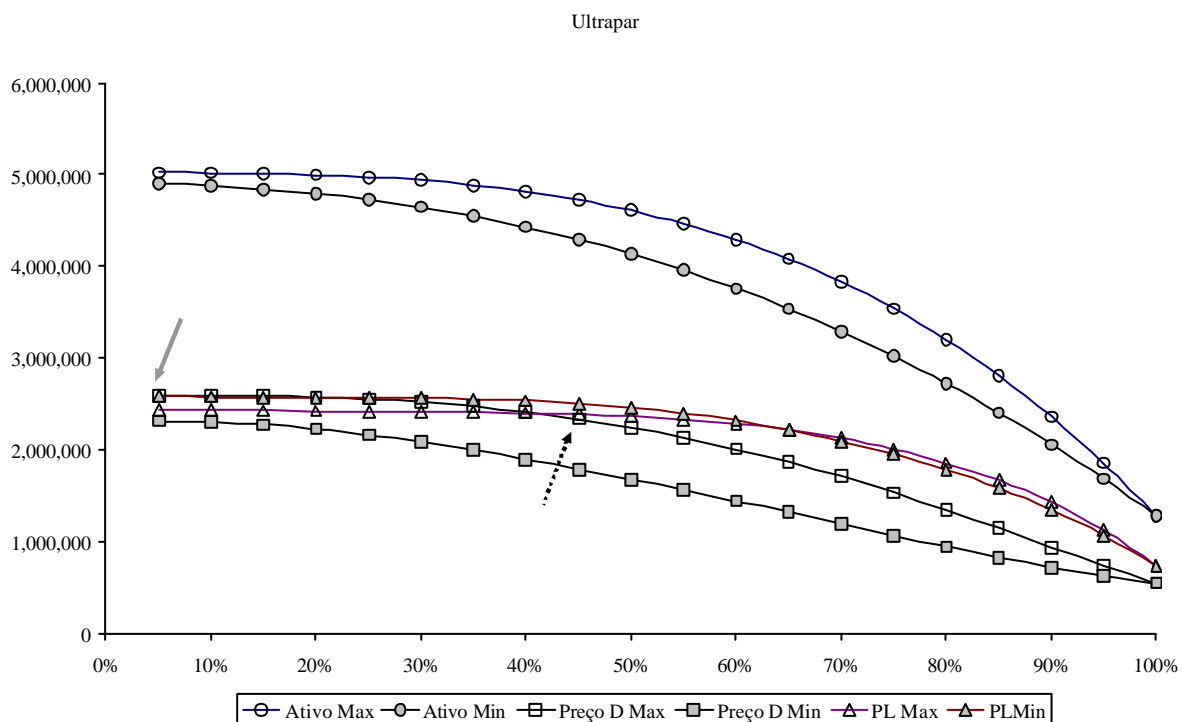


Gráfico 31- Maximização do Valor Patrimonial – Ultrapar

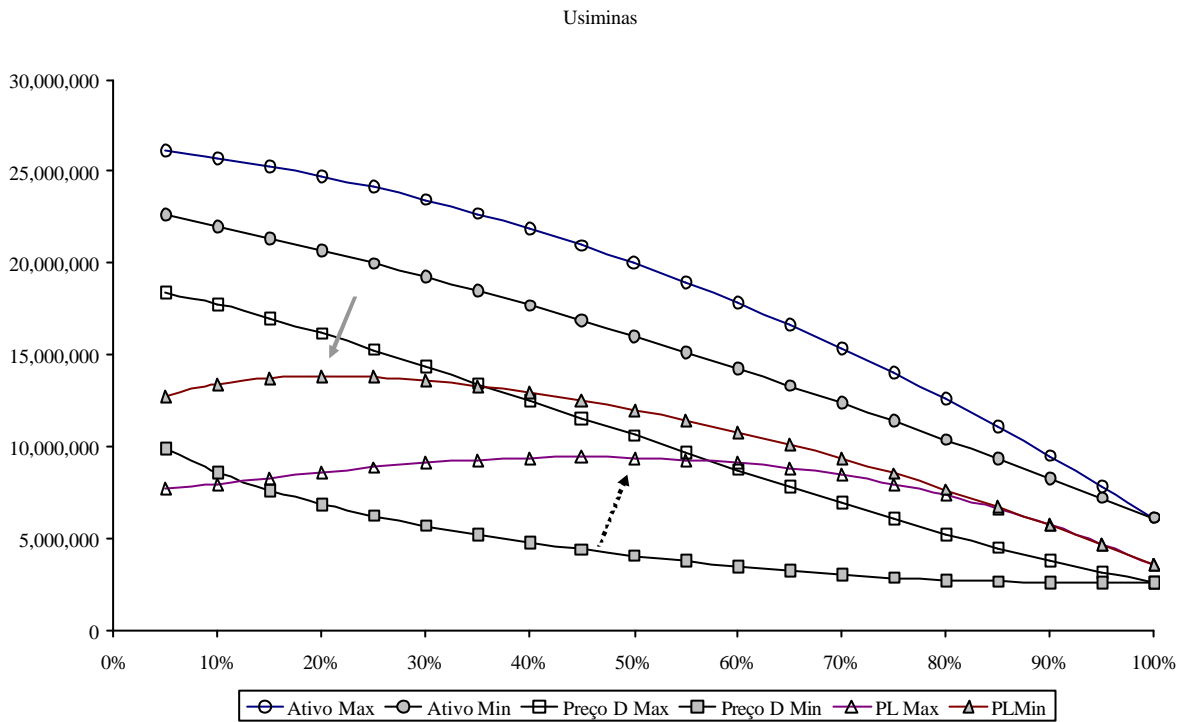


Gráfico 32-Maximização do Valor Patrimonial – Usiminas

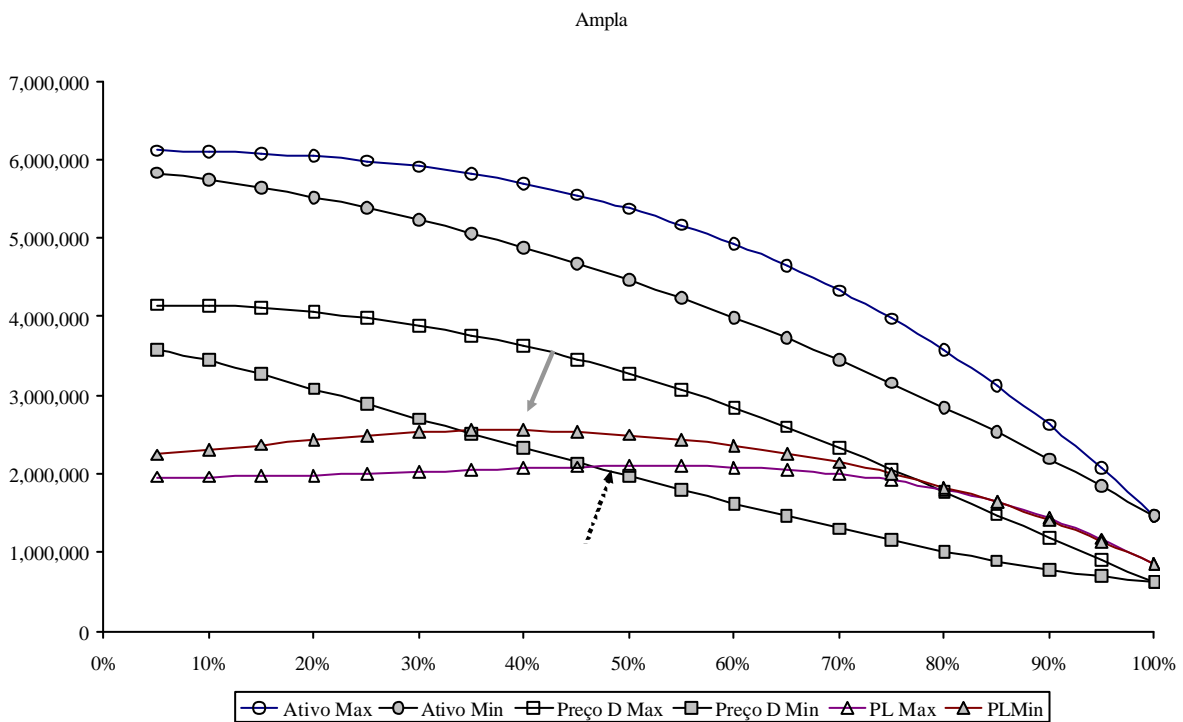


Gráfico 33-Maximização do Valor Patrimonial – Ampla

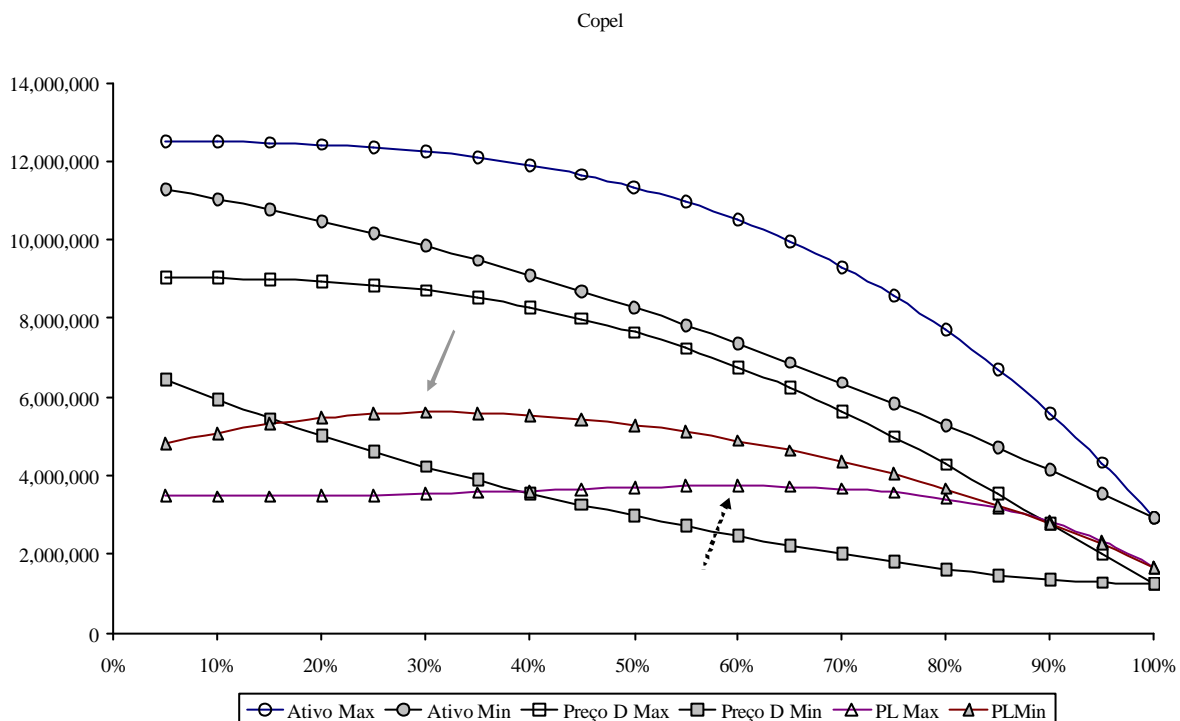


Gráfico 34-Maximização do Valor Patrimonial – Copel

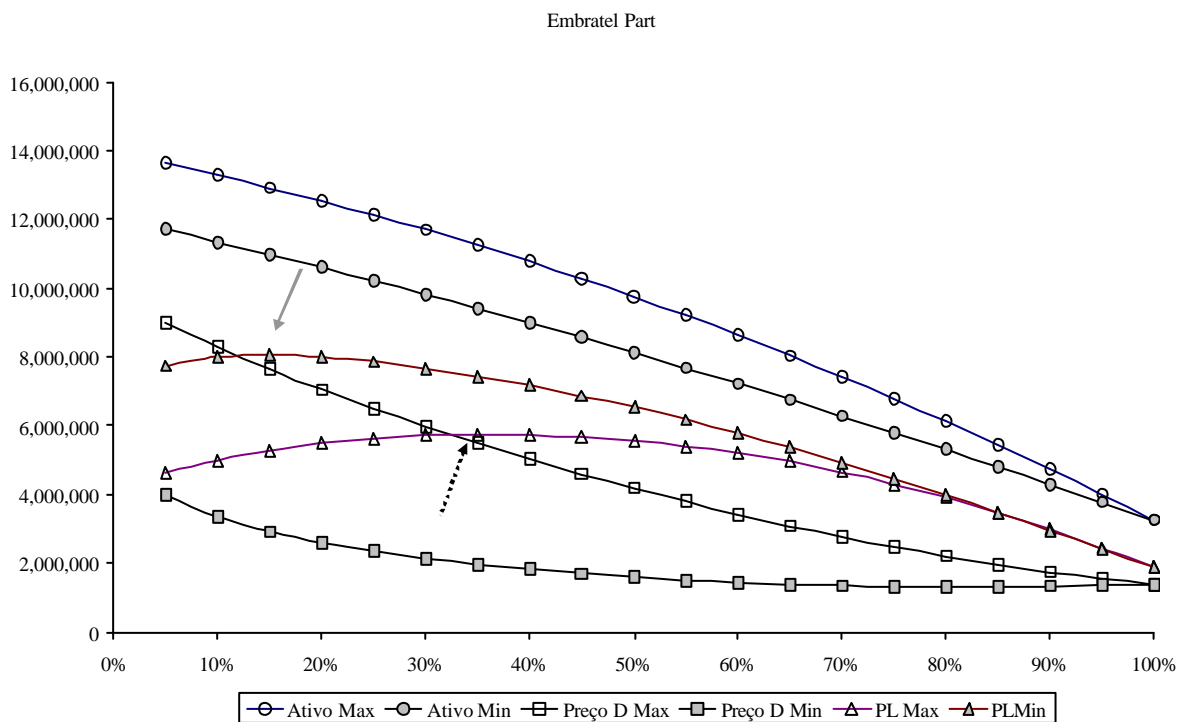


Gráfico 35-Maximização do Valor Patrimonial –Embratel Part

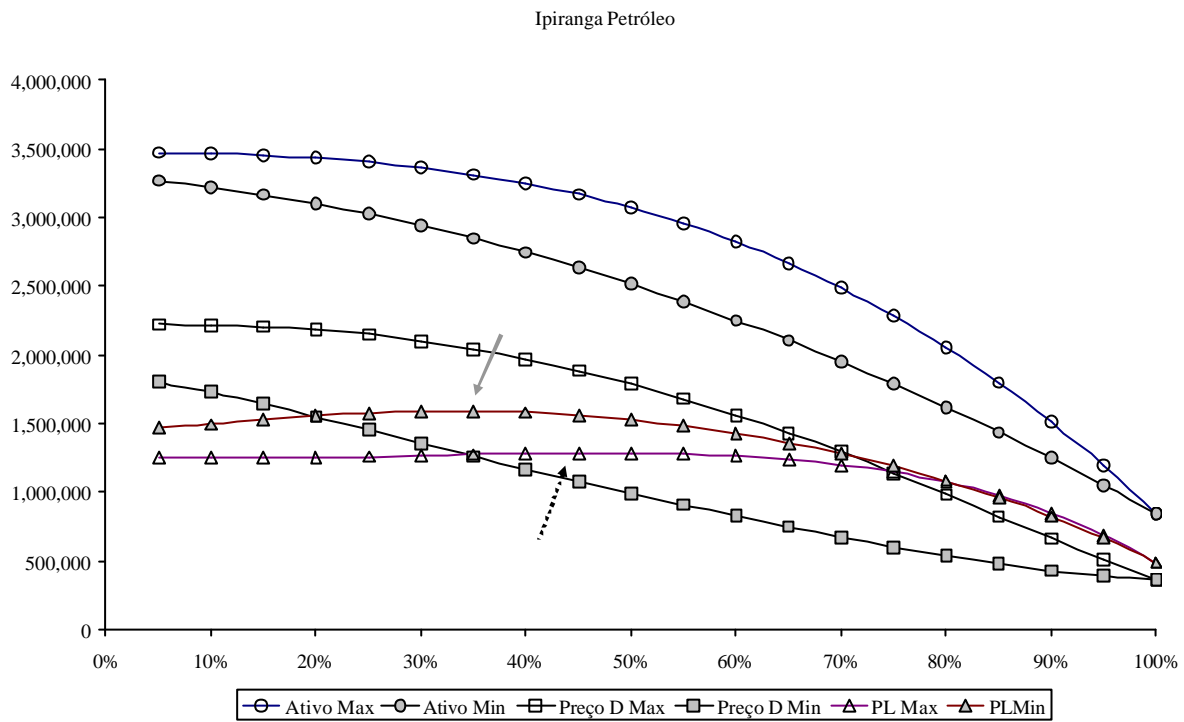


Gráfico 36-Maximização do Valor Patrimonial – Ipiranga Petróleo

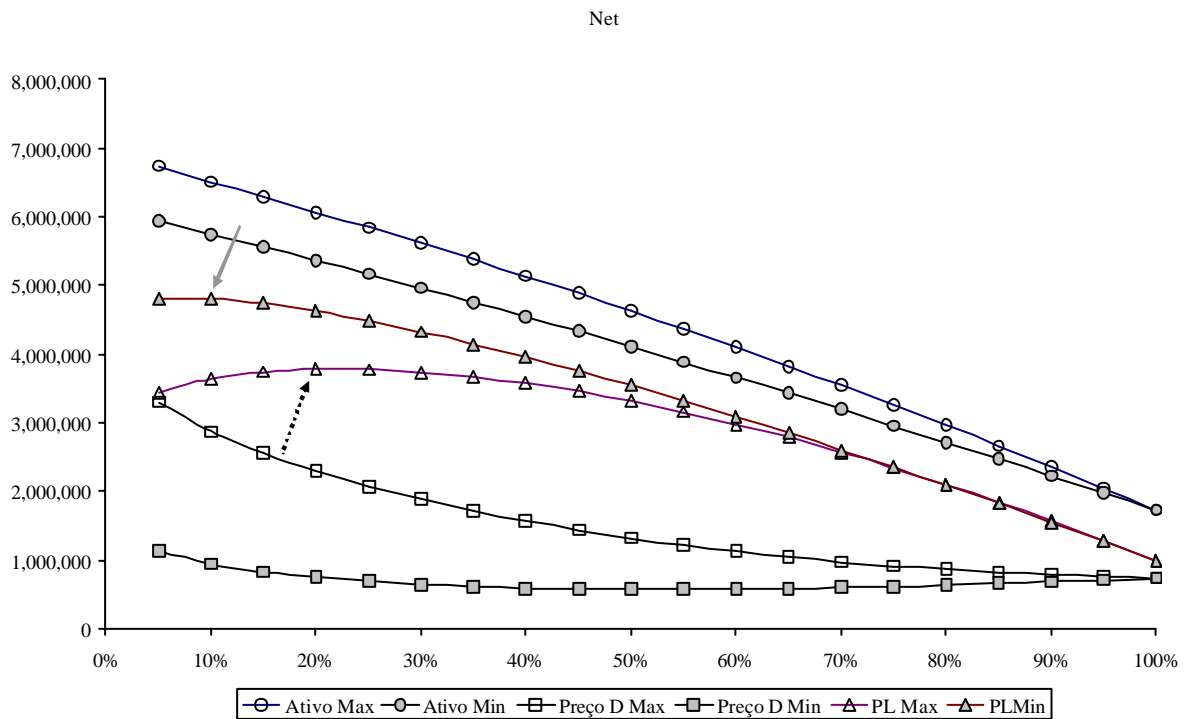


Gráfico 37-Maximização do Valor Patrimonial – Net

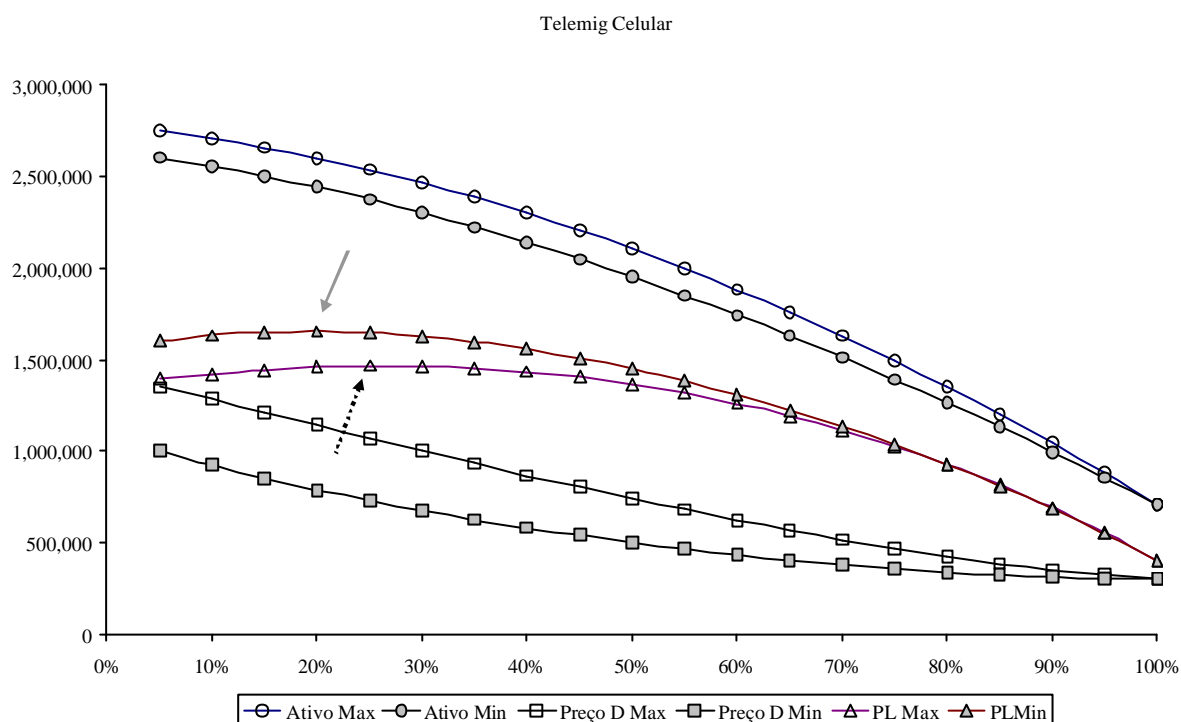


Gráfico 38-Maximização do Valor Patrimonial – Telemig Celular

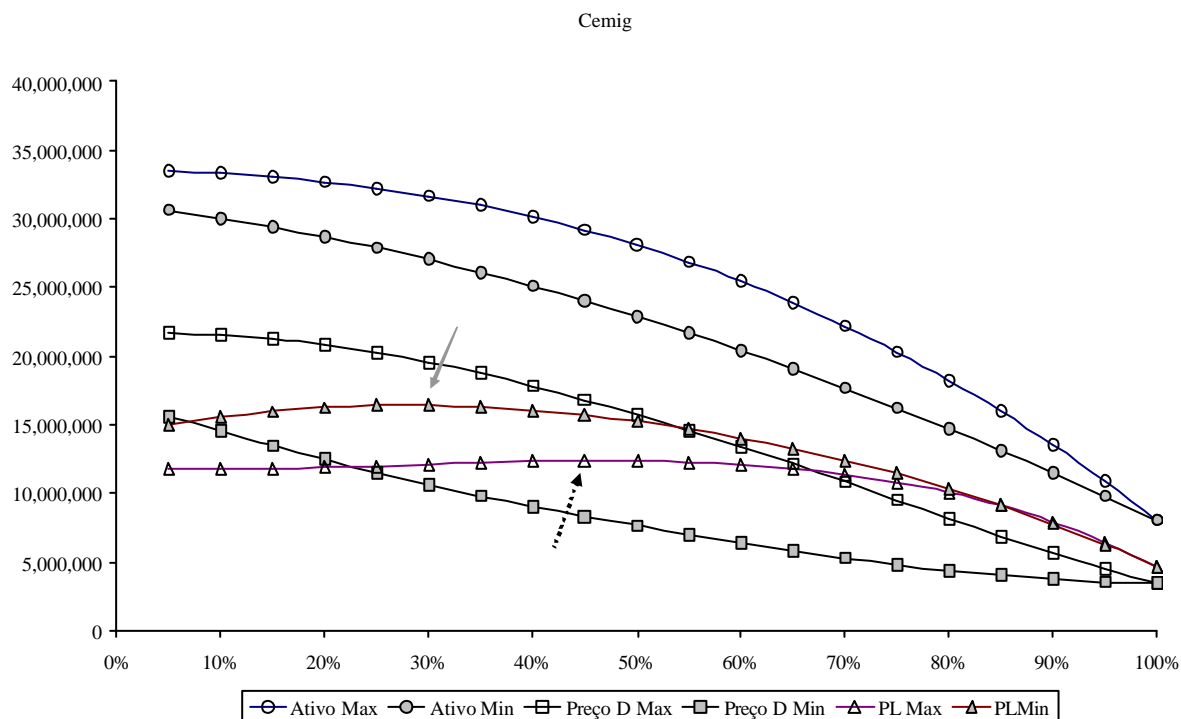


Gráfico 39-Maximização do Valor Patrimonial – Cemig

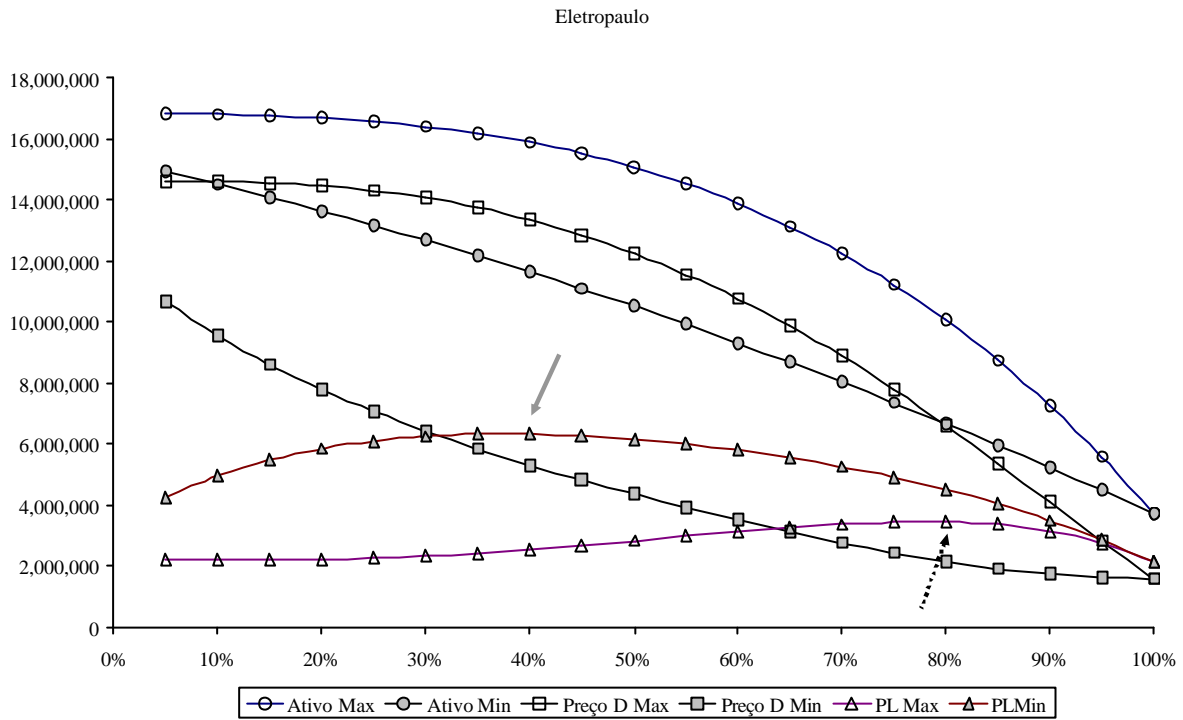


Gráfico 40-Maximização do Valor Patrimonial – Eletropaulo

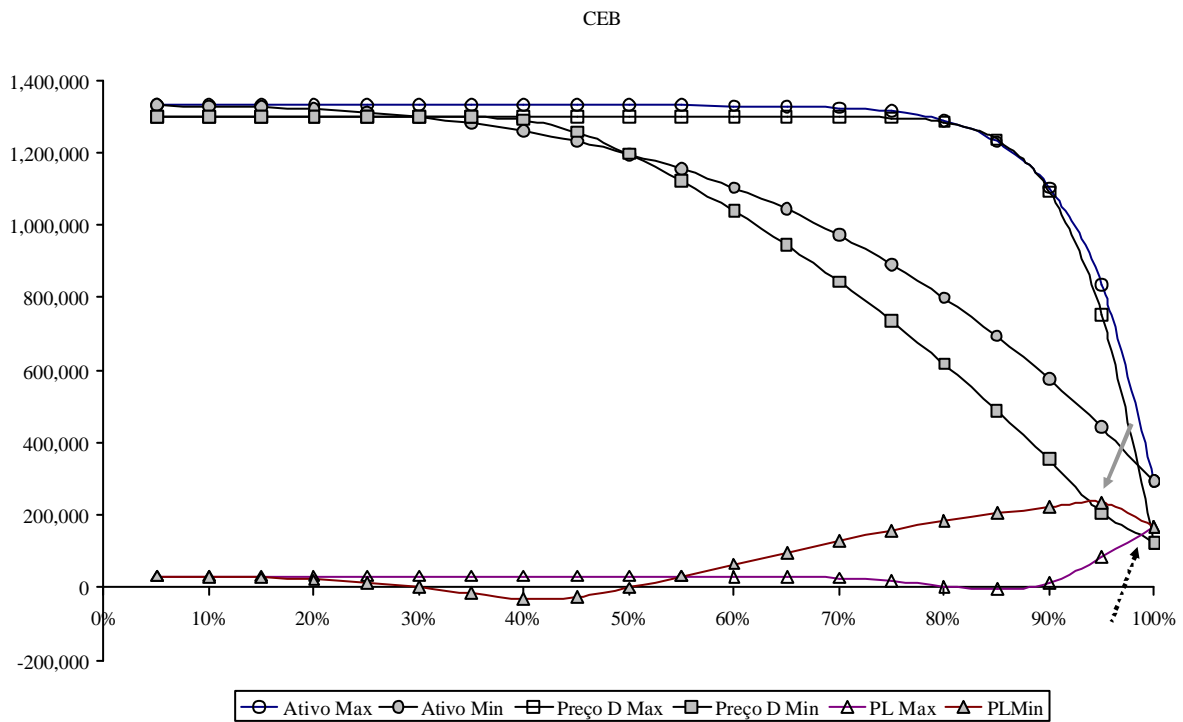


Gráfico 41-Maximização do Valor Patrimonial – CEB

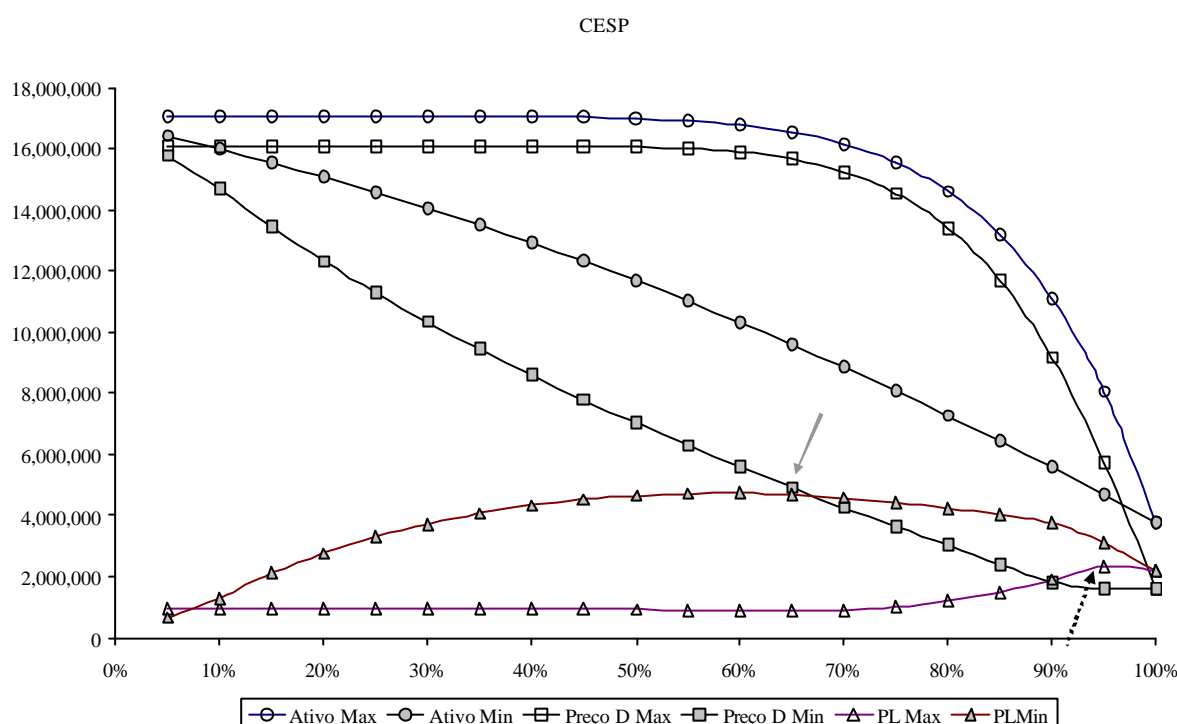


Gráfico 42-Maximização do Valor Patrimonial – CESP

No Gráfico 41 e no caso das estimativas com a utilização K_{dmax} e d_{max} do Gráfico 42, há uma estabilidade no valor alavancado dos ativos, valor de mercado do endividamento e patrimonial para todos os níveis de Ponto de Inadimplência. Somente quando o Ponto de Inadimplência atinge a proximidade dos 100% é que o valor patrimonial é maximizado. Eles apresentam estabilidade da probabilidade de inadimplência de aproximadamente zero para todos os pontos de 5% até 95%, devido à baixa volatilidade dos ativos estimada em 2% no caso CEB e 6,4% no caso CESP. Quando o Ponto de Inadimplência atinge 100% de V_0 , então a probabilidade de inadimplência passa a ser de 100%. Segundo o modelo, estes seriam dois casos em estado de *default*.

Finalmente, a tabela a seguir apresenta os Pontos de Inadimplência Ótimos e os Pontos de Inadimplência empíricos obtidos na seção 6.1. A coluna dois apresenta o Ponto de Inadimplência Ótimo de cada empresa, utilizando as estimativas máximas de juros e dividendos, K_{dmax} e d_{max} , $V_{Botimomax}$, que se refere à fração do valor presente do ativo que, uma vez atingido, declara-se a

falência da empresa. Comparando estes valores com o Ponto de Inadimplência Empírico, coluna 4 da mesma tabela, aquele que fez com que as probabilidades estimadas aproximassem das taxas históricas de inadimplência por grupo de classificação de *rating*, obteve-se uma correlação de 0,82.

A coluna 3 refere-se ao Ponto de Inadimplência Ótimo de cada empresa, utilizando as estimativas mínimas de juros e dividendos, K_{dmin} e d_{min} , $V_{Botimomin}$. A correlação destes valores com o Ponto de Inadimplência Empírico é 0,80. Estes resultados, correlação de 0,82 e 0,80, indicam a existência de uma forte relação linear entre as séries $V_{Botimomax}$ e $V_{Bempirico}$ e as séries $V_{Botimomin}$ e $V_{Bempirico}$, respectivamente, favoráveis à **Hipótese 2**.

O Ponto de Inadimplência $V_{Botimomax}$ médio é 0,46 (desvio padrão de 0,24); $V_{Botimomin}$ médio é 0,31 (desvio padrão de 0,22) e $V_{Bempirico}$ médio é 0,45 (desvio padrão de 0,22). Estes valores situam-se acima daquele reportado por Leland e Toft (1996) que, por simulação, obtiveram o Ponto de Inadimplência ideal em torno de 0,30 (30% do valor do ativo), como também daquele reportado por Reisz e Perlich (2004) é de 0,30 (desvio padrão de 0,24).

Tabela 10-Ponto de Inadimplência Ótimo x Empírico

Empresas	$V_{Botimomax}$	$V_{Botimomin}$	$V_{BEmpírico}$
Vale Rio Doce	0.10	0.10	0.10
Petrobras	0.35	0.20	0.15
Ambev	0.05	0.10	0.20
Aracruz	0.05	0.20	0.20
Embraer	0.50	0.25	0.25
Telesp	0.20	0.15	0.05
Votorantim C P	0.40	0.35	0.35
Brasil Telecom	0.80	0.50	0.60
Braskem	0.70	0.35	0.50
Eletrobras	0.80	0.40	0.80
Gerdau	0.35	0.20	0.30
Klabin	0.35	0.35	0.45
Sadia SA	0.50	0.35	0.55
Sid Nacional	0.60	0.35	0.35
Telemar-Tele NL Par	0.55	0.30	0.50
Ultrapar	0.45	0.05	0.50
Usiminas	0.45	0.20	0.30
Ampla Energ	0.50	0.40	0.55
Copel	0.60	0.30	0.70
Embratel Part	0.35	0.15	0.30
Ipiranga Pet	0.45	0.35	0.60
Net	0.20	0.10	0.15
Telemig Celul Part	0.25	0.20	0.30
Cemig	0.45	0.30	0.65
Eletropaulo Metro	0.80	0.40	0.75
CEB	1.00	0.95	0.95
Cesp	0.60	0.95	0.95
Média	0.46	0.31	0.45
Desvio Padrão	0.24	0.22	0.25
Correlação	0.82	0.80	

O primeiro caso dessa tabela indica que o Ponto de Inadimplência é 0,10 do valor de mercado do ativo da Vale do Rio Doce (R\$ 120MM), equivalente a R\$12MM. Isso significa que, se o ativo da empresa reduzir de R\$120MM para R\$12MM, esta entra em falência. Este é o Ponto de Inadimplência que faz com que a probabilidade de inadimplência estimada pela função de primeira passagem no tempo se aproxime da taxa histórica de inadimplência da classificação de *rating* desta empresa. Esse é também o nível mínimo do valor do ativo que faz seus acionistas decidirem pela liquidação da empresa: enquanto o valor dos ativos permanecer acima deste nível, os acionistas estarão dispostos a aportar recursos para cumprimento das obrigações financeiras da empresa.

Pode-se dizer, então que, neste caso, os acionistas estão tomando a decisão sobre a liquidação da empresa de forma a maximizar sua riqueza, uma vez que é neste ponto que o valor de mercado patrimonial é máximo.

Alternativamente, é possível observar a proximidade dos Pontos de Inadimplência analisando o gráfico abaixo:

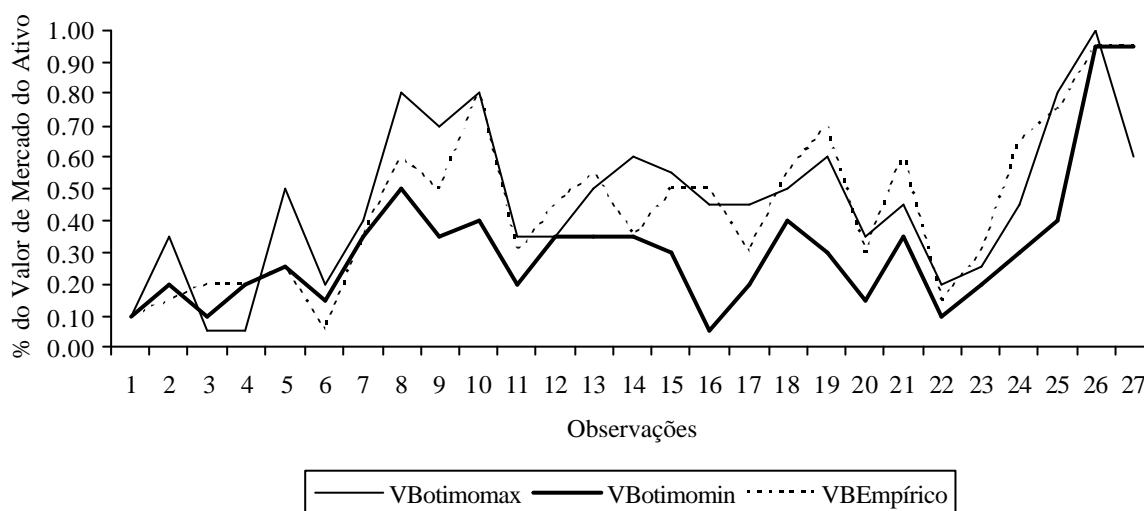


Gráfico 43-Ponto de Inadimplência Ótimo x Empírico

Nos demais casos estudados, não há coincidência entre os Pontos de Inadimplência Ótimo e Empírico, entretanto, há uma forte correlação entre eles. Ao se levar em conta todas as premissas e estimativas utilizadas para se obter esse resultado, como por exemplo, o custo de capital, a amortização da dívida e o pagamento de dividendos, pode-se dizer que tais resultados são evidências fortes sobre a validade da teoria de que os acionistas tomam a decisão pela liquidação da empresa em busca da maximização de sua riqueza.

Para testar efetivamente a **Hipótese 2**, verificar se esse Ponto de Inadimplência Ótimo é igual ao Ponto de Inadimplência Empírico, realizou-se o teste de médias emparelhadas, comparando, primeiramente, a diferença entre as séries $V_{Botimomax}$ e $V_{Bempirico}$. A hipótese de que a diferença entre as séries é zero não é rejeitada, a diferença média entre as séries é de 0,012 e, com 95% de

significância estatística, a diferença entre as séries apresenta o intervalo $[-0,045 \ 0,071]$. Esse resultado é mais uma forte evidência em favor da **Hipótese 2**.

Em seguida, realizou-se o teste de médias emparelhadas comparando as séries $V_{Botimomin}$ e $V_{Bempirico}$ e os resultados obtidos rejeitaram a hipótese nula de igualdade entre as médias. A diferença média entre as séries é de 0,1315 e com significância estatística de 95%; o intervalo da diferença é de $[-0,1909 \ -0,072]$. Ao retomar a definição de que $V_{Botimomin}$ considera que o custo de capital de terceiros é igual à taxa livre de risco e que, na realidade, o custo de capital de terceiros deve ser maior do que essa taxa em função da incorporação do prêmio pelo risco devido ao risco de inadimplência, então, esse resultado desfavorável à **Hipótese 2** deve ser interpretado com certo cuidado.

Foram realizadas simulações utilizando níveis de perda em caso de *default* de 10% e 90% do valor dos ativos e os resultados mostraram que o Ponto de Inadimplência Ótimo não sofre variações relevantes para esses outros níveis de perda.

O Ponto de Inadimplência também pode ser medido como um percentual do endividamento contábil, ao invés da fração valor de mercado dos ativos como foi medido até agora. Nesta pesquisa, o $V_{Botimomax}$ médio corresponde a 0,85 do valor contábil do endividamento (desvio padrão de 0,25); $V_{Botimomin}$ médio corresponde a 0,57 (desvio padrão de 0,22), e $V_{Bempirico}$ médio corresponde a 0,83 (desvio padrão de 0,30). Reisz e Perlich (2004) relatam uma média de 66%, com desvio-padrão de 40%. Esse resultado pode ser explicado em função do maior risco do mercado brasileiro em relação ao mercado americano. Pelo modelo de decisão de falência utilizado neste trabalho, em face de um risco mais alto, os credores devem impor uma proteção maior, exigindo um Ponto de Inadimplência mais elevado.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como objetivo principal investigar empiricamente a validade conjunta dos modelos *tradeoff* de estrutura de capital e de decisão de falência, que defendem os fatores benefício tributário e custo de falência como determinantes da estrutura ótima de capital e da decisão pela liquidação da empresa. Para isso, foram definidas as **Hipóteses 1 e 2**. A **Hipótese 1** verifica se cada empresa possui um Ponto de Inadimplência específico, ou seja, como as empresas possuem características diferentes devem então, apresentar Pontos de Inadimplência diferentes. Os resultados obtidos apresentaram uma grande dispersão dos Pontos de Inadimplência entre as empresas da amostra, confirmando a **Hipótese 1**.

A **Hipótese 2** verifica se o Ponto de Inadimplência Empírico, aquele que faz com que as probabilidades estimadas se aproximem das taxas históricas de inadimplência, é igual ao Ponto de Inadimplência Ótimo, aquele que maximiza o valor de mercado patrimonial. Os resultados apontam para valores muito próximos, com uma média de 0,46 para o Ponto de Inadimplência Ótimo $V_{Botimomax}$ e 0,45 para o Ponto de Inadimplência Empírico, $V_{Bempirico}$. Apresentaram, também, evidências em favor da forte relação linear entre estas séries, correlação de 0,82. O teste de médias emparelhadas, a hipótese nula de que as médias são iguais não é rejeitada. A diferença média entre essas duas séries é de 0,012.

O Ponto de Inadimplência Ótimo também é medido por $V_{Botimomin}$, como sendo aquele que utiliza da estimativas de custo de capital de terceiros, a taxa livre de risco. A média desta série é de 0,31, abaixo do $V_{Bempirico}$ (0,45). A correlação entre as duas séries é de 0,80, também indicando forte relação linear entre as séries. Não se obteve resultado favorável no teste de médias emparelhadas: a hipótese nula de igualdade entre as séries foi rejeitada, a diferença média entre as elas é de 0,1315.

Esse resultado desfavorável deve ser analisado cuidadosamente, porque utiliza a taxa livre de risco como estimativa do custo de capital de terceiros. Na realidade, o custo de capital de

terceiros deve ser alguma taxa acima da livre de risco em função da incorporação, pelos credores, do prêmio pelo risco de falência.

Esses resultados representam fortes evidências em favor dos modelos *tradeoff* e de decisão pela liquidação da empresa, que defendem a idéia da existência de uma estrutura ótima de capital e de um Ponto de Inadimplência determinados em função do benefício tributário e do custo de falência, decorrentes da decisão de endividamento que maximizam o valor de mercado patrimonial.

Complementarmente ao objetivo principal, este trabalho procurou verificar se as relações entre Ponto de Inadimplência e as variáveis volatilidade, alavancagem, rentabilidade e oportunidades de investimento são evidências consistentes com a teoria de estrutura de capital. A **Hipótese 4** defende a relação negativa entre Ponto de Inadimplência e volatilidade do retorno do ativo e relação positiva com alavancagem financeira. Os resultados obtidos são consistentes com a teoria de estrutura de capital sinalizando que as empresas menos arriscadas são mais alavancadas devido ao menor custo de falência e, por isso, os credores passam a exigir um Ponto de Inadimplência mais elevado. Isso foi confirmado através da relação negativa entre Ponto de Inadimplência e volatilidade dos ativos e relação positiva entre Ponto de Inadimplência e alavancagem financeira.

A **Hipótese 5** também procura verificar, de acordo com a teoria de estrutura de capital, a existência da relação negativa entre Ponto de Inadimplência e as variáveis investimento em capital de giro, rentabilidade e oportunidades de investimento. Os resultados indicam que não há relação estatisticamente significativa entre Ponto de Inadimplência e capital de giro e Ponto de Inadimplência e oportunidades de investimento. Obteve-se relação negativa e estatisticamente significativa entre Ponto de Inadimplência e rentabilidade, conforme o esperado.

Dessa forma, foram três os resultados consistentes com a teoria de estrutura de capital: relação negativa entre Ponto de Inadimplência e volatilidade; relação positiva entre Ponto de Inadimplência e alavancagem e relação negativa entre Ponto de Inadimplência e rentabilidade.

Finalmente, o terceiro objetivo deste trabalho era investigar a capacidade da função de primeira passagem no tempo de estimar a probabilidade de inadimplência, comparando as probabilidades estimadas com as taxas médias históricas de inadimplência. A **Hipótese 3** foi testada comparando-se a probabilidade de inadimplência calculada pela função com as respectivas taxas históricas.

As classificações de *rating* foram estudadas agrupando as classificações que apresentam taxas históricas de inadimplência muito próximas. Foram seis os grupos de *rating* estudados: *G-1* ao *G-6*. Foram obtidas correlações altas entre as probabilidades de inadimplência calculadas e as taxas médias históricas para todos os grupos: 0,96 à 0,99, indicando forte relação linear entre as séries.

Adicionalmente, há excelente convergência da probabilidade de inadimplência estimada com a taxa média histórica do respectivo grupo para todos os grupos, em todos os prazos, exceto para aqueles de menor risco, para os prazos mais curtos, quando as probabilidades foram subestimadas. Esse resultado é consistente com Leland (2004) e Hao (2005), que reconhecem que seu modelo prevê adequadamente a probabilidade de falência no longo prazo e a subestima no curto prazo, bem como mostra que os modelos estatísticos que utilizam dados históricos são superiores para a previsão de inadimplência para o período de um ano.

Finalmente, este trabalho sinaliza que o modelo *tradeoff* de estrutura de capital é válido e consistente com o modelo de Leland e Toft (1996) sobre a decisão de falência das empresas. Esses resultados podem contribuir para a utilização dos instrumentos apresentados para a tomada de decisão com o objetivo de maximização da riqueza dos acionistas. Adicionalmente, a ferramenta de previsão de inadimplência pode contribuir para previsão de inadimplência das empresas tanto para a tomada de decisão de concessão de crédito, como para precificação de títulos com risco de crédito.

Trata-se, portanto, de uma contribuição interessante para os problemas de (i) decisão de estrutura de capital das empresas; (ii) concessão de crédito e (iii) precificação de títulos corporativos emitidos por empresas que possuem ações negociadas em Bolsa de Valores.

BIBLIOGRAFIA

ALTMAN, E. **Financial Ratios, Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy**. *Journal of Finance* Vol 23 1968

BARROS, L.A. **Valor da Empresa e Estrutura de Capital Estudo em Condições de Assimetria Informal e Conflitos de Interesse no Mercado Brasileiro** *Saint Paul Editora* São Paulo 2005

BEAVER, W.H. **Financial Ratios as Predictors of Failure** . *Journal of Accounting Research*, suplemento do Vol. 5 1966

BEAVER, W.H.; MCNICHOLS M.F. e RHIE, J **Have Financial Statements Become Less Informative? Evidence from the Ability of Financial Ratios to Predict Bankruptcy** Working Paper 2004

BLACK, F.; COX, J. **Valuing Corporate Securities: Some Effects of Bond Indenture Provisions** *The Journal of Finance* Vol. 31, No 2 1976

BLACK, F.; SCHOLES, M. **The pricing of options and corporate liabilities**. *Journal of Political Economy*, v. 81, p 637-659, 1973.

BRASIL. Banco Central **Relatório de Economia Bancária e Crédito Brasília**, 2005

BRASIL. Planalto. **Lei No 11.101**. Brasília. 2005. Disponível em <http://www.planalto.gov.br>

BROCKMAN, P.; TURTLE, H. **A Barrier Option Framework for Corporate Security Valuation** *Journal of Financial Economics*, 67 No 2003

CAOUILLE, J.B.; ALTMAN, E.I. e NARAYANAN, P. **Managing Credit Risk - The Next Great Financial Challenge** New York John Wiley & Sons, Inc. 1998

CARVALHO, A.G. **Lei de Falência, Acesso ao Crédito Empresarial e Taxas de Juros no Brasil** *Revista de Economia Política* Vol. 25 No 1 2005

CARVALHO, A.G. E BARCELOS, L.C. **Determinantes do Acesso ao Crédito Empresarial no Brasil** *Working Paper* IPE USP 2002

COATS, P. e FANT K. **Recognizing Financial Distress Patterns Using A Neural Network Tool** *Financial Management* 22 No 3 1993

COPELAND, T.E.; WESTON, .F. e SHASTRI K. **Financial Theory and Corporate Policy** Pearson Addison Wesley 2005

COVITZ, D. e HAN, S **An Empirical Analysis of Bond Recovery Rates:Exploring a Structural View of Default** *Division of Research and Statistics The Federal Reserve Board* December 2004. Disponível: <http://www.defaultrisk.com>

CROSBIE, P. **Modeling Default Risk** *Moody's KMV Company*. 1999 Disponível na internet: <http://www.moodyskmv.com>

CROSBIE, P e BOHN, J. **Modeling default risk**. *Moody's KMV Company*. 2003. Disponível na internet: <http://www.moodyskmv.com>

DJANKOV, S.; MCLIESH, C. e SHLEIFER A. **Private Credit in 129 Countries**. 2006. Disponível na internet: www.ifc.org/publications

DUFFIE, D., SINGLETON, K. **Modeling term structures of defaultable bonds** . *Review of Financial Studies* 12, 687-720. 1999

DURANT, W. **A História da Civilização**, Companhia Editora Nacional, 1944

FALKENSTEIN E.; BORAL, A. e CARTY, L.V. **RiskCalc™ for Private Companies**. *Moody's KMV Company*. 2000 <http://www.moodyskmv.com>

GLEN, J. E PINTO, B *Debt or Equity? How Firms in Developing Countries Choose*, *International Finance Corporation Discussion Paper* 1994

HAO, H. **Predicting Bankruptcy: A New Structural Approach** Queen's School of Business, 2005

HARRIS, M., RAVIV A. **The Theory of Capital Structure** *The Journal of Finance* Vol. 46, 1991

HARRISON, G. **Brownian Motion and Stochastic Flow Systems** *John Wiley & Sons* 1985

JARROW, R.A., TURNBULL, S. **Pricing derivatives on financial securities subject to credit risk**. *Journal of Finance* 50, 53-85. 1995.

JARROW, R.A., LANDO, D. e TURNBULL, S. **A Markov Model for the term structure of credit risk spreads**. *Review of Financial Studies*, 10 92 1997.

JARROW, A.R., TURNBULL, S. **Derivative Securities** 2nd ed. *South - Western College Publishing Thomson Learning*, Cincinnati, Ohio 2000

JENSEN, M. e MECKLING, W.H. **Theory of the Firm: Managerial Behavior, Agency Costs and Ownership Structure**. *Journal of Financial Economics* Vol.4 N. 4, October 1976.

LA PORTA, R et. al **Legal Determinants of External Finance** *The Journal of Finance* Vol 52, No 3 1997

LELAND, H.E; TOFT K.B. **Optimal Capital Structure, Endogenous Bankruptcy, and the Term Structure of Credit Spreads** *The Journal of Finance*, Vol.51, No 3 1996

LONGSTAFF, F.A., SCHWARTZ, E.S. **A simple approach to valuing risky fixed and floating rate debt**, *Journal of Finance* 50, 789-819. 1995.

MARCONI, A. A.; LAKATOS, E. M.. **Fundamentos de metodologia científica**. São Paulo, Atlas, 5ª. Edição, 2003

MARTELANC, R. **Proposição e Avaliação de Política de Hierarquização de Fontes de Financiamento sob Restrição de Capital** São Paulo, 1998. Tese (Doutorado em Administração) – Programa de Pós-Graduação em Administração, Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo

MERTON, R. **On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates** *The Journal of Finance*, Vol. 29, No 2 1974

MILLER, M.H. **Debt and Taxes** *Journal of Finance* Vol.32 No 2 1977

MINARDI, A **O que os Preços das Ações Brasileiras Dizem sobre Probabilidade de Inadimplência** Anpad 2005

MODIGLIANI, F. MILLER, M.H. **The Cost of Capital, Corporation Finance, and the Theory of Investment**, *American Economic Review*, Vol. 48, No 3 1958

NANDI, S. **Valuation Models for Default-Risky Securities: an overview** *Federal Reserve Bank of Atlanta ECONOMIC REVIEW* Fourth Quarter 1998.

NEFTCI, S. **An Introduction to the Mathematics of Financial Derivatives** California Academic Press, 2000

OHLSON, J.A. **Financial Ratios and the Probabilistic Prediction of Bankruptcy** *Journal of Accounting Research* Vol.18 No1. Primavera 1980

REISZ, A.S. e PERLICH, C **A Market-Based Framework for Bankruptcy Prediction** Working Paper 2004 Disponível em <http://papers.ssrn.com>

SALOMON, D. V. **Como Fazer uma Monografia**. Ed. Martins Fontes, 9ª ed., São Paulo, 1999

SARKAR, S **Probability of call and likelihood of the call feature in a corporate bond**. *Journal of Banking & Finance* 25 2001

SAUNDERS, A. **Medindo o Risco de Crédito** Qualitymark Editora Rio de Janeiro, RJ 2000

SCHAEFER, S.; STREBULAEV I. **Structural Models of Credit Risk are Useful: Evidence From Hedge Ratios of Corporate Bonds**” Working Paper 2004 Disponível em <http://www.londonbusinessschool.com>

SHUMWAY, T. **Forecasting Bankruptcy More Accurately: A Simple Hazard Model** *The Journal of Business* Vol.74, No 1. Jan 2001

SUNDER, L.S.; MYERS, S.C. **Testing static tradeoff against pecking order models of capital structure** *Journal of Financial Economics* No 51 1999

TITMAN, S. e WESSELS R. **The Determinants of Capital Structure Choice**, *The Journal of Finance*, Vol XLIII, 1-19.1988.

VASSALOU M. e XING, Y. **Default Risk in Equity Returns**, *Journal of Finance*, Vol. 59, No 2 2004

