

"A FEA e a USP respeitam os direitos autorais deste trabalho. Nós acreditamos que a melhor proteção contra o uso ilegítimo deste texto é a publicação online. Além de preservar o conteúdo motiva-nos oferecer à sociedade o conhecimento produzido no âmbito da universidade pública e dar publicidade ao esforço do pesquisador. Entretanto, caso não seja do interesse do autor manter o documento online, pedimos compreensão em relação à iniciativa e o contato pelo e-mail bibfea@usp.br para que possamos tomar as providências cabíveis (remoção da tese ou dissertação da BDTD)."

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO E CONTABILIDADE
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA

DIVISÃO DE CUSTOS COMUNS E REGULAÇÃO POR INCENTIVOS

Luciana Costa Fiorini

Orientador: Prof. Dr. Paulo Picchetti

São Paulo

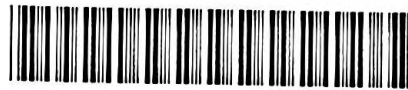
2000

REITOR DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Profº Dr. JACQUES MARCOVITCH

DIRETOR DA FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO E CONTABILIDADE
Profº Dr. ELISEU MARTINS

CHEFE DO DEPARTAMENTO DE ECONOMIA
Profº Dr. DENISARD CNÉIO DE OLIVEIRA ALVES

DEDALUS - Acervo - FEA



20600004063

DIVISÃO DE CUSTOS COMUNS E REGULAÇÃO POR INCENTIVOS

Luciana Costa Fiorini

Dissertação apresentada à Faculdade de
Economia, Administração e Contabilidade
da Universidade de São Paulo para
obtenção do título de Mestre em
Economia.

Orientador: Prof. Dr. Paulo Picchetti

São Paulo

2000

FICHA CATALOGRÁFICA

Fiorini, Luciana Costa

Divisão de custos e regulação por incentivos / Luciana Costa Fiorini. __ São Paulo : FEA/USP, 2000.
101 p. + anexos

Dissertação - Mestrado
Bibliografia.

1. Teoria da regulação (Economia) 2. Telecomunicação I. Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da USP.

CDD - 330.1

T330.1 F521d
T80965



20600004063



Powered by RfidProStar - www.tegprocess.com.br

Aos meus pais.

Agradecimentos

Agradeço especialmente:

À Capes, pelo apoio financeiro.

Aos professores da FEA/USP, pelo apoio e exemplo, e aos colegas de mestrado, pelas lições de bom humor e companheirismo.

Aos professores Décio Kadota, Roberto Guena e Francisco Anuatti, pelas pertinentes sugestões apresentadas no exame de qualificação.

Ao professor Paulo Picchetti, pela orientação e esclarecimentos fornecidos durante a realização deste trabalho.

Ao Alberto Matsumoto, pela presteza e incentivo, e ao Wagner Eric Heibel, pelas informações prestadas.

À tia Henriqueta, pela acolhida amorosa em São Paulo.

Ao Leo e ao Sérgio, irmãos que, mesmo à distância, serão sempre meus companheiros.

Aos meus pais, grandes amigos, educadores e exemplos de vida.

Ao Leandro, por pintar os meus dias com cores mais vivas.

A Deus.

SUMÁRIO

Lista de figuras	i
Lista de tabelas	ii
Lista de abreviaturas	iv
Lista de símbolos	v
Resumo	viii
Abstract	ix
1 Introdução	1
2 O setor de telecomunicações no Brasil	4
2.1 Breve histórico institucional	4
2.2 Aspectos tecnológicos	12
3 Regulação de mercados: alguns aspectos teóricos	17
3.1 Restrições tecnológicas e suas implicações	17
3.2 Formas de regulação	20
4 Divisão de custos comuns	38
4.1 Jogos cooperativos e <i>core</i>	39
4.2 As soluções do <i>Tennessee Valley Authority</i>	44
4.3 Soluções derivadas do conceito de <i>core</i>	50
4.4 O valor de Shapley	55
5 Simulações: metodologia e apresentação dos resultados	65
5.1 Descrição dos modelos utilizados	65
5.2 Apresentação dos resultados	68
6 Considerações finais	95
7 Referências bibliográficas	98
Apêndice	

Lista de figuras

Figura 1 – <i>Pulse-amplitude modulation</i> (PAM)	12
Figura 2 - <i>Pulse-time modulation</i> (PTM)	13
Figura 3 – Tipos de conexão e modulação	16
Figura 4 – Conjunto de alocações tais que $\sum_{i \in N} c_i = C(N)$	83
Figura 5 – <i>Core</i> de um jogo cooperativo	84
Figura 6 – <i>Core</i> , nucleolus e valor de Shapley para $k = 0,69$	84
Figura 7 – <i>Core</i> , nucleolus e valor de Shapley para $k = 0,79$	85
Figura 8 – <i>Core</i> , nucleolus e valor de Shapley para $k = 0,79$, ampliados	85

Lista de tabelas

Tabela 1 – Modelos de divisão de custos	64
Tabela 2 – Simulação 1 e regulação por incentivos	69
Tabela 3 – Simulação 2a e alocação de custos	70
Tabela 4 - Simulação 2b e alocação de custos	70
Tabela 5 - Simulação 3a e alocação de custos	72
Tabela 6 – Regulação de incentivos e ACA na simulação 3a	72
Tabela 7 - Regulação de incentivos e nucleolus na simulação 3a	72
Tabela 8 - Regulação de incentivos e valor de Shapley na simulação 3a	73
Tabela 9 – Regulação de incentivos e ACA na simulação 3b	73
Tabela 10 - Regulação de incentivos e nucleolus na simulação 3b	74
Tabela 11 - Regulação de incentivos e valor de Shapley na simulação 3b	74
Tabela 12 – Vetores de excessos na simulação 3b	74
Tabela 13 - Simulação 4a e alocação de custos	76
Tabela 14 – Regulação de incentivos e ACA na simulação 4a	76
Tabela 15 - Regulação de incentivos e nucleolus na simulação 4a	77
Tabela 16 - Regulação de incentivos e valor de Shapley na simulação 4a	77

Tabela 17 – ACA e valor de Shapley na simulação 4b	77
Tabela 18 – Regulação de incentivos e ACA na simulação 4b	78
Tabela 19 – Regulação de incentivos e valor de Shapley na simulação 4b	78
Tabela 20 – ACA e valor de Shapley na simulação 5	79
Tabela 21 – Simulação 6 e alocação de custos	81
Tabela 22 – ACA e simulação 6a	81
Tabela 23 – Nucleolus e simulação 6a	82
Tabela 24 – Valor de Shapley e simulação 6a	82
Tabela 25 – ACA e simulação 6c	87
Tabela 26 – Nucleolus e simulação 6c	87
Tabela 27 – Valor de Shapley e simulação 6c	87
Tabela 28 - Simulação 7 e alocação de custos	88
Tabela 29 - Simulação 8 e alocação de custos	90
Tabela 30 – ACA e valor de Shapley na simulação 9	91
Tabela 31 – Simulação 10 d alocação de custos	92
Tabela 32 – Simulações	94

Lista de abreviaturas

ACA	Custos dispensados alternados
AM	<i>Amplitude Modulation</i>
Contel	Conselho Nacional de Telecomunicações
CPA	Central de Comutação por Programa Armazenado
CPqD	Centro de Pesquisa e Desenvolvimento
CTB	Companhia Telefônica Brasileira
Fistel	Fundo de Fiscalização das Telecomunicações
FM	<i>Frequency Modulation</i>
FNT	Fundo Nacional de Telecomunicações
LGT	Lei Geral de Telecomunicações
PAM	<i>Pulse-amplitude Modulation</i>
PCM	<i>Pulse code Modulation</i>
PTM	<i>Pulse-time Modulation</i>
SCRB	Custos exclusivos e benefícios remanescentes
STFC	Serviço Telefônico Fixo Comutado
TDM	<i>Time division multiplex</i>
TVA	<i>Tennessee Valley Authority</i>

Lista de símbolos

Capítulo 3 – Regulação de mercados: alguns aspectos teóricos

$\psi(e)$	Desutilidade do esforço da firma
$\pi(q)$	Lucro da firma
ζ_i	Peso do consumidor i na função de bem-estar
η_l	Elasticidade da demanda do bem l
$C(q)$	Custo total
$CE(q_l)$	Custos exclusivos do bem l
$CNE(q)$	Custos comuns a todos os bens produzidos
$D(p)$	Função de demanda
e	Esforço despendido pela firma
$EC(q)$	Excedente líquido do consumidor
$F(\beta)$	Função de distribuição acumulada de β
$f(\beta)$	Função densidade de distribuição de β
M	Conjunto de l bens
N	Conjunto de i consumidores
\mathbf{p}	Vetor de preços
$p(\beta)$	Preço cobrado pela firma tipo β
β	Parâmetro de eficiência da firma
γ	Peso da restrição orçamentária

λ	Preço sombra das verbas públicas
q	Vetor de quantidades produzidas
$q(\beta)$	Quantidade produzida pela firma tipo β
S	Excedente do consumidor
t	Transferência líquida do regulador para a firma
U	Utilidade da firma
$V_i(p_i, w_i)$	Função de utilidade indireta do consumidor i
x	Vetor de bens intermediários
z	Vetor de insumos primários

Capítulo 4 – Divisão de custos comuns

ϕ	Conjunto vazio
$v(S)$	Valor da coalizão S
$B(i)$	Benefícios do serviço i
c_i	Pagamento feito pelo prestador de serviço i
$C(N)$	Custos totais de operação conjunta de todos os i serviços
CE_i	Custos exclusivos do serviço i
CNE_i	Custos não-exclusivos
$e(S, x)$	Vetor de excessos da coalizão S
N	Conjunto de i serviços
n	Número de elementos de N
p	Probabilidade
p_{AS}	Preços de Aumann-Shapley
$RB(i)$	Benefícios remanescentes do serviço i
S	Coalizão contida em N

$V(p)$	Função indireta de bem-estar
$W(u)$	Função de bem-estar
x	Vetor de ganhos dos i serviços
X	Conjunto de x em todas as coalizões possíveis

Capítulo 5 – Simulações: metodologia e apresentação dos resultados

$\psi(e)$	Desutilidade do esforço da firma
$C(N)$	Custos totais de operação conjunta de todos os i serviços
c_i	Pagamento feito pelo prestador de serviço i
e	Esforço despendido pela firma
$F(\beta)$	Função de distribuição acumulada de β
$f(\beta)$	Função densidade de distribuição de β
N	Conjunto de i serviços
$p(\beta)$	Preço cobrado pela firma tipo β
β	Parâmetro de eficiência da firma
$q(\beta)$	Quantidade produzida pela firma tipo β
t	Transferência líquida do regulador para a firma
U	Utilidade da firma

Resumo

O setor de telecomunicações brasileiro tem características institucionais e tecnológicas que sugerem a necessidade de regulação econômica. Além disso, a presença de custos comuns a diferentes serviços gera o problema referente a sua divisão. O foco é a interação entre estas duas abordagens: regulação e alocação de custos. Os efeitos do método utilizado para dividir custos comuns sobre o programa de incentivos adotado pelo regulador são analisados mediante a realização de simulações numéricas.

Abstract

The Brazilian Telecommunications Industry has institutional and technological characteristics that suggest the need of economic regulation. Furthermore, the presence of common costs among different services brings up the problem of how to divide them. The focus is the interaction of these two approaches: regulation and allocation of costs. The effects of the method used for dividing common costs over the incentive program adopted by the regulator are analyzed by the realization of numerical simulations.

1. Introdução

Alguns setores industriais apresentam características tecnológicas que não se conformam às hipóteses do modelo de concorrência perfeita, tornando inviável a aplicação de preços iguais aos custos marginais. Em razão dessa impossibilidade, várias soluções foram discutidas, merecendo destaque as que pressupõem a existência de um agente regulador de mercado.

Além da presença de especificidades tecnológicas que impedem a aplicação do modelo de concorrência perfeita, firmas que produzem mais de um bem (ou prestam mais de um serviço) podem apresentar outro problema, referente à contabilidade dos custos de cada serviço prestado. Não são raras situações em que se utilizam os mesmos equipamentos, mão-de-obra e recursos administrativos para o fornecimento de serviços distintos, o que inviabiliza a discriminação do custo de cada serviço prestado. Como não é possível contabilizar os custos de cada serviço individualmente, cabe ao empresário arbitrar sobre a divisão destes custos.

Dadas essas duas questões, considera-se a situação em que a firma apresenta ambas as características mencionadas: presença de uma estrutura de produção comum a vários serviços, sem que seja possível atribuir a cada um deles os custos decorrentes de seu fornecimento; e existência de especificidades tecnológicas que impedem a aplicação de preços iguais aos custos marginais. Neste caso, é possível que a determinação de preços ocorra em dois passos: no primeiro deles, o empresário escolhe a forma como os custos comuns serão compartilhados pelos diversos serviços prestados pela firma; o segundo passo ocorre a partir dessa escolha, quando deve-se determinar um preço em função destes custos. Alguns destes serviços poderão seguir o modelo de concorrência perfeita. Entretanto, se os preços determinados para parte destes serviços forem os custos marginais encontrados a partir da divisão de custos comuns, é possível que a receita total não cubra os custos

totais. Surge então a necessidade de se elaborar um modelo de regulação, para que seu fornecimento torne-se economicamente viável.

O setor de telecomunicações brasileiro deve possuir as características mencionadas, tornando pertinente a discussão sobre a divisão de custos comuns compartilhados por vários serviços e o modelo de regulação a ser adotado posteriormente. Tendo em vista a existência de um objeto concreto de investigação com tais particularidades econômicas, a dissertação pretende investigar a influência que alguns métodos de divisão de custos exercem sobre a regulação de mercado. Para tanto, são apresentadas algumas propostas de regulação e os diferentes métodos de compartilhamento de custos. Após a descrição das propriedades de diversos modelos, são realizadas simulações numéricas, para que se analisem os efeitos da escolha do procedimento de divisão de custos sobre o modelo de regulação selecionado.

A opção por diretrizes mais liberais de política industrial no Brasil tem revelado a importância de se discutirem as possíveis formas de regulação de mercados. O histórico institucional das telecomunicações brasileiras mostra que as discussões aplicadas ao setor são bastante recentes. Ainda restam diversas questões a serem solucionadas e espera-se que as respostas alcançadas sejam fruto da interação entre a teoria econômica e a própria ação dos atores envolvidos, sejam eles firmas, consumidores ou regulador. Esta dissertação aborda uma das várias peculiaridades do setor, que é a dificuldade de contabilização dos custos incorridos pelos serviços de telecomunicações.

O trabalho está dividido em quatro capítulos distintos: em primeiro lugar, descrevem-se os aspectos institucionais e tecnológicos do setor de telecomunicações brasileiro, de forma que se mostre a presença de especificidades que justificam a análise de modelos de regulação e de divisão de custos. Em segundo lugar, são apresentadas as características tecnológicas que sugerem a existência de um agente regulador de mercados, além de se descreverem alguns dos modelos propostos. No capítulo seguinte, a atenção é voltada para o problema de divisão de custos, com a descrição teórica de diversos métodos de alocação. Finalmente, são realizadas simulações numéricas, de forma que se analisem os efeitos da escolha da alocação de custos sobre o modelo de regulação escolhido. Considerações finais encerram o trabalho e, em apêndice, são descritos outros modelos de regulação, cuja

leitura não é fundamental para o completo entendimento do trabalho, mas que ilustram outras opções de regulação aplicadas em situações diversas das investigadas na dissertação.

2. O setor de telecomunicações no Brasil

Durante a segunda metade do século XX, a indústria brasileira recebeu fortes influências do poder público. Este fato pode ser constatado no setor de telecomunicações que, a partir da década de 60, sofreu intervenções sistemáticas do governo federal, condicionando a evolução do setor à política industrial vigente. Mas, além dos aspectos institucionais, outros condicionantes, relacionados ao padrão tecnológico, tiveram relevância nesse período. O objetivo deste capítulo é descrever as principais características institucionais e tecnológicas das telecomunicações brasileiras. Dessa forma, o setor poderá ser visto como um exemplo para a aplicação da teoria apresentada nos capítulos posteriores. Enquanto a primeira seção focaliza os aspectos institucionais, a segunda refere-se às características tecnológicas do setor.

2.1. Breve histórico institucional

Até o início da década de 60, a ausência de diretrizes estabelecidas pelo Estado brasileiro contribuiu para que o setor de telecomunicações se desenvolvesse de forma desordenada. Na década de 30 o País possuía poucas empresas, em sua maioria estrangeiras, fabricantes de equipamentos de telecomunicações. Apenas na década de 50 verificou-se maior volume de investimentos externos no setor, incentivados pelo programa de substituição de importações implementado no segundo mandato de Getúlio Vargas (1951 a 1954). Nessa época, tanto o governo federal como os governos estaduais e municipais podiam emitir concessões para a prestação de serviços de telecomunicações. Em virtude da ausência de políticas para a integração do sistema nacional de telecomunicações, no final dos anos 50 havia no Brasil cerca de mil

companhias telefônicas. Grande parte das empresas de telecomunicações eram de pequeno porte e situavam-se nos Estados do Rio de Janeiro e São Paulo.

A intervenção sistemática do Estado brasileiro no setor ocorreu apenas em 1962, com a aprovação da Lei 4117, que instituiu o Código Brasileiro de Telecomunicações. De acordo com essa Lei, foi criado o Conselho Nacional de Telecomunicações (Contel), que teria como meta a promoção da integração dos serviços de telecomunicações. Além disso, o Poder Executivo foi autorizado a criar a Embratel, empresa destinada a explorar os serviços de telecomunicações em âmbito nacional. Para o financiamento das atividades da Embratel instituiu-se o Fundo Nacional de Telecomunicações (FNT), com recursos provenientes de uma tarifa adicional cobrada pelos serviços de telefonia públicos. A criação da Embratel ocorreu em 1965 e, no ano seguinte, a Lei 5070 criou o Fundo de Fiscalização das Telecomunicações (Fistel). As taxas de fiscalização, referentes tanto à instalação como ao funcionamento do sistema, seriam uma das principais fontes de recursos do Fistel. Dois anos mais tarde foi criado o Ministério das Comunicações, destinado a desempenhar o papel de regulador do sistema de telecomunicações no País. Em 1968 a Companhia Telefônica Brasileira (CTB), maior concessionária de capital externo instalada no Brasil, foi estatizada.

As medidas decorrentes da Lei 4117 deram grande impulso ao serviço de telefonia de longa distância. Entretanto, os serviços de telefonia local continuaram a apresentar baixo grau de qualidade. Essa situação estimulou a formação, em 1972, de uma holding nacional de empresas de telecomunicações, denominada Telebrás. A criação da Telebrás determinou grandes modificações no panorama do setor de telecomunicações. Em 1973 os serviços de telefonia passaram a ser realizados majoritariamente por 37 empresas de forma que, em 1975, o sistema telefônico brasileiro era quase que inteiramente controlado pelo setor público. Em cada estado havia uma empresa, denominada de empresa-pólo, e a Embratel também tornou-se subsidiária do sistema Telebrás.

Diante das dificuldades de levantamento de fundos para o setor, o Ministério das Comunicações optou por um modelo de auto-financiamento. Para ter acesso a uma linha telefônica, o consumidor deveria comprar determinada quantidade de ações da empresa de telefonia local (filiada à Telebrás), adquirindo o

direito de instalação de linha telefônica no prazo de dois anos após essa compra. Esse modelo de financiamento, que permitia a negociação das ações, vigorou até 1997.

Como um dos objetivos do Ministério das Comunicações era o de promover a produção doméstica de equipamentos, criou-se em 1976 o Centro de Pesquisa e Desenvolvimento (CPqD). A reserva de mercado foi um dos mecanismos utilizados para impulsionar o processo de substituição de importações no setor. Os principais instrumentos utilizados pelo governo eram: política de compras direcionada para bens fabricados pela indústria doméstica; aquisição compulsória de componentes e matérias-primas produzidos no país, estímulo à formação de joint ventures e exigência de que os produtores de equipamentos fossem majoritariamente controlados por capital nacional. Dessa forma, a indústria de equipamentos de telecomunicações passou a ser formada, em grande parte, por associações entre empresas de capital nacional e fabricantes multinacionais. Como afirma Abreu (1997: 19):

"A NEC no Brasil tem 51% de participação da Globopar e 49% da NEC. A Equitel tem 80% de participação da Siemens. A Ericsson no Brasil tinha participação de 51% do grupo Monteiro Aranha e do Bradesco e 49% da Ericsson matriz. A Promon dependia em parte de tecnologia da Northern Telecom."

Alguns desses fabricantes multinacionais possuíam experiência no mercado nacional desde o início do século, como a Ericsson e a Siemens, que controlava a Companhia Brasileira de Eletricidade.

Os trabalhos realizados pelo Centro de Pesquisa e Desenvolvimento foram fundamentais para que se alcançassem os objetivos de nacionalização do setor e expansão das redes de telecomunicações. De acordo com Botelho *et alii*, o número de linhas telefônicas cresceu mais de 100% entre 1973 e 1977, chegando a 4,7 milhões em 1980. Em 1982, a produção doméstica de equipamentos atingiu US\$ 776 milhões, enquanto as importações foram de US\$ 100 milhões, um terço do valor importado em 1975. No final dos anos oitenta, os equipamentos de telecomunicações desenvolvidos pelo CPqD contavam com a participação de 40% das compras domésticas. Um dos principais projetos do CPqD eram o Trópico-R e o Trópico-RA,

centrais digitais de comutação compatíveis com a tecnologia SPC (stored program control) de interconexão. A denominação de Trópico deveu-se à preocupação de adequar os sistemas às condições climáticas do país (altas temperaturas e elevado grau de umidade no verão). Produzido desde 1986, o Trópico-R tem o objetivo de atender áreas rurais ou urbanas de baixa densidade populacional. Semelhante ao Trópico-R, o sistema Trópico-RA tem maior capacidade e grande parte de suas funções é gerenciada por softwares, permitindo a utilização de menos equipamentos de hardware e, conseqüentemente, de menores custos fixos. De acordo com o International Telecommunication Union (1998a), atualmente a tecnologia Trópico (incluindo R e RA) é utilizada por cerca de metade dos terminais telefônicos do país. Segundo Melo et alii apud Abreu (1997), em meados dos anos oitenta o preço médio por assinante das centrais Trópico era de US\$ 700,00 caindo para menos de US\$ 200,00 em 1994.

Outros produtos desenvolvidos pelo CPqD são: centrais Trópico-C, com capacidade inferior à das centrais Trópico-R; central Trópico-L, de porte superior ao das centrais Trópico-RA; cartão de indução magnética para telefones públicos; equipamentos para a construção de estações terrestres de antenas; e sistemas de conexão que utilizam fibras óticas multimodais.

Na década de 80, diversos fatores contribuíram para que a expansão do setor de telecomunicações ficasse aquém da demanda por novas linhas telefônicas. Em 1982 o FNT foi extinto, o que significou a eliminação de uma importante fonte de recursos para a Telebrás. Condições macroeconômicas adversas, aliadas ao cenário institucional criado nos anos anteriores, permitiram a adoção de uma política bastante desfavorável para o setor. O ambiente inflacionário do período provocou diminuição da demanda por linhas telefônicas, pois a aquisição de ações do sistema Telebrás determinada pelo mecanismo de auto-financiamento havia se tornado inviável para grande parte da população. A redução das tarifas com o objetivo de conter o processo inflacionário gerou grandes distorções. De acordo com Botelho *et alii*, entre 1985 e 1991 as tarifas do sistema Telebrás apresentaram queda real de 45%. Além disso, foi adotado um mecanismo de subsídios, mediante transferências das receitas das chamadas internacionais e nacionais de longa distância para as empresas-pólo filiadas ao sistema. As tarifas cobradas para as chamadas locais e para a assinatura básica do telefone fixo tornaram-se

artificialmente baixas, o que provocou o congestionamento do sistema e o não-atendimento à demanda por novas linhas telefônicas.

As inovações tecnológicas na transmissão de dados e a incapacidade do sistema nacional de atender ao crescimento da demanda por serviços de telecomunicação constituíram-se em argumentos favoráveis para o processo de liberação do mercado e desnacionalização do setor. Entretanto, a própria Constituição do país era um dos obstáculos a se transpor antes da implementação desse processo. Considerados como públicos, os serviços de telecomunicações deveriam ser prestados diretamente pelo Governo Federal ou por empresas com mais de 50% das ações com direito a voto em poder do setor público. A dificuldade consistia na exigência de votos favoráveis de pelo menos três quintos dos parlamentares presentes na seção parlamentar para alteração do texto constitucional. Quanto à reserva de mercado, o processo de liberação precedeu a desnacionalização do setor pois, em 1990, as fibras óticas deixaram de compor a lista de produtos protegidos para o mercado doméstico. Em 1991 a Embratel contratou a AT&T para a instalação de um cabo submarino entre o Brasil e os Estados Unidos.

O governo Collor foi marcado pelo esforço de desregulamentação da economia, incluindo o Plano Nacional de Desestatização que, a princípio, focalizou a indústria de transformação. Conforme Abreu e Werneck (1993), entre o final de outubro de 1991 e o início do mesmo mês de 1992, dezesseis empresas foram privatizadas. Dentre elas, quatro petroquímicas, quatro fabricantes de aço e três produtoras de fertilizantes. Ainda em março de 1990 criou-se Comissão Especial (composta de um representante de cada ministério civil e de três representantes da Secretaria da Administração Federal) cuja missão era apontar as prioridades referentes ao processo de desregulamentação. Além disso, em abril de 1990, a publicação da Lei 8029 reestruturou vários órgãos públicos, mediante autorização ao Poder Executivo de extinguir determinadas autarquias e fundações, dissolver ou privatizar algumas entidades da Administração Pública Federal e, no caso do setor de telecomunicações, promover a fusão ou incorporação de empresas, reduzindo-as para apenas oito empresas de âmbito regional, além da Embratel.

Em janeiro de 1995 foi enviada ao Congresso proposta de emenda constitucional. A alteração do texto constitucional ainda neste ano foi um passo fundamental para a desestatização das telecomunicações brasileiras. De acordo com a

Constituição de 1988, caberia à União “explorar, diretamente ou mediante concessão a empresas sob controle acionário estatal, os serviços telefônicos, telegráficos, de transmissão de dados e demais serviços públicos de telecomunicações...” A emenda constitucional nº 8 permitiu que a União explorasse tais serviços “diretamente ou mediante autorização, concessão ou permissão...” Após a mudança no texto constitucional referente ao setor de telecomunicações, o Poder Executivo elaborou o Regulamento de Outorga de Concessão ou Permissão para Exploração de Serviços de Telecomunicações em Base Comercial, aprovado em novembro de 1995, e a Lei 9295, que entrou em vigor em julho do ano seguinte. De acordo com essa Lei, o serviço móvel celular passou a ser explorado mediante concessão pelo prazo de quinze anos, renovável por igual período. O serviço limitado, destinado à realização de atividade específica pelo próprio executante, passou a ser explorado mediante autorização por prazo indeterminado. Finalmente, o transporte de sinais de telecomunicações por satélites passou a ser explorado por concessão pelo prazo máximo de quinze anos, renováveis por igual período.

Em 1997 foi aprovada a Lei 9472 (Lei Geral de Telecomunicações - LGT), que atribuiu à União “... o disciplinamento e a fiscalização da execução, comercialização e uso dos serviços e da implantação e funcionamento de redes de telecomunicações...” Para tanto, essa Lei criou a Agência Nacional de Telecomunicações (Anatel), dotada de independência administrativa, cujo órgão máximo é o Conselho Diretor. Composto por cinco conselheiros escolhidos e nomeados pelo Presidente da República, suas decisões devem seguir a regra de maioria absoluta. Entre os deveres da Anatel, foi incluído o de administrar o Fundo de Fiscalização das Telecomunicações (Fistel). Criaram-se fundos de universalização dos serviços de telecomunicações e de desenvolvimento tecnológico das telecomunicações brasileiras. Além disso, foram estabelecidas regras de concessão dos serviços, com prazo máximo de vinte anos, prorrogáveis uma única vez por igual período. O Poder Executivo foi autorizado a promover a desestatização de vinte e nove empresas controladas pela União, entre elas a Telebrás e a Embratel. Em decorrência da possibilidade de desestatização do Sistema Telebrás, foi prevista a transformação do CPqD em fundação de direito privado.

A partir da aprovação da LGT tornou-se necessária a elaboração de uma série de decretos, regulamentos e resoluções que tomassem viável o processo de

desestatização do setor de telecomunicações. Em abril de 1998 foi aprovado, mediante Decreto 2534, o Plano Geral de Outorgas de Serviço de Telecomunicações prestado no regime público. Várias providências foram tomadas por meio desse documento, dentre elas o estabelecimento de quatro grandes regiões distintas cujo controle acionário, direto ou indireto, não pode ser coincidente entre nenhuma delas. Além disso, ficou previsto que, a partir de 31 de dezembro de 2001, não haverá qualquer limite ao número de prestadores do serviço telefônico fixo comutado, salvo nos casos de impossibilidade técnica ou em que o excesso de competidores comprometa a prestação do serviço. No mês seguinte, o Decreto 2592 aprovou o Plano Geral de Metas para a Universalização do Serviço Telefônico Fixo Comutado prestado no Regime Público. Esse documento estabelece metas para a telefonia fixa, incluindo os casos de acessos individuais, coletivos e individuais para deficientes auditivos e de fala que disponham de aparelhagem adequada à sua utilização. O objetivo do Decreto é o de garantir a toda pessoa ou instituição o direito de acesso, independentemente de sua localização ou condição sócio-econômica. No caso do serviço de telefonia fixa comutado, alguns documentos importantes merecem citação: Resolução 33, de julho de 1998, que regulamenta a remuneração pelo uso das redes das prestadoras do serviço; Resolução 73, de novembro de 1998, (Regulamento dos Serviços de Telecomunicações); Resolução 78, do mesmo mês, que estabelece diretrizes para destinação de faixas de frequências para sistemas de acesso fixo sem fio para prestação do serviço; Regulamento Geral de Interconexão; Regulamento de Numeração, fundamental para a viabilização do fim do monopólio na prestação do serviço telefônico fixo comutado e Resolução 85, de dezembro de 1998 (Regulamento do Serviço Telefônico Fixo Comutado).

Esse conjunto de instrumentos legais tornou possível nova configuração do setor de telecomunicações. Atualmente, o Serviço Telefônico Fixo Comutado (STFC), definido como “o serviço de telecomunicações que, por meio de transmissão de voz e de outros sinais, destina-se à comunicação entre pontos fixos determinados, utilizando processos de telefonia”, é prestado por concessionárias que atuam sob regime jurídico público. Essas empresas estão sujeitas ao cumprimento de metas de universalização dos serviços prestados e a prazo de concessão determinado. Além disso, a regulação tarifária estabelece preço máximo para os serviços prestados por pelo menos três anos após a celebração do contrato de concessão. Todas essas

restrições decorrem do fato de que o STFC é entendido como um serviço de “interesse coletivo, cuja existência, universalização e continuidade” são assegurados pela própria União (LGT). Além da atuação de empresas concessionárias, a legislação prevê a autorização para que outras empresas (chamadas de empresas-espelho) também prestem serviço de telefonia fixa. Nesse caso, a exploração do serviço deve ocorrer sob regime jurídico privado, o que implica liberdade de preços, sem obrigações de continuidade nem universalização. Além disso, a autorização não tem termo final de vigência, o que significa que sua extinção ocorrerá somente por cassação, caducidade, decaimento, renúncia ou anulação do contrato. Ao contrário da autorização, a concessão é feita gratuitamente.

A concessão do STFC segue limitações territoriais definidas pelo Plano Geral de Outorgas. O território brasileiro foi dividido em três grandes regiões, subdivididas em setores. À Região I correspondem os Estados do Rio de Janeiro, Minas Gerais, Espírito Santo, Bahia, Sergipe, Alagoas, Pernambuco, Paraíba, Rio Grande do Norte, Ceará, Piauí, Maranhão, Pará, Amapá, Amazonas e Roraima. A Região II é constituída pelo Distrito Federal e pelos Estados do Rio Grande do Sul, Santa Catarina, Paraná, Mato Grosso do Sul, Mato Grosso, Goiás, Tocantins, Rondônia e Acre. A Região III restringe-se ao Estado de São Paulo. Com raras exceções, as concessionárias dessas regiões devem prestar serviços de telefonia local e longa distância intra-regional. Além das três regiões geográficas compostas por áreas excludentes entre si, foi definida a Região IV, que engloba todo o território nacional e cuja modalidade de serviço refere-se aos de longa distância nacional e internacional. De acordo com o Ato 2258 da Anatel, está autorizada a explorar o serviço de telefonia fixa nas modalidades local e longa distância nacional de âmbito Intra-Regional na Região I do Plano Geral de Outorgas a Canbrá Telefônica S.A. Registrou-se o valor de R\$ 60 milhões como oferta dessa empresa. A exploração da Região II foi autorizada à Global Village Telecom LTDA., pelo valor de R\$ 100 mil. A Megatel do Brasil S.A. recebeu autorização para explorar a Região III, em troca do pagamento de R\$ 70 milhões. Quanto às modalidades longa distância nacional e internacional, definidas para a Região IV do Plano Geral de Outorgas, recebeu autorização da Anatel a Bonari Holding LTDA., após oferta de R\$ 55 milhões.

2.2. Aspectos tecnológicos

Um aspecto importante da telefonia diz respeito à transmissão dos sinais: sinais de áudio devem ser codificados e convertidos em sinais elétricos, possibilitando sua transmissão. O processo de codificação é conhecido como modulação, podendo assumir as formas de amplitude (AM), frequência (FM), pulso, entre outras. O sistema de telefonia utiliza modulação por pulsos, cujo princípio é a transformação de ondas contínuas em conjuntos de sinais com intervalos regulares. Esse tipo de modulação ainda pode ser dividido em dois grupos: analógico ou digital.

A forma mais simples de modulação por pulso é a de amplitude, conhecida como PAM (pulse-amplitude modulation). Nesse sistema, o sinal é enviado em intervalos regulares e transmitido por fios ou cabos telefônicos. Cada pulso transmitido tem amplitude proporcional à do sinal recebido, como mostra a figura seguinte:

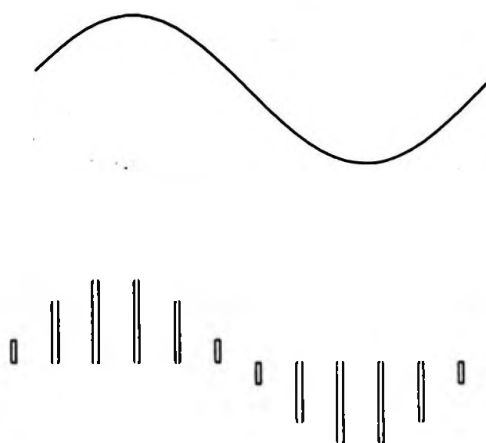


Figura 1 - *Pulse-amplitude modulation* (PAM)

Se o sinal constitui-se em onda como a do primeiro desenho, os sinais transmitidos são pulsos de comprimentos proporcionais à amplitude da onda naquele ponto do tempo.

O PAM é caracterizado como sistema analógico, bem como a modulação por tempo (PTM – pulse-time modulation). Na PTM, a amplitude dos pulsos é constante e a variação da amplitude dos sinais recebidos é codificada mediante o comprimento, posição ou frequência dos pulsos. Na modulação por

comprimento, por exemplo, quanto maior a amplitude do sinal, mais longo o pulso codificado, como mostra a figura seguinte:

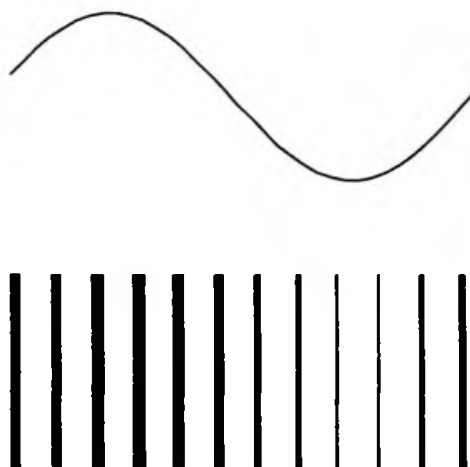


Figura 2 - *Pulse-time modulation (PTM)*

Assim como, dentre as modulações contínuas, a FM está sujeita a menores ruídos que a AM, o sistema PTM é menos suscetível a intervenções que o PAM. A razão para que haja menos ruídos no sistema PTM é justamente a limitação da amplitude dos pulsos.

Quanto ao sistema digital de modulação, podem ser mencionadas as modulações delta e de código (PCM – pulse-code modulation). Nos sistemas digitais, não ocorre variação contínua de um parâmetro, seja ele amplitude, posição, frequência ou comprimento do sinal. Ao contrário, é transmitida uma série de números (dígitos), que geralmente assumem o código binário. Cada dígito representa uma aproximação da amplitude do sinal (de áudio) recebido. A PCM foi a primeira modulação digital utilizada. A maioria das variações posteriores desse tipo de modulação codificam, em vez da amplitude do sinal, a diferença de amplitude entre os sinais transmitidos subseqüentemente. A modulação delta, por exemplo, utiliza apenas um estímulo (bit), que indica se o sinal daquele instante tinha amplitude superior ou inferior ao sinal transmitido anteriormente. Nesse sistema, os processos de codificação e decodificação são mais simples. Entretanto, há maior suscetibilidade a ruídos em comparação com a PCM.

O sistema PCM foi elaborado no final da década de 30, mas sua implementação em telefonia ocorreu apenas no início dos anos 60, para chamadas de

curta distância nos Estados Unidos e Grã-Bretanha. Como a modulação digital depende da utilização de largas faixas de frequência, sua implementação em escala comercial foi favorecida pela invenção da fibra-ótica. Feitas de vidro, as fibras-óticas transmitem feixes de luz (laser – light amplification by stimulated emission of radiation), capazes de transportar os bits codificados. Outro aspecto favorável à utilização de tecnologia digital foi a queda dos custos de equipamentos de multiplexação. Esses equipamentos permitem o envio de diversos sinais mediante um único cabo, de forma simultânea e sem interferência entre tais sinais. Os sistemas de multiplexação podem ser divididos em dois tipos, com divisão por tempo ou frequência. O sistema de divisão por tempo (TDM – time division multiplex) aproveita os espaços entre cada pulso para realizar outra transmissão. Como os pulsos gerados costumam ser estreitos, existe um grande espaço entre cada pulso transmitido, permitindo outra transmissão. No sistema de divisão por frequência, sinais analógicos são combinados mediante agrupamento dos canais de frequência. Os grupos de canais também são agregados, de forma que sejam transmitidos como uma unidade via cabos telefônicos ou microondas.

Quanto ao sistema de comutação, podem ser identificadas três gerações de centrais. A primeira delas realizava interconexões passo a passo, formada por um grande número de relés. A comutação automática era feita de acordo com o seguinte processo: quando o telefone era retirado do gancho, fechava-se um circuito e um seletor procurava, entre as diversas linhas conectadas, a do assinante que retirou o fone do gancho. Essa busca era feita por relés, que também emitiam ao assinante um sinal indicando que o número desejado poderia ser discado. Outro seletor era encarregado de estabelecer o contato com o assinante chamado. Caso o aparelho estivesse no gancho, emitia-se o sinal de chamada, até que o telefone fosse atendido. A conexão entre a residência do assinante e o cabo telefônico era feita por meio de uma caixa terminal de assinantes. No caso de chamadas locais, a conexão ocorria mediante cabos telefônicos formados por condutores isolados, agrupados em pares. As centrais de longa distância requeriam a utilização de quatro fios, cujo agrupamento é chamado de quadra. A conversão de dois para quatro fios, necessária para a concretização de uma chamada interurbana, era feita por um circuito, conhecido como híbrido. A segunda geração, chamada de comutação de barras cruzadas, possuía mais relés que a primeira, porém em tamanhos menores e

arranjados de forma que uma comutação pudesse realizar até vinte conexões simultaneamente. Tanto a primeira como a segunda geração são classificadas como de comutação espacial porque, em ambos os casos, cada ligação utilizava um circuito físico e, para que diversas ligações fossem realizadas ao mesmo tempo, era necessária a disponibilidade de caminhos de transmissão fisicamente distintos. A terceira geração, mais recente, é a de controle por processador, em que as conexões são feitas por computadores. Essas centrais, conhecidas como centrais de comutação por programa armazenado (CPA) permitem que o controle das funções de comutação seja feito sem intervenção física nos equipamentos. Nesse caso, os ajustes mecânicos realizados nos relés e seletores passam a ser feitos por meios de componentes eletrônicos, que seguem a programação determinada por um software. Ao contrário das gerações anteriores, não há necessidade de separação física dos equipamentos para a realização de diversas chamadas simultaneamente. Como utilizam-se técnicas de modulação do tipo PAM, PCM ou delta, a divisão das ligações é temporal, permitindo a utilização de um mesmo suporte para diversas chamadas. Atualmente são poucas as comutações temporais com modulações do tipo PAM. A realização de conexões por computador gerou significativa redução de custos e ganhos de escala nas centrais de comutação. Além disso, tornou possível a melhoria da qualidade dos serviços oferecidos, bem como a introdução de novos produtos, como chamada em espera e serviços de despertador. Com a tecnologia CPA as centrais podem exercer funções locais e trânsito. Para melhor aproveitamento dos equipamentos instalados, grande parte das centrais que operam no Brasil são mistas, ou seja, exercem ambas as funções. Das 543 estações capazes de efetuar chamadas de longa distância, 496 são estações mistas. A figura seguinte ilustra a classificação dos tipos de conexão e modulação:

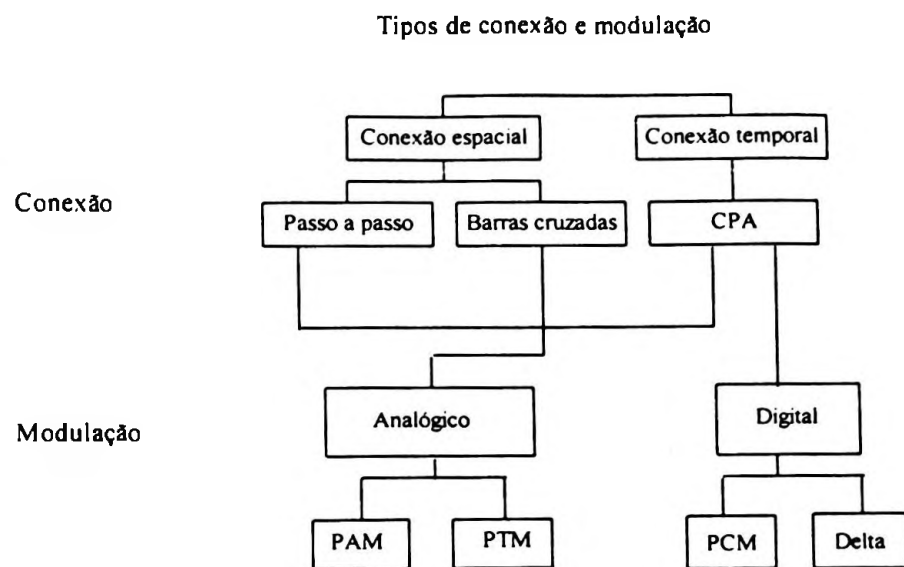


Figura 3 - Tipos de conexão e modulação

3. Regulação de Mercados: alguns aspectos teóricos

A política industrial no Brasil apresentou fases distintas em decorrência tanto do contexto macroeconômico de cada época como da orientação política dos governos vigentes. Além disso, algumas características tecnológicas inerentes ao setor de telecomunicações - elevados gastos com pesquisa tecnológica, impossibilidade de estoque do produto, custos de instalação elevados quando comparados aos de prestação do serviço, entre outras - sugerem aplicação de modelos particulares. Os próximos dois capítulos apresentam desenvolvimentos teóricos para casos específicos com características semelhantes às verificadas na área de telefonia. Na primeira seção deste capítulo são descritas situações em que as funções custos não preenchem as hipóteses do modelo de concorrência perfeita. Na segunda, apresentam-se desenvolvimentos teóricos voltados para as especificidades tecnológicas descritas na seção 3.1.

3.1. Restrições tecnológicas e suas implicações

Em algumas indústrias a tecnologia de produção de bem e/ou serviços possui certas características que garantem às funções custos propriedades não previstas num ambiente de concorrência perfeita. É o caso da existência de economias de escala. Quando as firmas produzem um único bem, esse conceito é bastante simples, baseado na noção de que o custo médio supera o custo marginal para todos os níveis de quantidades. Isso implica que, quanto maior o nível de produção, menor o custo médio e, portanto, firmas que operam em escalas maiores são capazes de produzir a custos mais baixos. Formalmente, uma firma apresenta economias de escala no intervalo $[q_1, q_2]$ se, e somente se:

$$\frac{C(q)}{q} > C'(q), \forall q \in [q_1, q_2], \text{ onde:} \quad (3.1.1)$$

$C(q)$ = custo total.

No caso de firmas que produzem mais de um bem, não é necessário que os custos médios de todos os bens superem seus custos marginais. Em outras palavras, supondo $C(0) = 0$, não há necessidade de que a função custo total seja estritamente côncava (apesar de essa condição ser suficiente para a existência de economias de escala). Neste caso, a noção de economias de escala é baseada na idéia de que, após variação infinitesimalmente positiva nas quantidades produzidas de cada bem, haja queda no custo total. Uma firma que produz mais de um bem apresenta economias de escala nos intervalos $[q_{1l}, q_{12}]$ se, e somente se,

$$C(\mathbf{q}) > \sum_{l=1}^m \frac{\partial C(\mathbf{q})}{\partial q_{1l}} q_{1l}, \forall q_{1l} \in [q_{1l}, q_{12}], l = 1, \dots, m, \text{ onde:} \quad (3.1.2)$$

o primeiro índice de q refere-se ao bem produzido, pertencente ao conjunto $M = \{1, \dots, m\}$ e o segundo, à quantidade produzida desse bem;

\mathbf{q} é o vetor de quantidades produzidas dos l bens.

Dadas essas definições, é fácil perceber que o resultado alcançado em economias competitivas torna-se inviável sob a vigência de economias de escala. Sabemos que em mercados competitivos $p_l = C'(q_l)$. Substituindo em (3.1.2), temos:

$$C(\mathbf{q}) > \sum_{l=1}^m p_l q_l, \text{ o que fere a condição de } \textit{break even}, \text{ pois os custos}$$

totais superam a receita total.

Entretanto, a presença de economias de escala não é a única circunstância em que se verifica a impossibilidade de aplicação de preços equivalentes aos custos marginais. Quando a firma produz mais de um bem, mesmo que seus custos médios sejam inferiores aos marginais, a função custo pode apresentar economias de escopo, tornando inviável a aplicação da regra ótima de concorrência perfeita. Economias de escopo ocorrem quando, sempre que se particionar um conjunto de bens e serviços, a soma dos custos de produção dessas partições é superior ao custo de se produzir todo o conjunto em uma única firma. De acordo com Spulber (1989), a função custo $C(\cdot)$ apresenta economias de escopo se,

para quaisquer subconjuntos S, T não vazios de M , sendo S e T disjuntos (se o bem l pertence a S , então $l \notin T$, e vice-versa, $\forall l \in M$), temos:

$$C(\mathbf{q}_S) + C(\mathbf{q}_T) > C(\mathbf{q}_{S \cup T}). \quad (3.1.3)$$

Considerando o custo marginal do bem l como:

$$CMg_l = C(\mathbf{q}) - C(q_1, \dots, q_{l-1}, 0, q_{l+1}, \dots, q_m) \quad (3.1.4)$$

e o custo marginal do subconjunto S como:

$$CMg_S = C(\mathbf{q}_{S \cup T}) - C(\mathbf{q}_T), \quad (3.1.5)$$

a substituição de (3.1.5) em (3.1.3) determina:

$$C(\mathbf{q}_S) > CMg_S. \quad (3.1.6)$$

A equação (3.1.6) deixa clara a diferença entre os conceitos de economias de escala e de escopo. Verificam-se economias de escala quando, em determinado intervalo de quantidades produzidas, um aumento marginal da produção de todos os bens gera diminuição dos custos totais. Economias de escopo ocorrem quando, dado um conjunto de bens, quaisquer combinações de produção separada desses bens são mais custosas que sua produção conjunta. Enquanto o conceito de economias de escala diz respeito ao aumento na quantidade produzida de cada bem, economias de escopo referem-se a mudanças na composição do conjunto de produção. Assim como no caso de economias de escala a aplicação de preços iguais aos custos marginais é inviável, no caso de economias de escopo não se podem aplicar preços iguais aos custos marginais derivados da incorporação de mais um bem na linha de produção da firma.

Finalmente, devemos abordar o caso em que ocorrem economias de seqüência. Spulber (1989) apresenta a definição local deste conceito (referente a certa quantidade \mathbf{q}). De acordo com esse autor, a função custo (C, C^U, C^D) apresenta economias de seqüência para a produção de \mathbf{q} se, e somente se,

$$C(\mathbf{q}, \mathbf{w}) < C^U(\mathbf{x}, \mathbf{w}) + C^D(\mathbf{q}, \mathbf{x}, \mathbf{w}) \forall \mathbf{x}, \mathbf{z}, \text{ onde:} \quad (3.1.7)$$

\mathbf{z} é o vetor de preços de insumos primários;

X é a quantidade de bens intermediários utilizados na produção;

C^U é a função custo de produção de \mathbf{x} bens intermediários (upstream cost function);

C^D é a função custo do bem final, onde \mathbf{z} bens intermediários são utilizados.

A presença de economias de seqüência indica que a produção do bem final e bens intermediários por uma única firma apresenta custos menores que no caso em que os bens intermediários são produzidos independentemente da produção do bem final. Em outras palavras, economias de seqüência tornam vantajosa a integração vertical da produção.

As três especificidades tecnológicas apresentadas têm implicações econômicas importantes: economias de seqüência tornam mais eficiente a produção do bem final conjuntamente com os bens intermediários por uma única firma. Quando ocorrem economias de escopo, justifica-se a existência de uma firma produtora de mais de um bem, denominada firma multiproduto. Finalmente, a existência de economias de escala implica que, em determinado intervalo de produção, quanto maior a quantidade produzida, menor o custo médio.

Conceito mais restrito é o de subaditividade de custos, que determina a existência de monopólio natural. A função custo apresenta subaditividade se, para todos os vetores \mathbf{q}_1 e \mathbf{q}_2 , tais que $\mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2 = \mathbf{q}$, $\mathbf{q} \in R^m_+$, temos:

$$C(\mathbf{q}_1) + C(\mathbf{q}_2) > C(\mathbf{q}). \quad (3.1.8)$$

Voltando à equação (3.1.3), podemos substituir \mathbf{q}_1 por \mathbf{q}_S e \mathbf{q}_2 por \mathbf{q}_T (S e T conjuntos disjuntos de M) para verificar que subaditividade implica economia de escopo. Isso significa que monopólios naturais sempre apresentam economias de escopo. Entretanto, o inverso nem sempre é válido pois \mathbf{q}_1 e \mathbf{q}_2 podem ser vetores que determinam a produção de todos os m bens em quantidades tais que $\mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2 = \mathbf{q}$, ou seja, \mathbf{q}_1 e \mathbf{q}_2 podem ser quantidades produzidas por duas firmas que fabricam m bens.

3.2. Formas de regulação

Em face dos diversos problemas gerados por restrições tecnológicas, várias foram as propostas apresentadas para que os preços praticados gerassem receita equivalente aos custos de produção. Nesse caso, a firma não apresentaria lucro econômico, resultado similar ao do modelo de concorrência perfeita. De acordo com Coase (1946), a determinação de preços proporcionais aos custos marginais foi proposta por Hotelling, Lerner, Meade e Flemming. Segundo esses autores, o preço

cobrado deveria se igualar ao custo marginal, mesmo que não fosse possível ao produtor cobrir todos os seus custos. Caberia ao governo subsidiar o déficit da firma, mediante recolhimento de impostos. Essa proposta foi duramente combatida por Coase (1946) e Manne (1952), entre outros, que apontam redistribuição de renda e alocação ineficiente de fatores como conseqüências desse modelo. Outra questão a ser considerada é a dificuldade de o governo obter informações sobre as funções de demanda, aumentando ainda mais a probabilidade de distorções de tarifas.

Na presença de alguma das restrições tecnológicas apresentadas na seção anterior, a solução do modelo de concorrência perfeita fere o princípio de racionalidade da firma pois, quando a quantidade produzida é nula, o lucro também é nulo. Havendo prejuízo, ou seja, no intervalo em que o lucro obtido é negativo, a racionalidade do produtor, caracterizada pelo princípio de maximização de lucro, determina que não se opere nesse mercado. Diante dessa situação, a existência de um mercado produtor depende da determinação de preço compatível com o princípio de maximização de lucro. Em outras palavras, as variáveis preço e quantidade produzida devem ser capazes de gerar lucro econômico maior ou igual a zero. Ao problema de maximização da função objetivo do produtor deve-se impor a restrição de lucro não-negativo. A solução desse problema é conhecida como ótima do tipo segundo melhor, porque inclui restrições adicionais à solução ótima do tipo primeiro melhor.

Tendo em vista a proposta de preços proporcionais aos custos marginais, é possível que seja adicionada a restrição de lucro não-negativo à função objetivo da firma, de forma que tais preços sejam ótimos do tipo segundo melhor de Pareto. Spulber (1989) deriva as condições para que os preços relativos $\left(\frac{p_k}{p_l}\right)^*$ se igualem à razão dos custos marginais $\frac{\partial C / \partial q_k}{\partial C / \partial q_l}$ e ainda satisfaçam a restrição adicional de lucro não-negativo. Suponha que o consumidor gaste uma parcela constante de sua renda $w^l > 0$ com o bem numérico. Então, os preços proporcionais aos custos marginais são ótimos do tipo segundo melhor de Pareto se satisfazem uma das seguintes condições:

$$i. \quad \zeta_l \frac{\partial V_l}{\partial w_l} = 1, \forall l;$$

$$\text{ii. } \frac{\partial C_l}{\partial q_l} = c_l > 0, \forall Q, \forall l, \text{ onde:}$$

i é o índice de cada consumidor;

$V_i(p_i, w_i)$ é a função de utilidade indireta do consumidor i ;

w_i é a dotação do i -ésimo consumidor;

ζ_i é o peso do consumidor i na função de bem-estar;

$$C(Q) = F + \sum_{l \in M} c_l q_l.$$

A condição i. estabelece que as utilidades marginais indiretas da renda de cada consumidor, após ponderação, são constantes entre os consumidores. A condição ii., por sua vez, determina custos marginais constantes para todo bem l . Ambas as condições apresentadas são bastante restritivas. No primeiro caso, a função de bem-estar deve estabelecer, para cada consumidor, pesos que sejam inversos a $\frac{\partial V_i}{\partial w_i}$ (sensibilidades de suas funções indiretas de utilidade a variações de suas dotações).

As fragilidades da formulação de Hotelling tornaram necessária a elaboração ou aprimoramento de outros modelos, como o de Ramsey (1927), extensamente discutido a partir de 1951, como afirmam Baumol e Bradford (1970).

Nesta seção, são apresentados dois modelos: o de preços de Ramsey, extensamente discutidos na literatura de regulação, e os de informação assimétrica proposto por Laffont e Tirole (1994), atualmente pertinente ao contexto de regulação no Brasil. Em apêndice são descritos outros modelos relacionados a situações em que preços iguais a custos marginais são economicamente inviáveis.

3.2.1. Preços de Ramsey

Como visto na seção anterior, a presença de economias de escala torna inviável a aplicação de preços iguais aos custos marginais. Uma proposta para a solução desse problema é a utilização do modelo Ramsey-Boiteux, cujo princípio básico é a maximização de uma função de bem-estar sujeita à restrição de *break even*

(receitas maiores ou iguais aos custos totais). Supondo as demandas de cada produto independentes entre si, podemos formular o problema da seguinte maneira:

$$MAX[\pi(\mathbf{q}) + EC(\mathbf{q})] \text{ sujeito a:} \quad (3.2.1)$$

$$\sum_{l \in M} p_l q_l \geq C(q_1, \dots, q_m), \text{ onde:}$$

$\pi(\mathbf{q})$ = lucro da firma;

$EC(\mathbf{q})$ = excedente líquido do consumidor.

O problema pode ser reescrito como:

$$MAX_q \left\{ \sum_{l \in M} p_l q_l - C(q_1, \dots, q_m) + \int_p^{\infty} \mathbf{q}(\mathbf{p}) d\mathbf{p} \right\} \text{ sujeito a:}$$

$$\sum_{l \in M} p_l q_l \geq C(q_1, \dots, q_m), \text{ onde:} \quad (3.2.2)$$

\mathbf{q} e \mathbf{p} denotam os vetores de preços e quantidades;

$\mathbf{q}(\mathbf{p})$ é a função de demanda dos consumidores.

O Lagrangeano, que atribui peso γ à restrição orçamentária, é:

$$\begin{aligned} L &= MAX_q \left\{ \sum_{l \in M} p_l q_l - C(q_1, \dots, q_m) + \int_p^{\infty} \mathbf{q}(\mathbf{p}) d\mathbf{p} + \gamma \left[\sum_{l \in M} p_l q_l - C(q_1, \dots, q_m) \right] \right\} \\ &= MAX_q (1+\gamma) \left[\sum_{l \in M} p_l q_l - C(q_1, \dots, q_m) \right] + \int_p^{\infty} \mathbf{q}(\mathbf{p}) d\mathbf{p}. \end{aligned} \quad (3.2.3)$$

Para cada bem l , $l \in M = \{1, \dots, m\}$, e considerando soluções interiores, resolvemos esse problema da seguinte forma:

$$(1+\gamma)p_l + (1+\gamma)q_l \frac{dp_l}{dq_l} - (1+\gamma) \frac{\partial C(q)}{\partial q_l} + 0 - q_l \frac{dp_l}{dq_l} = 0.$$

Rearranjando os termos, encontramos:

$$\begin{aligned} \frac{p_l - \partial C(q) / \partial q_l}{p_l} &= - \frac{\gamma}{1+\gamma} \frac{q_l}{p_l} \frac{dp_l}{dq_l} \\ \frac{p_l - \partial C(q) / \partial q_l}{p_l} &= - \frac{\gamma}{1+\gamma} \frac{1}{\eta_l}, \text{ onde:} \end{aligned} \quad (3.2.4)$$

η_l é a elasticidade da demanda do bem l .

A equação acima é bastante intuitiva, estabelecendo preços proporcionalmente maiores para os bens cuja demanda é mais inelástica.

Os preços de Ramsey são a alternativa encontrada para a maximização de bem-estar quando restrições tecnológicas são suficientes para impedir que se

alcance a solução de mercado competitivo. Nesse sentido, os preços de Ramsey são caracterizados como o segundo ótimo de Pareto, resultado da maximização de uma função bem estar submetida à restrição adicional de lucro não-negativo.

Alguns problemas inerentes aos preços de Ramsey devem ser ressaltados. Em primeiro lugar, a necessidade de cálculo dos custos da firma e da demanda dos consumidores dificulta sua aplicação. Dificilmente o regulador terá acesso às informações requeridas para que se apliquem os preços de Ramsey. A estimação da elasticidade da demanda, por exemplo, só seria possível, na prática, após extensas pesquisas de mercado relativas às preferências dos consumidores. Tendo em vista o setor de telecomunicações brasileiro, o cálculo das elasticidades de demanda parece bastante complicado, em virtude não só do histórico do setor (que demonstra a baixa preocupação das empresas referente à realização de pesquisas de mercado), como da existência de um grande número de serviços prestados (chamadas locais, interurbanas, internacionais, etc. em horários diferentes). Além disso, a existência de consumidores com perfis diferenciados (pessoas jurídicas ou físicas localizadas em zonas urbanas ou rurais) pode ser apontada como outro fator de complicação.

Em segundo lugar, nem sempre preços de Ramsey são livres de subsídios. Apesar de tais preços maximizarem o excedente do consumidor, eles não impedem a formação de coalizões para as quais seja interessante produzir separadamente um subconjunto dos bens ofertados pelo monopolista. Considerando as funções de utilidade indireta, as condições requeridas para que determinado sistema de preços seja ótimo do tipo segundo melhor são:

$$pQ(p) - C(Q(p)) \geq 0; \quad (3.2.5)$$

e se não existe nenhum vetor p' que satisfaça (3.2.5) e ainda:

$$\begin{cases} V_i(p', w^i) \geq V_i(p^*, w^i) \forall i \in N \text{ e} \\ V_i(p', w^i) > V_i(p^*, w^i) \text{ para algum } i \in N, \text{ onde:} \end{cases} \quad (3.2.6)$$

N é o conjunto de consumidores.

As equações acima referem-se às utilidades indiretas de apenas um consumidor separadamente. Em outras palavras, elas não são requeridas para quaisquer conjuntos de consumidores, mas para conjuntos unitários de n consumidores. Suponha, por exemplo, o caso de um mercado em que alguns consumidores tenham funções de demanda extremamente inelásticas quando

comparadas com as de outro grupo de consumidores. Pela regra de Ramsey, o primeiro grupo deverá pagar preços muito elevados em relação ao segundo grupo. Sob estas condições, muito provavelmente será vantajoso para os consumidores de demanda inelástica estabelecer uma coalizão para a produção desse bem. O grupo com demanda menos elástica excluiria os outros consumidores, podendo pagar preços inferiores ao que pagariam caso todos os consumidores participassem do mercado. Mais especificamente, para que os preços de Ramsey fossem livres de subsídios, seria necessário que, além de determinarem lucro zero, tais preços satisfizessem:

$$P_S Q_S \geq C(Q) - C(Q_{M-S}) \forall S \subseteq M, \text{ onde:} \quad (3.2.7)$$

S é qualquer subconjunto do conjunto $M = \{1, \dots, m\}$ de bens;

$M - S$ é o conjunto complementar de S .

Como o sistema de preços deve determinar lucro zero,

$$P_S Q_S + P_{M-S} Q_{M-S} = C(Q).$$

Substituindo a equação acima na anterior, encontramos:

$$P_S Q_S \geq P_S Q_S + P_{M-S} Q_{M-S} - C(Q_{M-S}), \text{ o que implica:}$$

$$C(Q_{M-S}) \geq P_{M-S} Q_{M-S}. \quad (3.2.8)$$

Como a desigualdade acima é válida para qualquer subconjunto S , podemos afirmar que preços livres de subsídios geram lucro zero e satisfazem

$$P_T Q_T \leq C(Q_T) \forall T \subseteq M. \quad (3.2.9)$$

Quando os preços são livres de subsídios, não é racional a formação de nenhuma coalizão, pois, para qualquer subconjunto de M , o sistema de preços gera lucro no máximo igual ao lucro obtido na produção Q do conjunto M' . Em outras palavras, preços livres de subsídios evitam a formação de coalizões, o que não é garantido pelos preços de Ramsey.

¹ Preços de Ramsey não são necessariamente elementos do *core* de um jogo cooperativo. Para que tais preços pertencessem ao *core*, seria necessário que as condições enumeradas em (3.2.6) valessem não só para os conjuntos unitários dos i consumidores, mas para qualquer subconjunto de N .

3.2.2. Modelos de informação assimétrica

Alguns modelos baseiam-se na idéia de que as informações não são igualmente disponíveis para todos os agentes. Assume-se como hipótese o fato de que a firma regulada tem acesso a um conjunto mais amplo de informações sobre sua tecnologia que o órgão regulador. Dessa forma, existe a possibilidade de que a firma consiga extrair renda decorrente do seu monopólio de informação.

Laffont e Tirole (1994) apresentam ampla discussão a respeito das relações entre firma e agência de regulação. Os autores identificam três fatores limitadores da regulação: os relacionados a problemas de informação, que compreendem seleção adversa e risco moral, os relativos às transações, quando os contratos são incompletos (principalmente contratos de longo prazo ou referentes a indústrias que utilizam tecnologia de ponta) e os de caráter político ou administrativo, como leis que procuram evitar o abuso do poder público, reduzindo a eficiência dos contratos.

No modelo desenvolvido por esses autores, as variáveis já ocorridas (vetores de preços, custos e quantidades) são verificáveis pela agência reguladora. Entretanto, o regulador não tem conhecimento da composição dos custos observados. A firma tem informação privada sobre seu nível de eficiência, representado por β . Além disso, a empresa empreende certo nível de esforço e . Ao ser deduzida da utilidade do produtor, a função $\psi(e)$ determina que, quanto maior o esforço, menor seu nível de utilidade.

O regulador, apesar de conhecer a função de desutilidade do esforço da firma - ($\psi(e)$) - não tem informação completa sobre seus custos, determinados por:

$$C = \beta - e, \text{ onde:} \quad (3.2.10)$$

e = nível de esforço despendido pela firma;

A função utilidade da firma é dada por:

$$U = t - \psi(e), \text{ onde:} \quad (3.2.11)$$

U = utilidade da firma;

t = transferência líquida do regulador para a firma;

$$\psi'(e) > 0 \text{ para } e > 0; \quad (3.2.12)$$

$$\psi''(e) > 0; \psi(0) = 0 \text{ e } \lim_{e \rightarrow \beta} \psi(e) = +\infty \quad (3.2.13)$$

De acordo com as condições impostas sobre $\psi(e)$, (3.2.12) e (3.2.13), quanto maior o esforço, maior a desutilidade e, à medida que o esforço aumenta, a taxa de crescimento da desutilidade é maior. Além disso, esforço nulo implica nenhuma desutilidade, enquanto o esforço que gera custo zero corresponde a desutilidade infinitamente grande.

A firma tem o direito de se recusar a produzir, caso o contrato proposto pelo regulador não lhe garanta um nível mínimo de utilidade esperada. Tanto firma como regulador são neutros ao risco. O objetivo da agência reguladora é a maximização do excedente social, levando em conta o preço sombra das verbas públicas denominado de λ : como o governo não consegue cobrar impostos *lump sum*, cada unidade monetária arrecadada tem um custo social de $1 + \lambda$. A função de bem estar social é dada pela soma do excedente líquido do consumidor e da utilidade da firma. O excedente líquido do consumidor é obtido após dedução dos custos de produção e da transferência para a firma regulada, ponderados por λ . A função objetivo é definida como:

$$\begin{aligned} W &= S - (1 + \lambda)(t + \beta - e) + t - \psi(e) \\ &= S - (1 + \lambda)[(\beta - e + \psi(e))] - \lambda U, \text{ onde:} \end{aligned} \quad (3.2.14)$$

S é o excedente do consumidor;

$S - (1 + \lambda)(t + \beta - e)$ é o excedente do consumidor líquido de impostos;

$(\beta - e)$ é a função custo da firma.

O objetivo do regulador é:

$$\underset{(U, e)}{MAX} \{ S - (1 + \lambda)[(\beta - e + \psi(e))] - \lambda U \}, \text{ sujeito a } U \geq 0. \quad (3.2.15)$$

Maximizando em relação a e , obtém-se:

$$-(1 + \lambda)(-1 + \psi'(e)) \geq 0; \lambda \geq 0;$$

$$-(1 + \lambda)(-1 + \psi'(e)) = 0; \lambda > 0;$$

Maximizando em relação a U , encontra-se:

$$-\lambda U \geq 0; \lambda \geq 0;$$

$$-\lambda U = 0; \lambda > 0.$$

Considerando soluções interiores, temos:

$$\psi'(e) = 1 \Rightarrow e = e^* \quad (3.2.16)$$

$$U = 0 \Rightarrow t = \psi(e^*). \quad (3.2.17)$$

As hipóteses apresentadas acima dão origem a diversas variações do modelo. Como base para essas variações, pode-se considerar o caso em que há um intervalo contínuo para o parâmetro de eficiência β das firmas.

a) Conjunto contínuo de tipos de firmas, com possibilidade de transferência monetária do regulador

Nesse modelo, os autores mostram que a assimetria de informação reduz o poder de incentivo dos contratos. Contratos de alto poder de incentivo são aqueles em que, dada a função de transferência $t = a - bC$, $b = 1$. A transferência para a firma está altamente relacionada aos seus custos, de forma que, quanto menor o custo, maior a transferência. Contratos de baixo poder são os de baixos valores de b . Quando $b = 0$, a função custo da firma não influencia sua renda. Quanto maior o parâmetro b , maior o incentivo para que a firma minimize seus custos.

Considerando o intervalo $[\beta_1, \beta_2]$, a firma declara operar de acordo com o parâmetro β' , implicando custo $C(\beta')$ e transferência líquida $t(\beta')$. Como o custo é dado por $\beta - e$, firmas ineficientes são as que apresentam altos valores de β' . O regulador compromete-se a realizar transferências diferenciadas para cada tipo de firma, baseado na observação dos dados relativos aos seus custos C . Dadas essas hipóteses, duas restrições são importantes. A primeira delas assegura que o contrato desejado pelas firmas do tipo β' é exatamente o proposto para as firmas β' . Essa restrição é chamada de compatibilidade de incentivo e, para o caso particular de dois parâmetros anunciados β_1 e β_2 , é formalizada como:

$$\begin{cases} t_1 - \psi(\beta_1 - C_1) \geq t_2 - \psi(\beta_1 - C_2) \\ t_2 - \psi(\beta_2 - C_2) \geq t_1 - \psi(\beta_2 - C_1) \end{cases}, \text{onde:} \quad (3.2.18)$$

$t_2 - \psi(\beta_1 - C_2)$ é a utilidade da firma β_1 se ela anuncia ser do tipo β_2 . Raciocínio análogo vale para $t_1 - \psi(\beta_2 - C_1)$. De acordo com essas equações, a função de utilidade das firmas é maximizada mediante anúncio do verdadeiro parâmetro de tecnologia β . A segunda restrição, conhecida como racionalidade individual, determina utilidades não-negativas, o que implica a racionalidade da operação no mercado:

$$U(\beta) \geq 0 \text{ para } \beta \in [\beta_1, \beta_2]. \quad (3.2.19)$$

Somando as equações de (3.2.18), encontra-se:

$$\int_{\beta_1}^{\beta_2} \int_{C(\beta_1)}^{C(\beta_2)} \psi''(x-y) dx dy \geq 0 \quad (3.2.20)$$

A restrição acima é válida para funções custo não decrescentes do tipo *piecewise differentiable*, ou seja, para funções com derivadas contínuas em quase todos os pontos. O número de pontos onde não se definem derivadas contínuas é finito e, nesses pontos, existem derivadas pela esquerda e pela direita.

Definindo a função utilidade como:

$U(\beta) = i(\beta') - \psi(\beta - C(\beta'))$, a restrição de compatibilidade de incentivo (3.2.20) pode ser entendida como a solução da maximização de $U(\beta)$ em relação a β . Isso porque, como visto anteriormente, (3.2.20) determina que a utilidade seja maximizada na situação em que se anuncia o verdadeiro parâmetro β . Em outras palavras, o modelo apresentado tem como suporte a hipótese de que o regulador é capaz de encontrar um mecanismo tal que à firma seja interessante revelar sua situação real, em vez de tentar trapacear. A condição de maximização encontrada é:

$$i(\beta) = \psi'(\beta - C(\beta))\dot{C}(\beta). \quad (3.2.21)$$

Aplicando o teorema do envelope para $U(\beta)$ em relação a β' , temos:

$$\dot{U}(\beta) = i(\beta) - \psi'(\beta - C(\beta))[1 - \dot{C}(\beta)]. \quad (3.2.22)$$

De (3.2.21) e pelo teorema do envelope, $i(\beta)$ pode ser substituído por $\psi'(\beta - C(\beta))\dot{C}(\beta)$, em (3.2.22), gerando:

$$\begin{aligned} \dot{U}(\beta) &= -\psi'(\beta - C(\beta))\dot{C}(\beta) - \psi'(\beta - C(\beta))[1 - \dot{C}(\beta)] \\ \dot{U}(\beta) &= -\psi'(\beta - C(\beta)). \end{aligned} \quad (3.2.23)$$

Derivada a restrição de compatibilidade de incentivo para funções custos não-decrescentes, o problema de maximização do regulador é definido como:

$$\text{MAX}_{\{e(\cdot), U(\cdot)\}} \int_{\beta}^{\beta'} [S - (1 + \lambda)[\beta - e(\beta) + \psi(e(\beta))] - \lambda U(\beta) dF(\beta),$$

sujeito a:

$$\dot{U}(\beta) = -\psi'(\beta - C(\beta));$$

$$\dot{e}(\beta) \leq 1;$$

$$U(\beta) \geq 0, \text{ onde:} \quad (3.2.24)$$

$F(\beta)$ é a distribuição acumulada do parâmetro β , $f(\beta)$ sua densidade de distribuição e $e(\beta)$ a variável de controle. As duas primeiras equações são a restrição de compatibilidade de incentivo, onde $e(\beta) \leq 1$ representa a condição de que a função custo seja não-decrescente. A terceira condição é a restrição de racionalidade individual. De acordo com a técnica do controle ótimo, o hamiltoniano é dado por:

$$H = [S - (1 + \lambda)[\beta - e(\beta) + \psi(e(\beta))]] - \lambda U(\beta) - \mu(\beta) \psi'(e(\beta)), \quad (3.2.25)$$

onde:

$$\dot{\mu} = -\frac{\partial H}{\partial U} = \lambda f(\beta). \quad (3.2.26)$$

A solução do problema de (3.2.25) é:

$$\psi'(e^*(\beta)) = 1 - \frac{\lambda}{1 + \lambda} \frac{F(\beta)}{f(\beta)} \psi''(e^*(\beta)); \quad (3.2.27)$$

$$t^*(\beta) = \psi(\beta) + U(\beta); \quad (3.2.28)$$

$$C^*(\beta) = \beta - e^*(\beta); \quad (3.2.29)$$

$$U^*(\beta) = \int_{\beta_2}^{\beta_1} \psi'(e(\beta')) d\beta'. \quad (3.2.30)$$

A equação (3.2.27) descreve a solução encontrada após a maximização da função objetivo em relação ao esforço e , enquanto (3.2.30) decorre da restrição de compatibilidade de incentivo. As equações (3.2.28) e (3.2.29) determinam o esquema ótimo de incentivo, caracterizado por um objetivo C^* para o custo e pela transferência t^* . Entretanto, para que a solução anterior seja válida, a seguinte condição deve ser satisfeita:

$$\frac{d[F(\beta)/f(\beta)]}{d\beta} > 0.$$

A equação anterior indica que, dada a ocorrência de melhorias até β' , representado por $F(\beta')$, a probabilidade de que ocorram mais melhorias é maior à medida que a firma é mais eficiente: para valores pequenos de β , a razão $f(\beta) / F(\beta)$ é alta. À medida que o valor de β cresce, essa razão, que representa a distribuição condicional de mais melhorias a partir de β , diminui. As distribuições normal e uniforme incluem-se no rol de distribuições que satisfazem essa condição.

A solução do modelo apresentado implica que o mecanismo ótimo de regulação é representado por um conjunto de contratos lineares em relação aos custos, a serem apresentados à firma regulada. As restrições impostas ao modelo (compatibilidade de incentivo) implicam que as firmas deverão declarar o real nível de eficiência. Quando os custos observados são inferiores aos declarados, a transferência líquida supera $t^*(\beta)$, pois $\psi'(e) > 0$ para $e > 0$. Isso significa que melhorias nos custos são interessantes para as firmas, principalmente para aquelas em que $\psi'(e^*(\beta))$ assume altos valores, ou seja, para as mais eficientes.

b) Conjunto contínuo de tipos de firmas, sem transferência monetária do regulador

Uma extensão do modelo é a determinação de preços para o caso em que o regulador não pode realizar transferências à firma regulada. Nesse modelo são introduzidas as seguintes variáveis:

$$q = D(p) \text{ é a função de demanda, cuja inversão determina:} \\ p = P(q). \quad (3.2.31)$$

$$S(p) = \int_p^{\infty} D(x) dx \text{ é o excedente líquido do consumidor;} \quad (3.2.32)$$

$$C = (\beta - e) q \text{ é a função custo e } c \text{ é seu custo marginal.} \quad (3.2.33)$$

Como o regulador não pode realizar transferências para a firma, deve-se considerar a restrição orçamentária do produtor:

$$[p(\beta) - c(\beta)] D(p(\beta)) = t(\beta), \text{ onde:} \quad (3.2.34)$$

$t(\beta)$ é a recompensa da firma na presença de assimetria de informação, que determina renda $U(\beta)$, tal que:

$$U(\beta) = t(\beta) - \psi(e(\beta)). \quad (3.2.35)$$

Essa recompensa também pode ser interpretada como a perda marginal social decorrente de aumentos de preços em direção ao preço de monopólio.

Sendo $P(c, t)$ o menor preço que satisfaz a restrição orçamentária do produtor, crescente em seus argumentos, o objetivo da agência de regulação é maximizar a seguinte função de bem-estar social:

$$MAX \int_{\beta_1}^{\beta_2} [S(P(C, t)) + U(\beta)] f(\beta) d\beta \text{ sujeito a:} \quad (3.2.36)$$

$$\dot{U}(\beta) = -\psi'(e(\beta)). \quad (3.2.37)$$

Utilizando a técnica do hamiltoniano, temos:

$$H = [S(P(C, t)) + U(\beta)] f(\beta) - \mu(\beta) \psi'(e(\beta)), \text{ cujas condições de primeira ordem são:} \quad (3.2.38)$$

$$-\frac{\partial H}{\partial U} = \dot{\mu} \quad (3.2.39)$$

$$\frac{\partial H}{\partial e} = 0. \quad (3.2.40)$$

De (3.2.39) extraímos:

$$\dot{\mu} = -\frac{\partial H}{\partial U} = -f(\beta) \left(S(-1) \frac{\partial P}{\partial t} + 1 \right).$$

De 3.2.32, temos:

$$\dot{\mu} = -\frac{\partial H}{\partial U} = f(\beta) \left(q \frac{\partial P}{\partial t} - 1 \right). \quad (3.2.41)$$

A maximização de (3.2.38) em relação a e implica:

$$q \left(\frac{dP}{de} \right) f(\beta) - \mu \psi''(e) = 0.$$

Utilizando (3.2.33) e (3.2.35) na equação anterior, encontra-se:

$$q \left(\frac{\partial P}{\partial c} - \frac{\partial P}{\partial t} \psi'(e) \right) f(\beta) = \mu \psi''(e). \quad (3.2.42)$$

$$\text{A condição de transversalidade é } \dot{\mu}(\beta_1) = 0, \text{ onde:} \quad (3.2.43)$$

β_1 é o menor valor possível de β .

De acordo com (3.2.34), $\frac{\partial P}{\partial c} = q \frac{\partial P}{\partial t}$. Ao ser combinada com (3.2.43),

essa igualdade pode ser substituída em (3.2.40) para que se encontre:

$$\psi'(e(\beta)) = q(\beta) - \frac{\int_{\beta_1}^{\beta_2} \dot{\mu}(\beta') d\beta'}{\left(\frac{\partial P}{\partial c} \right) (\beta) f(\beta)} \psi''(e).$$

Substituindo μ por $f(\beta) \left(q \frac{\partial P}{\partial t} - 1 \right)$, temos:

$$\psi'(e(\beta)) = q(\beta) - \frac{\int_{\beta'}^{\beta_2} \left[\left(\frac{\partial P}{\partial c} \right) (\beta') - 1 \right] f(\beta') d\beta'}{\left(\frac{\partial P}{\partial c} \right) (\beta) f(\beta)} \psi''(e). \quad (3.2.44)$$

Denotando a expressão $\left(\frac{\partial P}{\partial c} \right) (\beta') - 1$ de λ , podemos reescrever a solução anterior da seguinte forma:

$$\psi'(e(\beta)) = q(\beta) - \frac{\int_{\beta'}^{\beta_2} \lambda f(\beta') d\beta'}{(1-\lambda) f(\beta)} \psi''(e).$$

O parâmetro λ pode ser interpretado como o custo causado à sociedade pelo aumento da recompensa recebida pela firma. Comparando com a solução do modelo anterior, dada por (3.2.27):

$$\psi'(e^*(\beta)) = 1 - \frac{\lambda}{1+\lambda} \frac{F(\beta)}{f(\beta)} \psi''(e^*(\beta)),$$

vemos que o modelo anterior

é o caso particular de $q(\beta) = 1$. A interpretação da solução acima é de que, no ponto ótimo, o custo de uma unidade adicional de renda deve se igualar ao seu benefício. De acordo com a função de bem estar social maximizada pelo regulador, (3.2.14), o ganho social decorrente do aumento de esforço δe das firmas situadas em pontos superiores a β' , obtido pela derivada do bem estar social em relação a e , é dado por $(1+\lambda) [1 - \psi'(e(\beta))] \delta e f(\beta) d\beta$.

Entretanto, como o regulador segue uma programação linear de rendas, as firmas do tipo β'' , tais que $\beta'' < \beta'$, também passam a receber uma renda maior. Pela restrição $\dot{U}(\beta) = -\psi'(\beta - C(\beta))$, o maior nível de esforço da firma β' determina aumento de sua renda. A variação da renda dessa firma é dada por $\psi''(\beta - C(\beta))$. Dada a distribuição acumulada $F(\beta')$ e a condição derivada da restrição de compatibilidade de incentivos (3.2.23), a renda das firmas situadas abaixo de β' aumenta $\psi''(e(\beta)) \delta e d\beta$, gerando como custo social: $\psi''(e(\beta)) \delta e d\beta$. Portanto, determina-se o ponto ótimo de forma que pequenas variações na renda gerem benefícios e custos sociais equivalentes. A comparação dos dois modelos

mostra que a restrição orçamentária, decorrente da proibição de transferências entre o regulador e a firma, não altera o principal resultado do modelo.

Quando os preços são introduzidos no modelo, a analogia com o modelo anterior $(\lambda = q(\frac{\partial P}{\partial t})(\beta')^{-1})$ mostra que o aumento em uma unidade da recompensa t para a firma aumenta os custos dos consumidores em $q(\frac{\partial P}{\partial t})$. Consequentemente, a variação do bem estar social é dada por $q(\frac{\partial P}{\partial t})^{-1} = (\frac{\partial P}{\partial c})^{-1}$.

Como o preço supera o custo marginal c , aumentos de preços determinam diminuição da demanda $D(p(\beta))$. Portanto, para que a restrição orçamentária seja satisfeita, aumentos dos custos marginais devem ser compensados por aumentos ainda maiores nos preços.

Isso significa que aumentos de custos não se refletem totalmente no parâmetro t de recompensa da firma. Mediante alteração de preços, os efeitos de variações de custos passam a ser compartilhados com os consumidores. Variações nos preços fazem com que parte desses aumentos seja dividida entre produtor e consumidores. A exceção ocorre no caso da firma com maior nível de eficiência, cuja produção é feita sob o menor custo marginal $c = c^*$. Nesse ponto ($c = \underline{c}$), temos $\frac{dp^*}{dc} = 0$, de forma que variações nos custos não afetam os preços pagos pelos consumidores.

O estabelecimento de preços-teto pode ser entendido como um mecanismo de precificação em que não há possibilidade de transferência de recursos entre o regulador e a firma. O efeito do estabelecimento de preços-teto é que, para firmas eficientes, esse preço pode ser equivalente ao que seria praticado numa situação de monopólio. E, para firmas com grau de eficiência inferior a determinado ponto, o preço praticado seria inferior ao preço do monopolista mas, ainda assim, superior ao preço ótimo. No caso específico da firma com menor grau de eficiência, ou seja, daquela cujo valor de β é o maior possível, a renda $U(\beta)$ deve ser nula.

A escolha de preços-teto implica estabelecimento de contratos com alto poder de incentivo ($b=1$ no contrato linear $t = a - bC$). Com a determinação de um preço máximo é dada à firma liberdade de alterações de seus preços para níveis inferiores aos estabelecidos pelo regulador, o que permite o ajuste de seus preços

relativos. Entretanto, a flexibilidade de preços para baixo pode fazer com que a firma seja penalizada ao revelar a adoção de tecnologia que reduza seus custos. numa futura revisão de contrato, os tetos podem ser diminuídos.

Além disso, o acordo firmado entre regulador e concessionária não inclui dados referentes às funções custos nem de demanda. Isto requer que o regulador tenha bons conhecimentos sobre os custos das firmas estabelecidas. Caso o regulador não tenha acesso a essas informações, há dois casos extremos. De um lado, o preço pode ser estabelecido em níveis elevados, equivalendo à situação de monopólio sem regulação. O outro extremo, de preços muito baixos, pode tornar a prestação de serviços não-factível.

3.2.3. Preços de distribuição total dos custos (fully distributed cost pricing - FDC)

Os modelos de distribuição de custos aplicam-se aos casos em que a produção de diversos bens implica custos comuns aos diversos produtos. Os custos totais podem ser representados da seguinte maneira:

$$CT = \sum_{l=1}^m CE(q_l) + CNE(\mathbf{q}), \text{ onde:} \quad (3.2.45)$$

$$CNE > 0, \mathbf{q} \neq 0;$$

$l \in M = \{1, \dots, m\}$, M é o conjunto de bens produzidos;

$CE(q_l)$ são os custos particulares de cada bem;

$CNE(\mathbf{q})$ são os custos comuns a todos os bens produzidos.

Nos modelos de distribuição total dos custos, os preços são determinados em função dos custos comuns, dos particulares e da quantidade produzida de cada bem:

$$p_l = f(CE_l, CNE, q_l).$$

(3.2.46)

Quando, para qualquer conjunto Q , os custos totais podem ser representados apenas pela soma de produção individual de cada bem, dizemos que a tecnologia é não-conjunta (nonjoint). Quando a firma apresenta tecnologia não-conjunta, a produção realizada por uma única unidade tem a mesma estrutura de

custos que a organizada em várias firmas especializadas. Tecnologias não-conjuntas possuem custos com a seguinte característica:

$$CT = \sum_{l=1}^m C(0, \dots, C_l, \dots, 0) \forall Q. \quad (3.2.47)$$

Quando os custos da firma não satisfazem (3.2.48), a presença de custos comuns implica que, para que haja igualdade entre receita e custo total, os preços de cada bem devem ser compostos por duas partes. A primeira delas deve gerar receita igual aos custos particulares de cada bem; e a soma da segunda parte de todos os produtos deve ser igual ao custo comum:

$$p_l = f(CE_l(q_l)) + g(CNE(\mathbf{q}), q_l), \text{ tal que:} \quad (3.2.48)$$

$$f(CE_l(q_l)) = CE_l(q_l);$$

$$\sum_{l \in M} g[CNE(\mathbf{q}), q_l] q_l = CNE(\mathbf{q}).$$

Tendo em vista a possível formação de coalizões, seria interessante que, na presença de custos comuns, fossem encontrados preços livres de subsídios, ou seja, preços que, além de gerarem lucro econômico nulo, satisfazem (3.2.9). Em Spulber (1989) pode-se encontrar um modelo que gera preços de distribuição de custos livres de subsídios. Considerando uma função custo do tipo:

$$C(Q) = CNE + CE(\mathbf{q}), \text{ onde:} \quad (3.2.49)$$

$CE(\mathbf{q})$ são os custos variáveis (exclusivos) e CNE os custos fixos (não exclusivos), as seguintes condições são impostas a essa função:

$$\mathbf{q} \geq 0, \mathbf{q} \neq 0;$$

$$CNE > 0;$$

$$CE(0) = 0, CE \text{ é contínua em } Q \geq 0;$$

$$CE(\mathbf{q}) \geq 0 \forall \mathbf{q} \geq 0, \mathbf{q} \neq 0;$$

$$\frac{\partial^2 C}{\partial q_j \partial q_l} \leq 0 \text{ (complementaridade fraca de custos).}$$

Spulber (1989) define os preços de distribuição total de custos como:

$$p_l q_l = f_l CE + \gamma_l q_l, \text{ tais que:} \quad (3.2.50)$$

$$\sum_{l=1}^m \gamma_l q_l = CE(\mathbf{q}); \quad (3.2.51)$$

$$\sum_{l \in S} \gamma_l q_l \leq CE(q_S) \forall S \subseteq M; \quad (3.2.52)$$

$$0 \leq \gamma_l \leq 1, \sum_{l=1}^m \gamma_l = 1. \quad (3.2.53)$$

As condições impostas sobre os pesos γ_l são tais que esses pesos tornam-se livres de subsídios. Spulber (1989) mostra que o fato de os pesos γ_l serem livres de subsídios é suficiente para que \mathbf{p} também tenha essa propriedade. Portanto, os pesos atribuídos aos custos fixos devem satisfazer apenas (3.2.53). Assim, estes pesos podem ser a participação relativa das receitas, representados por:

$$(f_l)_{pq} = \frac{p_l q_l}{\sum_{l=1}^m p_l q_l},$$

a participação relativa das quantidades produzidas, dadas por:

$$(f_l)_q = \frac{q_l}{\sum_{l=1}^m q_l},$$

ou ainda, a participação relativa dos custos variáveis:

$$(f_l)_{cv} = \frac{\gamma_l q_l}{CE(\mathbf{q})}.$$

A vasta gama de possibilidades de divisão de custos entre os diversos bens tornaram essa questão alvo de extensas discussões teóricas. Tendo em vista o atual padrão tecnológico do setor de telecomunicações, as principais questões referentes a esse debate são apresentadas no capítulo seguinte.

4. Divisão de custos comuns

No capítulo anterior foram apresentados modelos propostos para a regulação de mercados não-competitivos. Dentre eles, os de distribuição total de custos podem ser aplicados a setores onde custos são comuns à produção de mais de um bem ou à prestação de mais de um tipo de serviço. No caso do setor de telecomunicações, as estações centrais mistas podem realizar diferentes chamadas, como local, de longa distância nacional, além de oferecerem outros serviços de telefonia.

A grande vantagem desses modelos é a natureza da informação requerida: nenhum dado referente à utilidade do consumidor, como elasticidade de demanda, é necessário para a determinação dos preços.

A discussão sobre a alocação de custos comuns a mais de um tipo de bem ou serviço não é recente. Diversas soluções foram propostas e aplicadas. Os modelos mais simples são os que propõem a divisão proporcional de custos segundo determinado critério. Exemplo clássico é o de construção de uma estação de água em certa região. Uma solução é dividir os custos comuns às cidades envolvidas no projeto pelo número de habitantes de cada cidade. A cidade que possuir duas vezes mais habitantes que outra deve ter o dobro de participação nos custos do projeto. Outra solução proposta é a que atribui a cada participante do projeto gastos proporcionais à sua demanda.

A facilidade de cálculo dos preços nesses modelos constitui sua principal vantagem. Entretanto, a violação de princípios fundamentais de racionalidade pode inviabilizar sua aplicação. Considerando critérios de racionalidade dos agentes, a presença de custos comuns a diversos bens (ou serviços) torna atrativa a utilização de conceitos derivados da Teoria dos Jogos. Como

apresentado em Billera *et alli* (1978), cada tipo de ligação telefônica pode ser considerada como um jogador no jogo cooperativo.

Grande parte da literatura referente aos modelos de distribuição de custos comuns é de caráter axiomático, ou seja, analisa os modelos de acordo com sua conformidade em relação a axiomas propostos. Nesse capítulo, serão apresentados os principais axiomas aplicados a jogos cooperativos e os modelos mais utilizados na divisão de custos comuns. Em todos os modelos serão considerados jogadores os fornecedores de serviços cuja prestação dependa da estrutura de uma mesma central telefônica. Define-se c_i como o pagamento feito pelo prestador do serviço i , ou jogador i , para o uso da central, e $C(N)$ como os custos totais de sua operação e manutenção quando os i jogadores, $i \in N$. Analogamente, $C(S)$ são os custos totais de prestação dos i serviços pertencentes ao conjunto S , $S \subset N$.

A primeira seção apresenta os principais conceitos e definições da Teoria dos Jogos Cooperativos. Na seção 4.2 são descritas as soluções apresentadas pelo *Tennessee Valley Authority* (TVA), entidade norte-americana encarregada de planejar e monitorar a prestação de serviços como os de navegação, geração de energia e irrigação. A seção 4.3 analisa soluções pertencentes ao *core*, enquanto na última é apresentado o valor de Shapley. Tabela-resumo finaliza o capítulo.

4.1. Jogos cooperativos e *core*.

Assim como nos modelos de regulação deve-se considerar a restrição de lucros não-negativos, nos modelos de distribuição total de custos uma condição essencial é a garantia do pagamento dos custos totais do projeto. Caso contrário, os prejuízos do projeto tornam economicamente inviável a manutenção e a operação da central telefônica.

Denotando de c_i o pagamento feito pelo prestador do serviço i , ou jogador i , para o uso da central, e de $C(N)$ os custos totais de sua operação e manutenção quando os i jogadores, $i \in N$, utilizam essa central, deve-se considerar a seguinte restrição:

$$\sum_{i=N}^n c_i = C(N), c_i \geq 0. \quad (4.1.1)$$

O vetor de dimensão $(1 \times n)$ formado por todos os $c_i, i \in N$, que satisfaz a condição acima é denominado de vetor de alocação de custos. Recorre-se aos conceitos de Teoria dos Jogos para que seja encontrada a melhor forma de divisão dos custos entre os agentes. No caso de jogos cooperativos com transferência de *payoffs* (ganhos), um dos pressupostos é o da possibilidade de formação de qualquer coalizão entre os jogadores envolvidos. O jogo é caracterizado por (N, v) , onde N indica o conjunto formado por todos os jogadores e v é o vetor de valores de cada coalizão. O valor da coalizão S é dado por:

$$v(S) = \sum_{i \in S} C(i) - C(S), \quad (4.1.2)$$

em que $C(i)$ é o custo de prestação do serviço i quando a central telefônica presta unicamente tal serviço e $C(S)$ o custo total de prestação dos s serviços que participam da coalizão S . Além disso,

$$v(\phi) = 0, \text{ onde:} \quad (4.1.3)$$

ϕ é o conjunto vazio.

Sendo a função custo subaditiva, como definido em (3.1.8), o valor da coalizão é, por definição, superaditivo. A superaditividade fraca, que utiliza desigualdade não-estrita, é representada pela seguinte equação:

$$v(S \cup T) \geq v(S) + v(T) \text{ para } S \subseteq N, T \subseteq N. \quad (4.1.4)$$

Como o valor do jogo é dado por

$$v(N) = \sum_{i=1}^n C(i) - C(N), \quad (4.1.5)$$

a superaditividade fraca implica:

$$v(N) \geq v(S), \quad (4.1.6)$$

Define-se o vetor de ganhos $x \in R^n$ como o vetor formado pelos *payoffs* (ganhos) dos i serviços, tais que:

$$x_i = C(i) - c_i. \quad (4.1.7)$$

Um conceito largamente utilizado é o de imputação, determinado pelas seguintes condições:

$$x_i \geq v(i) \forall i \in N; \text{ ou seja, } x_i \geq 0 \text{ e ainda:} \quad (4.1.8)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = v(N). \quad (4.1.9)$$

A primeira condição é a de racionalidade individual, que garante a cada jogador no mínimo aquilo que ele consegue agindo sozinho. A segunda condição é a de eficiência, ou otimalidade de Pareto, que garante a todos os jogadores juntos o valor do jogo, $v(N)$. O conceito de imputação considera a adesão individual de cada jogador à grande coalizão N . Se a racionalidade individual não estiver garantida, não interessa a esse jogador aderir a tal coalizão. Em outras palavras: se, ao participar de uma coalizão, o jogador não obtiver no mínimo o mesmo ganho que atingiria caso atuasse sozinho (utilizando de forma exclusiva uma central telefônica), a esse jogador não interessaria aderir à coalizão. Além disso, o conceito de imputação requer a distribuição completa entre os jogadores de todos os benefícios decorrentes da coalizão. Aplicadas à função custo, as equações (4.1.8) e (4.1.9) podem ser reescritas como:

$$c_i \leq C(i) \forall i \in N; \quad (4.1.10)$$

$$\sum_{i=1}^n c_i = C(N), c_i \geq 0. \quad (4.1.11)$$

Nesse caso, as restrições (4.1.10) e (4.1.11) podem ser interpretadas da seguinte forma: o pagamento de cada jogador que participa da coalizão não deve superar os custos da central telefônica caso somente esse serviço fosse prestado pela central. A segunda restrição diz respeito à viabilidade econômica da central, que não deve operar apresentando prejuízo. Portanto, a soma dos pagamentos de cada jogador deve cobrir todos os custos dessa central.

Entretanto, a racionalidade individual dos jogadores e a viabilidade econômica da firma, consideradas no conceito de imputação, não garantem estabilidade ao jogo. Embora a racionalidade individual garanta que nenhum jogador deverá optar pela utilização isolada de uma central telefônica, essa restrição não evita a formação de coalizões formadas por s jogadores, $s < n$, tais que todos os jogadores pertencentes ao grupo S tenham ganhos superiores aos determinados na coalizão N .

O conceito de *core* considera a possibilidade de formação de coalizões capazes de gerar ganhos aos seus membros no mínimo iguais aos obtidos em N . Define-se como *core* o conjunto de vetores de ganhos \mathbf{x} , $\mathbf{x} \in X$, tal que não exista nenhum $\mathbf{y} \in X$, que satisfaça:

$$y_i \geq x_i \forall i \in S, \forall S \subseteq N; \quad (4.1.12)$$

$$x(S) \leq v(S), \forall S \subseteq N, \text{ onde:} \quad (4.1.13)$$

X é o conjunto dos possíveis vetores de ganhos em todas as coalizões $S \subseteq N$.

O conceito de *core* também pode ser representado tendo em vista as restrições que determinam o conceito de imputação. Nesse caso, além das restrições próprias a uma imputação, o vetor pertencente ao *core* deve satisfazer a racionalidade coletiva, dada por:

$$\sum_{i \in S} x_i \geq v(S), \forall S \subset N \quad (4.1.14)$$

ou, considerando a função custo:

$$\sum_{i \in S} c_i \leq C(S), \forall S \subset N. \quad (4.1.15)$$

A equação (4.1.14) indica que o valor de qualquer coalizão inferior à grande coalizão não ultrapassa a soma dos ganhos individuais dos elementos de N . A equação (4.1.15), conhecida como *stand alone cost test*, expressa a condição equivalente de que, dado o vetor de alocação de custos da grande coalizão, a soma dos pagamentos de cada jogador pertencente a S seja inferior aos custos totais do grupo S , para qualquer S inferior à grande coalizão. Portanto, o conceito de *core* simplesmente estende a restrição de racionalidade individual a qualquer coalizão possível. Como esse conceito é mais restritivo que o de imputação, é possível que, em alguns jogos, o *core* seja vazio. Em outros casos, diversos vetores de ganhos podem formar o conjunto de *core*.

Quanto à possibilidade de haver jogos cujo *core* é o conjunto vazio, alguns autores, como Osborne & Rubinstein (1996), Ichiishi (1983a), e Scarf (1967) utilizam o conceito de jogos balanceados a fim de demonstrar as condições necessárias e suficientes para sua existência. Sendo D o conjunto de todas as coalizões do jogo (N, v) , pode-se associar a cada coalizão S um espaço euclidiano cuja dimensão é equivalente ao número de membros da coalizão. A cada coalizão, define-se o vetor característico pela seguinte regra:

$$(1_S)_i = \begin{cases} 1 & \text{se } i \in S \\ 0 & \text{em caso contrário.} \end{cases} \quad (4.1.16)$$

Considere, por exemplo, um jogo tal que $N = \{1, 2, 3\}$. O vetor característico da coalizão $S = \{1, 3\}$ é: $1_S = (1, 0, 1)$.

A coleção de pesos balanceados é aquela em que os pesos λ , situados no intervalo fechado entre 0 e 1, satisfazem a seguinte condição:

$$\sum_{S \in C} \lambda_S (1_S)_i = (\mathbf{1}_N)_i \forall i. \quad (4.1.17)$$

Sabemos que $(\mathbf{1}_N)_i = 1$, pois todo i pertence ao conjunto N . De (4.1.16) e (4.1.17), conclui-se que, para todo jogador i , os pesos associados às coalizões às quais ele pertence devem somar 1.

No caso de um jogo com três jogadores, o jogador nº 1 pode formar duas coalizões no espaço euclidiano de duas dimensões: $\{1,2\}$ e $\{1,3\}$. Uma possível coleção de pesos balanceados é aquela em que λ_S tem o valor de 0,25 para coalizões com dois membros, 0,5 para as que têm um elemento e 0 caso contrário. Verifica-se que a soma desses pesos equivale a 1.

Dada a restrição (4.1.17), podem-se definir jogos balanceados. Um jogo (N,v) é balanceado quando a soma dos valores de cada coalizão, ponderada por seus pesos respectivos, não supera o valor do jogo. Formalmente:

$$\sum_{S \in C} \lambda_S v(S) \leq v(N), \text{ para toda coleção de pesos balanceados.} \quad (4.1.18)$$

Osborne & Rubinstein (1996) demonstram que o *core* de um jogo cooperativo com utilidades transferíveis é não-vazio se, e somente se, esse jogo é balanceado. Esse teorema indica que, para qualquer ponderação balanceada, a soma ponderada dos valores de todas as coalizões não supera o valor do jogo. A restrição de que os pesos sejam balanceados indica que cada jogador deve alocar integralmente o seu esforço em todas as coalizões das quais ele possa fazer parte e que, portanto, a soma desses pesos deve ser unitária. Satisfeita essa restrição, o *core* existe quando, para qualquer forma de distribuição de esforço balanceada escolhida pelos jogadores, não houver a possibilidade de ganhos superiores aos determinados pela grande coalizão. Em outras palavras, não há nenhuma forma de se encontrar uma coalizão S em que todos os seus elementos tenham benefícios iguais ou maiores aos que receberiam na grande coalizão.

Considerando a função custo, Sorenson *et alii* (1978a) mostram que, se os custos médios forem contínuos e não-crescentes no intervalo de 0 a $q(N)$ ($q(N)$ é a quantidade total de serviços prestados pela grande coalizão), o *core* do jogo cooperativo com ganhos transferíveis é não-vazio. Isto significa que a presença de

custos marginais decrescentes em funções contínuas é condição suficiente para a existência do *core*, mas não necessária. Quando os custos marginais são não-crescentes, a função característica é convexa, ou seja,

$$v(S \cup \{i\}) - v(S) \leq v(T \cup \{i\}) - v(T) \quad \forall S \subseteq T \subseteq N - \{i\}, \quad (4.1.19)$$

indicando que, quanto maior a coalizão, maior o benefício marginal.

Nessa situação, o *core* é formado por diversos vetores de ganhos e outros critérios são requeridos para que se encontre uma alocação desejável. Uma série de axiomas pode ser considerada para a definição da melhor alocação. Nas seções seguintes, onde se apresentam modelos de alocação de custos comuns, são mencionados axiomas estudados em jogos cooperativos.

4.2. As soluções do *Tennessee Valley Authority*

A partir da década de 30, questões referentes à alocação de custos comuns tornaram-se mais prementes nos Estados Unidos, decorrentes principalmente do desenvolvimento de projetos de utilização dos recursos hídricos da bacia do Rio Tennessee. O *Tennessee Valley Authority* (TVA) foi criado para planejar e monitorar a prestação de serviços, como navegação, geração de energia e irrigação. Formularam-se vários modelos, entre eles o de alocação eqüitativa de custos não-exclusivos (equal allocation of nonseparable costs), o método de custos dispensados alternados (alternate cost avoided method - ACA), o de custos exclusivos e benefícios remanescentes (separable cost-remaining benefits - SCRB) e o de gastos alternativos justificáveis (alternative justifiable expenditure). Todos esses modelos aplicam-se aos casos em que o planejador tem pleno conhecimento dos custos do projeto, bem como dos custos de projetos alternativos, implementados por um menor número de jogadores. A seguir, apresentam-se tais propostas:

4.2.1. Alocação eqüitativa de custos não-exclusivos

A alocação eqüitativa de custos não-exclusivos baseia-se na idéia de que, se um projeto inclui a prestação de diversos serviços, cada tipo de serviço deve arcar com seus custos exclusivos, além de parte dos custos comuns a todos os serviços envolvidos no projeto. A questão principal decorre da alocação desses

custos comuns, determinados de custos não-exclusivos. Os custos exclusivos são definidos como os custos adicionais verificados quando um novo serviço é incluído no projeto. Considerando a situação em que n serviços podem participar de um mesmo projeto e ordenando esses serviços pelo índice i , podemos denominar de CE_i os custos exclusivos do serviço i , tais que:

$$CE_i = C(N) - C(N-i), \text{ onde:} \quad (4.2.1)$$

N é o conjunto de todos os serviços incluídos no projeto.

Como os projetos formulados pelo TVA permitiam acesso a informações sobre os custos exclusivos, a única arbitragem restante referia-se aos custos não-exclusivos, definidos como:

$$CNE = C(N) - \sum_{i \in N} CE_i \quad (4.2.2)$$

Um dos métodos mais simples, o de alocação equitativa, propõe a divisão de CNE de acordo com o número de serviços a serem incluídos no projeto. Cada serviço deve pagar seus custos exclusivos, acrescidos de CNE / n :

$$c_i = CE_i + CNE / n. \quad (4.2.3)$$

A ausência de ponderação para a divisão dos custos exclusivos torna esse modelo bastante frágil e sujeito a críticas. Straffin (1981) mostra que a alocação determinada por esse método nem sempre é uma imputação, porque as restrições definidas para as coalizões individuais, dadas por (4.1.10) podem ser facilmente violadas. Para tanto, basta que $(CNE / n) > CE_i - C(i)$, possibilidade extremamente viável.

4.2.2. Custos dispensados alternados (ACA)

Formulado na década de 30, o método de custos dispensados alternados (ACA) também procura determinar uma alocação ideal para os custos não-exclusivos. A proposta é de que a divisão dos custos não-exclusivos seja proporcional à diferença entre os custos da prestação do serviço no caso em que o projeto inclui exclusivamente tal serviço, e seus custos exclusivos. O fator de ponderação do i -ésimo serviço é definido como:

$$\alpha = \frac{C(i) - CE_i}{\sum_{j=1}^n (C(j) - CE_j)}. \quad (4.2.4)$$

Ao serviço i , cabe o pagamento de c_i , definido como:

$$c_i = CE_i + \alpha (CNE). \quad (4.2.5)$$

É fácil perceber que tanto esse método como o de alocação equitativa satisfazem a otimalidade de Pareto, definida em (4.1.11).

Utilizando as definições de vetor de ganhos (x) e de valor de um jogo cooperativo (v), pode-se verificar que o método de custos dispensados alternados determina, para cada jogador, um ganho x_i proporcional à razão entre a diferença dos valores $v(N)$ e $v(N-i)$ e a soma dessa diferença para todos os i jogadores:

$$c_i = \frac{v(N) - v(N-i)}{\sum_{j=1}^n (v(N) - v(N-j))} v(N). \quad (4.2.6)$$

No caso de jogos cooperativos com $n \leq 3$ e função custo subaditiva, como o *core* é não-vazio, esse método determina alocações pertencentes ao *core*. (Young, 1994, p.1202).

4.2.3. Custos exclusivos e benefícios remanescentes (SCRB)

Outro método, o SCRB, foi recomendado pelo *Federal Inter-Agency River Basin Committee* na década de 50. Em 1954, o Departamento do Interior, o Departamento do Exército e o *Federal Power Commission* assinaram um acordo em que se reconhecia tal método como o mais adequado no caso de projetos voltados para a prestação de mais de um tipo de serviço (Loughlin, 1977). De acordo com o SCRB, a alocação de custos comuns deve considerar a propensão de cada tipo de serviço a pagar pela implementação do projeto. A propensão de pagamento de cada serviço de índice i é dada por:

$$\sigma_i = \text{MIN}\{B(i), C(i)\}, \text{ onde:} \quad (4.2.7)$$

$B(i)$ =benefícios estimados.

Denominam-se de benefícios remanescentes do i -ésimo serviço a diferença entre sua propensão de pagamento e seus custos exclusivos:

$RB_i = \sigma_i - CE_i$, onde CE_i são os custos exclusivos do serviço i , definidos em (4.2.1).

O método de ponderação utilizado para cada serviço é o mesmo do de custos dispensados alternados, dado por $RB_i / \sum_{i=1}^n RB_i$. Quando, para todos os serviços, os custos de seu projeto individual são inferiores a seus benefícios, esse método equivale ao ACA e a racionalidade individual, definida por (4.1.8) ou (4.1.10), é garantida.

4.2.4. Gastos alternativos justificáveis

Uma variação do método anterior, o de gastos alternativos justificáveis surgiu como solução para os casos em que a estimação dos custos exclusivos era demasiadamente onerosa ou até mesmo inviável. No lugar de custos exclusivos, são utilizados custos específicos. Enquanto os custos exclusivos consideram todas as alterações nos custos decorrentes da inclusão de um serviço no projeto, os custos decorrentes da mudança do projeto (como tamanho de instalações e alteração dos tipos de equipamentos utilizados) não são considerados como custos específicos. Os custos específicos, portanto, são atribuídos unicamente àquele serviço, decorrentes da adição de recursos que não alteram o desenho inicial do projeto. A fórmula permanece a mesma, substituindo-se CE_i pelos custos específicos de cada serviço. Como os custos exclusivos normalmente superam os custos específicos, esse método abre a possibilidade de que os benefícios verificados após a inclusão de um projeto sejam inferiores aos seus custos exclusivos.

Os métodos recomendados pelo TVA consideram apenas os custos exclusivos de cada serviço (CE_i) na grande coalizão, sem que sejam lembrados também os custos exclusivos em todas as possíveis coalizões, dados por: $CE_i = C(S) - C(S-i)$, onde $S \subset N$. Por esse motivo, muitas vezes a racionalidade coletiva, definida em (4.1.14) ou (4.1.15), é violada. A vantagem dos métodos apresentados é exatamente a de não haver a necessidade de cálculo dos custos exclusivos em todas as coalizões, mas apenas os na grande coalizão.

4.2.5. Monotonicidade agregada e alocação eqüitativa de custos não-exclusivos

Uma questão a ser considerada é a possibilidade de progresso técnico e, conseqüentemente, de alteração dos custos do projeto. É importante saber se, diante de melhorias tecnológicas, o método de alocação é capaz de beneficiar ou pelo menos não prejudicar nenhum jogador. Essa característica é conhecida como monotonicidade agregada e, aplicada à função custo, determina que, após melhorias técnicas capazes de diminuir os custos do projeto na grande coalizão, os pagamentos de todos os jogadores serão no máximo iguais aos determinados anteriormente na grande coalizão. A monotonicidade é desejável porque garante que, face a progressos técnicos, o método de divisão de custos não é distorcivo ao ponto de determinar para algum jogador aumento da diferença entre seus custos de produção de forma isolada e seu pagamento ao participar de N (CE_i e c_i , respectivamente). Dada a notação utilizada anteriormente, isso significa que, se:

$$\sum_{i=1}^N C_t(i) - C_t(N) \geq \sum_{i=1}^N C_{t-1}(i) - C_{t-1}(N) \text{ e:} \quad (4.2.8)$$

$$\sum_{i=1}^S C_t(i) - C_t(S) = \sum_{i=1}^S C_{t-1}(i) - C_{t-1}(S) \text{ para todo } S \subset N, \text{ então:} \quad (4.2.9)$$

$$C_t(i) - c_{t,i} \geq C_{t-1}(i) - c_{t-1,i} \text{ para todo jogador } i, \text{ onde:} \quad (4.2.10)$$

$c_{t,i}$ é o pagamento do i -ésimo integrante de N no segundo jogo e $c_{t-1,i}$, no primeiro.

Considerando as definições de valores de jogos cooperativos, a monotonicidade agregada é expressa da seguinte forma:

$$\text{se } w(N) \geq v(N) \text{ e } w(S) = v(S) \forall S \subset N, \text{ então:} \quad (4.2.11)$$

$$x_i(w) \geq x_i(v) \text{ para todo jogador } i, \text{ onde:} \quad (4.2.12)$$

$x_i(w)$ é o ganho do i -ésimo jogador no jogo (N, w) e $x_i(v)$, no jogo (N, v) .

A alocação eqüitativa de custos não-exclusivos satisfaz o axioma de monotonicidade agregada. Determinada por (4.2.3):

$$c_i = CE_i + CNE/n, \text{ essa alocação pode ser reescrita como:}$$

$$c_i = C(N) - C(N-i) + \frac{C(N) - \sum_{j=1}^n (C(N) - C(N-j))}{n}, \text{ ou ainda:}$$

$$c_i = \frac{nC(N) - nC(N-i) + C(N) - \sum_{j=1}^n (C(N) - C(N-j))}{n}.$$

Como $\sum_{j=1}^n C(N) = nC(N)$, então:

$$c_i = \frac{C(N) - nC(N-i) + \sum_{j=1}^n C(N-j)}{n} \quad (4.2.13)$$

Pela definição de monotonicidade agregada, dada por (4.2.11) e (4.2.12), pode-se demonstrar que esse axioma é satisfeito pela alocação acima. A alteração de $v(N)$ pode ser devida a mudanças em $C(N)$, em $C(i)$ ou em $C(k)$, $k \neq i$, denominadas, respectivamente, de $\Delta C(N)$, $\Delta C(i)$ e $\Delta C(k)$. Quando a alteração ocorre em $C(N)$, pelas definições de monotonicidade e de valor do jogo, x_i deve variar na direção oposta e, conseqüentemente, a variação de c_i deve ter a mesma direção de $\Delta C(N)$. Portanto, (4.2.13) satisfaz o axioma no caso de alterações nos custos do projeto da grande coalizão. Considerando alterações em $C(i)$, a hipótese de que $w(S) = v(S)$, para todo $S \subset N$, implica variações idênticas em todos $C(N-j)$, $j \neq i$, enquanto $C(N-i)$ não se altera. Para que o axioma seja satisfeito, a definição de x_i como $C(i) - c_i$ determina que variações em c_i tenham dimensão inferior ou igual às ocorridas em $C(i)$, ou seja, $|\Delta C(i)| \geq |\Delta c_i| \forall i$. Alterações idênticas em todos $C(N-j)$, $j \neq i$, implicam:

$$\Delta c_i = \frac{n-1}{n} (\Delta C(N-j)) = \frac{n-1}{n} (\Delta C(i)). \quad (4.2.14)$$

A primeira igualdade decorre da definição da alocação eqüitativa em (4.2.3). A segunda, do fato de que $\Delta C(i) = \Delta C(N-j)$ para $j \neq i$. Portanto:

$$|\Delta c_i| = \frac{n-1}{n} |\Delta C(i)| \leq |\Delta C(i)|. \quad (4.2.15)$$

Finalmente, cabe considerar a possível alteração de $C(k)$, $k \neq i$. Nesse caso, além de alterações idênticas em $C(N-j)$, $j \neq k$, ocorre variação em $C(N-i)$. Como

não houve alteração em $C(i)$, c_i deve variar em sentido oposto ao de $C(k)$ ou, pelo menos, c_i deve permanecer constante:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N C_i(i) - C_i(N) &\geq \sum_{i=1}^N C_{i-1}(i) - C_{i-1}(N) \Rightarrow \\ \sum_{i=1}^N C_i(i) - \sum_{i=1}^N C_{i-1}(i) &\geq 0 \end{aligned} \quad (4.2.16)$$

$$C_i(i) - c_{i,i} \geq C_{i-1}(i) - c_{i-1,i} \leq 0. \quad (4.2.17)$$

Pela definição da alocação eqüitativa em (4.2.3), a mudança em c_i é dada por:

$$\Delta c_i = \frac{n-1}{n} (\Delta C(N-j)) - \Delta C(N-i) = \frac{-\Delta C(N-i)}{n}, \quad (4.2.18)$$

o que conclui a verificação das condições requeridas pela monotonicidade agregada.

4.3. Soluções derivadas do conceito de *core*

Como mencionado anteriormente, apesar de o conceito de *core* ser mais restrito que o de imputação, não há garantia de que ele seja formado por um único ponto. Uma possível solução é a de se creditar a cada jogador o benefício líquido que ele gera ao ser incluído na coalizão, ou seja,

$$x_i = v(S \cup \{i\}) - v(S), \quad (4.3.1)$$

onde S é uma coalizão tal que $i \notin S$.

O resultado desse procedimento depende da forma de ordenação das diversas coalizões. Quando a grande coalizão é formada por n jogadores, há $n!$ soluções possíveis, todas elas situadas em pontos de fronteira do *core*. A influência da ordenação dos jogadores pode ser um desestímulo à implementação desse procedimento.

A solução de *minimax*, ou *least core*, é baseada no conceito de excessos do valor de cada coalizão, definidos pelo vetor:

$$e(S, x) = v(S) - \sum_{i \in S} x_i, \text{ onde:} \quad (4.3.2)$$

x_i é qualquer vetor de ganhos que seja uma imputação, ou seja, que satisfaça (4.1.8) e (4.1.9).

O vetor de excessos de cada coalizão indica a diferença entre seu valor e o total de ganhos dos seus elementos. Quanto maior o excesso de uma coalizão, menores os benefícios de seus componentes. Considerando o problema de alocação de custos, o vetor de excessos passa a ser representado por:

$$e(S,x) = \sum_{i \in S} c_i - C(S), \text{ onde:} \quad (4.3.3)$$

c_i é uma alocação de custos que preenche os requisitos de uma imputação, dados por (4.1.10) e (4.1.11).

De acordo com o critério de *minimax*, deve-se minimizar o maior vetor de excessos, ou seja, a solução é determinada pela programação linear:

$$\text{MIN}\{\varepsilon\} \text{ sujeito a:} \quad (4.3.4)$$

$$e(S,x) \leq \varepsilon; \quad (4.3.5)$$

$$\sum_{i \in N} c_i = C(N). \quad (4.3.6)$$

Esse procedimento pode ser entendido da seguinte forma: considere todos os vetores de ganhos tais que $\sum_{i \in N} x_i = v(N)$ (analogamente, todos os vetores de alocação de custos tais que $\sum_{i \in N} c_i = C(N)$). Considerando os vetores de excessos de todas as $n!$ coalizões possíveis, a solução de *minimax* é dada pelo vetor de ganhos x cujo maior vetor de excessos é o menor, dentre todos os outros vetores de ganhos y , $y \neq x$. Entretanto, não há garantia de que esse vetor de ganhos seja único. As soluções conhecidas como nucleolus, e prenucleolus, são extensões do critério de *minimax* de forma que seja encontrado um único ponto pertencente ao *core* quando este é não-vazio. O procedimento para que se encontrem essas soluções é o mesmo. A diferença entre elas consiste no fato de que, enquanto o nucleolus é aplicado ao conjunto de todas as possíveis imputações, o prenucleolus aplica-se ao conjunto de vetores que satisfazem apenas (4.1.9), dada por $\sum_{i \in N} x_i = v(N)$ e não necessariamente (4.1.8), a outra restrição do vetor de imputação, que é: $x_i \geq v_i \quad \forall i \in N$.

Para que seja encontrada a solução de nucleolus, é necessário que todos os vetores de excessos sejam ordenados lexicograficamente. Dada uma

imputação $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, devem-se calcular os vetores de excessos e ordená-los de forma decrescente. Em seguida, devem ser resolvidos problemas de minimização desses vetores, de acordo com a ordenação estabelecida: a minimização do primeiro vetor de excessos determina um conjunto de vetores de ganhos X_1 . A minimização do segundo vetor de excessos deve se restringir a X_1 , resultando em um segundo vetor X_2 . Esse procedimento deve ser repetido até que se encontre um único ponto para $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$. O resultado é uma alocação \mathbf{x} tal que, para a coalizão com maior vetor de excessos, não exista nenhuma outra imputação \mathbf{y} em que essa coalizão tenha vetor de excessos menor. Se houver outra imputação \mathbf{y} em que essa coalizão tenha vetor de excessos igual ao observado em \mathbf{x} , então o vetor de excessos da coalizão ordenada em segundo lugar deve ser menor em \mathbf{x} que em \mathbf{y} . Caso seja verificada igualdade novamente, a regra passa a valer para a terceira coalizão e assim por diante. Esse procedimento, que requer a solução de $n-1$ programas lineares, determina um único ponto pertencente ao *core*.

A solução de nucleolus gera um ponto no *core* em que a mínima distância entre este ponto e a fronteira do conjunto é a máxima possível. Apesar de não garantir a monotonicidade agregada, representada pelas equações (4.1.11) e (4.1.12), essa solução satisfaz axiomas importantes, entre eles, invariância, simetria, homogeneidade e consistência, descritos a seguir:

i. Invariância: esse conceito requer que, para qualquer função custo que possa ser dividida em custos exclusivos e não-exclusivos, a alocação determine que se paguem integralmente os custos exclusivos e que o restante do pagamento seja uma função dos custos não-exclusivos. Portanto, a alocação c_i , deve satisfazer:

$$c_i = CE_i + f(CNE_i), \text{ para:} \quad (4.3.7)$$

$$C(S) = \sum_{i \in S} CE_i + CNE_S \quad \forall S \subseteq N, \text{ onde:} \quad (4.3.8)$$

CE_i e CNE_S são, respectivamente, os custos exclusivos de i e não-exclusivos da coalizão S .

ii. Simetria: em soluções simétricas, jogadores que geram a mesma contribuição para todas as coalizões apresentam o mesmo ganho. De acordo com Osborne & Rubinstein (1994), a simetria pode ser caracterizada pela seguinte condição:

se i e j são jogadores tais que:

$$v((S \cup \{i\})) = v((S \cup \{j\})), \forall S, i \notin S, j \notin S, \text{ então:} \quad (4.3.9)$$

$$x_i = x_j. \quad (4.3.10)$$

Analisando a função custo, essa proposição pode ser entendida da seguinte forma:

se i e j são jogadores tais que:

$$C(S \cup \{i\}) = C(S \cup \{j\}) \forall S, i \notin S, j \notin S, \text{ então:} \quad (4.3.11)$$

$$c_i = c_j. \quad (4.3.12)$$

A condição (4.3.9) pode ser reescrita como:

$$v((S \cup \{i\})) - v(S) = v((S \cup \{j\})) - v(S), \forall S, i \notin S, j \notin S, \text{ ou:} \quad (4.3.13)$$

$$v((S - \{i\}) \cup \{j\}) = v(S) \forall S, i \in S, j \notin S. \quad (4.3.14)$$

Por (4.3.14), a contribuição dos jogadores i e j quando incluídos na coalizão S ($i \in S, j \notin S$) deve ser idêntica porque, para a coalizão S , torna-se indiferente a inclusão de i ou j .

iii. Homogeneidade de grau 1: a regra de alocação de custos é considerada homogênea de grau 1 quando, para qualquer $\alpha, \alpha \in (0, \infty)$:

$$c_i(\alpha C) = \alpha c_i(C), \text{ onde:} \quad (4.3.15)$$

C é a função de custos.

iv. Consistência: esse conceito implica que, para qualquer jogo reduzido, a alocação determinada para cada jogador seja a mesma caso estes participassem de toda a coalizão. Young (1994) define a função custos reduzida C_{Tc} da seguinte forma:

$$C_{T,c}(S) = \underset{S' \subseteq N-T}{\text{MIN}} \left\{ C(S \cup S') - \sum_{i \in S'} c_i \right\} \text{ se } \phi \subset S \subset T; \quad (4.3.16)$$

$$C_{Tc}(T) = \sum_{i \in T} c_i; \quad (4.3.17)$$

$$C_{Tc}(\phi) = 0, \text{ onde:} \quad (4.3.18)$$

ϕ é o conjunto vazio.

Pela definição representada pelo sistema (4.3.16) - (4.3.18), a função custos reduzida é o menor custo de $S \cup S'$, deduzidos os pagamentos de jogadores pertencentes a S' . O conceito de função custos reduzida fica mais intuitivo quando se imagina a existência de dois estágios: no primeiro deles, definem-se os pagamentos

para cada jogador da grande coalizão N . No segundo, os jogadores pertencentes a S' realizam seus pagamentos e a função custos deve ser minimizada para uma coalizão $S \cup S'$, tal que $S \cap S' = \phi$.

Um método de alocação de custos é consistente quando, para todo N , toda função custos definida em N e todo $T \subset N$, a aplicação desse método de alocação, representado pela função θ , determina:

$$\theta(C) = c \Rightarrow \theta(C_{Tc}) = c_T. \quad (4.3.19)$$

O princípio de consistência implica que a regra utilizada para a determinação das contribuições de cada jogador em N poderia ser utilizada para qualquer subconjunto de N (considerando-se que devem-se cobrir os custos restantes após os pagamentos dos jogadores que não participam desse subconjunto), gerando o mesmo resultado para os i jogadores pertencentes a esse subconjunto.

Além de satisfazer esses axiomas, há situações em que o nucleolus coincide com o algoritmo de divisão eqüitativa dos custos não-exclusivos, (4.2.3), como no exercício realizado por Suzuki e Nakayama (1976).

A solução de nucleolus possui diversas variações. Young (1985) cita o nucleolus per capita, ou nucleolus fraco, determinado pela minimização lexicográfica dos vetores de excessos per capita, definidos como:

$$e_{pc}(S, x) = \frac{v(S) - \sum_{i \in S} x_i}{s}, \text{ para } \phi \neq S \neq N \text{ e } \phi \subset S \subset N, \text{ onde:} \quad (4.3.20)$$

s é o número de jogadores pertencentes à coalizão S .

A vantagem dessa adaptação é a garantia do axioma de monotonicidade agregada.

Em Young *et alii* (1982) é mencionado o nucleolus proporcional, em que o vetor de excessos de cada coalizão é dado por:

$$e_p(S, x) = \frac{v(S) - \sum_{i \in S} x_i}{v(S)}. \quad (4.3.21)$$

Além das modificações apresentadas acima, existe solução análoga ao nucleolus, denominada de antinucleolus. Assim como no caso do nucleolus, não existe uma fórmula explícita para o antinucleolus, pois ele é obtido após a solução de uma programação linear. Em vez de se minimizarem os vetores de excesso, o procedimento utilizado é o de maximização de vetores de excesso. Nesse caso, a

ordenação lexicográfica é invertida, sendo maximizado, em primeiro lugar, o menor de todos os vetores de excesso. Em seguida, é realizada a maximização do segundo menor vetor de excessos e assim por diante, até que se encontre um único ponto para a alocação dos ganhos.

Osborne & Rubinstein (1994) utilizam conceitos de objeções e contra-objeções em barganhas para caracterizar o nucleolus. Sejam a coalizão S e a imputação y que define o jogo (S,y) . Este par é objeção à imputação x se $e(S,x) > e(S,y)$. A objeção à imputação x ocorre quando é possível a formação de uma coalizão S cujo vetor de excessos é inferior ao seu vetor de excessos na imputação x . A contra-objeção a (S,y) é viável quando existe uma coalizão T , tal que $e(T,y) > e(T,x)$ e ainda $e(T,y) \geq e(S,x)$. A contra-objeção indica que, apesar de os membros de S conseguirem excessos menores sob a imputação y em relação a x , existe outra coalizão denominada de T , que passa a ter excessos maiores sob y . Além disso, tais excessos são superiores ou iguais aos que S tinha sob x . Isto significa que a formação da coalizão S sob nova imputação y implica aumento do excesso de outra coalizão T , de forma que o excesso de T seja pelo menos igual ao excesso de S em x . A existência de uma contra-objeção torna instável a coalizão objetora. Os argumentos da coalizão objetora não têm justificativa: se um conjunto de jogadores consegue ganhos maiores sob nova imputação, há outra coalizão que passa a ter menores ganhos. Além disso, o sacrifício da segunda coalizão sob a nova imputação é no mínimo tão grande quanto ao da primeira coalizão na situação inicial. Em outras palavras, não há como se implementar a imputação y na coalizão N porque o subconjunto T prefere x e, além disso, as perdas de T em y são maiores que as da coalizão objetora S em x . Dados os conceitos de objeção e contra-objeção, a solução de nucleolus é definida como o conjunto de todas as imputações x tais que, para cada objeção (S,y) a x , existe uma contra-objeção a (S,y) .

4.4. O valor de Shapley

Para cada jogador i , o valor de Shapley determina a seguinte alocação de benefícios:

$$x_i = \sum_{S \subset N, i \in S} \frac{(s-1)!(n-s)! [v(S) - v(S - \{i\})]}{n!}. \quad (4.4.1)$$

Enquanto $(s-1)$ expressa o número de permutações possíveis dos elementos pertencentes a S , $(n-s)$ indica as possíveis permutações de todas as coalizões S contidas em N . O termo $[v(S) - v(S - \{i\})]$ representa a contribuição do serviço i ao ser incluído na coalizão S . Cada contribuição de i à coalizão S é ponderada pela razão entre o número de possíveis formas em que i é incluído na coalizão S e o número de permutações dos n serviços.

Aplicado diretamente à função custo, o valor de Shapley é expresso como:

$$c_i = \sum_{S \subset N, i \in S} \frac{(s-1)!(n-s)! [C(S) - C(S - \{i\})]}{n!} \quad (4.4.2)$$

O valor de Shapley satisfaz diversos axiomas, como o de simetria, representado por (4.3.9) e (4.3.10), o de monotonicidade agregada, dado pelas equações (4.2.11) e (4.2.12), o de aditividade e o de jogador *dummy*. Seguem as definições destes dois últimos:

i. Aditividade: este axioma requer que, para quaisquer jogos v e w :

$$x_i(v + w) = x_i(v) + x_i(w) \forall i \in N, \forall (v + w)(S), \text{ tais que:} \quad (4.4.3)$$

$$[(v + w)(S) = v(S) + w(S) \forall S] \quad (4.4.4)$$

ou, utilizando as funções custos no lugar dos valores dos jogos:

$$c_i(f + g) = c_i(f) + c_i(g) \forall i \in n, \forall C(s), \text{ tais que:} \quad (4.4.5)$$

$$[C(S) = f(S) + g(S) \forall S]. \quad (4.4.6)$$

A expressão (4.4.6) determina que, em todos os casos em que a função custos possa ser decomposta na adição de outras funções, a alocação dos custos também deve seguir o padrão aditivo dos custos: a alocação da soma dessas funções deve equivaler à soma de suas alocações quando feita de forma separada. Suponha, por exemplo, que a função custo seja decomposta em custos exclusivos (*CE*) e não-exclusivos (*CNE*). Para todo serviço i , a soma do valor de Shapley aplicado a cada um desses componentes separadamente deve ser idêntica a sua aplicação à soma de *CE* e *CNE*.

ii. Jogador *dummy*: este axioma baseia-se na condição de que, quando a inclusão de um jogador não altera o valor da coalizão, seu ganho x_i é nulo. Ou ainda, jogadores cuja inclusão no projeto não altera os custos têm contribuição nula, como mostra a equação (4.4.7):

$$v(S \cup \{i\}) - v(S) = v(\{i\}) \Rightarrow x_i = v(\{i\}) = 0. \quad (4.4.7)$$

Considerando a função custo:

$$C(S \cup \{i\}) = C(S) \quad \forall S, i \notin S \Rightarrow c_i = 0. \quad (4.4.8)$$

Ao contrário do nucleolus, não há garantia de que o valor de Shapley esteja contido no *core*. Entretanto, podem ser impostas algumas características ao jogo de forma que essa solução gere um valor pertencente ao *core*. Ichiishi (1983b) mostra que existem três condições equivalentes entre si capazes de garantir que o valor de Shapley pertença ao *core*. Essas condições determinam que o *core* tenha o formato de um poliedro convexo:

i. o jogo v é convexo, ou seja: $v(S \cup T) \geq v(S) + v(T)$; (4.4.9)

ii. dados os conjuntos $R, S, T \subset N$, tais que: $R \subset S \subset N - T$, então:

$$v(S \cup T) - v(S) \geq v(R \cup T) - v(R); \quad (4.4.10)$$

iii. o jogo satisfaz retornos crescentes ao tamanho da coalizão, ou seja,

dados os conjuntos $R, S \subset N$, tais que: $R \subset S \subset N - \{j\}$, então:

$$v(S \cup \{j\}) - v(S) \geq v(R \cup \{j\}) - v(R). \quad (4.4.11)$$

Alguns autores procuraram descrever o mecanismo do valor de Shapley de acordo com conceitos econômicos, dispensando as definições utilizadas em Teoria dos Jogos.

Considerando uma função custo contínua, é possível comparar o mecanismo de alocação de custos de Aumann-Shapley com os preços determinados pelos custos marginais. O resultado das análises de Samet & Tauman (1982) e Billera & Heath (1982) é de que preços baseados em custos marginais são um caso particular do mecanismo de Aumann-Shapley. Dada uma função de custos $f(q)$ continuamente diferenciável e definida no espaço euclidiano R^m_+ , tal que $f(0) = 0$, a alocação de Aumann-Shapley é:

$$c_i(f, q) = \int_0^1 \frac{\partial f}{\partial \tau_i}(tq_i) dt, \text{ onde:} \quad (4.4.12)$$

q é a quantidade de bens e serviços consumidos,

τ_i é o tipo de produto ou serviço a se incluir no projeto.

A fórmula (4.4.12) é bastante intuitiva: os custos decorrentes da inclusão de um tipo de bem ou serviço, $\frac{\partial f}{\partial \tau_i}$, são ponderados pelas quantidades consumidas de cada serviço i , situadas no intervalo de 0 a q_i , ou seja, multiplicados por t , $t \in [0, 1]$. Quando a função de custos é homogênea linear, sua primeira derivada é constante, e a alocação de custos descrita em (4.4.12) coincide com os custos marginais de inclusão do serviço no projeto, $\frac{\partial f}{\partial \tau_i}(q_i)$. Mirman & Tauman (1982) generalizam esse resultado, com a assertiva de que, para funções de custos homogêneas de grau r , a alocação de Aumann-Shapley equivale à proporção r^{-1} dos custos marginais. Além disso, esses autores mostram que os preços de Aumann-Shapley podem ser caracterizados por cinco axiomas, enunciados a seguir:

- i. divisão de custos: os custos totais são iguais à receita total;
- ii. aditividade: dadas funções de custos f, g, h tais que $f = g + h$, os preços de Aumann-Shapley satisfazem:

$$c_i(f, q) = c_i(g, q) + c_i(h, q); \quad (4.4.13)$$

- iii. positividade: $c_i(f, q) \geq 0$ para f não decrescente em q ; (4.4.14)
- iv. consistência: ao se dividirem em categorias os serviços produzidos sem que os custos sejam alterados, não há mudança no sistema de preços. Sendo g uma função de custos tal que:

$$f(q_1, \dots, q_m) = g\left(\sum_{i=1}^m q_i\right), \text{ então:} \quad (4.4.15)$$

$$c_i(f, q) = c_i\left(g, \sum_{i=1}^m q_i\right); \quad (4.4.16)$$

- v. mudança de escala: a mudança na escala de medida das mercadorias afeta o sistema de preços da mesma forma em que se alterou a escala. Se f e g são funções custos tais que:

$$g(q_1, \dots, q_m) = f(\lambda q_1, \dots, \lambda q_m), \text{ então:} \quad (4.4.17)$$

$$c_i(g, q) = c_i(f, \lambda q). \quad (4.4.18)$$

Os autores mostram que os preços de Aumann-Shapley são o único mecanismo capaz de satisfazer estes cinco axiomas.

Além dos preços determinados por custos marginais, o mecanismo de Aumann-Shapley pode ser comparado com os preços de Ramsey, como mostram Mirman & Tauman (1982). Considere Q como a função de demanda total e ζ toda a receita arrecadada pela grande coalizão N . Dadas essas funções e o i -ésimo consumidor, são definidos os seguintes conjuntos:

$$\Lambda_0 = \{p \in \mathbb{R}_n^+ \mid pQ(p) = f(Q(p)) = \zeta\} \quad (4.4.19)$$

$$\Lambda_i = \{p \in \mathbb{R}_n^+ \mid pQ(p) = \zeta_i\} \quad (4.4.20)$$

$$\Lambda = \bigcap_{i=0}^l \Lambda_i, \text{ onde:} \quad (4.4.21)$$

Q_i e ζ_i são, respectivamente, demanda e dotação inicial do i -ésimo consumidor;

n é o número de serviços incluídos no projeto,

l é o número de consumidores.

Observe que, de acordo com essa definição, o número de consumidores, l , não coincide com o número de serviços prestados, n , porque a abordagem não se restringe exclusivamente à alocação de custos entre diversos produtores, possibilitando a interpretação de que produtor e consumidores são agentes distintos. Tanto os preços de Ramsey como os de Aumann-Shapley pertencem ao conjunto Λ . O objetivo dos preços de Ramsey é o de maximização de uma função indireta de bem estar (se a função de bem-estar é $W(u_1, \dots, u_l)$, a função indireta é $V(p_1, \dots, p_l)$). Os preços de Aumann-Shapley, denominados por p_{AS} , satisfazem a igualdade: $c_i(f, q(p_{AS})) = p_{AS}, \forall i$, onde p_{AS} são os preços encontrados e $c_i(f, q)$ é o mecanismo de alocação de custos descrito em (4.4.12). Dada uma função

de custos, calculam-se $c_i(f, q) = \int_0^1 \frac{\partial f}{\partial \tau_i}(tq) dt$ que, em seguida são igualados a p_{AS} . O

resultado encontrado para p_{AS} é o preço de Aumann-Shapley. Normalmente, os preços de Ramsey diferem dos de Aumann-Shapley. Mas, quando as elasticidades de demanda pelos n serviços são independentes de p_i e i , os preços de Ramsey tornam-se proporcionais aos custos marginais. É o caso, por exemplo, da função de utilidade Cobb-Douglas, que determina elasticidades da demanda constantes. Além disso, se a função custo for homogênea, os preços de Aumann-Shapley também são proporcionais aos custos marginais. Como ambos os mecanismos satisfazem a

restrição de eficiência (alocação total dos custos), o resultado dos dois procedimentos é o mesmo.

Há variações da idéia original do valor de Shapley, como o procedimento de ponderação do resultado. A proposta de ponderação do valor de Shapley decorre da sua propriedade de simetria. Quando dois jogadores têm contribuições idênticas, a alocação de ganhos determinada pelo valor de Shapley é a mesma. Entretanto, pode haver outros critérios para os quais tais jogadores diferem. Como exemplo pode ser citado o caso de duas cidades com contribuições equivalentes mas diferente número de habitantes. A diferença demográfica pode ser um argumento favorável para que as cidades sejam tratadas de formas diversas entre si. Outra diferença considerável pode ser a capacidade de barganha de cada jogador. No valor de Shapley sem ponderação, o peso atribuído a cada jogador pertencente à coalizão S é determinado pelo inverso do número de jogadores que dela participam. Jogadores que não pertencem a essa coalizão têm peso nulo. Kalai e Samet (1997) propõem um sistema de pesos para se dividir o valor de cada coalizão. Intuitivamente, em cada coalizão S , alguns jogadores podem valer mais que outros, mesmo que suas contribuições sejam idênticas. Em vez de $\frac{1}{s}$, a alocação com pesos

determina $\frac{\xi_i}{\sum_{j \in S'} \xi_j}$ para cada jogador, onde ξ é o sistema de pesos.

Assim como o nucleolus, o valor de Shapley pode ser definido em razão da existência de objeções e contra-objeções. Sendo (N, v) um jogo com utilidades transferíveis, considere como subjogo o par (S, w) tal que $w(T) = v(T) \forall T \subseteq S$. Uma objeção do jogador i ao jogador j é possível quando:

$$x_j - \varphi_j(N - \{i\}, \eta) > 0, \text{ ou quando:} \quad (4.4.22)$$

$$\varphi_i(N - \{j\}, \gamma) - x_i > 0, \text{ onde:} \quad (4.4.23)$$

$(N - \{i\}, \eta)$ e $(N - \{j\}, \gamma)$ são subjogos de (N, v) , com valores respectivos de η e γ ; e φ_i é o ganho de i nos respectivos subjogos.

A equação (4.4.22) mostra que, se o jogador i abandonar a grande coalizão N , o jogador j passará a ter benefícios menores, porque $x_j > \varphi_j(N - \{i\}, \eta)$. Mais precisamente, o jogador j perderá $x_j - \varphi_j(N - \{i\}, \eta) > 0$. A equação (4.4.23) é

análoga e expressa o ganho do jogador i caso o jogador j seja expulso da coalizão N . Para cada objeção mencionada anteriormente, definem-se as contra-objeções respectivas:

$$x_i - \varphi_i(N - \{j\}, \gamma) \geq x_j - \varphi_j(N - \{i\}, \eta) \quad (4.4.24)$$

$$\varphi_j(N - \{i\}, \eta) - x_j \geq \varphi_i(N - \{j\}, \gamma) - x_i. \quad (4.4.25)$$

A equação (4.4.24) mostra que, apesar de o jogador j perder com a saída de i , a perda de i caso j saísse do jogo seria maior que a perda de j caso i deixasse de participar da coalizão. Isto torna inócua a ameaça de i a j . Em (4.4.25), os ganhos de j caso i seja expulso da coalizão N são superiores aos ganhos de i quando j é excluído. Novamente, a ameaça de i não tem efeito.

O valor de Shapley é a solução que satisfaz a condição de que, para toda objeção de qualquer jogador i contra j , existe uma contra-objeção de j . Além disso, os autores demonstram que o valor de Shapley é a única solução de jogos cooperativos com utilidade transferível com a seguinte propriedade:

$$\varphi_i(N, \nu) - \varphi_i(N - \{j\}, \gamma) = \varphi_j(N, \nu) - \varphi_j(N - \{i\}, \eta) \forall i, j \in N. \quad (4.4.26)$$

De acordo com a equação anterior, o valor de Shapley determina que, para qualquer jogador, o efeito da saída de outro elemento de N é o mesmo, independentemente de quem seja este elemento.

Roth (1977) mostra que o valor de Shapley pode ser caracterizado como uma função de utilidade do tipo von Neumann-Morgentern, ou seja, como a soma de utilidades ponderadas por suas respectivas probabilidades de ocorrência. Define-se como função de utilidade para a relação de preferências \succ a função que cumpre as seguintes condições:

$$u(a) > u(b) \Leftrightarrow a \succ b, \forall a, b, \text{ onde:} \quad (4.4.27)$$

a, b são os possíveis eventos de uma loteria, cujo resultado é definido

por:

$$[p a; (1 - p) b] = p (a) + (1 - p) (b), \text{ onde:} \quad (4.4.28)$$

p = probabilidade de que ocorra o evento a , tal que: $p \in [0, 1]$.

O par (ν, i) é formado pelo valor do jogo ν e a posição (estratégia) i do jogador nesse jogo. As relações de preferências devem satisfazer as seguintes restrições:

- i. seja uma permutação π dos jogadores i e valores v . Então, $\forall i \in N$ e para todos os valores v , $(v, i) \sim (\pi v, \pi i)$.

seja D_i o conjunto dos jogos em que i é *dummy*. Além disso, considere os jogos:

$$v_0(S) = 0 \text{ e}$$

$$v_1 = \begin{cases} v_i(S) = 1 \text{ quando } i \in S \\ v_i(S) = 0 \text{ caso contrário.} \end{cases}$$

Em $v_0(S)$ os jogadores são *dummies*, independentemente da posição estratégica que assumem. Em $v_1(S)$, com exceção de i , jogadores que adotam as demais estratégias são *dummies*.

Dadas essas definições, deve-se verificar que:

- se $v \in D_i$, então $(v, i) \sim (v_0, i)$ para todos os valores v .
- para todos os valores v , $\forall i \in N$, ou $(v, i) \succ (v_0, i)$ ou $(v, i) \sim (v_0, i)$. Além disso, $(v_1, i) \succ (v_0, i)$. Essa condição indica que a escolha de qualquer estratégia i em qualquer jogo v é no mínimo tão desejável quanto a posição *dummy* v_0 e que existe um jogo, (v_1, i) , que é estritamente preferível em relação à posição *dummy* para o jogador i .

- ii. para qualquer valor α , $\alpha < 1$ e para todos os valores v e $\forall i \in N$, $(v, i) \sim [(1/\alpha) (\alpha v, i); 1 - (1/\alpha) (v_0, i)]$. De acordo com essa expressão, quando a utilidade decorrente de uma posição estratégica é igual ao múltiplo de outra, ou seja, para v e αv , existe uma composição adequada entre essa segunda estratégia (αv) e a expectativa de ter utilidade nula (v_0) , de forma que o jogador seja indiferente entre a primeira estratégia e essa composição.

Esse autor caracteriza dois tipos de risco. O primeiro deles, chamado de risco estratégico, é decorrente da interação dos jogadores que compõem uma coalizão. De acordo com essa definição, um jogador é tido como averso ao risco quando a utilidade derivada da implementação de um projeto exclusivo desse jogador é superior à utilidade derivada de se engajar num projeto de uma coalizão S . A relação de preferências é neutra ao risco estratégico se:

$$(v(i), i) \sim (v(S), i) \quad \forall i \in N, \forall S \subseteq N. \quad (4.4.29)$$

Quanto ao segundo tipo, o risco ordinário, considere p como um valor referente à probabilidade de ocorrência de um evento, tal que: $p \in [0,1]$ e $[p a; (1-p) b]$ é o resultado da loteria em que a tem probabilidade p e b , probabilidade $1-p$. A relação de preferências é neutra ao risco ordinário se:

$$((p(v) + (1-p)w), i) \sim [p(v, i); (1-p)(w, i)] \quad \forall i \in N, \forall S \subseteq N. \quad (4.4.30)$$

A condição (4.4.30) expressa a indiferença de i entre participar do jogo $(p(v) + (1-p)w)$ e participar de uma loteria que atribui probabilidades p ao jogo v e $(1-p)$ ao jogo w .

A principal conclusão do autor é de que o valor de Shapley é uma função de utilidade que representa relações de preferências neutras aos riscos estratégico e ordinário. Além disso, não existe outra solução que seja uma função de utilidade e preencha os requisitos de neutralidade ao riscos estratégico e ordinário.

5. Simulações: metodologia e apresentação dos resultados

Neste capítulo são discutidos resultados de simulações numéricas, tendo em vista os modelos apresentados nos capítulos 3 e 4. A primeira seção apresenta os modelos escolhidos e respectivos parâmetros utilizados nas simulações, enquanto a segunda expõe os resultados numéricos.

5.1. Descrição dos modelos utilizados

O setor de telecomunicações apresenta peculiaridades bastante evidentes: a primeira delas refere-se ao padrão tecnológico. A existência de centrais CPA, utilizadas no Brasil, implica compartilhamento de custos entre diversos serviços sem a possibilidade de separação dos custos de cada um deles. Gastos referentes à manutenção das centrais não podem ser separados de forma que se saiba exatamente a proporção de custos pertinente a cada serviço prestado. Dado esse aspecto, os modelos de divisão de custos comuns não se restringem a mera contribuição teórica, podendo ser implementados em situações reais. Outra peculiaridade do setor é a possível presença de economias de escopo que, combinada com o atual contexto institucional descrito no capítulo 2, sugere a aplicação de um modelo de regulação.

As simulações apresentadas têm a seguinte lógica: a firma que atua no setor de telecomunicações é capaz de prestar serviços variados. Grande parte desses serviços não está sujeita a regulação, enquanto outros são controlados, devido ao caráter público do regime jurídico que rege o contrato de concessão. Como a prestação desses serviços depende de uma mesma estrutura, que inclui a central telefônica e os cabos de conexão dessa central, o empresário deve

Tabela 1 – Modelos de divisão de custos

Método	Fórmula de cálculo	Axiomas verificados	Variações do método
Alocação equitativa	$c_i = CE_i + CNE / n$	<ul style="list-style-type: none"> - Otimalidade de Pareto - Monotonicidade agregada 	
Custos dispensados alternados (ACA)	$c_i = CE_i + \alpha = \frac{C(i) - CE_i}{\sum_{j=1}^n (C(j) - CE_j)}$ (CNE)	<ul style="list-style-type: none"> - Otimalidade de Pareto - Racionalidade individual 	
Custos exclusivos e remanescentes (SCRB)	$c_i = \frac{\text{MIN} \{B(i), C(i)\} - CE_i}{\sum_{j=1}^n (\text{MIN} \{B(i), C(i)\} - CE_i)}$	<ul style="list-style-type: none"> - Otimalidade de Pareto - Racionalidade individual 	<ul style="list-style-type: none"> - Gastos alternativos justificáveis: utiliza custos específicos no lugar de custos exclusivos. -
Nucleolus	Obtido pelo método de programação linear, este método não possui fórmula específica. A solução é derivada da minimização dos maiores vetores de excesso: $e(S,x) = v(S) - \sum_{i \in S} x_i$. Após essa minimização, ordenação lexicográfica das diversas soluções determina a escolha de um único vetor de alocação de custos.	<ul style="list-style-type: none"> - Otimalidade de Pareto - Racionalidade individual - Invariância - Simetria - Homogeneidade de primeiro grau - Consistência 	<ul style="list-style-type: none"> - Nucleolus proporcional, que considera $e_p(S,x) = \frac{v(S) - \sum_{i \in S} x_i}{v(S)}$ - como vetor de excessos a ser minimizado. - Antinucleolus: obtido pela maximização do menor vetor de excesso. - Prenucleolus: solução de minimax aplicada aos vetores que satisfazem $\sum_{i \in N} x_i = v(N)$
Valor de Shapley	$c_i = \sum_{S \subset N, i \in S} \frac{(s-1)!(n-s)! [C(S) - C(S - \{i\})]}{n!}$	<ul style="list-style-type: none"> - Otimalidade de Pareto - Racionalidade individual - Monotonicidade agregada - Simetria - Aditividade - Jogador dummy 	<ul style="list-style-type: none"> - Valor de Shapley ponderado: $(x_i)_w(u_S) = \frac{\lambda_i}{\sum_{j \in S'} \lambda_j}$, para $i \in S'$; - $(x_i)_w(u_S) = 0$, caso contrário, onde: - λ é um vetor de pesos positivos definidos no n-espaco euclidiano; - S_j é uma partição ordenada de N com índices j; - ω é um sistema de pesos definido pelo vetor λ e pela partição de N; - $S' = S \cap S_k, k = \text{MAX} \{j S_j \cap S \neq \emptyset\}$.

escolher alguma forma de divisão de custos entre os serviços prestados. De acordo com a apresentação da abordagem de jogos cooperativos feita no capítulo anterior, cada método satisfaz determinado conjunto de axiomas. A escolha do empresário deve se basear na conveniência de cada alocação em razão de suas propriedades axiomáticas.

Entretanto, o problema a ser solucionado pela firma não se restringe à divisão de custos entre os serviços a serem prestados. Como existem serviços sujeitos a regulação, a firma deve prestar contas à agência reguladora para que os preços cobrados satisfaçam as condições determinadas. Portanto, a firma deve se preocupar não só com a divisão de custos comuns entre os serviços, mas com seus efeitos sobre os preços em um ambiente sujeito a regulação.

Tendo em vista os aspectos institucionais descritos no capítulo 2, os modelos de informação assimétrica parecem os mais próximos à realidade. Como a agência reguladora não tem acesso à estrutura de custos da firma, elabora-se um esquema de incentivos, para que a firma informe seus custos. A abordagem dada pelo modelo sugere que a firma remeta ao regulador o verdadeiro parâmetro de eficiência, representado por β . Quanto maior esse parâmetro, maiores os custos incorridos, dada a equação $C = \beta - e$. A restrição de compatibilidade de incentivos determina que essa informação não seja fraudada, o que permite ao regulador definir uma meta de custo para a firma, bem como a transferência a ser realizada para cada tipo de firma.

Como a firma regulada conhece o esquema de incentivos adotado pela agência, é possível que a divisão de custos entre os diversos serviços prestados seja escolhida em razão dos seus efeitos sobre o resultado do modelo de regulação. A intenção desse capítulo, portanto, é de analisar algumas situações específicas de forma que se extraiam os efeitos da divisão de custos comuns sobre o esquema de regulação. O modelo de regulação escolhido é o de preços lineares sem transferências, cuja solução é dada pelas equações (3.2.10), (3.2.34), (3.2.35), (3.2.37) e (3.2.44). As funções utilizadas são:

$$\beta \sim \text{Binomial} (n = 100, p = 0.5); \quad (5.1.1)$$

$$\psi(e) = e^2; \quad (5.1.2)$$

$$q(\beta) = 100\beta^{-1} + \frac{100}{\ln \beta}; \quad (5.1.3)$$

$$\lambda(\beta) = \beta^2 + e^\beta. \quad (5.1.4)$$

Essas funções garantem que:

$e(\beta)$ seja não crescente;

$c(\beta)$ seja não decrescente;

$q(\beta)$ seja não crescente;

$\frac{F(\beta)}{f(\beta)}$ seja não decrescente, onde $f(\beta)$ é a função de densidade de

probabilidade de β e $F(\beta)$, a função acumulada.

O regulador assume as funções descritas pelas equações (5.1.1) a (5.1.4) para determinar um esquema de incentivos tal que não se realizem transferências para a firma, mas que sejam sugeridos $p(\beta)$, $t(\beta)$ e $c(\beta)$. São considerados os parâmetros β situados no intervalo $[19, 77]$. Como a firma conhece o esquema de incentivos a ser adotado, o anúncio do parâmetro β deve se pautar pela divisão de custos escolhida pelo administrador. Daí a importância do método de custos comuns adotado: como cada procedimento gera um resultado diferente, os efeitos sobre o nível de utilidade da prestadora de serviços podem ser significativos.

Quanto aos modelos de divisão de custos, foram selecionados três: o de custos dispensados alternados (ACA), o nucleolus e o valor de Shapley. A razão para a escolha do primeiro método é que, dentre as soluções apresentadas pelo TVA, é o de mais fácil operacionalização, porque não exige o conhecimento dos benefícios atribuídos a cada serviço i . Como todas as soluções da TVA, esse método é uma imputação, ou seja, garante racionalidade individual e eficiência (otimalidade de Pareto). A escolha do nucleolus deve-se principalmente ao fato de tal método pertencer ao *core*. Finalmente, cabe considerar o valor de Shapley que, apesar de nem sempre pertencer ao *core*, apresenta propriedades axiomáticas interessantes. Assim como o método de custos dispensados alternados, o cálculo do valor de Shapley é simples, se comparado com o do nucleolus.

Quanto ao número de serviços prestados pela firma, considerou-se a existência de três serviços diferentes. A razão dessa escolha é que número superior a este (quatro jogadores, por exemplo) tornaria difícil a análise do resultado. Casos mais simples, como o de apenas dois serviços, não ilustrariam as diferenças dos métodos de divisão de custos.

5.2. Apresentação dos resultados

Nesta seção foram simuladas diversas situações, de forma que se analisassem os efeitos de cada procedimento sobre o esquema de incentivos determinado pela agência reguladora. Considerou-se uma firma prestadora de três serviços diferentes, dos quais apenas um sujeito à regulação. A hipótese sobre qual serviço seria regulado variou de acordo com a simulação, conforme a conveniência e o objetivo de investigação. O setor de telecomunicações apresenta um grande número de serviços, mas a realização de simulações com um número superior a três teria contribuições pouco relevantes. O prestador de serviços deve reportar à agência reguladora seu parâmetro de eficiência β , a fim de que se determinem as metas de $\{p(\beta), t(\beta), c(\beta)\}$ a serem cumpridas pela firma. Seguem-se os principais resultados encontrados.

5.2.1. Os custos dos três serviços são idênticos entre si

Em primeiro lugar, verificou-se, como esperado, que, sendo a estrutura de custos a mesma para os três serviços, os resultados dos diferentes métodos de alocação são idênticos. Se, por exemplo:

para todos os serviços, os custos de produção de forma isolada forem $C(i) = 50$;

os custos de produção de dois serviços quaisquer forem $C(i,j) = 75$;

e os custos da grande coalizão totalizarem $C(N) = 100$,

então todos os métodos determinarão que cada serviço, ao participar da grande coalizão, deverá pagar 33,33 unidades monetárias. A escolha do método de alocação de custos é inócua. Generalizando, considere a estrutura:

$$C(i) = a \quad \forall i \in N;$$

$$C(i,j) = b \quad \forall i,j \in N;$$

$$C(N) = c;$$

$$b < 2a;$$

$$b < c < b + a < 3a.$$

Nesse caso, qualquer método deverá determinar que os custos totais da grande coalizão sejam divididos igualmente entre os três serviços. A tabela seguinte traz alguns exemplos numéricos decorrentes da divisão igualitária dos custos:

Tabela 2 – Simulação 1 e regulação por incentivos

$C(N)$	β	c_i	Quantidade	Prêmio	Utilidade	Preço
2	19	0.67	39.23	1775.79	1432.79	45.75
6	20	2	38.38	1723.04	1395.75	46.80
9	21	3	37.61	1672.78	1359.57	47.78
15	22	5	36.90	1624.68	1324.17	48.70
21	24	7	35.63	1533.98	1255.50	50.36
30	26	10	34.54	1449.33	1189.33	51.84
54	33	18	31.63	1186.55	973.39	55.91
75	39	25	29.86	989.11	803.23	58.49
90	43	30	28.91	867.15	695.84	59.90
100	46	33.33	28.29	779.67	618.07	60.84
120	52	40	27.23	613.08	469.11	62.51
180	69	60	25.07	179.22	100.09	67.25
225	76	75	24.41	7.04	3.67	74.45

A tabela anterior ilustra as propriedades do modelo de regulação: $q(\beta)$ é não-crescente, enquanto $c(\beta)$ é não-decrescente.

5.2.2. Mesma estrutura de custos para todos os serviços, com $C(i)$ diferentes entre si

Quando os custos não são idênticos para cada serviço fornecido de forma isolada, ou seja, quando $C(i)$ não é o mesmo para todos os i serviços, os resultados de cada procedimento deixam de ser os mesmos. Considere o caso em que os custos isolados do bem regulado diferem dos custos de produção isolada dos demais serviços. Além disso, existem economias de escopo tais que:

$$C(i,j) = 0,75 (C(i) + C(j)) \text{ e}$$

$$C(N) = 0,7 \sum_{i=1}^3 C(i)$$

Então cada método gera uma divisão de custos. Podemos supor situações diversas:

a) o custo de produção isolada $C(1)$ é 50% maior que o dos demais serviços.

Nesse caso, temos os seguintes resultados:

Tabela 3 – Simulação 2a e alocação de custos

$C(2) = C(3)$	ACA			Nucleolus			Valor de Shapley		
	c_1	c_2	c_3	c_1	c_2	c_3	c_1	c_2	c_3
1	1.09	0.68	0.68	1.07	0.69	0.69	1.11	0.67	0.67
11	11.96	7.49	7.49	11.73	7.61	7.61	12.19	7.38	7.38
21	22.84	14.31	14.31	22.40	14.53	14.53	23.28	14.09	14.09
31	33.71	21.12	21.12	33.07	21.44	21.44	34.36	20.80	20.80
41	44.59	27.93	27.93	43.73	28.36	28.36	45.44	27.50	27.50
51	55.46	34.74	34.74	54.40	35.28	35.28	56.53	34.21	34.21
61	66.34	41.56	41.56	65.07	42.19	42.19	67.61	40.92	40.92
71	77.21	48.37	48.37	75.73	49.11	49.11	78.69	47.63	47.63
81	88.09	55.18	55.18	86.40	56.03	56.03	89.78	54.34	54.34

b) o custo $C(1)$ do serviço regulado é 50% inferior ao dos outros serviços.

Nesta situação, os diferentes métodos determinam:

Tabela 4 – Simulação 2b e alocação de custos

$C(2)=C(3)$	ACA			Nucleolus			Valor de Shapley		
	c_1	c_2	c_3	c_1	c_2	c_3	c_1	c_2	c_3
1	0.31	0.72	0.72	0.33	0.71	0.71	0.29	0.73	0.73
11	3.44	7.91	7.91	3.67	7.79	7.79	3.21	8.02	8.02
21	6.56	15.09	15.09	7.00	14.88	14.88	6.13	15.31	15.31
31	9.69	22.28	22.28	10.33	21.96	21.96	9.04	22.60	22.60
41	12.81	29.47	29.47	13.67	29.04	29.04	11.96	29.90	29.90
51	15.94	36.66	36.66	17.00	36.13	36.13	14.88	37.19	37.19
61	19.06	43.84	43.84	20.33	43.21	43.21	17.79	44.48	44.48
71	22.19	51.03	51.03	23.67	50.29	50.29	20.71	51.77	51.77
81	25.31	58.22	58.22	27.00	57.38	57.38	23.63	59.06	59.06

Como era de se esperar, em todos os três métodos, serviços com estruturas de custos idênticas devem pagar o mesmo valor, ou seja, os pagamentos c_2

e c_3 são iguais entre si em todos os procedimentos. Isso porque os dois serviços têm a mesma contribuição para coalizões iguais no que diz respeito ao número de jogadores: verifica-se a propriedade de simetria no exemplo dado para os três métodos.

O procedimento nucleolus mostrou-se mais interessante para a firma na situação em que o custo de produção isolada do bem regulado supera os dos demais bens. No caso inverso, o valor de Shapley é o procedimento mais interessante. O procedimento de custos alternados revelou padrão intermediário em relação aos demais.

5.2.3. O bem menos oneroso apresenta alta sinergia com um dos outros bens; os bens não-regulados têm baixa sinergia entre si

Considere a estrutura de custos:

$$C(1,2) = 0,6 (C(1) + C(2));$$

$$C(1,3) = 0,9 (C(1) + C(3));$$

$$C(2,3) = 0,9 (C(2) + C(3)) \text{ e}$$

$$C(N) = 0,75 \sum_{i=1}^3 C(i).$$

Considere ainda $C(2) = 80$ e $C(3) = 100$. Dada a estrutura de custos anterior, podemos supor diversos valores para $C(1)$ pertencentes ao conjunto: $\{40, 50, 60, 70, 80\}$. Quanto ao bem sujeito à regulação, podem ser analisadas duas situações distintas:

a) o serviço sujeito à regulação é o de índice 1.

Assim como nos casos anteriores, o método de nucleolus é o que mais difere do valor de Shapley, como mostra a tabela seguinte:

Tabela 5 – Simulação 3a e alocação de custos

C(1)	ACA			Nucleolus			Valor de Shapley		
	c_1	c_2	c_3	c_1	c_2	c_3	c_1	c_2	c_3
40	16.06	53.47	95.47	6.5	62	96.5	17.33	55.33	92.33
50	24.04	52.07	96.39	13.25	62	97.25	25.67	54.17	92.67
60	32.00	50.67	97.33	20	62	98	34.00	53.00	93.00
70	39.93	49.26	98.31	26.75	62	98.75	42.33	51.83	93.33
80	47.84	47.84	99.32	33.5	62	99.5	50.67	50.67	93.67

As alocações da tabela 5 determinam os respectivos esquemas de incentivos:

Tabela 6 – Regulação de incentivos e ACA na simulação 3a

C(1)	β	c_1	Quantidade	Prêmio	Utilidade	Preço
40	31	16.06	32.35	1257.34	1032.92	54.89
50	38	24.04	30.12	1020.69	830.79	58.10
60	45	32.00	28.49	808.49	643.74	60.54
70	52	39.93	27.23	613.08	469.11	62.51
80	59	47.84	26.22	429.82	306.24	64.28

Tabela 7 – Regulação de incentivos e nucleolus na simulação 3a

C(1)	β	c_1	Quantidade	Prêmio	Utilidade	Preço
40	23	6.50	36.24	1578.49	1289.50	49.56
50	29	13.25	33.15	1331.27	1094.09	53.76
60	34	20.00	31.30	1152.20	944.19	56.39
70	40	26.75	29.61	957.99	775.97	58.86
80	46	33.50	28.29	779.67	618.07	60.84

Tabela 8 – Regulação de incentivos e valor de Shapley na simulação 3a

$C(1)$	β	c_1	Quantidade	Prêmio	Utilidade	Preço
40	32	17.33	31.98	1221.58	1002.96	55.41
50	39	25.67	29.86	989.11	803.23	58.49
60	47	34.00	28.10	751.18	592.64	61.14
70	54	42.33	26.92	559.65	421.35	63.03
80	61	50.67	25.97	379.13	262.07	64.78

Percebe-se que, diante desse esquema de incentivo, a firma regulada deverá optar pelo método de nucleolus. Isso porque, de acordo com tal procedimento, os pagamentos determinados para o bem regulado são sempre inferiores aos derivados dos outros dois métodos. Nesse caso, uma mesma firma pode parecer mais eficiente, desde que escolha acertadamente o método de divisão de custos. Além de receber um prêmio maior, a firma produzirá maiores quantidades. Esse resultado é oposto ao da simulação 2, em que a alocação de nucleolus beneficiava o serviço mais oneroso.

b) o segundo serviço é sujeito à regulação.

Supondo a mesma estrutura de custos anterior, mas adotando a hipótese de que o bem regulado é o segundo serviço, variações nos custos de produção isolada do serviço menos oneroso - $C(1)$ - afetam o resultado decorrente da aplicação do ACA ou valor de Shapley. Mas o procedimento de nucleolus é insensível a tais variações, determinando para o segundo bem o pagamento de 62 unidades monetárias:

Tabela 9 – Regulação de incentivos e ACA na simulação 3b

$C(1)$	β	c_2	Quantidade	Prêmio	Utilidade	Preço
40	64	53.47	25.61	304.00	198.15	65.58
50	63	52.07	25.72	328.95	219.11	65.31
60	61	50.67	25.97	379.13	262.07	64.78
70	60	49.26	26.09	404.40	284.01	64.53
80	59	47.84	26.22	429.82	306.24	64.28

Tabela 10 – Regulação de incentivos e nucleolus na simulação 3b

$C(1)$	β	c_2	Quantidade	Prêmio	Utilidade	Preço
40 a 80	70	62	24.97	153.89	82.30	67.70

Tabela 11 – Regulação de incentivos e valor de Shapley na simulação 3b

$C(1)$	β	c_2	Quantidade	Prêmio	Utilidade	Preço
40	65	55.33	25.49	279.11	177.58	65.87
50	64	54.17	25.61	304.00	198.15	65.58
60	63	53.00	25.72	328.95	219.11	65.31
70	62	51.83	25.84	353.99	240.43	65.04
80	61	50.67	25.97	379.13	262.07	64.78

Nesse caso, o método de nucleolus tem efeito oposto: na hipótese de $C(1) = 40$, o nível de utilidade decorrente dos outros dois métodos é pelo menos duas vezes maior que o determinado pelo nucleolus. O procedimento de nucleolus mostrou-se superior sob o ponto de vista da firma quando os custos do serviço regulado são os menores entre os três. Dada a mesma estrutura de economias de escopo (com maior sinergia entre os dois primeiros bens), se os custos de produção isolada do serviço regulado superam o de outro participante da coalizão, o procedimento de nucleolus torna-se perverso.

A simulação 3b ilustra a diferença entre os conceitos de nucleolus e *least core*. Considerando, por exemplo, o caso em que $C(1) = 40$, as duas alocações seguintes têm como maior valor de excesso $-3,5$, como mostra a tabela 12:

Tabela 12 – Vetores de excessos na simulação 3b

Alocação: $\{c_1, c_2, c_3\}$	$c_1 - C(1)$	$c_2 - C(2)$	$c_3 - C(3)$	$c_1 + c_2 - C(1,2)$	$c_1 + c_3 - C(1,3)$	$c_2 + c_3 - C(2,3)$
{26, 42.5, 96.5}	-14	-37.5	-3.5	-3.5	-3.5	-23
{6.5, 62, 96.5}	-33.5	-18	-3.5	-3.5	-23	-3.5

A ordenação lexicográfica dos vetores de excessos determina que a primeira alocação deve ser preterida em relação à segunda. Ordenado lexicograficamente, o vetor de excessos da primeira alocação é $\{-3,5, -3,5, -3,5, -14, -23, -37,5\}$, enquanto o da segunda é $\{-3,5, -3,5, -3,5, -18, -23, -33,5\}$. Comparando as duas alocações, devemos escolher aquela para a qual o primeiro elemento

diferente da outra alocação é menor. Nesse caso, o quarto elemento da primeira alocação é -14, superior ao da segunda, que assume o valor -18.

5.2.4. O bem regulado apresenta baixa sinergia com um dos outros bens; os bens não-regulados têm alta sinergia entre si

Considere:

$$C(1,2) = 0,9 (C(1) + C(2));$$

$$C(1,3) = 0,9 (C(1) + C(3));$$

$$C(2,3) = 0,6 (C(2) + C(3)) \text{ e}$$

$$C(N) = 0,75 \sum_{i=1}^3 C(i).$$

Foram analisadas as seguintes situações:

a) o bem regulado, de índice 1, é o mais oneroso dentre os três.

Considere $C(2) = 30$ e $C(3) = 40$ e $C(1) \in [40, 80]$. Quando $C(1) = 40$, o *core* é vazio. Uma maneira de verificar se o *core* é vazio é mediante manipulação algébrica das condições estabelecidas no capítulo 4, descritas por (4.1.11) e (4.1.15):

$$\sum_{i=1}^n c_i = C(N), c_i \geq 0. \quad (4.1.11)$$

$$\sum_{i \in S} c_i \leq C(S), \forall S \subset N. \quad (4.1.15)$$

Da equação anterior, temos que:

$$\sum_{i \in N-S} c_i \leq C(N-S), \forall S \subset N. \quad (5.2.1)$$

Como $\sum_{i \in N-S} c_i$ pode ser decomposto em $\sum_{i \in N} c_i$ e $\sum_{i \in S} c_i$, (5.2.1) pode ser

reescrita da seguinte forma:

$$\sum_{i \in N} c_i - \sum_{i \in S} c_i \leq C(N-S). \quad (5.2.2)$$

Mas, de (4.1.11) pode-se substituir $\sum_{i=1}^n c_i$ por $C(N)$ em (5.2.2), o que

gera:

$$\sum_{i \in S} c_i \geq C(N) - C(N - S). \quad (5.2.3)$$

Em jogos com três participantes, as condições de *core* são:

$$C(N) - C(N-i) \leq c_i \leq C(i) \quad \forall i \in N. \quad (5.2.4)$$

Dadas essas condições, é fácil verificar que o *core* é vazio quando $C(1) = 40$. As condições determinadas para cada serviço são: $40,5 \leq c_1 \leq 40$; $10,5 \leq c_2 \leq 30$ e $19,5 \leq c_3 \leq 40$, ou seja, o intervalo para o primeiro bem é vazio.

A partir de $C(1) = 50$, as alocações são as seguintes:

Tabela 13 – Simulação 4a e divisão de custos

C(1)	ACA			Nucleolus			Valor de Shapley		
	c_1	c_2	c_3	c_1	c_2	c_3	c_1	c_2	c_3
50	48.67	16.00	25.33	49.00	22.00	19.00	46.50	17.00	26.50
60	57.10	15.52	24.88	57.75	21.00	18.75	55.33	16.33	25.83
70	65.63	15.00	24.38	66.50	20.00	18.50	64.17	15.67	25.17
80	74.21	14.45	23.84	75.25	19.00	18.25	73.00	15.00	24.50

Considerando o primeiro bem como sujeito a regulação, a alocação de valor de Shapley é mais interessante enquanto seus custos de produção isolada são inferiores ou iguais à soma dos custos de produção isolada dos demais serviços. A partir desse ponto, o método de nucleolus torna-se mais conveniente, o que é compatível com os resultados apresentados anteriormente. As tabelas seguintes ilustram os resultados de cada alocação quando aplicados ao esquema de regulação por incentivos:

Tabela 14 - Regulação de incentivos e ACA na simulação 4a

C(1)	β	c_1	Quantidade	Prêmio	Utilidade	Preço
50	60	48.67	26.09	404.40	284.01	64.53
60	67	57.10	25.28	229.33	137.75	66.50
70	72	65.63	24.77	102.42	49.51	68.86
80	76	74.21	24.41	7.04	3.67	74.45

Tabela 15 - Regulação de incentivos e nucleolus na simulação 4a

$C(1)$	β	c_1	Quantidade	Prêmio	Utilidade	Preço
50	60	49.00	26.09	404.40	284.01	64.53
60	67	57.75	25.28	229.33	137.75	66.50
70	73	66.50	24.68	76.38	34.96	69.66
80	76	75.25	24.41	7.04	3.67	74.45

Tabela 16 - Regulação de incentivos e valor de Shapley na simulação 4a

$C(1)$	β	c_1	Quantidade	Prêmio	Utilidade	Preço
50	58	46.50	26.35	455.41	328.75	64.03
60	65	55.33	25.49	279.11	177.58	65.87
70	72	64.17	24.77	102.42	49.51	68.86
80	76	73.00	24.41	7.04	3.67	74.45

b) o bem regulado, de índice 1, é o menos oneroso dentre os três.

Considerando $C(1) \in [0, 80]$, $C(2) = 80$ e $C(3) = 100$, não há solução de nucleolus porque o *core* é vazio no intervalo definido para o primeiro bem. Os outros dois métodos geram:

Tabela 17 – ACA e valor de Shapley na simulação 4b

$C(1)$	ACA			Valor de Shapley		
	c_1	c_2	c_3	c_1	c_2	c_3
0	27	45	63	6.00	55.00	74.00
10	33.04	45.67	63.79	14.83	54.33	73.33
20	39.64	46.07	64.29	23.67	53.67	72.67
30	46.65	46.28	64.57	32.50	53.00	72.00
40	53.96	46.34	64.70	41.33	52.33	71.33
50	61.50	46.29	64.71	70.67	50.17	51.67
60	69.23	46.15	64.62	59.00	51.00	70.00
70	77.11	45.94	64.45	67.83	50.33	69.33
80	85.11	45.67	64.21	76.67	49.67	68.67

Aplicados ao mecanismo de incentivos, os valores anteriores geram:

Tabela 18 – Regulação de incentivos e ACA na simulação 4b

$C(1)$	β	c_1	Quantidade	Prêmio	Utilidade	Preço
0	40	27	29.61	957.99	775.97	58.86
10	46	33.04	28.29	779.67	618.07	60.84
20	52	39.64	27.23	613.08	469.11	62.51
30	58	46.65	26.35	455.41	328.75	64.03
40	64	53.96	25.61	304.00	198.15	65.58
50	69	61.50	25.07	179.22	100.09	67.25
60	70	69.23	24.97	153.89	82.30	67.70

Tabela 19 – Regulação de incentivos e valor de Shapley na simulação 4b

$C(1)$	β	c_1	Quantidade	Prêmio	Utilidade	Preço
0	23	6.00	36.24	1578.49	1289.50	49.56
10	30	14.83	32.73	1293.88	1063.29	54.34
20	37	23.67	30.40	1052.75	858.66	57.70
30	45	32.50	28.49	808.49	643.74	60.54
40	53	41.33	27.07	586.25	445.11	62.77
50	61	50.17	25.97	379.13	262.07	64.78
60	68	59.00	25.17	204.34	118.61	66.86

Nota-se que o valor de Shapley é mais favorável à firma que o método de custos alternados. Além disso, a diferença entre os dois métodos é grande se comparada às simulações anteriores. Quando o *core* é vazio, a influência da escolha do método de alocação de custos sobre o esquema de incentivos é maior.

5.2.5. O bem regulado apresenta alta sinergia com os outros dois bens; os bens não-regulados têm baixa sinergia entre si

Outra situação possível é o caso em que existe alta sinergia de um bem com os outros dois, mas esses dois apresentam baixa sinergia entre si. Por exemplo:

$$C(1,2) = 0,6 (C(1) + C(2));$$

$$C(1,3) = 0,6 (C(1) + C(3));$$

$$C(2,3) = 0,9 (C(2) + C(3)) \text{ e}$$

$$C(N) = 0,75 \sum_{i=1}^3 C(i).$$

Considere ainda $C(2) = 80$ e $C(3) = 100$ e $C(1) \in [40, 80]$.

Nesse caso, o *core* também é vazio. As alocações determinadas pelos métodos de custos alternados e valor de Shapley são:

Tabela 20 - ACA e valor de Shapley na simulação 5

C(1)	ACA			Valor de Shapley		
	c_1	c_2	c_3	c_1	c_2	c_3
40	-7.33	81.28	91.05	10.33	69.33	85.33
50	-3.44	83.38	92.56	18.17	69.17	85.17
60	0.00	85.71	94.29	26.00	69.00	85.00
70	2.98	88.28	96.23	33.83	68.83	84.83
80	5.49	91.10	98.41	41.67	68.67	84.67

As alocações determinadas pelos dois métodos são bastante divergentes, sendo o ACA extremamente favorável quando o primeiro bem está sujeito a regulação.

A tabela 20 mostra que o método de custos alternados determina pagamentos negativos quando $C(1)$ assume os valores de 40 ou 50. Isso não significa violação do axioma da positividade (equação 4.4.14), satisfeito pelo valor de Shapley, porque, nesses pontos, a função de custos não é crescente. Quando $C(1) = 40$, $C(1,2) = 72$, superando o valor de produção isolada do segundo bem, que é 80. Quando $C(1) = 50$, $C(1,2) = 78$, também inferior ao custo de produção do segundo bem. Portanto, nos pontos em que $C(1)$ é inferior a 53,4, a função custos não é crescente, o que é pouco intuitivo do ponto de vista econômico.

Além disso, os vetores de excessos encontrados são positivos, ou seja, $\sum_{i \in S} c_i - C(S) > 0$, o que fere a condição (4.1.15) determinada pelo *core*. A grande vantagem da implementação do nucleolus reside na garantia de se encontrar solução pertencente ao *core*. No exemplo mencionado anteriormente, o valor de Shapley e o procedimento de custos alternados (ACA) geram alocações não pertencentes ao *core*. É fácil perceber que a estrutura de custos apresentada anteriormente não satisfaz a terceira condição enumerada por Ichiishi (1983b) para que o valor de Shapley pertença ao *core*. Segundo esse autor, é suficiente que o jogo satisfaça retornos

crecentes ao tamanho da coalizão, ou seja, dados os conjuntos $R, S \subset N$, tais que: $R \subset S \subset N - \{j\}$, deve-se verificar (4.4.11), dada por:

$v(S \cup \{j\}) - v(S) \geq v(R \cup \{j\}) - v(R)$, ou ainda:

$$\begin{aligned} \sum_{i \in S} C(i) + C(j) - C(S \cup \{j\}) - \sum_{i \in S} C(i) + C(S) \geq \\ \sum_{i \in R} C(i) + C(j) - C(R \cup \{j\}) - \sum_{i \in R} C(i) + C(R). \end{aligned} \quad (5.2.5)$$

Reescrevendo a desigualdade anterior:

$$-C(S \cup \{j\}) + C(S) \geq -C(R \cup \{j\}) + C(R). \quad (5.2.6)$$

Supondo $S = \{1,3\}$, $R = \{3\}$ e $j=3$, temos:

$$C(1,3) + C(2,3) \geq C(N) + C(3). \quad (5.2.7)$$

Substituindo os valores atribuídos a cada função, encontramos 90 + 108 para o lado esquerdo da equação e 135 + 100 para o lado direito, quando $C(1) = 0$. Como $198 \leq 235$, a condição não é satisfeita. Para $C(1) = 80$, os valores são, respectivamente, 270 e 295, o que também fere a condição requerida.

5.2.6. Efeitos de alterações nos custos da grande coalizão, $C(N)$, quando os diferentes serviços apresentam os mesmos parâmetros de economias de escopo

Pode-se verificar o caso de alteração no padrão tecnológico que afete apenas os custos da central telefônica que engloba todos os três serviços – $C(N)$. Espera-se que, para todo jogador i , aumentos em $C(N)$ tenham como efeito aumentos em $C(i) - c_i$, o que indica a satisfação do conceito de monotonicidade agregada. Partindo do ponto:

$$C(1) = 50, C(2) = 80 \text{ e } C(3) = 100;$$

$$C(i,j) = 0,8 (C(i) + C(j)),$$

foram simulados diferentes níveis de economias de escopo para a grande coalizão, tais que:

$$C(N) = k \sum_{i \in N} C(i), k \in [0,63, 0,79].$$

Como visto no capítulo anterior, nem sempre o nucleolus satisfaz o axioma de monotonicidade agregada. Entretanto, nesse exemplo específico, todos os métodos satisfizeram as condições do conceito de monotonicidade agregada,

apresentando valores decrescentes dos excessos $c_i - C(i)$ à medida que os custos $C(N)$ caíam. A tabela 21 apresenta as diferentes alocações:

Tabela 21 – Simulação 6 e alocação de custos

k	ACA			Nucleolus			Valor de Shapley		
	c_1	c_2	c_3	c_1	c_2	c_3	c_1	c_2	c_3
0.63	24.41	51.29	69.20	25.45	51.66	67.79	24.30	51.30	69.30
0.65	26.04	52.81	70.65	27.75	52.87	68.88	25.83	52.83	70.83
0.67	27.68	54.33	72.09	30.03	54.03	70.03	27.37	54.37	72.37
0.69	29.35	55.84	73.50	31.57	55.57	71.57	28.90	55.90	73.90
0,71	31.06	57.36	74.89	33.10	57.10	73.10	30.43	57.43	75.43
0,73	32.81	58.86	76.23	34.63	58.63	74.63	31.97	58.97	76.97
0,75	34.64	60.36	77.50	36.17	60.17	76.17	33.50	60.50	78.50
0,77	36.60	61.84	78.67	37.70	61.70	77.70	35.03	62.03	80.03
0.79	38.77	63.29	79.64	39.23	63.23	79.23	36.57	63.57	81.57

Os efeitos sobre o esquema de incentivos variam conforme o serviço a ser regulado. Foram analisadas as situações seguintes:

a) o bem regulado é o menos oneroso.

Considerando o caso em que o bem regulado é o primeiro, ou seja, quando o serviço sujeito a regulação é o que possui custos mais baixos, temos como resultado:

Tabela 22 – ACA e simulação 6a

k	β	c_1	Quantidade	Prêmio	Utilidade	Preço
0.63	38	24.41	30.12	1020.69	830.79	58.10
0.65	40	26.04	29.61	957.99	775.97	58.86
0.67	41	27.68	29.37	927.30	748.98	59.22
0.69	43	29.35	28.91	867.15	695.84	59.90
0.71	44	31.06	28.70	837.64	669.66	60.23
0.73	45	32.81	28.49	808.49	643.74	60.54
0.75	47	34.64	28.10	751.18	592.64	61.14
0.77	49	36.60	27.74	695.10	542.52	61.71
0.79	51	38.77	27.39	640.16	493.34	62.25

Tabela 23 – Nucleolus e simulação 6a

k	β	c_1	Quantidade	Prêmio	Utilidade	Preço
0.63	39	25.45	29.86	989.11	803.23	58.49
0.65	41	27.75	29.37	927.30	748.98	59.22
0.67	43	30.03	28.91	867.15	695.84	59.90
0.69	44	31.57	28.70	837.64	669.66	60.23
0.71	46	33.10	28.29	779.67	618.07	60.84
0.73	47	34.63	28.10	751.18	592.64	61.14
0.75	49	36.17	27.74	695.10	542.52	61.71
0.77	50	37.70	27.56	667.50	517.81	61.98
0.79	51	39.23	27.39	640.16	493.34	62.25

Tabela 24 – Valor de Shapley e simulação 6a

k	β	c_1	Quantidade	Prêmio	Utilidade	Preço
0.63	38	24.30	30.12	1020.69	830.79	58.10
0.65	39	25.83	29.86	989.11	803.23	58.49
0.67	41	27.37	29.37	927.30	748.98	59.22
0.69	42	28.90	29.14	897.03	722.27	59.57
0.71	43	30.43	28.91	867.15	695.84	59.90
0.73	45	31.97	28.49	808.49	643.74	60.54
0.75	46	33.50	28.29	779.67	618.07	60.84
0.77	48	35.03	27.92	722.99	567.46	61.43
0.79	49	36.57	27.74	695.10	542.52	61.71

De acordo com as tabelas 22 a 24, o melhor mecanismo de divisão de custos é o valor de Shapley, independentemente do valor atribuído a k . O método de custos alternados gera resultados mais próximos ao valor de Shapley quando há grandes economias de escopo na grande coalizão. Quando o valor de k aumenta, ou seja, quando as economias de escopo da grande coalizão são menos significativas, o método de custos alternados gera resultados mais próximos aos do nucleolus. É interessante perceber que, a partir do ponto em que k assume o valor de 0,67, a diferença entre os pagamentos do primeiro bem determinados pelo nucleolus e os do valor de Shapley é constante: 2,67. A partir desse ponto, os menores vetores de excesso encontrados pelo algoritmo de nucleolus são $c_1 + c_2 - C(1,2)$, $c_1 + c_3 - C(1,3)$ e $c_2 + c_3 - C(2,3)$, ou seja, três fronteiras do *core* constituem o menor vetor de excessos, simultaneamente.

Cada aumento de 0,02 em k corresponde a um aumento de 4,6 unidades no limite de três das seis fronteiras que compõem o *core*. Isso significa que o *core* torna-se mais restrito, porque essas fronteiras definem os limites inferiores da alocação de cada jogador. Portanto, a soma de 4,6 unidades ao limite inferior implica diminuição do *core*. Além disso, as fronteiras modificadas são as que correspondem aos menores vetores de excesso da alocação de nucleolus. As demais fronteiras permanecem inalteradas, porque não há variação dos custos de produção isolada de nenhum serviço.

Pode-se representar graficamente o conjunto de alocações que satisfazem a equação 4.1.11: $\sum_{i \in N} c_i = C(N)$. Considere um triângulo cujos vértices representam pontos em que apenas um dos jogadores arca com todos os custos da grande coalizão. Tomando como exemplo o caso em que $k = 0,69$, a grande coalizão tem como custos totais $0,69 \sum_{i \in N} C(i) = 158,7$ unidades monetárias. Então, as possíveis alocações que satisfazem a condição anterior são representadas por:

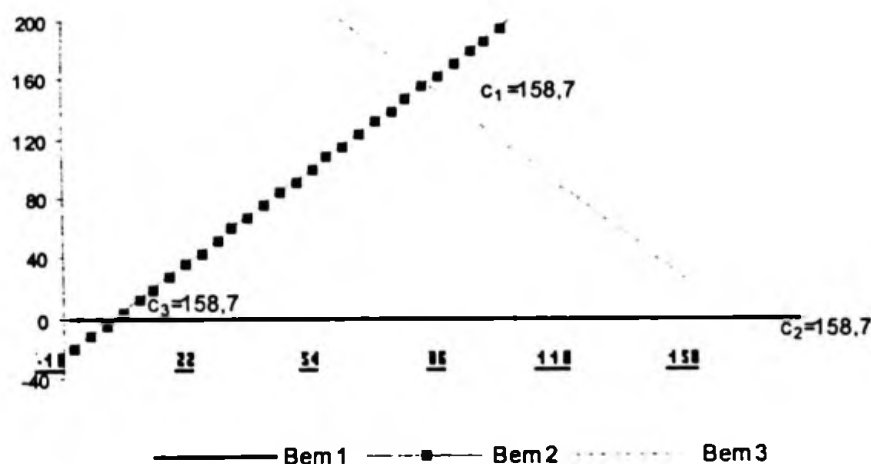


Figura 4 – Conjunto de alocações tais que $\sum_{i \in N} c_i = C(N)$

Como o *core* satisfaz a condição representada pelo gráfico anterior, sua representação gráfica deve estar contida no triângulo acima. Sendo as fronteiras do *core* definidas pelas desigualdades $C(N) - C(N-i) \leq c_i \leq C(i) \forall i \in N$, então no jogo com três participantes, há seis restrições. Geometricamente, isto significa que o *core* pode ser representado por um hexágono, onde cada lado é uma restrição:

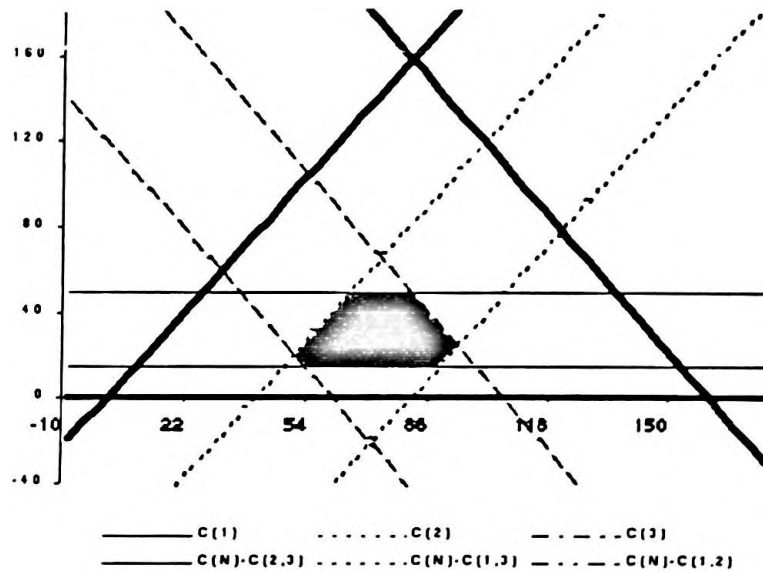


Figura 5 – Core de um jogo cooperativo

A área colorida na figura representa o *core*. De acordo com essa representação gráfica, é possível que se comparem as diferentes alocações determinadas por cada procedimento de divisão de custos. Ampliando a área que representa o *core* na figura anterior, temos:

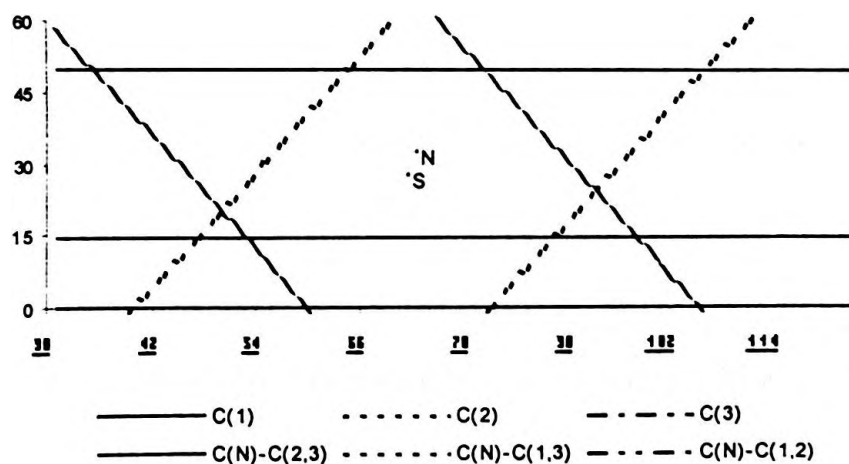


Figura 6 – Core, nucleolus e valor de Shapley para $k = 0,69$

Os pontos N e S representam, respectivamente, as alocações de nucleolus e valor de Shapley. Para se verificar como o *core* torna-se restrito à medida

que o valor de k aumenta, pode-se comparar a figura 6, que representa o *core* quando $k = 0,69$ com o caso em que $k = 0,79$: Utilizando a mesma escala da figura 6, representa-se o *core* pelo triângulo:

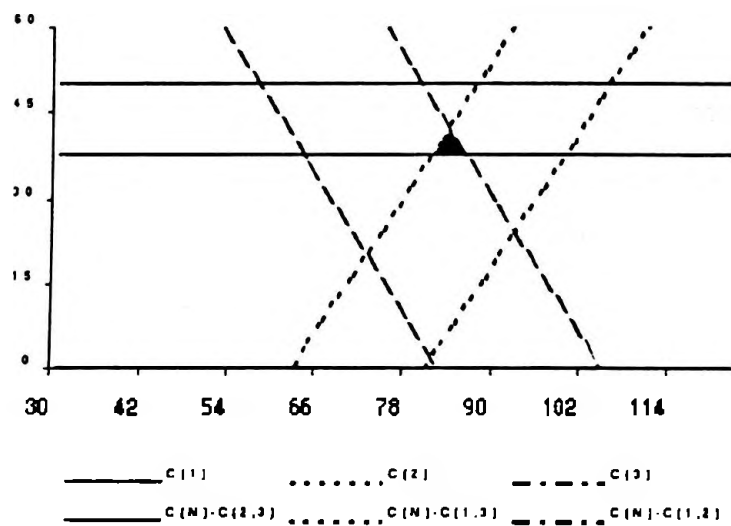


Figura 7 – *Core*, nucleolus e valor de Shapley para $k = 0,79$

Ampliando a área colorida da figura 7, encontra-se:

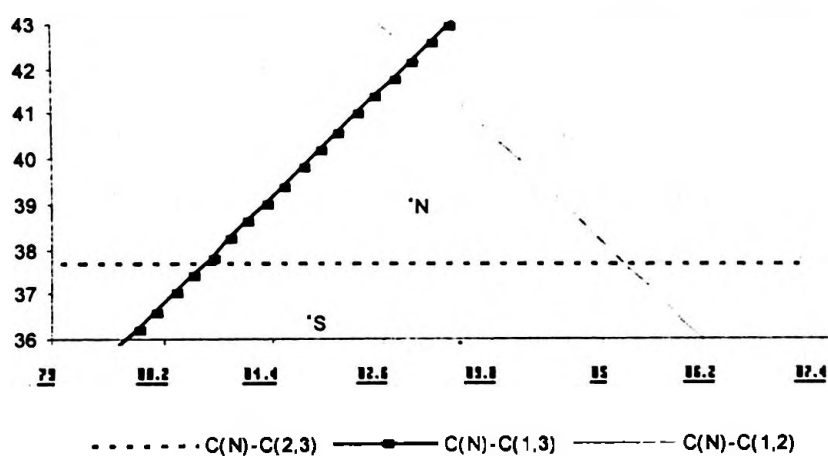


Figura 8 – *Core*, nucleolus e valor de Shapley para $k = 0,79$, ampliados

Pelo gráfico anterior, o valor de Shapley não pertence ao *core*. Pode-se verificar novamente que a condição estabelecida por Ichiishi (1983b) e representada por (5.2.6) não é satisfeita. No caso de um jogo com três participantes, essa equação pode ser reescrita como:

$$C(h,i) + C(i,j) \geq C(N) + C(i), h,i,j \in N.$$

Mas, quando $k = 0,79$, temos:

$$C(1,2) + C(1,3) = 224 \text{ e } C(N) + C(1) = 321,7;$$

$$C(1,2) + C(2,3) = 248 \text{ e } C(N) + C(2) = 261,7; \text{ e}$$

$$C(1,3) + C(2,3) = 264 \text{ e } C(N) + C(3) = 281,7, \text{ ou seja, não se}$$

verificam as condições estabelecidas. Portanto, não há garantia de que o valor de Shapley esteja no *core*.

Outro fenômeno perceptível é que, de acordo com os desenhos anteriores, alterações proporcionais em toda a estrutura de custos geram o mesmo efeito nos três métodos de alocação analisados. Portanto, se houver um aumento de 50% em todos os custos – $C(i), C(i,j) \forall i, j \in N, i \neq j$, e $C(N)$ – o efeito desse aumento determinará a mesma variação de pagamentos em todos os métodos. Modificações na mesma proporção em toda a estrutura de custos têm como efeito a mudança de escala do jogo, ou seja, uma expansão do *core* que não altera as posições relativas das restrições.

b) o serviço sujeito a regulação é o segundo, cujos custos situam-se entre os do serviço menos oneroso e o do mais oneroso.

Considerando ainda o mesmo problema, mas sendo o segundo bem o único passível de regulação, os três procedimentos geram resultados muito parecidos, como apresentado anteriormente. Por essa razão, a escolha do método de divisão de custos praticamente não altera o resultado do esquema de incentivos. Assim como no caso do primeiro bem, a partir do ponto em que k assume o valor de 0,67, a diferença entre a alocação determinada pelo nucleolus e a do valor de Shapley é constante: - 0,33.

c) o serviço passível de regulação é o mais oneroso dentre os três.

Finalmente, sendo os dois primeiros serviços livres de regulação, podem-se verificar os efeitos de alterações em $C(N)$ quando a regulação recai sobre o terceiro bem.

Tabela 25 – ACA e simulação 6c

k	βv	c_3	Quantidade	Prêmio	Utilidade	Preço
0.63	74	69.20	24.59	50.62	22.09	70.72
0.65	75	70.65	24.49	26.39	11.41	72.21
0.67	75	72.09	24.49	26.39	11.41	72.21
0.69	76	73.50	24.41	7.04	3.67	74.45

Tabela 26 – Nucleolus e simulação 6c

k	β	c_3	Quantidade	Prêmio	Utilidade	Preço
0.63	74	67.79	24.59	50.62	22.09	70.72
0.65	74	68.88	24.59	50.62	22.09	70.72
0.67	75	70.03	24.49	26.39	11.41	72.21
0.69	75	71.57	24.49	26.39	11.41	72.21

Tabela 27 – Valor de Shapley e simulação 6c

k	β	c_3	Quantidade	Prêmio	Utilidade	Preço
0.63	74	69.30	24.59	50.62	22.09	70.72
0.65	75	70.83	24.49	26.39	11.41	72.21
0.67	75	72.37	24.49	26.39	11.41	72.21
0.69	76	73.90	24.41	7.04	3.67	74.45

Quando o bem regulado apresenta os maiores custos dentre os pertencentes à grande coalizão, os papéis dos procedimentos de alocação de custos são invertidos: o nucleolus torna-se favorável à firma, enquanto o valor de Shapley passa a ser a pior escolha.

5.2.7. Efeitos de alterações nos custos do serviço regulado quando os diferentes serviços apresentam os mesmos parâmetros de economias de escopo

Pode-se ainda verificar como variações nos custos do bem regulado afetam cada método de divisão de custos. Considerando a seguinte estrutura de custos:

$$C(1) = k, C(2) = 80 \text{ e } C(3) = 100;$$

$$C(i,j) = 0,8 (C(i) + C(j)),$$

$$C(N) = 0,7 \sum_{i \in N} C(i),$$

simularam-se vários custos de produção isolada do primeiro bem, de forma que variações de 10 em 10 unidades estivessem situadas no intervalo: [30, 160].

Tabela 28 - Simulação 7 e alocação de custos

C(1)	ACA			Nucleolus			Valor de Shapley		
	c_1	c_2	c_3	c_1	c_2	c_3	c_1	c_2	c_3
30	13.8	57.8	75.4	16.50	57.00	73.50	13.00	58.00	76.00
40	22.0	57.2	74.8	24.67	56.67	72.67	21.33	57.33	75.33
50	30.2	56.6	74.2	32.33	56.33	72.33	29.67	56.67	74.67
60	38.4	56.0	73.6	40.00	56.00	72.00	38.00	56.00	74.00
70	46.6	55.4	73.0	47.67	55.67	71.67	46.33	55.33	73.33
80	54.8	54.8	72.4	55.33	55.33	71.33	54.67	54.67	72.67
90	63.0	54.2	71.8	63.00	55.00	71.00	63.00	54.00	72.00
100	71.2	53.6	71.2	70.67	54.67	70.67	71.33	53.33	71.33
110	79.4	53.0	70.6	78.33	54.33	70.33	79.67	52.67	70.67
120	87.6	52.4	70.0	86.00	54.00	70.00	88.00	52.00	70.00
130	95.8	51.8	69.4	93.67	53.67	69.67	96.33	51.33	69.33
140	104.0	51.2	68.8	101.33	53.33	69.33	104.67	50.67	68.67
150	112.2	50.6	68.2	109.00	53.00	69.00	113.00	50.00	68.00
160	120.4	50.0	67.6	116.67	52.67	68.67	121.33	49.33	67.33
170	128.6	49.4	67.0	124.33	52.33	68.33	129.67	48.67	66.67
180	136.8	48.8	66.4	132.00	52.00	68.00	138.00	48.00	66.00

A tabela 28 mostra que a diferença entre os métodos é mais relevante à medida que se consideram casos extremos. É interessante notar que, considerando a alocação determinada para o primeiro bem, o pagamento é coincidente nos três métodos no ponto em que os custos de produção isolada desse bem situam-se na média dos custos dos demais bens, ou seja, quando $C(1) = 90$. Quando o custo de produção isolada equivale a dois terços da soma da produção isolada dos outros dois bens, os três procedimentos geram o mesmo resultado para o terceiro serviço. O

método de nucleolus novamente mostrou-se mais interessante nos casos em que o bem apresenta custos mais elevados. Considerando, por exemplo, o ponto em que $C(1) = 90$, a alocação de nucleolus beneficia o terceiro serviço em comparação com os outros dois métodos. Além disso, enquanto no procedimento de nucleolus o pagamento recomendado para o segundo serviço é de 55 unidades monetárias, o valor de Shapley determina o pagamento de 54 unidades monetárias. Novamente, o método de custos alternados assume posição intermediária, indicando pagamento de 54,2 unidades monetárias. À medida que os custos do primeiro bem tornam-se mais altos, mais interessante para a firma o uso deste procedimento, caso seja este o bem sujeito a regulação. O ponto em que os custos do primeiro bem são iguais à média dos custos dos outros dois serviços é o que define a mudança de escolha do método: enquanto os custos do primeiro bem são inferiores a essa média, o valor de Shapley é mais conveniente para a firma. A partir do momento em que esses custos superam a média, o procedimento de nucleolus torna-se mais adequado.

5.2.8. Efeitos de alterações nos custos de dois bens quando os diferentes serviços apresentam os mesmos parâmetros de economias de escopo

Considerando variações dos custos do primeiro e segundo bens que se repercutem na mesma proporção em todas as coalizões da qual esse bem participa, pode-se analisar a seguinte estrutura de custos:

$$C(1) = 50 + k, C(2) = 80 + k, \text{ e } C(3) = 100;$$

$$C(i,j) = 0,8 C(i) + C(j),$$

$$C(N) = 0,7 \sum_{i \in N} C(i).$$

De acordo com a estrutura acima, variações em k pertencentes ao intervalo $[-20, 50]$ geram os seguintes resultados:

Tabela 29 - Simulação 8 e alocação de custos

k	ACA			Nucleolus			Valor de Shapley		
	c_1	c_2	c_3	c_1	c_2	c_3	c_1	c_2	c_3
-20	15.0	41.4	76.6	17.5	42.0	73.5	14.3	41.3	77.3
-10	22.6	49.0	75.4	25.0	49.0	73.0	22.0	49.0	76.0
0	30.2	56.6	74.2	32.3	56.3	72.3	29.7	56.7	74.7
10	37.8	64.2	73.0	39.7	63.7	71.7	37.3	64.3	73.3
20	45.4	71.8	71.8	47.0	71.0	71.0	45.0	72.0	72.0
30	53.0	79.4	70.6	54.3	78.3	70.3	52.7	79.7	70.7
40	60.6	87.0	69.4	61.7	85.7	69.7	60.3	87.3	69.3
50	68.2	94.6	68.2	69.0	93.0	69.0	68.0	95.0	68.0

Novamente, o método de nucleolus apresentou as maiores diferenças em comparação com os demais. Entretanto, à medida que o valor de k aumenta, as diferenças entre os métodos diminuem se consideradas as somas dos desvios elevados ao quadrado. Isso confirma o que já foi mostrado anteriormente: quanto mais homogêneos os custos dos serviços pertencentes à grande coalizão, menor a diferença entre os métodos. Em comparação com os demais procedimentos, o de nucleolus, em todas as circunstâncias consideradas, foi perverso em relação ao primeiro bem. Sendo este o bem regulado, a melhor opção para a firma seria o valor de Shapley. Novamente percebe-se que o método ACA apresenta resultados intermediários, porém mais próximos aos do valor de Shapley. Esse resultado confirma o fato de o procedimento de nucleolus ser benéfico à firma quando o bem regulado é o mais oneroso. No ponto em que $k = 20$, o segundo e terceiro serviços apresentam custos de produção isolada idênticos: $C(2) = C(3) = 100$, enquanto $C(1) = 70$. Como já foi visto anteriormente, todos os três procedimentos geram o mesmo pagamento para os dois bens, porque a estrutura de custos é a mesma para o segundo e terceiro serviços. Quando $k < 20$, o terceiro bem é o de produção isolada mais onerosa. Nesse intervalo, o procedimento de nucleolus é o mais adequado para a firma quando o terceiro serviço está sujeito a regulação. Quando $k > 20$, o bem mais oneroso passa a ser o segundo. Novamente, o procedimento de nucleolus é o mais benéfico para a empresa quando o segundo bem está sujeito a regulação. Portanto, a tabela acima ilustra o fato de o procedimento de nucleolus ser mais interessante sempre que o bem regulado é o mais oneroso.

5.2.9. Efeitos de alterações nos custos $C(1,2)$ em comparação com os de alterações simultâneas de $C(1)$ e $C(2)$

Alterações de mesmo montante em $C(i)$ e $C(j)$ ou em $C(i,j)$ não afetam a alocação determinada pelo valor de Shapley. Se, por exemplo, a estrutura de custos da firma segue o padrão:

$$C(1) = 50, C(2) = 80, \text{ e } C(3) = 100;$$

$$C(1,2) = 104, C(1,3) = 120, C(2,3) = 144,$$

$$C(N) = 161$$

e $C(1)$ e $C(2)$ sofrem variações simultâneas de mesmo montante k , o efeito dessa variação é o mesmo de variações iguais em $C(1,2)$ para a alocação de Shapley. Entretanto, os procedimentos nucleolus e de custos alternados geram resultados distintos:

Tabela 30 - ACA e Nucleolus na simulação 9

k		ACA			Nucleolus		
		c_1	c_2	c_3	c_1	c_2	c_3
-15	+C(1)+C(2)	26.74	53.99	80.27	26.00	56.00	79.00
	+C(1,2)	27.23	53.09	80.68	27.33	51.33	82.33
-10	+C(1)+C(2)	28.14	55.04	77.82	28.50	58.50	74.00
	+C(1,2)	28.31	54.37	78.31	29.00	53.00	79.00
-5	+C(1)+C(2)	29.27	55.90	75.84	31.00	57.00	73.00
	+C(1,2)	29.30	55.54	76.16	30.67	54.67	75.67
0	+C(1)+C(2)	30.20	56.60	74.20	32.33	56.33	72.33
	+C(1,2)	30.20	56.60	74.20	32.33	56.33	72.33
5	+C(1)+C(2)	30.98	57.19	72.82	32.33	56.33	72.33
	+C(1,2)	31.03	57.58	72.40	33.50	58.25	69.25
10	+C(1)+C(2)	31.65	57.70	71.65	32.33	56.33	72.33
	+C(1,2)	31.78	58.47	70.74	33.50	63.50	64.00
15	+C(1)+C(2)	32.23	58.13	70.64	32.33	56.33	72.33
	+C(1,2)	32.48	59.30	69.22	33.50	63.50	64.00

De acordo com a tabela 30, pode-se perceber o caráter peculiar do procedimento de nucleolus. Quando as alterações nos custos não modificam os vetores de excessos a serem minimizados, não há variação dos pagamentos designados a cada jogador. A influência de variações em $C(1,2)$ é nula a partir do

ponto em que $C(1,2)$ atinge 114, ou seja, não há diferença para o método de nucleolus se $C(1,2)$ assume o valor de 114 ou de 124. Nesses pontos, há três vetores de excessos minimizados: $c_1 - C(1)$, $c_2 - C(2)$, $c_2 + c_3 - C(2,3)$. No caso de variações simultâneas de $C(1)$ e $C(2)$, esse ponto é atingido quando $C(1) = 50$ e $C(2) = 80$. Todos os vetores de excessos das coalizões que contêm dois elementos atingem o menor valor.

No método de custos alternados, quanto maior o valor de k , maior o efeito de $C(1,2)$ sobre os pagamentos dos dois primeiros serviços em comparação com os efeitos das variações simultâneas de $C(1)$ e $C(2)$.

5.2.10. Efeitos de variações proporcionais dos custos de todas as coalizões

Pode-se verificar se os métodos em questão satisfazem a propriedade de homogeneidade de primeiro grau. Se determinada estrutura de custos for multiplicada por um valor k , é de se esperar que as alocações também sejam multiplicadas por esse fator, sem que haja mudança da relação entre os pagamentos dos diferentes jogadores. Considerando:

$$C(1) = 50, C(2) = 80 \text{ e } C(3) = 100;$$

$$C(i,j) = 0,8 C(i) + C(j) \text{ e}$$

$$C(N) = 0,75 \sum_{i \in N} C(i), \text{ pode-se verificar o efeito da multiplicação dos}$$

custos de toda coalizão $S \subseteq N$ por um fator k , $k \in [0,7; 1,3]$. Os resultados são os seguintes:

Tabela 31 - Simulação 10 e alocação de custos

k	ACA			Nucleolus			Valor de Shapley		
	c_1	c_2	c_3	c_1	c_2	c_3	c_1	c_2	c_3
0,7	24.3	42.3	54.3	25.3	42.1	53.3	23.5	42.4	55.0
0,8	27.7	48.3	62.0	28.9	48.1	60.9	26.8	48.4	62.8
0,9	31.2	54.3	69.8	32.6	54.2	68.6	30.2	54.5	70.7
1	34.6	60.4	77.5	36.2	60.2	76.2	33.5	60.5	78.5
1,1	38.1	66.4	85.3	39.8	66.2	83.8	36.9	66.6	86.4
1,2	41.6	72.4	93.0	43.4	72.2	91.4	40.2	72.6	94.2
1,3	45.0	78.5	100.8	47.0	78.2	99.0	43.6	78.7	102.1

Todos os métodos determinam a mesma variação das alocações para os três jogadores, ou seja, à medida que k passa de 0,7 para 0,8, as alocações aumentam 14,3%. As variações posteriores são: 12,5%, 11,1%, 10%, 9,1% e 8,3%, exatamente as verificadas em k . Portanto, qualquer dos procedimentos escolhidos apresentou a propriedade de homogeneidade linear.

Tabela 32 – Simulações

Simulação	Estrutura de custos	Variações realizadas	Resultados encontrados
5.2.1	$C(i) = 50; c(i,j) = 75; c(N) = 100$	$C(N) \in \{2, 6, 9, 15, 21, 30, 54, 75, 90, 100, 120, 180, 225\}$	Os três modelos apresentam resultados idênticos.
5.2.2	$C(i,j) = 0,75 (C(i) + C(j))$ $C(N) = 0,7 \sum_{i=1}^3 C(i)$	$C(2) = C(3) \in \{1, 11, 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81\}$ a) $C(1) = 1,5 C(2)$ b) $C(1) = 0,5 C(2)$	Considerando $C(1)$ como o bem regulado, o procedimento Nucleolus mostrou-se mais interessante, sob o ponto de vista da firma, no caso em que $C(1) = 1,5 C(2)$ e o valor de Shapley, para a situação em que $C(1) = 0,5 C(2)$.
5.2.3	$C(1,2) = 0,6 (C(1) + 80)$ $C(1,3) = 0,9 (C(1) + 100)$ $C(2,3) = 0,9 (80 + 100)$	$C(1) \in \{40, 50, 60, 70, 80\}$	Quando o bem sujeito à regulação é o primeiro, o método de Nucleolus é o que mais favorece a firma regulada. Quando o serviço 2 é passível de regulação, o nucleolus mostrou-se interessante nos casos em que $C(2) < C(1)$ e $C(2) < C(3)$.
5.2.4	$C(1,2) = 0,6 (C(1) + C(2))$ $C(1,3) = 0,9 (C(1) + C(3))$ $C(2,3) = 0,9 (C(2) + C(3))$ $C(N) = 0,75 \sum_{i=1}^3 C(i)$	a) $C(2) = 30; C(3) = 40$ e $C(1) \in [40, 80]$ b) $C(2) = 80; C(3) = 100$ e $C(1) \in [0, 80]$	a) O valor de Shapley é mais interessante. Quanto os custos de produção isolada do primeiro bem são inferiores aos dos demais e este é sujeito a regulação. b) O <i>core</i> é vazio, o que implica ausência de solução de Nucleolus. Para a firma, o valor de Shapley é preferível em relação ao ACA.
5.2.5	$C(1,2) = 0,6 (C(1) + C(2))$ $C(1,3) = 0,6 (C(1) + C(3))$ $C(2,3) = 0,9 (C(2) + C(3))$ $C(N) = 0,75 \sum_{i=1}^3 C(i)$	$C(2) = 80; C(3) = 100$ e $C(1) \in [40, 80]$	O <i>core</i> é vazio e o ACA é preferível em relação ao valor de Shapley apenas quando o primeiro bem é o passível de regulação.
5.2.6	$C(1) = 50, C(2) = 80, C(3) = 100$ $C(i,j) = 0,8 (C(i) + C(j))$	$C(N) = k \sum_{i=1}^3 C(i)$, $k \in [0,63, 0,79]$	O valor de Shapley é mais interessante para a firma quando o bem regulado é o que possui custos mais baixos; quando o bem regulado é o de maiores custos, o nucleolus torna-se mais favorável.
5.2.7	$C(1) = k, C(2) = 80, C(3) = 100$ $C(i,j) = 0,8 (C(i) + C(j))$ $C(N) = 0,7 \sum_{i=1}^3 C(i)$	Variações em k de 10 em 10 unidades, de forma que $k \in [30, 180]$	O método de nucleolus tornou-se recomendável para a firma no caso em que o bem regulado apresenta custos mais elevados, mais especificamente quando seus custos superam a média dos custos dos demais serviços.
5.2.8	$C(1) = k, C(2) = 80, C(3) = 100$ $C(i,j) = 0,8 (C(i) + C(j))$ $C(N) = 0,7 \sum_{i=1}^3 C(i)$	Variações em k de 10 em 10 unidades, de forma que $k \in [-20, 50]$	O método de nucleolus mostrou-se mais interessante para a firma sempre que o bem regulado era o mais oneroso.
5.2.9	$C(1) = 50, C(2) = 80, C(3) = 100$ $C(1,2) = 104, C(1,3) = 120,$ $C(2,3) = 144, C(N) = 161.$	Variações em $C(1)$ e $C(2)$, mediante acréscimo de k , $k \in [-15, 15]$ e variações em $C(1,2)$, mediante acréscimo de k .	Os dois tipos de variações geram o mesmo efeito sobre o valor de Shapley. No caso do nucleolus, variações de k perdem efeito quando não modificam os vetores de excessos.
5.2.10	$C(1) = 50, C(2) = 80, C(3) = 100$ $C(i,j) = 0,8 (C(i) + C(j))$ $C(N) = 0,7 \sum_{i=1}^3 C(i)$	Multiplicação dos custos de toda coalizão contida em N por k , $k \in [0,7, 1,3]$	Os três métodos satisfizeram a propriedade de homogeneidade linear.

6. Considerações finais

O setor de telecomunicações brasileiro apresenta características que sugerem a aplicação de modelos econômicos específicos: em primeiro lugar, a existência de economias de escopo sugere a presença de um órgão regulador. De acordo com o atual contexto institucional, a utilização de modelos de informação assimétrica mostrou-se adequada. A atuação da Anatel como órgão regulador e os modelos de concessão e autorização adotados ilustram uma situação em que o conjunto de informações dos produtores é mais amplo que o do agente regulador, tornando possível a extração de renda por parte das firmas reguladas. Percebe-se, entretanto, que a dificuldade de acesso aos custos do setor decorre não só da assimetria de informações, mas da presença de custos comuns entre vários serviços. Em razão do uso de uma mesma estrutura produtiva para a prestação de diversos serviços, não é possível que se discriminem de forma exata os custos de cada um deles isoladamente.

Diante deste quadro, é importante perceber a influência da escolha do método de alocação de custos sobre o modelo de regulação adotado. Foram apresentados vários métodos de divisão de custos comuns, com características referentes ao procedimento de cálculo e propriedades axiomáticas bastante diferentes entre si. Com o objetivo de ilustrar tais diferenças, realizaram-se simulações numéricas e percebeu-se que não existe um método incondicionalmente mais interessante para o empresário. Entretanto, em grande parte dos casos em que o serviço sujeito a regulação apresentou custos maiores, o procedimento de nucleolus mostrou-se mais conveniente para a firma. Outro aspecto ilustrado pelas simulações é que o método de custos alternados tende a gerar alocações intermediárias às de nucleolus e valor de Shapley. Como este

procedimento não requer informações sobre os custos de todas as coalizões, mas apenas da grande coalizão – $C(N)$ – e das produções individuais – $C(i)$ –, tal método pode tornar-se favorável à firma regulada. Na ausência de informações sobre os custos de coalizões S (S diferentes de i e N), o fato de tal método determinar alocações intermediárias pode tornar sua escolha confortável. No entanto, em alguns casos existe o risco de se encontrarem valores negativos para os pagamentos de alguns serviços, como ilustrado pela simulação 5.

A variedade dos resultados de acordo com a estrutura de custos da firma mostrou que não há uma regra única a ser adotada: em certas ocasiões o nucleolus gera alocações mais interessantes para o empresário que o valor de Shapley. Em outras, ocorre o oposto. Além disso, conforme a estrutura de informações disponíveis, o método de custos alternados pode ser mais conveniente. Como visto, a escolha do procedimento de nucleolus garante que a alocação esteja situada no *core*, o que não ocorre com os demais métodos. Entretanto, em alguns casos esse procedimento é insensível a alterações nos custos, determinando a mesma alocação para estruturas distintas. Isso ocorre quando o vetor de excessos não se altera o suficiente para que outro excesso seja minimizado.

A opção da firma regulada dependerá, portanto, das informações disponíveis (aspecto que pode tornar o método de custos alternados mais atrativo) e da estrutura de custos da firma. Sob a hipótese de que a firma conheça toda essa estrutura, é bem provável que sua escolha se restrinja a dois métodos alternativos: nucleolus e valor de Shapley.

Tendo em vista este resultado, não é de se esperar que o regulador imponha ao conjunto de firmas reguladas a adoção de um método de divisão de custos. A questão referente à divisão de custos comuns deve se restringir à própria prestadora de serviços, em razão de vários aspectos. Em primeiro lugar, a inexistência de um resultado geral, que garanta que um método seja sempre mais conveniente ao regulador, dificulta a escolha do método. Dependendo da estrutura de custos da firma, um procedimento pode ser mais interessante que outro. Em segundo lugar, existem restrições geradas pela assimetria de informação: mesmo que o regulador impusesse a adoção de um procedimento, não seria possível a verificação de que tal método foi

realmente implementado pela firma. Finalmente, é importante lembrar que apenas parte dos serviços fornecidos estão sujeitos à regulação. Dessa forma, a imposição de um procedimento de divisão de custos ultrapassaria o poder de arbitragem do regulador.

6. Referências bibliográficas

ABREU, M. P., WERNECK, R. L. F., Privatization and regulation in Brazil: the 1990-92 policies and the challenges ahead. Departamento de Economia da PUC, Rio de Janeiro, **Texto para Discussão nº 300**, fevereiro, mimeo, 1993.

ABREU, M. P., Procurement e privatização dos serviços de eletricidade e telecomunicações no Brasil. Departamento de Economia da PUC, Rio de Janeiro, **Texto para Discussão nº 372**, maio, mimeo, 1997.

ANATEL. **Resoluções**. diversas datas. 1998a

ANATEL. **Protocolo de compromisso**: resultados mensais. 1998b.

BAUMOL, W. J.; BRADFORD, D. F. Optimal Departures from Marginal Cost Pricing. **American Economic Review**, 60, p. 265-283, junho, 1970.

BILLERA, Louis J.; HEATH, D. C.; RAANAN, J. Telephone Billing Rates - A novel application of non-atomic game theory. **Operations Research**, 26, p. 956 – 965, nov/dez. 1978.

BILLERA, L. J.; HEATH, D. C., Allocation of shared costs: a set of axioms yielding a unique procedure. **Mathematics of Operation Research**, 7, p. 32-39, 1982.

BNDES. **Informe de Infra-estrutura nº 4**: As redes do futuro começaram ontem. Novembro, 1996.

BOTELHO, J. J. et al. Telecommunications in Brazil, mimeo.

COASE, R. H. The Marginal Cost Controversy. **Economica**, 13, agosto, p. 169-182, 1946.

COASE, R. H., The Marginal Cost Controversy: Some Further Comments. **Economica**, 14, maio, p. 150-153. 1947.

CONSTITUIÇÃO DA REPÚBLICA FEDERATIVA DO BRASIL.

DAVIS, B.; Kennedy, G. **Electronic Communication Systems**, 4.ed., McGraw Hill International Editions, 1992.

DIÁRIO OFICIAL DA UNIÃO. Brasília, diversos números.

FELDSTEIN, M. S., Equity and Efficiency in Public Sector Pricing: the Optimal Two-Part Tariff. **The Quarterly Journal of Economics**, 86, p. 175-187, maio, 1972.

ICHIISHI, T. 1983a, Cooperative behavior and stability, in Ichiishi, Tatsuro, *Game theory for economic analysis*. Academic Press, p 77-116.

_____. "Cooperative behavior and fairness", in Ichiishi, Tatsuro, *Game theory for economic analysis*. Academic Press, p 117-149.

INTERNATIONAL TELCOMMUNICATION UNION. **World Telecommunication development conference, Document 90-E: Brazilian experiences in telecommunication R&D. Março, 1998^{*}**

INTERNATIONAL TELCOMMUNICATION UNION. **World Telecommunication development conference, Document 91-E: Structural reform of the telecom sector – the Brazilian Experience. Março, 1998b.**

INTERNATIONAL TELCOMMUNICATION UNION. **World Telecommunication development conference, Document 92-E: Brazilian experience in human resources training – training centres. Março, 1998c.**

KALAI, E.; SAMET, D., On weighted Shapley values, **International Journal of Game Theory**, 16, p. 205-222, 1987.

KRESCH, R. Introdução de centrais CPA nas redes de telecomunicações. In. **Telecomunicações – Centrais semi-eletrônicas – Estudos**, ed. Centro de Telecomunicações Marechal Rondon das Faculdades Integradas Estácio de Sá e da Telebrasil, Rio de Janeiro, Editora Rio, 1975.

LAFFONT, J. J.; TIROLE, J. **A Theory of Incentives in Procurement and Regulation**. Cambridge, MA: MIT Press, 1994.

LITTLECHILD, S. C. A game theoretic approach to public utility pricing. **Western Economic Journal**, 8, p. 162 – 166, 1970.

LOEHMAN, E. et al. Cost allocation for a regional wastewater treatment system. **Water Resources Research**, 15, p. 193-202, 1979.

LOUGHLIN, J. C. The efficiency and equity of cost allocation methods for multipurpose water projects. **Water Resources Research**, 13, p. 8-14, fevereiro, 1977.

MANNE, A. S. Multiple-Purpose Public Enterprises - Criteria for Pricing. *Economica*, 14, p. 150-153, maio, 1952.

MAS-COLELL, A.; WHINSTON, M. D.; GREENE, J. R. **Microeconomic Theory**. Oxford: Oxford University Press, 1995.

MASCHLER, M.; PELEG, B.; SHAPLEY, L.S. Geometric Properties of the kernel, nucleolus, and related solution concepts. **Mathematics of Operations Research**, 4, p. 303 – 338, novembro, 1979.

MELO, P. R. S., GUTIERREZ, R. M. V., Telecomunicações pós-privatização: perspectivas industriais e tecnológicas, Rio de Janeiro: **BNDES**, 1998.

MIRMAN, L. J.; TAUMAN, Y.; Demand compatible equitable cost sharing prices. **Mathematics of Operations Research**, 7, p. 40 – 52, 1982.

MITCHELL, B. M., VOGELSANG I. **Telecommunications Pricing: Theory and Practice**. Cambridge University Press, 1991.

OSBORNE, M. J.; RUBINSTEIN, A. **A course in game theory**. 3^a ed.. Binghamton, Massachusetts Institute of Technology, 1986.

PARÓLA, A. F. Equipamentos de comutação controlados por programa armazenado. In CENTRO DE TELECOMUNICAÇÕES MARECHAL RONDON DAS FACULDADES INTEGRADAS ESTÁCIO DE SÁ E DA TELEBRASIL, ed. **Telecomunicações – Centrais semi-eletrônicas – Estudos**. Rio de Janeiro, Editora Rio.

PANZAR, J. C.; A Neoclassical Approach to Peak Load Pricing. **The Bell Journal of Economics**, 7, p. 521-530, outono, 1976.

ZECKER, B., org. **Manual de redes e cabos telefônicos**. Pirelli, 1970.

RIGOLON, F. J. Z., Regulação da infra-estrutura: a experiência recente no Brasil, Rio de Janeiro: **BNDES**, **Nota Técnica AP/Depec** nº 29, outubro, 1996.

ROTH, A. E. The Shapley value as a von Neumann-Morgestern utility. **Econometrica**, 45, p. 657 – 664, 1977.

SAMET, D.; TAUMAN, Y. The determination of marginal-cost prices under a set of axioms. **Econometrica**, 50, p. 895 – 909 1982.

SCARF, H. The core of a n-person game. **Econometrica**, 35, p. 50 – 69, 1967.

SCHMALENSEE, R. Output and Welfare Implications of Monopolistic Third-Degree Price Discrimination. **American Economic Review**, 71, , p. 242-247, março 1981.

SHAPLEY, L. S. A value for n-person games. In: KUHN, H. W.; TUCKER, A.W., eds. **Contributions to the theory of games**. Princeton, Princeton University Press, 1953, v. II, p. 307-317.

SORENSEN, J.; TSCHIRHART, J.; WHINSTON, A.; A theory of pricing under decreasing costs. **American Economic Review**, 68, p. 614-624, setembro, 1978a.

_____. Private good clubs and the core, **Journal of Public Economics**, 10, p. 77-95, 1978b.

SPULBER, D. F. **Regulation and Markets**. Cambridge, MA: MIT Press, 1989.

STRAFFIN, P.; HEANEY, J. P. Game theory and the Tennessee Valley Authority. **International Journal of Game Theory**, 10, p. 35-43, 1981.

SUZUKI, M.; NAKAYAMA, M. The cost assignment of cooperative water resource development: a game theoretical approach. **Management Science**, 22, p. 1081-86, 1976.

TELECOMUNICAÇÕES BRASILEIRAS S.A. **Relatório Anual de acordo com a seção 13 do Securities Exchange Act de 1934: Formulário 20-F**. Junho, 1997.

THOMSON, W. The consistency principle. In: ICHIISHI, N.; TAUMAN. **Game theory and applications**, New York: Academic Press, 1990.

YOUNG, H. P. Monotonic solutions of cooperative games. **International Journal of Game Theory**, 14, p. 65 – 72, 1985.

YOUNG, H. P. Cost allocation. In: AUMANN, R. J.; HART, S., eds. **Handbook of Game Theory**. Elsevier Science Publishers B. V 1994, v.II.

YOUNG, H. P., OKADA, N., HASHIMOTO, Cost allocation in water resources development. **Water Resources Research**, 18, p. 463 – 475, 1982.

Apêndice: outros modelos de regulação

A.1. Preços de pico e vale

Em alguns serviços, como é o caso do setor de telecomunicações, a demanda costuma concentrar-se em alguns horários, sendo relativamente baixa em outros. Esse padrão de comportamento implica, em certos momentos, ociosidade da capacidade instalada e, em outros, risco de excesso de demanda. Tendo em vista essa questão, os modelos de pico e vale consideram como mercadorias diferentes os mesmo serviços oferecidos em períodos de tempo distintos.

O padrão irregular da demanda não impede que seja encontrada solução de preços iguais aos custos marginais. Quando a firma produz apenas um tipo de serviço e as funções de demanda são inelásticas, essa solução é viável, como mostram Laffont e Tirole (1994). Nesse caso, verificam-se dois preços distintos: um para o período de pico e outro para os períodos com demanda inferior à do pico. Nos períodos em que a quantidade demandada é inferior ao pico de demanda, o preço cobrado equivale ao custo marginal de curto prazo. Quando a demanda alcança ou supera a capacidade instalada, o preço deve ser igual ao custo marginal de longo prazo. Denotando:

τ = índice referente ao período de consumo, $\tau = 1, \dots, T$;

$CV q$ = custo variável de curto prazo;

$(CV + I) K$ = custo variável de longo prazo;

I = coeficiente de investimento;

K = capacidade instalada;

q_τ = demanda (inelástica) no período τ , o princípio do custo marginal

determina:

$$p_\tau = CV \text{ para } \tau \in T_1, T_1 = \{\tau \mid q_\tau < K\};$$

$$p_{\tau} = CV + I \text{ para } \tau \in T_2, T_2 = \{\tau \mid q_{\tau} \geq K\}.$$

É fácil perceber que, no caso de inelasticidade das demandas, a aplicação do princípio de custo marginal é ótima. Na ausência de custos fixos e quando $q_{\tau} = K$, as condições de *break even* são satisfeitas:

$$CV(\sum q_{\tau}) + (CV + I)q_{\tau \in T_2} = CV(\sum q_{\tau}) + IK, \quad (\text{A.1.1})$$

onde o lado esquerdo da equação representa a receita total da firma e o lado direito, a soma de todos os custos variáveis e investimento.

Se as funções de demanda são uniformes e não inter-relacionadas, tendo como único argumento o preço do próprio bem e, além disso, a demanda de pico é suficientemente elevada em relação às de outros períodos, o princípio do custo marginal ainda pode ser aplicado.

Entretanto, se o custo do investimento for muito elevado e as funções de demanda negativamente inclinadas, a utilização de preços iguais aos custos marginais pode ocasionar mudança do pico. Nesse caso, a proposta é de que nos períodos em que a demanda seja inferior à capacidade, permaneça o princípio do custo marginal. E, no períodos de pico, o preço seja tal que a demanda se iguale à capacidade e que a receita decorrente desses períodos cubra seus custos marginais. Formalmente:

$$p_{\tau} = CV \text{ para } \tau \in T_1; \quad (\text{A.1.2})$$

$$\sum_{\tau \in T_2} p_{\tau} q_{\tau} = \sum_{\tau \in T_2} CV q_{\tau} + IK. \quad (\text{A.1.3})$$

Como, nos períodos de pico, a demanda limita-se à capacidade máxima de produção da firma, temos:

$$q_{\tau} = K \text{ para } \tau \in T_2 \Rightarrow \sum_{\tau \in T_2} p_{\tau} K = \sum_{\tau \in T_2} CV \cdot K + IK \text{ e, portanto:}$$

$$\sum_{\tau \in T_2} p_{\tau} = \sum_{\tau \in T_2} CV + I. \quad (\text{A.1.4})$$

Como a demanda q_{τ} é função apenas de p_{τ} , para $q_{\tau}(p_{\tau}) < K$, preços acima do custo marginal diminuem a quantidade demandada, implicando operação com excesso de capacidade.

É importante notar que os modelos apresentados acima dependem da hipótese de que o investimento realizado para a expansão da capacidade não afeta o custo marginal.

Panzar (1976) mostra que o resultado do modelo anterior (de que apenas os consumidores dos períodos de pico de demanda pagam pela utilização da capacidade) depende fundamentalmente das hipóteses referentes à estrutura de custos da firma. Segundo esse autor, o modelo de pico e vale apóia-se em duas características básicas:

$$i) \mathbf{q}' = f(\mathbf{x}', K'), K' \leq K, t = 1, \dots, T, \text{ onde:} \quad (\text{A.1.5})$$

\mathbf{q}' = quantidade produzida em t ;

$\mathbf{x}' = (x_1', \dots, x_m')$ = quantidades de insumos utilizados em t ;

K' = quantidade de capital utilizado em t ;

K = quantidade máxima de capital disponível.

$$ii) \exists h(x), h(x) \text{ crescente, tal que:}$$

$$h(x) = \text{MAX} f(\mathbf{x}', K), \text{ onde:} \quad (\text{A.1.6})$$

$h(K)$ é a produção máxima possível, dado o tamanho K da planta utilizada.

$$\text{Considere } h(K) = K \text{ e} \quad (\text{A.1.7})$$

$$f(\mathbf{x}', K') = \text{MIN} \left(\frac{\mathbf{x}'}{\alpha}, K' \right), \text{ onde:} \quad (\text{A.1.8})$$

\mathbf{x}' / α é a razão entre as quantidades de insumo e produção.

Sendo α uma constante, a tecnologia é de proporções fixas. Nesse caso, a função custo pode ser representada como a adotada no modelo de Laffont e Tirolle (1994):

$$CT = CV \left(\sum q_i \right) + IK. \quad (\text{A.1.9})$$

Portanto, o resultado encontrado em Laffont e Tirole é um caso específico do modelo apresentado por Panzar, o que significa que o seu resultado não pode ser generalizado para qualquer situação em que se verificam as características i e ii descritas anteriormente. Isso significa que os custos referentes à utilização da capacidade instalada, representada por K , não serão necessariamente pagos apenas pelos consumidores dos períodos de pico.

Spulber (1989) discute as condições suficientes para que em todos os períodos de consumo haja pagamento de parte da renda referente ao capital utilizado na produção. O autor conclui que, na ausência de transferências entre os

consumidores, a independência de demandas entre os períodos não é suficiente para que haja contribuição positiva para os custos de capacidade em todos eles.

Supondo que o consumidor gaste uma parcela constante de sua renda, $z^i > 0$, com o bem numérico x , então as condições para que haja contribuição positiva em todos os períodos de consumo são semelhantes às condições estabelecidas para que os preços proporcionais aos custos marginais são ótimos do tipo segundo melhor de Pareto. Deve-se verificar alguma das seguintes equações:

$$i. \lambda_i \frac{\partial V_i}{\partial w_i} = 1, \forall i, \text{ ou:} \quad (\text{A.1.10})$$

$$ii. CV = c_k > 0, \forall Q, \forall k, \text{ onde:} \quad (\text{A.1.11})$$

i é o índice de cada consumidor;

CV = custo marginal de curto prazo

$V_i(q_i, w_i)$ é a função de utilidade indireta do consumidor i ;

w_i é a dotação do i -ésimo consumidor;

c_i é uma constante;

λ_i é o peso do consumidor i na função de bem-estar.

O autor deriva ainda condições suficientes no caso em que há possibilidade de transferências *lump sum* entre os consumidores. Como, na prática, é pouco provável que no consumo dos serviços de telecomunicações haja transferências *lump sum*, tais condições não serão abordadas.¹

A.2. Tarifas de duas partes

Muitas vezes o consumo de um serviço de utilidade requer que seu pagamento seja composto de duas partes: uma referente ao acesso ao serviço e outra proporcional à quantidade consumida. Quando a tarifa referente ao acesso é nula, o modelo torna-se linear, pois o preço é proporcional à quantidade.

Coase (1946, 1947) apresenta argumentos - não formalizados - em favor de tarifas do tipo múltiplas partes, ou seja, de tarifas que compreendem a soma de constantes a funções das quantidades consumidas. Sua discussão restringe-se a situações em que o custo marginal de produção é decrescente. Coase (1946) compara

¹ As condições para que em todos os períodos haja contribuição positiva para a capacidade quando são possíveis as transferências *lump sum* podem ser encontradas em Spulber (1989), p. 177.

o método de tarifas de múltiplas partes com a proposta de Hotelling e Lerner, que consiste no estabelecimento de preços iguais aos custos marginais. Para que o produtor não incorra em prejuízos, o governo deve cobrar impostos de forma que o valor arrecadado seja repassado para a firma, cobrindo seus custos totais. Assumindo a hipótese de que a distribuição inicial de recursos é ótima, Coase (1946) argumenta que o uso de impostos para cobrir os custos totais dos produtos pode gerar distorções distributivas, decorrentes principalmente de falhas de informação do governo. Sua proposta consiste na divisão dos custos fixos pelo número de consumidores: $E = F / n$, onde F = custos fixos, n = número de consumidores e E = parte da tarifa que dá acesso ao serviço. Idealizado para situações em que se verificam economias de escala, esse modelo parece bastante adequado para o caso em que a tecnologia é não conjunta. Entretanto, um dos principais problemas referentes a este modelo é que altos valores de E podem excluir alguns consumidores do mercado.