

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO E CONTABILIDADE  
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA

# **Ensaio em macroeconomia com agentes heterogêneos**

**Bruno Ferreira Cordeiro**

**Orientador: Prof. Dr. Fabio Kanczuk**

**Coorientadora: Prof. Dr. Roseli da Silva**

**São Paulo  
2020**

Prof. Dr. Vahan Agopyan

Reitor da Universidade de São Paulo

Prof. Dr. Fábio Frezatti

Diretor da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade

Prof. Dr. José Carlos de Souza Santos

Chefe do Departamento de Economia

Prof. Dr. Ariaster Baumgratz Chimeli

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Economia

**BRUNO FERREIRA CORDEIRO**

**Ensaio em macroeconomia com agentes  
heterogêneos**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Economia do Departamento de Economia da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Ciências.

**Orientador: Prof. Dr. Fabio Kanczuk**

**Coorientadora: Prof. Dr. Roseli da Silva**

**Versão Corrigida**

(versão original disponível na Biblioteca da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade)

**São Paulo**

**2020**

Catálogo na Publicação (CIP)  
Ficha Catalográfica com dados inseridos pelo autor

Cordeiro, Bruno Ferreira.  
Ensaio em macroeconomia com agentes heterogêneos / Bruno Ferreira  
Cordeiro. - São Paulo, 2020.  
94 p.

Tese (Doutorado) - Universidade de São Paulo, 2020.  
Orientador: Fabio Kanczuk.  
Co-orientador: Roseli da Silva.

1. Macroeconomia. 2. Ciclos econômicos. 3. Distribuição de renda. 4.  
Política fiscal. I. Universidade de São Paulo. Faculdade de Economia,  
Administração e Contabilidade. II. Título.



# Agradecimentos

Gostaria de agradecer a Deus, em primeiro lugar, por ter me dado saúde e perseverança durante todo o doutorado. Aos meus pais, Toninho e Cida, e a minha irmã Paôla pelo apoio e companheirismo durante esta jornada. A minha orientadora Roseli pela ajuda na realização deste trabalho, e aos professores Fabio e Márcio pelos comentários e sugestões durante as mini bancas. Também gostaria de agradecer aos amigos da pós pelos incontáveis momentos de descontração na salinha do café e em programas feitos ao longo desse período. Ao Leopoldo e a Ellen pela amizade de vários anos. Por fim, o presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001, à qual também sou muito grato.

# Resumo

Os modelos macroeconômicos evoluíram bastante nos últimos anos e, com o avanço computacional, passaram a incluir heterogeneidade de renda e riqueza entre os indivíduos. Este avanço possibilitou o estudo de questões distributivas e explicitou a importância da distribuição de renda para a resposta das variáveis agregadas a choques. Esta tese é composta de três capítulos e faz uso de modelos com agentes heterogêneos para responder a inúmeras perguntas. No primeiro capítulo estudamos os efeitos de um *credit crunch*, dado por um aperto na restrição de endividamento. Os resultados mostram que um choque que reduz a dívida dos indivíduos de 28% para 23% do PIB (Produto Interno Bruto) resulta em queda da taxa de juros, PIB e consumo. A propensão marginal a consumir tem um aumento considerável. Com relação aos aspectos distributivos, o índice de Gini diminui após o aperto na restrição de endividamento, o que resulta em melhor distribuição de renda. No segundo capítulo analisamos como a forma com que o governo equilibra sua restrição orçamentária, seja por transferências ou dívida pública, impacta as respostas das variáveis agregadas e distributivas a choques. Os resultados mostram que essa escolha importa e tem efeitos distributivos. Por exemplo, se a preocupação da política fiscal for voltada para o bem-estar dos mais pobres, há uma vantagem comparativa para um choque de transferência que seja ajustado pelas próprias transferências ao longo do tempo para garantir o atendimento à restrição orçamentária. Por fim, no último capítulo estimamos o modelo HANK (*Heterogeneous Agents New Keynesian*) do capítulo anterior com dados brasileiros usando Monte Carlo Sequencial, e fazemos análise de funções impulso resposta, decomposição da variância e aspectos distributivos. A resposta das variáveis macroeconômicas agregadas aos três tipos de choques presentes no modelo tem a direção esperada na maioria dos casos. Com relação aos aspectos distributivos, a evidência sugere que os choques afetam de forma diferente o consumo, a poupança e a oferta de trabalho para diferentes faixas de riqueza. A escolha do instrumento fiscal para o equilíbrio da restrição orçamentária importa para a resposta dos índices de Gini do consumo e da renda.

**Palavras-chaves:** Macroeconomia. HANK. Agentes Heterogêneos.

# Abstract

Macroeconomic models have evolved considerably in recent years and started to include heterogeneity of income and wealth among individuals, following computational advances. This feature made the study of distributional issues feasible and explained the importance of income distribution for the response of aggregate variables to shocks. This thesis is composed of three chapters and makes use of models with heterogeneous agents to answer numerous questions. In the first chapter we study the effects of a credit crunch, which is a tightening of the borrowing constraint. The results show that a shock that reduces the debt of individuals over GDP (Gross Domestic Product) from 28% to 23% results in a fall in the interest rate, GDP and consumption. The marginal propensity to consume has increased considerably. Regarding distributive aspects, the Gini index decreases after tightening the borrowing constraint, which results in a better income distribution. In the second chapter, we analyze how the government balances its budget constraint, whether by transfers or public debt, impacts the responses of aggregate and distributive variables to shocks. The results show that this choice matters and has distributional effects. For example, if the concern of fiscal policy is focused on the welfare of the poorest, there is a comparative advantage for a transfer shock that is adjusted by the transfers themselves over time to ensure compliance with the budget constraint. Finally, in the last chapter we estimate the HANK model (Heterogeneous Agents New Keynesian) from the previous chapter with Brazilian data using Sequential Monte Carlo, and we analyse impulse response functions, variance decomposition and distributive aspects. The response of the aggregate macroeconomic variables to the three types of shocks present in the model has the direction expected in most cases. Regarding distributive aspects, the evidence suggests that shocks affect consumption, savings and labor supply differently for different ranges of wealth. The chosen fiscal instrument for balancing budget constraint matters for the response of consumption and income Gini indexes.

**Key-words:** Macroeconomics. HANK. Heterogeneous Agents.

# Sumário

<b>1</b>	<b>Efeitos agregados e distributivos de um <i>credit crunch</i></b>	<b>13</b>
1.1	Introdução	13
1.2	Literatura	17
1.3	Metodologia	21
1.3.1	Modelo	21
1.3.2	Equilíbrio	24
1.3.3	Calibração	25
1.4	Resultados	26
1.4.1	Estados estacionários	26
1.4.2	Transição dinâmica	29
1.4.3	Cenário com alta taxa de desemprego	30
1.4.4	Cenários com incerteza	32
1.5	Conclusão	36
<b>2</b>	<b>Efeitos agregados e distributivos de regras fiscais em um modelo com agentes heterogêneos</b>	<b>39</b>
2.1	Introdução	39
2.2	Revisão de literatura: heterogeneidade importa	42
2.3	Metodologia	45
2.3.1	Modelo	45
2.3.1.1	Agentes	45
2.3.1.2	Bem final	47
2.3.1.3	Bem intermediário	47
2.3.1.4	Política monetária	49
2.3.1.5	Governo	50
2.3.2	Equilíbrio	51
2.3.3	Método de solução	51
2.3.4	Calibração	52
2.4	Resultados	53

2.4.1	Estado estacionário . . . . .	53
2.4.2	Choques sobre variáveis agregadas . . . . .	54
2.4.3	Impacto de choques sobre diferentes classes de renda . . . . .	57
2.5	Conclusões . . . . .	59
<b>3</b>	<b>Estimação Bayesiana de um modelo HANK para o Brasil . . . . .</b>	<b>63</b>
3.1	Introdução . . . . .	63
3.2	Revisão de literatura . . . . .	65
3.3	Metodologia . . . . .	68
3.3.1	Modelo de espaço de estado . . . . .	68
3.3.2	Monte Carlo Sequencial . . . . .	69
3.3.3	Dados, calibração e priors . . . . .	71
3.4	Resultados . . . . .	73
3.4.1	Estado estacionário . . . . .	73
3.4.2	Reações a choques agregados . . . . .	77
3.4.3	Decomposição da variância . . . . .	79
3.4.4	Efeitos distributivos . . . . .	80
3.5	Conclusões . . . . .	83
3.6	Apêndice . . . . .	85
	<b>Referências . . . . .</b>	<b>91</b>



## Introdução da tese

Os modelos macroeconômicos têm evoluído bastante nos últimos anos, em especial após a crise financeira de 2008, e incorporado diversos elementos que permitem uma melhor compreensão da realidade e o estudo de questões pouco exploradas até então, como desigualdades e aspectos distributivos. Dentre esses elementos, destaca-se a heterogeneidade entre os indivíduos, tema central desta tese composta por três artigos. Até pouco tempo atrás, a grande maioria dos estudos focados em analisar o ciclo de negócios utilizava modelos Novo Keynesiano com agente representativo por dois motivos, basicamente: o primeiro era a dificuldade computacional para solucionar modelos com heterogeneidade, dada a grande dimensão deles. O segundo era a crença de que a adição de agentes heterogêneos tinha pouco efeito sobre a evolução das variáveis macroeconômicas agregadas, o que, combinado ao custo computacional, não compensava o uso desses modelos. (AHN et al., 2018) No entanto, esses motivos já não fazem sentido atualmente, porque as técnicas de resolução tiveram um enorme progresso, permitindo a solução desses modelos em computadores pessoais. Além do mais, há uma efervescente literatura mostrando como a desigualdade entre os agentes impacta as variáveis macroeconômicas, pois eles têm diferentes propensões marginais a consumir e acesso a ativos.

De modo geral, os três capítulos dessa tese podem ser vistos como um processo de aprendizado e de evolução em direção ao rumo que a literatura está tomando. No primeiro capítulo, usamos um modelo de Huggett (1993) em tempo discreto, relativamente simples, para estudar os efeitos de um *credit crunch*. Nos dois capítulos seguintes, usamos um modelo HANK (*Heterogeneous Agents New Keynesian*) com um ativo em tempo contínuo para estudar efeitos de regras fiscais e choques sobre variáveis agregadas e distributivas. Dada as informações disponíveis hoje, a literatura parece caminhar em direção ao uso de tempo contínuo, em detrimento do discreto, pois tem um custo computacional menor. No capítulo 2 usamos a técnica de calibração do modelo, amplamente usada na literatura de agentes heterogêneos, mas no capítulo 3 estimamos o mesmo modelo com dados brasileiros usando Monte Carlo Sequencial. A literatura que faz estimação é ainda bem incipiente

e recente, mas tudo indica que em poucos anos será o *benchmark* na Macroeconomia, em paralelo ou mesmo substituindo os modelos DSGE (*Dynamic Stochastic General Equilibrium*) com agente representativo como conhecemos atualmente.

O modelo que usamos no primeiro capítulo é muito parecido ao que será usado nos capítulos posteriores na parte dos indivíduos, pois a base de ambos é um modelo de [Huggett \(1993\)](#) sem capital, no qual os agentes consomem e poupam usando títulos públicos. A principal diferença se dá na questão da rigidez nominal utilizada. No modelo HANK há firmas produtoras de bens intermediários e bem final, sujeitas a uma rigidez de preço nominal. Portanto, o modelo gera uma curva de Phillips e também inflação, o que permite a introdução de uma regra de Taylor. O modelo do primeiro capítulo não tem rigidez em nenhum dos cenários estudados.

As diferenças de perguntas a serem respondidas justificam essas diferenças entre os modelos. Nos capítulos 2 e 3 queremos obter funções impulso respostas a choques, com foco no curto prazo e retorno ao estado estacionário, por isso a necessidade da parte Novo Keynesiana ser mais detalhada. No modelo do capítulo 1, o objetivo é estudar a transição dinâmica entre dois estados estacionários, ou seja, o enfoque é mais de longo prazo.

Por fim, há pequenas diferenças nas restrições orçamentárias dos indivíduos e do Governo. No modelo do primeiro capítulo, os indivíduos produzem os bens de consumo e os choques idiossincráticos afetam sua produtividade, enquanto no modelo HANK as firmas produzem os bens e os choques recaem sobre os salários. Com relação às transferências, no modelo do capítulo 1 só recebe quem está desempregado, enquanto nos capítulos seguintes todos recebem. Na parte fiscal, não há gastos exógenos no modelo do primeiro artigo, mas eles serão inclusos nos dois artigos subsequentes.

A estrutura da tese está dividida do seguinte modo: o primeiro capítulo se chama Efeitos Agregados e Distributivos de um *Credit Crunch*. O segundo tem o título de Efeitos Agregados e Distributivos de Regras Fiscais em um Modelo com Agentes Heterogêneos. O último se intitula Estimação Bayesiana de um Modelo HANK para o Brasil. Por fim, as conclusões da tese resumem os principais resultados dos três artigos.

# 1 Efeitos agregados e distributivos de um *credit crunch*

## 1.1 Introdução

A economia brasileira passou por uma das piores recessões de sua história durante os anos de 2015 e 2016. Este período ficou marcado por crescimento econômico negativo, alto desemprego e uma diminuição no saldo da carteira de crédito como proporção do Produto Interno Bruto (PIB). Este artigo estuda como um aperto na restrição de endividamento, um parâmetro fundamental em modelos com mercados incompletos e agentes heterogêneos, afeta as variáveis macroeconômicas agregadas e distributivas, como o Índice de Gini, consumo, oferta de trabalho e propensão marginal a consumir por tipo de renda. Além do mais, estudamos como um aumento na probabilidade de ficar desempregado e na incerteza com relação ao mercado de trabalho impactam as variáveis citadas, dado que em momentos de crise econômica há uma relação entre condições mais restritas de endividamento, e aumentos na taxa de desemprego e incerteza.

Os próximos três gráficos mostram a evolução nos últimos anos de alguns indicadores do mercado de crédito no Brasil. A figura 1 retrata a evolução do saldo da carteira de crédito total e para pessoas jurídicas em proporção do PIB. Esse saldo atinge um pico na virada de 2015 para 2016, em torno de 53% e 28%, respectivamente. Em pouco mais de dois anos, os valores caíram para 46% e 20%. A figura 2 mostra a evolução do crédito direcionado, cujo total e para pessoa jurídica diminuiu de 26% e 14% para 20% e 8%, respectivamente. Por fim, o gráfico 3 evidencia o comportamento da dívida total e da dívida menos crédito habitacional das famílias em relação à renda acumulada nos últimos doze meses. No primeiro caso, o valor encolhe de 46% em 2015 para 41% em 2017. No segundo, a diminuição começa antes, saindo de 31% em 2012 para 23% em 2017.

Com relação à taxa de desemprego no país, ela mais que dobrou no período compreendido entre meados de 2014 e início de 2017, conforme visto no gráfico 4. Isso evidencia um grande aumento na probabilidade de se ficar desempregado em meio à crise. Além do mais, o Indicador de Incerteza da Economia do Brasil calculado pela FGV/IBRE

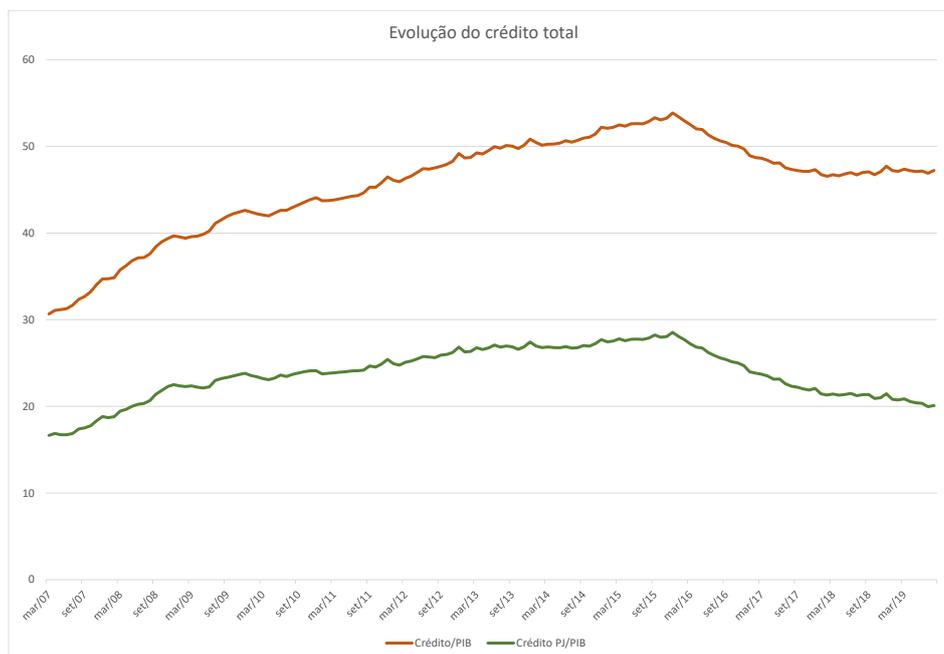


Figura 1 – Saldo da carteira de crédito. Fonte: BCB-DSTAT

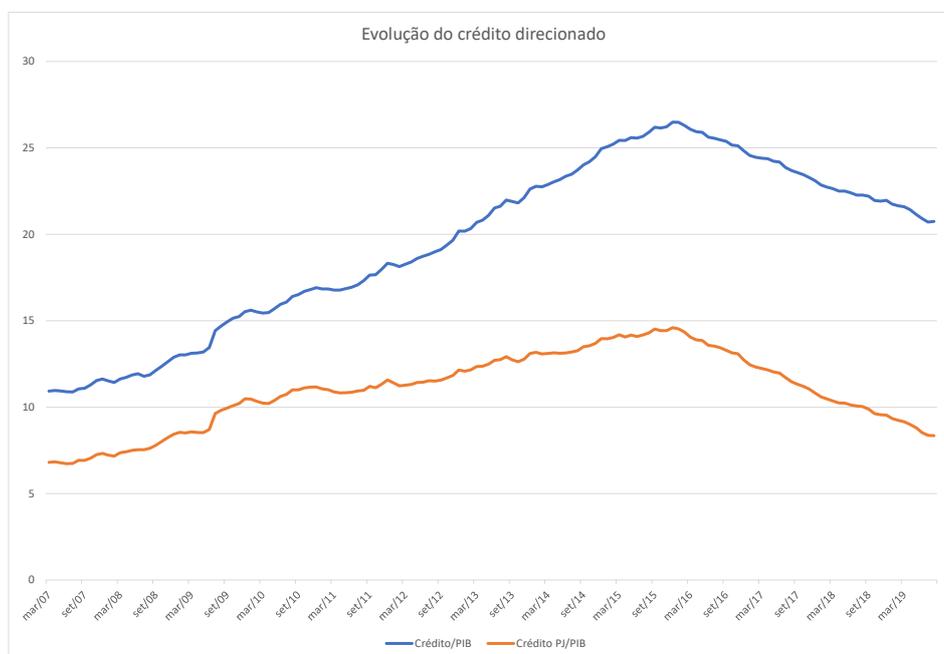


Figura 2 – Saldo da carteira de crédito direcionado. Fonte: BCB-DSTAT

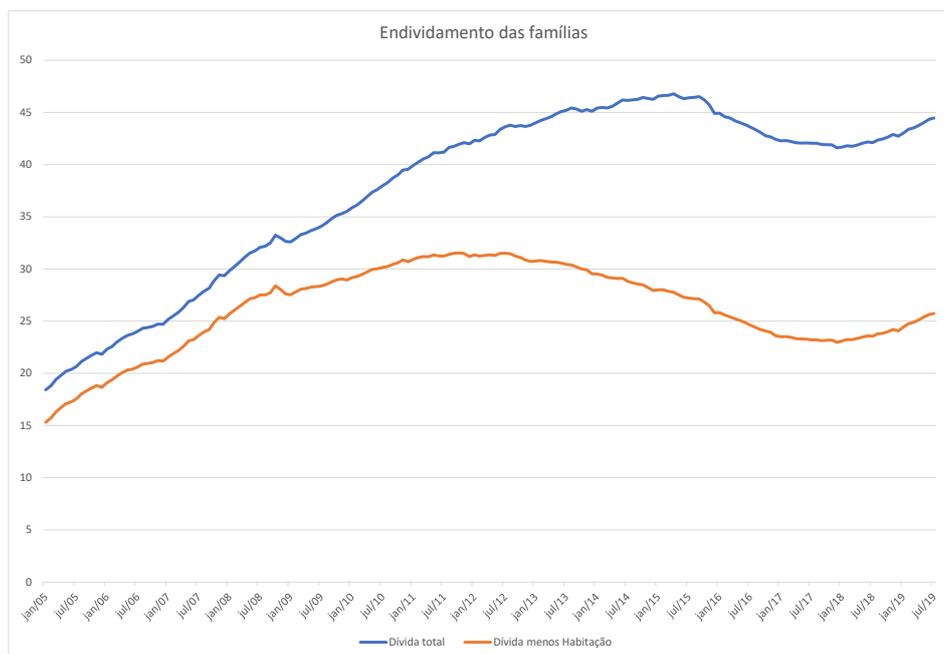


Figura 3 – Endividamento em relação à renda acumulada nos últimos 12 meses. Fonte: BCB-DSTAT

mostra um pico em setembro de 2015, crescendo mais de 30% em relação ao fim de 2014.<sup>1</sup>

Os fatos estilizados mostrados visam motivar os experimentos que serão realizados neste capítulo e também serão usados na calibração de alguns parâmetros, como é o caso do endividamento das famílias que dará o valor da restrição de endividamento. O objetivo do artigo não é estudar as causas do comportamento dos indicadores de crédito, taxa de desemprego e incerteza vistos nos últimos anos na economia brasileira, afetados por inúmeros choques, mas sim como uma mudança exógena na calibração desses parâmetros em um modelo de agentes heterogêneos impacta a transição dinâmica de variáveis agregadas e distributivas, assim como os estados estacionários.

Há uma crescente literatura que estuda os efeitos de um *credit crunch* sobre a transição dinâmica das variáveis macroeconômicas. Apesar de algumas vertentes usarem agente representativo ou firmas heterogêneas, a mais próxima desse trabalho é aquela

<sup>1</sup> Disponível em: [https://portalibre.fgv.br/data/files/21/E4/CC/32/ADD6A610CABD1A968904CBA8/Indicador\\_de\\_Incerteza\\_Brasil\\_FGV\\_press%20release\\_Abr19.pdf](https://portalibre.fgv.br/data/files/21/E4/CC/32/ADD6A610CABD1A968904CBA8/Indicador_de_Incerteza_Brasil_FGV_press%20release_Abr19.pdf). Acessado em 31/01/2020.



Figura 4 – Evolução da taxa de desemprego Fonte: IBGE

que usa agentes heterogêneos. [Guerrieri e Lorenzoni \(2017\)](#) calculam que em 2006 a dívida das famílias americanas líquida da dívida habitacional era de 18% do PIB. Eles estudam como um choque que diminui esse valor em dez pontos percentuais impacta as variáveis macroeconômicas, encontrando um efeito negativo sobre juros e produto. Impactos negativos semelhantes são encontrados por outros estudos nessa literatura. ([JONES; MIDRIGAN; PHILIPPON, 2011](#); [EGGERTSSON; KRUGMAN, 2012](#); [BUERA; JAEF; SHIN, 2015](#))

O modelo escolhido para estudar os efeitos de *credit crunch* é em essência um modelo de agentes heterogêneos nos moldes de [Huggett \(1993\)](#), pois não há capital e os agentes poupam através de títulos públicos. Vamos estudar quatro cenários, sendo o primeiro um *benchmark* em que as taxas de encontro e saída do emprego são calibradas para o Brasil. No segundo, dobramos a probabilidade de se ficar desempregado. No terceiro e quarto analisamos modelos com incerteza baixa e alta em relação à situação dos agentes no mercado de trabalho, respectivamente.

Nos quatro cenários analisados um aperto na restrição de endividamento reduz a taxa de juros, o produto e o consumo para novos valores de estado estacionário. Na transição, essas variáveis têm uma queda maior nos primeiros trimestres, com a taxa de juros recuando mais de 2 pontos percentuais em relação ao estado estacionário inicial. Por outro lado, a propensão marginal a consumir aumenta significativamente em todos os casos, enquanto a oferta de trabalho tem um pico inicial, mas no longo prazo retorna para um valor pouco maior que no começo.

Com relação ao aspecto distributivo, o índice de Gini diminui, ou seja, a distribuição de renda fica menos desigual. A análise do crescimento entre estados estacionários por tipo de renda mostra que os mais pobres consomem menos, ofertam mais trabalho e tem um aumento na propensão a consumir. Para os tipos de renda mais alta, o consumo e a propensão a consumir aumentam (esta em menor proporção comparado à propensão dos mais pobres), enquanto a oferta de trabalho diminui. O restante do capítulo está dividido da seguinte forma: a próxima seção discute os artigos dessa literatura. A seção três mostra o modelo escolhido, seu equilíbrio e a calibração utilizada. A seção quatro analisa os resultados obtidos nos quatro cenários e por fim a conclusão encerra o artigo.

## 1.2 Literatura

A literatura que mais conversa com este artigo é aquela que estuda como um aperto na restrição de endividamento (*credit crunch*) e sua interação com risco de desemprego e aumento da incerteza afeta o ciclo de negócios, as variáveis macroeconômicas e a poupança precaucionária das famílias. Nosso artigo foca em um modelo de equilíbrio geral com heterogeneidade nos indivíduos, no entanto alguns trabalhos aqui citados incluem heterogeneidade por parte das firmas. Portanto, a estrutura dos artigos aqui citados é composta de três áreas. As duas primeiras áreas estudam os efeitos de um *credit crunch*, mas diferem na inclusão da heterogeneidade. Na primeira área há estudos com agentes heterogêneos ou com agente representativo, enquanto na segunda as firmas são heterogêneas. Na última área analisamos artigos que estudam como o desemprego, a

incerteza e a poupança precaucionária afetam o ciclo de negócios.

Começando pelos artigos da primeira área, [Guerrieri e Lorenzoni \(2017\)](#) estudam como a economia se ajusta após um choque inesperado tornar o empréstimo mais difícil, seja em termos de limite de empréstimo ou maior spread. Eles analisam o tempo de ajustamento, atividade agregada e decisões de gasto de tomadores e emprestadores. Os principais resultados mostram que a dinâmica da taxa de juros é caracterizada por grande queda inicial seguido de um ajuste para um novo, menor *steady state*. No *baseline* de preços flexíveis, produto cai 1,1% e a dívida cai 10% do produto inicial. Quando incluem rigidez de salário, o produto cai 1,7%.

Na mesma linha do trabalho anterior, [Jones, Midrigan e Philippon \(2011\)](#) estudam a importância dos choques no limite de crédito das famílias em gerar a dinâmica macroeconômica entre regiões americanas e no agregado. Eles encontram que choques de crédito explicam 40% da variação no emprego e consumo no nível estadual para o período entre 2002 a 2010. No entanto, em nível agregado esses choques geram um declínio de 0,8% no emprego no período entre 2008 e 2010, um décimo do observado. Já [Brzoza-Brzezina e Makarski \(2011\)](#) estudam os impactos de um *credit crunch* em uma pequena economia aberta, usando um DSGE com setor bancário sob concorrência monopolística, que coleta depósitos e empresta com garantias. Eles aplicam o modelo para a Polônia e mostram que choques financeiros tiveram um efeito significativo sobre a economia durante a crise de 2008, diminuindo o PIB em 1,5%.

[Eggertsson e Krugman \(2012\)](#) constroem um modelo de dotação com preços flexíveis no qual o agente impaciente toma emprestado do paciente, sujeito a um limite de endividamento. Se esse limite é reduzido, os impacientes são forçados a cortar gasto. Se a desalavancagem é muito grande, a economia atinge o *zero lower bound*. No caso em que a dívida é nominal, uma deflação de dívida Fisheriana magnifica o efeito inicial do choque. Por fim, eles mostram que mais dívida pode ser a solução para uma retração causada por dívida.

No último artigo relacionado à primeira linha da literatura, [Buera, Jaef e Shin](#)

(2015) desenvolvem um modelo com agentes heterogêneos e fricções financeiras e no mercado de trabalho. Eles estudam a dinâmica conjunta da produtividade agregada, crédito total na economia e desemprego. Também analisam o impacto de choques e fricções de mercado sobre os produtores de diferentes produtividades, tamanhos e idades. Os resultados mostram que um *credit crunch* leva a uma grande queda no produto, explicada por uma grande queda na produtividade dos fatores e uma pequena queda no estoque de capital, e um aumento no desemprego.

A segunda vertente da literatura analisa os efeitos de um *credit crunch*, mas em uma modelagem com firmas heterogêneas. Buera e Moll (2015) estudam a importância relativa de fricções financeiras como condutora do ciclo de negócios, usando um modelo com estas fricções e heterogeneidade. Nas três variantes de modelos que eles usam, um *credit crunch* resulta em um declínio no consumo, investimento, taxa de juros e na razão entre crédito bruto e o estoque de capital. Além do mais, há um aumento no prêmio de retorno, definido como a diferença entre o produto marginal do capital agregado e a taxa de juros.

Buera e Nicolini (2014) desenvolvem um modelo com firmas heterogêneas com dois tipos de restrições: *cash in advance* e garantia. Eles usam o modelo para avaliar os efeitos de política monetária e fiscal após um choque de intermediação financeira. Os resultados evidenciam que um *credit crunch* diminui produtividade e produto, levando à recessão. Se a autoridade monetária não responde a isso, a taxa de juros alcança o *zero lower bound* por uns períodos e há deflação. Se há política ativa de meta de inflação, o governo evita deflação aumentando a oferta de passivos governamentais para acomodar o *credit crunch*.

Para estudar o ciclo de negócios decorrente de imperfeições no mercado de crédito, Khan e Thomas (2013) usam um modelo no qual firmas estão sujeitas a choques agregados e individuais de produtividade. Eles mostram que um aperto na restrição de endividamento gera uma grande recessão, mais persistente que um choque financeiro. Tanto a recessão quanto a recuperação são diferentes das geradas por choques de produtividade.

Por fim, temos a última vertente da literatura, relacionada à interação entre

desemprego, incerteza e poupança precaucionária com o ciclo de negócios. Na parte referente à incerteza, [Bloom et al. \(2018\)](#) estudam se ela é um potencial fator que influencia a profundidade e duração de uma recessão. Os resultados mostram que um aumento na incerteza faz as firmas esperarem, levando a quedas em contratação, investimento e produto. Há também uma redução na produtividade porque diminui o grau de realocação na economia. Já [Heathcote e Perri \(2018\)](#) estudam as implicações para o ciclo de negócios de uma grande e generalizada queda na riqueza das famílias. Eles argumentam que essa queda, provocada por uma diminuição no preço dos ativos, deixa a economia mais suscetível a choques de confiança que podem aumentar a volatilidade macroeconômica. Portanto, os *policymakers* deveriam ver baixos níveis de riqueza das famílias como ameaça à estabilidade macroeconômica.

Os próximos três artigos estudam como a poupança precaucionária influencia o ciclo de negócios. [McKay \(2017\)](#) mostra que a dinâmica cíclica de riscos aos salários altera a poupança e a dinâmica do consumo agregado. O risco idiossincrático aumenta em 46% o desvio padrão do crescimento do consumo agregado trimestral, em comparação ao modelo com mercados completos. Já [Challe et al. \(2017\)](#) estudam como a poupança das famílias ajuda a propagar os choques agregados, e como esse motivo de precaução importou nas recessões americanas. O risco idiossincrático utilizado é o risco de desemprego. Eles encontram um forte efeito de demanda agregada sobre consumo durante a Grande Recessão, maior que o efeito de oferta, decorrente do risco de desemprego.

Por fim, [Bayer et al. \(2019\)](#) quantificam as consequências da poupança precaucionária e ajuste de portfólio em resposta a choques no risco de renda das famílias, usando um DSGE com dois ativos. Eles encontram que um aumento no risco da renda leva as famílias a pouparem mais e consumirem menos, além de rebalancearem seus portfólios em direção ao ativo líquido, melhor para suavização de consumo. Com relação ao bem estar, famílias com muito ativo ilíquido perdem mais em épocas de alto risco de renda, pois retorno sobre capital cai bastante.

A questão do desemprego e suas consequências é estudada por [Ravn e Sterk \(2017\)](#).

Eles propõem uma teoria macroeconômica que combina fricções nos mercados de bens, trabalho e financeiro, e que permite uma amplificação das fraquezas no mercado de trabalho, como um aumento persistente no nível de desemprego e na proporção de trabalhadores desempregados no longo prazo. Eles aplicam essa teoria à Grande Recessão e argumentam que o mecanismo de amplificação ajuda a entender a severidade da mesma.

De modo geral, a primeira e a última áreas da literatura apresentadas são as mais próximas a este artigo, pois estudamos os efeitos de um *credit crunch* sobre diversas variáveis utilizando um modelo com agentes heterogêneos. Além do mais, analisamos cenários em que há um aumento exógeno na probabilidade de ficar desempregado e na incerteza, e como o aperto na restrição de endividamento nesses cenários afeta as variáveis em relação ao cenário base. Na próxima seção apresentamos o modelo usado nos estudos.

## 1.3 Metodologia

### 1.3.1 Modelo

O modelo que utilizaremos neste artigo para estudar os efeitos de um *credit crunch* foi desenvolvido por [Guerrieri e Lorenzoni \(2017\)](#), e tem como base o modelo com agentes heterogêneos e mercados incompletos de [Huggett \(1993\)](#). Nessa modelagem não há capital e os indivíduos poupam através de títulos públicos. A heterogeneidade de renda e riqueza provém de choques idiossincráticos na produtividade do trabalho, além da presença de um limite de endividamento que impede que os agentes estejam seguros em todos os estados da natureza.

Vamos começar a explicação pelo problema de maximização dos agentes, o bloco mais importante do modelo. As preferências dos indivíduos são dadas pela seguinte função de utilidade

$$E \left[ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left( \frac{c_{it}^{1-\gamma}}{1-\gamma} + \psi \frac{(1-n_{it})^{1-\eta}}{1-\eta} \right) \right] \quad (1.1)$$

Os agentes valorizam consumo ( $c_{it}$ ) e têm desutilidade com o trabalho ( $n_{it}$ ). O parâmetro  $\beta$  é a taxa de desconto e está no intervalo entre zero e um, enquanto  $\gamma$  e  $\eta$  são, respectivamente, o coeficiente de aversão ao risco e de curvatura da função de utilidade em relação ao lazer.

Nessa economia, cada agente produz bens de consumo usando uma função de produção linear cujo único insumo é trabalho, e tem o seguinte formato

$$y_{it} = \theta_{it} n_{it} \quad (1.2)$$

$\theta_{it}$  é o choque idiossincrático na produtividade de cada indivíduo e segue uma cadeia de Markov no espaço  $[\theta^1, \dots, \theta^S]$ . Quando esse choque assume valor zero, a interpretação é a de que o agente está desempregado. A restrição orçamentária dos indivíduos é dada por

$$q_t b_{it+1} + c_{it} + \tilde{\tau}_{it} \leq b_{it} + y_{it} \quad (1.3)$$

Do lado esquerdo da desigualdade estão as formas como os indivíduos distribuem os gastos, compostos por consumo, poupança através de um título público ( $b_{it+1}$ ) com preço  $q_t$  e que vence no período seguinte, e impostos *lump sum*. O preço  $q_t$  do título é o valor presente do fluxo de caixa que ele proporciona. Como ele paga a quantia de 1 no período seguinte e a taxa de desconto é o juros,  $q_t = \frac{1}{1+r_t}$ . Do lado direito estão as receitas, oriundas do título comprado no período anterior e do bem de consumo produzido no período corrente. O imposto *lump sum* é pago por todos os indivíduos, no entanto aqueles que estão desempregados recebem um seguro desemprego  $\nu_t$ . Portanto, a estrutura do imposto é a seguinte

$$\tilde{\tau}_{it} = \tau_t \quad se \quad \theta_{it} > 0 \quad (1.4)$$

$$\tilde{\tau}_{it} = \tau_t - \nu_t \quad se \quad \theta_{it} = 0$$

Por fim, a dívida dos agentes está sujeita a um limite exógeno inferior  $\phi$ , conhecido como restrição de endividamento (*borrowing constraint*). Portanto, a participação em títulos respeita a seguinte desigualdade

$$b_{it+1} \geq -\phi \quad (1.5)$$

Esta restrição é de suma importância para o tema central do artigo, pois o *credit crunch* é simplesmente o aperto dessa restrição, dado matematicamente por um  $\phi$  menor em valor absoluto. Além do mais, esse parâmetro é fundamental em modelos com mercados incompletos, e um dos elementos que os faz se diferenciarem daqueles com mercados completos. Nestes, o agente representativo tem acesso a seguros do tipo Arrow-Debreu, o que faz com que o agente esteja seguro em todos os estados da natureza. Por outro lado, nos modelos com mercados incompletos os agentes estão sujeitos a um limite de endividamento, o que implica que eles não estão seguros em quaisquer estados da natureza. Por exemplo, em determinado período a economia pode sofrer um forte choque negativo, que resulta em quedas da renda e do consumo dos indivíduos mais pobres e que estão perto da restrição. Caso não houvesse restrição, eles poderiam querer tomar emprestado para suavizar o consumo durante esse período difícil, mas isso pode não ser factível por conta da restrição imposta.

Para fechar o modelo, temos a restrição orçamentária do Governo, dada pela seguinte equação

$$B_t + uv_t = q_t B_{t+1} + \tau_t \quad (1.6)$$

Do lado esquerdo estão os dispêndios do Governo, compostos pelos títulos  $B_t$  que vencem no período corrente e pelo seguro desemprego pago à parcela desempregada da população, dada por  $u = Pr(\theta_{it} = 0)$ . Do lado direito estão as receitas, vindas dos impostos *lump sum* e dos títulos vendidos ao preço  $q_t$  com maturidade de um período. Portanto, o Governo escolhe a oferta de títulos, o seguro desemprego e o imposto que equilibram seu

orçamento.

### 1.3.2 Equilíbrio

Agora vamos definir o equilíbrio dessa economia. Em primeiro lugar, denotamos  $\Psi_t(b, \theta)$  como a distribuição conjunta de participação em títulos e a produtividade corrente da população. Dado  $\Psi_t$ , a probabilidade de transição determina a distribuição no período seguinte,  $\Psi_{t+1}$ . Esta probabilidade é determinada pela transição ótima na participação em títulos dos agentes, vinda do problema de maximização, em conjunto com o processo de Markov para a produtividade individual. Portanto, dada uma distribuição inicial  $\Psi_0$ , uma sequência de taxa de juros  $\{r_t\}$ , de políticas de consumo e oferta de trabalho  $\{C_t(b, \theta), N_t(b, \theta)\}$ , de impostos  $\{\tau_t\}$  e uma sequência de distribuições para a participação em títulos e níveis de produtividade, temos:

- (1)  $C_t(b, \theta)$  e  $N_t(b, \theta)$  são ótimos dados  $\{r_t\}$  e  $\{\tau_t\}$ ,
- (2)  $\Psi_t$  é consistente com as políticas ótimas de consumo e oferta de trabalho,
- (3) Os impostos equilibram a restrição orçamentária do Governo<sup>2</sup>,

$$\tau_t = \nu u + \frac{r_t B}{1 + r_t}$$

- (4) O mercado de títulos se equilibra,

$$\int b d\Psi_t(b, \theta) = B$$

Agora vamos caracterizar as políticas ótimas de consumo e oferta de trabalho, oriundas do problema de maximização dos agentes. Em relação à primeira, a equação de Euler é

$$c_{it}^{-\gamma} \geq \beta(1 + r_t)E_t[c_{it+1}^{-\gamma}] \tag{1.7}$$

<sup>2</sup> Para chegar no imposto é preciso substituir o preço do título por  $q_t = \frac{1}{1+r_t}$

ela vale com igualdade se o indivíduo não está na restrição de endividamento, ou seja,  $b_{t+1} > -\phi$ . A condição de ótimo para a oferta de trabalho é

$$\theta_{it}c_{it}^{-\gamma} + \psi(1 - n_{it})^{-\eta} \leq 0 \quad (1.8)$$

se  $n_{it} > 0$ , a condição vale com igualdade.

### 1.3.3 Calibração

Abaixo apresentamos tabela 1 com os valores dos parâmetros calibrados do modelo. Uma desvantagem de se utilizar modelos de agentes heterogêneos e tentar aplicá-los ao Brasil é que não temos uma base de dados como a PSID (*Panel Study of Income Dynamics*) americana, o que nos impede de calibrar os parâmetros do choque idiossincrático como persistência e variância para a realidade brasileira, e obter uma distribuição de renda e riqueza mais fidedigna. Além do mais, os parâmetros da função de utilidade também não tem valores bem estabelecidos na literatura para o nosso caso. Apesar do coeficiente  $\eta$  ter um valor que gera uma elasticidade Frisch igual a de [Castro et al. \(2015\)](#), os valores de  $\psi$ ,  $\rho$  e  $\gamma_\epsilon$  são dados com base na literatura internacional. O valor de  $\gamma$  é o mesmo que o utilizado por [Guerrieri e Lorenzoni \(2017\)](#), no entanto neste trabalho esse valor é escolhido de forma ad hoc e os autores fazem um exercício de robustez variando o mesmo, dada sua importância para a poupança precaucionária.

A taxa de desconto assume um valor de 0.966, o que gera um juro real de estado estacionário de 4% ao ano. As probabilidades de transição para o emprego e desemprego (*job finding e job destruction rates*) são obtidas para o Brasil do trabalho de [Meghir, Narita e Robin \(2015a\)](#). Os autores calculam uma taxa mensal de transição para o emprego de 25%, e de 3,8% para o desemprego, aproximadamente.<sup>3</sup> No segundo exercício feito no artigo, vamos dobrar a probabilidade do indivíduo ficar desempregado. No terceiro consideramos somente uma taxa para o processo de Poisson, interpretada como uma medida de incerteza

<sup>3</sup> O trabalho usa a Pesquisa da Força de Trabalho Brasileira entre 2002 a 2007, e as transições são a primeira mudança dos indivíduos dentro de quatro meses.

no mercado de trabalho, dado que a mesma probabilidade determina se o indivíduo ficará empregado ou desempregado, e estudamos como um aumento nela também impacta as variáveis do modelo. Estes cenários têm como motivação a recente crise brasileira, na qual a taxa de desemprego mais que dobrou em pouco mais de dois anos e a incerteza subiu.

Por fim, o valor da oferta de títulos reflete aproximadamente a dívida bruta atual brasileira como proporção do PIB, em 80%, pois, como mencionado anteriormente, não há uma base de dados em nível do indivíduo que permita uma agregação da quantidade de títulos. Por esse mesmo motivo, adotamos uma restrição de endividamento de 1.33, que gera uma dívida de 28% do PIB. Este valor se refere ao endividamento das famílias com o Sistema Financeiro Nacional exceto crédito habitacional no começo de 2015. Portanto, os 80% citados seriam a soma da participação positiva dos indivíduos nos títulos, enquanto os 28% seriam a participação negativa (dívida), gerando um total bruto de ativos de 108% do PIB. Já o valor do seguro desemprego é escolhido como uma fração de 40% da renda média do trabalho, usando o estudo de [Shimer \(2005\)](#).

Tabela 1 – Parâmetros calibrados

Parâmetro	Descrição	Valor	Fonte ou alvo
$\gamma$	Coefficiente de aversão ao risco	4	
$\eta$	Curvatura do lazer	1.5	Elasticidade Frisch=1
$\psi$	Desutilidade do trabalho	12.48	n=0.4
$\beta$	Taxa de desconto	0.966	Juros = 4%
$\rho$	Persistência da produtividade	0.967	<a href="#">Floden e Lindé (2001)</a>
$\sigma_\epsilon$	Variância da produtividade	0.017	<a href="#">Floden e Lindé (2001)</a>
$\Pi_{e,u}$	Transição desemprego	0.038	<a href="#">Meghir, Narita e Robin (2015a)</a>
$\Pi_{u,e}$	Transição emprego	0.25	<a href="#">Meghir, Narita e Robin (2015a)</a>
$\nu$	Seguro desemprego	0.10	<a href="#">Shimer (2005)</a>
B	Oferta títulos	0.8	Dívida Brasil
$\phi$	Restrição endividamento	1.336	Dívida famílias

## 1.4 Resultados

### 1.4.1 Estados estacionários

Nesta seção vamos mostrar gráficos que ilustram as funções de política ótimas no estado estacionário, além da distribuição de ativos. Também vamos comparar a taxa de

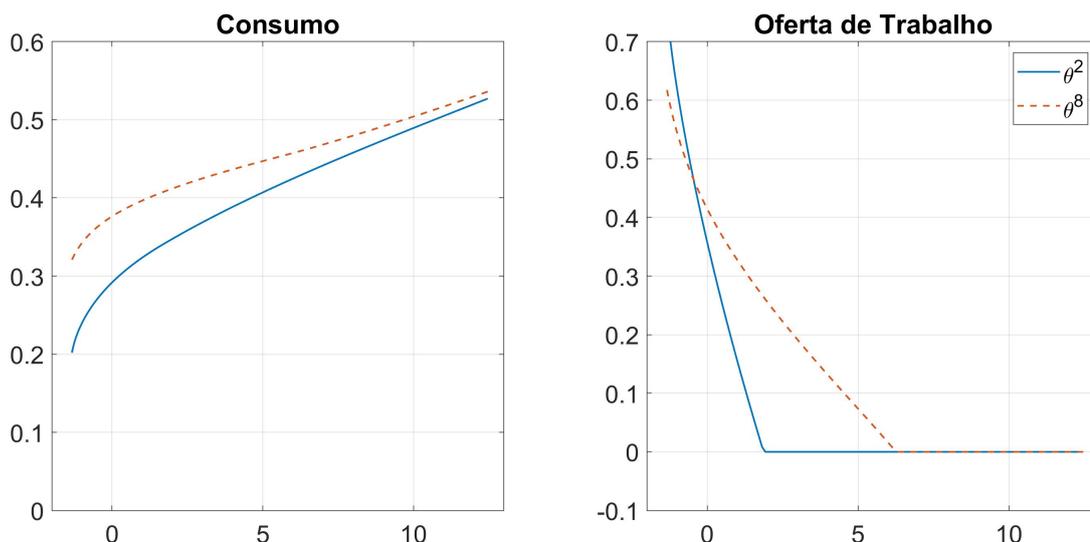


Figura 5 – Políticas de consumo e oferta de trabalho

crescimento de algumas variáveis entre os dois estados estacionários, em uma perspectiva distributiva. A figura 5 mostra as funções de consumo e oferta de trabalho no estado estacionário inicial (antes do *credit crunch* para dois níveis de produtividade, o mais baixo ( $\theta^2$ ) e o médio ( $\theta^8$ )). O eixo horizontal representa o grid de ativos, dado pelos títulos públicos. Com relação ao consumo, nota-se que a função é mais inclinada para os níveis mais baixos de riqueza, denotando uma maior propensão marginal a consumir nessa região. Já para níveis mais altos de riqueza, a função se torna praticamente linear, compatível com a teoria da renda permanente. A função de oferta de trabalho mostra uma relação não crescente entre oferta e riqueza, pois inicialmente as horas diminuem com o aumento na quantidade de ativos, até se estabilizarem em zero.

A figura 6 mostra a função poupança, ou acumulação de títulos, e a distribuição de riqueza nos dois estados estacionários.<sup>4</sup> Em relação à primeira, nota-se uma maior inclinação e valores positivos na parte inicial, indicando um incentivo que os indivíduos têm a pouparem e saírem da restrição de endividamento. Com relação à distribuição de ativos, as duas têm a mesma média, pois a oferta de títulos não muda entre os estados. No entanto, após o *credit crunch* a distribuição se torna mais concentrada, menos dispersa. Outra característica importante é a dificuldade que esse modelo, e os de agentes heterogêneos

<sup>4</sup> SS significa estado estacionário.

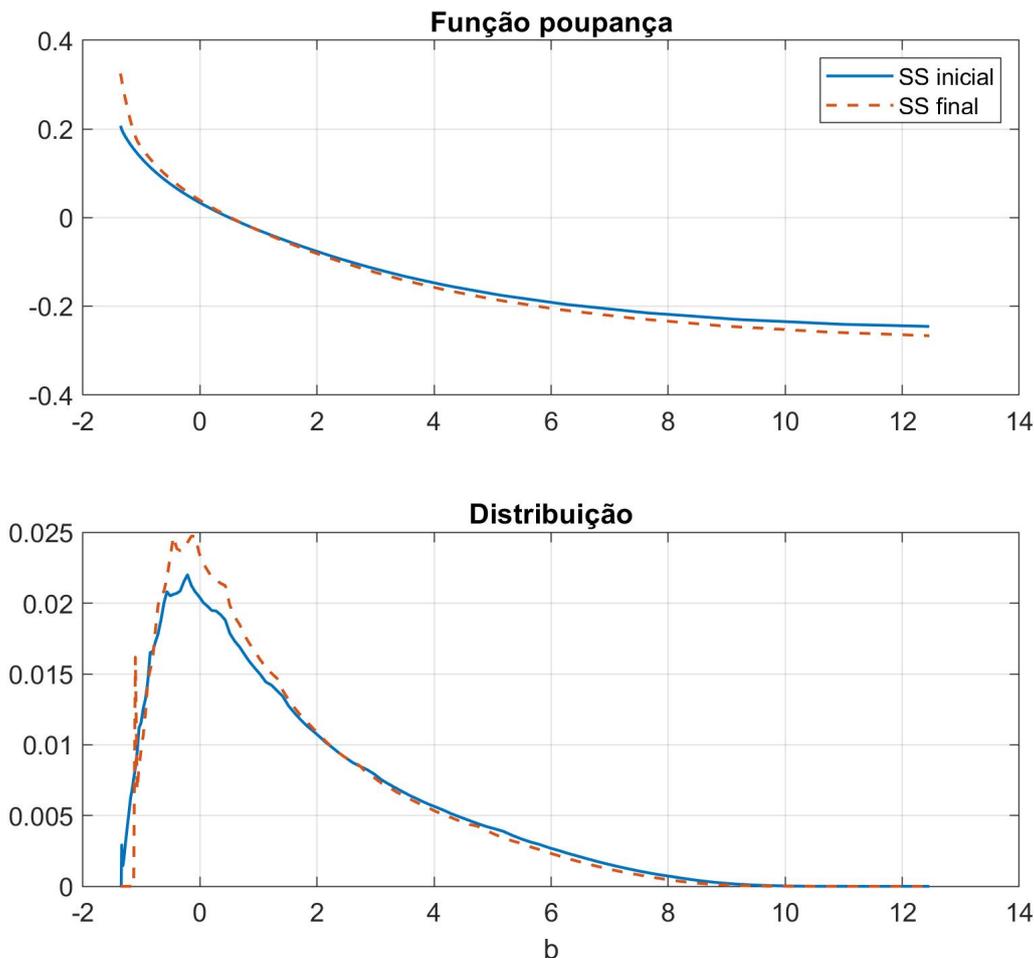


Figura 6 – Poupança e distribuição de riqueza

com um ativo em geral, tem de gerar massa na calda superior. Apesar de já ser um enorme avanço em comparação aos modelos com agente representativo, a falta de um ativo ilíquido, como capital, dificulta a reprodução mais fiel da desigualdade observada na realidade.

A tabela 2 mostra a taxa de crescimento das variáveis de consumo, trabalho e propensão marginal a consumir entre os dois estados estacionários, separadas por tipo de renda. Este tem treze categorias, sendo a primeira desempregado e o restante ordenado de forma crescente de acordo com a produtividade. De modo geral, o aperto na restrição de endividamento leva a uma queda no consumo da metade com renda mais baixa e um aumento no consumo dos mais ricos, apesar das magnitudes serem pequenas. Os mais pobres acabam ofertando mais trabalho e também têm um aumento maior em suas propensões marginal a consumir, em comparação aos tipos mais ricos.

Tabela 2 – Crescimento entre estados estacionários por tipo de renda (%)

	Consumo	Trabalho	PMgC
Desemp.	-1.36		36.63
1	-0.36	0.86	67.69
2	-0.04	0.38	-16.53
3	-0.18	0.65	4.75
4	-0.13	0.57	4.66
5	-0.08	0.46	4.69
6	-0.04	0.28	4.76
7	0.02	0.03	4.78
8	0.07	-0.27	4.51
9	0.12	-0.54	3.95
10	0.15	-0.73	3.13
11	0.17	-0.80	2.23
12	0.17	-0.74	1.42

#### 1.4.2 Transição dinâmica

Agora vamos analisar a transição dinâmica entre os estados estacionários das variáveis macroeconômicas após o *credit crunch*. Este experimento é implementado de forma gradual, ao longo de 8 trimestres, de forma a permitir que os agentes que estão próximos ou na restrição de endividamento se ajustem ao novo limite. Como pode ser visto na figura 7, a restrição de endividamento ( $\phi$ ) diminui de 1.33 para 1.10, o que resulta em uma diminuição de 5 pontos percentuais na razão dívida/PIB. Esse aperto na restrição foi escolhida de forma a gerar a queda observada na dívida das famílias exceto crédito habitacional entre o início de 2015 e fim de 2016, anos da crise econômica.

Esse aperto gradual na restrição de endividamento faz com que os indivíduos que estavam sobre a restrição antiga ou próximo dela poupem a cada período de modo a se adequarem à nova restrição, mantendo um consumo positivo. Isso resulta em um aumento na demanda por poupança (títulos) por parte dos indivíduos perto dessa restrição. Como a massa de agentes perto dessa região é bem maior que na calda superior, onde estão os agentes dispostos a desacumular ativos, o juro cai para equilibrar o mercado de títulos. Inicialmente essa diminuição é acentuada, com o juro assumindo valores próximos de zero nos primeiros trimestres. Depois ele sobe e alcança o novo estado estacionário, em 3,33% ao ano, aproximadamente.

A transição dinâmica das seis variáveis restantes é mostrada como um desvio percentual do estado estacionário inicial. Após o *credit crunch*, tanto o produto quanto o consumo têm uma queda inicial mais pronunciada, em pouco mais de 0,6%. Depois eles sobem e estabilizam em seus novos valores de estado estacionário, menores aproximadamente 0,2% em relação à situação inicial.

A oferta de trabalho cresce nos primeiros trimestres, mas depois cai para seu novo valor, ligeiramente maior em relação ao estado estacionário inicial (0,1%). Já a propensão marginal a consumir (PMgC) aumenta de forma considerável, em razão de uma maior concentração da distribuição de riqueza na parte mais pobre, como vimos anteriormente. Nos primeiros trimestres ela chega a crescer mais de 20%, até se estabilizar no valor final, 18% maior. Por fim, temos a evolução da demanda por títulos. Como a oferta de títulos é a mesma nos dois estados, vemos que inicialmente o comportamento da demanda oscila até voltar a convergir para zero. Por fim, o índice de Gini diminui após o *credit crunch* e se estabiliza em um valor aproximadamente 1,5% menor em relação ao estado inicial, ou seja, a distribuição de renda tem uma melhora.

### 1.4.3 Cenário com alta taxa de desemprego

Nesta seção vamos analisar o caso em que a taxa de transição para o desemprego do processo de Poisson dobra em relação ao caso anterior. Como um aperto nas condições de endividamento se dá geralmente em momentos de crise econômica, esta acaba resultando em aumento na taxa de desemprego ou na probabilidade de se ficar desempregado. Nesta última crise, a taxa de desemprego brasileira mais que dobrou em pouco mais de dois anos.

A figura 8 mostra a transição dinâmica das mesmas variáveis macroeconômicas que analisamos antes. Com relação ao limite de endividamento e razão dívida/PIB, nada muda comparado ao *benchmark*, com esta última diminuindo de 28% para 23% do PIB. A taxa de juros, por sua vez, cai um pouco menos em relação ao modelo base, atingindo um valor próximo de 2% e depois sobe até atingir o novo estado estacionário. O produto e o consumo têm respostas quantitativas e qualitativas bem próximas ao caso anterior, diminuindo

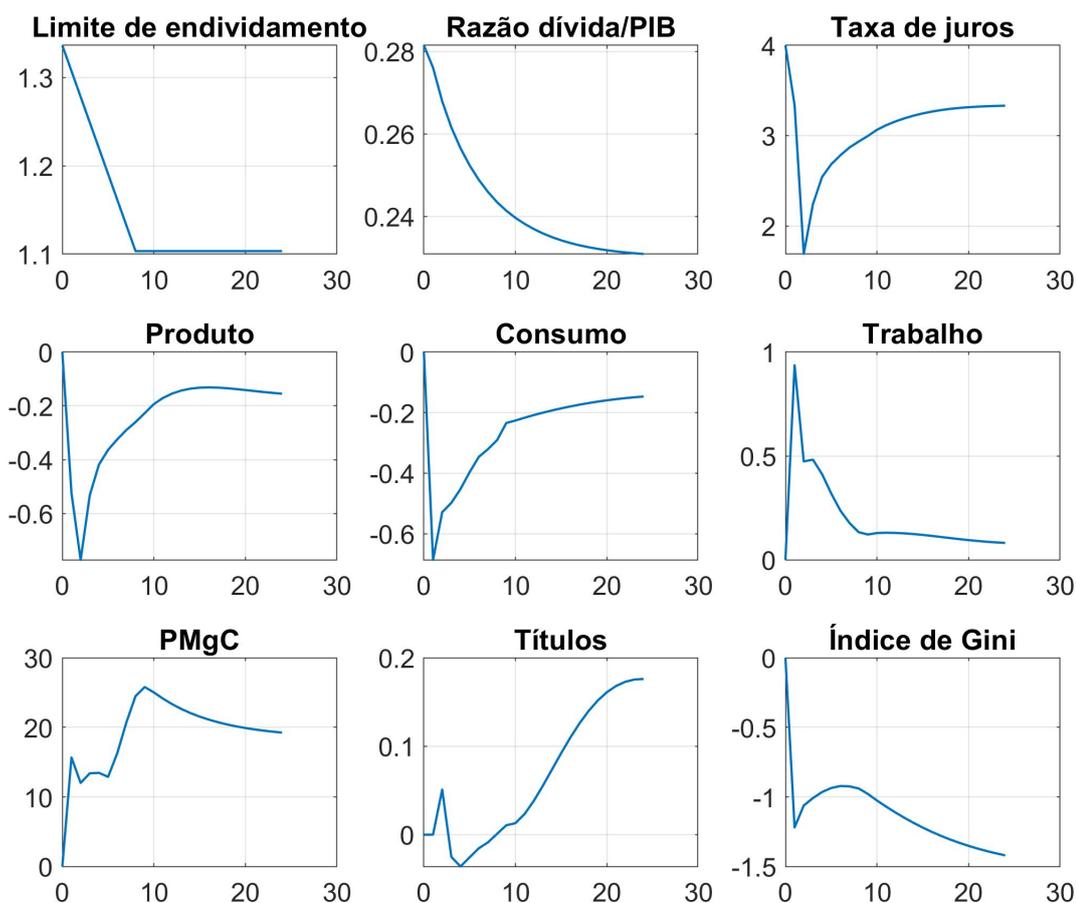


Figura 7 – Transição das variáveis agregadas

mais inicialmente e depois se estabilizando no novo valor de estado estacionário, menor que no primeiro caso. A resposta da oferta de trabalho é positiva e quantitativamente menor, atingindo um pico de mais de 0.6%. Por fim, a propensão marginal a consumir e a demanda por títulos apresentam evolução similar à situação com a taxa de desemprego menor, enquanto o índice de Gini cai menos agora.

Para encerrar, a tabela 3 retrata a comparação entre estados estacionários das variáveis relacionadas a aspectos distributivos, divididas por tipos de renda, igual fizemos anteriormente. Novamente, o consumo dos indivíduos de renda mais baixa caem, enquanto o dos mais ricos aumenta. Neste caso, as magnitudes são maiores. Para as variáveis de oferta de trabalho e propensão marginal a consumir, o crescimento qualitativo também é parecido com o modelo base. Os indivíduos mais pobres ofertam mais trabalho e têm um

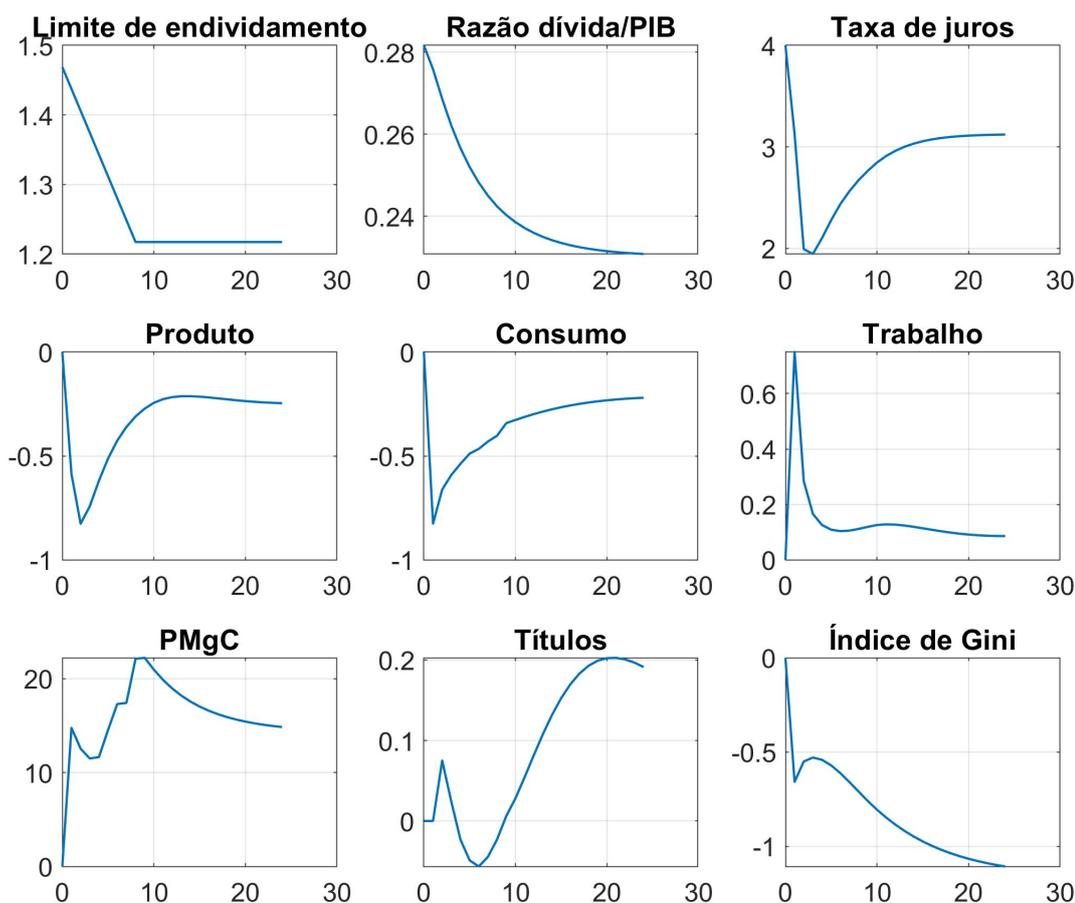


Figura 8 – Transição das variáveis agregadas

aumento na propensão a consumir, enquanto a oferta dos mais ricos cai e suas propensões aumentam menos.

#### 1.4.4 Cenários com incerteza

Nesta seção vamos fazer uma pequena alteração em relação ao cenário base. Neste os choques idiossincráticos seguiam um processo de Poisson de dois estados, interpretados como emprego e desemprego. Agora vamos estudar o caso em que essas duas taxas são iguais, e o valor dado a essa taxa única pode ser interpretado como uma forma simples de incerteza.<sup>5</sup> Posto isso, estudamos duas situações: uma com baixa incerteza e outra

<sup>5</sup> Para maiores detalhes, ver as notas de aula de Benjamin Moll sobre esse tipo de modelo, disponível em [http://www.princeton.edu/~moll/Lecture1\\_Stanford\\_235\\_web\\_nomovie.pdf](http://www.princeton.edu/~moll/Lecture1_Stanford_235_web_nomovie.pdf). Acessado em 25/06/2020.

Tabela 3 – Crescimento entre estados estacionários por tipo de renda (%)

	Consumo	Trabalho	PMgC
Desemp.	-1.11		23.87
1	-0.50	1.38	5.02
2	-0.37	1.16	5.44
3	-0.26	0.97	5.15
4	-0.18	0.78	5.06
5	-0.10	0.54	5.06
6	-0.02	0.24	5.01
7	0.05	-0.11	4.88
8	0.12	-0.45	4.50
9	0.17	-0.72	3.89
10	0.20	-0.87	3.15
11	0.22	-0.91	2.33
12	0.22	-0.84	1.62

com alta. Como discutimos antes, assim como é comum aumentar a probabilidade de desemprego em momentos de crise econômica, a incerteza também aumenta.

A figura 9 mostra a transição entre estados estacionários da situação com baixa incerteza, na qual adotamos um valor de 0.25, igual à taxa de transição para o emprego no modelo base.<sup>6</sup> Neste caso as magnitudes na transição de algumas variáveis são bem maiores que nos dois casos anteriores. A taxa de juros assume valores negativos por alguns trimestres, e produto e consumo caem por volta de 2% na fase inicial de ajuste. A propensão marginal a consumir aumenta em mais de 40% após dez trimestres, e a oferta de trabalho diminui após alguns trimestres, ao contrário de antes. Por fim, o índice de Gini também cai, mas em proporção menor que anteriormente.

A tabela 4 mostra a variação entre estados estacionários das variáveis por tipo de renda. Qualitativamente os resultados são parecidos com as situações anteriores, mas quantitativamente a principal mudança é o grande crescimento na propensão marginal a consumir, chegando a aumentar 50 e 60% para as faixas mais pobres.

O último caso analisado neste artigo está representado na figura 10. Nele, dobramos a taxa de incerteza para ver como isto afeta a transição dinâmica das variáveis macroe-

<sup>6</sup> Na prática seria como se os agentes tivessem a mesma probabilidade de ficar empregado ou desempregado.

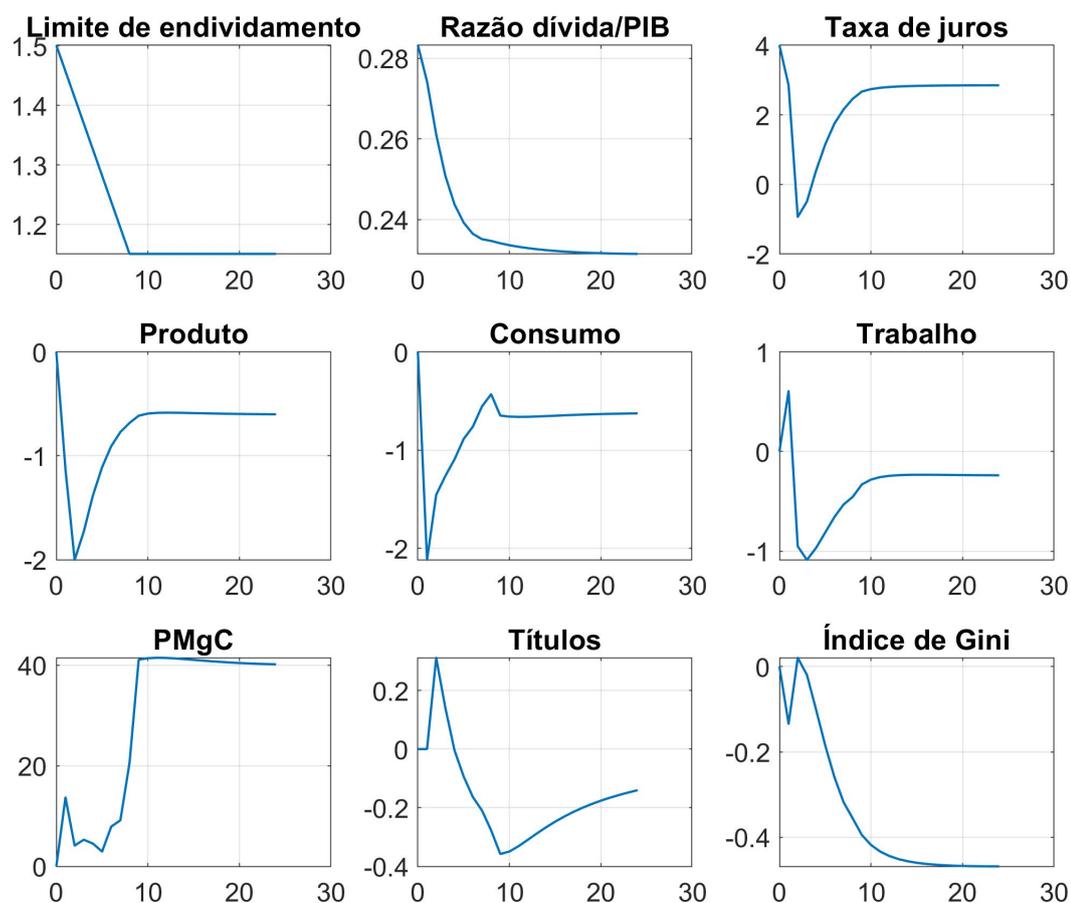


Figura 9 – Transição com baixa incerteza

Tabela 4 – Crescimento entre estados estacionários por tipo de renda (%)

	Consumo	Trabalho	PMgC
Desemp.	-1.43		50.26
1	-0.81	2.66	60.50
2	-0.39	1.58	13.32
3	0.04	0.17	-28.52
4	-0.15	0.80	5.14
5	-0.01	0.24	4.69
6	0.10	-0.21	4.37
7	0.19	-0.59	3.90
8	0.25	-0.86	3.59
9	0.30	-1.04	3.06
10	0.34	-1.13	2.56
11	0.36	-1.15	2.08
12	0.36	-1.10	1.60

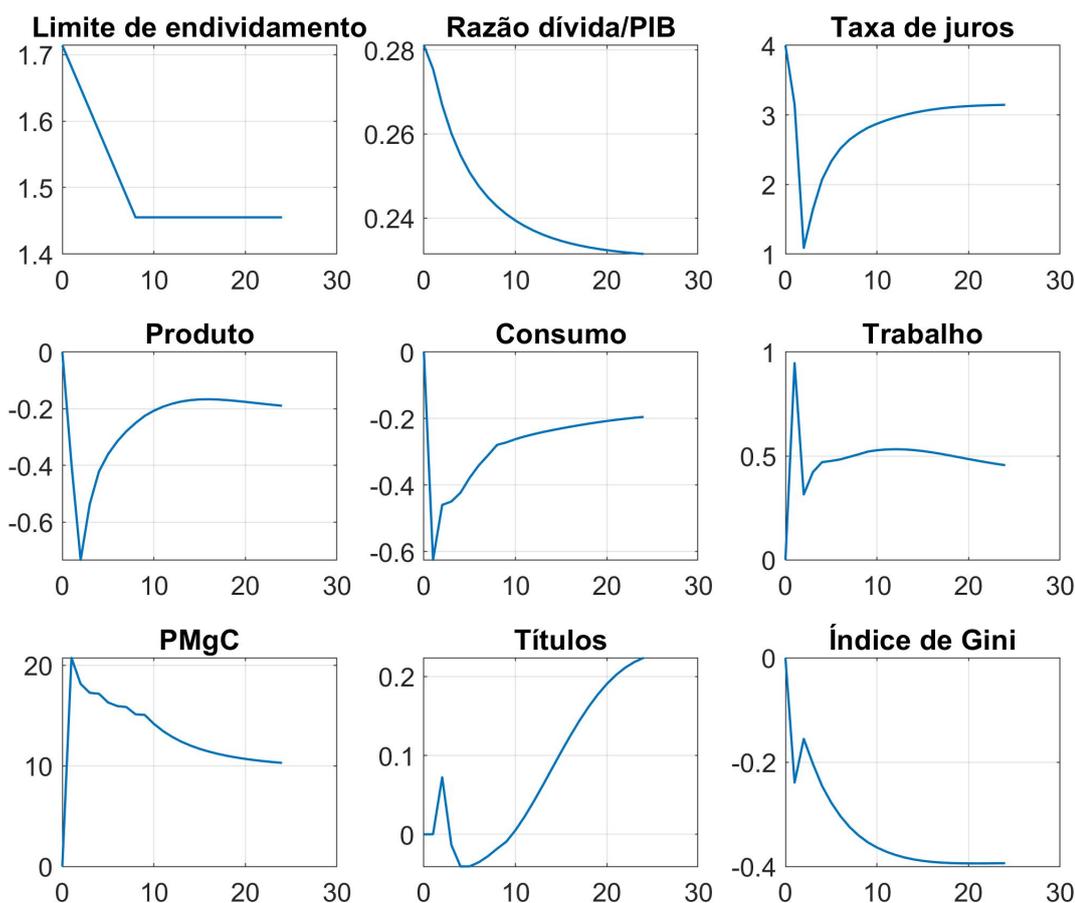


Figura 10 – Transição com alta incerteza

conômicas e o crescimento entre estados estacionários de aspectos distributivos. A direção da transição das variáveis é semelhante aos três casos anteriores, ou seja, um aperto na restrição de endividamento com diferentes taxas para o processo de Poisson de dois estados e taxas de incerteza resultam em respostas qualitativas parecidas. Novamente, a diferença está na magnitude das variações. Taxa de juros, produto, consumo e índice de Gini caem e permanecem em um estado estacionário menor em relação ao inicial. A propensão a consumir e a oferta de trabalho aumentam, enquanto a demanda por títulos varia mas retorna no longo prazo para zero, pois a oferta é constante entre estados estacionários.

Assim como a transição dinâmica tem direção parecida nos quatro casos analisados, o crescimento entre estados estacionários das variáveis distributivas também é similar. Os mais pobres diminuem consumo e ofertam mais trabalho, ao contrário das faixas mais

ricas. A propensão marginal a consumir aumenta mais para os menos favorecidos, sendo esta variável a única que apresenta respostas no mesmo sentido para todos os tipos de renda.

Tabela 5 – Crescimento entre estados estacionários por tipo de renda (%)

	Consumo	Trabalho	PMgC
Desemp.	-0.33		10.91
1	-1.00	7.29	12.05
2	-0.80	5.88	9.72
3	-0.59	4.24	9.55
4	-0.40	2.65	8.92
5	-0.23	1.38	8.35
6	-0.08	0.46	7.68
7	0.05	-0.13	6.96
8	0.17	-0.50	6.27
9	0.27	-0.73	5.59
10	0.35	-0.87	5.01
11	0.43	-0.95	4.49
12	0.49	-0.97	3.97

De modo geral, os resultados obtidos para taxa de juros e produto na transição dinâmica nos quatro casos se assemelham aos obtidos por [Guerrieri e Lorenzoni \(2017\)](#). Os autores estudam os efeitos de um *credit crunch* para os Estados Unidos, e também encontram uma diminuição inicial substantiva no produto e na taxa de juros, que acabam indo para um novo valor de estado estacionário menor. Com relação ao consumo, eles encontram que os indivíduos no percentil 50 de riqueza acabam consumindo menos no longo prazo, apesar de terem um aumento de consumo no início.

## 1.5 Conclusão

Este artigo estudou como a ocorrência de um *credit crunch*, dado via um aperto na restrição de endividamento dos agentes, afeta a transição dinâmica das variáveis macroeconômicas entre os dois estados estacionários. Para tanto, usamos um modelo com agentes heterogêneos em que a poupança se dá através de títulos públicos. Quatro situações foram analisadas. A primeira é o *baseline* em que as taxas de encontro e saída do emprego são calibradas para o Brasil. Na segunda dobramos o risco de se ficar desempregado, dado

que na última crise econômica a taxa de desemprego cresceu bastante. Por fim, estudamos dois casos com diferentes níveis de incerteza.

As respostas qualitativas das variáveis são muito parecidas, variando um pouco a magnitude. De modo geral, um choque que reduz a dívida dos indivíduos de 28% para 23% do PIB resulta em queda da taxa de juros, produto e consumo. No modelo com baixa incerteza a taxa de juros chega a ficar negativa por alguns trimestres. A propensão marginal a consumir tem um aumento considerável, de mais de 40% em um dos casos, até se estabilizar em um novo patamar de estado estacionário. A oferta de trabalho tem um pico inicial, mas no longo prazo aumenta muito pouco comparado ao início.

Com relação aos aspectos distributivos, o índice de Gini diminui após o aperto na restrição de endividamento, o que resulta em melhor distribuição de renda. A comparação entre estados estacionários do consumo, oferta de trabalho e propensão marginal a consumir por tipos de renda mostra que os mais pobres terminam com um consumo menor e ofertam mais trabalho, enquanto os indivíduos de renda mais alta consomem mais e ofertam menos. A propensão a consumir de todos aumenta, no entanto a dos mais pobres aumenta mais.

A agenda de pesquisa futura é ampla. Em primeiro lugar, uma extensão do modelo que incluísse um ativo ilíquido, como capital, ajudaria a gerar uma distribuição de riqueza com mais massa na calda superior. Além do mais, poderiam ser inclusas características Novo Keynesianas, como rigidez de preço, firmas intermediária e uma curva de Phillips. Por fim, a análise da transição dinâmica de variáveis distributivas também seria interessante.



## 2 Efeitos agregados e distributivos de regras fiscais em um modelo com agentes heterogêneos

### 2.1 Introdução

A regra de política fiscal importa para a resposta das variáveis macroeconômicas a choques? Como estes afetam os indivíduos ao longo da distribuição de renda, em função do instrumento de ajuste para sustentabilidade fiscal? Estas duas questões são o tema de estudo deste artigo, motivado pelo retorno de questões fiscais ao centro do debate acadêmico e político, num mundo desenvolvido pós-crise de 2007-2008, que buscava instrumentos monetários e fiscais de estímulo econômico, e no Brasil, que viveu uma profunda e longa crise econômica entre 2014 e 2016, concomitante a sucessivos rombos nas contas públicas nos últimos anos. Além do mais, o Brasil é conhecido como um dos mais desiguais do mundo, em termos de distribuição de renda, o que vem se agravando como consequência da crise econômica e tem despertado a atenção para os impactos distributivos das políticas públicas, especialmente de políticas fiscais que mantenham a solvência do governo no longo prazo.

A principal contribuição deste artigo é simular um modelo com agentes heterogêneos e rigidez nominal de preços (*Heterogenous Agent New-Keynesian - HANK*, [Kaplan, Moll e Violante \(2018\)](#)) calibrado para a economia brasileira. Com base em dados de [Meghir, Narita e Robin \(2015b\)](#), calibram-se as taxas de encontro e destruição de empregos para o Brasil, o que resulta em heterogeneidade de renda e riqueza entre os indivíduos no modelo. Isso possibilita o estudo de questões distributivas, além de permitir uma análise mais realista das variáveis agregadas, pois os indivíduos de classe de renda diferentes têm diferentes propensões marginais a consumir.

A literatura que dialoga com este artigo é aquela que estuda os efeitos de choques sobre variáveis macroeconômicas, bem como avalia questões distributivas decorrentes deles. No primeiro caso, [Kaplan e Violante \(2018\)](#) mostram como choques resultam em respostas diferentes entre modelos com agente representativo (*Representative Agent New Keynesian*

- *RANK*) e agentes heterogêneos (*HANK*). Já sobre aspectos distributivos de choques, [Ma \(2017\)](#) estuda como choques de gastos afetam de forma diferente o consumo de ricos e pobres, enquanto [Coibion et al. \(2012\)](#) analisam o impacto de uma política monetária contracionista sobre desigualdade de salário, consumo e gastos.

A primeira questão a ser respondida é se a forma como o governo ajusta o orçamento, ou seja, que instrumento fiscal responde para garantir o atendimento da sua restrição orçamentária intertemporal, afeta a resposta de variáveis agregadas a choques de produtividade, monetário e fiscal. No modelo utilizado, há duas maneiras possíveis para atendimento da restrição orçamentária: por meio de emissão de dívida ou de ajuste de transferências. [Kaplan e Violante \(2018\)](#) argumentam que modelos com agentes representativos são inadequados para se estudar os efeitos de estímulo fiscal sob a forma de transferência, por conta da equivalência Ricardiana. Nesse caso, não há efeito agregado sobre consumo e produto. Como forma de contornar tal deficiência, o modelo usado propõe agentes heterogêneos em relação à renda, bem como uma regra de transferências que depende inversamente da renda, aproximando de forma mais realista programas de transferências em comparação a suposição simplista de transferências lump-sum.

A segunda questão trata dos efeitos distributivos de choques, ou seja, como eles afetam de forma heterogênea indivíduos com diferentes rendas. Para tanto, analisam-se as três variáveis de escolhas dos agentes, compostas por consumo, poupança e oferta de trabalho, divididos em três grupos de renda: os 10% mais pobres, os 10% mais ricos e os 80% intermediários. Com o avanço dos modelos macroeconômicos e das técnicas computacionais, tornou-se possível estudar os aspectos distributivos dentro de um arcabouço Novo-Keynesiano, negligenciados até então.

O modelo utilizado como base para o estudo dos temas de interesse é uma junção da literatura de mercados incompletos com a Novo Keynesiana. A primeira permite-nos estudar a interação entre macroeconomia e heterogeneidade, ou seja, a distribuição de renda é importante para o ciclo de negócios, assim como este afeta a desigualdade. Já a segunda propicia a inclusão de fricções no modelo, muito utilizadas na literatura de

agentes representativos (RANK). O uso de modelos com agentes heterogêneos (HANK) está crescendo bastante recentemente, em função do avanço computacional e das técnicas de resolução, mas também da constatação de que heterogeneidade impacta bastante a resposta de variáveis macroeconômicas a choques diversos (AHN et al., 2018; KAPLAN; VIOLANTE, 2018).

Em síntese, parte-se do modelo de Huggett (1993) com preços rígidos em tempo contínuo, principalmente pelas vantagens que este modelo apresenta. Achdou et al. (2017) mostram que, em relação ao uso de tempo discreto, o contínuo ajuda a lidar com a restrição de endividamento; facilita a solução numérica das condições de primeira ordem; e apresenta uma forma em espaço de estado discretizado muito mais esparsa, melhorando a eficiência do algoritmo, o que se torna uma vantagem computacional. Além disso, o modelo em tempo contínuo possibilita usar a *toolbox* de Matlab desenvolvida por Ahn et al. (2018) na simulação do mesmo. De modo geral, o algoritmo simula o modelo em quatro passos: primeiro, ele encontra o estado estacionário sem choques agregados, usando o método de diferenças finitas de Achdou et al. (2017). Depois, ele faz uma expansão de Taylor de primeira ordem do modelo discretizado com choques agregados. No entanto, isso resulta em um grande sistema linear de equações diferenciais estocásticas. O próximo passo é reduzir a dimensionalidade desse sistema e, por fim, usar técnicas de solução padrão para resolvê-lo.

Com relação à primeira pergunta, a simulação do modelo mostra que as variáveis macroeconômicas respondem de forma similar aos choques de produtividade e monetário, quando se varia o instrumento fiscal responsável pelo atendimento da restrição orçamentária do governo. Já para os choques fiscais, os efeitos dependem do tipo de regra fiscal. Para os efeitos distributivos, a segunda pergunta de interesse deste artigo, os resultados mostram que, quando é a dívida a variável de ajuste do orçamento, há efeitos inversos entre os mais pobres e os mais ricos, para choques de produtividade, monetário e fiscal. Sob a regra fiscal de ajuste de transferência, um choque de produtividade ou monetário produz efeitos parecidos qualitativamente com os obtidos anteriormente, já um choque fiscal tem efeitos diferenciados sobre oferta de trabalho dos mais pobres e os resultados dependem se o

instrumento é dívida ou transferências, como se verá adiante.

Na próxima seção, é feita uma revisão da literatura relacionada a este artigo. Na seção seguinte, apresenta-se o modelo que é utilizado para responder às perguntas de interesse deste estudo, além de explicar o método de solução e a estratégia de calibração para a economia brasileira. Na seção 4 são apresentados os resultados provenientes da simulação e, por fim, encerra-se com a conclusão.

## 2.2 Revisão de literatura: heterogeneidade importa

A literatura de agentes heterogêneos cresceu bastante recentemente em função do avanço computacional, pois esses modelos são mais difíceis de serem resolvidos numericamente. A grande vantagem dessa literatura é que ela permite uma melhor análise da interação entre desigualdade e macroeconomia. Por um lado, é possível analisar como variáveis agregadas respondem de modo diferente quando há heterogeneidade entre os indivíduos, e por outro esse *framework* permite estudar o impacto de choques agregados sobre distribuição de renda. [Krusell e Smith, Jr. \(1998\)](#) é o artigo seminal dessa literatura, no qual os autores usam um modelo estocástico de crescimento com mercados incompletos para estudar como a distribuição na renda e riqueza afeta as variáveis macroeconômicas. A principal contribuição foi mostrar que o comportamento destas variáveis podia ser descrito usando somente a média da distribuição de riqueza, resultado conhecido como agregação aproximada. No entanto, as séries de tempo simuladas pelo modelo com mercados incompletos se assemelham bastante às do modelo padrão com agente representativo (RANK).

[Ahn et al. \(2018\)](#) argumentam que os economistas, por muito tempo, deram pouca atenção aos modelos com agentes heterogêneos por dois motivos: dificuldades computacionais e os resultados obtidos por [Krusell e Smith, Jr. \(1998\)](#). No entanto, a computação avança em ritmo acelerado e os modelos também evoluíram bastante, obtendo resultados diferentes do artigo citado, em que os indivíduos que importam para a dinâmica macroeconômica são aqueles que detêm grande parte da riqueza, mas também são os que

conseguem reagir às flutuações e possuem menor propensão marginal a consumir. Nos modelos mais recentes, há a inclusão de características Novo Keynesianas e uma melhor representação da heterogeneidade, juntando duas literaturas antes separadas.

[Ahn et al. \(2018\)](#) mostram que, num modelo com dois ativos, um líquido e outro ilíquido, há a geração dos indivíduos chamados "wealthy hand-to-mouth", que são aqueles que endogenamente possuem toda sua riqueza em ativos ilíquidos, e que portanto consomem toda sua renda disponível e têm alta propensão marginal a consumir, em linha com a evidência empírica.

As principais referências na literatura para o presente artigo podem ser dividida em três partes, apesar de haver intersecção entre elas. A primeira é aquela que estuda os efeitos de choques agregados sobre variáveis macroeconômicas na presença de heterogeneidade, contrapondo-os aos efeitos em modelos com agentes representativos (*HANK versus RANK*). A segunda analisa os efeitos distributivos de choques e como afetam de forma diferente os indivíduos com renda e/ou riqueza distintas. Por fim, temos a literatura que estuda política fiscal e como ela importa nesse tipo de modelo, dado que não há equivalência Ricardiana neste caso para todos os agentes.

Na primeira parte da literatura, [Krueger, Mitman e Perri \(2016\)](#) mostram como a presença de heterogeneidade de renda, riqueza e preferência amplificam o impacto de choques agregados, quando há muitos indivíduos pobres.<sup>1</sup> [Kaplan e Violante \(2018\)](#) argumentam que o grau de equivalência entre um modelo de agente representativo e outro com agentes heterogêneos depende do choque analisado. [Ahn et al. \(2018\)](#) mostram que o modelo deles é consistente com duas características difíceis de serem previstas por modelos de agentes representativos: a sensibilidade do consumo a mudanças previstas na renda agregada e a suavidade do consumo agregado. Além do mais, estudam os efeitos de choques de produtividade do capital e de produtividade do trabalho não qualificado sobre desigualdade de renda e do consumo. [Auclert e Rognlie \(2018\)](#) estudam os efeitos de mudanças na distribuição de renda sobre o consumo e o produto. Uma transitória redistribuição de renda pode levar a declínio nos dois, apesar do efeito ser pequeno. No

---

<sup>1</sup> [Amromin, Nardi e Schulze \(2017\)](#) encontram resultado semelhante.

longo prazo, um aumento no risco idiossincrático da renda, com efeitos sobre desigualdade, pode ter um impacto grande. Por fim, [Amromin, Nardi e Schulze \(2017\)](#) mostram que a grande presença de indivíduos pobres e com restrição de crédito, e que têm alta propensão a consumir, amplificam a queda no consumo agregado em resposta a um choque real agregado negativo. Além do mais, mostram que após a Grande Recessão a quantidade de indivíduos com restrição de crédito aumentou muito, o que correlaciona com a grande e persistente queda no consumo desde então.

Na segunda parte da literatura, aquela que estuda efeitos distributivos de choques, [Gornemann, Kuester e Nakajima \(2013\)](#) encontram substanciais efeitos redistributivos de choques de política monetária. Um choque contracionista, por exemplo, aumenta a renda e o bem-estar dos 5% mais ricos, enquanto os 95% restantes veem sua renda e bem-estar diminuírem. Resultado semelhante é encontrado por [Kaplan e Violante \(2018\)](#). Neste trabalho, um choque negativo de juros aumenta o consumo do 1% mais rico da população, em termos de ativo líquido, e diminui o consumo dos 25% mais ricos e 25% mais pobres. Ainda nessa linha, [Coibion et al. \(2012\)](#) encontram que uma política monetária contracionista aumenta a desigualdade de salários, renda total, consumo e despesas totais nos Estados Unidos de 1980 em diante. Por fim, [Ma \(2017\)](#) mostra que um aumento no gasto do governo aumenta o consumo dos pobres e diminui o dos ricos. O efeito se dá via aumento no emprego e salário dos pobres.

A última linha da literatura relacionada a este artigo estuda a interação entre política fiscal e o ciclo real de negócios. [Kaplan e Violante \(2014\)](#) desenvolvem um modelo que contabiliza a evidência empírica de que 25% do estímulo fiscal nos EUA dado sob a forma de restituição de impostos é gasto em consumo de não duráveis no trimestre em que é recebida. [McKay e Reis \(2016\)](#) analisam os efeitos dos estabilizadores automáticos sobre a dinâmica do ciclo de negócios americano, e encontram que os programas de impostos e transferências que afetam desigualdade e seguro social têm grande efeito na volatilidade agregada, enquanto estabilizadores da renda disponível têm efeitos negligíveis. [Oh e Reis \(2012\)](#) mostram que transferências *lump sum* direcionadas impulsionam o produto e o emprego via dois canais, denominados de neoclássico (aumento da oferta de trabalho) e

keynesiano (transferência de recurso para indivíduos com maior propensão marginal a consumir). [Heathcote \(2005\)](#) estuda o efeito de cortes de impostos sobre o consumo, e acha um impacto de 29 centavos para cada dólar perdido de receita, duas vezes maior que o mesmo sobre o investimento. Por fim, [Brinca et al. \(2016\)](#) encontram que o multiplicador fiscal é muito sensível à fração de indivíduos com restrição de crédito e ao nível médio de riqueza da economia.

## 2.3 Metodologia

### 2.3.1 Modelo

O modelo utilizado para o estudo das questões de interesse é uma junção da literatura de mercados incompletos ([AIYAGARI, 1994](#); [HUGGETT, 1993](#)) com a Novo Keynesiana. Suas principais características são a inclusão de choques idiossincráticos de salários, restrição de endividamento, *sticky prices* e tempo contínuo. Esta última foi escolhida por facilitar a resolução do modelo e permitir o uso da metodologia desenvolvida por [Ahn et al. \(2018\)](#). A seguir, apresentam-se os setores da economia e a lógica de decisão dos agentes em cada setor, enfatizando o comportamento fiscal do governo.

#### 2.3.1.1 Agentes

Os agentes maximizam a seguinte função de utilidade, na qual o consumo é valorizado e há desutilidade do trabalho

$$\max_{c,l} \int_0^{\infty} e^{-\rho t} \left( \frac{c_t^{1-\gamma}}{1-\gamma} - \phi_0 \frac{l_t^{1+\phi_1}}{1+\phi_1} \right) dt \quad (2.1)$$

Sujeitos às restrições orçamentárias e de endividamento

$$\dot{a}_t = r_t a_t + (1 - \tau_t) w_t z_t l_t + T_t + \Pi_t - c_t \quad (2.2)$$

$$a_t \geq \underline{a} \quad (2.3)$$

em que  $a_t$  é a riqueza do indivíduo,  $r_t$  é a taxa de juros real,  $\tau_t$  é o imposto sobre a renda,  $w_t$  é salário,  $z_t$  é o choque idiossincrático e segue um processo de Poisson de dois estados com intensidade  $\lambda_i(z_i)$ ,  $T_t$  é transferência *lump sum* e  $\Pi_t$  é a participação no lucro das firmas, distribuídos de forma inversamente proporcional e proporcional à renda individual, respectivamente. Os inversos dos parâmetros  $\gamma$  e  $\phi_1$  determinam, respectivamente, as elasticidades de substituição intertemporal e de oferta de trabalho (Frisch). Por último,  $\phi_0$  é o parâmetro de desutilidade do trabalho. Os indivíduos são diferentes em três variáveis: na renda, nas transferências e na quantidade de ativo financeiro. A equação de Hamilton-Jacobi-Bellman sintetiza o problema de maximização dos indivíduos, a partir do qual obtemos as escolhas ótimas de consumo, oferta de trabalho e poupança. Ela tem o seguinte formato

$$\rho V_i(a) = \max_{c,l} u(c,l) + (ra + (1 - \tau)wz_l l + T + \Pi - c) \partial_a V_i(a) + \lambda_i(V_j(a) - V_i(a)) \quad (2.4)$$

A equação de Kolmogorov *forward* (Fokker-Planck) mostra a evolução da distribuição de riqueza, e é dada por

$$0 = -\partial_a(s_i(a)g_i(a)) - \lambda_i g_i(a) + \lambda_j g_j(a) \quad (2.5)$$

para  $i=1,2$ , os dois estados do processo de Poisson e  $j \neq i$

em que  $s(a, z) = ra + (1 - \tau)wz_l l + T + \Pi - c(a, z)$  é a *policy function* de poupança e  $c(a, z) = (u')^{-1} \partial_a V(a, z)$  a de consumo.

Achdou et al. (2017) mostram como lidar com as restrições de estado. A restrição de endividamento 2.3 não entra na equação 2.4 porque nessa formulação em tempo contínuo a restrição nunca é satisfeita com igualdade (*bind*) no interior do estado de espaço, o que

resulta em condições de primeira ordem não distorcidas em todo o espaço. Portanto, a restrição 2.3 dá lugar à condição de restrição de estado na fronteira quando  $a = \underline{a}$  igual a

$$\partial_a V(\underline{a}, z) \geq u'(ra + (1 - \tau)wzl + T + \Pi), \quad \forall z \quad (2.6)$$

### 2.3.1.2 Bem final

A firma produtora do bem final opera em um mercado de competição perfeita, utiliza como insumo os bens intermediários e produz o bem usando o seguinte agregador CES (*Constant Elasticity of Substitution*)

$$Y_t = \left( \int_0^1 y_{j,t}^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} dj \right)^{\frac{\epsilon}{1-\epsilon}} \quad (2.7)$$

A minimização de custos da firma resulta na seguinte demanda por bens intermediários

$$y_{j,t}(p_{j,t}) = \left( \frac{p_{j,t}}{P_t} \right)^{-\epsilon} Y_t \quad (2.8)$$

$$\text{em que } P_t = \left( \int_0^1 p_{j,t}^{1-\epsilon} dj \right)^{\frac{1}{1-\epsilon}}$$

### 2.3.1.3 Bem intermediário

A firma produtora de bens intermediários utiliza trabalho como insumo e está sujeita a choques comuns de produtividade. Sua função de produção é

$$y_{j,t} = PTF_t n_{j,t} \quad (2.9)$$

Em que PTF é a produtividade total dos fatores. Esta produtividade está sujeita a

um choque que segue um processo de Ornstein-Uhlenbeck, do seguinte tipo

$$PTF_t = PTF_0 + u_t \quad (2.10)$$

$$du_t = -\theta_{PTF}u_t + \sigma_t dW_t \quad (2.11)$$

$\theta_{PTF}$  é a taxa com que o processo vai em direção a zero e  $\sigma_t dW_t$  é a difusão do mesmo.  $PTF_0$  é a produtividade de estado estacionário.

Resolvendo o problema de minimização de custos, temos o custo marginal comum a todas as firmas

$$m_t = \frac{w_t}{PTF_t} \quad (2.12)$$

sendo  $w_t$  igual ao produto marginal do trabalho. Além do mais, possuem custos de ajustamento de preços dado por

$$\Theta \left( \frac{\dot{p}_t}{p_t} \right) = \frac{\theta}{2} \left( \frac{\dot{p}_t}{p_t} \right)^2 Y_t \quad (2.13)$$

A firma maximiza o lucro, dado por

$$d_t(j) = \left( \frac{p_t(j)}{P_t} - m_t \right) y_t(j) - \Theta \left( \frac{\dot{p}_t(j)}{p_t(j)} \right) \quad (2.14)$$

Portanto, cada firma intermediária escolhe o preço de modo a maximizar intertemporalmente os lucros sujeitos a custos de ajustamento de preços. Omitindo a dependência

dos preços em  $j$ , temos o seguinte problema

$$\max_{p_t} \int_0^{\infty} e^{-\int_0^t r_s ds} \left\{ \left( \frac{p_t}{P_t} - m_t \right) y_t - \Theta \left( \frac{\dot{p}_t}{p_t} \right) \right\} dt \quad (2.15)$$

sujeito a

$$y_t = \left( \frac{p_t}{P_t} \right)^{-\epsilon} Y_t \quad (2.16)$$

A solução do problema resulta na curva de Phillips Novo Keynesiana em tempo contínuo<sup>2</sup>

$$\left( r_t - \frac{\dot{Y}_t}{Y_t} \right) \pi_t = \frac{\epsilon}{\theta} (m_t - m^*) + \dot{\pi}_t, \quad m^* = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} \quad (2.17)$$

#### 2.3.1.4 Política monetária

A política monetária é dada pela seguinte regra de Taylor, na qual o juros nominal depende do juro de equilíbrio, da inflação e do *gap* do produto

$$i_t = \bar{r} + \phi_{\pi} \pi_t + \phi_y (y_t - \bar{y}) + \varepsilon_t \quad (2.18)$$

o choque de política monetária segue o processo estocástico de Ornstein-Uhlenbeck

$$d\varepsilon_t = -\theta_{PM} \varepsilon_t + \sigma_t dW_t \quad (2.19)$$

$\theta_{PM}$  é a taxa com que o processo vai em direção a zero e  $\sigma_t dW_t$  é a difusão do mesmo.

<sup>2</sup> A derivação completa está disponível no apêndice online de [Kaplan, Moll e Violante \(2018\)](#).

Dados juro nominal e inflação, temos o juro real pela equação de Fischer

$$r_t = i_t - \pi_t \quad (2.20)$$

### 2.3.1.5 Governo

O governo emite o único ativo financeiro da economia, o título público, possui gastos exógenos, faz transferências para as famílias e cobra um imposto de renda proporcional. Fora do estado estacionário, adota duas possibilidades de regra fiscal para atender a sua restrição orçamentária: por meio de emissão de nova dívida ou por ajuste das transferências aos agentes. A restrição de fluxo do Governo é

$$\dot{B}_t^g + G_t + T_t = \tau_t \int w_t z l_t(a, z) g_t(a, z) da dz + r_t B_t^g \quad (2.21)$$

Neste ponto, as duas regras fiscais já mencionadas são especificadas. A primeira supõe que o Governo está sempre disposto a ajustar a dívida para equilibrar o orçamento, o que permite reescrever a restrição como:

$$\dot{B}_t^g = \tau_t \int w_t z l_t(a, z) g_t(a, z) da dz + r_t B_t^g - T_t - G_t \quad (2.22)$$

A segunda regra fiscal proposta mimetiza um fato estilizado em que variável de ajuste fiscal é a transferência, visto que, em geral, essa é a parcela menos inflexível do orçamento público brasileiro e depende dos objetivos de política social do governo. Neste caso, a restrição se modifica para:

$$T_t = \tau_t \int w_t z l_t(a, z) g_t(a, z) da dz + r_t B_t^g - G_t - \dot{B}_t^g \quad (2.23)$$

Nos dois casos, as variáveis transferência e gasto exógeno do governo recebem choques que seguem um processo de Ornstein-Uhlenbeck idênticos aos outros dois explicados

anteriormente, caracterizando choques de política fiscal tradicionais.

### 2.3.2 Equilíbrio

O equilíbrio dessa economia é dado por trajetórias para as escolhas dos indivíduos e firmas  $\{c_t, l_t, a_t, n_t(j), y_t(j), p_t(j)\}_{t \geq 0}$ , preços  $\{p_t, w_t, r_t\}_{t \geq 0}$ , distribuição sobre ativos e salários  $g(a, z)$ , variáveis fiscais  $\{\tau_t, T_t, G_t, B_t\}$  e quantidades agregadas, tal que

- i) Indivíduos e firmas maximizam suas funções objetivos e tomam como dados os preços de equilíbrio, impostos e transferências.
- ii) A distribuição de ativos e salários satisfaz a equação de Kolmogorov *forward*.
- iii) A restrição orçamentária do governo é satisfeita.
- iv) Todos os mercados se equilibram, compostos por mercado de títulos, bens e trabalho.

O equilíbrio no mercado de título é dado por

$$B_t^g = \int ag_t(a, z)dadz \quad (2.24)$$

Já a condição de equilíbrio no mercado de trabalho é

$$\int zl_t(a, z)g_t(a, z)dadz = N_t \quad (2.25)$$

Por fim, a lei de Walras implica o equilíbrio no mercado de bens.

### 2.3.3 Método de solução

A metodologia computacional escolhida para resolver o modelo de agentes heterogêneos foi desenvolvida por [Ahn et al. \(2018\)](#), e os autores disponibilizam uma *toolbox* de Matlab que implementa o algoritmo deles.<sup>3</sup> Todo o processo de resolução do modelo se resume em quatro passos, os quais descreverei de forma sucinta. Em primeiro lugar, o algoritmo encontra o estado estacionário do modelo sem choques agregados, mas com

<sup>3</sup> Ver <https://github.com/gregkaplan/phact>, acessado em 03/07/2019.

choques idiossincráticos, usando uma aproximação global não-linear. Os autores usam o método de diferenças finitas de [Achdou et al. \(2017\)](#), mas frisam que outros métodos podem ser usados. O resultado é um estado estacionário discretizado com uma distribuição não degenerada dos agentes sobre as variáveis de estado individuais.

O segundo passo é computar uma expansão de Taylor de primeira ordem do modelo discretizado com choques agregados em torno do estado estacionário, o que resulta em um sistema com muitas equações estocásticas diferenciais, porém linear. O próximo passo é reduzir a dimensão do sistema, projetando a distribuição sobre os ativos e a função valor, objetos de alta dimensão, em sub espaços com menor dimensão. Por fim, o sistema é solucionado com técnicas padrão na literatura.

### 2.3.4 Calibração

Abaixo, temos a tabela 6 com os valores dos parâmetros do modelo e a fonte da informação, baseada na literatura ou o alvo para o parâmetro.

Tabela 6 – Parâmetros calibrados

Parâmetro	Descrição	Valor	Fonte ou alvo
$\gamma$	Coefficiente de aversão ao risco	1	
$\phi_1$	Elasticidade Frisch	0.5	
$\phi_0$	Desutilidade do trabalho	0.85	$h=1/3$
$\epsilon$	Elasticidade de substituição	11	<a href="#">Castro et al. (2015)</a>
$\theta$	Custo de ajustamento de preço	100	<a href="#">Kaplan, Moll e Violante (2018)</a>
$\tau$	Imposto de renda	0.35	<a href="#">Castro et al. (2015)</a>
T	Transferência	0.09	Cálculo próprio
$\phi_\pi$	Coefficiente da inflação Taylor	2.43	<a href="#">Castro et al. (2015)</a>
$\phi_y$	Coefficiente do produto Taylor	0.16	<a href="#">Castro et al. (2015)</a>

Além do mais, em estado estacionário o juros é 0.0159, equivalente a uma taxa de 6,5% anual, e a taxa de desconto  $\rho$  é 0.0171 (7,05% anual). Com relação às intensidades do processo de Poisson de dois estados, elas podem ser interpretadas como taxas de saída do desemprego (*job finding rate*) e de destruição de empregos (*job destruction rate*). Estes parâmetros foram calibrados a partir do trabalho de [Meghir, Narita e Robin \(2015b\)](#), sendo que, no primeiro caso, soma-se os valores de transição mensal de desempregados para empregos formal e informal, o que resulta no valor de 25%, e, no segundo, faz-se uma média

ponderada entre as saídas do emprego formal e informal para o desemprego, obtendo-se o percentual de 3,82%. Com relação às transferências, o valor de estado estacionário é de 9% do PIB. Este valor é aproximadamente a soma do total gasto com Previdência Social e benefícios de prestação continuada no primeiro trimestre de 2018, de acordo com dados do Tesouro Nacional.

Por fim, calibra-se um valor para o ativo líquido como múltiplo de PIB trimestral. Fazendo o cálculo da dívida bruta brasileira sobre o PIB no primeiro trimestre de 2018, temos um múltiplo de 3, aproximadamente. Portanto, em estado estacionário a quantia de títulos públicos emitidos é três vezes o valor do PIB trimestral.

## 2.4 Resultados

### 2.4.1 Estado estacionário

Nesta seção, são apresentados dois gráficos que ilustram duas importantes funções no estado estacionário do modelo utilizado: a distribuição dos agentes ao longo do *grid* de ativo líquido (título público) e a *policy function* de poupança. A figura 11 mostra uma característica comum a modelos de agentes heterogêneos com somente um ativo, a presença de muitos indivíduos pobres e pouca massa na calda superior (KAPLAN; VIOLANTE, 2018). No modelo, adota-se um *grid* com início em -1 (*borrowing constraint*) até trinta<sup>4</sup>, e, como pode ser observado, quase toda a massa de indivíduos se concentra no intervalo entre -1 e 8, aproximadamente, considerando os dois tipos de choques sobre os salários: a situação 1 é relativa ao choque de renda baixa, que também pode ser interpretada como desemprego, e a 2 é o choque de renda alta, em que o indivíduo está empregado.

A figura 12 mostra a *policy function* de poupança e ela tem um formato semelhante à obtida por Achdou et al. (2017). Três características merecem destaque. A primeira está no fato da função ter uma derivada ilimitada perto da restrição de endividamento para o indivíduo de tipo mais baixo, no caso aquele que se encontra desempregado. A implicação

<sup>4</sup> Os valores e a amplitude do *grid* escolhidos não mudam o fato de o modelo gerar muitos indivíduos pobres e poucos na calda superior.

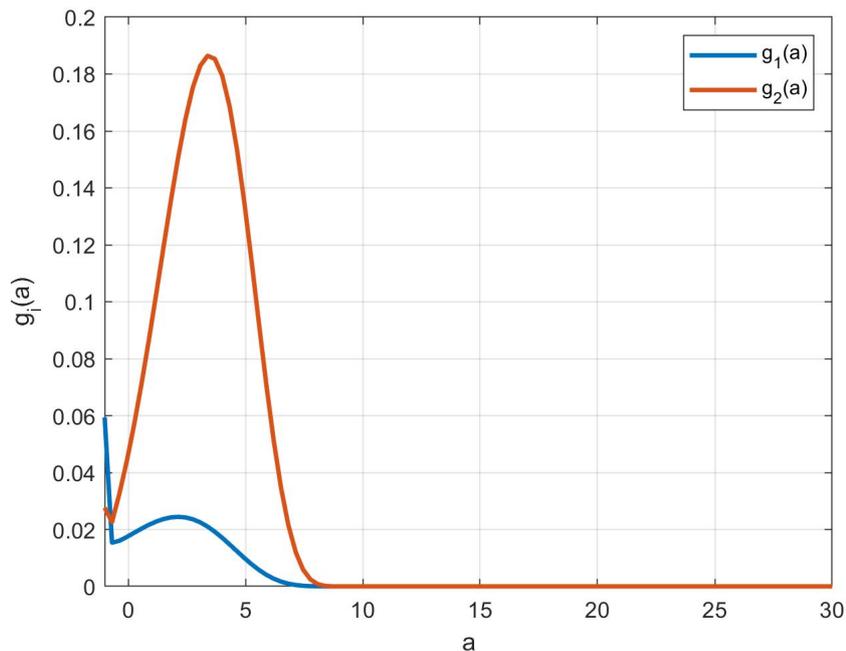


Figura 11 – Distribuição de ativos de acordo com choque sobre salário

é que o indivíduo vai alcançar a restrição em tempo finito, dado uma sucessão de choques que diminuam a renda, por exemplo, ele fica desempregado por vários períodos.<sup>5</sup> A segunda e a terceira dizem respeito a quem vai poupar e quem vai tomar emprestado no modelo. Como a figura mostra, os indivíduos de renda mais baixa têm poupança negativa, enquanto os de renda mais alta conseguem investir em títulos públicos.

## 2.4.2 Choques sobre variáveis agregadas

Nesta seção, apresenta-se como as variáveis macroeconômicas reagem a choques de política monetária, produtividade (PTF), gasto e transferência sob as duas regras fiscais propostas neste estudo: ajustando dívida (linha em vermelho) ou transferências (linha em preto). Com relação aos choques monetário e de produtividade, os resultados obtidos são semelhantes sob as duas formas de atender à restrição orçamentária do governo. [Kaplan e Violante \(2018\)](#) também encontram resultado parecido para a variação do consumo.

A figura 13 mostra a função de impulso resposta a um choque positivo de política monetária. Todas as variáveis macroeconômicas têm o sinal esperado, pois inflação, con-

<sup>5</sup> [Achdou et al. \(2017\)](#) mostra essa propriedade formalmente.

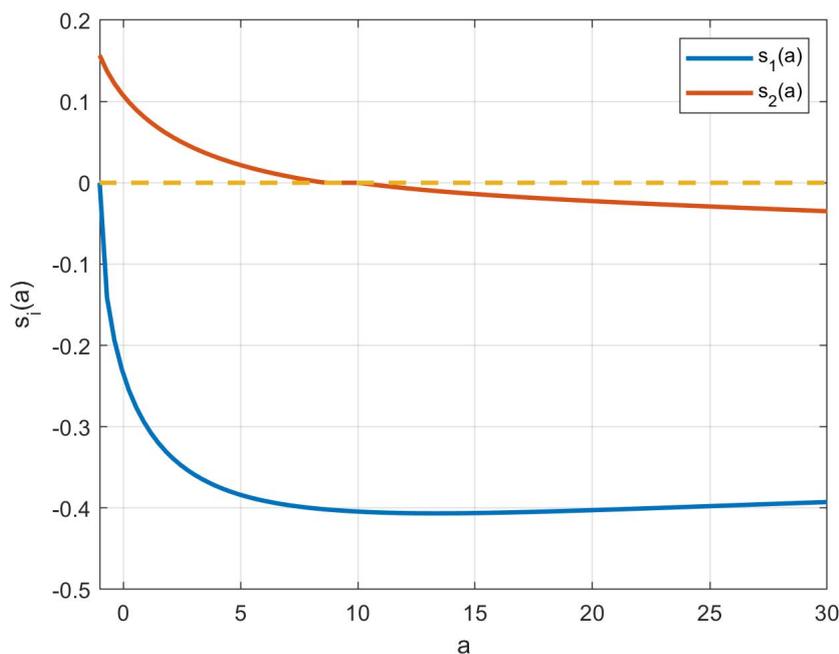


Figura 12 – *Policy function* da poupança de acordo com choque sobre salário

sumo, PIB, oferta de trabalho e salário caem. Comparando os resultados entre as regras fiscais, observamos que o consumo cai mais quando se ajusta a dívida, possivelmente pelo efeito de um aumento na quantidade de ativo líquido resultar em uma maior poupança e menos consumo. Por outro lado, o ajuste através de transferências resulta em uma queda maior da oferta de trabalho e do PIB. Inflação e salário têm dinâmicas muito semelhante sob as duas regras.

Já com relação ao choque positivo de produtividade, a inflação cai devido à diminuição do custo marginal das firmas. Consumo e PIB aumentam por conta do aumento da renda disponível. Sob a regra de dívida, o consumo aumenta um pouco mais, no entanto a oferta de trabalho diminui mais, o que resulta em um crescimento menor do PIB. Salário cresce um pouco mais com transferência como variável de ajuste, e inflação tem dinâmicas muito parecidas entre as regras. Uma diferença importante em relação a um modelo de agente representativo padrão é que ele produz queda da oferta de trabalho e do salário, sendo que no modelo utilizado neste estudo só a oferta de trabalho cai. A diferença está na ausência de capital no modelo aqui aplicado, sendo trabalho o único insumo utilizado pelas firmas intermediárias. Portanto, um choque positivo de PTF aumenta a produtividade do

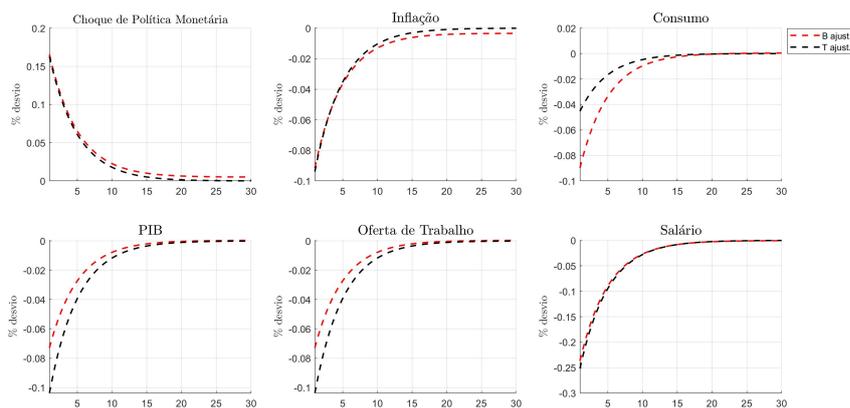


Figura 13 – Choque Monetário

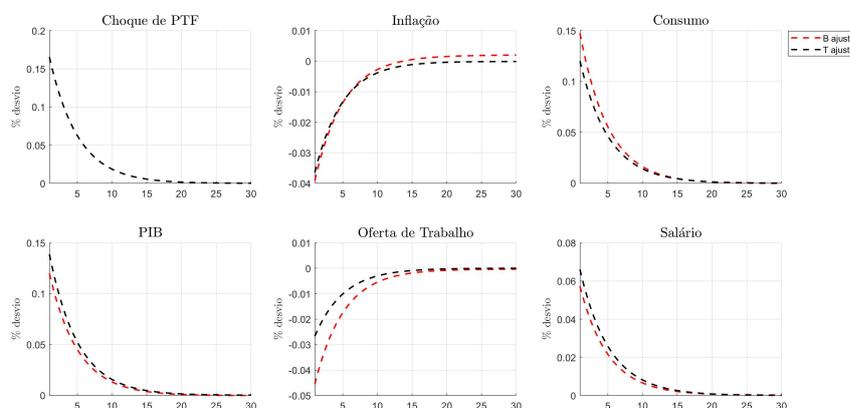


Figura 14 – Choque de PTF

trabalho e conseqüentemente o salário.

Os dois próximos gráficos mostram a reação das variáveis macroeconômicas a dois tipos de choques fiscais: gastos e transferências. No primeiro caso, a figura 15 mostra que um choque positivo de gastos leva a um aumento na inflação, no PIB, na oferta de trabalho e no salário sob as duas formas de se ajustar o orçamento. Como a inflação sobe e no caso em que o governo usa dívida, esta aumenta para financiar o aumento nos gastos, o juros também aumenta para combater a primeira e induzir os indivíduos a absorverem os novos títulos emitidos, aumentando a poupança e reduzindo o consumo, mais que se usar transferência. Por fim, salário, oferta de trabalho e PIB aumentam mais com o uso de dívida.

Já a figura 16 mostra a dinâmica das variáveis macroeconômicas a um choque

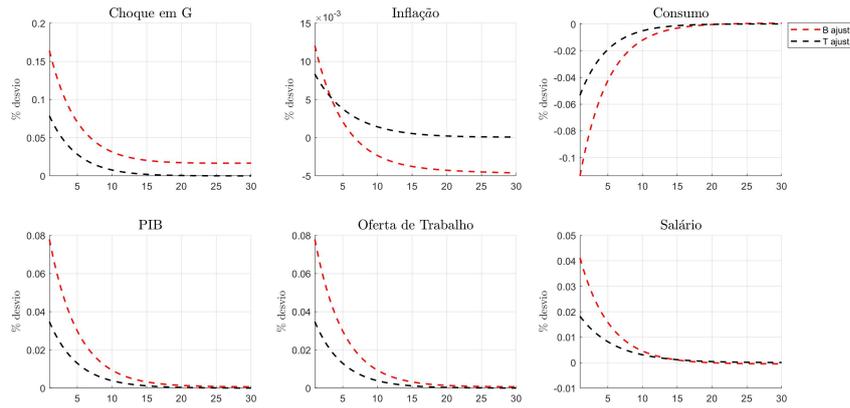


Figura 15 – Choque de gastos

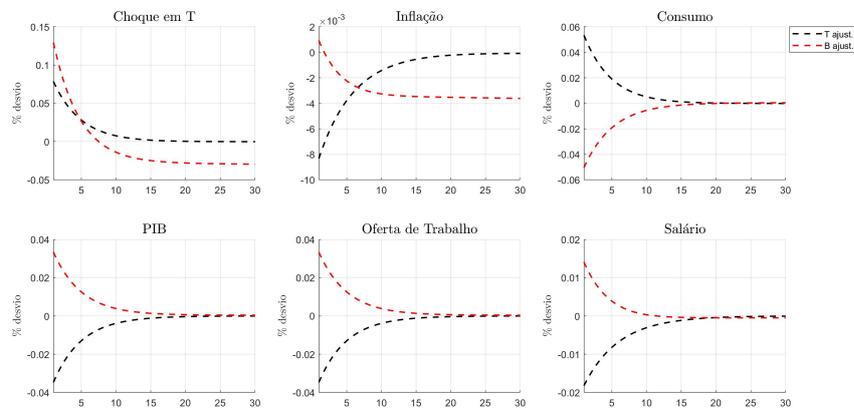


Figura 16 – Choque de transferência

positivo de transferências. O aumento da renda disponível leva a um aumento no consumo e diminuição da oferta de trabalho, o que resulta em uma diminuição do PIB, da inflação e do salário no caso em que se usa transferência como instrumento de ajuste do orçamento público. Resultados semelhantes em relação à resposta do consumo são encontrados por [Kaplan e Violante \(2018\)](#). Por outro lado, um aumento nas transferências financiadas por aumento da dívida resulta em diminuição do consumo (indivíduos têm que absorver aumento dos títulos via poupança). Salário, oferta de trabalho e PIB aumentam.

### 2.4.3 Impacto de choques sobre diferentes classes de renda

Nesta seção, discute-se o segundo exercício proposto no artigo, cujo objeto de estudo é o efeito heterogêneo dos choques ao longo da distribuição de renda. Para tanto, os indivíduos são divididos em três faixas de renda: os 10% mais pobres, 10% mais ricos

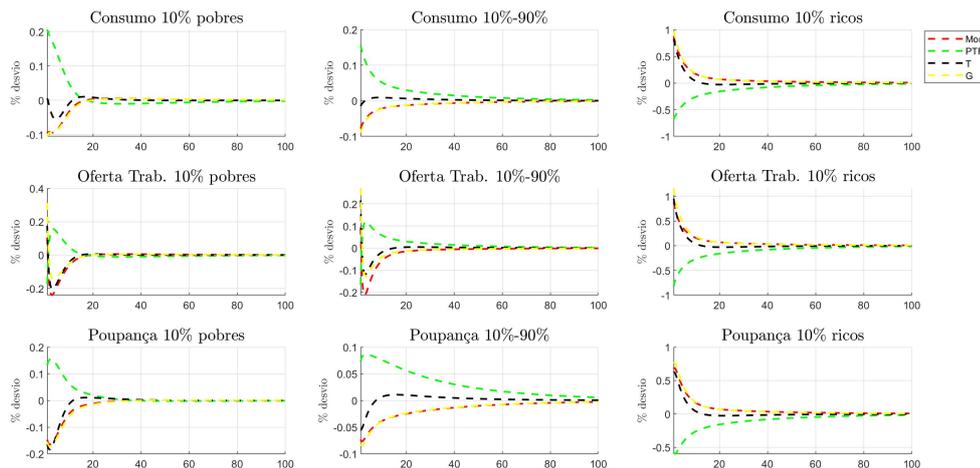


Figura 17 – Choques para três classes de renda, sob ajustamento da dívida

e os 80% intermediários. Além do mais, apresenta-se o impacto dos choques sobre as três escolhas que os agentes fazem, quais sejam, consumo, trabalho e poupança. Por fim, checamos se o instrumento fiscal utilizado para balancear o orçamento faz diferença.

A figura 17 mostra os resultados para o caso em que a dívida é a variável de ajuste para o equilíbrio intertemporal do governo. Para o consumo, o choque de produtividade aumenta o consumo do percentil 90, enquanto diminui dos 10% mais ricos. Já os choques monetário, de gasto e transferências mostram um perfil oposto, tendo este último um efeito mais suave. De modo geral, há um aumento na desigualdade do consumo após os choques, resultados semelhantes encontrados por Kaplan e Violante (2018), Coibion et al. (2012) e Ma (2017). Em relação às duas outras *policy functions*, o choque de produtividade aumenta a oferta de trabalho e a poupança do percentil 90 e diminui ambas para os 10% mais ricos, enquanto os choques de gasto, transferência e monetário têm o efeito oposto.<sup>6</sup>

Por fim, a figura 18 mostra o caso em que o governo adota a regra fiscal de ajuste de transferências. Nesse caso, os choques de produtividade, gasto e monetário resultam em respostas do consumo parecidas qualitativamente à situação anterior. Por outro lado, o choque de transferência tem um impacto mais intuitivo, aumentando o consumo do percentil 90 e diminuindo dos 10% mais ricos. Em relação à oferta de trabalho, o choque de gasto aumenta a oferta dos 10% mais pobres e mais ricos, e tem um efeito ambíguo para a

<sup>6</sup> A poupança dos 80% intermediários inicialmente aumenta, mas pouco tempo depois o efeito se reverte.

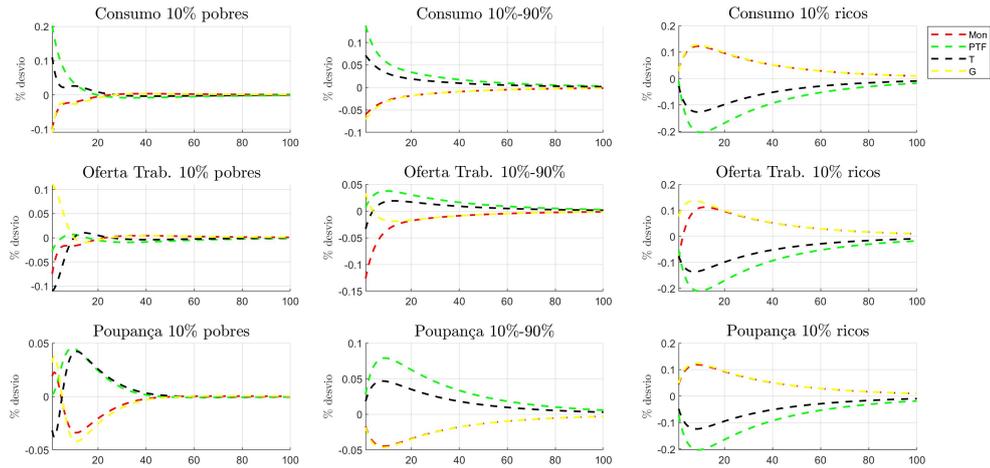


Figura 18 – Choques para três classes de renda, sob ajustamento de transferências

parte intermediária, aumentando inicialmente e revertendo depois. O choque monetário diminui a oferta do percentil 90 e aumenta a dos mais ricos, enquanto produtividade tem um efeito oposto. Choque de transferências diminui a oferta dos mais ricos e mais pobres, e tem um efeito pequeno sobre o meio da distribuição. Por fim, a poupança dos mais ricos é positivamente afetada pelos choques de gasto e monetário, e negativamente pelos outros dois. Efeito oposto é obtido para o percentil 90.<sup>7</sup>

## 2.5 Conclusões

A literatura macroeconômica evoluiu bastante recentemente, com a junção de modelos de agentes heterogêneos com modelos Novo-Keynesianos de rigidez nominal. Além do mais, o avanço computacional também trouxe uma maior facilidade de simulação e disseminação dos mesmos. Esses avanços têm expandido a fronteira da macroeconomia, pois permitem estudos mais realistas da interação entre macroeconomia e desigualdade, e de como as políticas fiscal e monetária afetam de forma diferente os indivíduos ao longo da distribuição de renda, aspectos negligenciados na literatura até esse momento.

Neste artigo, contribui-se através da simulação de um modelo calibrado para a economia brasileira que se filia à fronteira metodológica em macroeconomia, com um

<sup>7</sup> Inicialmente os 10% mais pobres são impactados pelos choques de forma oposta ao que se segue alguns períodos depois.

modelo genuinamente HANK, em que os indivíduos se diferenciam tanto em relação à renda, quanto à posse do ativo líquido e pelo montante de transferência do governo. Em síntese, estuda-se como a escolha da regra de política fiscal pode afetar a resposta das variáveis macroeconômicas agregadas a choques e as escolhas dos indivíduos com diferentes classes de renda.

Para a primeira pergunta de interesse, se a regra de política fiscal importa para a resposta das variáveis macroeconômicas a choques, os resultados mostram que as respostas independem da regra fiscal para choques de produtividade e monetário. Para o caso de um choque positivo de gastos, o produto interno bruto (PIB) cresce mais quando se usa dívida como regra fiscal, no entanto o consumo também cai mais em relação ao uso das transferências. Um choque positivo de transferências resulta em efeitos ambíguos a depender da regra fiscal: maior transferência hoje e menor no futuro leva a um aumento no consumo, no entanto o PIB reage negativamente; já um aumento hoje financiado via dívida estimula o PIB e diminui o consumo.

As respostas para a segunda pergunta de interesse, como os choques afetam os indivíduos ao longo da distribuição de renda, em função do instrumento de ajuste para sustentabilidade fiscal, os resultados trouxeram à luz aspectos muito importantes para o caso brasileiro recente: 1) quando o governo usa dívida para ajustar o orçamento, um choque positivo de produtividade aumenta o consumo, a poupança e a oferta de trabalho dos 90% mais pobres da população, e tem um efeito inverso para os 10% mais ricos. Em relação aos choques positivos de gastos e monetário, os 10% mais ricos veem seu consumo, poupança e oferta de trabalho aumentarem, enquanto o restante da população sofre o efeito inverso; já um aumento temporário de transferência impacta negativamente a oferta de trabalho, poupança e consumo dos mais pobres e, de forma positiva, os mais ricos. Ou seja, fazer política fiscal expansionista por meio de transferências voltadas aos mais pobres e financiar esses gastos com emissão de dívida ao longo do tempo, ao fim e ao cabo, pioraria a distribuição de renda ao longo do tempo entre o choque e o equilíbrio intertemporal (algo como quatro ou cinco anos, de acordo com o modelo simulado). 2) Quando o governo usa as transferências para garantir o equilíbrio intertemporal, os efeitos distributivos de

um choque positivo de produtividade e monetário são parecidos qualitativamente com os obtidos anteriormente; já um choque positivo de gastos apresenta efeitos distintos dos anteriores para a oferta de trabalho dos 10% mais pobres, que aumenta; por fim, um choque positivo de transferências aumenta o consumo e poupança dos 90% mais pobres, com efeito oposto para o restante mais rico. A oferta de trabalho dos dois extremos da distribuição diminui, enquanto a do grupo intermediário diminui inicialmente mas aumenta logo depois. Esses resultados indicam que, se a preocupação da política fiscal for voltada para o bem-estar dos mais pobres, há uma vantagem comparativa para um choque de transferência que seja ajustado pelas próprias transferências ao longo do tempo para garantir o atendimento à restrição orçamentária.

O caminho para pesquisa futura é bem amplo. O modelo utilizado neste artigo é parcimonioso e reúne o básico da literatura de agentes heterogêneos com a Novo-Keynesiana, e se abstém de capital. O próximo passo seria incluir um segundo ativo ilíquido e que permitiria a inclusão de capital no modelo, já utilizado em alguns artigos na literatura internacional. Isso ajudaria a entender melhor os efeitos de choques sobre as variáveis agregadas, dada a importância da acumulação de capital e sua participação na transmissão da política monetária, principalmente.



## 3 Estimação Bayesiana de um modelo HANK para o Brasil

### 3.1 Introdução

No capítulo anterior vimos como os modelos macroeconômicos evoluíram e passaram a incluir heterogeneidade de renda e riqueza entre os agentes. Esta característica permite estudar questões distributivas, mas também explicita como as variáveis agregadas podem reagir de forma diferente a choques em tal contexto e a importância da política fiscal. No entanto, a principal desvantagem desses modelos em relação aos de agente representativo era a falta de estimação com dados macroeconômicos, pois eles eram calibrados usualmente. Mas com o avanço computacional e das técnicas de resolução de modelos, há uma emergente literatura estimando modelos HANK de pequena e média escala.

A principal contribuição deste capítulo é fazer uma estimação Bayesiana de um modelo HANK para o Brasil e estudar o impacto de choques tanto sobre as variáveis agregadas quanto sobre aspectos distributivos negligenciados até recentemente pela Macroeconomia, como as escolhas dos agentes de acordo com diferentes faixas de riqueza e índices de Gini de consumo e renda. Para tanto, estimamos o mesmo modelo do capítulo anterior em que as transferências são a variável de ajuste orçamentário, via Monte Carlo Sequencial, cujo principal benefício é a possibilidade do uso de paralelização, com ganhos de eficiência computacional. Também analisamos as funções impulso resposta para o caso em que a dívida pública é a variável de ajuste.

Ainda há poucos estudos nessa área, mas essa realidade deve mudar em pouco tempo pois estão surgindo inúmeros métodos que deixam a estimação desses modelos factíveis. Os artigos correlatos ao nosso são aqueles que estimam um modelo HANK com técnicas Bayesianas, como [Hasumi e Iiboshi \(2019\)](#). Eles também analisam um modelo em tempo contínuo com um ativo para os Estados Unidos e Japão. Já [Bayer, Born e Luetticke \(2020\)](#) estimam um modelo de média escala com dois ativos à la [Smets e Wouters \(2007\)](#), além de incluírem choques de renda e de liquidez do portfólio. Há também alguns

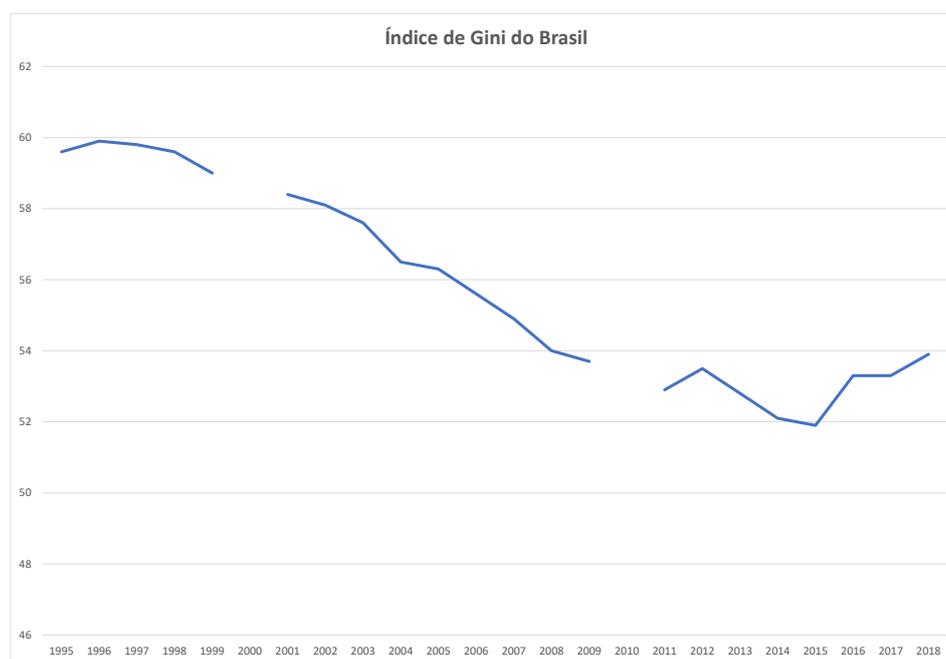


Figura 19 – Evolução da desigualdade de renda. Fonte: Banco Mundial

artigos que utilizam outras técnicas de estimação, como maximização da verossimilhança e correspondência de função impulso resposta.

Os resultados obtidos mostram uma boa identificação dos doze parâmetros estimados. Além do mais, analisamos a resposta das variáveis macroeconômicas agregadas a choques monetário, fiscal e de produtividade, dados por um aumento na taxa de juros, gastos governamentais e na produtividade total dos fatores. Em geral, elas respondem qualitativamente de um modo esperado. O choque de produtividade mostra-se muito persistente quando o governo usa transferências, além de explicar a maior parte da variância do produto interno bruto e da taxa de juros. Por fim, as evidências sugerem que os choques têm impactos distributivos diversos, pois afetam de forma diferente as *policy functions* dos agentes com diferentes níveis de riqueza. Além do mais, essas escolhas também são influenciadas pelo instrumento de política fiscal usado pelo governo.

O Brasil é conhecido por ser um país muito desigual, tanto em termos de distribuição de renda quanto de acesso a oportunidades. Essa realidade vinha melhorando nos últimos

anos, mas sofreu um revés a partir da crise econômica de 2015/2016. Conforme mostra a figura 19, o índice de Gini vinha caindo sistematicamente desde 1996, com exceção do ano de 2012, até passar a subir de 2015 em diante.<sup>1</sup> Nesse capítulo, estudamos como os choques impactam os índices de Gini de renda e de consumo, e analisamos como a escolha do instrumento fiscal usado pelo governo para atender a restrição orçamentária influencia nas flutuações deles. As evidências mostram que, quando o governo utiliza as transferências, os choques fiscal e monetário aumentam as desigualdades de consumo e de renda, enquanto o de produtividade as diminui. Por outro lado, quando utiliza-se a dívida pública, os três choques têm um impacto no sentido de diminuição da desigualdade de renda. A desigualdade de consumo só aumenta com o choque monetário. Em suma, a forma de conduzir a política fiscal teria efeitos sobre a resposta das desigualdades de renda e consumo.

O restante do capítulo está dividido do seguinte modo. A seção seguinte discute os poucos artigos dessa ainda incipiente literatura. A seção 3 mostra a metodologia usada na estimação, com enfoque no Monte Carlo Sequencial e os dados, pois o modelo teórico já foi analisado no capítulo anterior. A seção 4 traz os resultados divididos em quatro subseções: estado estacionário do modelo, impulso resposta das variáveis agregadas, decomposição da variância e efeitos distributivos. Por fim, as conclusões encerram o trabalho.

## 3.2 Revisão de literatura

A literatura que estima modelos Novo Keynesianos com agentes heterogêneos é ainda bastante limitada e recente, mas está em franca expansão. Dada as dificuldades computacionais, esses modelos eram calibrados tradicionalmente. Podemos dividi-la em três partes, basicamente: alguns artigos fazem estimação Bayesiana, outros estimam por máxima verossimilhança e outros fazem a correspondência das funções impulso resposta com choques identificados nos dados.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Nessa série de tempo do Banco Mundial não há estimativas para os anos de 2000 e 2010.

<sup>2</sup> Por fim, há dois artigos que usam modelos econométricos no estudo da interação entre macroeconomia e heterogeneidade. Chang, Chen e Schorfheide (2018) desenvolvem um modelo de espaço de estado para estudar a interação dinâmica entre choques de tecnologia, PIB per capita, taxas de emprego e

A primeira parte da literatura é a que se relaciona diretamente com este trabalho, além de ser a mais recente das três vertentes mencionadas. [Bayer, Born e Luetticke \(2020\)](#) estimam com método Bayesiano um modelo Novo Keynesiano com agentes heterogêneos (HANK). Além dos choques e fricções inclusos em [Smets e Wouters \(2007\)](#), eles incluem choques no risco da renda e na liquidez do portfólio. Os resultados mostram que as recessões americanas são mais causadas pela demanda em comparação a modelos com mercados completos, e que os choques e as respostas de política contribuíram para a desigualdade de renda e riqueza. Já [Hasumi e Iiboshi \(2019\)](#) estimam um modelo HANK de um ativo para Estados Unidos e Japão, usando o método de Monte Carlo Sequencial com computação paralela para fazer a estimação Bayesiana. Eles encontram diferentes efeitos distributivos e ciclos de negócios entre os dois países. Por fim, há dois trabalhos que avançam sobre os métodos de estimação nessa área. [Liu e Plagborg-Møller \(2019\)](#) desenvolvem metodologia para estimação Bayesiana de modelos HANK usando séries de tempo de dados agregados e repetidas *cross sections* de dados microeconômicos. Por fim, [Winberry \(2016\)](#) desenvolve metodologia para estimar modelos HANK no Dynare. Ele faz uma estimação Bayesiana de um modelo de firmas heterogêneas com choques de produtividade neutros e específicos de investimento. Ele conclui que o comportamento microeconômico das firmas importa para a estimação dos choques agregados.

Com relação à segunda parte da literatura, [Auclert et al. \(2019\)](#) controem um método para resolver e estimar via máxima verossimilhança modelos com agentes heterogêneos e choques agregados em tempo discreto. Eles aplicam a metodologia a três modelos canônicos: neoclássico, Novo Keynesiano com um ativo e com dois ativos. [Parra-Alvarez, Posch e Wang \(2017\)](#) estimam os parâmetros estruturais de um modelo do tipo Bewley-Hugget-Aiyagari usando dados *cross section* de distribuição de riqueza. Enquanto os parâmetros de preferências dos indivíduos são corretamente identificados, aqueles relacionados à oferta da economia não são identificados separadamente. [Challe et al. \(2017\)](#)

---

distribuição de renda. Os *spillovers* estimados entre a evolução das variáveis agregadas e da distribuição são pequenos. Já [Cravino, Lan e Levchenko \(2018\)](#) usam um modelo FAVAR (Factor-Augmented Vector Autoregressive) para estudar os impactos de choques de política monetária sobre índices de preços para pessoas de alta renda e de classe média. Eles mostram que os primeiros são mais rígidos e menos voláteis que os últimos. Os choques têm efeitos distributivos por alterar os preços relativos dos bens consumidos ao longo da distribuição de renda.

também estimam por máxima verossimilhança um modelo HANK e estudam a contribuição da poupança precaucionária na propagação de recessões. Eles encontram fortes efeitos de demanda agregada na Grande Recessão, enquanto na recessão de 2001 esses efeitos são compensados pelos de oferta. Por fim, [Fernández-Villaverde, Hurtado e Nuno \(2019\)](#) estimam modelo HANK com fricções financeiras, e estudam a interação entre choques idiossincráticos e choques agregados para gerar níveis de alavancagem e risco agregado que variam no tempo. Eles encontram uma recuperação lenta após choque agregado negativo quando a economia está mais alavancada. Além do mais, mostram que a distribuição de riqueza importa porque o consumo dos indivíduos responde de forma diferente a choques.

Na última vertente da literatura, [Auclert, Rognlie e Straub \(2020\)](#) estimam um modelo HANK com expectativas rígidas via correspondência de impulso resposta com choques monetários identificados. O principal resultado é que o investimento é crucial para a transmissão da política monetária. Além do mais, consumo e investimento se movimentam de forma pró-cíclica. [Hagedorn, Manovskii e Mitman \(2018\)](#) também usam o método anterior e estudam os canais de transmissão da política monetária. O principal resultado diz que o impacto da política monetária é afetado pela condução da política fiscal.

Neste artigo optamos por realizar uma estimação Bayesiana do modelo HANK em tempo contínuo e seguir a primeira vertente pelo fato dessa metodologia ter se tornado o estado da arte na literatura DSGE a partir do trabalho seminal de [Smets e Wouters \(2007\)](#). Portanto, há uma grande probabilidade de que a literatura com modelos HANK também evolua nessa direção em pouco tempo. Além do mais, existem as conhecidas vantagens dessa metodologia: a utilização de possíveis informações a priori que o pesquisador possa ter e que ajudam na estimação de modelos que possuem muitos parâmetros e dados com períodos relativamente curtos. Outra vantagem é a obtenção de uma distribuição sobre os valores estimados dos parâmetros, explicitando a incerteza em relação aos valores verdadeiros dos mesmos.

### 3.3 Metodologia

#### 3.3.1 Modelo de espaço de estado

O modelo que será estimado é o mesmo utilizado no capítulo anterior, em que as transferências são a variável de ajuste orçamentário, e as transferências individuais são do tipo *lump sum*. Esta escolha é feita de modo a permitir uma melhor comparação com o trabalho de [Hasumi e Iiboshi \(2019\)](#), estimado para os Estados Unidos e Japão. Além do mais, há três tipos de choques: monetário, produtividade e gastos. Apesar desse ser o nosso *baseline*, também vamos reportar as funções impulso resposta para o caso em que o governo utiliza a dívida como variável de ajuste orçamentário, pois vimos no capítulo anterior que essa escolha importa para o ciclo de negócios.

Para estimar o modelo, é preciso colocá-lo na forma de espaço de estado. Abaixo estão as equações que caracterizam a solução do modelo Novo Keynesiano com agentes heterogêneos em tempo contínuo<sup>3</sup>

$$\hat{v}_t = D_{vg}\hat{g}_t + D_{vZ}Z_t \quad (3.1)$$

$$\frac{d\hat{g}_t}{dt} = (B_{gg} + B_{gp}B_{pg} + B_{gv}D_{vg})\hat{g}_t + (B_{gp}B_{pZ} + B_{gv}D_{vZ})Z_t \quad (3.2)$$

$$dZ_t = -\eta Z_t dt + \sigma dW_t \quad (3.3)$$

$$\hat{p}_t = B_{pg}\hat{g}_t + B_{pZ}Z_t \quad (3.4)$$

A equação 3.1 coloca as variáveis de controle  $\hat{v}_t$  como função das variáveis de estado  $\hat{g}_t$  e  $Z_t$ . A variável  $\hat{g}_t$  se refere à distribuição dos indivíduos sobre o grid de ativos e choques idiossincráticos, enquanto  $Z_t$  são os choques agregados de produtividade e

<sup>3</sup> [Ahn et al. \(2018\)](#) mostram uma derivação completa de um modelo HANK em tempo contínuo.

políticas fiscal e monetária.  $D_{vg}$  e  $D_{vz}$  caracterizam as regras ótimas de decisão como função dos estados agregados. As equações 3.2 e 3.3 mostram a evolução da distribuição e o processo estocástico dos choques agregados, respectivamente. A última equação é a definição dos preços. As variáveis com acento circunflexo são definidas como desvios do estado estacionário.

Na estimação serão usadas três variáveis observáveis, compostas pelo crescimento do produto interno bruto, inflação e taxa nominal de juros. Portanto, abaixo estão as equações de medida do modelo de espaço de estado, que faz a ligação entre a parte observável e a solução do modelo

$$\begin{bmatrix} \Delta \ln(PIB_t) \\ Inflação \\ Juros_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \ln(PIB)^* \\ \pi^* \\ i^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y_t - y_{t-1} \\ \pi_t - \pi^* \\ i_t - i^* \end{bmatrix} = C \begin{bmatrix} \hat{v}_t \\ \hat{g}_t \\ Z_t \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

As variáveis identificadas com asterisco indicam o estado estacionário. A matriz  $C$  faz a ligação entre as variáveis observadas e as latentes oriundas da solução do modelo dada pelas equações 3.1 a 3.4. Basicamente, a equação divide a observação em duas partes: estado estacionário e desvios dele, que caracterizam o ciclo de negócios. Além do mais, colocar o modelo na forma de espaço de estado é necessário para que possamos usar o filtro de Kalman na estimação das variáveis latentes.

### 3.3.2 Monte Carlo Sequencial

A escolha do algoritmo de Monte Carlo Sequencial (SMC) para obter extrações da posterior ao invés de algoritmos tradicionais como MCMC (*Monte Carlo Markov Chain*) se dá por dois motivos: o primeiro e mais importante diz respeito à eficiência computacional. O SMC pode ser paralelizado, o que permite o aproveitamento de todos os *cores* de um computador e um imenso ganho de tempo. Algoritmos do tipo MCMC são muito custosos atualmente para estimação de modelos HANK. O segundo motivo é que o SMC permite uma inferência da posterior mais confiável para modelos DSGE de larga

escala com posteriors multimodais em comparação a algoritmos RWMH (*Random Walk Metropolis-Hastings*) (HERBST; SCHORFHEIDE, 2015).

A intenção dessa seção é explicar de forma sucinta como funciona o algoritmo SMC.<sup>4</sup> O que ele faz é construir de forma sequencial propostas de densidade. Suponha que  $\phi_n$ ,  $n = 1, \dots, N_\phi$  seja uma sequência que cresce devagar de zero a um. Portanto, uma sequência de posteriors temperadas é definida como

$$\pi_n(\theta) = \frac{[p(Y|\theta)]^{\phi_n} p(\theta)}{\int [p(Y|\theta)]^{\phi_n} p(\theta) d\theta} \quad n = 1, \dots, N_\phi, \quad \phi_n \uparrow 1 \quad (3.6)$$

Em que  $p(Y|\theta)$  representa a função de verossimilhança. Se  $\phi_1$  está perto de zero, a densidade da prior  $p(\theta)$  é usada como uma proposta de densidade eficiente para  $\pi_1(\theta)$ . Do mesmo modo, a densidade  $\pi_n(\theta)$  é usada como proposta de densidade para  $\pi_{n+1}(\theta)$ .

De modo geral, o algoritmo SMC gera extrações ponderadas da sequência de posteriors apresentadas anteriormente. Essas extrações são chamadas de partículas e têm um número total de  $N$ . Em qualquer estágio  $n$ , a distribuição da posterior  $\pi_n(\theta)$  é representada por um conjunto de partículas  $\{\theta_n^i, W_n^i\}_{i=1}^N$  de tal forma de que a média de Monte Carlo convirja para a esperança populacional

$$\bar{h}_{n,N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N W_n^i h(\theta_n^i) \rightarrow E_\pi[h(\theta_n)] \quad (3.7)$$

Partindo do estágio  $n-1$  com partículas  $\{\theta_{n-1}^i, W_{n-1}^i\}_{i=1}^N$ , o algoritmo SMC funciona em três etapas: a primeira é a correção, quando há uma reponderação das partículas do estágio  $n-1$  para que reflitam a densidade da iteração  $n$ . A segunda é a seleção, eliminando uma distribuição muito desigual dos pesos das partículas através de uma reamostragem das partículas. Por fim, há a mutação, cujo objetivo é propagar as partículas adiante através de uma kernel de transição de Markov que adaptem os valores das partículas à densidade do estágio  $n$ .

---

<sup>4</sup> Para maiores detalhes, ver [Herbst e Schorfheide \(2015\)](#).

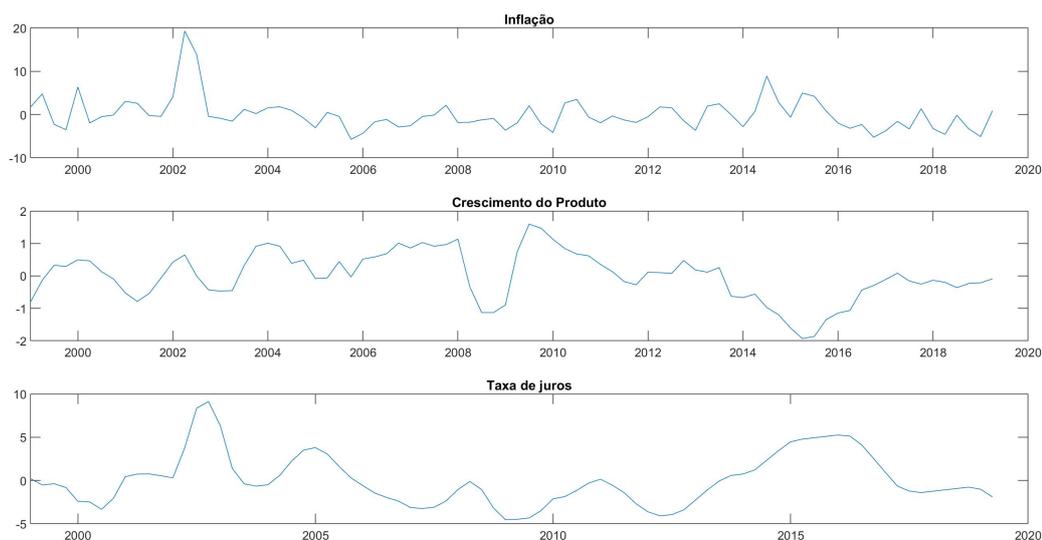


Figura 20 – Séries observadas

### 3.3.3 Dados, calibração e priors

Os dados utilizados para a construção das três séries usadas na estimação são trimestrais e cobrem o período que vai do terceiro trimestre de 1999, quando começa o regime de metas de inflação, até o último de 2019. São eles: produto interno bruto, população total, inflação e taxa de juros. Usamos as duas primeiras para construir a série de crescimento real do PIB per capita. Os dados de PIB trimestral são obtidos do IPEAdata e estão a preços constantes de 1995 e com ajuste sazonal. A série de população total trimestral está disponível somente a partir de 2012 na PNAD (Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios) contínua, portanto, de 1999 até 2011 obtemos os dados trimestrais fazendo uma interpolação dos dados anuais do IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística). A série de inflação é o IPCA (Índice de Preços ao Consumidor Amplo) trimestral anualizado. A taxa de juros Selic é uma média trimestral de dados diários, disponíveis no site do Banco Central. Por fim, como forma de ajustar os dados ao modelo, tiramos as médias das séries de inflação e crescimento do PIB per capita, pois no modelo essas variáveis têm valor zero em estado estacionário. Com relação à série da taxa Selic, tiramos a tendência da mesma, já que os dados apresentavam tendência de queda ao longo do tempo. A figura 20 mostra as três séries ajustadas.

Os parâmetros que não forem estimados são calibrados, conforme mostra a tabela 7. Os valores são os mesmos do capítulo anterior e já foram discutidos. Além deles, há também os dados de taxa de encontro e de saída do emprego para o Brasil, obtidos de [Meghir, Narita e Robin \(2015b\)](#). Por fim, os valores de taxa de juros e de desconto são obtidos no cálculo do estado estacionário.

Tabela 7 – Parâmetros calibrados

Parâmetro	Descrição	Valor	Fonte ou alvo
$h$	Horas trabalhadas	1/3	8 horas por dia
$\epsilon$	Elasticidade da demanda	11	<a href="#">Castro et al. (2015)</a>
$\tau$	Imposto de renda	0.35	<a href="#">Castro et al. (2015)</a>
T/Y	Transferência sobre PIB trimestral	0.09	Cálculo próprio
Dívida/PIB	Dívida sobre PIB trimestral	3.03	Cálculo próprio

Os parâmetros estimados do modelo são doze, sendo seis estruturais e seis relativos aos choques. A tabela 8 mostra as priors de cada parâmetro, com sua distribuição, média e desvio padrão. As priors dos parâmetros da Regra de Taylor foram obtidos de [Castro et al. \(2015\)](#), enquanto o restante segue [Hasumi e Iiboshi \(2019\)](#). Eles utilizam as mesmas em estimações de um modelo HANK de um ativo em tempo contínuo para Estados Unidos e Japão.

Tabela 8 – Priors

Parâmetro	Descrição	Distribuição	Média	Desvio padrão
$\gamma$	Elasticidade de substituição	Normal	1	0.1
$\phi_1$	Elasticidade da oferta de trabalho	Normal	0.5	0.1
$\phi_0$	Desutilidade do trabalho	Beta	0.85	0.05
$\theta$	Custo de ajustamento	Normal	100	10
$\phi_\pi$	Regra de Taylor (inflação)	Normal	2	0.35
$\phi_y$	Regra de Taylor (produto)	Normal	0.25	0.1
$\sigma_{PM}$	Volatilidade do choque de PM	Gam. Inversa	0.025	5
$\theta_{PM}$	Persistência do choque de PM	Beta	0.25	0.1
$\sigma_{PF}$	Volatilidade do choque de PF	Gam. Inversa	0.1	5
$\theta_{PF}$	Persistência do choque de PF	Beta	0.25	0.1
$\sigma_{PTF}$	Volatilidade do choque de PTF	Gam. Inversa	0.1	5
$\theta_{PTF}$	Persistência do choque de PTF	Beta	0.25	0.1

## 3.4 Resultados

### 3.4.1 Estado estacionário

Nesta seção vamos discutir o estado estacionário do modelo obtido com os valores calibrados e estimados para o Brasil. A tabela 9 mostra as médias e desvios-padrão das posteriores provenientes da estimação via Monte Carlo Sequencial, além do intervalo de confiança de 95% para as estimativas. Vamos compará-las com as estimações feitas por [Hasumi e Iiboshi \(2019\)](#) para os Estados Unidos e Japão, também inclusas na tabela mencionada.

Com relação ao primeiro parâmetro estrutural, a elasticidade de substituição intertemporal, a estimativa de 0.95 está abaixo dos valores de 1 e 1.08 para Estados Unidos e Japão, respectivamente. Isso sugere uma maior aversão ao risco no Brasil e uma menor propensão a substituir consumo presente por consumo futuro. Os valores obtidos para os parâmetros de elasticidade e desutilidade do trabalho são de 0.47 e 0.93, respectivamente. [Hasumi e Iiboshi \(2019\)](#) encontram estimativas de 0.56 e 0.82 para os Estados Unidos e 0.34 e 0.84 para o Japão. A evidência para o custo de ajustamento de preços das firmas intermediárias mostra um valor de 108.06, maior que o valor de 81.08 para o Japão e menor que o valor de 119.43 para os Estados Unidos. O Brasil estaria em um meio termo na questão de rigidez de preços. Em relação aos parâmetros da regra de Taylor, obtemos uma estimativa de 2.50 para a reação à inflação e 0.18 para a reação ao gap do produto, valores bem próximos aos estimados por [Castro et al. \(2015\)](#), de 2.43 e 0.16, respectivamente. [Hasumi e Iiboshi \(2019\)](#) encontram valores de 1.47 e -0.006 para os Estados Unidos e 1.66 e 0.02 para o Japão. A evidência sugere que a autoridade monetária no Brasil reage mais fortemente tanto à inflação quanto ao gap do produto quando comparada às autoridades dos outros dois países desenvolvidos.

A análise das estimativas dos parâmetros dos choques mostra uma persistência alta no choque de produtividade, seguida pelas persistências dos choques fiscal e de política monetária.<sup>5</sup> [Hasumi e Iiboshi \(2019\)](#) encontram resultado semelhante para o Japão, no

<sup>5</sup> Em tempo contínuo, quanto menor o valor do *drift*, maior a persistência do processo.

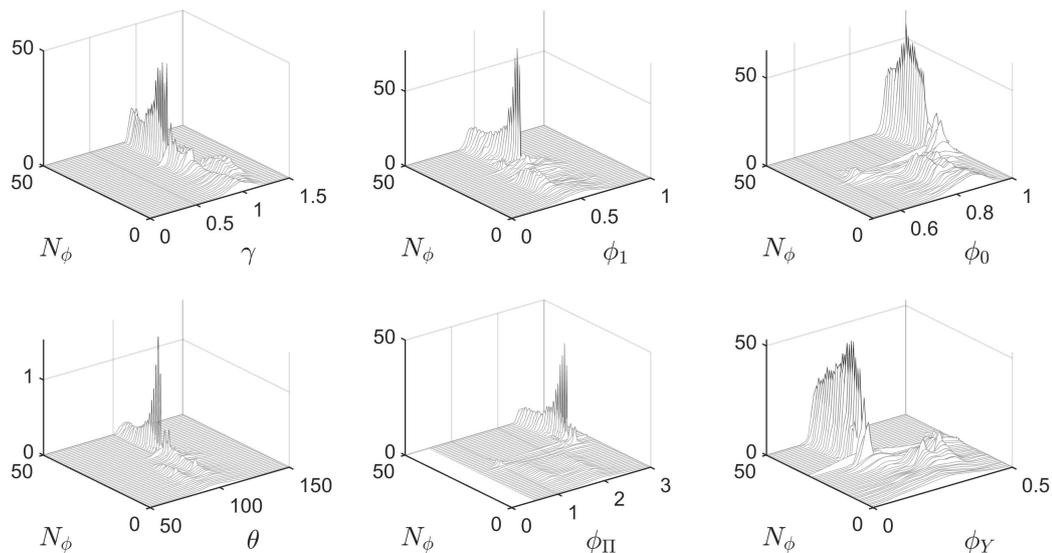


Figura 21 – Parâmetros estruturais

entanto para os Estados Unidos o choque mais persistente é o fiscal. Em relação às volatilidades, encontramos o maior valor para o choque monetário, seguido pelos choques de produtividade e fiscal. Para Estados Unidos e Japão, a menor volatilidade é a do choque de política monetária, segundo o artigo citado.

Tabela 9 – Posteriors

Parâmetro	Média	Desvio padrão	Inter. de confiança (95%)		Média Japão	Média EUA
$\gamma$	0.953	0.025	0.947	0.958	1.089	1.008
$\phi_1$	0.473	0.029	0.467	0.479	0.344	0.566
$\phi_0$	0.932	0.011	0.930	0.935	0.844	0.820
$\theta$	108.06	2.91	107.43	108.69	81.08	119.43
$\phi_\pi$	2.50	0.071	2.48	2.51	1.66	1.47
$\phi_y$	0.180	0.015	0.176	0.183	0.029	-0.006
$\sigma_{PM}$	0.111	0.004	0.110	0.112	0.027	0.021
$\theta_{PM}$	0.580	0.011	0.578	0.583	0.222	0.312
$\sigma_{PF}$	0.038	0.004	0.037	0.039	0.101	0.150
$\theta_{PF}$	0.077	0.009	0.075	0.079	0.226	0.054
$\sigma_{PTF}$	0.061	0.002	0.061	0.062	0.105	0.109
$\theta_{PTF}$	0.019	0.009	0.017	0.021	0.066	0.139

As figuras 21 e 22 mostram a evolução das posteriors dos parâmetros estruturais e dos choques ao longo dos estágios do Monte Carlo Sequencial. A principal conclusão é que inicialmente as posteriors são bem instáveis, mas após sucessivos estágios elas acabam convergindo.

As figuras 23 e 24 mostram as distribuições da prior e da posterior de cada parâmetro,

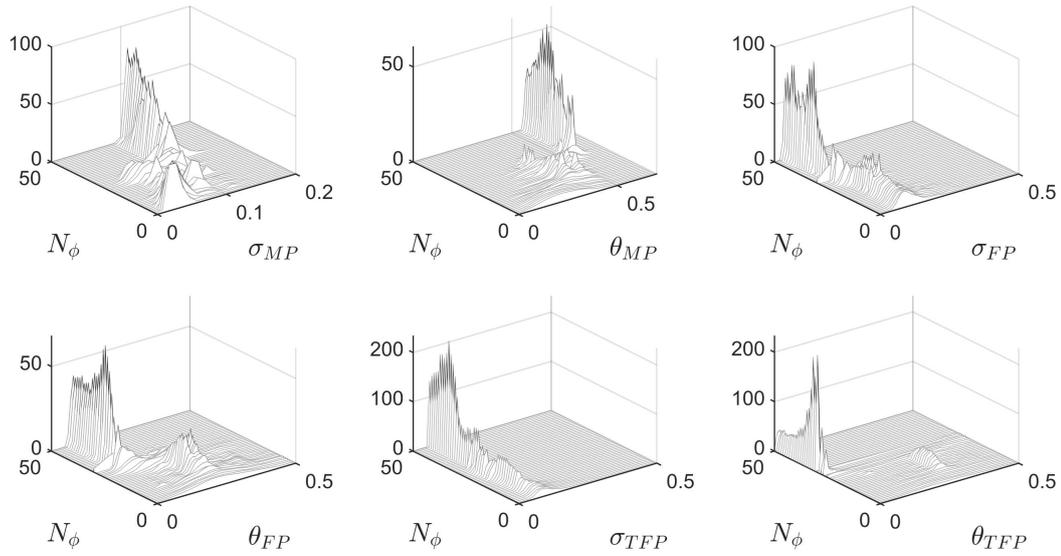


Figura 22 – Parâmetros dos choques

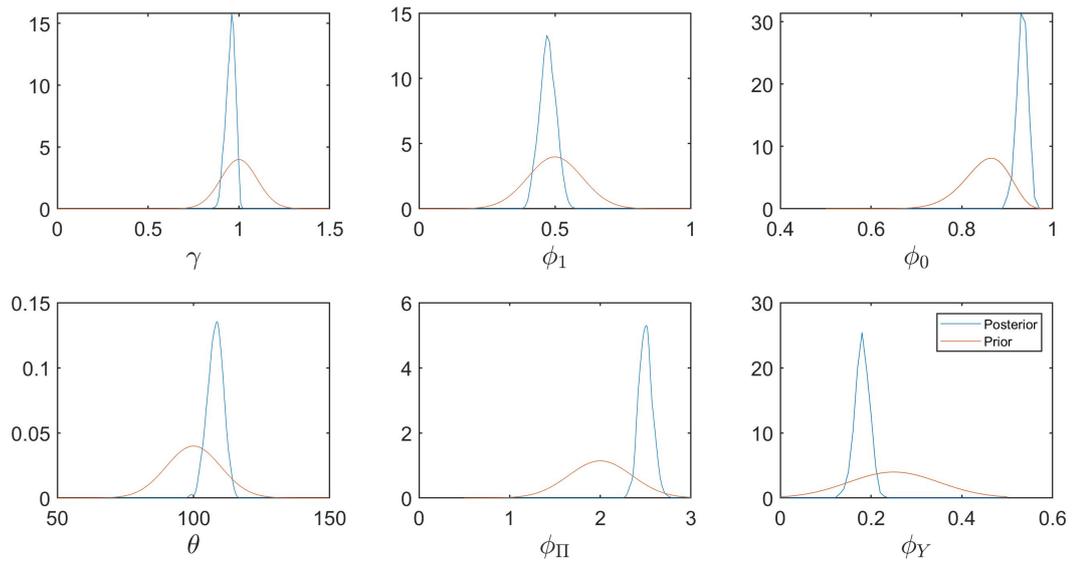


Figura 23 – Parâmetros estruturais

sendo que a posterior é aquela obtida após o último estágio da estimação por Monte Carlo Sequencial. O eixo  $N_\phi$  indica o número de estágios da estimação. De modo geral, os resultados sugerem uma boa identificação dos parâmetros, dado que as distribuições não se sobrepõem e as posteriors estão bem concentradas ao redor de intervalos curtos.

A figura 25 ilustra as séries observadas usadas na estimação do modelo junto com as séries previstas pelo filtro de Kalman, também utilizado na estimação. Com relação à

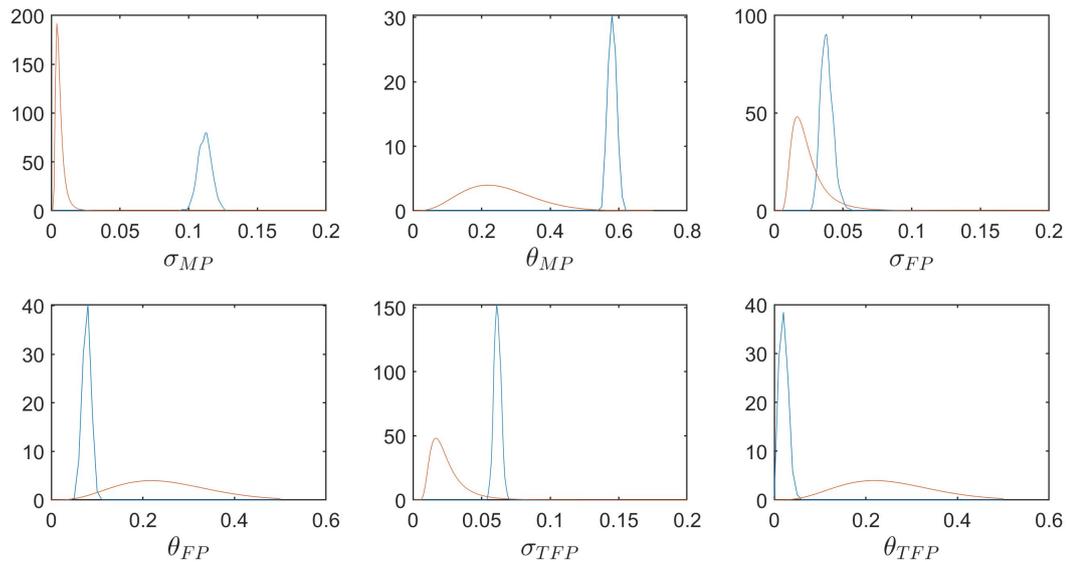


Figura 24 – Parâmetros dos choques

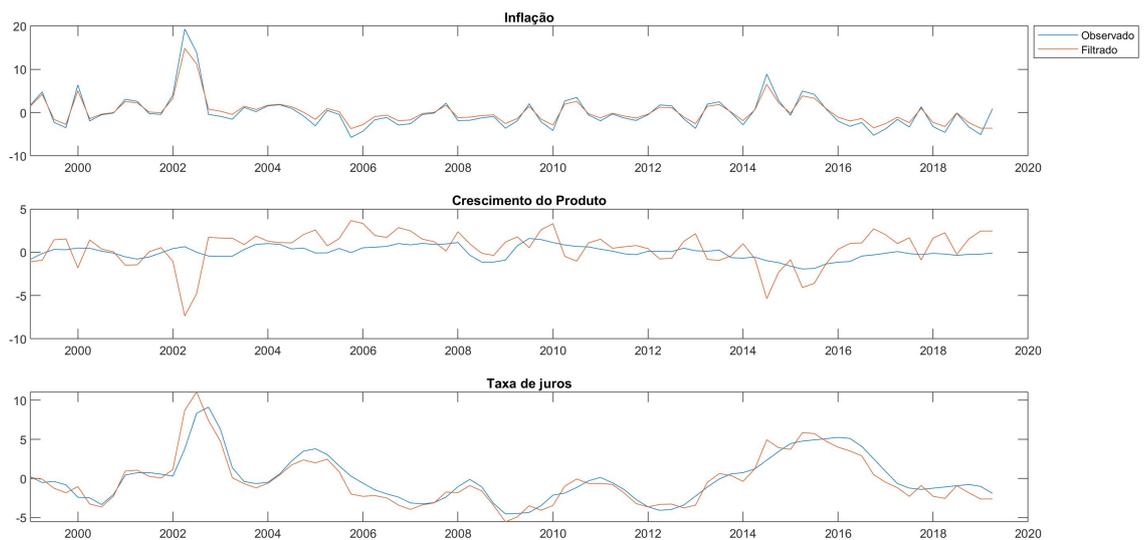


Figura 25 – Séries observadas e previstas

inflação e à taxa de juros, ambas as séries evoluem de forma muito similar. Por outro lado, a série filtrada do crescimento do produto mostra uma oscilação maior que a observada, mas consegue acompanhar a direção da mesma.

A última figura dessa seção mostra as três *policy functions* dos agentes e a distribuição de riqueza de estado estacionário do modelo. Todas elas são separadas por dois tipos: baixa e alta produtividade, ou empregado e desempregado. As duas interpretações são

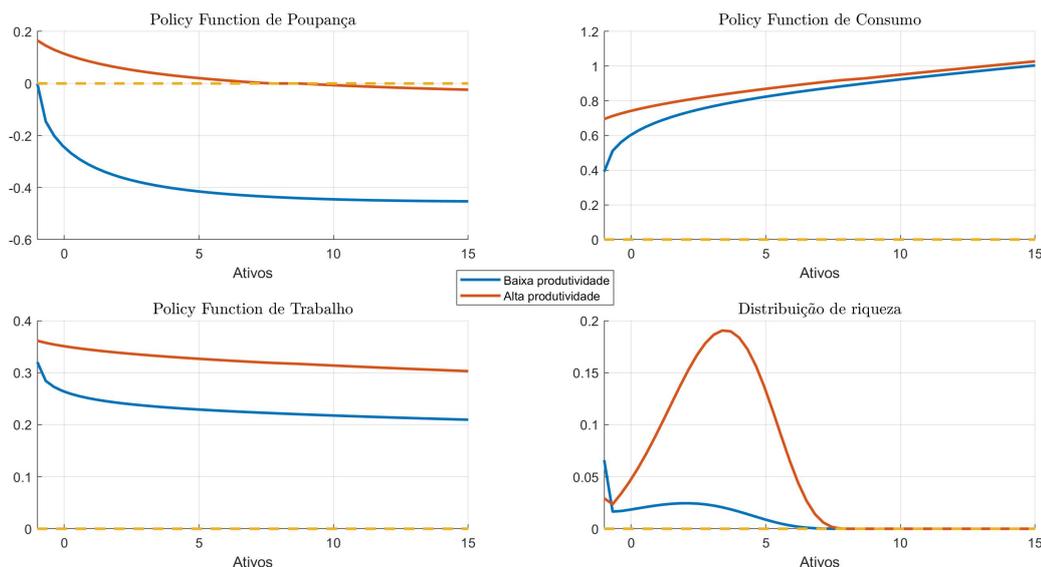


Figura 26 – Funções de estado estacionário

possíveis, dado que o choque idiossincrático chegue uma Poisson de dois estados. A *policy function* de poupança mostra que os indivíduos de alta produtividade são os que poupam na forma de ativo líquido nesse modelo, enquanto os de baixa produtividade despouparam. A função de consumo mostra uma característica interessante presente em modelos com agentes heterogêneos: a propensão marginal a consumir varia de acordo com a riqueza. Isso pode ser visualizado através da curvatura presente no começo da função, mais proeminente na função dos indivíduos de baixa produtividade. Conforme a riqueza cresce, a função se torna linear. A função de oferta de trabalho mostra que os indivíduos ofertam menos trabalho conforme a riqueza aumenta, independentemente do tipo. Por fim, a distribuição de riqueza mostra uma grande massa de indivíduos pobres (em relação à quantidade de ativos), uma característica comum a modelos de agentes heterogêneos com um ativo. O grid de ativos usado no modelo vai de -1 a 30, mas a distribuição se concentra entre -1 e 8, aproximadamente. Além do mais, há um segundo pico de indivíduos na restrição de endividamento, que é dada pelo menor valor do grid (-1).

### 3.4.2 Reações a choques agregados

Nesta seção vamos discutir a resposta das variáveis macroeconômicas agregadas aos três choques presentes no modelo, de acordo com o instrumento usado no ajuste da

restrição orçamentária. Primeiro vamos discutir o modelo base, em que as transferências são a variável escolhida. A figura 30 mostra as funções impulso resposta a um choque monetário positivo. Dos três choques analisados, este é o menos persistente de acordo com a estimação realizada. A direção das variáveis é consistente com a teoria, a intuição e os resultados do capítulo anterior. O choque leva a um aumento na taxa real de juros, o que resulta em quedas da inflação, consumo, produto, oferta de trabalho e salário.

A figura 31 mostra o impacto do choque fiscal, dado por um aumento nos gastos do governo. O mecanismo de propagação desse choque ocorre do seguinte modo: um aumento nos gastos leva a uma diminuição nas transferências para os indivíduos, pois é essa a variável de ajuste na restrição orçamentária intertemporal. A queda nas transferências resulta em diminuição do consumo. Há um aumento na oferta de trabalho, que faz com que o produto aumente, pois este é função do trabalho e da produtividade. Estes resultados convergem com os do capítulo anterior que fazem o mesmo exercício. As exceções são inflação e salário, no entanto os efeitos sobre estas variáveis e taxa de juros são muito pequenos, visto na escala dos gráficos.

Por fim, o gráfico 32 mostra o impacto do choque de produtividade, o mais persistente dos três, o que faz com que as variáveis demorem a voltar para o estado estacionário. Os resultados têm a mesma direção do encontrado no capítulo anterior. O aumento da produtividade leva a um aumento do consumo e do PIB, mesmo com a pequena queda observada na oferta de trabalho. O choque na produtividade é maior que o aumento no salário, o que faz com que o custo marginal das firmas caia, e por consequência a inflação e taxa real de juros.

Quando o modelo é reestimado utilizando-se a dívida pública como variável de ajuste orçamentário, as variáveis macroeconômicas têm uma persistência maior com o choque monetário, mas uma persistência menor com os choques fiscal e de produtividade, conforme pode ser visto nas figuras 33 a 35. Com relação à direção das variáveis, somente consumo e taxa de juros têm um comportamento oposto ao obtido anteriormente no caso de um choque monetário. O consumo aumenta e o juros cai, apesar da magnitude desta

última ser bem pequena. No caso do choque de produtividade, as variáveis que apresentam uma direção diferente são o salário, que nesse caso cai juntamente com a oferta de trabalho, e o PIB, que tem uma queda pequena em magnitude pois o efeito do choque sobre a queda da oferta de trabalho é um pouco maior que o crescimento da produtividade.

Como vimos no capítulo anterior, a maior diferença de comportamento das variáveis quando se muda o instrumento de ajuste orçamentário se dá com o choque fiscal, e aqui não é diferente. O aumento nos gastos financiado por dívida diminui a inflação, o salário e a taxa de juros. O consumo, apesar de aumentar inicialmente, diminui após alguns trimestres pois os agentes têm que absorver os títulos extras via poupança. O PIB segue de perto o comportamento da oferta de trabalho, já que ele é determinado por esta e pela produtividade sob a ótica da oferta. De modo geral, as magnitudes das respostas das variáveis são pequenas.

### 3.4.3 Decomposição da variância

O objetivo dessa seção é fazer uma decomposição da variância do erro de previsão de três variáveis: inflação, produto e taxa de juros. A figura 27 mostra os resultados. Com relação à inflação, o choque que mais explica sua variância é o monetário, apesar de sua importância cair ao longo do tempo e a do choque de produtividade aumentar. O choque fiscal não tem impacto nesse caso. Nos Estados Unidos o que mais explica a variância da inflação inicialmente é a produtividade, mas ao longo do tempo ela cai e o choque mais importante passa a ser o fiscal, de acordo com [Hasumi e Iiboshi \(2019\)](#). Para o Japão, eles encontram resultado parecido com o nosso, com o choque monetário influenciando mais no início e a produtividade aumentando a participação com o passar dos trimestres.

A decomposição da variância do produto e da taxa de juros apresenta comportamentos muito similares. O que mais explica as variâncias delas é o choque de produtividade, e sua importância cresce ao longo do tempo. O choque monetário tem uma parcela considerável inicial, por volta de 40% em ambas, e vai decrescendo. O choque fiscal explica uma parcela pequena e aproximadamente constante em todos os trimestres. Nos Estados Unidos

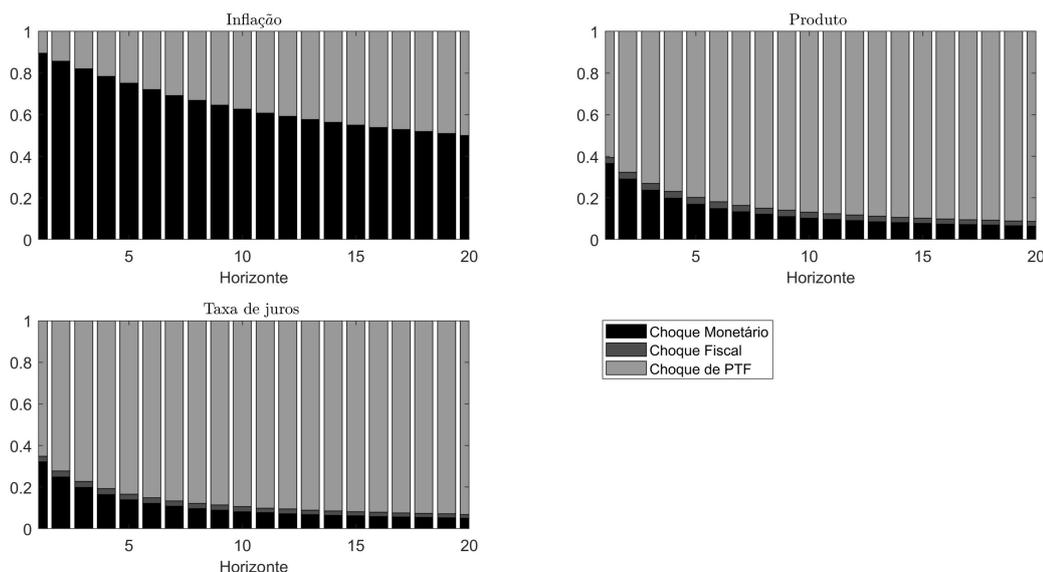


Figura 27 – Decomposição da variância

a produtividade explica mais a variância inicial do produto e da taxa de juros, enquanto no último trimestre reportado quase toda a participação recai sobre o choque fiscal (HASUMI; IIBOSHI, 2019). Já no Japão, a variância do produto é majoritariamente explicada pela produtividade no começo, e cresce até atingir 100% no trimestre quarenta. O choque fiscal explica mais a taxa de juros no início, seguido do monetário e produtividade. No entanto, ao longo do tempo o choque de produtividade também atinge 100% de participação na explicação dessa variável.

#### 3.4.4 Efeitos distributivos

Nesta última seção vamos discutir os impactos distributivos dos choques, possivelmente o aspecto mais interessante que os modelos com agentes heterogêneos permitem estudar, e que não são possíveis em modelos com agente representativo. Vamos analisar as *policy functions* de consumo, oferta de trabalho e poupança separadas pelo percentil 10, percentil 50 e os 10% mais ricos. O critério utilizado é a riqueza, ou quantidade de ativos líquidos, e não renda.<sup>6</sup> Também analisaremos os índices de Gini de consumo e renda, para ver como os choques impactam esses dois indicadores de desigualdade. Por fim, vamos

<sup>6</sup> Os artigos dessa área em geral também usam esse critério de riqueza. Esses exercícios também foram feitos utilizando-se a renda e os resultados são muito similares.

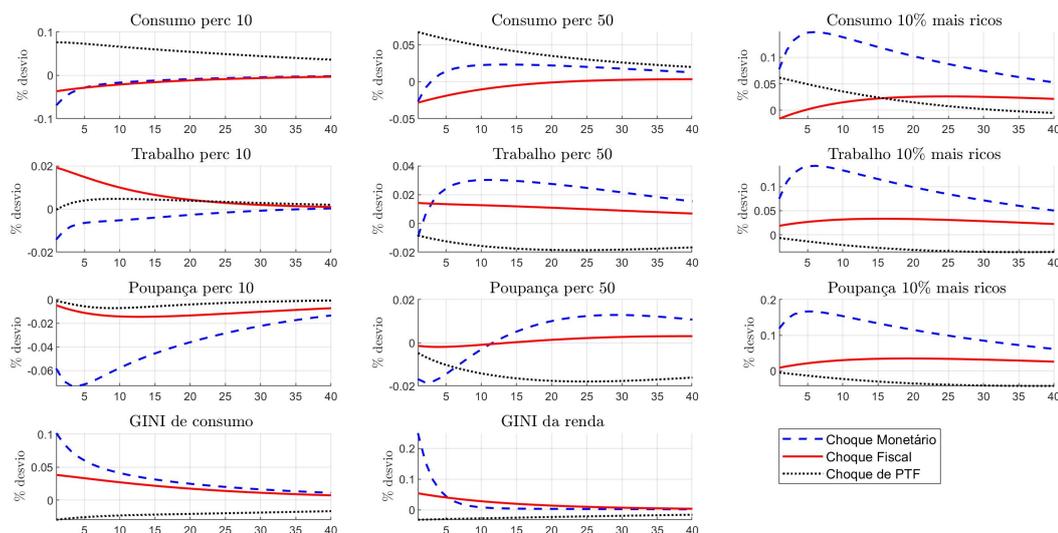


Figura 28 – Aspectos distributivos com transferência ajustando

reportar os mesmo resultados para o caso em que o governo usa a dívida como variável de ajuste orçamentário.

Começando pelos indicadores de desigualdade, a figura 28 mostra que os choques monetário e fiscal, dados por um aumento na taxa de juros e nos gastos governamentais, aumentam os índices de Gini de consumo e de renda, ou seja, há um aumento inicial nas desigualdades de consumo e de renda. Pelo lado do choque monetário, o aumento de juros leva a um efeito riqueza que beneficia os mais ricos, pois são eles os poupadores sob a forma de títulos públicos majoritariamente. Além do mais, as quedas no PIB, salário e oferta de trabalho prejudicam a renda e o consumo da parcela mais pobre. Pelo lado fiscal, o aumento nos gastos resulta em menor transferências para os indivíduos para que se tenha equilíbrio na restrição orçamentária, o que prejudica de forma mais intensa a parcela mais vulnerável. Por outro lado, o choque de produtividade diminui os dois indicadores, o que significa uma menor desigualdade. Nesse caso, o consumo e a renda dos três extratos da população aumentam, sendo que os mais pobres se beneficiam mais proporcionalmente, diminuindo a distância entre os grupos.

Analisando a resposta do consumo, vemos que um choque monetário positivo diminui o consumo do percentil 10 e aumenta o dos 10% mais ricos. O efeito sobre o

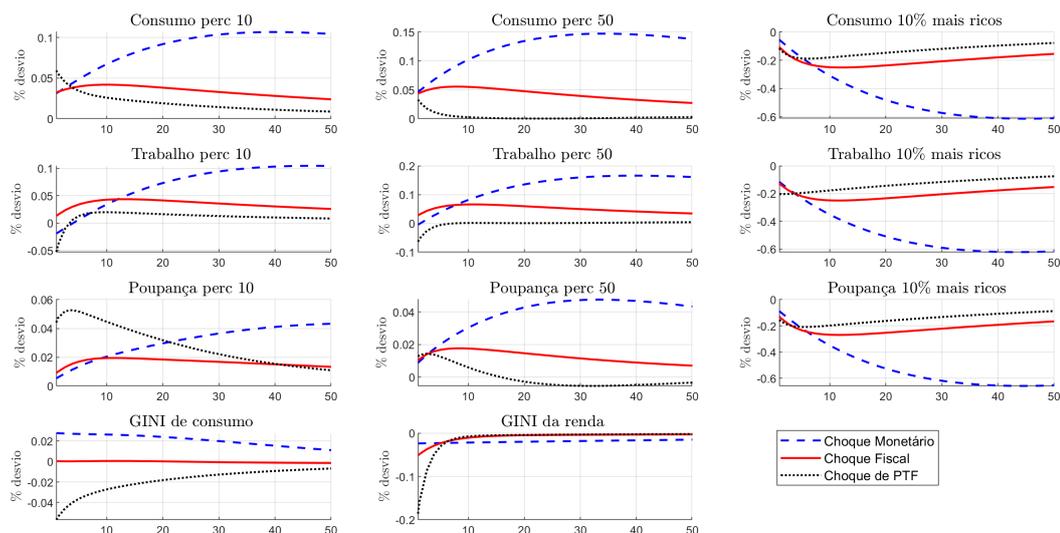


Figura 29 – Aspectos distributivos com dívida ajustando

percentil 50 é negativo logo no início, mas se reverte para positivo cerca de dois a três trimestres a frente. O choque de produtividade tem efeito positivo sobre todas as faixas de riqueza, enquanto o fiscal afeta negativamente os percentis 10 e 50. Os 10% mais ricos tem o consumo diminuído inicialmente por conta do choque fiscal, mas o efeito se torna positivo poucos trimestres adiante.

Com relação à oferta de trabalho, o choque fiscal impacta positivamente todas as faixas de riqueza. Já os choques monetário e de produtividade têm impactos com direção contrária. O monetário diminui a oferta do percentil 10 e aumenta do restante, enquanto o choque de produtividade tem efeito oposto.

Por fim, temos a poupança pelas faixas já mencionadas. Os três choques afetam de forma negativa a poupança do percentil 10, apesar do impacto do choque monetário ser bem maior em relação aos outros dois. Inicialmente, os três choques também impactam negativamente o percentil 50. No entanto, os efeitos dos choques fiscal e monetário se revertem ao longo do tempo, com a volatilidade do monetário sendo bem maior. O percentil mais rico tem a poupança aumentada pelos choques monetário e fiscal, e diminuída pelo choque de produtividade.

A figura 29 mostra o caso em que o governo usa a dívida no ajuste do orçamento.

Em comparação ao caso anterior, o consumo dos percentis 10 e 50 aumenta em resposta a todos os choques, enquanto o dos 10% mais ricos diminui. Ou seja, há evidências de que ajustar a dívida ao invés de transferências é melhor para o consumo dos mais pobres, e o efeito maior se dá com o choque monetário, enquanto no anterior o choque de produtividade tinha o maior efeito positivo. Com relação à oferta de trabalho, o choque de produtividade tem efeito quase nulo para os percentis 10 e 50 e diminui a oferta dos 10% mais ricos, enquanto os choques monetário e fiscal aumentam a oferta dos percentis 10 e 50, mas diminuem dos 10% mais ricos, comportamento semelhante ao consumo. As funções impulso resposta da *policy function* de poupança mostram que o choque de produtividade aumenta a poupança do segmento mais pobre. O percentil 50 tem um aumento inicial, seguido de uma leve queda na poupança após cerca de vinte trimestres, enquanto a parcela mais rica tem uma diminuição da poupança em todos os trimestres. Os choques monetário e fiscal, por sua vez, aumentam a poupança dos percentis 10 e 50 e diminuem dos 10% mais ricos. Por fim, a evolução do índice de Gini do consumo é parecida com o caso em que as transferências variam para os choques de produtividade e monetário. O primeiro diminui a desigualdade enquanto o segundo aumenta. No entanto, o tipo de financiamento do choque fiscal leva a resultados diferentes. Com dívida, a desigualdade de consumo não se altera e na situação anterior ela subia. Por fim, analisando o índice de Gini da renda vemos que ele diminui sob os três choques, melhorando a distribuição de renda, enquanto sob o uso das transferências a desigualdade piorava com os choques monetário e fiscal. Portanto, há evidências de que o instrumento de política fiscal usado pelo governo pode afetar de forma diferente as escolhas de indivíduos de diversas classes de riqueza e as desigualdades de consumo e renda.

### 3.5 Conclusões

Este artigo estimou um modelo Novo Keynesiano com agentes heterogêneos (HANK) para o Brasil com o método de Monte Carlo Sequencial, cuja vantagem principal é a possibilidade de paralelização, com consequentes ganhos computacionais. Esta literatura

ainda está em seu começo, pois o mais comum era a calibração desses modelos por conta das dificuldades para estimá-los. Até onde sabemos, este é o primeiro estudo a estimar um modelo de tal tipo para o Brasil.

De modo geral, os resultados evidenciam uma boa identificação dos parâmetros estimados. Além do mais, a resposta das variáveis macroeconômicas agregadas aos três tipos de choques presentes no modelo tem a direção esperada na maioria dos casos. O choque de produtividade tem uma alta persistência estimada quando o governo usa transferências como variável de ajuste orçamentário, além de ter a maior participação na decomposição da variância do produto interno bruto e da taxa de juros. Com relação aos aspectos distributivos, a evidência sugere que os choques afetam de forma diferente o consumo, a poupança e a oferta de trabalho para diferentes faixas de riqueza. Quando o governo utiliza transferências, os índices de Gini do consumo e da renda têm uma piora com choques monetário e fiscal, aumentando a desigualdade, e um efeito contrário com o choque de produtividade. Por outro lado, o uso de dívida pública faz com que o impacto dos três choques seja no sentido de diminuir a desigualdade de renda, enquanto a desigualdade de consumo só piora com o choque monetário. Portanto, a política fiscal seria importante como instrumento de mitigação das desigualdades frente a choques que afetam o ciclo de negócios.

As possibilidades de pesquisa futura nessa área são amplas. Além de incluir um segundo ativo ilíquido através da inclusão de capital, como artigos na fronteira já fazem, seria interessante incluir outras características comuns a modelos Novo Keynesianos, como o acelerador financeiro e a taxa de câmbio em uma economia aberta. No entanto, o principal ganho se daria através da inclusão de dados microeconômicos na estimação dos modelos, como fazem [Liu e Plagborg-Møller \(2019\)](#) com o uso de *cross sections* repetidas de renda e emprego dos indivíduos.

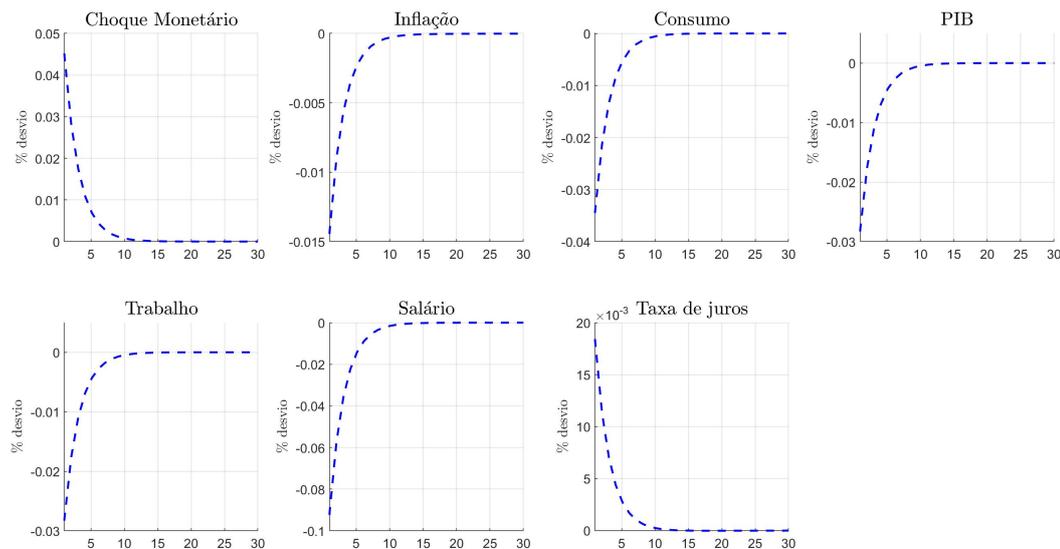


Figura 30 – Choque monetário

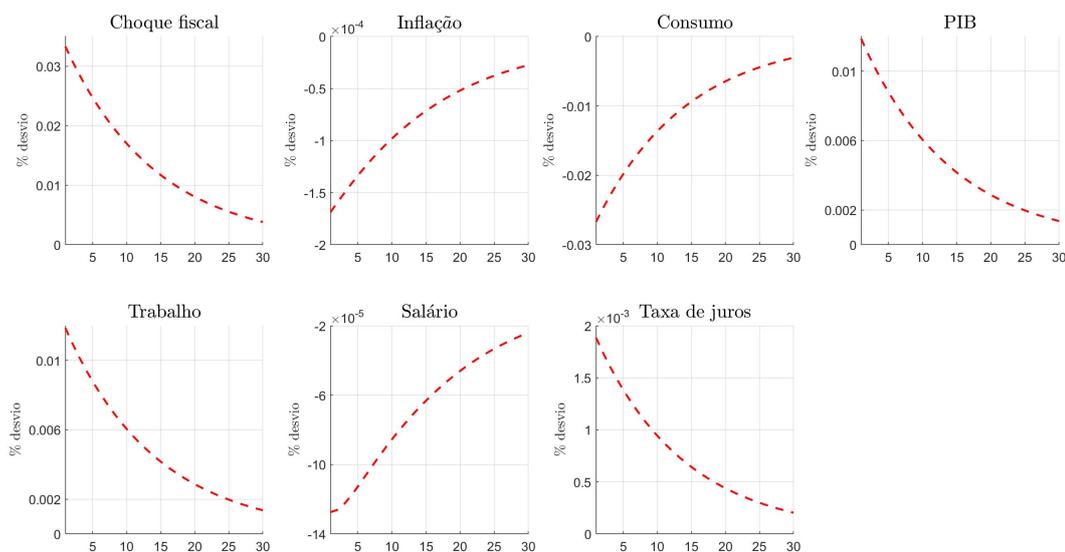


Figura 31 – Choque fiscal

### 3.6 Apêndice

Nesta seção estão os gráficos com as funções impulso resposta aos choques agregados. Os três primeiros mostram a situação em que as transferências são a variável de ajuste orçamentário. Os três últimos trazem a evolução das variáveis macroeconômicas para o caso em que a dívida pública é utilizada para o ajuste orçamentário.

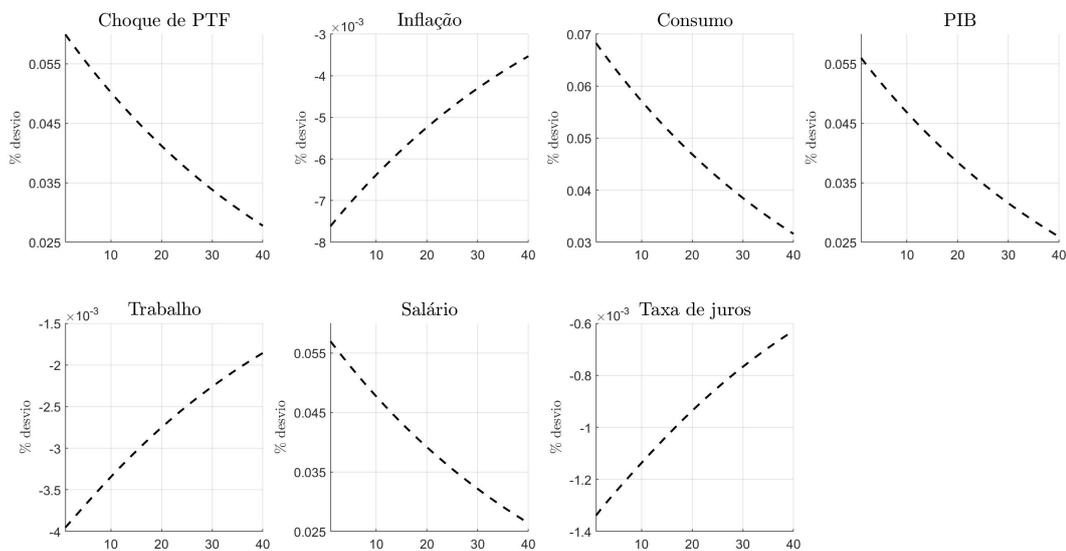


Figura 32 – Choque de produtividade

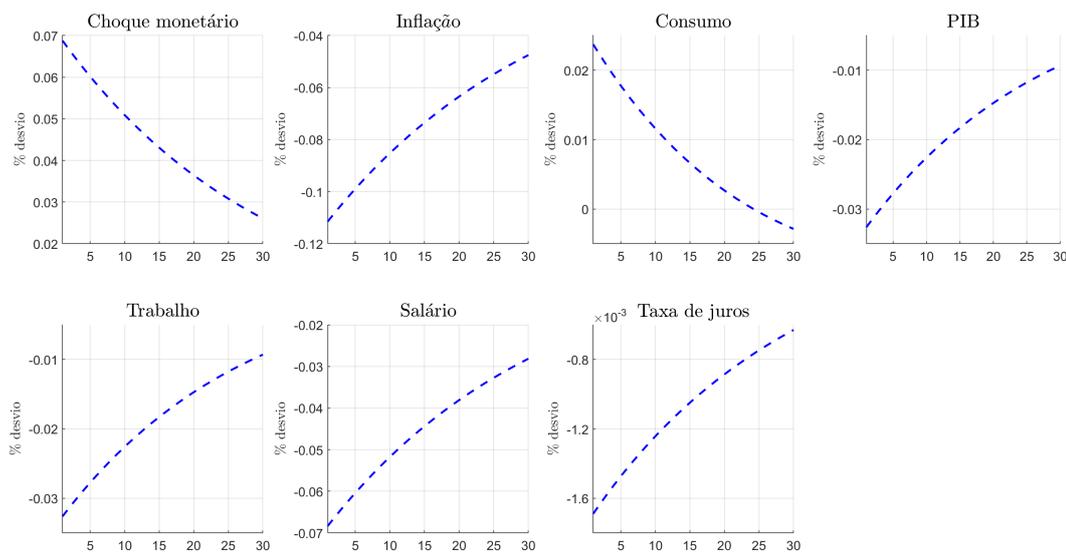


Figura 33 – Choque monetário

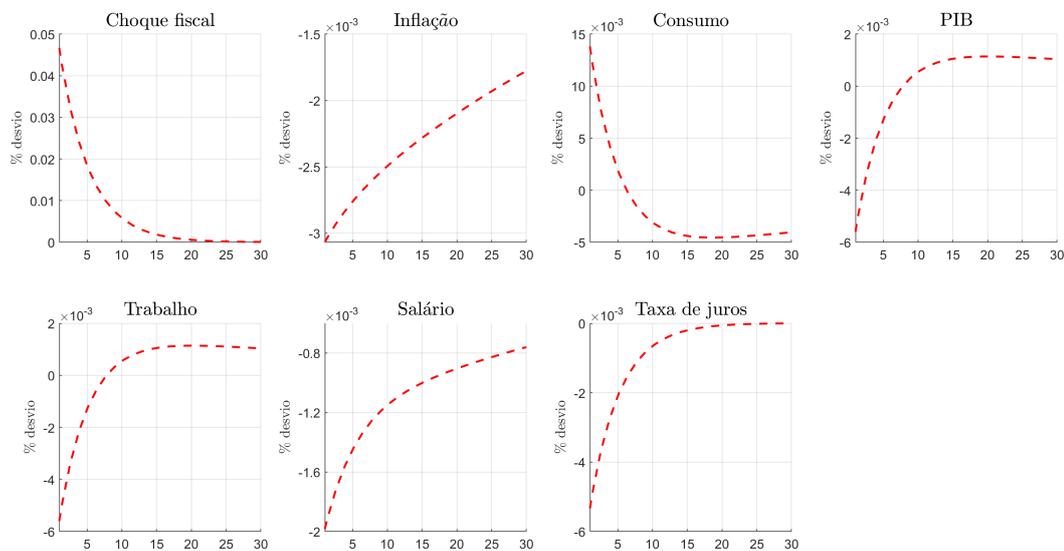


Figura 34 – Choque fiscal

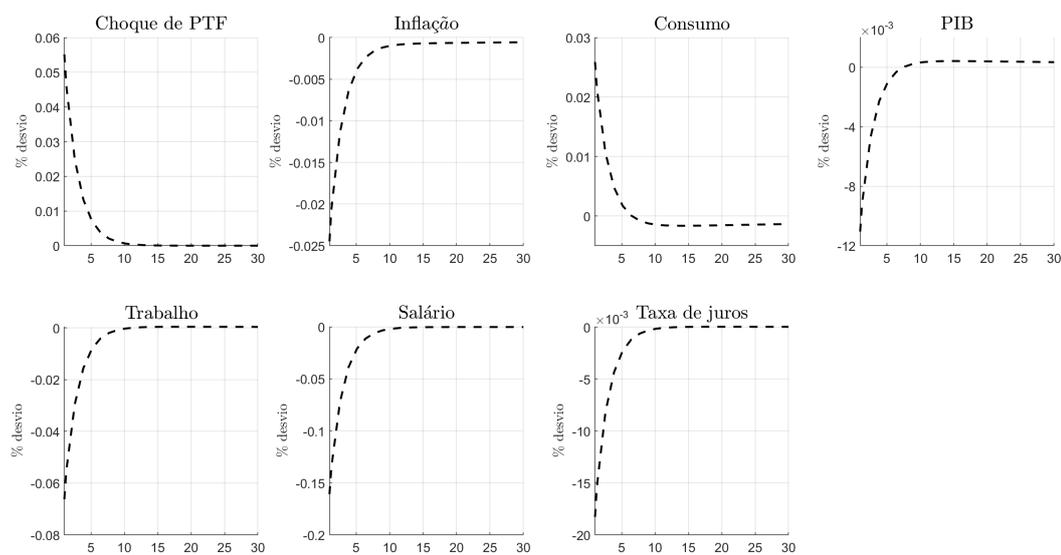


Figura 35 – Choque de produtividade



## Conclusão da tese

Os três artigos desta tese exploraram uma das áreas mais promissoras e que está em franca expansão na Macroeconomia: a literatura que trabalha com agentes heterogêneos. Em um mundo tão permeado pela desigualdade de renda e riqueza, esta tese e os outros artigos correlatos vêm mostrando a grande relação que há entre a desigualdade e as variáveis macroeconômicas. Se por um lado a desigualdade de renda afeta a resposta das variáveis agregadas a choques, por outro lado os próprios choques também podem influenciar as desigualdades.

No primeiro capítulo estudamos os efeitos de um *credit crunch*, dado por um aperto na restrição de endividamento, um parâmetro fundamental em modelos de agentes heterogêneos e mercados incompletos. Os resultados mostram que um choque que reduz a dívida dos indivíduos de 28% para 23% do PIB resulta em queda da taxa de juros, produto e consumo. A propensão marginal a consumir tem um aumento considerável. Com relação aos aspectos distributivos, o índice de Gini diminui após o aperto na restrição de endividamento, o que resulta em melhor distribuição de renda. A comparação entre estados estacionários do consumo, oferta de trabalho e propensão marginal a consumir por tipos de renda mostra que os mais pobres terminam com um consumo menor e ofertam mais trabalho, enquanto os indivíduos de renda mais alta consomem mais e ofertam menos. A propensão a consumir de todos aumenta, no entanto a dos mais pobres aumenta mais.

No segundo capítulo analisamos como a forma que o governo equilibra sua restrição orçamentária, seja por transferências ou dívida pública, impacta as respostas das variáveis agregadas e distributivas a choques. Os resultados mostram que essa escolha importa e tem efeitos distributivos. Por exemplo, se a preocupação da política fiscal for voltada para o bem-estar dos mais pobres, há uma vantagem comparativa para um choque de transferência que seja ajustado pelas próprias transferências ao longo do tempo para garantir o atendimento à restrição orçamentária.

Por fim, no último capítulo estimamos o modelo HANK do capítulo anterior com dados brasileiros usando Monte Carlo Sequencial, e fazemos análise de funções impulso

resposta, decomposição da variância e aspectos distributivos, como índices de Gini de renda e consumo. Os resultados evidenciam uma boa identificação dos parâmetros estimados. Além do mais, a resposta das variáveis macroeconômicas agregadas aos três tipos de choques presentes no modelo tem a direção esperada na maioria dos casos. Com relação aos aspectos distributivos, a evidência sugere que os choques afetam de forma diferente o consumo, a poupança e a oferta de trabalho para diferentes faixas de riqueza. Quando o governo utiliza transferências, os índices de Gini do consumo e da renda têm uma piora com choques monetário e fiscal, aumentando a desigualdade, e um efeito contrário com o choque de produtividade. Por outro lado, o uso de dívida pública faz com que o impacto dos três choques seja no sentido de diminuir a desigualdade de renda, enquanto a desigualdade de consumo só piora com o choque monetário. Portanto, a política fiscal seria importante como instrumento de mitigação das desigualdades frente a choques que afetam o ciclo de negócios.

Em suma, a literatura que combina os modelos Novo Keynsianos com agentes heterogêneos está apenas em seu começo e apresenta muitas possibilidades de pesquisa futura. Uma área promissora é a incorporação de dados microeconômicos na estimação desses modelos. No Brasil ainda não temos disponível uma base de dados com o estoque de riqueza das famílias, como existe nos Estados Unidos, o que ainda dificulta a reprodução da desigualdade da sociedade pelos modelos. No entanto, é um problema que pode ser resolvido futuramente. De todo modo, não é mais possível deixar de fora dos modelos macroeconômicos um aspecto tão inerente à nossa sociedade: a heterogeneidade de seus habitantes.

## Referências

- ACHDOU, Y. et al. *Income and Wealth Distribution in Macroeconomics: A Continuous-Time Approach*. Cambridge, MA, 2017. Disponível em: <http://www.nber.org/papers/w23732.pdf>. 41, 46, 52, 53, 54
- AHN, S. et al. When inequality matters for macro and macro matters for inequality. *NBER macroeconomics annual*, University of Chicago Press Chicago, IL, v. 32, n. 1, p. 1–75, 2018. 11, 41, 42, 43, 45, 51, 68
- AIYAGARI, S. R. Uninsured idiosyncratic risk and aggregate saving. *The Quarterly Journal of Economics*, MIT Press, v. 109, n. 3, p. 659–684, 1994. 45
- AMROMIN, G.; NARDI, M. D.; SCHULZE, K. *Household inequality and the consumption response to aggregate real shocks*. [S.l.], 2017. 43, 44
- AUCLERT, A. et al. *Using the sequence-space Jacobian to solve and estimate heterogeneous-agent models*. [S.l.], 2019. 66
- AUCLERT, A.; ROGNLIE, M. *Inequality and aggregate demand*. [S.l.], 2018. 43
- AUCLERT, A.; ROGNLIE, M.; STRAUB, L. *Micro Jumps, Macro Humps: monetary policy and business cycles in an estimated HANK model*. [S.l.], 2020. 67
- BAYER, C.; BORN, B.; LUETTICKE, R. Shocks, frictions, and inequality in us business cycles. CEPR Discussion Paper No. DP14364, 2020. 63, 66
- BAYER, C. et al. Precautionary savings, illiquid assets, and the aggregate consequences of shocks to household income risk. *Econometrica*, Wiley Online Library, v. 87, n. 1, p. 255–290, 2019. 20
- BLOOM, N. et al. Really uncertain business cycles. *Econometrica*, Wiley Online Library, v. 86, n. 3, p. 1031–1065, 2018. 20
- BRINCA, P. et al. Fiscal multipliers in the 21st century. *Journal of Monetary Economics*, Elsevier, v. 77, p. 53–69, 2016. 45
- BRZOZA-BRZEZINA, M.; MAKARSKI, K. Credit crunch in a small open economy. *Journal of International Money and Finance*, Elsevier, v. 30, n. 7, p. 1406–1428, 2011. 18
- BUERA, F.; NICOLINI, J. P. Liquidity traps and monetary policy: Managing a credit crunch. FRB of Chicago Working Paper, 2014. 19
- BUERA, F. J.; JAEF, R. N. F.; SHIN, Y. Anatomy of a credit crunch: from capital to labor markets. *Review of Economic Dynamics*, Elsevier, v. 18, n. 1, p. 101–117, 2015. 16, 19
- BUERA, F. J.; MOLL, B. Aggregate implications of a credit crunch: The importance of heterogeneity. *American Economic Journal: Macroeconomics*, v. 7, n. 3, p. 1–42, 2015. 19
- CASTRO, M. R. D. et al. Samba: Stochastic analytical model with a bayesian approach. *Brazilian Review of Econometrics*, v. 35, n. 2, p. 103–170, 2015. 25, 52, 72, 73

- CHALLE, E. et al. Precautionary saving and aggregate demand. *Quantitative Economics*, Wiley Online Library, v. 8, n. 2, p. 435–478, 2017. 20, 66
- CHANG, M.; CHEN, X.; SCHORFHEIDE, F. Heterogeneity and aggregate fluctuations. *Manuscript, University of Pennsylvania*, 2018. 65
- COIBION, O. et al. *Innocent bystanders? Monetary policy and inequality in the US*. [S.l.], 2012. 40, 44, 58
- CRAVINO, J.; LAN, T.; LEVCHENKO, A. A. Price stickiness along the income distribution and the effects of monetary policy. *Journal of Monetary Economics*, Elsevier, 2018. 66
- EGGERTSSON, G. B.; KRUGMAN, P. Debt, deleveraging, and the liquidity trap: A fisher-minsky-koo approach. *The Quarterly Journal of Economics*, MIT Press, v. 127, n. 3, p. 1469–1513, 2012. 16, 18
- FERNÁNDEZ-VILLAVARDE, J.; HURTADO, S.; NUNO, G. *Financial frictions and the wealth distribution*. [S.l.], 2019. 67
- FLODEN, M.; LINDÉ, J. Idiosyncratic risk in the united states and sweden: Is there a role for government insurance? *Review of Economic Dynamics*, Elsevier, v. 4, n. 2, p. 406–437, 2001. 26
- GORNEMANN, N.; KUESTER, K.; NAKAJIMA, M. Monetary Policy with Heterogeneous Agents. *2013 Meeting Papers*, n. 12, p. 1–48, 2013. Disponível em: <<http://ideas.repec.org/p/red/sed013/356.html>>. 44
- GUERRIERI, V.; LORENZONI, G. Credit crises, precautionary savings, and the liquidity trap. *The Quarterly Journal of Economics*, Oxford University Press, v. 132, n. 3, p. 1427–1467, 2017. 16, 18, 21, 25, 36
- HAGEDORN, M.; MANOVSKII, I.; MITMAN, K. Monetary policy in incomplete market models: Theory and evidence. In: *University of Pennsylvania Working Paper*. [S.l.: s.n.], 2018. 67
- HASUMI, R.; IIBOSHI, H. A bayesian estimation of hank models with continuous time approach: Comparison between us and japan. 2019. 63, 66, 68, 72, 73, 79, 80
- HEATHCOTE, J. Fiscal policy with heterogeneous agents and incomplete markets. *The Review of Economic Studies*, Wiley-Blackwell, v. 72, n. 1, p. 161–188, 2005. 45
- HEATHCOTE, J.; PERRI, F. Wealth and volatility. *The Review of Economic Studies*, Oxford University Press, v. 85, n. 4, p. 2173–2213, 2018. 20
- HERBST, E. P.; SCHORFHEIDE, F. *Bayesian estimation of DSGE models*. [S.l.]: Princeton University Press, 2015. 70
- HUGGETT, M. The risk-free rate in heterogeneous-agent incomplete-insurance economies. *Journal of Economic Dynamics and Control*, Elsevier, v. 17, n. 5-6, p. 953–969, 1993. 11, 12, 16, 21, 41, 45
- JONES, C.; MIDRIGAN, V.; PHILIPPON, T. *Household leverage and the recession*. [S.l.], 2011. 16, 18

- KAPLAN, G.; MOLL, B.; VIOLANTE, G. L. Monetary policy according to hank. *American Economic Review*, v. 108, n. 3, p. 697–743, 2018. [39](#), [49](#), [52](#)
- KAPLAN, G.; VIOLANTE, G. L. A model of the consumption response to fiscal stimulus payments. *Econometrica*, Wiley Online Library, v. 82, n. 4, p. 1199–1239, 2014. [44](#)
- KAPLAN, G.; VIOLANTE, G. L. Microeconomic heterogeneity and macroeconomic shocks. *Journal of Economic Perspectives, Special Issue on “The State of Macroeconomics a Decade After The Crisis*, 2018. [39](#), [40](#), [41](#), [43](#), [44](#), [53](#), [54](#), [57](#), [58](#)
- KHAN, A.; THOMAS, J. K. Credit shocks and aggregate fluctuations in an economy with production heterogeneity. *Journal of Political Economy*, University of Chicago Press Chicago, IL, v. 121, n. 6, p. 1055–1107, 2013. [19](#)
- KRUEGER, D.; MITMAN, K.; PERRI, F. Macroeconomics and Household Heterogeneity. *Handbook of Macroeconomics*, v. 2, p. 843–921, 2016. ISSN 15740048. [43](#)
- KRUSELL, P.; Smith, Jr., A. A. Income and Wealth Heterogeneity in the Macroeconomy. *Journal of Political Economy*, v. 106, n. 5, p. 867–896, oct 1998. ISSN 0022-3808. Disponível em: <https://www.journals.uchicago.edu/doi/10.1086/250034>. [42](#)
- LIU, L.; PLAGBORG-MØLLER, M. *Full-information estimation of heterogeneous agent models using macro and micro data*. [S.l.]: Manuscript, 2019. [66](#), [84](#)
- MA, E. The heterogeneous responses of consumption between poor and rich to government spending shocks. *Journal of Money, Credit and Banking*, Wiley Online Library, 2017. [40](#), [44](#), [58](#)
- MCKAY, A. Time-varying idiosyncratic risk and aggregate consumption dynamics. *Journal of Monetary Economics*, Elsevier, v. 88, p. 1–14, 2017. [20](#)
- MCKAY, A.; REIS, R. The role of automatic stabilizers in the us business cycle. *Econometrica*, Wiley Online Library, v. 84, n. 1, p. 141–194, 2016. [44](#)
- MEGHIR, C.; NARITA, R.; ROBIN, J.-M. Wages and informality in developing countries. *American Economic Review*, v. 105, n. 4, p. 1509–46, 2015. [25](#), [26](#)
- MEGHIR, C.; NARITA, R.; ROBIN, J.-M. Wages and informality in developing countries. *American Economic Review*, v. 105, n. 4, p. 1509–46, 2015. [39](#), [52](#), [72](#)
- OH, H.; REIS, R. Targeted transfers and the fiscal response to the great recession. *Journal of Monetary Economics*, Elsevier, v. 59, p. S50–S64, 2012. [44](#)
- PARRA-ALVAREZ, J. C.; POSCH, O.; WANG, M.-C. Identification and estimation of heterogeneous agent models: A likelihood approach. CESifo Working Paper Series, 2017. [66](#)
- RAVN, M. O.; STERK, V. Job uncertainty and deep recessions. *Journal of Monetary Economics*, Elsevier, v. 90, p. 125–141, 2017. [20](#)
- SHIMER, R. The cyclical behavior of equilibrium unemployment and vacancies. *American economic review*, v. 95, n. 1, p. 25–49, 2005. [26](#)

SMETS, F.; WOUTERS, R. Shocks and frictions in us business cycles: A bayesian dsge approach. *American economic review*, v. 97, n. 3, p. 586–606, 2007. [63](#), [66](#), [67](#)

WINBERRY, T. A toolbox for solving and estimating heterogeneous agent macro models. *Forthcoming Quantitative Economics*, 2016. [66](#)