

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO E CONTABILIDADE
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA

**Fatores globais e regionais na estrutura a termo
da taxa de juros: O caso da América Latina**

João Marcelo Amaral

Orientador: Prof. Dr. Rodrigo De Losso da Silveira Bueno

**São Paulo
2019**

Prof. Dr. Vahan Agopyan

Reitor da Universidade de São Paulo

Prof. Dr. Fábio Frezatti

Diretor da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade

Prof. Dr. José Carlos de Souza Santos

Chefe do Departamento de Economia

Prof. Dr. Ariaster Baumgratz Chimeli

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Economia

JOÃO MARCELO AMARAL

**Fatores globais e regionais na estrutura a termo
da taxa de juros: O caso da América Latina**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Economia do Departamento de Economia da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciências.

Orientador: Prof. Dr. Rodrigo De Losso da Silveira Bueno

Versão Original

São Paulo

2019

Ficha catalográfica
Elaborada pela Seção de Processamento Técnico do SBD/FEA
com os dados inseridos pelo(a) autor(a)

Amaral, João Marcelo Taveira do.

Fatores globais e regionais na estrutura a termo da taxa de juros: o caso da América Latina / João Marcelo Taveira do Amaral. - São Paulo, 2019.
80 p.

Dissertação (Mestrado) - Universidade de São Paulo, 2019.
Orientador: Rodrigo de Losso da Silveira Bueno.

1. Filtro de kalman. 2. Taxa de juros. 3. Finanças internacionais. 4. Integração econômica. 5. Previsão (Análise de séries temporais). I. Universidade de São Paulo. Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade. II. Título.

Aos meus pais, Marcelo e Karla.

Resumo

Esse trabalho propõe estudar o grau de integração da estrutura a termo da taxa de juros com o mercado global e regional nos países da América Latina. Modelos de fatores dinâmicos foram usados para extrair os fatores globais, regionais e idiossincráticos da estrutura a termo como em [Diebold, Li e Yue \(2008\)](#) e [Bae e Kim \(2011\)](#). Foi encontrado que a estrutura a termo da taxa de juros da América Latina é integrada ao mercado global além de existir uma integração regional entre os países. Esse resultado é robusto ao fazer análises de subperíodos. No entanto, a proporção de variância explicada por cada fator varia conforme mudamos a amostra analisada. Essa variação pode ser consequência do período pós-crise e das políticas monetárias realizadas pelos principais Bancos Centrais no período. Ademais, a curva de juros do Brasil parece ter sido pouca influenciada por fatores globais pois o país apresentava condições macroeconômicas diferentes do restante do mundo.

Palavras-chaves: Estrutura a termo da taxa de juros. América Latina. Modelos de fatores dinâmicos. Filtro de Kalman.

Abstract

In this work we propose to study the degree of integration of the term structure of interest rate of Latin America countries with global and regional markets. Using dynamic factor models as [Diebold, Li e Yue \(2008\)](#) and [Bae e Kim \(2011\)](#) to extract the global, regional and country specific factors we found that the term structure of interest rates of Latin America countries is integrated with global and regional markets. This result is robust studying different sample periods. However, the proportion of variance explained by those factors change when the sample periods change. This variation in the proportion of variance can be understood as consequence of the post crises period and the unconventional monetary policy that followed. Brazil term structure doesn't seem to be affected to global components. We interpret this last result as being a consequence of the different economic cycle that the country had comparing to the rest of the world.

Key-words: Term structure of interest rates. Latin America. Dynamic factor models. Kalman filter.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Fatores de Nível, Inclinação e Curvatura do modelo de Diebold e Li (2006)	18
Figura 2 – Fator global e regional de nível extraídos via filtro de Kalman juntamente com os fatores de nível dos países da América Latina	35
Figura 3 – Fator global e regional de inclinação extraídos via filtro de Kalman juntamente com os fatores de inclinação dos países da América Latina .	36

Lista de tabelas

Tabela 1 – Fonte de dados das taxa de juros dos países estudados	28
Tabela 2 – Estatísticas descritivas para os países da América Latina	29
Tabela 3 – Estatística descritivas fatores de nível e inclinação	30
Tabela 4 – Análise de componentes principais dos fatores de nível e inclinação para todos os países.	31
Tabela 5 – Análise de componentes principais dos fatores de nível e inclinação para os países da América Latina.	31
Tabela 6 – Estimativas dos fatores globais e regionais para fator de nível	36
Tabela 7 – Estimativas dos fatores globais e regionais para os países da América Latina no fator de nível	36
Tabela 8 – Estimativas dos fatores globais e regionais no fator de inclinação.	37
Tabela 9 – Estimativas dos fatores globais e regionais para os países da América Latina no fator de inclinação.	38
Tabela 10 – Decomposição de variância do fator de nível.	38
Tabela 11 – Decomposição de variância do fator de inclinação.	39
Tabela 12 – Estimativas dos Fatores Globais e Regionais no fator de nível para 01:2008 - 12:2012 e 01:2013 - 01:2018.	41
Tabela 13 – Estimativas dos Fatores Globais e Regionais para os países da América Latina no fator de nível para 01:2008 - 12:2012 e 01:2013 - 01:2018.	42
Tabela 14 – Decomposição de variância do fator nível entre 01:2008 - 12:2012 e 01:2013 - 01:2018 para os países da América Latina.	43
Tabela 15 – Estimativas dos Fatores Globais e Regionais no fator de inclinação para 01:2008 - 12:2012 e 01:2013 - 01:2018.	43
Tabela 16 – Estimativas dos Fatores Globais e Regionais para os países da América Latina no fator de inclinação para 01:2008 - 12:2012 e 01:2013 - 01:2018.	44
Tabela 17 – Decomposição de variância do fator inclinação entre 01:2008 - 12:2012 e 01:2013 - 01:2018 para os países da América Latina.	45

Tabela 18 – - Estimativas dos fatores globais para os países desenvolvidos no fator de nível.	63
Tabela 19 – - Estimativas dos fatores globais para os países desenvolvidos no fator de inclinação.	63
Tabela 20 – - Decomposição de variância do fator nível por sub período para os países desenvolvidos.	63
Tabela 21 – -Decomposição de variância do fator inclinação por sub período para os países desenvolvidos.	63
Tabela 22 – - Estimativas dos Fatores Globais para os países desenvolvidos no fator de nível para 01:2008 - 12:2012 e 01:2013 - 01:2018	64
Tabela 23 – - Estimativas dos Fatores Globais para os países desenvolvidos no fator de inclinação para 01:2008 - 12:2012 e 01:2013 - 01:2018	65
Tabela 24 – - Decomposição de variância do fator nível entre 01:2008 - 12:2012 e 01:2013 - 01:2018 para os países desenvolvidos.	65
Tabela 25 – - Decomposição de variância do fator inclinação entre 01:2008 - 12:2012 e 01:2013 - 01:2018 para os países desenvolvidos.	65
Tabela 26 – Resultados da previsão 1 passo a frente.	66
Tabela 27 – Resultados da previsão 6 passos a frente.	71
Tabela 28 – Resultados da previsão 12 passos a frente.	76

Sumário

1	Introdução	11
2	Modelo	17
2.0.1	Modelo de um país	17
2.0.2	Modelos de múltiplos países	20
2.0.3	Modelo de Espaço de Estado	22
2.0.4	Estimação	23
2.0.5	Inicialização dos Parâmetros	24
3	Dados	27
3.0.1	Análise Preliminar	27
4	Resultados	33
4.0.1	Decomposição de Variância	38
5	Análise de Subamostras	41
6	Previsão	47
7	Conclusão	51
	Referências	53
	Apêndice	57

1 Introdução

O aumento da globalização financeira e, por consequência, o aumento no fluxo de capital fez com que a interdependência entre os mercados financeiros aumentasse. [Hamao, Masulis e Ng \(1990\)](#) encontraram evidências de spillovers entre os mercados de ações dos Estados Unidos, Japão e Inglaterra utilizando modelos ARCH para explorar essas relações. Os autores encontraram que há evidências de spillovers entre os mercados estudados. [Eun e Shim \(1989\)](#), [King, Sentana e Wadhvani \(1990\)](#), [Ammer e Mei \(1996\)](#) e [Bessler e Yang \(2003\)](#), utilizando outras metodologias, também encontraram evidências de uma maior integração entre os mercados de ações. Posteriormente, novos estudos foram realizados incluindo países emergentes. O objetivo destes últimos estudos era analisar se a maior integração financeira observada nos países desenvolvidos também se estendeu para os mercados emergentes. Como resultado, evidências foram encontradas na direção uma maior integração no mercado de ações dos países emergentes ([BEKAERT; HARVEY, 1997](#); [BEKAERT; HARVEY, 2000](#); [CARRIERI; ERRUNZA; HOGAN, 2007](#); [GRAHAM; KIVIAHO; NIKKINEN, 2012](#)) ¹.

Os mercados de títulos públicos foram outra classe de ativos na qual foram estudadas a possibilidade de interdependência. [Kumar e Okimoto \(2011\)](#) analisam a interdependência das taxas curtas e longas dos países pertencentes ao G7 usando modelos da classe GARCH enquanto [Yang \(2005\)](#) estuda por meio de análises de co-integração a existência de movimentos comuns em um conjunto de títulos em 4 países desenvolvidos. Ambos os estudos encontram evidências de movimentos comuns no mercado de títulos públicos.

Outra parte da literatura foca em explicar as variações nas taxas de um conjunto de maturidades. Em outras palavras, a ênfase é dada nas variações nas taxas de toda a estrutura a termo da taxa de juros (ETTJ). A estrutura a termo da taxa de juros desperta grande interesse por parte de bancos centrais e participantes do mercado pois, a partir das informações expressas na curva, é possível inferir sobre expectativas de inflação e atividade além de ser necessária para precificar ativos de renda fixa. [Litterman e Scheinkman \(1991\)](#) e

¹ Ver [Sharma e Seth \(2012\)](#) para uma revisão de literatura sobre interdependência entre mercados.

Bliss (1997), utilizando-se de análise de componentes principais, encontraram que somente três fatores latentes conseguem explicar a maioria da variação das taxas da ETTJ. Esses três fatores foram chamados de nível, inclinação e curvatura. O fator de nível afeta as taxas em todas as maturidades e, portanto, está relacionado a uma mudança de nível em todas as taxas. O fator de inclinação é representado pela diferença entre as taxas longas e curtas enquanto o fator de curvatura representa as taxas intermediárias da ETTJ. A partir deste fato estilizado, se tornou comum representar toda a ETTJ por apenas três fatores (DIEBOLD; LI, 2006; DIEBOLD; RUDEBUSCH; ARUOBA, 2006; CHRISTENSEN; DIEBOLD; RUDEBUSCH, 2011). Nelson e Siegel (1987) propõem um modelo paramétrico exponencial de três fatores para a ETTJ. Diebold e Li (2006) modificam o modelo de Nelson e Siegel (1987) tornando os fatores latentes dinâmicos e utilizam o novo modelo para a previsão obtendo resultados melhores em relação ao modelo de random walk. Diebold, Rudebusch e Aruoba (2006) reescrevem o modelo em forma de espaço de estado e analisam as relações dos três fatores com variáveis macroeconômicas. Os autores encontraram que a variação de nível está relacionada a inflação e o fator de inclinação está relacionada com atividade econômica. Christensen, Diebold e Rudebusch (2011) impõem a impossibilidade de arbitragem no modelo.

Usualmente os estudos da ETTJ são focados em apenas um país (DIEBOLD; LI, 2006; ESPADA; RAMOS-FRANCIA; GARCÍA, 2008; VICENTE; TABAK, 2008; LANGE, 2013). Diebold, Li e Yue (2008) foram um dos primeiros autores a estudar a relação da ETTJ entre diferentes países. Inspirado pelo trabalho de Kose, Otrok e Whiteman (2003), onde são estudadas as dinâmicas comuns de países e regiões e seus ciclos econômicos, e por Diebold, Rudebusch e Aruoba (2006), Diebold, Li e Yue (2008) procuram a existência de um fator global comum na variação dos fatores da ETTJ em países desenvolvidos. Os autores encontram a existência de um fator global que explica significativamente as variações da estrutura a termo em diferentes países. Morita e Bueno (2008) expandem esse estudo para países emergentes utilizando dados de títulos soberanos em dólares. Os autores também encontram evidências de que um fator global pode explicar majoritariamente as variações nos fatores da estrutura a termo.

Outros autores utilizam a classe de modelos afins da ETTJ para estudar a comunalidade nos movimentos das curvas de juros. [Wright \(2011\)](#) explica que existe uma variação comum no prêmio pelo risco estimado e que a diminuição observada nas taxas longas dos países estudados está relacionado a diminuição do prêmio pelo risco resultante da diminuição da incerteza inflacionaria destes países. [Abbritti et al. \(2018\)](#), [Hellerstein \(2011\)](#) e [Jotikasthira, Le e Lundblad \(2015\)](#) também argumentam a favor da existência de fatores globais comuns que afetam as ETTJ em países desenvolvidos. Uma das possíveis explicações para esse movimento conjunto é consequência da maior integração nos mercados financeiros globais. O aumento na integração financeira e econômica afeta os preços de ativos e, como resultado, variáveis macroeconômicas e fatores financeiros tendem a se mover conjuntamente em resposta a choques globais ([ABBRIITI et al., 2018](#)).

Além da existência de fatores globais, parte da literatura procurou a existência de integrações regionais. Essa integração regional pode existir caso haja alguma forma de integração econômica como, por exemplo, tratados de comércio entre países de uma mesma região ou uma integração financeira, isto é, uma maior facilidade de se investir em países que participam desta região ([GARCÍA-HERRERO; WOOLDRIDGE, 2007](#)). Alguns estudos sobre ETTJ apontam para a existência de fatores regionais, ou seja, há a existência de um fator que afeta alguma região geográfica unicamente. [Coche, Lam e Sahakyan \(2015\)](#) encontra a existência de fatores regionais na estrutura a termo para algumas regiões geográficas e [Šopov e Seidler \(2010\)](#) encontram evidências de um fator comum a países do leste europeu. [Bae e Kim \(2011\)](#) expandem a metodologia de [Diebold, Li e Yue \(2008\)](#) incluindo além do fator global um fator regional comum a países asiáticos. Estudando um conjunto de nove países os autores encontraram que, além do fator global, há um fator regional asiático mas, no entanto, este fator regional consegue explicar menos a variação nos fatores do que em relação ao fator global. A existência desse fator regional mostra que há um certo nível de integração regional no mercado de títulos públicos da Ásia ([BAE; KIM, 2011](#))

O objetivo deste trabalho é examinar as influências globais e regionais no mercado de títulos públicos na América Latina. Embora existam estudos que procurem relações de

interdependência nos mercados de títulos públicos (BARR; PRIESTLEY, 2004; KUMAR; OKIMOTO, 2011; YANG, 2005; CHRISTIANSEN, 2014) a metodologia empregada por esses estudos sofrem de algumas limitações. Nesses estudos são escolhidas apenas algumas taxas de juros, normalmente uma taxa de maturidade curta e uma taxa de maturidade longa, para analisar o movimento conjunto entre países. Como consequência, não é possível analisar a interdependência de taxas com maturidades que não foram incluídas nesses modelos. Para superar essa problema, a proposta desse trabalho é analisar a interdependência entre países em toda a ETTJ não ficando limitado a apenas algumas taxas. Assim, ao se analisar toda a ETTJ, é possível melhor entender o grau de integração nos mercados de títulos públicos.

O mercado de títulos públicos em moeda local dos países da América Latina teve considerável expansão a partir do final da década de 90. A partir das reformas institucionais e da maior estabilidade macroeconômica alcançada por estes países, propiciou-se a criação de títulos públicos denominados em moeda local (JEANNEAU; TOVAR et al., 2008)². Anteriormente a essas reformas, o mercado de títulos soberanos era restrito a títulos negociados em moeda estrangeira. No entanto, as mudanças nas taxas dos títulos soberanos em moeda estrangeira eram consequências de fatores externos a estes países e ligados majoritariamente a fatores exógenos dos mercados financeiros globais (LONGSTAFF et al., 2011). Portanto, ao migrar a forma de financiamento para títulos negociados em moeda local, as taxas desses ativos refletem menos as condições financeiras globais e mais as condições macroeconômicas de cada país. Além disso, atualmente a emissão de títulos em moeda nacional é a principal forma de financiamento dos governos destes países, excedendo o valor total da dívida em moeda estrangeira (JEANNERET; SOUSSI, 2016). A expansão destes títulos também fez com que investidores internacionais aplicassem nestes ativos. Burger, Warnock e Warnock (2010) mostram que houve um aumento na participação estrangeira no mercado de títulos de países emergentes. De acordo com os autores, investidores estrangeiros procuram investir nessa classe de ativo almejando maiores

² Borensztein et al. (2008) produzem um survey sobre o desenvolvimento dos mercados de títulos públicos dos principais países da América Latina.

retornos e maior diversificação em seus portfólios.

Embora a América Latina possua o segundo maior mercado de títulos públicos denominados em moeda local (JEANNERET; SOUISSI, 2016), ainda não há trabalhos que se propuseram a estudar o mercado desta região. Logo, pouco se sabe sobre a existência de integração regional do mercado de títulos destes países além do grau de integração com o mercado global. Este trabalho tem como objetivo preencher essa lacuna. Usando dados mensais entre 2008 e 2018, foi encontrado que o mercado de títulos da América Latina é integrado ao mercado global e que há a existência de um fator regional para a América Latina que ajuda a explicar as variações da estrutura a termo. No entanto, o fator regional explica menos as variações nas taxas de juros em relação ao fator global. Além disso, a importância do fator global e regional para explicar a variação nas taxas de juros varia conforme mudamos a amostra utilizada. Uma das possíveis explicações para esta mudança de importância entre os dois fatores pode ser consequência das políticas monetárias feitas após a crise de 2008. Portanto, os resultados do estudo também contribuem para a melhor compreensão dos efeitos da crise de 2008 e das políticas monetária não convencionais feitas pelos principais bancos centrais do mundo nas ETTJ do conjunto de países estudados.

Para analisar os efeitos destes fatores na ETTJ, a metodologia de Diebold, Li e Yue (2008) será expandida para incorporar um fator comum apenas aos países da América Latina como feito por Bae e Kim (2011) para países da Ásia. Inicialmente, iremos estimar a ETTJ para cada país segundo Diebold e Li (2006). O modelo de Diebold e Li (2006) é um modelo parcimonioso da curva de juros no qual existe uma vasta literatura evidenciando seus bons resultados dentro da amostra para diversos países (VICENTE; TABAK, 2008; LANGE, 2013; MODUGNO; NIKOLAOU, 2009). O modelo possui três fatores latentes que governam a totalidade da variação da ETTJ. Após extraídos os fatores, iremos utilizar modelos de fatores dinâmicos para extrair os componentes globais e regionais como em Diebold, Li e Yue (2008) e Bae e Kim (2011).

O capítulo 2 descreve os modelos da ETTJ a serem usados assim como o modelo de fator dinâmico a ser empregado para a extração dos fatores. No capítulo 3 serão

apresentados os dados além das estatísticas descritivas e estudos preliminares. No capítulo 4 serão discutidos os resultados encontrados e no capítulo 5 análises em subamostras serão feitas e discutidas. No capítulo 6 será testado se a previsão da ETTJ ao se modelar com esta estrutura fatorial possui melhores resultados em relação a outros benchmarks da literatura. Finalmente, o capítulo 7 traz a conclusão.

2 Modelo

2.0.1 Modelo de um país

Primeiramente, precisamos de um modelo que consiga representar a ETTJ. Dentre os diversos modelos, o modelo de [Diebold e Li \(2006\)](#) foi escolhido para este trabalho pois é um modelo que consegue capturar os principais fatos estilizados da estrutura a termo além de ter sido testado para diversos países e ter possuído bons resultados dentro da amostra ([DIEBOLD; LI, 2006](#); [ESPADA; RAMOS-FRANCIA; GARCÍA, 2008](#); [VICENTE; TABAK, 2008](#); [LANGE, 2013](#)). O modelo de [Diebold e Li \(2006\)](#) é uma reformulação do modelo de [Nelson e Siegel \(1987\)](#). [Nelson e Siegel \(1987\)](#) propõem uma formulação para a curva de juros que é flexível e ao mesmo tempo parcimoniosa que consegue capturar os principais formatos da ETTJ. Este modelo é um modelo paramétrico onde o formato da curva de juros é governado a partir de funções exponenciais e é representada por apenas três fatores. [Diebold e Li \(2006\)](#) alteram a formulação original de [Nelson e Siegel \(1987\)](#) para que seja possível a representação dinâmica do modelo. Seja $y_{it}(\tau)$ a taxa de juros de um país i no tempo t para um conjunto de maturidades τ . A ETTJ é descrita da seguinte maneira

$$y_{it}(\tau) = l_{it} + s_{it} \left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} \right) + c_{it} \left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} - e^{-\lambda\tau} \right) + v_{it}(\tau) \quad (2.1)$$

Perceba que nessa formulação a dinâmica das taxas de juros de diferentes maturidades são governadas pelos três fatores latentes l_{it} , s_{it} e c_{it} . Além da formulação dinâmica da ETTJ, [Diebold e Li \(2006\)](#) conseguem dar uma interpretação econômica para os fatores latentes. Analisando a equação (2.1), l_{it} não depende de qualquer maturidade τ e, portanto, é um fator que influencia todas as taxas simultaneamente. Logo, l_{it} é chamado de fator de nível. Para o fator s_{it} , considere os seguintes limites

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} y_t(\tau) = l_{it} \quad (2.2)$$

$$\lim_{\tau \downarrow 0} y_t(\tau) = l_{it} + s_{it} \quad (2.3)$$

Percebe-se que l_{it} e s_{it} afetam a parte curta da curva enquanto a parte longa só é afetada por l_{it} . Além disso, uma mudança em s_{it} tem um efeito maior nas taxas de maturidade curta do que em relação as taxas de maturidade longa. Utilizando os resultados de (2.2) e (2.3), temos que $y_t(\infty) - y_t(0) = -s_{it}$. Logo, esse resultado mostra que s_{it} pode ser interpretado como fator de inclinação. Também pode ser visto em (2.2) e (2.3) que no limite, a terceira parte de (2.1) é igual a zero. Dado que (2.1) é concava em τ , sabemos que o ultimo termo influencia a parte média da ETTJ. Logo, c_{it} determina o formato da curva e é considerado o fator de curvatura da ETTJ. A figura 1 ilustra graficamente o efeito de cada um dos três fatores em função da maturidade da taxa. As interpretações dos fatores de Diebold e Li (2006) são semelhantes à interpretação feita por Litterman e Scheinkman (1991) embora os fatores sejam extraídos e representados por formulações diferentes.

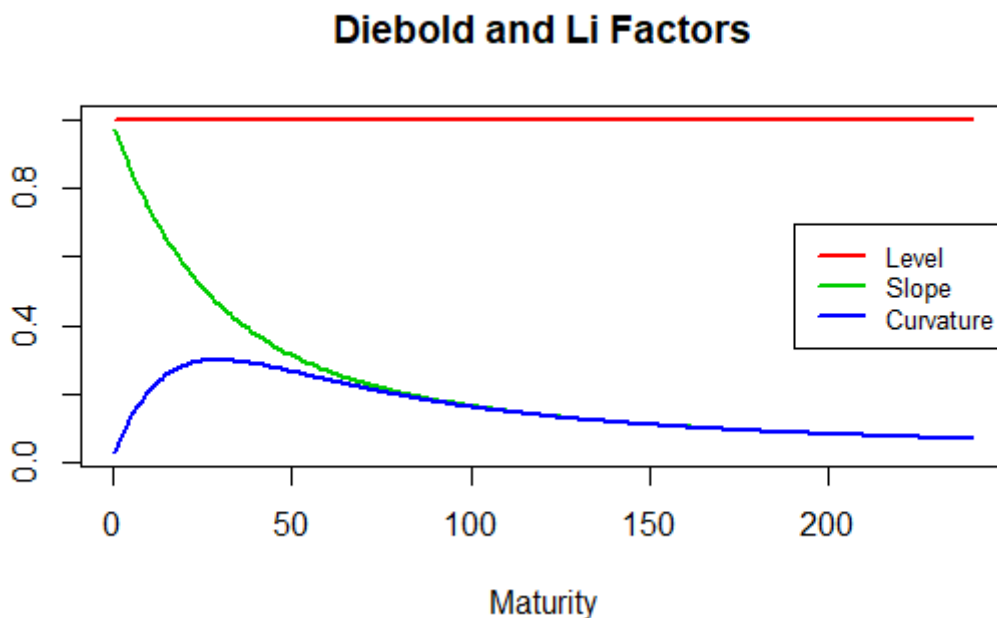


Figura 1 – Fatores de Nível, Inclinação e Curvatura do modelo de Diebold e Li (2006)

λ é o fator que governa o decaimento da ETTJ, ou seja, é o fator que determina em qual maturidade a curvatura atingirá seu ponto máximo. O modelo descrito na equação

(2.1) é um modelo não linear e para estima-lo é necessário algum método de estimação não linear. Para simplificar a estimação e obter resultados mais robustos, [Diebold e Li \(2006\)](#) fixam λ em um valor pré definido transformando (2.1) em uma equação linear sendo possível agora estimar o modelo por OLS. Outras metodologias foram propostas para lidar com diferentes especificações de λ . [Diebold, Rudebusch e Aruoba \(2006\)](#) transformam o modelo (2.1) para a forma de espaço de estado ¹. Na estimação de [Diebold, Rudebusch e Aruoba \(2006\)](#), o valor de λ é estimado por máximo verossimilhança utilizando as informações contidas nas taxas de juros enquanto os fatores latentes são extraídos por filtro de Kalman. [Koopman, Mallee e Wel \(2010\)](#) tratam λ como uma variável de estado adicional ao modelo de [Diebold, Rudebusch e Aruoba \(2006\)](#) e, utilizando-se do filtro de Kalman Estendido para lidar com a não linearidade do modelo, estimam o modelo com λ variando no tempo ². Os resultados destes outros modelos indicam que não há grandes diferenças nos resultados dentro da amostra utilizando essas diferentes especificações. Como não há ganhos de resultados significantes, optaremos por uma forma parcimoniosa de estimação e, por isso, iremos manter λ fixo e estimaremos o modelo por OLS como em [Diebold e Li \(2006\)](#)³.

Como queremos estudar a comunalidade de movimentos da ETTJ entre diferentes países e c_{it} não possui relação com variáveis macroeconômicas ([DIEBOLD; RUDEBUSCH; ARUOBA, 2006](#)) e está ligada a fatores idiossincráticos, iremos usar uma especificação reduzida de (2.1) como feito em [Diebold, Li e Yue \(2008\)](#). Portanto, o modelo que representará a ETTJ dos diferentes países é descrito como

$$y_{it}(\tau) = l_{it} + s_{it} \left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} \right) + v_{it}(\tau) \quad (2.4)$$

¹ A descrição do modelo proposto em [Diebold, Rudebusch e Aruoba \(2006\)](#) está no apêndice.

² A descrição do modelo proposto em [Koopman, Mallee e Wel \(2010\)](#) está no apêndice.

³ λ foi fixado em 0.0609 como em [Diebold e Li \(2006\)](#).

2.0.2 Modelos de múltiplos países

A seção anterior mostra que para cada país a ETTJ é governada por dois fatores dinâmicos. Se assumirmos que as curvas de juros estão explicadas por fatores globais e regionais, precisamos de um framework teórico que nos possibilite relacionar os fatores individuais de cada país aos fatores globais e regionais. Suponha o modelo teórico no qual a curva de juros global possa ser representada da seguinte maneira

$$Y_{gt}(\tau) = l_{gt} + s_{gt} \left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} \right) + v_{gt}(\tau) \quad (2.5)$$

Onde $Y_{gt}(\tau)$ é a taxa teórica de juros global, l_{gt} é o fator de nível global e s_{gt} o fator global de inclinação. Esses fatores latentes são comuns a todos os países e, como em [Diebold, Li e Yue \(2008\)](#), assume-se que esses fatores seguem uma dinâmica auto regressiva:

$$\begin{pmatrix} l_{g,t} \\ s_{g,t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} \\ \phi_{21} & \phi_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_{g,t-1} \\ s_{g,t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U_{gt}^l \\ U_{gt}^s \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

Onde U_{gt}^i são perturbações tal que $EU_{gt}^i U_{gt'}^{i'} = (\sigma_g^2)$ se $t=t'$ e $i=i'$ e zero, caso contrário para $i = l, s$

Analogamente, se supusermos a existência de um fator comum entre países de uma mesma região, a curva de juros regional teórica é

$$Y_{rt}(\tau) = l_{rt} + s_{rt} \left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} \right) + v_{rt}(\tau) \quad (2.7)$$

Onde l_{rt} é fator de nível regional e s_{rt} o fator de inclinação regional. Seguindo a mesma especificação da curva teórica global, os fatores de nível e inclinação regional

seguem um processo auto regressivo

$$\begin{pmatrix} l_{r,t} \\ s_{r,t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \theta_{11} & \theta_{12} \\ \theta_{21} & \theta_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_{r,t-1} \\ s_{r,t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U_{rt}^l \\ U_{rt}^s \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

Onde U_{rt}^j são perturbações tal que $EU_{rt}^j U_{rt'}^{j'} = (\sigma_r^2)$ se $t=t$ e $j=j'$ e zero caso contrário para $j = l, s$

Dado as curvas de juros teóricas globais e regionais, as curvas de juros de cada país podem ser construídas como dependentes das curvas globais e regionais. Ou seja, os fatores de nível e inclinação de cada país podem depender de fatores globais, regionais e idiossincráticos como descritos abaixo

$$l_{it} = \alpha_i^l + \gamma_i^l l_{rt} + \beta_i^l l_{gt} + \varepsilon_{it}^l \quad (2.9)$$

$$s_{it} = \alpha_i^s + \gamma_i^s s_{rt} + \beta_i^s s_{gt} + \varepsilon_{it}^s \quad (2.10)$$

Onde (α_i^l, α_i^s) são constantes, (γ_i^l, γ_i^s) e (β_i^l, β_i^s) são, respectivamente, os loadings nos fatores regionais e globais. $(\varepsilon_{it}^l, \varepsilon_{it}^s)$ são os fatores idiossincráticos que, nessa especificação, representam os fatores específicos de cada país que afetam a estrutura a termo. Percebe-se que ao incluirmos constantes na equação, forçamos os termos específicos ε_{it}^l e ε_{it}^s de cada país a terem média zero. Assim como os demais fatores, os fatores idiossincráticos seguem o seguinte processo

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{i,t}^l \\ \varepsilon_{i,t}^s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \psi_{11} & \psi_{12} \\ \psi_{21} & \psi_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{i,t-1}^l \\ \varepsilon_{i,t-1}^s \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_{it}^l \\ u_{it}^s \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

Onde $Eu_{it}^k u_{it'}^{k'} = (\sigma_i^k)^2$ se $i = i'$, $t = t'$, $k = k'$ tal que $k = l, s$ e zero, caso contrário. Além disso, normalizamos os choques nos fatores globais e regionais para possuírem desvio padrão unitário, i.e, $(\sigma_g^n) = 1$ e $(\sigma_r^n) = 1$ e $n = l, s$. Para tornar a estimação factível,

assume-se que as matrizes autorregressivas e os choques contemporâneos nos fatores globais, regionais e idiossincráticos são diagonais.

2.0.3 Modelo de Espaço de Estado

O modelo pode ser representado na forma de espaço de estado nas quais as equações (2.6), (2.8) e (2.11) são as equações de transição e a equação de medição é descrita abaixo

$$\begin{pmatrix} y_{1t}(\tau_1) \\ y_{1t}(\tau_2) \\ \vdots \\ y_{Nt}(\tau_{j-1}) \\ y_{Nt}(\tau_j) \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} a_1^l + \varepsilon_{1,t}^l \\ a_1^s + \varepsilon_{1,t}^s \\ \vdots \\ a_N^l + \varepsilon_{N,t}^l \\ a_N^s + \varepsilon_{N,t}^s \end{pmatrix} + B \begin{pmatrix} l_{g,t} \\ s_{g,t} \end{pmatrix} + C \begin{pmatrix} l_{r,t} \\ s_{r,t} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_{1,t}(\tau_1) \\ v_{1,t}(\tau_2) \\ \vdots \\ v_{N,t}(\tau_{j-1}) \\ v_{N,t}(\tau_j) \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

Onde N é o numero de países, J o número de maturidades e A, B e C são as seguintes matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1-e^{-\tau_1\lambda}}{\tau_1\lambda} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & \frac{1-e^{-\tau_2\lambda}}{\tau_2\lambda} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 1 & \frac{1-e^{-\tau_{j-1}\lambda}}{\tau_{j-1}\lambda} \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 1 & \frac{1-e^{-\tau_j\lambda}}{\tau_j\lambda} \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

$$B = \begin{pmatrix} \beta_1^l & \beta_1^s \left(\frac{1-e^{-\tau_1\lambda}}{\tau_1\lambda} \right) \\ \beta_1^l & \beta_1^s \left(\frac{1-e^{-\tau_2\lambda}}{\tau_2\lambda} \right) \\ \vdots & \vdots \\ \beta_N^l & \beta_N^s \left(\frac{1-e^{-\tau_{j-1}\lambda}}{\tau_{j-1}\lambda} \right) \\ \beta_N^l & \beta_N^s \left(\frac{1-e^{-\tau_j\lambda}}{\tau_j\lambda} \right) \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

$$C = \begin{pmatrix} \gamma_1^l & \gamma_1^s \left(\frac{1-e^{-\tau_1\lambda}}{\tau_1\lambda} \right) \\ \gamma_1^l & \gamma_1^s \left(\frac{1-e^{-\tau_2\lambda}}{\tau_2\lambda} \right) \\ \vdots & \vdots \\ \gamma_N^l & \gamma_N^s \left(\frac{1-e^{-\tau_{J-1}\lambda}}{\tau_{J-1}\lambda} \right) \\ \gamma_N^l & \gamma_N^s \left(\frac{1-e^{-\tau_J\lambda}}{\tau_J\lambda} \right) \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

Perceba que não são observadas as taxas globais e regionais e tampouco fatores globais e regionais. Também é possível notar que os fatores regionais não afetam todos os países da amostra mas somente aqueles que pertencem a uma mesma região geográfica. Assumindo que os distúrbios da equação de medição e transição são gaussianos, é possível estimar os parâmetros via máxima verossimilhança e extrair os fatores latentes por Filtro de Kalman (DURBIN; KOOPMAN, 2012).

2.0.4 Estimação

Para a estimação do modelo de vários países, métodos de máximo-verossimilhança se tornam inviáveis dado o número de parâmetros a serem estimados conjuntamente. Para contornar esse problema, a estimação será feita como em Diebold, Li e Yue (2008) e Bae e Kim (2011). O procedimento de estimação consiste em dois passos. No primeiro passo estimamos para cada mês e para cada país os fatores de nível e inclinação como estabelecido na equação (2.4). Tendo a série de valores dos fatores de nível e inclinação, o segundo passo consiste em estimar o modelo de espaço de estado onde (2.9) e (2.10) são as equações de medição e (2.6), (2.8) e (2.11) são as equações de transição. Logo, serão estimados dois modelos: um para o nível e outro para a inclinação. Detalhes do modelo em espaço de estado estão no apêndice. Após a estimação, os fatores latentes globais e regionais podem ser obtidos via filtro de Kalman.

2.0.5 Inicialização dos Parâmetros

Embora a estimação dos parâmetros seja facilitada seguindo o procedimento acima, métodos de máximo-verossimilhança são sensíveis aos chutes iniciais. Seguiremos a metodologia proposta por [Morita e Bueno \(2008\)](#) para a inicialização dos parâmetros.

- 1º Passo: Análise de Componentes Principais

Serão feitas duas análises de componentes principais nos fatores extraídos em (2.4). Uma análise será para todos os países e a outra análise para o grupo de países pertencentes a América Latina. Após extraídos os componentes principais destes dois grupos, fazemos a seguinte regressão

$$PCA_{r,t}^{1^{a}st} = \alpha + PCA_{g,t}^{1^{a}st} + \varepsilon_t \quad (2.16)$$

Onde $PCA_{r,t}^{1^{a}st}$ e $PCA_{g,t}^{1^{a}st}$ são os scores do primeiro componente principal dos fatores de nível (l) e inclinação (s) extraídos em (2.4) para os países da América Latina e para todos os países, respectivamente. Os resíduos desta regressão são considerados o fator comum dos países da América Latina. Chamaremos esse componente de $LATAM_t$.

- 2º Passo: Obtenção de chutes para o intercepto e parâmetros auto regressivos

Fazemos a seguinte regressão para os n países que não pertencem à América Latina

$$k_{n,t} = \alpha_n + \beta_n PCA_{g,t}^{1^{a}st} + \epsilon_{n,t} \quad (2.17)$$

Para k= l, s. Para os j países pertencentes à América Latina, a seguinte regressão será feita

$$k_{j,t} = \alpha_j + \beta_j PCA_{g,t}^{1^{a}st} + \gamma_j LATAM_t + \epsilon_{j,t} \quad (2.18)$$

Para $k=1, s$. Armazenamos as estimativas dos coeficientes encontradas em 2.17 e 2.18.

- 3º Passo: Componentes auto regressivos dos resíduos

Para os resíduos obtidos no 2º passo, estimamos o coeficiente auto regressivo ϕ_u

$$\epsilon_{u,t} = \phi_u \epsilon_{u,t-1} + \omega_{u,t} \quad (2.19)$$

Para $u=n, j$. Armazenamos as estimativas dos coeficientes auto regressivos e de variância do resíduo.

- 4º Passo: Parâmetros auto regressivos

Para o fator global e regional extraídos no 1º passo, estimo os respectivos coeficientes auto regressivos θ_{global} e $\theta_{regional}$

$$PCA_{g,t}^{1^{a}st} = \theta_{global} PCA_{g,t-1}^{1^{a}st} + \omega_t \quad (2.20)$$

$$LATAM_t = \theta_{regional} LATAM_{t-1} + \omega_t \quad (2.21)$$

3 Dados

Para o trabalho, foram escolhidas títulos que não pagam cupons (zero-coupon bonds) para 9 países, sendo 5 países desenvolvidos de diferentes regiões geográficas e 4 países da América Latina. Brasil, Chile, Colômbia e México foram os países escolhidos como representante dos países da América Latina pois são os quatro países que possuem os maiores mercados de títulos públicos da região. Foram utilizados dados mensais onde foram escolhidas as taxas no último dia do mês no qual houve negociação em todos os países simultaneamente. Os dados se iniciam em 01:2008 e terminam em 01:2018. Os dados foram disponibilizados pelos Bancos Centrais dos respectivos países e pela plataforma Bloomberg. Para o Brasil, foram utilizados contratos futuro di x pré, negociado na BMF&Bovespa, como proxy para títulos zero-coupon. A tabela 1 mostra quais países escolhidos assim como a maturidade dos títulos.

A tabela 2 contém as estatísticas descritivas desses ativos. As taxas de juros dos países da América Latina são crescentes na média em função da maturidade. Além disso, taxas mais longas possuem menor desvio padrão em relação as taxas mais curtas. Em todos os países as taxas apresentam alta autocorrelação, principalmente para a autocorrelação de um e seis meses. O Brasil é o país que possui o maior nível de taxa em relação aos demais países.

3.0.1 Análise Preliminar

Estamos interessados em extrair o fator global e regional existente nos fatores da ETTJ. Como explicado no seção 2.0.4, o procedimento para a estimação do modelo requer uma estimação em dois estágios. O primeiro consiste em estimar o modelo de [Diebold e Li \(2006\)](#) reduzido, como na equação (2.4), para cada país. A tabela 3 mostra as estatísticas descritivas dos fatores estimados para os países da América Latina. Ambos os fatores de nível e inclinação possuem autocorrelação elevada para todos os países. Brasil é o país com maior nível e Colômbia é o país com maior inclinação. Para todos os países, o fator de inclinação possui maior desvio padrão em relação ao fator nível.

Tabela 1 – Fonte de dados das taxa de juros dos países estudados

País	Maturidade (Meses)	Dados
Austrália	3, 6, 12, 24, 36, 60, 84, 120	Banco Central da Australia
Alemanha	6, 12, 36, 60, 84, 120, 180, 240	Bundesbank
Brasil	1, 3, 6, 12, 24, 60, 120	BMF&Bovespa
Canadá	3, 6, 12, 24, 36, 60, 84, 120, 144, 180, 240	Banco Central do Canada
Chile	3, 6, 12, 24, 60, 120	Banco Central do Chile
Colômbia	3, 6, 12, 36, 60, 84, 108	Bloomberg
Estados Unidos	1, 3, 6, 12, 24, 36, 60, 84, 120, 240, 360	FRED - Database
México	3, 6, 12, 24, 36, 60, 84, 108	Bloomberg
Inglaterra	9, 12, 24, 36, 60, 84, 120, 180, 240	Banco Central da Inglaterra

Os títulos descritos acima são títulos que não pagam cupons (zero-coupon bonds). Os dados são referentes ao último dia útil do mês no qual houve negociação em todos os países simultaneamente.

Estamos interessados na possibilidade de existência de comunalidade nos fatores de nível e inclinação. Como uma forma de analisar previamente a existência de comunalidade, foram conduzidas análise de componentes principais nos dois fatores estimados. As análises foram feitas em dois grupos de países distintos. A primeira análise foi feita utilizando todos os países da amostra enquanto a segunda foi feita apenas analisando os países da América Latina. Os resultados se encontram na tabela 4 e tabela 5.

Para o fator nível, 74% da variação pode ser explicada apenas com o primeiro componente utilizando a amostra com todos os países. Os resultados são semelhantes

Tabela 2 – Estatísticas descritivas para os países da América Latina

Maturidade (Meses)	Média	Desvio Padrão	Min	Max	$\rho(1)$	$\rho(6)$	$\rho(12)$
México							
3	5.11	1.66	2.73	8.49	0.96	0.72	0.34
6	5.14	1.60	2.84	8.68	0.96	0.72	0.34
12	5.20	1.53	3.04	8.68	0.96	0.71	0.33
24	5.46	1.36	3.54	8.74	0.95	0.70	0.37
36	5.79	1.25	3.96	8.91	0.94	0.70	0.48
60	6.31	1.16	4.25	9.52	0.94	0.70	0.54
84	6.65	1.09	4.4	9.57	0.93	0.70	0.55
108	6.93	1.03	4.64	9.53	0.93	0.67	0.52
Chile							
3	3.75	1.78	0.47	8.44	0.96	0.49	-0.13
6	3.75	1.73	0.6	8.68	0.96	0.47	-0.15
12	3.82	1.57	1.06	8.61	0.95	0.44	-0.16
24	4.38	1.35	1.74	8.85	0.93	0.44	-0.11
60	4.97	1.00	3.51	8.38	0.93	0.54	0.29
120	5.32	0.91	3.88	8.2	0.93	0.61	0.49
Colômbia							
3	5.48	1.84	3.4	10.2	0.96	0.66	0.16
6	5.79	1.77	3.82	10.54	0.97	0.66	0.14
12	5.59	1.87	3.48	10.95	0.95	0.60	0.06
36	6.55	1.78	3.88	12.27	0.95	0.60	0.18
60	7.19	1.81	4.49	12.79	0.95	0.63	0.32
84	7.70	1.83	4.8	13.74	0.94	0.65	0.36
108	7.91	1.76	4.94	13.55	0.94	0.65	0.37
Brasil							
1	10.59	2.33	6.31	14.3	0.97	0.60	0.02
3	10.60	2.36	6.24	14.69	0.97	0.60	0.02
6	10.67	2.40	6.19	15.14	0.97	0.59	0.02
12	10.84	2.37	6.32	15.84	0.96	0.58	0.13
24	11.29	2.14	7.19	16.47	0.94	0.55	0.07
60	11.81	1.72	8.62	17.00	0.91	0.49	0.10
120	12.06	1.56	9.24	17.01	0.89	0.43	0.07

Foram utilizadas taxas de juros mensais entre 01:2008-01:2018. $\rho(t)$ é a auto correlação da amostra em t períodos passados.

para os países da América Latina onde 77% da variação são explicados com o primeiro componente principal. Ao se incluir o segundo componente principal, a variação explicada para a ser de 89% e 91% para o grupo com todos os países e para o grupo de países da América Latina, respectivamente. Para o fator inclinação, 57% da variação para o grupo

Tabela 3 – Estatística descritivas fatores de nível e inclinação

Fator	Média	Desvio Padrão	Min	Max	$\rho(1)$	$\rho(6)$	$\rho(12)$
México							
Nível	6.98	1.09	4.59	9.80	0.92	0.64	0.53
Inclinação	-2.32	1.70	-5.68	1.17	0.94	0.60	0.14
Chile							
Nível	5.56	1.10	4.00	8.32	0.93	0.61	0.53
Inclinação	-2.17	2.29	-8.44	1.99	0.96	0.56	0.05
Colômbia							
Nível	8.13	2.01	4.63	14.17	0.94	0.61	0.37
Inclinação	-3.08	2.15	-7.98	0.68	0.93	0.56	0.27
Brasil							
Nível	12.28	1.78	9.34	17.93	0.86	0.38	0.08
Inclinação	-1.86	2.22	-7.23	3.44	0.88	0.39	-0.07

Foram utilizadas taxas de juros mensais entre os 01:2008-01:2018. $\rho(t)$ é a auto correlação da amostra em t períodos passados.

com todos os países são explicados com o primeiro componente principal enquanto 60% é explicada para os países da América Latina. Incluindo também o segundo componente, a variação explicada para o fator inclinação passa a ser 75% e 83%. Os resultados preliminares utilizando da análise de componentes principais mostram que poucos fatores são suficientes para explicar a variação nos fatores de nível e inclinação da ETTJ.

Tabela 4 – Análise de componentes principais dos fatores de nível e inclinação para todos os países.

Todos			
Fator Nível			
	Auto Valor	Proporção Variância	Proporção Acumulada
PC1	3.45	0.74	0.74
PC2	1.56	0.15	0.89
PC3	0.87	0.04	0.94
PC4	0.69	0.03	0.97
PC5	0.49	0.015	0.98
PC6	0.31	0.006	0.99
PC7	0.24	0.003	0.99
PC8	0.19	0.002	0.99
PC9	0.12	0.00	1.00

Fator Inclinação			
PC1	3.75	0.57	0.57
PC2	2.07	0.17	0.75
PC3	1.56	0.10	0.85
PC4	1.34	0.07	0.92
PC5	0.92	0.03	0.96
PC6	0.69	0.02	0.98
PC7	0.50	0.01	0.99
PC8	0.27	0.003	0.99
PC9	0.19	0.001	1.00

Para os fatores de nível e inclinação estimados como descrito na equação (2.4) são apresentados os auto valores, proporção de variância explicada e proporção acumulada dos 9 componentes principais.

Tabela 5 – Análise de componentes principais dos fatores de nível e inclinação para os países da América Latina.

América Latina			
Fator Nível			
	Auto Valor	Proporção Variância	Proporção Acumulada
PC1	2.73	0.77	0.77
PC2	1.12	0.13	0.91
PC3	0.72	0.05	0.96
PC4	0.57	0.03	1.00

Fator Inclinação			
PC1	3.25	0.60	0.60
PC2	2.02	0.23	0.83
PC3	1.47	0.12	0.95
PC4	0.87	0.04	1.00

Para os fatores de nível e inclinação estimados como descrito na equação (2.4) são apresentados os auto valores, proporção de variância explicada e proporção acumulada dos 4 componentes principais.

4 Resultados

Realizando o procedimento descrito nas seções 2.4 e 2.5, foram extraídos os componentes globais e regionais dos fatores de nível e inclinação ¹. As figuras 2 e 3 mostram os fatores globais e regionais para os fatores de nível e inclinação, respectivamente. Observando a figura 2, pode-se perceber que o fator regional de nível é altamente correlacionado com o nível do Brasil. De fato, a correlação entre essas duas variáveis é de 0.86. Outro fato relevante se diz respeito aos valores encontrados pelo fator regional de nível e inclinação. Podemos perceber que durante grande parte da nossa amostra, o valor do fator regional tanto de nível quanto de inclinação varia em torno de zero.

Diversos estudos relacionaram a dinâmica dos fatores latentes da ETTJ com variáveis macroeconômicas (ANG; PIAZZESI, 2003; DIEBOLD; LI, 2006; LANGE, 2013; ALVES et al., 2011). Destes estudos, Diebold e Li (2006), Lange (2013) e Alves et al. (2011) utilizam modelo semelhante ao usado neste trabalho. Os autores encontraram que o fator de nível é correlacionado com inflação e o fator de inclinação com atividade econômica. De maneira semelhante encontramos que os nossos fatores globais e regionais de nível e inclinação refletem parte da dinâmica observada para inflação e atividade econômica, respectivamente. A correlação do fator global de nível com inflação ² é de 0.32 enquanto a correlação do fator regional de nível com a inflação dos países da América Latina é 0.58 ³. Analogamente, os fatores globais e regionais de inclinação apresentaram, respectivamente, correlação de 0.69 e -0.02 com atividade econômica ^{4 5}. Portanto, com exceção do fator regional de inclinação, variáveis macroeconômicas estão relacionadas com os nossos fatores latentes globais e regionais.

Dado a relação entre os fatores globais e regionais com variáveis macroeconômicas,

¹ O modelo dinâmica de fator detalhado está descrito no apêndice deste trabalho.

² Foram utilizadas como proxy de inflação global a média de inflação dos países pertencentes ao G7. Os dados são disponibilizados pelo FMI.

³ Foram utilizada como proxy de inflação dos países da América Latina a média de inflação dos 4 países estudados. Dados são disponibilizados pelo FMI.

⁴ Foram utilizadas como proxy de atividade econômica global o crescimento médio do PIB dos países pertencentes ao G7. Os dados são disponibilizados pelo FMI

⁵ Foram utilizadas como proxy de atividade econômica regional o crescimento médio do PIB dos países da América Latina estudados. Os dados são disponibilizados pelo FMI

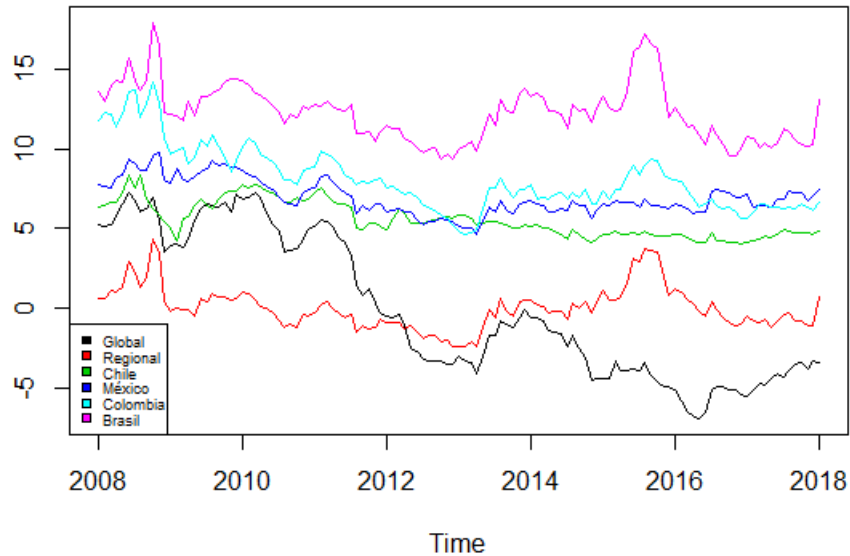
podemos inferir alguns pontos sobre a dinâmica das variáveis latentes. Pode-se observar que o fator global de nível apresentou uma diminuição no período estudado. Dado a correlação do fator global de nível com a inflação, esse resultado pode indicar a diminuição na expectativa de inflação como consequência da crise financeira dos Estados Unidos. Outra possibilidade pode ser uma consequência dos efeitos das políticas monetárias nos principais bancos centrais do mundo sobre o prêmio de risco dos títulos longos. Nesse período, os bancos centrais iniciaram largas compras de títulos com maturidades longas fazendo com que a taxa negociada destes fossem diminuídas significativamente. Portanto, os efeitos da política monetária do período podem ter sido transmitidas pelo canal de prêmio de risco nos títulos longos⁶.

Analisando o fator global de inclinação, observa-se que houve uma queda abrupta entre 2008 e 2011 significando em um aumento da inclinação da ETTJ. Esse resultado pode ser uma consequência da crise de 2008 e das respostas dos banco centrais a essa crise. Em uma primeira reação à crise, os principais bancos centrais reduziram a taxa de juros de curto prazo a níveis próximos de zero. Isso fez com que a diferença entre as taxas de juros de curto e longo prazo aumentassem resultando em uma maior inclinação. A partir de 2011 pode-se perceber que o fator de inclinação global começa a normalizar. Também neste mesmo período, os banco centrais começaram suas políticas de compra de ativos reduzindo as taxas longas. A diminuição nas taxas ocorridas por essa compra de ativos fez com que a diferença entra a taxa curta e longa diminuísse consideravelmente reduzindo a inclinação global.

Nas tabelas 6 e 7 estão os resultados para o fator de nível. Como em [Diebold, Li e Yue \(2008\)](#), o fator global de nível possui elevada auto correlação. O fator regional de nível também possui elevada auto correlação embora menor do que o fator global. No modelo, o intercepto representa a média de cada fator que é exclusivo de cada país. Para o fator de nível o intercepto é estatisticamente significante para todos os países. Além disso, podemos perceber que os valores econômicos do intercepto se assemelham as médias amostrais do fator de nível. Como na tabela 3, o intercepto do Brasil apresenta o maior valor econômico

⁶ [Rios e Shamloo \(2017\)](#) estudam os efeitos do QE nas taxas de juros de maturidades longas

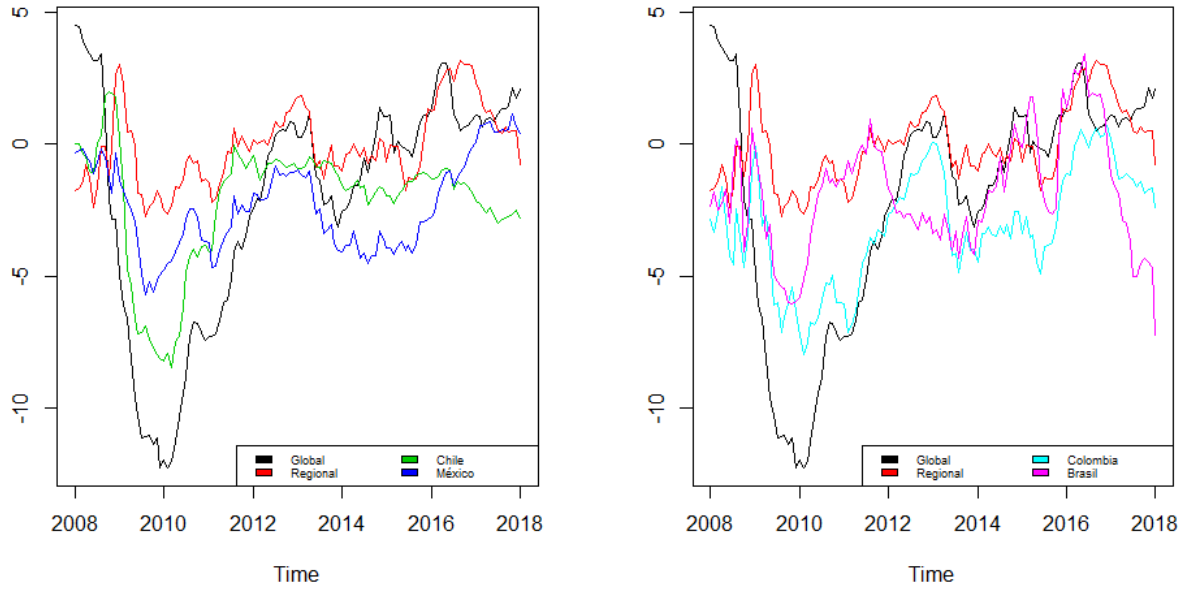
Figura 2 – Fator global e regional de nível extraídos via filtro de Kalman juntamente com os fatores de nível dos países da América Latina



entre os países estudados enquanto o do Chile apresenta o menor valor econômico. A diferença nos valores do intercepto no fator de nível podem estar relacionadas às incertezas inflacionárias de cada país, como argumentando por [Diebold, Rudebusch e Aruoba \(2006\)](#) e [Wright \(2011\)](#).

Todos os países da América Latina possuem loadings positivos no fator global de nível indicando integração ao mercado global pelo menos para as taxas de juros com maturidades longas. Resultados semelhantes foram encontrados para países asiáticos ([BAE; KIM, 2011](#)). O Brasil foi o país que apresentou maior loading no fator global de nível. A obtenção deste resultado pode ser interpretada pelo fato de o mercado brasileiro possuir o maior mercado de títulos públicos em relação aos demais países, fazendo com que investidores internacionais aloquem mais recursos no Brasil e com isso, fazendo com que esse mercado tenha alta correlação com o loading global. Com exceção do Chile, o fator regional é estatisticamente significativo para todos os países. Logo, há evidências de integração regional no fator nível, indicando integração nos títulos longos destes países. O Brasil também apresentou a maior correlação com o fator regional. A possível explicação

Figura 3 – Fator global e regional de inclinação extraídos via filtro de Kalman juntamente com os fatores de inclinação dos países da América Latina



para isto é semelhante com a explicação do fator global, onde pelo fato do Brasil possuir o maior mercado de títulos públicos faz com que as alterações no fator regional de nível sejam mais correlacionadas com alterações no fator de nível do Brasil. Por último, o termo idiossincrático de cada país apresentou elevada auto correlação indicando que a parte explicada por fatores específicos de cada país existe e é persistente.

Tabela 6 – Estimativas dos fatores globais e regionais para fator de nível

$$\begin{array}{l} L_{g,t} = 0.976L_{g,t-1} + U_{g,t}^l \quad L_{r,t} = 0.822L_{r,t-1} + U_{r,t}^l \\ (0.019) \qquad \qquad \qquad (0.103) \end{array}$$

Desvio padrão em parênteses.

Tabela 7 – Estimativas dos fatores globais e regionais para os países da América Latina no fator de nível

$$\begin{array}{l} L_{CHI,t} = 5.572 + 0.127L_{g,t} + 0.049L_{r,t} + \varepsilon_{CHI,t}^L \quad \varepsilon_{CHI,t}^L = 0.854\varepsilon_{CHI,t-1}^L + 0.121v_{CHI,t}^L \\ (0.273) \qquad (0.036) \qquad (0.036) \qquad (0.063) \qquad (0.015) \\ L_{MEX,t} = 7.014 + 0.171L_{g,t} + 0.296L_{r,t} + \varepsilon_{MEX,t}^L \quad \varepsilon_{MEX,t}^L = 0.906\varepsilon_{MEX,t-1}^L + 0.051v_{MEX,t}^L \\ (0.343) \qquad (0.032) \qquad (0.035) \qquad (0.061) \qquad (0.015) \\ L_{COL,t} = 8.132 + 0.195L_{g,t} + 0.379L_{r,t} + \varepsilon_{COL,t}^L \quad \varepsilon_{COL,t}^L = 0.913\varepsilon_{COL,t-1}^L + 0.165v_{COL,t}^L \\ (0.511) \qquad (0.050) \qquad (0.056) \qquad (0.042) \qquad (0.032) \\ L_{BRA,t} = 12.284 + 0.208L_{g,t} + 0.566L_{r,t} + \varepsilon_{BRA,t}^L \quad \varepsilon_{BRA,t}^L = 0.854\varepsilon_{BRA,t-1}^L + 0.382v_{BRA,t}^L \\ (0.518) \qquad (0.069) \qquad (0.082) \qquad (0.071) \qquad (0.070) \end{array}$$

Desvio padrão em parênteses.

Os resultados para o fator de inclinação estão apresentados nas tabelas 8 e 9. O fator de inclinação global e regional também apresentam elevada autocorrelação sendo o fator global o fator que possui a maior autocorrelação. Os valores econômicos do intercepto de inclinação podem ser ranqueados igualmente como no fator de nível. Ou seja, o Brasil possui a maior inclinação decorrente de características individuais do país enquanto o Chile possui a menor. Os coeficientes do Chile e México, no entanto, são estatisticamente insignificantes. Logo não podemos rejeitar a hipótese nula de que a ETTJ não possui inclinação decorrentes de condições específicas destes dois países.

Todos os países da América Latina possuem loadings positivos no fator global de inclinação. Esse resultado indica que o fator de inclinação nos países da América Latina possui integração com o mercado global. O Brasil é o país com o maior loading no fator de inclinação global enquanto o Chile é o país com o menor loading nesse mesmo fator. Todos os países também possuem loadings positivos no fator regional de inclinação. Dessa vez, diferentemente do fator regional de nível, o fator regional de inclinação é estatisticamente significativo para todos os países. Colômbia possui o maior loading no fator regional de inclinação enquanto o Chile possui o menor. Como o fator de inclinação afeta mais as taxas curtas da ETTJ e, como visto empiricamente por [Diebold, Rudebusch e Aruoba \(2006\)](#), [Lange \(2013\)](#) e [Alves et al. \(2011\)](#), a correlação com o componente global e regional de inclinação pode indicar um componente comum aos ciclos econômicos globais e regionais, como evidenciado por [Kose, Otrok e Whiteman \(2003\)](#).

Os resultados dessa seção indicam que as ETTJ dos países da América Latina estão integrados ao mercado global e regional. Como caracterizamos toda a ETTJ com somente dois parâmetros, nível e inclinação, e, com o fato desses parâmetros apresentarem loadings positivos e significantes nos fatores globais e regionais, os resultados encontrados indicam uma comunalidade da ETTJ destes países com o mercado global e o mercado regional.

Tabela 8 – Estimativas dos fatores globais e regionais no fator de inclinação.

$$\begin{array}{l} S_{g,t} = 0.974S_{g,t-1} + U_{g,t}^s \quad S_{r,t} = 0.933S_{r,t-1} + U_{r,t}^s \\ (0.021) \qquad \qquad \qquad (0.040) \end{array}$$

Desvio padrão em parênteses.

Tabela 9 – Estimativas dos fatores globais e regionais para os países da América Latina no fator de inclinação.

$S_{CHI,t}$	=	-1.274	+	0.101 $S_{g,t}$	+	0.197 $S_{r,t}$	+	$\varepsilon_{CHI,t}^S$	$\varepsilon_{CHI,t}^S$	=	0.968 $\varepsilon_{CHI,t-1}^S$	+	0.249 $v_{CHI,t}^S$
		(1.089)		(0.053)		(0.055)					(0.030)		(0.034)
$S_{MEX,t}$	=	-1.380	+	0.211 $S_{g,t}$	+	0.310 $S_{r,t}$	+	$\varepsilon_{MEX,t}^S$	$\varepsilon_{MEX,t}^S$	=	0.978 $\varepsilon_{MEX,t-1}^S$	+	0.070 $v_{MEX,t}^S$
		(0.894)		(0.042)		(0.040)					(0.023)		(0.017)
$S_{COL,t}$	=	-2.713	+	0.151 $S_{g,t}$	+	0.510 $S_{r,t}$	+	$\varepsilon_{COL,t}^S$	$\varepsilon_{COL,t}^S$	=	0.868 $\varepsilon_{COL,t-1}^S$	+	0.255 $v_{COL,t}^S$
		(0.640)		(0.069)		(0.071)					(0.079)		(0.054)
$S_{BRA,t}$	=	-2.939	+	0.269 $S_{g,t}$	+	0.507 $S_{r,t}$	+	$\varepsilon_{BRA,t}^S$	$\varepsilon_{BRA,t}^S$	=	0.978 $\varepsilon_{BRA,t-1}^S$	+	0.571 $v_{BRA,t}^S$
		(1.163)		(0.090)		(0.089)					(0.025)		(0.087)

Desvio padrão em parênteses.

4.0.1 Decomposição de Variância

A variância específica de cada fator pode ser avaliada como uma fração da variância global, regional e idiossincrática. Dessa forma, é possível explicar quanto cada fator contribui para explicar a variância observada nos fatores de nível e inclinação. Como temos amostras finitas, é possível que ainda exista correlação entre os fatores globais e regionais. Para garantir que os fatores sejam de fato ortogonais entre si, regredimos o fator de cada país nos fatores latentes global e regional extraídos anteriormente. Portanto, a equação de decomposição de variância se torna,

$$var(l_{it}) = (\gamma_i^l)^2 var(l_{rt}) + (\beta_i^l)^2 var(l_{gt}) + var(\varepsilon_{it}^l) \quad (4.1)$$

$$var(s_{it}) = (\gamma_i^s)^2 var(s_{rt}) + (\beta_i^s)^2 var(s_{gt}) + var(\varepsilon_{it}^s) \quad (4.2)$$

Os resultados estão reportados nas tabelas 10 e 11 abaixo.

Tabela 10 – Decomposição de variância do fator de nível.

	Chile	México	Colômbia	Brasil
Regional Level Factor	0.008	0.104	0.214	0.672
Global Level Factor	0.774	0.577	0.656	0.267
Idiosyncratic Level Factor	0.217	0.317	0.128	0.059

O fator global de nível é a variável que mais explica a variação nos fatores individuais de nível de cada país. A exceção é o Brasil, cujo o fator global de nível possui um papel

Tabela 11 – Decomposição de variância do fator de inclinação.

	Chile	México	Colômbia	Brasil
Regional Slope Factor	0.004	0.106	0.369	0.145
Global Slope Factor	0.595	0.419	0.575	0.133
Idiosyncratic Slope Factor	0.399	0.473	0.055	0.720

secundário atrás apenas do fator regional. Nos demais países, o papel do fator regional não é um consenso. Para o Chile, o fator regional de nível pouco explica a variação do fator de nível. Para o México, aproximadamente 10% da variação é explicada pelo fator regional enquanto 31,7% é explicado pelo fator idiossincrático. Para a Colômbia, o fator regional de nível possui um papel mais relevante que o fator específico do país, explicando-se 21,4% e 12,8%, respectivamente.

Para o fator de inclinação, grande parte da variação também pode ser explicada pelo fator global. Colômbia é o país no qual o fator regional de inclinação é o mais relevante para explicar a variância, tendo 36.9% da variação sendo explicada por esse fator. O fator idiossincrático parece ser tão relevante quanto o fator global para explicar a variação no fator de inclinação. Particularmente o Brasil é o país no qual o fator idiossincrático tem mais importância, tendo 72% da variação sendo explicada por esse fator. As variações no Chile e México podem ser explicadas, respectivamente, por 39,9% e 47,3% pelo fator específico de cada país.

Os resultados expostos nessa seção mostram que o fator regional é responsável por parte da variação nos fatores de nível e inclinação. Embora sua importância mude conforme altera-se o fator e o país analisado, o fator regional é um fator importante para explicar a variação da ETTJ. No entanto, o fator global e o fator idiossincrático parecem ser os fatores mais importantes para explicar as variações em ambos os fatores de nível e inclinação.

Os resultados encontrados levantam alguns fatos curiosos sobre a importância dos fatores globais, regionais e idiossincráticos para explicar a variação na ETTJ do Brasil. Como explicitado nas tabelas 10 e 11, o Brasil não parece ter a variação em ambos os fatores explicada suficientemente pelo fator global. Este resultado possui uma certa contradição

pelo fato do Brasil apresentar o maior mercado de títulos em moeda local entre os países analisados. Vamos voltar ao capítulo 2 para melhor entender o que esses fatores querem dizer na equação (2.4). De acordo com o modelo, o fator de nível está relacionado com as taxas de maturidade mais longa como visto na equação (2.2) enquanto as taxas de maturidade mais curtas são afetadas tanto pelo nível quanto pela inclinação como exposto na equação (2.3). Além disso, o fator de inclinação afeta mais as taxas curtas do que em relação as taxas longas.

Entender o ambiente macroeconômico do Brasil e do mundo para é essencial para conjecturar sobre os resultados encontrados. Durante o período estudado, o Brasil apresentou dois momentos importantes e, ao mesmo tempo, distintos. O primeiro momento foi entre os anos de 2008 e 2012 onde o Brasil era visto como promessa de crescimento econômico em um ambiente global marcado pela crise e incerteza. Em um segundo momento, entre meados de 2013 até 2018, a expectativa de país com alto crescimento e fundamentos sólidos foram se reduzindo até o país entrar em uma profunda crise em 2015. Esses dois momentos no qual o Brasil passou foram momentos macroeconômicos distintos em relação as condições macroeconômicas globais nos períodos. Globalmente, durante o primeiro momento citado, o mundo estava entrando em uma das piores crises econômicas do século XX enquanto no segundo período o mundo já estava em processo terminal de recuperação da crise. Essa diferença nos ciclos econômicos, pode justificar o fato da ETTJ do país ter sido pouco explicada por fatores globais. Esse fato se torna especialmente relevante para o fator de inclinação pois esse fator afeta mais forte as taxas curtas nas quais estão correlacionadas com o ciclo econômico dos países (DIEBOLD; RUDEBUSCH; ARUOBA, 2006).

Na próxima seção serão realizadas análises nas subamostras. Ao dividir a amostra em duas partes, o efeito das condições macroeconômicas nos dois períodos citados poderão ser melhor compreendidos.

5 Análise de Subamostras

O objetivo dessa seção é estudar a robustez dos resultados encontrados na seção anterior. Para isso, os dados foram divididos em duas metades. A primeira metade abrange as datas de 01/2008 até 12/2012 enquanto a segunda metade abrange as datas de 01/2013 até 01/2018. Os resultados estão nas tabelas de 12 a 17. Na primeira coluna de cada tabela, são mostrados se os resultados são referentes a primeira ou segunda metade da amostra. O fator de nível global e regional são persistentes nas duas amostras estudadas. Enquanto o grau de persistência do fator global de nível se manteve inalterado, houve aumento na persistência do fator regional no segundo período. Todos os países, com exceção do Brasil na segunda subamostra, apresentaram loadings positivos e significantes no fator global de nível. Resultantes semelhantes foram encontrados para o fator regional de nível, onde todos os países apresentaram loadings positivos e significantes. A única exceção foi o Chile, que apresentou loading positivo mas estatisticamente insignificante para o fator regional na primeira subamostra. Esses resultados evidenciam a existência de estabilidade nas estimativas no fator global e regional.

Tabela 12 – Estimativas dos Fatores Globais e Regionais no fator de nível para 01:2008 - 12:2012 e 01:2013 - 01:2018.

1 ^a	$L_{g,t} = 0.982L_{g,t-1} + U_{g,t}^l$	$L_{r,t} = 0.563L_{r,t-1} + U_{r,t}^l$
	(0.046)	(0.245)
2 ^a	$L_{g,t} = 0.926L_{g,t-1} + U_{g,t}^l$	$L_{r,t} = 0.891L_{r,t-1} + U_{r,t}^l$
	(0.059)	(0.078)

Desvio padrão em parênteses.

Embora tendo encontrado a existência do fator regional no nível, a capacidade deste fator de explicar a variação nos fatores individuais muda para subamostra. Na primeira subamostra, o fator regional é irrelevante para explicar a variação individual. Entre os países escolhidos, o Brasil, nesse período, foi o país no qual o fator regional mais influenciou na variância, mas, mesmo assim, foi capaz de explicar apenas 11,2%. O fator global foi o fator que mais ajudou a explicar a variação nesse período para Colômbia, México e Brasil enquanto para o Chile o fator idiossincrático foi o fator mais relevante.

Tabela 13 – Estimativas dos Fatores Globais e Regionais para os países da América Latina no fator de nível para 01:2008 - 12:2012 e 01:2013 - 01:2018.

1 ^a	$L_{CHI,t}$	=	6.401 (0.428)	+	$0.122L_{g,t}$ (0.054)	+	$0.040L_{r,t}$ (0.065)	+	$\varepsilon_{CHI,t}^L$	$\varepsilon_{CHI,t}^L$	=	$0.773\varepsilon_{CHI,t-1}^L$ (0.089)	+	$0.209v_{CHI,t}^L$ (0.038)
2 ^a	$L_{CHI,t}$	=	4.706 (0.213)	+	$0.091L_{g,t}$ (0.024)	+	$0.096L_{r,t}$ (0.024)	+	$\varepsilon_{CHI,t}^L$	$\varepsilon_{CHI,t}^L$	=	$0.853\varepsilon_{CHI,t-1}^L$ (0.049)	+	$0.021v_{CHI,t}^L$ (0.004)
1 ^a	$L_{MEX,t}$	=	7.538 (0.843)	+	$0.279L_{g,t}$ (0.047)	+	$0.323L_{r,t}$ (0.055)	+	$\varepsilon_{MEX,t}^L$	$\varepsilon_{MEX,t}^L$	=	$0.731\varepsilon_{MEX,t-1}^L$ (0.145)	+	$0.047v_{MEX,t}^L$ (0.030)
2 ^a	$L_{MEX,t}$	=	6.571 (0.694)	+	$0.182L_{g,t}$ (0.048)	+	$0.237L_{r,t}$ (0.044)	+	$\varepsilon_{MEX,t}^L$	$\varepsilon_{MEX,t}^L$	=	$0.953\varepsilon_{MEX,t-1}^L$ (0.047)	+	$0.059v_{MEX,t}^L$ (0.015)
1 ^a	$L_{COL,t}$	=	9.295 (1.110)	+	$0.370L_{g,t}$ (0.097)	+	$0.446L_{r,t}$ (0.107)	+	$\varepsilon_{COL,t}^L$	$\varepsilon_{COL,t}^L$	=	$0.849\varepsilon_{COL,t-1}^L$ (0.099)	+	$0.216v_{COL,t}^L$ (0.070)
2 ^a	$L_{COL,t}$	=	6.884 (0.456)	+	$0.127L_{g,t}$ (0.063)	+	$0.317L_{r,t}$ (0.062)	+	$\varepsilon_{COL,t}^L$	$\varepsilon_{COL,t}^L$	=	$0.841\varepsilon_{COL,t-1}^L$ (0.090)	+	$0.113v_{COL,t}^L$ (0.027)
1 ^a	$L_{BRA,t}$	=	12.550 (1.139)	+	$0.388L_{g,t}$ (0.066)	+	$0.497L_{r,t}$ (0.105)	+	$\varepsilon_{BRA,t}^L$	$\varepsilon_{BRA,t}^L$	=	$0.396\varepsilon_{BRA,t-1}^L$ (0.163)	+	$0.304v_{BRA,t}^L$ (0.077)
2 ^a	$L_{BRA,t}$	=	11.861 (0.856)	+	$0.159L_{g,t}$ (0.116)	+	$0.745L_{r,t}$ (0.107)	+	$\varepsilon_{BRA,t}^L$	$\varepsilon_{BRA,t}^L$	=	$0.797\varepsilon_{BRA,t-1}^L$ (0.139)	+	$0.196v_{BRA,t}^L$ (0.098)

Desvio padrão em parênteses.

É possível que esse resultado tenha sido influenciado pelo momento no qual as economias mundiais estavam passando. Esse período é marcado pela crise financeiro dos Estados Unidos fazendo com que os mercados financeiros internacionais ficassem mais voláteis. Há também o fato de que após a crise, os bancos centrais dos principais países desenvolvidos do mundo começaram seus programas de compra de ativos para estimular suas economias. Analisando a decomposição de variância dos países desenvolvidos ¹ pode-se perceber que durante a primeira subamostra, toda a variação individual do nível pode ser explicada majoritariamente pelo fator global, especialmente para os Estados Unidos e Canadá. Ou seja, as variações que ocorreram nesse grupo de países foram variações conjuntas a todos os países capturado pelo fator global de nível. Portanto, esses dois fatores conjunturais podem ter sido responsáveis pelo fato da variação nos países da América Latina ter sido explicada majoritariamente apenas pelo fator global no primeiro subperíodo. No segundo subperíodo, o fator regional passa a ser relevante para explicar a variação no nível para a Colômbia e o Brasil. México e Chile não são influenciados pelo fator regional embora no segundo período os fatores idiossincráticos tenham sido responsáveis para explicar majoritariamente as variações no nível destes países.

¹ O resultado para os países desenvolvidos está disponível no apêndice.

Tabela 14 – Decomposição de variância do fator nível entre 01:2008 - 12:2012 e 01:2013 - 01:2018 para os países da América Latina.

	Chile		México		Colômbia		Brasil	
	1st	2st	1st	2st	1st	2st	1st	2st
Regional Level Factor	0.004	0.002	0.016	0.016	0.033	0.803	0.112	0.971
Global Level Factor	0.389	0.734	0.878	0.159	0.855	0.017	0.854	0.004
Idiosyncratic Level Factor	0.606	0.264	0.104	0.823	0.110	0.179	0.033	0.024

Os fatores de inclinação globais e regionais também apresentaram persistência em sua dinâmica. O Chile no primeiro subperíodo apresentou loading estatisticamente insignificante para o fator global enquanto no segundo período houve significância estatística. Para o Brasil houve o movimento oposto: o país possuiu loading significativo para o fator global de inclinação no primeiro subperíodo e insignificante no segundo. México e Colômbia apresentaram loadings positivos e significantes para o fator global de inclinação em ambos os subperíodos. Para o fator regional de inclinação, em todos os países os valores econômicos dos loadings se alteraram em cada subperíodo. No primeiro período os loadings de todos os países eram positivos e significantes enquanto no segundo subperíodo esses loadings se tornaram negativos. No entanto, os fatores regionais se mostraram insignificantes no segundo subperíodo para Chile, Colômbia e Brasil. Analisando os resultados, é possível perceber que o fator global de inclinação apresentou robustez no período estudado. No entanto, a mesma robustez não pode ser observada para o fator regional de inclinação no qual obteve estatísticas estatisticamente insignificantes para a maioria dos países no segundo subperíodo.

Tabela 15 – Estimativas dos Fatores Globais e Regionais no fator de inclinação para 01:2008 - 12:2012 e 01:2013 - 01:2018.

1 ^a	$S_{g,t} = 0.954S_{g,t-1} + U_{g,t}^s$ (0.036)	$S_{r,t} = 0.934S_{r,t-1} + U_{r,t}^s$ (0.072)
2 ^a	$S_{g,t} = 0.903S_{g,t-1} + U_{g,t}^s$ (0.063)	$S_{r,t} = 0.976S_{r,t-1} + U_{r,t}^s$ (0.038)

Desvio padrão em parênteses.

Tabela 16 – Estimativas dos Fatores Globais e Regionais para os países da América Latina no fator de inclinação para 01:2008 - 12:2012 e 01:2013 - 01:2018.

1 ^a	$S_{CHI,t}$	=	-0.962	+	$0.131S_{g,t}$	+	$0.300S_{r,t}$	+	$\varepsilon_{CHI,t}^S$	$\varepsilon_{CHI,t}^S$	=	$0.965\varepsilon_{CHI,t-1}^S$	+	$0.449v_{CHI,t}^S$
			(1.301)		(0.110)		(0.102)					(0.042)		(0.087)
2 ^a	$S_{CHI,t}$	=	-1.851	+	$0.081S_{g,t}$	+	$-0.010S_{r,t}$	+	$\varepsilon_{CHI,t}^S$	$\varepsilon_{CHI,t}^S$	=	$0.958\varepsilon_{CHI,t-1}^S$	+	$0.042v_{CHI,t}^S$
			(0.552)		(0.028)		(0.016)					(0.035)		(0.007)
1 ^a	$S_{MEX,t}$	=	-1.749	+	$0.219S_{g,t}$	+	$0.374S_{r,t}$	+	$\varepsilon_{MEX,t}^S$	$\varepsilon_{MEX,t}^S$	=	$0.764\varepsilon_{MEX,t-1}^S$	+	$0.071v_{MEX,t}^S$
			(0.683)		(0.073)		(0.065)					(0.158)		(0.030)
2 ^a	$S_{MEX,t}$	=	-1.819	+	$0.222S_{g,t}$	+	$-0.549S_{r,t}$	+	$\varepsilon_{MEX,t}^S$	$\varepsilon_{MEX,t}^S$	=	$0.847\varepsilon_{MEX,t-1}^S$	+	$-0.191v_{MEX,t}^S$
			(1.233)		(0.045)		(0.279)					(0.160)		(0.303)
1 ^a	$S_{COL,t}$	=	-2.979	+	$0.212S_{g,t}$	+	$0.643S_{r,t}$	+	$\varepsilon_{COL,t}^S$	$\varepsilon_{COL,t}^S$	=	$0.786\varepsilon_{COL,t-1}^S$	+	$0.344v_{COL,t}^S$
			(1.068)		(0.107)		(0.122)					(0.166)		(0.113)
2 ^a	$S_{COL,t}$	=	-1.970	+	$0.196S_{g,t}$	+	$-0.144S_{r,t}$	+	$\varepsilon_{COL,t}^S$	$\varepsilon_{COL,t}^S$	=	$0.901\varepsilon_{COL,t-1}^S$	+	$0.282v_{COL,t}^S$
			(0.645)		(0.075)		(0.100)					(0.056)		(0.056)
1 ^a	$S_{BRA,t}$	=	-2.272	+	$0.383S_{g,t}$	+	$0.547S_{r,t}$	+	$\varepsilon_{BRA,t}^S$	$\varepsilon_{BRA,t}^S$	=	$0.982\varepsilon_{BRA,t-1}^S$	+	$0.525v_{BRA,t}^S$
			(1.206)		(0.138)		(0.121)					(0.027)		(0.115)
2 ^a	$S_{BRA,t}$	=	-1.901	+	$0.150S_{g,t}$	+	$-0.133S_{r,t}$	+	$\varepsilon_{BRA,t}^S$	$\varepsilon_{BRA,t}^S$	=	$0.982\varepsilon_{BRA,t-1}^S$	+	$0.801v_{BRA,t}^S$
			(1.027)		(0.120)		(0.114)					(0.046)		(0.144)

Desvio padrão em parênteses.

Analisando a decomposição de variância, percebemos resultado semelhante ao fator nível. A variação na primeira subamostra da maioria dos países pode ser explicada em sua maioria pelo fator global. Uma das hipóteses para esse resultado é o fato descrito anteriormente sobre as condições financeiras e econômicas globais após a crise. A exceção foi o Brasil onde a variação no primeiro sub período foi grande parte explicada pelo fator idiossincrático. Na segunda sub amostra, pode-se perceber uma diminuição do fator global para explicar a variação da inclinação principalmente no Chile e México. Nesse ultimo país, a variação explicada pelo fator regional chega a 88,3%. De uma forma geral, o fator de inclinação para o Brasil parece ser majoritariamente governado por fatores específicos do país, tendo resultados semelhantes nas duas sub amostras. A análise de subamostra do fator de inclinação para o Brasil corrobora com a explicação dada no capítulo anterior. O fato do Brasil ter tido um ciclo econômico com pouca correlação com o restante dos países da amostra pode explicar a baixa explicação do fator global explicar a variação da inclinação em ambos os subperíodos.

Tabela 17 – Decomposição de variância do fator inclinação entre 01:2008 - 12:2012 e 01:2013 - 01:2018 para os países da América Latina.

	Chile		México		Colômbia		Brasil	
	1st	2st	1st	2st	1st	2st	1st	2st
Regional Slope Factor	0.083	0.250	0.091	0.883	0.306	0.257	0.153	0.222
Global Slope Factor	0.740	0.110	0.804	0.095	0.547	0.482	0.210	0.128
Idiosyncratic Slope Factor	0.175	0.639	0.104	0.020	0.145	0.260	0.636	0.645

6 Previsão

Nos capítulos anteriores foram verificados a existência de fatores globais, regionais e idiossincráticos nas ETTJ dos países da América Latina. O objetivo deste capítulo é entender se, ao modelar a dinâmica das ETTJ destes países considerando esta estrutura fatorial, é possível encontrar melhores resultados para previsão da ETTJ. A hipótese por trás deste teste é baseada na ideia de que ao se incorporar informações das taxas de juros de outros países na formação das taxas dos países seria possível melhor prever a dinâmica da ETTJ em relação ao caso onde somente haveria informações individuais de cada país. Para o teste de previsão, os parâmetros foram estimados recursivamente iniciando em 01:2008 até 08:2014 iniciando o período de previsão em 09:2014 até 01:2018. Como a ETTJ depende somente dos parâmetros $\{\widehat{\beta}_{1t}, \widehat{\beta}_{2t}\}$, prever a ETTJ é equivalente a prever $\{\widehat{\beta}_{1t}, \widehat{\beta}_{2t}\}$. Note, no entanto, que nosso objeto de previsão são as taxas de juros futuras (\widehat{y}_{it+h}) e não os parâmetros futuros do modelo ajustado de [Diebold e Li \(2006\)](#). As taxas de juros previstas são obtidas a partir da equação (2.4) com a inclusão dos parâmetros previstos h passos a frente no período t

$$\widehat{y}_{it+h/t}(\tau) = \widehat{l}_{it+h/t} + \widehat{s}_{it+h/t} \left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} \right) \quad (6.1)$$

Os modelos para previsão dos parâmetros da equação (6.1) são descritos abaixo:

1. **Múltiplos Países:** Seja p_{it} igual ao fator de nível, l_{it} , ou inclinação, s_{it} , do país i no tempo t. A previsão do fator p_{it} no tempo t, h passos a frente é dado por

$$\widehat{p}_{it+h/t} = \widehat{\alpha}_i + \widehat{\gamma}_i(\widehat{\theta})^h k_{rt} + \widehat{\beta}_i(\widehat{\phi})^h k_{gt} + (\widehat{\psi}_i)^h \varepsilon_{it} \quad (6.2)$$

Onde $\widehat{\alpha}_i$, $\widehat{\gamma}_i$ e $\widehat{\beta}$ são os parâmetros estimados por máximo-verossimilhança da equação de medição enquanto $\widehat{\theta}$, $\widehat{\phi}$ e $\widehat{\psi}_i$ são os parâmetros auto regressivos das variáveis de estado também estimados por máximo-verossimilhança. k_{rt} , k_{gt} e ε_{it} são os fatores regionais, globais e idiossincráticos, respectivamente, extraídos por filtro de Kalman.

2. **Diebold e Li (2006)** O modelo segue o artigo de [Diebold e Li \(2006\)](#). Seja p_{it} igual

ao fator de nível, l_{it} , ou inclinação, s_{it} , do país i no tempo t . A previsão do fator p_{it} no tempo t , h passos a frente é dado por

$$\widehat{p}_{it+h/t} = \widehat{c}_i + \widehat{\gamma}_i \widehat{p}_{it} \quad (6.3)$$

Onde \widehat{c}_i e $\widehat{\gamma}_i$ são obtidos regredindo \widehat{p}_{it} em \widehat{p}_{it-h} .

3. Random Walk A melhor previsão das taxas de juros são as taxas atuais. Logo

$$\widehat{y}_{it+h/t}(\tau) = y_{it}(\tau) \quad (6.4)$$

Nas tabelas 26 a 28 foram comparadas os resultados de previsão 1, 6 e 12 passos a frente do modelo de múltiplos países, Diebold e Li (2006) e Random Walk para as diversas maturidades dos países da América Latina ¹. Definimos o erro de previsão em $t + h$ como $y_{it+h}(\tau) - \widehat{y}_{it+h/t}(\tau)$. Foram examinadas a média, desvio padrão e a raiz do erro quadrático médio do erro de previsão (RMSE).

Os resultados da previsão 1 passo a frente não foram encorajadores para o modelo de múltiplos países. Para esse horizonte de previsão, o modelo de Random Walk apresentou resultados superiores para todos os países e em quase todas as maturidades. Melhores resultados são observados nos horizontes de previsão de 6 e 12 passos a frente. Para o horizonte de 6 passos a frente, com exceção do Brasil e do Chile, os modelos de Diebold e Li e de múltiplos países apresentaram melhores resultados em relação ao modelo de Random Walk. Enquanto para Colômbia houveram resultados mistos entre os modelos de múltiplos países e de Diebold e Li, para o México, o modelo de Diebold e Li foi claramente o modelo com melhor resultado. No entanto, ao se fazer os testes de Diebold e Mariano (2002) para o modelo de múltiplos países contra o modelo de Diebold e Li os resultados para Colômbia não possuem significância estatística a nível de 10%. Os resultados de previsão 12 passos a frente indicam uma superioridade do modelo de múltiplos países em todas as maturidades para o Brasil e para algumas maturidades para Colômbia. Para esse horizonte de previsão, os testes de Diebold e Mariano (2002) indicaram superioridade

¹ As tabelas estão no apêndice deste trabalho.

de previsão para as maturidades de 1 e 3 meses para o Brasil e 60, 84 108 meses para Colômbia.

De uma maneira geral, os resultados não apontam para uma superioridade de previsão estatisticamente significativa do modelo de múltiplos países em relação ao modelo de [Diebold e Li \(2006\)](#).

7 Conclusão

O objetivo deste trabalho é estudar a integração do mercado de títulos públicos em moeda local para países da América Latina. Dada a importância do mercado de títulos públicos nos países da América Latina para autoridades monetárias e investidores globais, esse trabalho se propôs a estudar a integração do mercado de títulos públicos da América Latina nos âmbitos globais e regionais. Superando as limitações de outros trabalhos na literatura de integração, onde foi-se estudado somente a integração nos títulos públicos em algumas maturidades específicas, esse trabalho se propõe estudar a integração de toda a ETTJ e, conseqüentemente, de um conjunto maior de maturidades. No nosso modelo, a ETTJ de cada país é modelada a partir de dois fatores e, utilizando modelos de fatores dinâmicos, cada fator é governado por fatores globais, regionais e idiossincráticos. Esse trabalho é uma extensão do trabalho de [Diebold, Li e Yue \(2008\)](#) onde além do fator global proposto pelos autores, foi-se incorporado um fator regional comum a países de uma mesma região geográfica.

Utilizando dados mensais entre 2008 e 2018 para Brasil, Chile, México e Colômbia foram encontradas evidências de integração global e regional para a ETTJ. O fator global ajuda a explicar consideravelmente a variação no fator de nível e inclinação. Embora o fator regional também seja responsável por parte da variação nos fatores, esse fator é menos significativo em relação ao fator global e, em alguns casos, ao fator idiossincrático. Mesmo assim, o fato dos países apresentarem loadings positivos no fator regional indicando que há integração regional entre a ETTJ desses países. Os resultados apresentaram consistência ao se dividir a amostra em dois sub-períodos. Logo, a existência de fatores globais e regionais é robusta ao se controlar pelo período estudado. Além da existência dos fatores foi possível relacionar estes a variáveis macroeconômicas. Variáveis de inflação estão relacionadas com os fatores de nível global e regional enquanto variáveis de atividade econômica estão relacionadas com os fatores de inclinação global.

Dentre os países estudados, a ETTJ do Brasil parece ser pouco explicada pelos fatores globais, especialmente para o fator de inclinação. Esse resultado pode ser inter-

pretado como consequência do diferente momento no ciclo econômico que o Brasil se encontrava em relação ao restante do mundo em dois diferentes períodos. Essa diferença no ciclo econômico pode explicar a baixa relação com o fator de inclinação que, no modelo utilizado, afeta a parte curta da taxa de juros, com o fator global. Com a exceção do Brasil para o fator de inclinação, os países da América Latina na primeira subamostra foram fortemente influenciados pelo fator global em ambos os fatores da ETTJ. Isto é, grande parte da variação nos dois fatores pode ser explicada pelo fator global na primeira sub-amosta. Esse período é marcado pela crise financeira global e pelas políticas monetárias não convencionais e, por ser um período de stress global, é de esperar que as ETTJ de todos os países produzem movimentos conjuntos. Portanto, os movimentos conjuntos observados na primeira subamostra podem ser resultados das características globais do período. No segundo sub-período, o fator global se torna secundário para explicar a variação nos fatores, fazendo com que o fator regional e idiossincrático se tornem mais importantes.

Em adição ao estudo sobre integração global e regional da ETTJ, os fatores globais, regionais e idiossincráticos foram utilizados para testar a capacidade de previsão do modelo. Ao utilizar informações contidas nas taxas de um conjunto de países, ao invés de usar informações de somente um país, o modelo de múltiplos países poderia oferecer melhores resultados em relação ao seus competidores. Resultados empíricos, no entanto, apontaram que esse aumento de informação não refletiu em melhores resultados de previsão. Foram encontrados melhores resultados somente para algumas maturidades específicas e em alguns horizontes de previsão não podendo, portanto, considerarmos que o modelo de múltiplos países possui um melhor resultado.

Referências

- ABBRITTI, M. et al. Global Factors in the Term Structure of Interest Rates. *International Journal of Central Banking*, v. 14, n. 2, p. 301–340, March 2018. Disponível em: <<https://ideas.repec.org/a/ijc/ijcjou/y2018q1a7.html>>. 13
- ALVES, L. et al. *On Brazil's Term Structure: Stylized Facts and Analysis of Macroeconomic Interactions*. [S.l.]: International Monetary Fund, 2011. 33, 37
- AMMER, J.; MEI, J. Measuring international economic linkages with stock market data. *The Journal of Finance*, Wiley Online Library, v. 51, n. 5, p. 1743–1763, 1996. 11
- ANG, A.; PIAZZESI, M. A no-arbitrage vector autoregression of term structure dynamics with macroeconomic and latent variables. *Journal of Monetary economics*, Elsevier, v. 50, n. 4, p. 745–787, 2003. 33
- BAE, B. Y.; KIM, D. H. Global and regional yield curve dynamics and interactions: The case of some asian countries. *International Economic Journal*, Taylor & Francis, v. 25, n. 4, p. 717–738, 2011. 5, 6, 13, 15, 23, 35
- BARR, D. G.; PRIESTLEY, R. Expected returns, risk and the integration of international bond markets. *Journal of International money and finance*, Elsevier, v. 23, n. 1, p. 71–97, 2004. 14
- BEKAERT, G.; HARVEY, C. R. Emerging equity market volatility. *Journal of Financial economics*, Elsevier, v. 43, n. 1, p. 29–77, 1997. 11
- BEKAERT, G.; HARVEY, C. R. Foreign speculators and emerging equity markets. *The Journal of Finance*, Wiley Online Library, v. 55, n. 2, p. 565–613, 2000. 11
- BESSLER, D. A.; YANG, J. The structure of interdependence in international stock markets. *Journal of international money and finance*, Elsevier, v. 22, n. 2, p. 261–287, 2003. 11
- BLISS, R. R. Movements in the term structure of interest rates. *Economic Review-Federal Reserve Bank of Atlanta*, Federal Reserve Bank of Atlanta, v. 82, n. 4, p. 16, 1997. 12
- BORENSZTEIN, E. et al. Building bond markets in latin america. *Bond markets in Latin America: On the verge of a big bang*, MIT Press Cambridge, MA, p. 1–28, 2008. 14
- BURGER, J. D.; WARNOCK, F. E.; WARNOCK, V. C. *Emerging local currency bond markets*. [S.l.], 2010. 14
- CARRIERI, F.; ERRUNZA, V.; HOGAN, K. Characterizing world market integration through time. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Cambridge University Press, v. 42, n. 4, p. 915–940, 2007. 11
- CHRISTENSEN, J. H.; DIEBOLD, F. X.; RUDEBUSCH, G. D. The affine arbitrage-free class of nelson–siegel term structure models. *Journal of Econometrics*, Elsevier, v. 164, n. 1, p. 4–20, 2011. 12
- CHRISTIANSEN, C. Integration of european bond markets. *Journal of Banking & Finance*, Elsevier, v. 42, p. 191–198, 2014. 14

- COCHE, J.; LAM, L.; SAHAKYAN, V. A regional factor approach to project term structures of emerging local currency sovereign bonds. *Procedia Economics and Finance*, Elsevier, v. 29, p. 56–81, 2015. [13](#)
- DIEBOLD, F. X.; LI, C. Forecasting the term structure of government bond yields. *Journal of econometrics*, Elsevier, v. 130, n. 2, p. 337–364, 2006. [12](#), [15](#), [17](#), [18](#), [19](#), [27](#), [33](#), [47](#), [48](#), [49](#)
- DIEBOLD, F. X.; LI, C.; YUE, V. Z. Global yield curve dynamics and interactions: a dynamic nelson–siegel approach. *Journal of Econometrics*, Elsevier, v. 146, n. 2, p. 351–363, 2008. [5](#), [6](#), [12](#), [13](#), [15](#), [19](#), [20](#), [23](#), [34](#), [51](#)
- DIEBOLD, F. X.; MARIANO, R. S. Comparing predictive accuracy. *Journal of Business & economic statistics*, Taylor & Francis, v. 20, n. 1, p. 134–144, 2002. [48](#)
- DIEBOLD, F. X.; RUDEBUSCH, G. D.; ARUOBA, S. B. The macroeconomy and the yield curve: a dynamic latent factor approach. *Journal of econometrics*, Elsevier, v. 131, n. 1-2, p. 309–338, 2006. [12](#), [19](#), [35](#), [37](#), [40](#), [58](#), [59](#)
- DURBIN, J.; KOOPMAN, S. J. *Time series analysis by state space methods*. [S.l.]: Oxford University Press, 2012. v. 38. [23](#)
- ESPADA, J. F. C.; RAMOS-FRANCIA, M.; GARCÍA, A. T. *An empirical analysis of the mexican term structure of interest rates*. [S.l.], 2008. [12](#), [17](#)
- EUN, C. S.; SHIM, S. International transmission of stock market movements. *Journal of financial and quantitative Analysis*, Cambridge University Press, v. 24, n. 2, p. 241–256, 1989. [11](#)
- GARCÍA-HERRERO, A.; WOOLDRIDGE, P. D. Global and regional financial integration: progress in emerging markets. 2007. [13](#)
- GRAHAM, M.; KIVIAHO, J.; NIKKINEN, J. Integration of 22 emerging stock markets: a three-dimensional analysis. *Global Finance Journal*, Elsevier, v. 23, n. 1, p. 34–47, 2012. [11](#)
- HAMAO, Y.; MASULIS, R. W.; NG, V. Correlations in price changes and volatility across international stock markets. *The review of financial studies*, Oxford University Press, v. 3, n. 2, p. 281–307, 1990. [11](#)
- HELLERSTEIN, R. Global bond risk premiums. 2011. [13](#)
- JEANNEAU, S.; TOVAR, C. E. et al. Latin america’s local currency bond markets: an overview. *BIS Papers No. 36: New Financing Trends in Latin America: A Bumpy Road towards Stability*, p. 46–64, 2008. [14](#)
- JEANNERET, A.; SOUISSI, S. Sovereign defaults by currency denomination. *Journal of International Money and Finance*, Elsevier, v. 60, p. 197–222, 2016. [14](#), [15](#)
- JOTIKASTHIRA, C.; LE, A.; LUNDBLAD, C. Why do term structures in different currencies co-move? *Journal of Financial Economics*, Elsevier, v. 115, n. 1, p. 58–83, 2015. [13](#)

- KING, M.; SENTANA, E.; WADHWANI, S. *Volatility and links between national stock markets*. [S.l.], 1990. [11](#)
- KOOPMAN, S. J.; MALLEE, M. I.; WEL, M. Van der. Analyzing the term structure of interest rates using the dynamic nelson–siegel model with time-varying parameters. *Journal of Business & Economic Statistics*, Taylor & Francis, v. 28, n. 3, p. 329–343, 2010. [19](#), [59](#)
- KOSE, M. A.; OTROK, C.; WHITEMAN, C. H. International business cycles: World, region, and country-specific factors. *American Economic Review*, v. 93, n. 4, p. 1216–1239, 2003. [12](#), [37](#)
- KUMAR, M. S.; OKIMOTO, T. Dynamics of international integration of government securities' markets. *Journal of Banking & Finance*, Elsevier, v. 35, n. 1, p. 142–154, 2011. [11](#), [14](#)
- LANGE, R. H. The canadian macroeconomy and the yield curve: A dynamic latent factor approach. *International Review of Economics & Finance*, Elsevier, v. 27, p. 261–274, 2013. [12](#), [15](#), [17](#), [33](#), [37](#)
- LITTERMAN, R.; SCHEINKMAN, J. Common factors affecting bond returns. *Journal of fixed income*, v. 1, n. 1, p. 54–61, 1991. [11](#), [18](#)
- LONGSTAFF, F. A. et al. How sovereign is sovereign credit risk? *American Economic Journal: Macroeconomics*, v. 3, n. 2, p. 75–103, 2011. [14](#)
- MODUGNO, M.; NIKOLAOU, K. The forecasting power of international yield curve linkages. 2009. [15](#)
- MORITA, R. H.; BUENO, R. D. Investment grade countries yield curve dynamics. In: *XXX Meeting of the Brazilian Econometric Society*. [S.l.: s.n.], 2008. [12](#), [24](#)
- NELSON, C. R.; SIEGEL, A. F. Parsimonious modeling of yield curves. *Journal of business*, JSTOR, p. 473–489, 1987. [12](#), [17](#)
- RIOS, A. D. de los; SHAMLOO, M. *Quantitative Easing and Long-Term Yields in Small Open Economies*. [S.l.]: International Monetary Fund, 2017. [34](#)
- SHARMA, A.; SETH, N. Literature review of stock market integration: a global perspective. *Qualitative Research in Financial Markets*, Emerald Group Publishing Limited, v. 4, n. 1, p. 84–122, 2012. [11](#)
- ŠOPOV, B.; SEIDLER, J. *Yield curve dynamics: Regional common factor model*. [S.l.], 2010. [13](#)
- VICENTE, J.; TABAK, B. M. Forecasting bond yields in the brazilian fixed income market. *International Journal of Forecasting*, Elsevier, v. 24, n. 3, p. 490–497, 2008. [12](#), [15](#), [17](#)
- WRIGHT, J. H. Term premia and inflation uncertainty: Empirical evidence from an international panel dataset. *American Economic Review*, v. 101, n. 4, p. 1514–34, 2011. [13](#), [35](#)

YANG, J. International bond market linkages: a structural var analysis. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, Elsevier, v. 15, n. 1, p. 39–54, 2005. [11](#), [14](#)

Apêndice

Diebold, Rudebusch and Aruoba (2006)

Diebold, Rudebusch and Aruoba (2006) reescrevem o modelo de Diebold and Li (2006) em forma de espaço-estado. O modelo geral é descrito logo abaixo

$$y_t = Hx_t + \omega_t, \quad \omega_t \sim N(0, R)$$

$$x_{t+1} = C + Ax_t + v_t \quad v \sim N(0, Q)$$

para $t = 1, \dots, T$. y_t é a série de interesse observada, x_t é um vetor de estado, H , C e A são matrizes de coeficientes e R e Q são matrizes de variância. A primeira equação é chamada de equação de medição e descreve a relação entre série de tempo observada e vetor de estado. A segunda equação é chamada de equação de estado e descreve como os fatores latentes evoluem no tempo. A equação de estado é dada por

$$\begin{bmatrix} \beta_{1t+1} - \mu_1 \\ \beta_{2t+1} - \mu_2 \\ \beta_{3t+1} - \mu_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \phi_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \phi_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{1t} - \mu_1 \\ \beta_{2t} - \mu_2 \\ \beta_{3t} - \mu_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \eta_{1t+1} \\ \eta_{2t+1} \\ \eta_{3t+1} \end{bmatrix}$$

para $t = 1, \dots, T$. A equação de medição é dada por

$$\begin{bmatrix} y_{1t} \\ y_{2t} \\ \vdots \\ y_{Nt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \left(\frac{1-e^{-\lambda\tau_1}}{\lambda\tau_1}\right) & \left(\frac{1-e^{-\lambda\tau_1}}{\lambda\tau_1} - e^{-\lambda\tau_1}\right) \\ 1 & \left(\frac{1-e^{-\lambda\tau_2}}{\lambda\tau_2}\right) & \left(\frac{1-e^{-\lambda\tau_2}}{\lambda\tau_2} - e^{-\lambda\tau_2}\right) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \left(\frac{1-e^{-\lambda\tau_N}}{\lambda\tau_N}\right) & \left(\frac{1-e^{-\lambda\tau_N}}{\lambda\tau_N} - e^{-\lambda\tau_N}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{1t} \\ \beta_{2t} \\ \vdots \\ \beta_{3t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t+1} \\ \varepsilon_{2t+1} \\ \vdots \\ \varepsilon_{Nt+1} \end{bmatrix}$$

para $t=1, \dots, T$. Reescrevendo e usando notação matricial, as equações formam o seguinte sistema de espaço-estado

$$y_t = \Lambda(\lambda)\beta_t + \varepsilon_t$$

$$\beta_{t+1} = (I_3 - \Theta)\mu + \Theta\beta_t + \eta_t$$

para $t=1, \dots, T$ e onde y_t é o vetor de taxas de juros $N \times 1$, $\Lambda(\lambda)$ é uma matriz $N \times 3$ e depende somente de λ , β_t é o vetor de fatores latentes 3×1 , μ é o vetor de médias incondicionais 3×1 e Θ é uma matriz diagonal 3×3 . É assumido que os erros da equação de medição e estado são normalmente distribuídos e mutualmente não correlacionados

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_t \\ \eta_t \end{bmatrix} = N \left(\begin{bmatrix} 0_{N \times 1} \\ 0_{3 \times 1} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \Sigma_\varepsilon & 0_{N \times 3} \\ 0_{3 \times N} & \Sigma_\eta \end{bmatrix} \right)$$

[Diebold, Rudebusch e Aruoba \(2006\)](#) argumentam que o modelo DNS no formato estado-espaco é um forma conveniente de estimar modelos dinâmicos de fatores. Dessa forma, possibilita estimar o λ conjuntamente com os demais parâmetros não sendo necessário especificar um valor pré-definido. O modelo pode ser estimado por filtro de Kalman.

Koopman, Mallee and Wel (2010)

Koopman, Mallee e Wel (2010) propõem estimar o modelo DNS considerando λ_t como uma variável dinâmica. Os autores tratam λ_t como uma quarta variável latente no modelo de estado-espço de Diebold, Rudebusch e Aruoba (2006). Incluindo λ_t no vetor de fatores, obtemos um modelo de espaço-estado ajustado

$$\alpha_t = (\beta_{1t}, \beta_{2t}, \beta_{3t}, \lambda_t)y_t = \Lambda(\alpha'_t) + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim N(0, \Sigma_\varepsilon)$$

$$\alpha_t = (I_4 - \Phi^L)\mu^L + \Phi^L\alpha_t + \eta_t^L \quad \eta_t \sim N(0, \Sigma_\eta^L)$$

para $t=1, \dots, T$. Observe que, diferentemente de Diebold, Rudebusch e Aruoba (2006), a matriz Λ agora varia no tempo em função de λ_t . Como agora temos um modelo não linear, o filtro de Kalman não pode ser mais utilizado. Nesse caso, podemos estimar o modelo utilizando filtro de Kalman Estendido (EKF) que relaxa a hipótese de linearidade assumindo que a equação inclua uma função não linear. Para um caso geral, considere um sistema de espaço-estado não linear

$$y_t = Z(x_t) + \omega_t \quad \omega \sim N(0, R)$$

$$x_t = C + Ax_t + \eta_t \quad v_t \sim N(0, Q)$$

para $t=1, \dots, T$ e onde $Z(x_t)$ é uma função não linear da variável de estado x_t . Para contornar o problema de não linearidade do modelo, o (EKF) lineariza localmente $Z(x_t)$ em $x_t = \hat{x}_{t|t-1}$, onde $\hat{x}_{t|t-1}$ é uma estimativa de x_t baseado em observações passadas. Esse resultado gera a seguinte aproximação

$$Z_t(x_t) \approx Z_t(\hat{x}_{t|t-1}) + \dot{Z}_t(x_t - \hat{x}_{t|t-1})$$

com a matriz Jacobiana $\dot{Z}_t = \partial Z_t(x_t) / \partial x_t |_{x_t = \hat{x}_{t-1}}$. Substituindo as equações acima nos obtemos o seguinte sistema linearizado

$$y_t = d_t + \dot{Z}_t x_t + \omega_t$$

onde $d_t = Z_t(\hat{x}_{t|t-1}) - \dot{Z}_t \hat{x}_{t|t-1}$. Agora podemos usar o filtro de Kalman para estimar o modelo.

Modelo de espaço de estado - fatores globais e regionais

O modelo abaixo é o modelo dinâmico de fatores utilizado para estimar os fatores globais e regionais. Esse modelo é estimado separadamente para cada fator da ETTJ (Nível e Inclinação). O modelo está escrito com uma notação geral tal que $p = 1, s$ onde l representa o fator de nível e s representa o fator de inclinação. A equação de medição é descrita como

$$\begin{bmatrix} p_{1t} \\ p_{2t} \\ p_{3t} \\ p_{4t} \\ p_{5t} \\ p_{6t} \\ p_{7t} \\ p_{8t} \\ p_{9t} \end{bmatrix}_{9 \times 1} = \begin{bmatrix} \alpha_{1t} \\ \alpha_{2t} \\ \alpha_{3t} \\ \alpha_{4t} \\ \alpha_{5t} \\ \alpha_{6t} \\ \alpha_{7t} \\ \alpha_{8t} \\ \alpha_{9t} \end{bmatrix}_{9 \times 1} + \begin{bmatrix} \beta_{p,1t} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \beta_{p,2t} & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \beta_{p,3t} & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \beta_{p,4t} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \beta_{p,5t} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \beta_{p,6t} & \gamma_{p,6t} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \beta_{p,7t} & \gamma_{p,7t} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \beta_{p,8t} & \gamma_{p,8t} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \beta_{p,9t} & \gamma_{p,9t} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}_{9 \times 11} \begin{bmatrix} P_{g,t} \\ P_{r,t} \\ v_{1,t} \\ v_{2,t} \\ v_{3,t} \\ v_{4,t} \\ v_{5,t} \\ v_{6,t} \\ v_{7,t} \\ v_{8,t} \\ v_{9,t} \end{bmatrix}_{11 \times 1}$$

A equação de transição é dada por

$$\begin{bmatrix} P_{g,t} \\ P_{r,t} \\ v_{1,t} \\ v_{2,t} \\ v_{3,t} \\ v_{4,t} \\ v_{5,t} \\ v_{6,t} \\ v_{7,t} \\ v_{8,t} \\ v_{9,t} \end{bmatrix}_{11 \times 1} = \begin{bmatrix} \theta_{1,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \theta_{2,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \theta_{3,3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \theta_{4,4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_{5,5} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_{6,6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_{7,7} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_{8,8} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_{9,9} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_{10,10} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_{11,11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{g,t-1} \\ P_{r,t-1} \\ v_{1,t-1} \\ v_{2,t-1} \\ v_{3,t-1} \\ v_{4,t-1} \\ v_{5,t-1} \\ v_{6,t-1} \\ v_{7,t-1} \\ v_{8,t-1} \\ v_{9,t-1} \end{bmatrix}_{11 \times 1} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t} \\ \varepsilon_{2,t} \\ \varepsilon_{3,t} \\ \varepsilon_{4,t} \\ \varepsilon_{5,t} \\ \varepsilon_{6,t} \\ \varepsilon_{7,t} \\ \varepsilon_{8,t} \\ \varepsilon_{9,t} \\ \varepsilon_{10,t} \\ \varepsilon_{11,t} \end{bmatrix}_{11 \times 1}$$

Onde:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t} \\ \varepsilon_{2,t} \\ \varepsilon_{3,t} \\ \varepsilon_{4,t} \\ \varepsilon_{5,t} \\ \varepsilon_{6,t} \\ \varepsilon_{7,t} \\ \varepsilon_{8,t} \\ \varepsilon_{9,t} \\ \varepsilon_{10,t} \\ \varepsilon_{11,t} \end{bmatrix}_{11 \times 1} \sim N \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \phi_{3,3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \phi_{4,4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \phi_{5,5} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \phi_{6,6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \phi_{7,7} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \phi_{8,8} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \phi_{9,9} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \phi_{10,10} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \phi_{11,11} \end{bmatrix} \right)$$

Assumindo a hipótese de normalidade dos erros, os parâmetros podem ser estimados eficientemente por máximo verossimilhança e os fatores globais e regionais podem ser extraídos por filtro de Kalman.

Resultados países desenvolvidos - Amostra total

Tabela 18 – - Estimativas dos fatores globais para os países desenvolvidos no fator de nível.

$L_{US,t}$	=	2.963	+	0.222	$L_{g,t}$	+	$\varepsilon_{US,t}^L$	$\varepsilon_{US,t}^L$	=	0.989	$\varepsilon_{US,t-1}^L$	+	0.027	$v_{US,t}^L$
		(0.890)		(0.021)						(0.013)			(0.004)	
$L_{AUS,t}$	=	3.822	+	0.235	$L_{g,t}$	+	$\varepsilon_{AUS,t}^L$	$\varepsilon_{AUS,t}^L$	=	0.834	$\varepsilon_{AUS,t-1}^L$	+	0.031	$v_{AUS,t}^L$
		(0.325)		(0.021)						(0.055)			(0.004)	
$L_{GER,t}$	=	2.193	+	0.202	$L_{g,t}$	+	$\varepsilon_{GER,t}^L$	$\varepsilon_{GER,t}^L$	=	0.975	$\varepsilon_{GER,t-1}^L$	+	0.015	$v_{GER,t}^L$
		(0.606)		(0.017)						(0.025)			(0.002)	
$L_{UK,t}$	=	3.041	+	0.222	$L_{g,t}$	+	$\varepsilon_{UK,t}^L$	$\varepsilon_{UK,t}^L$	=	0.963	$\varepsilon_{UK,t-1}^L$	+	0.013	$v_{UK,t}^L$
		(0.412)		(0.017)						(0.029)			(0.002)	
$L_{CAN,t}$	=	2.857	+	0.184	$L_{g,t}$	+	$\varepsilon_{CAN,t}^L$	$\varepsilon_{CAN,t}^L$	=	0.609	$\varepsilon_{CAN,t-1}^L$	+	0.006	$v_{CAN,t}^L$
		(0.240)		(0.013)						(0.156)			(0.001)	

Tabela 19 – - Estimativas dos fatores globais para os países desenvolvidos no fator de inclinação.

$S_{US,t}$	=	-0.351	+	0.130	$S_{g,t}$	+	$\varepsilon_{US,t}^S$	$\varepsilon_{US,t}^S$	=	0.935	$\varepsilon_{US,t-1}^S$	+	0.037	$v_{US,t}^S$
		(0.354)		(0.022)						(0.035)			(0.005)	
$S_{AUS,t}$	=	-0.761	+	0.268	$S_{g,t}$	+	$\varepsilon_{AUS,t}^S$	$\varepsilon_{AUS,t}^S$	=	0.985	$\varepsilon_{AUS,t-1}^S$	+	0.041	$v_{AUS,t}^S$
		(0.884)		(0.027)						(0.018)			(0.007)	
$S_{GER,t}$	=	-2.154	+	0.258	$S_{g,t}$	+	$\varepsilon_{GER,t}^S$	$\varepsilon_{GER,t}^S$	=	0.817	$\varepsilon_{GER,t-1}^S$	+	0.060	$v_{GER,t}^S$
		(0.467)		(0.028)						(0.107)			(0.009)	
$S_{UK,t}$	=	-2.797	+	0.338	$S_{g,t}$	+	$\varepsilon_{UK,t}^S$	$\varepsilon_{UK,t}^S$	=	0.928	$\varepsilon_{UK,t-1}^S$	+	0.038	$v_{UK,t}^S$
		0.634		(0.029)						(0.035)			(0.008)	
$S_{CAN,t}$	=	-1.899	+	0.192	$S_{g,t}$	+	$\varepsilon_{CAN,t}^S$	$\varepsilon_{CAN,t}^S$	=	0.962	$\varepsilon_{CAN,t-1}^S$	+	0.023	$v_{CAN,t}^S$
		(0.491)		(0.019)						(0.029)			(0.003)	

Tabela 20 – - Decomposição de variância do fator nível por sub período para os países desenvolvidos.

	US	AUS	GER	UK	CAN
Global Level Factor	0.409	0.928	0.928	0.938	0.941
Idiosyncratic Level Factor	0.590	0.071	0.071	0.061	0.058

Tabela 21 – -Decomposição de variância do fator inclinação por sub período para os países desenvolvidos.

	US	AUS	GER	UK	CAN
Global Slope Factor	0.051	0.288	0.858	0.926	0.602
Idiosyncratic Slope Factor	0.948	0.711	0.141	0.073	0.397

Resultados países desenvolvidos - Sub Amostras

Tabela 22 – - Estimativas dos Fatores Globais para os países desenvolvidos no fator de nível para 01:2008 - 12:2012 e 01:2013 - 01:2018

1 ^a	$L_{US,t}$	=	2.158	+	$0.244L_{g,t}$	+	$\varepsilon_{US,t}^L$	$\varepsilon_{US,t}^L$	=	$0.675\varepsilon_{US,t-1}^L$	+	$0.031v_{US,t}^L$
			(0.725)		(0.037)					(0.309)		(0.007)
2 ^a	$L_{US,t}$	=	2.661	+	$0.165L_{g,t}$	+	$\varepsilon_{US,t}^L$	$\varepsilon_{US,t}^L$	=	$0.965\varepsilon_{US,t-1}^L$	+	$0.018v_{US,t}^L$
			(0.625)		(0.023)					(0.100)		(0.003)
1 ^a	$L_{AUS,t}$	=	4.736	+	$0.264L_{g,t}$	+	$\varepsilon_{AUS,t}^L$	$\varepsilon_{AUS,t}^L$	=	$0.675\varepsilon_{AUS,t-1}^L$	+	$0.031v_{AUS,t}^L$
			(0.833)		(0.038)					(0.081)		(0.010)
2 ^a	$L_{AUS,t}$	=	3.058	+	$0.189L_{g,t}$	+	$\varepsilon_{AUS,t}^L$	$\varepsilon_{AUS,t}^L$	=	$0.823\varepsilon_{AUS,t-1}^L$	+	$0.016v_{AUS,t}^L$
			(0.304)		(0.026)					(0.100)		(0.003)
1 ^a	$L_{GER,t}$	=	3.466	+	$0.233L_{g,t}$	+	$\varepsilon_{GER,t}^L$	$\varepsilon_{GER,t}^L$	=	$0.701\varepsilon_{GER,t-1}^L$	+	$0.018v_{GER,t}^L$
			(0.717)		(0.027)					(0.081)		(0.010)
2 ^a	$L_{GER,t}$	=	0.989	+	$0.189L_{g,t}$	+	$\varepsilon_{GER,t}^L$	$\varepsilon_{GER,t}^L$	=	$0.932\varepsilon_{GER,t-1}^L$	+	$0.010v_{GER,t}^L$
			(0.365)		(0.021)					(0.037)		(0.002)
1 ^a	$L_{UK,t}$	=	3.972	+	$0.243L_{g,t}$	+	$\varepsilon_{UK,t}^L$	$\varepsilon_{UK,t}^L$	=	$0.815\varepsilon_{UK,t-1}^L$	+	$0.011v_{UK,t}^L$
			(0.773)		(0.027)					(0.150)		(0.003)
2 ^a	$L_{UK,t}$	=	2.049	+	$0.206L_{g,t}$	+	$\varepsilon_{UK,t}^L$	$\varepsilon_{UK,t}^L$	=	$0.974\varepsilon_{UK,t-1}^L$	+	$0.011v_{UK,t}^L$
			(0.583)		(0.023)					(0.023)		(0.002)
1 ^a	$L_{CAN,t}$	=	3.502	+	$0.213L_{g,t}$	+	$\varepsilon_{CAN,t}^L$	$\varepsilon_{CAN,t}^L$	=	$0.892\varepsilon_{CAN,t-1}^L$	+	$0.005v_{CAN,t}^L$
			(0.240)		(0.013)					(0.156)		(0.001)
2 ^a	$L_{CAN,t}$	=	2.372	+	$0.170L_{g,t}$	+	$\varepsilon_{CAN,t}^L$	$\varepsilon_{CAN,t}^L$	=	$0.582\varepsilon_{CAN,t-1}^L$	+	$0.007v_{CAN,t}^L$
			(0.245)		(0.019)					(0.260)		(0.002)

Tabela 23 – - Estimativas dos Fatores Globais para os países desenvolvidos no fator de inclinação para 01:2008 - 12:2012 e 01:2013 - 01:2018

1 ^a	$S_{US,t}$	=	-0.289	+	$0.151S_{g,t}$	+	$\varepsilon_{US,t}^S$	$\varepsilon_{US,t}^S$	=	$0.921\varepsilon_{US,t-1}^S$	+	$0.057v_{US,t}^S$
			(0.448)		(0.037)					(0.045)		(0.011)
2 ^a	$S_{US,t}$	=	-0.530	+	$0.104S_{g,t}$	+	$\varepsilon_{US,t}^S$	$\varepsilon_{US,t}^S$	=	$0.899\varepsilon_{US,t-1}^S$	+	$0.017v_{US,t}^S$
			(0.216)		(0.020)					(0.051)		(0.003)
1 ^a	$S_{AUS,t}$	=	-0.123	+	$0.321S_{g,t}$	+	$\varepsilon_{AUS,t}^S$	$\varepsilon_{AUS,t}^S$	=	$0.907\varepsilon_{AUS,t-1}^S$	+	$0.601v_{AUS,t}^S$
			(0.622)		(0.046)					(0.060)		(0.014)
2 ^a	$S_{AUS,t}$	=	-1.179	+	$0.213S_{g,t}$	+	$\varepsilon_{AUS,t}^S$	$\varepsilon_{AUS,t}^S$	=	$0.910\varepsilon_{AUS,t-1}^S$	+	$0.015v_{AUS,t}^S$
			(0.348)		(0.025)					(0.069)		(0.003)
1 ^a	$S_{GER,t}$	=	-2.781	+	$0.314S_{g,t}$	+	$\varepsilon_{GER,t}^S$	$\varepsilon_{GER,t}^S$	=	$0.462\varepsilon_{GER,t-1}^S$	+	$0.086v_{GER,t}^S$
			(0.488)		(0.038)					(0.179)		(0.019)
2 ^a	$S_{GER,t}$	=	-1.835	+	$0.240S_{g,t}$	+	$\varepsilon_{GER,t}^S$	$\varepsilon_{GER,t}^S$	=	$0.873\varepsilon_{GER,t-1}^S$	+	$0.014v_{GER,t}^S$
			(0.314)		(0.027)					(0.068)		(0.003)
1 ^a	$S_{UK,t}$	=	-3.397	+	$0.413S_{g,t}$	+	$\varepsilon_{UK,t}^S$	$\varepsilon_{UK,t}^S$	=	$0.893\varepsilon_{UK,t-1}^S$	+	$0.056v_{UK,t}^S$
			(0.720)		(0.051)					(0.057)		(0.017)
2 ^a	$S_{UK,t}$	=	-3.493	+	$0.246S_{g,t}$	+	$\varepsilon_{UK,t}^S$	$\varepsilon_{UK,t}^S$	=	$1.022\varepsilon_{UK,t-1}^S$	+	$0.020v_{UK,t}^S$
			(0.685)		(0.029)					(0.019)		(0.005)
1 ^a	$S_{CAN,t}$	=	-2.365	+	$0.201S_{g,t}$	+	$\varepsilon_{CAN,t}^S$	$\varepsilon_{CAN,t}^S$	=	$0.982\varepsilon_{CAN,t-1}^S$	+	$0.037v_{CAN,t}^S$
			(0.880)		(0.033)					(0.032)		(0.008)
2 ^a	$S_{CAN,t}$	=	-1.474	+	$0.171S_{g,t}$	+	$\varepsilon_{CAN,t}^S$	$\varepsilon_{CAN,t}^S$	=	$0.971\varepsilon_{CAN,t-1}^S$	+	$0.011v_{CAN,t}^S$
			(0.510)		(0.021)					(0.048)		(0.002)

Tabela 24 – - Decomposição de variância do fator nível entre 01:2008 - 12:2012 e 01:2013 - 01:2018 para os países desenvolvidos.

	US		AUS		GER		UK		CAN	
	1st	2st	1st	2st	1st	2st	1st	2st	1st	2st
Fator global de nível	0.928	0.029	0.742	0.809	0.925	0.942	0.912	0.779	0.910	0.640
Fator idiossincrático de nível	0.071	0.970	0.257	0.190	0.074	0.057	0.087	0.220	0.089	0.359

Tabela 25 – - Decomposição de variância do fator inclinação entre 01:2008 - 12:2012 e 01:2013 - 01:2018 para os países desenvolvidos.

	US		AUS		GER		UK		CAN	
	1st	2st	1st	2st	1st	2st	1st	2st	1st	2st
Fator global de inclinação	0.079	0.448	0.751	0.537	0.942	0.188	0.908	0.146	0.625	0.350
Fator idiossincrático de inclinação	0.920	0.551	0.248	0.462	0.057	0.811	0.091	0.856	0.374	0.649

Resultados previsão 1 passo a frente

Tabela 26 – Resultados da previsão 1 passo a frente.

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE
Brasil			
<i>Diebold e Li (2006)</i>			
1 mês	0.3201	0.2275	0.3905
3 meses	0.2969	0.4118	0.5021
6 meses	0.2321	0.6826	0.7101
12 meses	0.0573	0.9684	0.9538
24 meses	-0.0847	0.9944	0.9813
60 meses	0.0146	0.7496	0.7372
120 meses	0.1649	0.7193	0.7262
<i>Múltiplos Países</i>			
1 mês	0.3381	0.2117	0.3971
3 meses	0.3254	0.3849	0.4917
6 meses	0.2748	0.651	0.6966
12 meses	0.1239	0.9506	0.9428
24 meses	0.0160	0.9918	0.9752
60 meses	0.1636	0.768	0.7726
120 meses	0.3381	0.7453	0.8070
<i>Random Walk</i>			
1 mês	-0.008	0.3556	0.3497
3 meses	-0.0303	0.415	0.4092
6 meses	-0.0493	0.483	0.4772
12 meses	-0.0646	0.577	0.5710
24 meses	-0.0573	0.6854	0.6763

60 meses	-0.018	0.7524	0.7399
120 meses	-0.0023	0.7816	0.7685

Colômbia

Diebold e Li (2006)

3 meses	0.2023	0.2187	0.2953
6 meses	0.3252	0.2454	0.4050
12 meses	-0.2135	0.4574	0.4977
36 meses	-0.3865	0.3393	0.5105
60 meses	-0.233	0.3603	0.4240
84 meses	0.0682	0.3938	0.3931
108 meses	0.2492	0.4223	0.4842

Múltiplos Países

3 meses	0.2884	0.2442	0.3752
6 meses	0.4101	0.2745	0.4909
12 meses	-0.1305	0.4826	0.4921
36 meses	-0.3086	0.3611	0.4704
60 meses	-0.1573	0.3721	0.3982
84 meses	0.1428	0.3879	0.4073
108 meses	0.3231	0.4103	0.5169

Random Walk

3 meses	0.0673	0.3167	0.3185
6 meses	0.066	0.3169	0.3185
12 meses	0.1	0.3095	0.3044
36 meses	0.002	0.3463	0.3405
60 meses	-0.009	0.3743	0.3682
84 meses	-0.023	0.3778	0.3721

108 meses	-0.014	0.4013	0.3948
-----------	--------	--------	---------------

Chile

Diebold e Li (2006)

3 meses	0.0381	0.0823	0.0894
6 meses	-0.0954	0.1148	0.1478
12 meses	-0.2464	0.1827	0.3296
24 meses	-0.2395	0.2195	0.3225
60 meses	-0.1491	0.1998	0.2466
120 meses	-0.001	0.1956	0.1923

Múltiplos Países

3 meses	-0.0019	0.0797	0.0784
6 meses	-0.1394	0.1123	0.1741
12 meses	-0.3147	0.1827	0.3624
24 meses	-0.2762	0.2254	0.3542
60 meses	-0.1835	0.191	0.2626
120 meses	-0.0321	0.1876	0.1872

Random Walk

3 meses	-0.0226	0.1078	0.1084
6 meses	-0.0196	0.1273	0.1267
12 meses	-0.017	0.1519	0.1503
24 meses	-0.0116	0.1969	0.1939
60 meses	-0.0090	0.2072	0.2039
120 meses	-0.007	0.2044	0.2012

México

Diebold e Li (2006)

3 meses	0.3479	0.2585	0.4308
6 meses	0.1538	0.2412	0.2827
12 meses	-0.0563	0.2768	0.278
24 meses	-0.1798	0.3384	0.3782
36 meses	-0.1735	0.3475	0.3832
60 meses	-0.0266	0.3205	0.3163
84 meses	0.1556	0.3307	0.3605
108 meses	0.2335	0.3335	0.4026

Múltiplos Países

3 meses	0.4713	0.1541	0.5452
6 meses	0.2758	0.1414	0.3734
12 meses	0.062	0.1351	0.2991
24 meses	-0.064	0.1183	0.3643
36 meses	-0.060	0.0996	0.3688
60 meses	0.083	0.0724	0.3348
84 meses	0.2645	0.052	0.4163
108 meses	0.3416	0.0428	0.4705

Random Walk

3 meses	0.1541	0.2422	0.2837
6 meses	0.1414	0.2496	0.2832
12 meses	0.1351	0.2591	0.2884
24 meses	0.1183	0.2908	0.3094
36 meses	0.0996	0.3195	0.3295
60 meses	0.0724	0.331	0.3334
84 meses	0.052	0.3398	0.3380
108 meses	0.0428	0.3338	0.3310

São apresentados os resultados da previsão 1 passo a frente utilizando os três modelos descritos no texto. Nós estimamos todos os modelos recursivamente iniciando o período de estimação em 01:2008 fazendo o período de previsão se iniciar em 09:2014 e terminando no último dado em 01:2018. Os erros de previsão em $t+1$ foram definidos como $y_{t+1}(\tau) - \hat{y}_{t+1}(\tau)$. Foram reportados a média, desvio padrão e o erro quadrado médio dos erros padrões. Valores em negrito indicam as maturidades com os menores RMSE. Valores com * indicam significância ao nível de 10% do teste de Diebold e Mariano.

Resultados previsão 6 passos a frente.

Tabela 27 – Resultados da previsão 6 passos a frente.

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE
Brasil			
<i>Diebold e Li (2006)</i>			
1 mês	0.7857	2.1491	2.2544
3 meses	0.5998	2.3788	2.4120
6 meses	0.3357	2.5787	2.5575
12 meses	-0.0386	2.6434	2.5992
24 meses	-0.2633	2.4397	2.4131
60 meses	-0.0151	2.0369	2.0084
120 meses	-0.0067	1.9309	1.8984
<i>Múltiplos Países</i>			
1 mês	0.8455	1.9376	2.0843
3 meses	0.6896	2.1662	2.2387
6 meses	0.4898	2.3717	2.3827
12 meses	0.2066	2.4622	2.4297
24 meses	0.1129	2.323	2.2867
60 meses	0.4095	2.0656	2.0718
120 meses	0.6462	2.0407	2.1079
<i>Random Walk</i>			
1 mês	-0.508	2.0246	2.0544
3 meses	-0.6453	2.0744	2.1392
6 meses	-0.7753	2.0609	2.1695
12 meses	-0.8586	1.9561	2.1062
24 meses	-0.745	2.0089	2.1110

60 meses	-0.427	2.1781	2.1836
120 meses	-0.284	2.2609	2.2410

Colômbia

Diebold e Li (2006)

3 meses	0.5187	0.8038	0.9453
6 meses	0.6005	0.7592	0.9580
12 meses	-0.1631	0.974	0.9717
36 meses	-0.4465	0.8123	0.9151
60 meses	-0.3821	0.8756	0.9419
84 meses	-0.2045	0.9342	0.9410
108 meses	-0.033	0.9611	0.9466

Múltiplos Países

3 meses	0.8639	0.9563	1.2769
6 meses	0.9434	0.9111	1.3007
12 meses	-0.1751	1.0432	1.0400
36 meses	-0.1184	0.8411	0.8354
60 meses	-0.0587	0.8473	0.8351
84 meses	0.1164	0.8615	0.8550
108 meses	0.286	0.8664	0.8986

Random Walk

3 meses	0.278	1.1144	1.1304
6 meses	0.2683	1.0499	1.0665
12 meses	0.0425	1.0569	1.0400
36 meses	0.055	1.0676	1.0510
60 meses	0.0140	1.089	1.0715
84 meses	-0.092	0.971	0.9591

108 meses	-0.0756	0.9809	0.9674
-----------	---------	--------	--------

Chile

Diebold e Li (2006)

3 meses	-0.4471	0.3576	0.5688
6 meses	-0.5817	0.383	0.6929
12 meses	-0.7637	0.4196	0.8680
24 meses	-0.6553	0.3439	0.7374
60 meses	-0.6103	0.1845	0.6367
120 meses	-0.4218	0.2167	0.4720

Múltiplos Países

3 meses	-0.5401	0.3207	0.6254
6 meses	-0.6702	0.3428	0.7502
12 meses	-0.8448	0.3734	0.9211
24 meses	-0.7258	0.3076	0.7863
60 meses	-0.6658	0.153	0.6826
120 meses	-0.4691	0.1868	5038

Random Walk

3 meses	-0.119	0.4326	0.4416
6 meses	-0.1153	0.4409	0.4486
12 meses	-0.111	0.4639	0.4695
24 meses	-0.03	0.4466	0.4401
60 meses	-0.0680	0.2347	0.2406
120 meses	-0.024	0.2496	0.2466

México

Diebold e Li (2006)

3 meses	0.8592	0.7851	1.1551
6 meses	0.6047	0.6945	0.9121
12 meses	0.3525	0.6938	0.7678
24 meses	0.1093	0.6701	0.6670
36 meses	0.017	0.6218	0.6110
60 meses	0.0454	0.5307	0.5230
84 meses	0.1633	0.4938	0.5120
108 meses	0.2194	0.4989	0.5370

Múltiplos Países

3 meses	1.3632	0.9287	1.6408
6 meses	1.101	0.8305	1.3712
12 meses	0.8371	0.8277	1.1675
24 meses	0.5765	0.7901	0.9673
36 meses	0.4729	0.7303	0.8597
60 meses	0.488	0.6266	0.7860
84 meses	0.599	0.5785	0.8262
108 meses	0.651	0.5777	0.8641

Random Walk

3 meses	0.884	0.6608	1.0970
6 meses	0.804	0.5859	0.9890
12 meses	0.7453	0.5644	0.9292
24 meses	0.5933	0.592	0.8311
36 meses	0.4659	0.6029	0.7540
60 meses	0.3086	0.5885	0.6557
84 meses	0.2185	0.5902	0.6201
108 meses	0.183	0.6078	0.6250

São apresentados os resultados da previsão 6 passos a frente utilizando os três modelos descritos no texto. Nós estimamos todos os modelos recursivamente iniciando o período de estimação em 01:2008 fazendo o período de previsão se iniciar em 09:2014 e terminando no último dado em 01:2018. Os erros de previsão em $t+6$ foram definidos como $y_{t+6}(\tau) - \hat{y}_{t+6}(\tau)$. Foram reportados a média, desvio padrão e o erro quadrado médio dos erros padrões. Valores em negrito indicam as maturidades com os menores RMSE. Valores com * indicam significância ao nível de 10% do teste de Diebold e Mariano.

Resultados previsão 12 passos a frente.**Tabela 28** – Resultados da previsão 12 passos a frente.

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE
Brasil			
<i>Diebold e Li (2006)</i>			
1 mês	-0.0341	3.455	3.3971
3 meses	-0.3253	3.5182	3.4702
6 meses	-0.681	3.5182	3.5254
12 meses	-1.1121	3.3371	3.4644
24 meses	-1.1684	2.903	3.0842
60 meses	-0.7857	2.3096	2.4029
120 meses	-0.5574	2.1386	2.1753
<i>Múltiplos Países</i>			
1 mês	0.0945	3.0984	3.0478*
3 meses	-0.1494	3.162	3.1184*
6 meses	-0.4408	3.1809	3.1583
12 meses	-0.764	3.0438	3.0886
24 meses	-0.6655	2.699	2.7359
60 meses	-0.0648	2.2484	2.2115
120 meses	0.2727	2.1578	2.1390
<i>Random Walk</i>			
1 mês	-1.907	3.3717	3.8244
3 meses	-2.105	3.3028	3.8702
6 meses	-2.291	3.1386	3.8433
12 meses	-2.3533	2.8112	3.6301
24 meses	-1.96	2.6574	3.2662

60 meses	-1.2146	2.6492	2.8740
120 meses	-0.909	2.7619	2.8636

Colômbia

Diebold e Li (2006)

3 meses	0.6944	1.2164	1.3828
6 meses	0.7411	1.1444	1.3473
12 meses	-0.2816	1.3299	1.3376
36 meses	-0.654	1.0917	1.2569
60 meses	-0.6965	1.115	1.2989
84 meses	-0.625	1.135	1.2791
108 meses	-0.4823	1.1164	1.1990

Múltiplos Países

3 meses	1.1688	1.2101	1.6678
6 meses	1.2159	1.1287	1.6462
12 meses	0.1934	1.231	1.2262
36 meses	-0.1734	0.9472	0.9482
60 meses	-0.2206	0.9205	0.9315*
84 meses	-0.149	0.911	0.9088*
108 meses	-0.006	0.879	0.8643*

Random Walk

3 meses	0.4113	1.8297	1.8454
6 meses	0.3926	1.7941	1.8072
12 meses	-0.048	1.666	1.6388
36 meses	-0.021	1.5	1.4755
60 meses	-0.123	1.466	1.4473
84 meses	-0.311	1.307	1.3229

108 meses	-0.308	1.295	1.3109
-----------	--------	-------	--------

Chile

Diebold e Li (2006)

3 meses	-0.8571	0.5392	1.0078
6 meses	-0.1005	0.5416	1.1376
12 meses	-1.201	0.5412	1.3139
24 meses	-1.0058	0.3981	1.0793
60 meses	-0.9555	0.2594	0.9890
120 meses	-0.7328	0.2891	0.7860

Múltiplos Países

3 meses	-0.9104	0.3811	0.9844
6 meses	-1.0494	0.3884	1.1167
12 meses	-1.23	0.4007	1.2915
24 meses	-1.0124	0.301	1.0540
60 meses	-0.931	0.2119	0.9541
120 meses	-0.6927	0.3015	0.7535

Random Walk

3 meses	-0.238	0.6576	0.6889
6 meses	-0.2463	0.6704	0.7037
12 meses	-0.2533	0.7042	0.7373
24 meses	-0.081	0.6114	0.6066
60 meses	-0.1086	0.3244	0.3370
120 meses	-0.029	0.3033	0.2996

México

Diebold e Li (2006)

3 meses	1.6015	1.1278	1.9479
6 meses	1.2553	0.9975	1.5930
12 meses	0.9426	0.9527	1.3289
24 meses	0.5662	0.8354	0.9976
36 meses	0.362	0.719	0.7642
60 meses	0.2446	0.5615	0.6039
84 meses	0.2854	0.4857	0.5564
108 meses	0.3405	0.4679	0.5550

Múltiplos Países

3 meses	2.2838	1.2836	2.6093
6 meses	1.9267	1.1508	2.2344
12 meses	1.5958	1.1008	1.9282
24 meses	1.1933	0.9633	1.5235
36 meses	0.9720	0.8307	1.2696
60 meses	0.8348	0.6535	1.0535
84 meses	0.8654	0.5626	1.0270
108 meses	0.8844	0.5368	1.0300

Random Walk

3 meses	1.8083	0.9639	2.0410
6 meses	1.6313	0.842	1.8290
12 meses	1.502	0.7899	1.6900
24 meses	1.2034	0.7298	1.4010
36 meses	0.9551	0.6717	1.1610
60 meses	0.6416	0.5574	0.8430
84 meses	0.4691	0.5083	0.6850
108 meses	0.3995	0.5018	0.6340

São apresentados os resultados da previsão 12 passos a frente utilizando os três modelos descritos no texto. Nós estimamos todos os modelos recursivamente iniciando o período de estimação em 01:2008 fazendo o período de previsão se iniciar em 09:2014 e terminando no último dado em 01:2018. Os erros de previsão em $t+12$ foram definidos como $y_{t+12}(\tau) - \hat{y}_{t+12}(\tau)$. Foram reportados a média, desvio padrão e o erro quadrado médio dos erros padrões. Valores em **negrito** indicam as maturidades com os menores RMSE. Valores com * indicam significância ao nível de 10% do teste de Diebold e Mariano.