

A FEA e a USP respeitam os direitos autorais deste trabalho. Nós acreditamos que a melhor proteção contra o uso ilegítimo deste texto é a publicação online. Além de preservar o conteúdo motiva-nos oferecer à sociedade o conhecimento produzido no âmbito da universidade pública e dar publicidade ao esforço do pesquisador. Entretanto, caso não seja do interesse do autor manter o documento online, pedimos compreensão em relação à iniciativa e o contato pelo e-mail [bibfea@usp.br](mailto:bibfea@usp.br) para que possamos tomar as providências cabíveis (remoção da tese ou dissertação da BDTD).

T 330.018-  
5237 d  
e.2

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
FACULDADE DE ECONOMIA E ADMINISTRAÇÃO  
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA



Powered by RNDProStar - www.rndprostar.com.br

DEMANDA DE FATORES, ENERGIA E SUBSTITUIÇÃO NA  
INDÚSTRIA BRASILEIRA: 1970/79

José Carlos de Souza Santos

Tese apresentada ao Departamento de Economia da Faculdade de Economia e Administração da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Doutor em Economia.

59999

Orientador: Prof.Dr. Denisard Cnêio de Oliveira Alves

São Paulo - 1984

ABSTRACT

Industrial demand for energy is a derived demand. Inputs other than energy (labor, capital, raw materials) also enter the production process. There are two approaches to study the firm's production process. The first is to specify a production function and estimate the technological parameters from it. The second, used in this study, consists in the designation of a function derived from economic behavior to analyse the technology.

Our principal findings are that technological possibilities for substitution between energy and between energy and non-energy inputs are present in some sectors.

AGRADECIMENTOS

A idéia deste trabalho nasceu de seminários dados no curso de Econometria II do Instituto de Pesquisas Econômicas da Universidade de São Paulo no decorrer do segundo semestre de 1978. De lá para cá pude contar com a ajuda e o apoio valioso de várias instituições e amigos.

Os recursos financeiros para o andamento de várias fases da pesquisa foram cedidos pela Fundação Instituto de Pesquisas Econômicas e posteriormente pela FINEP.

Os meses do verão de 1982 passados no Economic Growth Center da Yale University foram bastante úteis, permitindo que eu discutisse aspectos metodológicos deste trabalho com o Professor Robert Evenson.

Arne Disch, também da Yale University, participou comigo em outros projetos de pesquisa que envolviam abordagens metodológicas semelhantes. Durante esses projetos pude me beneficiar em muito de uma intensa troca de idéias.

Os meus maiores agradecimentos são para o Professor Denisard Cnêio de Oliveira Alves da Faculdade de Economia e Administração da Universidade de São Paulo. Ele ultrapassou os limites do que seria, no meu entender, um excelente orientador, não apenas me incentivando e cobrando progressos no trabalho, mas sugerindo e guiando cada passo deste estudo, fornecendo todo o apoio necessário à finalização do mesmo.

### III.

Os serviços de datilografia estiveram aos cuidados de Elizabeth Keiko Ribeiro da FIPE de Pérola e Lourdes da DIVESP que souberam transformar um amontoado de manuscritos, nem sempre legíveis, em um trabalho apresentável.

Agradeço também à Zuleima A.P. de Souza Santos pelo incentivo e colaboração imprescindíveis para a conclusão deste estudo.

Finalmente, eventuais erros e omissões deste trabalho são de minha inteira responsabilidade.

## Í N D I C E

Introdução .....	01.
<u>PRIMEIRA PARTE: Produção e Teoria da Dualidade</u> .....	04.
. Introdução .....	05.
1. Relações Físicas .....	11.
1.1 - Conjunto de Possibilidades de Produção .....	12.
1.2 - Produtos Factíveis e Insumos Necessários ...	22.
1.3 - Função de Produção e Função de Transformação	25.
. Notas Capítulo 1 .....	35.
2. Relações Econômicas e Dualidade .....	50.
2.1 - Função Custo .....	55.
2.2 - Função Receita .....	73.
2.3 - Função Lucro .....	85.
2.4 - Estática Comparativa .....	98.
. Notas Capítulo 2 .....	110.
<u>SEGUNDA PARTE: Demanda de Fatores e Substituição de</u> Energia na Indústria Brasileira .....	124.
3. Questões Econométricas .....	127.
3.1 - Regressões Aparentemente não Correlacionadas	127.
3.2 - Junção de Séries de Tempo com "Cross-Section" .	132.
3.3 - Formas Funcionais Flexíveis .....	138.
. Notas Capítulo 3 .....	141.
4. Energia e Substituição no Setor Industrial Brasileiro: 1970/79 .....	142.
4.1 - Consumo de Energia no Brasil .....	142.
4.2 - Demanda Derivada do Setor Industrial Brasileiro	153.
4.3 - Resultados Obtidos .....	159.
. Notas Capítulo 4 .....	177.

Sumário e Conclusões ..... 178.

Referências Bibliográficas ..... 180.

Anexos ..... 191

## INTRODUÇÃO

A demanda de energia é, como toda demanda por insumos, uma demanda que deriva da produção, e como tal pertence ao campo da teoria da produção.

A teoria da tradicional produção está apoiada em dois grandes pilares. A convexidade das estruturas tecnolôgicas é um desses pilares e frequentemente livros texto de economia têm emprestado à essa hipótese um caráter que ela não possui: convexidade não é uma lei da natureza, mas sim uma hipótese vital para que se chegue a alguns resultados econômicos.

A convexidade da tecnologia e a idéia que os preços dos insumos são dados para o setor industrial formam a base teórica deste estudo.

A preocupação central deste trabalho diz respeito a uma das questões básicas da teoria econômica: Como Produzir? A resposta à essa questão para o setor industrial brasileiro reveste-se de especial importância, na medida em que se relaciona com toda a problemática da alocação de recursos face às alterações dos preços relativos na última década.

O período escolhido para análise compreende os anos 1970 a 1979, onde se observou rápidas alterações nos preços relativos, em especial nos preços de energia. O modelo estimado neste estudo procura mensurar e compreender todo o potencial de substituição existente na produção industrial, gerando subsídios para a análise do processo de acomodação do setor industrial brasileiro.



Para tanto, este trabalho está dividido em duas partes, com dois capítulos cada uma. Na primeira parte é desenvolvido, no Capítulo 1, a abordagem tradicional da teoria da produção, explicitando-se as relações físicas entre os insumos para gerar um dado produto.

No Capítulo 2 são derivadas a partir das relações físicas, todas as funções que usualmente refletem hipóteses de comportamento econômico das empresas: função custo, função lucro e função receita. É desenvolvido também o caminho inverso: como obter informações tecnológicas a partir das funções econômicas. Em outras palavras, o Capítulo 2 trata da aplicação do princípio de dualidade matemática à teoria da produção.

A maior parte dos resultados destes dois capítulos, excetuando-se talvez as interpretações feitas no Capítulo 2 sobre as relações entre as elasticidades de funções de demanda de máximo lucro, mínimo custo e máxima receita, não são originais. Todos eles existem provados em alguma referência bibliográfica. O grande mérito desta primeira parte é apresentar de maneira uniforme e tão didática quanto possível toda a teoria tradicional de produção e a teoria de dualidade em produção. Para tanto, todas as provas de resultados foram deixadas para notas nos finais dos capítulos, sendo que algumas das provas originais foram substituídas por outras mais simples e diretas por mim desenvolvidas.

A segunda parte do trabalho se ocupa do desenvolvimento e estimação de um modelo para estudar a alocação de recursos no setor industrial brasileiro, enfatizando as possibilidades de substituição entre os vários insumos, em especial entre energia e entre energia e demais insumos.

No terceiro capítulo são discutidas algumas questões econométricas que dizem respeito ao estimador utilizado e à natureza dos dados envolvidos no processo de estimação. A forma funcional escolhida para a estimação do sistema de demanda derivada é também definida e discutida neste capítulo.

O quarto e último capítulo apresenta os resultados obtidos no processo de estimação sob a forma de elasticidades, confrontando-se esses resultados com os que foram obtidos em abordagens ortodoxas de função única, tornando bastante clara a riqueza de informações geradas pela estimação de um sistema completo de demandas de fatores.

Finalmente, no final deste trabalho são sumariadas as principais observações feitas no decorrer deste estudo.

PRIMEIRA PARTE

PRODUÇÃO E TEORIA DA DUALIDADE

## INTRODUÇÃO

Tradicionalmente, o ponto de partida dos estudos de produção recai na formulação de uma função de produção obedecendo a certas propriedades e, juntamente com hipóteses de comportamento econômico dos agentes — minimização de custos ou maximização de lucros — são deduzidas as funções oferta de produto e demanda derivada de fatores e insumos.

Tradicionalmente, também, não são devidamente exploradas as relações que mantêm entre si a estrutura tecnológica de uma empresa e as funções derivadas a partir do comportamento econômico desta: função custo, função receita e função lucro.

Constitui-se o objeto desta primeira parte, mostrar que a aceitação de algumas condições de regularidade impostas sobre a tecnologia de produção da empresa vão implicar em certos padrões a serem obedecidos pelas funções custo, receita e lucro. Mais ainda, será mostrado que existe uma relação bem definida entre as funções econômicas ditas acima e a estrutura tecnológica, no sentido que pode ser estabelecida uma correspondência biunívoca entre os componentes da classe de funções de produção (ou qualquer outro tipo de representação tecnológica) e os elementos da classe de funções econômicas. Em outras palavras, toda a estrutura tecnológica de uma empresa está representada nas funções custo, receita e lucro,

não sendo único para os estudos da teoria da produção, o enfoque tradicional de função de produção. É possível, a partir do estudo das funções custo, receita e lucro, analisar as características tecnológicas dessas empresas.

Essa abordagem, embora não ortodoxa nos estudos empíricos de produção, traz consigo uma série de vantagens, quais sejam:

- Ela permite um tratamento bastante simples nos problemas originados pela existência de produção conjunta, virtualmente impossíveis de serem enfocados adequadamente nos modelos de função de produção. Normalmente, o economista ao tratar de um problema que envolve produção conjunta é levado a adotar hipóteses simplificadoras, criando índices de produção ou ainda trabalhando com valor adicionado total. Essas saídas tem um custo: a perda da possibilidade da análise das múltiplas relações advindas da existência de produção conjunta;

- Os trabalhos empíricos de análise da produção desenvolveram-se apoiados basicamente em duas formas de função de produção: Cobb-Douglas e CES. Ambas impõem, *a priori*, uma série de características tecnológicas às empresas. Por exemplo, ambas as funções implicam que a elasticidade de substituição entre os fatores é constante, sendo que para a Cobb-Douglas, esta elasticidade é necessariamente unitária. Ou seja, estes trabalhos adotam como ponto de partida, características tecnológicas que podem não ser necessariamente verdadeiras, co-

locando a tecnologia das empresas como que em uma camisa de força, abrindo assim a introdução de vieses na estimação dos parâmetros tecnológicos. O uso da teoria de dualidade possibilita a adoção de representações tecnológicas menos restritivas, permitindo, portanto, uma investigação mais rigorosa das reais características das formas de produção de uma empresa;

- As tarefas econométricas de estimação das funções tornam-se mais simples, evitando-se a questão de viés de equação simultânea, problema comum na estimação de funções de produção;

- A formulação rigorosa de um sistema de funções oferta de produto e demanda de fatores compatível com as hipóteses de maximização de lucro ou receita e minimizações de custos é direta, evitando-se dessa maneira os problemas, algumas vezes insolúveis, da obtenção matemática das funções de oferta e demanda consistentes com funções de produção.

As questões relacionadas com a dualidade na teoria econômica datam do final do século passado. Luigi Perazzo, estatístico italiano contemporâneo de Walras, se preocupou em estudar quais as condições que um determinado sistema de equações de demanda deveria exibir para ser compatível com o princípio de maximização de utilidade sujeito a uma restrição orçamentária.<sup>(1)</sup> Essa questão é conhecida hoje na literatura como o problema da integrabilidade das funções demanda, estando estreitamente relacionado com a passagem das funções econômicas para a tecnologia de uma empresa. Hotelling (1932),

estudou a propriedade da derivada das funções econômicas — função lucro — com relação aos preços. Os trabalhos subsequentes de Roy (1942), Hicks (1946), Samuelson (1947), Shephard (1953, 1970), Mackenzie (1957), Debreu (1959) e McFadden (1962, 1966, 1978), aprofundaram as relações estudadas por Hotelling, aplicando-as também para as funções custo e receita, bem como para a teoria do consumidor. Os teoremas de dualidade entre representações tecnológicas e as funções custo foram introduzidos por Shephard (1953).<sup>(2)</sup> Este, aplicando na teoria econômica alguns resultados obtidos por Fenchel (1953), no estudo das propriedades dos conjuntos convexos, provou um teorema de dualidade entre funções distância (a representação tecnológica) e funções custo. Os trabalhos posteriores de McFadden (1962, 1966), Uzawa (1964), Gorman (1968) e Shephard (1970) generalizaram os resultados obtidos por Shephard em 1953. Estudos mais recentes como Lau (1969, 1972, 1974, 1976, 1977), Diewert (1971, 1973, 1974, 1980), Hanoch (1975) e Sabai (1973 e 1974), fizeram contribuições adicionais à aplicação da dualidade na teoria de produção e do consumidor, fechando algumas lacunas, mostrando os mesmos resultados com hipóteses mais fracas, ou mesmo sistematizando e coletando os resultados já obtidos.

Dentro do desenvolvimento teórico da dualidade na teoria econômica, os resultados definitivos são os de Shephard (1970) e McFadden (1966 e 1978), pela clareza e elegância na análise das diversas questões.

A despeito da preocupação teórica com as questões de dualidade em economia datar de várias décadas atrás, a aplicação desta teoria nos estudos empíricos é bastante recente. O primeiro trabalho que se conhece relacionado à produção é o famoso estudo de Nerlove (1963), na análise de economias de escala na indústria de geração de energia elétrica. Entre trabalhos mais recentes que se valem da abordagem da teoria dual para a análise de problemas de produção, pode-se citar: Christensen e Greene (1976), Fuss (1977), Cowing (1978), Magnus (1979).

Para o Brasil, os únicos trabalhos conhecidos que usaram a teoria da dualidade são o de Alves (1983) e Disch (1983). O primeiro, analisando as questões referentes ao consumo das famílias no Brasil, estimou um conjunto completo de funções demanda dos consumidores. O segundo trabalho, analisando os impactos de distribuição de renda das políticas econômicas voltadas para o setor agrícola, estimou para o setor agrícola um sistema de ofertas de produtos e demanda de fatores compatível com a hipótese de maximização de lucros. Para fechar seu modelo, Disch estima também, utilizando a teoria da dualidade, um sistema de demanda dos consumidores.

A introdução da dualidade na teoria de produção abriu perspectivas novas para o estudo da mudança tecnológica. Entre os trabalhos que utilizam essa abordagem para analisar as mudanças tecnológicas, destacam-se os estudos de Binswanger (1974), Belifante (1978), Kopp e Smith (1983) e Nelson e Wohar (1983).



## NOTAS

- (1) Ver Jaffê (1965).
- (2) Todos os resultados principais da teoria da dualidade em economia são devidos à aplicação de várias versões de um famoso teorema matemático: o Teorema de Minkowski. Este teorema mostra que qualquer conjunto convexo fechado (a representação tecnológica), pode ser visto de forma equivalente como a intersecção dos semi-espacos (as linhas de preços) que lhe dão suporte. Para o enunciado e prova do Teorema de Minkowski, ver Karlin (1959) ou Mangasarian (1969).

## CAPÍTULO 1

## RELAÇÕES FÍSICAS

A tecnologia de uma empresa, entendida aqui como o conjunto de todas as possibilidades abertas à esta empresa de transformar um vetor de insumos em um vetor de produtos, tem sido representada na literatura nas mais variadas formas.

A teoria econômica tradicional adota a função de produção como representação dos limites tecnológicos impostos à empresa, assumindo alguns padrões usuais quanto ao comportamento desta função. Apesar da noção de função de produção, ou seja, da relação entre insumos e nível de produto poder ser encontrada em autores clássicos como Walras, é apenas a partir dos trabalhos de Clark (1889), Wicksteed (1894) e Edgeworth (1891-1921), que as condições de produtividade marginal passam a ser estabelecidas e aceitas. O conceito de função de produção foi estendido para englobar as possibilidades de produção conjunta, surgindo as definições de função de transformação e função distância. A primeira noção é uma extensão direta do conceito de função de produção, agora envolvendo mais que um produto. A função distância teve o seu nome cunhado por Shephard (1953) e mantém uma estreita relação com a função de produção ou transformação.

As origens do uso de conjuntos de tecnologia para representar a tecnologia de uma empresa são dadas pelo trabalho de Dantzig (1949) nos seus estudos de programação linear; Koopmans (1951) apresenta outra abordagem axiomática da programação linear, relacionando a tecnologia de programação linear com os conceitos de função de produção e produtividade marginal. Debreu (1959) amplia a análise de Koopmans, deixando o conjunto de possibilidades de produção um cone convexo ou um conjunto convexo limitado e fechado,

Neste capítulo serão exploradas as relações que mantêm entre si algumas representações tecnológicas.

### 1.1 Conjunto de possibilidades de produção

Vamos considerar uma empresa que se utiliza de  $n$  insumos em quantidades não negativas para gerar um vetor de  $m$  produtos. Esses insumos e produtos serão denotados respectivamente pelos vetores  $x$  e  $y$ . Da mesma forma que em Debreu (1959), os bens que entram e saem do processo produtivo podem ser entendidos de uma forma bastante genérica, incluindo-se tanto bens físicos, matérias-primas por exemplo, como também serviços: horas de trabalho nas suas mais variadas formas. Outros fatores que não insumos variáveis podem também contribuir no processo produtivo, limitando ou expandindo o horizonte tecnológico desta empresa. Conforme McFadden (1978, p.6):

"The production possibility set of a firm is determined first by the state of technological knowledge and physical laws. For example, the outputs of chemical refining processes are limited by chemical laws and the current knowledge of chemical engineers. There may be further limitations on the availability of techniques due to imperfect information and legal restrictions (e.g. patent agreements, pollution control regulations, safety standards). Non-transferable commodities, such as "managerial capacity", climate, and environmental factors, may also enter the determination of production possibilities. Finally, in most economic problems, the firm will be required to meet restrictions on some input and output quantities due to prior contracts, quotas, rationing, or "hardening" of commodities following ex-ante design decision. Common examples are commitments to fixed plant and equipment inputs, and contracts to purchase inputs (e.g., labor services) or supply outputs".

O vetor de variáveis  $z$ , de dimensões  $l \times 1$ , resume todos esses efeitos que afetam e condicionam as possibilidades de produção da empresa.

Essa empresa possui, para cada vetor  $z$ , um conjunto de possibilidades de produção, isto é, uma lista de todos os planos de produção ou atividades viáveis à essa empresa. Para cada vetor  $z$ , o conjunto de possibilidades de produção  $T(z)$  contém todos os pares  $(-x, y)$  tais que o vetor de produtos  $y$  pode ser obtido a partir dos insumos  $x$ . Formalmente:

$$T(z) = \{(-x, y) : x \text{ gera } y \text{ dado } z\} \quad \{1.1\}$$

Algumas condições de regularidade são normalmente impostas aos conjuntos de possibilidade de produção. Essas condições são bastante gerais do ponto de vista econômico, impondo um mínimo de restrições *a priori*.<sup>(1)</sup> Assim, será suposto que para cada vetor  $z$ , o conjunto de possibilidades de produção tem as características dadas pelo Quadro 1.1.

## QUADRO 1.1

CONDIÇÕES DE REGULARIDADE DE  $T(z)$  PARA CADA  $z$ 

- (A.1)  $T(z)$  é um conjunto não vazio  
Se  $(0_n, y) \in T(z)$  então  $y=0_m$  <sup>(2)</sup>;
- (A.2)  $T(z)$  é um conjunto fechado;
- (A.3)  $T(z)$  é limitado por cima;
- (A.4)  $T(z)$  é estritamente convexo;
- (A.5)  $T(z)$  admite desperdício de insumos/produtos ("free disposal");
- (A.6)  $T(z)$  é uma correspondência contínua em  $z$ .

A primeira condição de regularidade dos conjuntos de possibilidade de produção  $T$  <sup>(3)</sup> corresponde a uma hipótese de que pelo menos uma atividade é aberta à empresa, ou seja, a empresa pode ficar inativa, não produzindo nada. Mais ainda, com um vetor nulo de insumos não pode ser gerado produto em quantidades positivas. <sup>(4)</sup>

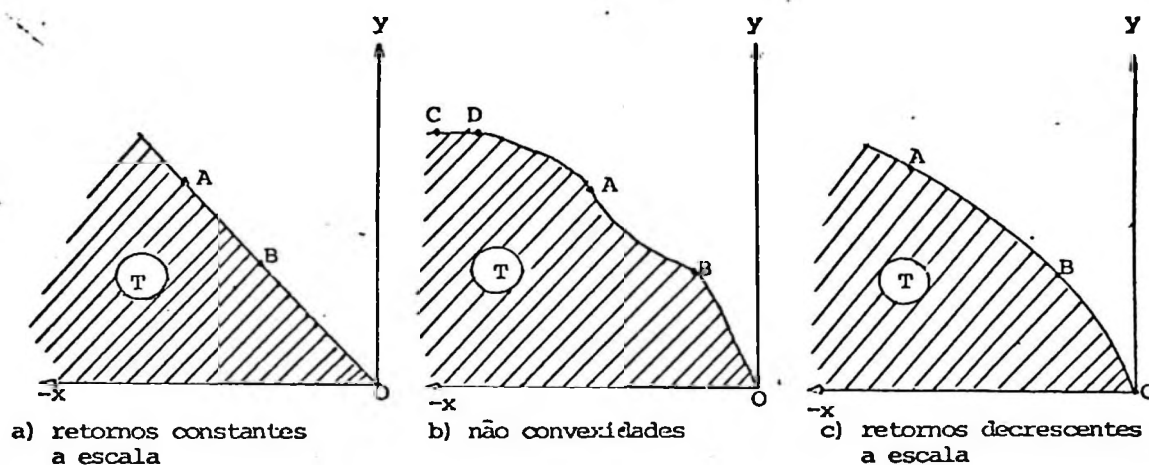
A condição (A.2) que implica no fechamento do conjunto de possibilidades de produção é uma hipótese matemática que não pode ser contradita por observações empíricas. <sup>(5)</sup> Ela garante a existência da função de produção ou transformação e é condição necessária para definição das funções derivadas de comportamento econômico: função custo, receita e lucro. Essa condição exclui também a possibilidade da existência de

descontinuidades no conjunto  $T$ , muito embora ela não exclua a existência de bens (insumos ou produtos) indivisíveis.

A terceira característica de  $T$ , a limitação por cima do conjunto de possibilidades de produção, possui um significado econômico bastante simples.<sup>(6)</sup> A partir de um vetor finito de insumos, somente é possível a geração de quantidades finitas de produto. Da mesma maneira, dado um vetor de produtos, existe um patamar mínimo de insumos que permite a obtenção desse produto. O objetivo desta hipótese de limitação do conjunto de possibilidades de produção é garantir a definição das funções econômicas custo, receita e lucro, como será visto no próximo capítulo.

A condição de convexidade de  $T$ <sup>(7)</sup>, hipótese A.4, é bastante conhecida em economia. Ela corresponde à uma generalização das características apontadas por Hicks (1946, p.86-87) de que prevalecem retornos decrescentes à escala, taxas marginais de substituição entre insumos decrescentes, taxas marginais de transformação entre produtos crescentes e produtos marginais decrescentes. Essas implicações da condição de convexidade de  $T$  podem ser facilmente visualizadas graficamente. Primeiro, supondo que existe apenas um produto e um insumo variável, os gráficos 1.1 mostram como a convexidade estrita de  $T$  exclui a possibilidade de retornos crescentes ou constantes à escala.<sup>(8)</sup>

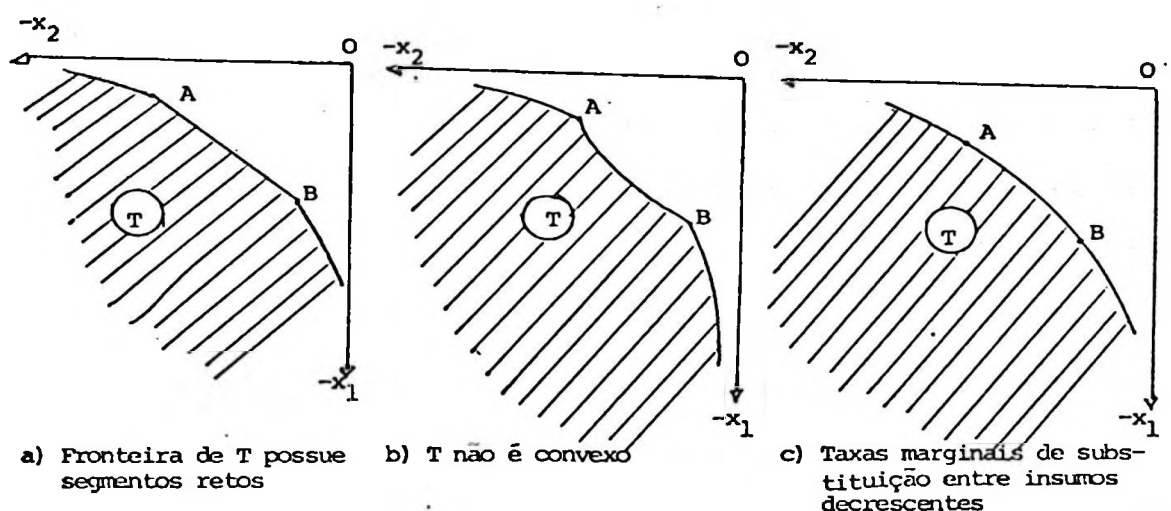
## GRÁFICO 1.1

CONVEXIDADE DE  $T$ : 1 PRODUTO E 1 INSUMO

No gráfico 1.1.a, qualquer combinação convexa dos pontos  $A$  e  $B$  não pertence ao interior de  $T$ , mas sim à sua fronteira. Essa tecnologia exhibe retornos constantes à escala. No gráfico 1.1.b, qualquer combinação convexa de  $A$  e  $B$  não pertence ao conjunto de possibilidades de produção. Entre esses dois pontos, a tecnologia exhibe retornos crescentes à escala. Também entre os pontos  $C$  e  $D$  a condição de convexidade estrita não é obedecida. Entre esses dois pontos, o produto marginal de  $x$  é nulo. Finalmente, o gráfico 1.1.c mostra uma tecnologia exibindo retornos decrescentes à escala. Tomando-se quaisquer duas atividades distintas  $A$  e  $B$  em  $T$ , todas as combinações convexas dessas atividades pertencem ao inte-

rior de  $T$ . A relação entre a convexidade de  $T$  e taxas marginais de substituição entre insumos decrescentes, pode ser vista assumindo-se apenas dois insumos variáveis e vetor de produto constante. O gráfico 1.2 explora essa possibilidade.

GRÁFICO 1.2

CONVEXIDADE DE  $T$ : 2 INSUMOS VARIÁVEIS E PRODUTO CONSTANTE

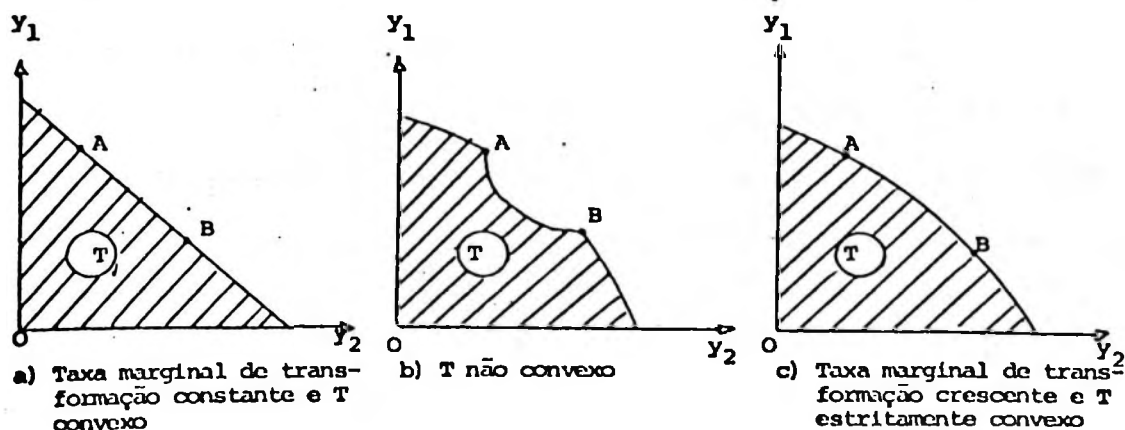
Nos exemplos dados pelo gráfico 1.2, a fronteira do conjunto de possibilidades de produção coincide com o conceito de isoquanta da teoria de produção. Note que no gráfico 1.2. a, a isoquanta de  $T$  admite segmentos retos e, portanto, nesse caso, combinações convexas de algumas atividades pertencentes à isoquanta vão pertencer à própria isoquanta e não ao interior de  $T$ . Nesse caso, o conjunto de possibilidades



de produção é apenas convexo. Entre os pontos  $A$  e  $B$  a taxa marginal de substituição entre  $x_1$  e  $x_2$ , dada pela inclinação da isoquanta é constante e não decrescente. À esquerda do ponto  $A$  ou abaixo do ponto  $B$ , os segmentos retos da isoquanta são devidos ao produto marginal nulo de um dos dois insumos. No gráfico 1.2.b,  $T$  não é um conjunto convexo. Combinações convexas dos pontos  $A$  e  $B$  mostram atividades fora de  $T$ . O gráfico 1.2.c mostra uma tecnologia estritamente convexa. Quaisquer dois pontos como  $A$  e  $B$  na isoquanta darão como combinação convexa um ponto situado dentro de  $T$ , mas fora da isoquanta. Note também que a convexidade estrita de  $T$  não garante que os produtos marginais dos fatores variáveis não são negativos. Pode-se ter uma tecnologia convexa que ao mesmo tempo permita produtos marginais negativos. Essa possibilidade é excluída pela hipótese de livre desperdício.

Admitindo-se todos os insumos fixos e apenas dois produtos variáveis, pode-se perceber claramente que a convexidade de  $T$  vai implicar em taxas marginais de transformação entre os produtos crescentes, como pode ser visto no gráfico 1.3.

GRÁFICO 1.3

CONVEXIDADE DE  $T$ : 2 PRODUTOS E INSUMOS CONSTANTES

No gráfico 1.3, a fronteira de  $T$  corresponde ao conceito familiar em economia da fronteira de possibilidades de produção. No gráfico 1.3.a, onde  $T$  é apenas convexo, a taxa marginal de transformação entre os produtos, dada pela inclinação da fronteira é constante. Quaisquer combinações convexas de pontos tais como  $A$  e  $B$  resultam em atividades da própria fronteira e não no interior de  $T$ . A tecnologia representada pelo gráfico 1.3.b geram atividades não factíveis à empresa. Finalmente, o gráfico 1.3.c mostra uma tecnologia estritamente convexa e a taxa marginal de transformação crescente.

A hipótese A.5, desperdício de insumos ou produtos (*free disposal*) implica que as empresas podem dispor livremente de seus insumos, inclusive desperdiçando-os. Se uma atividade  $(-x, y)$  é possível à essa empresa, então outra atividade gerando o mesmo vetor de produto que utilize uma quantidade maior de, pelo menos um insumo, também é factível do ponto de vista tecnológico. Da mesma forma, se  $(-x, y)$  pertence ao conjunto de possibilidades de produção da empresa, todas as atividades que utilizem o mesmo vetor de insumos para gerar um vetor de produtos menor, também são viáveis do ponto de vista tecnológico. Formalmente, essas duas proposições podem ser resumidas como: se  $(-x, y) \in T$  então  $x^1 \geq 0_n$  e  $y^1 \geq 0_m$  e se  $(-x, y) \geq (-x^1, y^1)$ , então  $(-x^1, y^1) \in T$ . Sendo possível o livre desperdício de insumos, não pode acontecer que o aumento na utilização de algum insumo conduza necessariamente a

um nível de produtos menor. Em termos econômicos, a hipótese A.5 exclui a possibilidade de produtos marginais negativos. Os gráficos 1.4 e 1.5 mostram tecnologias que não obedecem à condição A.5.

GRÁFICO 1.4  
HIPÓTESE A.5: 1 PRODUTO E 1 INSUMO

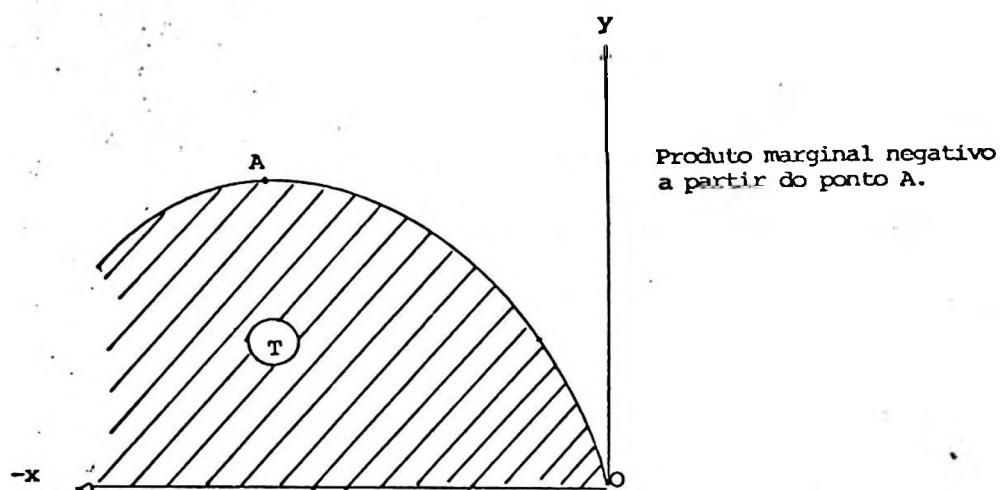
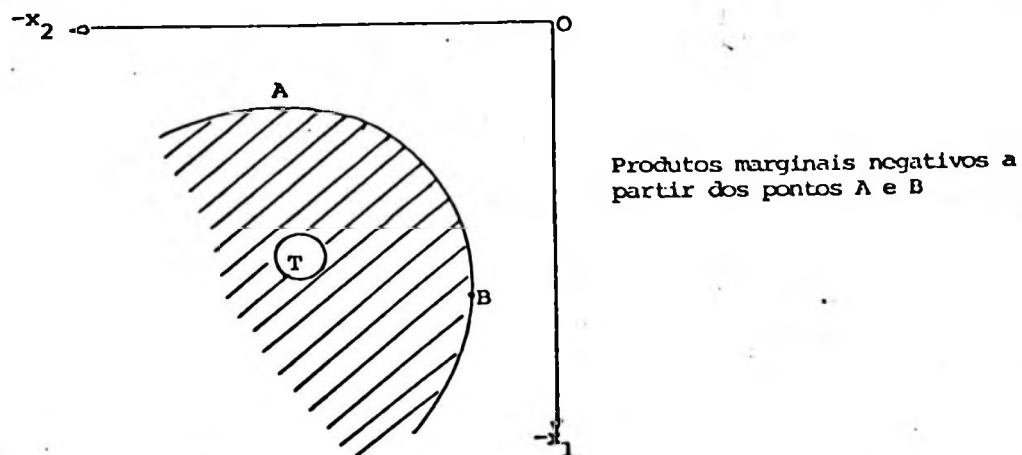


GRÁFICO 1.5  
HIPÓTESE A.5: 2 INSUMOS E PRODUTO CONSTANTE



No gráfico 1.4, a fronteira de  $T$  a partir do ponto  $A$  mostra uma redução do nível do produto para quantidades crescentes do insumo  $x$ , violando assim a hipótese de desperdício de insumos. De maneira semelhante, no gráfico 1.5, à esquerda de  $A$  e abaixo de  $B$ , os produtos marginais dos dois insumos se tornam negativos.

Outra implicação da hipótese A.5 é que o conjunto de possibilidades de produção não contém apenas as atividades ditas eficientes do ponto de vista tecnológico.<sup>(9)</sup> Essas são definidas como sendo atividades factíveis à empresa, para as quais não é possível aumentar a produção de algum bem sem danificar a produção de outro, ou diminuir a utilização de algum insumo sem aumentar a utilização do outro. No caso de produção única, o conjunto de possibilidades de produção contém os pontos da função de produção (fronteira de  $T$ ) e todas as atividades abaixo desta até o eixo horizontal, formando a área mostrada no gráfico 1.1.c.

A sexta e última hipótese assumida sobre os conjuntos de possibilidades de produção é uma característica matemática. A continuidade de  $T(z)$  implica que ele deve variar regularmente com mudanças no vetor  $z$  de outras variáveis, ou seja,  $T(z)$  não pode, à medida que  $z$  varie, expandir-se ou contrair-se descontinuamente.<sup>(10)</sup> Essa propriedade é importante na medida em que permite que as outras funções que serão definidas a partir de  $T(z)$  sejam contínuas em  $z$ .

## 1.2 Produtos factíveis e insumos necessários

A partir da definição do conjunto de possibilidades de produção, alguns outros conjuntos derivados a partir de  $T$  terão suas propriedades investigadas.

Em primeiro lugar, serão definidos dois conjuntos: o conjunto  $Y$  de produtos factíveis e o conjunto  $X$  de insumos necessários. (11)

$$Y = \{y: (-x, y) \in T(z) \text{ para algum } x \geq 0_n, \text{ dado } z\} \quad \{1.2\}$$

$$X = \{x: (-x, y) \in T(z) \text{ para algum } y \geq 0_m, \text{ dado } z\} \quad \{1.3\}$$

O conjunto  $Y$  nada mais é que a coleção de todos os vetores de produto possíveis de serem gerados por essa empresa dado  $z$ .  $X$  representa o outro lado da moeda, todos os insumos  $x$  que podem gerar produtos na empresa para um dado vetor  $z$ . Claramente, as condições de regularidade A1-A5 vão formar as características de  $Y$  e  $X$ . Pode-se mostrar que ambos os conjuntos não são vazios, são fechados,  $Y$  é limitado por cima e  $X$  é limitado por baixo, e ambos são contínuos em  $z$ . (12)

Para cada  $x \in X$ , será definido um conjunto que é a coleção de todos os produtos possíveis de serem obtidos a partir de  $x$ :

$$Y(x) = \{y: (-x, y) \in T \text{ para } x \in X\} \quad \{1.4\}$$

De maneira semelhante, para cada  $y \in Y$ , o conjunto  $X(y)$  mostra todas as combinações possíveis de insumo que permitem a geração do produto  $y$ :

$$X(y) = \{x: (-x, y) \in T \text{ para } y \in Y\}^{(13)} \quad \{1.5\}$$

Novamente, as hipóteses adotadas sobre o conjunto  $T$  de possibilidades de produção vão condicionar as características desses dois conjuntos. A descrição da tecnologia de uma empresa pode ser efetuada de maneira equivalente pela adoção de algumas condições de regularidade sobre  $Y(x)$  e  $X(y)$ . Pode-se mostrar que A.1 - A.5 implicam nas seguintes propriedades listadas nos Quadros 1.2 e 1.3. <sup>(14)</sup>

#### QUADRO 1.2

##### CONDIÇÕES DE REGULARIDADE DE $Y(x)$

- (B.1) Para cada  $x \in X$ ,  $Y(x)$  não é vazio; é um conjunto fechado e estritamente convexo;
- (B.2) Se  $y \in \text{Int } Y(x)$  para  $x \in X$ , então  $y \in Y(x^1)$  para  $0_n < x^1 < x$
- (B.3) Se  $0_m \leq y^1 \leq y$ , e  $y \in Y(x)$  então  $(y^1 \in Y(x))$  para  $x \in X$

#### QUADRO 1.3

##### CONDIÇÕES DE REGULARIDADE PARA $X(y)$

- (C.1) Para cada  $y \in Y$ ,  $X(y)$  não é um conjunto vazio; é um conjunto fechado e estritamente convexo;
- (C.2) Se  $x \in \text{Int}(y)$  para  $y \in Y$  então  $x \in X(y^1)$  para  $y^1 > y$ ;
- (C.3) Se  $x^1 \geq x$ ,  $y \in Y$  e  $x \in X(y)$  então  $x^1 \in X(y)$ .

Ambas as definições admitem desperdício, isto é, contêm atividades viáveis que são eficientes do ponto de vista tecnológico. Para dois produtos e dois insumos, os gráficos 1.6 e 1.7 mostram representações típicas de  $Y(x)$  e  $X(y)$ .

GRÁFICO 1.6  
CONJUNTO DE PRODUTOS POSSÍVEIS:  $Y(x)$

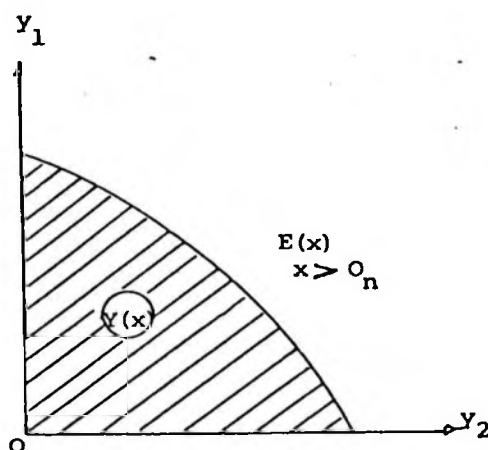
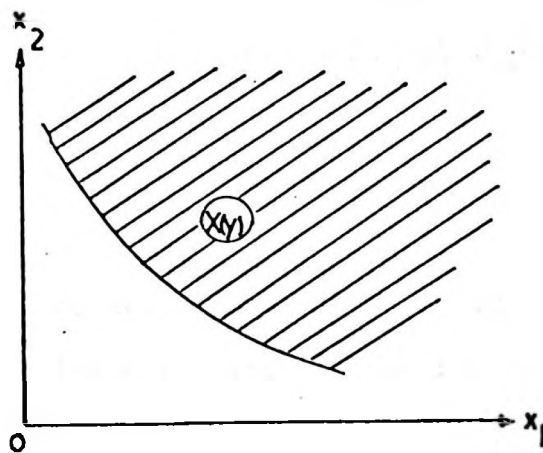


GRÁFICO 1.7  
CONJUNTO DE INSUMOS NECESSÁRIOS:  $X(y)$ .



Os conceitos familiares de isoquanta  $I(y)$  e da fronteira de possibilidades de produção  $E(x)$  podem ser definidos de forma simples a partir desses dois conjuntos e correspondem respectivamente às fronteiras de  $X(y)$  e  $Y(x)$ , como pode ser visto nos gráficos 1.6 e 1.7.

Formalmente, essas curvas são definidas como:

$$I(y) = \{x \in X(y) : x \notin \text{int } X(y)\} \quad \{1.6\}$$

$$E(x) = \{y \in Y(x) : y \notin \text{int } Y(x)\} \quad \{1.7\}$$

As condições expostas nos quadros 1.2 e 1.3 garantem que as isoquantas não se cruzam entre si para  $y^1 > y^0$ , o mesmo valendo para as fronteiras de possibilidade de produção.<sup>(15)</sup> Da mesma forma, a convexidade de  $X(y)$  e  $Y(x)$  asseguram taxas marginais de substituição decrescentes entre insumos e crescentes entre produtos, ou seja  $I(y)$  é convexo em relação à origem e  $E(x)$  é côncavo com relação à origem.<sup>(16)</sup> Das definições de isoquanta e fronteira de possibilidades de produção pode ser inferido que ambas representam as atividades eficientes do ponto de vista tecnológico. Como uma atividade para pertencer à  $I(y)$  ou  $E(x)$  deve estar na fronteira desses conjuntos, percebe-se que a proposição é verdadeira.

### 1.3 Função de produção e função de transformação

Foram vistas até aqui duas formas equivalentes de representação dos limites tecnológicos impostos a uma empresa. Ambas as representações são versões de conjuntos de tecnologia ou de atividades factíveis: o conjunto de possibilidades



de produção  $T$  e as famílias de conjuntos de insumos necessários  $x(y)$  e produtos possíveis  $Y(x)$ . A forma usual de representação tecnológica de uma firma é dada pelo conceito de função de produção para o caso de produção de um bem, apenas em função de transformação, uma extensão do conceito que permitiria a inclusão dos casos de produção conjunta. (17)

A função de transformação tem sido utilizada na literatura de duas formas. Samuelson (1966) e Lau (1972) representaram a produção conjunta de uma maneira simétrica, por uma função do tipo  $F^*(y, x) = 0$ . Assim, a função  $F^*$  estaria representando as atividades da fronteira de  $T$ . Formalmente,  $F^*$  estaria representando os elementos do seguinte conjunto:

$$\{(-x, y) \in T : (-x, y) \text{ é atividade eficiente}\} \quad (18)$$

Outros autores como Hicks (1946), Diewert (1973), Jorgenson e Lau (1974a, 1974b) e Lau (1978) utilizaram uma forma não simétrica na análise de questões relacionadas com a possibilidade de produção conjunta.

Esses autores se valeram de uma função do tipo  $y_1 = F(\bar{y}, x)$  onde  $\bar{y} = (y_2, \dots, y_m)$ .

Formalmente, a função de transformação  $F(\bar{y}, x)$  pode ser definida da seguinte forma:

$$F(\bar{y}^0, x^0) = \text{Max} \{y_1 : (-x^0, y_1, \bar{y}^0) \in T\} \quad \text{para} \quad (1.8)$$

$$x^0 \in X \text{ e } \bar{y}^0 \in \bar{Y} = \{\bar{y} : (-x, \bar{y}) \in T \text{ para algum } x \geq 0_n\}$$

A função  $F$  como definida acima, representa o máximo do produto 1 possível de ser obtido dadas as quantidades dos demais produtos e o vetor de insumos  $x$ . Claramente, as atividades

des  $(-x, y_1, \bar{y}^*) \in T$  para as quais  $y_1 = F(\bar{y}^*, x)$  são atividades eficientes em  $T$ ,  $F$  representando, portanto, os pontos da fronteira de  $T$ , da mesma forma que  $\bar{F}$ . (21)

Algumas características bastante usuais da função de transformação  $F$  podem ser derivadas da hipótese A.1-A.5, assumidas sobre o conjunto de possibilidades de produção. São elas:

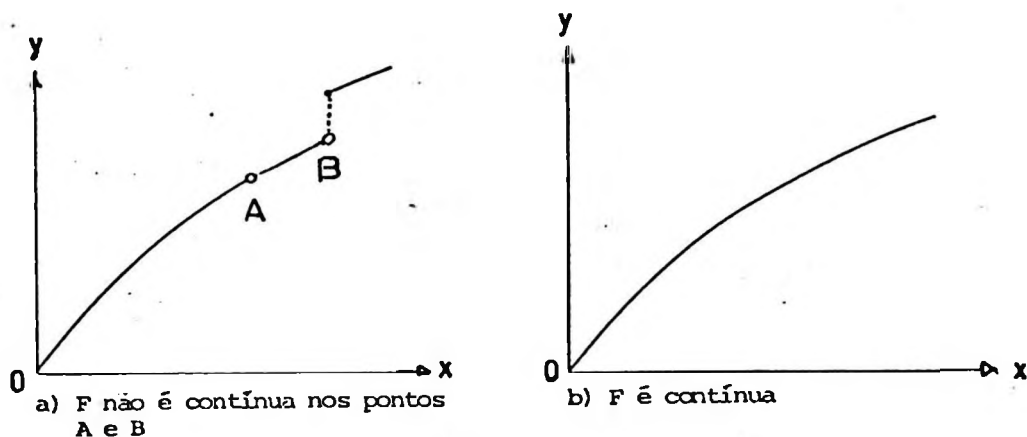
#### QUADRO 1.4

##### CONDIÇÕES DE REGULARIDADE DA FUNÇÃO DE TRANSFORMAÇÃO $F$

- (D.1)  $F(0_{m-1}, 0_n) = 0$ ;
- (D.2)  $F$  é uma função contínua em  $\bar{y}^*$  e  $x$ ;
- (D.3)  $F$  é uma função estritamente côncava;
- (D.4)  $F$  é crescente nos componentes de  $x$ ;
- (D.5)  $F$  é decrescente nos componentes de  $\bar{y}^*$ .

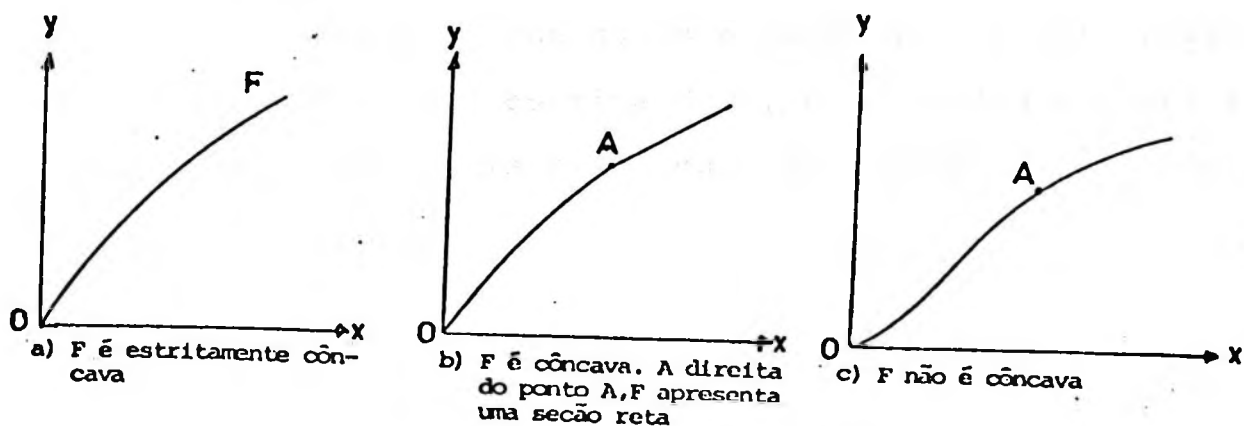
A primeira propriedade é auto-explicativa: não pode existir produto positivo sem a utilização de insumos em quantidades positivas, característica que decorre diretamente da hipótese A.1, assumida sobre  $T$ . (22) A continuidade de  $F$ , condição D.2, é devida ao fato do conjunto  $T$  ser fechado. (23) A continuidade da função de transformação impõe que esta não exiba saltos, tampouco admite buracos, como pode ser visto no gráfico 1.8.a para um produto e um insumo.

GRÁFICO 1.8  
CONTINUIDADE DA FUNÇÃO DE TRANSFORMAÇÃO  $F$



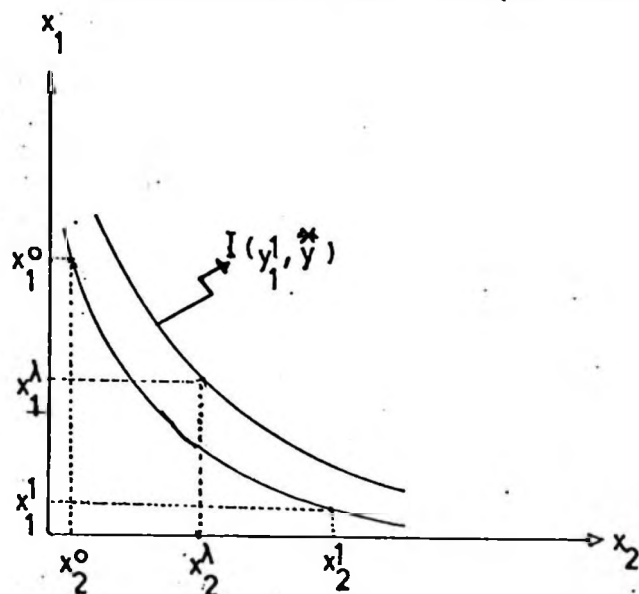
A concavidade de  $F$  está associada à convexidade de  $T$  e corresponde novamente a uma extensão das condições de Hicks de retornos decrescentes à escala nos fatores variáveis e características das isoquantas e fronteiras de possibilidades de produção.<sup>(24)</sup> A concavidade de  $F$  exclui a possibilidade de seções desta apresentarem superfícies retas ou vales, como mostram os gráficos 1.9 para um produto e um insumo.

GRÁFICO 1.9  
CONCAVIDADE DA FUNÇÃO DE TRANSFORMAÇÃO  $F$



A decorrência da convexidade das isoquantas com relação à origem pela concavidade de  $F$  pode ser melhor entendida com o auxílio do gráfico 1.10 para um sistema com apenas dois insumos variáveis.

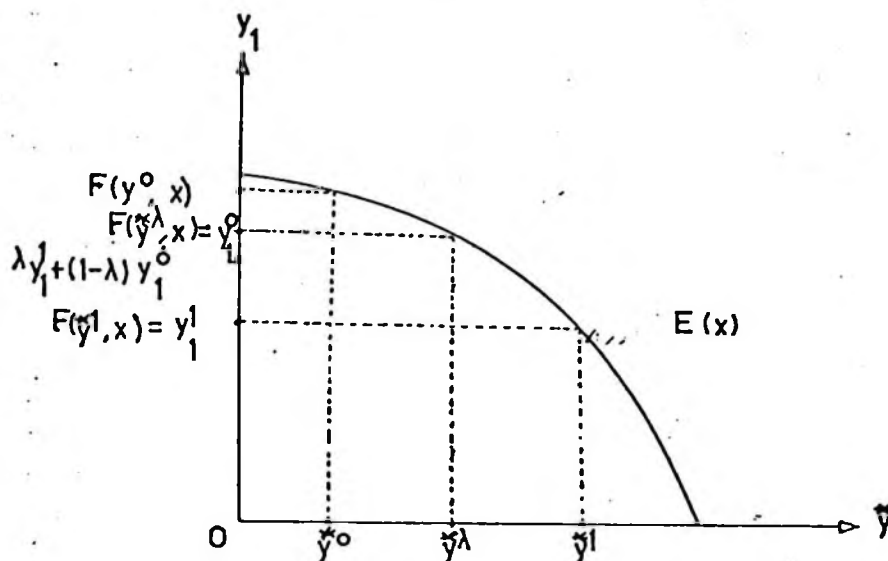
GRÁFICO 1.10  
CONVEXIDADE DAS ISOQUANTAS  $I(y)$



Tomando-se  $(y^*, x^0)$  e  $(y^*, x^1)$  pertencentes ao domínio efetivo de  $F$  tal que  $F(y^*, x^0) = F(y^*, x^1) = y_1^0$ , a concavidade de  $F$  implica que para  $0 < \lambda < 1$ ,  $F(y^*, x^\lambda) > y_1^0$  onde  $x^\lambda = \lambda x^1 + (1-\lambda)x^0$ , o que mostra  $I(y)$  estritamente convexo com relação a origem.

Da mesma forma, a concavidade estrita de  $F$  está relacionada com a concavidade estrita de  $F$ , como mostra o gráfico 1.11 para uma tecnologia com apenas dois produtos variáveis.

GRÁFICO 1.11  
 CONCAVIDADE DAS CURVAS DE POSSIBILIDADE  
 DE PRODUÇÃO  $E(x)$



Tomando-se  $(y^0, x)$  e  $(y^1, x)$  pertencentes ao domínio efetivo de  $F$ , a concavidade de  $F$  implica que  $F(y^{\lambda}, x) > \lambda y_1^1 + (1-\lambda)y_1^0$  para  $0 < \lambda < 1$ , onde  $y^{\lambda} = \lambda y^1 + (1-\lambda)y^0$ .

A propriedade D.4 afirma que  $F$  é crescente com relação a  $x$ . Em outras palavras, se  $x^0 < x^1$  então  $F(y^*, x^0) < F(y^*, x^1)$ : mantida constante a produção dos demais bens, a produção máxima do bem 1 aumenta com adições nos insumos. Se, além das características mencionadas no Quadro 1.4, a função  $F$  for diferenciável, (D.4) implica que  $\partial F / \partial x_i > 0$  para qualquer  $i$ , onde  $\partial F / \partial x_i$  é o produto marginal do insumo  $i$ .

Esse fato é uma decorrência direta de D.4 tomando-se como  $x^1$  o vetor  $x^1 = (x_1^0, \dots, x_i^0 + \Delta, \dots, x_n^0)$  onde  $\Delta > 0$ . (25)

A quinta e última propriedade de  $F$  do quadro 1.4 estabelece uma relação entre o máximo do produto 1 e os demais produtos, correspondendo a uma extensão do conceito de produto

marginal para o caso de produção conjunta: a função  $F$  é estritamente decrescente para aumentos na produção dos demais bens, ou seja, para  $y^{*0} < y^{*1}$  tem-se que  $F(y^{*0}, x) > F(y^{*1}, x)$ . No vamente, se for suposto também que  $F$  é diferenciável, então  $\partial F / \partial y_i^* < 0$  para qualquer  $i$ . (26)

Tendo sido mostrado que o produto marginal do bem 1 é positivo com relação aos insumos e negativo em relação aos demais produtos, a concavidade estrita de  $F$  garante, ainda, duas condições interessantes: o produto marginal do bem 1 com relação aos insumos é decrescente e os custos de oportunidade da produção do bem 1 são crescentes para insumos fixos. (27) Essas duas condições nada mais são que outras versões das formas das isoquantas e das fronteiras de possibilidades da produção. Formalmente, as condições são expressas por:

$$F(y^*, x+\Delta) - F(y^*, x) > F(y^*, x+2\Delta) - F(y^*, x+\Delta); \quad \{1.9\}$$

$$F(y^*+\Delta, x) - F(y^*, x) > F(y^*, x) - F(y^*+\Delta, x) \quad \{1.10\}$$

onde  $\Delta$  é um vetor não negativo e não nulo de ordem  $m$  ou  $n$  conforme a situação. Se  $F$  é diferenciável duas vezes, então (1.9) e (1.10) implicam respectivamente que  $\partial^2 F / \partial x_i^2 < 0$  e  $\partial^2 F / \partial^2 x_i < 0$  e  $\partial^2 F / \partial y_1^2 < 0$ . Gráficamente essas duas condições podem ser vistas nos diagramas que se seguem.

GRÁFICO 1.12  
 PRODUTO MARGINAL DECRESCENTE:  $\partial^2 F / \partial x_i^2 < 0$

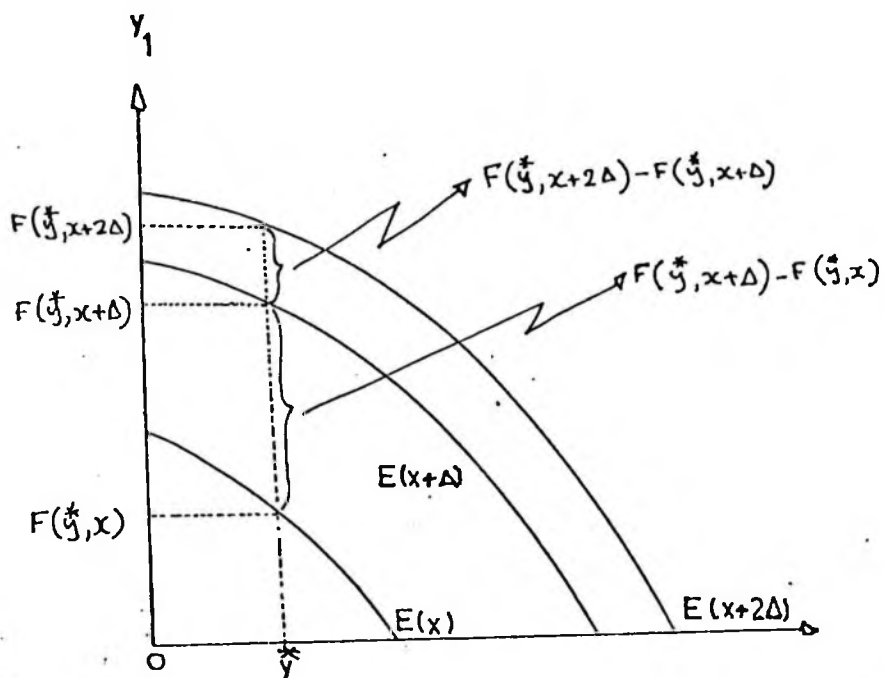
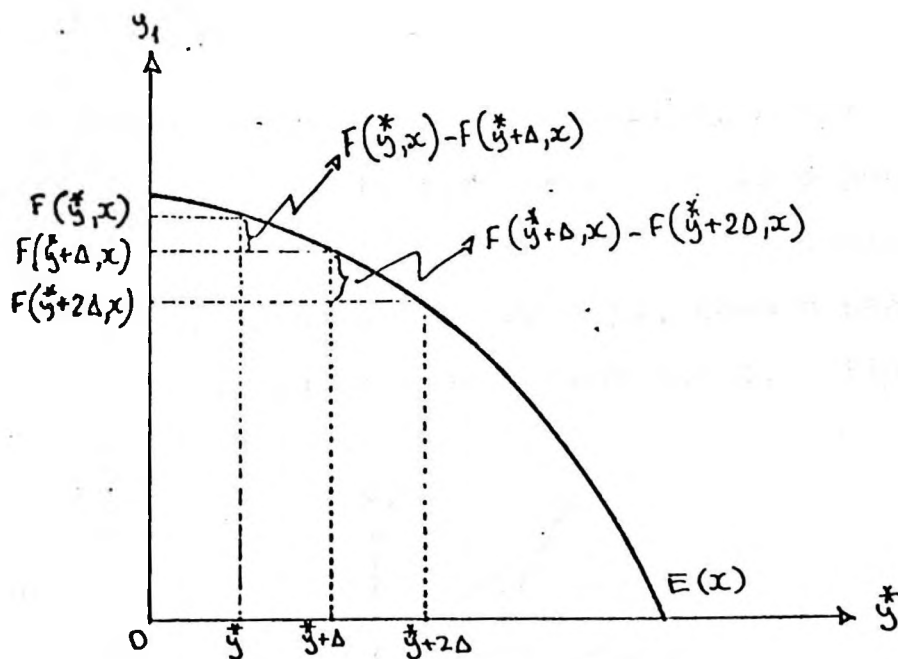


GRÁFICO 1.13  
 CUSTOS DE OPORTUNIDADE CRESCENTES:  $\partial^2 F / \partial y_i^2 < 0$



As expressões 1.9 e 1.10 são derivadas diretamente da concavidade estrita de  $F$ , a qual por sua vez, como já foi visto, é condicionada pelas características de convexidade do conjunto de possibilidades de produção  $T$ . (28)

Uma sexta e última propriedade de  $F$  que não está relacionada no quadro 1.4 diz respeito à continuidade da função com relação ao vetor de parâmetros  $z$ . Alguns resultados mostrados na literatura garantem, a partir da hipótese A.6, que  $F$  é contínua com relação a  $z$ , fazendo com que esta caminhe suavemente para alterações em  $z$ . (29)

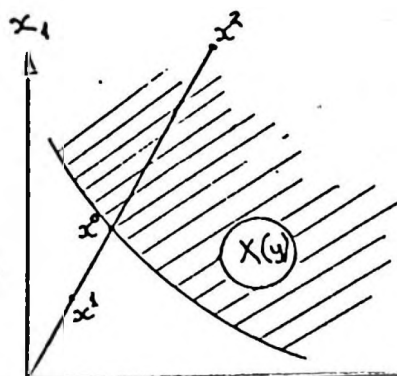
Um outro tipo de função transformação foi utilizado por Shephard (1953, 1970) para mostrar as relações entre as estruturas tecnológicas e as estruturas de custo de uma empresa. Esse tipo de função de transformação é conhecido na literatura como função distância ou função deflator, e sua definição é dada por:

$$D(y, x) = \text{Max} \{ \lambda > 0 : (1/\lambda) x \in X(y) \}$$

O gráfico 1.14 permite um melhor entendimento acerca da função distância.

Note que para vetores  $x$  dentro de  $X(y)$ ,  $D(y, x)$  retorna um valor maior ou igual a 1. Por exemplo, para o ponto  $x^2$   $D(x^2, y) = \|x^2\| / \|x^0\|$ , onde  $\| \ \|$  denota a distância de um ponto à origem. Para pontos fora de  $X(y)$ , como o ponto  $x^1$ , a função distância retorna um valor menor que 1. Finalmente,

Gráfico 2.14  
Função Distância





para um ponto sobre a isoquanta  $I(y)$  como o ponto  $x^0$ , a função distância retorna o valor 1. Assim, a equação  $D(y, x) = 1$  é uma representação das atividades eficientes de  $T$ , tal qual é a função de transformação  $F(y^*, x)$ . Para  $y=0_m$ , como  $x(y)$  corresponde a todo espaço não negativo, então  $D(0_m, x) = +\infty$ . A função distância poderia, igualmente, ser definida sobre o conjunto de produtos possíveis  $Y(x)$  da seguinte forma:

$$H(y, x) = \text{Min} \{ \lambda > 0 : (1/\lambda) y \in Y(x) \} \quad \{1.12\}$$

Novamente aqui,  $H(y, x)=1$  também é uma representação das atividades eficientes em  $T$ .

As funções distância têm propriedades bastante similares às funções de transformação e não serão aqui explicitadas. (30)

A despeito dos resultados até aqui mostrados, não requerem as hipóteses que para cada  $z$ , a atividade  $(0_n, 0_m) \in T(z)$ , e que se  $(-x, y) \in T$  e  $y > 0_m$  então  $x > 0_n$ , o desenvolvimento do próximo capítulo necessitará dessa hipótese. Assim, ela será assumida a partir deste ponto. Até agora, tentou-se trabalhar com um nível de generalidade razoavelmente alto. O vetor  $z$  de parâmetros contendo produtos fixos permitirá casos onde  $(0_n, 0_m)$  estava fora do conjunto de possibilidades de produção, necessitando-se um vetor mínimo de insumos, vetor este, maior que zero, para que fosse possível a produção em montantes positivos dos produtos variáveis. Seria possível continuar ainda com o mesmo nível de generalização, mas a um custo de complexidade na exposição mais elevado. (31) Dessa maneira, acredita-se que a pequena perda com a imposição de mais essa restrição é mais do que recompensada pelo ganho em simplicidade.

Até esse ponto, foram mostradas diversas formas alternativas, mas equivalentes de representação da estrutura tecnológica das empresas. A adoção de hipóteses sobre o conjunto  $T$  de possibilidades de produção caracterizam perfeitamente o conjunto de requerimentos de insumos  $x(y)$ , de produtos possíveis  $Y(x)$  e a função de transformação  $F(\bar{y}, x)$ , no sentido que a definição de  $T$  implicou na definição implícita dos demais conjuntos. Poderia ter sido adotado outro caminho, como por exemplo, a definição da função de transformação com as propriedades listadas no quadro 1.4 e definir o conjunto de possibilidades de produção a partir dela pela operação:

$$T = \{(-x, y) : y_1 \leq F(\bar{y}, x) \text{ para } \bar{y} \in \bar{Y} \text{ e } x \in X\} \quad \{1.13\}$$

O conjunto  $T$  definido por 1.13 obedeceria às mesmas hipóteses impostas em 1.4. (32)

No capítulo seguinte, será mostrado que existe uma outra abordagem para a análise dos problemas de produção: as estruturas das funções econômicas das empresas encerram em si todas as informações a respeito da estrutura tecnológica.

#### NOTAS

- (1) As condições de regularidade resumidas no Quadro 1.1, embora bastante gerais, envolvem alguma perda de generalidade econômica. Por exemplo, o conjunto de possibilidades de produção não necessita ser estritamente convexo, mas apenas convexo. Outro exemplo de perda de generalidade é a separação clara entre o que é insumo e o que é produto de uma empresa. Essa restrição poderia ser evitada, trabalhando com vetores de produção líquida, desapegando o conceito de insumos/produtos da empresa, aparecendo apenas insumos/produtos de uma particular atividade. A adoção de condições menos gerais neste trabalho

foi feita simplesmente para simplificar a exposição. Para um conjunto de condições mais gerais que as aqui apresentadas, ver McFadden (1978), Axiomas 1-4, p.66.

(2) Notação:

- Vetores são representados por letras minúsculas, acompanhadas ou não de índices, em cima, à direita. Por exemplo,  $x, y, z, x_1, x_2, \dots, x^n$ .
- Elementos de vetores são denotados por vetores com índices em baixo, à direita. Por exemplo:  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ .
- $0_k$  denota um vetor nulo com  $k$  elementos.
- Se  $x^0$  e  $y$  são vetores de mesma dimensão, então:
  - a)  $x=y$  significa  $x_i=y_i$  para qualquer  $i$ ;
  - b)  $x \gg y$  significa  $x_i > y_i$  para qualquer  $i$ ;
  - c)  $x > y$  significa  $x_i > y_i$  para qualquer  $i$  e  $x \neq y$ ;
  - d)  $x \geq y$  significa  $x_i \geq y_i$  para qualquer  $i$ .

(3) Para simplificar a notação, a não ser que seja absolutamente necessário, será omitida a referência ao vetor  $z$  no conjunto de possibilidades de produção. Assim,  $T(z)$  será denotado por  $T$  apenas.

(4) Estando computados no vetor  $z$ , insumos e produtos considerados fixos para a empresa e denotando essas variáveis pelos vetores  $z^x$  e  $z^y$ , respectivamente, então a condição A.1 deve ser modificada para:

(A.1')  $T(z)$  é um conjunto não vazio.

Se  $(0_n, y) \in T(z)$  e  $z^x$  é nulo, então  $y$  e  $z^y$  são também nulos.

(5) Em termos matemáticos, um conjunto é dito ser fechado, quando ele contém sua fronteira. Formalmente, essa definição é dada por:

$T(z) = T(z) \cup \text{fron } T(z)$ , onde:

$\text{fron } T(z)$  é fronteira de  $T(z)$  definida por:

$\text{fron } T(z) = \{(-x, y) : (-x, y) \notin \text{int } T(z) \text{ e } (-x, y) \notin \text{int } C_\Omega T(z)\}$ , sendo:

$\Omega = \{(-x, y) : x \geq 0_n, y \geq 0_m\}$  e

$C_\Omega T(z) = \{(-x, y) \in \Omega : (-x, y) \notin T(z)\}$  = complemento de  $T(z)$  com relação a  $\Omega$ . A expressão  $\text{int}$  denota os elementos do interior de um conjunto, isto é, os pontos do conjunto para os quais existe uma vizinhança contida dentro dele. Formalmente:

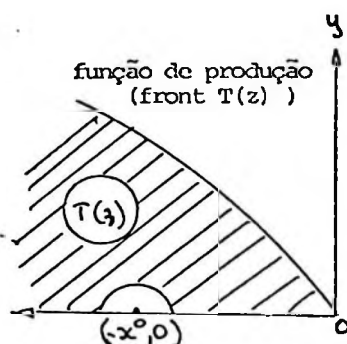
$\text{int } T(z) = \{(-x^0, y^0) : \exists V(-x^0, y^0) \subset T(z)\}$ , sendo a vizinhança  $V(-x^0, y^0)$  definida por:

$V(-x^0, y^0) = B_\epsilon(-x^0, y^0) \cap \Omega$ , onde o conjunto  $B_\epsilon(-x^0, y^0)$  é uma bola aberta no espaço  $R^{n+m}$ , isto é:

$B_\epsilon(-x^0, y^0) = \{(-x, y) : \|(-x, y) - (-x^0, y^0)\| < \epsilon\}$  onde  $\epsilon$  é um número positivo e  $\| \cdot \|$  denota a distância euclidiana entre vetores no espaço  $R^{n+m}$ . Sobre esses conceitos de topologia, ver Rosenlicht (1968) ou Klein (1973).

A definição dada acima do fechamento de  $T(z)$  é equivalente à condição que dada qualquer sequência  $\{(-x^n, y^n) \in T(z)\}$ , convergente a  $(-x^0, y^0)$ , então  $(-x^0, y^0) \in T(z)$ .

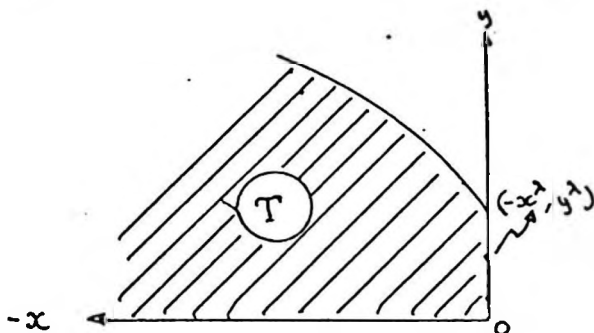
A definição dada acima do fechamento de  $T(z)$  é equivalente à condição que, dada qualquer seqüência  $\{(-x^n, y^n) \in T(z)\}$ , convergente a  $(-x^0, y^0)$ , então  $(-x^0, y^0) \in T(z)$ . Definindo-se a função de produção ou transformação como sendo o máximo do produto 1, possível de ser gerado, das quantidades dos insumos e dos demais produtos, então a fronteira de  $T(z)$  corresponde à função de produção. Para um conjunto de possibilidades de produção com um produto e um insumo apenas, o gráfico abaixo mostra a função de produção.



Note que, pela definição dada acima, para que um ponto pertença à fronteira de  $T(z)$ , isto é, à função de produção, qualquer vizinhança deste ponto deve incluir elementos dentro e fora do conjunto de possibilidades. Isso exclui da fronteira de  $T(z)$  o eixo horizontal do gráfico acima, pois para um ponto como  $(-x^0, 0)$  acima, a vizinhança ali mostrada está contida em  $T(z)$ .

- (6) Um conjunto é dito ser limitado por cima, quando ele possui um limite superior. Para o conjunto de possibilidades de produção, este fato pode ser colocado da forma que se segue: dado  $(-x, y) \in T$ , então existe  $(-x^1, y^1)$  onde  $x^1 \geq 0_n$  e  $y^1 \geq 0_m$  tal que  $(-x^1, y^1) > (-x, y)$  e  $(-x^1, y^1)$  não é uma atividade factível, isto é, não pertence a  $T$ .
- (7) Matematicamente, a convexidade estrita de  $T$  significa que dadas duas atividades distintas em  $T$   $(-x^0, y^0)$  e  $(-x^1, y^1)$ , e um número  $0 < \lambda < 1$ , a atividade resultante da combinação convexa das duas atividades iniciais está no interior de  $T$ . Formalmente, se  $(-x^0, y^0) \in T$  e  $(-x^1, y^1) \in T$ , sendo  $(-x^0, y^0) \neq (-x^1, y^1)$ , dado  $0 < \lambda < 1$ , então a atividade  $\lambda(-x^1, y^1) + (1-\lambda)(-x^0, y^0) = (-x^\lambda, y^\lambda) \in \text{int } T$ . Uma das implicações dessa característica é que qualquer hiperplano que tangencie  $T$  será apenas um ponto de contato com este. Outra implicação, decorre do fato que  $(-x^\lambda, y^\lambda)$  pertencendo ao interior de  $T$ , vai existir uma

outra atividade  $(-x^2, y^2) \in T$  com a característica que  $(-x^2, y^2) > (-x^\lambda, y^\lambda)$   $y^2 \gg y$ , e se  $x_i^\lambda > 0$  então  $x_i^2 < x_i^\lambda$ . Ou seja, o fato de  $(-x^\lambda, y^\lambda) \in \text{int } T$  implica na existência de outra atividade em  $T$  com vetor de produto estritamente superior a  $y$  e vetor de insumos menor ou igual (igual para o caso de  $x_i = 0$ ) a  $x^\lambda$ . A prova da existência dessa atividade decorre diretamente da definição de ponto interior de um conjunto, bastando tomar uma atividade específica na vizinhança de  $(-x^\lambda, y^\lambda)$ . Considere o número  $x = \text{Min} \{x_i^\lambda : x_i^\lambda > 0\}$ . Vamos considerar que  $x^\lambda > 0_n$ . O caso de  $x^\lambda = 0_n$  pode acontecer apenas quando o vetor  $z$  contém insumos fixos que permitam a obtenção de produto sem a utilização de insumo variável como mostra o gráfico que se segue:



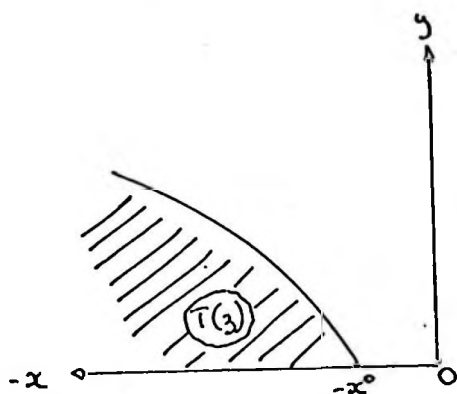
Nesse caso, basta tomar como  $y^2$  o vetor  $y^\lambda$  somado em cada componente metade do raio da vizinhança. Se não existir insumos fixos, então  $x^\lambda = 0_n$  implica que  $y^\lambda = 0_m$ , e claramente  $(0_n, 0_m)$  não pode ter sido obtido como combinação convexa de atividades distintas em  $T$ . Assim,  $x$  será definido e positivo. Como  $(-x^\lambda, y^\lambda) \in \text{int } T$ , existe uma vizinhança dessa atividade, vizinhança essa contida em  $T$  e definida por  $V(-x^\lambda, y^\lambda) = B_\xi(-x^\lambda, y^\lambda) \cap \Omega$ . Seja  $\beta = \sum_{i=1}^n \text{sgn}(x_i^\lambda)$ , onde  $\text{sgn}(x_i^\lambda)$  denota o sinal (+1, se positivo, 0 se nulo e -1, se negativo) de  $x_i^\lambda$ , sendo  $\beta$  portanto igual ao número de elementos positivos de  $x^\lambda$ . Sejam os números  $\gamma$  e  $\theta$  definidos por  $\gamma = \text{Min} \{\xi/2, \alpha/2\}$  e  $\theta = \gamma / (\beta + m)^{1/2}$  e, portanto,  $0 < \theta < x_i^\lambda$  para todo  $i$  tal que  $x_i^\lambda > 0$ . Definindo agora  $y_i^2 = y_i^\lambda + \theta$  e  $x_i^2 = x_i^\lambda - \theta \text{sgn}(x_i^\lambda)$ , chega-se à conclusão que  $y^2 \gg y^\lambda \geq 0_m$   $0_n < x^2 < x^\lambda$ , sendo que se  $x_i^\lambda > 0$  então  $x_i^2 < x_i^\lambda$ .

Agora,  $\|(-x^2, y^2) - (-x^\lambda, y^\lambda)\| = (\sum_{i=1}^n \text{sgn}^2(x_i^\lambda) \theta^2 + \sum_{i=1}^m \theta^2)^{1/2} = \theta(\beta+m)^{1/2}$ . Como  $\theta(\beta+m)^{1/2} = \gamma < \xi$  então  $(-x^2, y^2) \in \vee(-x^\lambda, y^\lambda)$  e logo  $(-x^2, y^2) \in T$ .

- (8) Estritamente falando, s $\tilde{o}$  se pode definir se os retornos  $\tilde{a}$  escala s $\tilde{a}$  crescentes, decrescentes ou constantes, se  $\tilde{e}$  permitido que todos os insumos e produtos variem livremente, isto  $\tilde{e}$ , em uma perspectiva de longo prazo, onde n $\tilde{a}$  existem insumos ou produtos fixos. Aparecendo no vetor  $z$ , insumos ou produtos fixos, a hip $\tilde{o}$ tese de convexidade aqui adotada corresponderia a retornos decrescentes dos insumos vari $\tilde{a}$ veis, o que  $\tilde{e}$  uma generaliza $\tilde{c}$ o da Lei dos Rendimentos Decrescentes para o caso de produ $\tilde{c}$ o conjunta. A exclus $\tilde{a}$ o de retornos constantes  $\tilde{a}$  escala pela hip $\tilde{o}$ tese de convexidade estrita pode ser colocada da maneira que se segue. Seja  $(-x^0, y^0) \in T$  tal que n $\tilde{a}$  exista  $(-x, y) \in T$  onde  $(-x, y) > (-x^0, y^0)$ . Para  $0 < \lambda < 1$ ,  $(1-\lambda)(0_n, 0_m) + \lambda(-x^0, y^0) = \lambda(-x^0, y^0)$   $\tilde{e}$  uma combina $\tilde{c}$ o convexa e, portanto, por A.4,  $\lambda(-x^0, y^0) \in \text{int } T$ , tal que  $(-x^1, y^1) > \lambda(-x^0, y^0)$ . Agora, se valem retornos constantes  $\tilde{a}$  escala para um  $\theta > 0$   $\theta(-x^1, y^1) \in T$  e  $\theta\lambda(-x^0, y^0) \in T$ . Tomando  $\theta = 1/\lambda$  chega-se a uma contradi $\tilde{c}$ o, pois  $1/\lambda(-x^1, y^1) > (-x^0, y^0)$  contraria a premissa da prova. Note que essa prova exige que  $(0_n, 0_m) \in T$ . Se isso n $\tilde{a}$ o ocorre, ent $\tilde{a}$ o  $T$  n $\tilde{a}$ o  $\tilde{e}$  um cone e, portanto,  $T$  n $\tilde{a}$ o exibe retornos constantes  $\tilde{a}$  escala. De uma forma mais geral, a hip $\tilde{o}$ tese de convexidade estrita aqui adotada exclui segmentos planos na fronteira de  $T$  (qualquer combina $\tilde{c}$ o convexa de duas atividades distintas na fronteira de  $T$  est $\tilde{a}$  localizada no interior de  $T$  e n $\tilde{a}$ o na fronteira). Retornos crescentes  $\tilde{a}$  escala est $\tilde{a}$ o associados  $\tilde{a}$  exist $\tilde{e}$ ncia de alguma atividade  $(-x^0, y^0)$  pertencente  $\tilde{a}$  fronteira de  $T$  e para algum  $\lambda$  entre 0 e 1,  $\lambda(-x^0, y^0)$  n $\tilde{a}$ o est $\tilde{a}$  em  $T$ . Ou seja, uma atividade na fronteira de  $T$ , tal que se os insumos s $\tilde{a}$ o reduzidos em fator  $\lambda$ , o produto tem que ser reduzido mais que  $\lambda$ , ou ainda, se o produto cresce por  $\lambda$ , os insumos devem decrescer menos. Se  $(0_n, 0_m) \in T$ , ent $\tilde{a}$ o para qualquer  $0 < \lambda < 1$ ,  $\lambda(-x^0, y^0) \in T$ , o que excluiria retornos crescentes  $\tilde{a}$  escala. Genericamente, retornos crescentes  $\tilde{a}$  escala s $\tilde{a}$ o devidos  $\tilde{a}$  exist $\tilde{e}$ ncia de atividades na fronteira de  $T$ , cujas combina $\tilde{c}$ oes convexas est $\tilde{a}$ o fora de  $T$ .
- (9) Uma atividade  $(-x, y) \in T$   $\tilde{e}$  dita ser eficiente, do ponto de vista tecnol $\tilde{o}$ gico, quando n $\tilde{a}$ o existe nenhuma outra atividade  $(-x^1, y^1) \in T$  tal que  $(-x, y) < (-x^1, y^1)$ . Assim, se  $(-x, y) \in T$   $\tilde{e}$  eficiente e  $(-x^1, y^1) > (-x, y)$ , ent $\tilde{a}$ o,  $(-x^1, y^1)$  n $\tilde{a}$ o  $\tilde{e}$  uma atividade fact $\tilde{i}$ vel  $\tilde{a}$  empresa, ou seja, n $\tilde{a}$ o pertence ao conjunto de possibilidades de produ $\tilde{c}$ o. Uma atividade  $\tilde{e}$  eficiente, portanto, quando n $\tilde{a}$ o existe nenhuma outra atividade que gere o mesmo vetor de produto com menos insumo, ou gere um produto supe-

rior com igual quantidade de insumos. A partir dessa definição de eficiência, e dadas as características do conjunto de possibilidades de produção, a fronteira de  $T$  passa a ser sinônimo do conjunto de atividades eficientes. Em outras palavras, uma atividade é eficiente do ponto de vista tecnológico, se e somente essa atividade pertence à fronteira de  $T$ . A primeira parte dessa proposição pode ser provada da seguinte maneira. Se  $(-x, y) \in T$ , mas não pertence à fronteira de  $T$ , então pela definição de fronteira de um conjunto,  $(-x, y)$  pertence ao interior de  $T$ . Pela nota 7, como  $(-x, y) \in \text{int } T$ , vai existir outra atividade  $(-x^1, y^1) \in T$  com a característica  $(-x^1, y^1) > (-x, y)$ . Logo,  $(-x, y)$  não pode ser atividade eficiente. A prova da segunda parte da proposição, se uma atividade pertence à fronteira de  $T$ , então ela é eficiente, está apoiada nas características de convexidade de  $T$ .

Seja  $(-x^0, y^0)$  na fronteira de  $T$  e  $x^1 \geq 0_n$  e  $y^1 \geq 0_m$  tal que  $(-x^0, y^0) < (-x^1, y^1)$ . Será mostrado que  $(-x^1, y^1)$  estando dentro do conjunto de possibilidades de produção, então  $(-x^0, y^0)$  não pode estar na fronteira de  $T$ . Seja o número  $\alpha$  definido por  $\alpha = \text{Max} \{1 - y_i / y_i^1 : y_i^1 > 0\}$ . Será assumido que  $y^0 > 0_m$ . Se  $y^0 = 0_m$ , podem ocorrer dois casos, ambos mostrando que  $(-x^0, y^0)$  é eficiente. No primeiro, supondo que  $z$  não contém insumos ou produtos fixos, então o ponto da fronteira  $(-x^0, y^0)$  é igual a  $(0_n, 0_m)$  e claramente não pode existir produto positivo sem utilização de insumos e, portanto,  $(-x^0, y^0)$  é eficiente. No segundo caso, existindo produto fixo em  $z$ , pode acontecer que  $(0_n, 0_m)$  não pertença a  $T$ , sendo  $(-x^0, y^0)$  igual a  $(-x^0, 0_m)$  com  $x^0 > 0_n$  como no gráfico abaixo.



$z$  contém produtos fixos

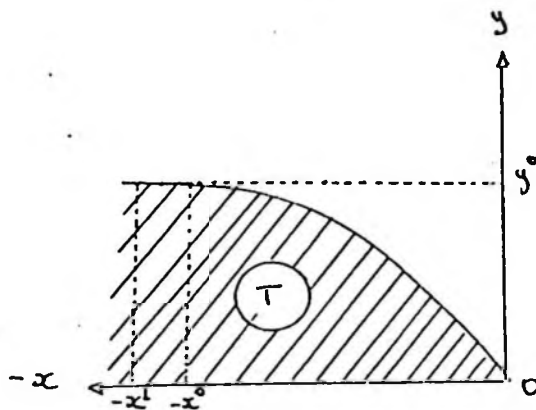
e  $(0_n, 0_m)$  não pertence a  $T$

Novamente não existe possibilidade de se obter produto positivo utilizando-se  $x^0$  como insumos. e, portanto,  $(-x^0, y^0)$  é eficiente. Assim, será suposto que  $y^0 > 0_m$ . Como  $y^1 \geq y^0 > 0_m$ , então  $0 < \alpha < 1$ , pois o conjunto a partir do qual  $\alpha$  foi definido não é vazio, existindo ao menos um  $i$  para o qual  $y_i^1 \geq y_i^0 > 0$ . O número  $\alpha$  pode ser zero apenas no caso de  $y^1 = y^0$ . Seja o número  $\lambda$  definido por  $\lambda = \text{Max}\{\alpha, 1/2\}$  logo  $0 < \lambda < 1$  e  $\alpha \leq \lambda$ . Seja a atividade  $(-x^2, y^2)$  definida por  $(-x^2, y^2) = (1/\lambda) (-x^0, y^0) + ((1-\lambda)/\lambda) (-x^1, y^1)$ . Será mostrado que  $x^2 \geq 0_n$  e  $y^2 \geq 0_m$  e que também  $(-x^2, y^2) < (-x^0, y^0)$  e, portanto,  $(-x^2, y^2) \in T$ . Para tanto, note que  $x^2 = x^0(1/\lambda) - x^1(1-\lambda)/\lambda$  ou  $x^2 = (x^0, x^1) (1/\lambda) + x^1$ . Como  $x^0 \geq x^1$  então  $x^2 \geq 0_n$ . Da mesma forma,  $y^2 = (y^0 - y^1) (1/\lambda) + y^1$ . Para que  $y^2 \geq 0_m$  é preciso que  $(y^0 - y^1) (1/\lambda) + y^1 \geq 0_m$ . Como  $y^1 \geq y^0 > 0_m$  só é devida a atenção para os eventuais elementos onde  $y_i^1 > y_i^0 \geq 0$ . Para esses elementos, basta notar que como  $\lambda \geq \alpha$ , pela construção de  $\alpha$  chega-se a  $\lambda \geq 1 - y_i^0/y_i^1$  ou  $(y_i^0 - y_i^1) (1/\lambda) + y_i^1 \geq 0$  e, portanto,  $y^2 \geq 0_m$ . Note agora que  $(-x^2, y^2) < (-x^0, y^0)$  pois  $(-x^2, y^2) - (x^0, y^0) = ((-x^0, y^0) - (-x^1, y^1)) (1-\lambda)/\lambda$  e  $(-x^0, y^0) < (-x^1, y^1)$ . Dessa forma, a propriedade A.5 garante que a atividade  $(-x^2, y^2) \in T$ .

Coletando os resultados obtidos até aqui, chega-se ao seguinte:  $(-x^0, y^0)$  pertence à fronteira de  $T$  e  $(-x^2, y^2)$  pertence a  $T$ . Se a atividade  $(-x^1, y^1) > (-x^0, y^0)$  também pertence a  $T$ , sabe-se pela condição de convexidade que qualquer combinação convexa de  $(-x^1, y^1)$  com outra atividade distinta gera uma atividade no interior de  $T$ . Como  $(-x^1, y^1) > (-x^0, y^0) > (-x^2, y^2)$ , a combinação convexa  $\lambda (-x^2, y^2) + (1-\lambda) (-x^1, y^1) = (-x^0, y^0)$  com  $\lambda$  definido acima, gera uma atividade no interior de  $T$ , o que fornece uma contradição pois  $(-x^0, y^0)$  pertence à fronteira de  $T$ . Portanto, se  $(-x^0, y^0)$  pertence à fronteira de  $T$  e  $(-x^1, y^1) > (-x^0, y^0)$ ,  $(-x^1, y^1)$  não pertence a  $T$  e logo  $(-x^0, y^0)$  é uma atividade eficiente do ponto de vista tecnológico.

Mostrou-se, portanto, que todas as atividades eficientes estão na fronteira de  $T$  e que a fronteira de  $T$  contém apenas atividades eficientes. Essa propriedade decorre da convexidade estrita de  $T$ . Se  $T$  fosse apenas convexo, então existiriam atividades na fronteira de  $T$  que não seriam eficientes, como é mostrado no gráfico que se segue.





A atividade  $(-x^1, y^0)$  pertence à fronteira de  $T$  mas não é eficiente, pois  $(-x^0, y^0) \in T$  e  $(-x^0, y^0) \succ (-x^1, y^0)$ . Nesse caso, o conjunto de possibilidades de produção não é estritamente convexo, mas apenas convexo. Note também que sendo  $T$  apenas convexo, a primeira parte da proposição acima continua valendo, ou seja, se  $(-x, y) \in T$  é eficiente, então,  $(-x, y)$  pertence à fronteira de  $T$ . A convexidade estrita de  $T$  vai garantir, quando da definição da função de produção, que as atividades pertencentes à função de produção (fronteira de  $T$ ) são aquelas atividades eficientes do ponto de vista tecnológico.

- (10) A noção de correspondência é uma extensão do conceito de função, no sentido que a imagem de uma correspondência pode conter um conjunto de pontos e não apenas um elemento, como é requerido na definição de função. Da mesma forma que existem condições de continuidade de funções, o mesmo acontece para as correspondências. A continuidade de  $T(z)$  pode ser estabelecida matematicamente da forma que se segue. Em primeiro lugar,  $T(z)$  é uma correspondência que leva de  $Z$  a  $\Omega$ , onde  $Z$  é o subconjunto de  $R^2$  formado com os vetores possíveis de acontecer de  $z$ . Para cada  $z \in Z$ , sabe-se por A.1 que  $T(z)$  não é um conjunto vazio.  $T(z)$  será uma correspondência contínua quando as duas proposições abaixo valerem para cada  $z^0 \in Z$ . Em primeiro lugar, se  $\{z^n \in Z\}$  é uma seqüência convergente a  $z^0 \in Z$  e  $\{(-x^n, y^n) \in T(z^n)\}$  é uma seqüência convergente a  $(-x^0, y^0)$ , então  $(-x^0, y^0) \in T(z^0)$ . A segunda condição que deve ser válida para  $T(z)$  ser contínua, estabelece que sendo  $\{z^n \in Z\}$  uma seqüência convergente a  $z^0$  e  $(-x^0, y^0) \in T(z^0)$ , então existe uma seqüência  $\{(-x^n, y^n) \in T(z^n)\}$  convergente a  $(-x^0, y^0)$ . As duas condições acima definidas implicam, respectivamente-

te que  $T(z)$  é uma correspondência contínua por cima e contínua por baixo. Sendo o conjunto  $Z$  fechado em  $\mathbb{R}^e$ , a continuidade por cima de  $T(z)$  implica que o conjunto  $M = \{(z, -x, y) : z \in Z \text{ e } (-x, y) \in T(z)\}$  é fechado no espaço  $\mathbb{R}^e \times \Omega$ . O conjunto  $M$  corresponde ao gráfico da correspondência  $T(z)$ , representando, portanto, todos os planos de produção para cada vetor  $z$ .

Sobre a noção de correspondência e continuidade das mesmas, ver Klein (1973) ou Green e Heller (1982).

(11) Como a preocupação básica agora reside no comportamento de  $T(z)$  para cada vetor  $z$ , para uma maior simplicidade de notação serão excluídas referências ao vetor nos conjuntos que se seguem. Assim,  $X$  e  $Y$  referem-se, na verdade, a  $X(z)$  e  $Y(z)$  para um dado  $z$ .

(12) Essas características podem ser facilmente deduzidas a partir de (A.1) a (A.5). Sendo  $T$  não vazio, então  $Y$  e  $X$  contêm, ao menos, um elemento. A convexidade de  $Y$  pode ser estabelecida a partir de  $y^0$  e  $y^1$  distintos em  $Y$ . Deve existir, portanto,  $x^0 > 0_n$  e  $x^1 > 0_n$ , tais que  $(-x^0, y^0) \in T$  e  $(-x^1, y^1) \in T$ . Como  $T$  é estritamente convexo, a combinação convexa  $(-x^\lambda, y^\lambda)$  dessas duas atividades para  $0 < \lambda < 1$  está no interior de  $T$  e  $y^\lambda$  pertence a  $Y$ . Como  $(-x^\lambda, y^\lambda)$  é ponto interior de  $T$ , existe  $(-x^2, y^2) > (-x^\lambda, y^\lambda)$  tal que  $(-x^2, y^2) \in T$ , sendo  $y^2 \gg y^\lambda$ . Tomando-se uma vizinhança de  $y^\lambda$  com raio igual a  $\xi = \min \{y_i^2 - y_i^\lambda : i=1, \dots, m\}$  percebe-se que  $y^\lambda$  é ponto interior de  $Y$  pois qualquer vetor  $y$  que pertença à vizinhança de  $y^\lambda$  é tal que  $y \ll y^2$  e, portanto, a vizinhança está contida em  $Y$ . Dessa forma,  $Y$  é estritamente convexo. De maneira semelhante, pode-se mostrar que  $X$  é estritamente convexo.

A limitação por cima e por baixo de  $Y$  e  $X$ , respectivamente, decorre diretamente do fato de  $T$  ser limitado por cima, dado  $y$  existe um limite inferior de insumos que geram  $y$  e dado  $x$  existe um limite superior de produto possível de ser obtido com  $x$ .

O fechamento de  $X$  pode ser mostrado a partir de uma seqüência qualquer  $\{x^n \in X\}$  convergente a  $x^0$ . Note que  $\{(-x^n, 0_m) \in T\}$  é uma seqüência convergente a  $(-x^0, 0_m)$ . Sendo  $T$  fechado, então,  $(-x^0, 0_m) \in T$  e, portanto,  $x^0 \in X$ , o que mostra o fechamento de  $X$ . Valendo-se de uma construção um pouco mais elaborada, mas basicamente da mesma forma, se mostra que  $Y$  é fechado.

(13) Claramente, os conjuntos  $X$  e  $Y$  resultam da união de  $X(y)$  e  $Y(x)$ :

$$X = \bigcup_{y \in Y} X(y)$$

$$Y = \bigcup_{x \in X} Y(x)$$

- (14) As provas dessa implicação são semelhantes para o quadro 1.2 e 1.3, assim sō serão mostradas as proposições relativas ao segundo quadro.

Claramente, se o conjunto de possibilidades de produção não é vazio, então  $X(y)$  também não o será. Para provar que  $X(y)$  é fechado, basta verificar que se  $\{x^n \in X(y)\}$  é uma seqüência convergente a  $x^0$ , então  $\{(-x^n, y) \in T\}$  é uma seqüência convergente a  $(-x^0, y)$ . Como  $T$  é fechado  $(-x^0, y) \in T$  e logo  $x^0 \in X(y)$ .

A convexidade estrita de  $X(y)$  pode ser vista, tomando-se  $x^0$  e  $x^1$  distintos em  $X(y)$ . Logo  $(-x^0, y)$  e  $(-x^1, y)$  são duas atividades distintas em  $T$ . Para um  $\lambda$  entre 0 e 1, a atividade  $(-x^\lambda, y)$  resultante da combinação convexa de  $(-x^0, y)$  e  $(-x^1, y)$  está localizada no interior de  $T$ . Logo existe em  $T$   $(-x^2, y^2) > (-x^\lambda, y)$ . Como  $y^2 \gg y$ , então  $(-x^2, y)$  também é factível. Tomando-se uma vizinhança de  $x^\lambda$  com raio igual ao  $\text{Min} \{x_i^\lambda - x_i^2 : x_i^\lambda > 0\}$  nota-se que essa vizinhança está contida em  $X(y)$  e que, portanto,  $X(y)$  é estritamente convexo.

As características (C.2) e (C.3) decorrem diretamente da hipótese de livre desperdício dos insumos e produtos, sendo que C.2 pode ser estabelecido de forma equivalente como:

(C.2') Se  $x \in X(y)$  para  $y \in Y$  então  $x \in X(y^1)$  para  $y^1 \in Y$  tal que  $y^1 < y$ .

Além das possibilidades listada nos quadros (1.2) e (1.3), a condição de  $T$  ser limitado por cima, implica que  $x(y)$  é limitado por baixo para cada  $y \in Y$  e  $Y(x)$  é limitado por cima para cada  $x \in X$ . Note também que pelas hipóteses assumidas sobre  $T$ , se no vetor  $z$  não estão computados insumos ou produtos considerados fixos então:

(i)  $X(0_m) = \{x : x \geq 0_n\}$ ;

(ii)  $Y(0_n) = \{0_m\}$ ;

(iii) Se  $y > 0_m$  então  $0_n$  não pertence a  $X(y)$ .

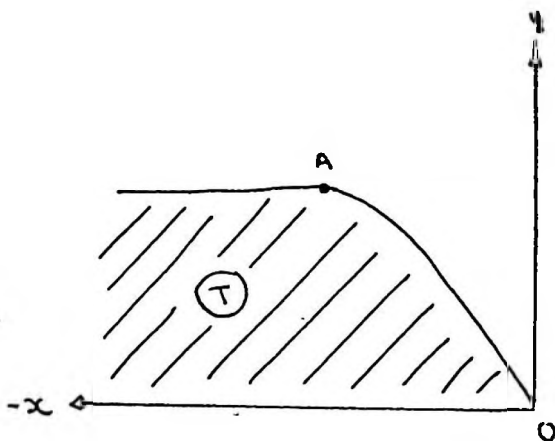
- (15) Para as isoquantas esse fato decorre diretamente da condição C.2, pois  $y^1 > y^0$   $X(y^1)$  está contido em  $X(y^0)$ . De forma análoga, com relação à fronteira de possibilidades de produção  $E(x)$ .

- (16) A convexidade da isoquanta com relação à origem, significa que tomados dois pontos diferentes em  $I(y)$ , o segmento de reta que os liga, isto é, as combinações convexas, está situado acima da isoquanta. Para a fronteira de possibilidades de produção, o segmento de reta estaria por baixo de  $E(x)$  demonstrando sua concavidade.

- (17) O conceito de produção conjunta a que este capítulo se refere, é bastante amplo. Ele engloba os exemplos clássicos de produção simultânea de mais de um bem, como

por exemplo, refinação de petróleo, bem como aqueles casos onde não existe produção conjunta do ponto de vista tecnológico, mas uma empresa produzindo diferentes bens, cada qual com uma determinada tecnologia de produção. Por exemplo, uma firma do setor metalúrgico produzindo para fusos e pregos. Sobre essa distribuição, ver Samuelson (1966), Lau (1972, 1978).

- (18) Note que pela hipótese de convexidade estrita assumida, todos os pontos da fronteira de  $T$  são atividades  $*$  eficientes e, portanto, fazem parte da definição de  $\bar{F}$ . O mesmo não ocorreria se fosse adotada a hipótese de  $T$  ser apenas convexo. Poderia ocorrer de um subconjunto da fronteira de  $T$  não ser constituído de atividades eficientes como exemplifica o gráfico que se segue.



À esquerda do ponto  $A$ , as atividades da fronteira de  $T$  não seriam eficientes (produto marginal nulo) e, portanto, não pertenceriam à função de transformação. Poderia ser adotada outra definição para a função de transformação que seria o máximo de um produto, dado os demais produtos e o vetor  $x$  de insumos. Essa definição alternativa, juntamente com a hipótese de  $T$  ser apenas convexo, levaria a função de transformação a representar todos os pontos da fronteira de  $T$  sendo eles eficientes ou não. A escolha da hipótese de convexidade estrita de  $T$  conduz à equivalência dessas duas definições alternativas de função de transformação.

- (19) As hipóteses de fechamento e limitação por cima do conjunto de possibilidades de produção garantem a definição da função de transformação para quase todos os vetores  $x \in X$  e  $\bar{y} \in \bar{Y}$ , como pode ser visto a seguir. Seja  $x^0 \in X$  e  $\bar{y}^0 \in \bar{Y}$ . Podem, então, existir dois casos. No primeiro, existe um  $y_1^0 \geq 0$  tal que  $(-x^0, y_1^0, \bar{y}^0) \in T$ . Aqui, como  $t$  é limitado por cima, vai existir um vetor  $y^1 > y^0$

tal que  $(-x^0, y^1)$  não pertence a  $T$ . Portanto,  $F(y^0, x^0) = \text{Max} \{y_1 : (-x^0, y_1, \check{y}^0) \in T\} \leq y_1^0$ , e sendo  $T$  fechado é garantida a existência do máximo. Se  $T$  não fosse fechado, então a função de transformação não poderia ser definida, pois  $y_1$  pode se aproximar indefinidamente da fronteira de  $T^1$  sem tocar propriamente na mesma. O segundo caso diz respeito à possibilidade de não existir  $y_1^0 > 0$  tal que  $(-x^0, y_1^0, \check{y}^0) \in T$ . Tal fato pode ocorrer se forem tomados  $\check{y}^0 \in \check{Y}$  cujos elementos são suficientemente grandes e  $x^0 \in X$  com elementos suficientemente pequenos de tal sorte não ser possível gerar qualquer quantidade não negativa do produto 1. Para solucionar esse problema, a definição da função de transformação  $F$  deveria ser estendida para:

$F(y^0, x^0) = \text{Max} \{y_1 : (-x^0, y_1, \check{y}^0) \in T\}$  se existe  $y_1 \geq 0$  tal que  $(-x^0, y_1, \check{y}^0) \in T$ . Caso contrário,  $F(y^0, x^0) = -\infty$

O domínio efetivo de  $F$  para o qual é relevante a análise, consiste de todos os pontos  $x \in X$  e  $\check{y} \in \check{Y}$  para os quais  $F$  assume valores finitos. Sobre a extensão de  $F$  e suas propriedades, ver Rockafellar (1970, seção 4). Para o uso de  $F$  com tal definição estendida, ver Jorgenson e Lau (1974a e 1974b).

- (20) Aqui também será omitido, para uma maior simplicidade da notação, a referência ao vetor  $z$ . Assim, onde se lê  $F(\check{y}, x)$  entenda-se  $F(\check{y}, x)$  para um dado  $z$ , ou seja  $F(\check{y}, x, z)$ .
- (21) O fato do gráfico de  $F$  representar as atividades eficientes, ou seja, representar a fronteira de  $F$ , decorre da própria definição de  $F$ . Se  $y_1 = F(\check{y}, x)$  então  $(-x, y_1, \check{y}) \in T$ . Se esta atividade não é eficiente, então ela está no interior de  $T$ , como se mostrou na nota 9. Portanto, vai existir outra atividade em  $T(-x^1, y_1^1, \check{y}^1) > (-x, y_1, \check{y})$  onde  $(y_1^1, \check{y}^1) \gg (y_1, \check{y})$ . Por A.5  $(-x, y_1^1, \check{y}^1) \in T$  e como  $y_1^1 > y_1$   $y_1$  não poderia ser máximo, contrariando a definição de  $F$ . Portanto, as atividades representadas por  $F$  são eficientes. Por outro lado, se  $(-x, y_1, \check{y}) \in T$  é eficiente, então ela pertence ao gráfico de  $F$ , pois dado  $x$  não existe outra atividade que gere um vetor de produtos superior a  $y$  e, portanto,  $y_1 = F(\check{y}, x)$ . Assim, existem várias alternativas para se representar o conjunto de atividades eficientes: a fronteira de  $T$ , a função de transformação  $F$ , as isoquantas  $I(y)$  e as fronteiras de possibilidade de produção  $E(x)$ .
- (22) No caso mais geral, onde existem insumos ou produtos fixos, essa propriedade pode não valer tal qual explicitada. Se o vetor  $z$  contém apenas insumos e produtos, então a propriedade D.1 pode ser colocada como:
- (D.1') Se  $z = 0_\lambda$  então  $F(0_{m-1}, 0_n) = 0$ .

(23) Uma sêrie de condições equivalentes garantem a continuidade de uma função. Para uma lista dessas condições, ver Mangasarian (1969), apêndice C. A condição mais direta é mostrar que os conjuntos

$$H = \{(-x, y_1, \tilde{y}) : F(\tilde{y}, x) \geq y_1\} \text{ e}$$

$$G = \{(-x, y_1, \tilde{y}) : (F(\tilde{y}, x) \leq y_1)\}$$

são fechados para  $(-x, \tilde{y})$  dentro do domínio de  $F$  e  $y_1 > 0$ . O conjunto  $H$  coincide exatamente com o conjunto de possibilidades de produção  $T$ , e sendo este fechado,  $H$  também o é. Isso é claro, pois:

$$H = \{(-x, y_1, \tilde{y}) : F(\tilde{y}, x) \geq y_1\} \text{ para } y_1 > 0 \text{ e } (x, \tilde{y})$$

no domínio de  $F$

$$= \{(-x, y_1, \tilde{y}) : \text{Max } y_1^0 \geq y_1 \text{ sendo } (-x, y_1^0, \tilde{y}) \in T\}$$

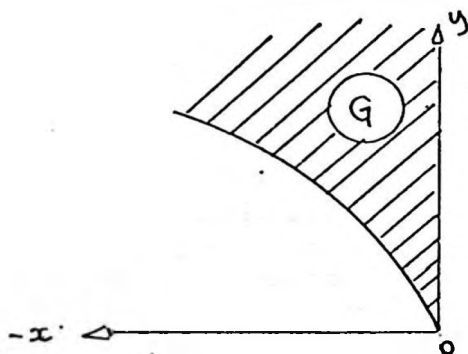
(definição de  $F$ )

$$= \{(-x, y_1, \tilde{y}) : (-x, y_1^0, \tilde{y}) \in T \text{ e } y_1^0 \geq y_1\}$$

$$= \{(-x, y_1, \tilde{y}) : (-x, y_1, \tilde{y}) \in T\} \quad (\text{condição A.5})$$

$$= T$$

O fechamento de  $G$  também é fácil de ser visto, pois  $G$  corresponde à fronteira de  $T$  unida ao complemento de  $T$  com relação a  $\Omega$ . Como a fronteira de  $T$  é fronteira também de seu complemento,  $G$  é um conjunto fechado.



- (24) Uma função  $F$  é dita ser côncava no sentido estrito quando vale a seguinte condição: se  $(y^0, x^0)$  e  $(y^1, x^1)$  são elementos distintos do domínio efetivo de  $F$ , então para qualquer  $0 < \lambda < 1$ , tem-se que:

$$(1-\lambda) F(y^{*0}, x^0) + \lambda F(y^{*1}, x^1) < F(y^{*\lambda}, x^\lambda)$$

onde  $(y^{*\lambda}, x^\lambda)$  é combinação convexa de  $(y^0, x^0)$  e  $(y^1, x^1)$ . Essa condição realmente se verifica para a função de transformação  $F$  pois se  $y_1^0 = F(\tilde{y}^0, x^0)$  e  $y_1^1 = F(\tilde{y}^1, x^1)$  então  $(-x^0, y_1^0, \tilde{y}^0)$  e  $(-x^1, y_1^1, \tilde{y}^1)$  estão dentro de  $T$ . Pelas características de convexidade estrita de  $T$ , a combinação convexa  $(-x^\lambda, y_1^\lambda, \tilde{y}^\lambda)$  dessas duas atividades pertence ao interior de  $T$ , existindo portanto em  $T$  outra atividade de  $(-x^2, y_1^2)$  com a característica  $(-x^2, y_1^2) > (-x^\lambda, y_1^\lambda)$  e  $y_1^2 \gg y_1^\lambda$ . Pela condição A.5, a atividade  $(-x^\lambda, y_1^2, \tilde{y}^\lambda) \in T$  e logo  $F(\tilde{y}^\lambda, x^\lambda) > y_1^2 > (1-\lambda) F(\tilde{y}^0, x^0) + \lambda F(\tilde{y}^1, x^1)$ , o que prova a concavidade de  $F$ .

- (25) A prova que  $F$  é crescente com relação a  $x$  pode ser dividida em duas partes. Na primeira, utilizando-se da hipótese de desperdício em  $T$ , condição A.5, encontra-se que  $F$  não pode ser decrescente em relação a  $x$ . Na segunda parte, as características de convexidade de  $T$  garantem que  $F$  não pode ser constante para alterações no vetor  $x$ . Seja  $y_1^0 = F(\tilde{y}, x^0)$  e  $y_1^1 = F(\tilde{y}, x^1)$  onde  $x^0 < x^1$ . Como  $x^0 < x^1$ , a hipótese A.5 de  $T$  implica que a atividade  $(-x^1, y_1^0, \tilde{y})$  pertence a  $T$ . Portanto, pela definição de  $F$  tem-se que  $F(\tilde{y}, x^0) = y_1^0 \leq y_1^1 = F(\tilde{y}, x^1)$ . Se  $y_1^0 = y_1^1 = y_1$  então para  $0 < \lambda < 1$ , a atividade  $(-x^\lambda, y_1, \tilde{y})$  resultante da combinação convexa de  $(-x^1, y_1, \tilde{y})$  e  $(-x^0, y_1, \tilde{y})$ , pertence ao interior de  $T$ , existindo, portanto, uma atividade em  $T(-x^2, y_1^2, \tilde{y}^2)$  onde  $(-x^2, y_1^2, \tilde{y}^2) > (-x^\lambda, y_1, \tilde{y})$  e  $(y_1^2, \tilde{y}^2) \gg (y_1, \tilde{y})$ . Como  $x^1 > x^0$ , então  $x^0 < x^\lambda < x^1$  logo  $(-x^1, y_1^2, \tilde{y}) \in T$ . Finalmente, sendo  $y_1^2 > y_1 = y_1^1 = y_1^0$  chega-se a uma contradição, dado que  $y_1^1$  não seria o máximo do produto 1 definido através de  $F$  com argumentos  $(\tilde{y}, x^1)$ .

- (26) A idéia da prova de  $F$  com relação a  $\tilde{y}$  é a mesma da nota anterior. Seja  $y_1^0 = F(\tilde{y}^0, x)$  e  $y_1^1 = F(\tilde{y}^1, x)$  sendo  $\tilde{y}^1 > \tilde{y}^0$ . Portanto, por A.5, a atividade  $(-x, y_1^1, \tilde{y}^0) \in T$  e logo  $F(\tilde{y}^0, x) = y_1^0 \geq y_1^1 = F(\tilde{y}^1, x)$ . Se  $y_1^0 = y_1^1 = y_1$ , então  $(-x, y_1, \tilde{y}^\lambda)$  pertence ao interior de  $T$  para  $0 < \lambda < 1$  onde  $\tilde{y}^\lambda = \lambda \tilde{y}^1 + (1-\lambda)\tilde{y}^0$ . Existe, portanto,  $(-x^2, y_1^2, \tilde{y}^2)$  em  $T$  tal que  $(-x^2, y_1^2, \tilde{y}^2) > (-x, y_1, \tilde{y}^\lambda)$  e  $(y_1^2, \tilde{y}^2) \gg (y_1, \tilde{y}^\lambda)$ . Como  $y_1^2 > y_1^\lambda > y_1^0$ , a atividade  $(-x, y_1^2, \tilde{y}^0) \in T$  e sendo  $y_1^2 > y_1 = y_1^0$ , não pode ser máximo definido por  $F(\tilde{y}^0, x)$ , o que resulta em uma contradição.

- (27) Custo de oportunidade entendido aqui na sua definição usual, o sacrifício na produção do bem 1 necessário para aumentar a produção de algum dos demais bens.
- (28) A expressão (1.9) pode ser assim provada. Seja  $y_1^0 = F(\tilde{y}, x)$  e  $y_1^1 = F(\tilde{y}, x+2\Delta)$  onde  $\Delta$  é um vetor tal que  $\Delta > 0_n$ . Como  $F$  é estritamente côncava, então para  $0 < \lambda < 1$ , tem-se que  $F(\tilde{y}, \lambda x + (1-\lambda)(x+2\Delta)) > \lambda F(\tilde{y}, x) + (1-\lambda) F(\tilde{y}, x+2\Delta)$ . Em particular para  $\lambda=1/2$   $F(\tilde{y}, x+\Delta) > 1/2 F(\tilde{y}, x) + 1/2 F(\tilde{y}, x+2\Delta)$  ou  $2 F(\tilde{y}, x+\Delta) > F(\tilde{y}, x) + F(\tilde{y}, x+2\Delta)$ . Arranjando-se os termos chega-se finalmente a  $F(\tilde{y}, x+\Delta) - F(\tilde{y}, x) > F(\tilde{y}, x+2\Delta) - F(\tilde{y}, x+\Delta)$ . A prova da expressão (1.10) é semelhante, tomando-se  $y_1^0 = F(\tilde{y}, x)$  e  $y_1^1 = F(\tilde{y}+2\Delta, x)$ , e será aqui omitida.
- (29) A esse respeito, ver McFadden (1978), corolário 21, p. 79, que mostra se  $(O_n, O_m) \in T(z)$  para cada vetor  $z$  de parâmetros, então uma função distância é contínua em  $\tilde{y}$ ,  $x$  e  $z$ .
- (30) Ver McFadden (1978), seção 7, página 30, sobre as propriedades de funções distância.
- (31) Para continuar com o mesmo nível de generalidade, McFadden (1978) introduz o conceito de tecnologia translacionada efetuando uma operação sobre a família de conjuntos  $T(z)$  que obedece às mesmas hipóteses e possui a origem no seu interior. Ver McFadden (1978), p.76, seção 16. A hipótese da necessidade de um vetor  $x > 0_n$  para gerar um  $y > 0_n$  é importante apenas para estabelecer uma relação biunívoca entre a função custo e a função de transformação. Ver Nerlove (sem data).
- (32) Jorgenson e Lau (1974), mostram a determinação das características do conjunto  $T$  de possibilidades de produção através de hipóteses sobre  $F$ .



## CAPÍTULO 2

## RELAÇÕES ECONÔMICAS E DUALIDADE

No capítulo anterior, foram discutidas formas equivalentes de representação dos limites tecnológicos impostos a uma empresa. Um caminho alternativo, mas igualmente válido, está na adoção de outro ponto de partida que não a especificação de uma função de transformação ou conjunto de possibilidades de produção.

Considere o seguinte problema de mínimo:

$$\begin{array}{ll} \text{Mínimo} & C = w_1 x_1 + \dots + w_n x_n \\ \text{x} & \\ \text{Sujeito} & y_1 = F(\bar{y}, x) \end{array} \quad \{2.1\}$$

onde  $w_i$  são os preços dados dos fatores de produção,  $C$  a equação de custo e demais símbolos como definidos no capítulo anterior. Neste problema existe a especificação, *a priori*, de uma função de transformação  $F$  que deve obedecer a algumas condições de regularidade. Dado o vetor  $y$  de produtos e  $w$  de preços de fatores, o problema (2.1) consiste na busca dos vetores  $x$  que tornem mínimo o custo total de produção. Montada a função de Lagrange, as condições de primeira ordem para a solução do problema acima são dadas por:

$$\begin{array}{ll} w_i = \lambda F_i(\bar{y}, x) & i=1, \dots, n \\ y_1 = F(\bar{y}, x), & \text{onde} \end{array} \quad \{2.2\}$$

$\lambda$  é o multiplicador de Lagrange e  $F_i = \partial F / \partial x_i$   $i=1, \dots, n$ .

A solução do sistema (2.2) conduz a um conjunto de funções demanda derivada de fatores compatíveis com a hipótese de minimização de custos, e a solução ótima para  $\lambda$ . Essas soluções são expressas como funções do vetor de preços e produtos, dadas formalmente por:

$$\begin{aligned} x_i^* &= x_i^*(y, w) & i=1, \dots, n \\ \lambda^* &= \lambda^*(y, w) \end{aligned} \quad \{2.3\}$$

A substituição de (2.3) na equação de custo de (2.1) leva ao conceito familiar de função custo dos livros textos,  $C=C(Q)$  onde  $Q$  é a quantidade, estando por trás dessa formulação o vetor de preços de insumos. Essa função relaciona para cada vetor de preços o mínimo custo de se chegar a um determinado vetor  $y$  de produto:

$$\bar{C} = w_1 x_1^* + \dots + w_n x_n^* = \bar{C}(y, w) \quad \{2.4\}$$

Ao problema especificado em (2.1) será dado o nome de primal. Para esse problema, parte-se de uma função de transformação (ou de outra representação tecnológica) com certas características e chega-se à função custo e demandas de fatores.

Vamos considerar outro problema, semelhante a (2.1). Partindo-se de uma função custo que obedece a algumas condições de regularidade, vamos minimizar com relação aos preços a equação de custo:

$$\begin{aligned} \text{Mínimo}_w \quad C &= w_1 x_1 + \dots + w_n x_n \\ \text{Sujeito} \quad C &= C(y, w) \end{aligned} \quad \{2.5\}$$

As condições de primeira ordem para a solução de (2.5) são dadas por:

$$\begin{aligned} x_i &= \lambda C_i^* \quad i=1, \dots, n \\ C &= C^*(y, w), \text{ onde} \end{aligned} \quad \{2.6\}$$

$\lambda$  é o multiplicador de Lagrange e  $C_i^* = \partial C / \partial w_i$ ,  $i=1, \dots, n$ .

A solução do sistema (2.6) é expressa em função de  $C$ ,  $y$  e  $x$ .

Formalmente:

$$\begin{aligned} \bar{w}_i &= \bar{w}_i^*(C, y, x) \quad i=1, \dots, n \\ \bar{\lambda} &= \bar{\lambda}^*(C, y, x) \end{aligned} \quad \{2.7\}$$

Agora, a substituição de (2.7) de volta ao problema (2.5) conduz a uma relação apenas entre o vetor de produto  $y$  e o vetor de insumos  $x$  original. Esse problema alternativo foi chamado de dual por Shephard (1953).<sup>(1)</sup> Os termos dual e primal têm aqui a mesma conotação utilizada em programação linear. O importante a ser notado nesse segundo problema, no problema dual, é que a relação derivada a partir da solução deste, entre o vetor  $y$  e o vetor  $x$ , nada mais é que a representação tecnológica inicial do problema primal (2.1).

Existe, portanto, um caminho alternativo para se estudar a produção. Ao invés de se partir de uma função de transformação com certas hipóteses, pode-se iniciar o estudo a partir de uma função que resume um comportamento econômico, como por exemplo, a função custo, ou seja, partir do lado dual para o primal, e é essa a base da teoria de dualidade em economia. Em programação linear não existe vantagens na maior parte dos problemas empíricos, para se trabalhar inicialmente com o problema dual.

Mas, a adoção de uma função custo (receita ou lucro) como cerne de um modelo de produção, além das vantagens econo-métricas enumeradas na introdução da primeira parte deste estudo, traz consigo outros benefícios. Em primeiro lugar, os resultados de estática comparativa são facilmente deriváveis a partir do lado dual, como mostra Silberger (1974) e Cass (1974). Em segundo lugar, a imposição de características sobre as funções econômicas permite ainda um grau de generalidade bastante amplo para as representações tecnológicas, uma flexibilidade alcançada bem superior à encontrada nos trabalhos onde se escolhe, *a priori*, uma função de produção do tipo Cobb-Douglas ou CES.

O quadro 2.1, abaixo, extraído a partir de Nerlove (sem data), exemplifica pares duais de funções custo e funções de produção.

QUADRO 2.1  
PARES DUAIS DE FUNÇÃO CUSTO E FUNÇÃO DE PRODUÇÃO  
(continua)

Função Custo	Função de Produção
<p>1. Cobb Douglas</p> $C = \gamma f(y) w_1^{\alpha_1} \dots w_n^{\alpha_n}$ <p style="text-align: center;">onde</p> $\gamma = A^{-1} \alpha_1^{-\alpha_1} \dots \alpha_n^{-\alpha_n}$	$f(y) = A x_1^{\alpha_1} \dots x_n^{\alpha_n}$ <p style="text-align: center;">se</p> $f(y) = y^{1/\mu}$ <p>então o grau de retornos à escala é <math>\mu</math></p>

QUADRO 2.1  
 PARES DUAIS DE FUNÇÃO CUSTO E FUNÇÃO DE PRODUÇÃO  
 (conclusão)

Função Custo	Função de Produção
<p>2. CES</p> $C = ((w_1 f_1(y))^{1-\sigma} + \dots + (w_n f_n(y))^{1-\sigma})^{1/(1-\sigma)}$	$1 = ((\frac{x_1}{f_1(y)})^{1-1/\sigma} + \dots + (\frac{x_n}{f_n(y)})^{1-1/\sigma})^{1/(1-1/\sigma)}$ <p>Se <math>f_1(y) = \dots = f_n(y) = y^{1/\mu}</math>, então o grau de retornos à escala é <math>\mu</math></p>
<p>3. Leontief</p> $C = \psi [f_1(y) + \dots + w_n f_n(y)]$	$1 = \text{Min} \left\{ \frac{x_1}{f_1(y)} \dots \frac{x_n}{f_n(y)} \right\}$ <p>se <math>f_1(y) = \dots = f_n(y) = y^{1/\mu}</math> então o grau de retornos à escala é <math>\mu</math></p>
<p>4. Substituição perfeita</p> $C = \text{Min} \{ w_1 f_1(y), \dots, w_n f_n(y) \}$	$1 = \frac{x_1}{f_1(y)} + \dots = \frac{x_n}{f_n(y)}$ <p>Se <math>f_1(y) = \dots = f_n(y) = y^{1/\mu}</math> então o grau de retornos à escala é <math>\mu</math>.</p>

Fonte: Nerlove (sem data), p.8.

Obs.: Todos os quatro exemplos referem-se à produção simples. Para exemplos de produção conjunta, ver Hasenkamp (1976). Para uma derivação didática da Cobb-Douglas e CES, ver Binswanger (1975).

Tecnologias mais complexas para as quais não existem representações adequadas através de funções de produção, podem ser estudadas através da análise de funções econômicas. Usando as palavras de McFadden(1978), essas funções seriam "estatísticas suficientes para os trabalhos empíricos de produção".(2)

Os primeiros teoremas de dualidade entre função custo e tecnologia foram provados por Shephard (1953). Uzawa (1964), relaxando as hipóteses de diferenciabilidade de Shephard, mostrou que a dualidade entre função custo e função de produção na decorrência de que sendo fechado, todo conjunto de possibilidades de produção convexo pode ser gerado pela intersecção de seus hiperplanos de apoio. Shephard (1970), Diewert (1973, 1974b) e McFadden (1966, 1978) generalizam os teoremas para funções receita e função lucro.

## 2.1 Função custo

Sendo  $w$  um vetor de preços de insumos estritamente positivo<sup>(3)</sup>, será assumido o seguinte comportamento econômico para a empresa:

"Dado um vetor de preços  $w \gg 0_n$ , para cada vetor  $y$  de produto a empresa irá escolher a combinação de insumos que retome o mínimo custo."

Aceita essa hipótese de comportamento, a função custo será definida por:

$$C(y, w) = \underset{x}{\text{Min}} \{wx : x \in X(y)\} \text{ para } \quad \{2.8\}$$

$$w \gg 0_n \text{ e } y \in Y. \quad (4), (5)$$

A função custo, como acima definida, mostra para cada vetor  $w$  de preços, o mínimo custo associado a um dado nível de produto  $y$ . A obtenção de  $C$ , dessa forma, é análoga ao resultado encontrado em (2.4).

O vetor de demanda compensada associado ao mínimo custo pode ser definido por:

$$u(y, w) = \{x \in X(y) : wx = c(y, w)\} \text{ para } w \gg 0_n \text{ e } y \in Y \quad \{2.9\}$$

Note que a convexidade estrita de  $X(y)$  mostrada no capítulo anterior, garante que o vetor de demanda compensada é único. (6), (7)

As seguintes propriedades podem ser mostradas com relação à função custo, garantido que o conjunto de possibilidades de produção se comporta como descrito no capítulo anterior.

## QUADRO 2.2

### CONDIÇÕES DE REGULARIDADE DA FUNÇÃO CUSTO

- (E.1) Para  $y \in Y$  e  $w \gg 0_n$ , a função custo é uma função não negativa, isto é,  $C(y, w) \geq 0$ ;
- (E.2)  $C(y, w)$  é homogênea de grau 1 e côncava nos preços;
- (E.3)  $C(y, w)$  é não decrescente para aumentos no vetor  $w$  de preços;
- (E.4)  $C(y, w)$  é não decrescente e convexa em  $y$ ;
- (E.5)  $C(y, w)$  é contínua em  $y, w$  e  $z$ , diferenciável em  $w$  e
- $$\frac{\partial C}{\partial w_i} = \mu_i(w, y) \text{ para } i=1, \dots, n.$$

A primeira condição é uma característica de consistência na definição da função custo. Não faz sentido supor um custo de produção negativo.<sup>(8)</sup> Note que  $C(y, w) = 0$  apenas quando  $y = 0_m$ , pois sendo  $y > 0_m$ , então  $0_n$  não pertence a  $X(y)$  e  $w \gg 0_n$  não pode conduzir a um mínimo custo nulo.

A propriedade (E.2), a função custo é linearmente homogênea em  $w$  mostra que se todos os preços mudarem em uma mesma proporção, então a alocação ótima não se altera, e o custo varia na mesma proporção. Formalmente, essa propriedade pode ser expressa como  $\lambda > 0$ .<sup>(9)</sup> A concavidade da função custo com relação aos preços dos insumos  $w$  está relacionada com a forma da fronteira de preços de fatores.<sup>(10)</sup> Trazendo do capítulo anterior a definição de concavidade de uma função, tem-se que para  $0 \leq \lambda \leq 1$ , então,  $C(y, w^\lambda) \geq \lambda C(y, w^1) + (1-\lambda) C(y, w^0)$  sendo  $y \in Y$ ,  $w^0 \gg 0_n$  e  $w^1 \gg 0_n$ , onde  $w^\lambda = \lambda w^1 + (1-\lambda) w^0$ .<sup>(11)</sup>

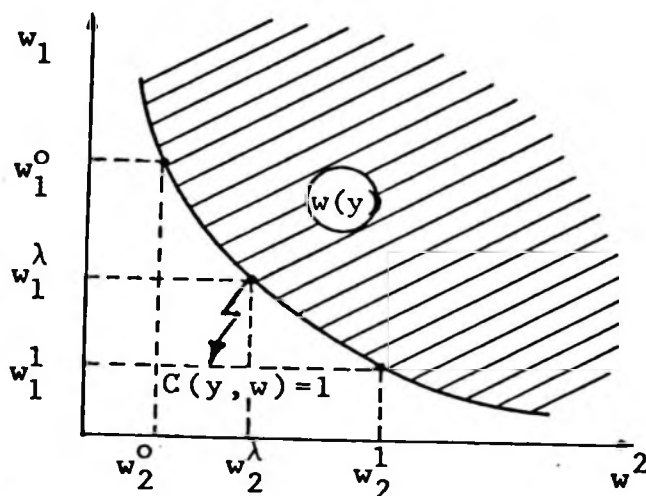
Agrupando-se todos os vetores  $w \gg 0_n$  para os quais o mínimo custo é maior ou igual a unidade no conjunto  $w(y)$ , tem-se que a fronteira deste conjunto nada mais é que a fronteira de preços de fatores, relacionando para cada vetor  $y$  de produto, os preços  $w$  para os quais o custo de produção é o mesmo.

$$W(y) = \{w \gg 0_n : C(y, w) \geq 1\} \text{ para } y \in Y \quad \{2.10\}$$

Para um sistema com dois fatores, o gráfico 2.1 mostra uma fronteira de preços de fatores típica.



GRÁFICO 2.1  
FRONTEIRA DE PREÇOS DE FATORES



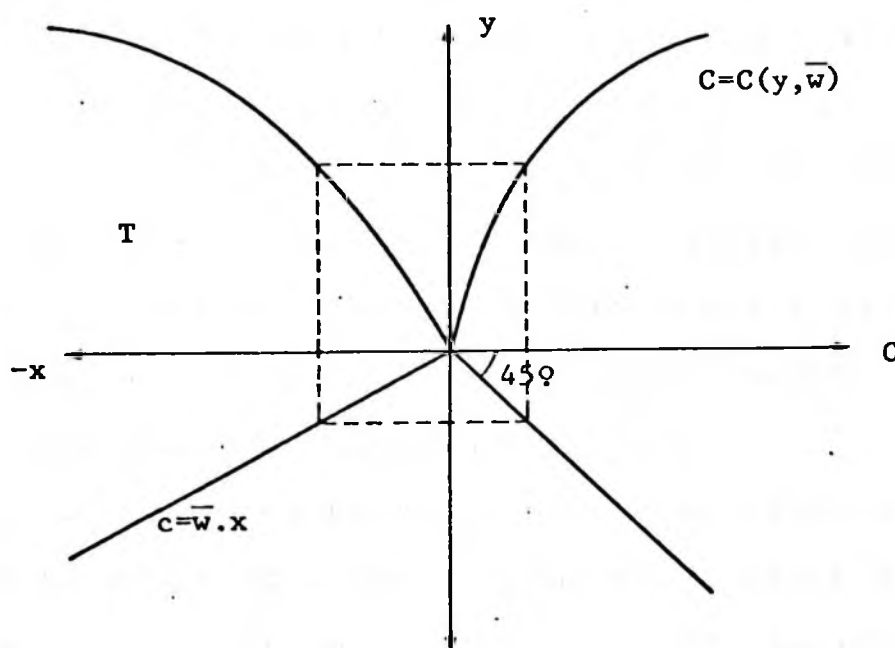
Tomando-se dois pontos sobre essa fronteira,  $w^0$  e  $w^1$  a concavidade de  $C$  com relação a  $w$  implica que  $C(y, w^\lambda) \geq 1$  onde  $w^\lambda = w^1 + (1-\lambda)w^0$  para  $0 \leq \lambda \leq 1$ , ou seja, o mínimo custo para uma média ponderada de dois preços não é menor que a média dos dois custos.

A terceira propriedade diz respeito ao comportamento da função custo para aumentos nos preços. Se  $w^0 < w^1$ , então não pode acontecer de  $C(y, w^0) > C(y, w^1)$ , característica de consistência da definição da função custo.<sup>(12)</sup> Essa propriedade pode ser também vista no gráfico 2.1. Tomando-se um ponto em cima da fronteira de preços de fatores, como  $w^0$ , o aumento de apenas um dos preços mostra um movimento para fora da fronteira  $C(y, w)=1$ .

A propriedade (E.4) mostra o comportamento da função custo com relação às variações no vetor de produto. Em primei-

ro lugar, para dado preço  $w \gg 0_n$ , o custo de produção não diminui para aumentos no vetor de produto. Formalmente, se  $y^0$  e  $y^1$  pertencem a  $Y$  e  $y^1 > y^0$  então  $C(y^1, w) > C(y^0, w)$ . A implicação dessa propriedade é que  $W(y^1) \succ W(y^0)$ , ou seja, as fronteiras de preços de fatores não se cruzam<sup>(13)</sup>, e os custos marginais não são negativos. A convexidade da função custo em relação ao produto é uma propriedade bastante conhecida em economia, ao menos na versão de produto único. Em termos mais conhecidos, essa propriedade pode ser traduzida para custo marginal crescente. O gráfico 2.2, na versão de produção única, constrói a relação entre mínimo custo e produto.

GRÁFICO 2.2  
CONVEXIDADE DE  $C(y, w)$  COM RELAÇÃO A  $y$



Note que a convexidade da função custo com relação a  $y$  está relacionada com a convexidade do conjunto  $T$  de possibilidades de produção (ou com a concavidade da função de transformação).<sup>(14)</sup> A versão discreta do resultado sobre acréscimos crescentes no custo total para aumentos em  $y$  pode ser definida como:

$$C(y+2\Delta, w) - C(y+\Delta, w) \geq C(y+\Delta, w) - C(y, w), \text{ onde } \{2.11\}$$

onde  $\Delta > 0_m$ .<sup>(15)</sup> Tornando  $\Delta = (0, \dots, \Delta_i, \dots, 0)$ , a expressão (2.11) pode ser traduzida para  $\partial^2 C / \partial y_i^2 \geq 0$ , ou seja, custo marginal não decrescente com relação ao fator  $i$ .

Finalmente, a quinta e última propriedade da função custo expressa algumas condições matemáticas importantes, acerca de seu comportamento: continuidade com relação a  $y$ ,  $w$  e  $z$  diferenciabilidade com relação a  $w$ .<sup>(16)</sup>

A segunda parte da quinta propriedade da função custo é conhecida na literatura como Lema de Shephard-Uzawa-McFadden. Embora no contexto da função lucro, essa propriedade já tenha sido percebida por Hotelling (1932), Shephard (1953) foi o primeiro autor a prová-la formalmente. Posteriormente, Uzawa (1964) e McFadden (1966) mostraram novamente essa propriedade em um contexto mais geral, com hipóteses menos restritivas que as utilizadas por Shephard (1953).

Expressando a mudança no custo mínimo de produção, dado uma alteração no preço do fator  $i$ , como sendo igual à demanda compensada deste fator, o Lema de Shephard-Uzawa-McFadden ganha importância no contexto de estudos empíricos de produ-

ção. Sistemas de funções demanda derivada podem ser gerados de forma simples e direta, através da especificação de funções custo.

O fato da função custo ser homogênea de grau 1 nos preços antecipa, embora não possa ser considerado como prova<sup>(17)</sup>, o Lema de Shephard-Uzawa-McFadden. Pelo Teorema de Euler sobre funções homogêneas, sendo a função custo linearmente homogênea com relação aos preços  $w$ , tem-se que:

$$C = w_1 \frac{\partial C}{\partial w_1} + \dots + w_n \frac{\partial C}{\partial w_n} \quad (18) \quad \{2.12\}$$

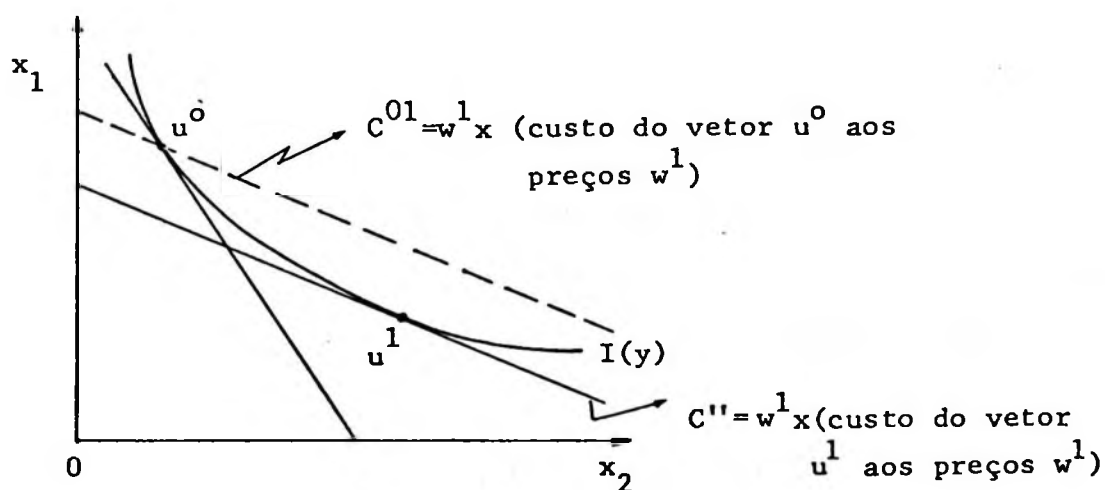
A relação acima, juntamente com a equação de custo  $C = w_1 x_1 + \dots + w_n x_n$  dão como natural a dedução do Lema de Shephard-Uzawa-McFadden.

Para o vetor de demandas compensadas  $\mu(w, y)$ , pode-se mostrar ser este contínuo em  $(w, y, z)$  e homogêneo de grau zero nos preços  $w$ .<sup>(19)</sup> A homogeneidade de  $\mu$  com relação a  $w$  estabelece a importante regra de comportamento das funções demanda para mudanças nos preços: apenas as alterações nos preços relativos são capazes de alterar as demandas; modificações de um mesmo fator de proporcionalidade nos preços deixam invariantes as demandas.

Outras características da função custo mostram importantes relações entre as demandas compensadas e os preços dos fatores. Tomando-se  $w^0$  e  $w^1$  estritamente positivos, as demandas associadas a esses dois vetores de preços são dadas por  $\mu^0$  e  $\mu^1$ , respectivamente. Pela definição da função custo tem-se que  $C(y, w^0) = w^0 \mu^0 \leq w^0 x$  para qualquer vetor  $x$ , tal

que  $x \in X(y)$  e, em particular,  $w^0 \mu^0 \leq w^0 \mu^1$ . Com o mesmo raciocínio, chega-se a  $w^1 \mu^1 \leq w^1 \mu^0$ . Em termos gráficos, essas comparações podem ser vistas através da avaliação da demanda  $\mu^0$  aos preços  $w^1$  e de  $\mu^1$  aos preços  $w^0$ . No exemplo do gráfico 2.3, o custo da cesta  $\mu^0$  aos preços  $w^1$  computado pela equação  $C^{01} = w^1 \mu^0$  está sobre a isocusto  $C^{01} = w^0 x$ , superior à isocusto que obedece  $C^{11} = w^1 \mu^1$ ,

GRÁFICO 2.3  
DEMANDA COMPENSADA E PREÇOS DOS FATORES



As duas desigualdades acima combinadas implicam na relação  $(w^0 - w^1) (\mu^0 - \mu^1) \leq 0$  ou, escrevendo-se o vetor de preços  $w^1$  sob a forma  $w^1 = w^0 + \Delta w$ ,  $\Delta w (\mu^0 - \mu^1) \geq 0$ . Para um vetor  $\Delta w$  na forma  $\Delta w = (0, \dots, \Delta w_i, \dots, 0)$  chega-se a  $\Delta w_i (\mu_i^0 - \mu_i^1) \geq 0$ . Portanto, se  $\Delta w_i > 0$  ( $w_i^1 > w_i^0$ ) então  $\mu_i^0 \geq \mu_i^1$  e vice-versa, o que mostra a relação inversa entre a demanda derivada de um fator e o seu próprio preço.

Até aqui foi mostrado que a aceitação de certas condições de regularidade nas representações tecnológicas implicam em algumas características que devem ser obedecidas por uma função derivada de uma hipótese de comportamento econômico: a função custo. Agora será proposto o raciocínio inverso. Supondo que a função custo da empresa é conhecida, e que esta atende as propriedades colocadas no quadro 2.2, existe então uma representação tecnológica (função de transformação, conjunto de possibilidades de produção etc.), tal que esta função custo possa ser obtida através de minimização de custos? Existindo tal representação, quais seriam suas características e como seria possível remontá-la a partir da função custo? A resposta a estas questões forma a parte central da dualidade. Shephard (1953) e Uzawa (1964) foram os primeiros economistas a responder formalmente a essas perguntas.

A adoção de hipóteses sobre a representação tecnológica permite a dedução de uma função custo com certas características. Da mesma maneira, partindo-se de uma função custo que obedece a algumas hipóteses, pode-se chegar à representação tecnológica que originou tal função, sendo que esta representação obedece a regras bem definidas. Em outras palavras, todas as características da estrutura tecnológica de uma empresa estão embutidas em sua função custo. Portanto, distintas estruturas de custo geram diferentes estruturas tecnológicas e vice-versa.

A operação que obtém a representação tecnológica a partir da função custo definida por (2.13) abaixo, será denominada de mapeamento tecnológico.

$$X(y) = \{x \geq 0_n : WX \geq C(y, w) \text{ para todo } w \gg 0_n\} \quad \{2.13\}$$

para  $y \in Y$  dado  $z$ . O conjunto de possibilidades de produção pode ser recuperado através da operação:

$$\hat{X}(z) = \{(-x, y) : x \in X(y) \text{ e } y \in Y\} \quad \{2.14\}$$

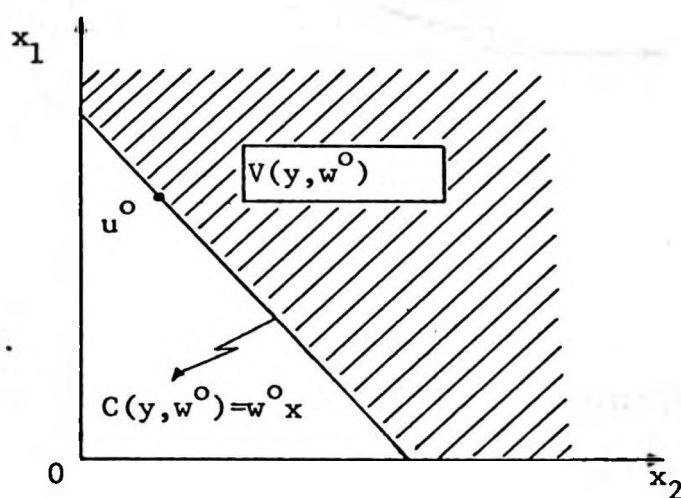
Aceitas as hipóteses discutidas no capítulo anterior sobre o conjunto de possibilidades de produção, foi mostrado que a função custo definida por (2.8) obedece às condições sumariadas no quadro 2.2. E, a partir da função custo com as características do quadro 2.2, a aplicação do mapeamento tecnológico (2.13) conduz a construção do conjunto  $\hat{X}(y)$  que coincide com o conjunto de requerimentos de insumos original que gerou a função custo. (20)

Embora a recuperação matemática da representação tecnológica seja possível em tese para quaisquer funções custo, tal procedimento pode-se tornar virtualmente impossível na prática, dependendo da complexidade da forma funcional que se adote para a função custo. Mas, tal impossibilidade não tem importância, pois os teoremas de dualidade mostram que a representação tecnológica existe, apenas não é viável a obtenção da função de produção ou transformação. Note, portanto, que a dualidade aplicada à produção, permite, ao menos em teoria, abordar questões ou problemas tecnológicos que poderiam não ser bem analisadas via a adoção de uma função de produção ou transformação.

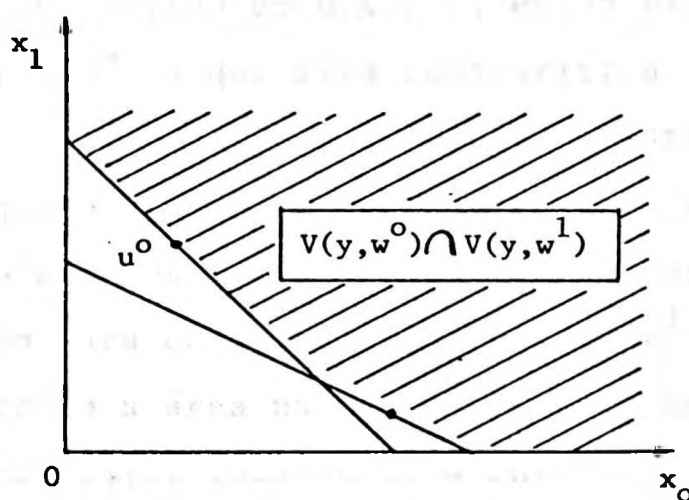
O procedimento (2.13) do mapeamento tecnológico, resulta da aplicação do Teorema de Minkowski: todo conjunto conve

o conjunto  $x(y)$  fechado, pode ser representado pelos seus hiperplanos de sustentação (as isocustos  $wx=C(y,w)$  para  $w \gg 0_n$ ). A recuperação da representação tecnológica através da função custo pode ser vista nos gráficos 2.4.a, 2.4.c.

GRÁFICO 2.4  
MAPEAMENTO TECNOLÓGICO



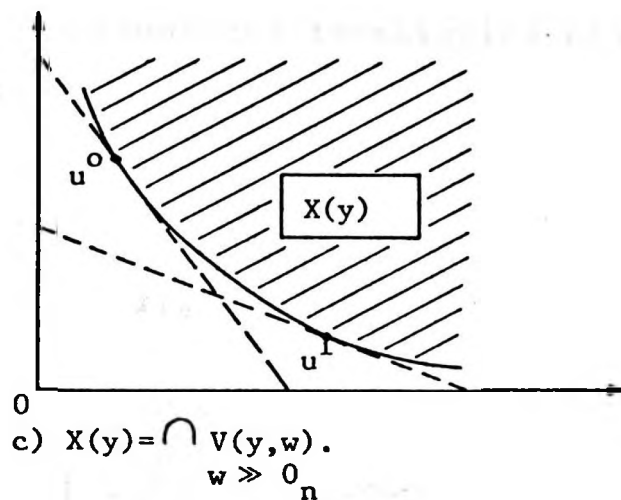
a)  $x(y)$  está contido em  $V(y, w^0)$



b)  $x(y)$  está contido na intersecção de  $V(y, w^0)$  e  $V(y, w^1)$



c)



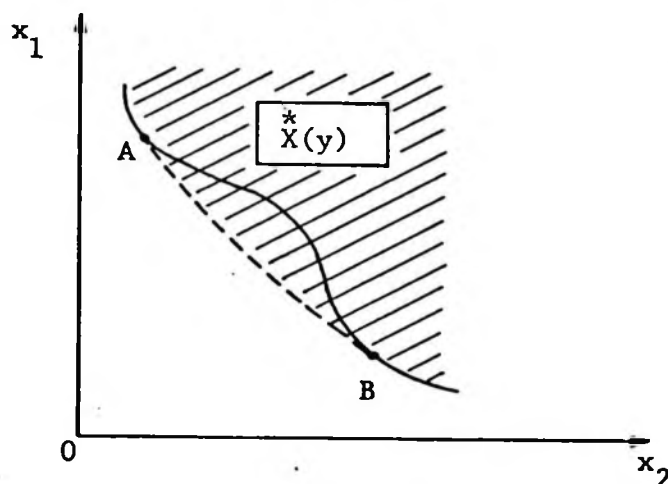
Tomando-se  $w^0 \gg 0_n$ , sabe-se pela definição da função custo que  $X(y)$  está contido dentro do conjunto:

$$v(y, w^0) = \{x : C(y, w^0) = w^0 \mu^0 \leq w^0 x\} \quad \{2.15\}$$

onde  $\mu^0$  é o vetor de demanda compensada a preços  $w^0$ . Caso  $x(y)$  não estivesse contido em  $v(y, w^0)$ , então existiria  $x \in X(y)$  tal que  $C(y, w^0) > w^0 x$  o que iria contrariar a definição da função custo. O fato de  $X(y)$  ser fechado e estritamente convexo, garante que o hiperplano de sustentação dado pela isocusto  $C(y, w^0) = w^0 x$  encosta  $X(y)$  em apenas um ponto. Repetindo-se a operação para outro vetor de preços  $w^1 \gg 0_n$ , limita-se mais um pouco a área na qual  $X(y)$  está contido, como mostra o gráfico 2.4.b. Tomando-se a intersecção dos conjuntos  $(y, w)$  para todos os vetores  $w \gg 0_n$ , chega-se ao conjunto  $x(y)$  de requerimentos de insumos.

Note que caso  $x(y)$  não seja convexo (e, portanto,  $T(z)$  também não o será), então o mapeamento tecnológico 2.13 não coincide com a representação tecnológica original, como mostra o gráfico 2.5.

GRÁFICO 2.5  
 $x(y)$  NÃO CONVEXO

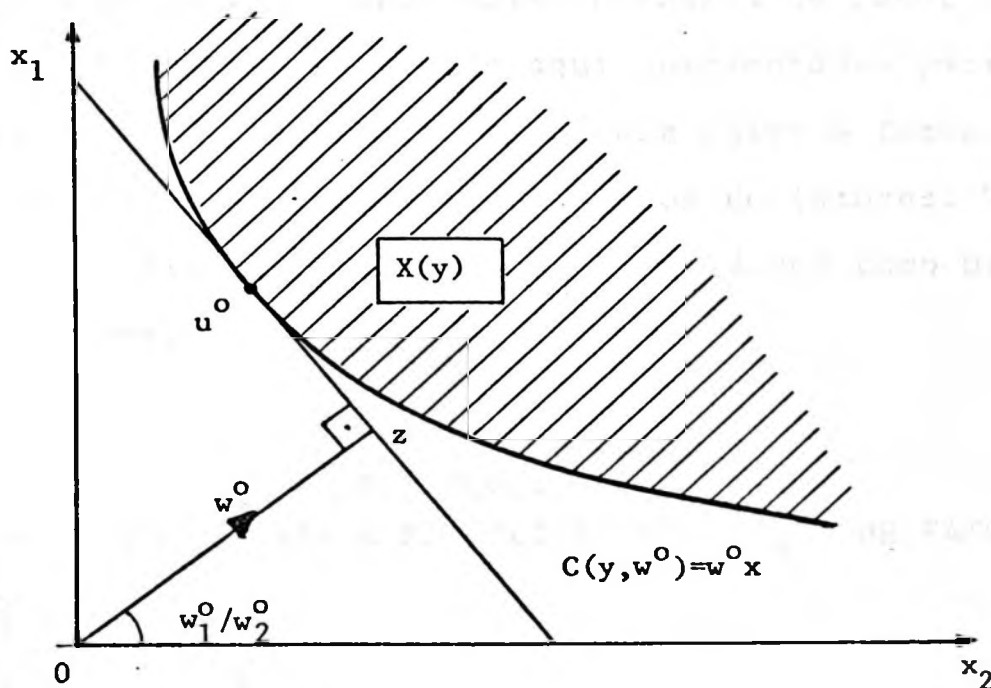


A linha cheia no gráfico 2.5 mostra a isoquanta  $I(y)$  original, enquanto que a linha tracejada mostra a isoquanta reconstituída a partir do mapeamento tecnológico. Tal possibilidade não tem a menor importância do ponto de vista prático. Pode-se trabalhar perfeitamente com o conjunto  $\tilde{X}(y)$  como se este fosse a representação tecnológica correta, pois a preços positivos, as alocações entre os pontos  $A$  e  $B$  jamais serão observadas. Nas palavras de Samuelson (1950, p.359-60):

"It will be noted that any point where the indifference curves are convex rather than concave cannot be observed in a competitive market. Such points are shrouded in eternal darkness ...".

Shephard (1953) apresenta uma interpretação gráfica bastante simples da dualidade entre função custo e as isoquantas, em um contexto de produção única.

GRÁFICO 2.6  
VISÃO GEOMÉTRICA DA FUNÇÃO CUSTO



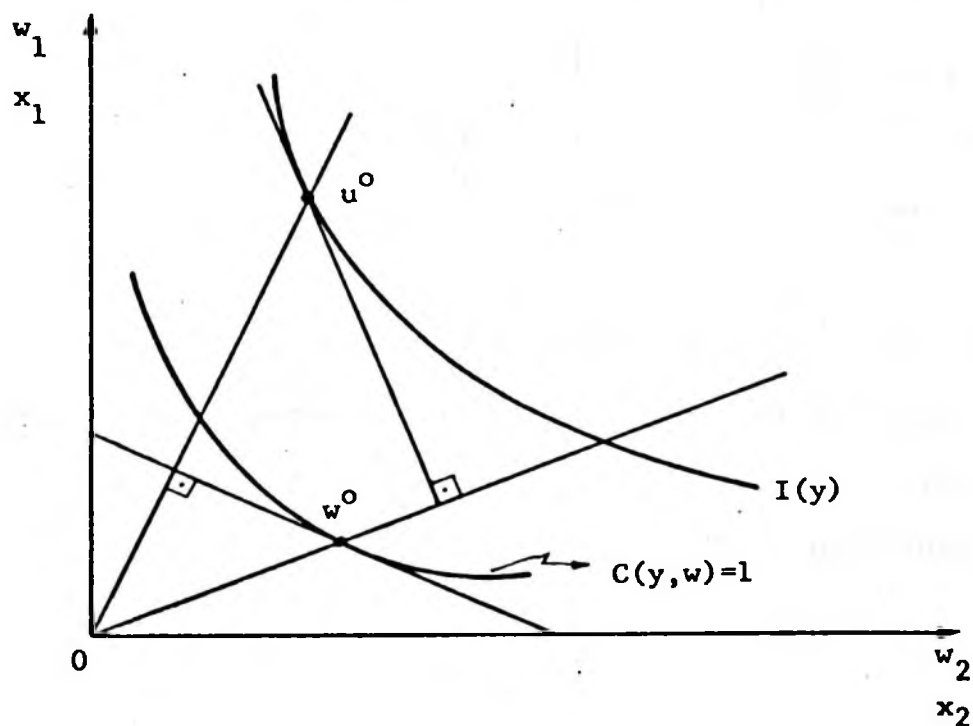
Dado o vetor de preços  $w^0$ , a isocusto  $C(y, w^0) = w^0 x$  é um hiperplano de sustentação de  $X(y)$ . Note que este vetor de preços é normal ao hiperplano  $C(y, w^0) = w^0 x$ .<sup>(21)</sup> Para um número  $\lambda$  qualquer, tem-se que o vetor  $z = \lambda w^0$  está sobre o hiperplano e, portanto,  $\|z\| = \|w^0\|$ , onde  $\|\cdot\|$  denota a distância euclidiana. Como  $z$  está no hiperplano, então  $C(y, w^0) = w^0 z = \lambda w^0 w^0 = \lambda \|w^0\|^2$ . Como  $\|z\| = \lambda \|w^0\|$ , então  $C(y, w^0) = \|z\| \|w^0\|$ .

Dada a propriedade da função custo ser homogênea de grau 1 no vetor  $w$ , pode-se tomar sem perda de generalidade  $\|w^0\| = 1$ . Chega-se, portanto, ao resultado que  $C(y, w^0) = \|z\|$ , ou seja, o mínimo custo é dado pela distância à origem do vetor  $z$ , normal ao hiperplano  $C(y, w^0) = w^0 x$ . À medida que o vetor  $w^0$  aumenta de inclinação, ou seja, à medida que o fator 1 torna-se mais caro relativamente ao fator 2, os pontos de tangência do hiperplano com  $X(y)$  vão se deslocando para o sentido sudeste, a produção se realizando mais intensiva no fator 2.

Os resultados de dualidade aqui apresentados para a função custo mostram uma relação biunívoca entre a forma das isoquantas  $I(y)$  e da fronteira de preços de fatores. No gráfico 2.7, os eixos marcam tanto as quantidades como os preços dos fatores.

GRÁFICO 2.7

DUALIDADE: ISOQUANTAS E FRONTEIRAS DE PREÇOS DE FATORES

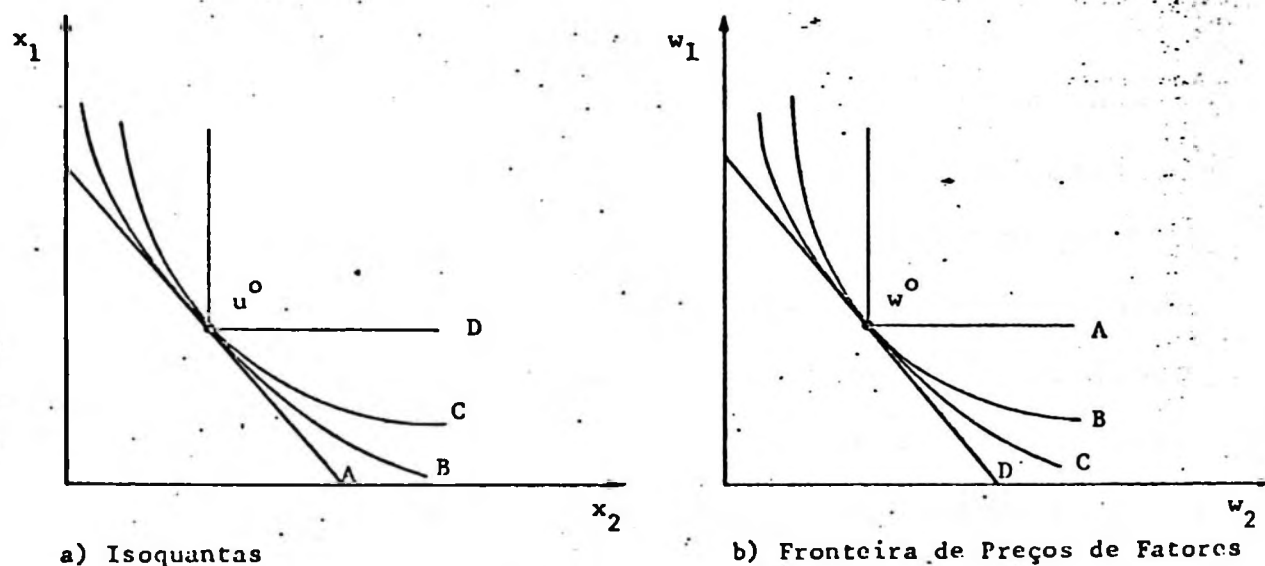


Note no gráfico 2.7 que enquanto o vetor  $w^0$  é normal ao hiperplano de sustentação da isoquanta  $I(y)$ , o vetor  $\mu^0$  é normal ao hiperplano da fronteira de preços de fatores  $C(y,w)=1$ . Novamente aqui, à medida que se caminha sobre a fronteira de preços de fatores no sentido sudoeste-noroeste, as demandas compensadas irão no outro sentido.

McFadden (1978) mostra, a partir dessa regra geométrica, a relação entre a forma das isoquantas e da fronteira de preços de fatores. Essa relação está exposta no gráfico 2.8.

GRÁFICO 2.8

FORMATO DAS ISOQUANTAS E DAS FRONTEIRAS DE PREÇOS DE FATORES



Fonte: McFadden (1978), p.41.

No gráfico 2.8, a cada isoquanta marcada com uma letra do lado esquerdo, corresponde uma fronteira de preços dos fatores com a mesma letra do lado direito. A interpretação econômica desse par de gráficos é direta. Para uma tecnologia cu

jas atividades eficientes resumem-se a um ponto, como na isoquanta  $D$  do gráfico 2.8.a, a fronteira de preços de fatores é uma reta, cuja inclinação é dada pela razão entre as quantidades de mínimo custo  $\mu_2^0/\mu_1^0$ . Existindo substituição entre os fatores, como mostrado nas isoquantas  $A-C$ , à medida que o preço de um dos fatores aumenta em relação ao outro, a quantidade relativa deste tende a cair, e cairá mais rapidamente tanto quanto forem as possibilidades de substituição entre os fatores. Dessa maneira, a uma isoquanta com bastante possibilidades de substituição como  $B$ , corresponde uma fronteira de preços de fatores com uma curvatura bastante pronunciada.

De um modo geral, a relação de dualidade estabelecida graficamente mostra que, a existência de pontos nos quais a isoquanta (fronteira de possibilidades de produção) apresenta ausência de diferenciabilidade, como em  $D$  no gráfico 2.8.a (2.8.b), corresponde um segmento plano na fronteira de preços de fatores (isoquanta), como em  $D$  no gráfico 2.8.b (2.8.a).

Ainda com respeito à relação entre o formato das isoquantas e o das fronteiras de preços e salários, o quadro 2.3, a seguir, resume o comportamento destas com relação aos eixos. (22)

## QUADRO 2.3

## DUALIDADE: FRONTEIRA DE PREÇOS DE FATORES E ISOQUANTAS

Isoquanta (Fronteira de preços de fatores)	(Fronteira de preços de fatores) Isoquanta
1) A curva se aproxima assintoticamente de um dos eixos.	1) A curva se aproxima assintoticamente no outro eixo.
2) A curva é assintótica a uma paralela de um dos eixos.	2) A curva é tangente ao outro eixo.
3) A curva corta um dos eixos.	3) A curva encontra, mas não corta, uma paralela ao outro eixo.

A correspondência de comportamento entre as isoquantas e a fronteira de preços dos fatores no tocante a curvatura, ausência de diferenciabilidade e relação com os eixos, ilustra de forma precisa o poder da dualidade aplicada à teoria da produção. Todas as características tecnológicas tratadas usualmente nos estudos paramétricos de produção, podem ser enfocadas adequadamente a partir da análise de uma função custo. A restrição que se faz sobre esta, é que ela deve obedecer a algumas condições de regularidade, que no geral são aceitas como normais pela literatura. Problemas ligados ao relacionamento entre curto e longo prazo, podem ser estudados fazendo-se variar o vetor  $z$ , supondo inicialmente que este contém alguns fatores fixos. (23)

A grande diferença na escolha de uma função de produção ou uma função custo reside na conveniência ou não de se adotar a hipótese de minimização de custo para dados preços de fatores.

## 2.2 Função receita

Na seção anterior, foi visto que uma função derivada de uma hipótese de comportamento econômico, a função custo, contém todas as informações tecnológicas da empresa e, dessa forma, é um ponto de partida aceitável para os estudos de produção. A escolha de outras hipóteses de comportamento dá origem a outras funções econômicas, como por exemplo, a função receita e a função lucro.<sup>(24)</sup> Essas duas funções, a exemplo da função custo, encerram em si, todas as informações tecnológicas da empresa, existindo para ambas, teoremas de dualidade provados na literatura.

Sendo  $p$  um vetor de preços de produtos estritamente positivo, a hipótese que se segue permite a definição de uma função receita:

"Dado um vetor de preços  $p \gg 0_n$ , para cada vetor  $x$  de insumos, a empresa irá escolher a combinação de produtos que retorne a máxima receita."

A partir dessa regra de comportamento, a função receita será definida pela expressão:

$$R(x, p) = \underset{y}{\text{Max}} \{py : y \in Y(x)\} \text{ para } p \gg 0_m \text{ e } x \in X^{(25)} \quad \{2.16\}$$



A função receita, como acima definida, relaciona para cada conjunto de insumos e vetor de preços de produtos estritamente positivo, a máxima receita. Esta função tem suas características e propriedades estudadas por Shephard (1970, capítulo 10) e Diewert (1974).

Associada à função receita, o vetor de ofertas compensadas será definido por:

$$v(x, p) = \{y \in Y(x) : py = R(x, p)\} \text{ para } p \gg 0_m \text{ e } x \in X^{(26)} \quad \{2.17\}$$

Essas funções oferta compensada são definidas para uma dada utilização de insumos e diferem, como será visto mais adiante, das ofertas de máximo lucro. O conceito de função oferta compensada é análogo ao utilizado na seção anterior, para demanda compensada de insumos.

Dadas as propriedades obtidas no capítulo anterior sobre os conjuntos de possibilidades de produção, podem ser mostradas as seguintes propriedades da função receita e das ofertas compensadas:

#### QUADRO 2.4

##### CONDIÇÕES DE REGULARIDADE DA FUNÇÃO RECEITA E OFERTAS COMPENSADAS

- (F.1) Para  $x \in X$  e  $p \gg 0_m$ , a função receita é uma função não negativa;
- (F.2)  $R(x, p)$  é homogênea de grau 1 e convexa nos preços  $p$ ;
- (F.3)  $R(x, p)$  é não decrescente para aumentos no vetor  $p$  de preços;
- (F.4)  $R(x, p)$  é não decrescente e côncava em  $x$ ;

(F.5)  $R(x, p)$  é contínua em  $x$ ,  $p$  e  $z$ , diferenciável em  $p$  e

$$\frac{\partial R}{\partial p_i} = v_i(x, p) \text{ para } i=1, \dots, m$$

(F.6)  $v(x, p)$  é contínua em  $x$ ,  $p$  e  $z$  e homogênea de grau zero em  $p$ .

Note, em primeiro lugar, a perfeita simetria que existe entre algumas das propriedades acima e as condições da função custo relacionadas no quadro 2.2.

A primeira propriedade, que diz respeito a não negativide da função receita é bastante ôbvvia do ponto de vista intuitivo. Sendo  $p \gg 0_m$  e  $y \in Y(x)$  um vetor não negativo, então não é possível que se chegue a uma receita negativa. (27)

Pela propriedade (F.2), multiplicando-se os preços  $p$  por um número  $\lambda$  positivo, a combinação de produtos que dá a máxima receita se mantém, e a receita fica multiplicada por  $\lambda$ . (28) A convexidade de  $R(x, p)$  com relação a  $p$  pode ser esta

$$R(x, p) \geq \lambda R(x, p^1) + (1-\lambda)R(x, p^0)$$

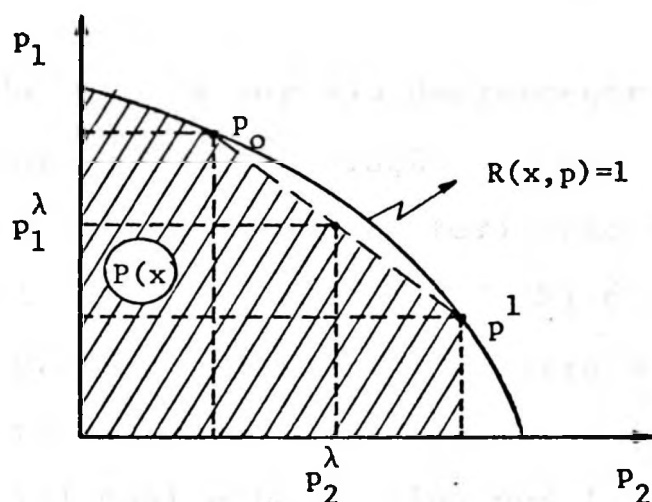
para  $p^0$  e  $p^1$  estritamente positivos,  $x \in X$  e  $0 \leq \lambda \leq 1$ . (29)

Essa propriedade de convexidade traduz uma característica da fronteira de preço de produtos, conceito análogo ao desenvolvido na seção anterior para preços de fatores. Definindo-se o conjunto:

$$P(x) = \{p \gg 0_m : R(x, p) \leq 1\} \text{ para } x \in X, \quad \{2.18\}$$

esta fronteira é dada pelos preços que obedecem a igualdade estabelecida por (2.18). Graficamente, como visto em 2.19, a convexidade da função receita garante que a fronteira de preços de produtos é côncava com relação à origem.

GRÁFICO 2.9  
FRONTEIRA DE PREÇOS DE PRODUTOS



O mesmo diagrama serve para ilustrar a terceira propriedade. Se  $p^1 > p^0$ , sendo ambos os preços estritamente positivos, então não pode acontecer de  $R(p^1, x) < R(p^0, x)$ , ou seja, aumentando-se o preço de, pelo menos um dos bens produzidos, a receita não pode mostrar decréscimo. Graficamente, em 2.9 observa-se que para um ponto sobre a fronteira de preços dos produtos, como o ponto  $p^0$ , qualquer preço  $p > p^0$  é tal que mostra uma receita acima da unidade. (30)

O comportamento da função receita para mudanças no vetor  $x$  de insumos, estabelecido na condição (F.4) mostra, em primeiro lugar, que as fronteiras de preços de produto não se cruzam, pois se para  $x^0$  e  $x^1$  pertencentes a  $X$ , tal que  $x^0 < x^1$  então  $R(x^0, p) \leq R(x^1, p)$ , o que implica  $P(x^0)$  está contido em  $P(x^1)$ . (31) A concavidade de  $R$  com relação a  $x$  pode

ser traduzida para  $R(x^\lambda, p) \leq \lambda R(x^1, p) + (1-\lambda)R(x^0, p)$  (32), o que implica após algumas transformações em:

$$R(x+2\Delta, p) - R(x+\Delta, p) \leq R(x+\Delta, p) - R(x, p) \quad (33) \quad \{2.19\}$$

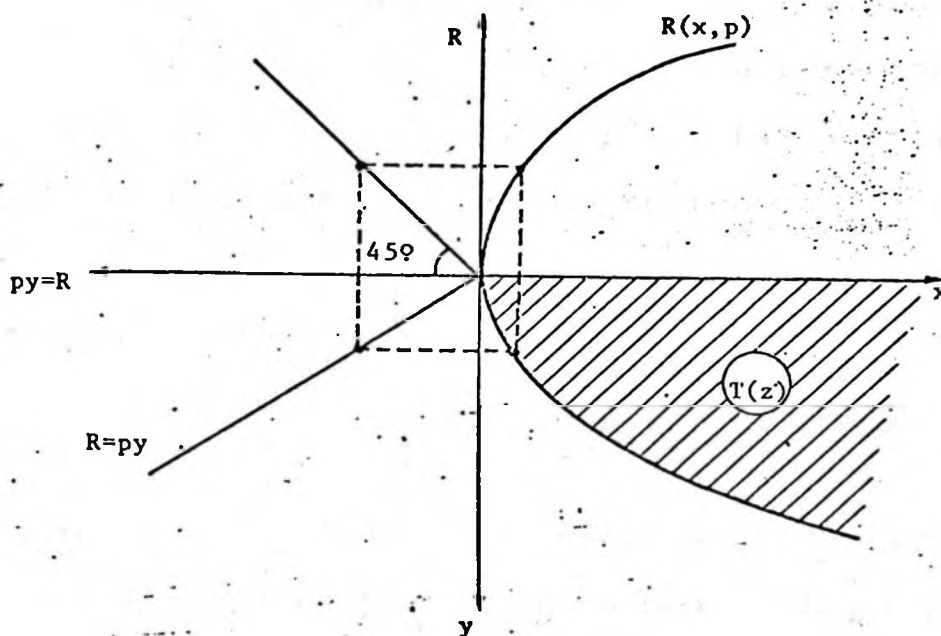
onde  $\Delta > 0_n$ .

O fato da receita ser não decrescente em  $x$  significa, supondo  $R$  diferenciável com relação a  $x$ , que  $\partial R / \partial x > 0$ . A relação (2.19) completa essa caracterização da função receita, pois tomando  $\Delta = (0, \dots, \Delta_i, \dots, 0)$ , (2.19) é a versão discreta de  $\partial^2 R / \partial x_i^2 \leq 0$ . Note que seria imprópria a utilização do termo receita marginal para essas duas características. A receita marginal, tal qual estabelecida nos livros textos de economia, diz respeito à relação entre a receita e a quantidade produzida. Já aqui, as relações são distintas: os acréscimos de receita advindos de acréscimos dos fatores não são negativos e tendem a diminuir para aumentos iguais no vetor  $x$ . O gráfico 2.10 mostra uma curva de receita típica com relação ao fator  $x$ .

A primeira parte da propriedade (F.5) estabelece uma série de características matemáticas para a função receita: continuidade com relação a  $x$ ,  $p$  e  $z$  e diferenciabilidade com relação a  $p$ . Essas características foram provadas por vários autores, sob diferentes condições de generalidade. (34)

A segunda parte da propriedade (F.5) corresponde a uma "versão receita" do Lema de Shephard-Uzawa-McFadden, tendo sido provada na literatura sob diferentes condições de generalidade por Hotelling (1932, p.594), Hicks (1946, p.331), Samuelson (1947, p.34), Mackenzie (1957, p.54) e Gorman (1968,

GRÁFICO 2.10  
FUNÇÃO RECEITA E UTILIZAÇÃO DE INSUMOS



p.150-1). A importância desta propriedade para estudos empíricos é bastante considerável. A obtenção de um sistema de funções oferta de produto compatível com a hipótese de maximização de receita é realizada pela simples operação de diferenciação da função receita com relação aos preços dos produtos. Da mesma forma que para a função custo e as demandas compensadas de fatores, as características da função receita determinam implicitamente o comportamento das ofertas compensadas de produto. E é exatamente isto que é colocado na última propriedade do quadro 2.4. A continuidade de  $v$  com relação aos seus argumentos foi provada na literatura por vários autores. A homogeneidade de grau zero da oferta implica em que esta é invariante a alterações proporcionais nos preços,

as ofertas compensadas mudando apenas quando de variações nos preços relativos dos produtos. (35)

Note também que para  $p^1$  e  $p^0$  estritamente positivos, então  $R(x, p^1) = p^1 v^1 \geq p^1 v^0$  onde  $v^0$  é a oferta compensada a preços  $p^0$ , e que também  $R(x, p^0) = p^0 v^0 > p^0 v^1$ . Essas duas desigualdades ocorrem, pois ambas as cestas pertencem a  $Y(x)$ , ou seja  $v^0$  era possível de ser escolhida a  $p^1$ , o mesmo ocorrendo com  $v^1$  a preços  $p^0$ . Manipulando as duas desigualdades acima, chega-se à relação:

$$(p^1 - p^0) (v^1 - v^0) \geq 0. \quad \{2.20\}$$

Essa relação implica que as ofertas compensadas variam no mesmo sentido que os preços. Para uma variação no preço do  $i$ -ésimo produto,  $p_j^i = p^0$ , para  $j \neq i$ , tem-se o resultado  $(p_i^1 - p_i^0) (v_i^1 - v_i^0) \geq 0$ , uma oferta compensada que possui inclinação positiva ou nula.

Através da função receita é possível a reconstrução da representação tecnológica. Definida uma função receita que obedece às propriedades F1-F6, pode-se mostrar que as representações tecnológicas devem obedecer as propriedades listadas no capítulo anterior, sendo que diferentes estruturas de receita dão origem a diferentes funções de transformação (ou conjuntos de possibilidades de produção. Esses resultados que formam a versão receita dos teoremas de dualidade foram mostrados por Shepard (1970, seção 11.2), Diewert (1974, teorema 4) e McFadden (1978, Lema 23 e Teorema 24).

A operação que faz o mapeamento tecnológico a partir da

definição da função receita corresponde novamente a aplicação do Teorema de Minkowski:

$$Y(x) = \{y > 0_m : p y < R(x, p) \text{ para todo } p \gg 0_m\} \quad \{2.21\}$$

para  $x \in X$  e dado  $z$  e o conjunto de possibilidades de produção pode ser obtido através de:

$$T(z) = \{(-x, y) : y \in Y(x) \text{ para } x \in X\} \quad \{2.22\}$$

Os teoremas de dualidade sobre a função receita mostram que definido  $T(z)$  com as propriedades do Quadro 1.1 do capítulo anterior,  $R(x, p)$  obedece as propriedades do Quadro 2.4. O mapeamento tecnológico (2.21) e (2.22) aplicado sobre a função receita devolve o mesmo conjunto de possibilidades de produção.

A operação (2.21) pode ser entendida como sendo a intersecção de todos semi-espacos gerados pelos hiperplanos de sustentação de  $Y(x)$ . Em termos gráficos, dado  $p^0 \gg 0_m$ , por definição de função receita  $Y(x)$  está contido no semi-espaco  $\{y > 0_m : p^0 y < R(x, p^0)\}$  como é mostrado em 2.11.a.

GRÁFICO 2.11

RECUPERAÇÃO DE  $Y(x)$  A PARTIR DE  $R(x, p)$ 

(continua)

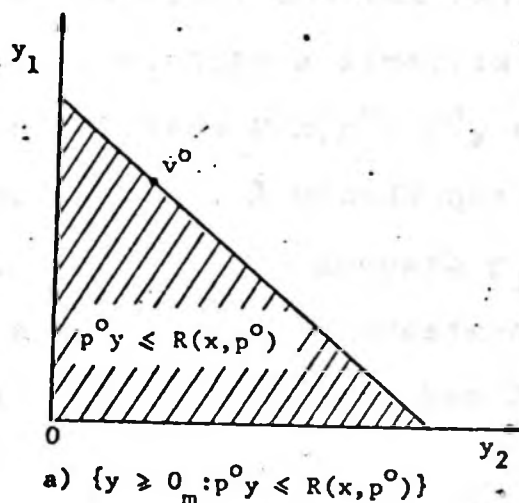
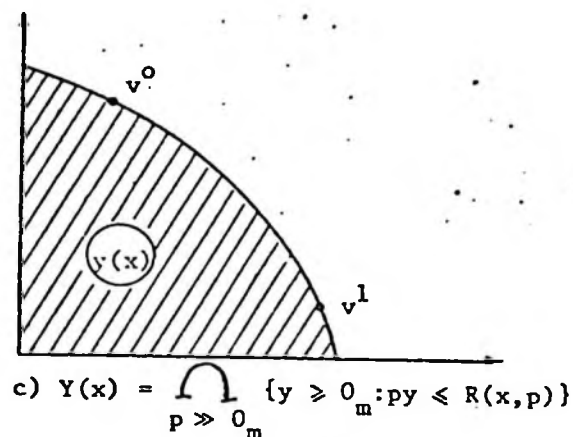
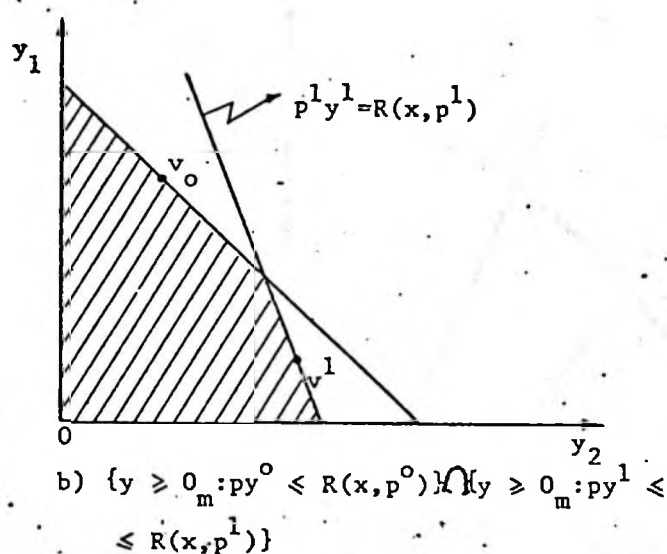


GRÁFICO 2.11  
RECUPERAÇÃO DE  $Y(x)$  A PARTIR DE  $R(x, p)$

(conclusão)



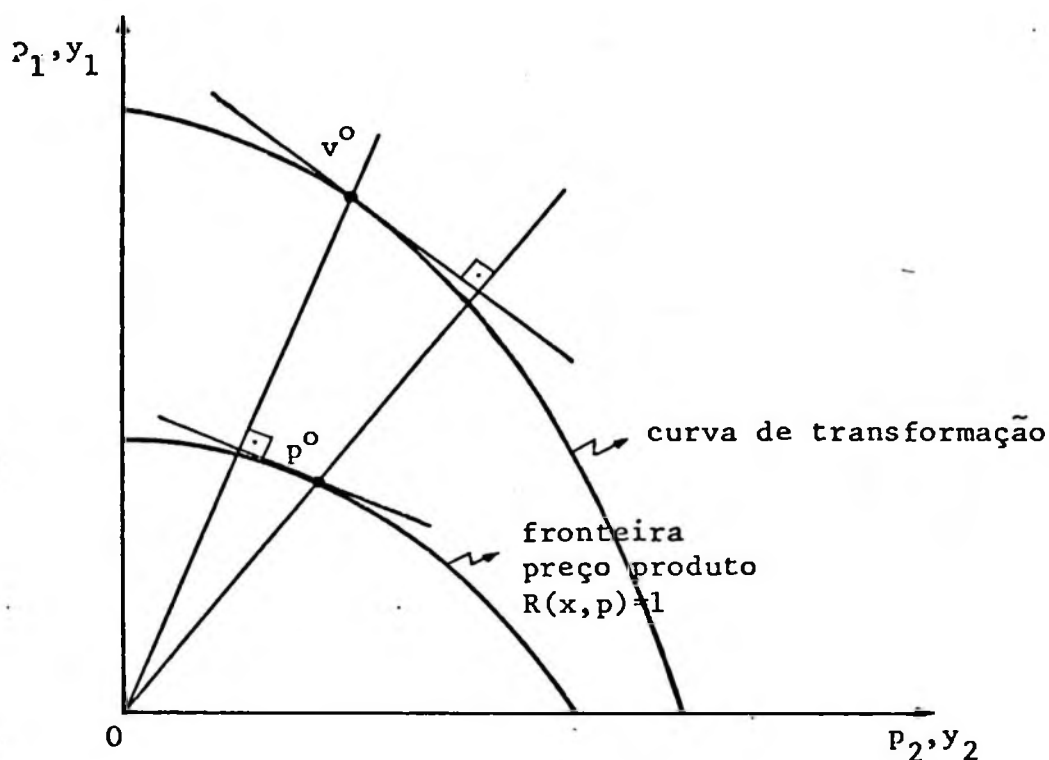
Repetindo a operação para  $p' \gg 0_m$ , delimita-se um pouco mais a área do quadrante não negativo que contém  $Y(x)$  como aparece em 2.11.b. Tomando-se a intersecção para todos os preços positivos, chega-se a  $Y(x)$  como mostrado em 2.11.c.

A correspondência obtida para a fronteira de preços de fatores e isoquantas existe também entre a curva de transformação  $E(x)$  e a fronteira de preços de produto como mostra o gráfico a seguir.

No gráfico 2.12, os eixos mostram tanto os preços dos produtos como os produtos. Note a simetria de relações. O vetor  $p^0$  é normal ao hiperplano  $R(x, p^0) = p^0 y$  e o vetor  $v^0$  é normal ao hiperplano  $p v^0 = R(x, p)$ . À medida que  $p^0$  torna-se mais inclinado, ou seja, à medida que aumenta  $p_1/p_2$ , a oferta compensada  $v^0$  desloca-se no sentido nordeste-norte, aumentando a produção do bem 1 e diminuindo a do bem 2. Esse resultado



GRÁFICO 2.12  
CURVA DE TRANSFORMAÇÃO E FRONTEIRA DE PREÇOS DE PRODUTO

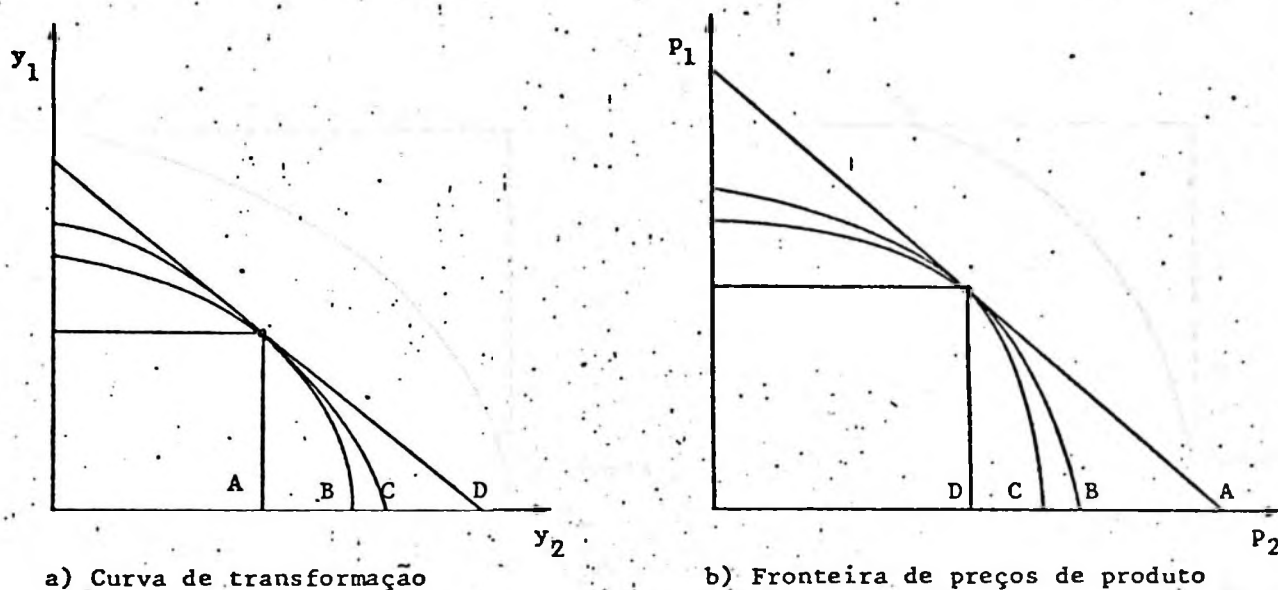


nada mais é que a idéia de taxas marginais de substituição crescente entre os produtos.

A relação dada acima permite a dedução dual de pares de fronteiras de preços de produto e curvas de transformação, conforme pode ser visto no gráfico 2.13.

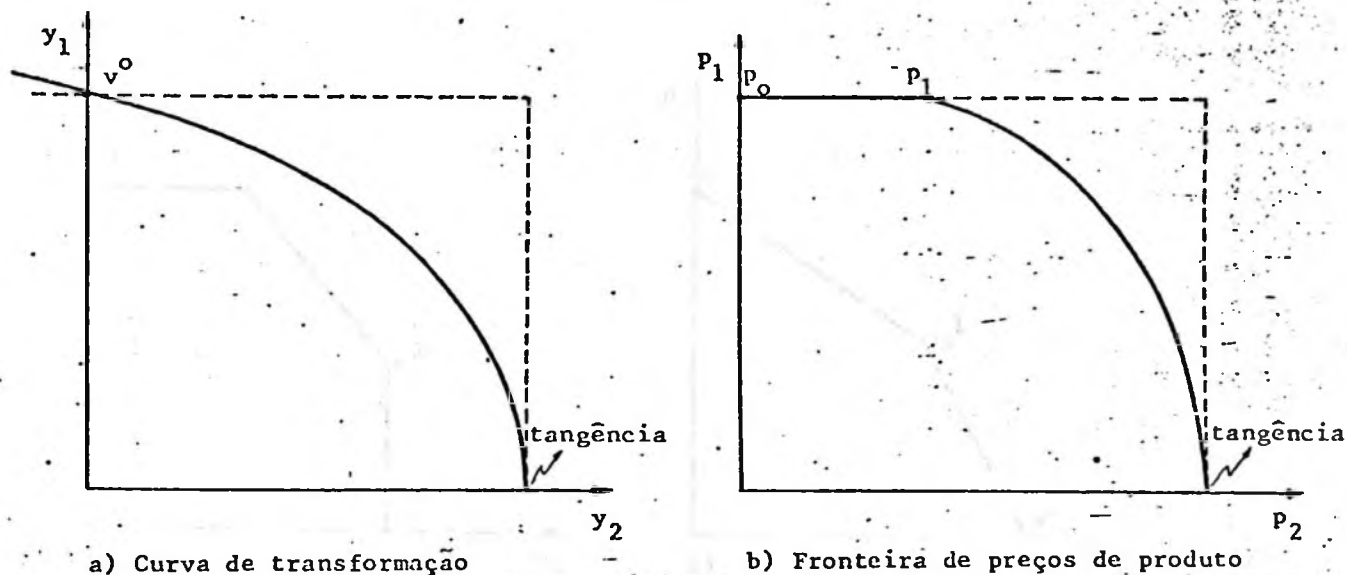
A uma curva de transformação que não permite substituição entre os produtos como a curva A no gráfico 2.13.a, corresponde uma fronteira de perfeita substituição como A em 2.13.b. (36)

GRÁFICO 2.13  
 SUBSTITUIÇÃO PRODUTO-PRODUTO E FRONTEIRA  
 DE PREÇOS DE PRODUTO



Quanto à correspondência entre as curvas da relação que estas mantêm com os eixos, pode-se perceber que quando a curva de transformação tangencia uma paralela ao cortar um eixo, o mesmo acontece com a fronteira de preço de produtos. Se a curva de transformação corta uma paralela ao atravessar um eixo, então a fronteira de transformação contém um segmento paralelo no mesmo eixo. Esse segmento denota todos os preços para os quais a solução de receita máxima conduz à mesma composição da produção, ou seja, todos os preços que dão a mesma solução de canto. Os dois casos estão mostrados no gráfico 2.14. Todos os preços entre  $p^0$  e  $p^1$  dão como resultado a oferta compensada  $v^0$ , sendo esta, portanto, normal ao hiperplano que passa por  $p^0$  e  $p^1$ .

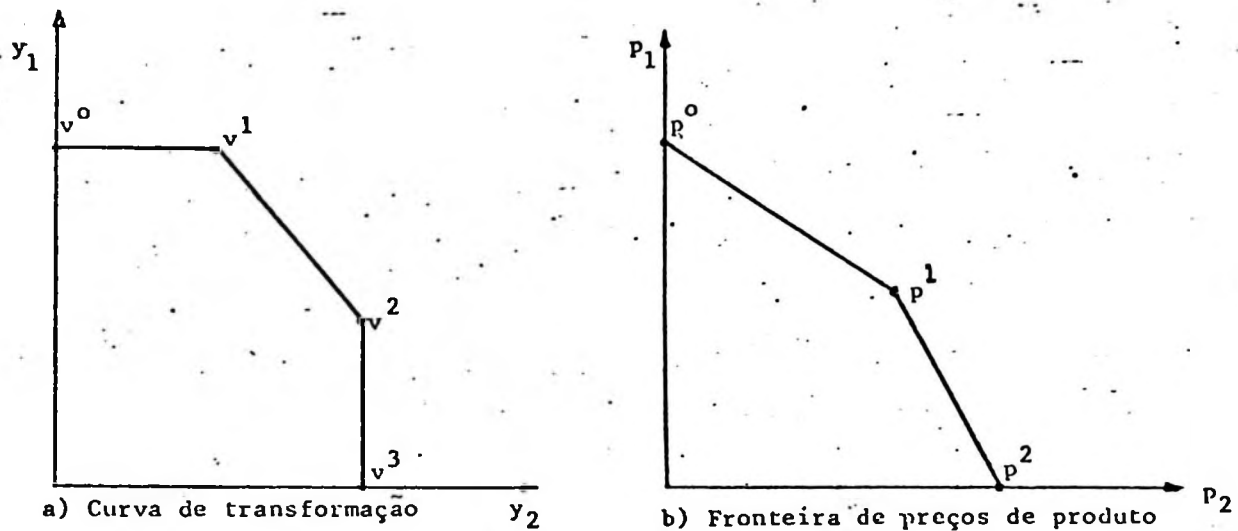
GRÁFICO 2.14  
 RELAÇÃO COM OS EIXOS  
 FRONTEIRA DE PREÇOS DE PRODUTO E CURVA DE TRANSFORMAÇÃO



Para o caso da curva de transformação possuir segmentos quebrados ou cantos, a eles deverão corresponder segmentos planos na fronteira de preços de produto. A cada segmento plano da curva de transformação, corresponde um preço na fronteira de preços de produtos. Veja o exemplo do gráfico 2.15.

O segmento plano  $v^0 v^1$  corresponde ao preço  $p^0$  no gráfico da fronteira de preços de produto. O canto  $v^1$  tem como hiperplano de sustentação todos aqueles cujas normais são dadas pelos preços  $p^0 p^1$ . O segmento  $v^1$  e  $v^2$  tem como normal o preço  $p^1$ . As normais dos hiperplanos do canto  $v^2$  são dadas pelos preços do segmento  $p^1 p^2$ . Finalmente, o segmento  $v^2 v^3$  tem como normal o preço  $p^2$ .

GRÁFICO 2.15  
 NÃO DIFERENCIABILIDADE  
 FRONTEIRA DE PREÇOS DE PRODUTO E CURVA DE TRANSFORMAÇÃO



Os exemplos dados acima serviram para mostrar a potencialidade do uso de funções receita para a análise de características tecnológicas. Será visto agora um caso mais geral de dualidade na teoria da produção.

### 2.3 A função lucro

A determinação da função custo consiste da solução do problema da escolha da técnica de produção, ou seja, de uma combinação de insumos que permita a produção de um dado produto com o mínimo custo possível. Já a função receita resulta da busca do produto ótimo no sentido de maximizar a receita, dado o nível de utilização dos insumos. Ambos procedimen

tos podem ser considerados casos particulares do processo de maximização de lucros, como será visto nesta seção.

A regra de comportamento adotada para a empresa será a seguinte:

"Para cada vetor de preços de produtos  $p \gg 0_m$  e de insumos  $w \gg 0_n$  a empresa irá escolher a combinação de insumos e de produto que retorne o máximo lucro".

A partir dessa hipótese de comportamento econômico, a função lucro pode ser definida como sendo o máximo lucro possível de ser gerado para cada  $w \gg 0_n$  e  $p \gg 0_m$ . Formalmente:

$$\Pi(w, p) = \underset{x, y}{\text{Max}} \{py - wx : (-x, y) \in T(z)\} \text{ para dado } z. \quad (37) \quad \{2.23\}$$

As demandas de fatores e ofertas de produto de máximo lucro podem ser definidas para cada  $w \gg 0_n$  e  $p \gg 0_m$ , como se segue:

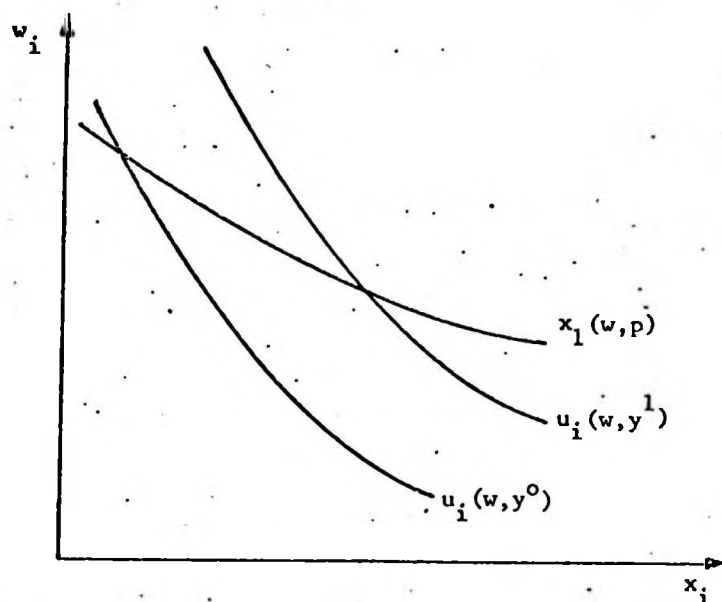
$$(-x(w, p), y(w, p)) = \{(-x, y) \in T(z) : py - wx = \Pi(w, p)\} \quad (38) \quad \{2.24\}$$

Note, em primeiro lugar, o seguinte. Se todos os fatores forem considerados fixos e estiverem computados no vetor  $z$ , então o máximo lucro definido por {2.23} corresponde à máxima receita. Ou, se todos os produtos são fixos e estão definidos em  $z$ , a função lucro é igual ao valor negativo da função custo. A função lucro como definida por {2.23} leva em conta apenas os produtos e fatores variáveis.

As demandas de máximo lucro diferem das demandas de mínimo custo, no sentido em que é permitido o ajuste do produto para alterações de preços, o que não acontece com a demanda de

mínimo custo, valendo o mesmo com relação às ofertas de máximo lucro. O gráfico 2.15, que se segue, mostra a relação entre as duas funções demanda.

GRÁFICO 2.16  
FUNÇÕES DEMANDA: MÍNIMO CUSTO E MÁXIMO LUCRO



A relação entre essas duas curvas de demanda e sua analogia para com a teoria do consumidor foram estudadas por Mosak (1938).<sup>(39)</sup>

O conceito de função lucro foi introduzido na literatura por Hotelling (1932). Nesse artigo, a "função lucro" apresentada, pode ser interpretada como uma função de produção e sua função de preço potencial (*price potencial function*) corresponde a uma função lucro normalizada pelo preço do produto. A dualidade entre funções de produção e funções lucro normalizadas foi estudada por Lau (1972, 1976, 1978). O conceito de função lucro aparece também em Debreu (1959, p.44), de

finido para uma empresa e depois para o total da economia. A função lucro apresentada neste capítulo é, na verdade, uma função lucro variável ou, ainda, função lucro restrita, posto que estão computados apenas os custos e receitas dos fatores e produtos variáveis. Esse conceito de função lucro aparece na literatura devido aos trabalhos de Gorman (1968) e McFadden (1966, 1978).

A partir das hipóteses assumidas no capítulo anterior sobre as características do conjunto  $T(z)$  de possibilidades de produção, mostra-se que a função lucro correspondente apresenta as características listadas no quadro 2.5, que se segue.

#### QUADRO 2.5

##### CONDIÇÕES DE REGULARIDADE DA FUNÇÃO LUCRO

- (G.1) Para cada  $w \gg 0_n$  e  $p \gg 0_m$ , a função lucro é uma função não negativa;
- (G.2)  $\Pi(w, p)$  é não decrescente em  $p$  e não crescente em  $w$ ;
- (G.3)  $\Pi(w, p)$  é homogênea de grau um e convexa nos preços  $w$  e  $p$ ;
- (G.4)  $\Pi(w, p)$  é diferenciável em  $w, p$ , contínua em  $z$  e
- $$\frac{\partial \Pi}{\partial w_i} = -x_i(w, p) \quad \text{para qualquer } i \text{ e}$$
- $$\frac{\partial \Pi}{\partial p_j} = y_j(w, p) \quad \text{para qualquer } j.$$
- (G.5)  $x(w, p)$  e  $y(w, p)$  são homogêneas de grau zero em  $w$  e  $p$  e contínuas em  $w, p$  e  $z$ .

A primeira propriedade decorre diretamente da suposição feita no final do capítulo anterior, que a atividade  $(O_n, O_m)$  pertence a  $T(z)$  para qualquer  $z$ . Como a função lucro aqui definida é, na verdade, uma função lucro calculada apenas sobre os produtos e fatores variáveis, percebe-se claramente que não é possível conceber, nesse caso, lucros negativos sobre os fatores e produtos variáveis.

A propriedade (G.2) estabelece que o máximo lucro não diminui para aumentos no vetor de preços de produto e não aumenta para aumentos nos preços dos insumos. <sup>(40)</sup>

Formalmente:

$$\Pi(w^1, p^0) \leq \Pi(w^0, p^0) \leq \Pi(w^0, p^1) \quad \text{para}$$

$$p^1 > p^0 \text{ e } w^1 > w^0$$

Essa propriedade é compatível com a hipótese de comportamento assumida de máximo lucro. Não seria consistente esperar que aumentos de preços de produtos (de insumos) levem a uma diminuição (aumento) no lucro máximo.

A homogeneidade linear nos preços da função lucro estabelece que se os preços dos fatores e produtos se alterarem em uma dada proporção, então o lucro máximo muda na mesma proporção. Formalmente,  $\Pi(\lambda w, \lambda p) = \lambda \Pi(w, p)$  para  $\lambda > 0$ . <sup>(41)</sup> Como corolário dessa propriedade, Lau (1972, Lema II) mostra que a função lucro é homogênea de grau  $k$  nos preços dos produtos se e somente se ela é homogênea de grau  $(1-k)$  nos preços dos insumos. <sup>(42)</sup> A convexidade de  $\Pi(w, p)$  com relação aos preços está associada à forma do conjunto de possibilidades de preços, conceito análogo ao conjunto de preços de fatores,

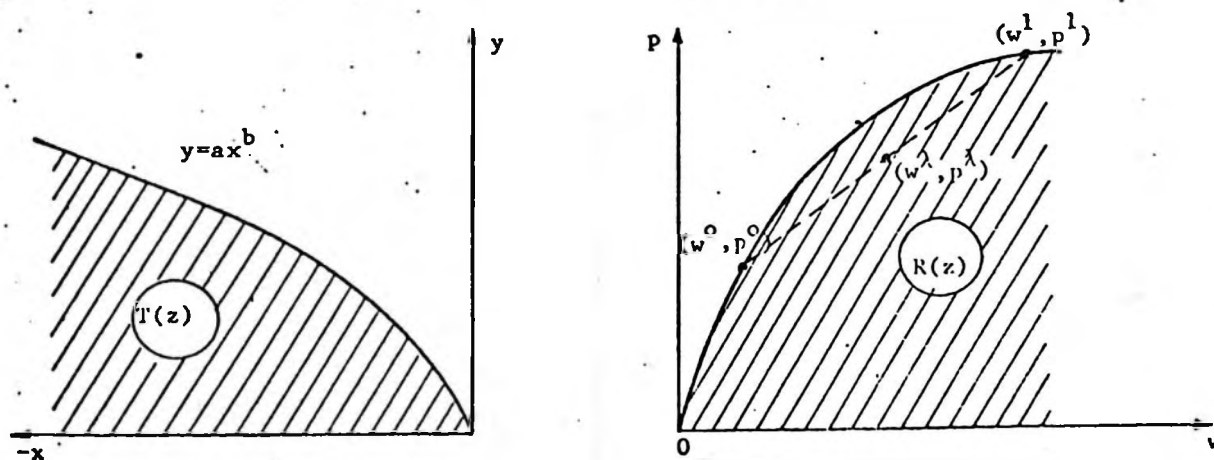


representando uma extensão deste na medida em que incorpora tanto os preços dos produtos como os preços dos fatores de produção. McFadden (1978, p.92) define este conjunto para cada vetor  $z$  através da expressão:

$$R(z) = \{(w, p) : \Pi(w, p) \leq 1\} \text{ para um dado } z. \quad \{2.25\}$$

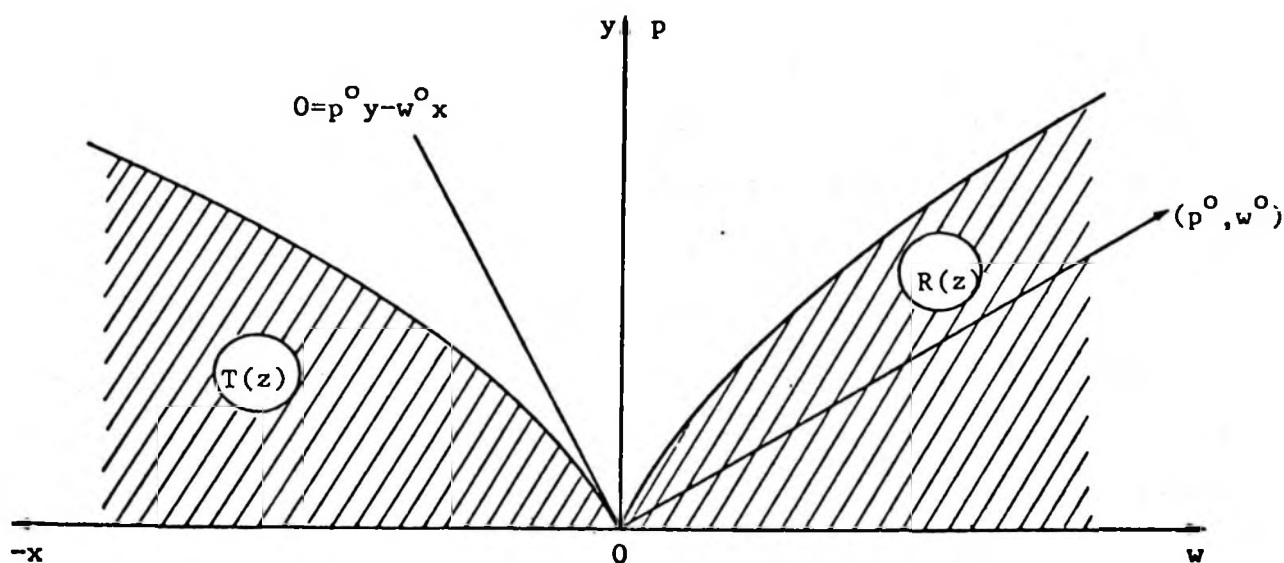
Para uma função de produção do tipo Cobb-Douglas, com apenas um fator,  $y = ax^b$ , a função lucro assume a forma  $\Pi(w, p) = a^* w^{-\alpha} p^{1+\alpha}$  onde  $\alpha = b/(1-b)$   $a^* = (1-b) a^{1/(1-b)} b^\alpha$ . O conjunto de possibilidades de preços  $R(z)$  para esta especificação tecnológica encontra-se no gráfico 2.17.

GRÁFICO 2.17

CONJUNTO DE POSSIBILIDADES DE PREÇOS  $R(z)$ 

A convexidade de  $\Pi(w, p)$  é dada formalmente pela relação  $\Pi(w^\lambda, p^\lambda) \leq \lambda \Pi(w^1, p^1) + (1-\lambda) \Pi(w^0, p^0)$  para  $0 < \lambda \leq 1$  onde  $w^\lambda$  e  $p^\lambda$  são combinações convexas dos preços 0 e 1. (43) Note no gráfico 2.17 que para preços na fronteira de  $R(z)$ , o lucro máximo associado à combinação convexa dos preços 0 e 1 é menor que a unidade, pois  $(w^\lambda, p^\lambda)$  situa-se no interior de  $R(z)$ . O ponto  $(0,0)$  no gráfico 2.17 não pertence ao conjunto  $R(z)$ , pois, neste ponto, o lucro máximo não é definido. Para a especificação da função de produção Cobb-Douglas, apenas o eixo horizontal mostra os preços para os quais o lucro máximo é zero. Para uma tecnologia distinta da Cobb-Douglas, pode ocorrer de existirem vários preços para os quais a função lucro assume o valor zero. No gráfico 2.18, tal possibilidade é explorada, para uma tecnologia com um produto e um fator.

GRÁFICO 2.18  
CONJUNTO DE POSSIBILIDADES DE PREÇOS E LUCRO NULO



A isolucro  $0 = p^0 y - w^0 x$  é tangente à fronteira do conjunto de possibilidades de produção no ponto  $(0,0)$ . O vetor de preços normal a essa isolucro está mostrado no gráfico ao lado. Esse vetor não corta a fronteira de preços de produtos e fatores, sendo que qualquer preço relativo  $p/w < p^0/w^0$  também não irá cortar tal fronteira. Esse conjunto de preços é tal que o lucro máximo possível à empresa é nulo, ou seja, a isolucro a esses preços toca a fronteira do conjunto de possibilidades de produção na origem. (44)

A convexidade da função lucro com relação aos preços implica também nas relações. (45):

$$\Pi(w^0 + \Delta, p) - \Pi(w^0 + 2\Delta, p) \leq \Pi(w^0, p) - \Pi(w^0 + \Delta, p) \quad \text{e} \quad \{2.26\}$$

$$\Pi(w, p^0 + 2\Delta) - \Pi(w, p^0 + \Delta) \geq \Pi(w, p^0 + \Delta) - \Pi(w, p^0) \quad \{2.27\}$$

As relações acima implicam, para uma função lucro diferenciável de segunda ordem, que a derivada segunda desta função com relação aos preços dos fatores é negativa, e positiva com relação aos preços dos produtos.

A terceira propriedade da função lucro explicita na sua primeira parte, a diferenciabilidade da função lucro com relação aos preços e sua continuidade com relação ao vetor  $z$ . Estes resultados estão mostrados na literatura em geral sob condições de regularidade assumidas sobre a tecnologia bem mais severas que as hipóteses feitas no capítulo anterior. (46)

A segunda parte dessa propriedade estabelece a versão lucro do Lema de Sheppard-Uzawa-McFadden. (47) Esse lema permite a obtenção de um sistema de ofertas de produtos e demandas de

fatores diretamente a partir da especificação de uma função lucro. Essa alternativa para a geração de ofertas e demandas que não passa pela escolha de uma função de produção tem sido bastante utilizada na literatura, aparecendo, inclusive, aqui no Brasil, como mostram os trabalhos de Alves (1983) e Disch (1983).

Finalmente, a quinta e última propriedade estabelece as propriedades para as funções demanda e oferta de máximo lucro. A homogeneidade de grau zero nos preços implica que alterações proporcionais em todos os preços não mudam as ofertas e demandas, sendo estas dependentes, portanto, dos preços relativos.<sup>(48)</sup> A continuidade das funções ofertas e demandas sob as condições assumidas no capítulo anterior, significam serem estas "bem comportadas", no sentido de não apresentarem "saltos" ou "buracos" para variações nos seus parâmetros.<sup>(49)</sup>

Ainda com relação ao sistema de ofertas e demandas de máximo lucro, um resultado adicional pode ser obtido da própria definição de função lucro:

$$(p^0 - p^1) (y^0 - y^1) - (w^0 - w^1) (x^0 - x^1) \geq 0, \quad \{2.28\}$$

onde  $(-x^0, y^0)$  e  $(-x^1, y^1)$  são as atividades de máximo lucro a preços  $(w^0, p^0)$  e  $(w^1, p^1)$ , respectivamente.<sup>(50)</sup> Esta expressão reflete uma característica fundamental do comportamento do sistema de ofertas e demandas de máximo lucro. A oferta de um produto varia diretamente com relação ao seu preço e a demanda de um fator inversamente, também com relação ao seu prô

prio preço. Esse fato pode ser visto tornando-se  $p_i^0 \neq p_i^1$ ,  $p_j^0 \neq p_j^1$  para  $j$  diferente de  $i$ , e  $w^0 = w^1$ , o que reduz a expressão acima para  $(p_i^0 - p_i^1) (y_i^0 - y_i^1) \geq 0$ . Com raciocínio semelhante, chega-se a  $(w_i^0 - w_i^1) (x_i^0 - x_i^1) \leq 0$ . Sendo a função lucro diferencial duas vezes, as relações acima representam versões discretas de  $\partial x_i / \partial w_i \leq 0$  e  $\partial y_i / \partial p_i \geq 0$ .

As questões formuladas sobre a dualidade entre as representações tecnológicas e funções custo e receita podem ser repetidas para o caso da função lucro. Dado uma representação tecnológica com certas características, a função lucro obedece a um conjunto de propriedades. E, dado uma função lucro que obedece a algumas condições, existe por trás uma representação tecnológica cujas propriedades podem ser deduzidas a partir daquela. Para este trabalho, as condições de regularidade do conjunto de possibilidades de produção resumidas no quadro 1.1 do capítulo anterior, implicam, como visto, em funções lucro que obedecem a propriedades do quadro 2.5, e os teoremas de dualidade provados na literatura permitem que se faça o caminho inverso, dado que estes mostram que existia uma relação biunívoca entre as representações tecnológicas e as funções lucro. (51)

A operação que permite a reconstrução do conjunto de possibilidades de produção  $T(z)$  para um dado  $z$ , pode ser colocada formalmente como:

$$T(z) = \{(-x, y) : py - wx \leq \Pi(w, p) \text{ para todo } (w, p) \gg 0_{n+m}\} \quad \{2.29\}$$

Graficamente, a operação descrita por {2.29} pode ser vista como a intersecção para todos os preços estritamente positivos dos hiperplanos de sustentação de  $T(z)$ . Tal processo é o mesmo que foi feito para os casos da função custo e função receita, e não será aqui repetido graficamente.

Para a função custo, o dual do conjunto  $X(y)$  foi visto ser o conjunto de preços de fatores  $W(y)$ , definido por {2.10}. Para a função receita, o dual do conjunto  $Y(x)$  é dado pelo conjunto de preços de produtos  $P(x)$ , definido em {2.18}. O conjunto dual a  $T(z)$  é representado por  $R(z)$ , conjunto de preços de fatores e produtos, definido em {2.25}. Como visto no início desta seção, as características de  $T(z)$  são refletidas por  $R(z)$  e vice-versa. Como mostra o gráfico 2.19, o preço  $(w^0, p^0)$  normal ao hiperplano de máximo lucro  $\Pi(w^0, p^0) = p^0 y - w^0 x$ , pode ser encontrado no gráfico de  $R(z)$  como sendo dado pela tangência do hiperplano  $\Pi(w^0, p^0) = p y^0 - w x^0$  com a fronteira de preços de fatores e produtos, cuja normal é a atividade  $(-x^0, y^0)$  de máximo lucro.

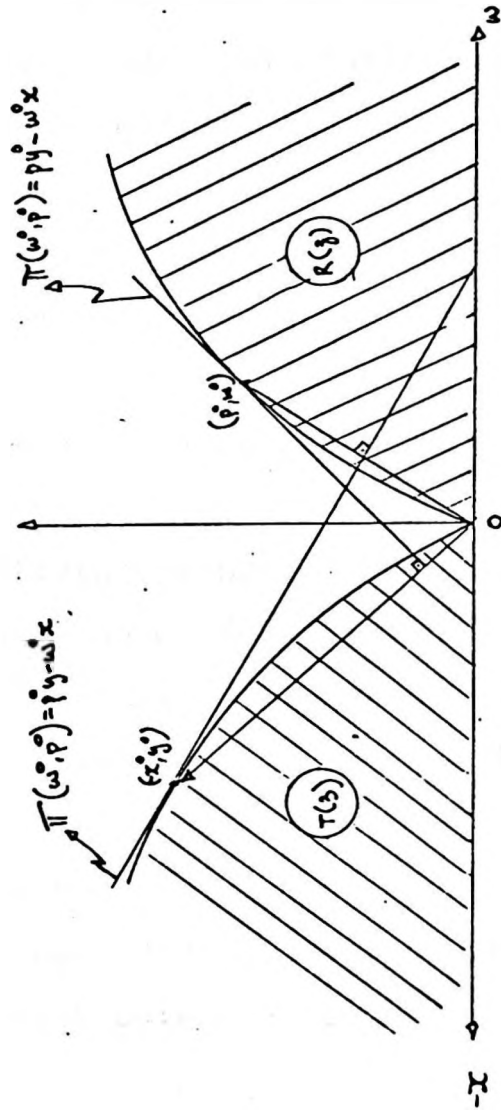
Algumas relações bastante úteis para a seção seguinte, onde serão discutidos alguns resultados de estática comparativa, podem ser derivadas com base nas definições e hipóteses feitas até aqui. (52) São elas:

$$x(w, p) = v(y(w, p), w) \quad \{2.30\}$$

$$c(y(w, p), w) = wx(w, p) \quad \{2.31\}$$

$$y(w, p) = v(x(w, p), p) \quad \{2.32\}$$

Gráfico 2.19  
 Dualidade :  $T(z)$  e  $R(z)$



$$R(x(w,p),p) = p \cdot y(w,p) \quad \{2.33\}$$

$$\Pi(w,p) = R(x(w,p),p) - c(y(w,p),w) \quad \{2.34\}$$

A interpretação econômica dessas relações é direta. Por {2.30} percebe-se que a demanda de fatores de máximo lucro aos preços  $(w,p)$  coincide com demanda de mínimos custos no ponto da oferta de máximo lucro. A função custo no particular ponto de máximo lucro é igual ao custo da demanda de fatores no mesmo ponto. Interpretações similares podem ser feitas para a função receita e as ofertas compensadas. Finalmente, o lucro máximo, definido pela função lucro em {2.34}, pode ser visto como a diferença entre a receita máxima e o custo mínimo no ponto dado pela atividade maximizadora de lucros.

Esses resultados não são novos. Eles dão o sustentáculo teórico às exposições da teoria microeconômica encontradas nos livros textos. Nestes livros, o problema de achar a alocação de máximo lucro é dividido em duas partes. Em primeiro lugar, é ensinado ao aluno o domínio das questões de relação da técnica para produzir alguma quantidade de produto. Dessa análise, surge a função custo, representando as combinações de insumos que dão o mínimo custo para cada nível de produto. A tarefa seguinte é determinar, dado o preço do produto, o nível ótimo de produção, nível este que retorna o máximo lucro.

As relações {2.30} - {2.34} são mais gerais que o raciocínio tradicional dos livros textos. De um lado, a função



custo soluciona a questão da escolha da técnica. Do outro, a função receita dá a composição do produto, para cada nível de utilização de insumos, que retome a máxima receita. A combinação dos dois conceitos, permitindo que as quantidades dos fatores e produtos se ajustem, leva ao ponto de máximo lucro. Essas relações permitirão a dedução de forma bastante simples, de vários resultados de estática comparativa.

#### 2.4 Estática comparativa

A obtenção dos resultados de estática comparativa para a firma maximizadora de lucros ou minimizadora de custos envolve, na abordagem tradicional, a diferenciação com relação a preços, das condições de primeira ordem do máximo ou do mínimo. Esses resultados são bastante conhecidos, e o texto de Intriligator (1983) é um excelente exemplo dessa abordagem.

O que se pretende nessa seção é oferecer uma solução alternativa mais simples e direta para a determinação da estática comparativa da firma que maximiza lucros ou minimiza custos. Para tanto será assumido que as funções econômicas aqui definidas, função lucro, função custo e função receita, são diferenciáveis até o segundo grau.<sup>(53)</sup>

A primeira relação a ser estabelecida pode ser obtida diretamente das várias versões apresentadas do Lema Shephard-Uzawa-McFadden. A elasticidade-preço das funções custo, receita e lucro são dadas por:

$$\frac{\partial C}{\partial w_i} \frac{w_i}{C} = \frac{w_i u_i}{C} = S_c^i \quad \{2.35\}$$

$$\frac{\partial R}{\partial p_j} \frac{p_j}{R} = \frac{p_j v_j}{R} = S_R^j \quad \{2.36\}$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial w_i} \frac{w_i}{\Pi} = \frac{-w_i x_i}{\Pi} = -S_c^i \frac{C}{\Pi} = S_{\Pi}^i \quad \{2.37\}$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial p_j} \frac{p_j}{\Pi} = \frac{p_j y_j}{\Pi} = S_R^i \frac{R}{\Pi} = S_{\Pi}^j$$

As expressões acima mostram ser as elasticidades preços das funções econômicas idênticas às participações dos fatores e produtos. Assim, {2.35} estabelece que a elasticidade preço do fator  $i$  para a função custo é dada pela participação desse fator no ponto de mínimo custo. Conclui-se, portanto, que as elasticidades preços da função custo são menores ou iguais a unidade e não negativas, ou seja, a função custo não é elástica para variações nos preços dos fatores. As mesmas observações podem ser estendidas para a função receita. Um aumento no preço do produto  $j$  de 1% provoca uma variação na receita positiva ou nula e, sendo positiva, não superior a 1%. Obviamente, sendo participações, as somas das elasticidades preço das duas funções, custo e receita, tem soma unitária.

No contexto de maximização de lucros os resultados são distintos. A elasticidade preço do fator  $i$  da função lucro é igual ao negativo da participação do fator  $i$  no custo total multiplicado pela relação custo sobre lucro. Para variações

no preço do produto  $j$ , a elasticidade da função lucro é dada pela participação do produto  $j$  na receita vezes a relação receita/lucro. Em ambos os casos, as participações são tomadas no ponto de máximo lucro. As características dessas elasticidades são as que se seguem. Para variações nos preços dos fatores, a elasticidade é menor ou igual a zero e, para variações nos preços dos produtos, positiva ou nula. Como a receita é pelo menos igual aos lucros, então a soma das elasticidades preços é maior ou igual a unidade. Como o somatório das elasticidades preços fator e produto é igual à unidade, então a soma das elasticidades preços dos fatores é o complemento em relação à unidade da relação receita/lucro. Essas propriedades estão tidas sumariadas no quadro 2.6.

QUADRO 2.6  
 PROPRIEDADES DOS EFEITOS PREÇO  
 SOBRE AS FUNÇÕES ECONÔMICAS

(H.1) Elasticidades preço das funções custo e receita menores ou iguais a 1 e não negativas. Elasticidades preço do fator da função lucro, negativas e positivas para os preços dos produtos.

$$0 < S_c^i \leq 1 \quad i=1, \dots, n$$

$$0 < S_R^j \leq 1 \quad j=1, \dots, m$$

$$S_{\Pi}^i \leq 0 \quad i=1, \dots, n$$

$$S_{\Pi}^j \geq 0$$

(H.2) Soma das elasticidades preço das funções econômicas é igual à unidade.

$$\sum_i s_c^i = 1$$

$$\sum_j s_R^j = 1$$

$$\sum_i s_{\Pi}^i + \sum_j s_{\Pi}^j = 1 \quad \text{sendo}$$

$$\sum_i s_{\Pi}^i = R/\Pi \geq 1 \quad \text{e}$$

$$\sum_j s_{\Pi}^j = -c/\Pi = 1 - \sum_i s_{\Pi}^i \leq 0$$

Resta saber o comportamento das funções custo e receita para alterações nos vetores de quantidades. As expressões que se seguem estabelecem essas relações. (54)

$$\frac{\partial C(y, w)}{\partial y_j} = p_j, \quad j=1, \dots, m$$

$$\text{para } y=y(w, p) \gg 0_m \quad \{2.38\}$$

$$\frac{\partial R(x, p)}{\partial x_i} = w_i, \quad i=1, \dots, n$$

$$\text{para } x=x(w, p) \gg 0_n \quad \{2.39\}$$

A primeira relação {2.38} representa uma extensão da posição bastante familiar dos livros-textos, da igualdade entre o custo marginal e o preço do produto no ponto de lucro máximo. Essa expressão é uma extensão na medida em que incorpora a possibilidade de produção conjunta. A expressão seguin

te possui uma interpretação análoga, representando a igualdade entre a receita marginal advinda da utilização de mais uma unidade do fator  $i$  e o seu respectivo preço. Em termos de elasticidades, essas relações podem ser colocadas como:

$$\frac{\partial C}{\partial y_j} \frac{y_j}{C} = \frac{p_j y_j}{C} = s_R^i \frac{R}{C} \quad j=1, \dots, m \quad \{2.40\}$$

$$\frac{\partial R}{\partial x_i} \frac{x_i}{R} = \frac{w_i x_i}{R} = s_C^i \frac{C}{R} \quad i=1, \dots, n \quad \{2.41\}$$

Ambas as elasticidades são positivas e sendo  $C < R$ , então a elasticidade fator  $i$  da função receita é menor que a unidade. Como  $\sum_j s_R^j = \sum_i s_C^i = 1$ , então a soma das elasticidades produto da função custo é igual a  $R/C$  e a soma das elasticidades fator da função receita é igual a  $C/R$ . Todas essas características estão resumidas no Quadro 2.7.

#### QUADRO 2.7

##### PROPRIEDADES DOS EFEITOS QUANTITATIVOS SOBRE AS FUNÇÕES ECONÔMICAS

$$(I.1) \quad \frac{\partial C}{\partial y_j} \frac{y_j}{C} = s_R^j \frac{R}{C} > 0 \quad j=1, \dots, m$$

$$0 < \frac{\partial R}{\partial x_i} \frac{x_i}{R} = s_C^i \frac{C}{R} \leq 1 \quad i=1, \dots, n$$

$$\sum_j \frac{\partial C}{\partial y_j} \frac{y_j}{C} = R/C \geq 1$$

$$(I.2) \quad 0 < \sum_i \frac{\partial R}{\partial x_i} \frac{x_i}{R} = C/R \leq 1$$

A partir das expressões {2.30} e {2.32} podem ser obtidas as tradicionais decomposições dos efeitos preços. Derivando-se essas duas expressões com relação aos preços dos fatores e produtos, o sistema que se segue:

$$\frac{\partial x_j}{\partial w_i} = \frac{\partial u_j}{\partial w_i} + \sum_{k=1}^m \frac{\partial u_j}{\partial y_k} \frac{\partial y_k}{\partial w_i} \quad i, j=1, \dots, n \quad \{2.42\}$$

$$\frac{\partial y_j}{\partial w_i} = \sum_{k=1}^n \frac{\partial v_j}{\partial x_k} \frac{\partial x_k}{\partial w_i} \quad i=1, \dots, n \quad j=1, \dots, m \quad \{2.43\}$$

$$\frac{\partial x_j}{\partial p_i} = \sum_{k=1}^m \frac{\partial u_j}{\partial y_k} \frac{\partial y_k}{\partial p_i} \quad i=1, \dots, m \quad j=1, \dots, n \quad \{2.44\}$$

$$\frac{\partial y_j}{\partial p_i} = \frac{\partial v_j}{\partial p_i} + \sum_{k=1}^n \frac{\partial v_j}{\partial x_k} \frac{\partial x_k}{\partial p_i} \quad i, j=1, \dots, m \quad \{2.45\}$$

Por {2.42}, o efeito das alterações do preço do fator  $i$  sobre a demanda do fator  $j$  é decomposto em duas parcelas. A primeira delas,  $\partial u_j / \partial w_i$ , representa o chamado efeito substituição, ou seja, a alteração da demanda do fator  $j$  face aos novos preços relativos sobre a mesma isoquanta, isto é, sem alterações no vetor de produção. A segunda parcela do efeito preço total é dada pelo somatório restante e é conhecida por efeito expansão. A alteração dos preços relativos do sistema reflete-se também sobre o nível de produto, mudando as ofertas de máximo lucro ( $\partial y_k / \partial w_i$ ) e, por conseqüência, mudando novamente a demanda do fator  $j$ . Essa alteração na demanda do fator  $j$ , sobre o caminho de expansão dado pelos novos pre-

ços relativos, é que representa o efeito expansão. Essa decomposição do efeito preço total em efeito substituição e efeito expansão é similar à encontrada para a teoria do consumidor. O efeito substituição é o mesmo nas duas teorias, representando aqui a mudança técnica face aos novos preços relativos. O efeito expansão guarda alguma similaridade com o efeito renda da teoria do consumidor, embora não seja o mesmo. (55)

O efeito preço do fator  $i$  sobre a oferta do produto  $j$ , dado pela relação {2.43}, também é um efeito composto. Em primeiro lugar, a variação em  $w_i$  conduz alterações nas demandas de fatores  $x_k$ , as quais por sua vez deslocam a fronteira de possibilidades de produção e, portanto, as ofertas.

Da mesma maneira, a alteração da demanda  $x_j$  por mudanças no preço do produto  $i$  se dá por dois efeitos, como mostra {2.44}. A variação em  $p_i$  leva todos os produtos a mudarem, os quais, por sua vez, levam a alterações nas demandas de fatores.

Finalmente, {2.45} apresenta a decomposição do efeito das mudanças do preço  $p_i$  na oferta do produto  $j$ . A derivada  $\partial v_j / \partial p_i$  representa o efeito de substituição na produção sobre a mesma fronteira de possibilidades de produção. O somatório restante é o efeito expansão. Como visto por {2.44}, mudanças em  $p_i$  levam a alterações nas demandas de máximo lucro. Essas alterações são responsáveis por alterações nas fronteiras de possibilidades de produção, mostrando as variações nas ofertas sobre o novo caminho de expansão. (56)

As expressões {2.42} - {2.45} podem ser facilmente transformadas em elasticidades preço compensadas e de máximo lucro. Essa passagem torna bastante claro o significado destas elasticidades, mostrando quais variáveis estão mantidas constantes sob a cláusula *ceteris-paribus*.

Essas relações entre elasticidades podem ser colocadas como:

$$\alpha_{ji} = \eta_{ji} + \sum_{k=1}^m \epsilon_{jk} \beta_{ki} \quad i, j=1, \dots, n \quad \{2.46\}$$

$$\beta_{ji} = \sum_{k=1}^n \theta_{jk} \alpha_{ki} \quad i=1, \dots, n \quad j=1, \dots, m \quad \{2.47\}$$

$$\gamma_{ji} = \sum_{k=1}^m \epsilon_{jk} \delta_{ki} \quad i=1, \dots, m \quad j=1, \dots, n \quad \{2.48\}$$

$$\delta_{ji} = \rho_{ji} + \sum_{k=1}^n \theta_{jk} \gamma_{ki} \quad i, j=1, \dots, m \quad \{2.49\}$$

onde:

$\alpha_{ji}$  = elasticidade de  $x_j$  com relação a  $w_i$  ;

$\beta_{ji}$  = elasticidade de  $y_j$  com relação a  $w_i$  ;

$\gamma_{ji}$  = elasticidade de  $x_j$  com relação a  $p_i$  ;

$\delta_{ji}$  = elasticidade de  $y_j$  com relação a  $p_i$  ;

$\eta_{ji}$  = elasticidade de  $u_j$  com relação a  $w_i$  ;

$\epsilon_{ji}$  = elasticidade de  $u_j$  com relação a  $y_i$  ;

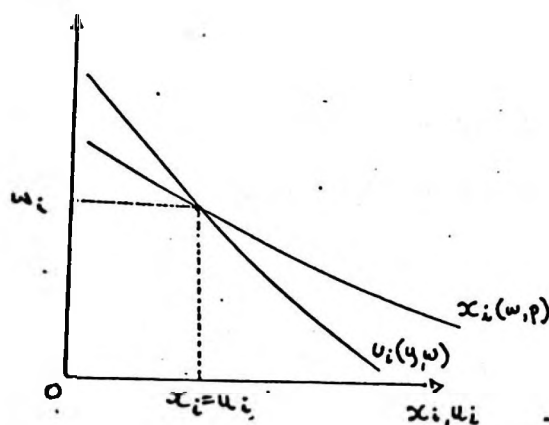
$\theta_{ji}$  = elasticidade de  $v_j$  com relação a  $x_i$  ;

$\rho_{ji}$  = elasticidade de  $v_j$  com relação a  $p_i$  .



A relação {2.46}, por exemplo, mostra como que a elasticidade preço da demanda do fator  $i$  difere no contexto de máximo lucro e de mínimo custo. A elasticidade  $\eta_{ji}$  pressupõe constante o vetor de produção enquanto que  $\alpha_{ji}$  não, permitindo ajustes em  $y$  para mudanças em  $w$ . O gráfico 2.20 ilustra a relação entre as duas elasticidades preços no mesmo ponto de máximo lucro.

GRÁFICO 2.20  
ELASTICIDADE PREÇO: DEMANDA COMPENSADA  
E DEMANDA DE MÁXIMO LUCRO



Com relação às expressões {2.46} - {2.49}, note que as duas primeiras formam um sistema em  $\alpha_{ji}$  e  $\beta_{ji}$ , isto é, a elasticidade de  $x_j$  com relação a  $w_i$  depende das elasticidades de  $y$  com relação a  $w_i$ , e vice-versa. Da mesma maneira, {2.48} e {2.49} formam um sistema em  $\gamma_{ji}$  e  $\delta_{ji}$ . Escrevendo essas equações sob a forma de matrizes, chega-se a:

$$\alpha = \eta + \epsilon\beta \quad \{2.50\}$$

$$\beta = \theta \alpha \quad \{2.51\}$$

$$\gamma = \epsilon \delta \quad \{2.52\}$$

$$\delta = \rho + \theta\gamma \quad \{2.53\}$$

sendo que a dimensão das matrizes é dada em {2.46} - {2.49}.

Resolvendo {2.50} e {2.51} para  $\alpha$  e  $\beta$  e {2.52} e {2.53} para  $\gamma$  e  $\delta$ , chega-se a<sup>(57)</sup>:

$$\alpha = (I - \epsilon\theta)^{-1}\eta \quad \{2.54\}$$

$$\beta = \theta(I - \epsilon\theta)^{-1}\eta \quad \{2.55\}$$

$$\delta = (I - \theta\epsilon)^{-1}\rho \quad \{2.56\}$$

$$\gamma = \epsilon(I - \theta\epsilon)^{-1}\rho \quad \{2.57\}$$

onde  $I$  representa uma matriz identidade de dimensão conveniente.

O entendimento dessas expressões será feito por partes. Em primeiro lugar, um elemento típico da matriz  $\epsilon\theta$ , da linha  $i$ , coluna  $j$  é definido por:

$$(\epsilon\theta)_{ij} = \sum_{k=1}^m \epsilon_{ik} \theta_{kj} = \sum_{k=1}^m \frac{\partial u_i}{\partial y_k} \frac{\partial y_k}{\partial u_i} \cdot \frac{\partial v_k}{\partial x_j} \frac{x_j}{v_k}$$

Ou seja, esse elemento mostra o impacto na demanda do fator  $i$  dado alterações na demanda do fator  $j$ . As alterações na demanda do fator  $j$  conduzem a modificações das ofertas, e estas, por sua vez, implicam em mudanças na demanda do fator  $i$ .

Compreendido o significado da matriz  $\epsilon\theta$ , torna-se simples entender {2.54}. Dado uma alteração em  $w$ , o resultado imediato sobre a demanda de fatores é o efeito substituição

$\eta$ . No passo seguinte, dada a resposta  $\eta$  da demanda de fatores, esta deve se alterar por  $\epsilon\theta\eta$ , posto o sentido da matriz  $\epsilon\theta$ . No passo subsequente, a demanda altera-se de  $(\epsilon\theta)^2\eta$ , e assim por diante. A soma de todos esses efeitos, inclusive o efeito substituição inicial fornece o seguinte resultado:

$$\begin{aligned}\alpha &= \eta + \epsilon\theta\eta + (\epsilon\theta)^2\eta + (\epsilon\theta)^3\eta + \dots, \\ \alpha &= (I + \epsilon\theta + (\epsilon\theta)^2 + (\epsilon\theta)^3 + \dots)\eta = (I - \epsilon\theta)^{-1}\eta. \quad \{2.58\}\end{aligned}$$

A matriz  $(I - \epsilon\theta)^{-1}$  representa, portanto, um conjunto de multiplicadores que expandem os efeitos diretos de alterações em  $w$  (os efeitos substituição) em efeitos diretos e indiretos, sendo este último a expressão do chamado efeito expansão. Note também que os efeitos das alterações de  $w$  sobre a oferta, se dá apenas indiretamente, através de alterações na demanda dos fatores, como pode ser visto em {2.55}.

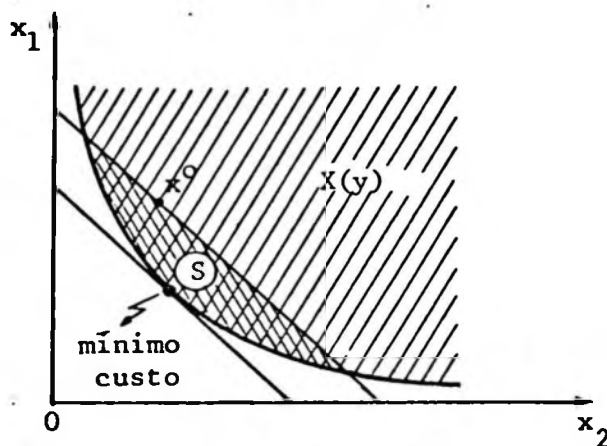
Com raciocínio semelhante, chega-se à conclusão que a matriz  $\epsilon\theta$  representa as alterações na oferta de cada produto conduzidas por alterações nos fatores, sendo que as mudanças nesses últimos ocorrem por variações nos níveis de produtos. Entendida dessa forma a matriz  $\epsilon\theta$ , o efeito total das alterações de  $p$  sobre a oferta  $y$  pode ser decomposta no primeiro passo, no efeito substituição sobre a mesma fronteira de possibilidades de produção, e no efeito expansão nos passos posteriores:

$$\begin{aligned}\delta &= \rho + \theta\epsilon\rho + (\theta\epsilon)^2\rho + (\theta\epsilon)^3\rho + \dots, \text{ ou} \\ \delta &= (I + \theta\epsilon + (\theta\epsilon)^2 + (\theta\epsilon)^3 + \dots)\rho = (I - \theta\epsilon)^{-1}\rho \quad \{2.59\}\end{aligned}$$

Percebe-se assim que  $(I-\theta\epsilon)^{-1}$  traduz o conjunto de multiplicadores que amplificam os efeitos diretos de substituição para  $n$  chegar também aos efeitos indiretos de expansão.<sup>(58)</sup>

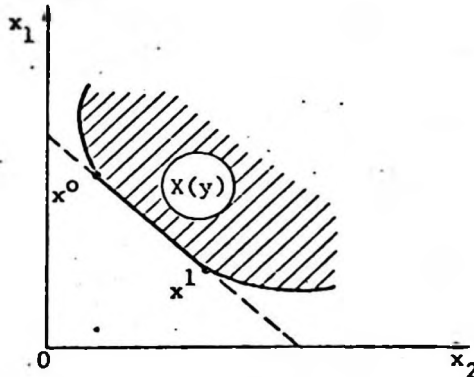
## NOTAS

- (1) Ver Shephard (1953), capítulo 4, "Dual determination of production function from cost function". Sobre as relações entre o problema primal e o dual em programação matemática, ver Mangasarian (1969), Cass (1974) e Silberberg (1974).
- (2) Ver McFadden (1978), seção 6, p.19: "Further, it establishes that the cost function contains all the information necessary to reconstruct the structure of production possibilities. It is in a sense a 'sufficient statistic' for the technology. Thus, corresponding to every hypothesis the economist might impose on the structure of a conventional production possibility set, is a hypothesis on the form of the cost function."
- (3) Poderia ser permitido que alguns preços de fatores assumissem valores zero. Em decorrência, estaria aberta a possibilidade da combinação de insumos que retornam o mínimo custo não poder ser alcançado. Para todos os efeitos práticos, relaxar esta hipótese não traria benefício algum, ganhando-se apenas um maior rigor básico.
- (4) Como a função custo está sendo definida para cada vetor  $z$ , ela deveria ser denotada por  $C(y, w, z)$ , mas serão omitidas as referências a  $z$ , a não ser absolutamente necessário. Ainda para simplificar a notação,  $wx$  representa o produto interno dos dois vetores, sendo assumido que um vetor é linha ( $w$ ) e o outro, coluna ( $x$ ). Caso o vetor  $z$  contenha insumos fixos, então a função  $C$  refere-se apenas aos custos variáveis.
- (5) A função custo é bem definida, dada as hipóteses formuladas no capítulo anterior. Para cada  $y \in Y$ , sabe-se que  $X(y)$  não é vazio. Tomando-se  $x^0 \in X(y)$  podemos construir um conjunto  $S$  de cestas com custos menores ou iguais a  $x^0$ :  $S = \{x \in X(y) : wx \leq wx^0\}$ . Pode-se perceber que  $S$  é fechado e limitado e, portanto, compacto com relação ao quadrante não negativo. Sendo  $wx$  uma função contínua, um famoso teorema matemático, o Teorema de Weierstrass, garante de  $wx$  alcançar um máximo e um mínimo sobre  $S$  e, portanto, a função custo é definida:



Note que desempenhou papel importante na definição da função custo o fato de  $X(y)$  ser limitado. Para o enunciado do Teorema de Weierstrass, vide Klein (1973), teorema 5,9, página 94.

- (6) O termo demanda compensada, aqui utilizado, tem o mesmo sentido que na teoria do consumidor. Representa a demanda para um dado nível de  $y$ , ou seja, sobre uma mesma isocuanta  $I(y)$ .
- (7) Supondo que a hipótese de convexidade de  $T$  fosse relaxada, ficando  $X(y)$  apenas convexo, então poderia acontecer do problema de minimização de custo retornar não apenas um vetor  $x$ , mas um conjunto de vetores, como mostra o gráfico que se segue.



$X(y)$  é apenas convexo e todas as combinações convexas de  $x^0$  e  $x^1$ , para  $0 \leq \lambda \leq 1$  são soluções para o problema de mínimo custo. A prova que para cada  $w \gg 0$ ,  $(y, w)$  é único pode ser facilmente encontrada, supondo-se que existem em  $\mu(y, w)$  duas cestas distintas  $x^0$  e  $x^1$  que dão o mínimo custo. Portanto,  $w x^0 = w x^1 = C(y, w)$ . Para  $0 < \lambda < 1$  o vetor  $x^\lambda = x^1 + (1-\lambda)x^0$  também seria uma combinação de mínimo custo pois  $w x^\lambda = \lambda w x^1 + (1-\lambda)w x^0 = \lambda C + (1-\lambda)C = C(y, w)$ . Sendo  $x(y)$  estritamente convexo, então existe  $x^2 < x^\lambda$  e como  $w \gg 0$ ,  $w x^2 < w x^\lambda$  e logo  $x^0$  e  $x^1$  não poderiam ser solução para mínimo custo.

- (8) A prova da não negatividade de  $C(y, w)$  é bastante simples. Sendo  $C(y, w) = \text{Min}\{wx : x \in X(y)\}$  para  $y \in Y$  e  $w > 0_n$  então  $C(y, w) = w\mu$ . Como  $\mu \geq 0_n$  e  $w \gg 0_n$ , então  $C(y, w) = w \geq 0$ .
- (9) A própria definição de  $C(y, w)$  prova essa propriedade, pois para  $w \gg 0_n$  e  $y \in Y$  tem-se que  $C(y, \lambda w) = \text{Min}\{(\lambda w)x : x \in X(y)\} = \lambda \text{Min}\{wx : x \in X(y)\} = \lambda C(y, w)$ .
- (10) Para exemplos de fronteiras de preço de fatores e a relação com as isoquantas, ver McFadden (1978), seção 10, p.39.
- (11) A concavidade de  $C$  com relação aos preços pode ser assim mostrada. Seja  $y \in Y$ ,  $w^0 \gg 0_n$  e  $w^1 \gg 0_n$ . Pela definição de função custo, tem-se que  $C(y, w^0) = w^0 \mu^0$  e  $C(y, w^1) = w^1 \mu^1$ . Como  $C$  é homogênea de grau em  $w$ , então para  $0 \leq \lambda \leq 1$ ,  $C(y, \lambda w^1) = \lambda w^1 \mu^1$  e  $C(y, (1-\lambda)w^0) = (1-\lambda)w^0 \mu^0$ . Para preços  $w^\lambda$ , definidos por  $w^\lambda = \lambda w^1 + (1-\lambda)w^0$ , o mínimo custo será dado por  $C(y, w^\lambda) = w^\lambda \mu^2 = \lambda w^1 \mu^2 + (1-\lambda)w^0 \mu^2$ . Como o vetor  $\mu^2$  era disponível para escolha nos dois casos anteriores, então  $\lambda w^1 \mu^1 \leq \lambda w^1 \mu^2$  e  $(1-\lambda)w^0 \mu^0 \leq (1-\lambda)w^0 \mu^2$  e portanto  $C(y, w^\lambda) \geq \lambda C(y, w^1) + (1-\lambda)C(y, w^0)$ .
- (12) Essa propriedade pode ser provada da maneira que se segue. Seja  $0_n \ll w^0 < w^1$  e  $y \in Y$ . Pela definição de função  $C(y, w^1) = w^1 \mu^1$ . Como  $w^1 > w^0$  então  $w^0 \mu^1 \leq w^1 \mu^1$ . Mas, a preços  $w^0$ , o vetor de insumos  $\mu^1$  era disponível e, portanto,  $C(y, w^0) = w^0 \mu^0 \leq w^1 \mu^1$  ou  $C(y, w^0) \leq C(y, w^1)$ .
- (13) Como  $X(y^1)$  está contido em  $X(y^0)$  para  $y^1 > y^0$  pela propriedade (C.2) do capítulo anterior, então:  $C(y^1, w) = \text{Min}\{wx : x \in X(y^1)\} \geq C(y^0, w) = \text{Min}\{wx : x \in X(y^0)\}$  para  $w \gg 0_n$  e  $y^0$  e  $y^1$  em  $Y$ , pois o mínimo sobre um subconjunto não pode ser menos que o mínimo tomado sobre o conjunto como um todo.
- (14) A prova da convexidade de  $C$  está baseada na propriedade A.4. Seja  $x^0 \in X(y^0)$  e  $x^1 \in X(y^1)$  então  $(-x^0, y^0) \in T$  e  $(-x^1, y^1) \in T$ . Como  $T$  é estritamente convexo, então para  $0 < \lambda < 1$  tem-se que  $(-x^\lambda, y^\lambda) \in \text{int } T$  onde  $(-x^\lambda, y^\lambda)$  é combinação convexa das duas atividades anteriores. Como  $(-x^\lambda, y^\lambda) \in \text{Int } T$ , existe  $(-x^2, y^2) \in T$  tal que  $(-x^2, y^2) > (-x^\lambda, y^\lambda)$  e  $y^2 \gg y^\lambda$ , logo  $(-x^2, y^2) \in T$  onde  $x^2 < x^\lambda$ . Portanto,  $x^\lambda \in \text{Int } X(y^\lambda)$ . Note agora que por definição  $C(y^1, w) = w\mu^1$  e  $C(y^0, w) = w\mu^0$  e, portanto,  $\lambda C(y^1, w) + (1-\lambda)C(y^0, w) = \lambda w\mu^1 + (1-\lambda)w\mu^0 = w[\lambda\mu^1 + (1-\lambda)\mu^0] = w\mu^\lambda$ . Como mostrado acima,  $\mu^\lambda \in \text{Int } X(y^\lambda)$  e, portanto,  $C(y^\lambda, w) \leq wx^2 \leq w\mu^\lambda = \lambda C(y^1, w) + (1-\lambda)C(y^0, w)$ .
- (15) A convexidade da função custo com relação a  $y$  implica que para  $y^0$  e  $y^1 \in Y$  e  $w \gg 0_n$ , a seguinte relação é válida:  $C(y^\lambda, w) \leq \lambda C(y^1, w) + (1-\lambda)C(y^0, w)$ . Tomando-se  $y^1 = y^0 + 2\Delta$  onde  $\Delta > 0_n$  e  $\lambda = 1/2$ , então  $y^\lambda = \lambda y^1 + (1-\lambda)y^0 = y^0 + \Delta$ , e a expressão acima reduz-se para  $C(y^0 + \Delta, w) \leq (1/2)C(y^0 + 2\Delta, w) + (1/2)C(y^0, w)$ . Rearranjando-se os termos, chega-se à expressão final, dada por  $C(y^0 + \Delta, w) - C(y^0, w) \leq C(y^0 + \Delta, w) - C(y^0 + \Delta, w)$ .

(16) As características de continuidade e diferenciabilidade de  $C$  com relação aos seus argumentos foram provadas por diversos autores, sob condições ao menos tão gerais quanto as adotadas neste estudo. Ver Friedman (1972) para a continuidade de  $C$  com relação a  $w$  e  $y$ ; Sakai (1973) no lema 1(2) para diferenciabilidade de  $C$  com relação a  $w$ ; Diewert (1971), teorema 3b'' para continuidade de  $C$  com relação a  $y$ ; Diewert (1978), páginas 8-11, para continuidade de  $C$  com relação a  $w$  e  $y$ ; McFadden (1978) lemas 1 e 7 para continuidade de  $C$  com relação a  $w$  e  $y$  e Teorema 23 para a continuidade da função lucro (da qual a função custo é um caso particular) com relação a  $z$ .

(17) Para uma prova do Lema, ver Sakai (1973), p.738-9, McFadden (1978), p.14-5. A prova que será dada abaixo é baseada em modelos de programação clássica, necessitando de hipóteses sobre a diferenciabilidade da função de produção com relação ao vetor de insumos  $x$ . O problema que deve ser resolvido é o mesmo problema que aparece em (2.1), qual seja:

$$\text{Min. } C = w_1 x_1 + \dots + w_n x_n$$

$$\text{Suj. } y_1 = F(\bar{y}, x).$$

As condições de primeira ordem são dadas por

$$\frac{w_i}{\lambda} = F_i \quad i=1, \dots, n$$

$y_1 = F(\bar{y}, x)$ , onde  $\lambda$  é o multiplicador de Lagrange e

$F_i = \partial F / \partial x_i$ . Resolvendo-se esse sistema, as funções de demanda compensada são dadas por  $\mu_i = \mu_i(y, w)$  e, portanto, a função custo é  $C = w_1 \mu_1 + \dots + w_n \mu_n$ . A derivada da função custo com relação a  $w_1$  pode ser expressa por:

$$\frac{\partial C}{\partial w_1} = \mu_1 + w_1 \frac{\partial \mu_1}{\partial w_1} + \dots + w_n \frac{\partial \mu_n}{\partial w_1}$$

Agora, substituindo-se as demandas compensadas na função de transformação e derivando-se esta com relação a  $w_1$  chega-se a:

$$0 = F_1 \frac{\partial \mu_1}{\partial w_1} + \dots + F_n \frac{\partial \mu_n}{\partial w_1}$$

Como pelas condições de primeira ordem do problema de mínimo  $F_i = \frac{w_i}{\lambda}$ , então:

$$0 = w_1 \frac{\partial \mu_1}{\partial w_1} + \dots + w_n \frac{\partial \mu_n}{\partial w_1} \quad \text{e, portanto,} \quad \frac{\partial C}{\partial w_1} = \mu_1$$

(18) Uma função  $C=C(y, w)$  é dita ser positivamente homogênea de grau  $r$  em  $w$  se para  $\lambda > 0$   $C(y, \lambda w) = \lambda^r C(y, w)$ . Nesse caso, pelo teorema de Euler de funções homogêneas:

$$w_1 \frac{\partial C}{\partial w_1} + \dots + w_n \frac{\partial C}{\partial w_n} = rC$$



- (19) Para a continuidade do vetor de demanda compensada  $\mu$ , ver Lau (1978), p.137 Lema I-2, ou Sakai (1973), p.738, Lema 1. A homogeneidade de grau zero de  $\mu$  com relação aos preços, decorre da homogeneidade da função custo, pois:
- $$(\lambda w)\mu(y, \lambda w) = C(y, \lambda w) = \lambda C(y, w) = (\lambda w)\mu(y, w)$$
- (20) Ver McFadden (1978), seção 6, Lema 2 e Lema 3. McFadden estabelece os teoremas de dualidade e apresenta as provas em um contexto mais geral que o utilizado neste trabalho. Por exemplo, o conjunto de possibilidade de produção é apenas convexo. No Lema 2, McFadden mostra que a aplicação do mapeamento tecnológico sobre uma função custo que obedece a certas hipóteses, gera um conjunto de possibilidades de produção que tem certas características que ele denomina de convencionais: fechado, não vazio,  $0_n$  não pertence a  $X(O_m)$ , convexidade e desperdício de insumos. O Lema 3 estabelece uma relação um a um entre os elementos da classe de funções custo e a classe de representações tecnológicas. Sobre outros teoremas de dualidade, ver McFadden (1978), Lemas 4, 5 e 7 sobre a dualidade entre funções distância e funções custo, Lema 11 sobre a dualidade entre  $T$  e função lucro. Shephard (1953), seção 4, páginas 17-22, sobre a dualidade entre função custo e função da produção (ou função distância). Em Lau (1972, 1976) e Jorgenson e Lau (1974), encontram-se teoremas entre funções de produção e funções lucro restritas, utilizando-se transformações de Legendre e teoria de dualidade conjugada. Jacobsen (1970, 1972), Shephard (1970) e McFadden (1966) generalizaram os resultados obtidos para produção única, estabelecendo teoremas de dualidade entre conjuntos de possibilidades de produção (ou funções de transformação) e funções custo envolvendo produção conjunta. Uzawa (1964) e Diewert (1971) generalizaram os resultados de Shephard (1953). O primeiro, dispensando as hipóteses de diferenciabilidade de Shephard, e o segundo estabelecendo relações entre as funções de produção, conjuntos de requerimentos de insumos e função custo. Diewert (1983) mostra algumas relações de dualidade entre funções de produção, funções distância, função de produção indireta e função custo.
- (21) Um hiperplano no espaço  $R^n$  é definido formalmente pelo conjunto:
- $$H(c, w) = \{x \in R^n : wx = c\}$$
- onde  $C$  é um número real qualquer. O vetor  $w$  é conhecido como vetor normal ao hiperplano e tem a propriedade de formar um ângulo de 90 graus com o hiperplano. Ver Green e Heller (1981), seção 8, páginas 37-38, ou Klein (1973), seção 18.2, páginas 323-324.

- (22) Ver McFadden (1978), páginas 44-6. Essas relações podem ser generalizadas, definindo-se algum índice de curvatura das isoquantas e da fronteira de preços de fatores como, por exemplo, elasticidade de substituição.
- (23) Em McFadden (1978), essas questões são tratadas de forma bastante simples no contexto de uma função lucro restrita, da qual a função custo é um caso particular. Na seção 20, páginas 101-20, são deduzidas as relações entre função lucro para fatores variáveis, fatores fixos e a função lucro total.
- (24) Além das funções custo, receita e lucro, várias outras funções derivadas de hipóteses de máximo ou mínimo são objetos de teoremas de dualidade. Entre estas, podem ser citadas a função de produção indireta  $y=g(w)$ , que relaciona a cada vetor de preços  $w$  o máximo produto  $y$  e a função valor adicionado,  $v=v(L,p,w)$  onde  $L$  é um vetor de insumos primários (trabalho, capital, terra etc.),  $p$  é o preço do produto e  $w$  o preço de insumos intermediários (matérias-primas, energia etc.). A função valor adicionado relaciona para cada nível de utilização dos insumos primários, o preço do produto e preços dos insumos intermediários, o máximo valor adicionado na produção. Sobre o conceito de função de produção indireta, ver Hanoch (1978). Para os teoremas de dualidade sobre a função valor adicionado, ver Bruno (1978) e Diewert (1978).
- (25) Com um argumento idêntico ao apresentado para a função custo na nota 5 deste capítulo, mostra-se que a função receita é bem definida, dadas as hipóteses formuladas sobre a tecnologia no capítulo 1. Como  $Y(x)$  não é vazio, tomando-se  $y^0 \in Y(x)$ , o conjunto  $S=\{y \in Y(x): py^0 \leq py\}$  é compacto no quadrante não negativo. Sendo  $py$  uma função contínua, o Teorema de Weierstrauss garante que esta alcança um máximo em  $S$ .
- (26) Aqui também, para economia de notação, serão omitidas as referências ao vetor  $z$  como argumento da função receita e funções oferta compensada, muito embora elas sejam definidas para cada vetor  $z$  possível.
- (27) Pela definição de função receita  $R(x,p)=p v$ . Sendo  $v \geq 0_m$  e  $p \gg 0_m$ , então  $R(x,p) \geq 0$ .
- (28) Formalmente:  $R(x,\lambda p)=M_{y,x}\{\lambda p y: y \in Y(x)\}$  para  $x \in X$  e  $p \gg 0_m$  e, portanto,  $R(x,\lambda p)=M_{y,x}\{p y: y \in Y(x)=\lambda R(x,p)$   
 $=\lambda p v$
- (29) A prova desta propriedade é similar à encontrada na nota 11 deste capítulo, com relação à concavidade da função custo para  $w$ , e será aqui omitida.

- (30) Vide nota 12 deste capítulo, para uma prova semelhante a da propriedade F.3.
- (31) Vide prova da nota 14, substituindo a propriedade (C.2) do capítulo 1 pela propriedade (B.2) do mesmo capítulo.
- (32) Embora semelhante à propriedade de convexidade provada com relação à função custo na nota 14, a concavidade de  $R$  com relação a  $x$  será aqui provada por envolver um raciocínio mais complexo. Seja  $x^0$  e  $x^1$  pertencentes a  $X$ , tais que  $R(x^0, p) = py^0$  e  $R(x^1, p) = py^1$ . Por definição, então,  $y^0 \in Y(x^0)$  e  $y^1 \in Y(x^1)$  ou  $(-x^0, y^0) \in T$  e  $(-x^1, y^1) \in T$ . Logo, para  $0 < \lambda < 1$ , então a combinação convexa  $(-x^\lambda, y^\lambda)$  dessas duas atividades pertence ao interior de  $T$ , existindo outra atividade  $(-x^2, y^2)$  em  $T$  com a característica  $(-x^2, y^2) > (-x^\lambda, y^\lambda)$  e  $y^2 \gg y^\lambda$ . Logo, por "free disposal" de insumos  $(-x^\lambda, y^2) \in T$  e sendo  $y^\lambda \ll y^2$  então  $y^\lambda \in \text{int } Y(x^\lambda)$ . Pela definição de receita  $\lambda R(x^1, p) + (1-\lambda) R(x^0, p) = \lambda py^1 + (1-\lambda) py^0 = py^\lambda$ . Como mostrado acima,  $y^\lambda \in \text{int } Y(x^\lambda)$  e, portanto,  $R(x^\lambda, p) \geq py^2 \geq py^\lambda = \lambda R(x^1, p) + (1-\lambda) R(x^0, p)$ .
- (33) Como a função receita é côncava em  $x$ , tomando-se  $x^1 = x^0 + 2\Delta$  para  $\Delta > 0_n$  e  $\lambda = 1/2$ , tem-se que  $x^\lambda = \lambda x^1 + (1-\lambda)x^0 = 1/2(x^0 + 2\Delta) + 1/2 x^0 = x^0 + \Delta$  e, portanto,  $R(x^0 + \Delta, p) \geq 1/2 R(x^0 + 2\Delta, p) + 1/2 R(x^0, p)$ , ou  $R(x^0 + 2\Delta, p) - R(x^0 + \Delta, p) \leq R(x^0 + \Delta, p) - R(x^0, p)$ .
- (34) Ver, por exemplo: Teorema 3 de Diewert (1974), Lemas 20 e 21 de McFadden (1978), Lema I-3 de Lau (1978), proposição 73 de Shephard (1970).
- (35) Para uma prova da continuidade das ofertas compensadas, ver Lau (1978), p.137, Lema I-2, lembrando que a função receita é um caso particular da função lucro restrita. Ou ainda, Diewert (1974).
- (36) Essas relações podem ser provadas rigorosamente, definindo-se um índice de curvatura para a fronteira de preços de produto e outro para a curva de transformação. O que será encontrado é uma relação inversa entre esses dois índices. Ver McFadden (1978, p.41-4), para esses índices no caso da função custo.
- (37) O fato de  $T(z)$  ser limitado por cima e fechado, garante a definição da função lucro. Tomando  $(-x^0, y^0) \in T(z)$ , o conjunto  $\{(-x, y) \in T(z) : py - wx \leq py^0 - wx^0\}$  é compacto no quadrante não negativo. Portanto, pelo teorema de Weierstrass, a função contínua  $py - wx$  alcança um máximo nesse conjunto.
- (38) Embora não esteja implícito na notação, a função lucro depende de  $z$ , o mesmo acontecendo com as demandas e ofertas de máximo lucro.

- (39) Além de Mosak (1938), as relações entre os dois tipos de curvas de demanda foram estudadas também por Mundlak (1968). Analisando conceitos alternativos de elasticidade de substituição, este autor, a exemplo de Mosak (1938), apresenta uma terceira forma de curva de demanda, com custo nominal constante. Essa função demanda resulta da transposição para a teoria da produção da curva de demanda do consumidor com renda nominal constante.
- (40) Para  $p=p^0$  tem-se, por definição, que  $\Pi(w, p^0) = p^0 y^0 - w x^0$ , e da mesma maneira para  $p^1 < p^0$ ,  $\Pi(w, p^1) = p^1 y^1 - w x^1$ . Como  $p^1 > p^0$  então  $p^1 y^0 - w x^0 \geq p^0 y^0 - w x^0$ . Como a atividade  $(-x^0, y^0)$  é tecnologicamente factível, não pode acontecer de  $p^1 y^1 - w x^1 < p^0 y^0 - w x^0$ , pois este fato estaria contrariando a definição da função lucro como o lucro máximo. Portanto,  $\Pi(w, p^1) \geq \Pi(w, p^0)$  para  $p^1 > p^0$ . Da mesma maneira, prova-se que  $\Pi(w^0, p) \geq \Pi(w^1, p)$  para  $w^1 > w^0$ .
- (41) Pela definição de função lucro:  $\Pi(\lambda w, \lambda p) = \text{Max} \{ \lambda p y - \lambda w x : (-x, y) \in T(z) \} = \text{Max} \{ \lambda (p y - w x) : (-x, y) \in T(z) \} = \lambda \text{Max} \{ p y - w x : (-x, y) \in T(z) \} = \lambda \Pi(w, p)$ .
- (42) Lau (1972) vai mais adiante ainda. Define a quase homogeneidade de graus  $\alpha, \beta, \gamma$  de uma função do tipo  $F(y, x)$  como sendo  $F(\lambda^\alpha y, \lambda^\beta x) = \lambda^\gamma F$  para  $\lambda > 0$ . Mostra que essa função quase homogênea obedece a uma versão modificada do Teorema de Euler:

$$\alpha \sum_{i=1}^m \frac{\partial F}{\partial y_i} + \beta \sum_{j=1}^n \frac{\partial F}{\partial x_j} = \gamma F.$$

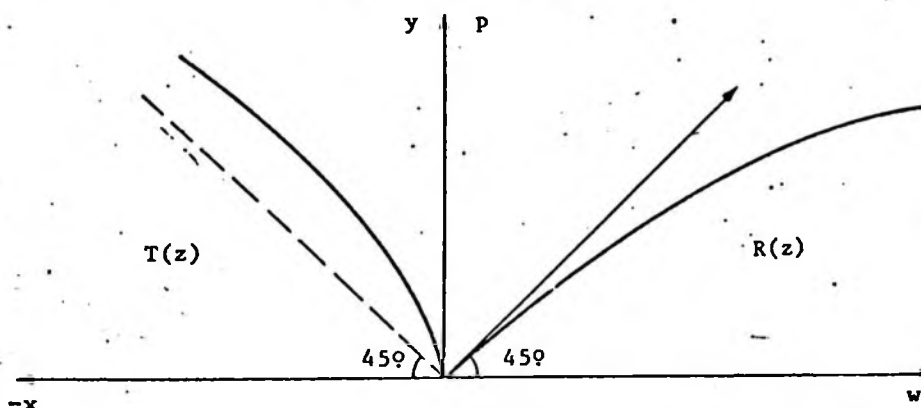
Finalmente, para uma função de transformação do tipo  $F(y, x) = 0$ , pode-se assumir que  $\gamma = 0$ , e colocando  $k = \alpha/\beta$  e  $\beta = 1$ , seu Teorema III estabelece que a função de transformação é homogênea de grau nos produtos, se e somente se a função lucro é homogênea de grau  $1/(1-k)$  nos preços dos produtos e, portanto, homogênea de grau  $-k/(1-k)$  nos preços dos insumos.

- (43) Para  $(w^0, p^0)$  o lucro máximo é igual, por definição, a  $\Pi(w^0, p^0) = p^0 y^0 - w^0 x^0$  e para  $(w^1, p^1)$ ,  $\Pi(w^1, p^1) = p^1 y^1 - w^1 x^1$ . Como  $\Pi(w, p)$  é homogênea de grau 1 em  $(w, p)$ , então para  $0 < \lambda < 1$   $\Pi(\lambda w^1, \lambda p^1) = \lambda (p^1 y^1 - w^1 x^1)$  e  $\Pi((1-\lambda)w^0, (1-\lambda)p^0) = (1-\lambda)(p^0 y^0 - w^0 x^0)$ . Para preços  $(w^\lambda, p^\lambda)$  combinação convexa dos preços 0 e 1, com  $\lambda$  dado,  $\Pi(w^\lambda, p^\lambda) = p^\lambda y^\lambda - w^\lambda x^\lambda$ . Como  $(-x^2, y^2) \in T(z)$  sendo, portanto, factível do ponto de vista tecnológico aos preços 0 e 1, então:
- $$\lambda (p^1 y^1 - w^1 x^1) \geq \lambda (p^1 y^2 - w^1 x^2) \text{ e } (1-\lambda)(p^0 y^0 - w^0 x^0) \geq (1-\lambda)(p^0 y^2 - w^0 x^2).$$

A soma dessas duas relações conduz à expressão:

$\lambda \Pi(w^1, p^1) + (1-\lambda) \Pi(w^0, p^0) \geq \Pi(w^\lambda, p^\lambda)$ , o que mostra a convexidade da função lucro com relação aos preços.

- (44) O inverso desse resultado também é válido. Se o conjunto de possibilidades de produção não é limitado por cima, por hipótese, como foi feito no capítulo anterior, nem todos os preços positivos poderiam conduzir a um lucro máximo. Para alguns preços, esse lucro poderia não ser definido. Por exemplo, para o conjunto de possibilidades de produção definido por  $\{(-x, y) : y \leq x + \frac{x}{1+x}\}$ , a função lucro é definida apenas para os preços pertencentes ao conjunto  $\{(p, w) : w \geq p > 0\}$ . Nesse caso, o conjunto de possibilidades de produção possui raios partindo da origem que não cortam sua fronteira. Esses raios representam as isolucros com preços para os quais o lucro máximo não é definido. A contrapartida com relação ao conjunto de preços de produtos e fatores é que este admite distintos vetores que tocam a fronteira desse conjunto apenas na origem. O gráfico abaixo fornece uma visão desse resultado.



Usando o conjunto de possibilidades de produção descrito acima, qualquer preço relativo que forme um ângulo superior a  $45^\circ$  não pertence a  $R(z)$ .

Para uma análise detalhada da existência de preços para os quais o lucro máximo não é definido quando  $T(z)$  não é limitado, ver McFadden (1978), p.63-89, Axioma 2, Lemas 11,12,13,15 e Teorema 25.

- (45) As duas relações podem ser facilmente obtidas a partir da definição de uma função convexa. A primeira relação sai diretamente da definição, para um  $w^1 = w^0 + \Delta$  e  $\lambda = 1/2$ . A segunda relação de maneira similar.
- (46) Ver, por exemplo, Sakai (1973), Lema 2, para a diferenciabilidade de  $\Pi(w, p)$  com relação aos preços. Para a continuidade com relação a  $z$ , ver Lau (1978, p.137-8), Lema I-2 e Corolário 2.1, ou McFadden (1978, p.73), Lema 16.

- (47) Para provas formais do Lema de Shephard-Uzawa-McFadden, no contexto de funções lucro, ver McFadden, p.74-6, Lau (1978, p.142-7 e 171-3) e Diewert (1973, p.290 e apêndice).
- (48) A homogeneidade de grau zero nas ofertas e demandas decorre do fato de  $\Pi(w, p)$  ser homogênea de grau um nos preços:  
Para preços  $(w, p)$ , as ofertas e demandas são tais que:  

$$\Pi(w, p) = py - wx$$
 Para preços  $(\lambda w, \lambda p)$  sendo  $\lambda > 0$ , as ofertas e demandas obedecem a:  

$$\Pi(\lambda w, \lambda p) = \lambda \pi(w, p) = \lambda(py - wx)$$
- (49) Para a prova da continuidade das ofertas e demandas de máximo lucro, ver Lau (1978), p.137, Lema I-2, ou McFadden (1978), p.74-76, Lemas 17-18, ou ainda, Sakai (1973), p.740-42, Lema 2.
- (50) Pela definição de função lucro, dado  $(w^0, p^0) \gg 0_{n+m}$  e  $(w^1, p^1) \gg 0_{n+m}$ , então:  

$$\Pi(w^0, p^0) = p^0 y^0 - w^0 x^0$$

$$\Pi(w^1, p^1) = p^1 y^1 - w^1 x^1.$$
 Dado que a função lucro representa um ponto de máximo, então:  

$$p^0 y^0 - w^0 x^0 \geq p^0 y^1 - w^0 x^1 \quad \text{e}$$

$$p^1 y^1 - w^1 x^1 \geq p^1 y^0 - w^1 x^0, \quad \text{ou ainda,}$$

$$p^0 (y^0 - y^1) - w^0 (x^0 - x^1) \geq 0$$

$$-p^1 (y^0 - y^1) + w^1 (x^0 - x^1) \geq 0$$
 A soma das duas desigualdades acima conduz à relação {2.28}.
- (51) Para teoremas de dualidade entre funções lucro e representações tecnológicas, ver Diewert (1973), p.289-90, Teoremas 2.8 e 2.9, ou McFadden (1978), p.81, Lema 23, Teoremas 24-26, ou Hanoch (1978), p.123, Teorema 4, ou ainda, Lau (1978), p.140, Lema I-3.
- (52) A prova destas relações é bastante simples. Para provar {2.30} e {2.31}, note que pela definição de função custo  $C(y(w, p), w) = w \cdot u(y(w, p), w)$ . Como  $x(w, p)$  pertence a  $X(y(w, p))$ , novamente pela definição de função da função custo  $w \cdot u(y(w, p), w) \leq wx(w, p)$ . Mas não pode acontecer de  $wu(y(w, p), w) < wx(w, p)$  posto que, se assim fosse,  $py(w, p) - wx(w, p) < p \cdot y(w, p) - wu(y(w, p), w)$ , o que iria contrariar a definição de máximo da função lucro. Portanto,  $C(y(w, p), w) = wu(y(w, p), w)$ . Sendo  $X(y)$  estritamente convexo, como mostrado no capítulo anterior, então  $u(y(w, p), w) = x(w, p)$ . A prova de {2.32} e {2.33} é realizada com

idêntico argumento. Finalmente, {2.34} é consequência da definição de função lucro, de {2.31} e de {2.33}.

- (53) A hipótese de que as funções econômicas são diferenciáveis de segundo grau, não é tão restritiva como pode parecer. Sakai (1974) aponta, baseado em resultados de Alexandroff (1939), que funções convexas ou côncavas são diferenciáveis de segundo grau em quase todos os pontos.
- (54) Para a prova dessas duas propriedades, basta notar que por {2.34} e {2.31}, a função lucro pode ser escrita como  $\Pi(w, p) = R(x(w, p), p) - C(y(w, p), p) = R(x(w, p), p) - wx(w, p)$ . A condição de máximo da função lucro implica para todo vetor  $p \gg 0$  e  $x > 0$  que  $\Pi(w, p) \geq R(x, p) - wx$  e que a função  $R(x, p) - wx$  é maximizada no ponto  $x = x(w, p)$ . Portanto, sendo  $x(w, p) \gg 0$  pela condição de primeira ordem de máximo, chega-se a:

$\frac{\partial}{\partial x_i} (R(x, p) - wx) = 0$  no ponto  $x = x(w, p)$  para todo  $i$  e, portanto,  $\frac{\partial R}{\partial x_i} = w_i$ , o que prova {2.39}. Para se provar

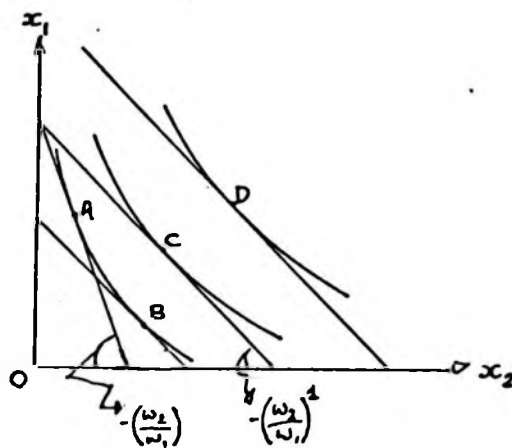
{2.38} o caminho é o mesmo, bastando tomar as relações {2.34} e {2.33}. Se forem relaxadas as hipóteses de  $x(w, p)$  e  $y(w, p)$  estritamente positivos para positivos apenas, então {2.38} e {2.39} devem ser substituídos por:

$$\frac{\partial C}{\partial y_j} \leq p_j \quad \text{e} \quad \left( \frac{\partial C}{\partial y_j} - p_j \right) y_j = 0 \quad j=1, \dots, m \quad \{2.38'\}$$

$$\frac{\partial R}{\partial x_i} \leq w_i \quad \text{e} \quad \left( \frac{\partial R}{\partial x_i} - w_i \right) x_i = 0 \quad i=1, \dots, n \quad \{2.39\}$$

o que corresponde às condições de Kuhn-Tucker para um máximo não condicionado. Sobre as condições de Kuhn-Tucker, ver Intriligator (1971), capítulo 4.

- (55) Ferguson (1972, seção 6.7) chama a atenção para este fato. A analogia entre a teoria do consumidor e do produtor esbarra no chamado efeito renda ou expansão. O autor acima subdivide o efeito expansão em duas partes: o efeito produto que corresponderia exatamente ao efeito renda da teoria do consumidor, e um efeito maximização de lucro, que levaria a firma a atuar sobre outra isocusto. Graficamente.



Dada uma queda de preço do bem 2, representada pela mudança na inclinação da isocusto (ou restrição orçamentária), o efeito substituição é dado tanto na teoria do consumidor, como na teoria da produção, pela passagem do ponto A ao ponto B. O efeito renda para o consumidor da passagem de B para C. Esse é o efeito produto de Ferguson. Como C representa o equilíbrio do consumidor, mas não o de uma firma, Ferguson introduz o efeito maximização de lucros, a passagem de C para o ponto de equilíbrio D da firma. O efeito expansão, como definido no texto, é a passagem de B para D.

Sakai (1974, Teorema 8), procura apresentar uma solução para a decomposição do efeito preço total que mantinha regras semelhantes às encontradas para a equação de Shutsky na teoria do consumidor. Para tanto, introduz o conceito de mudanças compensadas nos preços dos fatores e produtos.

Dada uma variação no preço do fator  $j$ , Sakai determina uma variação nos preços de todos os produtos de tal sorte a manter o mesmo vetor de produção de antes da alteração inicial. Se o que muda é o preço de um produto, então, as alterações devem ser efetuadas nos preços de todos os insumos, para que se mantenha o nível inicial de utilização destes. Esse conceito é análogo ao encontrado na equação de Shutsky onde, dada uma variação no preço de algum bem, o consumidor é "compensado" através de alterações na renda para que mantenha o mesmo nível anterior de preferências. A decomposição de Sakai é dada por:

$$\frac{\partial x_i}{\partial w_j} = \frac{\partial u_i}{\partial w_j} - \sum_{k=1}^m \frac{\partial x_i}{\partial p_k} \frac{dp_k}{dw_j} \quad i, j=1, \dots, n$$



$$\frac{\partial y_i}{\partial p_j} = \frac{\partial v_i}{\partial p_j} - \sum_{k=1}^n \frac{\partial y_i}{\partial w_k} \frac{dw_k}{dp_j} \quad i, j=1, \dots, m$$

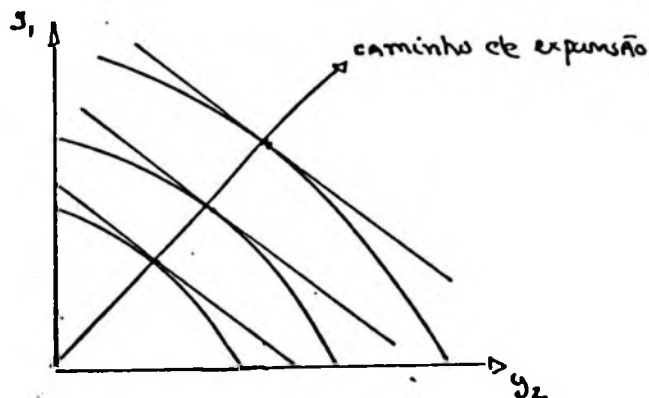
onde  $\frac{dp_k}{dw_i}$  é a variação compensada no preço  $k$  para manter o produto constante, dado uma variação apenas em  $w_i$ , isto é:

$$\frac{dp_k}{dw_i} = \frac{dp_k}{dw_i} \quad \left| \begin{array}{l} dy_r = 0 \\ dw_l = 0 \end{array} \right. \quad \text{para qualquer } r \text{ e todo } l \neq j.$$

$$\text{Similarmente, } \frac{dw_k}{dp_j} = \frac{dw_k}{dp_j} \quad \left| \begin{array}{l} dy_r = 0 \\ dp_l = 0 \end{array} \right. \quad \text{para qualquer } r \text{ e todo } l \neq j.$$

Pela decomposição de Sakai, o efeito substituição é o mesmo, mas a expressão do efeito expansão admite outra explicação. Pela primeira equação, o efeito expansão da demanda do fator  $i$  para uma variação no preço do fator  $j$ , representa um efeito composto. Ele é dado pela variação do preço do produto  $k$  que mantinha o mesmo nível de produto multiplicado pela variação na demanda do fator através da alteração de  $p_k$ .

- (56) Neste caso, o caminho de expansão está sendo dado, não no espaço de insumos, mas no espaço de produtos. O gráfico abaixo para um sistema com dois produtos, exemplifica o uso do conceito.



- (57) Será somado apenas {2.54} e {2.55}. Como  $\alpha = \eta + \epsilon\beta$  e  $\beta = \theta\alpha$ , por {2.50} e {2.51}, então  $\alpha = \eta + \epsilon\theta\alpha$ , ou  $\alpha - \epsilon\theta\alpha = \eta$  e, portanto,  $(I - \epsilon\theta)\alpha = \eta$ . Resta mostrar que a matriz  $(I - \epsilon\theta)$  não é singular. Se tal não fosse verdade, então poderia ocorrer de  $\alpha$  admitir múltiplas respostas, ou ainda, do sistema ser inconsistente. Será mostrado, por outro caminho, que  $\alpha$  possui solução única para cada  $(w, p)$  e, portanto,  $(I - \epsilon\theta)^{-1}$  existe. Para tanto, será utilizada a relação {2.37}, que sob a forma material pode ser escrita como:

$$\frac{\partial R(x(w, p), p)}{\partial x} = w$$

Derivando-se novamente esta expressão, agora com relação ao vetor  $w$  chega-se a:

$$\frac{\partial^2 R(x(w, p), p)}{\partial x \partial x} \frac{\partial x(w, p)}{\partial w} = I \quad \text{e, portanto,} \quad \frac{\partial x}{\partial w}$$

não é singular, e é dado por:

$\frac{\partial x(w, p)}{\partial w} = \left( \frac{\partial^2 R}{\partial x \partial x} \right)^{-1}$ . Dessa maneira, os elementos de  $\alpha$  são bem definidos, existindo  $(I - \epsilon\theta)^{-1}$  e  $\alpha = (I - \epsilon\theta)^{-1}\eta$ .

Com raciocínio semelhante, pode-se mostrar que  $\frac{\partial y(w, p)}{\partial p} = \left( \frac{\partial^2 R}{\partial y \partial y} \right)^{-1}$ , existindo, portanto,  $(I - \theta\epsilon)^{-1}$ .

- (58) Como mostrado na nota anterior,  $(I - \epsilon\theta)$  e  $(I - \theta\epsilon)$  possuem inversas. Teoremas matemáticos mostram que para isso acontecer, é necessário que o limite quando  $s$  tende ao infinito, de  $(\epsilon\theta)^s$  para o primeiro caso e  $(\theta\epsilon)^s$  para o segundo, sejam iguais, a matriz é nula. Essa é uma condição de convergência e requer no exercício de estática comparativa do capítulo, que os efeitos indiretos percam gradativamente sua força. Em termos matemáticos, a condição de convergência de cada uma dessas matrizes impõe que  $1 < 1/|\lambda_m|$ , onde  $|\lambda_m|$  é a máxima, em termos absolutos, das raízes características associadas a  $\epsilon\theta$  para o primeiro caso e a  $\theta\epsilon$  para o segundo. Respeitada a condição de convergência nos dois casos, pode-se mostrar que:

$$(I - \epsilon\theta)^{-1} = \sum_{s=1}^{\infty} (\epsilon\theta)^s \quad \text{e} \quad (I - \theta\epsilon)^{-1} = \sum_{s=1}^{\infty} (\theta\epsilon)^s.$$

SEGUNDA PARTE

DEMANDA DE FATORES E SUBSTITUIÇÃO DE ENERGIA NA  
INDÚSTRIA BRASILEIRA

## INTRODUÇÃO

Nos capítulos anteriores foram desenvolvidas as bases teóricas para a sustentação da estimação de funções demandas derivadas e ofertas de produtos via funções que representariam o comportamento econômico das empresas: funções custo, lucro e receita.

Nesta segunda parte do trabalho será analisado o processo de substituição de energia que vem ocorrendo no setor industrial brasileiro a partir da chamada crise do petróleo, com rápidas alterações no vetor de preços relativos desses insumos.

Como as questões a serem abordadas envolvem apenas o lado da produção do ponto de vista tecnológico e econômico, as funções demandas de fatores serão obtidas a partir da especificação de funções custo bem comportadas, que obedeceriam as relações e propriedades estudadas no capítulo 2.

A natureza dos modelos a serem estimados, bem como o tipo de dados utilizados na estimação, impuseram condições bastante particulares na estrutura dos termos aleatórios das funções demandas. Esse assunto é estudado no terceiro capítulo, com a apresentação dos modelos de regressões aparentemente não correlacionadas e modelos de junções de dados de séries de tempo com "cross-section".

Finalmente, no quarto e último capítulo são apresentados os resultados obtidos nas estimações, buscando-se obter informações importantes para o entendimento do processo de acomoda-

ções do setor industrial à nova ordem de preços relativos.

### CAPÍTULO 3: Questões Econométricas

O desenvolvimento da metodologia deste trabalho nos capítulos anteriores implica na estimação de um sistema integrado de funções demanda por fatores. A estimação desse sistema coloca alguns problemas interessantes. Não estamos estimando um sistema de equações simultâneas, mas existem razões para se supor que os erros entre as funções estejam correlacionados. Esse problema é resolvido na primeira seção deste capítulo, onde é apresentado o estimador de regressões aparentemente não correlacionadas que foi utilizado na estimação de todos os modelos apresentados no próximo capítulo.

Também são analisados no presente capítulo as questões relativas à natureza das informações que são utilizadas na estimação dos vários modelos. Em todos os sistemas estimados no próximo capítulo foram utilizadas junções de dados de série de tempo com dados de "cross-section". Esse fato abre a possibilidade de decomposição do termo aleatório das várias funções. Esse problema é abordado na segunda seção deste capítulo, com a apresentação de um modelo econométrico cujo termo aleatório comporta três componentes: o primeiro relacionado com a dimensão tempo, o segundo com a dimensão da "cross-section", e o último um termo residual em ambas direções.

Finalmente, são tratados também algumas questões relativas à forma funcional a ser adotada na estimação dos diversos modelos.

#### 3.1 Regressões Aparentemente não Correlacionadas

A despeito de tradicionalmente na literatura encontramos a análise isolada da demanda por um fator ou de oferta de

um produto, a teoria econômica, nos ensina, tal como está elaborado no capítulo anterior, que sob a hipótese de maximização de lucros, tanto as ofertas como as demandas são determinadas simultaneamente. Ora, os efeitos que estariam atuando sobre uma determinada função demanda (ou oferta) podem estar também agindo sobre as demais funções. Esse seria um exemplo claro de não simultaneidade de relações, mas onde os termos aleatórios de diferentes funções apresentariam correlações entre si. Modelos com essa característica são conhecidos como Regressões Aparentemente não Correlacionadas, e foram estudados por Zellner (1962, 1963).

Vamos considerar inicialmente um sistema de  $M$  regressões lineares:

$$\{3.1\} y_i = X_i \beta_i + u_i \quad i = 1, 2, \dots, M$$

onde  $y_i$  é um vetor  $T \times 1$ ,  $X_i$  é uma matriz  $T \times K_i$  de variáveis explicativas,  $\beta_i$  é um vetor  $K_i \times 1$  de coeficientes associados a  $X_i$  e  $u_i$  é um vetor  $T \times 1$  de termos aleatórios com as seguintes propriedades:

$$\{3.2\} E(u_i) = 0$$

$$E(u_i u_j') = \sigma_{ij} I_T \quad i, j = 1, 2, \dots, M$$

Combinando as  $M$  equações na forma:

$$\{3.3\} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ y_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & X_2 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & X_M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \beta_M \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ u_M \end{bmatrix}$$

Chega-se à formulação familiar:

{3.4}  $y = X\beta + u$ , onde os vetores  $y$ ,  $\beta$  e  $u$  e a matriz  $X$  estão representando as  $M$  relações tal qual em {3.3}

Note pela especificação acima dada por {3.2} nós temos que  $E(u_i) = 0$  para qualquer  $i$  e portanto também  $E(u) = 0$ . Mas, a despeito de cada uma das  $M$  equações apresentar isoladamente uma estrutura do termo aleatório homocedástica e não correlacionada pois, ainda por {3.2} temos que  $E(u_i u_i') = \sigma_{ii} I$ , o mesmo não ocorre com o modelo combinado especificado em {3.4}:

$$\{3.5\} E(uu') = \begin{bmatrix} \sigma_{11}I & \sigma_{12}I & \dots & \sigma_{1M}I \\ \sigma_{21}I & \sigma_{22}I & \dots & \sigma_{2M}I \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{M1}I & \sigma_{M2}I & \dots & \sigma_{MM}I \end{bmatrix} = \Sigma \otimes I \quad \text{onde}$$

$$\{3.6\} \Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1M} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \dots & \sigma_{2M} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{M1} & \sigma_{M2} & \dots & \sigma_{MM} \end{bmatrix} \quad \text{e } \otimes \text{ é o produto Kronecker}$$

Ou seja, sob a hipótese de erros correlacionados entre equações, ainda que internamente à cada uma das funções os termos aleatórios sejam homocedásticos e não correlacionados, mesmo assim não podemos aplicar o estimador de mínimos quadrados comum, quer em cada um dos  $M$  modelos dados em {3.1}, quer no modelo conjunto dado por {3.4}. Estamos no campo de mínimos quadrados generalizados. Em qualquer bom manual de econometria podemos encontrar que dado o modelo econométrico  $y = X\beta + u$  onde



$E(uu') = \Omega$ , o estimador de mínimos quadrados generalizados de  $\beta$  é dado por:

$$\hat{\beta} = (X' \Omega^{-1} X)^{-1} X' \Omega^{-1} y$$

Caso  $\Sigma$  fosse conhecida, o nosso problema estaria resolvido. Como  $(\Sigma \otimes I)^{-1} = \Sigma^{-1} \otimes I$ , o estimador de mínimos quadrados generalizados de {3.4} sob as hipóteses de {3.2} seria dado por:

$$\{3.7\} \hat{\beta} = (X' (\Sigma^{-1} \otimes I) X)^{-1} X' (\Sigma^{-1} \otimes I) y$$

Zellner (1962) mostrou que {3.7} se reduz para mínimos quadrados comuns caso  $X_1 = X_2 = \dots = X_M$  ou que  $\Sigma$  seja diagonal.

O normal em qualquer problema empírico é o desconhecimento da matriz  $\Sigma$ , o estimador {3.7} tendo portanto pouca ou nenhuma importância prática.

Zellner (1962) propôs que se substituisse  $\Sigma$  por um estimador consistente de  $\Sigma$  dado por  $S$ , onde cada elemento de  $S$  seria obtido através da média da soma dos quadrados direta e cruzada dos resíduos de cada equação estimada por mínimos quadrados comuns, isto é:

$$\{3.8\} s_{ij} = \frac{1}{T} y_i' \{I - X_i (X_i' X_i)^{-1} X_i'\} \{I - X_j (X_j' X_j)^{-1} X_j'\} y_j$$

$$i, j = 1, 2, \dots, M$$

O estimador de  $\beta$  em (4) seria dado então por:

$$\{3.9\} \hat{\beta}_Z = (X' (S^{-1} \otimes I) X)^{-1} X' (S^{-1} \otimes I) y$$

Zellner apontou também que  $\hat{\beta}_Z$  é mais eficiente (ao menos do ponto de vista assintótico) que a aplicação de mínimos quadrados comuns em {3.4}. Esse ganho de eficiência obtido com  $\hat{\beta}_Z$  é tanto maior quanto maior for o grau de correlação entre termos aleatórios das diversas funções do sistema, valendo a relação inversa em relação ao grau de correlação entre as matrizes de variáveis explicativas  $X_i$ .

Na formulação metodológica deste trabalho no capítulo anterior foi colocado a necessidade de se impor e testar restrições de simetria nas relações cruzadas de preços de produtos e fatores. O teste colocado abaixo vem de encontro à essa necessidade.

$$\{3.10\} r = R\beta, \quad \text{onde}$$

$r$  é um vetor  $q \times 1$  de elementos conhecidos e  $R$  é uma dada matriz de ordem  $q$  por  $\sum_{i=1}^M K_i$  com posto igual à  $q$ .

Pode-se mostrar<sup>(1)</sup> que se o termo aleatório  $M$  de {3.4} se distribui segundo uma normal e vale a hipótese nula dada por {3.10}, então a forma quadrática:

$$\{3.11\} (y - X\hat{\beta}_Z)' (\Sigma^{-1} \otimes I) (y - X\hat{\beta}_Z)$$

se distribui segundo um chi-quadrado com  $TM - \sum_{i=1}^M k_i$  graus de liberdade e que também a outra forma quadrática:

$$\{3.12\} (r - R\hat{\beta}_Z)' \{R [X' (\Sigma^{-1} \otimes I) X]^{-1} R'\}^{-1} (r - R\hat{\beta}_Z)$$

também se distribui segundo um chi-quadrado mas com  $q$  graus de liberdade, podendo-se mostrar também que {3.11} e {3.12} são independentes. Portanto, o quociente dado abaixo:

$$\{3.13\} F = \frac{TM - \sum_{i=1}^M k_i}{q} \frac{(r - R\hat{\beta}_Z)' \{R [X' (\Sigma^{-1} \otimes I) X]^{-1} R'\}^{-1} (r - R\hat{\beta}_Z)}{(y - X\hat{\beta}_Z)' (\Sigma^{-1} \otimes I) (y - X\hat{\beta}_Z)}$$

tem uma distribuição  $F$  com  $TM - \sum_{i=1}^M k_i$  e  $q$  graus de liberdade no numerador e denominador respectivamente dado que a hipótese nula em {3.10} é verdadeira.

Novamente aqui encontramos o mesmo problema de estimação, qual seja, o uso de {3.13} implica no conhecimento a priori de  $\Sigma$ . O uso da mesma estimativa consistente  $S$  de  $\Sigma$  vai fornecer uma variável que vai se distribuir aproximadamente igual à distribuição  $F$ , ao menos assintoticamente. O teste a ser usado então nos modelos a serem estimados no próximo capítulo será dado por:

$$\{3.14\} F \equiv \frac{TM - \sum_{i=1}^M k_i}{q} \frac{(r - R\hat{\beta}_Z)' \{R [X'(S^{-1} \otimes I)X]^{-1} R'\}^{-1} (r - R\hat{\beta}_Z)}{(y - X\hat{\beta}_Z)' (S^{-1} \otimes I) (y - X\hat{\beta}_Z)}$$

Não sendo rejeitadas as restrições impostas, o estimador de regressões aparentemente não correlacionadas obtido a partir da imposição das restrições dadas em {3.10} pode ser colocado como:

$$\{3.15\} \hat{\beta}_r = \hat{\beta}_Z + \{X'(S^{-1} \otimes I)X\}^{-1} R' (R \{X'(S^{-1} \otimes I)X\}^{-1} R')^{-1} (r - R\hat{\beta}_Z)$$

### 3.2 Junção de Séries de Tempo com "Cross-section"

Os dados utilizados na estimação do sistema {3.12} foram do tipo combinação de dados de "cross-section" e de dados de série de tempo. Como consequência, os problemas econométricos envolvidos podem ser colocados, genericamente, como aqueles encontrados na estimação do seguinte modelo:

$$\{3.16\} y_{it} = X_{it}\beta + u_{it}$$

onde,

$i$  = estados,  $i = 1, \dots, R$

$t$  = tempo,  $t = 1, \dots, T$

$y$  é a variável dependente,  $X$  a matriz de variáveis independentes,  $\beta$  o setor de parâmetros a serem estimados, e  $u_{it}$  o termo

aleatório, suposto independentes de  $X$ . Dada a natureza do dado com que se está trabalhando é razoável supor que o termo aleatório possa sistematicamente captar alguns efeitos que ocorram de forma diferente nas duas dimensões de definição da variável  $y$  — nesse caso estado e tempo. O tratamento desse problema tanto pode ser através de análise de covariância como através da especificação de um termo aleatório composto da seguinte forma:

$$(3.18) \quad U_{it} = \gamma_i + \delta_t + \eta_{it}$$

onde  $\gamma_i$  é o termo aleatório referente à dimensão de "cross-section",  $\delta_t$  é o termo aleatório referente à dimensão série de tempo; e  $\eta_{it}$  é o termo aleatório residual. Todos os componentes do termo aleatório são supostos ter distribuição normal com média zero e variância  $\sigma_\gamma^2$ ,  $\sigma_\delta^2$  e  $\sigma_\eta^2$  respectivamente. A estimação dos componentes de erro diretamente, ou seja, através de variáveis *dummies* em um modelo de covariância, tem a desvantagem de requerer a introdução de um conjunto bem grande de novas variáveis, o que leva a uma diminuição dos graus de liberdade. Em vista disso, uma alternativa é apresentada para estimar o vetor  $\beta$ . O estudo desse procedimento é devido à Wallace & Hussain (1969) e Nerlove (1971).

Em geral, o modelo (3.16) proposto acima é um exemplo de aplicação de mínimos quadrados generalizados e sendo conhecida a matriz de variância-covariância de  $u$ , os seus coeficientes podem ser estimados diretamente de:

$$(3.18) \quad \hat{\beta} = (X' \Omega^{-1} X)^{-1} X' \Omega^{-1} Y$$

onde  $\Omega$  é a matriz de variância-covariância do termo aleatório composto  $u_{it}$ .

Supondo que os componentes do termo aleatório são independentes, isto é:

$$(3.19) E(\gamma_i, \delta_t) = E(\gamma_i, \eta_{it}) = E(\delta_t, \eta_{it}) = 0$$

e que cada componente de erro tenha uma matriz de variância-covariância diagonal:

$$(3.20) E(\gamma_t, \gamma_q) = \sigma_Y^2 \text{ para } t = q \\ 0 \text{ para } t \neq q$$

$$E(\delta_i, \delta_j) = \sigma_\delta^2 \text{ para } i = j \\ 0 \text{ para } i \neq j$$

$$E(\eta_{it}, \eta_{iq}) = \sigma_\eta^2 \text{ para } i = j \text{ e } t = q \\ 0 \text{ para } i \neq j' \text{ e/ou } t \neq q$$

O que nos leva a definir a variância total como:

$$(3.21) \sigma^2 = \sigma_Y^2 + \sigma_\delta^2 + \sigma_\eta^2$$

Portanto, a matriz de variância-covariância  $\Omega$  é dada por:

$$(3.22) \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_Y^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_\delta^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_\delta^2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \sigma_\delta^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_Y^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_Y^2 \end{bmatrix} & \dots & \begin{bmatrix} \sigma_\delta^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_\delta^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_\delta^2 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \sigma_\delta^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_\delta^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_\delta^2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \sigma_Y^2 & \sigma_Y^2 & \dots & \sigma_Y^2 \\ \sigma_Y^2 & \sigma_Y^2 & \dots & \sigma_Y^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_Y^2 & \sigma_Y^2 & \dots & \sigma_Y^2 \end{bmatrix} & \dots & \begin{bmatrix} \sigma_\delta^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_\delta^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_\delta^2 \end{bmatrix} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \begin{bmatrix} \sigma_\delta^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_\delta^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_\delta^2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \sigma_\delta^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_\delta^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_\delta^2 \end{bmatrix} & \dots & \begin{bmatrix} \sigma_Y^2 & \sigma_Y^2 & \dots & \sigma_Y^2 \\ \sigma_Y^2 & \sigma_Y^2 & \dots & \sigma_Y^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_Y^2 & \sigma_Y^2 & \dots & \sigma_Y^2 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Como foi visto em (3.18) para encontrar  $\hat{\beta}$ , temos que encontrar  $\Omega^{-1}$ . Dois problemas surgem: Primeiro, nós precisamos estimar  $\Omega$  já que ela não é conhecida; segundo, é necessário inverter  $\Omega$ . Como  $\Omega$  é uma matriz simétrica positiva definida é possível encontrar uma matriz  $P$  tal que:  $\Omega^{-1} = P'P$ . Isso nos fornece uma forma simples para estimar o vetor  $\beta$ :

$$(3.23) \hat{\beta} = (X'\Omega^{-1}X)^{-1}X'\Omega^{-1}y = (X'P'PX)^{-1}X'P'Py$$

Podemos, então, transformar os dados de forma que o estimador de mínimos quadrados possa ser aplicado, ou seja, o método de mínimos quadrados é aplicado nas variáveis:

$$Y^{**} \text{ e } X^{**n}$$

$$Y^{**} = PY \text{ e } X^{**} = PX$$

Para chegarmos a esse resultado um procedimento de dois estágios é utilizado. Primeiro é feita uma transformação de covariância de forma que as variáveis são expressas em termos de desvios em torno das médias tanto com relação à dimensão tempo como com relação à dimensão de "cross-section" (Wallace, 1977).

$$(3.24) \bar{Y}_{it}^* = Y_{it} - \bar{Y}_{.t} - \bar{Y}_{i.} + \bar{Y}_{..}$$

$$\bar{X}_{it}^{*n} = X_{it}^n - \bar{X}_{.t}^n - \bar{X}_{i.}^n + \bar{X}_{..}^n$$

onde o ponto significa que a média é calculada sobre o subscrito que foi suprimido e substituído pelo ponto. Esse procedimento fornece uma estimativa mais eficiente do vetor  $\beta$  do

que aquela que seria obtida caso fosse aplicado o método de mínimos quadrados à equação {3.16}. Como as variáveis transformadas somam zero, o intercepto deve ser deixado fora da regressão e estimado posteriormente, usando os dados originais, ou seja:

$$\{3.25\} \hat{\beta}_0 = \bar{Y}_{..} - \sum_n \hat{\beta}_n \bar{X}^n_{..}$$

A variância do termo aleatório  $\eta_{it}$  pode agora ser estimada (Wallace & Hussain, 1969) por:

$$\{3.26\} \hat{\sigma}_\eta^2 = \frac{\sum \hat{\epsilon}^{*2}}{(T-1)(I-1)}$$

onde  $\sum \hat{\epsilon}^{*2}$  é a soma dos quadrados dos resíduos da regressão de  $\hat{Y}_{it}$  em  $\hat{X}_{it}^n$ . Os resíduos dessa regressão tanto na direção da dimensão estados quanto na dimensão série de tempo são nulos por construção:

$$\{3.27\} \hat{\eta}_{.t} = \bar{Y}_{.t} - \hat{\beta}_1 \bar{X}_{.t}^1 - \dots - \hat{\beta}_n \bar{X}_{.t}^n - \hat{\beta}_0$$

$$\hat{\eta}_{i.} = \bar{Y}_{i.} - \hat{\beta}_1 \bar{X}_{i.}^1 - \dots - \hat{\beta}_n \bar{X}_{i.}^n - \hat{\beta}_0$$

Logo, eles não são usados para estimar a variância dos componentes do erro. Ao invés, o vetor  $\beta$  da regressão  $\hat{Y}_{it}$  em  $\hat{X}_{it}$  é colocado de volta na equação {3.16}, a partir do qual se obtém  $\hat{\epsilon}_{.t}$  e  $\hat{\epsilon}_{i.}$  e as variâncias dos termos aleatórios nas dimensões consideradas (Amemiya, 1971).

$$\{3.28\} \hat{\sigma}_Y^2 = \frac{1}{T} \left( \frac{\sum \hat{\epsilon}_{.t}^2}{T(I-1)} - \hat{\sigma}_\eta^2 \right)$$

$$\{3.29\} \hat{\sigma}_\delta^2 = \frac{1}{I} \left( \frac{\sum \hat{\epsilon}_{i.}^2}{I(T-1)} - \hat{\sigma}_\eta^2 \right)$$

Para computar as estimativas de segundo passo de mínimos quadrados generalizados, utiliza-se as seguintes relações (Nerlove, 1971):

$$\{3.30\} \rho = \sigma_Y^2 / \sigma^2$$

$$\omega = \sigma_\delta^2 / \sigma^2$$

A partir das quais são obtidas as quatro raízes características da matriz de variância-covariância residual:

$$\{3.31\} \lambda_1 = 1 - \rho - \omega - \omega I + \rho T$$

$$\lambda_2 = 1 - \rho - \omega - \omega I$$

$$\lambda_3 = 1 - \rho - \omega - \rho T$$

$$\lambda_4 = 1 - \rho - \omega$$

As estimativas de mínimos quadrados generalizados são então obtidas pela transformação dos  $Y$ 's da seguinte maneira:

$$\{3.32\} \bar{Y}_{it}^{**} = Y_{it} - \left(1 - \frac{\sqrt{\lambda_4}}{\sqrt{\lambda_3}}\right) \bar{Y}_i - \left(1 - \frac{\sqrt{\lambda_4}}{\sqrt{\lambda_2}}\right) \bar{Y}_t + \\ \left(1 - \frac{\sqrt{\lambda_4}}{\sqrt{\lambda_2}} - \frac{\sqrt{\lambda_4}}{\sqrt{\lambda_3}} - \frac{\sqrt{\lambda_4}}{\sqrt{\lambda_1}}\right) \bar{Y} \dots$$

Os  $X_{it}^{**}$  também são transformados de maneira similar aos  $Y$ 's. Dessa forma são contruídas as variáveis  $PY$  e  $PX$  necessárias para estimar o vetor  $\beta$  em {3.16}.



Avery (1977) salienta que a eficiência do estimador proposto é aumentada com a introdução de restrições lineares nos parâmetros das várias equações. Mas, conforme indica Wallace (1977) esse procedimento pode ser bastante caro em face aos pequenos benefícios que se obtém.

### 3.3 Formas Funcionais Flexíveis

Foi visto no segundo capítulo que o ponto de partida para a formação do sistema de demanda de fatores pode ser a especificação de uma função custo obedecendo certas condições de regularidade. A escolha de uma particular forma funcional para esta função custo é uma questão que merece atenção. Sabemos que ela deve ter as condições de regularidade apontadas no capítulo anterior, mas este critério sozinho não basta pois muitas formas funcionais gozam dessas propriedades. Precisamos portanto encontrar critérios adicionais que estreitem nosso conjunto de escolha. Alguns critérios comumente utilizados na seleção de formas funcionais nos trabalhos econométricos<sup>(3)</sup> podem nos auxiliar nesta tarefa. Em primeiro lugar a forma funcional adotada não deve conter mais parâmetros que os estritamente necessários para manter consistência com as hipóteses mantidas. Quanto maior for o número de parâmetros a serem estimados, mais chance existe de encontrarmos problemas de multicolinearidade, além de reduzir os graus de liberdade. Em segundo lugar, a forma funcional deve ser de fácil entendimento. Funções complexas podem conter escondidas implicações contraditórias com nossas hipóteses. O terceiro critério diz respeito à problemas computacionais. A adoção de uma forma funcional linear nos seus parâmetros traz duas vantagens em relação às formas não lineares: facilidade computacional e o respaldo da teoria estatística, mais desenvolvida na estimação de mode-

---

(3) Veja Fuss, McFadden e Mundlak, (1978).

los lineares. O último princípio que comumente norteia a escolha de uma forma funcional é a sua consistência com os dados observados tanto dentro da amostra como fora dela.

Recentemente tem ganho bastante aceitação nos trabalhos econométricos o uso das chamadas formas funcionais flexíveis. A idéia que está por trás dessas formas funcionais é relativamente simples. Vamos supor que desejamos estimar uma determinada função  $f(x)$  contínua, onde  $x$  é um vetor, mas não sabemos que forma tem  $f(x)$ . Podemos escrever  $f(x)$  como uma expansão de Taylor em torno de um ponto qualquer  $x^0$  ou seja:

$$\{3.33\} f(x) = f(x^0) + \sum_i f_{i'}(x_i - x_i^0) + \frac{1}{2} \sum_i \sum_j f_{ij}(x_i - x_i^0)(x_j - x_j^0) + \text{ou-} \\ \text{tros termos}$$

Truncando na expressão acima os termos de ordem superior a dois, vemos que a função  $f(x)$  pode ser escrita aproximadamente como:

$$\{3.34\} f(x) \cong \hat{f}(x) = f(x^0) + \sum_i f_{i'}(x_i - x_i^0) + \frac{1}{2} \sum_i \sum_j f_{ij}(x_i - x_i^0)(x_j - x_j^0)$$

sendo que  $\hat{f}(x)$  fornece uma aproximação de segunda ordem para uma função  $f(x)$  arbitrária no ponto  $x^0$ , a diferença entre  $f(x)$  e  $\hat{f}(x)$  residindo apenas nos termos de ordem superior a dois na expansão de Taylor.

As funções mais utilizadas nos trabalhos empíricos são:

- a função translog dada pela expressão:

$$\{3.35\} \hat{f}(x) = \beta_0 + \sum_i \beta_i \ln x_i + \frac{1}{2} \sum_i \sum_j \beta_{ij} \ln x_i \ln x_j, \text{ que é uma expan-}$$

são em torno do vetor unitário

- a função generalizada de Leontief dada por:

$$\{3.36\} \hat{f}(x) = \beta_0 + \sum_i \beta_i x_i + \frac{1}{2} \sum_i \sum_j \beta_{ij} x_i^{\frac{1}{2}} x_j^{\frac{1}{2}}, \text{ expansão de uma fun-}$$

ção arbitrária em torno do vetor zero e

- a função quadrática generalizada

$$(3.37) \quad \hat{f}(x) = \beta_0 + \sum_i \beta_i x_i + \frac{1}{2} \sum_i \sum_j \beta_{ij} x_i x_j, \text{ expansão de uma fun}$$

ção genérica em torno do ponto zero.

As três funções acima são lineares nos parâmetros e contêm exatamente o número necessário de parâmetros que permitem a identificação das elasticidades de demanda.

Dentre as formas flexíveis acima apresentadas, a de uso mais comum nos trabalhos voltados para o estudo de de manda dos setores industriais é a função translog.

No próximo capítulo serão discutidos os resultados encontrados na estimação de um sistema de funções demanda para o setor industrial obtidos a partir de uma equação custo do tipo translog.

Notas do Capítulo 3

- (1) - Veja por exemplo Theil (1971);
- (2) - O que pode ser facilmente encontrado em qualquer bom manual de econometria, como por exemplo Theil (1971);
- (3) - Ver Fuss, McFadden e Mundlak (1978).

## CAPÍTULO 4: Energia e Substituição no Setor Industrial Brasileiro: 1970/79

As profundas mudanças ocorridas em escala mundial a partir do primeiro choque dos preços do petróleo, geraram alguns problemas não solucionados ainda. Essas alterações deixaram uma marca profunda na evolução de todas as sociedades do mundo. Em particular o Brasil, dependente de energia importada, sofreu e está sofrendo todas as consequências dessa nova rearticulação de preços relativos de energia. As políticas de ajustamento internas e externas, direcionaram sobremaneira o perfil e o ritmo de desenvolvimento brasileiro. Dentro desse contexto, surgem algumas questões no tocante à resposta dada pelo parque industrial brasileiro à essa nova ordem de preços.

4.1 - CONSUMO DE ENERGIA NO BRASIL

As alterações na evolução do consumo brasileiro de energia na última década foram tremendas. A Tabela 4.1 abaixo fornece uma idéia dessas mudanças.

TABELA 4.1

Consumo de Energia/PIB (preço de 70): Taxas de Crescimento entre os anos finais de cada período.

Período	Energia Comercial (Tep)	Energia Elétrica (MWh)	Energia Elétrica Industrial (1)
1951-1960	28,96	26,51	13,83
1961-1970	9,69	15,73	10,76
1971-1980	8,45	36,32	43,89
1974-1980	8,57	36,69	46,65

(1) Refere-se ao consumo industrial de energia elétrica por CR\$ de 1970 do valor da produção industrial. A primeira taxa de crescimento é a evolução para o período de 1954-1960.

Como era de se esperar, o processo de desenvolvimento brasileiro está marcado por um uso crescente de energia. O conteúdo de energia por unidade de produto vem apresentando uma evolução positiva pelo menos desde o início da década de 50. O que não é tão conhecido é o fato que esse aumento de consumo de energia por unidade do produto não se deu da mesma maneira entre as várias formas de energia. A partir da década de 60 e com mais força ainda na década de 70 ou pós primeiro choque de petróleo, o consumo de energia elétrica apresentou taxas de crescimento superiores às observadas no total. Essa observação vale tanto para o consumo total de energia elétrica como para o consumo industrial. As regressões abaixo, relacionando o consumo de energia com o produto dão uma idéia bastante clara dessa recomposição das diversas formas de energia na formação do produto.

TABELA 4.2

Elasticidades Produto do Consumo de Energia

Variável Dependente	ln Y	Dln Y	Constante	R <sup>2</sup>	F	Período
ln E <sub>1</sub>	1,197 (39,234)	-0,003 (-0,754)	- 4,112 (-11,489)	0,992	1825,2	1950-1980
ln E <sub>2</sub>	1,297 (44,678)	-0,001 (-0,030)	- 5,333 (-15,655)	0,994	2418,9	1954-1980
ln E <sub>3</sub>	1,163 (33,133)	0,007 (1,591)	- 2,929 (-7,901)	0,993	1623,6	1954-1980

Obs.: Os números entre parênteses referem-se aos valores do teste t.

As variáveis E<sub>1</sub>, E<sub>2</sub> e E<sub>3</sub> referem-se respectivamente ao consumo comercial de energia, consumo de energia elétrica e consumo industrial de energia elétrica. Y representa nas duas primeiras funções o PIB a preços de 1970 e na terceira função o valor da produção industrial também

a preços de 70. D é uma variável "dummy" que assume o valor 1 de 1974 a 1980 e zero para os demais anos.

Tomando-se as duas primeiras regressões, observa-se que para um aumento de 1% no PIB real o consumo total de energia comercial apresenta um aumento de cerca de 1,20%, enquanto que o consumo de energia elétrica mostra uma elevação de cerca de 1,30%, com ambos os resultados estatisticamente diferentes de zero. Na terceira regressão relativa ao consumo industrial de energia elétrica, o resultado é bastante semelhante. Esperava-se um aumento substancial na elasticidade produto do consumo industrial de energia elétrica para o período de ajustamento pós 1973. Mas o que se observou foi um pequeno incremento na elasticidade, da ordem de 0,007 para esse período, sendo que esse diferencial é significativamente distinto de zero apenas ao nível de significância de 12,5%. A razão disto deve residir provavelmente no fato que o período de ajustamento de que se dispõe é relativamente curto (1974 - 1980), sendo que nos primeiros anos não se faz sentir uma alteração tão rápida como a ocorrida nos últimos anos da década de 70 e começo da década de 80. Isso tanto é verdade que mudando-se a definição da variável D para que esta assuma o valor 1 para os anos de 1977 a 1980 e zero para os demais os diferenciais das elasticidades produto do consumo de energia elétrica aumentam e passam a ser estatisticamente diferentes de zero, como mostra a Tabela 4.3 a seguir:

TABELA 4.3  
Elasticidades Produto do Consumo de Energia Elétrica

Variável Dependente	ln Y	Dln Y	Constante	R <sup>2</sup>	F	Período
ln E <sub>2</sub>	1,261 (59,744)	0,008 (2,492)	- 4,920 (-19,659)	0,995	2874,3	1950 - 1980
ln E <sub>3</sub>	1,137 (65,653)	0,017 (6,460)	- 2,659 (-14,345)	0,997	4023,4	1954 - 1980

Obs.: Os números entre parênteses referem-se aos valores do teste t.

Os resultados da Tabela 4.3 mostram claramente que uma das formas que o setor industrial utilizou para se ajustar após a crise do petróleo foi a substituição de outras formas de energia (derivados de petróleo) por energia elétrica, e esse processo de substituição mostra sinais de ter se intensificado.

Ao nível de setores industriais do IBGE a dois dígitos, esse processo de substituição apresenta em boa parte dos setores mudanças bastante significativas. As informações da Tabela 4.4 a seguir, que mostram a participação dos gastos com combustíveis/lubrificantes e gastos com energia elétrica sobre o total dos gastos com essas duas formas de energia, indicam uma substituição entre ambos no sentido de um maior uso de energia elétrica para todos os setores.



TABELA 4.4  
Composição dos Gastos com Energia

Setores Industriais	Comb.e Lubr./ (Comb.+EE*)			EE/ (Comb.+EE)		
	1970	1975	1979	1970	1975	1979
Extrativa Mineral	0,5952	0,6338	0,5359	0,4047	0,3661	0,4640
Min.Não Metálicos	0,7304	0,7156	0,6907	0,2695	0,2843	0,3092
Metalúrgica	0,4837	0,5572	0,3840	0,5162	0,4427	0,6159
Mecânica	0,4703	0,4129	0,3233	0,5296	0,5870	0,6766
Mat.Elétr.eComun.	0,4207	0,3671	0,2363	0,5792	0,6328	0,7636
Mat. Transporte	0,4997	0,5194	0,4430	0,5002	0,4805	0,5569
Madeira	0,6488	0,3330	0,3284	0,3511	0,6669	0,6515
Mobiliário	0,4187	0,1419	0,1281	0,5812	0,8580	0,8718
Papel e Papelão	0,3579	0,2426	0,3148	0,6420	0,7573	0,6851
Borracha	0,4474	0,3433	0,3374	0,5525	0,6566	0,6625
Couros e Peles	0,3992	0,3301	0,3908	0,6007	0,6698	0,6091
Química	0,5645	0,5823	0,5449	0,4354	0,4176	0,4550
Prod.Farmacêut.	0,4526	0,2694	0,3362	0,5473	0,7305	0,6637
Perf.,Sabão,Velas	0,6088	0,3989	0,4266	0,3911	0,6010	0,5733
Mat.Plásticas	0,2629	0,1293	0,1423	0,7370	0,8706	0,8576
Têxtil	0,3386	0,2825	0,2642	0,6613	0,7174	0,7357
Vest.Calçados	0,3287	0,1606	0,1766	0,6712	0,8393	0,8233
Prods.Alimentares	0,5312	0,3786	0,3773	0,4687	0,6213	0,6226
Bebidas	0,5942	0,4780	0,4682	0,4057	0,5219	0,5317
Fumo	0,4875	0,3880	0,3177	0,5124	0,6119	0,6822
Edit.e Gráfica	0,4022	0,2495	0,2753	0,5977	0,7504	0,7246
Diversas	0,7879	0,2457	0,2529	0,2120	0,7542	0,7470
Total	0,5353	0,5413	0,4955	0,4646	0,4586	0,5044

Fonte: Censo Industrial de 1970 e de 1975  
 Pesquisa Industrial 1979.

\*EE= Energia Elétrica

Para alguns setores, a participação de combustíveis e lubrificantes cai pela metade no decorrer da década de 70, como é o caso dos setores Material Elétrico e Comunicações, Madeira, Mobiliário, Matéria Plástica, Vestuário e Calçados e Diversos. Ao nível do total, os gastos com combustíveis têm sua participação reduzida de 0,54 em 1970 para 0,50 em 1979. Se for lembrado que apenas no período de 1976 a 1980, o preço de óleo combustível subiu cerca de três vezes mais que a tarifa média de energia elétrica, o resultado a que se chega é uma notável substituição em termos físicos entre energia elétrica e energia de petróleo.

Para tentar explicar esse processo acelerado de substituição foram estimados inicialmente dois modelos tradicionais de equação única de demanda de energia elétrica. Os dados utilizados foram médias móveis anuais dos Indicadores Conjunturais da Indústria, cobrindo os meses dos anos de 1976 a 1981.

O modelo 1 envolve cinco variáveis independentes: produto, salário, tarifa industrial média de energia elétrica, preço do óleo combustível e uma variável de tendência. Formalmente:

$$(4.1) \ln E_t^i = \beta_1 \ln y_t^i + \beta_2 \ln \frac{w_t^i}{p_t} + \beta_3 \ln \frac{T_t}{p_t} + \beta_4 \ln \frac{O_t}{p_t} + \beta_5 t + u_t^i$$

*Salário*      *Tarifa energia*      *Preço óleo*

onde

E = Consumo Industrial de Energia Elétrica

y = Produção Física Industrial

w = Salário Médio Nominal

T = Tarifa Média Industrial de Energia Elétrica

O = Preço do Óleo Combustível

p = Deflator Implícito de cada Setor

t = Tendência ( t = 1, 2, ..., n)

i = Setor

u = Termos Aleatório

O modelo 2 é idêntico ao modelo 1, apenas que a variável tarifa média passa a ser deflacionada não pelo preço do produto de cada, mas pelo preço do óleo combustível. Formalmente:

$$(4.2) \ln E_t^i = +\beta_1 \ln y_t^i + \beta_2 \ln \frac{w_t^i}{p_t^i} + \beta_3 \ln \frac{T_t^i}{O_t^i} + \beta_4 t + u_t^i$$

O uso de médias móveis implicou na perda de doze observações (seis em cada um dos extremos da série) e portanto chegou-se a sessenta observações em lugar dos seis anos originais.

Ambos os modelos foram estimados pelo método de mínimos quadrados comuns e os resultados encontram-se sumariados nas tabelas 45 e 46 a seguir.

TABELA 4.5

MODELO 1: ELASTICIDADES E TAXAS DE CRESCIMENTO DA  
DEMANDA DE ENERGIA ELÉTRICA

Setores	Elasticidades				Tendência	Constante	R <sup>2</sup>
	Produto	Salário	Tarifa de Energia Elétrica	Preço do Óleo Combustível			
Indicador Geral	0,8484 <sup>a</sup> (14,66)	-0,3438 <sup>a</sup> (-3,46)	-0,0480 (-1,30)	-0,0982 <sup>a</sup> (-4,52)	0,0059 <sup>a</sup> (7,82)	-0,0071 (-1,48)	0,9949
Ind. de Transform.	0,8361 <sup>a</sup> (14,67)	-0,3678 <sup>a</sup> (-3,99)	-0,0366 (-0,99)	-0,0893 <sup>a</sup> (-4,75)	0,0067 <sup>a</sup> (8,56)	-0,0075 (-1,63)	0,9951
Miner.não Metálicos	0,4518 <sup>a</sup> (6,01)	-0,0348 (-1,21)	0,0110 (0,32)	-0,0307 <sup>a</sup> (-3,10)	0,0036 <sup>a</sup> (17,06)	-0,0183 <sup>a</sup> (-11,40)	0,9971
Metalurgia	1,0530 <sup>a</sup> (14,89)	-0,0275 (-0,20)	0,2226 <sup>a</sup> (3,25)	-0,1272 <sup>a</sup> (-5,19)	0,0053 <sup>a</sup> (5,66)	0,0128 <sup>b</sup> (2,36)	0,9942
Mecânica	0,8882 <sup>a</sup> (13,10)	-0,3916 <sup>a</sup> (-5,68)	-0,4468 <sup>a</sup> (-9,68)	0,0265 (0,93)	0,0046 <sup>a</sup> (5,97)	0,0106 (1,84)	0,9857
Mat.Elétr. e Comunic.	0,5796 <sup>a</sup> (13,22)	-0,2426 <sup>a</sup> (-5,06)	0,1528 <sup>a</sup> (4,54)	-0,0500 <sup>a</sup> (-4,81)	0,0044 <sup>a</sup> (10,82)	-0,0085 <sup>a</sup> (-3,58)	0,9953
Mat. de Transpo.	0,5642 <sup>a</sup> (21,76)	0,3826 <sup>a</sup> (6,78)	0,0820 <sup>b</sup> (2,28)	0,1309 <sup>a</sup> (11,18)	0,0000 (0,01)	0,1080 <sup>a</sup> (2,89)	0,9936
Papel e Papelão	0,2602 <sup>a</sup> (7,36)	0,0799 (1,68)	-0,1645 <sup>a</sup> (-5,93)	0,0396 <sup>a</sup> (3,68)	0,0034 <sup>a</sup> (7,00)	-0,0026 (-0,60)	0,9955
Borracha	0,7162 <sup>a</sup> (13,37)	-0,0603 <sup>b</sup> (-2,17)	-0,0540 <sup>c</sup> (-1,88)	-0,0222 (-1,43)	0,0014 <sup>a</sup> (3,71)	0,0032 (1,29)	0,9904
Química	0,7323 <sup>a</sup> (23,20)	-0,0841 <sup>a</sup> (-4,12)	0,0513 <sup>b</sup> (2,47)	-0,0088 (-0,53)	0,0023 <sup>a</sup> (7,61)	-0,0024 (-1,28)	0,9985
Farmacêut.	-0,1233 <sup>a</sup> (-3,45)	0,0426 (0,98)	0,0386 (1,05)	0,0293 <sup>b</sup> (2,38)	0,0059 <sup>a</sup> (13,35)	-0,0060 (-1,09)	0,9930
Perf., Sab. e Velas	1,5680 <sup>a</sup> (30,08)	-0,1937 <sup>a</sup> (-5,81)	0,2289 <sup>a</sup> (8,29)	-0,0715 <sup>a</sup> (-9,06)	0,0017 <sup>a</sup> (4,66)	0,0049 <sup>c</sup> (1,85)	0,9993
Prod.Mat.	1,1170 <sup>a</sup> (17,14)	-0,8867 <sup>a</sup> (-8,41)	0,3124 <sup>a</sup> (3,56)	-0,5974 <sup>a</sup> (-16,25)	0,0186 <sup>a</sup> (19,55)	-0,0625 <sup>a</sup> (-7,56)	0,9825
Têxtil	0,7303 <sup>a</sup> (16,88)	0,1881 <sup>a</sup> (7,38)	-0,1069 <sup>a</sup> (-5,48)	0,0107 (1,23)	-0,0013 <sup>a</sup> (-3,06)	0,0057 (1,64)	0,9929
Vest.Calç.	0,3922 <sup>a</sup> (5,51)	-0,3667 <sup>a</sup> (-5,03)	-0,0868 <sup>b</sup> (-2,26)	-0,0538 <sup>a</sup> (-2,80)	0,0066 <sup>a</sup> (11,63)	-0,0306 <sup>a</sup> (-5,49)	0,9921
Art.Tec.	-1,0350 <sup>a</sup> (-4,83)	-0,0632 (-0,85)	-0,1308 <sup>a</sup> (-5,89)	0,0067 <sup>a</sup> (5,19)	0,0067 <sup>a</sup> (13,61)	-0,0233 <sup>a</sup> (-4,61)	0,9898
Aliment. Bebida	0,3667 <sup>a</sup> (3,05)	0,1621 <sup>b</sup> (2,01)	-0,3003 <sup>a</sup> (-5,63)	0,0183 (0,99)	0,0045 <sup>a</sup> (6,05)	-0,0198 <sup>a</sup> (-5,66)	0,9952
Fumo	0,4059 <sup>a</sup> (3,54)	0,0979 <sup>a</sup> (3,00)	-0,3674 <sup>a</sup> (-8,72)	-0,0856 <sup>a</sup> (-5,31)	0,0069 <sup>a</sup> (12,80)	-0,0130 <sup>a</sup> (-3,14)	0,9939

(1) Os números entre parênteses correspondem aos valores do teste "t"

(2) a = significativa à 1%  
b = significativa à 5%  
c = significativa à 10%

TABELA 4.6  
 MODELO 2: ELASTICIDADES E TAXAS DE CRESCIMENTO DA  
 DEMANDA INDUSTRIAL DE ENERGIA ELÉTRICA

Setores	Elasticidades					
	Produto	Tarifa/Preço do Óleo Comestível	Salário	Tendência	Constante	R <sup>2</sup>
Indicador Geral	0,9865 <sup>a</sup> (18,42)	0,0813 <sup>a</sup> (3,65)	-0,1725 <sup>c</sup> (-1,68)	0,0460 <sup>a</sup> (5,91)	0,0872 <sup>a</sup> (2,68)	0,9933
Indústr. de Transformação	0,9680 <sup>a</sup> (19,21)	0,0847 <sup>a</sup> (4,05)	-0,2294 <sup>b</sup> (-2,43)	0,0496 <sup>a</sup> (6,89)	0,0645 <sup>b</sup> (2,09)	0,9938
Minerais não Metálicos	0,4968 <sup>a</sup> (11,17)	0,0338 <sup>a</sup> (3,79)	-0,454 <sup>c</sup> (-1,83)	0,035 <sup>a</sup> (17,72)	0,181 <sup>a</sup> (11,44)	0,9971
Metalurgia	0,9420 <sup>a</sup> (20,73)	0,0884 <sup>a</sup> (5,69)	0,0723 (0,54)	0,0046 <sup>a</sup> (5,15)	0,099 <sup>c</sup> (1,86)	0,9937
Mecânica	0,5787 <sup>a</sup> (5,18)	-0,0387 (-0,75)	-0,1406 (-1,18)	0,0034 <sup>b</sup> (2,48)	0,0400 <sup>a</sup> (4,31)	0,9527
Material Elêtr. e Comunicações	0,4613 <sup>a</sup> (24,09)	0,0578 <sup>a</sup> (5,39)	-0,3371 <sup>a</sup> (-8,83)	0,0051 <sup>a</sup> (14,34)	-0,0116 <sup>a</sup> (-5,10)	0,9946
Material de Transporte	0,5130 <sup>a</sup> (14,62)	-0,1760 <sup>a</sup> (-12,50)	0,4151 <sup>a</sup> (5,25)	-0,0010 <sup>b</sup> (-2,00)	-0,0078 <sup>c</sup> (-1,99)	0,9872
Papel e Papelo	0,4009 <sup>a</sup> (11,27)	0,0012 (0,11)	-0,0224 (-0,39)	0,0039 <sup>a</sup> (6,36)	0,0121 <sup>a</sup> (2,63)	0,9923
Borracha	0,8530 <sup>a</sup> (15,43)	0,0809 <sup>a</sup> (6,54)	-0,1467 <sup>a</sup> (-5,59)	0,0028 <sup>a</sup> (10,05)	0,0090 <sup>a</sup> (3,40)	0,9859
Química	0,7265 <sup>a</sup> (22,92)	0,0260 <sup>b</sup> (2,08)	-0,0867 <sup>a</sup> (-4,20)	0,0026 <sup>a</sup> (11,37)	-0,0046 <sup>a</sup> (-3,69)	0,9984
Farmacêutica	0,0717 <sup>b</sup> (2,40)	-0,0475 <sup>a</sup> (-4,64)	0,0653 (1,48)	0,0052 <sup>a</sup> (14,11)	-0,0082 (-1,46)	0,9922
Perfumaria, Sa bões e Velas	1,5140 <sup>a</sup> (21,27)	0,0353 <sup>a</sup> (4,21)	-0,2873 <sup>a</sup> (-6,79)	0,0024 <sup>a</sup> (5,00)	-0,8092 <sup>a</sup> (-3,67)	0,9986
Produtos de Ma téria Plástica	1,3240 <sup>a</sup> (22,85)	0,7137 <sup>a</sup> (21,78)	-0,9650 <sup>a</sup> (-7,84)	0,0206 <sup>a</sup> (20,20)	-0,0406 <sup>a</sup> (-4,97)	0,9751
Têxtil	0,9081 <sup>a</sup> (32,60)	-0,0210 <sup>b</sup> (-2,10)	0,2437 <sup>a</sup> (9,00)	-0,0028 <sup>a</sup> (-6,68)	0,0208 <sup>a</sup> (10,60)	0,9898
Vest., Calçs., e Art. Tecidos	0,4296 <sup>a</sup> (4,68)	0,1369 <sup>a</sup> (7,62)	-0,6247 <sup>a</sup> (-8,03)	0,0089 <sup>a</sup> (15,60)	-0,0234 <sup>a</sup> (-3,32)	0,9866
Produtos Alimentares	-0,1498 (-0,73)	0,0041 (0,26)	-0,3942 <sup>a</sup> (-6,01)	0,0080 <sup>a</sup> (14,01)	-0,0310 <sup>a</sup> (-4,92)	0,9829
Bebida	0,9021 <sup>a</sup> (22,96)	-0,0638 <sup>a</sup> (-3,49)	-0,1910 <sup>a</sup> (-6,04)	0,0016 <sup>a</sup> (3,38)	-0,174 <sup>a</sup> (-4,29)	0,9936
Fumo	1,1720 <sup>a</sup> (7,06)	0,0791 <sup>a</sup> (2,83)	-0,2012 <sup>a</sup> (-5,91)	0,0061 <sup>a</sup> (6,36)	0,0087 (1,31)	0,9800

(1) Os números entre parênteses correspondem aos valores do teste "t"

(2) a = significante a 1%.  
 b = significante a 5%.  
 c = significante a 10%.

Previamente à estimação espera-se que:

- elasticidades produto positivas para todos os setores;
- elasticidade preço direta da demanda de energia elétrica negativa para todos os setores;
- elasticidade cruzada preço do óleo combustível positiva para todos os setores, indicando substitutibilidade entre energia elétrica e óleo combustível.

A despeito do excelente ajustamento encontrado em ambos os modelos, onde nenhum setor apresenta um valor de  $R^2$  inferior a 95%, nossas expectativas foram parcialmente frustradas.

Para o modelo 1, em todos os setores a variável produto apresenta um coeficiente de elasticidade significativamente distinto de zero, sendo para dois deles, Farmacêutico e Produtos Alimentares, o coeficiente aparece com sinal trocado. Dos dezesseis setores restantes, o consumo de energia elétrica responde menos que proporcionalmente às variações de produto em treze deles, como é indicado pelos coeficientes de elasticidade produto abaixo da unidade.

A inclusão da variável salário dentro do modelo permitiu detectar as relações de substitutibilidade entre o consumo de energia elétrica e o fator trabalho, ou visto de outra forma, entre energia elétrica e energia humana. O ideal seria a utilização de séries distintas para salário de mão-de-obra qualificada e não qualificada.

Apesar dessa limitação, alguns resultados bastantes interessantes surgiram com essa variável. Em treze dos dezoito setores do modelo 1 ela entra significativamente diferente de zero, sendo que em nove dos treze, o coeficiente de elasticidade que surge é negativo, indicando uma relação de complementaridade entre energia elétrica e trabalho. Para os quatro setores restantes: Material de Transporte, Têxtil, Bebidas e Fumo, a elasticidade salário positiva mostra o fator

trabalho substituto em relação à energia elétrica, ou seja, aumentos no salário real contribuem para elevações no consumo de energia elétrica.

Excluindo-se o setor produtos de Material de Transporte, os três restantes possivelmente devem ter uma concentração elevada de mão-de-obra não qualificada, o que pode explicar em parte essas relações.

Os piores resultados são encontrados para os coeficientes de elasticidade preço direta e cruzada (em relação ao óleo combustível). Como apontado acima, as expectativas eram do aparecimento de coeficientes de elasticidade preço direta negativas em todos os setores. Das dezoito funções estimadas para o modelo 1, dez delas apresentam o sinal correto, sendo que dessas apenas oito delas são significativamente diferentes de zero. Nas demais, ou o sinal é positivo, ou não é estatisticamente significativo.

Com relação à variável preço do óleo combustível, a relação de substitutibilidade aparecia através do coeficiente de elasticidade preço cruzada positivo. Mas, dos treze setores onde essa variável aparece de forma estatisticamente válida, em apenas quatro deles surge o sinal positivo.

Com a variável tempo, incluída para se captar uma tendência autônoma de crescimento no tempo do consumo industrial de energia elétrica, não foram encontrados maiores problemas. Excetuando-se os setores de Material de Transporte, que não apresentou tendência significativa e o Setor Têxtil, que mostrou uma taxa de crescimento negativa, nas dezesseis outras funções estimadas, apareceram taxas de crescimento positivas e significantes.

As razões para que as expectativas com relação a alguns dos resultados tenham sido frustradas tanto no modelo 1, como no modelo 2, são várias, passando desde problemas econométricos à própria formulação teórica do modelo.

Do ponto de vista econométrico foram detectados problemas em alguns setores: autocorrelação e multicolinearidade. Embora sejam questões cujas soluções são razoavelmente simples, elas não foram tentadas.

Do ponto de vista teórico, embora correto o modelo estimado, o mesmo traz consigo algumas limitações. O ambiente ideal para se estudar as interrelações entre os vários fatores e as várias formas de energia não é o de equação única, mas sim de função de produção ou sistemas de funções de demanda derivada. Através do sistema de equações de demanda derivada, ganha-se eficiência, no sentido em que as decisões são tomadas não sobre os fatores isolados, mas sim sobre todos os fatores de produção conjuntamente. No sistema de funções as relações de simetrias de relações entre os fatores podem ser interpostas e/ou testadas. Não se tentou melhorar os resultados obtidos pelos modelos 1 e 2 porque eles representaram uma abordagem inicial no estudo da demanda de energia pelo setor industrial brasileiro.

#### 4.2 - DEMANDA DERIVADA DO SETOR INDUSTRIAL BRASILEIRO

A demanda de energia por parte do setor industrial é, da mesma forma que a demanda de qualquer insumo, uma demanda derivada, ou seja, ela depende ou deriva da produção industrial.

Concorrem no processo de produção industrial outros insumos que não energia, como por exemplo, matérias primas, trabalho, capital, etc.. Supondo que as empresas do setor industrial agem no sentido de encontrar a combinação de insumos que a cada nível de produto minimize o custo de produção, a demanda derivada pelos insumos dependerá do nível de produto, das possibilidades de substituição entre os vários insumos, tal qual mostrado nos Capítulos 1 e 2 deste trabalho.



Esse seria, no nosso entender, o arcabouço teórico para o estudo da demanda industrial de energia. Tipicamente, os estudos encontrados na literatura restringem a análise à relação entre o produto industrial e a demanda de energia, algumas vezes incluindo alguns preços relativos de substitutos energéticos próximos entre si. Ambas as abordagens estariam negligenciando as possibilidades de substituição entre insumos energéticos e não energéticos, levando com isso a estimativas viesadas das elasticidades.

Outra característica importante dos estudos de demanda industrial de energia elétrica é que em geral as análises são efetuadas ao nível agregado, trabalhando-se com apenas um setor, perdendo-se assim as especifiidades inerentes à cada ramo do setor industrial. Esses estudos podem trazer algum perigo, na medida em que sejam utilizados como base para projeções de demanda. Cada setor industrial tem sua dinâmica própria, cada qual tem uma tecnologia de produção distinta, envolvendo diferen - tes graus de substituição entre insumos. Dessa forma, a resposta da demanda de energia de cada setor às variações de preço e produto é dife - rente, sendo que a demanda do total do setor industrial depende a cada instante do peso de cada setor na produção industrial. Assim, altera - ções na composição do produto podem comprometer os resultados encontra - dos nas análises muito agregadas.

A partir do esforço seminal de Berndt e Wood (1975), os estudos de demanda de energia ganharam o contexto não do estudo isolado da energia mas sim da análise conjunta da demanda de energia em relação aos ou - tros fatores, um contexto de um sistema de funções de demanda derivada. Com um modelo envolvendo quatro insumos, capital (K), trabalho (L), energia (E) e matérias primas (M), modelo este batizado na literatura pelo nome de KLEM, esses autores encontraram resultados interessantes, sobre complementaridade entre capital e energia e a substitutibilidade entre trabalho e energia. Outros estudos se seguiram a esse, podendo ser citados, Berndt e Wood (1979), Pindyck (1979), Conrad (1983),

Hudson e Jorgenson ((1974), etc.. Nas palavras de Conrad (1983), nos últimos anos o número de artigos lidando com demanda de energia e possibilidades de substituição, tem crescido mais rapidamente que os preços de energia.

O modelo KLEM está sendo estimado pela primeira vez para o Brasil e ele corresponde, no nosso entender, ao cerne do modelo de produção que está por trás da demanda de energia.

Os dados para a estimação foram coletados nas publicações do FIBGE Pesquisa Industrial e Censo Industrial, cobrindo os anos de 1970 e 1973 a 1979. As informações contidas nessas publicações referem-se ao conjunto das empresas com pelo menos cinco empregados em qualquer mês do ano e/ou valor de produção anual igual ou superior a 640 salários mínimos (o maior dos salários mínimos vigentes).

Os dados coletados ao nível de setor (25 setores) e estados(1) para os anos acima assinalados, permitem a estimação de um sistema de funções envolvendo as seguintes demandas derivadas:

- . Energia Elétrica
- . Combustíveis e Lubrificantes
- . Trabalho
- . Capital
- . Matérias Primas

Para todas essas funções foram coletados e/ou construídos:

- . Participação do custo do fator no custo total;
- . preço do fator;
- . quantidade utilizada do fator;
- . quantidade produzida pelo setor. (valor bruto da produção deflacionado)

As participações foram obtidas diretamente através dos dados dos Censos Industriais e Pesquisas Industriais. Os preços foram computa-

dos de várias formas. Para a energia elétrica existe além do dado de despesa com energia elétrica, o consumo em KWh por setor. O quociente de uma informação pela outra permitiu a obtenção de um custo médio da energia elétrica que será utilizado como "proxy" para a tarifa média de energia elétrica. Para o óleo combustível existem duas alternativas: a utilização de um índice de preço da FGV ou o próprio preço do óleo combustível. Com relação ao fator trabalho, existem informações tanto da folha de salários como do número de empregados. Esses dados foram utilizados para o cálculo de um salário médio. Para o fator capital, foi considerada uma definição mais estreita. Considerou-se ser viços de uso do capital, os gastos com manutenção e reparação de máquinas apenas. Aluguéis e Despesas Financeiras, embora deveriam ser considerados também como capital no sentido mais amplo do conceito, foram deixados de lado, devido a questões bastante complexas na geração do que seria o preço desses componentes. Para o preço do uso dos serviços de capital foram utilizados os pesos derivados do setor fictício "Peças para Reparos de Máquinas Industriais" da Matriz de Relações Intersetoriais do Brasil (FIBGE). Esses pesos serviram de base de ponderação para a construção de um índice de preços de Peças para Reparos. Os preços utilizados em cada componente foram obtidos a partir dos Índices de Preços por Atacado, conceito oferta global da FGV. No cálculo do Índice de Preços de Matérias Primas, foi utilizado o mesmo esquema. A Matriz de Relações Intersetoriais de 1970 foi agregada de tal sorte a possuir uma coluna para cada um dos 25 setores para os quais existem as informações de despesas e uma linha para cada índice de preços calculados pela FGV. A compatibilização da matriz com os setores e os preços da FGV encontram-se descritos nos anexos 1 e 2.

A função custo escolhida para gerar o sistema de demandas derivadas é a função translog dada por:

$$\{4.3\} \ln C = \alpha + \sum_{i=1}^5 \beta_i \ln p_i + 1/2 \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^5 \beta_{ij} \ln p_i \ln p_j + \sum_{i=1}^5 \beta_{iQ} \ln Q \ln p_i +$$

$$+ \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^2 \gamma_{ij} Z_{ij} \ln p_i$$

onde  $p_1$  = salário médio

$p_2$  = preço matérias primas

$p_3$  = preço de combustível

$p_4$  = tarifa de energia elétrica

$p_5$  = preço do serviço do capital

$Z_1$  = dummy para a crise do petróleo (=1 para os anos posteriores a 1975)

$Z_2$  = variável de tendência

$Q$  = valor bruto real da produção

$C$  = custo total de produção (salário + matérias primas + energia + capital)

Aplicando-se o lema de Shephard-Uzawa-McFadden à esta função chega-se ao seguinte sistema:

$$\{4.4\} \frac{\partial \ln C}{\partial \ln p_i} = \beta_i + \sum_{j=1}^5 \beta_{ij} \ln p_j + \beta_{iQ} \ln Q + \sum_{j=1}^2 \gamma_{ij} Z_{ij}, \quad i = 1, \dots, 5$$

Mas como

$$\{4.5\} \frac{\partial \ln C}{\partial \ln p_i} = \frac{p_i \gamma_C}{C \gamma p_i} = \frac{p_i x_i}{C} = S_i$$

onde  $x_i$  é a quantidade do fator  $i$  e  $S_i$  a participação do fator  $i$  no custo total de produção, simplifica-se o sistema para:

$$\{4.6\} S_i = \beta_i + \sum_{j=1}^5 \beta_{ij} \ln p_j + \beta_{iQ} \ln Q + \sum_{j=1}^2 \gamma_{ij} Z_{ij} \quad i=1, \dots, 5$$

Como visto no Capítulo 2, para que  $\hat{C}$  seja uma função custo qualquer corresponda a uma função de produção bem comportada, ela deve obedecer a uma série de características. A homogeneidade de grau 1 nos preços implica nas seguintes restrições nos parâmetros (3):

$$\{4.7\} \begin{aligned} \sum_{i=1}^5 \beta_i &= 1 \\ \sum_{i=1}^5 \beta_{iQ} &= 0 & \gamma_{ij} &= \gamma_{ji} & i, j, &= 1, \dots, 5 \\ \sum_{i=1}^5 \beta_{ij} &= \sum_{j=1}^5 \beta_{ij} = \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^5 \beta_{ij} = 0 \\ \sum_{j=1}^5 \gamma_{ij} &= \sum_{i=1}^5 \gamma_{ij} = \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^5 \gamma_{ij} = 0 \end{aligned}$$

Estas restrições implicam que uma das cinco equações não poderá ser estimada, seus coeficientes obtidos residualmente. A equação escolhida para ficar de fora foi a demanda de capital.

Reparametrizando-se {4.6} com as restrições dadas por {4.7} chega-se à expressão final do sistema que foi estimado:

$$\{4.8\} S_i = \beta_i + \sum_{j=1}^4 \beta_{ij} (\ln p_i - \ln p_5) + \beta_{iQ} \ln Q + \sum_{j=1}^2 \gamma_{ij} Z_{ij}$$

$$i = 1, \dots, 4$$

Note-se que por esse sistema as elasticidades preço diretas e cruzadas são dadas por (4):

$$\{4.9\} \eta_{ij} = \frac{\beta_{ij}}{S_i} - S_j \quad (\text{elasticidade da demanda do fator } j \text{ em relação ao preço } i)$$

$$\{4.10\} \eta_{ii} = \frac{\beta_{ij}}{S_i} + S_i - 1 \quad (\text{elasticidade preço direta})$$

#### 4.3 - Resultados Obtidos

Os resultados na estimação do sistema {4.8} nos 25 setores encontram-se reunidos no anexo c deste trabalho. Para cada um destes setores são apresentados três conjuntos de estimativas. A primeira delas refere-se ao primeiro estágio de Regressões Aparentemente não Correlacionadas, estágio este que corresponde aos mínimos quadrados comuns. O seguinte conjunto de estimativas refere-se ao segundo estágio de Regressões Aparentemente não Correlacionadas, antes da imposição da restrição de simetria nos coeficientes dos preços.

Finalmente, o último conjunto de resultados refere-se ao segundo estágio com as restrições de simetria. Esses foram os coeficientes utilizados no cômputo das elasticidades preço diretas e cruzadas. Antes de se estimar os modelos aqui apresentados, cada uma das funções demanda sofreu o processo de correção descrito no Capítulo 2 para junção de séries de tempo com "cross-section".

As estimativas encontradas foram bastante satisfatórias em todos os aspectos. Boa parte dos coeficientes apresentaram-se significativamente diferentes do zero e ao mesmo tempo com o sinal esperado a priori. Do ponto de vista geral, os ajustamentos das funções podem ser considerados razoáveis na quase totalidade dos setores.

Os resultados gerais que se mostram mais nítidos foram:

. a crise do petróleo e os ajustamentos a ela seguidos caminharam no sentido de reduzir o custo da mão-de-obra e de combustíveis no custo total de produção. Paralelamente observou-se um aumento da participação do custo das matérias primas no custo total. Com relação à participação da energia elétrica os resultados não são tão visíveis. Alguns setores mostraram tendências ao aumento da participação deste fator no custo, como, por exemplo, a indústria mecânica e a de vestuário, enquanto que outros mostraram reduções: borracha, editorial e gráfica;

. quanto a tendência autônoma no tempo, que pode ser considerada como uma medida de viés tecnológico (5) o fator trabalho mostra uma tendência de queda na sua participação no custo total, enquanto que matérias primas e combustíveis mostram aumentos. Quanto a energia elétrica os resultados não foram conclusivos.

Dada as características da função custo translog, os coeficientes associados às variáveis preço não possuem uma interpretação econômica direta. Eles fornecem informações mais relevantes na medida em que são analisados sob a forma de elasticidades preços, conforme as expressões {4.9} e {4.10} (6). Os quadros que se seguem mostram essas elasticidades.

Uma elasticidade positiva indica uma relação de substituição entre os fatores.

Para a relação entre Energia Elétrica e Combustível mais da metade dos setores apresentaram sinais positivos, indicando serem estes bens substitutos na produção, como seria de se esperar. Com elasticidades negativas indicando complementariedade encontram-se os seguintes setores: total, total da indústria de transformação, minerais não metálicos, mecânica, material elétrico e de comunicações, química, farmacêutica, têxtil, produtos alimentares e diversos. Se considerarmos correta a relação de substituição para todos os 26 setores, o que é discutível, algumas razões podem ser levantadas para explicar esses resultados. Em primeiro lugar a heterogeneidade interna dos setores. É bastante sintomático o fato de que o total da indústria e o total do setor de transformação apresentarem juntos uma relação de complementariedade entre energia elétrica e combustíveis. O fato de se estar analisando um agregado de empresas, onde coexistem diversas tecnologias distintas, com diferentes graus de reações e acomodações às mudanças nos preços relativos, pode estar produzindo esses resultados. Em segundo lugar, o fato de que alguns setores podem ser mais rígidos do que outros para alterações nas suas maneiras de produzir, ou seja, uma vez feito o investimento existem poucas alternativas de alterações nas relações dos insumos, também poderia estar contribuindo para o surgimento dessas relações.



SEIOR : TUTAL INDUSTRIA  
ELASTICIDADES PRECC DIRETAS E CRUZADAS

FUNCAO DE MANDA	PRECCOS DE :			
	MAO-DE-OBRA	MAT. PRIMAS	COMBUSTIVEL	ENERGIA ELET
MAO-DE-OBRA	- 0.1193	-0.4634	0.2777	0.1139
MAT. PRIMAS	-0.0449	-0.0222	0.0304	0.0268
COMBUSTIVEL	1.0904	1.2300	-2.2513	-0.0017
ENERGIA ELET	0.5714	1.3284	-0.0020	-1.2673
CAPITAL	0.5546	0.3057	-0.0511	-0.3911

CAPITAL  
0.1861  
0.0099  
-0.0674  
-0.6305  
-0.4182

SEIOR : EXTRATIVA  
ELASTICIDADES PRECC DIRETAS E CRUZADAS

FUNCAO DE MANDA	PRECCOS DE :			
	MAO-DE-OBRA	MAT. PRIMAS	COMBUSTIVEL	ENERGIA ELET
MAO-DE-OBRA	- 0.8675	0.6455	0.1845	0.0775
MAT. PRIMAS	0.5106	-0.1267	-0.0307	0.0962
COMBUSTIVEL	0.5402	-0.1136	-1.6763	0.1937
ENERGIA ELET	0.5065	0.7947	0.4433	-1.0261
CAPITAL	-0.0798	-1.1323	0.7153	-0.2192

CAPITAL  
-0.0401  
-0.4495  
1.0510  
-0.7185  
0.7159

SETOR : TRANSFORMACAO  
ELASTICIDADES, PRECÇ DIRECTAS E CRUZADAS

	PREÇOS DE :				
FUNCAO DEMANDA	MAO-DE-OBRA	MAT. PRIMAS	COMBUSTIVEL	ENERGIA ELET	CAPITAL
MAO-DE-OBRA	-0.5673	0.2672	0.1734	0.1013	0.0254
MAT. PRIMAS	0.0254	-0.1062	0.0331	0.0339	0.0138
COMBUSTIVEL	0.7651	1.5379	-2.1920	-0.2651	0.1542
ENERGIA ELET	0.4860	1.7094	-0.2884	-1.5037	-0.4033
CAPITAL	0.0726	0.4146	0.0959	-0.2401	-0.3470

SETOR : EXTRATIVA MINERAL  
ELASTICIDADES PRECÇ DIRECTAS E CRUZADAS

	PREÇOS DE :				
FUNCAO DEMANDA	MAO-DE-OBRA	MAT. PRIMAS	COMBUSTIVEL	ENERGIA ELET	CAPITAL
MAO-DE-OBRA	-0.9841	0.6072	0.1728	0.0515	0.1525
MAT. PRIMAS	0.4762	-0.1769	-0.0816	0.0442	-0.2619
COMBUSTIVEL	0.5015	-0.3020	-1.7252	0.1607	1.3650
ENERGIA ELET	0.3384	0.3705	0.3638	-1.0853	0.0127
CAPITAL	0.2830	-0.6195	0.8726	0.0036	-0.5397

SETOR : MINERAIS NAO METALICOS  
ELASTICIDADES PRECC DIRETAS E CRUZADAS

FUNCAO DEMANDA	PRECOS DE :				
	MÃO-DE-OBRA	MAT. PRIMAS	COMBUSTIVEL	ENERGIA ELET	CAPITAL
MÃO-DE-OBRA	-0.1747	0.1837	0.1825	0.0935	-0.2850
MAT. PRIMAS	0.0516	0.3851	-0.0139	0.0943	-0.5171
COMBUSTIVEL	0.2335	-0.0635	-1.2324	-0.0648	1.1271
ENERGIA ELET	0.3107	1.1139	-0.1681	-0.6674	-0.3891
CAPITAL	-0.5509	-3.5552	1.7022	-0.2264	2.6303

SETOR : METALURGICO  
ELASTICIDADES PRECC DIRETAS E CRUZADAS

FUNCAO DEMANDA	PRECOS DE :				
	MÃO-DE-OBRA	MAT. PRIMAS	COMBUSTIVEL	ENERGIA ELET	CAPITAL
MÃO-DE-OBRA	-0.5723	0.4195	0.0927	-0.0920	0.1526
MAT. PRIMAS	0.0523	-0.4843	-0.0125	0.0911	0.3534
COMBUSTIVEL	0.4871	-0.5267	-1.3067	-0.5293	1.8755
ENERGIA ELET	-0.3427	2.7237	-0.3753	-1.7736	-0.2319
CAPITAL	0.4464	8.2948	1.0443	-0.1821	-9.6034

SETOR : MECANICA  
ELASTICIDADES, PRECC DIRETAS E CRUZADAS

	PRECOS DE :				
FUNCAO DE MANDA	MAQ-DE-OBRA	MAT. PRIMAS	COMBUSTIVEL	ENERGIA ELET	CAPITAL
MAC-DE-OBRA	0.0375	-0.1102	0.0280	-0.0040	0.0487
MAT. PRIMAS	-0.0429	-0.1726	0.0240	0.0525	0.1390
COMBUSTIVEL	0.5673	1.2495	-2.1287	-0.0029	0.3147
ENERGIA ELET	-0.0582	1.9392	-0.0020	-1.4939	-0.3852
CAPITAL	0.3368	2.4685	0.1075	-0.1852	-2.7275

SETOR : MAT. ELET. COMUNICACOES  
ELASTICIDADES PRECO DIRETAS E CRUZADAS

	PRECOS DE :				
FUNCAO DE MANDA	MAQ-DE-OBRA	MAT. PRIMAS	COMBUSTIVEL	ENERGIA ELET	CAPITAL
MAC-DE-OBRA	0.1540	-0.2587	-0.0340	0.0027	0.1340
MAT. PRIMAS	-0.0416	0.3058	-0.0356	0.0131	-0.2417
COMBUSTIVEL	-0.6973	-4.5075	-1.1617	-0.4587	6.8252
ENERGIA ELET	0.0361	1.0826	-0.2997	-1.0114	0.1924
CAPITAL	0.7959	-8.8603	1.9764	0.0853	6.0027

ELASTICIDADES PREÇO DIRETAS E CRUZADAS

FUNÇÃO DE MANDA	MAC-DE-OBRA	MAT. PRIMAS	PRECOS DE :	ENERGIA ELET	CAPITAL
MAC-DE-OBRA	-0.1889	-0.0441	COMBUSTIVEL	0.0260	0.0506
MAT. PRIMAS	-0.0106	0.8191		-0.0000	-0.7903
COMBUSTIVEL	1.8656	-0.9566		0.2868	0.5204
ENERGIA ELET	0.3078	-0.0024		-0.7062	0.1347
CAPITAL	0.4120	-22.3526		0.0776	21.5851

SETOR : MADEIRA  
ELASTICIDADES PREÇO DIRETAS E CRUZADAS

FUNÇÃO DE MANDA	MAC-DE-OBRA	MAT. PRIMAS	PRECOS DE :	ENERGIA ELET	CAPITAL
MAC-DE-OBRA	-0.5107	0.5540	COMBUSTIVEL	-0.0383	0.0430
MAT. PRIMAS	0.1196	-0.1319		0.0339	-0.0465
COMBUSTIVEL	-0.3839	0.9243		0.2142	0.6799
ENERGIA ELET	-0.2508	1.0264		-1.1982	0.2474
CAPITAL	0.2073	-1.0378		0.1821	0.2390

SEIUR = MOBILIAPIU  
ELASTICIDADES PRECC DIRETAS E CRUZADAS

FUNCAO DEMANDA	PRECOS DE :			
	MÃO-DE-OBRA	MAT. PRIMAS	COMBUSTIVEL	ENERGIA ELET
MÃO-DE-OBRA	-0.4289	0.4050	-0.0235	0.0303
MAT. PRIMAS	0.0917	-0.0566	0.0125	0.0093
COMBUSTIVEL	-0.6458	1.5182	-4.1489	0.8772
ENERGIA ELET	0.3550	0.4795	0.3732	-0.6420
CAPITAL	0.2101	-3.0936	1.0737	-0.5950
				CAPITAL
				0.0171
				-0.0569
				2.3993
				-0.5657
				2.4048

SETOR : PAPEL E PAPELAD  
ELASTICIDADES PRECC DIRETAS E CRUZADAS

FUNCAO DEMANDA	PRECOS DE :			
	MÃO-DE-OBRA	MAT. PRIMAS	COMBUSTIVEL	ENERGIA ELET
MÃO-DE-OBRA	-0.0942	-0.3207	0.1180	0.0751
MAT. PRIMAS	-0.0377	0.1037	-0.0552	0.0248
COMBUSTIVEL	0.5021	-2.0213	-0.6875	0.2207
ENERGIA ELET	0.2220	0.6245	0.1515	-0.7473
CAPITAL	0.4675	-0.6379	0.9686	-0.1786
				CAPITAL
				0.2219
				-0.0356
				1.9801
				-0.2507
				-0.6197

SETOR : UINHACHA  
ELASTICIDADES PRECO DIRETAS E CRUZADAS

FUNCAO DEMANDA	PRECOS DE :				
	MAD-DE-OBRA	MAT. PRIMAS	COMBUSTIVEL	ENERGIA ELET	CAPITAL
MAD-DE-OBRA	-0.5715	0.4527	0.0318	-0.0279	0.1149
MAT. PRIMAS	0.0600	-0.0605	0.0575	-0.0005	-0.0646
COMBUSTIVEL	0.2062	2.4833	-3.0449	0.2303	0.1170
ENERGIA ELET	-0.1521	-0.0192	0.2006	-0.8970	0.8578
CAPITAL	0.4974	-1.8592	0.0781	0.6600	0.6038

SETOR : COUROS E PELES  
ELASTICIDADES PRECO DIRETAS E CRUZADAS

FUNCAO DEMANDA	PRECOS DE :				
	MAD-DE-OBRA	MAT. PRIMAS	COMBUSTIVEL	ENERGIA ELET	CAPITAL
MAD-DE-OBRA	0.0031	-0.2175	0.0442	0.0022	0.1631
MAT. PRIMAS	-0.0258	0.4336	-0.0911	0.0061	-0.3228
COMBUSTIVEL	0.5153	-8.9756	0.5760	0.0190	7.8654
ENERGIA ELET	0.0145	0.3457	0.0110	-0.7153	0.3440
CAPITAL	0.8367	-13.9775	3.4587	0.2617	9.4203

SETOR : QUIMICO  
ELASTICIDADES PRECÇ DIRETAS E CRUZADAS

FUNCAO DEMANDA	PREÇOS DE :				
	MAO-DE-OBRA	MAT. PRIMAS	COMBUSTIVEL	ENERGIA ELET	CAPITAL
MAO-DE-OBRA	0.2086	-1.2128	0.2612	0.5216	0.2213
MAT. PRIMAS	-0.0663	0.0581	-0.0157	0.0112	0.0127
COMBUSTIVEL	0.7197	-0.7940	-2.1052	-0.1521	2.3316
ENERGIA ELET	1.1683	0.4591	-0.1237	-1.1257	-0.3780
CAPITAL	0.4298	0.4523	1.6435	-0.3277	-2.1978

SETOR : FARMACEUTICO  
ELASTICIDADES PRECÇ DIRETAS E CRUZADAS

FUNCAO DEMANDA	PREÇOS DE :				
	MAO-DE-OBRA	MAT. PRIMAS	COMBUSTIVEL	ENERGIA ELET	CAPITAL
MAO-DE-OBRA	-0.0316	-0.0547	-0.0974	-0.1281	0.3119
MAT. PRIMAS	-0.0105	0.1952	-0.0881	0.0382	-0.1353
COMBUSTIVEL	-0.9468	-4.4519	1.1487	-0.2263	4.4762
ENERGIA ELET	-1.1202	1.7352	-0.2034	-1.3995	0.9880
CAPITAL	1.6962	-3.8233	2.5037	0.6147	-0.9913



SETOR : FERRUGARIA  
ELASTICIDADES PRECO DIRETAS E CRUZADAS

	PRECOS DE :			
	MAO-DE-OBRA	MAT. PRIMAS	COMBUSTIVEL	ENERGIA ELET
FUNCAO DE MANDA				CAPITAL
MAG-DE-OBRA	0.0905	-0.3637	0.1395	0.0333
MAT. PRIMAS	-0.0196	0.0256	-0.0094	0.0019
COMBUSTIVEL	0.7270	-0.9078	-1.0068	0.5164
ENERGIA ELET	0.2422	0.2610	0.7212	-1.2082
CAPITAL	0.3950	0.0996	0.5071	-0.0098
				-0.9930

SETOR : MATERIA PLASTICA  
ELASTICIDADES PRECO DIRETAS E CRUZADAS

	PRECOS DE :			
	MAO-DE-OBRA	MAT. PRIMAS	COMBUSTIVEL	ENERGIA ELET
FUNCAO DE MANDA				CAPITAL
MAG-DE-OBRA	-0.1834	0.1990	0.0192	0.0082
MAT. PRIMAS	0.0223	-0.0815	-0.0132	-0.0129
COMBUSTIVEL	0.4361	-2.6701	-1.3908	0.1395
ENERGIA ELET	0.0406	-0.5696	0.0304	-0.8140
CAPITAL	-0.1222	2.1611	0.4355	0.7519
				-0.0430
				0.0852
				3.4854
				1.3125
				-3.2263

SETOR : TEXTIL  
ELASTICIDADES, PREÇO DIRETAS E CRUZADAS

	PREÇOS DE :			
	MÃO-DE-OBRA	MAT. PRIMAS	COMBUSTIVEL	ENERGIA ELET
FUNÇÃO DE MANDA				
MÃO-DE-OBRA	0.2680	-0.5675	0.0274	0.0800
MAT. PRIMAS	-0.0587	0.2286	-0.0307	0.0173
COMBUSTIVEL	0.3707	-4.0127	-0.3500	-0.0373
ENERGIA ELET	0.4300	0.8900	-0.0148	-0.9030
CAPITAL	0.7326	-5.7762	1.1372	-0.2911
				CAPITAL
				0.1921
				-0.1565
				4.0293
				-0.4102
				4.1975

SETOR : VESTUÁRIO E CALÇADOS  
ELASTICIDADES, PREÇO DIRETAS E CRUZADAS

	PREÇOS DE :			
	MÃO-DE-OBRA	MAT. PRIMAS	COMBUSTIVEL	ENERGIA ELET
FUNÇÃO DE MANDA				
MÃO-DE-OBRA	-0.3375	0.3485	-0.0241	-0.0061
MAT. PRIMAS	0.0540	-0.0893	0.0065	0.0139
COMBUSTIVEL	-1.1694	2.0477	-1.2923	0.4867
ENERGIA ELET	-0.1165	1.7112	0.1910	-1.2176
CAPITAL	0.2494	1.2440	-0.0195	-0.3882
				CAPITAL
				0.0191
				0.0149
				-0.0727
				-0.5681
				-1.0857

SETOR : PRODUTOS ALIMENTARES  
ELASTICIDADES PREÇO DIRETAS E CRUZADAS

FUNÇÃO DEMANDA	PREÇOS DE :				CAPITAL
	MÃO-DE-OBRA	MAT. PRIMAS	COMBUSTIVEL	ENERGIA ELET	
MÃO-DE-OBRA	-1.0333	1.0956	0.0156	0.0165	-0.0945
MAT. PRIMAS	0.0542	-0.0957	0.0171	0.0164	0.0081
COMBUSTIVEL	0.0751	1.6588	-1.7119	-0.1696	0.1477
ENERGIA ELET	0.0602	1.2064	-0.1284	-0.5249	-0.6133
CAPITAL	-0.2347	0.4054	0.0763	-0.4186	0.1716

SETOR : BEBIDAS  
ELASTICIDADES PREÇO DIRETAS E CRUZADAS

FUNÇÃO DEMANDA	PREÇOS DE :				CAPITAL
	MÃO-DE-OBRA	MAT. PRIMAS	COMBUSTIVEL	ENERGIA ELET	
MÃO-DE-OBRA	-0.4204	0.4064	-0.0181	0.0041	0.0281
MAT. PRIMAS	0.0589	-0.1751	0.0151	0.0314	0.0698
COMBUSTIVEL	-0.0859	0.4925	-2.7390	0.2364	2.0959
ENERGIA ELET	0.0205	1.0919	0.2515	-0.5501	-0.8138
CAPITAL	0.0700	1.2005	1.1027	-0.4025	-1.9707

SETOR : FUMO  
ELASTICIDADES PRECO DIRETAS E CRUZADAS

FUNCAO DEMANDA	PRECOS DE :			
	MAO-DE-OBRA	MAT. PRIMAS	COMBUSTIVEL	ENERGIA ELET
MAO-DE-OBRA	-0.8468	0.4645	-0.0039	0.0763
MAT. PRIMAS	0.0629	-0.0359	0.0164	-0.0032
COMBUSTIVEL	-0.1208	3.7467	-1.9951	0.2548
ENERGIA ELET	1.2683	-0.3940	0.1369	-0.2609
CAPITAL	0.9277	-0.8887	-0.1826	-0.1351
				CAPITAL
				0.3059
				-0.00402
				-1.8856
				-0.7502
				0.2787

SETOR : EDITORIAL E GRAFICA  
ELASTICIDADES PRECO DIRETAS E CRUZADAS

FUNCAO DEMANDA	PRECOS DE :			
	MAO-DE-OBRA	MAT. PRIMAS	COMBUSTIVEL	ENERGIA ELET
MAO-DE-OBRA	-0.2996	0.3080	-0.0006	-0.0099
MAT. PRIMAS	0.1453	-0.0938	-0.0185	0.0216
COMBUSTIVEL	-0.0254	-1.7641	-1.6111	0.1681
ENERGIA ELET	-0.1534	0.7081	0.0578	-0.7591
CAPITAL	0.0182	-1.0305	0.6352	0.0844
				CAPITAL
				0.0020
				-0.0546
				3.2324
				0.1467
				0.2897

SETOR : DIVERSOS  
 ELASTICIDADES PREÇO DIRETAS E CRUZADAS

FUNÇÃO DE MANDA	PREÇOS DE :				
	MÃO-DE-OBRA	MAT. PRIMAS	COMBUSTIVEL	ENERGIA ELET	CAPITAL
MAC-DE-OBRA	-0.0349	-0.3340	0.2761	0.0032	0.0895
MAT. PRIMAS	-0.0692	-0.1592	0.2343	0.1144	-0.1203
COMBUSTIVEL	1.5100	6.1875	-3.4919	-1.3248	-2.8907
ENERGIA ELET	0.0278	4.7197	-2.0697	-1.9084	-0.7694
CAPITAL	0.5104	-3.3110	-3.0024	-0.5133	6.3162

Com respeito à relação entre o fator energia elétrica e capital em 15 dos 25 setores analisados foram encontradas e lasticidades preços cruzadas negativas, indicando uma relação de complementariedade. Nos 10 setores restantes (extra-tiva mineral, material elétrico, material de transporte, ma-deira, borracha, couros, farmacêutica, plásticos e editoria-gráfica) a relação encontrada foi de substituibilidade.

Como apontam Berndt e Wood (1979) não é comum o apareci-mento desses dois tipos de relações entre esses insumos, podendo ser possível o entendimento de ambos os casos. Em termos gerais, a hipótese de substituibilidade entre capital e energia tem um respaldo maior das análises de engenharia, mostrando um aumento do potencial de conservação da energia através da substituição capital-energia.

Nas demais relações os resultados encontrados são por demais claros. Combustíveis, lubrificantes e energia aparecem como substitutos na quase totalidade dos setores analisa-dos, como seria de se esperar, o mesmo acontecendo com com-bustíveis e trabalho, energia elétrica e trabalho, capital e trabalho.

Quanto às elasticidades preços diretas, exceto para o capital, na quase totalidade dos setores o sinal negativo es-perado coincide com o estimado, podendo-se apontar o fato de que a demanda de combustíveis e lubrificantes apresentou a maior sensibilidade às variações no seu próprio preço. O surgimento de alguns casos de inversão do sinal na elasticidade preço direta do fator capital deve ser atribuída, em grande parte, pela limitação do conceito de capital empregado neste estudo. Em segundo lugar a fragilidade da constru-ção da variável preço dos serviços de capital também deve ter contribuído para o aparecimento dessas inconsistências.

De um ponto de vista geral, as elasticidades aqui apresentadas atestam de forma clara a importância da abordagem dual no estudo dos problemas de produção. É a primeira vez que são apresentadas para o Brasil um conjunto de elasticidades preços envolvendo todos os fatores que concorrem para a produção.

NOTAS DO CAPÍTULO 4

(1) - A junção de uma série de tempo com dados de estados foi a única maneira encontrada de se aumentar significativamente os graus de liberdade no processo de estimação. Nem todos os estados entraram na estimação do modelo para algum setor. Quando não existia a informação de um setor em um estado para um dado ano, esse estado era eliminado da amostra. Tal procedimento foi necessário para que pudessem ser utilizadas as técnicas econométricas de junção de séries de tempo com cross-section, técnicas estas descritas no Capítulo 3. Em nenhum dos 25 setores foram utilizados menos do que 5 estados, sendo que em média entraram 10 estados, o que fornece uma amostra de 90 observações.

(2) - Vide Capítulo 2.

(3) - Ver, por exemplo, Christensen e Greene (1976).

(4) - Para a prova deste resultado basta ver que:

$$\frac{\partial S_i}{\partial \ln p_j} = \beta_{ij} = p_j \frac{\partial S_i}{\partial p_j} \quad \text{Como } S_i = \frac{p_i X_i}{C} \quad \text{logo}$$

$$\frac{\partial S_i}{\partial p_j} = \frac{S_i}{p_j} (\eta_{ij} - S_j) \quad \text{e portanto} \quad \eta_{ij} = \frac{\beta_{ij}}{S_i} - S_j$$

De forma semelhante chega-se à elasticidade preço direta.

(5) - Ver Binswanger (1978).

(6) - Todas as elasticidades preços foram computadas no ponto médio das amostras.



## 5 - Sumário e Conclusões

Na primeira parte deste trabalho foram apresentadas e comparadas abordagens distintas para o estudo de modelos de produção. Surgiu dessa análise a importância das relações de dualidade entre tecnologia e comportamento econômico que permitiram a construção de enfoques não ortodoxos para a construção de modelos de produção.

Este trabalho buscou justamente explorar esse caminho alternativo para o estudo da demanda de energia pelo setor industrial brasileiro.

Através de uma função custo translog, foi obtido um sistema completo de funções demanda para o setor industrial envolvendo cinco fatores: trabalho, capital, matérias primas, combustível e lubrificantes e energia elétrica.

Os resultados obtidos na estimação desse modelo para os vários setores industriais brasileiros foram bastante significativos.

Observou-se em primeiro lugar uma resposta bastante elevada da demanda industrial de combustíveis em relação ao seu próprio preço. Na quase totalidade dos setores essa demanda aparece como altamente elástica, o que não se verificou para energia elétrica e demais fatores.

Com respeito às relações entre os vários fatores, Capital-Trabalho, Combustíveis-Trabalho, Energia Elétrica-Trabalho e Combustíveis-Capital, mostram de modo geral características de substituição entre si. Este fato pode ajudar a explicar como que alguns setores conseguiram se acomodar mais rapidamente às

alterações no vetor de preços relativos no decorrer da década de 70.

Para Energia Elétrica-Combustível e Energia Elétrica-Capital os resultados não são homogêneos. No primeiro par de fatores, em mais da metade dos setores surgiu uma relação forte de substituição. Para alguns destes, os números da tabela 4.4 realmente comprovam um processo de substituição no decorrer da década de 70. Com relação aos fatores Energia Elétrica-Capital, os resultados mostram serem eles complementares, em pelo menos metade dos setores estudados.

A robustez dos padrões aqui observados requer a continuação deste trabalho, utilizando-se formas funcionais outras que não a translog, amostras cobrindo períodos mais recentes e talvez hipóteses mais gerais com relação à tecnologia. Nesse sentido, este estudo embora pioneiro na aplicação do modelo KLEM para o Brasil, pode ser considerado inicial.

## Referências Bibliográficas

- 1 - Alexandroff, A.D. (1939), Almost everywhere existence of second differential of a convex function and some properties of convex surfaces connected with it, Leningrado State University Annals of Mathematical Series, 6, 3-35
- 2 - Alves, D.C.O., (1983), A demanda de alimentos no Brasil, IPEA/PNPE, Programa Nacional de Pesquisa Econômica, mimeo
- 3 - Amemiya, T, (1971) - "The Estimation of the Variances Components Model", International Economic Review, vol.12, nº I(February), pp.1-13.
- 4 - Avery, R., (1977) - "Error Components and Seemingly Unrelated Regressions", Econometrica, vol.45, nº 1 (January), pp 199-209.
- 5 - Belinfante, A., (1978) The identification of Technical Change in the Electricity Generating Industry, in Fuss, M. and McFadden, D. (eds), Production Economics: a dual approach to theory and applications, North Holland.
- 6 - BERNDT, E.R. e WOOD, D., (1975), Technology, Prices and the Derived Demand For Energy, Review of Economics and Statistics, 57, 259-268.
- 7 - BERNDT; E.R. e WOOD, D., (1979), Engineering and Econometric Interpretation of the Energy-Capital Complementarity, American Economic Review, 69.342-354.
- 8 - Binswanger, H.P., (1974) The measurement of technical

change biases with many factors of production, American Economic Review, vol. 64, n° 6, december.

- 9 - Binswanger, H.P., (1975), The use of duality between production, profit and cost functions on applied econometric research: a didactic note, Occasional paper n° 10, Economics Department, "ICRISAT", Hyderabad 500-016, India, July.
- 10 - Binswanger, H.P., (1978), Measured Biases of Technical change: The United States, in Induced Innovation, Hans P. Binswanger e Vernon W. Ruttan, The John Hopkins University Press.
- 11 - Bruno, M. (1978), Duality, Intermediate Inputs and Value-Added, in Fuss, M. e McFadden D. (eds), Production Economics: A Dual Approach to Theory and Applications, North-Holland.
- 12 - Cass, D., (1974), Duality: a Symetric approach from the economist's vantage point, Journal of Economic Theory, 7, 272-295.
- 13 - Christensen, L.R. and Greene, W.H., (1976), Economies of scale in U.S. Electric Power Generation, Journal of Political Economy, vol. 84, n° 4.
- 14 - Clark, J.B., The possibility of a Scientific Law of wages, in American Economic Association, vol. A, pg 37-69, Baltimore: The Association.
- 15 - CONRAD, K., (1983), Cost, Prices and Partially Fixed Factor Proportions in Energy Substitution, European Economic Review, 21, 299-312.

- 16 - Cowing, T.G., (1978) The Effectiveness of Rate-of-Return Regulation: An empirical test using profit functions, in, Fuss, M. and McFadden (eds.), Production Economics: A dual approach to theory and Applications, North-Holland.
- 17 - Dantzig, G.B., (1949) Programming of Interdependent Activities, Part II; Mathematical Model, Econometrica 17, 200-211.
- 18 - Debreu, G., (1959), Theory of Value, New York: Wiley.
- 19 - Diewert, W.E., (1971), "An application of the Shephard duality theorem, a generalized Leontief production function" Journal of Political Economy, vol. 79 n° 3, pp. A 81-507
- 20 - Diewert, W.E., (1973), "Functional Forms for profit and transformation functions", Journal of Economic Theory, vol. 6, n° 3, pp. 284-316.
- 21 - Diewert, W.E., (1974b), Functional Forms for revenue and factor requirement functions, International Economic Review, vol. 15, n° 1, february.
- 22 - Diewert, W.E., (1974c), Functional forms for revenue and factor requirements functions, International Economic Review, vol. 15, n° , February, 119-130.
- 23 - Diewert, W.E., (1974a); "Applications of duality theory", in Frontiers of Quantitative Economics, vol. II, M.D., Intriligator and D.A. Kendrick (eds), Amsterdam: North-Holland.
- 24 - Diewert, W.E., (1978b), Hick's Aggregation Theorem and the Existence of a Real Value-Added Function, in Fuss, M. e McFadden, D. (eds), Production Economics: a Dual Approach to Theory and application, North-Holland.

- 25 - Diewert, W.E., (1978a), Duality approaches to Microeconomic Theory Discussion Paper 78-09, Department of Economics, University of British Columbia.
- 26 - Diewert, W.E., (1983), The duality implications of a concave aggregator function, Economic Letters, 11, 197-201.
- 27 - Disch, A., (1983), "Agricultural Policies and Real Income Changes: An application of Duality Theory to Brazilian Agriculture", Phd dissertation, Yale University.
- 28 - Edgeworth, F.Y., (1981-1921), 1963, Papers relating to Political Economy, New York: Franklin.
- 29 - Fenchel, W. (1953), Convex Cones, Sets and Functions, Lecture Notes, Princeton: Princeton University.
- 30 - Ferguson, C.E., (1972), Microeconomic Theory, Richard D. Irwin, INC.
- 31 - Friedman, J.W., (1972), Duality Principles in the Theory of Cost and Production Revisited, International Economic Review, XIII, February, 161-170.
- 32 - Fuss, M.A. (1977), The demand for energy in Canadian manufacturing: an example of the estimation of Production structures with many inputs, Journal of Econometrics vol. 5, 89-116.
- 33 - Gorman, W.M., (1968), Measuring the Quantities of Fixed Factors, in Wolfe, J.N., (ed.), Value, Capital and growth: Papers in honour of Sir John Hicks, Aldine Publishing Co.

- 34 - Green, J. and Heller, W.P. (1981), Mathematical Analysis and Convexity with Applications to Economics, in Arrow, K.J and Intriligator, M.D. (eds.), Handbook of Mathematical Economics, vol. I, North-Holland.
- 35 - Hanoch, G., (1975), "Production and demand models with direct or indirect implicit additivity", Econometrica, vol. 43, n° 3, pp. 395-420.
- 36 - Hanoch, G. (1978), Symetric Duality and Polar Production Functions, in Fuss, M. e McFadden, D. (eds)., Production Economics: a Dual Approach to Theory and Applications, North-Holland.
- 37 - Hasenkamp, G. (1976), Specification and Estimation of Multiple Output Production Functions, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, 120, Springer-Verlag.
- 38 - Hicks, J.R., (1946), Value and Capital, 2nd ed., Oxford: Clarindon Press.
- 39 - Hotelling (1932), Edgeworth's taxation paradox and the nature of demand and supply function, Journal of Political Economy, vol. 40, n° 5, 577-616.
- 40 - Hotelling (1935), Demand functions with limited budgets, Econometrica, vol. 3, n° 1, pp. 66-78.
- 41 - HUDSON, E.A. e JORGENSON, D.W., (1974), U.S., Energy Policy and Economic Growth, 1975-2000, Bell Journal of Economics, Autumn, 5, 461-514.
- 42 - Intriligator, M.D., (1971), Mathematical Optimization and Economic Theory, Prentice - Hall Series in Mathematical

Economics, Prentice-Hall.

- 43 - Intriligator, M.D., (1983), Mathematical Programming with Applications to Economics, in Arrow, K.J. e Intriligator, M.D. (eds), Handbook of Mathematical Economics, vol I, North-Holland.
- 44 - Jacobsen, S.E. (1970), On Shephard's duality theorem, Journal of Economic Theory, vol 4, n° 3, 458-464.
- 45 - Jacobsen, S.E., (1972), Production correspondences, Econometrica, vol. 38, n° 5, 754-770.
- 46 - Jaffé, William, (1965), ed., Correspondence of Léon Walras and Related Papers, vol. 2., Amsterdam: North-Holland.
- 47 - Jorgenson, D.W. e Lawrence J. Lau, (1974a), "Duality and Differentiability in Production", Journal of Economic Theory 9, pp. 23-42.
- 48 - Jorgenson, D.W. w Lawrence J. Lau (1974b), "The duality of thechnology and economic behaviour", Review of Economic Studies, vol. 41(2), n° 126, pp. 181-200.
- 49 - Karlin, S. (1959), Mathematical methods and theory in games, programming and economics, vol. I: Matrix games, programming and mathematical economics, Reading: Addison-Wesley.
- 50 - Klein, E. (1973), Mathematical Methods in Theoretical Economics: Topological and Vector Space Foundations of Equilibrium Economics, Academic Press, New York.
- 51 - Koopmans, T.C., (1951), Analysis of Production as an efficient combination of activities, in Koopmans, T.C. (ed), Activity



Analysis of Production and Allocation, New York: Wiley.

- 52 - Kopp, R.J. and Smith, V.K., (1983), Neoclassical Modeling of Nonneutral technological change: An experimental Appraisal, Scandinavian Journal of Economics, vol. 85, 2, 127-146.
- 53 - Lau, L.J., (1969), "Quality and the structure of utility functions", Journal of Economic Theory, vol. 1, n° 4, pp.374-396.
- 54 - Lau, L.J., (1972), "Profit function of technologies with multiple inputs and outputs", Review of Economics and Statistics, vol.54, n° 3, pp.281-289.
- 55 - Lau, L.J., (1974), "Comments on applications of duality theory", in Frontiers of Quantitative Economics, vol II, M.D. Intriligator and D.A. Kendrick (eds.), Amsterdam: North-Holland.
- 56 - Lau, L.J. (1976), "A characterization of the normalized restricted profit functions", Journal of Economic Theory, vol. 12, n° 1, pp. 131-163.
- 57 - Lau, L.J., (1977), "Empirical approaches to systems of consumer demand functions through duality", in Frontiers of Quantitative Economics, vol.III, M.D. Intriligator (ed.), Amsterdam: North-Holland.
- 58 - Lau, L.J. (1978), "Applications of Profit Functions", in Production Economics: A dual approach to theory and applications, Fuss, M. and Daniel McFadden (eds), North-Holland, Amsterdam.
- 59 - Magnus, J., (1979), Substitution between energy and non-energy inputs in the Netherlands 1950-1976, International Economic Review, vol. 20, n° 2, June.
-

- 60 - Mangasarian, O.L. (1969), Nonlinear Programming, New York: McGraw-Hill.
- 61 - McFadden, D.(1962), Factor substitutabilites in the economic analysis of production, Ph.D. dissertation. Minneapolis: University of Minnesota.
- 62 - McFadden, D.(1966), Cast, revenue and profit functions: A cursory review, Institute for Business and Economic Research Working Paper n° 86, Berkeley: University of California.
- 63 - McFadden, D.(1978), "Cost, revenue and profit functions", in Productions Economics: A Dual Approach to Theory and Applications, Fuss, M. and Daniel McFadden eds, Amsterdam: North-Holland.
- 64 - McKenzie, L.,(1975), "Demand theory without a utility index", Review of Economics Studies, vol.24 (3), n° 65, pp.185-189.
- 65 - McKenzie, L.W., (1959), Matrices with Dominant Diagonals and Economic Theory, in Arrow, K.J., Karlin, S. e Suppes, P.(eds), Mathematical Methods in Social Sciences, Stanford University Press.
- 66 - Mosak, J.L. (1938), Interrelations of Production, Price and Derived Demand, Journal of Political Economy, A6, 761-787.
- 67 - Mundlak, Y., (1968), Elasticities of Substitution and the Theory of Derived Demand, Review of Economic Studies, vol.35(2) 225-236.
- 68 - Nelson, R.A., and Wohar, M.E., (1983) Regulation, Scale Economics, and Productivity in Steam-Electric Generation, International Economic Review, vol. 24, n° 1, February.

- 69 - Nerlove, M., Duality in econometric studies of cost and production, University of Chicago, mimeo, s.d.
- 70 - Nerlove, M. (1971); "A Note on Error Components Models", Econometrica, vol. 39, n° 2 (March), pp. 383-386.
- 71 - Nerlove, M. (1963), "Returns to scale in electricity supply ", in Measurement in Economics: Studies in Mathematical Economics and Econometrics in Memory of Yehuda Grunfeld, Stanford.
- 72 - Pasinetti, L.L. (1977), Lectures on the Theory of Production, Columbia University Press, New York.
- 73 - PINDYCK, R.S., (1979) Interfuel Substitution and the Industrial Demand for Energy: An International Comparison, Review of Economics and Statistics, 61, 169-179.
- 74 - Rosenlicht, M. (1968), Introduction to Analysis, Glenview, IL: Scott & Foresman.
- 75 - Roy, R. (1942), De L'Utilité: Contribution a la Theory des choix, Paris : Hermann.
- 76 - Sakai, Y., (1973), "An axiomatic Approach to input demand theory", International Economic Review, vol.14, n° 13, pp. 735-752.
- 77 - Sakai, Y., (1974), "Substitution and Expansion Effects in Production Theory: The Case of Joint Production", Journal of Economic Theory, vol.9, pp.255-274.
- 78 - Samuelson, P.A., (1947), Foundations of Economic Analysis, Cambridge: Harvard University Press.
- 79 - Samuelson, P.A., (1950), The problem of integrability in utility theory, Economica, 17, 355-385.

- 80 - Samuelson, P.A., (1966), "The fundamental singularity theory for non-joint production", International Economic Review, vol.7(1), pp.34-41.
- 81 - Shephard, R.W., (1953), Cost and Production Functions, Princeton: Princeton University Press.
- 82 - Shephard, R.W., (1970), Theory of Cost and Production Functions, Princeton: Princeton University Press.
- 83 - Theil, H., (1971), Principles of Econometrics, John Wiley e Sons, Inc.
- 84 - Uzawa, H., (1964)., "Duality principles in the theory of cost and Production", International Economic Review, vol.5 n° 2, pp. 216-220.
- 85 - Wallace, T.D., (1977), "Methods of Combining Cross - Section and Time - Series Data", Department of Economics, ICRISAT, Hyderabad, India (August) pp. 28 (processed).
- 86 - Silberberg, E., (1974), A revision of comparative statics methodology in Economics, or, how to do comparative statics on the back of an envelope, Journal of Economic Theory, vol.7, 159-172.
- 87 - Wicksteed, P. (1894), An essay on the coordination of the Laws of Distribution, London School of Economics and Political Science.
- 88 - Zellner, A., (1962)., "An Efficient Method of Estimating Seemingly Unrelated Regression and Tests for Agregation Bias", Journal of The American Statistical Association, vol.57, pp. 348-368.

- 89 - Zellner, A., (1963), Estimators for Seemingly Regression Equations: Some Exact Finite Sample Results, Journal of the American Statistical Association, 58, 977-992.

A N E X O "A"

SETORES DA MATRIZ DE RELAÇÕES INTERSETORIAIS E  
SETORES DO FIBGE

## ANEXO "A"

## SETORES DA MATRIZ DE RELAÇÕES INTERSETORIAIS E SETORES DO FIGBE

## SETORES IBGE (Pesquisa Industrial) Códigos de Setores da Matriz de Relações Intersectoriais

Linha 1	Totais (1)	501(005), 502(006)
Linha 2	Indústrias Extrativas (2)	1001(007), 1002(008), 1003(009)
Linha 3	Indústrias de Transformação (3)	1101(010), 1102(011), 1103(012), 1104(013), (1105(014)
Linha 4	Extração de Minerais	1201(015), 1202(016), 1203(017), 1204(018), 1205(019), 1206(020)
Linha 5	Transf. Prods. de Miner. N Metálic.	1301(021), 1302(022), 1303(023), 1304(024), 1305(025), 1306(026)
Linha 6	Metalurgia	1401(027), 1402(028), 1403(029), 1404(030), 1405(031)
Linha 7	Mecânica	1501(032)
Linha 8	Matl. Elétr. e de Comunicação	1601(033)
Linha 9	Material de Transporte	1701(034), 1702(035), 1703(036)
Linha 10	Madeira	1801(037)
Linha 11	Mobiliário	1901(038)
Linha 12	Papel e Celulose	2001(039), 2002(040), 2003(041), 2004(042), 2005(043), 2006(044)
Linha 13	Borracha	2007(045), 2008(046)
Linha 14	Couros, Peles e Artef.p/ Viagem	2101(047)
Linha 15	Química	2201(048)
Linha 16	Prods. Farmacêut. e Veterinários	2301(049)
Linha 17	Perfumaria, Sabões e Velas	2401(050), 2402(051), 2403(052), 2404(053)
Linha 18	Prods. de Matérias Plásticas	2501(054), 2502(055)
Linha 19	Têxtil	2601(056), 2602(057), 2603(058), 2604(059), 2605(060), 2606(061)
Linha 20	Vestuár., Calçados e Artef. Teced.	2607(062), 2608(063), 2609(064), 2610(065), 2611(066), 2612(067)
Linha 21	Produtos Alimentares	2613(068), 2614(069)
Linha 22	Bebidas	2701(070)
Linha 23	Fumo	2801(071)
Linha 24	Editorial e Gráfica	2901(072)
Linha 25	Diversos	3001(073)
Linha 26	Ativ. de Apoio e de Serv. carát. indl.	
Linha 27	Atividades Administrativas	

Obs.: (1) A Linha é obtida da soma das linhas 2 e 3, (2) A Linha 2 corresponde à Linha 4, (3) A Linha 3 é o somatório das Linhas 5 a 26.

A N E X O "B"

PRODUTOS DA MATRIZ DE RELAÇÕES INTERSETORIAIS E  
ÍNDICES DE PREÇOS DA FGV

---



## ANEXO "B"

## PRODUTOS DA MATRIZ DE RELAÇÕES INTERSECTORIAIS E ÍNDICES DE PREÇOS DA FGV

Publicação: Conjuntura Econômica - FGV	Índices Econômicos-Preços por Atacado-Oferta Global	Códigos de Produtos da Matriz de Relações Intersectoriais
Coluna 17	Prods.Agrícolas - Total	02018(012)
Coluna 18	Prods.Agríc.-Legumes e Frutas	02014(008), 02015(009), 02016(010)
Coluna 19	Prods.Agríc.-Cereais e Grãos	02013(007)
Coluna 20	Prods.Agríc.-Fibras Vegetais	03011(014), 03012(015), 03013(016), 03014(017)
Coluna 21	Prods.Agríc.-Oleaginosas	02011(005), 02012(006)
Coluna 22	Prods.Agríc.-Raízes e Tubérculos	02017(011), 02019(013)
Coluna 23	Prods.Agríc.-Animais e Derivados	05011(019), 05012(020), 05021(021), 05022(022)
Coluna 24	Prods.Agríc.-Lavouras p/Export.	10011(023), 10021(024), 10022(025), 10023(026), 10031(027)
Coluna 25	Prods.Agríc.-Outros	11011(028), 11012(029), 11021(030), 11022(031), 11023(032)
Coluna 26	Prods.Industriais - Total	11031(033)
Coluna 27	Extrativa Mineral - (PI)	11041(034), 11042(035), 11051(036), 11052(037), 11053(038)
Coluna 28	Ind.de Transform. - Total (PI)	11053(038), 11054(039)
Coluna 29	Calcário e Silicatos (PI)	12041(045), 12061(048)
Coluna 30	Ind. Metalúrgica - Total (PI)	12011(040), 12021(041), 12022(042), 12023(043), 12031(044)
Coluna 31	Ferro, Aço e Deriv. (PI) (Metalurg)	12051(046), 12052(047)
Coluna 32	Metais Não Ferros. (PI) (Metalurg)	13061(055), 13062(056)
Coluna 33	Ind. Mecânica - Total	13011(049), 13021(050), 13031(051)
Coluna 34	Mãq.e Equip.Agríc. (Mecânica)	13041(053), 13051(054)
Coluna 35	Mãq.e Equip.Industr. (Mecânica)	14011(057), 14021(057), 14041(060), 14051(062), 14052(063)
Coluna 36	Outros (Indústria Mecânica)	14031(059), 14042(061), 14053(064), 1011(001)
Coluna 37	Ind.de Material Elétrico-Total	
Coluna 38	Eletrodomésticos	
Coluna 39	Motores, Geradores e Similares	
Coluna 40	Outros (Material Elétrico)	
Coluna 41	Ind.de Matl.de Transporte - Total	
Coluna 42	Veículos a Motor (Mat.Transport.)	
Coluna 43	Outros (Material Transporte)	

Coluna 44	Madeira	15011(065), 15012(066), 15013(067)
Coluna 45	Mobiliário - Total	16011(066)
Coluna 46	Mobil.-Móveis de Madeira	
Coluna 47	Mobil.-Móveis de Aço	
Coluna 48	Mobiliário - Outros	17011(069), 17021(070), 17031(071), 17032(072)
Coluna 49	Papel e Papelão	18011(073), 18012(074)
Coluna 50	Borracha	19011(075)
Coluna 51	Couros e Peles	
Coluna 52	Indústria Química - Total	20021(079), 20031(080), 20032(081)
Coluna 53	Combust.eLubríf. (Química)	
Coluna 54	Materiais de Limpeza (Química)	20071(092)
Coluna 55	Tintas e Vernizes (Química)	20051(087), 20052(088), 20053(089), 23013(100)
Coluna 56	Materiais Plásticos (Química)	20081(093)
Coluna 57	Fertilizantes (Química)	20011(076), 20012(077), 20013(078), 20033(082), 20034(083),
Coluna 58	Outros (Química)	20035(084), 20036(085), 20041(086), 20061(090), 20062(091),
		20082(094)
Coluna 59	Ind.Tecido,Vest.,Calçado-Total	24031(104), 24032(105)
Coluna 60	Tecidos de Fios Naturais	24021(103)
Coluna 61	Tecidos de Fios Artificiais	24041(106), 24042(107), 24043(108), 24044(109)
Coluna 62	Malharia	25011(110)
Coluna 63	Vestuário (Exclusive Malharia)	25021(111)
Coluna 64	Calçados	27011(132)
Coluna 65	Indústria de Bebidas - Total	
Coluna 66	Bebidas-Alcoólicas	
Coluna 67	Bebidas - Refrigerantes	
Coluna 68	Bebidas - Sucos	
Coluna 69	Fumo	28011(135)
Coluna 70	Ind.de Prods.Aliment. - Total	
Coluna 71	Prods.Aliment.Origem Veg.-Total	
Coluna 72	Cereais Beneficiados e Farinhas	26031(114), 26041(115), 26051(116), 26052(117)
Coluna 73	Açúcar	26101(125), 26111(126)
Coluna 74	Óleos e Gorduras	26131(129)
Coluna 75	Outros (Prods.Alim.-O.Vegetal)	26011(112), 26021(113), 26121(127), 26122(128)

Coluna 76	Prods.Alim.Orig.Animal - Total	
Coluna 77	Carnes e Pescado	26061(118), 26062(119), 26071(121), 26081(122)
Coluna 78	Leite e Derivados(Excl.Manteiga)	26091(123), 26092(124)
Coluna 79	Gorduras	
Coluna 80	Sal, Rações e Outros	26141(130), 26142(131)

A N E X O "C"

RESULTADOS DA ESTIMAÇÃO DAS FUNÇÕES DEMANDAS  
PARA O SETOR INDUSTRIAL

---

TAXAS CONSTANTES DE MUDANCA TECNOLÓGICA  
PRIMEIRO ESTAGIO DE ZELLNER : MINIMOS QUADRADOS COMUNS

MODELO 1 : MAO-DE-OBRA

R2 = 0.3565 F = 10.5265

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0639	0.0077	8.3074
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0652	0.0459	-1.4214
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0080	0.0561	-0.1424
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0041	0.0058	0.7205
PRODUTO BRUTO	-0.0157	0.0045	-3.4828
INTERCEPTO	0.1404	0.1685	0.8330
DUMMY CRISE PETRÓLEO	-0.0041	0.0073	-0.5589
TEMPO (ANO)	-0.0015	0.0025	-0.5994

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

R2 = 0.4206 F = 13.7901

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.1012	0.0112	-9.0267
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.0314	0.1345	0.6046
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0245	0.1648	0.1485
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0184	0.0004	2.1072
PRODUTO BRUTO	0.0370	0.0066	5.6355
INTERCEPTO	0.1115	0.2530	0.4406
DUMMY CRISE PETRÓLEO	0.0041	0.0109	0.3720
TEMPO (ANO)	0.0010	0.0037	0.2567

MODELO 3 : COMBUSTÍVEL

R2 = 0.3650 F = 10.9591

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0195	0.0027	7.1400
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.0023	0.0078	0.2948
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0216	0.0095	-2.2767
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0022	0.0021	-1.0826
PRODUTO BRUTO	-0.0119	0.0016	-7.4793
INTERCEPTO	-0.0056	0.0632	-0.0983
DUMMY CRISE PETRÓLEO	-0.0036	0.0027	-1.3242
TEMPO (ANO)	0.0016	0.0010	1.6535

MODELO 4 : ENERGIA ELÉTRICA

R2 = 0.1967 F = 4.6531

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0067	0.0021	3.1732
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.0014	0.0000	0.2376
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0009	0.0073	0.1179
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0064	0.0016	-4.0783
PRODUTO BRUTO	-0.0040	0.0012	-3.2357
INTERCEPTO	0.0399	0.0405	0.9834
DUMMY CRISE PETRÓLEO	-0.0023	0.0021	-1.1026
TEMPO (ANO)	-0.0001	0.0007	-0.1283

TAXAS CONSTANTES DE MUDANCA TECNOLÓGICA  
REGRESSÕES APARENTEMENTE NÃO CORRELACIONADAS SEM RESTRIÇÃO : SEGUNDO ESTAGIO

MODELO 1 : NÃO-DE-OBRA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0667	0.0074	9.0034
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0641	0.0447	-1.4345
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0097	0.0547	-0.1767
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0054	0.0056	0.9739
PRODUTO BRUTO	-0.0179	0.0043	-4.1536
INTERCEPTO	0.1373	0.1643	0.8357
DUMMY CRISE PETRÓLEO	-0.0044	0.0071	-0.6156
TEMPO (ANO)	-0.0013	0.0024	-0.5436

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.1079	0.0107	-10.0043
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.0791	0.1312	0.6032
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0285	0.1606	0.1777
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0151	0.0080	1.8770
PRODUTO BRUTO	0.0420	0.0062	6.8002
INTERCEPTO	0.1154	0.2466	0.4680
DUMMY CRISE PETRÓLEO	0.0044	0.0105	0.4143
TEMPO (ANO)	0.0007	0.0036	0.2059

MODELO 3 : COMBUSTÍVEL

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0209	0.0026	7.9163
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.0027	0.0076	0.3555
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0225	0.0093	-2.4339
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0015	0.0020	-0.7617
PRODUTO BRUTO	-0.0128	0.0015	-8.4665
INTERCEPTO	-0.0096	0.0616	-0.1555
DUMMY CRISE PETRÓLEO	-0.0039	0.0027	-1.4594
TEMPO (ANO)	0.0018	0.0009	1.8902

MODELO 4 : ENERGIA ELÉTRICA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0076	0.0020	3.7900
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.0017	0.0058	0.2993
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0002	0.0071	0.0244
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0059	0.0015	-3.6926
PRODUTO BRUTO	-0.0047	0.0012	-4.0167
INTERCEPTO	0.0369	0.0473	0.7801
DUMMY CRISE PETRÓLEO	-0.0025	0.0020	-1.2341
TEMPO (ANO)	0.0000	0.0007	0.0593

MODELO 1 : MAQ-DE-OBRA

VARIABLE	COEFICIENTE	DFSVIC	T
SALARIO	0.0659	0.0071	5.2946
PRECIO DE MATERIAS PRIMAS	-0.1036	0.0100	-10.7652
PRECIO DE COMBUSTIBLES	0.0212	0.0024	8.7959
TARIFA DE ENERGIA ELECTRICA	0.0024	0.0017	4.9003
PRODUCTO BRUTO	-0.0166	0.0042	-3.9706
INTERCEPTO	0.2047	0.0006	2.5389
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0025	0.0013	-1.2109
TEMPO (AÑO)	-0.0027	0.0011	-2.3598

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

VARIABLE	COEFICIENTE	DFSVIC	T
SALARIO	-0.1086	0.0100	-10.8859
PRECIO DE MATERIAS PRIMAS	0.1075	0.0009	1.7662
PRECIO DE COMBUSTIBLES	0.0080	0.0066	1.1987
TARIFA DE ENERGIA ELECTRICA	0.0082	0.0038	2.1797
PRODUCTO BRUTO	0.0407	0.0059	6.9249
INTERCEPTO	0.0712	0.1203	0.7581
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0055	0.0096	0.5704
TEMPO (AÑO)	0.0012	0.0017	0.7196

MODELO 3 : COMBUSTIBLES

VARIABLE	COEFICIENTE	DFSVIC	T
SALARIO	0.0212	0.0024	8.7959
PRECIO DE MATERIAS PRIMAS	0.0080	0.0006	1.1987
PRECIO DE COMBUSTIBLES	-0.0260	0.0057	-4.7022
TARIFA DE ENERGIA ELECTRICA	-0.0004	0.0017	-0.2492
PRODUCTO BRUTO	-0.0128	0.0015	-8.6893
INTERCEPTO	-0.0294	0.0444	-0.6615
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0029	0.0025	-1.1454
TEMPO (AÑO)	0.0022	0.0007	3.1368

MODELO 4 : ENERGIA ELECTRICA

VARIABLE	COEFICIENTE	DFSVIC	T
SALARIO	0.0084	0.0017	4.9003
PRECIO DE MATERIAS PRIMAS	0.0082	0.0038	2.1797
PRECIO DE COMBUSTIBLES	-0.0004	0.0017	-0.2402
TARIFA DE ENERGIA ELECTRICA	-0.0049	0.0013	-3.7398
PRODUCTO BRUTO	-0.0048	0.0011	-4.4598
INTERCEPTO	0.0405	0.0250	1.6240
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0017	0.0019	-0.8949
TEMPO (AÑO)	0.0002	0.0004	0.3857

TAXAS CONSTANTES DE MUDANCA TECNOLOGICA  
PRIMEIRO ESTAGIO DE TELLNER : MUITOS QUADRADOS COMUNS

MODELO 1 : MAO-DE-OBRA

R2 = 0.2937 F = 4.5/38

VARIAVEL	COEFICIENTE	DESVIC	T
SALARIO	-0.0615	0.0535	-1.1490
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	-0.1979	0.3295	-0.6006
PRECO DE COMBUSTIVEIS	0.1169	0.2474	0.4720
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.1025	0.0340	3.0106
PRODUTO BRUTO	-0.0266	0.0236	-1.1251
INTERCEPTO	0.1787	1.4596	0.1224
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0421	0.0695	-0.6051
TEMPO (ANO)	0.0043	0.0241	0.1789

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

R2 = 0.3158 F = 5.0767

VARIAVEL	COEFICIENTE	DESVIC	T
SALARIO	0.0934	0.0627	1.4908
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	0.4582	0.3977	1.1522
PRECO DE COMBUSTIVEIS	-0.1229	0.2986	-0.4115
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0776	0.0407	-1.9077
PRODUTO BRUTO	0.0209	0.0276	0.7580
INTERCEPTO	-0.0761	1.7454	-0.0436
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0093	0.0839	0.1108
TEMPO (ANO)	0.0099	0.0290	0.3428

MODELO 3 : COMEUSTIVEL

R2 = 0.2338 F = 3.3572

VARIAVEL	COEFICIENTE	DESVIC	T
SALARIO	0.0327	0.0222	1.4697
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0451	0.1411	-0.3193
PRECO DE COMBUSTIVEIS	-0.1009	0.1059	-0.9524
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0104	0.0144	0.7171
PRODUTO BRUTO	-0.0107	0.0098	-1.0944
INTERCEPTO	-0.0260	0.6193	-0.0420
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0203	0.0259	-0.6812
TEMPO (ANO)	0.0025	0.0103	0.2418

MODELO 4 : ENERGIA ELETRICA

R2 = 0.1927 F = 2.6263

VARIAVEL	COEFICIENTE	DESVIC	T
SALARIO	-0.0072	0.0141	-0.5096
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	0.0033	0.0894	0.0364
PRECO DE COMBUSTIVEIS	0.0488	0.0671	0.7268
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0047	0.0092	-0.0520
PRODUTO BRUTO	0.0170	0.0022	2.7435
INTERCEPTO	0.4367	0.3925	1.1125
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0041	0.0119	-0.2189
TEMPO (ANO)	-0.0074	0.0065	-1.1298



TAXAS CONSTANTES DE MUDANÇA TECNOLÓGICA  
 REGRESSÕES APARENTEMENTE NAS COEFELACIOMADAS SEM FÉSTICAD : SEGUNDO ESTAGIO

MODELO 1 : MAO-DE-OBRA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DFSVIC	T
SALARIO	-0.0623	0.0512	-1.2172
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.1906	0.3154	-0.6295
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.1183	0.2365	0.5015
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.1012	0.0326	3.1062
PRODUTO BRUTO	-0.0260	0.0226	-1.1511
INTERCEPTO	0.1953	1.3974	0.1398
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0416	0.0665	-0.6244
TEMPO (ANO)	0.0040	0.0230	0.1723

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DFSVIC	T
SALARIO	0.0915	0.0599	1.5261
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.4619	0.3808	1.2132
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.1279	0.2859	-0.4473
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0733	0.0269	-1.8819
PRODUTO BRUTO	0.0215	0.0264	0.8141
INTERCEPTO	-0.1272	1.5711	-0.0761
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0082	0.0803	0.1019
TEMPO (ANO)	0.0109	0.0278	0.3909

MODELO 3 : COMBUSTIVEL

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DFSVIC	T
SALARIO	0.0326	0.0213	1.5311
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0449	0.1351	-0.3322
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.1011	0.1014	-0.9969
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0105	0.0138	0.7630
PRODUTO BRUTO	-0.0107	0.0594	-1.1404
INTERCEPTO	-0.0283	0.5930	-0.0477
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0203	0.0285	-0.7132
TEMPO (ANO)	0.0025	0.0099	0.2567

MODELO 4 : ENERGIA ELETRICA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DFSVIC	T
SALARIO	-0.0072	0.0135	-0.5340
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.0033	0.0956	0.0386
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0487	0.0643	0.7582
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0046	0.0088	-0.5286
PRODUTO BRUTO	0.0170	0.0059	2.8667
INTERCEPTO	0.4360	0.3758	1.1603
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0041	0.0181	-0.2294
TEMPO (ANO)	-0.0074	0.0062	-1.1792

MODELO 1 : MAJ-DE-03RA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0534	C.0508	-1.0521
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.0791	C.0592	1.3372
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	C.0245	C.0210	1.1664
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0094	0.0124	0.7577
PRODUTO BRUTO	-0.0416	0.0221	-1.8856
INTERCEPTO	0.3742	0.6670	C.5610
DUMMY CRISE PETROLEO	-C.0654	C.0505	-1.2964
TEMPO (ANO)	0.0069	0.0096	0.7147

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0791	C.0591	1.3372
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.1883	C.2079	0.9050
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0525	0.1077	-0.4878
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0191	0.0234	0.8168
PRODUTO BRUTO	0.0384	0.0258	1.4915
INTERCEPTO	-0.4455	C.9555	-C.4664
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0329	0.0669	0.4919
TEMPO (ANO)	0.0097	C.0150	0.6474

MODELO 3 : COMBUSTIVEL

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0245	C.0210	1.1664
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0525	0.1077	-0.4878
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0818	0.0952	-0.8592
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0159	C.0136	1.1703
PRODUTO BRUTO	-C.0071	C.0093	-0.7673
INTERCEPTO	0.0285	0.5685	0.0501
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0205	C.0258	-C.7928
TEMPO (ANO)	0.0014	0.0094	0.1499

MODELO 4 : ENERGIA ELÉTRICA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0094	0.0124	0.7577
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.0191	0.0234	0.8168
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0159	0.0136	1.1703
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0034	0.0087	-0.3937
PRODUTO BRUTO	0.0114	0.0057	2.0104
INTERCEPTO	0.3165	0.1591	1.5899
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0063	0.0140	-0.4523
TEMPO (ANO)	-0.0049	0.0022	-1.6610

TAXAS CONSTANTES DE MUDANCA TECNOLOGICA  
PRIMEIRO ESTAGIO DE ZELLNER : MINUTOS QUADRADOS COMUNS

MODELO 1 : MAD-DE-OBRA

R2 = 0.1691 F = 2.2280

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVJC	T
SALARIO	0.0140	0.0160	0.0730
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0922	0.0356	-2.5912
PRECO DE COMBUSTIVEIS	-0.0015	0.0412	-0.0390
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0055	0.0125	-0.5243
PRODUTO BRUTO	0.0124	0.0123	1.0057
INTERCEPTO	0.2001	0.2744	0.7292
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0032	0.0120	0.2639
TEMPO (ANO)	-0.0054	0.0043	-1.2610

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

R2 = 0.1920 F = 3.1144

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVJC	T
SALARIO	-0.0143	0.0278	-0.5135
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	0.1385	0.0618	2.2420
PRECO DE COMBUSTIVEIS	0.0030	0.0715	0.0532
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0525	0.0218	2.4083
PRODUTO BRUTO	-0.0090	0.0213	-0.4230
INTERCEPTO	0.5975	0.4760	1.2552
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0063	0.0209	-0.3037
TEMPO (ANO)	0.0092	0.0074	1.2392

MODELO 3 : COMBUSTIVEL

R2 = 0.1852 F = 3.1821

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVJC	T
SALARIO	0.0079	0.0044	1.7903
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0030	0.0097	-0.3095
PRECO DE COMBUSTIVEIS	-0.0163	0.0113	-1.4480
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0124	0.0034	-3.5985
PRODUTO BRUTO	-0.0062	0.0034	-1.8352
INTERCEPTO	0.0079	0.0751	0.1051
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0008	0.0033	0.2576
TEMPO (ANO)	0.0004	0.0012	0.3459

MODELO 4 : ENERGIA ELETRICA

R2 = 0.2093 F = 3.7063

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVJC	T
SALARIO	0.0003	0.0038	0.0868
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0062	0.0065	-0.7354
PRECO DE COMBUSTIVEIS	0.0026	0.0098	0.2655
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0144	0.0030	-4.8192
PRODUTO BRUTO	-0.0028	0.0029	-0.9491
INTERCEPTO	0.0318	0.0652	0.4883
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0005	0.0025	-0.1844
TEMPO (ANO)	-0.0004	0.0010	-0.4429

MODELO 1 : MAD-DE-OBRA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0140	0.0155	0.9037
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0922	0.0744	-2.6823
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0016	0.0392	-0.0394
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0055	0.0121	-0.5427
PRODUTO BRUTO	0.0124	0.0119	1.0410
INTERCEPTO	0.2001	0.2651	0.7548
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0032	0.0116	0.2732
TEMPO (ANO)	-0.0054	0.0041	-1.3053

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0143	0.0269	-0.5315
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.1335	0.0597	2.3208
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0030	0.0690	0.0551
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0525	0.0211	2.4934
PRODUTO BRUTO	-0.0090	0.0206	-0.4378
INTERCEPTO	0.5975	0.4599	1.2993
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0063	0.0202	-0.3144
TEMPO (ANO)	0.0092	0.0072	1.2827

MODELO 3 : COMBUSTIVEL

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0079	0.0042	1.8530
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0030	0.0094	-0.3204
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0163	0.0109	-1.4988
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0124	0.0033	-3.7247
PRODUTO BRUTO	-0.0062	0.0033	-1.8996
INTERCEPTO	0.0079	0.0726	0.1087
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0008	0.0032	0.2666
TEMPO (ANO)	0.0004	0.0011	0.3501

MODELO 4 : ENERGIA ELETRICA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0003	0.0037	0.0999
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0052	0.0082	-0.7612
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0026	0.0095	0.2748
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0144	0.0029	-4.9893
PRODUTO BRUTO	-0.0028	0.0028	-0.9823
INTERCEPTO	0.0318	0.0629	0.5054
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0005	0.0028	-0.1909
TEMPO (ANO)	-0.0004	0.0010	-0.4584

MODELO 1 : MAO-DE-OBRA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0266	0.0110	2.6032
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0472	0.0183	-2.6102
PRECO DE COMBUSTIVEIS	0.0126	0.0034	3.7463
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0069	0.0028	2.4837
PRODUTO BRUTO	0.0074	0.0079	0.9305
INTERCEPTO	0.3433	0.1321	2.6034
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0047	0.0112	0.4211
TEMPO (ANO)	-0.0050	0.0021	-2.7879

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0470	0.0183	-2.6102
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	0.0332	0.0344	0.9670
PRECO DE COMBUSTIVEIS	0.0126	0.0073	1.7266
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0145	0.0057	2.5339
PRODUTO BRUTO	0.0004	0.0134	0.0334
INTERCEPTO	0.5144	0.2298	2.2384
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0131	0.0195	-0.6759
TEMPO (ANO)	0.0065	0.0076	1.7887

MODELO 3 : COMEUSTIVEL

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0120	0.0034	3.7463
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	0.0126	0.0073	1.7266
PRECO DE COMBUSTIVEIS	-0.0223	0.0055	-4.0864
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0052	0.0020	-2.5564
PRODUTO BRUTO	-0.0070	0.0026	-2.6950
INTERCEPTO	-0.0090	0.0462	-0.1941
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0023	0.0031	0.7313
TEMPO (ANO)	0.0012	0.0009	1.5651

MODELO 4 : ENERGIA ELETRICA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0069	0.0029	2.4837
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	0.0145	0.0057	2.5339
PRECO DE COMBUSTIVEIS	-0.0052	0.0020	-2.5564
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0088	0.0019	-4.5756
PRODUTO BRUTO	-0.0052	0.0022	-2.3703
INTERCEPTO	0.0132	0.0324	0.4075
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0011	0.0027	0.4215
TEMPO (ANO)	0.0006	0.0005	1.1187

TAXAS CONSTANTES DE MUDANCA TECNOLÓGICA  
PRIMEIRO ESTAGIO DE ZELLNER : MINIMOS QUADRADOS COMUNS

MODELO 1 : MAO-DE-OBRA

R2 = 0.2513 F = 4.3048

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0951	0.0553	-1.7109
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.2250	0.3511	-0.6408
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0719	0.2636	0.2726
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0970	0.0359	2.6997
PRODUTO BRUTO	-0.0138	0.0243	-0.5691
INTERCEPTO	-0.4745	1.5410	-0.3079
DUMMY CRISE PETRÓLEO	-0.0566	0.0741	-0.7634
TEMPO (ANO)	0.0121	0.0256	0.4728

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

R2 = 0.3075 F = 4.8834

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0773	0.0642	1.2119
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.4394	0.4073	1.0798
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.1414	0.3058	-0.4624
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0841	0.0417	-2.0176
PRODUTO BRUTO	0.0269	0.0282	0.9508
INTERCEPTO	-0.3866	1.7076	-0.2163
DUMMY CRISE PETRÓLEO	0.0022	0.0859	0.0261
TEMPO (ANO)	0.0132	0.0297	0.4454

MODELO 3 : COMBUSTÍVEL

R2 = 0.2294 F = 3.2746

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0205	0.0226	1.2646
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0501	0.1432	-0.3502
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.1057	0.1075	-0.9831
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0006	0.0147	0.5885
PRODUTO BRUTO	-0.0091	0.0099	-0.9189
INTERCEPTO	-0.1065	0.0284	-0.1696
DUMMY CRISE PETRÓLEO	-0.0221	0.0302	-0.7319
TEMPO (ANO)	0.0033	0.0104	0.3191

MODELO 4 : ENERGIA ELÉTRICA

R2 = 0.2159 F = 3.0280

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0130	0.0139	-0.9349
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0035	0.0081	-0.0402
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0414	0.0661	0.6253
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0071	0.0090	-0.7028
PRODUTO BRUTO	0.0192	0.0061	3.1412
INTERCEPTO	0.3150	0.3867	0.8166
DUMMY CRISE PETRÓLEO	-0.0069	0.0186	-0.3682
TEMPO (ANO)	-0.0061	0.0064	-0.9433

MODELO 1 : MAD-DE-OBRA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0951	0.0530	-1.7964
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.2250	0.3362	-0.6692
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0719	0.2524	0.2847
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0970	0.0344	2.8187
PRODUTO BRUTO	-0.0138	0.0233	-0.5944
INTERCEPTO	-0.4745	1.4754	-0.3216
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0566	0.0709	-0.7973
TEMPO (ANO)	0.0121	0.0245	0.4938

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0773	0.0614	1.2659
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.4394	0.3900	1.1268
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.1414	0.2928	-0.4830
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0841	0.0399	-2.1073
PRODUTO BRUTO	0.0269	0.0270	0.9928
INTERCEPTO	-0.3066	1.7115	-0.2259
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0022	0.0823	0.0272
TEMPO (ANO)	0.0132	0.0215	0.6652

MODELO 3 : COMBUSTÍVEL

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0285	0.0216	1.3208
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0501	0.1371	-0.3657
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.1097	0.1029	-1.0268
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0086	0.0140	0.6147
PRODUTO BRUTO	-0.0091	0.0095	-0.9597
INTERCEPTO	-0.1065	0.6016	-0.1771
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0221	0.0289	-0.7643
TEMPO (ANO)	0.0033	0.0100	0.3333

MODELO 4 : ENERGIA ELÉTRICA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0130	0.0133	-0.9765
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0035	0.0844	-0.0420
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0414	0.0633	0.6531
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0071	0.0086	-0.8175
PRODUTO BRUTO	0.0192	0.0058	3.2809
INTERCEPTO	0.3152	0.3702	0.8529
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0068	0.0178	-0.3846
TEMPO (ANO)	-0.0061	0.0062	-0.9853

MODELO 1 : MAO-DE-OBRA

VARIAVEL	COEFICIENTE	DESVIC	T
SALARIO	-0.0864	0.0527	-1.6402
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	0.0671	0.0606	1.1068
PRECO DE COMBUSTIVEIS	0.0208	0.0214	0.9724
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0017	0.0123	0.1354
PRODUTO BRUTO	-0.0300	0.0227	-1.3190
INTERCEPTO	0.0111	0.7117	0.0156
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0850	0.0538	-1.5791
TEMPO (ANO)	0.0112	0.0102	1.1034

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

VARIAVEL	COEFICIENTE	DESVIC	T
SALARIO	0.0671	0.0606	1.1068
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	0.1687	0.2434	0.6920
PRECO DE COMBUSTIVEIS	-0.0715	0.1127	-0.6346
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0007	0.0268	-0.0251
PRODUTO BRUTO	0.0420	0.0265	1.5855
INTERCEPTO	-0.0951	1.0191	-0.6821
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0282	0.0714	0.3947
TEMPO (ANO)	0.0119	0.0155	0.7701

MODELO 3 : COMBUSTIVEL

VARIAVEL	COEFICIENTE	DESVIC	T
SALARIO	0.0208	0.0214	0.9724
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0715	0.1127	-0.6346
PRECO DE COMBUSTIVEIS	-0.0863	0.0960	-0.0927
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0119	0.0138	0.8675
PRODUTO BRUTO	-0.0050	0.0094	-0.6337
INTERCEPTO	-0.0609	0.5845	-0.1042
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0193	0.0268	-0.7375
TEMPO (ANO)	0.0020	0.0095	0.2133

MODELO 4 : ENERGIA ELETRICA

VARIAVEL	COEFICIENTE	DESVIC	T
SALARIO	0.0017	0.0123	0.1354
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0007	0.0268	-0.0251
PRECO DE COMBUSTIVEIS	0.0119	0.0138	0.8675
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0060	0.0086	-0.7032
PRODUTO BRUTO	0.0142	0.0056	2.5364
INTERCEPTO	0.1917	0.1997	0.9606
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0070	0.0140	-0.4973
TEMPO (ANO)	-0.0039	0.0029	-1.3352



TAXAS CONSTANTES DE MUDANCA TECNOLÓGICA  
PRIMEIRO ESTAGIO DE ZELLNER : MÍNIMOS QUADRADOS COMUNS

MODELO 1 : MAO-DE-ODPA

R2 = 0.4113 F = 12.5749

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.1062	0.0207	5.1441
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.2574	0.1172	-2.1949
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0237	0.0611	-0.3873
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0208	0.0074	2.8242
PRODUTO BRUTO	-0.0484	0.0094	-5.1374
INTERCEPTO	0.3694	0.3589	1.0293
DUMMY CRISE PETRÓLEO	0.0012	0.0178	0.0667
TEMPO (ANO)	-0.0039	0.0063	-0.6035

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

R2 = 0.5665 F = 23.5263

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0123	0.0288	-0.4263
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.7731	0.1635	4.7202
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0607	0.0952	-0.7128
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0244	0.0103	2.3823
PRODUTO BRUTO	0.0379	0.0131	2.8961
INTERCEPTO	0.3266	0.5004	0.6526
DUMMY CRISE PETRÓLEO	-0.0169	0.0248	-0.6795
TEMPO (ANO)	0.0171	0.0088	1.9500

MODELO 3 : COMBUSTÍVEL

R2 = 0.1890 F = 4.1936

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0197	0.0229	-0.8596
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.3409	0.1301	2.6216
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0250	0.0678	0.3695
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0245	0.0082	-3.0059
PRODUTO BRUTO	-0.0010	0.0104	-0.0989
INTERCEPTO	-0.0566	0.3589	-0.1421
DUMMY CRISE PETRÓLEO	0.0119	0.0197	0.6032
TEMPO (ANO)	-0.0054	0.0070	-0.7773

MODELO 4 : ENERGIA ELÉTRICA

R2 = 0.0691 F = 1.3364

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0176	0.0092	-1.9050
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0323	0.0524	-0.6152
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0181	0.0273	0.6612
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0017	0.0033	0.5134
PRODUTO BRUTO	0.0080	0.0042	1.9093
INTERCEPTO	-0.0464	0.1605	-0.2890
DUMMY CRISE PETRÓLEO	-0.0094	0.0080	-1.1845
TEMPO (ANO)	-0.0000	0.0028	-0.0037

TAXAS CONSTANTES DE MUDANCA TECNOLÓGICA  
REGRESSOS APARENTEMENTE NA CORRELACIONADAS SEM RESTRIÇÃO : SEGUNDO ESTAGIO

MODELO 1 : MAO-DE-OBRA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.1062	0.0201	5.2751
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.2574	0.1141	-2.2551
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0237	0.0595	-0.3980
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0208	0.0072	2.9016
PRODUTO BRUTO	-0.0484	0.0092	-5.2782
INTERCEPTO	0.3094	0.3493	1.0575
DUMMY CRISE PETRÓLEO	0.0012	0.0173	0.0685
TEMPO (ANO)	-0.0038	0.0061	-0.6200

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0123	0.0280	-0.4380
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.7731	0.1591	4.8578
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0607	0.0829	-0.7324
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0244	0.0100	2.4476
PRODUTO BRUTO	0.0379	0.0128	2.9652
INTERCEPTO	0.3266	0.4871	0.6705
DUMMY CRISE PETRÓLEO	-0.0169	0.0242	-0.6982
TEMPO (ANO)	0.0171	0.0085	2.0034

MODELO 3 : COMBUSTIVEL

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0197	0.0223	-0.8832
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.3409	0.1266	-2.6935
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0250	0.0660	0.3796
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0245	0.0079	-3.0882
PRODUTO BRUTO	-0.0010	0.0102	-0.1016
INTERCEPTO	-0.0566	0.3874	-0.1450
DUMMY CRISE PETRÓLEO	0.0119	0.0192	0.6197
TEMPO (ANO)	-0.0054	0.0068	-0.7986

MODELO 4 : ENERGIA ELÉTRICA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0176	0.0090	-1.9572
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0323	0.0510	-0.6321
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0181	0.0266	0.6793
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0017	0.0032	0.5274
PRODUTO BRUTO	0.0080	0.0041	1.9616
INTERCEPTO	-0.0464	0.1562	-0.2970
DUMMY CRISE PETRÓLEO	-0.0094	0.0077	-1.2169
TEMPO (ANO)	-0.0000	0.0027	-0.0038

TAXAS CONSTANTES DE MUDANCA TECNOLÓGICA  
 REGRESSÕES APARENTEMENTE NÃO CORRELACIONADAS COM RESTRIÇÃO : SEGUNDO ESTAGIO

MODELO 1 : MAD-DC-00RA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.1077	0.0193	5.5953
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0640	0.0252	-2.5348
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0090	0.0195	0.4629
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0072	0.0054	1.3359
PRODUTO BRUTO	-0.0521	0.0039	-5.8237
INTERCEPTO	0.8177	0.0210	4.0686
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0212	0.0136	-1.5540
TEMPO (ANO)	-0.0057	0.0032	-1.7772

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0640	0.0252	-2.5348
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.4665	0.1253	3.7236
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0014	0.0653	-1.2463
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0262	0.0094	2.7764
PRODUTO BRUTO	0.0581	0.0118	4.9173
INTERCEPTO	-0.2861	0.3924	-0.7291
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0226	0.0218	1.0405
TEMPO (ANO)	0.0172	0.0072	2.3901

MODELO 3 : COMBUSTIVEL

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0090	0.0195	0.4629
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0814	0.0653	-1.2463
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0456	0.0577	-0.7896
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0144	0.0673	-1.9694
PRODUTO BRUTO	-0.0107	0.0094	-1.1336
INTERCEPTO	-0.0928	0.3499	-0.2653
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0144	0.0158	-0.9119
TEMPO (ANO)	0.0022	0.0060	0.3632

MODELO 4 : ENERGIA ELÉTRICA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0072	0.0054	1.3359
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.0262	0.0094	2.7764
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0144	0.0673	-1.9694
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0041	0.0031	1.3230
PRODUTO BRUTO	-0.0010	0.0032	-0.3257
INTERCEPTO	-0.1208	0.0867	-1.3936
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0166	0.0061	-2.7342
TEMPO (ANO)	0.0032	0.0014	2.3146

TAXAS CONSTANTES DE MUDANCA TECNOLOGICA  
PRIMEIRO ESTAGIO DE ZELLNER : MINIMOS QUADRADOS COMUNS

MODELO 1 : MAO-DE-OBRA

R2 = 0.4791 F = 14.7187

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DFSVIC	T
SALARIO	0.0205	0.0104	1.9644
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.2446	0.0715	-3.4229
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0425	0.0490	0.8564
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0324	0.0078	-4.1471
PRODUTO BRUTO	-0.0383	0.0042	-9.1815
INTERCEPTO	0.5001	0.5277	1.5251
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0068	0.0118	-0.5733
TEMPO (ANO)	-0.0071	0.0055	-1.2808

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

R2 = 0.3194 F = 7.5097

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0302	0.0187	-1.6188
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.4249	0.2315	1.8352
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0465	0.1596	-0.2914
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0827	0.0140	5.9263
PRODUTO BRUTO	0.0445	0.0075	5.9660
INTERCEPTO	-0.0056	0.5793	-0.0097
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0034	0.0207	0.1648
TEMPO (ANO)	0.0095	0.0097	0.9786

MODELO 3 : COMBUSTIVEL

R2 = 0.2704 F = 5.9310

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DFSVIC	T
SALARIO	0.0072	0.0044	1.6208
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0572	0.0304	-1.8824
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0107	0.0209	-0.5119
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0125	0.0033	-3.7769
PRODUTO BRUTO	-0.0019	0.0018	-1.0642
INTERCEPTO	0.1321	0.1354	0.9480
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0065	0.0050	1.3000
TEMPO (ANO)	-0.0029	0.0024	-1.2485

MODELO 4 : ENERGIA ELETRICA

R2 = 0.1912 F = 3.5412

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DFSVIC	T
SALARIO	-0.0030	0.0068	-0.4399
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0496	0.0466	-1.0640
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0009	0.0320	-0.0270
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0212	0.0051	-4.1523
PRODUTO BRUTO	-0.0023	0.0027	-0.8529
INTERCEPTO	0.0420	0.2139	0.1961
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0054	0.0077	-0.6991
TEMPO (ANO)	-0.0016	0.0036	-0.4034

TAXAS CONSTANTES DE MUANCA TECNOLÓGICA  
REGRESSSES APARENTEMENTE NÃO CORRELACIONADAS SEM RESTRIÇÃO : SEGUNDO ESTAGIO

MODELO 1 : MAO-DE-OBRA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0192	0.0101	1.9043
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.2460	0.0693	-3.5498
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0424	0.0476	0.8920
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0315	0.0075	-4.1826
PRODUTO BRUTO	-0.0376	0.0040	-9.3338
INTERCEPTO	0.4986	0.3179	1.5663
DUMMY CRÍSE PETRÓLEO	-0.0064	0.0115	-0.5559
TEMPO (ANO)	-0.0071	0.0054	-1.3299

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0262	0.0180	-1.4553
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.4254	0.2246	1.9118
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0463	0.1548	-0.2993
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0798	0.0134	5.9411
PRODUTO BRUTO	0.0422	0.0072	5.8750
INTERCEPTO	-0.0031	0.5620	-0.0055
DUMMY CRÍSE PETRÓLEO	0.0027	0.0201	0.1348
TEMPO (ANO)	0.0096	0.0054	1.0181

MODELO 3 : COMBUSTÍVEL

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0063	0.0043	1.5904
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0576	0.0295	-1.9536
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0107	0.0202	-0.5262
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0123	0.0032	-3.8270
PRODUTO BRUTO	-0.0017	0.0017	-0.9823
INTERCEPTO	0.1317	0.1352	0.9742
DUMMY CRÍSE PETRÓLEO	0.0066	0.0049	1.3634
TEMPO (ANO)	-0.0030	0.0023	-1.2933

MODELO 4 : ENERGIA ELÉTRICA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0035	0.0066	-0.5267
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0502	0.0453	-1.1086
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0009	0.0310	-0.0283
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0208	0.0049	-4.2217
PRODUTO BRUTO	-0.0020	0.0026	-0.7764
INTERCEPTO	0.0414	0.2075	0.1996
DUMMY CRÍSE PETRÓLEO	-0.0052	0.0075	-0.7000
TEMPO (ANO)	-0.0015	0.0035	-0.4215

MODELO 1 : MAQ-DE-CURA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	PFSVIC	T
SALARIO	0.0331	0.0096	3.4423
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0404	0.0170	-2.3757
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0075	0.0042	1.7921
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0121	0.0049	-2.4918
PRODUTO BRUTO	-0.0351	0.0037	-0.5454
INTERCEPTO	0.3074	0.1436	2.1398
DUMMY CRISE PETRÓLEO	-0.0138	0.0109	-1.2709
TEMPO (ANO)	-0.0001	0.0021	-0.0471

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVC	T
SALARIO	-0.0424	0.0170	-2.3757
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.2453	0.1237	-1.9872
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0260	0.0281	-0.9255
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0521	0.0114	4.5809
PRODUTO BRUTO	0.0370	0.0065	5.7793
INTERCEPTO	0.0788	0.2650	0.2972
DUMMY CRISE PETRÓLEO	0.0192	0.0193	0.9940
TEMPO (ANO)	0.0008	0.0043	0.1927

MODELO 3 : COMBUSTÍVEL

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVC	T
SALARIO	0.0075	0.0042	1.7921
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0260	0.0281	-0.9255
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0063	0.0177	-0.3560
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0103	0.0032	-3.3959
PRODUTO BRUTO	-0.0015	0.0017	-0.8632
INTERCEPTO	0.1558	0.1221	1.2758
DUMMY CRISE PETRÓLEO	0.0049	0.0048	1.0137
TEMPO (ANO)	-0.0026	0.0021	-1.2460

MODELO 4 : ENERGIA ELÉTRICA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVC	T
SALARIO	-0.0121	0.0049	-2.4918
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.0521	0.0114	4.5809
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0108	0.0032	-3.3959
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0219	0.0049	-4.6936
PRODUTO BRUTO	-0.0009	0.0025	-0.3741
INTERCEPTO	-0.0485	0.0939	-0.5164
DUMMY CRISE PETRÓLEO	-0.0088	0.0071	-1.2287
TEMPO (ANO)	0.0019	0.0014	1.3404

DELTA E MECANICA  
TAXAS CONSTANTES DE AUMENTO TECNOLÓGICA  
PRIMEIRO ESTAGIO DE ZELLNER : MÍNIMOS QUADRADOS COMUNS

MODELO 1 : MAD-DE-OBRA

R2 = 0.6275 F = 18.5291

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.1948	0.2207	9.4009
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.3078	0.3263	-0.7969
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.1038	0.1528	0.6790
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.1003	0.2202	-5.1701
PRODUTO BRUTO	-0.0878	0.1111	-7.8875
INTERCEPTO	0.5673	0.6276	1.0633
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0007	0.0242	0.0297
TEMPO (ANO)	-0.0096	0.0116	-0.8248

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

R2 = 0.6016 F = 16.6135

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.1926	0.0244	-8.1273
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.4666	0.3373	1.3933
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.1101	0.1331	-0.8270
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.1355	0.0235	5.7332
PRODUTO BRUTO	0.1109	0.0131	8.4468
INTERCEPTO	-0.4414	0.7486	-0.5897
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0114	0.0290	-0.3950
TEMPO (ANO)	0.0196	0.0140	1.4015

MODELO 3 : COMBUSTIVEL

R2 = 0.3293 F = 5.4003

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0041	0.0029	1.4172
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0382	0.0319	-1.0355
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0069	0.0145	-0.4743
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0019	0.0020	-0.6624
PRODUTO BRUTO	-0.0060	0.0016	-3.8635
INTERCEPTO	0.0550	0.0891	0.6179
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0019	0.0035	-0.5582
TEMPO (ANO)	-0.0007	0.0017	-0.4298

MODELO 4 : ENERGIA ELETRICA

R2 = 0.2908 F = 4.5094

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0035	0.0043	-0.8235
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.1149	0.0544	-2.1123
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0242	0.0214	1.1290
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0093	0.0041	-2.2662
PRODUTO BRUTO	-0.0066	0.0023	-2.8960
INTERCEPTO	0.2750	0.1314	2.0925
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0093	0.0051	1.8335
TEMPO (ANO)	-0.0054	0.0025	-2.1926

TAXAS CONSTANTES DE MUDANCA TECNOLÓGICA

MODELO 1 : MÃO-DE-OBRA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIC	T
SALARIO	0.1887	0.0196	9.6045
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.3192	0.3698	-0.8606
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.1063	0.1463	0.7265
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.1030	0.0189	-5.4379
PRODUTO BRUTO	-0.0832	0.0106	-7.8880
INTERCEPTO	0.6570	0.6008	1.0936
DUMMY CRISE PETRÓLEO	0.0015	0.0232	0.0659
TEMPO (ANO)	-0.0093	0.0111	-0.8788

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIC	T
SALARIO	-0.1929	0.0232	-8.3145
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.4764	0.3229	1.4754
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.1125	0.1274	-0.8827
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.1311	0.0223	5.8833
PRODUTO BRUTO	0.1068	0.0125	0.5645
INTERCEPTO	-0.4295	0.7166	-0.5993
DUMMY CRISE PETRÓLEO	-0.0125	0.0277	-0.4500
TEMPO (ANO)	0.0193	0.0134	1.4836

MODELO 3 : COMBUSTÍVEL

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIC	T
SALARIO	0.0041	0.0028	1.4826
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0382	0.0353	-1.0813
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0069	0.0139	-0.4955
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0019	0.0027	-0.6956
PRODUTO BRUTO	-0.0060	0.0015	-4.0392
INTERCEPTO	0.0551	0.0853	0.6457
DUMMY CRISE PETRÓLEO	-0.0019	0.0033	-0.5934
TEMPO (ANO)	-0.0007	0.0016	-0.4489

MODELO 4 : ENERGIA ELÉTRICA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIC	T
SALARIO	-0.0033	0.0041	-0.8059
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.1145	0.0521	-2.1983
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0241	0.0205	1.1747
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0095	0.0039	-2.4147
PRODUTO BRUTO	-0.0069	0.0022	-3.1007
INTERCEPTO	0.2756	0.1258	2.1890
DUMMY CRISE PETRÓLEO	0.0093	0.0049	1.9060
TEMPO (ANO)	-0.0054	0.0024	-2.2856



TAXAS CONSTANTES DE MUDANCA TECNOLÓGICA  
 REGRESSÕES APARENTEMENTE NÃO CORRELACIONADAS GOM TESTEJADO : SEGUNDO ESTAGIO

MODELO 1 : MAO-DE-OBRA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.2027	0.0193	10.5015
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.2037	0.0229	-8.0324
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0039	0.0027	1.4371
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0058	0.0039	-1.4787
PRODUTO BRUTO	-0.0743	0.0103	-7.1970
INTERCEPTO	0.1829	0.0290	0.6290
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0013	0.0224	-0.0585
TEMPO (ANO)	-0.0005	0.0042	-0.1172

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.2037	0.0229	-6.0824
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.1054	0.0970	1.0868
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0075	0.0264	0.2827
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0230	0.0106	2.1793
PRODUTO BRUTO	0.0963	0.0121	7.9282
INTERCEPTO	0.2113	0.3719	0.5681
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0050	0.0269	-0.1857
TEMPO (ANO)	0.0020	0.0059	0.3499

MODELO 3 : COMBUSTÍVEL

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0039	0.0027	1.4371
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.0075	0.0264	0.2827
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0147	0.0129	-1.1380
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0003	0.0026	-0.1029
PRODUTO BRUTO	-0.0059	0.0015	-4.0057
INTERCEPTO	0.0310	0.0313	0.3806
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0024	0.0033	-0.7176
TEMPO (ANO)	0.0006	0.0014	0.4440

MODELO 4 : ENERGIA ELÉTRICA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0059	0.0039	-1.4787
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.0230	0.0106	2.1793
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0003	0.0026	-0.1029
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0093	0.0038	-2.4156
PRODUTO BRUTO	-0.0056	0.0022	-3.0479
INTERCEPTO	0.2010	0.0634	3.1676
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0037	0.0047	1.8377
TEMPO (ANO)	-0.0013	0.0009	-1.4197

TAXAS CONSTANTES DE MUDANCA TECNOLOGICA  
PRIMEIRO ESTAGIO DE ZELLNER : MINIMOS QUADRADOS COMUNS

MODELO 1 : MAD-EE-OBRA

R2 = 0.4760 F = 6.3505

VARIABEL	COEFICIENTE	DESVIC	T
SALARIO	0.1197	0.0212	5.6385
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	-0.1164	0.1851	-0.6207
PRECO DE COMBUSTIVEIS	0.0037	0.0804	0.0454
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0199	0.0184	-1.0865
PRODUTO BRUTO	-0.0422	0.0077	-5.4477
INTERCEPTO	0.2773	0.4857	0.5709
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0290	0.0149	-1.9995
TEMPO (ANO)	-0.0010	0.0059	-0.1867

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

R2 = 0.3719 F = 4.1453

VARIABEL	COEFICIENTE	DESVIC	T
SALARIO	-0.1220	0.0280	-4.3537
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	0.1941	0.0083	0.3190
PRECO DE COMBUSTIVEIS	0.0099	0.2601	0.0383
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0117	0.0257	0.4547
PRODUTO BRUTO	0.0478	0.0107	4.4692
INTERCEPTO	0.2713	0.6155	0.4408
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0153	0.0151	0.0003
TEMPO (ANO)	0.0009	0.0125	0.0699

MODELO 3 : COMBUSTIVEL

R2 = 0.3574 F = 3.8941

VARIABEL	COEFICIENTE	DESVIC	T
SALARIO	-0.0059	0.0036	-1.5437
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0191	0.0332	-0.5453
PRECO DE COMBUSTIVEIS	-0.0089	0.0144	-0.6139
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0011	0.0033	-0.3366
PRODUTO BRUTO	-0.0015	0.0014	-1.1736
INTERCEPTO	-0.0298	0.0871	-0.3416
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0023	0.0027	-0.8558
TEMPO (ANO)	0.0005	0.0018	0.2862

MODELO 4 : ENFEGJA ELETRICA

R2 = 0.6268 F = 11.7579

VARIABEL	COEFICIENTE	DESVIC	T
SALARIO	-0.0013	0.0021	-0.6214
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	0.0253	0.0187	1.3515
PRECO DE COMBUSTIVEIS	-0.0135	0.0081	-1.6589
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0001	0.0019	-0.0593
PRODUTO BRUTO	-0.0051	0.0008	-6.4678
INTERCEPTO	-0.0756	0.0492	-1.5375
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0015	0.0015	-0.9633
TEMPO (ANO)	0.0024	0.0010	2.4407

TAXAS CONSTANTES DE MUDANCA TECNOLÓGICA  
 REGRESSÕES APARENTEMENTE NÃO CORRELACIONADAS SEM PESTIFICAO : SEGUNDO ESTAGIO

MODELO 1 : MAD-DE-OBRA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVI	T
SALARIO	0.1286	0.0192	6.6973
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.1316	0.1728	-0.7615
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0164	0.0747	0.2190
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0327	0.0146	-2.2148
PRODUTO BRUTO	-0.0492	0.0064	-7.6397
INTERCEPTO	0.3499	0.4517	0.7747
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0315	0.0139	-2.2644
TEMPO (ANO)	-0.0029	0.0092	-0.3089

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVI	T
SALARIO	-0.1375	0.0253	-5.4313
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.2240	0.5688	0.3938
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0151	0.2429	-0.0524
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0368	0.0205	1.7970
PRODUTO BRUTO	0.0608	0.0088	6.0981
INTERCEPTO	0.2158	0.5751	0.3753
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0165	0.0179	0.9222
TEMPO (ANO)	0.0017	0.0116	0.1427

MODELO 3 : COMBUSTÍVEL

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVI	T
SALARIO	-0.0052	0.0035	-1.4612
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0193	0.0311	-0.6210
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0079	0.0135	-0.5835
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0021	0.0030	-0.7057
PRODUTO BRUTO	-0.0022	0.0013	-1.7166
INTERCEPTO	-0.0241	0.0814	-0.2958
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0024	0.0025	-0.9694
TEMPO (ANO)	0.0004	0.0017	0.2594

MODELO 4 : ENERGIA ELÉTRICA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVI	T
SALARIO	-0.0008	0.0020	-0.3900
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.0244	0.0175	1.3911
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0127	0.0076	-1.6712
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0009	0.0016	-0.5734
PRODUTO BRUTO	-0.0055	0.0007	-7.8097
INTERCEPTO	-0.0709	0.0459	-1.5456
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0016	0.0014	-1.1097
TEMPO (ANO)	0.0024	0.0009	2.5452

TAXAS CONSTANTES DE BUCANCA TECNOLÓGICA  
 REGRESSÕES APARENTEMENTE NÃO CORRELACIONADAS COM RESTRIÇÃO : SEGUNDO ESTAGIO

MODELO 1 : MAO-DE-OBRA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	D.F.S.V.I.C	T
SALARIO	0.1367	0.0126	7.3503
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.1452	0.0246	-5.8995
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0054	0.0035	-1.5535
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0010	0.0020	-0.4988
PRODUTO BRUTO	-0.0427	0.0057	-7.4527
INTERCEPTO	0.2494	0.1791	1.3921
DUMMY CRISE PETRÓLEO	-0.0326	0.0134	-2.4408
TEMPO (ANO)	-0.0018	0.0029	-0.5085

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

VARIÁVEL	COEFICIENTE	D.F.S.V.I.C	T
SALARIO	-0.1452	0.0246	-5.8995
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.3960	0.1773	2.2331
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0340	0.0264	-1.2281
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0026	0.0076	0.3352
PRODUTO BRUTO	0.0536	0.0078	6.8579
INTERCEPTO	0.1714	0.2297	0.7463
DUMMY CRISE PETRÓLEO	0.0175	0.0172	1.0194
TEMPO (ANO)	0.0037	0.0037	1.0135

MODELO 3 : COMBUSTÍVEL

VARIÁVEL	COEFICIENTE	D.F.S.V.I.C	T
SALARIO	-0.0054	0.0035	-1.5535
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0340	0.0264	-1.2281
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0011	0.0121	-0.0911
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0031	0.0025	-1.2019
PRODUTO BRUTO	-0.0024	0.0012	-1.9571
INTERCEPTO	0.0116	0.0745	0.1561
DUMMY CRISE PETRÓLEO	-0.0027	0.0025	-1.0713
TEMPO (ANO)	-0.0024	0.0015	-0.2602

MODELO 4 : ENERGIA ELÉTRICA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	D.F.S.V.I.C	T
SALARIO	-0.0010	0.0020	-0.4988
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.0026	0.0076	0.3352
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0031	0.0025	-1.2018
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0002	0.0014	-0.1561
PRODUTO BRUTO	-0.0033	0.0007	-7.8425
INTERCEPTO	-0.0185	0.0233	-0.7933
DUMMY CRISE PETRÓLEO	-0.0020	0.0014	-1.4740
TEMPO (ANO)	0.0012	0.0004	2.8011

TAXAS CONSTANTES DE MUDANÇA TECNOLÓGICA  
PRIMEIRO ESTÁGIO DE ZELLNER : MÍNIMOS QUADRADOS GOMBS

MODELO 1 : MAO-DE-OBRA

R2 = 0.5567 F = 14.8162

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALÁRIO	0.1265	0.0200	4.8673
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.8030	1.0533	-0.7624
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0401	0.0949	-0.4222
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0302	0.0192	1.5751
PRODUTO BRUTO	-0.0659	0.0070	-9.3780
INTERCEPTO	-0.5477	1.3744	-0.3985
DUMMY CRISE PETRÓLEO	0.0280	0.0259	1.0807
TEMPO (ANO)	-0.0010	0.0110	-0.0875

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

R2 = 0.5678 F = 14.4498

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALÁRIO	-0.1606	0.0336	-4.7773
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	1.7747	1.3626	1.3025
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0678	0.1227	0.5520
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0474	0.0248	-1.9138
PRODUTO BRUTO	0.0856	0.0091	9.4092
INTERCEPTO	2.6692	1.7760	1.5013
DUMMY CRISE PETRÓLEO	-0.0173	0.0336	-0.5150
TEMPO (ANO)	0.0032	0.0143	0.2238

MODELO 3 : COMBUSTÍVEL

R2 = 0.3034 F = 4.7907

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALÁRIO	0.0250	0.0069	3.6939
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.4507	0.2735	-1.6601
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0202	0.0247	-0.8286
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0074	0.0050	1.4751
PRODUTO BRUTO	-0.0090	0.0018	-4.9084
INTERCEPTO	-0.5043	0.3574	-1.4110
DUMMY CRISE PETRÓLEO	0.0002	0.0067	0.0347
TEMPO (ANO)	-0.0017	0.0029	-0.6010

MODELO 4 : ENERGIA ELÉTRICA

R2 = 0.5058 F = 11.2597

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALÁRIO	0.0021	0.0033	0.6487
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.0080	0.1336	0.0599
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0035	0.0120	-0.2895
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0059	0.0024	2.4411
PRODUTO BRUTO	-0.0053	0.0009	-6.0002
INTERCEPTO	0.0110	0.1743	0.0633
DUMMY CRISE PETRÓLEO	-0.0006	0.0033	-0.1921
TEMPO (ANO)	0.0010	0.0014	0.7261

TAVAS CONSTANTES DE MUDANCA TECNOLOGICA  
 REGRESSOES APARENTEMENTE NAO CORRELACIONADAS SEM RESTRICAO : SEGUNDO ESTAGIO

MODELO 1 : MAO-DE-OBRA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.1264	0.0249	5.0838
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.8030	1.0084	-0.7903
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0401	0.0509	-0.4409
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0302	0.0103	1.6451
PRODUTO BRUTO	-0.0659	0.0087	-9.7950
INTERCEPTO	-0.5477	1.3158	-0.4163
DUMMY CRISE PETRÓLEO	0.0280	0.0248	1.1287
TEMPO (ANO)	-0.0010	0.0106	-0.0914

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.1605	0.0322	-4.9898
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	1.7743	1.3046	1.3604
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0678	0.1175	0.5755
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0474	0.0237	-1.9959
PRODUTO BRUTO	0.0856	0.0087	9.8276
INTERCEPTO	2.6693	1.7023	1.5631
DUMMY CRISE PETRÓLEO	-0.0173	0.0321	-0.5379
TEMPO (ANO)	0.0032	0.0137	0.2337

MODELO 3 : COMBUSTIVEL

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0250	0.0065	3.8577
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.4548	0.2623	-1.7340
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0202	0.0236	-0.8550
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0074	0.0048	1.5407
PRODUTO BRUTO	-0.0090	0.0018	-5.1266
INTERCEPTO	-0.5043	0.3422	-1.4738
DUMMY CRISE PETRÓLEO	0.0002	0.0065	0.0363
TEMPO (ANO)	-0.0017	0.0027	-0.6277

MODELO 4 : ENERGIA ELÉTRICA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0021	0.0032	0.6774
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.0080	0.1279	0.0625
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0035	0.0115	-0.3024
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0059	0.0023	2.5497
PRODUTO BRUTO	-0.0053	0.0009	-6.2670
INTERCEPTO	0.0110	0.1669	0.0661
DUMMY CRISE PETRÓLEO	-0.0006	0.0032	-0.2006
TEMPO (ANO)	0.0010	0.0013	0.7584

TAYAS CONSTANTES DE MUDANCA TECNOLÓGICA  
 REGRESSOES APARENTEMENTE NAO CORRELACIONADAS COM RESTRIÇAO : SEGUNDO ESTAGIO

MODELO 1 : MAD-DE-03RA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.1149	0.0237	4.8448
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.1471	0.0311	-4.7370
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0242	0.0064	3.7793
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0019	0.0031	0.6156
PRODUTO BRUTO	-0.0684	0.0065	-10.4976
INTERCEPTO	0.5497	0.3134	1.7539
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0165	0.0237	0.6957
TEMPO (ANO)	-0.0024	0.0046	-0.5090

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.1471	0.0311	-4.7370
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.0050	0.2634	3.0563
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0247	0.0300	-0.8232
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0110	0.0086	-1.3706
PRODUTO BRUTO	0.0228	0.0084	10.5503
INTERCEPTO	1.0449	0.0084	1.9933
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0014	0.0307	-0.0441
TEMPO (ANO)	0.0052	0.0067	0.7791

MODELO 3 : COMBUSTIVEL

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0242	0.0064	3.7793
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0247	0.0300	-0.8232
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0105	0.0200	-0.5238
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0039	0.0041	0.9463
PRODUTO BRUTO	-0.0094	0.0017	-5.4119
INTERCEPTO	0.0569	0.1328	0.4289
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0025	0.0063	-0.4035
TEMPO (ANO)	-0.0003	0.0022	-0.1327

MODELO 4 : ENERGIA ELETRICA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0019	0.0031	0.6156
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0118	0.0086	-1.3706
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0039	0.0041	0.9463
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0043	0.0021	2.0703
PRODUTO BRUTO	-0.0056	0.0068	-6.6450
INTERCEPTO	0.0295	0.0450	0.6549
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0014	0.0030	-0.4578
TEMPO (ANO)	0.0003	0.0007	0.4331

TAXAS CONSTANTES DE RENDANCA TECNOLÓGICA  
PRIMEIRO ESTAGIO DE ZELNER : MINIMOS QUADRADOS COMUNS

MODELO 1 : MAQ-DE-02R3

R2 = 0.1717 F = 3.7221

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0346	0.0165	2.0947
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.1549	0.0420	-3.6896
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0085	0.0544	0.1561
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0121	0.0099	1.2271
PRODUTO BRUTO	-0.0208	0.0080	-3.4775
INTERCEPTO	-0.7232	0.3873	-1.8672
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0530	0.0230	-2.3046
TEMPO (ANO)	0.0110	0.0051	2.1410

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

R2 = 0.1461 F = 3.0802

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0019	0.0225	-0.0831
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.2226	0.0570	3.9050
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0156	0.0739	0.2103
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0233	0.0134	-1.7332
PRODUTO BRUTO	0.0044	0.0081	0.5476
INTERCEPTO	2.1961	0.5260	4.1749
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0081	0.0312	2.8225
TEMPO (ANO)	-0.0165	0.0070	-2.3656

MODELO 3 : COMBUSTÍVEL

R2 = 0.2755 F = 6.8780

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0370	0.0071	-2.3936
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0100	0.0181	-0.5514
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0223	0.0234	-0.9524
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0076	0.0043	1.7868
PRODUTO BRUTO	0.0079	0.0026	3.0725
INTERCEPTO	-0.0715	0.1667	-0.4291
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0080	0.0099	-0.8112
TEMPO (ANO)	0.0068	0.0022	0.3054

MODELO 4 : ENERGIA ELÉTRICA

R2 = 0.1817 F = 3.9973

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0134	0.0034	-3.9486
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0001	0.0006	-0.0164
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0032	0.0112	0.2839
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0034	0.0020	-1.6719
PRODUTO BRUTO	0.0001	0.0012	0.1001
INTERCEPTO	-0.0041	0.0797	-0.0513
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0023	0.0047	0.4841
TEMPO (ANO)	0.0004	0.0011	0.4160



TAXAS CONSTANTES OF MUDANCA TECNOLÓGICA  
 REGRESSOES APARENTEMENTE NAO CORRELACIONADAS SEM FÉSTIFICAC : SEGUNDO ESTAGIO

MODELO 1 : MAQ-05-035A

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIC	T
SALARIO	0.0347	0.0161	2.1524
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.1542	0.0408	-3.7907
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0085	0.0530	0.1604
TARIFA DE ENERGIA ELETTRICA	0.0121	0.0096	1.2556
PRODUTO BRUTO	-0.0203	0.0058	-3.5677
INTERCEPTO	-0.7232	0.3770	-1.9183
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0530	0.0224	-2.3677
TEMPO (ANO)	0.0110	0.0050	2.1997

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIC	T
SALARIO	-0.0019	0.0219	-0.0855
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.2226	0.0555	4.0128
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0156	0.0720	0.2161
TARIFA DE ENERGIA ELETTRICA	-0.0233	0.0131	-1.7807
PRODUTO BRUTO	0.0044	0.0079	0.5575
INTERCEPTO	2.1961	0.5120	4.2893
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0081	0.0304	2.3998
TEMPO (ANO)	-0.0165	0.0062	-2.4305

MODELO 3 : COMBUSTIVEL

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIC	T
SALARIO	-0.0170	0.0069	-2.4592
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0100	0.0176	-0.5666
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0223	0.0228	-0.9785
TARIFA DE ENERGIA ELETTRICA	0.0076	0.0041	1.8357
PRODUTO BRUTO	0.0079	0.0025	3.1567
INTERCEPTO	-0.0715	0.1623	-0.4409
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0080	0.0096	-0.8334
TEMPO (ANO)	0.0008	0.0021	0.3960

MODELO 4 : ENERGIA ELETTRICA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIC	T
SALARIO	-0.0134	0.0033	-4.0568
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0001	0.0064	-0.0168
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0032	0.0109	0.2917
TARIFA DE ENERGIA ELETTRICA	-0.0034	0.0020	-1.7176
PRODUTO BRUTO	0.0001	0.0012	0.1026
INTERCEPTO	-0.0041	0.0776	-0.0527
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0023	0.0046	0.4974
TEMPO (ANO)	0.0004	0.0010	0.4274

REGRESSOES DAS CONTANTES DE MUDANCA TECNOLÓGICA  
 CORRELACIONADAS COM RESISTENCIA : SEGUNDO ESTAGIO

MODELO 1 : MAT-DE-08

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0533	0.0149	3.5743
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0332	0.0195	-1.7080
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0112	0.0004	-1.6361
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0103	0.0031	-3.3889
PRODUTO BRUTO	-0.0270	0.0056	-4.8513
INTERCEPTO	2.1739	0.1725	0.9740
DUMMY CRISE PETROLEO	3.0007	0.0150	0.0463
TEMPO (ANO)	3.0010	0.0024	0.4206

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0332	0.0195	-1.7080
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.0340	0.0373	2.2539
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0034	0.0171	0.1997
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0067	0.0057	1.1720
PRODUTO BRUTO	0.0141	0.0074	1.9017
INTERCEPTO	0.9210	0.2757	3.3404
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0287	0.0235	1.2213
TEMPO (ANO)	-0.0016	0.0035	-0.4439

MODELO 3 : COMBUSTIVEL

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0112	0.0066	-1.6061
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.0034	0.0171	0.1997
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0093	0.0166	-0.5591
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0039	0.0034	1.1479
PRODUTO BRUTO	0.0053	0.0025	2.5564
INTERCEPTO	0.1346	0.1185	1.1353
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0030	0.0095	-0.3159
TEMPO (ANO)	-0.0019	0.0015	-1.1501

MODELO 4 : ENERGIA ELETRICA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0103	0.0031	-3.3889
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.0067	0.0057	1.1720
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0039	0.0034	1.1479
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0056	0.0018	-3.1370
PRODUTO BRUTO	-0.0003	0.0011	-0.6897
INTERCEPTO	0.0671	0.0445	1.5054
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0053	0.0036	1.4645
TEMPO (ANO)	-0.0004	0.0006	-0.7013

TAXAS CONSTANTES DE MUDANCA TECNOLOGICA  
PRIMEIRO ESTAGIO DE ZELLNER : MINUTOS QUADRADOS COMUNS

MODELO 1 : MAO-DE-OBRA

R2 = 0.2733 F = 7.1467

VARIABEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0703	0.0174	4.0524
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	-0.1495	0.0986	-1.5158
PRECO DE COMBUSTIVEIS	0.0267	0.0611	0.4375
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0482	0.0256	1.8828
PRODUTO BRUTO	-0.0480	0.0051	-5.2502
INTERCEPTO	-0.0693	0.4501	-0.1550
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0442	0.0218	-2.0245
TEMPO (ANO)	0.0054	0.0059	0.9391

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

R2 = 0.4450 F = 9.6205

VARIABEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0680	0.0192	-3.5480
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	0.2130	0.1009	1.9562
PRECO DE COMBUSTIVEIS	-0.0247	0.0674	-0.3667
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0570	0.0282	-2.0191
PRODUTO BRUTO	0.0591	0.0101	5.8517
INTERCEPTO	1.0931	0.4970	2.1992
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0594	0.0241	2.4254
TEMPO (ANO)	-0.0065	0.0064	-1.0098

MODELO 3 : COMBUSTIVEL

R2 = 0.3893 F = 7.6512

VARIABEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0055	0.0027	-2.0268
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	0.0003	0.0155	0.0172
PRECO DE COMBUSTIVEIS	-0.0216	0.0096	-2.2583
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0074	0.0040	1.8507
PRODUTO BRUTO	-0.0008	0.0014	-0.5587
INTERCEPTO	-0.0804	0.0706	-1.1392
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0026	0.0034	-0.7662
TEMPO (ANO)	0.0017	0.0009	1.8257

MODELO 4 : ENERGIA ELETRICA

R2 = 0.5692 F = 15.7926

VARIABEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0023	0.0018	1.5225
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0031	0.0104	-0.3011
PRECO DE COMBUSTIVEIS	0.0059	0.0065	0.9074
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0073	0.0027	2.6916
PRODUTO BRUTO	-0.0072	0.0010	-7.4673
INTERCEPTO	0.0480	0.0476	1.0087
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0023	0.0023	-1.2189
TEMPO (ANO)	0.0004	0.0006	0.6017

MODELO 1 : MAO-DE-CORA

VARIAVEL	COEFICIENTE	DFSVIC	T
SALARIO	0.0704	0.0167	4.2186
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	-0.1495	0.0947	-1.5776
PRECO DE COMBUSTIVEIS	0.0267	0.0587	0.4554
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0482	0.0246	1.9595
PRODUTO BRUTO	-0.0430	0.0089	-5.4649
INTERCEPTO	-0.0698	0.4324	-0.1613
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0442	0.0210	-2.1072
TEMPO (ANO)	0.0054	0.0056	0.9774

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

VARIAVEL	COEFICIENTE	DFSVIC	T
SALARIO	-0.0680	0.0184	-3.6929
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	0.2130	0.1046	2.0361
PRECO DE COMBUSTIVEIS	-0.0247	0.0648	-0.3016
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0570	0.0271	-2.1015
PRODUTO BRUTO	0.0591	0.0097	6.0909
INTERCEPTO	1.0931	0.4775	2.2850
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0584	0.0231	2.5244
TEMPO (ANO)	-0.0065	0.0062	-1.0510

MODELO 3 : COMBUSTIVEL

VARIAVEL	COEFICIENTE	DFSVIC	T
SALARIO	-0.0055	0.0026	-2.1095
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	0.0003	0.0149	0.0179
PRECO DE COMBUSTIVEIS	-0.0216	0.0092	-2.3505
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0074	0.0039	1.9263
PRODUTO BRUTO	-0.0008	0.0014	-0.5915
INTERCEPTO	-0.0804	0.0678	-1.1857
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0026	0.0033	-0.7975
TEMPO (ANO)	0.0017	0.0009	1.9005

MODELO 4 : ENERGIA ELETRICA

VARIAVEL	COEFICIENTE	DFSVIC	T
SALARIO	0.0020	0.0018	1.5847
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0031	0.0100	-0.3134
PRECO DE COMBUSTIVEIS	0.0059	0.0062	0.9444
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0073	0.0026	2.8015
PRODUTO BRUTO	-0.0072	0.0009	-7.7723
INTERCEPTO	0.0430	0.0457	1.0499
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0028	0.0022	-1.2687
TEMPO (ANO)	0.0004	0.0006	0.6262

ANÁLISIS UNIVARIANTE DE LA DIFERENCIA TECNOLÓGICA  
 REGRESIONES APARENTEMENTE NO CORRELACIONADAS CON RESTRICCIÓN : SEGUNDO ESTADIO

MODELO 1 : MAO-DE-ORRA

VARIABLE	COEFICIENTE	DESVIÓ	T
SALARIO	0.0700	0.0160	4.3635
PRECIO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0673	0.0177	-3.8331
PRECIO DE COMBUSTIBLES	-0.0053	0.0028	-2.0795
TARIFA DE ENERGIA ELECTRICA	0.0027	0.0017	1.5731
PRODUCTO BRUTO	-0.0559	0.0074	-7.5307
INTERCEPTO	0.0081	0.1837	0.0440
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0335	0.0150	-2.2437
TEMPO (AÑO)	0.0060	0.0028	2.1902

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

VARIABLE	COEFICIENTE	DESVIÓ	T
SALARIO	-0.0678	0.0177	-3.8331
PRECIO DE MATERIAS PRIMAS	0.1238	0.0338	3.6672
PRECIO DE COMBUSTIBLES	0.0047	0.0128	0.3717
TARIFA DE ENERGIA ELECTRICA	-0.0047	0.0061	-0.7684
PRODUCTO BRUTO	0.0681	0.0083	8.2376
INTERCEPTO	0.5752	0.2112	4.6212
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0475	0.0172	2.7671
TEMPO (AÑO)	-0.0066	0.0031	-2.1220

MODELO 3 : COMBUSTIBLES

VARIABLE	COEFICIENTE	DESVIÓ	T
SALARIO	-0.0053	0.0026	-2.0795
PRECIO DE MATERIAS PRIMAS	0.0047	0.0128	0.3717
PRECIO DE COMBUSTIBLES	-0.0204	0.0080	-2.5412
TARIFA DE ENERGIA ELECTRICA	0.0056	0.0030	1.8847
PRODUCTO BRUTO	-0.0012	0.0013	-0.9005
INTERCEPTO	-0.0578	0.0436	-1.3258
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0022	0.0032	-0.6849
TEMPO (AÑO)	0.0014	0.0007	2.1634

MODELO 4 : ENERGIA ELECTRICA

VARIABLE	COEFICIENTE	DESVIÓ	T
SALARIO	0.0027	0.0017	1.5731
PRECIO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0047	0.0061	-0.7684
PRECIO DE COMBUSTIBLES	0.0056	0.0030	1.8847
TARIFA DE ENERGIA ELECTRICA	0.0032	0.0023	2.2916
PRODUCTO BRUTO	-0.0075	0.0009	-8.6052
INTERCEPTO	0.0405	0.0249	1.6246
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0032	0.0018	-1.7369
TEMPO (AÑO)	0.0004	0.0004	1.2099

MODELO 1 : MAD-DE-03RA

R2 = 0.7195 F = 20.5198

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0751	0.00E3	9.0155
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.1755	0.0356	-4.9359
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0209	0.0427	0.4974
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0207	0.0101	2.0440
PRODUTO BRUTO	-0.0371	0.0077	-4.8061
INTERCEPTO	0.4751	0.2642	1.7979
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0114	0.0108	-1.0538
TEMPO (ANO)	-0.0046	0.0041	-1.1163

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

R2 = 0.6481 F = 14.7312

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0862	0.0161	-5.3433
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.3340	0.0689	4.8505
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0345	0.0827	-1.0238
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0002	0.0196	0.0077
PRODUTO BRUTO	0.0699	0.0149	4.6802
INTERCEPTO	0.1396	0.5116	0.2729
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0453	0.0209	2.1885
TEMPO (ANO)	0.0083	0.0080	1.0452

MODELO 3 : COMBUSTÍVEL

R2 = 0.3298 F = 3.9365

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0057	0.0061	0.9257
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0631	0.0261	-2.4121
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0078	0.0314	-0.2490
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0004	0.0074	-0.0556
PRODUTO BRUTO	-0.0089	0.0057	-1.5766
INTERCEPTO	0.0109	0.1943	0.0559
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0089	0.0079	-1.1268
TEMPO (ANO)	0.0000	0.0030	0.0128

MODELO 4 : ENERGIA ELÉTRICA

R2 = 0.1786 F = 1.7392

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0017	0.0046	-0.3696
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0370	0.0198	-1.8702
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0422	0.0238	1.7769
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0037	0.0056	0.6635
PRODUTO BRUTO	-0.0059	0.0043	-1.3755
INTERCEPTO	0.1065	0.1471	1.1315
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0108	0.0060	-1.7954
TEMPO (ANO)	-0.0018	0.0023	-0.7791

TAXAS CONSTANTES DE MUDANCA TECNOLÓGICA  
 REGRESSÕES APARENTEMENTE NÃO CORRELACIONADAS SEM RESTRIÇÃO : SEGUNDO ESTAGIO

MODELO 1 : MÃO-DE-OBRA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0751	0.0079	0.5624
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.1755	0.0335	-5.2354
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0203	0.0403	0.5169
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0207	0.0096	2.1680
PRODUTO BRUTO	-0.0371	0.0073	-5.0976
INTERCEPTO	0.4751	0.2491	1.9069
DUMMY CRISE PETRÓLEO	-0.0114	0.0102	-1.1178
TEMPO (ANO)	-0.0045	0.0039	-1.1841

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0862	0.0152	-5.6674
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.3340	0.0649	5.1447
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0846	0.0779	-1.0359
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0002	0.0185	0.0001
PRODUTO BRUTO	0.0099	0.0141	4.9541
INTERCEPTO	0.1396	0.4823	0.2395
DUMMY CRISE PETRÓLEO	0.0458	0.0197	2.3213
TEMPO (ANO)	0.0083	0.0075	1.1086

MODELO 3 : COMBUSTÍVEL

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0057	0.0058	0.9818
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0631	0.0247	-2.5505
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0078	0.0296	-0.2641
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0004	0.0070	-0.0590
PRODUTO BRUTO	-0.0019	0.0054	-1.6723
INTERCEPTO	0.0109	0.1032	0.0593
DUMMY CRISE PETRÓLEO	-0.0009	0.0075	-1.1951
TEMPO (ANO)	0.0000	0.0029	0.0136

MODELO 4 : ENERGIA ELÉTRICA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0017	0.0044	-0.3921
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0370	0.0187	-1.9837
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0422	0.0224	1.8847
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0037	0.0053	0.7037
PRODUTO BRUTO	-0.0059	0.0041	-1.4590
INTERCEPTO	0.1665	0.1387	1.2002
DUMMY CRISE PETRÓLEO	-0.0108	0.0057	-1.9043
TEMPO (ANO)	-0.0018	0.0022	-0.8264

MODELO 1 : MAD-DE-OBRA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIC	T
SALARIO	0.0769	0.0070	10.9876
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.1068	0.0130	-8.1912
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0091	0.0053	1.7119
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0041	0.0037	1.1004
PRODUTO BRUTO	-0.0464	0.0063	-7.4278
INTERCEPTO	0.5620	0.1225	4.5364
DUMMY CRISE PETRÓLEO	-0.0071	0.0093	-0.7653
TEMPO (ANO)	-0.0037	0.0020	-1.8628

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIC	T
SALARIO	-0.1058	0.0130	-8.1912
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.2399	0.0509	4.7108
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0622	0.0221	-2.8107
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0058	0.0117	-0.4961
PRODUTO BRUTO	0.0763	0.0127	5.0146
INTERCEPTO	-0.0515	0.2520	-0.2046
DUMMY CRISE PETRÓLEO	0.0353	0.0164	1.9177
TEMPO (ANO)	0.0083	0.0043	2.0222

MODELO 3 : COMBUSTÍVEL

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIC	T
SALARIO	0.0091	0.0053	1.7119
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0622	0.0221	-2.8107
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0064	0.0227	0.2812
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0042	0.0058	0.7103
PRODUTO BRUTO	-0.0030	0.0051	-1.5765
INTERCEPTO	0.1169	0.1441	0.8115
DUMMY CRISE PETRÓLEO	-0.0091	0.0073	-1.2395
TEMPO (ANO)	-0.0015	0.0023	-0.6307

MODELO 4 : ENERGIA ELÉTRICA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIC	T
SALARIO	0.0041	0.0037	1.1004
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0058	0.0117	-0.4961
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0042	0.0058	0.7103
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0071	0.0050	1.4083
PRODUTO BRUTO	-0.0074	0.0040	-1.3620
INTERCEPTO	0.0445	0.0232	0.6080
DUMMY CRISE PETRÓLEO	-0.0053	0.0052	-1.0080
TEMPO (ANO)	0.0009	0.0012	0.7378



TAXAS CONSTANTES DE MUDANCA TECNOLOGICA  
PRIMEIRO ESTAGIO DE ZELLNER : MINIMOS QUADRADOS COMUNS

-C-37.

MODELO 1 : MAO-DE-OBRA  
R2 = 0.1915 F = 1.6576

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIQ	T
SALARIO	0.0300	0.0264	1.0546
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.3889	0.3143	-1.2372
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0695	0.0835	-0.8327
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0104	0.0224	-0.4662
PRODUTO BRUTO	-0.0199	0.0115	-1.7245
INTERCEPTO	-0.3046	0.5966	-0.5105
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0081	0.0260	-0.3115
TEMPO (ANO)	-0.0004	0.0093	-0.0444

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS  
R2 = 0.3553 F = 3.8581

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIQ	T
SALARIO	-0.0321	0.0329	-0.9760
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.6203	0.3837	1.7054
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.1551	0.0966	1.6059
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0177	0.0259	-0.6847
PRODUTO BRUTO	0.0218	0.0133	1.6334
INTERCEPTO	1.6421	0.6904	2.3786
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0018	0.0301	0.0591
TEMPO (ANO)	-0.0016	0.0108	-0.1467

MODELO 3 : COMBUSTIVEL  
R2 = 0.6801 F = 14.2844

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIQ	T
SALARIO	-0.0008	0.0047	-0.1730
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.1129	0.0518	-2.1779
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0470	0.0138	-3.4160
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0065	0.0037	1.7573
PRODUTO BRUTO	-0.0029	0.0019	-1.5498
INTERCEPTO	-0.1289	0.0984	-1.9195
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0002	0.0043	-0.0431
TEMPO (ANO)	0.0012	0.0015	0.8111

MODELO 4 : ENERGIA ELETRICA  
R2 = 0.2193 F = 1.9664

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIQ	T
SALARIO	-0.0060	0.0055	-1.0920
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0052	0.0605	-0.0865
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0121	0.0161	-0.7548
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0023	0.0043	0.5305
PRODUTO BRUTO	-0.0010	0.0022	-0.4667
INTERCEPTO	-0.0062	0.1148	-0.0544
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0005	0.0050	0.1055
TEMPO (ANO)	0.0006	0.0019	0.3581

TAXAS CONSTANTES DE MADAMCA TECNOLOGICA  
 REGRESSOES APARETAMENTE NAO CORRELACIONADAS SEM RESTRIÇAO : SEGUNDO ESTAGIO

MODELO 1 : MAO-DE-OBRA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0300	0.0266	1.1274
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.3689	0.2940	-1.3226
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0695	0.0781	-0.8902
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0104	0.0209	-0.4984
PRODUTO BRUTO	-0.0199	0.0108	-1.8437
INTERCEPTO	-0.3046	0.5581	-0.5457
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0031	0.0243	-0.3331
TEMPO (ANO)	-0.0004	0.0087	-0.0474

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0321	0.0308	-1.0436
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.6203	0.3402	1.8232
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.1551	0.0904	1.7168
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0177	0.0242	-0.7319
PRODUTO BRUTO	0.0218	0.0125	1.7462
INTERCEPTO	1.6421	0.6458	2.5428
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0018	0.0281	0.0632
TEMPO (ANO)	-0.0016	0.0101	-0.1569

MODELO 3 : COMBUSTIVEL

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0008	0.0044	-0.1950
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.1129	0.0485	-2.3283
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0470	0.0129	-3.6519
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0065	0.0035	1.8786
PRODUTO BRUTO	-0.0029	0.0018	-1.6568
INTERCEPTO	-0.1889	0.0921	-2.0520
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0002	0.0040	-0.0460
TEMPO (ANO)	0.0012	0.0014	0.8671

MODELO 4 : ENERGIA ELETRICA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0060	0.0051	-1.1675
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0052	0.0566	-0.0924
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0121	0.0150	-0.8069
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0023	0.0040	0.5671
PRODUTO BRUTO	-0.0010	0.0021	-0.4989
INTERCEPTO	-0.0062	0.1073	-0.0581
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0005	0.0047	0.1128
TEMPO (ANO)	0.0006	0.0017	0.3828

TAYAS KONSTANTES DE MUDANCA TECNOLÓGICA  
REGRESSOES APARENTEMENTE NA CORRELACIONADAS COM PESTIFICAD : SEGUNDO ESTAGIO

MODELO 1 : MAO-DE-OBRA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0373	0.0250	1.4339
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0434	0.0300	-1.4439
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0016	0.0043	0.3683
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0061	0.0049	-1.2525
PRODUTO BRUTO	-0.0207	0.0082	-2.5307
INTERCEPTO	0.2785	0.2565	1.0859
DUMMY CRÍSE PETRÓLEO	-0.0282	0.0192	-1.4254
TEMPO (ANO)	-0.0012	0.0037	-0.3292

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0434	0.0300	-1.4439
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.1054	0.0735	1.4351
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0314	0.0197	1.5946
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0185	0.0088	-2.1079
PRODUTO BRUTO	0.0249	0.0095	2.6221
INTERCEPTO	0.6605	0.3165	2.0870
DUMMY CRÍSE PETRÓLEO	0.0330	0.0231	1.4334
TEMPO (ANO)	0.0012	0.0048	0.2405

MODELO 3 : COMBUSTÍVEL

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0016	0.0043	0.3683
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.0314	0.0197	1.5946
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0387	0.0121	-3.1955
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0041	0.0033	1.2290
PRODUTO BRUTO	-0.0044	0.0017	-2.5606
INTERCEPTO	-0.0673	0.0266	-0.8343
DUMMY CRÍSE PETRÓLEO	-0.0071	0.0034	-2.1255
TEMPO (ANO)	0.0027	0.0014	1.9604

MODELO 4 : ENERGIA ELÉTRICA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0061	0.0049	-1.2525
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0185	0.0088	-2.1079
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0041	0.0033	1.2290
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0020	0.0035	0.5247
PRODUTO BRUTO	-0.0011	0.0019	-0.5767
INTERCEPTO	0.0933	0.0532	1.5650
DUMMY CRÍSE PETRÓLEO	0.0000	0.0032	0.0054
TEMPO (ANO)	-0.0009	0.0002	-1.1687

TAXAS CONSTANTES DE MUDANCA TECNOLOGICA  
PRIMEIRO ESTAGIO DE ZELLNER : MINIMOS QUADRADOS COMUNS

MODELO 1 : MAD-DE-OBRA

R2 = 0.3374 F = 5.0918

VARIABEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0932	0.0195	4.7735
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	-0.4362	0.3474	-1.2556
PRECO DE COMBUSTIVEIS	0.1026	0.1508	0.6807
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0169	0.0130	-1.2932
PRODUTO BRUTO	-0.0312	0.0057	-5.4967
INTERCEPTO	0.0753	0.3815	0.1975
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0101	0.0246	-0.4125
TEMPO (ANO)	-0.0047	0.0049	-0.9589

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

R2 = 0.3916 F = 6.4373

VARIABEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.1076	0.0288	-3.7353
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	0.7336	0.3414	2.1487
PRECO DE COMBUSTIVEIS	-0.1644	0.1455	-1.1302
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0141	0.0192	0.7335
PRODUTO BRUTO	0.0453	0.0084	5.4112
INTERCEPTO	0.8373	0.5843	1.4330
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0255	0.0373	0.6837
TEMPO (ANO)	0.0105	0.0074	1.4253

MODELO 3 : COMBUSTIVEL

R2 = 0.3397 F = 5.1222

VARIABEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0028	0.0049	0.5789
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0472	0.0545	-0.8676
PRECO DE COMBUSTIVEIS	-0.0009	0.0231	-0.0375
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0023	0.0032	-0.7112
PRODUTO BRUTO	-0.0059	0.0014	-4.1350
INTERCEPTO	-0.0347	0.0995	-0.3482
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0002	0.0063	-0.1239
TEMPO (ANO)	0.0002	0.0012	0.1764

MODELO 4 : ENERGIA ELETRICA

R2 = 0.4255 F = 7.4054

VARIABEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0006	0.0044	-0.1456
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0924	0.0479	-1.9307
PRECO DE COMBUSTIVEIS	0.0325	0.0203	1.6043
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0034	0.0029	1.1633
PRODUTO BRUTO	-0.0045	0.0013	-3.4717
INTERCEPTO	0.0073	0.0914	0.0804
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0080	0.0052	-1.3835
TEMPO (ANO)	-0.0013	0.0011	-1.1566

REGRESSOES APARENTEMENTE NA CORRELACIONADAS SEM RESTRIÇAO : SEGUNDO ESTADIO

MODELO 1 : MAO-DE-OBRA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0376	0.0185	4.7341
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.4619	0.3310	-1.3957
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.1091	0.1437	0.7590
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0117	0.0122	-0.9518
PRODUTO BRUTO	-0.0296	0.0054	-5.5079
INTERCEPTO	0.0333	0.3633	0.0918
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0122	0.0234	-0.5224
TEMPO (ANO)	-0.0045	0.0047	-0.9501

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.1017	0.0273	-3.7233
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.7646	0.3250	2.3524
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.1719	0.1327	-1.2394
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0087	0.0180	0.4839
PRODUTO BRUTO	0.0437	0.0079	5.5009
INTERCEPTO	0.9140	0.5558	1.6458
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0293	0.0355	0.8253
TEMPO (ANO)	0.0100	0.0070	1.4278

MODELO 3 : COMBUSTIVEL

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0027	0.0046	0.5766
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0485	0.0519	-0.9332
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0006	0.0220	-0.0262
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0022	0.0031	-0.7014
PRODUTO BRUTO	-0.0058	0.0013	-4.3095
INTERCEPTO	-0.0375	0.0949	-0.3949
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0009	0.0061	-0.1538
TEMPO (ANO)	0.0002	0.0012	0.1969

MODELO 4 : ENERGIA ELETRICA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0012	0.0042	-0.2042
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0956	0.0456	-2.0953
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0333	0.0193	1.7236
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0039	0.0028	1.4067
PRODUTO BRUTO	-0.0043	0.0012	-3.5272
INTERCEPTO	-0.0011	0.0070	-0.0125
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0085	0.0055	-1.5291
TEMPO (ANO)	-0.0013	0.0011	-1.1689

TAXAS CONSTANTES DE MUDANÇA TECNOLÓGICA  
 REGRESSÕES APARENTEMENTE NÃO CORRELACIONADAS COM FESTIVIDADE : SEGUNDO ESTAGIO

MODELO 1 : M40-DE-036A

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0919	0.0184	5.0051
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.1087	0.0271	-4.0137
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0036	0.0040	0.7941
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0013	0.0041	-0.3159
PRODUTO BRUTO	-0.0285	0.0050	-5.7267
INTERCEPTO	0.3268	0.1499	2.1799
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0075	0.0116	0.6810
TEMPO (ANO)	-0.0033	0.0021	-1.3247

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.1087	0.0271	-4.0137
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.4946	0.1206	4.1018
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0354	0.0424	-2.0149
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0077	0.0087	-0.8836
PRODUTO BRUTO	0.0420	0.0075	5.6362
INTERCEPTO	0.5024	0.2878	2.0491
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0054	0.0204	0.2683
TEMPO (ANO)	0.0089	0.0036	2.4643

MODELO 3 : COMEUSTIVEL

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0036	0.0046	0.7841
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0954	0.0424	-2.0149
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0136	0.0188	0.7250
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0000	0.0029	0.0121
PRODUTO BRUTO	-0.0056	0.0013	-4.1713
INTERCEPTO	-0.0563	0.0730	-0.9082
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0047	0.0053	-0.8949
TEMPO (ANO)	-0.0002	0.0010	-0.1586

MODELO 4 : ENERGIA ELÉTRICA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0013	0.0041	-0.3159
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0077	0.0007	-0.8036
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0300	0.0029	0.0121
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0041	0.0023	1.7471
PRODUTO BRUTO	-0.0043	0.0011	-3.7939
INTERCEPTO	0.0794	0.0378	2.1024
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0007	0.0027	0.2475
TEMPO (ANO)	-0.0004	0.0005	-0.7243

DELTA IN VARIÁVEL  
 TAXAS CONSTANTES DE MUDANÇA TECNOLÓGICA  
 PRIMEIRO ESTAGIO DE ZELLNER : MINIMOS QUADRADOS COMUNS

MODELO 1 : MAO-DE-OBRA

R2 = 0.4079 F = 11.7109

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0002	0.0090	6.6591
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0502	0.1005	-0.4996
PRECO DE COMBUSTIVEIS	0.0164	0.0604	0.2715
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0147	0.0072	2.0379
PRODUTO BRUTO	-0.0330	0.0039	-8.0003
INTERCEPTO	0.3233	0.2984	1.1002
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0155	0.0114	-1.3529
TEMPO (ANO)	-0.0016	0.0041	-0.3821

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

R2 = 0.4103 F = 11.2280

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.1140	0.0171	-6.6611
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	0.1477	0.1574	0.9515
PRECO DE COMBUSTIVEIS	-0.0364	0.0946	-0.3851
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0058	0.0137	0.4263
PRODUTO BRUTO	0.0696	0.0074	9.2171
INTERCEPTO	0.5300	0.5700	0.9298
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0435	0.0218	2.0005
TEMPO (ANO)	0.0011	0.0078	0.1345

MODELO 3 : COMBUSTIVEL

R2 = 0.2323 F = 5.1455

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0120	0.0030	3.9757
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0393	0.0279	-1.4269
PRECO DE COMBUSTIVEIS	-0.0201	0.0162	-1.1970
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0036	0.0024	-1.4962
PRODUTO BRUTO	-0.0057	0.0013	-4.3558
INTERCEPTO	-0.1093	0.1005	-1.0832
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0015	0.0039	-0.4021
TEMPO (ANO)	0.0014	0.0014	1.0179

MODELO 4 : ENERGIA ELETRICA

R2 = 0.2349 F = 5.2195

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0312	0.0065	4.7045
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0589	0.0610	-0.9645
PRECO DE COMBUSTIVEIS	0.0139	0.0367	0.3803
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0060	0.0053	-1.1342
PRODUTO BRUTO	-0.0179	0.0029	-6.2195
INTERCEPTO	0.0210	0.2208	0.0953
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0101	0.0084	-1.1946
TEMPO (ANO)	0.0004	0.0030	0.1183

TAXAS CONSTANTES DE MUDANCA TECNOLÓGICA  
 REGRESSÕES APARENTEMENTE NÃO CORRELACIONADAS SEM RESTRIÇÃO : SEGUNDO ESTAGIO

MODELO 1 : MAO-DE-OBRA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0601	0.0000	6.8517
PREÇO DE MATÉRIAS PRIMAS	-0.0500	0.0977	-0.5124
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0172	0.0587	0.2929
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0148	0.0070	2.1141
PRODUTO BRUTO	-0.0338	0.0038	-8.8495
INTERCEPTO	0.3336	0.2900	1.1503
DUMMY CRISE PETRÓLEO	-0.0154	0.0111	-1.3874
TEMPO (ANO)	-0.0016	0.0040	-0.4121

MODELO 2 : MATÉRIAS PRIMAS

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.1140	0.0166	-6.8634
PREÇO DE MATÉRIAS PRIMAS	0.1494	0.1529	0.9771
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0370	0.0920	-0.4020
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0053	0.0133	0.4348
PRODUTO BRUTO	0.0625	0.0072	9.4970
INTERCEPTO	0.5247	0.5539	0.9473
DUMMY CRISE PETRÓLEO	0.0435	0.0211	2.0561
TEMPO (ANO)	0.0011	0.0076	0.1476

MODELO 3 : COMBUSTÍVEL

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0120	0.0029	4.0913
PREÇO DE MATÉRIAS PRIMAS	-0.0398	0.0271	-1.4710
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0200	0.0163	-1.2288
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0036	0.0024	-1.5390
PRODUTO BRUTO	-0.0057	0.0013	-4.4810
INTERCEPTO	-0.1091	0.0981	-1.1125
DUMMY CRISE PETRÓLEO	-0.0015	0.0037	-0.4136
TEMPO (ANO)	0.0014	0.0013	1.0438

MODELO 4 : ENERGIA ELÉTRICA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0312	0.0064	4.8428
PREÇO DE MATÉRIAS PRIMAS	-0.0589	0.0592	-0.9926
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0139	0.0356	0.3914
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0060	0.0051	-1.1649
PRODUTO BRUTO	-0.0179	0.0028	-6.4007
INTERCEPTO	0.0210	0.2146	0.0980
DUMMY CRISE PETRÓLEO	-0.0101	0.0082	-1.2289
TEMPO (ANO)	0.0004	0.0029	0.1215



TAXAS CONSTANTES DE MUANCA TECNOLÓGICA  
REGRESSÕES APARENTEMENTE NA CORRELACIONADAS COM RESFICAD : SEGUNDO ESTAGIO

MODELO 1 : MAG-DE-OBRA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIC	T
SALARIO	0.0562	0.0025	6.6221
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.1018	0.0151	-6.7559
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0313	0.0029	4.0564
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0242	0.0049	4.9058
PRODUTO BRUTO	-0.0308	0.0035	-3.7412
INTERCEPTO	0.1524	0.1357	1.1971
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0152	0.0105	-1.4452
TEMPO (ANO)	-0.0003	0.0019	-0.1319

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIC	T
SALARIO	-0.1018	0.0151	-6.7559
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.1515	0.0611	2.4812
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0296	0.0239	-1.2398
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0093	0.0110	-0.8446
PRODUTO BRUTO	0.0620	0.0064	9.7288
INTERCEPTO	0.6349	0.2876	2.2080
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0423	0.0201	2.1055
TEMPO (ANO)	-0.0002	0.0039	-0.0432

MODELO 3 : COMBUSTIVEL

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIC	T
SALARIO	0.0119	0.0029	4.0564
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0296	0.0239	-1.2398
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0190	0.0160	-1.2359
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0031	0.0023	-1.3094
PRODUTO BRUTO	-0.0056	0.0013	-4.3793
INTERCEPTO	-0.0781	0.0244	-0.9249
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0015	0.0037	-0.3930
TEMPO (ANO)	0.0012	0.0013	0.9430

MODELO 4 : ENERGIA ELETRICA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVID	T
SALARIO	0.0242	0.0049	4.9058
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0093	0.0110	-0.8446
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0031	0.0023	-1.3094
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0032	0.0050	-0.6418
PRODUTO BRUTO	-0.0153	0.0024	-6.4421
INTERCEPTO	0.0370	0.1010	0.3665
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0083	0.0078	-1.0705
TEMPO (ANO)	0.0011	0.0014	0.8083

TAXAS CONSTANTES DE MUDANCA TECNOLÓGICA  
PRIMEIRO ESTAGIO DE ZELLNER : MÍNIMOS QUADRADOS COMUNS

MODELJ 1 : MAD-DE-03RA

R2 = 0.8347 F = 15.1447

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.1276	0.0368	3.4702
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0795	0.2794	-0.2845
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0055	0.1483	0.0368
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0140	0.0236	-0.5914
PRODUTO BRUTO	-0.0681	0.0072	-9.4030
INTERCEPTO	0.5679	0.4888	1.2113
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0040	0.0185	0.2166
TEMPO (ANO)	-0.0044	0.0074	-0.6045

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

R2 = 0.7886 F = 11.1895

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.1244	0.0636	-1.9576
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.1601	1.1444	0.1399
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0088	0.6105	-0.0144
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0080	0.0414	0.1933
PRODUTO BRUTO	0.0926	0.0125	7.4171
INTERCEPTO	-0.0559	0.7884	-0.0709
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0060	0.0312	-0.1939
TEMPO (ANO)	0.0018	0.0123	0.1498

MODELO 3 : COMBUSTIVEL

R2 = 0.3520 F = 1.6299

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0204	0.0152	-1.3398
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.1030	0.1197	-0.8605
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0175	0.0636	0.2747
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0049	0.0097	-0.5017
PRODUTO BRUTO	-0.0052	0.0035	-1.4897
INTERCEPTO	-0.0286	0.1903	-0.1501
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0039	0.0074	0.5273
TEMPO (ANO)	-0.0001	0.0030	-0.0324

MODELO 4 : ENERGIA ELETRICA

R2 = 0.7008 F = 7.0275

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0243	0.0097	-2.4967
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0136	0.1969	-0.0690
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0001	0.1051	-0.0011
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0077	0.0064	-1.2133
PRODUTO BRUTO	-0.0045	0.0019	-2.3329
INTERCEPTO	0.0031	0.1207	0.0257
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0015	0.0048	0.3244
TEMPO (ANO)	0.0001	0.0019	0.0652

TAXAS CONSTANTES DE MUDANCA TECNOLÓGICA  
REGRESSÕES APARENTEMENTE NÃO CORRELACIONADAS SEM RESTRIÇÃO : SEGUNDO ESTAGIO

MODELO 1 : MAO-DE-OBRA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.1325	0.0315	4.2082
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0874	0.2419	-0.3613
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0075	0.1222	0.0581
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0140	0.0195	-0.7149
PRODUTO BRUTO	-0.0686	0.0063	-10.9734
INTERCEPTO	0.5728	0.4050	1.4146
DUMMY CRISE PETRÓLEO	0.0033	0.0160	0.2403
TEMPO (ANO)	-0.0046	0.0664	-0.7295

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.1322	0.0541	-2.4420
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.1670	0.9910	0.1685
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0093	0.5285	-0.0175
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0082	0.0339	0.2420
PRODUTO BRUTO	0.0908	0.0107	8.4701
INTERCEPTO	-0.0554	0.6823	-0.0812
DUMMY CRISE PETRÓLEO	-0.0061	0.0270	-0.2247
TEMPO (ANO)	0.0020	0.3107	0.1847

MODELO 3 : COMBUSTÍVEL

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0212	0.0130	-1.6303
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.1000	0.1036	-0.9550
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0170	0.0550	0.3083
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0057	0.0083	-0.6898
PRODUTO BRUTO	-0.0040	0.0029	-1.3610
INTERCEPTO	-0.0206	0.1644	-0.1737
DUMMY CRISE PETRÓLEO	0.0042	0.0064	0.6465
TEMPO (ANO)	-0.0001	0.0026	-0.0536

MODELO 4 : ENERGIA ELÉTRICA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0232	0.0083	-2.8566
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0131	0.1705	-0.0767
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0007	0.0910	-0.0072
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0076	0.0053	-1.4305
PRODUTO BRUTO	-0.0039	0.0016	-2.3872
INTERCEPTO	0.0023	0.0222	0.1045
DUMMY CRISE PETRÓLEO	0.0016	0.0041	0.3780
TEMPO (ANO)	0.0001	0.0016	0.0731

MODELO 1 : MAD-DE-OBRA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.1238	0.0204	4.1527
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.1277	0.0510	-2.4104
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0171	0.0121	-1.4192
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0221	0.0080	-2.7427
PRODUTO BRUTO	-0.0077	0.0062	-10.9710
INTERCEPTO	0.4635	0.1951	2.3759
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0071	0.0152	0.4699
TEMPO (ANO)	-0.0037	0.0027	-1.3382

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.1277	0.0530	-2.4104
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.3215	0.3943	0.8154
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0817	0.0723	-1.1303
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0164	0.0254	0.6465
PRODUTO BRUTO	0.0905	0.0107	8.4560
INTERCEPTO	-0.0946	0.3519	-0.2689
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0067	0.0261	-0.2577
TEMPO (ANO)	0.0033	0.0048	0.7017

MODELO 3 : COMBUSTIVEL

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0171	0.0121	-1.4192
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0317	0.0723	-1.1303
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0333	0.0336	0.9903
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0038	0.0079	-0.4797
PRODUTO BRUTO	-0.0045	0.0029	-1.5704
INTERCEPTO	0.0352	0.1166	0.3019
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0029	0.0063	0.4561
TEMPO (ANO)	-0.0008	0.0018	-0.4714

MODELO 4 : ENERGIA ELETRICA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0221	0.0080	-2.7427
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.0164	0.0254	0.6465
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0038	0.0079	-0.4797
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0072	0.0052	-1.3801
PRODUTO BRUTO	-0.0042	0.0016	-2.6179
INTERCEPTO	0.0094	0.0514	0.1820
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0014	0.0040	0.3432
TEMPO (ANO)	0.0002	0.0007	0.2151

TAXAS CONSTANTES DE MUDANCA TECNOLÓGICA  
PRIMEIRO ESTAGIO DE ZELLNER : MINIMOS QUADRADOS COMUNS

MODELO 1 : MAD-DE-DEPA

R2 = 0.4956 F = 9.8267

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0519	0.0063	8.2962
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0737	0.0508	-1.4509
PRECO DE COMBUSTIVEIS	0.0225	0.0430	0.5235
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0006	0.0052	-0.1108
PRODUTO BRUTO	-0.0172	0.0031	-5.4983
INTERCEPTO	0.2889	0.1794	1.6104
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0032	0.0087	-0.9505
TEMPO (ANO)	-0.0035	0.0031	-1.1571

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

R2 = 0.5226 F = 10.9474

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0642	0.0022	-7.8391
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	0.1044	0.0665	1.5704
PRECO DE COMBUSTIVEIS	-0.0296	0.0563	-0.5252
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0016	0.0062	-0.2267
PRODUTO BRUTO	0.0240	0.0041	5.8805
INTERCEPTO	0.5145	0.2349	2.1902
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0114	0.0113	1.0039
TEMPO (ANO)	0.0057	0.0040	1.4273

MODELO 3 : COMBUSTIVEL

R2 = 0.4526 F = 8.2687

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0064	0.0021	3.1111
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0189	0.0166	-1.1383
PRECO DE COMBUSTIVEIS	0.0003	0.0141	0.0237
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0048	0.0017	2.8294
PRODUTO BRUTO	-0.0049	0.0010	-4.6571
INTERCEPTO	0.0006	0.0588	0.0109
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0067	0.0028	-2.3615
TEMPO (ANO)	0.0004	0.0010	0.3937

MODELO 4 : ENERGIA ELETRICA

R2 = 0.2282 F = 2.9561

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0013	0.0010	1.2648
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0053	0.0084	-0.6299
PRECO DE COMBUSTIVEIS	0.0026	0.0071	0.3591
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0015	0.0009	-1.7511
PRODUTO BRUTO	-0.0020	0.0005	-3.8911
INTERCEPTO	0.0528	0.0298	1.7710
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0013	0.0014	0.9167
TEMPO (ANO)	-0.0006	0.0005	-1.1025

TAXAS CONSTANTES DE MUDANCA TECNOLÓGICA  
 REGRESSÕES APARTEMENTE NAQ CORRELAÇÔES SEM RESTRIÇÃO : SEGUNDO ESTAGIO

MODELO 1 : MAQ-DE-Q3FA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0519	0.0060	8.7015
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0735	0.0464	-1.5197
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0224	0.0410	0.5472
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0006	0.0050	-0.1167
PRODUTO BRUTO	-0.0172	0.0030	-5.7675
INTERCEPTO	0.2890	0.1711	1.6895
DUMMY CRISE PETRÓLEO	-0.0002	0.0003	-0.9950
TEMPO (ANO)	-0.0035	0.0029	-1.2128

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0662	0.0070	-8.2207
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.1044	0.0634	1.6471
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0296	0.0537	-0.5500
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0016	0.0065	-0.2378
PRODUTO BRUTO	0.0240	0.0035	6.1675
INTERCEPTO	0.5145	0.2240	2.2971
DUMMY CRISE PETRÓLEO	0.0114	0.0108	1.0519
TEMPO (ANO)	0.0057	0.0038	1.4969

MODELO 3 : COMBUSTÍVEL

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0064	0.0020	3.2630
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0129	0.0159	-1.1938
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0003	0.0134	0.0249
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0048	0.0016	2.9675
PRODUTO BRUTO	-0.0048	0.0010	-4.8844
INTERCEPTO	0.0006	0.0561	0.0114
DUMMY CRISE PETRÓLEO	-0.0067	0.0027	-2.4768
TEMPO (ANO)	0.0004	0.0010	0.4129

MODELO 4 : ENERGIA ELÉTRICA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0013	0.0010	1.3265
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0053	0.0080	-0.6606
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0026	0.0008	0.3766
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0015	0.0008	-1.8365
PRODUTO BRUTO	-0.0020	0.0005	-4.0910
INTERCEPTO	0.0284	0.0284	1.8574
DUMMY CRISE PETRÓLEO	0.0013	0.0014	0.9615
TEMPO (ANO)	-0.0006	0.0005	-1.1563

TAXAS CONSTANTES DE MUDANCA TECNOLOGICA  
REGRESSOES APARENTEMENTE NAO CUMULACIONADAS COM RESTIFICAO : SEGUNDO ESTAGIO

MODELO 1 : MAO-DE-OBRA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0516	0.0058	8.0628
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0637	0.0076	-8.3985
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0064	0.0018	3.3127
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0013	0.0010	1.3685
PRODUTO BRUTO	-0.0168	0.0028	-5.9969
INTERCEPTO	0.2187	0.0813	2.6908
DUMMY CRISE PETRÓLEO	-0.0066	0.0064	-1.0346
TEMPO (ANO)	-0.0023	0.0011	-2.0127

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0637	0.0076	-8.3985
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.0959	0.0265	3.6226
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0174	0.0152	-1.1461
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0045	0.0029	-1.5625
PRODUTO BRUTO	0.0234	0.0037	6.3501
INTERCEPTO	0.5700	0.1206	4.7274
DUMMY CRISE PETRÓLEO	0.0101	0.0067	1.1651
TEMPO (ANO)	0.0047	0.0018	2.6901

MODELO 3 : COMBUSTIVEL

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0064	0.0019	3.3127
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0174	0.0152	-1.1461
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0002	0.0131	-0.0118
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0048	0.0016	3.1037
PRODUTO BRUTO	-0.0048	0.0010	-4.9300
INTERCEPTO	0.0027	0.0533	0.0507
DUMMY CRISE PETRÓLEO	-0.0066	0.0027	-2.4573
TEMPO (ANO)	0.0004	0.0009	0.4316

MODELO 4 : ENERGIA ELÉTRICA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0013	0.0010	1.3685
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0045	0.0029	-1.5626
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0048	0.0016	3.1037
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0015	0.0008	-1.7071
PRODUTO BRUTO	-0.0020	0.0005	-4.1090
INTERCEPTO	0.0686	0.0159	4.3018
DUMMY CRISE PETRÓLEO	0.0012	0.0011	1.1223
TEMPO (ANO)	-0.0008	0.0002	-3.4774

TAXAS CONSTANTES DE MUDANCA TECNOLOGICA  
PRIMEIRO ESTAGIO DE ZELLNER : M7NINHOS QUADRADOS COMUNS

MODELO 1 : MAO-DE-OBRA

R2 = 0.8529 F = 28.9914

VARIABEL	COEFICIENTE	DFSVIC	T
SALARIO	0.0668	0.0071	9.4290
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	-0.1653	0.1383	-1.1954
PRECO DE COMBUSTIVEIS	-0.0217	0.0588	-0.3696
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0096	0.0104	0.9272
PRODUTO BRUTO	-0.0327	0.0040	-6.7514
INTERCEPTO	0.0003	0.2028	0.0017
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0032	0.0082	-0.3846
TEMPO (ANO)	0.0006	0.0037	0.1615

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

R2 = 0.1537 F = 0.9082

VARIABEL	COEFICIENTE	DFSVIC	T
SALARIO	-0.0341	0.0338	-1.6026
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	0.1770	0.3255	0.5439
PRECO DE COMBUSTIVEIS	-0.0459	0.1449	-0.3238
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0312	0.0482	-0.6754
PRODUTO BRUTO	0.0112	0.0207	0.5417
INTERCEPTO	-0.0675	1.0594	-0.0637
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0348	0.0411	-0.8462
TEMPO (ANO)	0.0151	0.0195	0.7710

MODELO 3 : COMBUSTIVEL

R2 = 0.3395 F = 2.5699

VARIABEL	COEFICIENTE	DFSVIC	T
SALARIO	0.0014	0.0011	1.2137
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0180	0.0110	-1.6295
PRECO DE COMBUSTIVEIS	-0.0016	0.0049	-0.3341
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0006	0.0016	0.4053
PRODUTO BRUTO	-0.0010	0.0007	-1.4961
INTERCEPTO	0.0268	0.0360	0.7466
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0013	0.0014	0.9341
TEMPO (ANO)	-0.0005	0.0007	-0.8228

MODELO 4 : ENERGIA ELETRICA

R2 = 0.6487 F = 9.2331

VARIABEL	COEFICIENTE	DFSVIC	T
SALARIO	-0.0013	0.0019	-0.6823
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0384	0.0181	-2.1210
PRECO DE COMBUSTIVEIS	0.0055	0.0081	0.6776
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0033	0.0026	1.2804
PRODUTO BRUTO	-0.0065	0.0011	-5.6531
INTERCEPTO	0.0419	0.0588	0.7123
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0021	0.0023	-0.9250
TEMPO (ANO)	-0.0002	0.0011	-0.1412



TAXAS CONSTANTES DE MUDANCA TECNOLÓGICA  
REGRESSÕES APARENTEMENTE NÃO CORRELACIONADAS SEM RESTRIÇÃO : SEGUNDO ESTAGIO

MODELO 1 : MÃO-DE-OBRA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0668	0.0064	10.3033
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.1652	0.1262	-1.3084
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0220	0.0537	-0.4092
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0088	0.0094	0.9333
PRODUTO BRUTO	-0.0323	0.0044	-7.4037
INTERCEPTO	0.0014	0.1851	0.0075
DUMMY CRISE PETRÓLEO	-0.0030	0.0075	-0.4067
TEMPO (ANO)	0.0006	0.0034	0.1656

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0534	0.0308	-1.7352
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.1764	0.2972	0.5937
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0450	0.1323	-0.3400
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0327	0.0420	-0.7775
PRODUTO BRUTO	0.0104	0.0188	0.5555
INTERCEPTO	-0.0549	0.9668	-0.0568
DUMMY CRISE PETRÓLEO	-0.0349	0.0375	-0.9293
TEMPO (ANO)	0.0149	0.0178	0.8362

MODELO 3 : COMBUSTÍVEL

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0014	0.0010	1.3043
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0160	0.0103	-1.7325
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0017	0.0045	-0.3846
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0007	0.0014	0.4899
PRODUTO BRUTO	-0.0010	0.0006	-1.5998
INTERCEPTO	0.0253	0.0328	0.8022
DUMMY CRISE PETRÓLEO	0.0013	0.0013	1.0261
TEMPO (ANO)	-0.0005	0.0006	-0.8912

MODELO 4 : ENERGIA ELÉTRICA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0013	0.0017	-0.7799
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0303	0.0165	-2.3206
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0053	0.0073	0.7215
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0034	0.0023	1.4621
PRODUTO BRUTO	-0.0064	0.0010	-6.1899
INTERCEPTO	0.0409	0.0537	0.7622
DUMMY CRISE PETRÓLEO	-0.0021	0.0021	-1.0105
TEMPO (ANO)	-0.0001	0.0010	-0.1426

TAXAS CONSTANTES DE MUDANCA TECNOLÓGICA  
REGRESSOES APARENTEMENTE NÃO CORRELACIONADAS COM RESTRIÇÃO : SEGUNDO ESTAGIO

MODELO 1 : MAD-DE-CBRA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARJO	0.0685	0.0063	10.8532
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0617	0.0294	-2.0954
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0014	0.0010	1.3707
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0010	0.0017	-0.6298
PRODUTO BRUTO	-0.0350	0.0036	-9.2148
INTERCEPTO	0.0504	0.0825	0.6110
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0070	0.0084	-1.1062
TEMPO (ANO)	0.0009	0.0013	0.7055

MODELO 2 : MATEFIAS PRIMAS

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARJO	-0.0617	0.0294	-2.0954
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.0597	0.2836	0.2264
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0147	0.0093	-1.5766
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0272	0.0131	-2.0695
PRODUTO BRUTO	0.0110	0.0163	0.6751
INTERCEPTO	0.1314	0.4546	0.2890
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0306	0.0372	-0.8238
TEMPO (ANO)	0.0100	0.0103	0.9733

MODELO 3 : COMEUSTIVEL

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARJO	0.0014	0.0010	1.3707
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0147	0.0093	-1.5766
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0017	0.0040	-0.4081
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0005	0.0013	0.3903
PRODUTO BRUTO	-0.0011	0.0006	-1.7235
INTERCEPTO	0.0256	0.0303	0.8465
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0011	0.0012	0.8695
TEMPO (ANO)	-0.0005	0.0005	-0.8265

MODELO 4 : ENERGIA ELÉTRICA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARJO	-0.0010	0.0017	-0.6298
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0272	0.0131	-2.0695
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0005	0.0013	0.3903
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0032	0.0020	1.6243
PRODUTO BRUTO	-0.0065	0.0010	-6.4483
INTERCEPTO	0.0091	0.0262	0.3477
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0025	0.0020	-1.2577
TEMPO (ANO)	0.0005	0.0006	0.9715

TAXAS CONSTANTES DE MUDANCA TECNOLÓGICA  
PRIMEIRO ESTAGIO DE ZELLNER : MINIMOS QUADRADOS COMUNS

MODELO 1 : MAD-DE-CGRA  
R2 = 0.5083 F = 13.4410

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.1041	C.0119	0.7360
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0256	0.1677	-3.7309
PRECO DE COMBUSTIVEIS	0.1115	0.0645	1.7286
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0279	0.0100	2.7691
PRODUTO BRUTO	-0.0037	0.0075	-0.4875
INTERCEPTO	1.1090	0.3892	3.3634
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0099	0.0141	-0.7006
TEMPO (ANO)	-0.0300	0.0079	-3.8103

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS  
R2 = 0.6839 F = 12.1901

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.1253	0.0165	-7.5749
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	0.9731	0.2327	4.1317
PRECO DE COMBUSTIVEIS	-0.1769	0.0895	-1.9741
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0280	0.0139	-2.0131
PRODUTO BRUTO	-0.0052	0.0104	-0.4949
INTERCEPTO	-0.9533	0.5461	-1.7649
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0207	0.0195	1.0608
TEMPO (ANO)	0.0469	0.0109	4.2823

MODELO 3 : COMBUSTIVEL  
R2 = 0.4145 F = 9.2022

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0016	0.0014	1.1660
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0693	0.0199	-3.5169
PRECO DE COMBUSTIVEIS	0.0117	0.0076	1.5298
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0014	0.0012	1.2036
PRODUTO BRUTO	-0.0002	0.0009	-0.2030
INTERCEPTO	0.1451	0.0461	3.1477
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0003	0.0017	-0.1670
TEMPO (ANO)	-0.0033	0.0009	-3.5412

MODELO 4 : ENERGIA ELETRICA  
R2 = 0.2243 F = 3.7582

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0050	0.0022	2.2855
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0040	0.0306	-2.0804
PRECO DE COMBUSTIVEIS	0.0098	0.0118	0.8276
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0042	0.0010	2.2943
PRODUTO BRUTO	0.0043	0.0014	3.0979
INTERCEPTO	0.1665	0.0711	2.3405
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0010	0.0026	0.4001
TEMPO (ANO)	-0.0038	0.0014	-2.6700

SETOR : TEXTIL  
 TAXAS CONSTANTES DE MUDANCA TECNOLÓGICA  
 REGRESSOES APARENTEMENTE NAO CORRELACIONADAS SEM RESTRIÇÃO : SEGUNDO ESTAGIO

MODELO 1 : 1AD-DE-OTRA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.1041	0.0115	9.0662
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0236	0.1615	-3.0731
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.1116	0.0622	1.7956
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0279	0.0097	2.8944
PRODUTO BRUTO	-0.0037	0.0073	-0.5054
INTERCEPTO	1.3097	0.3750	3.4921
DUMMY CRISE PETRÓLEO	-0.0099	0.0136	-0.7272
TEMPO (ANO)	-0.0300	0.0076	-3.9560

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.1253	0.0159	-7.0606
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.9731	0.2242	4.3396
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.1758	0.0263	-2.0486
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0280	0.0134	-2.0391
PRODUTO BRUTO	-0.0092	0.0101	-0.9135
INTERCEPTO	-0.9533	0.5205	-1.8316
DUMMY CRISE PETRÓLEO	0.0207	0.0180	1.1008
TEMPO (ANO)	0.0468	0.0105	4.4440

MODELO 3 : COMBUSTIVEL

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0016	0.0014	1.2101
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0698	0.0191	-3.6497
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0117	0.0074	1.5875
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0014	0.0011	1.2490
PRODUTO BRUTO	-0.0002	0.0009	-0.2107
INTERCEPTO	0.1451	0.0444	3.2665
DUMMY CRISE PETRÓLEO	-0.0003	0.0016	-0.1739
TEMPO (ANO)	-0.0033	0.0009	-3.6749

MODELO 4 : ENERGIA ELÉTRICA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0050	0.0021	2.3718
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0640	0.0295	-2.1693
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0098	0.0114	0.8589
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0042	0.0018	2.3809
PRODUTO BRUTO	0.0043	0.0013	3.2148
INTERCEPTO	0.1665	0.0685	2.4288
DUMMY CRISE PETRÓLEO	0.0010	0.0025	0.4152
TEMPO (ANO)	-0.0038	0.0014	-2.7703

MODELO 1 : MAD-DE-OSRA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.1053	0.0115	9.1683
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.1278	0.0159	-8.0295
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0019	0.0014	1.3690
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0057	0.0021	2.7156
PRODUTO BRUTO	-0.0005	0.0072	-0.0662
INTERCEPTO	0.9433	0.1929	4.8922
DUMMY CRISE PETRÓLEO	0.0007	0.0127	0.0562
TEMPO (ANO)	-0.0154	0.0033	-4.6675

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.1278	0.0159	-8.0295
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.3150	0.0659	4.7912
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0322	0.0128	-2.5175
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0006	0.0052	0.1090
PRODUTO BRUTO	-0.0093	0.0100	-0.9340
INTERCEPTO	-0.4770	0.2759	-1.7295
DUMMY CRISE PETRÓLEO	0.0067	0.0176	0.3821
TEMPO (ANO)	0.0276	0.0049	5.6884

MODELO 3 : COMBUSTIVEL

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0019	0.0014	1.3690
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0322	0.0128	-2.5175
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0043	0.0052	0.8178
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0004	0.0009	-0.4066
PRODUTO BRUTO	0.0001	0.0009	0.0916
INTERCEPTO	0.1233	0.0355	3.4762
DUMMY CRISE PETRÓLEO	0.0005	0.0016	0.3030
TEMPO (ANO)	-0.0023	0.0007	-3.3500

MODELO 4 : ENERGIA ELÉTRICA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0057	0.0021	2.7156
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.0006	0.0052	0.1090
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0004	0.0009	-0.4056
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0013	0.0013	1.0343
PRODUTO BRUTO	0.0047	0.0013	3.5419
INTERCEPTO	0.1459	0.0355	4.1048
DUMMY CRISE PETRÓLEO	0.0022	0.0023	0.9291
TEMPO (ANO)	-0.0023	0.0006	-3.8454

SETOR : VESTUARIO E CALÇADOS  
 TAXAS CONSTANTES DE MUDANÇA TECNOLÓGICA  
 PRIMEIRO ESTAGIO DE ZELLNER : MINIMOS QUADRADOS COMUNS

C-58

MODELO 1 : MAO-DE-OBRA

R2 = 0.3385 F = 6.1397

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0693	0.0136	5.0915
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.0328	0.0391	0.3680
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0175	0.0520	-0.3362
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0108	0.0116	0.9335
PRODUTO BRUTO	-0.0036	0.0041	-0.8900
INTERCEPTO	0.0566	0.3914	0.1447
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0139	0.0155	0.7158
TEMPO (ANO)	0.0014	0.0048	0.2936

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

R2 = 0.2448 F = 3.8294

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0665	0.0155	-4.2944
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0653	0.1013	-0.6446
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0093	0.0591	0.1577
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0045	0.0132	-0.3437
PRODUTO BRUTO	0.0058	0.0047	1.2486
INTERCEPTO	0.7832	0.4454	1.7586
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0214	0.0222	-0.9644
TEMPO (ANO)	-0.0002	0.0055	-0.0343

MODELO 3 : COMBUSTÍVEL

R2 = 0.1746 F = 2.5383

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0027	0.0013	-2.1280
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.0131	0.0023	1.5641
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0027	0.0049	0.5463
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0001	0.0011	-0.0926
PRODUTO BRUTO	-0.0002	0.0004	-0.4550
INTERCEPTO	0.0302	0.0367	0.8224
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0011	0.0019	0.6120
TEMPO (ANO)	-0.0001	0.0004	-0.1916

MODELO 4 : ENERGIA ELETRICA

R2 = 0.3653 F = 6.9056

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0019	0.0008	-2.5861
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.0050	0.0049	1.0189
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0023	0.0029	0.8163
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0012	0.0006	-1.8710
PRODUTO BRUTO	-0.0013	0.0002	-5.9214
INTERCEPTO	0.0251	0.0216	1.1642
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0014	0.0011	1.2697
TEMPO (ANO)	-0.0000	0.0003	-0.0794

SECTOR : VESTUARIO E CALÇADOS  
TAXAS CONSTANTES DE MURAHCA TECNOLÓGICA  
REGRESSÕES PARENTEMENTE NA CORRELACIONADAS SEY RESTIFICAD : SEGUNDO ESTAGIO

MODELO 1 : MAO-DE-OBRA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0693	0.0131	5.2992
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.0326	0.0056	0.3615
PREÇO DE COMBUSTIVEIS	-0.0176	0.0499	-0.3529
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0109	0.0111	0.9722
PRODUTO BRUTO	-0.0036	0.0039	-0.9272
INTERCEPTO	0.0553	0.3761	0.1471
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0139	0.0187	0.7434
TEMPO (ANO)	0.0014	0.0046	0.3093

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0665	0.0149	-4.4707
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0056	0.0974	-0.6743
PREÇO DE COMBUSTIVEIS	0.0089	0.0562	0.1554
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0045	0.0127	-0.3556
PRODUTO BRUTO	0.0056	0.0045	1.2991
INTERCEPTO	0.7796	0.4279	1.8219
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0215	0.0213	-1.0075
TEMPO (ANO)	-0.0001	0.0052	-0.0268

MODELO 3 : COMBUSTIVEL

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0027	0.0012	-2.2151
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.0131	0.0080	1.6275
PREÇO DE COMBUSTIVEIS	0.0027	0.0047	0.5673
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0001	0.0010	-0.0965
PRODUTO BRUTO	-0.0002	0.0004	-0.4753
INTERCEPTO	0.0301	0.0352	0.8550
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0011	0.0018	0.6372
TEMPO (ANO)	-0.0001	0.0004	-0.1903

MODELO 4 : ENERGIA ELETRICA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0019	0.0007	-2.6919
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.0050	0.0047	1.0605
PREÇO DE COMBUSTIVEIS	0.0023	0.0022	0.8496
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0012	0.0006	-1.9474
PRODUTO BRUTO	-0.0013	0.0002	-6.1631
INTERCEPTO	0.0251	0.0207	1.2117
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0014	0.0010	1.3215
TEMPO (ANO)	-0.0000	0.0003	-0.0826

SETOR : VESTUARIO E CALÇADOS  
TAXAS CONSTANTES DE MUDANCA TECNOLÓGICA  
REGRESSOES APARENTEMENTE NAO CORRELACIONADAS COM RESIFICAC : SEGUNDO ESTAGIO

MODELO 1 : MAO-DE-OBRA

VARIÁVEL	COCFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0699	0.0122	5.7450
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0653	0.0138	-4.7590
PRECO DE COMBUSTIVEIS	-0.0035	0.0012	-2.9602
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0017	0.0007	-2.4835
PRODUTO BRUTO	-0.0054	0.0036	-1.5117
INTERCEPTO	0.0672	0.1467	0.4582
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0057	0.0109	-0.5283
TEMPO (ANO)	-0.0007	0.0023	-0.2977

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

VARIÁVEL	COCFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0658	0.0138	-6.7590
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	0.0526	0.0189	2.7775
PRECO DE COMBUSTIVEIS	0.0032	0.0048	0.6713
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0060	0.0016	3.6976
PRODUTO BRUTO	0.0073	0.0041	1.7933
INTERCEPTO	0.8413	0.1696	4.9607
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0017	0.0126	0.1362
TEMPO (ANO)	0.0012	0.0026	0.4770

MODELO 3 : COMBUSTIVEL

VARIÁVEL	COCFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0035	0.0012	-2.9608
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	0.0032	0.0048	0.6713
PRECO DE COMBUSTIVEIS	-0.0008	0.0033	-0.2306
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0013	0.0008	1.6077
PRODUTO BRUTO	0.0000	0.0004	0.0770
INTERCEPTO	-0.0030	0.0247	-0.1233
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0007	0.0014	-0.5060
TEMPO (ANO)	0.0002	0.0004	0.6405

MODELO 4 : ENERGIA ELETRICA

VARIÁVEL	COCFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0017	0.0007	-2.4835
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	0.0060	0.0016	3.6976
PRECO DE COMBUSTIVEIS	0.0013	0.0008	1.6077
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0015	0.0005	-3.1697
PRODUTO BRUTO	-0.0014	0.0002	-6.6577
INTERCEPTO	0.0211	0.0094	2.2455
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0017	0.0007	2.4493
TEMPO (ANO)	0.0000	0.0001	0.3450



ALIAS - COPULOS ALIMENTARES  
 TAXAS CONSTANTES DE MUDANCA TECNOLOGICA  
 PRIMEIRO ESTAGIO DE ZELLNER : MINIMOS QUADRADOS COMUNS

MODELO 1 : HAO-DE-ODRA

R2 = 0.0245 F = 0.5013

VARIABEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0003	0.0136	-0.0194
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	0.0172	0.0339	0.5067
PRECO DE COMBUSTIVEIS	0.0257	0.0405	0.6361
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0002	0.0095	-0.0095
PRODUTO BRUTO	-0.0061	0.0007	-0.9155
INTERCEPTO	0.3635	0.2703	1.3444
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0113	0.0115	1.0229
TEMPO (ANO)	-0.0034	0.0040	-0.8547

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

R2 = 0.0277 F = 0.5694

VARIABEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0023	0.0265	0.0887
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0278	0.0600	-0.4213
PRECO DE COMBUSTIVEIS	-0.0512	0.0789	-0.6500
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0038	0.0184	0.2066
PRODUTO BRUTO	0.0104	0.0130	0.8008
INTERCEPTO	0.1956	0.5260	0.3719
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0186	0.0224	-0.8324
TEMPO (ANO)	0.0083	0.0078	1.0608

MODELO 3 : COMBUSTIVEL

R2 = 0.1510 F = 3.5558

VARIABEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0010	0.0031	0.3070
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	0.0093	0.0078	1.1866
PRECO DE COMBUSTIVEIS	-0.0001	0.0094	-0.0079
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0017	0.0022	-0.7696
PRODUTO BRUTO	-0.0031	0.0015	-2.0338
INTERCEPTO	0.1149	0.0625	1.8379
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0015	0.0027	0.5510
TEMPO (ANO)	-0.0009	0.0009	-0.9810

MODELO 4 : ENERGIA ELETRICA

R2 = 0.0407 F = 0.8476

VARIABEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0033	0.0058	0.5695
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	0.0135	0.0145	0.9300
PRECO DE COMBUSTIVEIS	0.0076	0.0174	0.4406
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0052	0.0041	1.2777
PRODUTO BRUTO	-0.0024	0.0029	-0.8401
INTERCEPTO	0.1469	0.1159	1.2676
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0064	0.0049	1.2881
TEMPO (ANO)	-0.0013	0.0017	-0.7260

SECTOR : PRODUTOS ALIMENTARES  
 TAXAS CONSTANTES DE MUDANCA TECNOLÓGICA  
 REGRESSOS MPARENTEMENTE NAC CORRELACIONADAS SEM RESTRIÇAO : SEGUNDO ESTAGIO

MODELO 1 : MAO-DE-OBRA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVID	T
SALARIO	-0.0003	0.0133	-0.0206
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.0172	0.0331	0.5191
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0257	0.0395	0.6518
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0008	0.0022	-0.0917
PRODUTO BRUTO	-0.0051	0.0065	-0.9381
INTERCEPTO	0.3635	0.2638	1.3776
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0119	0.0112	1.0492
TEMPO (ANO)	-0.0034	0.0035	-0.0759

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVID	T
SALARIO	0.0024	0.0258	0.0911
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0278	0.0644	-0.4317
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0512	0.0769	-0.6660
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0038	0.0180	0.2117
PRODUTO BRUTO	0.0104	0.0127	0.0206
INTERCEPTO	0.1956	0.5134	0.3850
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0186	0.0218	-0.0530
TEMPO (ANO)	0.0093	0.0077	1.0870

MODELO 3 : COMBUSTIVEL

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVID	T
SALARIO	0.0010	0.0031	0.3147
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.0093	0.0077	1.2160
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0001	0.0091	-0.0001
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0017	0.0021	-0.7896
PRODUTO BRUTO	-0.0031	0.0015	-2.0839
INTERCEPTO	0.1149	0.0610	1.8832
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0015	0.0026	0.5646
TEMPO (ANO)	-0.0009	0.0009	-1.0052

MODELO 4 : ENERGIA ELÉTRICA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVID	T
SALARIO	0.0033	0.0057	0.5937
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.0142	0.0142	0.9530
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0076	0.0169	0.4514
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0052	0.0040	1.3093
PRODUTO BRUTO	-0.0024	0.0028	-0.0608
INTERCEPTO	0.1469	0.1131	1.2989
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0064	0.0048	1.3199
TEMPO (ANO)	-0.0013	0.0017	-0.7440

SETOR : PRODUTOS ALIMENTARES  
TAXAS CONSTANTES DE MUDANCA TECNOLGICA  
REGRESSOS APARENTEMENTE NAQ COEFELICIAOJAS COM RESTFICAC : SEGUNDO ESTACIO

MODELO 1 : MAQ-DE-OPRA

VARIABEL	COEFICIENTE	DESVIC	T
SALARIO	-0.0036	0.0102	-0.3493
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	0.0032	0.0196	0.4170
PRECO DE COMBUSTIVEIS	0.0003	0.0024	0.1157
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0002	0.0043	0.0432
PRODUTO BRUTO	-0.0052	0.0015	-0.9457
INTERCEPTO	0.1928	0.1334	1.4452
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0123	0.0102	1.2075
TEMPO (ANO)	-0.0012	0.0020	-0.6204

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

VARIABEL	COEFICIENTE	DESVIC	T
SALARIO	0.0042	0.0196	0.4170
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0095	0.0390	-0.2447
PRECO DE COMBUSTIVEIS	0.0070	0.0051	1.3717
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0036	0.0085	0.4280
PRODUTO BRUTO	0.0092	0.0108	0.8546
INTERCEPTO	0.5772	0.2596	2.2237
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0200	0.0199	-1.0066
TEMPO (ANO)	0.0033	0.0038	0.8575

MODELO 3 : COMEUSTIVEL

VARIABEL	COEFICIENTE	DESVIC	T
SALARIO	0.0003	0.0024	0.1157
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	0.0070	0.0051	1.3717
PRECO DE COMBUSTIVEIS	-0.0068	0.0032	-2.1360
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0017	0.0012	-1.4340
PRODUTO BRUTO	-0.0030	0.0013	-2.2976
INTERCEPTO	0.0707	0.0356	1.9848
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0016	0.0024	0.6658
TEMPO (ANO)	-0.0003	0.0005	-0.6333

MODELO 4 : ENERGIA ELETRICA

VARIABEL	COEFICIENTE	DESVID	T
SALARIO	0.0002	0.0043	0.0432
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	0.0036	0.0085	0.4280
PRECO DE COMBUSTIVEIS	-0.0017	0.0012	-1.4340
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0050	0.0022	2.5053
PRODUTO BRUTO	-0.0014	0.0024	-0.6052
INTERCEPTO	0.0710	0.0572	1.2407
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0057	0.0044	1.3119
TEMPO (ANO)	-0.0004	0.0008	-0.5067

SEIQR : BEBIDAS  
TAXAS CONSTANTES DE MUDANCA TECNOLÓGICA  
PRIMEIRO ESTAGIO DE ZELLNER : MÍNIMOS QUANTITATIVOS COMUNS

MODELO 1 : MAD-DE-03RA

R2 = 0.1793 F = 3.4957

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0642	0.0160	4.0169
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.0603	0.0582	1.0452
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.1013	0.0956	1.0656
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0004	0.0144	0.0272
PRODUTO BRUTO	-0.0225	0.0079	-2.8558
INTERCEPTO	1.6457	0.8581	1.9178
DUMMY CRISE PETRÓLEO	-0.0023	0.0160	-0.1463
TEMPO (ANO)	-0.0182	0.0110	-1.6542

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

R2 = 0.3435 F = 8.3707

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0622	0.0229	-2.7109
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.1233	0.0834	-1.4843
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.2133	0.1370	-1.5570
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0273	0.0207	1.3452
PRODUTO BRUTO	0.0309	0.0113	2.7293
INTERCEPTO	-2.5450	1.2300	-1.9065
DUMMY CRISE PETRÓLEO	0.0269	0.0230	1.1712
TEMPO (ANO)	0.0385	0.0150	2.4416

MODELO 3 : COMBUSTÍVEL

R2 = 0.3815 F = 9.8705

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0036	0.0054	-0.6627
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.0014	0.0197	0.0705
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0167	0.0323	-0.5178
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0024	0.0049	-0.4836
PRODUTO BRUTO	-0.0026	0.0027	-0.9724
INTERCEPTO	0.1163	0.2901	0.4009
DUMMY CRISE PETRÓLEO	-0.0083	0.0054	-1.5297
TEMPO (ANO)	-0.0007	0.0037	-0.1926

MODELO 4 : ENERGIA ELÉTRICA

R2 = 0.1445 F = 2.7024

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0043	0.0041	-1.1708
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.0072	0.0148	0.4076
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0300	0.0243	1.2360
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0071	0.0037	1.9310
PRODUTO BRUTO	0.0007	0.0020	0.3593
INTERCEPTO	0.1645	0.2121	0.7544
DUMMY CRISE PETRÓLEO	-0.0114	0.0041	-2.8000
TEMPO (ANO)	-0.0016	0.0028	-0.5030

SETOR : REBIDAS  
TAXAS CONSTANTES DE MUDANCA TECNOLGICA  
REGRESSOES APARENTEMENTE NAO CORRELACIONADAS SEM RESTRICAO : SEGUNDO ESTAGIO

MODELO 1 : MAO-DE-OBRA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIC	T
SALARIO	0.0642	0.0155	4.1337
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	0.0600	0.0564	1.0774
PRECO DE COMBUSTIVEIS	0.1018	0.0927	1.0984
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0004	0.0140	0.0290
PRODUTO BRUTO	-0.0226	0.0077	-2.9430
INTERCEPTO	1.6457	0.0325	1.9758
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0023	0.0155	-0.1508
TEMPO (ANO)	-0.0182	0.0107	-1.7052

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIC	T
SALARIO	-0.0622	0.0222	-2.7944
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	-0.1238	0.0909	-1.5300
PRECO DE COMBUSTIVEIS	-0.2133	0.1329	-1.6049
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0273	0.0201	1.3866
PRODUTO BRUTO	0.0309	0.0110	2.8133
INTERCEPTO	-2.3450	1.1933	-1.9652
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0269	0.0223	1.2072
TEMPO (ANO)	0.0385	0.0153	2.5168

MODELO 3 : COMBUSTIVEL

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIC	T
SALARIO	-0.0636	0.0052	-0.6831
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	0.0014	0.0191	0.0727
PRECO DE COMBUSTIVEIS	-0.0167	0.0313	-0.5337
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0024	0.0047	-0.4985
PRODUTO BRUTO	-0.0026	0.0026	-1.0023
INTERCEPTO	0.1163	0.2814	0.4132
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0003	0.0053	-1.5768
TEMPO (ANO)	-0.0007	0.0036	-0.1985

MODELO 4 : ENERGIA ELETRICA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIC	T
SALARIO	-0.0048	0.0039	-1.2068
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	0.0072	0.0143	0.5020
PRECO DE COMBUSTIVEIS	0.0300	0.0236	1.2740
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0071	0.0036	1.9904
PRODUTO BRUTO	0.0007	0.0019	0.3704
INTERCEPTO	0.1645	0.2116	0.7776
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0114	0.0039	-2.8862
TEMPO (ANO)	-0.0016	0.0027	-6.6009

SETOR : SEEDTAS  
TAXAS CONSTANTES DE MUDANCA TECNOLOGICA  
REGRESSOES APARENTEMENTE NAO COFRELACIONADAS COM RESIDUAIS : SEGUNDO ESTAGIO

MODELO 1 : MAO-DE-OBRA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIC	T
SALARIO	0.0533	0.0132	3.0685
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0443	0.0182	-2.4314
PRECO DE COMBUSTIVEIS	-0.0049	0.0051	-0.9614
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0021	0.0036	-0.5927
PRODUTO BRUTO	-0.0194	0.0067	-2.8992
INTERCEPTO	0.4140	0.2033	2.0363
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0030	0.0148	0.2026
TEMPO (ANO)	-0.0037	0.0029	-1.2722

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIC	T
SALARIO	-0.0443	0.0182	-2.4314
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	0.0259	0.0140	0.7610
PRECO DE COMBUSTIVEIS	-0.0073	0.0145	-0.5002
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0068	0.0067	1.0142
PRODUTO BRUTO	0.0210	0.0091	2.3050
INTERCEPTO	-0.2588	0.3211	-0.8962
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0178	0.0212	0.8392
TEMPO (ANO)	-0.0130	0.0044	2.9485

MODELO 3 : COMBUSTIVEL

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIC	T
SALARIO	-0.0049	0.0051	-0.9614
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0073	0.0145	-0.5002
PRECO DE COMBUSTIVEIS	-0.0427	0.0220	-1.9417
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0052	0.0038	1.3571
PRODUTO BRUTO	-0.0008	0.0025	-0.3131
INTERCEPTO	-0.0897	0.1951	-0.4506
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0074	0.0051	-1.4390
TEMPO (ANO)	0.0020	0.0026	0.7847

MODELO 4 : ENERGIA ELETRICA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIC	T
SALARIO	-0.0021	0.0036	-0.5927
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	0.0068	0.0067	1.0142
PRECO DE COMBUSTIVEIS	0.0052	0.0038	1.3571
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0097	0.0034	2.8585
PRODUTO BRUTO	0.0002	0.0019	0.0896
INTERCEPTO	0.0218	0.0609	0.3571
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0102	0.0038	-2.6997
TEMPO (ANO)	0.0005	0.0008	0.6153

SECTOR : FUMG  
TAXAS CONSTANTES DE MUDANCA TECNOLGICA  
PRIMEIRO ESTAGIO DE ZELNEP : MINHOS QUADRADOS COMUNS

MODELO 1 : MAU-DE-09PA

R2 = 0.3323 F = 1.4929

VARIABEL	COEFICIENTE	DESVIJ	T
SALARIO	-0.0089	0.0165	-0.5342
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0718	0.0233	-0.8628
PRECO DE COMBUSTIVEIS	-0.0244	0.0705	-0.3466
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0317	0.0170	1.8571
PRODUTO BRUTO	0.0050	0.0096	0.5192
INTERCEPTO	-0.4975	0.4031	-1.2344
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0338	0.0189	-1.7901
TEMPO (ANO)	0.0072	0.0049	1.4849

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

R2 = 0.4396 F = 2.2687

VARIABEL	COEFICIENTE	DESVIJ	T
SALARIO	-0.0295	0.0191	-1.5423
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	0.1607	0.2055	0.5261
PRECO DE COMBUSTIVEIS	0.0437	0.2592	0.1687
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0259	0.0200	-1.2979
PRODUTO BRUTO	0.0062	0.0112	0.5543
INTERCEPTO	0.3223	0.4685	0.6880
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0115	0.0220	0.5211
TEMPO (ANO)	-0.0016	0.0056	-0.2916

MODELO 3 : COMBUSTIVEL

R2 = 0.1489 F = 0.5247

VARIABEL	COEFICIENTE	DESVIJ	T
SALARIO	-0.0027	0.0029	-0.9216
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	0.0081	0.0396	0.2045
PRECO DE COMBUSTIVEIS	-0.0093	0.0336	-0.2759
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0039	0.0027	1.4145
PRODUTO BRUTO	0.0024	0.0017	1.4244
INTERCEPTO	0.0014	0.0589	0.0246
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0002	0.0028	0.0563
TEMPO (ANO)	-0.0000	0.0007	-0.0111

MODELO 4 : ENERGIA ELETRICA

R2 = 0.6421 F = 5.3828

VARIABEL	COEFICIENTE	DESVIJ	T
SALARIO	0.0080	0.0022	3.5592
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0020	0.0097	-0.2105
PRECO DE COMBUSTIVEIS	-0.0103	0.0082	-1.3194
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0046	0.0024	1.9026
PRODUTO BRUTO	-0.0029	0.0013	-2.2346
INTERCEPTO	-0.0272	0.0599	-0.4541
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0009	0.0028	0.3143
TEMPO (ANO)	0.0008	0.0007	1.0931

TAXAS CONSTANTES DE MUDANCA TECNOLOGICA  
REGRESSOES APARENTEMENTE NAO CORRELACIONADAS SEM RESTRIÇAO : SEGUNDO ESTAGIO

MODELO 1 : MAD-DE-OBRA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0096	0.0141	-0.6104
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0712	0.0721	-0.9876
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0243	0.0610	-0.3990
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0305	0.0146	2.0841
PRODUTO BRUTO	0.0049	0.0082	0.5960
INTERCEPTO	-0.4923	0.3489	-1.4109
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0336	0.0164	-2.0553
TEMPO (ANO)	0.0071	0.0042	1.6959

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0331	0.0164	-2.0194
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.1604	0.2646	0.6063
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0439	0.2245	0.1956
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0224	0.0172	-1.3608
PRODUTO BRUTO	0.0023	0.0096	0.8724
INTERCEPTO	0.3159	0.4057	0.7786
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0112	0.0191	0.5889
TEMPO (ANO)	-0.0016	0.0049	-0.3259

MODELO 3 : COMBUSTIVEL

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0025	0.0025	-0.9874
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.0082	0.0343	0.2385
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0093	0.0291	-0.3184
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0035	0.0024	1.4922
PRODUTO BRUTO	0.0072	0.0014	1.5556
INTERCEPTO	0.0020	0.0510	0.0386
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0002	0.0024	0.0730
TEMPO (ANO)	-0.0000	0.0006	-0.0012

MODELO 4 : ENERGIA ELETRICA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0080	0.0019	4.1122
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0021	0.0064	-0.2440
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0108	0.0071	-1.5236
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0046	0.0021	2.2030
PRODUTO BRUTO	-0.0029	0.0011	-2.5835
INTERCEPTO	-0.0273	0.0519	-0.5254
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0009	0.0024	0.3620
TEMPO (ANO)	0.0008	0.0006	1.2640



TAXAS CONSTANTES DE MURANCA TECNOLÓGICA  
REGRESSÕES APARENTEMENTE NÃO CORRELACIONADAS COM RESTRIÇÃO : SEGUNDO ESTAGIO

MODELO 1 : MÃO-DE-OBRA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0045	0.0113	0.3921
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0424	0.0132	-3.2098
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0009	0.0024	-0.3523
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0079	0.0019	4.0609
PRODUTO BRUTO	-0.0036	0.0061	-0.5658
INTERCEPTO	-0.1879	0.1335	-1.4079
DUMMY CRISE PETRÓLEO	-0.0268	0.0096	-2.8006
TEMPO (ANO)	0.0036	0.0018	2.0033

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0424	0.0132	-3.2098
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.1056	0.2058	0.5132
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0107	0.0312	0.3426
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0084	0.0068	-1.2298
PRODUTO BRUTO	0.0142	0.0073	1.9476
INTERCEPTO	0.1751	0.3390	0.5166
DUMMY CRISE PETRÓLEO	0.0081	0.0155	0.5231
TEMPO (ANO)	0.0000	0.0039	0.0127

MODELO 3 : COMBUSTÍVEIS

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0009	0.0024	-0.3583
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.0107	0.0312	0.3426
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0037	0.0267	-0.1374
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0009	0.0021	0.4368
PRODUTO BRUTO	0.0012	0.0014	0.8667
INTERCEPTO	0.0154	0.0473	0.3250
DUMMY CRISE PETRÓLEO	0.0003	0.0023	0.1528
TEMPO (ANO)	-0.0002	0.0006	-0.3118

MODELO 4 : ENERGIA ELÉTRICA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0079	0.0019	4.0609
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0084	0.0068	-1.2298
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0009	0.0021	0.4368
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0050	0.0021	2.4391
PRODUTO BRUTO	-0.0028	0.0011	-2.5107
INTERCEPTO	-0.0092	0.0460	-0.2011
DUMMY CRISE PETRÓLEO	-0.0011	0.0020	-0.5501
TEMPO (ANO)	0.0004	0.0005	0.7559

SETOR : ZOOTOPIAL E GRAFICA  
TAXAS CONSTANTES DE MUDANCA TECNOLÓGICA  
PRIMEIRO ESTAGIO DE ZELLNER : MINIMOS QUADRADOS COMUNS

MODELO 1 : M40-DE-088A

R2 = 0.3006 F = 8.1658

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0627	0.0213	3.0829
PFECO DE MATERIAS PRIMAS	-0.2951	0.0532	-5.5486
PFECO DE COMBUSTIVEIS	-0.0924	0.0673	-1.3745
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0036	0.0157	-0.2310
PRODUTO BRUTO	-0.0512	0.0117	-4.3958
INTERCEPTO	-0.7571	0.4059	-1.8653
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0288	0.0172	-1.6710
TEMPO (ANO)	0.0125	0.0662	2.0259

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

R2 = 0.3529 F = 10.3619

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0521	0.0235	-2.2195
PFECO DE MATERIAS PRIMAS	0.3870	0.0586	6.6000
PFECO DE COMBUSTIVEIS	0.0674	0.0741	0.9089
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0064	0.0173	0.3678
PRODUTO BRUTO	0.0502	0.0129	3.9470
INTERCEPTO	1.4937	0.4474	3.3495
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0346	0.0190	1.8207
TEMPO (ANO)	-0.0084	0.0068	-1.2403

MODELO 3 : COMBUSTIVEL

R2 = 0.4981 F = 18.8589

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0030	0.0016	-1.9008
PFECO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0185	0.0040	-4.6401
PFECO DE COMBUSTIVEIS	-0.0025	0.0051	-0.4905
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0001	0.0012	0.0694
PRODUTO BRUTO	0.0001	0.0009	0.1176
INTERCEPTO	-0.0184	0.0306	-0.6020
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0053	0.0013	-4.0692
TEMPO (ANO)	0.0001	0.0005	0.1512

MODELO 4 : ENERGIA ELETRICA

R2 = 0.4479 F = 15.4162

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0116	0.0020	-5.8540
PFECO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0118	0.0049	-2.3804
PFECO DE COMBUSTIVEIS	0.0008	0.0063	1.0835
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0035	0.0015	2.3635
PRODUTO BRUTO	0.0005	0.0011	0.4566
INTERCEPTO	0.0413	0.0378	1.0934
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0008	0.0016	-0.5121
TEMPO (ANO)	-0.0003	0.0006	-0.5086

TAXAS CONSTANTES DE MUDANCA TECNOLGICA  
REGRESSCES APARENTEMENTE NA0 COPPELACIONADAS SEM FESTIFICAC : SEGUNDO ESTAGIO

MODELO 1 : MAD-DE-DBFA

VARIABEL	COEFICIENTE	DESVI0	T
SALARIO	0.0627	0.0207	7.0236
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	-0.2251	0.0512	-5.6927
PRECO DE COMBUSTIVEIS	-0.0924	0.0656	-1.4102
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0036	0.0153	-0.2370
PRODUTO BRUTO	-0.0512	0.0114	-4.5007
INTERCEPTO	-0.7571	0.3950	-1.9138
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0288	0.0188	-1.7144
TEMPO (ANO)	0.0125	0.0060	2.0785

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

VARIABEL	COEFICIENTE	DESVI0	T
SALARIO	-0.0521	0.0229	-2.2772
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	0.3870	0.0572	6.7714
PRECO DE COMBUSTIVEIS	0.0674	0.0723	0.9325
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0064	0.0189	0.3774
PRODUTO BRUTO	0.0509	0.0125	4.0496
INTERCEPTO	1.4287	0.4381	3.4365
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0346	0.0185	1.8580
TEMPO (ANO)	-0.0084	0.0066	-1.2725

MODELO 3 : COMBUSTIVEL

VARIABEL	COEFICIENTE	DESVI0	T
SALARIO	-0.0030	0.0016	-1.9502
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0186	0.0039	-4.7680
PRECO DE COMBUSTIVEIS	-0.0025	0.0042	-0.5114
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0001	0.0012	0.0712
PRODUTO BRUTO	0.0001	0.0009	0.1207
INTERCEPTO	-0.0184	0.0298	-0.6177
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0053	0.0013	-4.1749
TEMPO (ANO)	0.0001	0.0005	0.1551

MODELO 4 : ENERGIA ELETRICA

VARIABEL	COEFICIENTE	DESVI0	T
SALARIO	-0.0116	0.0019	-6.0061
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0118	0.0048	-2.4423
PRECO DE COMBUSTIVEIS	0.0069	0.0061	1.1116
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0035	0.0014	2.4249
PRODUTO BRUTO	0.0005	0.0011	0.4605
INTERCEPTO	0.0413	0.0368	1.1218
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0008	0.0016	-0.5255
TEMPO (ANO)	-0.0003	0.0006	-0.5218

DE LUCHA E SINDICAL E GRAFICA  
TAXAS CONSTANTES DE MUDANCA TECNOLOGICA  
REGRESSOES APARENTEMENTE NAO CORRELACIONADAS COM PESTICAO : SEGUNDO ESTAGIO

MODELO 1 : MAO-DE-OBRA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.1203	0.0190	6.3302
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0995	0.0200	-4.7886
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0022	0.0015	-1.4115
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0089	0.0018	-4.8518
PRODUTO BRUTO	-0.0650	0.0109	-6.0522
INTERCEPTO	0.3451	0.1419	1.7986
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0225	0.0151	-1.4649
TEMPO (ANO)	0.0019	0.0028	0.6652

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0996	0.0208	-4.7886
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.1708	0.0263	6.4977
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0161	0.0038	-4.1877
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0014	0.0034	0.3967
PRODUTO BRUTO	0.0680	0.0119	5.7449
INTERCEPTO	0.3403	0.2132	1.5964
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0252	0.0169	1.4956
TEMPO (ANO)	0.0022	0.0031	0.6933

MODELO 3 : COMBUSTIVEL

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0022	0.0015	-1.4115
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.0161	0.0038	-4.1877
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0041	0.0047	-0.8683
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0010	0.0011	0.8243
PRODUTO BRUTO	-0.0002	0.0009	-0.2040
INTERCEPTO	-0.0178	0.0282	-0.6291
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0049	0.0013	-3.8917
TEMPO (ANO)	0.0002	0.0004	0.3532

MODELO 4 : ENERGIA ELETRICA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0089	0.0010	-4.8518
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.0014	0.0034	0.3957
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0010	0.0011	0.8943
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0043	0.0014	3.0909
PRODUTO BRUTO	-0.0006	0.0010	-0.5677
INTERCEPTO	0.0479	0.0198	2.4155
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0005	0.0014	0.3694
TEMPO (ANO)	-0.0000	0.0003	-0.0330

TAXAS CONSTANTES DE MUDANCA TECNOLÓGICA  
PRIMEIRO ESTAGIO DE TELLNER : MINIMOS QUADRADOS GOMBS

MODELO 1 : MAO-DC-DORA

R2 = 0.5528 F = 8.6523

VARIÁVEL	COCIFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.1159	0.3188	6.2207
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	-0.1207	0.1851	-0.6520
PRECO DE COMBUSTIVEIS	0.0470	0.0937	0.5013
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0195	0.0120	-1.6317
PRODUTO BRUTO	-0.0283	0.0077	-3.6920
INTERCEPTO	0.9292	0.5016	1.8545
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0072	0.0217	-0.3302
TEMPO (ANO)	-0.0123	0.0090	-1.3714

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

R2 = 0.8036 F = 28.6417

VARIÁVEL	COCIFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.1697	0.0226	-7.5133
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	-0.3370	0.2808	-1.2002
PRECO DE COMBUSTIVEIS	0.0612	0.1433	0.4270
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	0.0350	0.0144	5.9607
PRODUTO BRUTO	0.0364	0.0092	3.9511
INTERCEPTO	-0.0647	0.5923	-0.1092
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0687	0.0256	2.6864
TEMPO (ANO)	0.0034	0.0105	0.3265

MODELO 3 : COMBUSTIVEL

R2 = 0.6600 F = 13.5863

VARIÁVEL	COCIFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0385	0.0152	2.5268
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	0.4490	0.1500	2.9925
PRECO DE COMBUSTIVEIS	-0.0772	0.0700	-1.0156
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0349	0.0097	-3.5933
PRODUTO BRUTO	-0.0062	0.0062	-0.9941
INTERCEPTO	0.1065	0.4062	0.2621
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0560	0.0176	-3.1362
TEMPO (ANO)	0.0082	0.0073	1.1328

MODELO 4 : ENERGIA ELETRICA

R2 = 0.4976 F = 6.9333

VARIÁVEL	COCIFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0021	0.0006	0.3220
PRECO DE MATERIAS PRIMAS	0.0012	0.0046	1.2564
PRECO DE COMBUSTIVEIS	-0.0149	0.0327	-0.4553
TARIFA DE ENERGIA ELETRICA	-0.0166	0.0042	-3.9721
PRODUTO BRUTO	-0.0016	0.0027	-0.5944
INTERCEPTO	0.0956	0.1749	0.5463
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0111	0.0076	-1.4713
TEMPO (ANO)	0.0005	0.0031	0.1695

MODELO 1 : MAD-DE-CRFA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIC	T
SALARIO	0.1201	0.0176	6.2432
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.1203	0.1731	-0.6949
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0459	0.0877	0.5234
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0199	0.0112	-1.7918
PRODUTO BRUTO	-0.0301	0.0071	-4.2189
INTERCEPTO	0.9352	0.4606	1.9979
DUMMY CRISE PETRÓLEO	-0.0062	0.0203	-0.3063
TEMPO (ANO)	-0.0123	0.0084	-1.4592

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIC	T
SALARIO	-0.1759	0.0210	-0.3562
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.3350	0.2626	-1.2795
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0620	0.1340	0.4630
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0864	0.0134	6.4500
PRODUTO BRUTO	0.0399	0.0086	4.6638
INTERCEPTO	-0.0791	0.5539	-0.1428
DUMMY CRISE PETRÓLEO	0.0674	0.0239	2.8195
TEMPO (ANO)	0.0034	0.0092	0.3476

MODELO 3 : COMBUSTÍVEL

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIC	T
SALARIO	0.0398	0.0142	2.7926
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.4486	0.1404	3.1960
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0769	0.0711	-1.0821
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0351	0.0091	-3.8646
PRODUTO BRUTO	-0.0069	0.0058	-1.1840
INTERCEPTO	0.1135	0.3799	0.2988
DUMMY CRISE PETRÓLEO	-0.0556	0.0164	-3.3828
TEMPO (ANO)	0.0082	0.0068	1.2032

MODELO 4 : ENERGIA ELÉTRICA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIC	T
SALARIO	0.0029	0.0061	0.4693
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.0809	0.0604	1.3379
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0151	0.0306	-0.4912
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0167	0.0039	-4.2745
PRODUTO BRUTO	-0.0020	0.0025	-0.8070
INTERCEPTO	0.0972	0.1636	0.5937
DUMMY CRISE PETRÓLEO	-0.0109	0.0071	-1.5449
TEMPO (ANO)	0.0005	0.0029	0.1832

MODELO 1 : MAO-DE-OBRA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.1274	0.0170	7.5293
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	-0.1745	0.0210	-8.3084
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.0392	0.0139	2.8122
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0024	0.0054	-0.4527
PRODUTO BRUTO	-0.0348	0.0066	-5.2661
INTERCEPTO	0.7742	0.2330	3.3230
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0140	0.0177	-0.7907
TEMPO (ANO)	-0.0102	0.0035	-2.9197

MODELO 2 : MATERIAS PRIMAS

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.1745	0.0210	-8.3084
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.0573	0.01587	0.3611
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	0.1572	0.0935	1.6813
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	0.0734	0.0116	6.3484
PRODUTO BRUTO	0.0417	0.0084	4.9384
INTERCEPTO	0.8826	0.3920	2.2517
DUMMY CRISE PETROLEO	0.0751	0.0224	3.3902
TEMPO (ANO)	-0.0040	0.0074	-0.5479

MODELO 3 : COMBUSTIVEL

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	0.0392	0.0139	2.8122
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.1572	0.0935	1.6813
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0731	0.0652	-1.1212
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0390	0.0082	-4.7568
PRODUTO BRUTO	-0.0053	0.0057	-0.9325
INTERCEPTO	-0.2941	0.3278	-0.8970
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0619	0.0159	-3.8087
TEMPO (ANO)	0.0073	0.0063	1.1655

MODELO 4 : ENERGIA ELÉTRICA

VARIÁVEL	COEFICIENTE	DESVIO	T
SALARIO	-0.0024	0.0054	-0.4527
PREÇO DE MATERIAS PRIMAS	0.0734	0.0116	6.3484
PREÇO DE COMBUSTÍVEIS	-0.0390	0.0082	-4.7568
TARIFA DE ENERGIA ELÉTRICA	-0.0172	0.0039	-4.4211
PRODUTO BRUTO	-0.0010	0.0024	-0.4208
INTERCEPTO	-0.0006	0.0896	-0.9003
DUMMY CRISE PETROLEO	-0.0106	0.0084	-1.6706
TEMPO (ANO)	0.0029	0.0014	2.0390