

"A FEA e a USP respeitam os direitos autorais deste trabalho. Nós acreditamos que a melhor proteção contra o uso ilegítimo deste texto é a publicação online. Além de preservar o conteúdo motiva-nos oferecer à sociedade o conhecimento produzido no âmbito da universidade pública e dar publicidade ao esforço do pesquisador. Entretanto, caso não seja do interesse do autor manter o documento online, pedimos compreensão em relação à iniciativa e o contato pelo e-mail [bibfea@usp.br](mailto:bibfea@usp.br) para que possamos tomar as providências cabíveis (remoção da tese ou dissertação da BDTD)."

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO E CONTABILIDADE  
DEPARTAMENTO DE CONTABILIDADE E ATUÁRIA

**UMA CONTRIBUIÇÃO AO CUSTEAMENTO E  
TOMADA DE DECISÕES EM AMBIENTE DE  
PRODUÇÃO CONJUNTA**

Valmir Roque Sott

Orientador: Prof. Dr. Diogo Toledo do Nascimento

**São Paulo**  
**2003**

---

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO E CONTABILIDADE  
DEPARTAMENTO DE CONTABILIDADE E ATUÁRIA

**DEDALUS - Acervo - FEA**



20600025414

**UMA CONTRIBUIÇÃO AO CUSTEAMENTO E  
TOMADA DE DECISÕES EM AMBIENTE DE  
PRODUÇÃO CONJUNTA**

Valmir Roque Sott

Orientador: Prof. Dr. Diogo Toledo do Nascimento

Dissertação apresentada ao Departamento de Contabilidade e Atuária para cumprimento das exigências para obtenção do título de Mestre em Controladoria e Contabilidade pela Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo.

**São Paulo**

**2003**

**Reitor da Universidade de São Paulo**

Professor Dr. Adolpho José Melfi

**Diretora da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade**

Professora D<sup>ra</sup>. Maria Tereza Leme Fleury

**Chefe do Departamento de Contabilidade e Atuária**

Professor Dr. Reinaldo Guerreiro

## FICHA CATALOGRÁFICA

Sott, Valmir Roque

Uma contribuição ao custeamento e tomada de decisões em ambiente de produção conjunta / Valmir Roque Sott. -- São Paulo : FEA/USP, 2003.

161 p.

Dissertação - Mestrado  
Bibliografia.

1. Contabilidade de custo 2. Contabilidade gerencial I. Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da USP II. Título.

CDD – 657.42



De tudo ficaram três coisas:

a certeza de que estava sempre começando,  
a certeza de que era preciso continuar,  
a certeza de que seria interrompido antes de terminar.

Fazer da interrupção um caminho,  
da queda um passo de dança,  
do medo uma escada,  
do sonho uma ponte,  
da procura um encontro...

(Fernando Sabino)

Dedico este trabalho a  
Leonir Ana Caneppele Sott – minha maravilhosa esposa –  
e a Bianca, Gustavo e Leonardo, meus filhos amados.

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, agradeço pelo dom da vida e por permitir que eu exista, com saúde, e por ter me proporcionado mais uma chance, neste trilhar de meu caminho, fazendo que com a obtenção deste título possa novamente orgulhar-me de minha pessoa.

Ao professor Doutor Diogo Toledo do Nascimento, pelo sério, brilhante e generoso trabalho de orientação no desenvolvimento desta Dissertação. O seu conhecimento, senso crítico, visão e experiência profissional foram de imensa valia técnica e científica e também fonte de encorajamento e motivação. Muito obrigado.

Aos professores Doutor Welington Rocha e Doutor Luiz João Corrar, pelas contribuições oferecidas ao trabalho quando da qualificação.

À Unicruz –Universidade de Cruz Alta, por ter possibilitado a realização deste trabalho. Em especial, à Reitora, Professora Lucia Maria Baiocchi Amaral e aos professores Gilnei Luiz de Moura, Manoel do Nascimento Filho, Luciana Paim Pieniz, Carin Raquel Liczbinski e Dirceu Luiz Conrad.

Aos meus pais, Aldino e Selita Sott, por terem sempre acreditado, desde os primeiros dias de minha vida, que eu, um dia, pudesse trilhar os caminhos do sucesso e da realização profissional e cujo apoio foi fundamental.

Ao meu irmão Airton, companheiro de todas as horas, pelo incentivo e apoio nas horas difíceis.

A todos os colegas e amigos que fiz durante o Mestrado, dentre os quais gostaria de destacar Neusa Maria G. Salla, parceira na maioria dos trabalhos apresentados nas disciplinas do mestrado e colega de viagem, já que somos da mesma região. Com certeza, sem ela, a tarefa do mestrado teria sido muito mais árdua e difícil.



## RESUMO

Sempre que se defronta com o estudo da valoração de estoques e tomada de decisões em ambiente de produção conjunta, constata-se a necessidade de recorrer-se a várias obras e artigos, tanto nacionais quanto estrangeiros, para identificar os critérios e instrumentais passíveis de utilização nesse ambiente, na medida em que as principais obras limitam-se a elencar e exemplificar apenas alguns dos critérios e instrumentos para tal fim, sendo que a restante literatura parece dedicar-se a uma mera repetição das principais.

Diante disso, o presente estudo teve como objetivo inventariar, evidenciar, explicar e analisar os principais critérios de custeio e outros instrumentos gerenciais disponibilizados pela literatura, aos gestores de custos em situações de valoração de estoques e tomada de decisões em ambiente de produção conjunta.

O mesmo foi desenvolvido com o respaldo de pesquisa bibliográfica e do uso de processo de simulação matemática.

Iniciou-se com uma pesquisa bibliográfica visando a explicitar o Sistema de Contabilidade de Custos em todos os seus principais conceitos referentes a Sistemas, Métodos e Formas de Custeio, de modo a evidenciar que o foco do trabalho não estaria centrado em quaisquer desses conceitos, mas em um outro nível conceitual, que embora relacionado, com esses não se confunde: os critérios de alocação de custos conjuntos.

Proseguiu-se com a pesquisa bibliográfica visando a caracterizar a produção conjunta como um caso particular predominantemente de produção contínua.

Via pesquisa bibliográfica ampla buscou-se identificar todos os critérios de alocação de custos conjuntos, utilizados para fins de valoração de estoques, quando se confirmou ser o critério do valor de mercado o mais utilizado.

Aprofundando essa pesquisa junto a fontes internacionais, pode-se identificar e explicar a principal decisão em ambiente de produção conjunta: vender um produto no ponto de separação ou continuar seu processamento.

Com base em toda essa pesquisa anterior, foi simulado um exemplo enfocando os principais critérios de custeio e instrumentos gerenciais utilizados para valoração de estoques e tomada de decisões em um ambiente específico de produção conjunta.

O trabalho conclui que a literatura convencional, apesar de abordar de maneira geral os principais critérios de valoração de estoques em ambiente de produção conjunta, com destaque para o baseado em valor de mercado, é limitado no tocante a instrumentos gerenciais aplicáveis a decisões nesse ambiente, pois trata apenas do lucro incremental, deixando de focar o instrumental calcado em programação linear.

## ABSTRACT

When dealing with the study of inventory valuation and decision making in joint production environments, we observe the need to resort to various national and international studies and articles in order to identify the criteria and instruments that can be used in this environment, to the extent that the main studies simply list and exemplify some of the criteria and instruments for this end, while the rest of the literature seems to offer nothing else but a mere repetition of the former.

Hence, this study aimed to survey, disclose, explain and analyze the main costing criteria and other management instruments literature makes available to cost managers in inventory valuation and decision making in joint production environments.

This research was developed on the basis of bibliographic research and used mathematical simulation.

We started with a bibliographic research in order to express the main concepts of the Cost Accounting System in relation to Costing Systems, Methods and Forms, so as to demonstrate that this study does not focus on any of these concepts, but is situated at another conceptual level which, although related, should not be mixed up: the joint cost allocation criteria.

Then, the bibliographic research was continued with a view to characterizing joint production as a specific case, paramountly in continuous production.

By means of a broad bibliographic research, we sought to identify all of the joint cost allocation criteria used for the sake of inventory valuation, which confirmed that market value is the most used one.

In expanding this research to include international sources, we can identify and explain the main decision in a joint production environment: to sell a product at the separation point or continue its processing.

On the basis of the above mentioned research, an example was simulated that focused on the main costing criteria and management instruments used for inventory valuation and decision making in a specific joint production environment.

The study concludes that conventional literature, in spite of its general approach to the main inventory valuation criteria in a joint production environment, in which the criterion based on market value stands out, is limited with respect to management instruments applicable to decisions in this environment, since it only deals with accruing profit and does not focus on the tools based on linear programming.

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1 Problema .....	2
1.2 Objetivo .....	2
1.2.1 Objetivo Geral .....	2
1.2.2 Objetivos Específicos .....	2
1.3 Justificativa .....	3
1.4 Metodologia .....	3
1.5 Circunscrição do Estudo .....	4
1.6 Estrutura do Trabalho.....	5
<b>2 SISTEMA DE CONTABILIDADE DE CUSTOS .....</b>	<b>6</b>
2.1 Sistemas de Custeio .....	8
2.1.1 Sistema de Custeio por Ordem de Produção.....	8
2.1.2 Sistema de Custeio por Processo.....	11
2.1.3 Sistema de Custeio Misto ou Híbrido.....	14
2.1.4 Diferenças Básicas entre os Sistemas de Custeio: Ordem x Processo .....	15
2.2 Métodos de Custeio .....	16
2.2.1 Método de Custeio por Absorção .....	16
2.2.2 Método de Custeio Variável .....	18
2.2.2.1 Método de Custeio Variável .....	18
2.2.2.2 Método de Custeio Direto.....	19
2.2.3 Diferenças e Semelhanças: Custeio por Absorção x Custeio Variável.....	21
2.3 Formas de Custeio.....	22
2.3.1 Forma Predeterminada .....	23
2.3.1.1 Custo Estimado .....	23
2.3.1.2 Custo-padrão .....	23
2.3.2 Forma Pós-determinada .....	26
2.3.3 Custos Predeterminados x Pós-determinados .....	26
<b>3 PRODUÇÃO CONJUNTA – UMA VISÃO DA LITERATURA</b>	
<b>CONVENCIONAL .....</b>	<b>28</b>
3.1 Produtos Conjuntos .....	30
3.1.1 Co-produtos .....	31
3.1.2 Subprodutos.....	31
3.1.3 Sucatas.....	32
3.1.4 Diferenças entre Co-produtos, Subprodutos e Sucatas. ....	33
3.2 Custos Conjuntos .....	34
3.2.1 Por que alocar Custos Conjuntos? .....	37
3.2.2 A Contabilidade dos Custos de Produtos Conjuntos.....	38

3.2.2.1 A Contabilização dos Custos de Produtos Conjuntos.....	38
3.2.2.2 A Contabilização do Custo dos Subprodutos .....	41
<b>4 CUSTEIO DA PRODUÇÃO CONJUNTA PARA VALORAÇÃO DE</b>	
<b>ESTOQUES .....</b>	<b>45</b>
4.1 Critérios de Alocação de Custos Conjuntos .....	45
4.1.1 Obras Escritas e Traduzidas para a Língua Portuguesa .....	47
4.1.2 Obras Estrangeiras não Traduzidas .....	48
4.1.3 Comparação entre Obras Escritas e Traduzidas para a Língua	
Portuguesa com as Obras Estrangeiras .....	49
4.2 Conceituação, Simulação e Explicitação dos Critérios.....	49
4.2.1 Critério dos Volumes Produzidos.....	51
4.2.2 Critério do Valor de Mercado.....	54
4.2.3 Critério da Igualdade do Lucro Bruto.....	57
4.2.4 Critério das Ponderações.....	58
4.2.5 Critério de Rendimento Padrão.....	60
4.2.6 Critério do Valor Líquido Realizável Estimado.....	61
4.2.7 Critério da Margem Bruta Percentual do VLR.....	63
4.3 Custos Conjuntos para Fins de Valoração de Estoques .....	66
4.3.1 Custos Conjuntos sem Inclusão do Valor dos Subprodutos	
(Alternativa I).....	67
4.3.2 Custos Conjuntos com Inclusão do Valor dos Subprodutos	
(Alternativa II) .....	68
4.3.3 Dados para Aplicação das Alternativas .....	68
4.3.4 Aplicação da Alternativa I .....	69
4.3.5 Aplicação da Alternativa II.....	71
4.3.5.1 Hipótese a: com Inclusão do Valor de Venda do Subproduto,	
sem a Exclusão da Correspondente Margem de Lucro.....	71
4.3.5.2 Hipótese b: com Inclusão do Valor de Venda do Subproduto,	
com a Exclusão da Correspondente Margem de Lucro .....	72
4.3.6 Diferenças entre as Alternativas I e II .....	74
<b>5 DECISÕES EM AMBIENTE DE PRODUÇÃO CONJUNTA .....</b>	<b>76</b>
5.1 Decisões Apontadas em Bibliografia Escrita ou Traduzida para a Língua	
Portuguesa .....	79
5.2 Decisões Apontadas em Livros e Revistas Estrangeiras.....	92
5.2.1 Decisões com Base no Lucro Incremental ou Diferencial .....	92
5.2.2 Decisões com Base na Programação Linear .....	94
5.2.2.1 Artigo de Hartley (1969).....	96
5.2.2.2 Artigo de Hartley (1971).....	97
5.2.2.3 Artigo de Jensen (1973) .....	106
5.2.2.4 Artigo de Hartley (1973).....	108
5.2.2.5 Livro de Morse (1978).....	108
5.2.3 Decisões com Base na Programação Não-Linear .....	109
5.2.3.1 Artigo de Jensen (1973) .....	110
5.2.3.2 Artigo de Jensen (1974) .....	111
5.2.3.3 Livro de Kaplan (1982).....	111
5.2.3.4 Livro de Iudícibus (1993) .....	111
5.2.3.5 Artigo de Cheng & Liao (1992).....	112

<b>6 SIMULAÇÃO DOS PRINCIPAIS ENFOQUES INVENTARIADOS EM UM AMBIENTE ESPECÍFICO DE PRODUÇÃO CONJUNTA.....</b>	<b>114</b>
<b>6.1 Primeiro Grupo de Simulações – Lucro Incremental.....</b>	<b>114</b>
<b>6.2 Segundo Grupo de Simulações – Programação Linear .....</b>	<b>130</b>
<b>7 CONCLUSÕES E SUGESTÕES.....</b>	<b>153</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>158</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Sistema de Contabilidade de Custos.....	6
Figura 2 – Contabilização da Produção Conjunta.....	40
Figura 3 – Diagrama de Custos Conjuntos .....	41
Figura 4 – Contabilização dos Subprodutos .....	43
Figura 5 – Contabilização Simplificada da Alternativa I.....	70
Figura 6 – Contabilização Simplificada da Alternativa II, Hipótese “a” sem Exclusão da Margem de Lucro .....	72
Figura 7 – Contabilização Simplificada Alternativa II, Hipótese “b” com Exclusão da Margem de Lucro .....	73
Figura 8 – Demonstração do Lucro Incremental ou Adicional.....	78
Figura 9 – Exemplo de Tomada de Decisão com base no Lucro Incremental.....	80
Figura 10 – Diagrama Custos de Processamento dos Produtos X e Y .....	81
Figura 11 – Demonstrativo do Produto Y Além do Ponto de Separação .....	82
Figura 12 – Demonstrativo do Produto Y, Além do Ponto de Separação com base no Custo de Oportunidade.....	82
Figura 13 – Demonstrativo dos dados da Indústria como um todo com base no Custo Incremental ou Diferencial .....	83
Figura 14 – Demonstração do Resultado para Decisões sobre Vender ou Prosseguir.....	85
Figura 15 – Demonstração das Unidades, dos Custos Conjuntos e do Custo Unitário .....	87
Figura 16 – Demonstração de Resultados.....	87
Figura 17 – Fluxo do Processo de Produção.....	90
Figura 18 – Dados Extraídos da Contabilidade, Produção e Vendas da Indústria Co-produtora .....	91
Figura 19 – Demonstrativo com base nos Custos e Receitas Diferenciais. ....	91
Figura 20 – Opção dos Relatórios de Resposta, Sensibilidade e Limites .....	102
Figura 21 – Diagrama da Opção de Produção da Empresa XYZ (1º Grupo de Simulações).....	118
Figura 22 – Diagrama da Melhor Opção de Produção da Empresa XYZ (1º Grupo de Simulações) .....	127
Figura 23 – Diagrama da Opção de Simulação com PL (2º Grupo de Simulações)	134
Figura 24 – Diagrama da Melhor Opção de Produção Simulado com PL (2º Grupo de Simulações) .....	147

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Sistemas, Métodos e Formas de Custeio.....	7
Quadro 2 – Diferenças Básicas entre os Sistemas de Custeio: Ordem x Processo ....	15
Quadro 3 – Diferenças e Semelhanças: Custeio Variável x Custeio por Absorção...	22
Quadro 4 – Diferenças entre Co-produtos, Subprodutos e Sucatas .....	33
Quadro 5 – Exemplos de Setores, Indústrias e Matérias-primas Envolvidas na Fabricação de Co-produtos e Subprodutos .....	36
Quadro 6 – Dados Hipotéticos para Contabilização dos Produtos Conjuntos.....	39
Quadro 7 – Alocação dos Custos Conjuntos e Apuração dos Custos Totais e Unitários.....	39
Quadro 8 – Critérios de Alocação de Custos Conjuntos com base em Obras Escritas ou Traduzidas para a Língua Portuguesa .....	47
Quadro 9 – Critérios com Base em Obras Estrangeiras (Livros).....	48
Quadro 10 – Critérios com Base em Obras Estrangeiras (Revistas).....	49
Quadro 11 – Síntese dos Dados Hipotéticos para Simulação dos Critérios.....	50
Quadro 12 – Critério dos Volumes Produzidos .....	51
Quadro 13 – Demonstração da Margem Bruta - Critério dos Volumes Produzidos..	54
Quadro 14 – Critério do Valor de Mercado. ....	54
Quadro 15 – Demonstração da Margem Bruta - Critério do Valor de Mercado .....	56
Quadro 16 – Critério da Igualdade do Lucro Bruto .....	57
Quadro 17 – Demonstração da Margem Bruta – Critério da Igualdade do Lucro Bruto .....	58
Quadro 18 – Critério das Ponderações.....	59
Quadro 19 – Demonstração da Margem Bruta - Critério das Ponderações .....	60
Quadro 20 – Critério de Rendimento Padrão.....	61
Quadro 21 – Demonstração da Margem Bruta - Critério de Rendimento Padrão .....	61
Quadro 22 – Critério do Valor Líquido Realizável Estimado .....	62
Quadro 23 – Demonstração da Margem Bruta - Critério do Valor Líquido Realizável Estimado .....	63
Quadro 24 – Critério da Margem Bruta Percentual do VLR .....	64
Quadro 25 – Demonstração da Margem Bruta - Critério da Margem Bruta Percentual do VLR.....	64
Quadro 26 – Comparação Qualitativa de todos os Critérios Analisados.....	65
Quadro 27 – Comparação Quantitativa de todos os Critérios Analisados.....	65
Quadro 28 – Aplicação da Alternativa I .....	69
Quadro 29 – Aplicação da Alternativa II – Hipótese “a” .....	71
Quadro 30 – Aplicação da Alternativa II – Hipótese “b” .....	73
Quadro 31 – Comparação das Alternativas.....	75
Quadro 32 – Decisões Apontadas em Obras Escritas ou Traduzidas para a Língua Portuguesa.....	79
Quadro 33 – Decisões com base no Lucro Incremental ou Diferencial.....	92

Quadro 34 – Decisões com base na Programação Linear (PL).....	96
Quadro 35 – Resolução usando a Ferramenta <i>Solver do Excel</i> .....	101
Quadro 36 – Restrições Digitadas usando a Ferramenta <i>Solver do Excel</i> .....	102
Quadro 37 – Decisões com base na Programação Não-Linear (PNL).....	110
Quadro 38 – Simulação com base no Critério do Valor de Mercado .....	119
Quadro 39 – Simulação com base no Critério dos Volumes Produzidos .....	120
Quadro 40 – A partir do Co-produto “A”, Produzir e Vender os Produtos “A1”, “A2” e “A3”.....	123
Quadro 41 – A partir do Produto “A1”, Produzir e Vender os Produtos “A1Z” e “A1H” .....	123
Quadro 42 – A partir do Produto “A2”, Produzir e Vender os Produtos “A2X” e “A2Y” .....	124
Quadro 43 – A partir do Co-produto “B”, Produzir e Vender os Produtos “B1”, “B2” e “B3” .....	125
Quadro 44 – A partir do Co-produto “C”, Produzir e Vender os Produtos “C1”, “C2” e “C3” .....	125
Quadro 45 – Demonstração do Resultado e Lucro Incremental (1º Grupo de Simulações) .....	129
Quadro 46 – Resolução usando a Ferramenta <i>Solver do Excel</i> (A2X e A2Y).....	136
Quadro 47 – Resolução usando a Ferramenta <i>Solver do Excel</i> (C1, C2 e C3) .....	141
Quadro 48 – Resolução usando a Ferramenta <i>Solver do Excel</i> (A2X e A2Y + C1, C2 e C3).....	146
Quadro 49 – Simulação do Produto Conjunto “X” Produzir os Co-produtos “A”, “B”, “C” e “D” .....	148
Quadro 50 – Simulação do Co-produto “A”, Produzir os Produtos “A1”, “A2” e “A3”.....	148
Quadro 51 – Simulação do Produto “A2”, Produzir os Produtos “A2X e “A2Y” ..	149
Quadro 52 – Simulação do Co-produto “C”, Produzir os Produtos “C1”, “C2” e “C3” .....	149
Quadro 53 – Demonstração do Resultado e Lucro Incremental (2º Grupo de Simulações) .....	151



## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Relatório de Resposta.....	103
Tabela 2 – Relatório de Sensibilidade.....	103
Tabela 3 – Relatório de Limites .....	104
Tabela 4 – Relatório de Resposta.....	137
Tabela 5 – Relatório de Sensibilidade.....	137
Tabela 6 – Relatório de Limites .....	138
Tabela 7 – Relatório de Resposta.....	142
Tabela 8 – Relatório de Sensibilidade.....	143
Tabela 9 – Relatório de Limites .....	143

## 1 INTRODUÇÃO

Processos de produção em que, de uma matéria-prima, decorre simplesmente um único produto ou em que vários produtos decorrem de várias matérias-primas, porém de forma controlada pela empresa, são ditos como normais no tocante ao seu custeamento pela literatura de custos.

Porém, quando num processo de fabricação, de uma única matéria-prima resultam simultaneamente “n” produtos e, também, subprodutos e sucatas, está-se diante de um caso particular de produção, a chamada produção conjunta.

Segundo Hansen & Mowen (2001:225), “*produtos conjuntos são dois ou mais produtos produzidos simultaneamente pelo mesmo processo até um ponto de separação.(...) que é o ponto no qual os produtos conjuntos se tornam separados e identificáveis*”.

De acordo com Iudícibus (1993:159), “*empresas com processo de produção conjunta são aquelas em que, basicamente, a partir do processamento em várias fases e departamentos, da mesma matéria-prima básica, obtêm-se vários produtos denominados co-produtos, subprodutos e sucatas.*”

Os custos dos produtos conjuntos são aqueles incorridos no processamento de uma matéria-prima comum que é utilizada em todos os produtos que serão industrializados. Esses custos são mensurados antes do ponto de separação dos produtos. Tais custos são indivisíveis, tendo sido incorridos por todos os produtos e não por cada um isoladamente.

Para Horngren (1985:94), custos conjuntos são:

custos dos produtos fabricados com volumes de vendas significativos, produzidos por um processo ou por uma série de processos que não podem ser diferenciados para cada produto enquanto não se chega a uma certa etapa de produção conhecida como **ponto de separação**. (grifo nosso)

Santos (2000:143) acrescenta ainda:

custos conjuntos são aqueles decorrentes da produção conjunta, incorridos antes do ponto em que diversos produtos emergem como unidades individuais. São custos indivisíveis, não podendo ser identificados com cada produto, tornando a apropriação dos custos, qualquer que seja o método empregado, arbitrário.

Em consonância com os autores, entende-se que os custos decorrentes de produtos que são produzidos conjuntamente não podem ser alocados diretamente aos produtos até o ponto de separação. Para tanto, na contabilidade, esses custos são acumulados em uma conta própria denominada “**Custos Conjuntos**”. No momento em que se separam os co-produtos é feita a apropriação do custo conjunto a cada um dos co-produtos, obedecendo a um critério de alocação, em que os mais usados e práticos são os critérios do valor de mercado e dos volumes produzidos. Estes os quais servem basicamente para a valoração dos estoques e apuração do custo dos produtos vendidos para a elaboração das Demonstrações Financeiras, sendo irrelevantes para a tomada de decisões gerenciais.

O critério do valor de mercado apropria custos conjuntos aos co-produtos proporcionalmente ao valor de mercado e o dos volumes produzidos aloca os custos conjuntos aos co-produtos, de acordo com as quantidades produzidas.

## **1.1 Problema**

Quais critérios de custeio e instrumentos gerenciais têm sido disponibilizados, pela literatura, aos gestores de custos em ambientes de produção conjunta?

## **1.2 Objetivo**

### **1.2.1 Objetivo Geral**

A presente pesquisa objetiva inventariar, evidenciar, explicar e analisar os principais critérios de custeio e outros instrumentos gerenciais disponibilizados pela literatura aos gestores de custos em situações de valoração de estoques e tomada de decisões em ambiente de produção conjunta.

### **1.2.2 Objetivos Específicos**

- Explicitar os sistemas, métodos e formas de custeio.

- Caracterizar o significado da produção conjunta.
- Inventariar, evidenciar, explicar e analisar os critérios de custeio veiculados na literatura nacional e estrangeira que versam sobre valoração de estoques em ambiente de produção conjunta.
- Inventariar, evidenciar, explicar e analisar os instrumentos gerenciais veiculados na literatura nacional e estrangeira para fins de tomada de decisões em ambiente de produção conjunta.
- Simular um exemplo enfocando os principais critérios de custeio e instrumentos gerenciais utilizados para valoração de estoques e tomada de decisões em um ambiente de produção conjunta.

### **1.3 Justificativa**

O presente trabalho justifica-se como uma tentativa de reunir e sistematizar os principais critérios de custeio, disponibilizados pela Contabilidade de Custos e Gerencial, passíveis de utilização pelos gestores, quando da valoração de estoques e tomada de decisões em ambientes de produção conjunta. Isso porque parece existir uma lacuna na Contabilidade de Custos, ou seja, sempre que se defronta com o estudo da matéria em questão, constata-se a necessidade de recorrer-se a várias obras e artigos, tanto nacionais quanto estrangeiros, para identificar os critérios e instrumentais passíveis de utilização em ambiente de produção conjunta, na medida em que as principais obras limitam-se a elencar e exemplificar apenas alguns dos critérios e instrumentos para tal fim, sendo que a restante literatura parece dedicar-se a uma mera repetição das principais.

### **1.4 Metodologia**

No que diz respeito à metodologia, elegeu-se e utilizou-se a pesquisa bibliográfica, dentro das possibilidades elencadas por Martins & Lintz (2000:18)

Segundo Martins & Lintz (2000:29),

A pesquisa bibliográfica procura explicar e discutir um tema ou um problema com base em referências teóricas publicadas em livros, revistas, periódicos etc. Busca conhecer e analisar contribuições científicas sobre determinado tema. A pesquisa

bibliográfica é um excelente meio de formação científica quando realizada independentemente –análise teórica– ou como parte de investigações empíricas.

Segundo Gil (1996:48), “a pesquisa bibliográfica é desenvolvida com base em material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos”.

O autor comenta que os livros que constituem as fontes bibliográficas de excelência podem ser classificados como de leitura corrente ou de referência. Os de leitura corrente abrangem as obras referentes aos diversos gêneros literários e também as obras de divulgação, isto é, as que objetivam proporcionar conhecimentos científicos ou técnicos. Já os livros de referência, também denominados livros de consulta (dicionários, enciclopédias, anuários etc), são aqueles que têm por objetivo possibilitar a rápida obtenção das informações requeridas, ou, então, a localização das obras que as contêm. O autor relata que se pode falar em dois tipos de livros de referência: livros de referência informativa, que contêm a informação que se busca, e livros de referência remissiva, que remetem a outras fontes.

O autor também se refere aos artigos científicos, como importantes fontes de pesquisa bibliográfica, dada a rapidez e síntese que imprimem ao tratamento de assuntos científicos. Também denominados de publicações periódicas, são aqueles editados em fascículos, em intervalos regulares ou irregulares, com a colaboração de vários autores, tratando de assuntos diversos, embora relacionados a um objetivo mais ou menos definido.

Neste trabalho, para fins dessa pesquisa, tanto livros de referência quanto de consulta e inúmeros artigos nacionais e estrangeiros foram exaustivamente consultados.

### **1.5 Circunscrição do Estudo**

Para a presente dissertação, visando delimitar a abrangência da pesquisa e torná-la a mais atual possível, a mesma foi desenvolvida considerando como base o período decorrido entre a década de 60 (sessenta) e os dias atuais.

Salienta-se que as obras utilizadas são as que se encontravam disponíveis no momento da pesquisa, em importantes bibliotecas e *sites* de pesquisa como os disponibilizados pela FEA/USP.

## 1.6 Estrutura do Trabalho

O presente trabalho foi estruturado em 7 (sete) capítulos, a saber:

- o capítulo 1 (um) abrange a introdução e os componentes essenciais a uma estrutura metodológica, a saber: problema, objetivo da pesquisa, justificativa, metodologia, circunscrição do estudo e estrutura do trabalho;
- no capítulo 2 (dois), desenvolve-se uma visão geral do Sistema de Contabilidade de Custos, com destaque para a diferenciação entre sistemas, métodos e formas de custeio;
- no capítulo 3 (três), aborda-se a produção conjunta sob a ótica da literatura convencional, dando-se ênfase aos produtos e custos conjuntos;
- o capítulo 4 (quatro), é reservado ao Custeio da Produção Conjunta para Valoração de Estoques onde estão inventariados, evidenciados, explicitados e analisados os critérios de custeio (critérios de alocação de custos conjuntos), para fins de estoque;
- no capítulo 5 (cinco), procede-se a um inventário, evidenciação, explicação e análise dos principais instrumentos gerenciais para decisões em ambiente de produção conjunta, com base em vários autores, nacionais e estrangeiros, quando se destaca a questão “vender um produto no ponto de separação ou continuar o processamento”;
- no capítulo 6 (seis), é feita a Simulação dos Principais Enfoques inventariados em um Ambiente Específico de Produção Conjunta, onde são demonstradas duas simulações, uma com base no lucro incremental e outra com base na programação linear;
- o capítulo 7 (sete) evidencia as conclusões gerais sobre este estudo e sugestões para futuras pesquisas a respeito do tema.

## 2 SISTEMA DE CONTABILIDADE DE CUSTOS

A Contabilidade de Custos, para atingir seus objetivos, ou seja, gerar informações de custos, estrutura-se em um sistema denominado “Sistema de Contabilidade de Custos”. Este, por sua vez, está integrado em um sistema maior que consiste em um conjunto de recursos (humanos, tecnológicos, materiais e de infraestrutura) que interagem e visam atingir um determinado objetivo. Esse conjunto maior, que também forma um sistema, dentro do qual o Sistema de Contabilidade de Custos está inserido, denomina-se Controladoria. Essa, por sua vez, faz parte de um sistema maior denominado função financeira. Todos estes, Sistema de Contabilidade de Custos, Controladoria e Função Financeira, compõem, por sua vez, o amplo Sistema denominado Empresa.

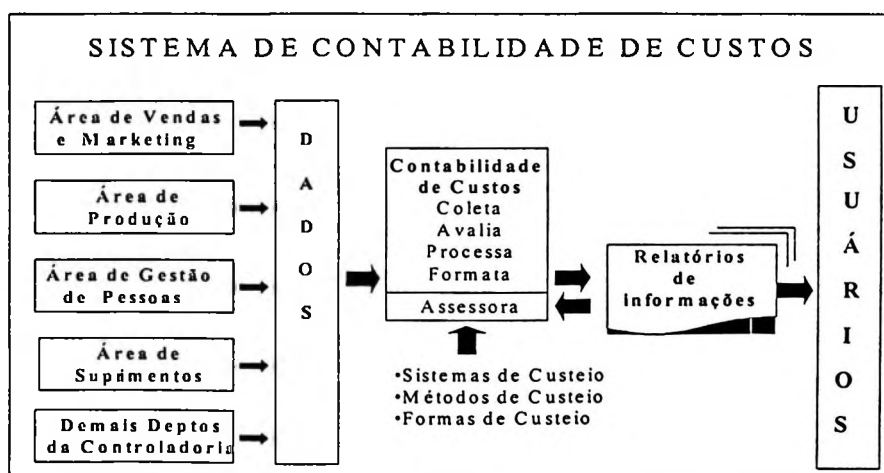


Figura 1 – Sistema de Contabilidade de Custos

Fonte: Nascimento (2000)<sup>1</sup>

A figura 1 representa o Sistema de Contabilidade de Custos. Nele a Contabilidade de Custos coleta dados de diversas áreas da empresa (produção,

<sup>1</sup> Nascimento (2000): anotações feitas em sala de aula, disciplina de Contabilidade de Custos – Curso de Mestrado da USP, 2º semestre de 2000.

suprimentos, recursos humanos, venda, marketing etc.); avalia-os quanto à sua qualidade; processa-os e formata informações, que são relatadas aos usuários (gestores), a quem o sistema assessora quanto ao entendimento e utilização.

Para gerar as informações que formata, a Contabilidade de Custos vale-se de Sistemas de Custeio, Métodos de Custeio e Formas de Custeio.

Efetivamente, ao estudar-se Contabilidade de Custos, verifica-se estar ela fundamentada nos conceitos de Sistemas, Métodos e Formas de Custeio, embora este último não seja muito comum<sup>2</sup>. Ocorre que o foco deste trabalho não está centrado em qualquer desses conceitos, mas em um outro nível conceitual, que embora relacionado, com esses não se confunde: os critérios de alocação de custos conjuntos.

Sendo assim, o presente capítulo se justifica como meio de elucidação das diferenças entre esses vários conceitos que, enfatiza-se, embora normalmente interagentes, têm significado distinto.

Nascimento (2000) propõe o seguinte quadro sobre a interação dos Sistemas com os Métodos e Formas de Custeio.

#### **Quadro 1 – Sistemas, Métodos e Formas de Custeio**

<b>Sistemas</b>	<b>Métodos</b>	<b>Formas</b>
- Por Ordem	- Pleno	- Predeterminada (estimada e padrão)
- Por Processo ou Contínua	- Absorção	- Pós-determinada (real ou histórica)
- Misto ou Híbrido	- Variável	
	- Direto	
	- ABC	

Fonte: adaptado de Nascimento (2000).

Para uma melhor compreensão, é importante ressaltar que quaisquer dos três Sistemas podem desenvolver-se sob quaisquer das Formas e Métodos mencionados acima, dependendo do objetivo que se tenha em mente. Convém lembrar que, no caso das Formas, poderá ocorrer uma utilização concomitante de ambos num mesmo sistema, apurando-se, por exemplo, materiais diretos e mão-de-obra direta em bases pós-determinadas e os Custos Indiretos de Fabricação (CIF) em bases predeterminadas.

<sup>2</sup> Um dos primeiros autores a usar a expressão Forma de Custeio foi o professor Dr. Diogo Toledo do Nascimento, em *Padrões Contábeis Intercambiáveis entre os Métodos de Custeio por Absorção e Variável/Direto* São Paulo: FEA/USP, Dissertação de Mestrado, 1980.



São explicitados a seguir os sistemas, métodos e formas de custeio.

## 2.1 Sistemas de Custeio

Através dos sistemas de custeio, identifica-se, classifica-se, apropria-se, registra-se e acumula-se os custos dos produtos ou lotes desses. Observe-se que o que aqui se denomina de Sistema de Custeio é referido por alguns autores como Métodos de Acumulação de Custos<sup>3</sup> ou Sistemas de Acumulação de Custos<sup>4</sup>. No entanto, trata-se apenas de uma variação nominal, sem interferência no significado dos sistemas.

Normalmente, a literatura refere-se a dois tipos de sistemas de custeio: Sistema de Custeio por Ordens de produção e Sistema de Custeio por processo<sup>5</sup>, embora alguns autores também se refiram ao Sistema Misto ou Híbrido<sup>6</sup>, que corresponde ao uso simultâneo dos dois anteriores.

Os Sistemas de Custeio são analisados nos tópicos a seguir:

### 2.1.1 Sistema de Custeio por Ordem de Produção

É comum os autores se referirem ao sistema de custeio por ordem de produção, afirmando ser ele o mais adequado para empresas que utilizam um processo de produção não repetitivo, ou, ainda em que os produtos ou grupos de produtos apresentam diferenças entre si. Em outras palavras, esse processo é mais adequado quando não é a empresa que programa a sua atividade produtiva, ou não a programa integralmente, e sim, quando a referida programação depende integral ou quase integralmente das encomendas específicas de cada cliente. Ainda que haja certa rotina e, portanto, previsibilidade nas encomendas dos clientes, o que realmente determina a produção são as referidas encomendas.

Diante disso, torna-se oportuna a observação de Nascimento (2000) de que o custeio por ordem de produção baseia-se na seguinte premissa: *“produtos diferentes acarretam recursos diferentes, recursos diferentes acarretam custos diferentes,*

---

<sup>3</sup> Guerreiro (1984:26)

<sup>4</sup> Bruni & Famá (2002:139)

<sup>5</sup> Santos (2000:130 a 137)

<sup>6</sup> Guerreiro (1984:27)

*custos diferentes acarretam preços diferentes e preços diferentes requerem controles específicos”.*

No que diz respeito à conceituação do sistema de custeio por ordem de produção, há vários posicionamentos, dos quais se destacam os seguintes:

Martins (2003:145) diz:

Na **Produção por Ordem**, os custos são acumulados numa conta específica para cada ordem ou encomenda. Essa conta só pára de receber custos quando a ordem estiver encerrada. Se terminar um exercício e o produto estiver ainda em processamento, não há encerramento, permanecendo os custos até então incorridos na forma de bens em elaboração; no ativo, quando a ordem for encerrada, será transferida para estoque de produtos acabados ou para Custo dos Produtos Vendidos, conforme a situação.

Backer & Jacobsen (1974:224) afirmam que *“o sistema de custo por ordens de produção dá ênfase à atribuição dos custos a ordens de produção ou lotes de produção. Cada ordem de produção é caracterizada por especificações diferentes de fabricação”.*

Já para Maher (2001:888), custeio por ordem é um *“sistema de contabilização em que custos são identificados com unidades específicas de produtos ou com contratos, lotes ou trabalhos específicos”.*

Hornigren et al. (2000:703) definem como sistema de custeio aquele *“em que o custo de um produto ou serviço é obtido pela apropriação dos custos a uma unidade isolada, grupo ou lote de um produto ou serviço”.*

Leone (1997:192) observa:

O Sistema de Custos por OP é um sistema no qual cada elemento de custo é acumulado separadamente, segundo ordens específicas de fabricação, emitida pela área industrial, de serviços ou comercial. A cada Ordem de Produção[...] é atribuído um código que identifica o trabalho, ou o serviço, a ser executado.

E, finalmente, Matz et al. (1978:86) sugerem:

Na determinação do custo por ordem de serviço, cada serviço é uma unidade contábil, à qual materiais diretos, mão-de-obra direta e custos indiretos são atribuídos por meio de números de ordem de serviço. O custo de cada ordem produzida, para um dado cliente, ou o custo de cada lote que vai para o estoque, é registrado em uma folha de resumo, chamada folha de custo por ordem de serviço ou, meramente, folha de custo. Esta folha-mestre destina-se a coletar os valores dos materiais diretos, da mão-de-obra direta e os custos indiretos de produção aplicáveis a um serviço específico.

São exemplos de empresas que utilizam o sistema de custeio por ordem, entre outras, indústria de equipamentos e máquinas especiais, fabricação de instrumentos de medição, fabricação de produtos eletromecânicos, empresas de projetos, empresas de construção civil, empresas de consultoria, empresas de auditoria, empresas gráficas, empresas de fabricação de bens de capital, empresas de engenharia, produção de filmes cinematográficos, estaleiros e indústria aeronáutica.

Dos conceitos citados anteriormente, e sem aqui tentar eleger o mais preciso ou não, parece oportuno transcrever as características do sistema de custeio por ordem de produção, relatadas por Santos (2000), que bem delimitam o sistema em análise. Para o referido autor, as seguintes características merecem destaque:

- nenhum serviço é iniciado sem que seja devidamente autorizado por meio de ordem de produção com um número ou código correspondente;
- o controle geral é feito por ordem e por cliente;
- a produção não é padronizada;
- o sistema exige maior trabalho burocrático para o registro e controle das unidades produzidas;
- não se mantêm estoques reguladores (exceto dos materiais básicos comuns às ordens);
- a produção não é contínua, pois não existe um caminho padrão para as operações;
- os custos apurados por ordem são mais precisos, se comparados ao sistema de produção por processo, pelo fato de serem levantados individualmente por ordem de serviço;
- os produtos ou serviços são executados de acordo com as exigências ou projetos de cada cliente;
- há elevada possibilidade de análise da lucratividade dos produtos por ordem de produção concluída e entregue ao cliente.

Segundo Anthony (1979), num ambiente por ordem de produção, o produto pode consistir de uma única unidade (ex., uma turbina ou uma casa), ou pode

consistir em todas as unidades de produtos iguais ou semelhantes cobertos por uma única ordem de produção. Ressalta o autor que, nesse caso, invariavelmente ou com pequenas mudanças quatro passos são seguidos:

- a) abre-se uma folha de custo por ordem de produção, separada para cada produto/serviço ou lote de produtos/serviços;
- b) os custos da mão-de-obra direta, material direto e custos indiretos atribuíveis aos serviços são registrados nessa folha, e também debitados a estoque de produtos em processo;
- c) quando a produção da encomenda é concluída e transferida da fábrica, o custo total acumulado na folha de custo do produto/serviço é o montante usado para debitar estoque de produtos acabados e creditar estoque de produtos em processo;
- d) o saldo do inventário da produção em processo ao fim do exercício contábil é, portanto, a soma dos custos acumulados por ordem de todos os produtos/serviços na fábrica.

### **2.1.2 Sistema de Custeio por Processo**

No início do capítulo anterior, afirmou-se que era comum entre os autores a afirmação da adequação do sistema de custeio por ordem de produção a determinadas empresas que utilizam um processo não repetitivo. Para a produção de itens repetitivos, defendem eles que o sistema de custeio por processo é o mais indicado. Isso significa que este sistema é mais utilizado, segundo Maher (2001:888), *“...quando unidades idênticas são fabricadas em uma série de etapas uniformes de produção.”*

Diante disso, torna-se oportuna a observação de Nascimento (2000) de que o custeio por processo baseia-se na seguinte premissa: *“produtos iguais consomem recursos iguais, recursos iguais acarretam custos idênticos, custos idênticos podem ser refletidos por médias, não exigindo controles específicos”*.

Resulta, então, que o sistema de custeio por processo não se preocupa em contabilizar os custos de itens individuais ou grupos de itens, sendo todos os custos acumulados em centros de custos e alocados aos produtos em bases sistemáticas.

No que diz respeito à conceituação do sistema de custeio por processo ou contínuo, podem ser citados os seguintes autores:

Martins (2003:145), explicita:

Na **Produção Contínua**, os custos são acumulados em contas representativas das diversas linhas de produção; são encerradas essas contas sempre no fim de cada período (mês, semana, trimestre ou ano, conforme o período mínimo contábil de custos da empresa). Não há encerramento das contas à medida que os produtos são elaborados e estocados, mas apenas quando do fim do período; na apuração por processo não se avaliam custos unidade por unidade, e sim à base do custo médio do período (com a divisão do custo total pela quantidade produzida);

Hornngren et al. (2000:434), afirmam:

Sistema de custeio por processo é um sistema de custeio no qual o custo de um produto ou serviço é obtido pela distribuição dos custos por grandes quantidades de unidades semelhantes ou iguais. Os custos unitários são, nestes casos, calculados com base na média. Os sistemas de custeio por processo são empregados nas indústrias que custeiam unidades de produtos iguais ou similares, frequentemente produzidos em massa;

Matz et al. (1978:88) observam:

A determinação do custo por processo é adequada quando a manufatura de um produto envolve matéria-prima fundamental, tal como trigo em um moinho, óleo cru em uma refinaria de óleo ou borracha crua e cordel têxtil na fabricação de pneumáticos. O material passa por departamentos ou processo sucessivos, em uma forma contínua, para tornar-se um produto acabado. O objetivo primário da Contabilidade é determinar os custos de materiais, mão-de-obra e despesas indiretas de produção incorridos em passar uma unidade de produto através de cada departamento ou processo, determinando desse modo o custo de cada unidade acabada do produto;

Backer & Jacobsen (1974:224) relatam que “o sistema de custo por processo, que se aplica a produtos uniformes, frisa a coleta de custos de produção durante um determinado período de tempo, segundo os departamentos, processos ou centros de custos, através dos quais passam os produtos”;

Já Padoveze (1996:209) afirma:

Num sistema de custeamento por processo todos os custos de um período de tempo, como um mês, são coletados sem nenhuma tentativa de atribuir esses custos a unidades específicas do produto. Fundamentalmente, nesse sistema, coleta-se o total de custos incorridos durante o período e o número total de unidades de produtos trabalhados. Dividindo-se os custos totais pelo total de unidades, tem-se o custo unitário de cada processo.

São exemplos de empresas que utilizam o sistema de custeio por processo, entre outras, as indústrias têxteis, químicas, de petróleo, de produtos alimentícios, de óleo vegetal e de plásticos.

A partir dos conceitos sobre sistemas de custeio por processos apresentados, novamente sem pretender eleger ou não o mais preciso, parece oportuno transcrever as características desses relatadas por Santos (2000), que procura sintetizá-las:

- os produtos são padronizados;
- a produção é contínua, isto é, existe um fluxo lógico de operações;
- o custo unitário médio é determinado pela divisão do custo total pelas unidades produzidas;
- os custos são registrados por departamentos ou por fases de fabricação;
- exige-se menor esforço burocrático em comparação à produção por ordem, para controle e apuração dos custos de cada unidade produzida;
- os clientes sujeitam-se aos produtos que existem no mercado; para tanto, a empresa conta com uma eficiente estrutura de *marketing*;
- existem apontamentos simplificados de mão-de-obra em cada departamento, em razão de cada área contar com seu pessoal fixo.

Segundo Anthony (1979), num procedimento em que se adota o sistema de custeio por processo, todos os custos de um período de tempo (geralmente um mês) são coletados sem nenhuma tentativa para atribuir esses custos a unidades específicas do produto. Usa-se esse sistema numa fábrica que elabora somente um produto, ou onde a diferença entre os vários produtos não é substancial, ou seja, onde os produtos são relativamente homogêneos. Relata o autor que, nesse caso, invariavelmente, ou com pequenas mudanças, quatro passos são seguidos:

- a) os valores de mão-de-obra direta, material direto e custos indiretos de fabricação incorridos durante o exercício contábil são acumulados como débito de estoque de produtos em processo;
- b) mede-se a produção em termos do número de unidades equivalentes de produção;
- c) determina-se o custo unitário dividindo-se os custos totais pelo número de unidades equivalentes;
- d) debita-se o estoque de produtos acabados e credita-se o estoque de produtos em processo por um valor igual ao número de unidades completadas no exercício multiplicado por este custo unitário.

### 2.1.3 Sistema de Custeio Misto ou Híbrido

É oportuno destacar que existem certos tipos de produtos ou processos industriais que requerem um custeamento misto ou híbrido, como é denominado por alguns autores, ou seja, produtos ou processos industriais que, num primeiro momento, utilizam um sistema de controle por processo, para, em seguida, utilizar um sistema de controle por ordem de produção. Sempre que isso ocorre, é possível e necessária a utilização dos dois tipos de sistemas de custeio.

Martins (2003:145), comenta:

Muito comumente, encontramos empresas que trabalham parte de uma forma, parte de outra; uma indústria de fechaduras, por exemplo, fabrica pelo menos parte dos componentes em série, de forma contínua, mas o setor de montagem produz por ordem, produzindo ora um tipo ora outro de fechaduras. Ou uma indústria automobilística pode produzir o carro de forma contínua até certo ponto e, a partir daí, por ordem, segundo especificações de acabamento, cor, acessórios etc. Ainda, uma indústria de plásticos pode produzir as folhas desse material em série, mas, ao transformá-las em embalagem, fazê-las por ordem, fabricando cada modelo de uma vez.

Guerreiro (1984) ressalta que isso ocorre em função das condições do sistema produtivo, como é o caso da produção de cartão de papelão, em que o estágio inicial, de preparação de massa, é controlado por processo. Já no estágio subsequente, há controle por ordem. Ou seja, aprofundando o exemplo, a massa é praticamente a mesma para diversos produtos, logo justifica-se o sistema por processo; já na etapa seguinte, quando se exige uma diferenciação em função da medida, qualidade e

acabamento normalmente escolhidos pelo cliente. justifica-se o sistema por ordem de produção.

#### 2.1.4 Diferenças Básicas entre os Sistemas de Custeio: Ordem x Processo

Pelas características e pelos objetivos específicos que perseguem, os sistemas de custeio por ordem de produção e por processo diferenciam-se em vários aspectos. Não se pode falar em objetivos específicos, pois, no sentido amplo, os dois sistemas perseguem objetivos semelhantes, quais sejam, identificar, classificar, apropriar, registrar e acumular os custos dos produtos ou lotes de produtos a serem produzidos. Há que se ressaltar que a escolha de um ou outro sistema nunca é feita de forma aleatória, mas sim em decorrência dos produtos a serem produzidos, da forma de interação da empresa com o mercado, dentre outros fatores. Em outras palavras, somente diante da situação concreta, ou seja, diante das condições de produção e comercialização, é que se pode, com segurança, decidir por um ou outro sistema. E, dependendo dos objetivos buscados, é que se definirá o sistema escolhido.

Para o presente trabalho, serão usados os critérios de distinção entre os sistemas de custeio apresentados por Guerreiro (1984:28-29). Essas diferenças, algumas vezes com ligeiras, mas sem substanciais modificações, de um modo geral, também são apontadas pelos demais autores que foram pesquisados.

#### Quadro 2 – Diferenças Básicas entre os Sistemas de Custeio: Ordem x Processo

ITEM COMPARADO	SISTEMAS DE CUSTEIO	
	POR ORDEM	POR PROCESSO
Tipo de produto fabricado	Heterogêneos	Homogêneos
Tipo de processo	Intermitente	Contínuo
Tempo de produção	Mais demorado por unidade de produto	Mais rápida por unidade de produto
Volume de produção	Pequenos volumes	Grandes volumes
Destino da produção	Clientes específicos ou estoque	Estoque
Forma de controle produção	Através das ordens	Através do processo (departamento ou centro de custo)
Acumulação de custos	Nas ordens	Nos mapas de controle
Momento de apuração do custo total da produção	No encerramento da ordem	No fim do período definido como apuração de custo
Forma de cálculo do valor do estoque em processo	Através da soma dos custos acumulados nas ordens	Valoração das unidades em processo equivalentes às unidades terminadas de produtos
Cálculo do custo unitário do produto	Custo total da ordem dividido pelas unidades produzidas na mesma	Custo do processo dividido pelas unidades produzidas e unidades equivalentes em processo no final do período
Geração de diferentes produtos	Fabricação de um único produto na ordem	Produção de único ou vários produtos no mesmo processo (produção conjunta)

Fonte: adaptado de Guerreiro (1984:28 e 29)



Do quadro 2. avultam em importância as características que dizem respeito à geração de diferentes produtos para clientes específicos de um lado (sistema de custeio por ordem) e da geração de produtos uniformes para estoque por outro (sistema de custeio por processo), que, no entender do autor deste trabalho, parecem ser balisadoras do uso de um ou outro sistema

Convém registrar aqui, e isso serve para o restante do trabalho, que, quando se tratar de sistemas, será enfatizado doravante a importância do custeio por processo, pois é desse sistema que se deriva o custeio de produção conjunta, objetivo maior desta pesquisa.

Entretanto, entende-se necessária uma rápida abordagem dos Métodos e Formas de Custeio, uma vez que deles depende a abordagem dos sistemas, já que nos exemplos adiante opta-se por pelo menos um Método e uma Forma de Custeio.

## **2.2 Métodos de Custeio**

Como vimos acima, o que interessa mais intensamente nesta pesquisa e que terá repercussões nos capítulos seguintes, é o sistema de custeio por processo. No entanto, esse está inserido em Sistemas de Custeio que, por sua vez, está inserido no Sistema de Contabilidade de Custos. Destaque-se, porém, que, ao lado de Sistemas de Custeio, estão inseridos os Métodos de Custeio e as Formas de Custeio. Por isso, para manter a visão de conjunto, ou seja, a visão conjunta do Sistema de Contabilidade de Custos, é necessário explicitar os Métodos e Formas de Custeio, os quais, no entanto, por não repercutirem diretamente neste trabalho, serão apresentados de forma abreviada, não obstante sua amplitude e complexidade. Neste trabalho, serão apresentados apenas os métodos de custeio por absorção, variável e direto, uma vez que apenas esses são utilizados para exemplificações do foco da pesquisa.

### **2.2.1 Método de Custeio por Absorção**

O Método de Custeio por Absorção consiste em atribuir aos produtos fabricados todos os custos de produção do período, quer de forma direta ou indireta. Com isso, todos os custos, fixos ou variáveis, são absorvidos pelos produtos, sendo

que os custos diretos são alocados diretamente, e os custos indiretos por rateio. Os custos diretos mais comuns são a matéria-prima e a mão-de-obra direta. Já com relação aos custos indiretos, podemos citar fatores como aluguel, depreciação, mão-de-obra indireta, etc.

Martins (2003:37) relata que o Custeio por Absorção é o método derivado da aplicação dos princípios de contabilidade geralmente aceitos. Segundo ele, esse tipo de custeio *“consiste na apropriação de todos os custos de produção aos bens elaborados, e só os de produção; todos os gastos relativos ao esforço de fabricação são distribuídos para todos os produtos feitos”*.

Leone (1997:26) menciona que o Método de Custeio por Absorção

é aquele que inclui todos os custos indiretos de fabricação de um certo período nos custos de suas diferentes atividades industriais, sejam produtos, processos ou serviços. O critério, para tanto, precisa recorrer a uma série de rateios por causa dos custos comuns, de difícil identificação ou não relevantes. A finalidade principal do critério é ter o custo total (direto e indireto) de cada objeto de custeio. Esse custo total se destina, entre outros fins, a determinar a rentabilidade de cada atividade, a avaliar os elementos que compõem o patrimônio e a compor uma informação significativa no auxílio à decisão de estabelecer os preços de venda dos produtos e serviços.

Maher (2001:360) observa que o custeio por absorção é um método de *“contabilização no qual tanto os custos fixos como os custos variáveis de produção são considerados custos do produto”*. Isso pressupõe que os produtos “absorvem” todos os custos de produção, ou seja, todos os custos de produção são atribuídos às unidades produzidas.

Hornigren et al. (2000:211) comentam que o *“custeio por absorção é o método de custeio do estoque no qual todos os custos de fabricação, variáveis ou fixos, são considerados custos inventariáveis. Isto é, o estoque “absorve” todos os custos de fabricação”*.

Neves & Viceconti (2001), focalizando o Custeio por Absorção sob a ótica legal, observam que o mesmo é o único aceito pela Auditoria Externa, porque atende aos princípios contábeis da realização da receita, da competência e da confrontação. Por isso, é o único método aceito pelo imposto de renda. Esse é um dos motivos pelo qual é amplamente adotado, sem maiores análises, por parte do contador ou equipe, mesmo apresentando resultados que possam vir a distorcer a realidade.

## 2.2.2 Método de Custeio Variável

Embora alguns autores usem as expressões Custeio Direto e Custeio Variável, como sinônimas, dando a entender que não há diferenças entre um método e outro, é oportuno salientar que, conforme Nascimento (1989), existem diferenças entre o Custeio Variável e o Custeio Direto. Essas diferenças são aceitas e têm-se difundido na literatura sobre o assunto<sup>7</sup>.

No presente trabalho, para explicitar essa questão, ambos os métodos são subitemizados a seguir:

### 2.2.2.1 Método de Custeio Variável

Esse método de custeio consiste em alocar aos produtos somente custos e despesas variáveis, quer sejam diretos ou indiretos.

Nascimento (1989:32) menciona:

sob o Custeio Variável, apenas e tão somente os custos e despesas variáveis são apropriados à unidade de produto, não se admitindo qualquer associação de gastos fixos a ela (custos e despesas). Aos custos e despesas variáveis é, então, adicionada a denominada Margem de Contribuição, que deve ser suficiente para a cobertura dos Custos e Despesas Fixas e, ainda, do necessário lucro. Na literatura frequentemente esse método de custeio é erroneamente denominado Custeio Direto.

Vartanian (2000:71) relata:

O Método de Custeio Variável é aquele em que somente os custos diretos ou indiretos variáveis e as despesas variáveis são atribuídos aos objetos de custeio. Os custos e despesas fixas são levados integral e diretamente ao resultado do período. Dessa maneira, comporão o valor dos estoques (quando esses são objeto de custeio em questão) apenas os custos variáveis. As despesas variáveis são apropriadas após a valoração dos inventários para se apurar a chamada Margem de Contribuição.

Leone (1997:322) observa:

O Método de Custeio Variável fundamenta-se na idéia de que os custos e as despesas que devem ser inventariáveis (debitados aos produtos em processamento e acabados) serão apenas aqueles diretamente identificados com a atividade produtiva e que sejam variáveis em relação a uma medida (referência, base, volume) dessa atividade. Os demais custos de produção, definidos como periódicos, repetitivos e fixos, serão debitados diretamente contra o resultado do período. O critério, por causa desse procedimento básico, é chamado, também, de critério de custo parcial. O critério do custeio variável é muito útil para intervir no processo de planejamento e de tomada de decisões, até porque uma de suas potencialidades está centrada na análise da variabilidade das despesas e dos custos.

---

<sup>7</sup> Veja-se a dissertação de mestrado de Vartanian (2000).

Segundo Neves & Viceconti (2001), o Método de Custeio Variável, diferente do Método de Custeio por Absorção, não é aceito pelo imposto de renda, pois fere os princípios contábeis da realização, competência e confrontação, porque os custos fixos são reconhecidos como despesas, mesmo que nem todos os produtos fabricados tenham sido vendidos. Mas, mesmo não sendo aceito pela legislação do imposto de renda, é o método de custeio indicado para tomada de decisões.

Como é sabido, no Custeio Variável tem-se a margem de contribuição para cada produto, que substitui o lucro bruto evidenciado no Método de Custeio por Absorção. Já o Resultado Operacional só ocorre para a empresa como um todo, isso porque, no Custeio Variável, não se usa rateio dos custos e despesas fixas por produto.

#### **2.2.2.2 Método de Custeio Direto**

Vartanian (2000), apoiado na tese de Nascimento (1989), observa que, partindo-se da premissa de que um custo é direto ou indireto em relação à sua objetiva identificação e mensuração por unidade de produto ou serviço, e de que o custo indireto é identificável somente por rateio, o qual depende de variedade de produtos e/ou volume, pode-se definir o Método de Custeio Direto como sendo aquele que leva aos objetos de custeio as seguintes modalidades de gastos: custos diretos, custos indiretos de fabricação variáveis, custos indiretos de fabricação fixos específicos, despesas operacionais variáveis e despesas operacionais fixas específicas.

Custeio Direto: não rateia quando da evidenciação do resultado gerencial por linha e global, onde se obtêm: primeira Margem de Contribuição por produto e linha e segunda Margem de Contribuição apenas por linha. Mas, caso se deseje apurar custos, primeira e segunda Margens de Contribuição para cada produto da linha, custos indiretos fixos específicos, e as despesas fixas específicas (custos e despesas fixas diretas de linha), deverão ser rateados por produto, uma vez que são diretos de linhas, mas indiretos de produtos.

Sendo assim, no Método de Custeio Direto, todos os custos e despesas variáveis ou fixos que se permitem ser apropriados à unidade de produto são: os variáveis diretamente e os fixos por rateio.

Na verdade, segundo Nascimento (2000), o Custeio Direto corresponde a uma abordagem direta por linha, quando então, os custos são vistos como diretos/específicos ou indiretos/comuns em relação à mesma. Quando limitado à abordagem de custos e despesas por linha não envolve rateio. Entretanto, se for necessária uma visão de custos e despesas para cada um dos produtos que compõem a linha (em situações de precificação, por exemplo), a única forma de reflexão de custos e despesas que, embora fixos, são específicos ou diretos da linha, ocorrerá somente com base em rateio. Neste momento, efetivamente, os custos/despesas fixos, que são específicos/diretos da linha, tornam-se indiretos dos produtos, uma vez que a eles são rateados.

Portanto, sob o Custeio Direto, quando necessário, todos os custos e despesas específicos/diretos de linha são associados aos produtos que compõem a linha, os diretos de produtos, sem rateio, mas os específicos de linha com o uso de rateio.

Ainda na opinião de Nascimento (2000), para não confundir com o termo “direto” que supõe inexistência de rateio, o método de custeio em questão deveria denominar-se Método de Custeio Específico, onde todos os custos e despesas diretos/específicos de uma linha de produção, e apenas eles, podem ser associados com os produtos da linha, com o uso ou não de rateio.

Com relação à diferença entre o custeio variável e o custeio direto, pode-se observar que naquele apenas e tão somente os custos e despesas variáveis são apropriados a unidades de produção, não se admitindo qualquer associação de gastos fixos a elas (custos ou despesas). Já no custeio direto, são levadas em consideração as seguintes modalidades de gastos: custos diretos, custos indiretos de fabricação variáveis, custos indiretos de fabricação específicos, despesas operacionais variáveis e despesas operacionais fixas específicas. Nascimento (2000), entretanto, pondera, que, para fins de estocagem, apenas os custos fixos identificados serão rateados aos produtos, os custos fixos comuns serão considerados custos de período.

### 2.2.3 Diferenças e Semelhanças: Custeio por Absorção x Custeio Variável

Tanto o Custeio por Absorção como o Custeio Variável utilizam as mesmas informações referentes à produção e custos. Diferenciam-se no tratamento dado aos custos fixos, sendo que o Custeio por Absorção aloca os custos fixos aos produtos, enquanto que o Custeio Variável não, considerando-os como sendo relativos ao período e não aos produtos. Dessa forma, pelo Custeio Variável, os produtos recebem somente custos variáveis, isso quando se tratar de valoração de estoques, porém, quando da evidenciação gerencial do resultado, custos e despesas são considerados, sendo as despesas variáveis somadas aos custos variáveis para apuração da margem de contribuição.

Na Demonstração de Resultados, pelo Custeio por Absorção, das receitas são deduzidas os custos, tanto diretos como indiretos, fixos ou variáveis, obtendo-se daí o resultado bruto. Já na Demonstração do Resultado do Custeio Variável, das receitas são deduzidos os custos e as despesas variáveis, para obtenção da margem de contribuição.

Considerando a interação entre Sistemas e Métodos de Custeio, segundo Nascimento (2000), os Sistemas de Custeio por Ordem e por Processo permitem ser operados sob quaisquer dos Métodos de Custeio priorizados neste trabalho - Absorção, Variável e Direto - e também dos demais preconizados pela literatura de custos, não havendo qualquer restrição a respeito. Por exemplo, ao se utilizar o Método de Custeio Variável, sob o Sistema por Ordens, apenas e tão somente os custos variáveis serão considerados como custos de produção de cada ordem. Já, para fins gerenciais, também as despesas variáveis serão identificadas por ordem para fins de evidenciação da margem de contribuição por ordem. Numa DRE, do somatório das margens de contribuição de todas as ordens serão abatidos os custos e despesas totais fixos para apuração do resultado operacional global.

É evidente que as vantagens e desvantagens societárias ou gerenciais de cada método de custeio se refletirão nos Sistemas sob os quais são utilizados. Por exemplo, o Sistema de Custeio por Processo, se operado sob o Custeio por Absorção, atenderá diretamente aos preceitos societários e de auditoria; já quando operado sob o Custeio Variável, terá características mais gerenciais.

Buscando demonstrar as diferenças e semelhanças entre os dois métodos de custeio, apresenta-se o quadro 3, adaptado de Leone (1996:402):

**Quadro 3 – Diferenças e Semelhanças: Custeio Variável x Custeio por Absorção**

Custeio Variável	Custeio Absorção
1. Classifica os custos em fixos e variáveis.	1. Não há a preocupação por essa classificação.
2. Debita ao segmento, cujo custo está sendo apurado, apenas os custos que são diretos ao segmento e variáveis em relação ao parâmetro escolhido como base.	2. Debita ao segmento cujo custo está sendo apurado os seus custos diretos e também os indiretos através de uma taxa de absorção.
3. Os resultados apresentados sofrem influência direta do volume de venda.	3. Os resultados apresentados sofrem influência direta do volume de produção.
4. É um critério administrativo e gerencial interno.	4. É um critério legal e fiscal externo.
5. Aparentemente sua filosofia básica contraria os preceitos geralmente aceitos de Contabilidade, principalmente os fundamentos do "regime de competência".	5. Aparentemente, sua filosofia básica alia-se aos preceitos contábeis geralmente aceitos, principalmente aos fundamentos do "regime de competência".
6. Apresenta a Contribuição Marginal – diferença entre as receitas e os custos diretos e variáveis do segmento estudado.	6. Apresenta a Margem operacional – diferença entre as receitas e os custos diretos e indiretos do segmento estudado.
7. O custeamento variável destina-se a auxiliar, sobretudo, a gerência do processo de planejamento e de tomada de decisões.	7. O custeamento por absorção destina-se a auxiliar a gerência no processo de determinação da rentabilidade e de avaliação patrimonial.
8. Como o custeamento variável trata dos custos diretos e variáveis de determinado segmento, o controle da absorção dos custos da capacidade ociosa não é bem explorado.	8. Como o custeamento por absorção trata dos custos diretos e indiretos de determinado segmento, sem cogitar de perquirir se os custos são variáveis ou fixos, apresenta melhor visão para o controle da absorção dos custos da capacidade ociosa.

Fonte: adaptado de Leone (1997:402).

### 2.3 Formas de Custeio

Segundo Nascimento (2000), Formas de Custeio são alternativas de cálculo dos custos antes ou após a ocorrência da efetiva produção; refletem, portanto, custos futuros ou passados, o que é fundamental em termos de planejamento, controle e decisão.

Podem classificar-se em: Forma Predeterminada e Forma Pós-determinada.

Nos subitens a seguir, de forma resumida, serão analisadas as Formas de Custeio Predeterminada e Pós-determinada.

### 2.3.1 Forma Predeterminada

Forma de Custeio em que são gerados os custos predeterminados, ou seja, aqueles determinados antes de se realizar a produção de um produto ou serviço. Os custos predeterminados se subdividem em custo estimado e custo-padrão.

#### 2.3.1.1 Custo Estimado

Para Matz et al. (1978:510) define:

Custos estimados são uma forma de custos predeterminados que as empresas estabelecem antes da produção ou construção. Muitos tipos de empresas adotam custos estimados: os fabricantes de calçados, de móveis e de roupas; as empresas engajadas em obras de construção de estradas, pontes, estaleiros, casas, estruturas de escritório e fábricas e as empresas do ramo de engarrafamento, confeitos, remédios, panificação e conservas enlatadas.

Segundo Bruni & Famá (2002:162 e 163),

**Custo Estimado** é aquele estabelecido com base em custos de períodos anteriores, ajustados em função de expectativas de ocorrências futuras, porém sem muito questionamento sobre as quantidades (materiais/mão-de-obra) aplicadas nos períodos anteriores e respectivos custos. Em geral, é empregado para cálculo de taxas de aplicação dos custos indiretos de fabricação, podendo ser estendido aos custos indiretos.

Como se pode observar, sendo baseados no passado, os custos estimados acabam projetando para o futuro eficiências ou ineficiências, dado ao pouco questionamento do passado.

#### 2.3.1.2 Custo-padrão

Conforme Martins (2003:315), *“a mais eficaz forma de se controlar custo é a partir da institucionalização do Custo-padrão...”*.

Segundo o autor, existem basicamente dois tipos de custo-padrão: o Custo-padrão ideal e o Custo-padrão corrente.

Com relação ao primeiro, o autor comenta que, muitas vezes, ele é entendido como sendo o custo ideal de fabricação de um determinado item. Ele seria conseguido com o uso das melhores matérias-primas possíveis, com a mais eficiente mão-de-obra viável e com 100% da capacidade da empresa, sem nenhuma parada por qualquer motivo, a não ser a já programada em função de uma perfeita manutenção preventiva. Essa idéia está em franco desuso, pois nasceu da tentativa de se fabricar



um custo “em laboratório”. Logo, o custo-padrão ideal seria um objetivo da empresa a longo prazo, e não a meta fixada para o próximo ano ou para determinado mês.

Com relação ao segundo, o custo-padrão corrente, o autor comenta que este é muito mais válido e prático, pois diz respeito ao valor que a empresa fixa como meta para o próximo período para um determinado produto ou serviço. No entanto, comporta a diferença de levar em conta as deficiências sabidamente existentes em termos de qualidade de materiais, mão-de-obra, equipamentos, fornecimento de energia, etc.; é um valor que a empresa considera difícil de ser alcançado, mas não impossível.

O primeiro – custo padrão ideal – diferencia-se do segundo – custo padrão corrente – em diversos pontos. Eis alguns apontados por Martins (2003:316):

- o Corrente considera algumas ineficiências da empresa, só excluindo aquelas que a empresa julga possam de fato ser sanadas; o Ideal só exclui as que “cientificamente” não podem ser eliminadas;
- o Corrente é levantado com base não só em estudos teóricos, mas também em “pesquisas e testes práticos”, mediante estudos e cálculos não distanciados da realidade;
- o Corrente leva em conta os fatores de produção que a empresa realmente tem à disposição, como máquina que possui, mão-de-obra na qualidade que detém ou pode recrutar no período etc.; o Ideal considera os melhores fatores de produção que a empresa deveria ter, mesmo que isso não fosse viável para ela de imediato;
- o Corrente é uma meta de curto e médio prazo, enquanto o Ideal é de longo;
- aquele fixa um montante que a empresa deverá empenhar-se para alcançar no próximo período, este, um valor do qual deverá aproximar-se ao longo de vários anos, sem provavelmente jamais alcançá-lo.

Com relação a diferenças entre o Custo-padrão Corrente e Custo Estimado, ao responder à interrogação sobre “no que se diferencia o custo-padrão corrente do custo estimado”, Martins (2003:316) esclarece que talvez a forma mais simples de se responder seja dizendo que o Padrão Corrente é o custo **que deveria ser**, enquanto o

Estimado é o custo **que deverá ser**. Aquele é o que a empresa deveria alcançar, se conseguisse atingir certos níveis de desempenho, enquanto este é o que normalmente a empresa deverá obter. Observa, ainda, que o Custo-padrão Corrente é mais elaborado; exige que determinados estudos sejam feitos, enquanto o Estimado parte da hipótese de que a média do passado é um número válido e apenas introduz algumas modificações esperadas, tais como volume de atividade, mudança de equipamento, etc.

Convém esclarecer, com base em Nascimento (1980:13):

A fixação de custo-padrão é responsabilidade conjunta de vários departamentos na empresa – Marketing, Produção, Engenharia, Compras, Pessoal e Contabilidade de Custos, com esta última atuando na formalização dos padrões e fornecendo dados históricos que permitem avaliar quão bem estão sendo definidos os padrões.

Para Bruni & Famá (2002:162 e 163),

**Custo-Padrão** é aquele, estabelecido com mais critério, que representa o que determinado produto deveria custar, em condições normais de eficiência do uso do material direto, da mão-de-obra, dos equipamentos, de abastecimento do mercado fornecedor e da demanda do mercado consumidor. Pode ser ideal – quando obtido com base em estudos científicos, desprezando ineficiências e apresentando, portanto, poucas chances de ser alcançado – ou corrente – quando considera as características normais do processo e do produto (incluindo qualidade de materiais, ineficiências, paradas etc.), que representam a meta a ser alcançada em determinado período.

Os autores comentam que o principal objetivo da utilização da forma de custeio-padrão consiste no controle dos custos, realizado com base em metas prefixadas para condições normais de trabalho. Com isso, é possível apurar os desvios do realizado em relação ao previsto, identificar as causas dos desvios e adotar providências corretivas e preventivas de erros que permitam a melhoria do desempenho.

Observam ainda que a fixação de custos-padrão envolve dois tipos de padrões, relativos aos consumos físicos de recursos e aos valores monetários unitários de cada recurso consumido, quais sejam:

**Padrões físicos:** consumo físico padrão dos recursos necessários, como materiais diretos, mão-de-obra direta, consumo de energia etc., que são de responsabilidade de áreas operacionais, como produção, PCP, desenvolvimento de produto, etc.;

**Padrões monetários:** custos em unidades monetárias, por unidades de consumo dos recursos necessários: são de responsabilidade de áreas administrativas, como controladoria, compras, departamento de pessoal.

Percebe-se, com isso, que a aplicação da forma de custeio-padrão permite analisar as variações ocorridas entre o custo real e o padrão. Destaque-se que a variação será favorável quando o real for menor que o padrão e desfavorável quando o real for superior ao padrão.

### 2.3.2 Forma Pós-determinada

Se, por um lado, os custos predeterminados são apurados antes de um processo produtivo, os custos pós-determinados ou pós-calculados, como alguns autores os denominam, são determinados depois da realização daquele; são os custos efetivamente incorridos. Isto é, trata-se dos custos registrados pela Contabilidade de Custos no seu valor original, que constam de documentos hábeis, sendo seus valores determinados com elevada objetividade. São denominados de reais ou históricos.

Segundo Maher (2001:137), “no *custeio real os produtos recebem os custos realmente incorridos; nenhuma taxa predeterminada é utilizada*”.

Conforme CRC-SP (1992:53) o custo real “*atribui aos elementos de custos valores históricos, ou seja, os custos efetivamente incorridos*”.

Para Leone (2000:68),

Os custos históricos são os custos registrados contabilmente. São os custos realmente incorridos. Em outras palavras, são custos objetivos, porque não sofrem nenhuma influência de julgamentos subjetivos. De acordo com o “preceito contábil geralmente aceito do custo histórico”, a Contabilidade somente considera os custos que constam de documentos hábeis e cujos valores foram determinados com objetividade.

Guerreiro (1984:23), explica que o custo histórico é um “*custo efetivamente incorrido, determinado de forma objetiva, através de documentos ou de outras evidências de transação*”.

### 2.3.3 Custos Predeterminados x Pós-determinados

A comparação entre Custos Predeterminados e Pós-determinados se insere num mecanismo de controle, que envolve alguns passos, conforme Nascimento (2000):

- definição de um parâmetro (predeterminado),
- cálculo do custo real (pós-determinado);
- determinação das variações;
- análise das variações;
- definição de responsabilidades em relação a essas variações;
- tomada de decisões.

É fundamental que essas etapas todas se cumpram, sob o risco de esse sistema ruir; não basta calcular o pré e não basta ter o pós, é fundamental que os dois sejam confrontados e as variações sejam determinadas, analisadas as suas causas e as responsabilidades em relações a essas causas sejam definidas, sejam elas positivas ou negativas, sempre observando os aspectos de relevância, e que decisões sejam tomadas visando a corrigir variações negativas e perpetuar as variações positivas.

### 3 PRODUÇÃO CONJUNTA – UMA VISÃO DA LITERATURA CONVENCIONAL

No presente capítulo, aborda-se a produção conjunta, subdividida em produtos conjuntos e custos conjuntos. No que diz respeito aos produtos conjuntos, é estudada a subdivisão destes em co-produtos, subprodutos e sucatas. Em relação aos custos conjuntos, são analisados os motivos que levam à alocação dos custos conjuntos e, posteriormente, evidenciados os aspectos de contabilização da produção conjunta, enfocando os procedimentos referentes a co-produtos, subprodutos e sucatas.

Para os esclarecimentos básicos deste capítulo, foi consultada a bibliografia de uso mais corrente e autorizada, evidenciando o que pensa cada autor, porém sem polemizar, pois a função deste capítulo é, entre outras, servir de base para o capítulo 4 (quatro), onde serão explicitados os critérios de alocação de custos conjuntos.

De modo geral, a produção conjunta é caracterizada pela obtenção de dois ou mais produtos a partir de um mesmo insumo ou matéria-prima, conforme pode ser depreendido das opiniões a seguir:

Backer e Jacobsen (1974:305) afirmam que *“quando dois ou mais produtos emergem de uma mesma matéria-prima ou processo, ou de várias matérias-primas e processos, a produção é chamada de produção conjunta”*.

Conforme Iudícibus (1993:159), *“empresas com processo de produção conjunta são aquelas em que, basicamente, a partir do processamento, em várias fases e departamentos, da mesma matéria-prima básica obtemos vários produtos, denominados co-produtos, e, eventualmente alguns subprodutos”*.

Segundo Santos (2000:142), *“a produção conjunta ocorre quando a partir de uma mesma matéria-prima, surgem diversos produtos”*.

O mesmo autor ainda cita duas características importantes da produção conjunta:

- a) os produtos conjuntos não podem ser identificados separadamente antes do ponto de cisão ou ponto de separação;
- b) a obtenção de um produto depende da produção de outro.

Portanto, produção conjunta é o ambiente onde dois ou mais produtos são produzidos pelo mesmo processo, a partir de uma mesma matéria-prima, até o ponto de separação. O ponto de separação é o ponto no qual os produtos conjuntos se tornam separados e identificáveis. Ou seja, da produção conjunta resultam diversos produtos, os quais até o ponto de separação são chamados de produtos conjuntos e, após esse ponto, são chamados de co-produtos, subprodutos ou sucatas, dependendo do valor de venda de cada um, ou ainda, conforme os critérios de cada empresa.

Assim, no processo de produção conjunta, os produtos surgem simultaneamente, ou em processos muito próximos. Na indústria frigorífica, por exemplo, em que a matéria-prima é o suíno vivo, emerge do seu abate uma variedade de produtos, tais como: miúdos, carcaças que se transformam em cortes, como lombo, paleta, costela, pernil, etc), comercializados como “carne in natura” (fresca, resfriada e congelada), além daqueles decorrentes da industrialização desses cortes, após o ponto de separação, como lingüiça, salsicha, presunto e outros.

Nesse processo, podem ser obtidos produtos diferenciados, com grande valor de mercado, em função da sua demanda, outros com demanda sazonal e alguns ainda com reduzida demanda e pouca importância no processo de produção, denominados subprodutos.

Outra característica da produção conjunta, segundo Horngren et al. (2000), refere-se ao fato de que não se pode industrializar um produto em menor quantidade que outro, como nos frigoríficos, já que de um mesmo animal abatido não se pode reduzir ou aumentar o número de produtos. Nesse caso, tem-se um coração, um fígado, dois pernis, dois conjuntos de costelas, etc. Em outras palavras, no processamento de uma matéria-prima, surgem os produtos que dela são possíveis de ser extraídos, nem mais nem menos, e não somente aqueles que diretamente necessita ou deseja o gestor do processo.

### 3.1 Produtos Conjuntos

Os produtos conjuntos são normalmente classificados de três formas quais sejam: produtos principais ou co-produtos, subprodutos e sucatas. Para evitar confusão terminológica, devem ser feitas duas observações: a primeira diz respeito ao fato de que em algumas situações, de menor ocorrência na prática, resulta apenas um produto relevante, em um processo conjunto, então chamado de produto principal. Se isso acontecer, não se pode falar em co-produtos, subprodutos e sucatas, mas sim, em produto principal, subprodutos e sucatas. A segunda observação diz respeito ao fato de que algumas empresas não utilizam concomitantemente a categoria subprodutos ou a categoria sucatas, por tratarem de tudo que seja irrelevante como subprodutos ou como sucatas. Para os objetivos do presente trabalho, feitos esses esclarecimentos, será utilizada a classificação: co-produtos, subprodutos e sucatas. Se necessária outra classificação, esta será expressamente ressalvada.

Para Leone (1997:222), “produtos conjuntos são dois ou mais produtos provenientes de uma mesma matéria-prima ou que são produzidos ao mesmo tempo por um ou mais de um processo produtivo”.

Na mesma linha, Niswonger & Fess (1977:183) relatam:

quando dois ou mais produtos de valor significativo são produzidos de uma única matéria-prima direta, temos os chamados produtos conjuntos (joint products). Da mesma forma, custos implicados na fabricação de tais produtos são chamados custos conjuntos.

Matz et al. (1978:404) referem-se assim a produtos conjuntos:

Produtos produzidos simultaneamente por um processo comum ou série de processos, em que cada produto possui mais de um valor nominal na forma em que é produzido. A definição acentua o fato de que o processo de manufatura cria produtos em uma relação quantitativa definida. Um aumento na produção de um produto provocará aumento na quantidade dos outros, ou vice-versa.

Para Hansen & Mowen (2001:225), “*produtos conjuntos são dois ou mais produtos produzidos simultaneamente pelo mesmo processo até um ponto de separação, (...) que é o ponto no qual os produtos conjuntos se tornam separados e identificáveis*”; os autores relatam ainda que alguns dos produtos conjuntos podem necessitar de processamento além do ponto de separação. Porém o ponto chave é que

os custos incorridos até o ponto de separação inicial são custos conjuntos que podem ser alocados somente de forma arbitrária para o produto final.

### 3.1.1 Co-produtos<sup>8</sup>

Hornngren et al. (2000:385) afirmam que os co-produtos *“têm valor de venda relativamente alto, mas não são identificáveis isoladamente como produtos individuais até o ponto de separação”*.

Conforme Martins (2003:162), os co-produtos *“são os próprios produtos principais, só que assim chamados porque nascidos de uma mesma matéria-prima. São os que substancialmente respondem pelo faturamento da empresa”*.

Segundo CRC-SP (2000:89), co-produtos *“são dois ou mais produtos do mesmo processo, que respondem substancialmente para o faturamento da Companhia e derivam de um único conjunto de custos de produção”*.

### 3.1.2 Subprodutos

Segundo Martins (2003:122),

Subprodutos são aqueles itens que, nascendo de forma normal durante o processo de produção, possuem mercado de venda relativamente estável, tanto no que diz respeito à existência de compradores como quanto ao preço. São itens que têm comercialização tão normal quanto os produtos da empresa, mas que representam porção ínfima do faturamento total.

Conforme Hornngren et al. (2000:709), subproduto é um *“produto obtido de um processo conjunto, com pequeno valor de venda em comparação com os do produto principal ou do co-produto”*.

Niswonger & Fess (1977:185) comentam:

caso um dos produtos derivados de um processo tenha um pequeno valor, em relação ao produto principal ou produto conjunto, é ele conhecido como um subproduto (*by-product*). O aparecimento de um subproduto é apenas uma consequência da fabricação do produto principal ou produtos conjuntos. Os subprodutos podem ser sobras de materiais, tais como serragem e pedaços de madeira numa serraria; ou podem ser separados de um material no começo da produção.

---

<sup>8</sup> Deve-se lembrar que em algumas situações, como foi visto no início do subitem 3.1, às vezes só se tem um produto relevante, então chamado de produto principal. Mas, como na maioria dos casos sempre se tem mais de um que seja relevante, então devem ser chamados de co-produtos.



Para Cashin & Polimeni (1982:360),

Subprodutos são aqueles de reduzido valor de venda, produzidos simultaneamente a um produto de maior valor de venda, conhecido como produto principal. O produto principal geralmente é produzido em quantidade muito maior do que o subproduto. Os subprodutos são resultado incidental da produção principal. Podem resultar da limpeza da produção principal ou da preparação da matéria-prima antes que sejam utilizados para a fabricação do produto principal, ou podem sobrar depois que o produto principal é fabricado.

Os autores ainda comentam que os subprodutos geralmente têm a seguinte destinação:

1. podem ser vendidos na mesma forma pela qual foram originalmente produzidos;
2. podem passar por processamento posterior antes da venda.

Relatam ainda que, às vezes, pode haver problema quanto à classificação em subprodutos ou sobra de material (sucatas), sendo que a diferença básica entre ambos é que os subprodutos têm maior valor do que as sobras de material e mercado firme.

### 3.1.3 Sucatas

Segundo Martins (2003:162), *“as sucatas, que podem ou não ser decorrência normal do processo de produção, não têm valor de venda ou condições de negociabilidade boas”*.

Para Horngren et al. (2000:709), elas correspondem a um *“produto com valor de venda mínimo”*.

Maher (2001:896) conceitua sucatas como *“produto cujo valor realizável líquido é mínimo, ou mesmo negativo, em função dos custos de sua disposição”*.

Conforme Santos (2000:147), *“As sucatas são resíduos que podem ou não ser decorrência normal do processo de produção, não possuindo valor de venda e condições de negociabilidade boas. As receitas provenientes da venda de sucatas são lançadas diretamente em receitas eventuais”*.

De acordo com Neves & Viceconti (2001:117), *“sucatas (ou resíduos ou sobras) são produtos que emergem da produção (seja conjunta ou não) que, em estado normal ou com defeitos ou estragados, não têm mercado garantido de*

*comercialização, e sua venda, portanto, é bastante incerta, não se podendo estabelecer, a priori, se ela ocorrerá ou não”.*

Percebe-se, assim, que as sucatas, itens cuja venda é esporádica e realizada por valor não previsível na data em que surgem na fabricação, não recebem custos, como também não têm sua eventual receita considerada como diminuição dos custos de produção. Logo, se a venda é incerta não se pode alocar custos a elas, pois haveria o risco da não recuperação dos custos pela não venda.

### 3.1.4 Diferenças entre Co-produtos, Subprodutos e Sucatas.

Para melhor entendimento, elaborou-se o quadro 4, onde são demonstradas as diferenças entre co-produtos, subprodutos e sucatas.

Backer & Jacobsen (1974:305) relatam que normalmente a diferenciação entre co-produtos e subprodutos se dá em função da importância relativa das vendas dos produtos, porém outras formas, como objetivos definidos pela empresa, lucratividade desejada, existência de mercado e a necessidade de processamento adicional, também podem ser utilizados na classificação do que pode ser um co-produto ou um subproduto.

**Quadro 4 – Diferenças entre Co-produtos, Subprodutos e Sucatas**

	Preço	Tipo de Receitas	Participação na Receita	Condição de Venda (mercado)	Surgimento	Custeamento	Critério de Custeamento
Co-produtos	Certo	Normal	Relevante	Certa	Natural	Sim	Produção conjunta
Subprodutos	Certo	Normal	Irrelevante	Certa	Natural	Sim	Valor líquido de realização
Sucatas	Incerto	Eventual	Eventual ou Inexistente	Incerta	Natural ou Não	Não	-----

Fonte: Nascimento (2000)

Observando o quadro 4, elaborado por Nascimento (2000), percebe-se que o mesmo vale-se da classificação usual, que consiste em co-produtos, subprodutos e sucatas. O professor analisa as três categorias sob a ótica de preço; participação na receita; condições de venda (mercado); surgimento; custeamento; critério de custeamento e tipos de receita. Disso concluiu-se:

Co-produto: possui preço relativamente certo; receita relativamente certa; participação relevante na receita; condição de venda (mercado) certa; surgimento é natural; é custeável; sugere, para tanto, o enfoque de custeamento da produção conjunta.

Subproduto: possui preço relativamente certo; receita relativamente normal; participação irrelevante na receita; condição de venda (mercado) certa; surgimento natural; é custeável; sugere, para tanto, o enfoque de custeamento pelo valor líquido de realização.

Sucata: não possui preço certo; a receita decorrente é eventual; participação irrelevante ou até inexistente na receita; condição de venda (mercado) incerta; surgimento é natural decorrente de falhas no processamento, logo, não sendo custeável.

Tendo em conta os aspectos de materialidade e objetividade, o citado professor, com base em Martins (2003), sugere que, no custeamento da produção conjunta, seja seguida a seguinte ordem de atribuição dos custos conjuntos:

- 1) que todo o custo conjunto seja atribuído, inicialmente, aos co-produtos (os mais relevantes), considerando a receita dos subprodutos como outras receitas; ou,
- 2) que todo o custo conjunto seja atribuído aos co-produtos deduzido o valor líquido de realização dos subprodutos;
- 3) que os subprodutos sejam custeados com base no valor líquido de realização, apurado extracontabilmente;
- 4) que as sucatas não sejam custeadas, dada a incerteza de recuperação dos custos eventualmente a elas atribuídos diante da também incerteza de sua comercialização.

### **3.2 Custos Conjuntos**

Custos conjuntos são os custos incorridos num mesmo processo até um determinado ponto, chamado de ponto de separação, em que produtos individuais podem ser identificados.

Segundo Matz et al. (1978:397), “*custos conjuntos são aqueles incorridos antes do ponto em que os produtos identificáveis separadamente emergem dos mesmos processos*”.

Para Horngren (1985:94), Custos Conjuntos são

Custos dos produtos fabricados com volumes de vendas significativos, produzidos por um processo ou por uma série de processos que não podem ser diferenciados para cada produto enquanto não se chega a uma certa etapa de produção conhecida como **ponto de separação**.

Conforme Santos (2000:143),

custos conjuntos são aqueles decorrentes da produção conjunta, incorridos antes do ponto em que diversos produtos emergem como unidades individuais. São custos indivisíveis, não podendo ser identificados com cada produto, tomando a apropriação dos custos, qualquer que seja o método empregado, arbitrário.

Maher (2001:333), explica que “*Custo conjunto é um custo de um processo de produção de que resultam vários produtos diferentes*”.

Segundo Cashin & Polimeni (1982:368), “*custos conjuntos são os custos incorridos num mesmo processo até um determinado ponto em que os produtos individuais podem ser identificados*”.

Das definições acima, observa-se que os autores são unânimes ao concordarem que custos conjuntos são os custos incorridos num mesmo processo até um determinado ponto, chamado de ponto de separação, em que os produtos individuais podem ser identificados.

Para uma melhor visão, no quadro 5, são apresentados exemplos de setores, indústrias e matérias-primas envolvidas na fabricação de co-produtos e subprodutos.

**Quadro 5 – Exemplos de Setores, Indústrias e Matérias-primas Envolvidas na Fabricação de Co-produtos e Subprodutos**

<b>Setor</b>	<b>Indústria</b>	<b>Matéria-prima</b>	<b>Co-Produtos e Subprodutos</b>
<i><u>Agrícola e Alimentício</u></i>	<b>Moagem de Farinha</b>	Trigo, milho	Farinha comum, farinha especial, restolhos, farelo e germe de trigo
	<b>Frigoríficos</b>	Bovino, suíno, caprino, eqüino	Carne, pele, couro, adubo, gelatina, gordura, pêlo e muitos outros subprodutos.
	<b>Pesca</b>	Pescados	Peixe fresco, peixe enlatado, farinha de peixe, óleo de peixe e adubo
	<b>Processamento do Caroço de Algodão</b>	Caroço de algodão	Oleo de algodão, farinha, cascas do caroço de algodão, penugem do caroço.
	<b>Laticínios</b>	Leite	Creme, leite desnatado e integral, manteiga, iogurte, sorvete e outros produtos.
<i><u>Extrativo</u></i>	<b>Mineração de Ouro e Cobre</b>	Minério	Cobre, ouro, prata e outros metais.
	<b>Operações de Serraria</b>	Madeira	Vários tipos de madeira de construção, tábuas, serragem.
	<b>Refino de Petróleo</b>	Petróleo	Nafta, gasolina, gases, querosene, óleo diesel e óleo combustível, parafina, alcatrão e muitos outros.
<i><u>Químico</u></i>	<b>Fabricação de Sabão</b>	Sebo	Sabão e glicerina.
	<b>Fabricação de Coque</b>	Minério	Coque, amônia, alcatrão de carvão e benzol, gás e outros produtos.
	<b>Gás</b>	Minério	Gás, coque, amônia, alcatrão de carvão e compostos de enxofre.

Fonte: adaptado de Hansen & Mowen. (2001:228)

### 3.2.1 Por que alocar Custos Conjuntos?

Segundo Horngren et al. (2000:385-386), "*há muitos contextos que exigem a alocação dos custos conjuntos a produtos ou serviços específicos*".

A seguir são transcritas seis áreas que os autores acima citados julgaram importantes quando se trata de alocar custos conjuntos:

- 1 – custeio dos estoques e apuração do custo dos produtos vendidos, para elaboração das demonstrações financeiras dirigidas ao público externo e para fins fiscais;
- 2 – custeio dos estoques e apuração do custo dos produtos vendidos, para elaboração de relatórios financeiros internos, utilizados na análise da lucratividade das divisões, quando da determinação da gratificação dos respectivos gerentes;
- 3 – reembolso contratual do custo, quando somente uma parte dos produtos ou serviços é vendida ou entregue ao cliente (como, por exemplo, uma agência governamental);
- 4 – análise da lucratividade do cliente, quando clientes específicos adquirem várias combinações de co-produtos ou subprodutos, assim como outros produtos da companhia;
- 5 – determinação da indenização de seguro, quando as reclamações de danos a co-produtos, produtos principais ou subprodutos estão baseadas nas informações de custo; e
- 6 – controle de preço, quando um ou mais produtos ou serviços estão sujeitos a controle de preço.

Conforme os autores, essas seis áreas são ilustrativas e não esgotam os exemplos: seu largo alcance ilustra por que é importante dominar os critérios de alocação dos custos conjuntos. O detalhamento dos critérios de alocação de custos conjuntos será tratado no capítulo 4 (quatro).

Já Maher (2000:333), que usa a denominação *ratear* em vez de *alocar* ou *apropriar* custos conjuntos, assim se expressa, quando responde à pergunta "Por que ratear custos conjuntos?":

As razões pelas quais os custos conjuntos são rateados são muitas. Geralmente os custos são rateados com o objetivo de determinação de custos divisionais ou departamentais, para mensuração do desempenho de executivos. Muitas companhias remuneram executivos e outros empregados, pelo menos parcialmente, com base no lucro que seu departamento ou divisão obteve no ano. Quando uma única matéria-prima é convertida em produtos vendidos por dois ou mais departamentos, o custo da matéria-prima deve ser rateado aos produtos em questão. Por exemplo, se uma divisão da Sacramento-Sierra for responsável pela venda da madeira serrada tipo A e outra divisão for responsável pela venda da madeira serrada tipo B, o custo do processamento das toras de madeira pode ser rateado às divisões em questão. O rateio dos custos conjuntos também é utilizado para avaliar

estoque, em questão de seguro. Ocorrendo um sinistro, a companhia seguradora e a parte segurada precisa chegar a um acordo quanto ao valor das mercadorias perdidas. (...) As companhias industriais precisam ratear custos conjuntos, para medir o valor dos produtos que resultam de processo conjuntos (madeira serrada tipo A e tipo B, no exemplo da Sacramento-Sierra). Quando uma companhia se encontra em um setor sujeito à regulamentação governamental, o rateio de custos conjuntos pode representar o fator importante na determinação das tarifas que a companhia pode cobrar por clientes.

Conforme a resposta dada pelo autor acima, respondendo a sua interrogação, depreendem-se as seguintes respostas:

- a) o objetivo de determinação de custos divisionais ou departamentais;
- b) para mensuração do desempenho de executivos. Muitas companhias remuneram executivos e outros empregados, pelo menos parcialmente, com base no lucro que seu departamento ou divisão obteve no ano;
- c) Quando uma única matéria-prima é convertida em produtos vendidos por dois ou mais departamentos, o custo da matéria-prima deve ser rateado aos produtos em questão. Por exemplo, se uma divisão da Sacramento-Sierra for responsável pela venda da madeira serrada tipo A e outra divisão for responsável pela venda da madeira serrada tipo B, o custo do processamento das toras de madeira pode ser rateado às divisões em questão.
- d) O rateio dos custos conjuntos também é utilizado para avaliar estoque, em questão de seguro. Ocorrendo um sinistro, a companhia seguradora e a parte segurada precisa chegar a um acordo quanto ao valor das mercadorias perdidas;
- e) As companhias industriais precisam ratear custos conjuntos, para medir o valor dos produtos que resultam de processo conjuntos (madeira serrada tipo A e tipo B, no exemplo da Sacramento-Sierra). Quando uma companhia se encontra em um setor sujeito à regulamentação governamental, o rateio de custos conjuntos pode representar o fator importante na determinação das tarifas que a companhia pode cobrar por clientes.

### **3.2.2 A Contabilidade dos Custos de Produtos Conjuntos**

O objetivo da contabilidade de custos conjuntos consiste em atribuir uma parte dos custos conjuntos a cada um dos produtos conjuntos, com a finalidade de calcular o custo unitário dos produtos, determinar o estoque final de cada um e elaborar as demonstrações contábeis.

#### **3.2.2.1 A Contabilização dos Custos de Produtos Conjuntos**

Na contabilização dos custos conjuntos, os custos são acumulados em uma conta própria denominada *custos conjuntos*. No momento em que se separam os co-produtos (no ponto de separação), é feita a apropriação do custo conjunto a cada um dos co-produtos, obedecendo a um específico critério de alocação, que pode ser: o critério dos volumes produzidos, o do valor de mercado, o da igualdade do lucro

bruto ou o das ponderações, entre outros. Esses critérios de alocação são detalhados no capítulo 4 (quatro).

#### Exemplo de alocação e contabilização de custos conjuntos

Para um entendimento preliminar do problema, utilizam-se os dados do quadro 6, onde constam dados hipotéticos referentes à produção conjunta dos co-produtos “A”, “B” e “C”, cujo custo conjunto total corresponde a \$10.000 e custos unitários específicos de \$0,40 para o co-produto “A”; \$0,70 para o co-produto “B” e \$0,50 para o co-produto “C”. O critério utilizado é o do valor de mercado.

**Quadro 6 – Dados Hipotéticos para Contabilização dos Produtos Conjuntos**

Co-produtos	Custo conjunto \$	Quantidade produzida (kg)	Preço de venda unitário (\$)	Custo específico	
				unit (\$).	total(\$)
A		1.000	6,00	0,40	400
B		400	5,00	0,70	280
C		1.000	4,00	0,50	500
<b>Total</b>	<b>10.000</b>	<b>2.400</b>	-	-	<b>1.180</b>

Sob esse enfoque, os custos conjuntos são atribuídos proporcionalmente aos valores de mercado da produção dos três co-produtos, obtidos pela multiplicação das respectivas quantidades produzidas pelos correspondentes preços de venda, conforme a coluna “2” do quadro 7.

**Quadro 7 – Alocação dos Custos Conjuntos e Apuração dos Custos Totais e Unitários**

Co-produtos	Volume produzido	Valor de mercado		Custo conjunto distribuído	Custo específico total	Custo total	Custo unitário
	KG	\$	(%)	\$	\$	\$	\$
	(1)	(2)	(3)	(4)= $\frac{\$10.000 \times (3)}{100}$	(5)	(6) = $\frac{4+5}{4+5}$	(7) = $\frac{6}{1}$
A	1.000	6.000	50,00	5.000	400	5.400	5,40
B	400	2.000	16,67	1.667	280	1.947	4,87
C	1.000	4.000	33,33	3.333	500	3.833	3,83
<b>SOMA</b>	<b>2.400</b>	<b>12.000</b>	<b>100,00</b>	<b>10.000</b>	<b>1.180</b>	<b>11.180</b>	

Com os dados constantes no quadro 7, procede-se à contabilização global, como na figura 2.



Custos Conjuntos		Custos Específicos.		Receita Total	
10.000	10.000 (1)	1.180	1.180 (2)	(6)12.000	12.000
Co-produto A		Co-produto B		Co-produto C	
(1)5.000		(1)1.667		(1)3.333	
(2) 400		(2) 280		(2) 500	
5.400	5.400 (3)	1.947	1.947 (4)	3.833	3.833 (5)
C P V		Resultado			
(3) 5.400		(7) 11.180	12.000 (6)		
(4) 1.947			820 Lucro		
(5)3.833					
11.180	11.180(7)				

Figura 2 – Contabilização da Produção Conjunta.

Observa-se que o custo conjunto de \$10.000 foi alocado aos co-produtos utilizando-se o critério do valor de mercado; após, foram acrescidos os custos específicos, totalizando, assim, o custo total por produto; esses foram transferidos para CPV e, posteriormente, para o resultado, em que a receita total de \$12.000 foram deduzidos os custos de \$11.180 resultando \$820 de lucro. É oportuno observar que, por tratar-se de exemplo preliminar, deixou-se de incluir a análise de subprodutos e sucatas e de considerar eventuais estoques.

Na figura 3, evidencia-se o diagrama de custos conjuntos decorrente da contabilização anterior.

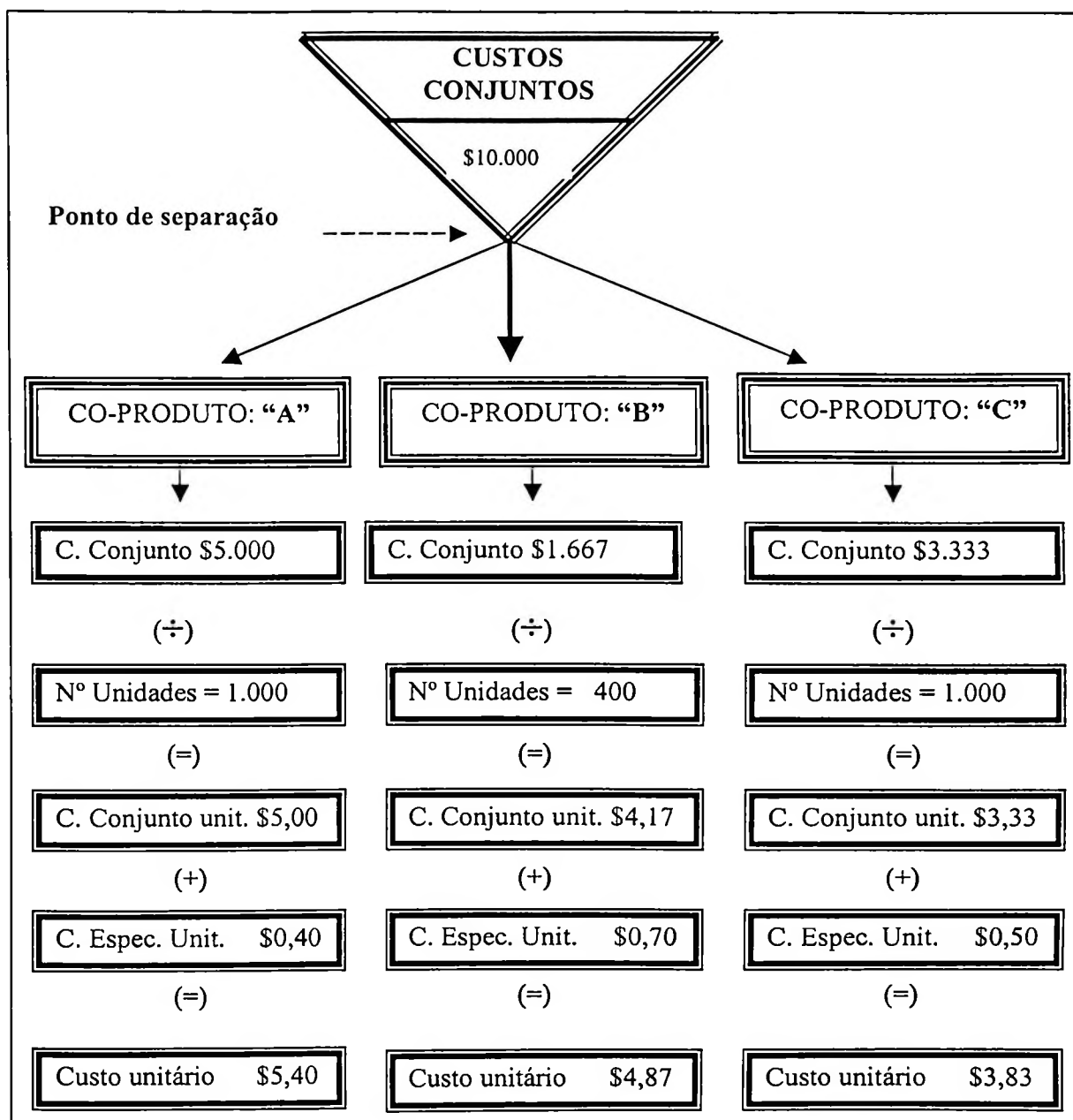


Figura 3 – Diagrama de Custos Conjuntos  
 Fonte: adaptado de Cashin & Polimeni (1982:353)

### 3.2.2.2 A Contabilização do Custo dos Subprodutos

Os subprodutos, como os co-produtos, obtidos do mesmo processo conjunto e produzidos a partir da mesma matéria-prima, diferenciam-se, normalmente, por apresentar reduzido valor de venda em comparação àqueles. O custo dos subprodutos

pode ser reconhecido, contabilmente, na produção ou no ponto-de-venda. As receitas dos subprodutos podem aparecer como um item de receita em separado, ou como compensação de outros custos.

A preocupação aqui também corresponde à necessidade de determinar o resultado e o estoque com o propósito de elaboração dos relatórios financeiros.

Com relação ao tratamento contábil dos subprodutos, é oportuno destacar o que Martins (2003:162) relata quando observa:

os subprodutos, devido ao grau de segurança existente no que diz respeito a sua venda, têm um tratamento diferente: à medida que são produzidos, têm seu Valor Líquido de Realização considerado como redução do custo de elaboração dos produtos principais, mediante débito aos estoques e crédito aos custos de produção.

Segundo Maher (2001:343), *“a contabilização de subprodutos tenta refletir a relação econômica entre os subprodutos e os produtos principais, com um mínimo de trabalho administrativo, para avaliação de estoques”*.

O autor comenta que normalmente dois critérios usuais de contabilização dos subprodutos são usados:

- a) o valor realizável líquido da venda dos subprodutos é deduzido do custo do produto principal;
- b) o resultado da venda dos subprodutos é tratado como “outras receitas”.

Concordando com Maher, Leone (2000:344) também relata praticamente os mesmos dois critérios para a contabilização dos subprodutos, ou seja, as vendas líquidas dos subprodutos como redução do custo de vendas do produto principal ou co-produto e as vendas líquidas dos subprodutos como outras receitas.

Conforme Nascimento (2000), devido ao grau de segurança existente no tocante a sua venda, à medida que os subprodutos são gerados, têm o seu *valor líquido de realização* considerado como redução do custo de elaboração dos produtos principais, mediante débito aos estoques de subprodutos e crédito aos custos de produção dos co-produtos.

Segue um exemplo do autor citado, “supondo: custo conjunto geral (co-produtos e subprodutos) = \$500.000; valor bruto de venda de subprodutos = \$32.500;

gastos diretos (embalagem) = \$5.000; despesas de venda = \$2.500 e lucro normal sobre vendas = \$0”.

**Alternativa a)** o valor realizável líquido da venda dos subprodutos é deduzido do custo do produto principal.

Na figura 4, pode-se observar a contabilização do exemplo, onde o valor líquido de realização é deduzido do produto principal (co-produto).

	<b>Produção em Processo (Co-produtos)</b>	<b>EPA - Subprodutos</b>	<b>EPA - Co-produtos</b>
MP		(3) (*)25.000	(5)475.000
MOD	(1) 515.000	25.000 (6)	
CIF	25.000(*) (3) 500.000 (5)	(VLR)	
	EF=15.000		
	<b>Receita Bruta Subprodutos</b>	<b>Div. Contas</b>	<b>Dep. Vendas e Lucro</b>
	(3)32.500	(3)32.500	(4) 7.500
	32.500 (2)	515.000 (1)	7.500 (7)
		7.500 (4)	
	<b>Dem. Res. Subprodutos</b>	(*) Valor líquido de realização para valoração do estoque de subprodutos	
	(6)25.000	<b>\$</b>	
	(7) 7.500	Valor de Venda 32.500	
		(-) Gastos Diretos (embalagem etc) 5.000	
		(-) Despesas de Venda (comissões, impostos, despesa de entrega) 2.500	
		(-) Lucro Normal 0	
		(=) Custo do Estoque do Subproduto <u>25.000</u>	

Figura 4 – Contabilização dos Subprodutos

Fonte: Nascimento (2000)

**Alternativa b)** o resultado da venda dos subprodutos é tratado como “outras receitas”.

Diferentemente da alternativa “a”, na alternativa “b”, os subprodutos recebem o mesmo tratamento das sucatas, ou seja, não são custeados, sendo a receita de suas vendas denominada e demonstrada como “outras receitas”.

Como se percebe, o problema da alocação dos custos conjuntos para fins de estocagem resume-se em como atribuir valor aos co-produtos, na medida em que os subprodutos são valorados marginalmente e as sucatas sequer recebem valor.

No capítulo seguinte, são apontados e discutidos os principais critérios de alocação utilizados para valoração dos co-produtos.

No que diz respeito às sucatas, vale registrar a observação de Martins (2003:162):

Para a Contabilidade, as Sucatas não recebem atribuição de nenhum custo, mesmo que elas sejam inerentes ao processo e surjam como itens normais em uma produção contínua, exatamente pelos problemas relativos a sua potencialidade de obtenção de receita. Quando são vendidas, têm suas receitas registradas como Receitas Eventuais em Outras Receitas Operacionais. Até que sejam negociadas, permanecem fora da Contabilidade.

Da afirmação do autor, percebe-se que as sucatas, mesmo que surjam como itens normais, não recebem custos e sua receita é contabilizada no momento da venda como outras receitas operacionais, diferentemente dos co-produtos e subprodutos, como evidenciado anteriormente.

## **4 CUSTEIO DA PRODUÇÃO CONJUNTA PARA VALORAÇÃO DE ESTOQUES**

Neste capítulo, são descritos e analisados os diferentes critérios de alocação mais difundidos e utilizados para custeamento da produção conjunta, com base em pesquisa desenvolvida, tendo em conta autores nacionais e estrangeiros.

### **4.1 Critérios de Alocação de Custos Conjuntos<sup>9</sup>**

Toda ciência tem que ser bem objetiva em relação ao uso de conceitos. A Contabilidade, como ciência, e suas especializações, como a Contabilidade de Custos, não podem fugir a essa regra. No Departamento de Contabilidade e Atuária da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade (FEA) da Universidade de São Paulo (USP), tem havido grande preocupação a respeito. Professores, como Diogo Toledo Nascimento, entre outros, têm insistido nesse tema, em orientações de dissertações como em Vartanian (2000) e Gasparini (2001) e procurado especificar o que é Sistema, Método e Forma de Custeio, conforme já evidenciado no capítulo 2 (dois) desta obra. Nas pesquisas efetuadas para fins do tema deste trabalho, defrontou-se este autor com o uso predominante do termo “Método”, conforme quadro 8, para definir os enfoques de alocação de custos conjuntos aos itens resultantes da produção conjunta.

Poucos autores, porém expressivos no cenário Contábil Gerencial nacional, como Martins (2003:164) e Leone (2000:340), referiram-se a esses enfoques como “Critério”, por isso adota-se essa expressão neste trabalho como forma de apoio às pesquisas da USP, no sentido de estabelecer uma ordem conceitual no ensino da Contabilidade de Custos.

---

<sup>9</sup> Remete-se o leitor ao início do subitem 3.1 onde – apesar da possibilidade da existência de um produto principal – deixou-se assentado que, para o presente trabalho, sempre se utilizaria a possibilidade de co-produtos, ou seja, mais de um produto relevante.

Ora, se se conhece o que é sistema de custeio, método de custeio e forma de custeio e se a grande diferença entre os métodos de custeio corresponde à maior ou menor incidência de alocação de custos aos produtos, então esses enfoques não se caracterizam como qualquer dos 3 conceitos. Estão, na verdade, implícitos nos chamados métodos de custeio e, no entender deste autor, mais especificamente dentro dos métodos por absorção e pleno<sup>10</sup>, pois identificam todos os custos de produção com os produtos. Diria alguém que, por esses enfoques alocarem até matéria-prima, então poderiam se caracterizar como mais um método. Porém este autor defende a idéia de que a alocação da matéria-prima neste caso ocorre não por vontade do contador de custos, mas por absoluta falta de alternativa; já que seu consumo é conjunto. Entretanto, seu consumo, por produto pode ser comprovado por análises físico-químicas.

Para levantamento dos Critérios de Custeio da Produção Conjunta mais comumente utilizados para valoração de estoques, procurou-se seguir uma base de classificação bibliográfica e realizar uma delimitação do material pesquisável.

Assim, as obras foram classificadas em dois grupos: escritas ou traduzidas para a língua portuguesa (nacional) e escritas em língua estrangeira.

No que diz respeito às obras escritas e traduzidas para a nossa língua, foram investigadas as mais reconhecidas no meio acadêmico e também mais utilizadas pelos contadores. Já no que diz respeito às obras estrangeiras não traduzidas, foram consideradas as de maior acesso e, dentre essas, as que mais de perto pareceram espelhar, sob o ponto de vista do autor deste trabalho, o que há de relevante sobre o assunto.

Nos próximos dois tópicos, são apresentadas as obras em língua portuguesa (originais ou traduzidas) e em língua estrangeira, utilizada como fonte deste trabalho, onde fica evidente a falta de consistência no tocante à utilização das expressões “métodos” e “critérios” para tratar da alocação de custos conjuntos.

---

<sup>10</sup> Vartanian (2000:24) afirma que as aplicações do Custeio Pleno são primordialmente gerenciais. Ao incluir nos estoques tanto custos como despesas, não pode ser usado pela Contabilidade Financeira.

#### 4.1.1 Obras Escritas e Traduzidas para a Língua Portuguesa

Entre as obras originalmente escritas ou traduzidas para a língua portuguesa, foram consideradas como relevantes para este trabalho as 13 (treze) discriminadas no quadro 8.

**Quadro 8 – Critérios de Alocação de Custos Conjuntos com base em Obras Escritas ou Traduzidas para a Língua Portuguesa**

Autores	Obra/Editora/Ano	Critérios de Alocação
<b>OBRAS ESCRITAS ORIGINALMENTE EM PORTUGUÊS</b>		
MARTINS, Eliseu	Contabilidade de custos (Atlas 2003)	a) Método dos volumes produzidos b) Método do valor de mercado c) Método da igualdade do lucro bruto d) Método das ponderações
LEONE, George S.G.	CUSTOS: Planejamento, implantação e controle (Atlas 2000)	a) Critério das unidades produzidas b) Critério das características físicas dos produtos c) Critério do valor líquido de vendas
LEONE, George S.G.	Curso de contabilidade de custos (Atlas 1997)	a) Método das unidades produzidas b) Método dos valores de venda (ou de mercado)
SANTOS, Joel J.	Análise de custos (Atlas 2000)	a) Método da unidade quantitativa b) Método do valor de mercado ou de venda c) Método da média ponderada
NEVES & VICECONTI	Contabilidade de custos (Ed. Frase 2001)	a) Método do volume produzido b) Método do valor das vendas (ou valor de mercado) c) Método do volume produzido ponderado d) Método da igualdade do lucro bruto
BRUNI & FAMA	Gestão de Custos e Formação de Preços (Atlas 2002)	a) Método dos volumes produzidos b) Método do valor de mercado c) Método da igualdade do lucro bruto
CRC-SP	Curso sobre Contabilidade de Custos (Atlas 1992)	a) Método dos volumes produzidos b) Método do valor de mercado c) Método da igualdade do lucro bruto
<b>OBRAS TRADUZIDAS PARA A LÍNGUA PORTUGUESA</b>		
BACKER & JACOBSEN	Contabilidade de custos (McGraw-Hill 1974)	a) Método da medição quantitativa da produção b) Método baseado nos valores relativos de venda dos produtos c) Método de rendimento-padrão.
CASHIN & POLIMENI	Curso de contabilidade de custos (McGraw-Hill 1982)	a) Método das unidades quantitativas b) Método baseado no valor de vendas ou mercado
HANSEN & MOWEN	Gestão de custos (Pioneira 2001)	a) Método de unidades físicas b) Método da média ponderada c) Método do valor de venda no ponto de separação d) Método do valor líquido realizável e) Método da porcentagem constante da margem bruta
HORNGREN, FOSTER e DATAR	Contabilidade de custos (LTC Editora 2000)	a) Método da medida física b) Método do valor de venda no ponto de separação c) Método do valor líquido realizável estimado (VLR) d) Método da margem bruta percentual do VLR
MAHER, Michael	Contabilidade de custos (Atlas 2001)	a) Método das quantidades físicas b) Método do valor realizável líquido c) Método do valor líquido realizável estimado (VLR)
MATZ, CURRY e FRANK	Contabilidade de custos (Atlas 1978)	a) Método da unidade quantitativa b) Método do valor de mercado ou de vendas c) Método da média ponderada



Percebe-se que, apesar de haver-se relacionado anteriormente Eliseu Martins, atualmente o principal autor de Contabilidade de Custos, no Brasil, como um dos que utilizam a expressão “critério” para exprimir as alternativas de alocação de custos conjuntos, no quadro 8, o mesmo refere-se a “métodos”. Ocorre que Martins (2003:164) intitula de “critério” o tópico que aborda o assunto, referindo-se, depois, a métodos. O autor deste trabalho, diante do uso da expressão “método” para tais fins mais elevados, conforme já tratado nesta obra, e, também, porque o segundo principal autor de custos, George Sebastião Guerra Leone, utiliza a expressão “critério”, conforme o mesmo quadro, preferiu adotá-la nesta obra.

#### 4.1.2 Obras Estrangeiras não Traduzidas

No tocante a obras estrangeiras não traduzidas para a língua portuguesa, foram consultados 10 (dez) importantes livros, discriminados no quadro 9, a seguir, e 4 (quatro) artigos publicados em conceituadas revistas de Contabilidade, constantes do quadro 10.

**Quadro 9 – Critérios com Base em Obras Estrangeiras (Livros)**

Autores	Obra/Editora/Ano	Critérios de Alocação
LI, David H.	<i>Cost Accounting for Management Applications</i> Merrill Books (1966)	a) Método de unidades físicas b) Método do valor de venda ou mercado
DOPUCH et al.	<i>Cost Accounting</i> Harcourt Brace Jovanovich, Inc. (1974)	a) Método do número de unidades produzidas b) Método do valor realizável líquido
MORSE, J. Wayne	<i>Cost Accounting</i> Addison-Wesley Publishing Cia.(1978)	a) Método da mensuração física b) Método do valor de mercado c) Método do valor realizável líquido estimado <sup>11</sup>
KAPLAN, Robert S.	<i>Advanced Management Accounting</i> Prentice- Hall, Inc. (1982)	a) Método de unidades físicas b) Método do valor realizável líquido <sup>12</sup>
DEAKIN & MAHER	<i>Cost Accounting</i> Richard D. Inc. (1984)	a) Método das quantidades físicas b) Método do valor realizável líquido c) Método do valor líquido realizável estimado
DECOSTER et al.	<i>Management Accounting a Decision Emphasis</i> John Willey & Sons.(1988)	a) Método das quantidades b) Método do valor de mercado c) Método do valor líquido realizável estimado
HIRSCH & LOUDERBACK	<i>Cost Accounting</i> College Divisions South-Western Publishing Co. (1992).	a) Método das unidades físicas b) Método do valor realizável líquido c) Método do valor líquido realizável estimado

<sup>11</sup> O que no quadro acima os autores denominam de Método do valor realizável líquido estimado é o mesmo método que Horngren et. al (2000:389) denominam de Método do valor realizável líquido estimado (VLR).

<sup>12</sup> No mesmo sentido da observação feita na nota anterior, deve-se observar o que segue: o Método do valor realizável líquido é o mesmo método que Martins (2000:179) denomina de Método do valor de mercado e Horngren et. al (2000:387) denominam de Método do valor de venda no ponto de separação.

ENGLER, Calvin	<i>Managerial Accounting</i> Richard D. Inc. (1993)	a) Método das unidades físicas b) Método do valor de venda c) Método do valor líquido realizável estimado
HILTON, Ronald H.	<i>Managerial Accounting</i> Irwin McGraw-Hill (1997)	a) Método unidades físicas b) Método valor de venda c) Método do valor líquido realizável estimado
BARFIELD et al.	<i>Cost Accounting</i> College Divisions South-Western Publishing Co. (1998)	a) Método das unidades físicas b) Método do valor de mercado

#### Quadro 10 – Critérios com Base em Obras Estrangeiras (Revistas)

Ano	Pág	Revista	Autor	Artigo em inglês	Critérios
1966	45 a 47	Management Accounting	Kenneth I. Solomon	<i>Some Explanatory On Joint-Product Costing</i>	a) Método de unidades físicas b) Método do valor de mercado c) Método da ponderação
1981	105 a 110	Journal of Accountancy	John W. Hardy, Bryce B.Orton e Louis M.Pope	<i>The Sales to Production Ratio: A New Approach to Joint Cost Allocation</i>	a) Método de unidades físicas b) Método do valor de venda
1992	785 a 796	Management Accounting	C.S. Agnes Cheng e Woody M. Liao	<i>Simultaneous Determination Of Joint Product Cost Allocations And Cost-Plus Prices</i>	a) Método da medida física b) Método do valor realizável líquido
2000	13 a 21	Journal of Cost Management	James F. Gatti e D.Jacque Grinnell	<i>Joint Cost Allocations: Measuring And Promoting Productivity And Quality Improvements</i>	a) Método das quantidades físicas b) Método do valor de mercado

#### 4.1.3 Comparação entre Obras Escritas e Traduzidas para a Língua Portuguesa com as Obras Estrangeiras

Da comparação das obras escritas e traduzidas para a língua portuguesa com as estrangeiras não traduzidas, levando-se em consideração os critérios utilizados para a alocação dos custos conjuntos, para fins de valoração de estoques, chegou-se à conclusão de que as primeiras eram suficientes para o desenvolvimento deste trabalho, uma vez que as obras estrangeiras não traduzidas não apresentaram qualquer critério novo ou relevante para o presente estudo. Em outras palavras, pela análise geral das obras citadas, tornou-se evidente para o autor que não haveria prejuízo para a pesquisa se as constantes dos quadros 9 e 10 não fossem utilizadas, pelo menos nas simulações.

#### 4.2 Conceituação, Simulação e Explicitação dos Critérios

Para uma melhor compreensão dos critérios elencados no quadro 8, desenvolveu-se um exemplo a partir de dados hipotéticos utilizados para uma simulação e complementação da compreensão dos conceitos apresentados sobre os

critérios de apropriação dos custos conjuntos extraídos das obras escritas e traduzidos para o português.

O exemplo leva em conta os seguintes valores, volumes e premissas:

- a) Custos conjuntos (matéria-prima, mais mão-de-obra direta e custos indiretos de fabricação) no valor de \$1.000;
- b) co-produtos: *Alfa, Beta, Delta e Gama*;
- c) volume de produção: *Alfa*: 100 Kg, *Beta*: 50 Kg, *Delta*: 150 Kg e *Gama*: 200 Kg;
- d) preço de venda unitário para os co-produtos: \$ 2,20 para *Alfa*, \$ 2,50 para *Beta*, \$ 3,00 para *Delta* e \$ 4,00 para *Gama*;
- e) custos unitários após o ponto de separação para os co-produtos: de \$ 0,40 para *Alfa*, \$ 0,50 para *Beta*, \$ 0,60 para *Delta*, e \$ 0,70 para *Gama*.

Não foram levados em consideração subprodutos por simplificação e devido ao foco nos co-produtos. Assim, aspectos de receita e custos de subprodutos e sucatas, em existindo, seriam tratados, como já analisado, no capítulo 3 (três) deste trabalho.

São apresentados para cada co-produto e sob os diferentes critérios:

- a) o custo conjunto total distribuído;
- b) o custo unitário;
- c) margem bruta em valor (\$);
- d) margem bruta percentual (%).

Em seguida à exemplificação de cada critério, são evidenciadas as visões das diferentes obras escritas e traduzidas para a língua portuguesa a respeito da denominação utilizada, bem como conclusões das mesmas a respeito desses enfoques.

**Quadro 11 – Síntese dos Dados Hipotéticos para Simulação dos Critérios**

Co-produtos	Custos conjuntos (MP + MOD + CIF)	Quantidade	Preço de venda unitário	Custo unitário após o ponto de separação
	(\$)	(KG)	(\$)	(\$)
<i>ALFA</i>		100	2,20	0,40
<i>BETA</i>		50	2,50	0,50
<i>DELTA</i>		150	3,00	0,60
<i>GAMA</i>		200	4,00	0,70
Total	1.000,00	500	-	-

#### 4.2.1 Critério dos Volumes Produzidos

Este critério aloca os custos conjuntos aos co-produtos de acordo com as quantidades produzidas.

**Quadro 12 – Critério dos Volumes Produzidos**

Co-produtos	Volume produzido	Proporção	Custo conjunto distribuído	Custo por unidade
	KG	%	\$	\$
	(1)	(2)=1/500	(3)=1x2	(4)=3/1
<i>ALFA</i>	100	20%	200,00	2,00
<i>BETA</i>	50	10%	100,00	2,00
<i>DELTA</i>	150	30%	300,00	2,00
<i>GAMA</i>	200	40%	400,00	2,00
<b>SOMA</b>	<b>500</b>	<b>100%</b>	<b>1.000,00</b>	<b>-</b>

Martins (2003:165), que se utiliza da denominação **método dos volumes produzidos**, relata que esse critério apropria custos iguais por unidade de volume produzida, o que pode ser constatado no quadro 12.

Leone (2000:342), que usa para o enfoque a denominação **critério das unidades produzidas**, relata que a vantagem do mesmo reside no fato de que é de fácil entendimento e aplicação, sendo o mais usado dentre os critérios quantitativos. Como desvantagem, observa que o critério não leva em conta os valores comerciais dos produtos, sendo que, às vezes, pode-se chegar a resultados curiosos, quando comparados com os obtidos por outros critérios.

Já em outra obra sua (1997:224), o mesmo autor utiliza a denominação **método das unidades produzidas**, ressaltando que as unidades físicas tanto podem ser quantidades de produtos como qualquer outra unidade que sirva para representar todos os produtos. O método pode ser baseado em quilos, litros ou metros da matéria-prima principal. Todos os produtos devem ser convertidos para essa mesma unidade de medida. Destaque-se que o método baseado em unidades de produtos apresenta uma séria desvantagem quando os co-produtos são muito diferentes entre si, o que evidenciaria que, para serem fabricadas, maiores ou menores quantidades de recursos produtivos seriam necessárias para sua fabricação.

Santos (2000:145), que usa a denominação **método da unidade quantitativa**, relata que esse método distribui os custos conjuntos com base em unidades de medida comuns a todos os produtos, que são valorados de maneira proporcional à quantidade obtida de cada um. Essas unidades de medidas podem ser: unidades, quilos, litros ou qualquer outro padrão de medida que possa mensurar todos os produtos.

Já Neves & Viceconti (2001:224) empregam a denominação **método do volume produzido (custo médio unitário)** e defendem que, por esse critério, a alocação dos custos conjuntos é feita com base na porcentagem de cada co-produto em relação ao volume de produção (que pode ser medido em unidades, litros, quilos, galões, etc).

Bruni & Famá (2002-193), que utilizam a mesma denominação de Neves & Viceconti, relatam que o método de formação de custos dos co-produtos com base nos volumes produzidos apropria os custos de forma unitária - isto é, igualmente para todos os produtos fabricados pela empresa.

A denominação **método dos volumes produzidos** é empregada também pelo CRC-SP (1992:132), que destaca que, por esse método, o custo unitário obtido é igual para todos os produtos e somente seria válido se os produtos tivessem processo de fabricação e composição de custos idênticos, mudando apenas algum detalhe irrelevante em termos de custos, como exemplo, a cor, o aroma, o sabor, etc.

Backer & Jacobsen (1974:411) utilizam outra nomenclatura, a de **método da medição quantitativa da produção**, sob o qual os custos conjuntos são rateados entre produtos conjuntos na base das unidades quantitativas da produção, isto é, libras-peso, toneladas, galões, etc. Tal método geralmente não pode ser empregado quando a produção consiste em tipos diferentes de unidades, por exemplo, líquidos e sólidos, a menos que esses possam ser equiparados. Relatam, ainda, que esse método raramente se justifica diante do que é ilógico supor, ou seja, que as unidades quantitativas tenham valores iguais.

Cashin & Polimeni (1982:357), que usam a denominação **método das unidades quantitativas**, afirmam que, por esse método, a quantidade de produção é usada como base para a alocação dos custos conjuntos. A quantidade de produção é

expressa em unidades que podem ser toneladas, litros ou qualquer outra medida apropriada. O custo conjunto alocado a cada produto é calculado dividindo-se a quantidade da produção de cada produto pela quantidade total de todos os produtos fabricados e multiplicando-se o resultado pelos custos conjuntos totais. É oportuno registrar que os autores divulgam um outro critério/método (custo unitário médio simples), que não será detalhado neste trabalho, pois os próprios autores afirmam que *“este método produz os mesmos resultados do método das unidades quantitativas; a diferença está nos meios utilizados. O método das unidades quantitativas aloca os custos conjuntos no total, ao passo que o método do custo unitário médio reduz os custos conjuntos a um custo unitário, que então é multiplicado pelas quantidades produzidas de cada item, para chegar à parte dos custos conjuntos de cada produto”*. Logo, se fosse analisado em separado, levaria aos mesmos resultados do método em questão.

Hansen & Mowen (2001:229), que empregam a denominação **método de unidades físicas**, ponderam que os custos conjuntos são distribuídos para os produtos com base em alguma medida física. Tais medidas físicas podem ser expressas em unidades como quilos, toneladas, litros, peso atômico ou unidades de calor. Em termos de cálculo, o método de unidades físicas aloca para cada produto conjunto à mesma proporção do custo conjunto que a proporção subjacente de unidades.

Hornigren et al. (2000:387), que usam a denominação **método da medida física**, evidenciam que, por esse método, faz-se à alocação dos custos conjuntos com base em suas proporções relativas no ponto de separação, utilizando uma medida física comum, tal como o peso ou o volume de produção total de cada produto. Nesse caso, a ponderação física utilizada na alocação dos custos conjuntos pode não ter relação com a capacidade individual de geração de receitas dos produtos.

Maher (2000:340), que emprega a denominação **método das quantidades físicas**, relata que, por esse método, a base de rateio é o volume, o peso ou outra medida física dos produtos conjuntos no ponto de separação.

E, finalmente, Matz et al. (1978:411), que usam a denominação **método da unidade quantitativa**, relatam que esse método tenta distribuir os custos conjuntos

totais à base de alguma unidade de medição, tal como unidades, libras, galões ou toneladas.

**Quadro 13 – Demonstração da Margem Bruta - Critério dos Volumes Produzidos**

Co-produtos	Preço de venda unitário	Custo conjunto unitário	Margem bruta	
	(\$)	(\$)	(\$)	(%)
	(1)	(2)	(3)=1-2	(4)=3/1x100
<i>ALFA</i>	2,20	2,00	0,20	9,09
<i>BETA</i>	2,50	2,00	0,50	20,00
<i>DELTA</i>	3,00	2,00	1,00	33,33
<i>GAMA</i>	4,00	2,00	2,00	50,00

Com base nos dados informados no quadro 12 e observando-se a demonstração dos dados relatados no quadro 13, pode-se concluir que o custo unitário é o mesmo para todos os co-produtos (2,00), já a margem absoluta unitária difere de co-produto para co-produto e a margem percentual também; para o co-produto *Alfa*, corresponde 9,09% da receita; para o *Beta*, 20,00%; para o *Delta*, 33,33% e, para o *Gama*, 50%.

#### 4.2.2 Critério do Valor de Mercado

Por esse critério, a apropriação dos custos conjuntos é feita proporcionalmente ao valor de mercado de cada produto, (ponderação quantidade produzida x preço de venda), sendo que, numa primeira visão, são desprezados os custos adicionais após o ponto de separação.

**Quadro 14 – Critério do Valor de Mercado.**

Co-produtos	Volume produzido	Valor mercado unitário	Valor mercado total	Custo conjunto distribuído	Custo por unidade
	(KG)	(\$)	(\$)	(\$)	(\$)
	(1)	(2)	(3)=1x2	(4)=	(5)=4/1
<i>ALFA</i>	100	2,20	220,00	137,93	1,38
<i>BETA</i>	50	2,50	125,00	78,37	1,57
<i>DELTA</i>	150	3,00	450,00	282,13	1,88
<i>GAMA</i>	200	4,00	800,00	501,57	2,51
<b>SOMA</b>	<b>500</b>		<b>1.595,00</b>	<b>1.000,00</b>	

Martins (2003:164) ressalta que, por esse critério, a premissa é de que os produtos de maior valor são os que recebem ou têm condições de receber maior

custo. Isso pode ser observado no quadro 14, onde o co-produto *Gama* que apresenta o maior valor total de mercado (\$800) apresenta o maior custo unitário (\$2,51).

Leone (1997:224), que emprega a denominação **método dos valores de venda (ou de mercado)**, comenta que os produtos que valem mais no mercado é que devem ser os maiores consumidores de custos conjuntos.

Santos (2000:144), que utiliza a denominação **método do valor de mercado ou de venda**, relata que, por esse método, os custos conjuntos são distribuídos aos diversos produtos de acordo com as unidades produzidas de cada um, ponderadas pelo preço de venda dos produtos no ponto de separação.

Neves & Viceconti (2001:118) empregam a denominação **método do valor das vendas (ou valor de mercado)** e comentam que o mesmo consiste em atribuir custos conjuntos proporcionalmente ao valor de mercado dos co-produtos.

Bruni & Famá (2002:191) valem-se do termo denominação **método do valor de mercado**, comentam que o método de formação de custos de co-produtos com base no valor de mercado apropria os custos de forma proporcional ao faturamento de cada produto.

O CRC-SP (1992:131) denomina **método do valor de mercado** e comenta que, por esse método, a apropriação dos custos conjuntos é feita proporcionalmente ao valor de mercado de cada produto.

Para Backer & Jacobsen (1974:307), que adotam a denominação **método baseado nos valores relativos de venda dos produtos**, os custos conjuntos totais são rateados entre os diversos produtos na proporção dos valores de venda da produção de cada produto em relação ao valor de venda da produção total.

Cashin & Polimeni (1982:353), que fazem uso da denominação **método baseado no valor de venda ou de mercado**, relatam que, nesse método, os custos conjuntos são alocados de acordo com o valor de venda dos produtos individuais.

Hansen & Mowen (2001:224) utilizam a denominação **método do valor de venda no ponto de separação** e comentam que, por esse método, os custos conjuntos são alocados com base em cada participação de mercado, ou valor de venda proporcional de cada produto no ponto de separação. Sob esse método, quanto



mais alto for o valor de mercado, maior será a proporção de custo conjunto debitada ao produto.

Hornigren et al. (2000:387) também empregam a denominação **método do valor de venda no ponto de separação** e relatam que, por esse método, se realiza a alocação dos custos conjuntos com base no valor relativo das vendas no ponto de separação da produção total de cada item.

Maher (2001:335) utiliza-se da denominação **método do valor realizável líquido**, relatando que, por esse método, o rateio de custos conjuntos é feito com base no valor dos produtos conjuntos no ponto de separação.

Matz et. al (1978:407) empregam a denominação **método do valor de mercado ou de vendas** e se referem ao método como sendo o de maior popularidade, devido ao argumento de que o valor de mercado de qualquer produto é uma manifestação dos custos incorridos em sua produção.

**Quadro 15 – Demonstração da Margem Bruta - Critério do Valor de Mercado**

Co-produtos	Preço de venda unitário	Custo conjunto unitário	Margem bruta	
	(\$)	(\$)	(\$)	(%)
	(1)	(2)	(3)=1-2	(4)=3/1x100
<i>ALFA</i>	2,20	1,38	0,82	37
<i>BETA</i>	2,50	1,57	0,93	37
<i>DELTA</i>	3,00	1,88	1,12	37
<i>GAMA</i>	4,00	2,51	1,49	37

Com base nos dados informados no quadro 14 e na demonstração da margem bruta no quadro 15, pode-se concluir que o custo unitário varia para cada um deles; já a margem bruta unitária em unidades monetárias também varia, porém a margem percentual é a mesma para todos os co-produtos, ou seja, 37%. Isso, naturalmente, deve-se à distribuição do custo conjunto total proporcionalmente ao valor de venda da produção, o que leva ao estabelecimento da mesma proporção entre custos unitários e preço de venda, já que os mesmos valores são considerados tanto no valor total de mercado como na apuração dos custos unitários.

### 4.2.3 Critério da Igualdade do Lucro Bruto

Por esse critério, o lucro bruto total (receita líquida – custo conjunto) é dividido pelo total de unidades vendidas, apurando-se um lucro bruto unitário que será deduzido do preço de venda unitário para a apuração do custo conjunto unitário.

Receita total.....	\$1.595,00
(-) Custo conjunto.....	\$1.000,00
(=) Lucro bruto.....	\$ 595,00
Quantidade total.....	500 unidades
<b>Lucro bruto unitário....</b>	<b>\$1,19 (\$595,00/500)</b>

**Quadro 16 – Critério da Igualdade do Lucro Bruto**

Co-produtos	Preço de venda unitário	Lucro bruto unitário	Custo conjunto unitário	Produção	Custo total	Custo conjunto unitário
	(\$)	(\$)	(\$)	(KG)	(\$)	(\$)
	(1)	(2)	(3)= 1-2	(4)	(5)=3x4	(6)=5/4
<i>ALFA</i>	2,20	1,19	1,01	100	101,00	1,01
<i>BETA</i>	2,50	1,19	1,31	50	65,50	1,31
<i>DELTA</i>	3,00	1,19	1,81	150	271,50	1,81
<i>GAMA</i>	4,00	1,19	2,81	200	562,00	2,81
<b>SOMA</b>	-	-		<b>500</b>	<b>1.000,00</b>	-

Segundo Martins (2003:166), que utiliza a denominação **método da igualdade do lucro bruto**, sob esse enfoque à distribuição dos custos conjuntos ocorre de tal forma que cada produto tem o mesmo lucro bruto por unidade, o que pode ser observado no quadro 16, onde tal lucro é de \$1,19; porém o custo não é o mesmo para cada co-produto, pois esse resulta do valor de mercado menos o lucro bruto.

Neves & Viceconti (2001:120) que, assim como Martins e Santos, também usam a denominação **método da igualdade do lucro bruto**, observam que este consiste em atribuir os custos conjuntos de tal forma que o lucro por unidade produzida seja igual para todos os co-produtos. Observando o quadro 16, pode-se constatar que o lucro por unidade é de \$1,19; já a parcela de custos conjuntos alocados a cada co-produto difere de co-produto para co-produto, uma vez que esse resulta do valor da venda deduzido do lucro em que, por exemplo, o co-produto *Alfa* com valor de venda de \$2,00, deduzido do lucro líquido de \$1,19, resulta num custo conjunto unitário de \$1,01.

Concordando com Martins, Bruni & Famá (2002:193) e CRC-SP (1992:132) relatam que, por esse método, o lucro bruto total é dividido pelo total de unidades vendidas, apurando-se um lucro bruto unitário que será aplicado para todos os co-produtos.

**Quadro 17 – Demonstração da Margem Bruta – Critério da Igualdade do Lucro Bruto**

Co-produtos	Preço de venda unitário	Custo conjunto unitário	Margem bruta	
	(\$)	(\$)	(\$)	(%)
	(1)	(2)	(3)=1-2	(4)=3/1x100
<i>ALFA</i>	2,20	1,01	1,19	54,09
<i>BETA</i>	2,50	1,31	1,19	47,60
<i>DELTA</i>	3,00	1,81	1,19	39,67
<i>GAMA</i>	4,00	2,81	1,19	29,75

Com base nos dados informados no quadro 16 e na demonstração da margem bruta no quadro 17, pode-se concluir que o custo unitário varia para cada um deles; já a margem bruta unitária em unidades monetárias é a mesma para todos os co-produtos, ou seja, \$1,19; a margem percentual varia para cada um dos co-produtos. Isso, naturalmente, deve-se à adoção da mesma margem de lucro para cada um dos co-produtos, levando, a custos unitários e margens percentuais diferentes para cada co-produto.

#### 4.2.4 Critério das Ponderações

Por esse critério, a apropriação dos custos conjuntos ocorre com base na ponderação de cada co-produto, considerando grau de dificuldade, importância, facilidade de venda, entre outros, de cada um, como pode ser observado no quadro 18.

**Quadro 18 – Critério das Ponderações**

Co-produtos	Volume produzido	Peso ou grau de	Ponderação	Participação	Custo conjunto distribuído	Custo conjunto unitário
	(kg)	ponderação	total	(%)	(\\$)	(\\$)
	(1)	(2)	(3)= 1x2	(4)=3/535x100	(5)=51000x4/100	(6)=5/1
<i>ALFA</i>	100	0,80	80,00	14,95	149,50	1,50
<i>BETA</i>	50	0,90	45,00	8,41	84,10	1,68
<i>DELTA</i>	150	1,00	150,00	28,04	280,40	1,87
<i>GAMA</i>	200	1,30	260,00	48,60	486,00	2,43
<b>SOMA</b>	<b>500</b>		<b>535,00</b>		<b>1.000,00</b>	

Martins (2003:167), que se utiliza da denominação **método das ponderações**, observa que esse método apropria os custos conjuntos aos co-produtos levando em consideração um fator de ponderação relativo ao grau de dificuldade para se produzir, à importância do co-produto nas receitas da empresa, às dificuldades ou facilidades para comercialização dos co-produtos, dentre outras variáveis.

Santos (2000:146), que usa a denominação **método da média ponderada**, relata que esse método é baseado na premissa de que os produtos conjuntos deveriam receber custos conjuntos em conformidade com as dificuldades encontradas em sua obtenção, pelos quais os fatores de produção, devidamente analisados, receberiam ponderações. Elas poderiam referir-se ao peso de cada unidade, ao tamanho do produto, à dificuldade na elaboração, ao tempo consumido na fabricação, ao tipo de mão-de-obra utilizada, dentre outros.

Neves & Viceconti (2001:120), que se valem da denominação **método do volume produzido ponderado**, relatam que esse método se assemelha ao método do volume produzido, porém com a diferença de atribuição de peso ao volume de cada co-produto, dependendo de variáveis como tamanho da unidade, dificuldade de fabricação, tempo consumido, diferença de mão-de-obra aplicada, etc. Disso resulta uma ponderação diferente de cada co-produto e, conseqüentemente, um custo conjunto diferente.

Hansen & Mowen (2001:230), que utilizam a denominação **método da média ponderada (fator de ponderação)**, observam que o método foi uma tentativa encontrada para superar as dificuldades apuradas com o método de unidades físicas e, nele, fatores ponderados são atribuídos e podem incluir elementos diversos como a

quantidade de material usado, dificuldade de manufaturar, tempo de consumo, diferenças de mão-de-obra consumida, entre outros.

Matz et al. (1978:412), que usam a denominação **método da média ponderada**, ressaltam que, em muitas indústrias, outros métodos (unidades físicas, valor de mercado) não dão resposta satisfatória para o problema de apropriação do custo, diante do que muitas vezes os fatores de peso são atribuídos a cada unidade, baseados no tamanho da unidade, na dificuldade de manufatura, no tempo consumido para fabricar a unidade, na diferença de tipo de mão-de-obra empregada, na quantidade usada de material e assim por diante.

**Quadro 19 – Demonstração da Margem Bruta - Critério das Ponderações**

Co-produtos	Preço de venda unitário	Custo conjunto unitário	Margem bruta	
	(\$)	(\$)	(\$)	(%)
	(1)	(2)	(3)=1-2	(4)=3/1x100
<i>ALFA</i>	2,20	1,50	0,70	31,82
<i>BETA</i>	2,50	1,68	0,82	32,80
<i>DELTA</i>	3,00	1,87	1,13	37,67
<i>GAMA</i>	4,00	2,43	1,57	39,25

Com base nos dados informados no quadro 18 e na demonstração da margem bruta no quadro 19, pode-se concluir que o custo unitário varia para cada um deles, bem como a margem bruta unitária em unidades monetárias e a margem percentual. Isso se deve ao fato de ser atribuído um grau de ponderação para cada co-produto, considerando um grau de dificuldade, importância e facilidade de venda entre outros.

#### 4.2.5 Critério de Rendimento Padrão

Por esse critério, os custos conjuntos são atribuídos aos co-produtos com base em rendimento-padrão. Valorado em base de mercado, o quadro 20 mostra como o critério é usado na Indústria "X", na qual esses custos (basicamente matéria-prima, mão-de-obra e custos indiretos de fabricação) correspondem a \$1.000,00 por 500 kg de co-produtos (*Alfa, Beta, Delta e Gama*).

**Quadro 20 – Critério de Rendimento Padrão**

Co-produtos	Rendimento padrão por	Valor de mercado	Receitas realizáveis		Custo rateado por 500 kg	Custo por KG
	(500 KG)	(\$)(P/ KG)	(\$)	(%)	(\$)	(\$)
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)=5/1
<i>ALFA</i>	100	2,20	220,00	13,79	137,90	1,38
<i>BETA</i>	50	2,50	125,00	7,84	78,40	1,57
<i>DELTA</i>	150	3,00	450,00	28,21	282,10	1,88
<i>GAMA</i>	200	4,00	800,00	50,16	501,60	2,51
<b>SOMA</b>	<b>500</b>	<b>-</b>	<b>1.575,00</b>	<b>100</b>	<b>1.000,00</b>	<b>-</b>

Este critério é apresentado por Backer & Jacobsen (1974:311); como se pode observar, é um critério predeterminado, uma vez que leva em consideração uma produção em (litros, kg, galões, entre outros).

**Quadro 21 – Demonstração da Margem Bruta - Critério de Rendimento Padrão**

Co-produtos	Preço de venda unitário	Custo conjunto unitário	Margem bruta	
	(\$)	(\$)	(\$)	(%)
	(1)	(2)	(3)=1-2	(4)=3/1x100
<i>ALFA</i>	2,20	1,38	0,82	37
<i>BETA</i>	2,50	1,57	0,93	37
<i>DELTA</i>	3,00	1,88	1,12	37
<i>GAMA</i>	4,00	2,51	1,49	37

Com base nos dados informados no quadro 20 e observando a demonstração da margem bruta no quadro 21, pode-se concluir que o custo unitário varia para cada um deles; a margem bruta unitária em unidades monetárias também varia, porém, a margem percentual é a mesma para todos os co-produtos, ou seja, 37%. Isso, naturalmente, deve-se à distribuição do custo conjunto total proporcionalmente ao valor de venda da produção, o que leva ao estabelecimento da mesma proporção entre custos unitários e preço de venda. Com isso, pode-se concluir, com base nos dados assumidos para o exemplo, que o critério é muito semelhante ao critério do valor de mercado, com a única diferença de ser um critério padrão que pode ser utilizado com base em dados predeterminados.

#### 4.2.6 Critério do Valor Líquido Realizável Estimado

Este critério faz a alocação dos custos conjuntos com base no valor líquido realizável estimado relativo.

**Quadro 22 – Critério do Valor Líquido Realizável Estimado**

Co-produtos	Produção	Valor de venda Unitário	Valor final esperado da venda	Menos custos separáveis esperados para completar e vender	Valor líquido realizável no ponto de separação	Ponderação	Alocação dos custos conjuntos	Custo unitário
	(1)	(2)	(3) = (1) x (2)	(4)	(5) = (3) - (4)	(6) = (5) \$1.300	(7) = \$1.000 x (6)	(8) = (7) - (1)
	KG	\$	\$	\$	\$	%	\$	\$
<i>ALFA</i>	100	2,20	220,00	40,00	180,00	13,85	138,50	1,39
<i>BETA</i>	50	2,50	125,00	25,00	100,00	7,69	76,90	1,54
<i>DELTA</i>	150	3,00	450,00	90,00	360,00	27,69	276,90	1,85
<i>GAMA</i>	200	4,00	800,00	140,00	660,00	50,77	507,70	2,54
<b>SOMA</b>	<b>500</b>		<b>1.595,00</b>	<b>295,00</b>	<b>1.300,00</b>	<b>100</b>	<b>1.000,00</b>	<b>-</b>

Segundo Horngren et al. (2000:389), o critério do valor líquido realizável estimado (VRL) realiza a alocação dos custos conjuntos com base no valor líquido realizável estimado relativo (valor esperado das vendas finais decorrentes do andamento normal do negócio menos os custos separáveis de produção e de comercialização esperados de toda a produção do período).

Quando se utiliza o critério do valor líquido realizável estimado, é necessário conhecer os custos separáveis esperados para completar e vender o co-produto, o que está demonstrado na quinta coluna do quadro 22, onde se deduziu hipoteticamente o valor de \$40,00 para o co-produto *alfa*, \$25,00 para o co-produto *beta*, \$90,00 para o co-produto *delta* e \$140,00 para o co-produto *gama*.

O autor lembra ainda que o critério é elucidativo quando há apenas um ponto de separação. Porém, quando houver muitos pontos de separação, podem ser necessárias outras alocações, se os processamentos subseqüentes ao ponto de separação original fundem-se uns com os outros para criar uma segunda situação de custo conjunto. Isso poderia fazer com que cada uma dessas variações afetasse as percentagens de alocação dos custos conjuntos.

Maher (2001:335), que usa a denominação **valor realizável líquido estimado**, comenta que, quando os produtos exigem processamento adicional para que possam ser vendidos, o valor realizável líquido no ponto de separação precisa ser estimado. Nesse caso, o critério passa a ser conhecido como valor realizável líquido estimado, que consiste no preço de venda de um produto final menos os custos de

processamento adicional necessários à colocação do produto em condições de ser vendido.

**Quadro 23 – Demonstração da Margem Bruta - Critério do Valor Líquido Realizável Estimado**

Co-produtos	Preço de venda unitário	Custo conjunto unitário	Margem bruta	
	(\$)	(\$)	(\$)	(%)
	(1)	(2)	(3)=1-2	(4)=3/1x100
<i>ALFA</i>	2,20	1,39	0,81	36,82
<i>BETA</i>	2,50	1,54	0,96	38,40
<i>DELTA</i>	3,00	1,85	1,15	38,33
<i>GAMA</i>	4,00	2,54	1,46	36,50

Com base nos dados informados no quadro 22 e observando a demonstração da margem bruta no quadro 23, pode-se perceber que o custo unitário varia para cada um dos co-produtos, bem como a margem bruta unitária em unidades monetárias e a margem percentual. Isso se deve ao fato de ser atribuído custo adicional além do ponto de separação em proporções diferentes dos custos conjuntos.

#### 4.2.7 Critério da Margem Bruta Percentual do VLR

Segundo Horngren et al. (2000:389), este critério faz a alocação dos custos conjuntos de modo que a percentagem da margem bruta total seja idêntica para todos os produtos. Este critério compreende três etapas:

Etapa 1: cálculo da percentagem da margem bruta total.

Etapa 2: emprego da percentagem da margem bruta total e dedução da margem bruta do valor final das vendas, para obtenção dos custos totais que cada produto deve suportar.

Etapa 3: dedução dos custos separáveis esperados dos custos totais, para obtenção da alocação do custo conjunto.

Para fins de simulação, utilizam-se os dados constantes do quadro 11.



**Quadro 24 – Critério da Margem Bruta Percentual do VLR**

<b>Etapa 1</b>	Co-produto <i>Alfa</i>	Co-produto <i>Beta</i>	Co-produto <i>Delta</i>	Co-produto <i>Gama</i>	Total
Valor final esperado na Venda da produção					\$1.595,00
(-) Custos Conjuntos					\$1.000,00
(=) Margem Bruta					\$ 595,00
Percentual da margem bruta (\$595,00÷\$1.595,00)					37,30%
<b>Etapa 2</b>					
Valor final esperado da venda da produção	\$220,00	\$125,00	\$450,00	\$800,00	\$1.595,00
(-) Margem bruta usando percentagem da margem bruta total (37,30%)	\$82,00	\$46,63	\$167,85	\$298,40	\$594,94
Custo dos produtos vendidos	\$138,00	\$78,37	\$282,15	\$501,60	\$1.000,00
<b>Etapa 3</b>					
(-) Custos separáveis para completar e vender	\$ 0,00	\$ 0,00	\$ 0,00	\$ 0,00	\$ 0,00
Alocação dos custos conjuntos	\$138,00	\$78,37	\$282,15	\$501,60	\$1.000,00
(÷) Quantidade	100 kg	50kg	150kg	200kg	-
<b>Custo unitário</b>	<b>\$1,38</b>	<b>\$1,57</b>	<b>\$1,88</b>	<b>\$2,51</b>	-

Seguindo as três etapas acima, percebe-se que o custo conjunto de \$1.000,00 foi apropriado aos co-produtos *Alfa*, *Beta*, *Delta* e *Gama*. Nesse caso, foi utilizado o valor final de venda da produção total do período, de \$1.595,00, e não o das vendas efetivas do período. Nesse critério, os custos conjuntos alocados a cada co-produto não precisam ser sempre positivos. Alguns co-produtos podem receber alocações negativas, para trazer as suas percentagens de margem bruta à média geral da empresa. A percentagem da margem bruta geral da empresa é de 37,30% (vide quadro 24). No entanto, pode-se observar que todos os co-produtos têm a mesma proporção de custo sobre o valor da venda.

**Quadro 25 – Demonstração da Margem Bruta - Critério da Margem Bruta Percentual do VLR**

Co-produtos	Preço de venda unitário	Custo conjunto unitário	Margem bruta	
	(\$)	(\$)	(\$)	(%)
	(1)	(2)	(3)=1-2	(4)=3/1x100
<i>ALFA</i>	2,20	1,38	0,82	37
<i>BETA</i>	2,50	1,57	0,93	37
<i>DELTA</i>	3,00	1,88	1,12	37
<i>GAMA</i>	4,00	2,51	1,49	37

Com base nos dados informados no quadro 24 e observando-se a demonstração dos dados relatados no quadro 25, percebe-se que o custo unitário varia para cada co-produto, bem como a margem bruta unitária em unidades monetárias, porém o resultado percentual é o mesmo para todos os co-produtos, ou seja, 37%. Isso leva à conclusão de que, com base nos dados simulados, chega-se aos mesmos resultados que o critério do valor de mercado e o critério do rendimento padrão.

**Quadro 26 – Comparação Qualitativa de todos os Critérios Analisados**

Critérios	Custo conjunto unitário	Margem	
		Absoluta (\$)	Percentual (%)
Critério dos volumes produzidos	Igual	Diferente	Diferente
Critério do valor de mercado	Diferente	Diferente	Igual
Critério de rendimento padrão	Diferente	Diferente	Igual
Critério da margem bruta percentual do VLR	Diferente	Diferente	Igual
Critério da igualdade do lucro bruto	Diferente	Igual	Diferente
Critério das ponderações	Diferente	Diferente	Diferente
Critério do valor líquido realizável estimado	Diferente	Diferente	Diferente

**Quadro 27 – Comparação Quantitativa de todos os Critérios Analisados**

CRITÉRIOS	C0-PRODUTO ALFA P.VENDA \$2,20			C0-PRODUTO BETA P.VENDA \$2,50			C0-PRODUTO DELTA P.VENDA \$3,00			C0-PRODUTO GAMA P.VENDA \$4,00		
	CCU*	MARGEM BRUTA		CCU	MARGEM BRUTA		CCU	MARGEM BRUTA		CCU	MARGEM BRUTA	
	(\$)	(\$)	(%)	(\$)	(\$)	(%)	(\$)	(\$)	(%)	(\$)	(\$)	(%)
Critério dos volumes produzidos	2,00	0,20	9,09	2,00	0,20	20,00	2,00	1,00	33,33	2,00	2,00	50,00
Critério do valor de mercado	1,38	0,82	37,00	1,57	0,93	37,00	1,88	1,12	37,00	2,51	1,49	37,00
Critério de rendimento padrão	1,38	0,82	37,00	1,57	0,93	37,00	1,88	1,12	37,00	2,51	1,49	37,00
Critério da margem bruta percentual do VLR	1,38	0,82	37,00	1,57	0,93	37,00	1,88	1,12	37,00	2,51	1,49	37,00
Critério da igualdade do lucro bruto	1,01	1,19	54,09	1,31	1,19	47,60	1,81	1,19	39,67	2,81	1,19	29,75
Critério das ponderações	1,50	0,70	31,82	1,68	0,82	32,80	1,87	1,13	37,67	2,43	1,57	39,25
Critério do valor líquido realizável estimado	1,39	0,81	36,82	1,54	0,96	38,40	1,85	1,15	38,33	2,54	1,46	36,50

\*CCU = Custo conjunto unitário

Observa-se pelos dados constantes do quadro 26 que, apesar de o autor do presente trabalho ter apresentado 7 (sete) critérios diferentes, com base nos dados simulados, na verdade, pode-se constatar somente a existência de 5 (cinco) critérios que se diferenciam. Isso porque o 2º critério, do valor de mercado, o 3º critério, do rendimento padrão, e o 4º critério, da margem bruta percentual do VLR, resultam nos

mesmos custos unitários e margens brutas absolutas e percentuais, sendo que a diferença não consiste nos números ou resultados obtidos e sim na maneira como são apresentados, evidenciados e analisados os dados em cada um desses critérios, sendo esse o motivo por que os mesmos foram tratados em subitens diferentes, o que pode ser percebido nas explicações e análises feitas após a simulação de cada um dos critérios, o que também se encontra resumido no quadro 27.

### **4.3 Custos Conjuntos para Fins de Valoração de Estoques**

Como se evidenciou no início do presente capítulo, o objetivo da utilização dos critérios de alocação dos custos conjuntos é o da valoração dos estoques para fins de inventário. Isso porque, muitas vezes, ao final de um exercício contábil (geralmente o período de um mês), sobram no estoque vários produtos que precisam ser valorados.

Quando os produtos que sobram em estoque fazem parte de uma produção conjunta, é necessário verificar quais os custos a serem atribuídos a cada unidade. Para alcançar o custo de cada unidade e assim efetivar o posterior inventário para elaboração das demonstrações contábeis, deve-se recorrer à contabilidade de custos conjuntos.

No cálculo dos custos conjuntos, deve-se levar em consideração:

- a) somente os co-produtos; ou
- b) os co-produtos e os subprodutos.

Deve-se observar, como já foi evidenciado anteriormente, que, num processo de produção conjunta, ainda sobram sucatas, só que essas não são levadas em consideração na alocação de custos na produção conjunta. Assim, pode-se proceder de duas maneiras para definir o custo de cada unidade em estoque. A primeira leva em consideração apenas os co-produtos e a segunda considera os co-produtos e os subprodutos.

Dentro dessa segunda alternativa, ainda pode ocorrer uma divisão, dependendo da atribuição de valor aos subprodutos com inclusão ou exclusão da margem de lucro da venda desses. Em outras palavras, incluindo-se o subproduto

com o valor de venda chega-se a um resultado, mas, ao se deduzir a margem de lucro que se obtém da venda do subproduto, chega-se a outro valor das unidades, tanto dos subprodutos como também dos co-produtos. Quando se inclui o valor dos subprodutos, segundo Martins (2003:163), esses “*à medida que são produzidos, têm seu Valor líquido de Realização considerado como redução do custo de elaboração dos produtos principais, mediante débito aos estoques e crédito aos custos de produção*”.

Maher (2001:343) observa que “*a contabilização de subprodutos tenta refletir a relação econômica entre os subprodutos e os produtos principais, com um mínimo de trabalho administrativo, para avaliação de estoques*”. O autor cita dois critérios usuais de contabilização de subprodutos, que são:

*Critério 1:* o valor realizável líquido da venda dos subprodutos é deduzido do custo do produto principal.

*Critério 2:* o resultado da venda dos subprodutos é tratado como “outras receitas”.

Backer & Jacobsen (1974:316) observam:

no critério de contabilidade de custos de subprodutos, a estimativa do valor de mercado ou de venda do produto secundário é deduzida do custo total de produção incorrido na produção de todos os produtos, principais e secundários. A diferença é, então, atribuída ao único ou aos vários produtos principais usando os métodos dos custos conjuntos, se existem produtos principais conjuntos. O produto secundário entra no estoque pelo seu valor estimado de mercado.

Essas alternativas são explicitadas nos tópicos a seguir.

#### **4.3.1 Custos Conjuntos sem Inclusão do Valor dos Subprodutos (Alternativa I)**

No caso de não ser incluído o valor dos subprodutos no cálculo dos custos dos co-produtos, o valor do custo unitário do co-produto resulta da atribuição de parte do conjunto de custos conforme o critério que se adotar. Isso significa que se leva em consideração o total dos custos de apropriação entre os co-produtos. Nesse caso, os subprodutos, se existentes, são vendidos e contabilizados como outras receitas da empresa.

Sendo assim, Horngren et al (2000:395) questionam: “...onde as receitas brutas do subproduto figuram na demonstração de resultado?” As alternativas básicas são (1) como redução do custo do(s) produtos(s) principal(ais) ou dos co-produto(s) ou (2) como item separado de receita bruta ou de outras receitas.

Deve-se observar que, na alternativa I, o custo dos co-produtos aumenta e conseqüentemente também aumenta o seu valor de estoque.

#### **4.3.2 Custos Conjuntos com Inclusão do Valor dos Subprodutos (Alternativa II)**

No caso de incluir-se o valor dos subprodutos, quando existentes, para alocação dos custos conjuntos, diminui-se o custo unitário dos co-produtos e, conseqüentemente, o custo dos estoques correspondentes.

Em regra, para a apuração do valor dos subprodutos, leva-se em consideração o valor de venda desses, deduzido de comissões, impostos e demais custos adicionais.

Entretanto, dependendo da dedução ou não da margem de lucro que se obtém ou pode-se obter na venda do subproduto, pode-se alterar o custo dos co-produtos, ainda que essa diferença seja muitas vezes não muito representativa em termos econômicos.

Assim, podem surgir duas hipóteses na alternativa II:

- a) inclusão do valor de venda do subproduto, sem a exclusão da margem de lucro;
- b) inclusão do valor de venda do subproduto, com a exclusão da margem de venda.

Observe-se que a distinção entre as hipóteses “a” e “b” está na inclusão ou exclusão da margem de lucro do subproduto.

#### **4.3.3 Dados para Aplicação das Alternativas**

Supondo que a empresa “XY” tenha um processo de produção do qual resultem os co-produtos CO1, CO2 e CO3 e o subproduto SP, onde:

Total dos custos conjuntos = \$4.000

Preço de venda dos co-produtos: CO1=\$10; CO2=\$12 e CO3=\$14.

Produção co-produtos: CO1=200; CO2=300 e CO3=150 unidades.

Estoque final dos co-produtos: CO1=40; CO2=35 e CO3=10 unidades.

Preço de Venda de todos os Subprodutos SP = \$160

Comissão s/ venda do subproduto SP = 20% = \$32

Impostos s/ venda do subproduto SP = 15% = \$24

Margem de lucro do subproduto SP = 10% = \$16.

Obtêm-se os resultados constantes nos quadros 28, 29 e 30, com a ressalva de que inexistente estoque inicial de co-produtos, nem estoque inicial ou final de subprodutos e todos os subprodutos foram vendidos no próprio mês.

Deve ficar registrado, sob pena de aparente confusão, que, dos vários critérios de alocação de custos conjuntos, será utilizado o critério do valor de mercado, por ser o mais comum. Convém, no entanto, também registrar que a utilização de outro critério de apropriação dos custos conjuntos modificaria apenas o resultado entre co-produtos e não o resultado total dos mesmos.

#### 4.3.4 Aplicação da Alternativa I

O quadro 28 apresenta os dados e cálculos efetuados, referentes aos co-produtos “CO1”, “CO2” e “CO3”, para fins de contabilização pela alternativa I.

**Quadro 28 – Aplicação da Alternativa I**

Co-produtos	Quantidade		Preço de venda unitário (\$)	Preço de venda total		Custo conjunto		Estoque final (\$)
	Produção	E. Final		(\$)	(%)	total (\$)	unitário (\$)	
	(1)	(2)	(3)	(4)=(1x3)	(5)	(6)	(7)=(6/1)	(8)=(2x7)
<b>CO1</b>	200	40	10	2.000	25,97	1.038,80	5,19	207,60
<b>CO2</b>	300	35	12	3.600	46,76	1.870,40	6,23	218,05
<b>CO3</b>	150	10	14	2.100	27,27	1.090,80	7,27	72,70
<b>Soma</b>	650	85	-	7.700	100,00	4.000,00	-	498,35

Com base nos dados da contabilização, figura 5, pode-se elaborar a seguinte Demonstração de Resultados do Exercício (DRE) dedutiva, conforme Maher (2001:343):

**DRE da Alternativa I**

Receita c/ venda dos co-produtos.....	\$6.740,00
Outras receitas (venda subprodutos).....	\$ 104,00
Receita total.....	\$6.844,00
(-) Custo dos co-produtos vendidos.....	\$3.501,65
(=) Lucro Bruto.....	\$3.342,35

**Contabilização dos dados simulados na Alternativa I**

<b>Custo de Produção</b>		<b>Subproduto "SP".</b>		<b>Comissões</b>	
4.000	1.038.80 (1 )	(6) 32	160	(4 ) 32	32 (6)
	1.870.40 (2 )	(7) 24			
	1.090.80 (3 )				
<u>4.000</u>	<u>4.000</u>	<u>56</u>	<u>160</u>		
			104 (VLR)		
<b>Impostos</b>		<b>Comissões a Pagar</b>		<b>Impostos a Pagar</b>	
(5 ) 24	24 (7)		32 (4 )		24 (5 )
<b>EPA - Co-produto CO1</b>		<b>EPA - Co-produto CO2</b>		<b>EPA - Co-produto CO3</b>	
(1 )1.038.80	831,20 (16)	(2 )1.870,40	1.652,35 (17)	(3 )1.090,80	1.018,10 (18)
(EF) 207,60		(EF) 218,05		(EF) 72,70	
<b>Receita da Venda dos Co-produtos</b>		<b>Receita Líquida da Venda do Subproduto "SP"</b>		<b>Contas a Receber</b>	
(12) 1.600	1.600 (8)	(15) 104	104(11 )	(8 ) 1.600	
(13) 3.180	3.180 (9)			(9 ) 3.180	
(14) 1.960	1.960 (10)			(10) 1.960	
<u>6.740</u>	<u>6.740</u>			(11) 104	
				<u>6.844</u>	
<b>Dememonstração do Resultado</b>					
(16) 831,20	1.600 (12 )				
(17)1.652,35	3.180 (13 )				
(18)1.018.10	1.960 (14)				
	104 (15)				
<u>3.501,65</u>	<u>6.844</u>				
	<b>3.342,35(LUCRO)</b>				

Figura 5 – Contabilização Simplificada da Alternativa I

### 4.3.5 Aplicação da Alternativa II

#### 4.3.5.1 Hipótese a: com Inclusão do Valor de Venda do Subproduto, sem a Exclusão da Correspondente Margem de Lucro

Receita Total Subprodutos	= \$160
(-) Comissão 20%	= \$ 32
(-) Impostos 15%	<u>= \$ 24</u>
(=) Valor Líquido de Realização (VLR)	= \$104

Logo:

Custo conjunto total = \$4.000 - VLR dos subprodutos \$104 = Custo a ser apropriado aos co-produtos CO1, CO2 e CO3 = \$3.896

No quadro 29 constam os dados e cálculos efetuados, referentes aos co-produtos, para fins de contabilização pela Alternativa II, Hipótese “a”.

#### Quadro 29 – Aplicação da Alternativa II – Hipótese “a”

Co-produtos	Quantidade		Preço de venda unitário (\$)	Preço de venda total		Custo conjunto		Estoque final
	Produção	E. Final		\$	(\$)	total \$	unitário \$	\$
	(1)	(2)	(3)	(4) =(1x3)	(5)	(6)	(7) =(6/1)	(8) =(2x7)
CO1	200	40	10	2.000	25,97	1.011,79	5,06	202,40
CO2	300	35	12	3.600	46,76	1.821,77	6,07	212,45
CO3	150	10	14	2.100	27,27	1.062,44	7,08	70,80
<b>Soma</b>	<b>650</b>	<b>85</b>	<b>-</b>	<b>7.700</b>	<b>100,00</b>	<b>3.896,00</b>	<b>-</b>	<b>485,65</b>

#### DRE da Alternativa II, Hipótese “a”

Receita c/ venda dos co-produtos.....	<u>\$6.740,00</u>
(=) Receita total.....	\$6.740,00
(-) Custo dos co-produtos vendidos.....	<u>\$3.410,35</u>
(=) Lucro Bruto.....	<u>\$3.329,65</u>



### Contabilização dos dados simulados na Alternativa II. Hipótese "a"

Custo de Produção		Subproduto "SP"		Comissões	
4.000	104 (5) VLR	(3) 32	160	(1) 32	32 (3)
3.896		(4) 24			
	1.011.79 (6)		56		
	1.821.77 (7)		160		
	1.062.44 (8)	(5) 104	104 (VLR)		
3.896	3.896				
Impostos		Comissões a Pagar		Impostos a Pagar	
(2) 24	24 (4)		32 (2)		24 (2)
EPA - Co-produto CO1		EPA - Co-produto CO2		EPA - Co-produto CO3	
(6) 1.011.79	809.39 (16)	(7) 1.821.77	1.609.32 (17)	(8) 1.062.44	991.64 (18)
(EF) 202.40		(EF) 212,45		(EF) 70.80	
Receita da Venda dos Co-produtos		Receita Líquida da Venda do Subproduto "SP"		Contas a Receber	
(13) 1.600	1.600 (9)		104(12)	(9) 1.600	
(14) 3.180	3.180 (10)			(10) 3.180	
(15) 1.960	1.960 (11)			(11) 1.960	
6.740	6.740			(12) 104	
				6.844	
Demonstração do Resultado					
(16) 809.39	1.600 (13)				
(17) 1.609.32	3.180 (14)				
(18) 991.64	1.960 (15)				
3.410,35	6.740				
	3.329.65(LUCRO)				

Figura 6 – Contabilização Simplificada da Alternativa II, Hipótese "a" sem Exclusão da Margem de Lucro

#### 4.3.5.2 Hipótese b: com Inclusão do Valor de Venda do Subproduto, com a Exclusão da Correspondente Margem de Lucro

Receita Total Subprodutos	= \$160
(-) Comissão 20%	= \$ 32
(-) Impostos 15%	= \$ 24
(-) Margem lucro 10%	= \$ 16
(=) Valor Líquido de Realização (VLR)	= \$ 88

Logo: Custo conjunto total = \$4.000 (-) VLR dos subprodutos \$88 = Custo a ser apropriado aos co-produtos CO1, CO2 e CO3 = \$3.912

Igualmente, no quadro 30 constam os dados e cálculos efetuados, referentes aos co-produtos "CO1", "CO2" e "CO3", para fins de contabilização pela alternativa II, hipótese "b".

**Quadro 30 – Aplicação da Alternativa II – Hipótese "b"**

Co-produtos	Quantidade		Preço de venda unitário (\$)	Preço de venda total		Custo conjunto		Estoque final (\$)
	Produção	E. Final		(\$)	(%)	total (\$)	unitário (\$)	
	(1)	(2)	(3)	(4)=(1x3)	(5)	(6)	(7)=(6/1)	(8)=(2x7)
CO1	200	40	10	2.000	25,97	1.015,95	5,08	203,20
CO2	300	35	12	3.600	46,76	1.829,25	6,10	213,50
CO3	150	10	14	2.100	27,27	1.066,80	7,11	71,10
<b>Soma</b>	<b>650</b>	<b>85</b>	<b>-</b>	<b>7.700</b>	<b>100,00</b>	<b>3.912,00</b>	<b>-</b>	<b>487,80</b>

**Contabilização dos dados simulados na Alternativa II, Hipótese "b"**

<b>Custo de Produção</b> 4.000      88 (6) VLR 3.912 1.015,95 (7) 1.829,25 (8) 1.066,80 (9) 3.912      3.912		<b>Subproduto "SP".</b> (3) 32      160 (4) 24 (5) 16 72      160 (6)88      88 (VLR)		<b>Comissões</b> (1) 32      32 (3)	
<b>Impostos</b> (2) 24      24 (4)		<b>Comissões a Pagar</b> 32 (2)		<b>Impostos a Pagar</b> 24 (2)	
<b>EPA - Co-produto CO1</b> (7) 1.015,95      812,75 (17) (EF) 203,20		<b>EPA - Co-produto CO2</b> (8) 1.829,25      1.615,75 (18) (EF) 213,50		<b>EPA - Co-produto CO3</b> (9) 1.066,80      1.137,90 (19) (EF) 70,80	
<b>Receita da Venda dos Co-produtos</b> (14) 1.600      1.600 (10) (15) 3.180      3.180 (11) (16) 1.960      1.960 (12) 6.740      6.740		<b>Receita Líquida da Venda do Subproduto "SP"</b> 88(13)		<b>Contas a Receber</b> (10) 1.600 (11) 3.180 (12) 1.960 (13) 88 6.828	
<b>Dememonstração do Resultado</b> (17) 812,75      1.600 (14) (18) 1.615,75      3.180 (15) (19) 1.137,90      1.960 (16) 3.566,40      6.740 3.173,60(LUCRO)		<b>Lucro Subprodutos</b> 16 (5)			

Figura 7 – Contabilização Simplificada Alternativa II, Hipótese "b" com Exclusão da Margem de Lucro

**DRE da Alternativa II, Hipótese “a”**

Receita c/ venda dos co-produtos.....	<u>\$6.740,00</u>
(=) Receita total.....	\$6.740,00
(-) Custo dos co-produtos vendidos.....	<u>\$3.566,40</u>
(=) Lucro Bruto.....	\$3.173,60

**4.3.6 Diferenças entre as Alternativas I e II**

Como se verificou durante o subitem 4.3, a não inclusão ou inclusão dos subprodutos na contabilização dos custos conjuntos, afeta os custos unitários dos co-produtos. Logo, se houver estoques, os mesmos serão afetados, como explicitado nos subitens 4.3.1 e 4.3.2.

No que concerne aos custos conjuntos sem inclusão do valor dos subprodutos, levando em consideração os dados do subitem 4.3.3 e resultados constantes no quadro 28, verifica-se que o custo total alocado aos co-produtos é de \$4.000 e que o custo conjunto total do co-produto CO1=\$1.038,80; do CO2=\$1.870,40 e do CO3=1.090,80. O estoque final do CO1=\$207,60; do CO2=\$218,05 e do CO3=\$72,70, totalizando, assim, \$498,35.

Por outro lado, no tocante aos custos conjuntos com inclusão do valor dos subprodutos, levando novamente em consideração os dados do subitem 4.3.3, verifica-se uma diminuição dos custos conjuntos totais. Observe-se, como visto no subitem 4.3.2, que, nesse caso, dependendo da exclusão ou não da margem de lucro, os custos conjuntos mudam de valor. Nesse caso, aplica-se aqui a Alternativa II, Hipóteses “a” e “b”.

Na Alternativa II, Hipótese “a”, da qual não se exclui a margem de lucro, verifica-se que o custo total alocado aos co-produtos é de \$3.896, e que o custo conjunto total do co-produto CO1=\$1.011,79; do CO2=\$1.821,77 e do CO3=1.062,44. O valor do estoque final é de: CO1=\$202,40, CO2=\$212,45 e CO3=\$70,80, totalizando, assim, \$485,65.

Já na Alternativa II, Hipótese “b”, da qual se exclui a margem de lucro, verifica-se que o custo total alocado aos co-produtos é de \$3.912, o custo total do co-produto CO1=\$1.015,95; do CO2=\$1.829,25 e do CO3=1.066,80. O estoque final é de: CO1=\$203,20, CO2=\$213,50 e CO3=\$71,10 totalizando, assim, \$487,80.

**Quadro 31 – Comparação das Alternativas**

Co- produtos	Alternativa I			Alternativa II Hipótese “a”			Alternativa II Hipótese “b”		
	Custo conjunto		Estoque final	Custo conjunto		Estoque final	Custo conjunto		Estoque final
	total (\$)	unitário (\$)	(\$)	total (\$)	unitário (\$)	(\$)	total (\$)	unitário (\$)	(\$)
CO1	1.038,80	5,19	207,60	1.011,79	5,06	202,40	1.015,95	5,08	203,20
CO2	1.870,40	6,23	218,05	1.821,77	6,07	212,45	1.829,25	6,10	213,50
CO3	1.090,80	7,27	72,70	1.062,44	7,08	70,80	1.066,80	7,11	71,10
Soma	4.000,00	-	498,35	3.896,00	-	485,65	3.912,00	-	487,80

Das análises anteriores e com base nos dados constantes no quadro 31, pode-se concluir que o custo alocado aos co-produtos na Alternativa I foi de \$4.000, na Alternativa II, Hipótese “a” \$3.896 e na Hipótese “b” \$3.812. Por sua vez, o estoque final total na Alternativa I foi de \$498,35; na Alternativa II, Hipótese “a” de \$485,65 e na Hipótese “b” \$487,80.

Diante disso, pode-se constatar, com um caso hipotético, que os critérios utilizados para calcular o valor dos subprodutos, interferem no custo conjunto total alocado aos co-produtos e no custo do estoque final dos co-produtos.

## 5 DECISÕES EM AMBIENTE DE PRODUÇÃO CONJUNTA

Para fins do presente capítulo, desenvolveu-se uma pesquisa em livros, periódicos e revistas especializadas, objetivando descrever o que existe na literatura mais autorizada e disponível referente à tomada de decisões em ambiente de produção conjunta. Importa registrar, para fins de delimitação da pesquisa, que somente foram objeto do trabalho as questões que dizem respeito à tomada de decisões em um ambiente de produção conjunta, relativamente a vender o produto no momento da separação ou continuar o seu processamento. Essa delimitação é importante, visto que muitas outras questões giram em torno da matéria e concorrem para a compreensão do assunto, mas aqui não serão estudadas, devido à complexidade e mesmo amplitude, já que, para tanto, torna-se necessário um trabalho de maior envergadura, o que fugiria aos limites de uma dissertação. Essa delimitação torna-se importante na medida em que direciona para um estudo mais útil e também possível, metodológica e cientificamente.

Para isso, é oportuno salientar que as pesquisas bibliográficas, compreendendo o período de 1969 até o ano de 2002, foram realizadas considerando:

- a) bibliografia escrita e traduzida para a língua portuguesa;
- b) obras e periódicos internacionais mais expressivos, bem como pesquisas realizadas pelo meio eletrônico “*Proquest*”, recursos disponíveis na biblioteca da FEA/USP.

Entretanto, antes de focar os itens “a” e “b” mencionados, convém evidenciar a opinião de alguns autores sobre a utilidade dos custos conjuntos para fins de decisão.

Martins (2003) comenta que, quaisquer que sejam os critérios de alocação de custos conjuntos, são eles muito mais arbitrários do que os tradicionais custos

indiretos de fabricação (CIF). Ainda com relação aos custos conjuntos, Martins (2003:163) comenta:

Do ponto de vista administrativo, quer gerencial ou de controle, essas alocações são de todo irrelevantes, já que para decisões interessam apenas os valores de receita total dos co-produtos contra o custo total de obtê-los, pois não se consegue normalmente chegar a um co-produto sem obter o outro, e para controle são mais importantes os custos por operação do que por produto.

Tomando-se como ponto de partida as observações de Martins, deve-se observar também a afirmação de Horngren et al. (2000: 393):

Nenhuma técnica de alocação de custos conjuntos deve orientar as decisões gerenciais a respeito da venda de um produto no ponto de separação ou processado além dele. Quando um produto é o resultado inevitável de um processo conjunto, a decisão de prosseguir o processamento não deve ser influenciada nem pelo tamanho dos custos conjuntos totais nem pela parcela dos custos conjuntos alocados aos produtos particulares.

A fundamentação deste ponto de partida é fornecida por Horngren et al (2000:270):

Os conceitos mais importantes da tomada de decisões, neste capítulo, são os custos e as receitas relevantes. **Custos relevantes** são os *custos futuros esperados* que se tornam diferentes em linhas de ação alternativas. Os dois aspectos fundamentais desta definição são que os custos devem ocorrer no futuro e ser diferente nas linhas de ação alternativas. Concentremo-nos no futuro porque *todas as decisões lidam com o futuro* - não importando que ele esteja 20 segundos (decisão de ajustar um botão de controle) ou 20 anos à frente (decisão de plantar e abater pinheiros). O objetivo de tomar decisões é selecionar linhas de ação para o futuro. *Nada pode ser feito para modificar o passado*. Os custos futuros também devem ser diferentes nas alternativas, porque se não forem, não haverá diferença nos custos, independentemente da decisão adotada. Do mesmo modo, **receitas relevantes** são as receitas futuras esperadas que se mostram diferentes segundo linhas de ação alternativas.

A seguir, os autores esclarecem que "*embora possam ser uma base útil na formação de julgamentos fundamentados para a previsão dos custos futuros, os custos históricos por si só são irrelevantes para uma decisão*". Por quê? Porque eles se referem estritamente ao passado, não ao futuro.

Como se pode observar, os autores, em nenhum momento, negam a utilidade dos custos conjuntos como base útil para tomada de decisões. No entanto, como se pode perceber e concluir das passagens citadas, o que deve ser levado em consideração são os custos futuros diferentes e a receita relevante. Nesse intervalo, concentra-se o elemento diferenciador para a tomada de decisão, conforme comentários dos próprios autores, após analisar um exemplo: "*a diferença entre os*

*custos totais nas duas alternativas é o custo diferencial ou custo relevante líquido*". (Op. cit. pg. 271.) Em outras palavras, eles não negam a utilidade dos custos históricos, mas afirmam que a decisão deve levar em conta a receita possível - tomando como exemplo os custos conjuntos - no momento da separação e a receita possível após o processamento, logicamente deduzida dos custos incorridos para esse fim. Assim, a receita possível no momento de separação, deduzidos os custos adicionais, confrontada com a receita posterior, dá o exato parâmetro para a decisão. Essa premissa é reafirmada na análise de muitas obras analisadas a seguir. Outra questão, entretanto, é saber como buscar esse diferencial, ou seja, o lucro incremental ou diferencial.

Exemplo: suponha-se que a empresa XYW produz e vende o co-produto "A" no ponto de separação por \$2.000,00, sendo que o custo conjunto total foi de \$1.500,00. Se processado mais adiante e vendido como produto "A1" por \$2.500,00, com um custo específico adicional de \$300,00, o lucro incremental será de \$200,00, o que pode ser constatado na figura 8.

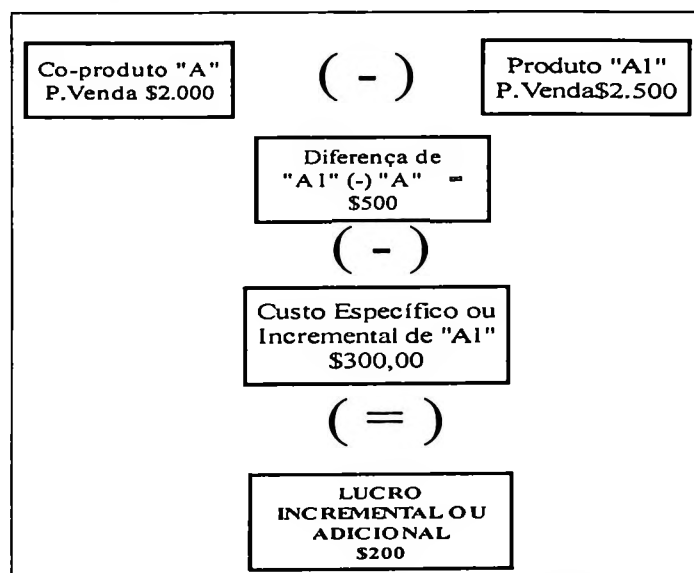


Figura 8 – Demonstração do Lucro Incremental ou Adicional

Como se pode perceber na figura 8, o que deve ser levado em consideração em uma decisão de vender um produto no ponto de separação ou processar o mesmo mais adiante, não é o custo conjunto, e sim a receita e os custos incrementais.

Em outras palavras, do preço de venda conseguido pelo produto que foi produzido além do ponto de separação (ex. "A1"), deduz-se o preço de venda do co-produto (ex. "A") no ponto de separação. Disso resulta a receita incremental, e dessa se deduzem os custos incrementais incorridos para produzir o produto além do ponto de separação, resultando, se positivo, o Lucro Incremental ou Adicional.

O estudo apresentado neste capítulo está subdividido em 2 (dois) subitens: no 5.1, é apresentada uma resenha dos livros pesquisados, escritos ou traduzidos para a língua portuguesa e, no 5.2, uma resenha dos livros e artigos pesquisados, escritos em língua estrangeira. Dentro dos dois subitens, são adotadas tantas subdivisões quantos os tipos de decisões encontradas.

### **5.1 Decisões Apontadas em Bibliografia Escrita ou Traduzida para a Língua Portuguesa**

Como metodologia para lograr a finalidade apontada adota-se o seguinte procedimento: primeiramente, apresenta-se um quadro no qual constam o(s) autor(es); o ano de publicação; número de páginas da obra ou do capítulo, item ou subitem de que consta a matéria analisada e tipos de decisão envolvidos. Em um segundo momento, com base nesse quadro, é analisado o seu conteúdo, isto é, o tipo de decisão que enfoca a produção conjunta.

No quadro 32, estão listadas 7 (sete) obras, seis traduzidas e uma escrita em língua portuguesa. A seguir, elas são analisadas na ordem em que aparecem no quadro.

**Quadro 32 – Decisões Apontadas em Obras Escritas ou Traduzidas para a Língua Portuguesa**

<b>Nº</b>	<b>Autor(es)</b>	<b>Ano</b>	<b>Página(s)</b>	<b>Instrumento de decisão</b>
1ª	Horngren et al.	2000	393 e 394	Lucro incremental
2ª	Horngren	1981	95 e 96	Lucro incremental ou diferencial.
3ª	Hansen & Mowen	2001	237 e 238	Custos e receitas incorridos após o ponto de separação
4ª	Maher	2001	342 e 343	Custos e receitas adicionais após o processamento adicional
5ª	Cashin & Polimeni	1982	365	Lucro Incremental
6ª	Backer & Jacobsen	1974	314 a 316	Custos e receitas adicionais
7ª	Leone	1997	225 a 228	Receita diferencial



### 1ª obra consultada

Hornigren et al. (2000:393-394) tratam do lucro incremental em relação à produção conjunta. Para eles, a decisão de interromper ou seguir com a produção além do ponto de separação, baseia-se no lucro incremental. Quando comentam a decisão de incorrer em custos adicionais além do ponto de separação, observam que esses devem estar baseados no lucro operacional incremental alcançável após esse ponto.

Para corroborar o acerto dessa posição, os autores propõem um exemplo, no qual demonstram que, num processo de que resultam dois produtos, nata e leite desnatado, é vantajoso continuar o processamento para a obtenção de manteiga e leite condensado. A aplicação do tipo de decisão lucro incremental pode ser observada conforme segue:

---

#### Transformação da Nata em Manteiga

Receita incremental (\$500 - \$200)	\$300
(-) Custos incrementais de processamento	<u>\$280</u>
(=) Lucro operacional incremental	\$ 20

#### Transformação do Leite Desnatado em Leite Condensado

Receita incremental (\$1.100 - \$300)	\$800
(-) Custos incrementais de processamento	<u>\$520</u>
(=) Lucro operacional incremental	<u>\$280</u>

---

Figura 9 – Exemplo de Tomada de Decisão com base no Lucro Incremental

Observa-se, no entanto, que os custos conjuntos incorridos até o ponto de separação não se alteram em função de serem alocados por um ou outro critério, pois, independe da empresa optar por produzir apenas até o ponto de separação ou, sendo os mesmos independentes, optar por produzir até o ponto de separação ou continuar o processamento, uma vez que a decisão de continuar ou não o processamento deve concentrar-se na comparação da receita e dos custos incrementais<sup>13</sup>.

---

<sup>13</sup> Esta conclusão está fundamentada no início do capítulo 5.

## 2ª obra consultada

Horngren (1981:95-96) trata do assunto em análise também tendo em conta o lucro incremental ou diferencial. O autor reitera que, nessa situação, a decisão deve basear-se no "lucro incremental ou diferencial"<sup>14</sup>. O mesmo observa que se deve levar em consideração a receita incremental, o custo incremental e, conseqüentemente, o lucro incremental para a tomada de decisão, com relação a vender um produto conjunto no ponto de separação ou processá-lo mais adiante. Para demonstrar isso, utiliza um exemplo hipotético de uma empresa que produz dois produtos químicos, X e Y, resultantes de um determinado processo conjunto. O custo do processamento conjunto é de \$100.000. Ambos os produtos são vendidos à indústria petrolífera para serem utilizados como ingredientes de gasolina. No ponto de separação, restaram 1.000.000 litros de X, a um preço de venda de \$0,09 e 500.000 litros de Y, a um preço de venda de \$0,06. Nesse caso, demonstra-se o resultado aplicando um esquema de custo de oportunidade<sup>15</sup> e custos incrementais ou diferenciais:

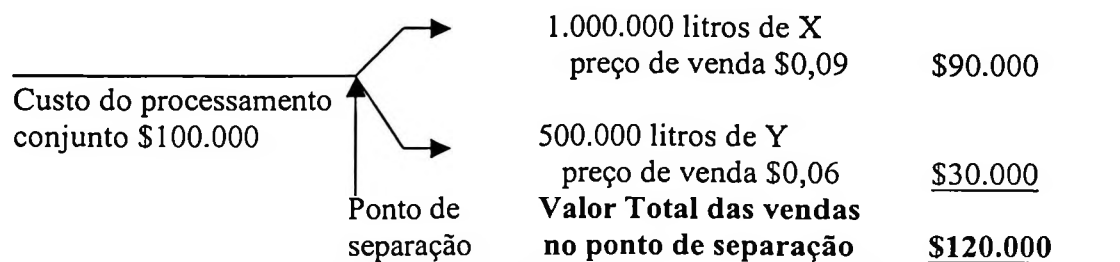


Figura 10 – Diagrama Custos de Processamento dos Produtos X e Y

Com base nos dados relatados no diagrama da figura 10, a empresa tem que tomar a decisão entre vender os produtos conjuntos no ponto de separação, ou processar algum produto ou todos eles. Supondo-se que os 500.000 litros de Y possam ser processados e vendidos à indústria de plásticos como produto YA, um

<sup>14</sup> Convém observar, que a denominação "lucro diferencial" já aparece no contexto da obra, conforme mostra a afirmativa constante em Horngren et al (2000:271) "a diferença entre os custos totais nas duas alternativas é o custo diferencial ou custo relevante líquido."

<sup>15</sup> Segundo Horngren (1981:93), custo de oportunidade é a contribuição *máxima* disponível de que se abre mão utilizando-se recursos limitados para um determinado fim. Representa uma alternativa abandonada, de modo que o "custo" é diferente do tipo comumente encontrado de custo no sentido de não ser o custo de *desembolso* normalmente encontrado e discutido pelos contadores. Para o mesmo autor, custo de desembolso implica, mais cedo ou mais tarde, um dispêncio de caixa; isto é, a idéia de custo de desembolso serve de base para as avaliações típicas de ativo baseado em custo histórico.

ingrediente para revestimento plástico, a um custo adicional de \$0,08 o litro, para a fabricação e distribuição, o preço líquido de venda de YA seria de \$0,16 o litro.

O produto X será vendido no ponto de separação, mas a administração ainda não tomou uma decisão quanto ao produto Y. Ele deve ser vendido ou processado para se transformar em YA? Os custos conjuntos são obrigatórios para se chegar até o ponto de separação; por isso, não são diferentes de uma para outra alternativa e são inteiramente sem interesse para a questão de vender ou processar mais. A única orientação que dará resultados válidos é a concentração nos custos separados e na receita depois da separação, o que é demonstrado na figura 11.

	Vender como "Y" no ponto de separação	Processar mais transformando em "YA"	Diferença
Receita	\$30.000	\$80.000	\$50.000
Custos separáveis além do ponto de separação \$0,08	_____	<u>\$40.000</u>	<u>\$40.000</u>
Efeito sobre o lucro	\$30.000	\$40.000	\$10.000

Figura 11 – Demonstrativo do Produto Y Além do Ponto de Separação

A análise da figura 11 mostra que o processamento de Y além do ponto de separação daria um lucro de \$10.000, maior que sua venda no referido ponto. Em suma, é rentável ir mais além com processamento e ter mais custos de distribuição com um produto conjunto se a diferença de receita for maior que a diferença de despesa.

A figura 11 representa uma análise simples no caso de decisões relativas a vender ou processar. Por outro lado, a mesma situação sob um esquema de custo de oportunidade assim se apresentaria:

	Processar Mais
Receita	\$80.000
Custo de desembolso: custo separável além do ponto de separação, \$0,08	\$40.000
Custo de oportunidade: valor de vendas de Y no ponto de separação	<u>\$30.000</u>
Efeitos sobre o lucro	<u>\$10.000</u>

Figura 12 – Demonstrativo do Produto Y, Além do Ponto de Separação com base no Custo de Oportunidade

Essa forma é, tão somente, uma maneira diferente de se reconhecer à alternativa “vender Y no ponto de separação” na tomada de decisão sobre o processamento de cada item. Segundo o autor, quando corretamente analisadas, as alternativas de decisão podem ser comparadas excluindo-se completamente a idéia de custos de oportunidade, como mostra a figura 11, ou incluindo os custos de oportunidade, como na figura 12. A diferença básica de \$10.000,00 é obtida de ambas as maneiras.

Com relação ao custo incremental ou diferencial, o autor menciona que dois pontos importantes merecem ser ressaltado. Em primeiro lugar, a alocação de custos conjuntos não afetaria a decisão, como demonstra a figura 12. Os custos conjuntos não estão alocados na figura, mas, independentemente de como pudessem sê-lo, os efeitos sobre o lucro total ficariam inalterados.

Em segundo lugar, o título da última coluna da figura 13 contém termos encontrados com freqüência na análise de custos para decisões especiais. Custos incrementais, às vezes também chamados de custos diferenciais ou custos adicionais, são, em qualquer situação, a diferença entre os custos totais de cada alternativa.

#### **Indústria como um todo**

	<u>Alternativa 1</u>			<u>Alternativa 2</u>			Incremental ou diferencial
	<b>X</b>	<b>Y</b>	<b>Total</b>	<b>X</b>	<b>YA</b>	<b>Total</b>	
<u>Receita</u>	\$90.000	\$30.000	<u>\$120.000</u>	\$90.000	\$80.000	<u>\$170.000</u>	<u>\$50.000</u>
<u>Custos simples</u>			\$100.000		—	\$100.000	—
<u>Custos separáveis</u>			—		\$40.000	<u>\$40.000</u>	<u>\$40.000</u>
<u>Custos totais</u>			<u>\$100.000</u>			<u>\$140.000</u>	<u>\$40.000</u>
<u>Efeitos sobre o lucro</u>			<u>\$20.000</u>			<u>\$30.000</u>	<u>\$10.000</u>

Figura 13 – Demonstrativo dos dados da Indústria como um todo com base no Custo Incremental ou Diferencial

Conforme está demonstrado na figura 13, a receita incremental é de \$50.000, o custo incremental é de \$40.000 e o lucro incremental é de \$10.000. Cada um deles é a diferença entre os itens correspondentes das alternativas que estão sendo consideradas. Numa análise que só mostrasse as diferenças, chamadas análises incrementais, só a coluna 3 (três) apareceria. Numa análise total, aparecem os três

conjuntos de colunas. Portanto, a escolha de uma análise incremental ou de uma análise total é uma questão de preferência pessoal.

Percebe-se, assim, que a diferença de \$10.000 está demonstrada nas figuras 11, 12 e 13, sendo que o que importa nesse caso, é que é vantajoso produzir o item Y além do ponto de separação, ou seja, transformá-lo no produto YA.

### **3ª obra consultada**

Hansen & Mowen (2001:237-238) tratam do assunto em análise levando em conta que a decisão se baseia nos "custos e receitas incorridas após o ponto de separação".

Os autores comentam que a principal consideração na alocação de custos conjuntos está relacionada ao levantamento dos estoques com o propósito de elaborar o balanço patrimonial e determinar o resultado do período. Mas o custeio dos custos conjuntos, independentemente do critério utilizado, pode afetar o controle de custos e a tomada de decisão. Relatam que, na tomada de decisão relativa a artigos produzidos em conjunto, é preciso lembrar que os itens são necessariamente produzidos, de modo que o problema básico da gestão de custos é estabelecer quando e quanto o custo é relevante para cada decisão, e não desenvolver uma base para a distribuição de custos conjuntos. Citam, também, algumas áreas que podem ser afetadas por alocação de custos conjuntos, como decisões de produção, processamento adicional e determinação de preços de produtos produzidos em conjunto.

Com relação a decisões para processamentos além do ponto de separação, também denominados pelos autores de processos adicionais, relatam que freqüentemente os gestores precisam decidir sobre vender um produto conjunto no ponto de separação ou processá-lo adicionalmente. Recomendam que apenas custos e receitas incorridos após o ponto de separação devem ser levados em consideração.

Relatam, ainda, que os custos incorridos antes do ponto de separação são custos perdidos, no que concerne a decisões de processamento adicional, de modo que esses custos conjuntos são incorridos independentemente de processamento adicional e, portanto, não são relevantes para a decisão.

#### 4ª obra consultada

Maher (2001:342-343) comenta que a decisão de continuar o processamento ou não, baseia-se "nos custos e receitas adicionais após o processamento adicional". O autor relata que muitas companhias têm oportunidade de vender produtos parcialmente processados, em vários estágios da produção. Para tanto, a administração precisa decidir se é mais lucrativo vender o produto em um estágio intermediário ou processá-lo adicionalmente, destacando que os dados relevantes para a tomada de decisão entre vender ou continuar o processamento são as receitas adicionais após o processamento adicional e os custos do processamento adicional.

Para uma melhor compreensão, transcreve-se o exemplo citado por Maher. Neste exemplo, supõe o autor que a S&S (nome fictício) possa vender a madeira serrada tipo B por \$378.000 no ponto de separação, ou processá-la adicionalmente para obter um novo produto, conhecido como madeira tipo BB. Os custos do processamento adicional seriam de \$20.000 e a madeira tipo BB poderia ser vendida por \$416.000. Nesse caso, a empresa deveria vender o produto tipo B ou processá-lo adicionalmente?

<b>Demonstrativo do resultado para decisões de vender ou prosseguir</b>			
	Vender (tipo B)	Processar adicionalmente (tipo BB)	Receita adicional e custo adicional
<u>Receita</u>	\$378.000	\$416.000	\$38.000
<u>Menos processamento separado</u>	-0-	\$20.000	\$20.000
<u>Margem</u>	\$378.000	\$396.000	\$18.000*

\* ganho líquido pelo processamento adicional

Figura 14 – Demonstração do Resultado para Decisões sobre Vender ou Prosseguir

Como pode ser observado na figura 14, o lucro será \$18.000 maior, se a madeira serrada tipo B for processada adicionalmente, para gerar a madeira tipo BB. É importante notar que a apropriação dos custos conjuntos até o ponto de separação é irrelevante. A receita adicional de \$38.000, decorrente do processamento após o ponto de separação, justifica os \$20.000 dos gastos com o processamento adicional, independentemente da forma como os custos conjuntos são apropriados. Os únicos custos e receitas relevantes para a decisão são os custos e receitas que dela resultam.

Os custos conjuntos incorridos antes do ponto de separação não são afetados pela decisão de processar adicionalmente o produto.

Percebe-se, assim, que a diferença de \$18.000 demonstrada na figura 14, é o ganho líquido do processamento adicional, sendo vantajoso produzir a madeira tipo B além do ponto de separação, ou seja, transformá-la em madeira tipo BB.

#### 5ª obra consultada

Cashin & Polimeni (1982:365) comentam que as técnicas tradicionais de alocação de custos conjuntos não devem ser utilizadas pela administração com propósitos de tomar decisões. A tomada de decisão geralmente envolve decisões a respeito da produção, do processamento e de preços. Em cada uma dessas decisões, a alocação dos custos conjuntos não constitui uma informação necessária, pois essa é somente desempenhada para propósitos de demonstrativos financeiros e não deve influenciar os planos da administração. Os autores recomendam consultar as informações pertinentes aos custos totais dos insumos e compará-los com as receitas geradas a partir da produção total, pois o lucro individual de cada um dos produtos conjuntos é de pouca importância nas decisões de produção no que se relaciona à produção de produtos conjuntos e subprodutos.

Quando os produtos podem ser fabricados em proporções ou “misturas” alternativas, baseia-se a decisão na proporção que fornecerá o maior lucro. Nesse caso, serão analisados os *incrementos à renda*. Pode-se calcular a variação total de custo em cada alternativa e compará-la com a receita total resultante. Embora o custo individual do produto não possa ser especificamente medido, os custos totais e a receita total podem.

A alocação do custo conjunto total não influencia a decisão da venda no ponto de separação ou depois de mais processamento do produto. A decisão de processamento posterior depende de se o *aumento da receita é maior do que o aumento do custo*. Portanto, as decisões da administração devem basear-se no lucro incremental, ao invés de na alocação dos custos conjuntos históricos.

### 6ª obra consultada

Backer & Jacobsen (1974:314-316) tratam do assunto em análise, e para eles o tipo de decisão baseia-se nos "custos e receitas adicionais". No tópico sobre *os custos conjuntos e as decisões na gestão das empresas*, relatam que, em tópicos anteriores do livro, na discussão dos custos conjuntos, as técnicas de custeio foram consideradas em relação à valoração dos produtos e à medição do lucro. Aí se tornou evidente que a atribuição de custos aos produtos conjuntos é, em grande parte, arbitrária. Sendo assim, os custos de produtos daí derivados têm pouco valor para as decisões a serem tomadas pela direção de uma empresa.

Isso pode ser observado na figura 15, onde se admite que dois produtos, X e Y, têm o mesmo custo unitário, de \$12,00, calculado como se vê abaixo.

Produto	Produção em unidades	Custos conjuntos atribuídos	Custo unitário
X	10.000	\$120.000,00	\$12,00
Y	5.000	\$ 60.000,00	\$12,00

Figura 15 – Demonstração das Unidades, dos Custos Conjuntos e do Custo Unitário

Como se percebe, o preço atual de mercado para o produto X é \$15,00, e para o produto Y, \$11,00.

Se todas as unidades produzidas fossem vendidas, poderia ser apresentada a seguinte Demonstração de Resultados:

	Produto X	Produto Y	Total
Renda das vendas	\$150.000,00	\$55.000,00	\$205.000,00
Custo de produção	<u>\$120.000,00</u>	<u>\$60.000,00</u>	<u>\$180.000,00</u>
Lucro (prejuízo)	\$ 30.000,00	(\$ 5.000,00)	\$ 25.000,00

Figura 16 – Demonstração de Resultados

Infere-se que, como o produto Y mostra um prejuízo, a empresa B&J estaria em melhor posição caso não vendesse o produto Y. Isso naturalmente é uma ilusão. Como se trata de produtos conjuntos, o produto X não pode ser produzido sem o produto Y. Se as 5.000 unidades do produto Y não fossem vendidas, a totalidade dos custos, ou seja, \$180.000,00, seria aplicável ao produto X e ocorreria um prejuízo de \$30.000,00 em vez de um lucro de \$25.000,00 no conjunto. Assim, a diferença de \$55.000,00 representa a contribuição do produto Y à renda total.



No caso de uma parte da produção do produto Y, que não pode ser vendida externamente, ser transferida para uma outra divisão dentro da empresa e debitada a um custo unitário de \$12,00, o gerente da divisão destinatária pode argumentar que, uma vez que ele pode obter o mesmo produto no mercado a \$11,00 por unidade, tanto a sua divisão como a empresa estará sofrendo um prejuízo de \$1,00 em cada unidade fornecida internamente. Ele tem razão, porém apenas em parte. Como essas unidades não podem ser vendidas externamente, há um ganho efetivo para a empresa de \$11,00 por unidade, quando elas são usadas internamente. Contudo, sob o ponto de vista da avaliação do desempenho, é inegável que a divisão destinatária acaba sendo prejudicada e se justifica um reajuste no preço da transferência interna.

Supondo agora que o produto Y pode ser transformado no produto YZ mediante um complemento de processamento que custará \$2,00 por unidade, o produto YZ pode ser vendido por \$13,50 à unidade. Se isso fosse feito, ele teria um custo de \$14,00 (custo do produto Y, de \$12,00 + \$2,00 do processamento adicional) a ser correlacionado com um preço de venda de \$13,50, resultando em um prejuízo de \$0,50 por unidade. Isso pode sugerir que o processamento não se justifica. Tal não é correto. São apenas as receitas e custos adicionais que não são relevantes numa decisão desse tipo. Por conseguinte, o produto YZ deve ser produzido, pois as receitas adicionais (\$2,50) excedem os custos adicionais (\$2,00).

Em decisões tais como essa, precisam ser reconhecidas outras considerações além do custo. Uma empresa pode, por exemplo, desejar vender, em vez de levar o processamento mais adiante, por causa das dificuldades de obtenção dos materiais ou da mão-de-obra necessária para o complemento de processamento, ou por não desejar desenvolver mais esforços para essa finalidade. Alternativamente, uma empresa pode decidir levar mais adiante o processamento, desprezando as considerações de custos, para manter uma força de trabalho estável. A continuidade do processamento pode ser apropriada em vista de uma expansão da produção de YZ, caso o produto X esteja perdendo sua aceitação no mercado.

No exemplo, os autores tomaram em consideração apenas os custos *adicionais diretos* do processamento, o que é lógico. Apesar disso, muitos homens de negócios e contabilistas insistirão em que o produto YZ deva absorver “sua parte

justa” dos custos indiretos na produção de X e Y. A atribuição de alguns desses custos ao processamento de YZ, se essa for à alternativa escolhida, pode ser o processo adequado para os cálculos de lucratividade dos diversos produtos, embora até isso seja duvidoso em quase todas as circunstâncias. De qualquer modo, tais custos não podem apropriadamente ser incluídos na análise destinada à escolha entre vender sem mais processamento e levar o processamento mais adiante.

Como os autores sugeriram, o custo unitário computado para um co-produto geralmente não deve ser usado como base para a fixação de preço de venda. Numa operação de produtos conjuntos, são apenas as receitas e custos totais que têm relevância, e não as receitas e custos dos produtos individuais. Comentam que, nesse sentido, muitas vezes é possível alterar a dosagem dos co-produtos, como, por exemplo, no refino de petróleo. Quando esse é o caso, tenta-se obter a dosagem de co-produtos que resulta na maximização do incremento à renda.

#### 7ª obra consultada

Leone (1997:225-228) defende que a tomada de decisão, no que diz respeito a parar ou continuar o processamento, baseia-se na "receita incremental". Para tanto, ilustra com um problema, no qual a(s) decisão(ões) é(são) tomada(s) levando em consideração a receita (ou as receitas) diferencial (ou diferenciais), relatando o que segue: algumas das mais corriqueiras decisões que são tomadas no dia-a-dia pela gerência – por exemplo, vender o produto (ou alguns deles) no ponto de separação, isto é, logo após ter (ou terem) sido fabricado(s) pelo processamento conjunto, ou vendê-lo(s) depois que tenha (ou tenham) passado por processamentos adicionais e subseqüentes – só podem ser tomadas se são considerados os custos realizados após o ponto de separação, os quais são identificados com o produto (ou cada produto).

Para um melhor entendimento, transcreve-se o problema ilustrativo da página 225, no qual as decisões são tomadas levando-se em consideração a receita diferencial.

No referido problema o autor imagina a seguinte situação: a Indústria Coprodutora é uma empresa que, em seu processo produtivo, tem o processo nº1, caracterizado como um “processo conjunto”, e que fabrica, nesse processo, utilizando os mesmos recursos produtivos, três co-produtos (assim definidos porque

alcançam, no mercado, valores de venda significativos) químicos diferentes: Amiural, Dexprosina e Tilamital. Cada um desses produtos é comercializável no ponto de separação (que coincide exatamente com o fim do processo nº 1), ou pode sofrer, em seguida, novos e adicionais processamentos. Todos os fatores de produção do processo nº1 – processo conjunto – são custos conjuntos e somaram, no mês X, \$900.000,00. Como são custos conjuntos, por natureza, são inseparáveis. Não há possibilidade de fabricar apenas um dos produtos sem fabricar os outros dois ao mesmo tempo. Portanto, os custos conjuntos são realizados de qualquer modo.

O autor comenta, ainda, que todos os custos e despesas realizados após o ponto de separação são variáveis (isto é, ocorrem somente se houver a necessidade do processamento adicional) e são perfeitamente identificáveis com cada produto. Lembra, também, que esta configuração é apenas um exemplo. O processamento contínuo, inclusive com o aparecimento da co-produção, pode tomar as mais variadas formas. Cabe ao contador de custos familiarizar-se com o processamento de sua empresa para poder estabelecer os critérios de custeio mais adequados. Lembra que a orientação que está sendo dada é básica e é apenas um ponto de partida.

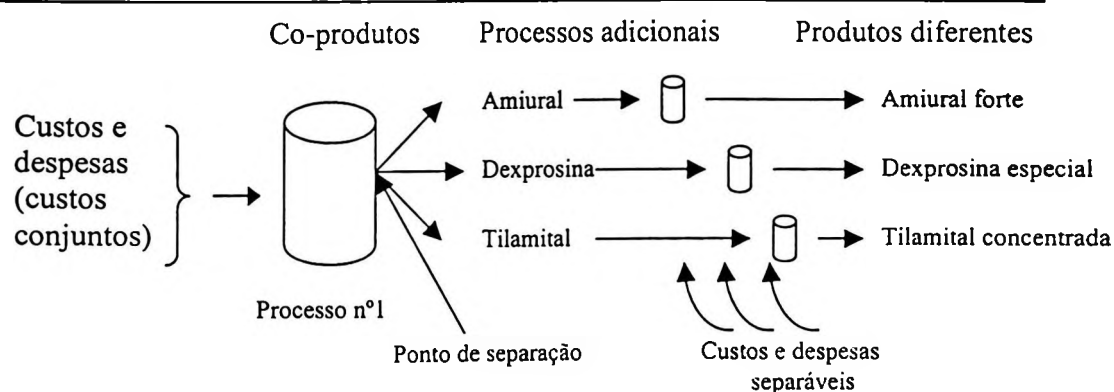


Figura 17 – Fluxo do Processo de Produção  
Adaptado de Leone (1997:225)

Os seguintes dados foram extraídos dos registros da Contabilidade, da produção e das vendas.

Co-produtos	Unidades produzidas no processo nº1	Valor total de vendas no ponto de separação	Custos realizados após a separação	Valor total de vendas depois do processamento adicional
Amiural	50.000	\$1.300.000	\$64.000	\$1.500.000
Dexprosina	30.000	\$ 360.000	\$36.000	\$ 360.000
Tilamital	20.000	\$ 340.000	\$20.000	\$400.000
Totais	100.000	\$2.000.000	\$120.000	\$2.260.000

Figura 18 – Dados Extraídos da Contabilidade, Produção e Vendas da Indústria Co-produtora

O autor recomenda que os produtos Amiural e Tilamital devem sofrer processamento adicional, para, então, serem vendidos. Já o produto Dexprosina, deverá ser vendido no ponto de separação, a fim de que o lucro no período seja o maior possível.

Com isso, a decisão será tomada após a análise dos seguintes fatores: para tanto, serão considerados fatores como valor de venda (após o processamento adicional e no ponto de separação), custos diferenciais e aumento ou diminuição do lucro, conforme demonstra a figura 18. Leone (1997) destaca, ainda, que as informações de custo são as de que dispõe o gerente para tomar decisões dessa ordem.

	Co-produtos			Total
	Amiural	Dexprosina	Tilamital	
Valor de venda após o Processamento adicional	\$1.500.000	\$360.000	\$400.000	\$2.260.000
Valor de venda no ponto de Separação	\$1.300.000	\$360.000	\$340.000	\$2.000.000
Receita diferencial	\$ 200.000	-0-	\$ 60.000	\$ 260.000
Custos diferenciais (somente os custos que se realizam após o ponto de separação)	\$ 64.000	\$ 36.000	\$ 20.000	\$ 120.000
Aumento ou (diminuição) nos lucros	\$ 136.000	(\$36.000)	\$ 40.000	\$ 140.000

Figura 19 – Demonstrativo com base nos Custos e Receitas Diferenciais.

Comentando os dados constantes na figura 19, o autor relata as decisões, levando em conta somente informações de custos, as quais são:

Os produtos Amiural (este certamente) e Tilamital devem sofrer processamento adicional para então serem vendidos. O produto Dexprosina deverá ser vendido no ponto de separação. Se for vendido após esse ponto, depois de ser processado adicionalmente, a empresa terá um prejuízo econômico. Isso se forem levadas em consideração as informações de custos.

Outras informações de outros setores podem levar a Gerência a admitir a venda depois do ponto de separação em virtude de benefícios colaterais que essa venda pode trazer para a entidade. O autor cita como exemplo o fato de a Dexprosina Especial ser um produto de grande procura no mercado, e que eleva a imagem da empresa. Um produto desse tipo pode “desencadear” significativamente a venda de outros produtos de grande rentabilidade.

## 5.2 Decisões Apontadas em Livros e Revistas Estrangeiras

O presente item é dividido em três subitens: no primeiro subitem, são apresentadas as decisões com base no lucro incremental ou diferencial; no segundo, as decisões com base na programação linear e, no terceiro, as decisões com base na programação não-linear.

### 5.2.1 Decisões com Base no Lucro Incremental ou Diferencial

Idêntica metodologia à do subitem 5.1 é aqui adotada, ou seja, estrutura-se um quadro, contendo itens classificatórios básicos e iniciais sobre as 7 (sete) obras estrangeiras não traduzidas para a língua portuguesa e instrumentos de decisões, para, em seguida, passar-se à análise sucinta do correspondente conteúdo.

**Quadro 33 – Decisões com base no Lucro Incremental ou Diferencial.**

Nº	Autor(es)	Ano	Instrumento de decisão
1º	Dopuch et al.	1974	Lucro incremental
2º	Deakin & Maher	1984	Receitas e Custos adicionais após o processamento
3º	Decoster et al.	1988	Custo e Receita Incremental
4º	Hirsch & Louderback	1992	Custo e Receita Incremental
5º	Engler	1993	Custo e Receita Incremental
6º	Hilton	1997	Custo e Receita Incremental
7º	Barfield et al	1998	Custo e Receita Incremental

Em termos gerais, todos os autores mencionados no quadro observam que o critério tradicional de alocação de custos conjuntos é necessário para fins de inventário. Por outro lado, alertam que qualquer critério dessa ordem é arbitrário e não serve para a tomada de decisões gerenciais, como vender um produto no ponto de separação ou continuar o processamento. Para tanto, relatam que a decisão deve ser tomada com base no lucro incremental ou adicional, ou seja, a receita incremental ou adicional após o ponto de separação menos os custos incrementais ou adicionais após o ponto de separação. Logo, de forma resumida, quando a receita incremental

ou adicional é superior aos custos incrementais ou adicionais, o produto deve ser processado além do ponto de separação, ou quando a receita incremental ou adicional for inferior aos custos incrementais ou adicionais, o produto deve ser vendido no ponto de separação. Para explicar isso, utilizam-se de diversos exemplos, evidenciados a seguir.

1º) Dopuch et al (1974) utilizam-se do exemplo de um produto que foi produzido no departamento I, de onde resultaram os co-produtos "X" e "Y". Nesse caso, se o co-produto "Y" for processado além do ponto de separação, resultam os produtos "R", "W" e "S";

2º) Deakin & Maher (1984) utilizam-se de um exemplo da serraria Sacramento-Sierra que também se encontra detalhado na obra de Maher (2001:342-343) onde este comenta que a decisão de continuar o processamento ou não, baseia-se "nos custos e receitas adicionais após o processamento adicional". O autor relata que muitas companhias têm oportunidade de vender produtos parcialmente processados, em vários estágios da produção. Para tanto, a administração precisa decidir se é mais lucrativo vender o produto em um estágio intermediário ou processá-lo adicionalmente, destacando-se que os dados relevantes para a tomada de decisão entre vender ou continuar o processamento são as receitas adicionais após o processamento adicional e os custos do processamento adicional.

O autor, no exemplo, supõe que a Sacramento-Sierra possa vender a madeira serrada tipo "B" no ponto de separação, ou processá-la adicionalmente para obter um novo produto, conhecido como madeira tipo BB. O autor concluiu que a melhor opção, nesse caso, é produzir a madeira tipo "B" além do ponto de separação, obtendo a madeira tipo "BB".

3º) Decoster et al. (1988) utilizam-se de um exemplo onde o produto "X" é processado no departamento "1", resultando os co-produtos "D", "E" e "F", sendo que o co-produto "D" pode ser processado mais adiante no departamento "2", o co-produto "E" pode ser processado mais adiante no departamento 3 e o co-produto "F" pode ser vendido no ponto de separação;

4º) Hirsch & Louderback (1992) utilizam-se de um exemplo de um produto de que, após o primeiro processamento, resultam os co-produtos "101", "102" e

"103", sendo que o co-produto "102" pode ser processado além do ponto de separação no departamento B, resultando os produtos "102x" e "102y";

5º) Engler (1993) utiliza-se do exemplo de um produto que, após o processamento, resulta nos co-produtos "X" e "Y", sendo que do co-produto "X", se processado além do ponto de separação, resulta o produto "XP", e do co-produto "Y" resulta o produto "YP";

6º) Hilton (1997) utiliza-se de um exemplo do "feijão de cacau" que, após ser processado, resulta o "pó de cacau" e a "manteiga de cacau", e cita outros exemplos, como animais (boi), que podem resultar em vários cortes de carne, e também o processo de petróleo, de onde podem resultar vários produtos, como querosene e gasolina;

7º) Barfield et al. (1998) utilizam-se de um exemplo da Cia. de Carnes Gostosa, em que do boi dentre os co-produtos resultantes, certos tipos desses (cortes de carne) podem ser processados mais adiante, resultando desses os produtos como "bifes" e "hambúrguer".

### **5.2.2 Decisões com Base na Programação Linear**

Um problema de programação linear é em geral abordado pelo algoritmo simplex, o qual é teoricamente capaz de fornecer a solução exata em um número finito de passos.<sup>16</sup>

O algoritmo simplex está intimamente ligado aos problemas de programação linear. Ele pode ser adaptado a situações nas quais a função-objetivo é um envelope de funções afins, mas em geral não leva à resolução do problema-modelo da programação não-linear.

A Programação Linear visa fundamentalmente encontrar a melhor solução para problemas que tenham seus modelos representados por expressões lineares. A grande aplicabilidade e simplicidade que a caracteriza devem-se à linearidade do modelo.

---

<sup>16</sup> <http://www.eps.ufsc.br/teses96/cortes/cap2/capitulo2.htm>. Acesso em: 07/07/03

A tarefa da Programação Linear consiste na maximização ou minimização de uma função linear, denominada função-objetivo, respeitando-se um sistema linear de igualdades ou desigualdades que recebe o nome de restrições do modelo. As restrições representam normalmente limitações de recursos disponíveis (capital, mão-de-obra, recursos minerais ou fatores de produção) ou, então, exigências e condições que devem ser cumpridas no problema. Essas restrições do modelo determinam uma região à qual se dá o nome de conjunto das soluções viáveis. A melhor das soluções viáveis, isto é, aquela que maximiza ou minimiza a função objetivo denomina-se solução ótima que é o objetivo da Programação Linear.

Segundo Homgren (1981:357),

a Programação Linear é um método matemático poderoso para a solução de uma série de problemas empresariais com muitas variáveis em interação que envolve, basicamente, a utilização de recursos limitados de forma a aumentar os lucros ou a diminuir o custo. Quase sempre existem fatores limitadores ou recursos escassos que representam restrições ou limitações das alternativas existentes. A programação linear tem sido aplicada a um número enorme de decisões empresariais, como, por exemplo, programação de máquinas, combinação de produtos, combinação de matérias-primas, programação de tripulação de vôo, movimentação física de produção, programação de expedição, rotas de transporte, mistura de gasolina, mistura de ingredientes para salsichas e projeto de transformadores. Em geral a programação linear é a melhor técnica de que se dispõe para combinar materiais, mão-de-obra e recursos físicos da melhor maneira possível quando todas as relações são aproximadamente lineares e é possível fazer muitas combinações.

Ainda segundo o autor, a programação linear é um modelo de decisão em condições de certeza, na qual as restrições afetam a alocação de recursos entre usos alternativos. Nesse caso, a ação a ser escolhida geralmente é aquela que maximize o lucro ou minimize o custo.

Os problemas podem ser solucionados pelo método SIMPLEX, que consiste em um procedimento algébrico iterativo que fornece a solução ótima do problema dado um número finito de interações ou com o auxílio de um *software*. Segundo Lachtermacher (2002:90), existem muitos softwares disponíveis no mercado que podem auxiliar na tarefa dos cálculos. Dentre as ferramentas que vêm ganhando cada vez mais adeptos, estão as Planilhas Eletrônicas. As mais utilizadas são o *Excel*, da *Microsoft*, o *Lótus*, da *Lótus/IBM* e o *Quatro-Pró*, da *Corel*, destacando-se o *Excel* da *Microsoft*, por ser o mais popular.



Para relatar o que se encontra publicado em revistas e livros estrangeiros, com relação à tomada de decisões baseada na utilização da programação linear, realizou-se uma pesquisa nos artigos e livros transcritos no quadro 34.

**Quadro 34 – Decisões com base na Programação Linear (PL)**

Nº	Autor(es)	Ano	Artigo / Livro
1º	Hartley	1969	<i>Linear Programming: Some implications for Management Accounting</i>
2º	Hartley	1971	<i>Decision Making When Joint Products Are Involved</i>
3º	Jensen	1973	<i>Hartley's Demand-Price Analysis in a Case of Joint Production: A comment</i>
4º	Hartley	1973	<i>A Note on Quadratic Programming in a Case of Joint Production: A Reply</i>
5º	Morse	1978	<i>Livro – Cost Accounting - capítulo 15.</i>

#### 5.2.2.1 Artigo de Hartley (1969)

No artigo, intitulado “*Linear Programming: Some implications for Management Accounting*”, de Ronald V. Hartley, publicado na revista *Management Accounting*, de novembro de 1969, o autor pretende aproximar os métodos quantitativos, utilizados pelos contadores, investigadores de operações e administradores, no que diz respeito a implicações práticas de programação linear (PL). Nele o autor pretende interpretar e definir:

- a) que dados requer a PL;
- b) sensibilidade e utilidade de tais conhecimentos;
- c) PL e a sua utilidade em análises de discrepância;
- d) adequação da PL em custos conjuntos.

O autor comenta que a PL requer três tipos básicos de dados:

1. Coeficientes para a função-objetivo.
2. Coeficientes de substituição (para as funções de restrições).
3. As capacidades ou exigências (para as funções de restrições).

Com relação a custos conjuntos, faz uma consideração breve entre PL e a Contabilidade. Comenta que a tarefa de alocar custos conjuntos sempre foi um problema para os contadores, posto que normalmente eles são alocados pelo valor

relativo de venda. Uma solução seria usar a PL para obter o ponto ótimo de produção de custos conjuntos, levando em consideração disponibilidade de matéria-prima, valor de venda no ponto de separação, custos e receitas, se houver processamento além do ponto de separação, restrições do mercado, capacidade de produção.

Recomenda, ainda, que se use o conceito de custo-padrão e não os custos reais, o que beneficiaria o administrador a planejar a produção. Em outras palavras, com base nos dados como receitas, custos, quantidades e observadas as restrições e gargalos da empresa com relação à matéria-prima, mão-de-obra, máquinas, poderia ser estipulado o *mix* ideal de produção.

Conclui relatando que, embora a PL tenha limitações, é uma ferramenta poderosa. Muitas das limitações podem ser evitadas com alguma criatividade. Por fim, observa que o departamento de contabilidade pode fazer ou pode montar um estudo de PL mais fácil ou mais difícil. Conclui dizendo que "*o desafio está lançado; espero que os contadores e administradores aceitem o desafio*".

#### 5.2.2.2 Artigo de Hartley (1971)

No 2º Artigo, "*Decision Making When Joint Products Are Involved*", de Ronald V. Hartley, publicado na revista *The Accounting Review*, de outubro de 1971, o autor cita Horngren, reafirmando que nenhuma técnica de alocação de custos conjuntos deve orientar decisões gerenciais a respeito da venda de um produto no ponto de separação ou processado além dele. Para ele, a decisão deve ser tomada com base no lucro operacional incremental alcançável após o ponto de separação. Nesse artigo, o autor simula um exemplo no qual demonstra o lucro incremental. Depois, com os mesmos números utilizados na primeira simulação, ele novamente faz a simulação, desta vez utilizando PL, e conclui ser útil a aplicação dessa técnica. Veja-se a seguir:

Exemplo típico em que uma unidade da matéria-prima  $X$  é processada no departamento  $I$ , do qual resultam três unidades do co-produto  $A$  e duas unidades do co-produto  $B$ , com custo conjunto de \$2 por unidade.

O co-produto *A* pode ser vendido no ponto de separação por \$8 ou processado mais adiante (além do ponto de separação), no departamento *II*, com um custo adicional de \$6 e ser vendido por \$15.

O co-produto *B* pode ser vendido no ponto de separação por \$7 ou processado mais adiante (além do ponto de separação), no departamento *III*, com um custo adicional de \$4 e ser vendido por \$10.

Com base nos dados acima, ele apresenta o seguinte demonstrativo:

### 1ª Simulação

	Co-produto <i>A</i>	Co-produto <i>B</i>
Valor de venda após o processamento adicional	\$15	\$10
Custo do processamento adicional	\$6	\$4
Contribuição após o processamento adicional	\$9	\$6
Valor de venda no ponto de separação	\$8	\$7
Vantagem (ou desvantagem) após o processamento adicional	\$1	(\$1)

A partir desse demonstrativo, o autor recomenda que o co-produto *A* deveria ser processado além do ponto de separação e ser vendido a \$15 a unidade e o co-produto *B* não deveria ser processado além do ponto de separação, devendo ser vendido a \$7 no ponto de separação.

Porém, quando há restrições ou gargalos no processo produtivo, recomenda que se use a Programação Linear (PL).

### 2ª Simulação

Com base nos dados da 1ª simulação, Hartley simula uma situação em que o tempo disponível do equipamento no departamento *I* para processar a matéria-prima *X* é de 80.000 horas por semana, sendo que é necessária 1,5 hora para processar o co-produto *A* além do ponto de separação, bem como são necessárias 3 horas para processar o co-produto *B* além do ponto de separação. Nesse caso, há a restrição de que o máximo de matéria-prima *X* que a empresa consegue processar é de 40.000 unidades por semana.

O autor observa que, à primeira vista, a PL parece não ser recomendada num processo de produção conjunta, devido à função-objetivo não poder ser estruturada levando em consideração a contribuição para o lucro de cada unidade, mas ressalva

que a função-objetivo não necessariamente precisa ser estruturada, levando-se em consideração a margem dos produtos, como demonstra a seguir:

- $x_1$  = quantidade do co-produto *A* vendido no ponto de separação,
- $x_2$  = quantidade do co-produto *A* vendido além do ponto de separação,
- $x_3$  = quantidade do co-produto *B* vendido no ponto de separação,
- $x_4$  = quantidade do co-produto *B* vendido além do ponto de separação,
- $x_5$  = quantidade de matéria-prima *X* usada no departamento *I*.

Disso resulta a função-objetivo:

$$(1) \quad \text{Maximize: } 8x_1 + 9x_2 + 7x_3 + 6x_4 - 2.0x_5$$

Nota-se, como relata o autor, que os coeficientes  $x_2$  e  $x_4$  são as contribuições desses produtos para custos e lucros. O coeficiente  $x_5$  é negativo e representa os custos conjuntos (variáveis) de processar uma unidade de *X* no departamento comum (departamento I). Diante disso, duas restrições são óbvias:

Primeira: a restrição do consumo semanal da contribuição *X* é:

$$(2) \quad x_5 \leq 40.000$$

Segunda: a restrição do consumo de tempo de máquina é:

$$(3) \quad 3x_2 + x_4 + 1,5x_5 \leq 80.000$$

Também deve haver uma restrição com relação ao co-produto *A* e o co-produto *B* serem produzidos de acordo com a taxa de produção de três para *A* e dois para *B*, para cada unidade de matéria-prima *X*. Estas são:

$$(4) \quad x_1 + x_2 = 3x_5$$

$$(5) \quad x_3 + x_4 = 2x_5.$$

O autor, resumidamente, faz a seguinte formulação:

$$\begin{array}{r} \text{Max. } 8x_1 + 9x_2 + 7x_3 + 6x_4 - 2,0x_5 \\ \text{S.T}^{17}: \\ \quad \quad \quad 3x_2 \quad \quad + x_4 + 1,5x_5 \\ \quad \quad \quad x_1 + x_2 \quad \quad - 3,0x_5 \\ \quad \quad \quad -x_1 - x_2 \quad \quad + 3,0x_5 \\ \quad \quad \quad \quad \quad x_3 + x_4 \quad - 2,0x_5 \\ \quad \quad \quad \quad \quad - x_3 - x_4 \quad + 2,0x_5 \end{array}$$

<sup>17</sup> Para o autor S.T. são as restrições.

Limitação é que as restrições (4) e (5) são duas igualdades e a restrição (4), por exemplo, só será válida se:

$$(4a) \quad x_1 + x_2 \leq 0,$$

e

$$(4b) \quad x_1 + x_2 \geq 0,$$

Logo, multiplicando-se (4b) por (-1) e acrescentando-se um número a ambas, ou seja, (4a) e (4b), as duas funções do modelo são possíveis. (ver nas restrições acima  $x_1 + x_2 \dots - 3,0x_5$  e  $-x_1 - x_2 + 3,0x_5$ ) então, uma comparada com outra resulta em 0(zero).

Segundo o autor, a solução do caso dois é a seguinte:

$$x_1 = 113.333 \quad x_2 = 6.667$$

$$x_3 = 80.000 \quad x_4 = 0$$

$$x_5 = 40.000$$

$$\text{Margem} = \$1.446.667$$

Onde:

$x_1$  é o produto *A* vendido no ponto de separação;

$x_2$  é o produto *A* vendido além do ponto de separação;

$x_3$  é o produto *B* vendido no ponto de separação;

$x_4$  é o produto *B* vendido além do ponto de separação;

$x_5$  é a quantidade de matéria-prima *X*.

### Solução Utilizando a Ferramenta Solver do Excel da Microsoft

Para comprovar o resultado do problema citado acima, utilizou-se a ferramenta *Solver do Excel*. Foram seguidos os seguintes passos:

- 1) MENU Ferramentas
- 2) *Solver*
- 3) Definir Célula de destino
- 4) Células das variáveis
- 5) Submeter às restrições (Adicionar restrições)
- 6) Opções (selecionar - Presumir modelo linear e presumir não negativos)
- 7) Retornar e pressionar o botão RESOLVER...
- 8) Selecionar Relatórios:
- 9) Relatório de Resposta
- 10) Relatório de Sensibilidade
- 11) Relatório de Limites
- 12) Pressionar OK

## Desenvolvimento do Problema

Quadro 35 – Resolução usando a Ferramenta *Solver do Excel*

	A	B	C	D	E	F	G	
1	Coeficientes da Variável							
2	Função	$x_1=A$	$x_2=A$ além	$x_3=B$	$x_4=B$ além	$x_5=MP$		
3	objetivo	8	9	7	6	2	VI.Unit.	
4								
5	VARIÁVEIS=	113.333,33	6.667	80.000	0	40.000	Quant.	
6	Z=	\$ 1.446.666,67						
7								
8	Restrições	Nome da restrição	LHS (Fórm.à Esquerda)	RHS (Fórm.à Direita)				
9	Nº							
10	1		-3,88027E-07	0				
11	2		3,88027E-07	0				
12	3		-4,65661E-06	0				
13	4		4,65661E-06	0				
14	5	Horas Equipamentos	80000	80.000				
15	6	Matéria-prima	40000	40.000				

Com base nos dados apresentados por Hartley (1971), citados anteriormente, demonstra-se a solução e depois se explica, passo a passo, o caminho para resolver o problema através da ferramenta *Solver do Excel*.

No quadro número 35, pode-se verificar que:

- na linha 2, colunas B, C, D e E, digitou-se o nome dos produtos: " $x_1=A$ " vendido no ponto de separação; " $x_2=A$ " vendido além do ponto de separação; " $x_3=B$ " vendido no ponto de separação; " $x_4=B$ " vendido além do ponto de separação; e, ainda, na mesma linha, coluna F, digitou-se a matéria-prima " $x_5=MP$ ";
- na linha 3, coluna B, C, D e E, digitou-se o valor unitário de venda dos produtos: "A" ponto de separação de \$8,00; "A" além do ponto de separação de \$9,00; "B" no ponto de separação de \$7,00; "B" além do ponto de separação de \$6,00; já na mesma linha, coluna F, introduziu-se o custo da matéria-prima X de \$2,00;
- na linha 5, colunas B, C, D, E e F após o *Solver do Excel* calcular a solução ótima, aparecem as quantidades das variáveis de decisão, sendo a solução ótima de: 113.333,33 unidades do produto "A" produzidas e vendidas no ponto de separação; 6.667 unidades do produto "A" produzidas e vendidas além do ponto de separação;

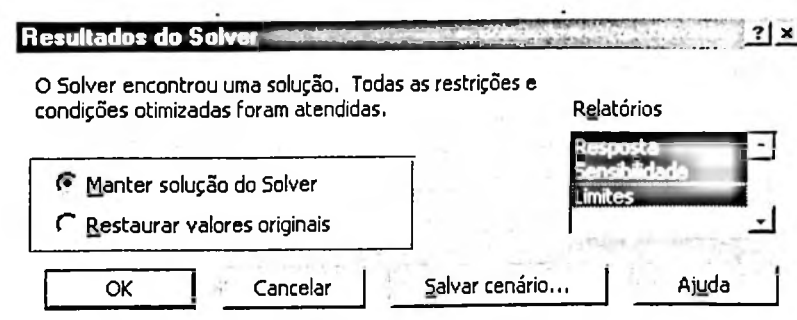
80.000 unidades do produto “B” produzidas e vendidas no ponto de separação , nenhuma unidade do produto “B” produzida e vendida além do ponto de separação e o consumo de 40.000 unidades de matéria-prima “X”;

- d) na linha 6, coluna B, também após o *Solver do Excel* calcular a solução ótima, aparece o valor da função-objetivo da solução que é de \$1.446.666,67, sendo, nesse exemplo, o resultado;
- e) nas linhas 8 a 15, coluna A a D, foram digitadas as restrições (conforme quadro 46), e após o *Solver do Excel* calcular a solução ótima, aparecem os valores constantes nas devidas linhas e colunas.

Como se pode observar no quadro 35, os únicos resultados que podem ser lidos diretamente da planilha são os valores das variáveis de decisão na solução ótima e o valor da função-objetivo. Esses valores se encontram no quadro 35 (células B5, C5, D5, E5, F5 e B6). Para visualizar todos os resultados, devem-se consultar os 3 (três) relatórios que são obtidos quando os mesmos são sinalizados (ver figura 20).

**Quadro 36 – Restrições Digitadas usando a Ferramenta *Solver do Excel***

	A	B	C	D	E
8	Restrições	Nome da restrição	LHS (Fórm À Esquerda)	RHS (Fórm. À Direita)	Sinal Usado
9	Nº				
10	1		=B5+C5-3*F5	0	<=
11	2		=-B5-C5+3*F5	0	>=
12	3		=D5+E5-2*F5	0	>=
13	4		=-D5-E5+2*F5+C13	0	>=
14	5	Horas Equipamentos	=3*C5+1*E5+1,5*F5	80.000	<=
15	6	Matéria-prima	=F5	40.000	<=



**Figura 20 – Opção dos Relatórios de Resposta, Sensibilidade e Limites**

Como se pode observar na figura 20, foram selecionados os relatórios de: resposta, sensibilidade e limites, os quais são demonstrados e explicados a seguir.

### a) Relatório de Resposta

**Tabela 1 – Relatório de Resposta**

Microsoft Excel 10.0 Relatório de resposta

Planilha: [.....xls]Plan1

Relatório criado: .../.../.....

**Célula de destino (Máx)**

Célula	Nome	Valor original	Valor final
\$B\$6	Z= x1 = A	\$ 0	\$ 1.446.666,67

**Células ajustáveis**

Célula	Nome	Valor original	Valor final
\$B\$5	VARIÁVEIS= x1 = A	0	113333,3333
\$C\$5	VARIÁVEIS= x2 = A além do ponto	0	6667
\$D\$5	VARIÁVEIS= x3 = B	0	80000
\$E\$5	VARIÁVEIS= x4 =B além do ponto	0	0
\$F\$5	VARIÁVEIS= x5 = MP	0	40000

**Restrições**

Célula	Nome	Valor da célula	Fórmula	Status	Transigência
\$C\$10	À Esquerda)	0	\$C\$10<=\$D\$10	Agrupar	0
\$C\$11	à Esquerda)	0	\$C\$11>=\$D\$11	Agrupar	0
\$C\$12	à Esquerda)	0	\$C\$12>=\$D\$12	Agrupar	0
\$C\$13	À Esquerda)	0	\$C\$13>=\$D\$13	Agrupar	0
\$C\$14	Horas Equipamentos	80000	\$C\$14<=\$D\$14	Agrupar	0
\$C\$15	Matéria-prima	40000	\$C\$15<=\$D\$15	Agrupar	0

### b) Relatório de Sensibilidade

**Tabela 2 – Relatório de Sensibilidade**

Microsoft Excel 10.0 Relatório de sensibilidade

Planilha: [.....xls]Plan1

Relatório criado: .../.../.....

**Células ajustáveis**

Célula	Nome	Final Valor	Reduzido Custo	Objetivo Coeficiente	Permissível Acréscimo	Permissível Decréscimo
\$B\$5	VARIÁVEIS= x1 = A	113333,3333	0	8	1	8
\$C\$5	VARIÁVEIS= x2 = A além do ponto	6667	0	9	71	1
\$D\$5	VARIÁVEIS= x3 = B	80000	0	7	1E+30	1,333336244
\$E\$5	VARIÁVEIS= x4=B além do ponto	0	-1,333336695	6	1,333336695	1E+30
\$F\$5	VARIÁVEIS= x5= MP	40000	0	-2	1E+30	35,5

**Restrições**

Célula	Nome	Final Valor	Sombra Preço	Restrição Lateral R.H.	Permissível Acréscimo	Permissível Decréscimo
\$C\$10	À Esquerda)	0	8	0	0	113333,3333
\$C\$11	À Esquerda)	0	0	0	0	1E+30
\$C\$12	À Esquerda)	0	0	0	0	1E+30
\$C\$13	à Esquerda)	0	-7	0	0	1E+30
\$C\$14	Horas Equipamentos	80000	0,333333333	80000	340000	20000
\$C\$15	Matéria-prima	40000	35,5	40000	13333,33333	32380,95238



### c) Relatório de Limites

**Tabela 3 – Relatório de Limites**

Microsoft Excel 10.0 Relatório de limites

Planilha: [.....xls]Relatório de limites 1

Relatório criado: .../.../.....

Destino						
Célula	Nome	Valor				
\$B\$6	Z= x1 = A	\$ 1.446.666,67				
Ajustável			Inferior	Destino	Superior	Destino
Célula	Nome	Valor	Limite	Resultado	Limite	Resultado
\$B\$5	VARIÁVEIS= x1 = A	113333,3333	0	540000	113333,3333	1446666,67
\$C\$5	VARIÁVEIS= x2 = A além do ponto	6667	0	1386667	#N/D	#N/D
\$D\$5	VAR IÁVEIS= x3 = B	80000	80000	1446666,67	80000	1446666,67
\$E\$5	VARIÁVEIS= x4 = B além do ponto	0	0	1446666,67	0	1446666,67
\$F\$5	VARIÁVEIS= x5 = MP	40000	40000	1446666,67	40000	1446666,67

### Comentário sobre os Relatórios<sup>18</sup>

#### a) Relatório de Resposta

O relatório é dividido em três partes. A primeira é relativa à função-objetivo, a segunda tem relação com as variáveis de decisão e a terceira com as restrições.

A primeira parte simplesmente mostra, no lado esquerdo, a célula que se escolheu para representar a função-objetivo, depois o valor inicial da função-objetivo (no exemplo, igual a zero) e, finalmente, no extremo direito, o valor da função-objetivo (Z) na solução ótima, no exemplo, \$1.446.666,67.

A segunda parte simplesmente mostra, no lado esquerdo, as células que se escolheram para representar cada uma das variáveis de decisão, depois o valor inicial das mesmas (no exemplo, igual a zero) e, no extremo direito, o valor de cada variável na solução ótima, no exemplo, 113.333,3333 unidades do produto "A" no ponto de separação; 6.667 unidades do produto "A" além do ponto de separação; 80.000 unidades do produto B no ponto de separação; nenhuma unidade do produto "B" além do ponto de separação e 40.000 unidades de matéria-prima "X".

<sup>18</sup> Relatórios adaptados de Lachtermacher (2002).

A terceira parte se refere às restrições do modelo. Cada linha dessa parte está relacionada com uma restrição. No lado esquerdo, na coluna *Célula*, aparece cada célula que representa o LHS (lado esquerdo) de cada restrição. Na coluna *Valor da Célula*, são apresentados os valores das respectivas células na solução ótima, isto é, os valores que são obtidos pela substituição dos valores da solução ótima no lado esquerdo das restrições. Sob a coluna *Fórmula* aparece a fórmula da restrição (célula do LHS, o sinal de comparação e a célula do RHS (lado direito)). Sob a coluna *Status*, podem aparecer duas opções: *Agrupar* ou *Sem Agrupar*. Em aparecendo *agrupar*, significa que não há diferença entre o valor da restrição inicial e o valor do recurso necessário calculado para a solução ótima. A restrição, nesse caso, está justa, não existe folga (é o caso do exemplo em questão) e, em aparecendo a palavra *sem agrupar*, significa que há diferença entre o valor da restrição original e o valor do recurso calculado; logo, havendo diferença, há folga do recurso. *Transigência* é o valor da diferença (folga) existente entre o recurso necessário calculado e o valor original da restrição.

#### b) Relatório de Sensibilidade

A tabela 2 apresenta o relatório de análise de sensibilidade do problema em estudo. Este relatório é dividido em duas partes. A primeira refere-se às mudanças que possam ocorrer nos coeficientes das variáveis de decisão da função-objetivo. A outra parte mostra as possíveis alterações que as constantes das restrições podem sofrer.

**Custo reduzido (*Reduced Cost*)** corresponde ao custo de oportunidade – informa o montante que será incorrido, em termos de custos, se determinado produto for produzido, (no exemplo em questão, tabela 2, se for produzido o produto  $x_4=B$  além do ponto de separação = \$-1,33).

**Objetivo coeficiente** – coeficiente da célula ajustável na função objetivo.

**Permissível Acréscimo/Decréscimo** – nas células variáveis – refere-se ao limite de acréscimo/redução do coeficiente objetivo sem que haja alteração no valor final de qualquer uma das células variáveis.

**Preço sombra (*Shadow Price*)** – designa quanto se deixa de ganhar por não se dispor de uma unidade a mais da variável restritiva.

### c) Relatório de Limites

O relatório de limites do problema em estudo é apresentado na tabela 3.

Esse relatório apresenta duas partes. A primeira, na parte superior, relativa à função-objetivo, e a outra, na parte inferior, relativa às variáveis de decisão. A parte superior é de interpretação direta e apresenta a célula utilizada para representar a função-objetivo e o seu valor na solução ótima. No exemplo, célula \$B\$6 e o valor da função objetivo = \$1.446.666,67.

A parte inferior carece de esclarecimentos. O lado esquerdo apresenta as células utilizadas para representar as variáveis de decisão e seus valores na solução ótima. No exemplo, produto "A" =113.333,3333 unidades, produto "A" além do ponto de separação = 6.667 unidades, produto "B" =80.000 unidade e matéria-prima X=40.000 unidades. O lado direito diz respeito à variação possível dos valores das variáveis de decisão.

**Limite Inferior** – é o menor valor que uma variável básica (célula variável) pode assumir enquanto todas as demais células variáveis são mantidas fixas e ainda satisfazem todas as restrições.

**Limite Superior** – é o maior valor que uma variável básica (célula variável) pode assumir enquanto todas as demais células variáveis são mantidas fixas e ainda satisfazem todas as restrições.

**Resultado Destino** – corresponde ao valor da célula-meta (aquela que se pretende maximizar/minimizar), quando a célula variável analisada está em seu limite mínimo ou máximo.

#### 5.2.2.3 Artigo de Jensen (1973)

No artigo, "*Hartley's Demand-Price Analysis in a Case of Joint Production: A comment*", de Daniel L. Jensen, publicado na revista, *The Accounting Review*, de outubro de 1973, o autor, tomando como ponto de referência o artigo de Hartley, também publicado na revista, *The Accounting Review* de outubro de 1971, pondera que o modelo introduzido apresenta-se correto e não gera maiores problemas quando

o mercado absorve toda a produção, isto é, quando não há nenhum entrave para a comercialização total do produto, quer seja ele fabricado em maior ou menor escala.

Entretanto, segundo Jensen, isso nem sempre acontece, pois não raras vezes a variável que produzir mais ou menos não é a única que deve ser levada em consideração. Assim, segundo ele, quando o mercado não absorve um eventual aumento da produção indicada, a partir da aplicação do método de Hartley, há necessidade de ao lado do método deste, verificar a outra variável, que é a possibilidade do mercado absorver o total produzido ou qual o aumento de produção que é absorvido pelo mercado. Em resumo, o problema relatado por Jensen só se torna relevante em situações em que o mercado não absorve o total produzido, no caso da aplicação do método de Hartley indicar que é lucrativo aumentar a produção.

Destaque-se que Hartley desenvolveu um modelo de programação linear (PL) para resolver problemas de custos conjuntos relatados nos livros de contabilidade e administração, nos quais o administrador deve decidir sobre vender um produto ou co-produto no ponto de separação ou continuar o processamento.

Ao analisar o artigo de Hartley, Jensen observa que, infelizmente, a PL não admite funções concomitantes, como de demanda e ponto ótimo de produção. Levando isso em consideração, relata que Hartley menciona que a função que exige a análise do preço de demanda deve ser tratada isoladamente, para se saber o ponto ótimo de produção e venda.

Jensen recomenda a reformulação do problema de custos conjuntos, de Hartley, com o uso da programação não-linear, com a qual se pode determinar simultaneamente o preço ideal e a política de produção.

Jensen também chama a atenção para um ponto que é essencial na aplicação da PL nesses casos, ou seja, a constatação do mercado absorver ou não o total produzido. No caso em que o mercado absorve o total produzido, recomenda o uso da PL; caso contrário, a PL ainda pode ser utilizada, porém, com a aplicação isolada, ou seja, por exemplo, uma simulação para determinar a demanda e outra, para determinar o ponto ótimo de produção e venda de um determinado produto. Em resumo, sempre segundo o autor, um dos fatores essenciais é a absorção ou não da produção pelo mercado.

#### 5.2.2.4 Artigo de Hartley (1973)

No artigo, "*A Note on Quadratic Programming in a Case of Joint Production: A Reply*", de Ronald V. Hartley, publicado na revista *The Accounting Review*, de outubro de 1973, o autor examina as sugestões de Daniel L. Jensen, publicado na revista, *The Accounting Review* de outubro de 1973, em relação ao seu artigo publicado em outubro de 1971, na mesma revista. Hartley esclarece que em seu artigo tratou da demanda em situações de excesso de produção e sugeriu que, para aumentar a demanda, dever-se-ia baixar o preço de venda.

Esclarece Hartley que Jensen não fez uma crítica ao seu artigo, e sim algumas sugestões, como o uso da programação não linear, sugestões com as quais concorda em parte. Concorda que a programação não-linear é superior à programação linear, mas pondera que os usuários podem estar mais familiarizados com a última. Complementa, ainda, que a função demanda pode ser calculada, mas o que é difícil é a sua aplicação na prática. Ainda assim, agradece a contribuição ao estudo.

#### 5.2.2.5 Livro de Morse (1978)

No seu livro "*Cost Accounting*", Wayne J. Morse, após o capítulo 15, dedica um apêndice para explicar a Programação Linear, baseado nos artigos de Hartley (1971), Jensen (1973) e novamente Hartley (1973). No capítulo dedicado ao assunto, o autor comenta que os custos conjuntos não são úteis para a tomada de decisão no ponto de separação com relação a vender ou processar mais adiante um produto. Destaca que eles servem tanto para atender fins externos como para calcular tributos e para calcular o preço de venda em algumas indústrias reguladas.

Nesse apêndice, o autor demonstra, com base em exemplos, a tomada de decisões em processo de produção conjunta com auxílio da programação linear. Essa, segundo ele, é uma ferramenta útil para tais situações.

Apresenta três exemplos para ilustrar como uma decisão num processo de produção conjunta pode ser tomada com base na programação linear e, também, um quarto exemplo para determinar o preço de venda ótimo, quando ele é estabelecido em função do volume de vendas, ou seja, quando se reduz o preço, vende-se mais, quando se aumenta o preço, vende-se menos.

### Conclusões

Com o artigo de Hartley (1969), constata-se a possibilidade de aplicação da programação linear em problemas que envolvem tomadas de decisões num processo de produção conjunta. O autor sugere a utilização da PL, mas não desenvolve qualquer exemplo, o que pode ser feito por pesquisadores da área.

Hartley retornou ao assunto em seu artigo publicado em 1971, no qual explica e demonstra a aplicação da programação linear através de exemplos.

No ano de 1973, Jensen, analisando o artigo de Hartley (1971), sugeriu que fossem feitas algumas alterações, recomendando a utilização da programação não-linear para problemas com demanda de mercado.

Ao artigo de Jensen, Hartley respondeu, no mesmo ano, dizendo, basicamente, que aquele autor não fez uma crítica direta ao seu artigo de 1971; apenas uma sugestão, que foi aceita, com a ponderação de que a demanda pode ser calculada, mas que o difícil é a sua aplicação na prática.

A partir desses estudos, a contabilidade de produtos conjuntos evoluiu e os gerentes passaram a ter mais uma ferramenta para a tomada de decisões, sendo feita inclusive a aplicação da programação não-linear, como veremos no subitem a seguir.

#### 5.2.3 Decisões com Base na Programação Não-Linear

Normalmente, um problema de programação matemática que não é um problema de programação linear é dito "problema de programação não-linear". Como já se observou<sup>19</sup>, um algoritmo do tipo simplex não se aplica a essa situação, mesmo se tal método pode servir para a obtenção de uma solução aproximada. A razão profunda dessa dificuldade é que o simplex utiliza a estrutura geométrica da região viável e da função objetivo para determinar um vértice de  $V$ , o qual corresponde à um mínimo global de  $f$ . Ora, num caso não-linear, uma tal estrutura não existe e em geral o ponto ótimo não é um vértice, podendo ser interior à região viável, ou um ponto de fronteira. Dificuldades suplementares aparecem se a região viável não for convexa ou mesma desconexa.

---

<sup>19</sup> Vide item 5.2.2

A maioria das técnicas computacionais para resolver problemas com região viável não-convexa fornece um ótimo local: a convergência para um ótimo global não é assegurada. Uma técnica que é utilizada para assegurar a obtenção do ótimo global é a da programação dinâmica, mas sua aplicação é restrita a estruturas especiais e repousa em um princípio ineficiente computacionalmente.

Enfim, quando a função-objetivo não é convexa, nem ao menos unimodal, a maioria dos métodos existentes pode fracassar: a construção de algoritmos robustos para tais problemas é um problema ainda em aberto.

Para explicitar e divulgar a contribuição da Programação Não Linear (PNL) na tomada de decisões em ambientes de produção conjunta, tomou-se como base os seguintes artigos e livros:

**Quadro 37 – Decisões com base na Programação Não-Linear (PNL).**

Nº	Autor(es)	Ano	Artigo / Livro
1º	Jensen	1973	<i>Hartley's Demand-Price Analysis in a Case of Joint Production: A comment</i>
2º	Jensen	1974	<i>The Role of Cost in Pricing Joint Products: A Case of Production in Fixed Proportions</i>
3º	Kaplan	1982	Livro <i>Advanced Management Accounting</i>
4º	Iudicibus <sup>20</sup>	1993 1ª ed. 1988	Livro <i>Análise de Custos</i>
5º	Cheng & Liao	1992	<i>Simultaneous Determination of Joint Product Cost Allocations and Cost-Plus Prices</i>

#### 5.2.3.1 Artigo de Jensen (1973)

No artigo “*Hartley's Demand-Price Analysis in a Case of Joint Production: A comment*”, de Daniel L. Jensen, publicado na revista *The Accounting Review*, de outubro de 1973, já mencionado no subitem 5.2.2, (3º artigo), o autor trata da tomada de decisões com base na programação linear (PL) e tece considerações sobre o artigo de Hartley (1971), reafirmando que o exemplo por ele oferecido seja enfocado sob PNL ao invés de PL:

<sup>20</sup> Apesar de se tratar de autor nacional, preferiu-se incluí-lo entre os estrangeiros, já que foi o único identificado como tratando de decisões envolvendo PNL.

### 5.2.3.2 Artigo de Jensen (1974)

No artigo "*The Role of Cost in Pricing Joint Products: A Case of Production in Fixed Proportions*", publicado na revista *The Accounting Review*, de julho de 1974, o autor simula um exemplo em que usa um produto do qual resulta o co-produto "I" e o co-produto "II", que podem ser processados além do ponto de separação, e demonstra que, com o auxílio da PNL, é possível chegar-se a um ponto ótimo de preço e um ponto ótimo de nível de vendas, conseguindo com isso maximizar o lucro. Jensen, nas conclusões, refere-se ao artigo de Hartley (1971), explicando que, no caso de uma empresa que produz determinado tipo de produtos e tem toda a produção absorvida pelo mercado, como em concorrência perfeita, pode ter o problema resolvido com o auxílio da PL, conforme ali desenvolvida e demonstrada pelo autor.

### 5.2.3.3 Livro de Kaplan (1982)

No livro "*Advanced Management Accounting*", de Robert S. Kaplan, de 1982, o autor utiliza-se dos artigos de Hartley (1971) e Jensen (1974); no capítulo doze, divulga a utilização da PNL para auxílio na tomada de decisões em um ambiente de produção conjunta. O autor comenta que a distribuição tradicional de custos conjuntos não é útil para a tomada de decisões em processos de produção conjunta; portanto, quando existem problemas como demanda e preço, recomenda usar a PNL.

### 5.2.3.4 Livro de Iudícibus (1993)

No seu livro *Análise de Custos*, 2ª edição 1993, 1ª edição de 1988, Sérgio de Iudícibus trata de decisões em ambiente de produção conjunta, no capítulo sobre "Alocação de custos nas empresas com processo de produção conjunta". Nele, o autor divulga a PNL, quando relata que os métodos tradicionais para alocação de custos conjuntos foram inicialmente imaginados para atender a finalidades fiscais, mais para a apropriação de custos e resultados, e por serem, em grau variado, arbitrários, normalmente têm pouca validade para fins gerenciais. No entanto, observa que uma exceção, em um nível muito embrionário, são os estudos de Kaplan quando a alocação é derivada de um modelo matemático explícito, nas seguintes condições:



- quando podemos estimar a função de demanda para os produtos acabados;
- quando a disponibilidade do insumo comum não tem restrições (fornecimento ilimitado).

Nesse caso, explica o autor, pode-se adotar um programa de programação não linear, utilizando as *variáveis duais* de Lagrange. Alerta, no entanto, que essa análise é válida em condições especiais, como citado acima, porém sua utilização na prática é mais complexa.

#### 5.2.3.5 Artigo de Cheng & Liao (1992)

No artigo "*Simultaneous Determination of Joint Product Cost Allocations and cost-Plus Prices*", de C. S. Agnes Cheng e Woody M. Liao, publicado na revista *Management Accounting*, de 1992, os autores citam o artigo de Jensen (1974) e o livro de Kaplan (1982) e sugerem o uso da PLN e do método do valor líquido de realização (VLR), quando uma decisão deve ser tomada em um ambiente de produção conjunta que envolva preço e demanda. Nesse caso, a PNL é utilizada para determinar o ponto ótimo de produção e venda e o método do valor líquido de realização, para a alocação dos custos conjuntos.

#### Conclusões

De maneira geral, os autores relatados no quadro 34 sugerem a utilização da Programação Linear (PL), em ambientes de produção conjunta, quando um problema está em sua forma padrão, isto é, se tiver uma maximização da função-objetivo e se todas as restrições forem do tipo menor ou igual, bem como os termos constantes e variáveis de decisão não-negativos. Logo, um problema resume-se na maximização (ou minimização) de uma função linear, a função-objetivo, sujeita a restrições também lineares. Portanto, quando a solução não é possível, por envolver questões de demanda ou funções não lineares, problemas e decisões em ambientes de produção conjunta podem ser solucionados com o auxílio da Programação Não-linear (PNL), conforme relatam os autores constantes do quadro 37.

Do inventário realizado em livros e revistas, percebe-se que o início da programação não linear se dá a partir de estudos que tentaram corrigir a aplicação da programação linear. Relembrando rapidamente, como se viu no subitem 5.22, com o

artigo de Hartley (1969) começa a discussão sobre a possibilidade da utilização da programação linear com o seu posterior artigo publicado em 1971. Já Jensen (1973), tomando como parâmetro os estudos de Hartley, sugere a introdução da programação não linear, que, com ressalvas, é aceita por Hartley; desde então, os estudos de produtos produzidos em ambiente de produção conjunta passaram a utilizar tal técnica. Convém reprimir e enfatizar novamente que a PNL surge como sugestão para melhorar um critério ou (técnica) que não previa o seu uso. Em outras palavras, surge para aperfeiçoar um método para o qual não estava inicialmente prevista.

## **6 SIMULAÇÃO DOS PRINCIPAIS ENFOQUES INVENTARIADOS EM UM AMBIENTE ESPECÍFICO DE PRODUÇÃO CONJUNTA**

No presente capítulo, são desenvolvidas duas simulações, a partir de dados hipotéticos, objetivando embasar decisões em situações de produção conjunta. Nas simulações, são utilizados os principais enfoques apresentados nos capítulos anteriores, mais especificamente no quinto, buscando complementar o objetivo do mesmo no tocante aos aspectos decisoriais sob esse tipo de produção.

São desenvolvidos dois grupos de simulações: no primeiro grupo, o cálculo é convencional, isto é, sem uso de métodos quantitativos para a apuração do lucro incremental ou adicional; no segundo, é utilizada a programação linear para calcular o *mix* ideal de produção objetivando a maximização do lucro.

### **6.1 Primeiro Grupo de Simulações – Lucro Incremental**

No cálculo do primeiro grupo de simulações, que o autor entende ser de maior simplicidade e praticidade, são considerados algumas premissas e dados hipotéticos para consecução das simulações.

#### **Premissas para o primeiro grupo de simulações:**

- a) envolve a decisão “vender um produto no ponto de separação ou continuar o processamento”;
- b) alocação dos custos conjuntos com base nos critérios do valor de mercado e das quantidades produzidas;
- c) custos conjuntos com inclusão do valor de venda do subproduto e sem a exclusão da margem de lucro;

- d) situação de economia estável, em que as condições de venda se mantêm estáveis, sem interferência dos concorrentes, e de variáveis externas, como: políticas econômicas, guerras, catástrofes, atentados, etc;
- e) não envolve cálculos relativos a equivalência de produção;
- f) ambiente utilizando o sistema de custeio por processo;
- g) o método de custeio utilizado é por absorção;
- h) a forma de custeio utilizada é custo estimado;
- i) inexistência de estoques iniciais de co-produtos, subprodutos e sucatas;
- j) o período de simulação compreende um mês.

Convém registrar e destacar que os cálculos consideram ou não estoque final de cada co-produto. A primeira simulação realiza-se sob duas Hipóteses: a) com estoque final; e b) sem estoque final; já as demais são realizadas conforme a Hipótese (b), ou seja, sem estoque final.

#### **Dados Hipotéticos para Simulação.**

Supondo que a empresa “XYZ” tenha um processo de produção do qual resultam os co-produtos A, B, C e D, o subproduto X e a sucata Y, conforme a figura 31.

- Preço de venda dos co-produtos no ponto de separação: A = \$2,00; B = \$3,00, C = \$3,50 e D = \$2,00.
- Produção de co-produtos: A = 1.000, B = 1.500, C = 1.200 e D = 2.000 unidades.
- Estoque final dos co-produtos: A = 100, B = 120, C = 80 e D = 130 unidades.

Do co-produto A, se processado além do ponto de separação, resultam os produtos A1, A2 e A3.

- Preço de venda dos produtos: A1 = \$3,00; A2 = \$3,20 e A3 = \$4,00.
- Produção de produtos: A1 = 800; A2 = 700 e A3 = 500 unidades.

- Custos adicionais: A1 = \$0,50; A2 = \$0,60 e A3 = \$0,80.

O produto A1 ainda pode ser processado mais adiante, resultando os produtos A1Z e A1H.

- Preço de venda dos produtos: A1Z = \$3,00 e A1H = \$4,00.
- Produção de produtos: A1Z = 350 e A1H = 450 unidades.
- Custos adicionais: A1Z = \$1,40 e A1H = \$1,50.

O produto A2 também pode ser processado mais adiante, resultando os produtos A2X e A2Y.

- Preço de venda dos produtos: A2X = \$4,60 e A2Y = \$4,00.
- Produção de produtos: A2X = 360 e A2Y = 480 unidades.
- Custos adicionais: A2X = \$1,50 e A2Y = \$1,30.

Do co-produto B, se processado além do ponto de separação, resultam os produtos B1, B2 e B3.

- 1) Preço de venda dos produtos: B1 = \$3,50; B2 = \$3,60 e B3 = \$3,40.
- 2) Produção de produtos: B1 = 600; B2 = 700 e B3 = 800 unidades.
- 3) Custos adicionais: B1 = \$1,40; B2 = \$1,60 e B3 = \$1,50.

Do co-produto C, se processado além do ponto de separação, resultam os produtos C1, C2 e C3.

- Preço de venda dos produtos: C1 = \$4,50; C2 = \$4,70 e C3 = \$4,60.
- Produção de produtos: C1 = 600; C2 = 400 e C3 = 500 unidades.
- Custos adicionais: C1 = \$1,40; C2 = \$1,50 e C3 = \$1,70.
- O co-produto D, não é processado além do ponto de separação.

Total dos custos conjuntos (MP + MOD + CIF) = \$10.000

Receita total da venda do subproduto X = \$560

Valor de venda da sucata Y = \$50,00 <sup>21</sup>

---

<sup>21</sup>As sucatas não recebem custos, sua receita é contabilizada como outras receitas, conforme subitem 3.1.3 deste trabalho.

### Resolução do 1º grupo de simulações

Antes de dar início aos cálculos das simulações, é fundamental calcular-se o VLR do subproduto X, pois este valor deve ser deduzido do custo conjunto total.

#### **Cálculo do valor líquido de realização (VLR) do subproduto X.**

Conforme o subitem 3.1.2 e 4.3 deste trabalho, o VLR do subproduto X deve ser abatido do custo conjunto total, apurando-se, assim, o valor dos custos conjuntos alocáveis aos co-produtos.

Logo.

Receita da venda do subproduto X	\$560
(-) Gastos diretos (embalagem)	\$(50)
(-) Despesas c/ vendas (comissões, impostos, despesa de entrega)	<u>\$(70)</u>
<b>(=) Valor líquido de realização (VLR)</b>	<b>\$440</b>

**Obs:** os subprodutos serão vendidos no estado em que se encontram, ou seja, não sofrem transformações.

#### **Cálculo dos custos conjuntos a serem alocados aos co-produtos.**

Logo:

Custos conjuntos	\$10.000
(-) Valor líquido de realização (VLR)	<u>\$ 440</u>
<b>(=) Custos conjuntos alocáveis aos co-produtos</b>	<b>\$ 9.560</b>

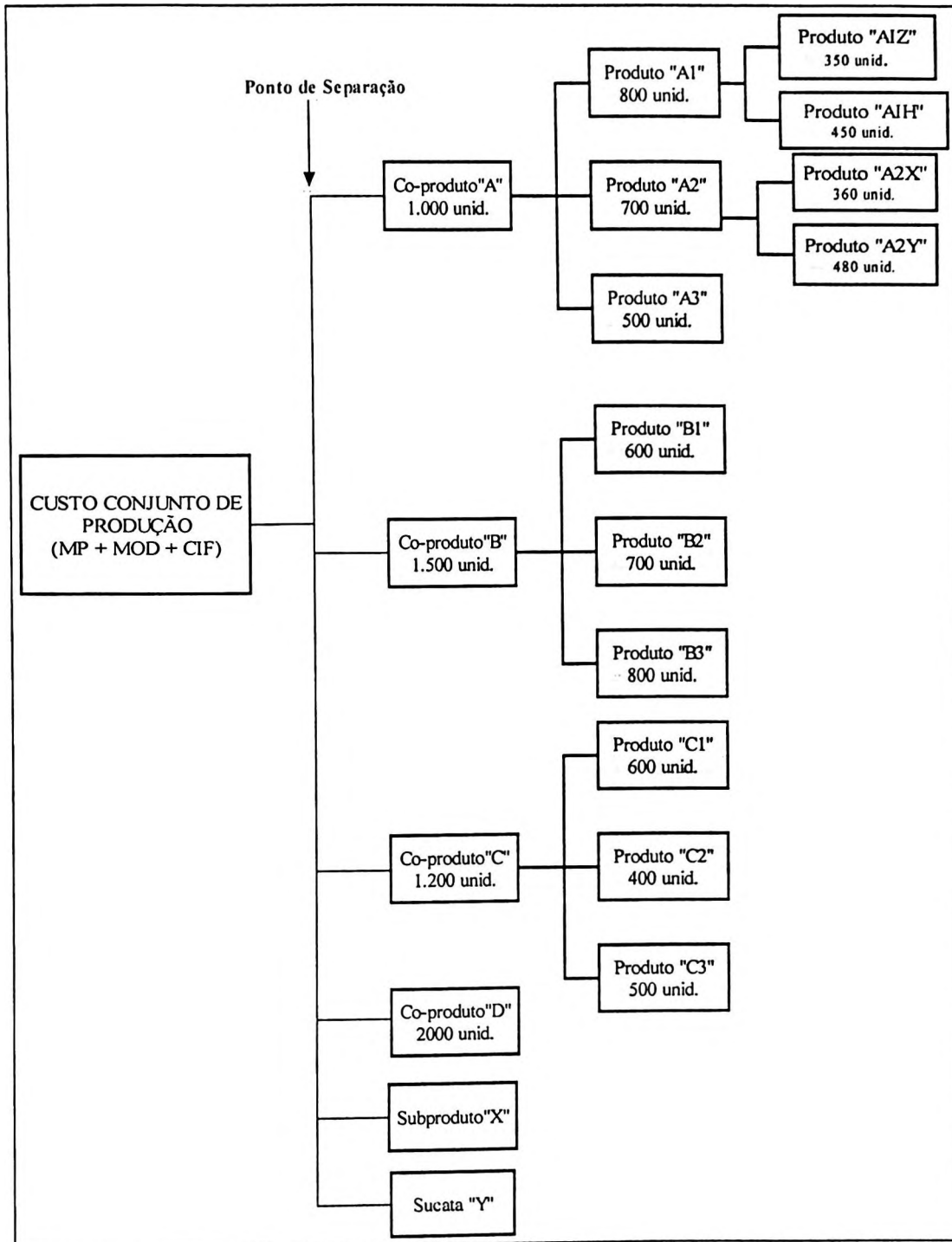


Figura 21 – Diagrama da Opção de Produção da Empresa XYZ (1º Grupo de Simulações)

### Cálculo das simulações

Com base nos dados da empresa “XYZ”, são desenvolvidas as simulações a seguir:

**1ª Simulação; utilizar os custos conjuntos para produzir e vender os co-produtos “A”, “B”, “C” e “D” no ponto de separação.**

**Alternativa a) - Com base no critério do valor de mercado**

**Quadro 38 – Simulação com base no Critério do Valor de Mercado**

Co-produtos	Quantidade produzida unidades	Valor de mercado		Custo conjunto		Resultado total \$
		unitário \$	total \$	total \$	unitário \$	
<b>A</b>	1.000	2	2.000	1.300,68	1,3007	699,32
<b>B</b>	1.500	3	4.500	2.926,53	1,9510	1.573,47
<b>C</b>	1.200	3,5	4.200	2.731,43	2,2762	1.468,57
<b>D</b>	2.000	2	4.000	2.601,36	1,3007	1.398,64
<b>SOMA</b>	<b>5.700</b>	-	<b>14.700</b>	<b>9.560,00</b>	-	<b>5.140,00</b>

**Logo:**

#### **1ª - Demonstração do Resultado (sem considerar os estoques finais)**

<b>Receita do co-produto..... “A”</b>	<b>\$2.000,00</b>	
<b>Custo do co-produto ..... “A”</b>	<b><u>\$(1.300,68)</u></b>	<b>\$ 699,32</b>
<b>Receita do co-produto ..... “B”</b>	<b>\$4.500,00</b>	
<b>Custo do co-produto ..... “B”</b>	<b><u>\$(2.926,53)</u></b>	<b>\$1.573,47</b>
<b>Receita do co-produto. .... “C”</b>	<b>\$4.200,00</b>	
<b>Custo do co-produto ..... “C”</b>	<b><u>\$(2.731,43)</u></b>	<b>\$1.468,57</b>
<b>Receita do co-produto..... “D”</b>	<b>\$4.000,00</b>	
<b>Custo do co-produto ..... “D”</b>	<b><u>\$(2.601,36)</u></b>	<b><u>\$1.398,64</u></b>
<b>LUCRO.....</b>		<b><u>\$ 5140,00</u></b>



**2ª - Demonstração do Resultado (considerando os estoques finais)**

Receita do co-produto "A" - (900u x \$2).....	\$1.800,00	
Custo do co-produto "A" - (900u x \$1,3007).....	<u>\$(1.170,63)</u>	\$ 629,37
<i>Estoque do co-produto "A" - (100u x 1,3007) = \$130,07</i>		
Receita do co-produto "B" - (1.380u x \$3).....	\$4.140,00	
Custo do co-produto "B" - (1.380u x \$1,9510).....	<u>\$(2.692,38)</u>	\$1.447,62
<i>Estoque do co-produto "B" - (120u x 1,9510) = \$234,12</i>		
Receita do co-produto "C" - (1.120u x \$3,5).....	\$3.920,00	
Custo do co-produto "C" - (1.120u x \$2,2762).....	<u>\$(2.549,34)</u>	\$1.370,66
<i>Estoque do co-produto "C" - (80u x 2,2762) = \$182,10</i>		
Receita do co-produto "D" - (1.870u x \$2).....	\$3.740,00	
Custo do co-produto "D" - (1.870u x \$1,3007).....	<u>\$(2.432,31)</u>	\$1.307,69
<i>Estoque do co-produto "D" - (130u x 1,3007) = \$169,09</i>		
<b>LUCRO</b> .....	<b><u>\$ 4.755,34</u></b>	
<i>Total do estoque final (A+B+C+D) = 430 unidades = .....\$715,37</i>		

**Alternativa b) - Com base no critério dos volumes produzidos**

**Quadro 39 – Simulação com base no Critério dos Volumes Produzidos**

Co-produtos	Quantidade produzida unidades	Valor de mercado		Custo conjunto	
		unitário \$	total \$	total \$	unitário \$
<b>A</b>	1.000	2	2.000	1.677,19	1,6772
<b>B</b>	1.500	3	4.500	2.515,79	1,6772
<b>C</b>	1.200	3,5	4.200	2.012,63	1,6772
<b>D</b>	2.000	2	4.000	3.354,39	1,6772
<b>SOMA</b>	<b>5.700</b>	-	<b>14.700</b>	<b>9.560,00</b>	-

Logo,

**1ª - Demonstração do Resultado (sem considerar os estoques finais)**

Receita do co-produto.....	“A”	\$2.000,00	
Custo do co-produto .....	“A”	<u>\$(1.677,19)</u>	\$ 322,81
Receita do co-produto.....	“B”	\$4.500,00	
Custo do co-produto .....	“B”	<u>\$(2.515,79)</u>	\$1.984,21
Receita do co-produto.....	“C”	\$4.200,00	
Custo do co-produto .....	“C”	<u>\$(2.012,63)</u>	\$2.187,37
Receita do co-produto.....	“D”	\$4.000,00	
Custo do co-produto .....	“D”	<u>\$(3.354,39)</u>	\$ 645,61
<b>LUCRO.....</b>			<b><u>\$ 5140,00</u></b>

**2ª - Demonstração do Resultado (considerando os estoques finais)**

Receita do co-produto “A” - (900u x \$2) .....		\$1.800,00	
Custo do co-produto “A” - (900u x \$1,6772).....		<u>\$(1.509,48)</u>	\$ 290,52
<i>Estoque do co-produto “A” - (100u x 1,6772) = \$167,72</i>			
Receita do co-produto “B” - (1.380u x \$3).....		\$4.140,00	
Custo do co-produto “B” - (1.380u x \$1,6772).....		<u>\$(2.314,54)</u>	\$1.825,46
<i>Estoque do co-produto “B” - (120u x 1,6772) = \$201,26</i>			
Receita do co-produto “C” - (1.120u x \$3,5).....		\$3.920,00	
Custo do co-produto “C” - (1.120u x \$1,6772).....		<u>\$(1.878,46)</u>	\$2.041,54
<i>Estoque do co-produto “C” - (80u x 1,6772) = \$134,17</i>			
Receita do co-produto “D” - (1.870u x \$2).....		\$3.740,00	
Custo do co-produto “D” - (1.870u x \$1,6772).....		<u>\$(3.136,36)</u>	\$ 603,64
<i>Estoque do co-produto “D” - (130u x 1,6772) = \$218,04</i>			
<b>LUCRO.....</b>			<b><u>\$4.761,16</u></b>
<i>Total do estoque final (A+B+C+D) = 430 unidades =.....\$721,19</i>			

Analisando os quadros 38 e 39 e comparando as demonstrações posteriores do resultado sob os critérios do valor de mercado e das quantidades produzidas, percebe-se que o custo conjunto total é o mesmo e que a diferença está no custo alocado a cada co-produto. Logo, tanto faria a empresa XYZ calcular o resultado sob um ou outro critério, o resultado total seria o mesmo. Convém salientar que esta

hipótese é válida apenas se não haver opção de continuidade de processamento, hipótese que não ocorre nessa simulação.

Com relação a deduzir o estoque final de co-produtos, ou não, também não há nenhuma relação entre um e outro critério aplicado, mas é justo e necessário esclarecer que, devido ao não uso de todas as casas decimais após as vírgulas, os valores dos estoques finais não coincidiram com as unidades monetárias, ou seja, no critério do valor de mercado o estoque final em unidades monetárias foi de \$715,37, já no critério das quantidades produzidas foi de \$721,19, com uma diferença de \$5,82. Essa diferença, positiva ou negativa, está no lucro, ou seja, tomando-se o lucro demonstrado no critério do valor de mercado, de \$4.755,34, e deduzindo-se o estoque final do mesmo de \$715,37, resultam \$4.039,97. Por outro lado, tomando-se o lucro demonstrado no critério das quantidades produzidas de \$4.761,16, e deduzindo-se o estoque final do mesmo de \$721,19, resultam os mesmos \$4.039,97.

Ao levar em consideração os estoques finais no momento da comparação de um critério com o outro, pode ocorrer o que foi demonstrado no parágrafo anterior; logo, para as simulações a partir de agora, não se considera o estoque final, pois o objetivo não é o de demonstrar as simulações com ou sem estoque, e sim, se é vantajoso para a empresa XYZ produzir um produto e vendê-lo no ponto de separação ou continuar o processamento do mesmo.

### 2ª Simulação – a partir do co-produto “A”, produzir e vender os produtos “A1”, “A2” e “A3”

Trata-se de decisão de ao invés de vender o co-produto “A” no ponto de separação, produzir e vender produtos dele derivados. Para tanto, conforme o início do capítulo 5 (cinco), os custos conjuntos tornam-se irrelevantes para fins de decisão sobre seguir com a produção após o ponto de separação, sendo relevantes: a receita do co-produto no ponto de separação e a receita e custo dos produtos obtidos após esse ponto.

**Quadro 40 – A partir do Co-produto “A”, Produzir e Vender os Produtos “A1”, “A2” e “A3”**

Produtos	Quantidade produzida unidades	Custos adicionais		Receita	
		unitário \$	total \$	unitária \$	total \$
A1	800	0,5	400	3	2.400
A2	700	0,6	420	3,2	2.240
A3	500	0,8	400	4	2.000
<b>SOMA</b>	<b>2.000</b>	<b>-</b>	<b>1.220</b>	<b>-</b>	<b>6.640</b>

**Demonstração do Resultado Incremental:**

Receita dos produtos:	“A1”	\$2.400	
	“A2”	\$2.240	
	“A3”	<u>\$2.000</u>	\$6.640
(-) Receita do co-produto “A” no ponto de separação		<u>(\$2.000)</u>	\$4.640
(-) Custos adicionais dos produtos:	“A1”	\$400	
	“A2”	\$420	
	“A3”	<u>\$400</u>	<u>(\$1.220)</u>

**Lucro Incremental ou Adicional \$3.420**

Com base nos dados acima, é vantagem para a empresa XYZ, produzir e vender os produtos “A1”, “A2” e “A3” em lugar de vender o co-produto “A” no ponto de separação; com isso, ela terá um lucro incremental ou adicional de \$3.420, ao produzir além do ponto de separação.

**3ª Simulação - a partir do produto “A1”, produzir e vender os produtos “A1Z” e “A1H”**

**Quadro 41 – A partir do Produto “A1”, Produzir e Vender os Produtos “A1Z” e “A1H”**

Produtos	Quantidade produzida unidades	Custos adicionais		Receita	
		unitário \$	total \$	unitária \$	total \$
A1Z	350	1,4	490	3	1.050
A1H	450	1,5	675	4	1.800
<b>SOMA</b>	<b>800</b>	<b>-</b>	<b>1.165</b>	<b>-</b>	<b>2.850</b>

**Demonstração do Resultado Incremental:**

Receita dos produtos:	“A1Z”	\$1.050		
	“A1H”	<u>\$1.800</u>	\$2.850	
(-) Receita do produto “A1” após o ponto de separação			<u>(\$2.400)</u>	\$450
(-) Custos adicionais dos produtos:	“A1Z”	\$490		
	“A1H”	<u>\$675</u>		<u>(\$1.165)</u>
<b>Prejuízo Incremental ou Adicional</b>				<b><u>(\$715)</u></b>

Com base nos dados acima, não é vantagem para a empresa XYZ produzir e vender os produtos “A1Z” e “A1H”, e sim vender o produto “A1”, pois, se produzir “A1Z” e “A1H”, terá um prejuízo incremental ou adicional de \$(715).

**4ª Simulação - a Partir do Produto “A2”, Produzir e Vender os Produtos “A2X” e “A2Y”****Quadro 42 – A partir do Produto “A2”, Produzir e Vender os Produtos “A2X” e “A2Y”**

Produtos	Quantidade produzida unidades	Custos adicionais		Receita	
		unitário \$	total \$	unitária \$	total \$
A2X	360	1,5	540	4,6	1.656
A2Y	480	1,3	624	4	1.920
<b>SOMA</b>	<b>840</b>	<b>-</b>	<b>1.164</b>	<b>-</b>	<b>3.576</b>

**Demonstração do Resultado Incremental:**

Receita dos produtos:	“A2X”	\$1.656		
	“A2Y”	<u>\$1.920</u>	\$3.576	
(-) Receita do produto “A1” após o ponto de separação			<u>(\$2.240)</u>	\$1.336
(-) Custos adicionais dos produtos:	“A2X”	\$540		
	“A2Y”	<u>\$624</u>		<u>(\$1.164)</u>
<b>Lucro Incremental ou Adicional</b>				<b><u>\$172</u></b>

Com base nos dados acima, é vantagem para a empresa XYZ produzir e vender os produtos “A2X” e “A2Y” em vez de vender o produto “A2”; com isso, terá um lucro incremental ou adicional de \$172.

**5ª Simulação – a partir do co-produto “B”, produzir e vender os produtos “B1”, “B2” e “B3”**

**Quadro 43 – A partir do Co-produto “B”, Produzir e Vender os Produtos “B1”, “B2” e “B3”**

Produtos	Quantidade produzida unidades	Custos adicionais		Receita	
		unitário \$	total \$	unitária \$	total \$
B1	600	1,4	840	3,5	2.100
B2	700	1,6	1.120	3,6	2.520
B3	800	1,5	1.200	3,4	2.720
<b>SOMA</b>	<b>2.100</b>	-	<b>3.160</b>	-	<b>7.340</b>

**Demonstração do Resultado Incremental:**

Receita dos produtos:	“B1”	\$2.100	
	“B2”	\$2.520	
	“B3”	<u>\$2.720</u>	\$7.340
(-) Receita do co-produto “B” no ponto de separação		<u>(\$4.500)</u>	\$2.840
(-) Custos adicionais dos produtos:	“B1”	\$ 840	
	“B2”	\$1.120	
	“B3”	<u>\$1.200</u>	<u>(\$3.160)</u>
<b>Prejuízo Incremental ou Adicional</b>			<b><u>(\$320)</u></b>

Com base nos dados acima, não é vantagem para a empresa XYZ produzir e vender os produtos “B1”, “B2” e “B3”, e sim vender o co-produto “B”; com isso, se produzir “B1”, “B2” e “B3”, terá um prejuízo incremental ou adicional de \$(320).

**6ª Simulação – a partir do co-produto “C”, produzir e vender os produtos “C1”, “C2” e “C3”**

**Quadro 44 – A partir do Co-produto “C”, Produzir e Vender os Produtos “C1”, “C2” e “C3”**

Produtos	Quantidade produzida unidades	Custos adicionais		Receita	
		unitário \$	total \$	unitária \$	total \$
C1	600	1,4	840	4,5	2.700
C2	400	1,5	600	4,7	1.880
C3	500	1,7	850	4,6	2.300
<b>SOMA</b>	<b>1.500</b>	-	<b>2.290</b>		<b>6.880</b>

**Demonstração do Resultado Incremental:**

Receita dos produtos:	“C1”	\$2.700	
	“C2”	\$1.880	
	“C3”	<u>\$2.300</u>	\$6.880
(-) Receita do co-produto “C” no ponto de separação		<u>(\$4.200)</u>	\$2.680
(-) Custos adicionais dos produtos:	“C1”	\$840	
	“C2”	\$600	
	“C3”	<u>\$850</u>	<u>(\$2.290)</u>
<b>Lucro Incremental ou Adicional</b>			<b><u>\$390</u></b>

Com base nos dados acima, é vantagem para a empresa XYZ produzir e vender os produtos “C1”, “C2” e “C3” em vez de vender o co-produto “C”; com isso terá um lucro incremental ou adicional de \$390 ao produzir além do ponto de separação.

Após todos esses cálculos, tem-se condição de sintetizar em um diagrama a melhor opção de produção da empresa XYZ, considerando o 1º grupo de simulações, o que evidencia a figura 22.

Com base nos dados constantes nos quadros e simulações anteriores, bem como na figura 29, percebe-se que a melhor opção para a empresa XYZ é produzir e vender os seguintes co-produtos e produtos:

- 1.500 unidades do co-produto “B”; e, 2.000 unidades do co-produto “D”;
- 800 unidades do produto “A1”; e 500 unidades do produto “A3”;
- 360 unidades do produto “A2X”; e 480 unidades do produto “A2Y”;
- 600 unidades do produto “C1”; 400 unidades do produto “C2”; e 500 unidades do produto “C3”.

Desprezando-se os estoques finais, por motivos já anteriormente justificados, a síntese do resultado da empresa sob a melhor opção no período em foco apresenta-se conforme o quadro 5.

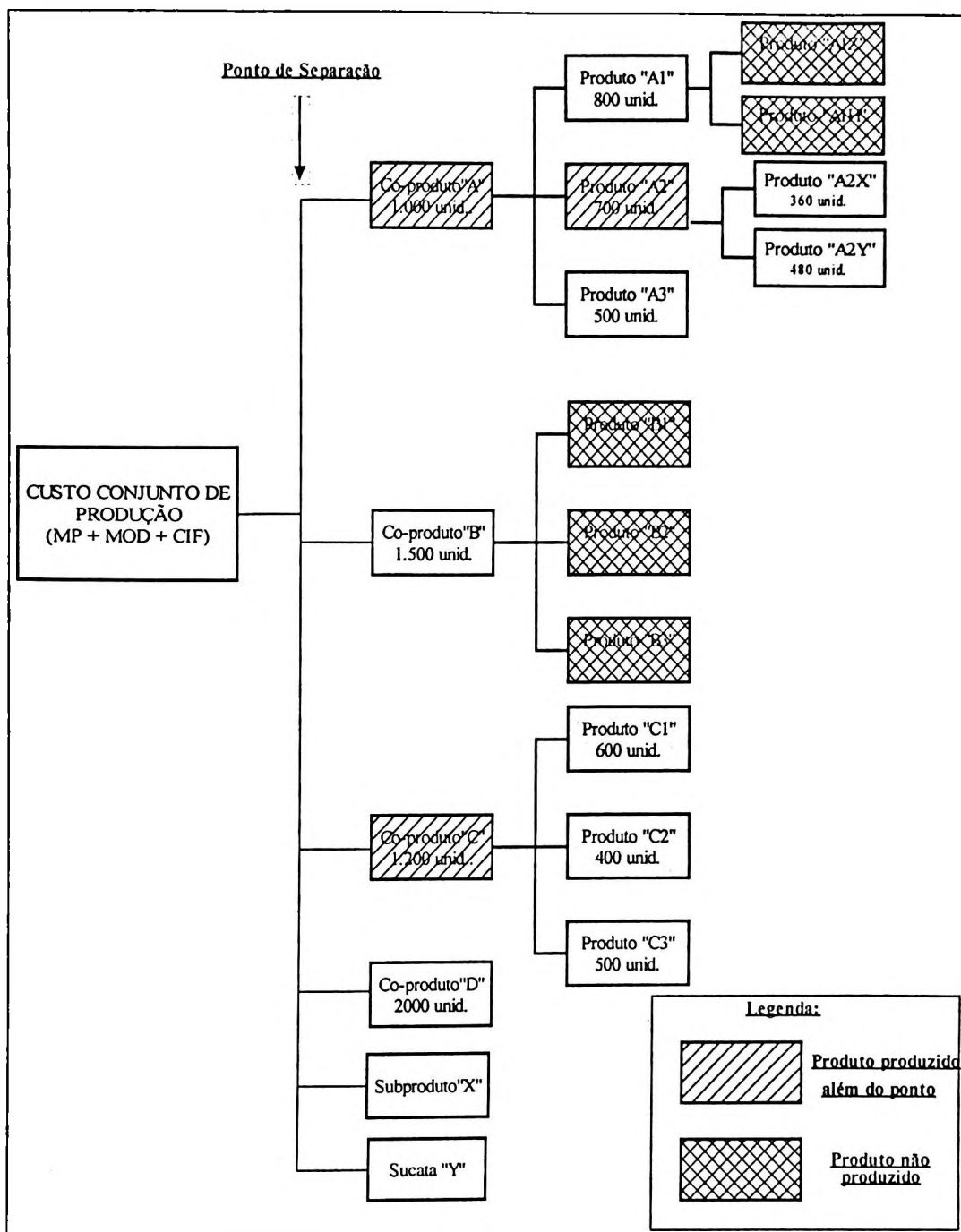


Figura 22 – Diagrama da Melhor Opção de Produção da Empresa XYZ  
(1º Grupo de Simulações)



### **Análise dos dados demonstrados no quadro 55 (demonstração do resultado e lucro incremental – 1º grupo de simulações)**

#### **1º Bloco do Resultado**

Nesse bloco, estão demonstrados os dois co-produtos que devem ser produzidos e vendidos no ponto de separação, para que a empresa maximize o seu lucro, sendo o co-produto “B”, com uma receita de \$4.500,00 que, deduzida do custo conjunto de \$2.926,53, resulta num lucro de \$1.573,47 e o co-produto “D”, com uma receita de \$4.000,00 que, deduzida do custo conjunto de \$2.601,36, resulta em \$1.398,64. Logo o resultado de ambos totaliza \$2.972,11.

#### **2º Bloco do Resultado.**

Nesse bloco, são demonstrados os itens produzidos além do ponto de separação, os quais estão demonstrados em dois estágios. No primeiro estágio, os produtos “A1” e “A3” são produzidos a partir do co-produto “A”, em que a receita do produto “A1” é de \$2.400,00 que, deduzida do custo adicional de \$400,00, resulta em \$2.000,00 e o produto “A3”, com receita de \$2.000,00 que, deduzida do custo adicional de \$400,00 resulta em \$1.600,00; a soma dos dois resultados totaliza \$3.600,00. No segundo estágio, os produtos “A2X” e “A2Y” produzidos a partir do produto “A2” que é proveniente do co-produto “A”, em que a receita do produto “A2X” é de \$1.656,00 que, deduzida do custo adicional de \$540,00, resulta em \$1.116,00 e a receita do produto “A2Y” de \$1.920,00 que, deduzida do custo adicional de \$624,00, resulta em \$1.296,00; a soma dos dois resultados é igual a \$2.412,00. Esse total, deduzido do custo adicional de “A2” de \$420,00, resulta em \$1.992,00, o qual, somado ao resultado de “A1” e “A3” de \$3.600,00, totaliza \$5.592,00 que, deduzida da receita do produto “A” no ponto de separação de \$2.000,00, resulta no lucro incremental de “A” de \$3.592,00.

#### **3º Bloco do Resultado.**

Igualmente, nesse bloco são demonstrados os produtos produzidos e vendidos no 1º estágio além do ponto de separação, a partir do co-produto “C”, de que

resultaram os produtos "C1", "C2" e "C3", em que a receita foi de \$6.800,00 que, deduzida do custo adicional de \$2.290,00, resulta em \$4.590,00 e deduzida da receita do co-produto "C" no ponto de separação de \$4.200,00 resulta em um lucro incremental de \$390,00.

**Quadro 45 – Demonstração do Resultado e Lucro Incremental  
(1º Grupo de Simulações)**

1º Bloco do Resultado			Produção e venda no ponto de separação				
			Co-pr."B"	Co-pr."D"	Total		
			1	2	3 = (1+2)		
Receita dos co-produtos			4.500,00	4.000,00	8.500,00		
(-) Custo conjunto			2.926,53	2.601,36	5.527,89		
(=) Resultado			1.573,47	1.398,64	2.972,11		
2º Bloco do Resultado							
	Produção e venda além do ponto de separação (1º Estágio)			Produção e venda além do ponto de separação (2º Estágio)			
Produtos.....>	A1	A3	Total	A2X	A2Y	Total	Total
	1	2	3=(1+2)	4	5	6=(4+5)	7=(3+6)
Receita	2.400,00	2.000,00	4.400,00	1.656,00	1.920,00	3.576,00	7.976,00
(-) Custos Adicionais	400,00	400,00	800,00	540,00	624,00	1.164,00	1.964,00
(=) Resultado I	2.000,00	1.600,00	3.600,00	1.116,00	1.296,00	2.412,00	6.012,00
(-) Custos adicionais de "A2"						420,00	420,00
(=) Resultado 2						1.992,00	5.592,00
(-) Receita de "A" no ponto de separação							2.000,00
(=) Lucro incremental de "A" além do ponto de separação							3.592,00
3º Bloco do Resultado			Produzir além do ponto de separação (1º Estágio)				
			C1	C2	C3	Total	
			1	2	3	4=(1+2+3)	
Receita			2.700,00	1.880,00	2.300,00	6.880,00	
(-) Custos Adicionais			840,00	600,00	850,00	2.290,00	
(=) Resultado			1.860,00	1.280,00	1.450,00	4.590,00	
(-) Receita de "C" no ponto de separação						4.200,00	
(=) Lucro incremental de "C" além do ponto de separação						390,00	
4º Bloco - Resumo dos Resultados da Empresa XYZ							
Co-Produtos	Resultado no ponto de separação	Resultado além do Ponto de separação	Receita no ponto de separação	Receita além do ponto de separação	Lucro Incremental		
	1	2	3	4	5 = (2-3-4)		
"A"		6.012,00	2.000,00	420,00	3.592,00		
"B"	1.573,47						
"C"		4.590,00	4.200,00		390,00		
"D"	1.398,64						
<b>Soma</b>	<b>2.972,11</b>	<b>10.602,00</b>	<b>6.200,00</b>	<b>420,00</b>	<b>3.982,00</b>		
VLR subprodutos "X"			440				
Outras receitas (venda da sucata "Y")			50				

#### **4º Bloco – Resumo dos Resultados da Empresa XYZ.**

Por fim, elaborou-se o quarto bloco em que constam os resultados, receitas e lucro incremental, os quais estão apresentados em cinco colunas:

- na primeira coluna, consta o resultado do co-produto “B” de \$1.573,47 e do co-produto “D” de \$1.398,64, sendo a soma dos dois resultados igual a \$2.972,11;
- na segunda coluna, consta à soma do resultado bruto do co-produto “A” produzido e vendido além do ponto de separação de \$6.012,00 e do co-produto “C”, produzido e vendido além do ponto de separação de \$4.590,00, sendo a soma dos dois resultados igual a \$6.200,00;
- na terceira coluna, consta à receita do co-produto “A” de \$2.000,00 e a receita do co-produto “C” de \$4.200,00, ambos no ponto de separação, totalizando \$10.602,00;
- na quarta coluna, consta à receita do produto “A2” de \$420,00;
- na quinta coluna, consta o lucro incremental dos co-produtos “A” e “C” que foram produzidos e vendidos além do ponto de separação, totalizando \$3.982.

Ainda no mesmo bloco, foram informados o valor líquido de realização (VLR) do subproduto X de \$440,00 e a receita da sucata Y de \$50,00.

#### **6.2 Segundo Grupo de Simulações – Programação Linear**

O cálculo do segundo grupo de simulações – utilizando programação linear –, por envolver situações mais complexas, requer que sejam supostas inicialmente premissas e, posteriormente, algumas restrições.

Antes, porém, desenvolve-se uma apresentação da programação linear, com base em dois autores que tratam do assunto, pois a mesma tem sido muito utilizada nas decisões empresariais. É um método para solucionar problemas de alocação de recursos através de um sistema de equações lineares simultâneas, que representam o modelo do problema com muitas variáveis e a solução das equações com o auxílio de um computador digital.

Conforme Andrade (2000:26), os estudos de programação linear permitem responder a questões, como:

Estando presentes certas condições de produção, qual a quantidade de um determinado produto, entre vários, que se deve produzir para obter o maior lucro possível?

Sendo impostas algumas especificações, qual é a composição da mistura que corresponde ao custo mínimo?

Conhecendo um certo número de condições de mercado (produtos, fornecedores e consumidores), como estabelecer os circuitos de distribuição de forma a minimizar o custo total?

Estando impostas as condições de trabalho, como repartir o contingente de mão-de-obra entre as diferentes tarefas e especialidades, com o objetivo de minimizar as despesas ou maximizar a eficiência?

Conhecido o valor nutritivo de certo número de alimentos que compõem uma ração, qual a quantidade de cada um que se deve especificar para satisfazer determinadas condições nutricionais e dar ao animal o crescimento desejado, com custo mínimo?

Segundo Ehrlich (1991:21-22), Programação Linear (PL) é uma ferramenta de planejamento que nos ajuda a selecionar que atividades (variáveis de decisão) empreender, dado que essas atividades (diversas alternativas) competem entre si pela utilização de recursos escassos (restrições) ou então precisam satisfazer certos requisitos mínimos. O objetivo será maximizar (minimizar) uma função das atividades, geralmente lucro (perdas).

A ferramenta Programação Linear exige, para seu uso, que todas as **funções sejam lineares**. Em formulação matemática, o problema de programação linear é do tipo:

$$\text{Max } Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \quad (1)$$

sujeito a

$$\left. \begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \end{array} \right\} \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} \leq b_1 \\ \geq \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} \leq b_2 \\ \geq \end{array} \right. \\ \dots \\ \left\{ \begin{array}{l} \leq b_m \\ \geq \end{array} \right. \end{array} \quad (2)$$

onde  $b_i \geq 0$  para  $i = 1, \dots, m$ ; e mais as restrições de não negatividade  
 $x_1 \geq 0, \dots, x_n \geq 0$

(1) é a função-objetivo;

(2) são as funções de restrições principais.

O problema resume-se na maximização (ou minimização) de uma função linear, a função-objetivo, sujeita a restrições também lineares.

Interpretação Econômica dos símbolos acima:

$n$  são as atividades que competem, sendo  $x_1, \dots, x_n$  seus níveis de atividade.

$c_j$  é o aumento em  $Z$  por unidade de atividade  $j$ .

$m$  são os recursos escassos cujos níveis são  $b_1, \dots, b_m$ .

$a_{ij}$  é o quanto de recursos  $i$  é consumido pela atividade  $j$ .

#### Premissas para o segundo grupo de simulações:

- trata-se de decidir se é viável, dada certa restrição, do produto A2, produzir todas as unidades desejadas de A2X e A2Y e se é viável do co-produto C, produzir todas as unidades desejadas de C1, C2 e C3, com auxílio da programação linear, utilizando a ferramenta *Solver do Excel*;
- para os demais co-produtos e produtos, são mantidos os resultados calculados no primeiro grupo de simulações;

- c) todas as funções/variáveis são lineares<sup>22</sup>;
- d) alocação dos custos conjuntos com base nos critérios do valor de mercado e das quantidades produzidas;
- e) custos conjuntos com inclusão do valor de venda do subproduto e sem a exclusão da margem de lucro;
- f) situação de economia estável, em que as condições de venda se mantêm estáveis, sem interferência dos concorrentes, e de variáveis externas, como: políticas econômicas, guerras, catástrofes, atentados, etc;
- g) não envolve cálculos relativos a equivalência de produção;
- h) ambiente utilizando o sistema de custeio por processo;
- i) o método de custeio utilizado é por absorção;
- j) a forma de custeio utilizada é custo estimado;
- k) inexistência de estoques iniciais e finais de co-produtos, subprodutos e sucatas;
- l) o período de simulação compreende um mês.

Como se pode perceber na figura 22 –Diagrama da melhor opção de produção da empresa XYZ-, para fins de simulação, são utilizadas restrições em dois tipos de decisões, ou seja:

a) se realmente é possível – dadas certas restrições - do produto A2, produzir 360 unidades do produto A2X e 480 unidades de A2Y, totalizando 840 unidades.

b) se realmente é possível, do co-produto C, produzir 600 unidades de C1, 400 unidades de C2 e 500 unidades de C3, totalizando 1.500 unidades.

---

<sup>22</sup> Embora Garófalo (1992:270) defenda que a “*derivação geométrica de uma curva de rendimento marginal é comumente efetuada a partir de uma curva de procura de forma linear, contudo, a derivação é também factível quando a curva de procura é não-linear*”. Com isso, pode-se deduzir quando um exemplo envolve custos e receitas, que o mesmo pode ser melhor desenvolvido e resolvido com o auxílio da programação não-linear; no entanto, este autor se apóia em Ludicibus (1995:335), que observa “*alguns administradores e contadores criticam a aplicação de programação linear, alegando que os dados de custos necessários para a aplicação nem sempre são afiançáveis. Entretanto, é preciso entender que, se isto for verdadeiro, pelo menos a aplicação da programação linear irá tentar uma estratégia ótima na base de informações mais ou menos afiançáveis*”. Logo, para o presente subitem, assume-se que todas as variáveis são lineares.

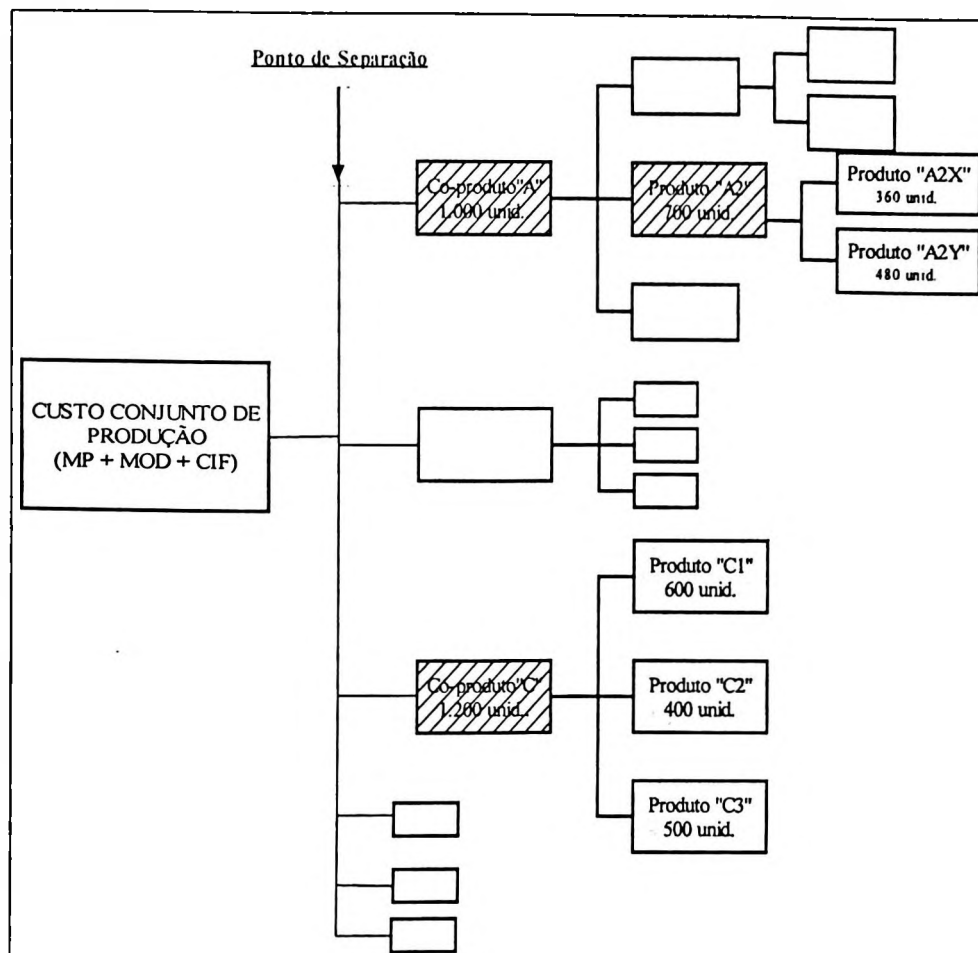


Figura 23 – Diagrama da Opção de Simulação com PL (2º Grupo de Simulações)

Para fins de simulação, são observadas as seguintes restrições:

**Com relação ao produto A2:**

- para produzir uma unidade de A2X são necessárias 0,4 horas-máquina (hm) e 0,5 horas-homem (hh);
- para produzir uma unidade de A2Y são necessárias 0,6 hm e 0,6 hh;
- o limite é de 400 hm e de 450 hh;
- de cada unidade A2, é possível produzir 1,2 unidades de A2X ou A2Y;
- será levada em consideração a receita de A2, ou seja de \$2.240,00, a qual será alocada proporcionalmente ao número de unidades dos produtos A2X e A2Y, sendo \$2.240,00 (/) 840 unidades = \$2,666666666667/ unidade.

**Com relação ao co-produto C:**

- para produzir uma unidade de C1, são necessárias 0,4 horas-máquina(hm) e 0,5 horas-homem(hh);
- para produzir uma unidade de C2, são necessárias 0,5 hm e 0,5 hh;
- para produzir uma unidade de C3, são necessárias 0,6 hm e 0,7 hh;
- o limite é de 700 hm e de 800 hh;
- de cada unidade do co-produto C, é possível produzir 1,25 unidades de C1, C2 ou C3;
- será levada em consideração a receita de C, no ponto de separação, ou seja, de \$4.200,00, a qual será alocada proporcionalmente ao número de unidades dos produtos C1, C2 e C3 , sendo \$4.200,00 (/) 1.500 unidades = \$2,80/unidade.

Utilizando a ferramenta *Solver do Excel, da Microsoft*, três simulações são apresentadas:

- a) simular a opção de produzir A2X e A2Y a partir do produto A2;
- b) simular a opção de produzir C1, C2 e C3 a partir do co-produto C;
- c) simular a opção de produzir A2X e A2Y a partir do produto A2 e produzir C1, C2 e C3 a partir do co-produto C.

**Opção a) produzir A2X e A2Y a partir do produto A2,**

1) Variáveis de decisão:

$q_{A2X}$  → quantidade do produto A2X a ser produzido

$q_{A2Y}$  → quantidade do produto A2Y a ser produzido

2) Função-objetivo: Maximizar Lucros.

Max. Lucro =  $(4,6 q_{A2X} - 1,5q_{A2X} - 2,666666667q_{A2X}) + (4 q_{A2Y} - 1,3q_{A2Y} - 2,666666667q_{A2Y})$

Max. Lucro =  $0,433333333q_{A2X} + 0,033333333q_{A2Y}$



3) Restrições:

$$qA2X \leq 360$$

$$qA2Y \leq 480$$

$$qA2X + qA2Y \leq 840$$

$$0,4qA2X + 0,6qA2Y \leq 400 \text{ hm}$$

$$0,5qA2X + 0,6qA2Y \leq 450 \text{ hh}$$

**Resposta:**

**Quadro 46 – Resolução usando a Ferramenta *Solver do Excel* (A2X e A2Y)**

	Produto A2X	Produto A2Y		
Preço de venda unitário	4,6	4		
Custo adicional unitário	-1,5	-1,3		
Receita anterior (A2) unit.	-2,666666667	-2,666666667		
Resultado unitário	0,433333333	0,033333333		
	Coef. da variável			
	qA2X	qA2Y		
Função objetivo	\$ 0,433333	\$ 0,033333		
VARIÁVEIS=	360	427		
Z=	\$ 170,22			
Quantas unidades de A2 Vender .....>			44 unidades	
<b>Restrições</b>				
	Nome da restrição	LHS (Fórm À Esquerda)	RHS (Fórm. à Direita)	
Nº				
1	Produção A2X	360	360	
2	Produção A2Y	427	480	
4	Produção A2X +A2Y	787	840	
6	Hm	400	400	
7	Hh	436	450	

Como pode ser observado no quadro 46, os únicos resultados que podem ser lidos diretamente do mesmo, são os valores das variáveis de decisão na solução ótima e o valor da função-objetivo, ou seja, a quantidade que pode ser produzida e vendida de A2X = 360 unidades, de A2Y = 427 unidades, bem como o valor da solução ótima (Z) = \$170,22. Devido às restrições com horas-máquina e horas-homem, a melhor opção para a empresa XYZ é produzir e vender 360 unidades do produto A2X, e somente 427 unidades do produto A2Y; com isso, a empresa deverá produzir e vender 44 unidades do produto A2, deixando de produzir e vender 53 unidades de A2Y.

Observa-se que, na simulação anterior, (primeiro grupo de simulações), o lucro incremental foi de \$172; portanto, registra-se uma diferença de \$1,78 (ou seja

\$0,0333333 de lucro incremental por unidade multiplicado pelas 53 unidades do produto A2Y, que não puderam ser produzidas devido às restrições de horas-máquina e horas-homem).

Outras conclusões podem ser extraídas dos relatórios de resposta, sensibilidade e limites, os quais se encontram a seguir e correspondem, respectivamente, aos quadros 4, 5 e 6.

### a) Relatório de Resposta

**Tabela 4 – Relatório de Resposta**

Microsoft Excel 10.0 Relatório de resposta

Planilha: [.....xls]Plan1

Relatório criado: ..../..

Célula de destino (Máx)

Célula	Nome	Valor original	Valor final
\$B\$9	Z=	\$0	\$170,22

Células ajustáveis

Célula	Nome	Valor original	Valor final
\$B\$8	VARIÁVEIS= qA2X	0	360
\$C\$8	VARIÁVEIS= qA2Y	0	427

Restrições

Célula	Nome	Valor da célula	Fórmula	Status	Transigência
\$C\$14	Produção A2X	360	\$C\$14<=\$D\$14	Agrupar	0
\$C\$15	Produção A2Y	426,6666667	\$C\$15<=\$D\$15	Sem agrupar	53,33333333
\$C\$16	Produção A2X +A2Y	786,6666667	\$C\$16<=\$D\$16	Sem agrupar	53,33333333
\$C\$17	hm	400	\$C\$17<=\$D\$17	Agrupar	0
\$C\$18	Hh	436	\$C\$18<=\$D\$18	Sem agrupar	14

### b) Relatório de Sensibilidade

**Tabela 5 – Relatório de Sensibilidade**

Microsoft Excel 10.0 Relatório de sensibilidade

Planilha: [.....xls]Plan1

Relatório criado: ..../..

Células ajustáveis

Célula	Nome	Final Valor	Reduzido Custo	Objetivo Coeficiente	Permissível Acréscimo	Permissível Decréscimo
\$B\$8	VARIÁVEIS= qA2X	360	0	0,433333333	1E+30	0,411111111
\$C\$8	VARIÁVEIS= qA2Y	427	0	0,033333333	0,616666667	0,033333333

**Restrições**

Célula	Nome	Final Valor	Sombra Preço	Restrição Lateral R.H.	Permissível Acréscimo	Permissível Decréscimo
\$C\$14	Produção A2X	360	0,411111111	360	140	80
\$C\$15	Produção A2Y	426,6666667	0	480	1E+30	53,33333333
\$C\$16	Produção A2X +A2Y	786,6666667	0	840	1E+30	53,33333333
\$C\$17	hm	400	0,055555556	400	14	256
\$C\$18	hh	436	0	450	1E+30	14

**c) Relatório de Limites****Tabela 6 – Relatório de Limites**

Microsoft Excel 10.0 Relatório de limites

Planilha: [.....xls]Plan1

Relatório criado: ../.../....

Célula	Destino Nome	Valor
\$B\$9	Z=	\$170,22

Célula	Ajustável Nome	Valor	Inferior Limite	Destino Resultado	Superior Limite	Destino Resultado
\$B\$8	VARIÁVEIS= qA2X	360	0	14,22222222	360	170,2222222
\$C\$8	VARIÁVEIS= qA2Y	427	0	156	427	170

**Comentário sobre os Relatórios****a) Relatório de Resposta**

O relatório é dividido em três partes. A primeira é relativa à função-objetivo, a segunda tem relação com as variáveis de decisão e a terceira com as restrições.

A primeira parte simplesmente mostra, no lado esquerdo, a célula que se escolheu para representar a função-objetivo, depois o valor inicial da função-objetivo (no exemplo, igual a zero) e, finalmente, no extremo direito, o valor da função-objetivo (Z) na solução ótima que, no exemplo é de \$170,22.

A segunda parte simplesmente mostra, no lado esquerdo, as células que se escolheram para representar cada uma das variáveis de decisão, depois o valor inicial das mesmas (no exemplo, igual a zero) e, no extremo direito, o valor de cada variável na solução ótima, no exemplo, 360 unidades do produto “A2X” e 427 unidades do produto “A2Y”.

A terceira parte se refere às restrições do modelo. Cada linha dessa parte está relacionada com uma restrição. No lado esquerdo, na coluna *Célula*, aparece cada célula que representa o LHS (lado esquerdo) de cada restrição. Na coluna *Valor da Célula*, são apresentados os valores das respectivas células na solução ótima, isto é, os valores que são obtidos pela substituição dos valores da solução ótima no lado esquerdo das restrições. Sob a coluna *Fórmula*, aparece a fórmula da restrição (célula do LHS, o sinal de comparação e a célula do RHS (lado direito)). Sob a coluna *Status*, podem aparecer duas opções: *Agrupar* ou *Sem Agrupar*. Em aparecendo *agrupar*, significa que não há diferença entre o valor da restrição inicial e o valor do recurso necessário calculado para a solução ótima. A restrição, nesse caso, está justa, não existe folga (é o caso do produto “A2X” do exemplo em questão) e, em aparecendo a palavra *sem agrupar*, significa que há diferença entre o valor da restrição original e o valor do recurso calculado; logo, havendo diferença, há folga do recurso (é o caso do produto “A2Y” do exemplo em questão). *Transigência* é o valor da diferença (folga) existente entre o recurso necessário calculado e o valor original da restrição (é o caso do produto “A2Y” do exemplo em questão).

#### **b) Relatório de Sensibilidade**

A tabela 5 representa o relatório de análise de sensibilidade do problema em estudo. Este relatório é dividido em duas partes. A primeira refere-se às mudanças que possam ocorrer nos coeficientes das variáveis de decisão da função-objetivo. A outra parte mostra as possíveis alterações que as constantes das restrições podem sofrer.

**Custo reduzido (*Reduced Cost*)** corresponde ao custo de oportunidade – informa o montante que será incorrido, em termos de custos, se determinado produto for produzido.

**Objetivo coeficiente** – coeficiente da célula ajustável na função objetivo.

**Permissível Acréscimo/Decréscimo** – nas células variáveis – refere-se ao limite de acréscimo/redução do coeficiente objetivo sem que haja alteração no valor final de qualquer uma das células variáveis. No exemplo em questão, a margem do produto “A2X” pode ser aumentada em até \$1E+30 ou diminuída em até \$0,4111 (\$0,4333 - \$0,4111 = \$0,0222).

**Preço sombra (*Shadow Price*)** – designa quanto se deixa de ganhar por não se dispor de uma unidade a mais da variável restritiva. No exemplo em questão, em se dispor de uma hora-máquina (hm) a mais = \$0,0555.

### c) Relatório de Limites

O relatório de limites do problema em estudo é apresentado na tabela 6. Esse relatório apresenta duas partes. A primeira, na parte superior, relativa à função-objetivo, e a outra, na parte inferior, relativa às variáveis de decisão. A parte superior é de interpretação direta e apresenta a célula utilizada para representar a função-objetivo e o seu valor na solução ótima. No exemplo, célula \$B\$9 e o valor da função objetivo = \$170,22.

A parte inferior carece de esclarecimentos. O lado esquerdo apresenta as células utilizadas para representar as variáveis de decisão e seus valores na solução ótima. No exemplo, produto “A2X” = 360 unidades e do produto “A2Y” = 427 unidades.

**Limite Inferior** – é o menor valor que uma variável básica (célula variável) pode assumir enquanto todas as demais células variáveis são mantidas fixas e ainda satisfazem todas as restrições.

**Limite Superior** – é o maior valor que uma variável básica (célula variável) pode assumir enquanto todas as demais células variáveis são mantidas fixas e ainda satisfazem todas as restrições.

**Resultado Destino** – corresponde ao valor da célula-meta (aquela que se pretende maximizar/minimizar), quando a célula variável analisada está em seu limite mínimo ou máximo.

**Opção b) produzir C1, C2 e C3 a partir do co-produto C.**

1) Variáveis de decisão:

qC1 → quantidade do produto C1 a ser produzido

qC2 → quantidade do produto C2 a ser produzido

qC3 → quantidade do produto C3 a ser produzido

2) Objetivo: Maximizar Lucros.

$$\text{Max. Lucro} = (4,5qC1 - 1,4qC1 - 2,8qC1) + (4,7qC2 - 1,5qC2 - 2,8qC2) + (4,6qC3 - 1,7qC3 - 2,8qC3)$$

$$\text{Max. Lucro} = 0,3qC1 + 0,4qC2 + 0,1qC3$$

3) Restrições:

$$qC1 \leq 600$$

$$qC2 \leq 400$$

$$qC3 \leq 500$$

$$qC1 + qC2 + qC3 \leq 1.500$$

$$0,4qC1 + 0,5qC2 + 0,6qC3 \leq 700 \text{ hm}$$

$$0,5qC1 + 0,5qC2 + 0,7qC3 \leq 800 \text{ hh}$$

$$0,4qA2X + 0,6qA2Y \leq 400 \text{ hm}$$

$$0,5qA2X + 0,6qA2Y \leq 450 \text{ hh}$$

Resposta:

**Quadro 47 – Resolução usando a Ferramenta Solver do Excel (C1, C2 e C3)**

	Produto C1	Produto C2	Produto C3
Preço de venda unitário	4,5	4,7	4,6
Custo adicional unitário	-1,4	-1,5	-1,7
Receita anterior (C) unit.	-2,8	-2,8	-2,8
Resultado unitário	0,3	0,4	0,1
Função objetivo	Coeficiente da variável		
	qC1	qC2	qC3
	\$ 0,30	\$ 0,40	\$ 0,10
VARIÁVEIS=	600	400	429
Z=	\$ 382,86		
Quantas unidades de C Vender .>	57 Unidades		
Restrições	Nome da restrição	LHS (Fórm À Esquerda)	RHS (Fórm. À Direita)
Nº			
1	Produção C1	600	600
2	Produção C2	400	400
3	Produção C3	428,5714286	500
4	Produção C1+C2+ C3	1428,571429	1500
6	Hm	697,1428571	700
7	Hh	800	800

Como se observa no quadro 47, os únicos resultados que podem ser lidos diretamente do quadro são os valores das variáveis de decisão na solução ótima e o valor da função-objetivo, ou seja: a quantidade que pode ser produzida de C1 = 600

unidades; de C2 = 400 unidades; de C3 = 429 unidades e o valor da solução ótima (Z) = \$382,86. Devido às restrições com horas-máquina e horas-homem, a melhor opção para a empresa XYZ é produzir 600 unidades do produto C1, 400 unidades de C2 e somente 429 unidades do produto C3; com isso, a empresa deverá vender 57 unidades do co-produto C, deixando de produzir 71 unidades de C3.

Observa-se que, na simulação anterior (primeiro grupo de simulações), o lucro incremental foi de \$390, uma diferença de \$7,14 (ou seja, \$0,1 de lucro incremental por unidade multiplicado pelas 71 unidades que não puderam ser produzidas devido às restrições de horas-máquina e horas-homem.).

Outras conclusões podem ser extraídas dos relatórios de resposta, sensibilidade e limites, as quais se encontram a seguir.

#### a) Relatório de Resposta

**Tabela 7 – Relatório de Resposta**

Microsoft Excel 10.0 Relatório de resposta

Planilha: [.....xls]Plan1

Relatório criado: ..../..../..

Célula de destino (Máx)

Célula	Nome	Valor original	Valor final
\$B\$11	Z=	\$ 0	\$ 382,86

Células ajustáveis

Célula	Nome	Valor original	Valor final
\$B\$10	VARIÁVEIS= qC1	600	600
\$C\$10	VARIÁVEIS= qC2	400	400
\$D\$10	VARIÁVEIS= qC3	429	429

Restrições

Célula	Nome	Valor da célula	Fórmula	Status	Transigência
\$C\$16	Produção C1	600	\$C\$16<=\$D\$16	Agrupar	0
\$C\$17	Produção C2	400	\$C\$17<=\$D\$17	Agrupar	0
\$C\$18	Produção C3	428,5714286	\$C\$18<=\$D\$18	Sem agrupar	71,42857143
\$C\$19	Produção C1+C2+ C3	1428,571429	\$C\$19<=\$D\$19	Sem agrupar	71,42857143
\$C\$20	Hm	697,1428571	\$C\$20<=\$D\$20	Sem agrupar	2,857142857
\$C\$21	Hh	800	\$C\$21<=\$D\$21	Agrupar	0

## Relatório de Sensibilidade

**Tabela 8 – Relatório de Sensibilidade**

Microsoft Excel 10.0 Relatório de sensibilidade

Planilha: [.....xls]Plan1

Relatório criado: ..!..!....

Células ajustáveis

Célula	Nome	Final Valor	Reduzido Custo	Objetivo Coeficiente	Permissível Acréscimo	Permissível Decréscimo
\$B\$10	VARIÁVEIS= qC1	600	0	0,3	1E+30	0,228571429
\$C\$10	VARIÁVEIS= qC2	400	0	0,4	1E+30	0,328571429
\$D\$10	VARIÁVEIS= qC3	429	0	0,1	0,32	0,1

Restrições

Célula	Nome	Final Valor	Sombra Preço	Restrição Lateral R.H.	Permissível Acréscimo	Permissível Decréscimo
\$C\$16	Produção C1	600	0,228571429	600	250	100
\$C\$17	Produção C2	400	0,328571429	400	40	100
\$C\$18	Produção C3	428,5714286	0	500	1E+30	71,42857143
\$C\$19	Produção C1+C2+ C3	1428,571429	0	1500	1E+30	71,42857143
\$C\$20	Hm	697,1428571	0	700	1E+30	2,857142857
\$C\$21	hh	800	0,142857143	800	3,333333333	300

### b) Relatório de Limites

**Tabela 9 – Relatório de Limites**

Microsoft Excel 10.0 Relatório de limites

Planilha: [.....xls]Plan1

Relatório criado: ..!..!....

Célula	Destino Nome	Valor
\$B\$11	Z=	R\$382,86

Célula	Ajustável Nome	Valor	Inferior Limite	Destino Resultado	Superior Limite	Destino Resultado
\$B\$10	VARIÁVEIS= qC1	600	0	202,8571429	600	382,8571429
\$C\$10	VARIÁVEIS= qC2	400	0	222,8571429	400	382,8571429
\$D\$10	VARIÁVEIS= qC3	429	0	340	429	383



## Comentário sobre os Relatórios

### a) Relatório de Resposta

Valor da função-objetivo ( $Z$ ) na solução ótima, no exemplo, é de \$382,86.

Valor de cada variável na solução ótima, no exemplo, é de 600 unidades do produto "C1", 400 unidades do produto "C1" e 429 unidades do produto "C3".

*Agrupar* - significa que não há diferença entre o valor da restrição inicial e o valor do recurso necessário calculado para a solução ótima. A restrição, nesse caso, está justa, não existe folga (é o caso dos produtos "C1" e "C2" do exemplo em questão).

*Sem agrupar* - significa que há diferença entre o valor da restrição original e o valor do recurso calculado, (é o caso do produto "C3" do exemplo em questão).

*Transigência* - é o valor da diferença (folga) existente entre o recurso necessário calculado e o valor original da restrição (é o caso do produto "C3" do exemplo em questão).

### b) Relatório de Sensibilidade

**Custo reduzido (*Reduced Cost*)** corresponde ao custos de oportunidade – informa o montante que será incorrido, em termos de custos, se determinado produto for produzido.

**Objetivo coeficiente** – coeficiente da célula ajustável na função objetivo. No exemplo em questão, o produto "C1" = \$0,3, "C2" = \$0,4 e "C3" = \$0,1.

**Permissível Acréscimo/Decréscimo** – nas células variáveis – refere-se ao limite de acréscimo/redução do coeficiente objetivo sem que haja alteração no valor final de qualquer uma das células variáveis. No exemplo em questão, a margem do produto "C3" pode ser aumentada em até \$0,32 ou diminuída em até \$0,1.

**Preço sombra (*Shadow Price*)** – designa quanto se deixa de ganhar por não se dispor de uma unidade a mais da variável restritiva. No exemplo em questão, em se dispor de uma hora-homem (hh) a mais = \$0,1428.

### c) Relatório de Limites

**Limite Inferior** – é o menor valor que uma variável básica (célula variável) pode assumir enquanto todas as demais células variáveis são mantidas fixas e ainda satisfazem todas as restrições.

**Limite Superior** – é o maior valor que uma variável básica (célula variável) pode assumir enquanto todas as demais células variáveis são mantidas fixas e ainda satisfazem todas as restrições.

**Resultado Destino** – corresponde ao valor da célula-meta (aquela que se pretende maximizar/minimizar), quando a célula variável analisada está em seu limite mínimo ou máximo.

#### Opção c) produzir A2X e A2Y a partir do produto A2 e produzir C1, C2 e C3 a partir do co-produto C

##### 1. Variáveis de decisão:

$q_{A2X}$  → quantidade do produto A2X a ser produzido

$q_{A2Y}$  → quantidade do produto A2Y a ser produzido

$q_{C1}$  → quantidade do produto C1 a ser produzido

$q_{C2}$  → quantidade do produto C2 a ser produzido

$q_{C3}$  → quantidade do produto C3 a ser produzido

##### 2. Objetivo: Maximizar Lucros.

Maximizar Lucro =  $(4,6 q_{A2X} - 1,5q_{A2X} - 2,666666667q_{A2X}) + (4 q_{A2Y} - 1,3q_{A2Y} - 2,666666667q_{A2Y}) + (4,5q_{C1} - 1,4q_{C1} - 2,8q_{C1}) + (4,7q_{C2} - 1,5q_{C2} - 2,8q_{C2}) + (4,6q_{C3} - 1,7q_{C3} - 2,8q_{C3})$

Maximizar Lucro =  $0,433333333q_{A2X} + 0,033333333q_{A2Y} + 0,3q_{C1} + 0,4q_{C2} + 0,1q_{C3}$

##### 3. Restrições:

$$q_{A2X} \leq 360$$

$$q_{A2Y} \leq 480$$

$$q_{A2X} + q_{A2Y} \leq 840$$

$$q_{C1} \leq 600$$

$$q_{C2} \leq 400$$

$$q_{C3} \leq 500$$

$$qC1 + qC2 + qC3 \leq 1.500$$

$$0,4qA2X + 0,6qA2Y \leq 400 \text{ hm}$$

$$0,5qA2X + 0,6qA2Y \leq 450 \text{ hh}$$

$$0,4qC1 + 0,5qC2 + 0,6qC3 \leq 700 \text{ hm}$$

$$0,5qC1 + 0,5qC2 + 0,7qC3 \leq 800 \text{ hh}$$

$$0,4qA2X + 0,6qA2Y \leq 400 \text{ hm}$$

$$0,5qA2X + 0,6qA2Y \leq 450 \text{ hh}$$

**Quadro 48 – Resolução usando a Ferramenta Solver do Excel  
(A2X e A2Y + C1, C2 e C3)**

	Produto C1	Produto C2	Produto C3	Produto A2X	Produto A2Y	
Preço de venda unitário	4,5	4,7	4,6	4,6	4	
Custo adicional unitário	-1,4	-1,5	-1,7	-1,5	-1,3	
Receita anterior (c) e (A2) unit.	-2,8	-2,8	-2,8	2,666666667	-2,6666667	
Resultado unitário	0,3	0,4	0,1	0,433333333	0,03333333	
Função objetivo	Coeficiente da variável			Coeficiente da variável		
	qC1	qC2	qC3	qA2X	qA2Y	
	\$ 0,30	\$ 0,40	\$ 0,10	\$ 0,43	\$ 0,03	
VARIÁVEIS=	600	400	429	360	427	
Z=	\$553,08					
Quanto vender?..>	57 unidades de C			44 unidades de A2		
<b>Restrições</b>	<b>Nome da restrição</b>	<b>LHS (Fórm. À Esquerda)</b>	<b>RHS (Fórm. à Direita)</b>	<b>Nome da restrição</b>	<b>LHS (Fórm. À Esquerda)</b>	<b>RHS (Fórm. à Direita)</b>
Nº						
1	Produção C1	600	600	Produção A2X	360	360
2	Produção C2	400	400	Produção A2Y	426,666667	480
3	Produção C3	428,5714286	500	Produção A2X +A2Y	786,666667	840
4	Produção C1+C2+ C3	1428,571429	1500	Hm	400	400
6	Hm	697,1428571	700	Hh	436	450
7	Hh	800	800			

Nas duas opções anteriores, as simulações foram realizadas com base nos produtos A2X e A2Y e, depois, com base nos produtos C1, C2 e C3; agora a simulação foi realizada com todos os produtos, em que o resultado da solução ótima (Z) = \$553,08 foi apresentado com o total das duas opções anteriores, ou seja, a soma da opção “a” de \$170,22 mais a opção “b” de \$382,86. Nos demais dados, não houve alteração, ou seja, as variáveis foram demonstradas separadamente, sendo 600 unidades do produto C1, 400 unidades do produto C2, 429 unidades do produto C3,

360 unidades do produto A2X e 427 unidades do produto A2Y. Portanto, deixa-se de demonstrar (na opção c) os relatórios de resultado, sensibilidade e limites, na medida em que os resultados evidenciados pelos mesmos seriam idênticos aos apontados nas tabelas 4 a 9.

Após todos esses cálculos, tem-se condição de sintetizar em um diagrama a melhor opção de produção da empresa XYZ, considerando o 2º grupo de simulações, o que evidencia a figura 24.

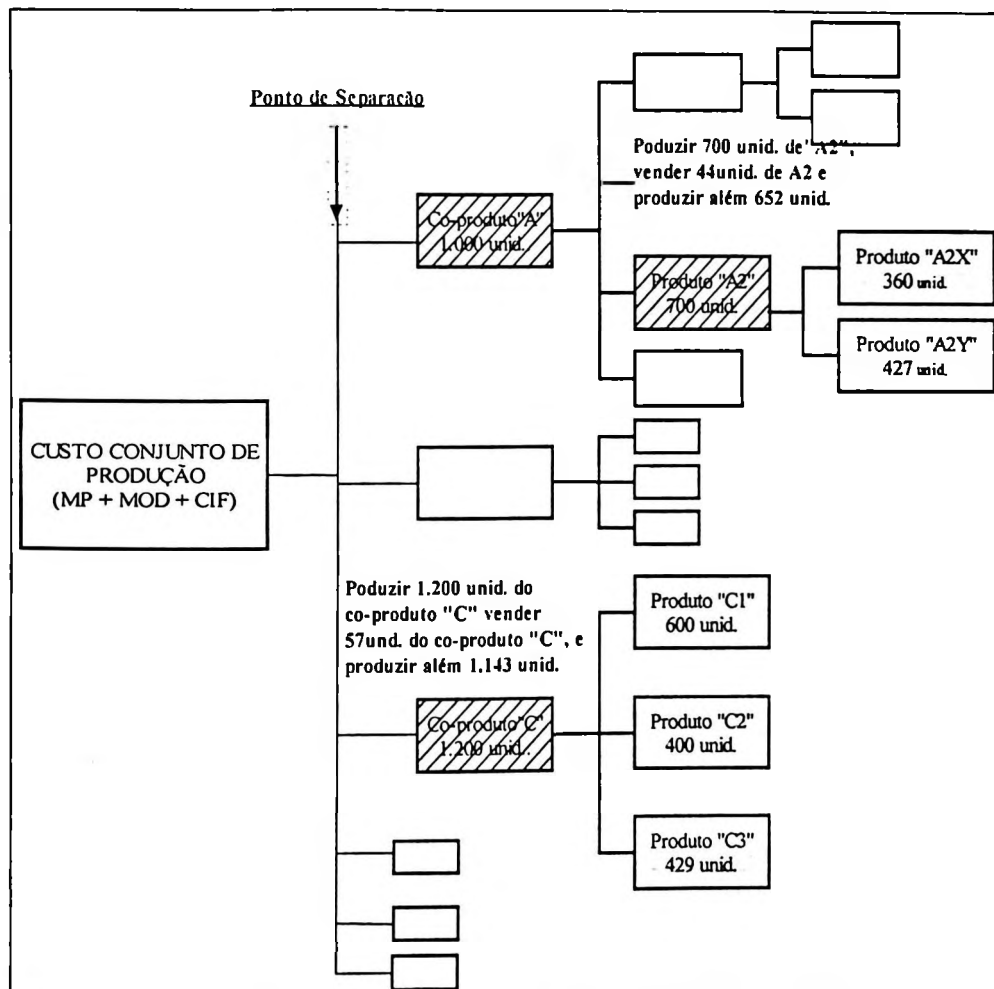


Figura 24 – Diagrama da Melhor Opção de Produção Simulado com PL (2º Grupo de Simulações)

Com base nos dados do 2º grupo de simulações – Programação Linear-, percebe-se que o ideal é produzir e vender os seguintes co-produtos e produtos:

- 1.500 unidades do co-produto "B"; 57 unidades do co-produto "C" e, 2.000 unidades do co-produto "D";

- 800 unidades do produto “A1”; 44 unidades do produto “A2” e, 500 unidades do produto “A3”;
- 360 unidades do produto “A2X”; 427 unidades do produto “A2Y”;
- 600 unidades do produto “C1”; 400 unidades do produto “C2”; e, 429 unidades do produto “C3”.

Portanto, em função das restrições e com base nos novos dados simulados com a programação linear, assim ficam os quadros das simulações:

**Quadro 49 – Simulação do Produto Conjunto “X” Produzir os Co-produtos “A”, “B”, “C” e “D”.**

Co-produtos	Quantidade produzida unidades.	Valor de mercado		Custo conjunto		Resultado
		unitário \$	total \$	total \$	unitário \$	total \$
<b>A</b>	1.000	2	2.000	1.300,68	1,3007	699,32
<b>B</b>	1.500	3	4.500	2.926,53	1,9510	1.573,47
<b>C</b>	1.143	3,5	4.000	2.601,36	2,2762	1.398,64
<b>C</b>	57	3,5	200	130,07	2,2762	69,93
<b>D</b>	2.000	2	4.000	2.601,36	1,3007	1.398,64
<b>SOMA</b>	<b>5.700</b>	-	<b>14.700</b>	<b>9.560,00</b>	-	<b>5.140,00</b>

Observa-se que, no quadro 49, o co-produto “C”, em função das restrições, não será produzido totalmente além do ponto de separação. Para tanto, a empresa deverá vender 57 unidades do co-produto “C” e 1.143 unidades serão processadas além do ponto de separação, resultando os produtos C1, C2 e C3.

**Quadro 50 – Simulação do Co-produto “A”, Produzir os Produtos “A1”, “A2” e “A3”**

Produtos	Quantidade produzida unidades	Custos adicionais		Receita	
		unitário \$	total \$	unitária \$	total \$
<b>A1</b>	800	0,5	400	3	2.400
<b>A2</b>	656	0,6	393,60	3,2	2.099,20
<b>A2</b>	44	0,6	26,40	3,2	140,80
<b>A3</b>	500	0,8	400	4	2.000
<b>SOMA</b>	<b>2.000</b>	-	<b>1.200</b>	-	<b>6.640</b>

Do quadro 50, pode-se observar que o produto “A2”, em função das restrições, não será produzido adiante em sua totalidade. Para tanto, a empresa

deverá vender 44 unidades do produto “A2” e 656 unidades serão processadas mais adiante, resultando os produtos C1, C2 e C3.

**Quadro 51 – Simulação do Produto “A2”, Produzir os Produtos “A2X e “A2Y”**

Produtos	Quantidade produzida unidades	Custos adicionais		Receita	
		unitário \$	total \$	unitária \$	total \$
A2X	360	1,5	540,00	4,6	1.656
A2Y	427	1,3	555,10	4	1.708
A2Y	53	1,3	68,90	4	212
<b>SOMA</b>	<b>840</b>	-	<b>1.164</b>	-	<b>3.576</b>

Em função das restrições, como pode ser observado no quadro 51, a empresa, do produto “A2”, poderá produzir 360 unidades do produto A2X e somente 427 unidades do produto A2Y; com isso, devido às restrições com hm e hh, 53 unidades do produto A2Y não podem ser produzidas.

**Quadro 52 – Simulação do Co-produto “C”, Produzir os Produtos “C1”, “C2” e “C3”**

Produtos	Quantidade produzida unidades	Custos adicionais		Receita	
		unitário \$	total \$	unitária \$	total \$
C1	600	1,4	840,00	4,5	2.700,00
C2	400	1,5	600,00	4,7	1.880,00
C3	429	1,7	730,54	4,6	1.973,40
C3	71	1,7	119,46	4,6	326,60
<b>SOMA</b>	<b>1.500</b>	-	<b>2.290,00</b>		<b>6.880,00</b>

Igualmente, também devido às restrições, com base no quadro 47 e observando-se o quadro 52, a empresa poderá produzir 600 unidades do produto “C1”, 400 unidades dos produtos “C2” e somente 429 unidades do produto “C3”; com isso, a empresa deixa de produzir 71 unidades do produto “C3”.

**Análise dos dados demonstrados no quadro 53 (demonstração do resultado e lucro incremental – 2º grupo de simulações)**

### 1º Bloco do Resultado

Nesse bloco, estão demonstrados os três co-produtos que devem ser produzidos e vendidos no ponto de separação, para que a empresa maximize o seu lucro, sendo o co-produto “B” com uma receita de \$4.500,00 que, deduzida do custo

conjunto de \$2.926,53, acarreta um lucro de \$1.573,47, parte (57 unidades) do co-produto "C" com uma receita de \$200,00 que, deduzida do custo conjunto de \$130,07, resulta em \$69,93 e do co-produto "D" com uma receita de \$4.000,00 que, deduzida do custo conjunto de \$2.601,36, resulta em \$1.398,64. Logo, o resultado totaliza \$3.042,04.

### **2º Bloco do Resultado**

Nesse bloco, aparecem os itens produzidos além do ponto de separação, os quais estão demonstrados em dois estágios. No primeiro estágio, os produtos "A1", "A2" e "A3" produzidos a partir do co-produto "A", em que a receita do produto "A1" é de \$2.400,00 que, deduzida do custo adicional de \$400,00, resulta em \$2.000,00; a receita de "A2" (44 unidades) de \$140,80 que, deduzida do custo adicional de \$26,40, resulta em \$114,40 e o produto "A3" com receita de \$2.000,00 que, deduzida do custo adicional de \$400,00, resulta em \$1.600,00; a soma dos três resultados totaliza \$3.714,40. No segundo estágio, os produtos "A2X" e "A2Y" produzidos a partir do produto "A2," que é proveniente do co-produto "A", em que a receita do produto "A2X" é de \$1.656,00 que, deduzida do custo adicional de \$540,00, resulta em \$1.116,00 e a receita do produto "A2Y" (427 unidades) de \$1.708,00 que, deduzida do custo adicional de \$555,10, resulta em \$1.152,90, sendo a soma dos dois resultados igual a \$2.268,90. Esse total, deduzido do custo adicional de "A2" de \$393,60, resulta em \$1.875,30, o qual, somado ao resultado de "A1", parte de "A2" e "A3" de \$3.714,40, totaliza \$5.589,70 que, deduzida da receita do produto "A" no ponto de separação de \$2.000,00, resulta no lucro incremental de "A" de \$3.589,70.

### **3º Bloco do Resultado**

Igualmente, nesse bloco foram demonstrados os produtos produzidos e vendidos no 1º estágio além do ponto de separação, a partir do co-produto "C", de que resultaram os produtos "C1", "C2" e "C3"; onde a receita de ambos foi de \$6.553,40 que, deduzida do custo adicional de \$2.170,54, resultou em \$4.382,86; essa, deduzida da receita do co-produto "C", no ponto de separação de \$4.000,00, resultou em um lucro incremental de \$382,86.

**Quadro 53 – Demonstração do Resultado e Lucro Incremental  
(2º Grupo de Simulações)**

<b>1º Bloco do Resultado</b>				<b>Vender no ponto de separação</b>				
Co-produtos.....>				B	C	D	Total	
				1	2	3	3 = (1+2+3)	
Receita dos co-produtos				4.500,00	200,00	4.000,00	8.700,00	
(-) Custo conjunto				2.926,53	130,07	2.601,36	5.657,96	
(=) Resultado				1.573,47	69,93	1.398,64	3.042,04	
<b>2º Bloco do Resultado</b>								
Produtos.....>	Produzir além do ponto de separação (1º Estágio)				Produzir além do ponto de separação (2º Estágio)			Total
	A1	A2	A3	Total	A2X	A2Y	Total	
	1	2	3	3=(1+2+3)	4	5	6=(4+5)	7= (3+6)
Receita	2.400,00	140,80	2.000,00	4.540,80	1.656,00	1.708,00	3.364,00	7.904,80
(-) Custos Adicionais	400,00	26,40	400,00	826,40	540,00	555,10	1.095,10	1.921,50
(=)Resultado1	2.000,00	114,40	1.600,00	3.714,40	1.116,00	1.152,90	2.268,90	5.983,30
(-) Custo adicional "A2"							393,60	393,60
(=)Resultado2							1.875,30	5.589,70
(-) Receita de "A" no ponto de separação								2.000,00
(=) Lucro incremental de "A"								3.589,70
<b>3º Bloco do Resultado</b>								
Produtos.....>				Produzir além do ponto de separação (1º Estágio)				
	C1	C2	C3	Total				
	1	2	3	4=(1+2+3)				
Receita	2.700,00	1.880,00	1.973,40	6.553,40				
(-) Custos Adicionais	840,00	600,00	730,54	2.170,54				
(=) Resultado	1.860,00	1.280,00	1.242,86	4.382,86				
(-) Receita de "C" no ponto de separação								4.000,00
(=) Lucro incremental de "C"								382,86
<b>4º Bloco - Resumo dos Resultados da Empresa XYZ</b>								
Co-Produtos	Resultado no ponto de separação	Resultado além do ponto de separação	Receita no ponto de separação	Receita além do ponto de separação	Lucro Incremental			
	1	2	3 = (2-1)	4	5 = (2-3-4)			
"A"		5.983,30	2.000,00	393,60	3.589,70			
"B"	1.573,47							
"C"	69,93	4.382,86	4.000,00		382,86			
"D"	1.398,64							
<b>Soma</b>	<b>3.042,04</b>	<b>10.366,16</b>	<b>6.000,00</b>	<b>393,60</b>	<b>3.972,56</b>			
VLR Subprodutos "X"				440				
Outras Receitas (Venda da Sucata "Y")				50				

#### 4º Bloco – Resumo dos Resultados da Empresa XYZ.

Por fim, elaborou-se o quarto bloco onde constam os resultados, receitas e lucro incremental, os quais estão apresentados em cinco colunas:



- na primeira coluna, consta o resultado de parte do co-produto “A” (57 unidades) que foi de \$69,93, do co-produto “B” de \$1.573,47 e do co-produto “D” de \$1.398,64, com um resultado igual a \$3.042,04;
- na segunda coluna, consta a soma do resultado bruto do co-produto “A” produzido e vendido além do ponto de separação de \$5.983,30 e do co-produto “C” produzido e vendido além do ponto de separação de \$4.382,86, com um resultado igual a \$10.366,16;
- na terceira coluna, consta a receita do co-produto “A” de \$2.000,00 e a receita do co-produto “C” de \$4.000,00 ambos no ponto de separação, totalizando \$6.000,00;
- na quarta coluna, consta a receita do produto “A2” de \$393,60;
- na quinta coluna, consta o lucro incremental dos co-produtos “A” = \$3.589,70 e “C” = \$382,86, que foram produzidos e vendidos além do ponto de separação, totalizando \$3.972,56.

Ainda no mesmo bloco, foram informados o valor líquido de realização (VLR) do subproduto X de \$440,00 e a receita da sucata Y de \$50,00.

## 7 CONCLUSÕES E SUGESTÕES

A presente dissertação propôs-se inventariar, evidenciar, explicar e analisar os principais critérios de custeio e outros instrumentos gerenciais disponibilizados pela literatura, aos gestores de custos em situações de valoração de estoques e tomada de decisões em ambiente de produção conjunta.

No capítulo 1 (um), além da introdução, objetivo, justificativa, metodologia, circunscrição do estudo e estrutura do trabalho, enfatizou-se a lacuna existente na Contabilidade de Custos no tocante ao estudo da matéria em questão, quando se necessita recorrer a várias obras e artigos, tanto nacionais como estrangeiros, para identificar os critérios e instrumentais passíveis de utilização em ambiente de produção conjunta.

No capítulo 2 (dois), foram descritas e esclarecidas questões relativas ao Sistema de Contabilidade de Custos, principalmente as relacionadas a sistemas, métodos e formas de custeio, cuja elucidação se mostrou necessária para não confundi-los com os critérios de alocação de custos conjuntos, importantes para o foco deste trabalho. Concluiu-se que há diferenças entre esses vários conceitos, em face de uma hierarquia existente entre eles que parte dos sistemas evoluiu para métodos e formas, culminando com critérios, sem descartar-se a possibilidade de uma seqüência da mesma.

No capítulo 3 (três), com apoio na literatura convencional, estudou-se a produção conjunta e os custos conjuntos.

Evidenciou-se que Produtos Conjuntos derivam de uma única matéria-prima comum e normalmente surgem simultaneamente aos subprodutos e sucatas. Salientou-se que os co-produtos são os principais, pois têm preço e mercado certo, sua receita é normal e a mais relevante no faturamento, sendo, portanto, os mais importantes objetivos do custeamento nesse ambiente.

Enfatizou-se que Custos Conjuntos correspondem a recursos de matéria-prima, mão-de-obra, tecnologia, energia, etc., consumidos simultaneamente para obtenção de co-produtos, subprodutos e sucatas no ponto de separação, normalmente alocados inicialmente aos co-produtos, por critérios detalhados no capítulo 4 (quatro). Esclareceu-se que os subprodutos normalmente são custeados a partir do valor líquido de realização (VLR) e que as sucatas normalmente não são custeadas face à impossibilidade de ressarcimento dos custos correspondentes, dada a incerteza de venda e de condições de negociabilidade.

Dedicou-se o capítulo 4 (quatro) para as questões do Custeio da Produção Conjunta para Valoração de Estoques, onde foram inventariados, evidenciados, explicados e analisados os seguintes critérios de custeio: dos volumes produzidos, do valor de mercado, das ponderações, de rendimento padrão, do valor líquido realizável estimado e da margem bruta percentual do VLR, ressaltando-se que o mais comumente utilizado é o critério do valor de mercado, por se mostrar menos subjetivo, pelo fato de distribuir o resultado de forma homogênea aos co-produtos.

No capítulo 5 (cinco), foram inventariados, evidenciados, explicados e analisados os instrumentos gerenciais veiculados na literatura nacional e estrangeira para fins de tomada de decisões em ambiente de produção conjunta, com destaque para:

1) Análise do Lucro Incremental: corresponde à diferença da receita do produto produzido e vendido além do ponto de separação deduzida da receita do co-produto no ponto de separação e dos custos específicos para produzir o produto além do ponto de separação, calculada convencionalmente com o objetivo de embasar decisões de vender um produto no ponto de separação ou continuar o processamento, quando da inexistência de restrições. Da aplicação dessa metodologia, resulta o Lucro ou Prejuízo Incremental, ou seja, quando for positivo é vantagem continuar o processamento de um produto, caso contrário a opção é não produzir, por exemplo, um produto além do ponto de separação.

2) Programação Linear: aplicável também a decisões do tipo quando ocorrem restrições, normalmente calculadas com o auxílio de softwares especializados, destacando-se a ferramenta *Solver do Excel da Microsoft*. Da aplicação dessa

ferramenta resultam os valores das variáveis de decisão na solução ótima e o valor da função-objetivo da solução. além dos relatórios de resposta, sensibilidade e limites:

3) Programação Não-Linear: segundo autores pesquisados é aplicável quando, num problema, as funções-objetivo e as restrições não são lineares ou quando envolvem questões de demanda.

Finalmente, o capítulo 6 (seis) foi dedicado a uma simulação resolvida primeiramente com o instrumento Lucro Incremental, em que se buscou evidenciar todos os passos referentes à decisão, concluindo sobre a viabilidade de vender os co-produtos no ponto de separação ou continuar o processamento; posteriormente, valendo-se da Programação Linear, envolvendo algumas restrições, com o auxílio da ferramenta *Solver do Excel*, calculou-se a melhor de opção de produção dos co-produtos e produtos em questão.

O trabalho conclui que a literatura convencional, apesar de abordar de maneira geral os principais critérios de valoração de estoques em ambiente de produção conjunta, com destaque para o baseado em valor de mercado, é limitada no tocante a instrumentos gerenciais aplicáveis a decisões nesse ambiente, pois trata apenas de lucro incremental, deixando de enfatizar o instrumental calcado em programação linear.

Malgrado todos os esforços desenvolvidos, assume-se com humildade a possibilidade de não se ter esgotado o assunto, dada a sua complexidade, motivo porque, em seguida, são feitas sugestões para estudos futuros sobre o tema.

### **Sugestões para estudos futuros**

De modo geral, entende-se que as constatações apresentadas na presente dissertação constituem-se numa base eficaz para a valoração dos estoques e mensuração de custos, bem como à tomada de decisões em ambientes de produção conjunta. No entanto, como o estudo é restrito a uma pesquisa bibliográfica, num certo período de tempo, isso nos leva a sugerir algumas questões que podem vir a ser objeto de pesquisas e estudos futuros.

- Uma sugestão poderia ser, a partir da presente, desenvolverem-se pesquisas empírico-analíticas, para verificar que critérios e instrumentos as empresas de

fato utilizam para valoração de estoques e também de decisões em geral ou específicas em ambientes de produção conjunta; simular e ou desenvolver estudos de casos objetivando tomada de decisões não só com base na Programação Linear, mas com o auxílio da Teoria das Restrições e Programação Linear<sup>23</sup>

- Outra sugestão refere-se a uma ampliação da pesquisa aqui desenvolvida expandindo-a à realidade de economias comumente não exploradas pelas pesquisas, lembrando que, neste trabalho, foram utilizadas principalmente a literatura brasileira e a norte-americana.

---

<sup>23</sup> Podendo servir de base o artigo científico "Teoria das Restrições e Programação Linear", apresentado no V Congresso Internacional de Custos – Acapulco México de 21 a 24/07/1997 e também publicado na revista do CRC-SP, edição de março de 1998. de autoria da Garcia. Guerreiro e Corrar.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ANDRADE, Eduardo Leopoldino de. **Introdução à Pesquisa Operacional**. Rio de Janeiro: LTC, 2000.
- ANTHONY, Robert N. **Contabilidade Gerencial**. São Paulo: Atlas, 1979.
- ATKINSON, Anthony A; BANKER, Rajiv D.; KAPLAN, Robert S.; YOUNG, S. Mark. **Contabilidade Gerencial**. São Paulo: Atlas, 2000.
- BACKER, Morton; JACOBSEN, Lyle E. **Contabilidade de Custos**. São Paulo: McGraw-Hill, 1974.
- BARFIELD, Jesse T.; RAIBORN, Cecily A. e KINNEY, Michael R. **Cost Accounting**. Ohio: South-Western College Publishing, 1998.
- BRUNI, Adriano Leal; FAMÁ, Rubens. **Gestão de custos e formação de preços**. São Paulo: Atlas, 2002.
- CASHIN, James A; POLIMENI, Ralph S. **Curso de Contabilidade de Custos**. São Paulo: McGraw-Hill, 1982.
- CATELLI, Armando. **Controladoria – Uma Abordagem da Gestão econômica GECON**. São Paulo: Atlas, 2001.
- CRC-SP. **Custo Sobre Contabilidade de Custos**. São Paulo: Atlas, 1992.
- CRC-SP. **Custos Ferramentas de Gestão**. São Paulo: Atlas, 2000.
- DEAKIN, Edward B.; MAHER, Michael W. **Cost Accounting**. Illinois: Richard D. Inc., 1984.
- DECOSTER, Don T.; SCHAFER, Eldon L.; e ZIEBELL, Mary T. **Management Accounting a Decision Emphasis**. New York: John Willey & Sons, 1988.
- DOPUCH, Nicholas; BIRNBERG, Jacob G; e DEMSKI, Joel. **Cost Accounting – Accounting Data for Management’s Decisions**. New York: Harcourt Brace Jovanovich, Inc., 1974.
- ENGLER, Calvin. **Managerial Accounting**. Illinois: Richard D. Inc., 1993.
- FERNANDES, Francisco. **Dicionário de Sinônimos e Antônimos da Língua Portuguesa**. São Paulo: Ed. Globo, 2001.
- CHENG, C. S. Agnes; LIAO, Woody M. “**Simultaneous Determination of Joint Product Cost Allocations and cost-Plus Prices**”, *Managemnet Accounting*, 1992.
- EHRlich, Pierre Jacques. **Pesquisa Operacional**. São Paulo: Atlas, 1991.

GARCIA, Solange; GUERREIRO, Reinaldo; CORRAR Luiz J. **Teoria das Restrições e Programação Linear**. Anais do V Congresso Internacional de Custos – Acapulco – México. jul. 1997.

\_\_\_\_\_, **Teoria das Restrições e Programação Linear**. Revista de Contabilidade do CRC-SP, São Paulo, n. 4, p.24 -33, mar. 1998.

GARÓFALO, Gilson de Lima. **Teoria microeconômica**. São Paulo: Atlas, 1992.

GASPARINI, Yatyr. **Contribuição ao Estudo dos Métodos de Custeio Utilizados na Gestão de Preços**. São Paulo: FEA/USP, Dissertação de Mestrado, 2001.

GATTI, James F.; GRINNELL, D. Jacque. “**Joint Cost Allocations: Measuring And Promoting Productivity And Quality Improvements**”. *Journal of Cost Management*, Jul/Ago. 2000.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar um projeto de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 1996.

GUERREIRO, Reinaldo, **Sistema de Custo Direto Padrão: Estruturação e Processamento Integrado com os Princípios de Contabilidade Geralmente Aceitos**. São Paulo: FEA/USP, Dissertação de Mestrado, 1984.

HANSEN, Don R; MOWEN, Maryanne. **Gestão de Custos – Contabilidade e Controle**. São Paulo: Pioneira, 2001.

HARDY, John W.; ORTON, Bryce B.; POPE, Louis M. “**The Sales to Production Ratio: A New Approach to Joint Cost Allocation**”. *Journal of Accountancy*, Out. 1981.

HARTLEY, Ronald V. “**Linear Programming: Some implications for Management Accountig**”. *Management Accounting*, Nov. 1969.

\_\_\_\_\_, “**Decision Making When Joint Products Are Involved**”. *The Accounting Review*. Out. 1971.

\_\_\_\_\_, “**A Note on Quadratic Programming in a Case of Joint Production: A Reply**”. *The Accounting Review*, Out. 1973.

HILTON, Ronald H; **Managerial Accounting**. Boston. Irwin McGraw-Hill, 1997.

HIRSCH Jr, Maurice L. e LOUDERBACK, Joseph G. **Cost Accounting**. Ohio: Collefe Divisions South-Western Publishing Co., 1992.

HORNGREN, Charles T. **Introdução à Contabilidade Gerencial**. 5ª ed. Rio de Janeiro: LTC Editora, 1981.

HORNGREN, Charles T.; FOSTER, George; DATAR, Srikant M. **Contabilidade de Custos**. 9ª ed. Rio de Janeiro: LTC Editora, 2000.

IUDÍCIBUS, Sérgio de. **Análise de custos**. São Paulo: Atlas, 1993.

\_\_\_\_\_, **Contabilidade gerencial**. São Paulo: Atlas, 1995.

IUDÍCIBUS, S., MARION, J.C. **Dicionário de termos de contabilidade**. São Paulo: Atlas, 2001.

JENSEN, Daniel L “**Hartley’s Demand-Price Analysis in a Case of Joint Production: A comment**”, *The Accounting Review*, Out. 1973.

\_\_\_\_\_, "The Role of Cost in Pricing Joint Products: A Case of Production in Fixed Proportions", *The Accounting Review*, Jul. 1974.

KAPLAN, Robert S. *Advanced Management Accounting*. New Jersey: Prentice-Hall, INC., 1982.

LACHTERMACHER, Gerson. *Pesquisa operacional na tomada de decisões*. Rio de Janeiro: Ed. Campus, 2002.

LAWRENCE W. B. *Contabilidade de Custos*. Usaid, 1966.

LEA, Richard B. "A Note on the Definitions of Cost Coefficients in a Linear Programming Model" *The Accounting Review*. Abr. 1972.

LI, David H. *Cost Accounting for Management Applications*. Ohio: Charles E. Merrill Books, Inc., Columbus, 1966.

LEONE, George Sebastião Guerra. *Curso de Contabilidade de Custos*. São Paulo: Atlas, 1997.

\_\_\_\_\_. *Custos: Planejamento, Implantação e Controle*. São Paulo: Atlas, 2000.

MAHER, Michael. *Contabilidade de Custos*. São Paulo: Atlas, 2001.

MARTINS, Eliseu. *Contabilidade de Custos*. 7ª ed. São Paulo: Atlas, 2000.

\_\_\_\_\_, *Contabilidade de Custos*. 9ª ed. São Paulo: Atlas, 2003.

MARTINS, Gilberto de Andrade. *Manual para elaboração de monografias e dissertações*. 2ª ed. São Paulo: Atlas, 1994.

MARTINS, Gilberto de Andrade; LINTZ, Alexandre. *Guia para elaboração de monografias e trabalhos de conclusão de curso*. São Paulo: Atlas, 2000.

MARTINS, Petrônio; LAUGENI, Fernando P. *Administração da Produção*. São Paulo: Saraiva, 1999.

MATZ, Adolph; CURRY, Othel J; FRANK, George W. *Contabilidade de Custos*. São Paulo: Atlas, 1978.

MORSE, J. Wayne. *Cost Accounting*. EUA: Addison-Wesley Publishing Company, 1978.

NASCIMENTO, Diogo Toledo do. *Padrões Contábeis Intercambiáveis entre os Métodos de Custeio por Absorção e Variável/Direto*. São Paulo: FEA/USP, Dissertação de Mestrado, 1980.

\_\_\_\_\_, *Bases para a Eficácia de Sistema de Custeio para Gestão de Preços*. São Paulo: FEA/USP, Tese de Doutorado, 1989.

\_\_\_\_\_, *Anotações feitas em sala de aula, disciplina de Contabilidade de Custos, Mestrado USP, ministrada pelo professor Dr. Diogo Toledo do Nascimento no segundo semestre de 2000*.

NEVES, Adalberto Ferreira das. *Sistema de Apuração de Custo Industrial*. São Paulo: Atlas, 1981.

NEVES, Silvério das; VICECONTI, Paulo E. V. *Contabilidade de Custos*. São Paulo: Ed. Frase, 2001.



- NISWONGER, Clifford Rollin; FESS, Philip E. **Princípios de Contabilidade**. 2º vol. Rio de Janeiro: Editora da Fundação Getúlio Vargas, 1977.
- OLIVEIRA, Luís Martins de; PEREZ JR. José Hernandez. **Contabilidade de Custos Para não Contadores**. São Paulo: Atlas, 2000.
- PADOVEZE, Clóvis Luís. **Contabilidade Gerencial: um enfoque em sistema de informação contábil**. São Paulo: Atlas, 1996.
- PARISI, Cláudio. **Uma Contribuição ao Estudo de Modelos de Identificação e Acumulação de Resultado**. São Paulo: FEA/USP, Dissertação de Mestrado, 1995.
- PIZZOLATO, Nélio Domingues. **Introdução a Contabilidade Gerencial**. São Paulo: Makron Books, 1998.
- SANTOS, Joel J. **Análise de Custos**. 3ª ed. São Paulo: Atlas, 2000.
- SANTOS, Roberto Vatan dos. **Modelagem de Sistemas de Custos**. Revista de Contabilidade do CRC-SP, São Paulo, n. 4, p.62 -73, mar. 1998.
- SCHMIEDICKE, Roberto E.; NAGY, Charles F. **Princípios de Contabilidade de Custos**. São Paulo: Editora Saraiva, 1979.
- SOLOMON, Kenneth I. "Some Explanatory On Joint-Product Costing". *Management Accounting*, Nov. 1966.
- SOTT, Valmir Roque; SALLA, Neusa Maria G. **O uso da Margem de Contribuição e da Programação Linear no Cálculo de Limitação na Capacidade de Produção**. Revista Contabilidade e Informação –Unijui. Ijuí – RS, n. 14, p.5 -14, Jul/Set. 2002.
- VANDERBECK, J.Edward; e NAGY, Charles F. **Contabilidade de Custos**. 11ª ed. São Paulo: Pioneira, 2000.
- VARTANIAN, Grigor H. **O Método do Custeio Pleno: Uma Análise Conceitual e Empírica**. São Paulo: FEA/USP, Dissertação de Mestrado, 2000.
- VIALTA, João Batista. **Modelo de Apuração de Resultados para a Indústria de Abate de Frangos – Uma Contribuição ao Estudo de Sistemas de Produção Conjunta**. São Paulo: FEA/USP, Dissertação de Mestrado, 1997.
- <http://www.eps.ufsc.br/teses96/cortes/cap2/capitulo2.htm>. Acesso em: 07/07/03