

Universidade de São Paulo  
Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”

Modelagem dos defeitos na madeira de *Eucalyptus grandis* oriundos da tensão de crescimento

**Lucas Barboza Martins**

Dissertação apresentada para obtenção do título de Mestre em Ciências, Programa: Recursos Florestais. Opção em: Tecnologia de Produtos Florestais

Piracicaba  
2021

Lucas Barboza Martins  
Engenheiro Florestal

**Modelagem dos defeitos na madeira de *Eucalyptus grandis* oriundos da tensão de crescimento**

Versão revisada de acordo com a resolução CoPGr 6018 de 2011

Orientador:  
Prof. Dr. **JOSÉ NIVALDO GARCIA**

Dissertação apresentada para obtenção do título de Mestre em Ciências, Programa: Recursos Florestais. Opção em: Tecnologia de Produtos Florestais

Piracicaba  
2021

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação**  
**DIVISÃO DE BIBLIOTECA – DIBD/ESALQ/USP**

Martins, Lucas Barboza

Modelagem dos defeitos na madeira de *Eucalyptus grandis* oriundos da tensão de crescimento / Lucas Barboza Martins. - - versão revisada de acordo com a resolução CoPGr 6018 de 2011. - - Piracicaba, 2021.

93 p.

Dissertação (Mestrado) - - USP / Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz".

1. Flecha 2. Elástica 3. Deformação de crescimento 4. Rachadura I.  
Título

## AGRADECIMENTOS

Sempre tive muita dificuldade para expressar o quanto sou grato pelas enormes oportunidades e afetos. Faço esse texto com todo meu carinho. Seria impossível agradecer a todos que deram incentivo, apoio e força.

À minha família, pelo eterno apoio e amor.

Ao professor José Nivaldo Garcia, meu professor e orientador, sem seu imenso conhecimento jamais conseguiria realizar equações complexas e, muito menos, esta dissertação.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pelo apoio financeiro.

Aos funcionários da madeireira Baggio, em especial, Natale Baggio, por permitir realizar testes em sua madeireira.

Ao programa de Recursos Florestais, um local aberto e seguro para os pós-graduandos, uma grande família.

Aos demais professores e funcionários do Departamento de Ciências Florestais pelas grandes contribuições.

À incrível Giovana Maria de Oliveira, por sempre estar presente quando necessário.

Aos colegas do Laboratório de Tecnologia da Madeira.

À Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz” por todo o incentivo nas suas diversas estruturas.

Agradeço a todos os funcionários da ESALQ, vocês são o pilar dessa grande escola.

Aos maravilhosos amigos e amigas que fiz durante todos esses anos, vocês são maravilhosos.

## EPÍGRAFE

*“Não existe tal coisa como um processo de educação neutra. Educação ou funciona como um instrumento que é usado para facilitar a integração das gerações na lógica do atual sistema e trazer conformidade com ele, ou ela se torna a "prática da liberdade", o meio pelo qual homens e mulheres lidam de forma crítica com a realidade e descobrem como participar na transformação do seu mundo”*

*-Paulo Freire*

## SUMÁRIO

<b>RESUMO</b> .....	<b>7</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>8</b>
<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	<b>9</b>
<b>2. OBJETIVOS GERAIS</b> .....	<b>11</b>
2.1. OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	11
2.2. HIPÓTESES .....	11
<b>3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	<b>13</b>
3.1. EQUAÇÕES BÁSICAS .....	13
3.1.1. <i>Lei de Hooke</i> .....	13
3.1.2. <i>Equação diferencial da linha elástica</i> .....	14
3.1.3. <i>Centro de gravidade</i> .....	14
3.1.4. <i>Momento de inércia</i> .....	14
3.1.5. <i>Momento fletor</i> .....	15
3.2. <i>EUCALYPTUS SPP.</i> .....	16
3.3. TENSÃO DE CRESCIMENTO .....	16
3.4. ORIGEM DOS ESTUDOS DA TENSÃO DE CRESCIMENTO .....	18
3.5. MODELOS DE DISTRIBUIÇÃO DA TENSÃO DE CRESCIMENTO .....	19
3.5.1. <i>KUBLER</i> .....	19
3.5.2. <i>ARCHER e BYRNES</i> .....	21
3.5.3. <i>GILLIS e HSU</i> .....	22
3.5.4. <i>GARCIA</i> .....	24
3.5.5. <i>Comparação entre os modelos</i> .....	25
3.6. DEFEITOS NA MADEIRA DE <i>EUCALYPTUS</i> ORIGINADOS PELAS TENSÃO DE CRESCIMENTO .....	26
3.7. IMPACTO DA CONICIDADE .....	28
<b>4. MATERIAL E MÉTODOS</b> .....	<b>29</b>
4.1. DEFORMAÇÃO NA TORA .....	29
4.2. DESDOBRIO E COLETA DAS FLECHAS .....	29
4.3. ANÁLISE ESTATÍSTICA .....	30
4.4. MODELAGEM .....	31
4.5. RESTRIÇÃO DOS MODELOS DE PERFIL DAS RACHADURAS DE EXTREMIDADE DE TORA .....	31
4.6. EIXOS REFERENCIAIS .....	31
4.7. FORMA DE UMA RACHADURA DE TOPO DE TORA .....	33
4.8. CÁLCULO DA VARIÁVEL GEOMÉTRICA E DOS EXFORÇOS SOLICITANTES .....	35
4.8.1. <i>Centro de gravidade do setor circular</i> .....	35
4.8.2. <i>Momento de inércia do setor circular</i> .....	35
4.8.3. <i>Momento fletor do setor circular</i> .....	36
4.8.4. <i>KUBLER</i> .....	36
4.8.5. <i>GILLIS &amp; HSU</i> .....	37
4.8.6. <i>GARCIA</i> .....	38
4.8.7. <i>Tensão normal a flexão simples</i> .....	39
4.9. LINHA ELÁSTICA DO SETOR CIRCULAR .....	40
4.10. MODELO DE PERFIL DAS RACHADURAS DE EXTREMIDADE DE TORA .....	43
4.10.1. <i>Extremidade menor</i> .....	43
4.10.2. <i>Extremidade maior</i> .....	45
4.11. MODELOS DE FLECHA E DEFORMAÇÃO LONGITUDINAL PERIFÉRICA EM MEIA TORA .....	47
4.12. RESTRIÇÃO DOS MODELOS DE FLECHA NA TÁBUA .....	49
4.12.1. <i>Formato da tábua</i> .....	49
4.12.2. <i>Cálculo da variável geométrica e dos esforços solicitantes</i> .....	50
4.12.3. <i>Centro de gravidade e momento de inércia da tábua</i> .....	50
4.12.3.1. <i>Momento fletor da tábua</i> .....	50
4.12.3.2. <i>KUBLER</i> .....	51
4.12.3.3. <i>GILLIS &amp; HSU</i> .....	51

4.12.3.4. GARCIA .....	52
4.12.4. Modelos de flecha.....	54
4.12.4.1. Flecha na tábua segundo KUBLER .....	54
4.12.5. Flecha da tábua segundo GILLIS & HSU.....	56
4.12.6. Flecha da tábua segundo GARCIA .....	57
4.13. FLECHAS IGUAIS NAS DUAS EXTREMIDADES .....	59
<b>5. RESULTADOS E DISCUSSÃO.....</b>	<b>61</b>
5.1. ANÁLISE DOS MODELOS DE PERFIL DE RACHADURA.....	61
5.2. ANÁLISE DOS MODELOS DE MEIA TORA.....	65
5.3. ANÁLISE DOS MODELOS DE FLECHA .....	66
5.4. TESTE EXPERIMENTAL DOS MODELOS DE FLECHA .....	68
<b>6. CONCLUSÕES.....</b>	<b>85</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>86</b>

## RESUMO

### **Modelagem dos defeitos na madeira de *Eucalyptus grandis* oriundos da tensão de crescimento**

A tensão de crescimento gera diversos defeitos na madeira, os quais incluem rachaduras e empenamentos. Esses defeitos são muito comuns e estão presentes em diferentes variedades do eucalipto, cujas espécies são importantes à silvicultura brasileira, apesar da alta presença de tensões de crescimento em suas madeiras. A tensão de crescimento é um dos maiores impeditivos para a utilização dessa madeira em usos mais nobres no país. Mensurar os defeitos na madeira antes de seu processo de desdobro melhora as previsões de produtividade e o planejamento das etapas de corte, cujos resultados sustentam o uso mais eficiente da madeira e, também, geram novos conhecimentos científicos acerca de suas espécies. Esta dissertação tem como objetivo modelar as rachaduras de extremidade de tora, as flechas de encurvamento na madeira serrada de *Eucalyptus grandis*, e comparar modelos de distribuição de tensão de crescimento longitudinal. Foram utilizados cinco modelos distintos de distribuição de tensão de crescimento longitudinal em conjunto com equações das engenharias de estruturas para realizar as modelagens. As tábuas do experimento foram coletadas a partir de um processo industrial de desdobro que produziu tábuas com corte tangencial, no total foram utilizadas vinte tábuas vindas de quatro toras de *Eucalyptus grandis*. Como resultado verificou-se que os perfis das rachaduras são coerentes com estudos anteriores, pois houve pouca diferença no comportamento dos cinco modelos. No que se referem os modelos de flecha, pelo menos uma interpretação obteve boa correlação com as flechas de encurvamento, sendo capaz de realizar a sua predição. A distribuição linear mostrou-se a mais apta para modelar as flechas de encurvamento.

**Palavras-chave:** Flecha; Elástica; Deformação de crescimento; Rachadura



## ABSTRACT

### **Modeling defects in *Eucalyptus grandis* wood generated by growth stresses**

Growth stress generates several defects in the wood, which include cracking and warping. These defects are very common and are present in different varieties of eucalyptus, whose species are important to Brazilian forestry, despite the high presence of growth stresses in their woods. The growth tension is one of the biggest impediments to the use of this wood in nobler uses in the country. Measuring wood defects before processing improves productivity forecasts and planning of the cutting stages, the results of which support the more efficient use of wood and also generate new scientific knowledge about its species. This dissertation aims to model log end cracks, bending deflections in *Eucalyptus grandis* lumber and to compare longitudinal growth stress distribution models. Five distinct longitudinal growth stress distribution models were used together with structural engineering equations to perform the modeling. The boards of the experiment were collected from an industrial timber processing that produced boards with tangential cut, in total twenty boards from four *Eucalyptus grandis* logs were used. As a result, it was found that the crack profiles are consistent with previous studies, as there was little difference in the behavior of the five models. Regarding the deflection models, at least one interpretation obtained a good correlation with the bending deflections, being able to perform its prediction. The linear distribution proved to be the most suitable for modeling the bending deflections.

**Keywords:** Deflection; Elastic; Growth strain; Crack

## 1. INTRODUÇÃO

A menor disponibilidade mundial de madeiras advindas de florestas tropicais, assim como pressões nacionais e internacionais para a redução do desmatamento ilegal, resultou na procura de espécies com capacidade para abastecer a indústria de base florestal, dentre as principais características procuradas destacam-se; Rápido crescimento, adaptabilidade a diversos ambientes e qualidades físico-químicas da madeira (PAQUETTE; MESSIER, 2010).

A introdução, em larga escala, do *Eucalyptus* no Brasil iniciou-se no final da década de 60, visando o fortalecimento da indústria de base, na época houveram incentivos fiscais para o plantio (JANKOWSKY; SANTOS; ANDRADE, 2000). Nas décadas subsequentes, pesquisas acadêmicas e avanços industriais permitiram grande aumento de produtividade do eucalipto, em especial para a produção de celulose e papel, possibilitando grande evolução da silvicultura de eucaliptos no país (GONÇALVES et al., 2008).

Nesse contexto, a produção de madeira maciça no Brasil é de grande relevância, 74% da madeira produzida no segmento de madeira serrada são utilizadas no mercado interno, no ano de 2016 a produção de madeira serrada originadas de florestas plantadas foi de 8,6 milhões de m<sup>3</sup>, 2,3% amenos que o ano de 2015 (INDÚSTRIA BRASILEIRA DE ÁRVORES - IBÁ, 2017). Apesar da grande produção nas florestas plantadas, a extração ilegal de madeira nativa, principalmente da região amazônica, ainda é relevante e impacta a visão do mercado acerca dessa indústria, o melhor uso da madeira advinda de florestas plantadas, assim como, políticas públicas podem aumentar a sustentabilidade desse importante setor (DE ARAUJO et al., 2017).

Segundo a ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DA INDÚSTRIA DE MADEIRA PROCESSADA MECANICAMENTE (ABIMCI, 2006), o subsetor de madeira processada mecanicamente possui grande diversidade de produtos e finalidades econômicas. A madeira em toras é serrada e processada para produção de paletes, tábuas, vigas, pisos de madeira sólida, móveis, decks entre outros produtos.

Salienta-se que o Brasil utiliza madeira serrada como principal produto madeireiro na construção civil, em países mais economicamente desenvolvidos painéis de madeira possuem maior utilização. A aplicação de madeira nesse setor está relacionada a durabilidade na obra, madeiras de uso temporário e menos resistente são usadas em andaimes, escoramentos e formas, para utilização em esquadrias (portas e janelas), forros, estruturas de cobertura e nos pisos necessitam madeiras mais duráveis e de maior qualidade (ZENID, 2011). Recentemente, o uso de madeira serrada maciça, em especial a beneficiada, mostrou-se o material mais utilizado na produção de casa de madeira, essa material demanda maior processamento industrial, o que aumenta o valor agregado dos produtos (DE ARAUJO; MORALES; BARBOSA, 2020).

O mercado moveleiro é outro importante setor que utiliza madeira de florestas plantadas. As primeiras utilizações de eucaliptos no setor começaram na década de 80, somente utilizado em estruturas internas de estofados (ORTOLAN, 2003). O *Eucalyptus spp.* demonstrou ótimas características para a produção de móveis de alta qualidade, porém a desconfiança do mercado com a espécie, a falta de espécies melhoradas para serraria e florestas com maiores rotações são empecilhos para a maior utilização no setor (TEIXEIRA et al., 2009).

O processamento da madeira para a produção de serrados, chamado de desdobro, é realizado, majoritariamente, por serrarias de pequeno a médio porte (BIAZUS et al., 2010), que possuem equipamentos obsoletos e não adequados, o que acarreta em baixos rendimentos e grande produção de resíduos (VITAL, 2008). Esse cenário é evidenciado na indústria de processamento de madeira para construção de casas, cerca de 35% das serrarias apresentam maquinário pesado e 21% apresentam maquinário automático, porem 97% dessas serrarias utilizam

equipamentos portáteis e 98% usam equipamento manual, o que evidencia a baixa tecnologia dessa indústria (DE ARAUJO et al., 2018).

Aliado a isso, problemas na produção de madeira serrada estão diretamente associados à tensão de crescimento, essas ocasionam rachaduras, empenamentos e variações dimensionais, sua ocorrência pode ser tão elevada que, em alguns casos, inviabiliza totalmente o uso comercial das toras (GUÉNEAU, 1973). O gênero *Eucalyptus* possui naturalmente grandes valores de tensão de crescimento, o que dificulta o uso para o mercado de madeira serrada de maior valor agregado e gera perdas financeiras devido os defeitos (YANG, 2005).

Os efeitos da liberação da tensão de crescimento são visíveis logo após o abate da árvore, rachaduras nas extremidades expostas, chamadas de rachaduras de topo de tora, ocorrem para liberar a tensão presente na árvore durante seu crescimento, geralmente ocorrem de duas a quatro por extremidade, as rachaduras podem se aprofundar na madeira com o passar dos dias (MALAN, 1979).

Mesmo depois do desdobro a tensão ainda gera deformações na madeira, as rachaduras são aprofundadas e podem ser amplificadas ainda mais durante o processo de secagem (KUBLER, 1987; MALAN e HOON, 1992). Também após o desdobro, ocorrem empenamentos nas tábuas, estes são entendidos como distorções dimensionais relativas aos planos principais, é denominado flecha o valor entre a distorção e o plano principal (GARCIA, 1995).

Apesar dos efeitos da liberação da tensão de crescimento serem de fácil análise, o valor da tensão de crescimento não pode ser mensurado diretamente, metodologias foram desenvolvidas para mensurar o valor da tensão de forma indireta, isso é, correlacionando a deformação com o valor das tensão de crescimento, (YANG et al., 2005). A flecha no material serrado tornou-se uma ótima variável para estimar a tensão de crescimento, o contrario também sendo real, utilizar da tensão de crescimento para estimar a flecha (CHAUHAN; ENTWISTLE, 2010; LIMA; STAPE, 2017; ENTWISTLE et al., 2016; GARCIA, 1995; OKUYAMA et al., 2004). Outro importante defeito que pode ser modelado por meio da tensão de crescimento são as rachaduras. A mecânica clássica em conjunto com estudos da biologia das árvores permite um estudo aprofundado das rachaduras na madeira (JULLIEN; LAGHDIR; GRIL, 2003).

Nota-se, então, a necessidade da melhor utilização da madeira de eucalipto, já que pressões ambientais e a procura por material de boa qualidade impulsionam estudos dos defeitos provocados pela tensão de crescimento como as flechas nas tábuas e as rachaduras de topo de tora. A partir da engenharia de estruturas e da biologia é possível modelar esses defeitos, possibilitando a melhor previsão dos rendimentos de uma serraria, compra de melhora material e desdobros mais eficientes.

## 2. OBJETIVOS GERAIS

Contribuir com o conhecimento acerca da tensão de crescimento e seus efeitos na madeira de *Eucalyptus grandis* por meio de modelagens físicas utilizando equações da resistência de materiais.

### 2.1. Objetivos específicos

- I. Desenvolver uma equação modelo que descreva o perfil das rachaduras de extremidade de tora;
- II. Desenvolver uma equação modelo que calcule a deformação longitudinal periférica por meio da flecha de uma meia tora.
- III. Desenvolver uma equação modelo capaz de prever as flechas de encurvamento de uma tábua advinda de desdobro tangencial;
- IV. Comparar modelos de distribuição de tensão de crescimento longitudinal para verificar qual adequa-se melhor ao *Eucalyptus grandis*.

### 2.2. Hipóteses

As hipóteses que sustentam os objetivos desta dissertação são:

- I. As rachaduras previstas pelos modelos de perfil de rachadura são iguais as rachaduras causadas pela tensão de crescimento;
- II. O valor da deformação longitudinal periférica, calculada por meio da flecha da meia tora, é igual ao observado experimentalmente.
- III. O valor calculado pelos modelos para as flechas de encurvamento de uma tábua é igual aos verificados experimentalmente.



### 3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

#### 3.1. Equações básicas

As equações descritas e apresentadas nos próximos subtrópicos possuem extensa utilização na literatura científica das áreas contempladas pela Engenharia, especialmente, no campo da Tecnologia da Madeira. na área de tecnologia da madeira.

##### 3.1.1. Lei de Hooke

Todo material elástico sujeito a uma força, deforma-se. Partindo deste pressuposto, Robert Hooke em 1676 desenvolveu uma equação que correlaciona a força aplicada em uma mola com sua deformação, posteriormente, essa equação foi denominada de lei de HOOKE (MOYER, 1977), demonstrada na Equação 1, por ser uma equação de primeiro grau apresenta comportamento linear (LU et al., 2019). Porém existe um limite físico a essa lei, chamado limite elástico do material, no qual a correlação entre força e deformação não é mais linear, isso é, não obedece mais a lei de HOOKE.

$$F = -kx \quad (1)$$

Na área de tecnologia da madeira, é comum utilizar-se de outra configuração da lei de HOOKE, desenvolvida por Thomas Young, visível na Equação 2, que correlacionou a força por unidade de área com uma característica do corpo, este chamado de módulo de Young ou Módulo de Elasticidade “MOE” (KOLLMANN; CÔTÉ, 1968).

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \quad (2)$$

A deformação relativa é calculada a partir da razão entre o comprimento deformado “ $\Delta l$ ” pelo comprimento inicial “ $\Delta_0$ ” Equação 3;

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{\Delta_0} \quad (3)$$

Por haver correlação direta entre tensão e deformação, é comum na área florestal utilizar a lei de HOOKE para obter os valores de tensão de crescimento periférica a partir da deformação periférica e do MOE, por ser mais prático de avaliar em campo sem a necessidade de métodos destrutivos (LISBOA, 1993). Os valores da deformação, dentro dos estudos florestais, apresentam-se normalmente na escala de  $10^{-6}$  com valor adimensional (KUBLER, 1987).

A bibliografia acadêmica relata diversos métodos para a medição do MOE, dentre eles radiografia, análise de vibrações, ultrassom, emissão acústica e teste mecânico são bons métodos para a medição do MOE (TARGA, 2005).

### 3.1.2. Equação diferencial da linha elástica

Uma viga sob ação de cargas é flexionada e gera tensões na forma de cisalhamento e momentos fletores, cuja curvatura é denominada elástica (COSTA, 2010). No campo da flexão plana, a elástica consiste nos deslocamentos verticais de uma viga flexionada em relação ao eixo longitudinal a partir de cada seção transversal, cujo tópico é basilar ao estudo da flexão plana em vigas (TIMOSHENKO, 1983). A Equação 4 é designada por equação diferencial da linha elástica e sua solução permite calcular a elástica de uma viga, a qual pode ser descrita na forma demonstrada na Equação 5

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EI} \quad (4)$$

$$\frac{d^2y}{dz^2} = \frac{M}{EI_x} \quad (5)$$

Em vigas de madeira, a flexão gera encurtamento das fibras localizadas na parte côncava e alongamento no lado convexo, cujas modificações tracionam o lado convexo e comprimem a face côncava e, com isso, a linha neutra se torna o local de inversão das tensões (ROCHA, 1988).

Na literatura científica, autores utilizaram desta equação nos seus estudos com madeira, em tora e serrada, e apresentaram bons resultados (GARCIA, 1992; CHAUHAN; ENTWISTLE, 2010; ENTWISTLE et al., 2016). O deslocamento vertical “y”, em relação a madeira sem flexão, é chamado de flecha (ADORNO; GARCIA, 2003).

### 3.1.3. Centro de gravidade

O centro de gravidade de um corpo tem como definição ser o ponto onde pode-se considerar toda a ação da força de gravidade que age sobre o corpo. As variáveis momento de inércia e momento fletor presentes na equação diferencial da linha elástica são calculadas a partir do centro de gravidade do eixo y da peça, normalmente descritos como  $Y_{cg}$ , este é calculado de acordo com a Equação 6.

$$Y_{cg} = \frac{\int_A y dA}{\int_A dA} \quad (6)$$

### 3.1.4. Momento de inércia

A variável momento de inércia é definida como a grandeza física que expressa a dificuldade de se alterar o movimento de um corpo em rotação. A Equação 7 define o valor do momento de inércia de um corpo, a unidade desta grandeza no SI é  $m^4$ .

$$I_x = \int_A y^2 dA \quad (7)$$

No cálculo da equação diferencial da linha elástica o deslocamento vertical tem como referencial a linha neutra, ou centro de gravidade, logo é necessário subtrair o resultado da Equação 5 no valor de  $y$  da Equação 7, resultando na Equação 8.

$$I_x = \int_A (y - y_{cg})^2 dA \quad (8)$$

### 3.1.5. Momento fletor

Pode-se definir tensão mecânica, ou somente tensão, como uma força “ $F$ ” aplicada em uma área “ $A$ ” (Equação 9).

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (9)$$

Portanto também pode-se definir tensão como sendo uma relação simples do diferencial da força “ $dF$ ” pelo diferencial da área “ $dA$ ” (Equação 10).

$$\sigma = \frac{dF}{dA} \quad (10)$$

Após modificações algébricas é possível descrever a Equação 9 como a Equação 11.

$$dF = \sigma dA \quad (11)$$

A Equação 12 calcula o momento de uma força em um corpo. O cálculo do momento fletor consiste no somatório de todos os infinitésimos momentos de uma seção transversal (Equação 13). Nesse aspecto, a Equação 14 demonstra a equação que define o momento transversal de uma peça.

$$M = Fy \quad (12)$$

$$dM = dFy \quad (13)$$

$$M_x = \int_A \sigma y dA \quad (14)$$

No cálculo da equação diferencial da linha elástica o deslocamento vertical tem como referencial a linha neutra, ou centro de gravidade, logo é necessário subtrair o resultado da Equação 5 no valor de  $y$  da Equação 14, resultando na Equação 15.

$$M_x = \int_A \sigma (y - y_{cg}) dA \quad (15)$$



Normalmente, as vigas apresentam distribuição linear da tensão internas, isto é, o momento fletor apresenta relação diretamente proporcional à tensão. Essa relação é matematicamente descrita na Equação 16

$$M = -\frac{\sigma_{zp}Lx}{(y-y_{cg})} \quad (16)$$

### 3.2. *Eucalyptus spp.*

O gênero *Eucalyptus* possui mais de 700 espécies, pertence à família Myrtaceae, originária na Austrália, Tasmânia, Java, Filipinas, Papua, Timor e outras ilhas da Oceania. As espécies do gênero possuem como característica gerais grande porte, forma retilínea do fuste, plasticidade, desrama natural, rápido crescimento e alta capacidade de rebrota (RODERJAN, 1999).

A maioria das espécies são originárias de florestas com alto dossel, com altura variando de 30 a 50 m, a menor parte, cerca de 40 espécies, possuem porte arbustivo com altura não superiores a 25 m, essas espécies são encontradas em florestas abertas (MORA; GARCIA, 2000).

Nem todos os *Eucalyptus* são utilizadas em plantios comerciais no Brasil. A grande diversidade climática e edáfica do Brasil possibilita bom crescimento de várias espécies como *E. grandis*, *E. urophylla*, *E. saligna* e *E. camaldulensis* e *E. robusta* destacam-se por suas características de crescimento e produtividade. Em áreas frias do Sul do Brasil a espécie *E. dunnii* é muito promissora, principalmente pela resistência a geadas (INSTITUTO DE PESQUISA E ESTUDOS FLORESTAIS – IPEF, 2017).

Os *Eucalyptus spp.* apresentam características físicas bem específicas e adequadas para substituir madeiras amazônicas em diversas áreas, madeira dura média a pesada, resistente ao corte, massa específica aparente com variação de 0,40 a 1,20  $\text{gcm}^{-3}$  e com baixa estabilidade dimensional destacam-se (OLIVEIRA, 1999).

Entretanto, mesmo com ótimas características físicas e de crescimento, nas décadas passadas os eucaliptos eram considerados pelos processadores de madeira como de difícil manuseio, a falta de compreensão sobre os efeitos da liberação da tensão de crescimento e a utilização de métodos inadequados garantiam sua utilização em produtos de baixa qualidade e desconfiança do mercado consumidor (WAUGH, 1998). A escolha de espécies e clones mais adequados ao uso madeireiro aumentam a produtividade e permite a utilização das madeiras de eucalipto para usos mais nobres e de maior valor agregado (DIAS JUNIOR et al., 2013).

Segundo Hillis (2000), mesmo com os defeitos ocasionados pela liberação da tensão de crescimento, a madeira de eucalipto possui vantagens perante as madeiras de coníferas, a superior rigidez, resistência e plasticidade do eucalipto é especialmente importante para uso em estruturas.

### 3.3. Tensão de crescimento

Diversos autores durante décadas estudaram e definiram tensão de crescimento, dentre eles: JACOBS (1945), BOYD (1950), PLATON (1959), KUBLER (1959) e DINWOODIE (1966) destacam-se. Uma definição abrangente foi realizada por Jacobs (1945), na qual definiu-se tensão de crescimento como quaisquer forças presentes

na madeira verde. Posteriormente, Kubler (1987) aprimorou esta definição restringindo para somente forças de tração e compressão existentes no tronco.

Entretanto, existem forças presentes na madeira não relacionadas com a tensão de crescimento. As tensões resultantes do processo de secagem não estão correlacionadas com a tensão de crescimento (DINWOODIE, 1966). Em concordância, Lisboa (1993) relata outras forças atuantes e passivas na madeira as quais não possuem correlação com a tensão de crescimento, dentre elas, as forças geradas pela movimentação de seiva no interior dos vasos, forças gravitacionais de sustentação do peso da árvore e forças provocadas no processo de abate da árvore. Hillis e Brow (1978) também evidenciam não haver relação entre o rápido crescimento das árvores com os valores da tensão de crescimento.

A tensão de crescimento apresenta-se de três formas distintas, tração longitudinal paralelo às fibras, compressão tangencial e tração na direção radial (GALVÃO, 1976). Valores médios de tensão de crescimento para as espécies do gênero *Eucalyptus* variam de 70 a 280 kgf/cm<sup>2</sup> (BOYD, 1950). A tensão de crescimento longitudinal possui os maiores valores absolutos, por consequência, é a maior responsável pelos defeitos na produção de madeira serrada (WILKINS, 1986).

A tensão possui função de sustentação e ocorre de forma natural durante o desenvolvimento da árvore. A posição da copa é regulada por meio da ação da tensão de crescimento, que permitem a modificação espacial a partir de condições ambientais (KUBLER, 1987). Isso ocorre devido a uma assimetria, proposital, na tensão interna, que gera momento fletor capaz de movimentar o tronco, ou aumentar sua resistência a intemperis (ALMÉRAS; FOURNIER, 2009). A tensão também evita rupturas causadas por demasiado stress, forças de reação balanceiam áreas críticas de possível ruptura (MATTHECK, 1995). Sendo assim, é necessária para a manutenção sobrevivência das árvores (GRIL et al. 2017).

Segundo Jacobs (1945), a tensão de crescimento é uma característica da espécie, semelhante a MOE e densidade básica, o autor verificou sua ocorrência em folhosas e coníferas. Corroborando, estudos posteriores de Nicholson (1973), relataram a presença da tensão de crescimento em todas as árvores, ressaltando baixa intensidade nas gimnospermas e alta incidência no gênero *Eucalyptus*.

Apesar da tensão serem uma característica da espécie, estas não são homogêneas, existe grande variabilidade dos valores de tensão dentro de uma mesma espécie (LIMA et al., 2004). Para Malan (1988) fatores genéticos de hereditariedade são os principais responsáveis pelas variações da tensão de crescimento dentro da espécie, desbastes moderados e progressivos não resultariam em menores índices de rachadura, variável diretamente relacionada a tensão de crescimento (DE LIMA; GARCIA; NOGUEIRA, 2000). No entanto, para Kubler (1988), fatores silviculturais como espaçamento e distribuição das árvores são de grande relevância para explicar a variação da tensão dentro de uma mesma espécie, os efeitos silviculturais seriam mais relevantes com o passar dos anos.

Neste aspecto, a tensão de crescimento também não se apresenta de forma homogênea no interior do tronco. Os três eixos da madeira apresentam distribuição distinta da tensão de crescimento. No sentido longitudinal ocorre máxima compressão no interior da medula e máxima tração na periferia do tronco, no sentido tangencial a tensão variam de tração na medula e compressão na periferia, no sentido transversal a tensão ocorrem radialmente com máximo valor na medula e valor neutro na periferia (GILLIS; HSU, 1979).

Fatores silviculturais podem modificar os valores e, também, a conformidade da tensão no interior do tronco, diferindo da axissimetria típica, pois a ação do vento sobre a copa modifica as forças internas para resistir à intempere como um reforço às áreas de maior estresse (TOUZA VAZQUEZ, 2001).

Segundo Trevisan (2014), a variação da tensão de crescimento em relação à altura das árvores apresenta muita discordância na literatura e baixo impacto prático, as quatro correlações mais relevantes são: Sem correlação entre altura e tensão (KUBLER, 1987; SANTOS, 2002): Aumento da tensão com a altura das árvores (CHAFE, 1981; GARCIA, 1995; TRUGILHO et al., 2002): Aumento da tensão até metade da altura e decréscimo até a altura máxima (PURNELL, 1988): Decréscimo da tensão com a altura da árvore (SCHACHT; GARCIA, 1997).

Isto posto, a variação da tensão de crescimento dentro do tronco modifica características físicas e anatômicas na madeira, em especial as longitudinais. O MOE apresenta menores valores na medula, resultado de um aumento da compressão longitudinal nessa região. Em relação ao encolhimento das fibras, existe modificações nos sentidos tangenciais e longitudinais, com maiores valores na medula (CLAIR; RUEILLE; THIBAUT, 2003).

A tensão de crescimento não permanece constante durante o desenvolvimento da árvore, a idade é de grande relevância para o estudo da tensão de crescimento, durante o desenvolvimento ocorrem mudanças físicas e fisiológicas que proporcionam diminuição da tensão, dentre elas variações na densidade básica, ocasionada pelo acúmulo de reservas no interior do tronco, alteração na proporção de cerne e alburno e aumento do comprimento e espessura da parede das fibras (SCANAVACA, 2003). Em concordância Nicholson (1973), em seu estudo com duas espécies de *Eucalyptus*, *E. obliqua* e *E. regnans*, concluiu que árvores mais antigas apresentavam menores valores de tensão. Porém, árvores mais velhas, por conseguintes maiores, apresentam menor gradiente da tensão de crescimento, o que resulta em madeiras mais estáveis com menores problemas no desdobro e maior resistência da madeira (CHAFE, 1979).

### 3.4. Origem dos estudos da tensão de crescimento

O primeiro estudo sobre a origem da tensão de crescimento foi realizado por Martley (1928), o autor teorizava que a tensão de crescimento possuía relação direta com o peso da árvore, os valores de compressão encontrados no interior do tronco ocorreriam pela ação do peso sobre a própria estrutura da árvore (CHAFE, 1979). Contudo, apenas 1% dos valores de tensão apresentados por Martley (1928) eram devido ao peso da árvore (POST, 1979).

Jacobs (1938) foi pioneiro ao atribuir a origem da tensão de crescimento a encurvamentos gerados durante o processo de formação de novas camadas de madeira, apesar de não especificar, o autor supôs que essas mudanças dimensionais ocorreriam em algum estágio de desenvolvimento das células.

Posteriormente, Jacobs (1945) propôs outra hipótese. Para o autor as forças ocasionadas pela ação da seiva no interior da madeira seriam as causadoras da tensão de crescimento, essa hipótese baseia-se no potencial da força de capilaridade gerar tensão. Os vasos condutores de seiva notoriamente possuem grande potencial de tensão de capilaridade, o autor encontrou valores de tensão advindos da ação da seiva superiores a  $200 \text{ kg/cm}^{-2}$ . Entretanto, Boyd (1950) contesta o efeito dessa força como causadora da tensão de crescimento, pois a tensão permanece razoavelmente constante em toda a altura da árvore, diferindo da força de sucção que possui maiores valores no topo.

A definição moderna acerca da origem da tensão de crescimento assemelha-se às atribuições de Jacobs (1938), porém com maior aprofundamento teórico. A tensão de crescimento origina-se a partir de transformações fisiológicas que ocorrem durante o crescimento do tronco, as células do câmbio, em específico do prosênquima, apresentam modificações nas paredes celulares, devido a deposição de substâncias nos espaços intercelulares, tais transformações geram encurtamento longitudinal e expansão transversal simultaneamente. Novas camadas de

crescimento adicionam fibras recém diferenciadas ao tronco, as quais exercem um gradiente de compressão no sentido da medula (KUBLER, WILHELMY, 1973).

Diversos autores durante as décadas criaram hipóteses para explicar o surgimento da tensão decrescimento, no entanto, apenas duas possuem maior respaldo acadêmico. As hipóteses são chamadas de “cristalização da celulose” e “inchamento devido à lignificação celular” (BAMBER, 2001; OKUYAMA et al., 1994).

A hipótese de inchamento devido à lignificação celular, propõe que a tensão decrescimento surge a partir da deposição de lignina polimerizada nos espaços intermicrofibrilares das paredes celulares, o que resulta no inchamento das células (BOYD, 1985). Esse processo fisiológico gera simultaneamente tração longitudinal, tração radial e compressão tangencial (GARCIA, 1992). No entanto, existe a controvérsia quanto a validade dessa hipótese, estudos posteriores correlacionam a lignina depositada nos espaços intermicrofibrilares das paredes celulares com aumento da resistência a compressão da madeira, reduzindo os efeitos da tensão decrescimento, o aumento da lignina em áreas de alta compressão seriam uma resposta fisiológica das árvores a tensão decrescimento não sua origem, em contraste com a hipótese do inchamento devido à lignificação celular (BAMBER, 2001).

A hipótese da cristalização da celulose relaciona o surgimento da tensão decrescimento com a formação de microfibrilas durante a cristalização da celulose nas células periféricas, ocasionando encurtamento celular (KUBLER, 1987). Essa hipótese explica o aumento de compressão no interior do tronco (ZASADA; ZAHNER, 1969).

Wilkins (1996), ressalta a importância do ângulo da microfibrila da camada  $S_2$  para explicar as deformações celulares nas duas hipóteses. Ângulos inferiores a  $40^\circ$  a célula sofre encurtamento e para ângulos maiores que  $40^\circ$  ela sofre alongamento.

Segundo Yang e Waugh (2001), mesmo as duas teorias não conseguem explicar de forma completa a origem da tensão de crescimento, diversos fatores presentes na maturação das células podem contribuir para explicar o fenômeno.

### **3.5. Modelos de distribuição da tensão de crescimento**

Devido à grande complexidade de medir a tensão de crescimento no interior do tronco, principalmente sem o abate da árvore, autores decidiram modelar o desenvolvimento da tensão de crescimento no interior do tronco das árvores utilizando os valores coletados na periferia. Nesta seção foram escolhidos cinco modelos distintos de distribuição da tensão de crescimento longitudinal.

#### **3.5.1. KUBLER**

Kubler (1959) foi pioneiro ao desenvolver um complexo modelo de distribuição de tensão de crescimento em relação ao raio da árvore, fundamentado nos estudos e recomendações de Boyd (1950) acerca das deformações da madeira no tronco, seu modelo foi extensamente utilizado e aprimorado por diversos autores (GILLIS, 1973).

O modelo de KUBLER foi desenvolvido a partir de certas resoluções teóricas acerca das características físicas da madeira, sendo essas; considerar a madeira do tronco um material completamente isotrópico, isto é, deformar-se igualmente em qualquer direção e nas condições de equilíbrio da tensão de compressão e tração nos eixos longitudinal e transversal, este último constituído pelos componentes radial e tangencial (POST, 1979).

O autor também considerou particularidades das características de crescimento dos dois eixos para a execução de seu modelo. No eixo longitudinal as fibras recém diferenciadas apresentam estado de tração, a ação destas camadas recentes sob as camadas mais antigas gera um gradiente de compressão uniforme na região da medula (JACOBS, 1939). No eixo transversal as células apresentam expansão diametral devido ao estado de compressão longitudinal, com a adição de novas camadas de crescimento o estado de expansão celular aumenta até um valor máximo na medula, o que reduz a compressão inicial das fibras no sentido tangencial, o estado de compressão não é verificado no sentido radial, apenas um gradiente de tração crescente em direção a medula (JACOBS, 1945).

De posse dessa sólida base teórica, Kubler (1959) desenvolveu três equações de distribuição das deformações de crescimento no tronco. As Equações 17, 18 e 19 representam os valores de deformação radial, tangencial e longitudinal respectivamente.

$$\varepsilon_r = \varepsilon_{\theta p} \ln\left(\frac{r}{R}\right) \quad (17)$$

$$\varepsilon_{\theta} = \varepsilon_{\theta p} \left[1 + \ln\left(\frac{r}{R}\right)\right] \quad (18)$$

$$\varepsilon_z = \varepsilon_{zp} \left[1 + 2\ln\left(\frac{r}{R}\right)\right] \quad (19)$$

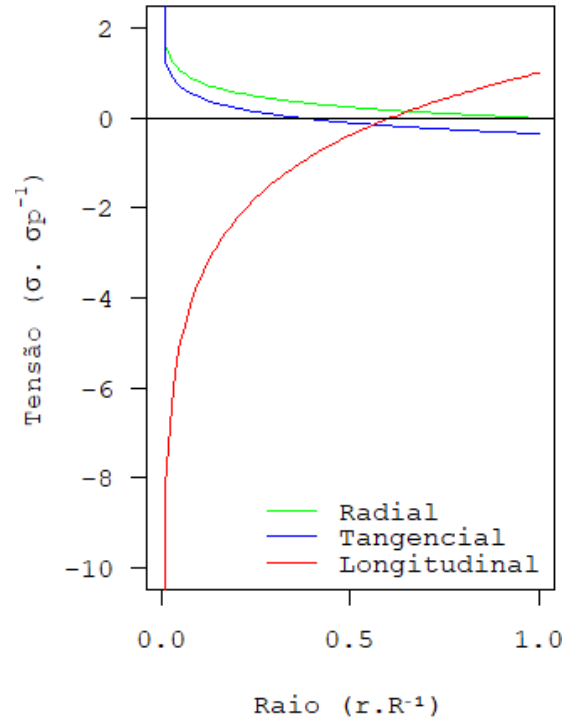
A Figura 1 demonstra a distribuição da tensão de crescimento das equações de KUBLER ao longo do raio e, com isso, é possível averiguar que o modelo possui singularidades, isto é, para valores de  $r$  próximos a zero, localizados na medula das árvores, os valores de tensão tornam-se extremamente altos, tendendo a um valor infinito de compressão para a tensão longitudinal e infinito de tração para a tensão radial e tangencial conforme foi analisado por Garcia (1992)

$$\sigma_r = \sigma_{\theta p} \ln\left(\frac{r}{R}\right) \quad (20)$$

$$\sigma_{\theta} = \sigma_{\theta p} \left[1 + \ln\left(\frac{r}{R}\right)\right] \quad (21)$$

$$\sigma_z = \sigma_{zp} \left[1 + 2\ln\left(\frac{r}{R}\right)\right] \quad (22)$$

A Figura 1 demonstra a distribuição da tensão de crescimento das equações de KUBLER ao longo do raio, é possível averiguar que o modelo possui singularidades, isto é, para valores de  $r$  próximos a zero, localizados na medula das árvores, os valores de tensão tornam-se extremamente altos, tendendo a um valor infinito de compressão para a tensão longitudinal e infinito de tração para a tensão radial e tangencial (GARCIA, 1992).



**Figura 1.** Distribuição ao longo do raio da tensão de crescimento nos eixos radial, tangencial e longitudinal segundo KUBLER (1959)

### 3.5.2. ARCHER e BYRNES

Archer e Byrnes (1974) aprimoraram o modelo de KUBLER, os autores desenvolveram um importante modelo de distribuição de tensão de crescimento a partir da premissa de equilíbrio das forças e nas características de crescimento da tensão utilizadas por Kubler (1959), porém incorporando estudos das propriedades elásticas da madeira de Maiti e Adams (1968), nos quais concluem que a madeira é composta por cilindros ortotrópicos. Sendo assim, o modelo subdivide o eixo transversal em três regiões com propriedades elásticas distintas, porém no sentido longitudinal a madeira apresenta anisotropia cilíndrica, isto é, o material é isotrópico.

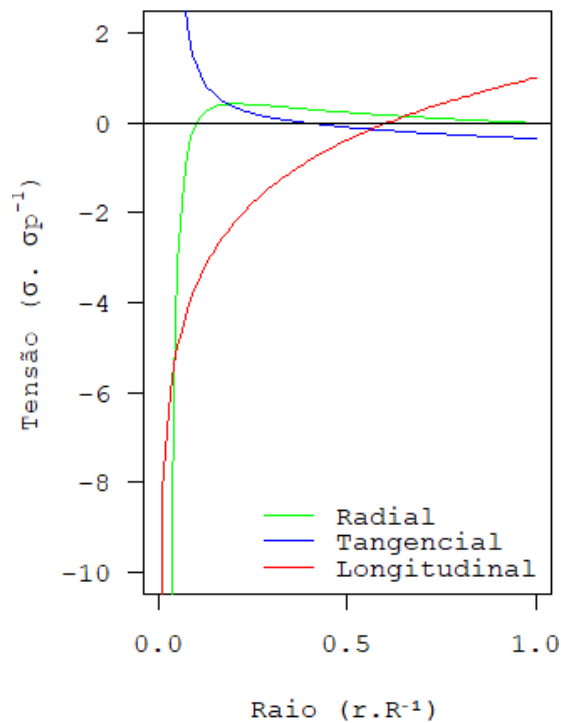
As Equações 23, 24 e 25 de ARCHER e BYRNES representam os valores de tensão de crescimento radial, transversal e longitudinal respectivamente. A constante “A” do modelo possui valor igual ao raio que circunscreve a medula da árvore, esse valor varia de A não é bem especificado e pode variar de árvore para árvore (ARCHER; BYRNES, 1974).

$$\sigma_r = \sigma_{\theta p} \left[ 1 - \left( \frac{A}{r} \right)^2 \right] \ln \left( \frac{r}{R} \right) \quad (23)$$

$$\sigma_{\theta} = \sigma_{\theta p} \left\{ 1 + \left[ 1 + \left( \frac{A}{r} \right)^2 \right] \ln \left( \frac{r}{R} \right) \right\} \quad (24)$$

$$\sigma_z = \sigma_{zp} \left[ 1 + 2 \ln \left( \frac{r}{R} \right) \right] \quad (25)$$

A Figura 2 demonstra a distribuição da tensão de crescimento das equações de ARCHER e BYRNES com valor de  $A$  igual a 0,1, é possível averiguar grande similaridade com o modelo de KUBLER, os dois modelos apresentam singularidades na região central da medula. Existe total concordância entre os modelos de KUBLER e ARCHER e BYRNES para a tensão de crescimento longitudinal, como possível de verificação nas Equações 22 e Equações 25, para a tensão de crescimento transversais o modelo apresenta leve modificações, os valores da tensão transversais são maiores que as apresentadas pelo modelo de KUBLER, no valor de  $r$  igual a zero as tensões transversais possuem valor zero (KUBLER, 1987). É possível verificar as singularidades nos três eixos dos modelos de ARCHER e BYRNES, assim como eram presentes nos modelos de KUBLER.



**Figura 2.** Distribuição ao longo do raio da tensão de crescimento nos eixos radial, tangencial e longitudinal segundo ARCHER e BYRNES (1974)

### 3.5.3. GILLIS e HSU

Apesar do modelo de KUBLER e ARCHER e BYRNES serem bem aceitos academicamente, as singularidades, em especial a presente no eixo longitudinal, não eram verificadas na natureza (GILLIS, 1973), a relação linear entre a deformação e a tensão presentes no modelo de Kubler (1959) não são verificáveis em experimentos (POTS, 1979). A partir dessa problemática, Gillis e Hsu (1979) desenvolveram um modelo elegante de distribuição da tensão de crescimento longitudinal, no qual não ocorre a singularidade. Os autores desenvolveram o modelo somente para a tensão de crescimento longitudinal, pois essa possui independência quanto a tensão transversal, além de sua maior magnitude numérica (KUBLER, 1959).

O modelo tem como base teórica considerar que a medula da árvore, circunscrita por um cilindro com raio de comprimento igual a “ $a$ ”, possui características elásticas distintas das demais áreas, em especial, valor constante da tensão de crescimento longitudinal, neste cilindro a tensão permanecem constante, o que evita o problema da

singularidade. As novas camadas de crescimento acumulariam tensão de compressão na medula até um certo limite, diretamente influenciado pelo raio “a”. Sendo assim, os autores também utilizaram o equilíbrio da tensão para gerar seu modelo, que consiste de duas equações distintas (GILLIS; HSU, 1979);

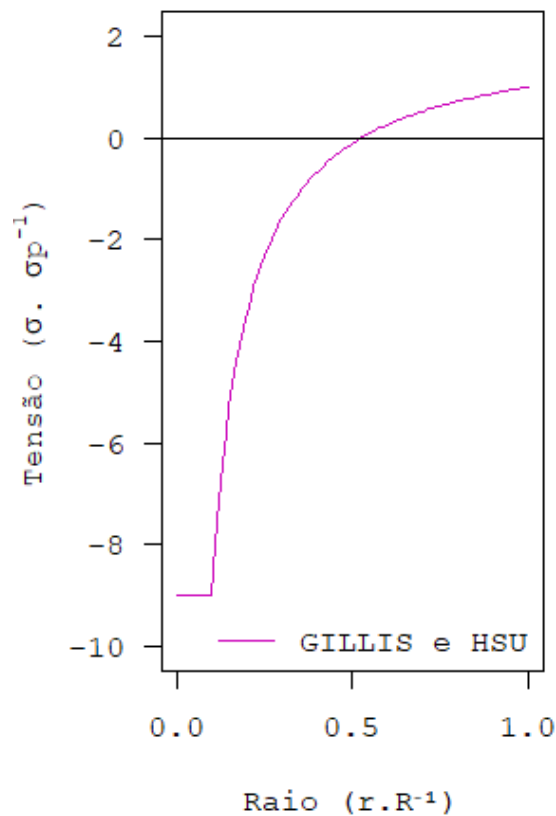
A primeira calcula o valor da tensão dentro dos limites do raio “a” (Equação 26).

$$\sigma = -\sigma_{zp} \left( \frac{R}{a} \right) \left( 1 - \frac{a}{R} \right) \quad (26)$$

A segunda calcula nas demais áreas do raio, a variável “x” é a distancia radial entre a constante “a” e a periferia da árvore (Equação 27).

$$\sigma = -\sigma_{zp} \frac{\left( \frac{R}{a} \right) \left( \frac{a}{x} - 2 + \frac{a}{R} + \frac{a^2}{R^2} \right)}{\left( 1 - \frac{a}{R} \right)} \quad (27)$$

O modelo de GILLIS HSU pode ser visualizado graficamente na Figura 3. O valor da variável “a” presente no modelo foi considerado 10% do valor de R, ou seja, 0,1R, o que resulta em uma tensão de compressão igual a nove vezes o valor da tensão de tração na periferia do tronco. O local específico do tronco onde a tensão possui comportamento linear constante não é claramente especificado (GILLIS; HSO, 1979). Entretanto, autores obtiveram bons resultados considerando a tensão de compressão constante em até 10% do diâmetro (ENTWISTLE et al., 2014). Apesar de eliminar a singularidade, o modelo de GILLIS & HSU possui limitações quanto ao seu uso, demais estudos contestam a constância da tensão de compressão no interior da medula (POTS, 1979; GARCIA, 1992).



**Figura 3.** Distribuição ao longo do raio da tensão de crescimento no eixo longitudinal segundo GILLIS e HSU (1979)



### 3.5.4. GARCIA

Estudos posteriores a Kubler (1959) e Archer e Byrnes (1974) e revelaram a não homogeneidade do MOE no tronco, mesmo no sentido longitudinal, o que difere das teorias utilizadas nas confecções dos dois modelos (RAYMOND et al., 2004). Durante o desenvolvimento das árvores, a madeira apresenta modificações em suas células para comportar a compressão longitudinal crescente, a redução do valor do MOE na medula é uma resposta fisiológica da árvore para diminuir a magnitude da tensão de crescimento, no sentido casca medula o MOE decresce linearmente (CLAIR; RUELLE; THIBAUT, 2003), na porção central da medula o MOE apresenta valores próximos de zero (GILLIS; HSU, 1979).

Visando eliminar a singularidade e aplicar os estudos elásticos até então apresentados, Garcia (1992) desenvolveu dois modelos de distribuição da tensão de crescimento longitudinal;

No primeiro modelo, visível na Equação 28, o autor verificou que a mudança do MOE reduzia os valores de tensão presentes no modelo de KUBLER, o que gerou a hipótese da distribuição linear da tensão no tronco, simplificando para uma equação de primeiro grau,  $y = a + bx$ . O modelo também se utiliza da teoria de equilíbrio da tensão presentes nos modelos de KUBLER e ARCHER e BYRNES.

No segundo modelo, visível na Equação 29, utilizou como hipótese que a tensão se distribui no tronco parabolicamente,  $y = a + bx + cx^2$ , e limitou o valor máximo de compressão na medula a tensão no limite de resistência a compressão paralela “ $\sigma_c$ ”, logo os valores de compressão nunca seriam superiores ao resistido pela madeira. Também se utilizou do equilíbrio da tensão para a produção deste modelo.

$$\sigma_z = \sigma_{zp} \left[ -2 + 3 \left( \frac{r}{R} \right) \right] \quad (28)$$

$$\sigma_z = -\sigma_c + 3(\sigma_c - \sigma_{zp}) \frac{r}{R} + (4\sigma_{zp} - 2\sigma_c) \left( \frac{r}{R} \right)^2 \quad (29)$$

A Figura 4 demonstra as Equações de distribuição da tensão de crescimento longitudinal descritas acima, para o modelo parabólico o valor de  $\sigma_c$  foi considerado quatro vezes o valor de  $\sigma_{zp}$ . Os modelos não apresentam singularidade, porém o modelo parabólico necessita de uma variável mais que os demais modelos, além dessa variável ser de difícil obtenção sem a derrubada da árvore. O modelo linear é de fácil utilização e, dos modelos aqui selecionados, é o mais simples. Caso o limite a compressão paralela as fibras seja igual a duas vezes a tensão na periferia da árvore, o modelo parabólico torna-se igual ao linear.

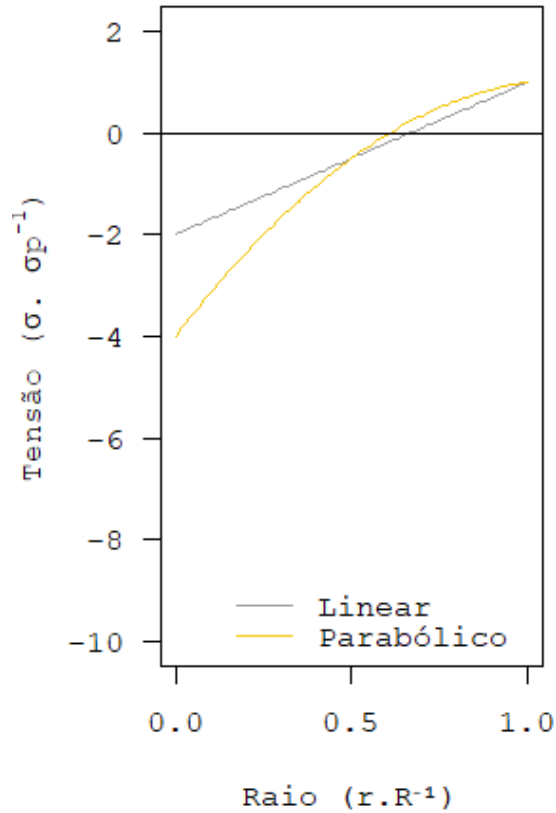
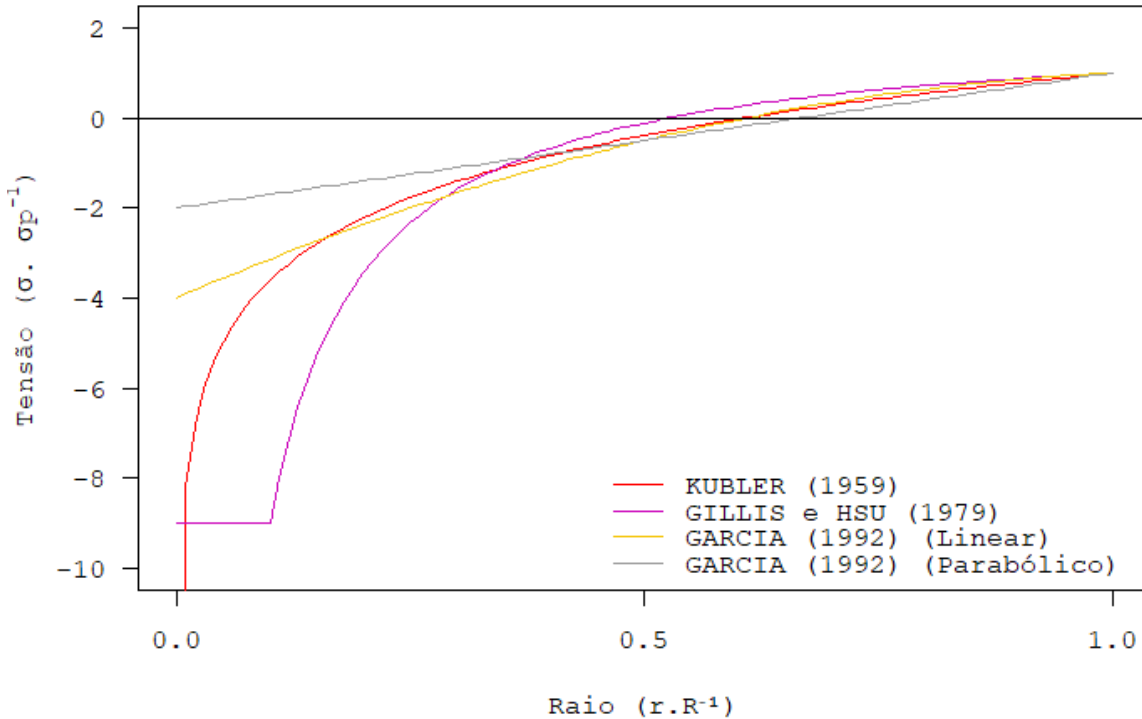


Figura 4. Distribuição ao longo do raio da tensão de crescimento no eixo longitudinal segundo GARCIA (1992)

### 3.5.5. Comparação entre os modelos

A comparação dos modelos de distribuição de tensão de crescimento longitudinal de GARCIA, KUBLER e GILLIS & HSU pode ser realizado observando a Figura 5. É possível averiguar que os modelos são similares na região próxima à periferia do tronco, no terço próximo a casca apenas o modelo de GILLIS & HSU difere sensivelmente dos demais. O valor nulo de tensão dos quatro modelos está próximo, em cerca de sessenta por cento do raio. Na região da medula os modelos diferem muito, pois enquanto o modelo linear de GARCIA apresenta os menores valores de tensão, o modelo de GILLIS & HSU indicam maiores valores para quase todo o tronco.



**Figura 5.** Comparação ao longo do raio entre os modelos de tensão de crescimento longitudinal de GARCIA, KUBLER e GILLIS & HSU

### 3.6. Defeitos na madeira de *Eucalyptus* originados pelas tensão de crescimento

Para além das características físico-mecânicas da madeira das espécies do gênero *Eucalyptus*, a trabalhabilidade do material é envolta de desafios e dificuldades, pois, frequentemente, existem associações do material defeituoso, dentre os quais destacam-se: cerne quebradiço, rachaduras de topo de tora e flexão na madeira serrada (NICHOLSON, 1973). Tais defeitos possuem direta correlação com a tensão de crescimento, tão comuns nesse grupo (YANG; WAUGH, 2001).

Entretanto, apesar do cerne quebradiço ser associado a tensão de crescimento, esse fator isolado não explica o surgimento desse defeito. Durante o processo de crescimento em diâmetro ocorre, em sintonia, aumento da compressão no interior da medula, ao ponto que a tensão de compressão danifica a estrutura da madeira, tornando-se quebradiça (CHAFE, 1979).

No que se refere as rachaduras de topo de tora, não é possível afirmar que todas são causadas pela tensão de crescimento. Segundo sua origem, existem três possíveis classificações para as rachaduras de topo de tora; Rachaduras que ocorrem logo após a queda da árvore, devido ao impacto da queda; Rachaduras provocadas no processo de secagem da madeira e rachaduras provocadas pela tensão de crescimento, estas são distinguidas das demais por iniciar na medula e se propagar até a periferia do tronco (BARISKA, 1990).

Entretanto, as rachaduras ocorrem num material orgânico de grande complexidade. É comum ocorrer união entre as rachaduras, não sendo possível classifica-las como possuindo apenas uma origem (CRÊSPO, 2000). Além do tempo, condições climáticas e de armazenamento influenciam diretamente no aprofundamento e união das rachaduras, isso ocorre pela característica hidróscópica da madeira (BERG et al., 2015). Para além da tensão e da umidade, em

discos de madeira de *E. grandis* e *E. camaldulensis*, o aumento da densidade da madeira também foi vista como um fator de aumento das rachaduras (AMER et al., 2019).

A utilização da flecha como variável preditora da tensão de crescimento ocorre desde a primeira metade do século XX (JACOBS, 1938). As distorções que acarretam nas flechas são decorrentes dos aumentos ou diminuições espaciais da madeira, a qual é denominado deformação, que é medida de forma direta e rápida. Durante as décadas diversos autores correlacionaram essas duas variáveis, GARCIA (1992) desenvolveu uma equação extremamente simples na qual correlaciona a deformação longitudinal na periferia da tora com as flechas na madeira serrada de *Eucalyptus grandis* (Equação 30), que revelou ótimos resultados.

$$v = -3 \frac{\alpha_z}{D} z^2 \quad \text{ou} \quad \alpha_z = \frac{vD}{-3z^2} \quad (30)$$

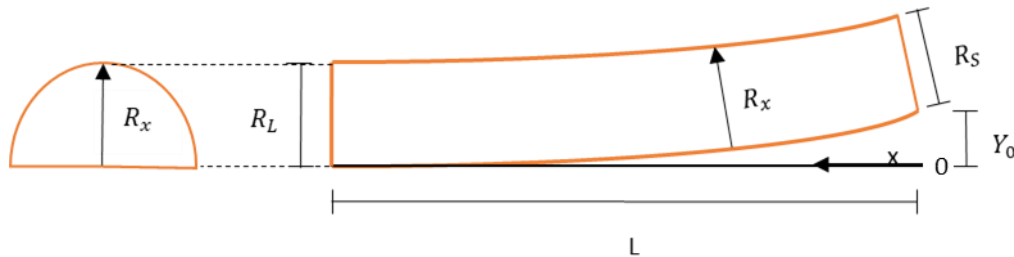
$v$  = Distância entre o material sem deformação e o material deformado (cm);

$\alpha_z$  = Deformação periférica potencial, essa variável é igual a deformação longitudinal periférica “ $\epsilon_p$ ”;

$D$  = Maior diâmetro da tora (cm);

$z$  = Distância longitudinal entre um ponto qualquer e o meio da tábua (cm).

Outra importante equação modelo para calcular a deformação em madeiras foi desenvolvida por Chauhan e Entwistle (2010), seu estudo foi realizado em *Eucalyptus nitens*, mas foi utilizado em outras espécies e também apresentou bons resultados (NARANJO; MOYA; CHAUHAN, 2012). O cálculo da deformação é realizado usando a flecha de uma meia tora com a extremidade maior fixada (Figura 6), os autores usaram a equação diferencial da linha elástica em conjunto com a tensão normal a flexão simples para desenvolver seu cálculo (Equação 31).



**Figura 6.** Corte longitudinal de meia tora com as constantes espaciais especificadas. Fonte da figura (CHAUHAN; ENTWISTLE, 2010) hadaptado

$$Y_0 = \frac{1,74 \epsilon_s R_S L^2}{\Delta R^2} \left[ \frac{R_L}{R_S} - \ln \left( \frac{R_L}{R_S} \right) - 1 \right] \quad \text{ou} \quad \epsilon_s = \frac{Y_0 \Delta R^2}{1,74 R_S L^2 \left[ \frac{R_L}{R_S} - \ln \left( \frac{R_L}{R_S} \right) - 1 \right]} \quad (31)$$

$Y_0$  = Flecha na extremidade da tora;

$R_L$  = Raio da extremidade maior da tora;

$R_S$  = Raio da extremidade menor da tora;

$\Delta R = R_L - R_S$ ;

$L$  = Comprimento da tora

$\epsilon_s$  = Deformação longitudinal periférica.

Assim como nos demais defeitos correlacionados com a tensão de crescimento, a flecha também é influenciada pela umidade da madeira, especialmente durante um processo de secagem, onde a flecha pode ser uma das variáveis para avaliar uma boa secagem (ORMARSSON; DAHLBLOM; PETERSSON, 1999). O tipo do desdobro também possui influência nas flechas, desdobro tangencial provoca, majoritariamente, flechas de encurvamento, com baixos valores para encanoamento (ROCHA; TRUGILHO, 2006).

### 3.7. Impacto da conicidade

Conicidade, no setor florestal, consiste na taxa de variação ao longo da altura da árvore, geralmente expressa-se em  $\text{cm.m}^{-1}$ , a conicidade das toras é calculada de acordo com a Equação 32 (HORNBERG et al., 2012). A forma das árvores é determinada pela espécie e por tratos silviculturais, procedimentos de desrama artificial e desbaste possuem capacidade de reduzir a conicidade e quantidade de nós das árvores (KOZLOWSKI, 1971).

$$\Delta = \frac{R_M - R_m}{L} \quad (32)$$

A conicidade possui impacto direto no rendimento da produção de madeira serrada, para valores de diâmetro acima de  $1 \text{ cm.m}^{-1}$  os rendimentos começam a reduzir (GROSSER, 1980). Experimento realizado com toras de *Eucalyptus grandis* com 20 anos de idade, concluiu que a conicidade apresentava impacto superior no rendimento de madeira serrada, se comparado com rachaduras de extremidade de tora e rachaduras de extremidade de tábua (CRÊSPO, 2000).

As flechas também possuem direta relação com a conicidade, a flecha calculada a partir da Equação 31 apresenta a variável conicidade, porém de forma indireta, a relação entre  $\frac{L^2}{(\Delta R)^2}$  representa o inverso do quadrado da conicidade, logo a flecha em meia tora é inversamente proporcional ao quadrado da conicidade (CHAUHAN; ENTWISTLE, 2010). Para vigotes e costaneiras de *Eucalyptus grandis* a correlação negativa entre a conicidade e a flecha também foi observada (ADORNO; GARCIA, 2003).

## 4. MATERIAL E MÉTODOS

Os dados aplicados nos modelos desenvolvidos nessa dissertação foram coletados no trabalho de GARCIA (1992), sua metodologia é descrita nessa seção.

### 4.1. Deformação na tora

O experimento foi realizado com quatro toras de *Eucalyptus grandis*, pertencente a uma área de testes de introdução da espécie na Estação Experimental de Anhembi (ESALQ-USP). A deformação longitudinal periférica de cada tora foi mesurada de forma indireta por meio da Equação 30 (GARCIA 1992), a média das flechas de uma mesma tora foi usada como valor da variável  $v$ . A deformações longitudinal periférica de cada tora é apresentado na Tabela 1.

**Tabela 1.** Valor das deformações longitudinais periféricas em cada tora

Tora	$\varepsilon_{zp}$ ( $10^{-6}$ )
1	1098
2	909
3	1507
4	1066

### 4.2. Desdobro e coleta das flechas

As toras foram processadas na serraria Duratex em Botucatu, no total foram realizados três tipos de desdobro distintos, que seguiram o processamento padrão da empresa para classes diamétricas, o mesmo processo de desdobro foi utilizado na tora 1 e na tora 3. Totalizam-se vinte tábuas no experimento, seis para as toras 1, 3 e 4 e duas para a tora 2. O processo de desdobro de cada tora é demonstrado na Figura 7.

As tábuas desdobradas apresentam o mesmo comprimento das toras, 290 centímetros, porém visando reduzir o efeito da liberação da tensão próximos as extremidades da tora, foi utilizado, somente, a parte central das tábuas, compreendida por 200 centímetros. Cada tábua teve nove flechas medidas, uma a cada 25 centímetros, as flechas foram medidas a partir de um eixo de referência, criado mediante uma linha estendida entre os pontos  $z = 45$  cm e  $z = 245$  cm. O eixo  $z$  representa o eixo longitudinal.

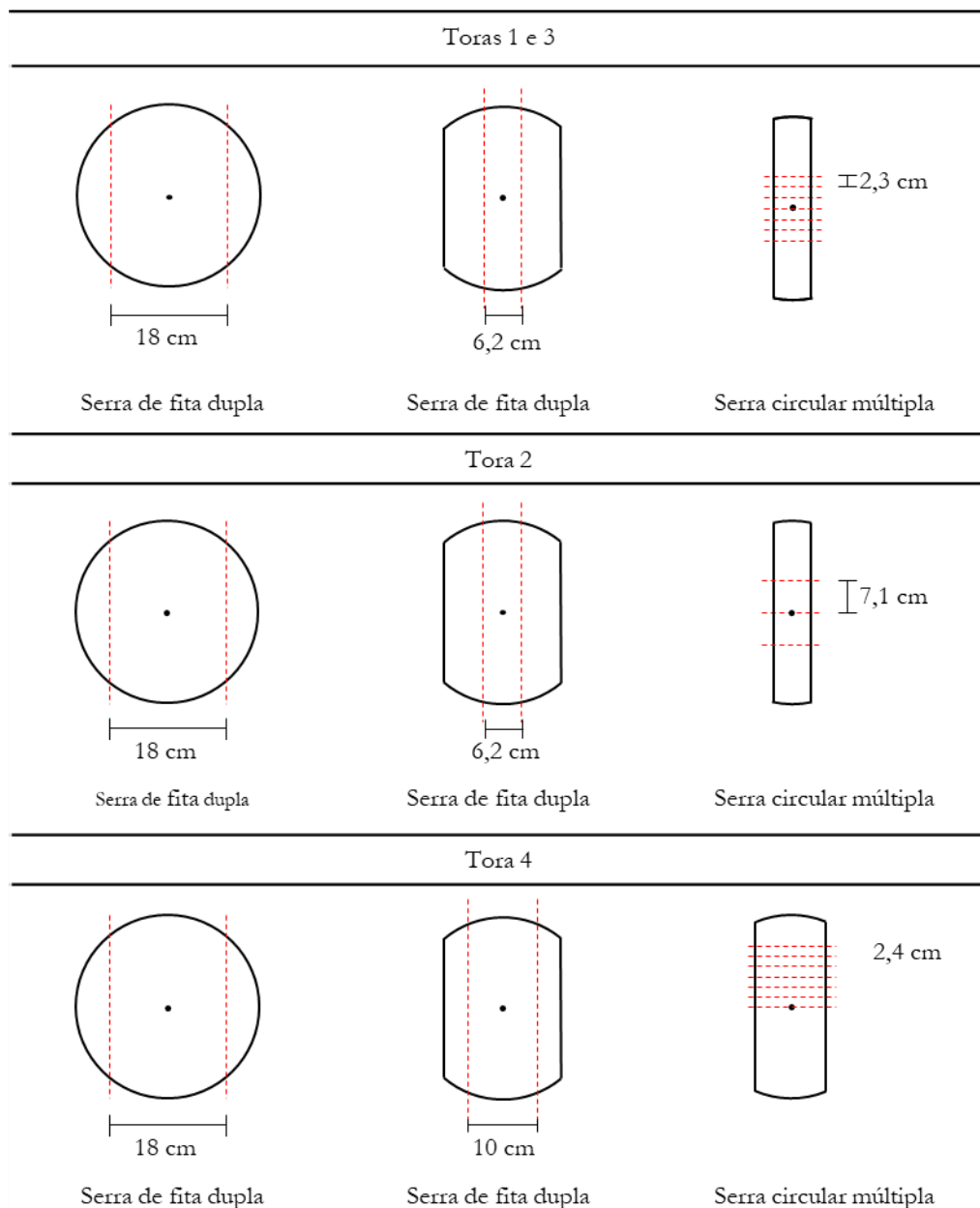


Figura 7. Desdobro das toras para a produção de tábuas

### 4.3. Análise estatística

Os modelos de flecha desenvolvidos nessa dissertação não foram realizados via ajuste e regressão, o que não permite utilização de análises típicas da estatística experimental. A análise dos modelos de flecha foi averiguada a partir do coeficiente de determinação “R<sup>2</sup>” e do gráfico de dispersão de resíduos.

O coeficiente de determinação tem como definição ser a proporção da variância na variável resposta obtida por um modelo em relação a sua média (MORAES, 2012). Entretanto, para modelos não lineares o R<sup>2</sup>, assim como definido anteriormente, não possui capacidade para averiguar a qualidade de um ajuste. Mesmo assim, o R<sup>2</sup> pode ser utilizado, porém é necessário realizar ajustes no cálculo (PARO de PAZ, 2004). Como não existe uma formulação

única para o  $R^2$  de modelos não lineares, comumente os autores utilizam mais de uma formulação em suas análises estatísticas (REGAZZI, 2010).

Foram escolhidas três formulações teóricas para o cálculo do  $R^2$ , duas foram deduzidas por Souza (1998), explicitadas nas Equação 33 e 34. Outra indicada por Regazzi (2010) (Equação 35). O  $SQT_{corrigida}$  consiste na soma de quadrados totais corrigidos para a média e  $SQT_{não corrigida para média}$  é a soma dos quadrados totais não corrigidos para a média.

$$R^2 = \frac{\left[ \sum_{i=1}^n y_i \hat{y}_i - \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)(\sum_{i=1}^n \hat{y}_i)}{n} \right]^2}{\left[ \sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)^2}{n} \right] \left[ \sum_{i=1}^n \hat{y}_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n \hat{y}_i)^2}{n} \right]} \quad (33)$$

$$R^2 = 1 - \frac{SQR}{SQT_{corrigida}} \quad (34)$$

$$R^2 = 1 - \frac{SQR}{SQT_{não corrigida para média}} \quad (35)$$

#### 4.4. Modelagem

Foram executadas três vertentes de modelagens: perfil das rachaduras de extremidade de tora; Modelos de meia tora; Flechas de encurvamento em tábuas

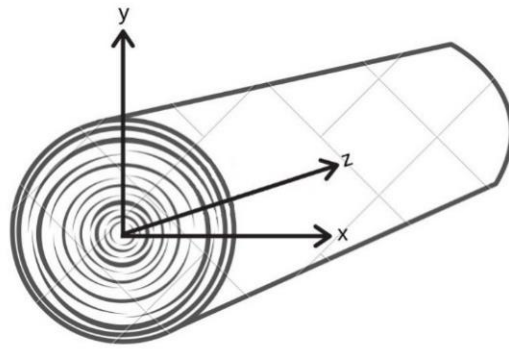
#### 4.5. Restrição dos modelos de perfil das rachaduras de extremidade de tora

Os modelos de perfil das rachaduras de extremidade de tora foram desenvolvidos utilizando variações da equação diferencial da linha elástica. Entretanto, os modelos foram realizados para toras com fuste retilíneas, axissimetria da tensão de crescimento e rachaduras radiais. Para demais toras, os modelos não têm aplicação.

#### 4.6. Eixos referenciais

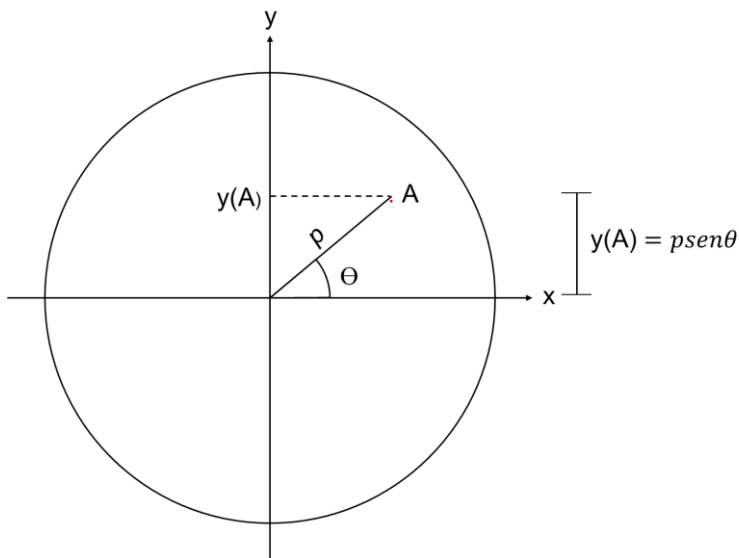
Para o cálculo da linha elástica foi necessário alocar eixos na tora. A Figura 8 representa uma tora com os eixos propriamente demonstrados, a origem dos eixos x e y encontram-se na medula da árvore, local onde encontram-se o valor zero. Na área florestal o eixo z é denominado eixo longitudinal, este eixo será alocado nas extremidades das toras a depender da necessidade, o comprimento total da tora é denominado “L”.





**Figura 8.** Eixos em uma tora

Os cálculos foram realizados pelo método das coordenadas polares, mais prático para o cálculo de setores circulares e círculos, neste método os pontos são definidos por um ângulo “ $\theta$ ”, uma distância radial “ $r$ ” e uma distância longitudinal “ $z$ ”, este último é o mesmo eixo  $z$  das coordenadas cartesianas. Para adequar-se ao método de integração utilizado as variáveis  $y$  e  $dA$  foram transformadas, a Figura 9 demonstra a transformação trigonométrica da variável  $y$ , que é descrita na Equação 36. É evidente ressaltar que “ $\rho \text{sen} \theta$ ” trata-se de uma multiplicação de duas variáveis.

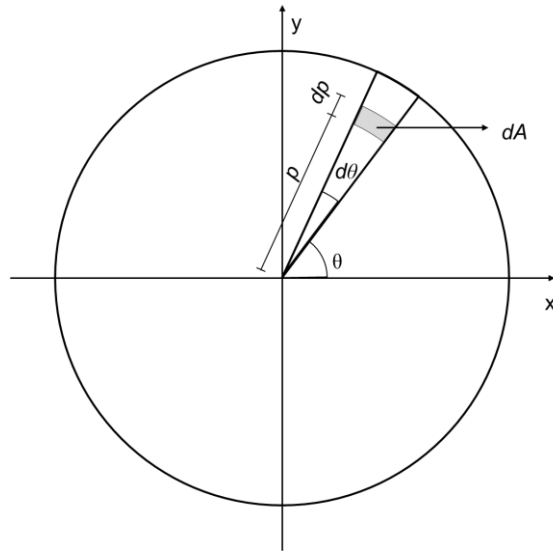


**Figura 9.** Transformação de coordenadas cartesianas em polares

$$y = \rho \text{sen} \theta \quad (36)$$

O diferencial da área “ $dA$ ” é definido como  $\rho d\rho d\theta$  (Equação 37) neste método de integração, essa relação é demonstrada na Figura 10.

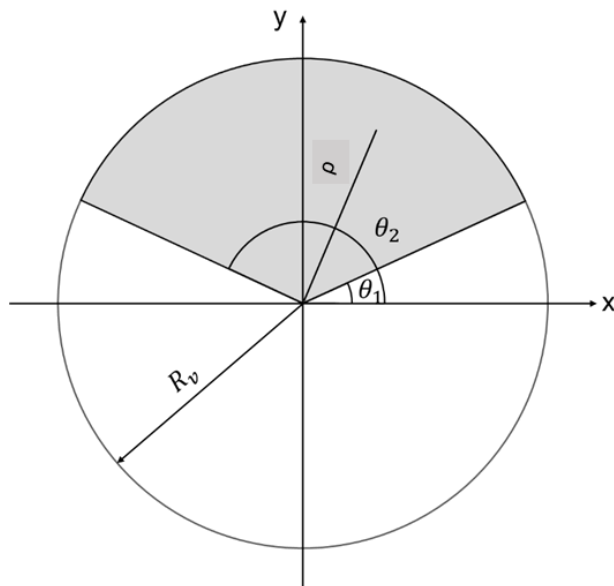
$$dA = \rho d\rho d\theta \quad (37)$$



**Figura 10.** Diferencial da área utilizando coordenadas polares

#### 4.7. Forma de uma rachadura de topo de tora

O formato transversal da madeira rachada assemelha-se a de um setor circular. A Figura 11 representa a extremidade de uma tora com seus eixos propriamente descritos, a área escura representa um setor circular, sua área transversal “ $A_{cg}$ ” pode ser calculada pela Equação 38, este formato será utilizado para representar qualquer rachadura de topo de tora.



**Figura 11.** Delimitações matemáticas de um setor circular

$$A_{sc} = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_0^R \rho d\rho d\theta \quad (38)$$

Devido ao formato não cilíndrico das toras, o valor do raio varia longitudinalmente. Com isso, pode-se calcular a variação utilizando-se da conicidade (Equação 32). O valor do raio em função da posição longitudinal, chamado de raio variável “ $R_v$ ”, foi descrito de duas formas distintas a depender da alocação do eixo longitudinal. Na Equação 39 o eixo foi alocado na extremidade de maior área, na Equação 40 o eixo foi alocado na extremidade de menor área. Para reforçar que “ $\Delta z$ ” são duas variáveis se multiplicando a notação usada foi  $\Delta * z$ .

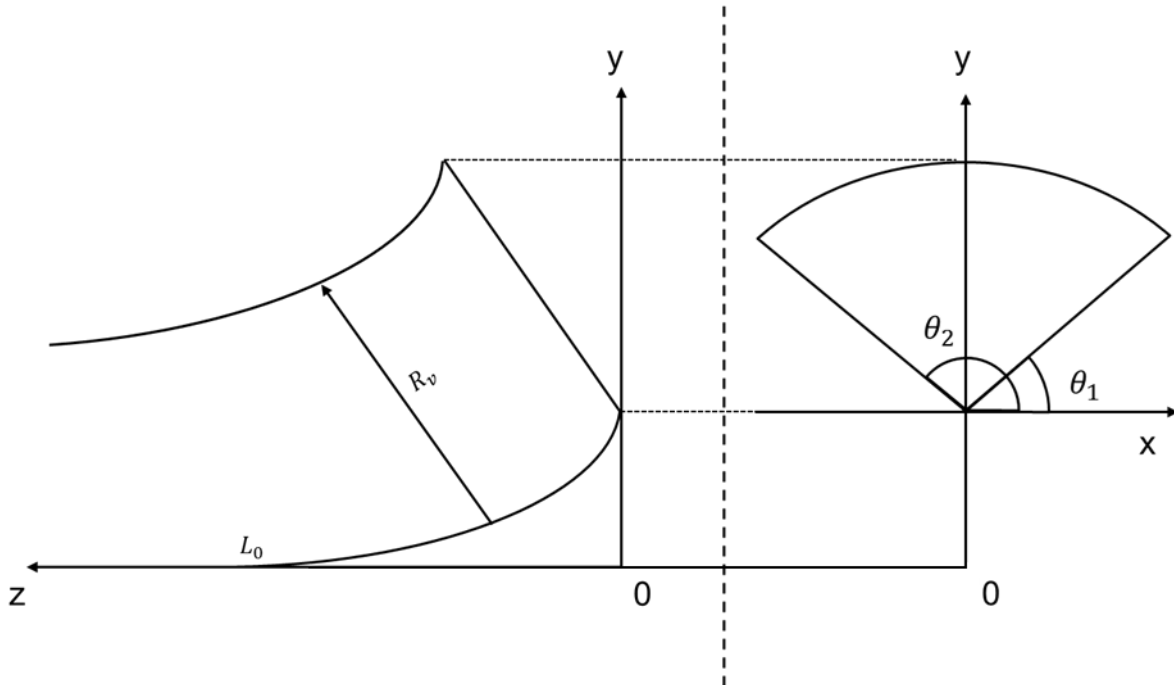
$$R_v = R_M - \Delta * z \quad (39)$$

$$R_v = R_m + \Delta * z \quad (40)$$

De posse das definições e limites desenvolvidos nesta dissertação, é possível descrever matematicamente a forma de qualquer setor circular (Equação 41), diante das especificações já delimitadas.

$$A_{sc} = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_0^{R_v} \rho d\rho d\theta \quad (41)$$

O deslocamento vertical decorrente da rachadura de extremidade de tora é demonstrado na Figura 12. No eixo longitudinal o ponto onde a rachadura encontra o material lenhoso sem deformação foi denominado de  $L_0$ . Em específico,  $L_{0m}$  para a extremidade de menor área e  $L_{0M}$  para a extremidade de maior área.



**Figura 12.** Delimitações matemáticas de um setor circular

## 4.8. Cálculo da variável geométrica e dos esforços solicitantes

Para a realização dos modelos, foi necessário calcular as variáveis físicas, presentes na Equação 5, onde cada modelo teve as suas variáveis calculadas separadamente. Ainda, modelos de distribuição de tensão de crescimento longitudinal foram usados no cálculo do momento fletor.

### 4.8.1. Centro de gravidade do setor circular

O centro de gravidade de um setor circular é calculado substituindo as Equações 36 e 37 na Equação 6. A integral descrita na Equação 42 calcula o centro de gravidade de um setor circular para qualquer posição longitudinal;

$$Y_{cg} = \frac{\int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_0^{R_v} \rho^2 \text{sen}\theta \, d\rho d\theta}{\int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_0^{R_v} \rho \, d\rho d\theta} \rightarrow Y_{cg} = \frac{2R_v(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)}{3(\theta_2 - \theta_1)} \quad (42)$$

Com objetivo de simplificar a visualização e os cálculos do centro de gravidade criou-se a variável  $k_c$  (Equação 43). Sendo assim, o centro de gravidade torna-se uma equação de primeiro grau com coeficiente angular igual a  $k_c$  (Equação 44).

$$k_c = \frac{2(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)}{3(\theta_2 - \theta_1)} \quad (43)$$

$$Y_{cg} = k_c R_v \quad (44)$$

As duas formas do raio variável, bem como as origens dos seus eixos, foram incorporadas na Equação 44, resultando nas Equações 45 e 46.

$$Y_{cg} = k(R_M - \Delta * z) \quad (45)$$

$$Y_{cg} = k[R_m + \Delta * z] \quad (46)$$

### 4.8.2. Momento de inércia do setor circular

O momento de inércia de um setor circular foi calculado substituindo as Equações 36 e 37 na Equação 8. Nesse caso, os limites da integração são os mesmos do centro de gravidade do setor circular calculada anteriormente. A integral descrita na Equação 47 calcula o centro de gravidade de um setor circular para qualquer posição longitudinal.

$$I_x = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_0^{R_v} (\rho \text{sen}\theta - kR_v)^2 \rho \, d\rho d\theta \quad (47)$$

A Equação 48 é o resultado da integração com todas as simplificações possíveis, a qual permite valorar o momento de inércia em qualquer posição longitudinal do tronco.

$$I_x = \frac{R_v^4}{8} \left\{ \left[ \theta_2 - \theta_1 - \frac{\text{sen}(2\theta_2) - \text{sen}(2\theta_1)}{2} \right] + \frac{2k_c(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)}{3} + \frac{k_c^2(\theta_2 - \theta_1)}{2} \right\} \quad (48)$$

A variável  $W$  (Equação 49) foi criada para simplificar cálculos posteriores, sendo assim o momento de inércia torna-se uma equação com apenas duas variáveis (Equação 50).

$$W = \frac{1}{8} \left[ \theta_2 - \theta_1 - \frac{\text{sen}(2\theta_2) - \text{sen}(2\theta_1)}{2} \right] + \frac{2k_c(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)}{3} + \frac{k_c^2(\theta_2 - \theta_1)}{2} \quad (49)$$

$$I_x = R_v^4 W \quad (50)$$

As duas formas do raio variável, bem como as origens dos seus eixos, todos já devidamente definidos, foram incorporadas na Equação 50 resultando nas Equações 51 e 52.

$$I_x = (R_M - \Delta * z)^4 W \quad (51)$$

$$I_x = (R_m + \Delta * z)^4 W \quad (52)$$

### 4.8.3. Momento fletor do setor circular

O momento fletor é calculado a partir da tensão exercida na peça, como demonstrado na Equação 15. Dentro da madeira rachada a tensão não se apresenta de forma constante, como já apresentado na revisão bibliográfica. Sendo assim, foram realizados cinco momentos fletores distintos, um para cada modelo de distribuição de tensão de crescimento longitudinal já apresentados. Cada momento fletor foi calculado separadamente.

### 4.8.4. KUBLER

Incorporando o modelo de KUBLER (Equação 22) na formula do momento fletor genérico, especificado na Equação 15, e aplicando as modificações para o método das coordenadas polares, desenvolvidas nas Equações 36 e 37, foi possível desenvolver uma integral que resulta no momento fletor da madeira rachada para qualquer posição longitudinal do tronco (Equação 53). Essa, possui os mesmos limites de integração apresentados no cálculo do momento de inércia e centro de gravidade.

$$M_x = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_0^{R_v} \sigma_{zp} \left[ 1 + 2\text{Ln} \left( \frac{\rho}{R_v} \right) \right] (\rho \text{sen}\theta - Y_{cg}) \rho d\rho d\theta \quad (53)$$

Realizando a integração e efetuando simplificações, tem-se como resultado a Equação 54, que calcula o momento fletor para qualquer posição longitudinal do tronco.

$$M_x = -\sigma_{zp} \frac{R_v^3 (\cos \theta_2 - \cos \theta_1)}{9} \quad (54)$$

A variável  $Q_k$  (Equação 55) foi criada para simplificar a visualização e os cálculos posteriores. A Equação 56 torna-se uma simples equação com três variáveis.

$$Q_k = -\frac{(\cos \theta_2 - \cos \theta_1)}{9} \quad (55)$$

$$M_x = \sigma_{zp} R_v^3 Q_k \quad (56)$$

As duas formas do raio variável, bem como as origens dos seus eixos, foram incorporadas na Equação 56 resultando nas Equações 57 e 58.

$$M_x = \sigma_{zp} (R_M - \Delta * z)^3 Q_k \quad (57)$$

$$M_x = \sigma_{zp} (R_m + \Delta * z)^3 Q_k \quad (58)$$

#### 4.8.5. GILLIS & HSU

O modelo de GILLIS & HSU possui duas funções distintas para calcular a tensão de crescimento longitudinal em segmentos diferentes do raio (Equações 26 e 27). O momento fletor da madeira rachada então, é a soma algébrica dos momentos fletores dos dois segmentos, resultando assim em duas integrais com diferentes limites de integração, delimitadas pelo raio “a”. A constante “a” do modelo de GILLIS & HSU foi fixada a 10% do raio variável.

Efetuada as modificações da tensão necessárias para adequação a Equação 15, o desenvolvimento segue os mesmos procedimentos para o modelo de KUBLER. Ao final foi possível desenvolver uma integral que resulta no momento fletor da madeira rachada para qualquer posição longitudinal do tronco (Equação 59).

$$M_x = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_0^{0,1R_v} -\sigma_{zp} \left( \frac{R_v}{0,1R_v} \right) \left( 1 - \frac{0,1R_v}{R_v} \right) (\rho \text{sen} \theta - Y_{cg}) p d p d \theta$$

$$+ \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_{0,1R_v}^{R_v} -\sigma_{zp} \left( \frac{R_v}{0,1R_v} \right) \frac{\left[ \frac{0,1R_v - 2 * 0,1R_v + (0,1R_v)^2}{R_v} + \frac{(0,1R_v)^2}{r^2} \right]}{\left( 1 - \frac{0,1R_v}{R_v} \right)} (\rho \text{sen} \theta - Y_{cg}) p d p d \theta \quad (59)$$

A Equação 60 é resultado das integrações e das simplificações, na qual calcula-se o momento fletor para qualquer posição longitudinal do tronco.

$$M_x = \sigma_{zp} R_v^3 (0,306 \cos \theta_1 + 0,006 \cos \theta_2) \quad (60)$$

A variável  $Q_{gh}$  (Equação 61) foi criada para simplificar os cálculos posteriores, sendo assim o momento fletor torna-se uma simples quação com três variáveis (Equação 62).

$$Q_{gh} = (0,306 \cos \theta_1 + 0,006 \cos \theta_2) \quad (61)$$

$$M_x = \sigma_{zp} R_v^3 Q_{gh} \quad (62)$$

As duas formas do raio variável, bem como as origens dos seus eixos já descritos, foram incorporadas na Equação 59 resultando nas Equações 63 e 64.

$$M_x = \sigma_{zp} (R_M - \Delta * z)^3 Q_{gh} \quad (63)$$

$$M_x = \sigma_{zp} (R_m + \Delta * z)^3 Q_{gh} \quad (64)$$

#### 4.8.6. GARCIA

Os dois modelos de distribuição da tensão de crescimento longitudinais de GARCIA também foram usados para calcular o momento fletor da madeira rachada. Apesar dos modelos serem distintos, o processo de cálculo é similar, logo foram realizados juntos nesta seção.

Assim como nos demais momentos fletores, foi realizado as adequações ao método das coordenadas polares (Equações 33 e 34). No que se refere aos limites de integração, foram os mesmos utilizados para o momento de inércia e centro de gravidade da madeira rachada. Os modelos de GARCIA (Equações 28 e 29) foram usados como valor da tensão, sendo assim, substituídos na Equação 15, o que permite desenvolver as integrais que calculam o momento fletor da madeira rachada para qualquer posição longitudinal do tronco. A Equação 65 utiliza o modelo linear e a Equação 66 usa o modelo parabólico.

$$M_x = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_0^{R_v} \sigma_{zp} \left[ -2 + 3 \left( \frac{p}{R_v} \right) \right] (p \cdot \text{sen} \theta - Y_{cg}) p dp d\theta \quad (65)$$

$$M_x = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_0^{R_v} \left[ -\sigma_c + 3(\sigma_c - \sigma_{zp}) \frac{r}{R_v} + (4\sigma_{zp} - 2\sigma_c) \left( \frac{r}{R_v} \right)^2 \right] (p \text{sen} \theta - Y_{cg}) p dp d\theta \quad (66)$$

Realizando as integrações e efetuando simplificações temos como resultados as Equações 64 e 65, que calculam o momento fletor para qualquer posição longitudinal do tronco utilizando o modelo linear e parabólico, Equação 67 e 68 respectivamente.

$$M_x = -\sigma_{zp} \frac{R_v^3 (\cos \theta_2 - \cos \theta_1)}{12} \quad (67)$$

$$M_x = (3\sigma_{zp} + \sigma_c) \frac{R_v^3 2 \cos \theta_1}{60} \quad (68)$$

As simplificações para os cálculos dos momentos fletores foram realizadas através da criação das variáveis  $Q_{gl}$  (Equação 69) para o modelo linear e  $Q_{gp}$  (Equação 70) para o modelo parabólico. As escritas resumidas dos momentos fletores das rachaduras por GARCIA são descritas nas Equações 71 e 72.

$$Q_{gl} = -\frac{(\cos \theta_2 - \cos \theta_1)}{12} \quad (69)$$

$$Q_{gp} = \frac{2 \cos \theta_1}{60} \quad (70)$$

$$M_x = -\sigma_{zp} R_v^3 Q_{gl} \quad (71)$$

$$M_x = -\sigma_{zp} R_v^3 Q_{gl} \quad (72)$$

Para finalizar, as duas formas do raio variável, bem como as origens dos seus eixos, foram incorporadas nas Equações 71 e 72, resultando nas Equações 73 e 74 para o modelo linear e Equações 75 e 76 para o modelo parabólico.

$$M_x = -\sigma_{zp} (R_M - \Delta * z)^3 Q_{gl} \quad (73)$$

$$M_x = -\sigma_{zp} (R_m + \Delta * z)^3 Q_{gl} \quad (74)$$

$$M_x = (3\sigma_{zp} + \sigma_c) (R_M - \Delta * z)^3 Q_{gp} \quad (75)$$

$$M_x = (3\sigma_{zp} + \sigma_c) (R_m + \Delta * z)^3 Q_{gp} \quad (76)$$

#### 4.8.7. Tensão normal a flexão simples

O último momento fletor da madeira rachada foi calculado utilizando a tensão normal a flexão simples em uma viga, Equação 16. Este modelo é mais simplificado, sendo necessário somente as adequações ao método das coordenadas cartesianas, Equações 33 e 34, os limites de integração são os mesmo do centro de gravidade e momento de inércia da madeira rachada. A integral descrita na Equação 77 calcula o momento fletor de uma rachadura para a tensão normal a flexão simples.

$$M_n = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_0^{R_v} \frac{\sigma_{zp} I_x}{(p \operatorname{sen} \theta - y_{cg})} p dp d\theta \quad (77)$$

Tem-se como resultado da integração a Equação 78, que calcula o momento fletor para qualquer posição longitudinal do tronco.

$$M_x = \sigma_{zp} R_v^3 \frac{W}{(1-k_c)} \quad (78)$$



A variável  $Q_n$  (Equação 79) foi desenvolvida para facilitar os cálculos seguintes. O momento fletor da madeira rachada utilizando a tensão normal a flexão simples torna-se a Equação 80.

$$Q_n = \frac{W}{(1-k_c)} \quad (79)$$

$$M_x = \sigma_{zp} R_v^3 Q_n \quad (80)$$

Adicionando as formas do raio variável a Equação 80 resulta nas Equações 81 e 82.

$$M_x = \sigma_{zp} Q_n (R_m + \Delta * z)^3 \quad (81)$$

$$M_x = \sigma_{zp} Q_n (R_M - \Delta * z)^3 \quad (82)$$

#### 4.9. Linha elástica do setor circular

Cada momento fletor distinto (Equações 56, 62, 71, 72 e 80) resultou em uma equação diferencial da linha elástica da madeira rachadura. O resultado é visível nas Equações 83, 84, 85, 86 e 87.

$$\frac{d^2 y}{dz^2} = \frac{\sigma_{zp} R_v^3 Q_k}{E_z R_v^4 W} \quad (83)$$

$$\frac{d^2 y}{dz^2} = \frac{\sigma_{zp} R_v^3 Q_{gh}}{E_z R_v^4 W} \quad (84)$$

$$\frac{d^2 y}{dz^2} = \frac{\sigma_{zp} R_v^3 Q_{gl}}{E_z R_v^4 W} \quad (85)$$

$$\frac{d^2 y}{dz^2} = \frac{(3\sigma_{zp} + \sigma_c) R_v^3 Q_{gp}}{E_z R_v^4 W} \quad (86)$$

$$\frac{d^2 y}{dz^2} = \frac{\sigma_{zp} R_v^3 Q_n}{E_z R_v^4 W} \quad (87)$$

Realizando simplificações, aplicando a lei de HOOKE e desenvolvendo o raio variável, foi possível desenvolver dez equações diferenciais da linha elásticas para a madeira rachada (Equações 88 a 97), dois para cada modelo de distribuição de tensão de crescimento e cinco para cada realocação do eixo longitudinal.

$$\frac{d^2 y}{dz^2} = \epsilon_{zp} \frac{Q_k}{W} \left[ \frac{1}{(R_m + \Delta * z)} \right] \quad (88)$$

$$\frac{d^2 y}{dz^2} = \epsilon_{zp} \frac{Q_k}{W} \left[ \frac{1}{(R_M - \Delta * z)} \right] \quad (89)$$

$$\frac{d^2y}{dz^2} = \varepsilon_{zp} \frac{Q_{gh}}{W} \left[ \frac{1}{(R_m + \Delta * z)} \right] \quad (90)$$

$$\frac{d^2y}{dz^2} = \varepsilon_{zp} \frac{Q_{gh}}{W} \left[ \frac{1}{(R_M - \Delta * z)} \right] \quad (91)$$

$$\frac{d^2y}{dz^2} = \varepsilon_{zp} \frac{Q_{gl}}{W} \left[ \frac{1}{(R_m + \Delta * z)} \right] \quad (92)$$

$$\frac{d^2y}{dz^2} = \varepsilon_{zp} \frac{Q_{gl}}{W} \left[ \frac{1}{(R_M - \Delta * z)} \right] \quad (93)$$

$$\frac{d^2y}{dz^2} = (3\varepsilon_{zp} + \varepsilon_c) \frac{Q_{gp}}{W} \left[ \frac{1}{(R_m + \Delta * z)} \right] \quad (94)$$

$$\frac{d^2y}{dz^2} = (3\varepsilon_{zp} + \varepsilon_c) \frac{Q_{gp}}{W} \left[ \frac{1}{(R_M - \Delta * z)} \right] \quad (95)$$

$$\frac{d^2y}{dz^2} = \varepsilon_{zp} \frac{Q_n}{W} \left[ \frac{1}{(R_m + \Delta * z)} \right] \quad (96)$$

$$\frac{d^2y}{dz^2} = \varepsilon_{zp} \frac{Q_n}{W} \left[ \frac{1}{(R_M - \Delta * z)} \right] \quad (97)$$

As distintas configurações da equação diferencial da linha elástica da madeira rachadura foram integradas em  $z$  por integração indefinida, o que adiciona constantes de integração do tipo “C”, os valores exatos dessas constantes foram calculados posteriormente. Os resultados das integrações são demonstrados nas Equações 98 a 107, é observável que essas equações são as primeiras derivadas das elásticas correspondente de cada modelo.

$$\frac{d^2y}{dz^2} = \int \varepsilon_{zp} \frac{Q_k}{W} \left[ \frac{1}{(R_m + \Delta * z)} \right] dz \rightarrow \frac{dy}{dz} = \varepsilon_{zp} \frac{Q_k}{W\Delta} [C_1 + \ln(R_m + \Delta * z)] \quad (98)$$

$$\frac{d^2y}{dz^2} = \int \varepsilon_{zp} \frac{Q_k}{W} \left[ \frac{1}{(R_M - \Delta * z)} \right] dz \rightarrow \frac{dy}{dz} = \varepsilon_{zp} \frac{Q_k}{W\Delta} [C_2 - \ln(R_M - \Delta * z)] \quad (99)$$

$$\frac{d^2y}{dz^2} = \int \varepsilon_{zp} \frac{Q_{gh}}{W} \left[ \frac{1}{(R_m + \Delta * z)} \right] dz \rightarrow \frac{dy}{dz} = \varepsilon_{zp} \frac{Q_{gh}}{W\Delta} [C_3 + \ln(R_m + \Delta * z)] \quad (100)$$

$$\frac{d^2y}{dz^2} = \int \varepsilon_{zp} \frac{Q_{gh}}{W} \left[ \frac{1}{(R_M - \Delta * z)} \right] dz \rightarrow \frac{dy}{dz} = \varepsilon_{zp} \frac{Q_{gh}}{W\Delta} [C_4 - \ln(R_M - \Delta * z)] \quad (101)$$

$$\frac{d^2y}{dz^2} = \int \varepsilon_{zp} \frac{Q_{gl}}{W} \left[ \frac{1}{(R_m + \Delta * z)} \right] dz \rightarrow \frac{dy}{dz} = \varepsilon_{zp} \frac{Q_{gl}}{W\Delta} [C_5 + \ln(R_m + \Delta * z)] \quad (102)$$

$$\frac{d^2y}{dz^2} = \int \varepsilon_{zp} \frac{Q_{gl}}{W} \left[ \frac{1}{(R_M - \Delta * z)} \right] dz \rightarrow \frac{dy}{dz} = \varepsilon_{zp} \frac{Q_{gl}}{W\Delta} [C_6 - \ln(R_M - \Delta * z)] \quad (103)$$

$$\frac{d^2y}{dz^2} = \int \varepsilon_{zp} \frac{Q_{gp}}{W} \left[ \frac{1}{(R_m + \Delta * z)} \right] dz \rightarrow \frac{dy}{dz} = (3\varepsilon_{zp} + \varepsilon_c) \frac{Q_{gp}}{W\Delta} [C_7 + \ln(R_m + \Delta * z)] \quad (104)$$

$$\frac{d^2y}{dz^2} = \int \varepsilon_{zp} \frac{Q_{gp}}{W} \left[ \frac{1}{(R_M - \Delta * z)} \right] dz \rightarrow \frac{dy}{dz} = (3\varepsilon_{zp} + \varepsilon_c) \frac{Q_{gp}}{W\Delta} [C_8 - \ln(R_M - \Delta * z)] \quad (105)$$

$$\frac{d^2y}{dz^2} = \int \varepsilon_{zp} \frac{Q_n}{W} \left[ \frac{1}{(R_m + \Delta * z)} \right] dz \rightarrow \frac{dy}{dz} = \varepsilon_{zp} \frac{Q_n}{W\Delta} [C_9 + \ln(R_m + \Delta * z)] \quad (106)$$

$$\frac{d^2y}{dz^2} = \int \varepsilon_{zp} \frac{Q_n}{W} \left[ \frac{1}{(R_M - \Delta * z)} \right] dz \rightarrow \frac{dy}{dz} = \varepsilon_{zp} \frac{Q_n}{W\Delta} [C_{10} - \ln(R_M - \Delta * z)] \quad (107)$$

Foi realizado mais uma integração indefinida em z, resultando na elástica da madeira rachada para as condições pré-estabelecidas (Equações 108 A 117). Outras variáveis de integração do tipo “C” foram adicionadas.

$$\frac{dy}{dz} = \int \varepsilon_{zp} \frac{Q_k}{W\Delta} [C_1 + \ln(R_m + \Delta * z)] dz \rightarrow y = \frac{Q_k \varepsilon_{zp}}{W\Delta} \left[ zC_1 + \frac{(R_m + \Delta * z) \ln(R_m + \Delta * z) - \Delta * z}{\Delta} + C_{11} \right] \quad (108)$$

$$\frac{dy}{dz} = \int \varepsilon_{zp} \frac{Q_k}{W\Delta} [C_2 - \ln(R_M - \Delta * z)] dz \rightarrow y = \frac{Q_k \varepsilon_{zp}}{W\Delta} \left[ zC_2 + \frac{(R_M - \Delta * z) \ln(R_M - \Delta * z) + \Delta * z}{\Delta} + C_{12} \right] \quad (109)$$

$$\frac{dy}{dz} = \int \varepsilon_{zp} \frac{Q_{gh}}{W\Delta} [C_3 + \ln(R_m + \Delta * z)] dz \rightarrow y = \frac{Q_{gh} \varepsilon_{zp}}{W\Delta} \left[ zC_3 + \frac{(R_m + \Delta * z) \ln(R_m + \Delta * z) - \Delta * z}{\Delta} + C_{13} \right] \quad (110)$$

$$\frac{dy}{dz} = \int \varepsilon_{zp} \frac{Q_{gh}}{W\Delta} [C_4 - \ln(R_M - \Delta * z)] dz \rightarrow y = \frac{Q_{gh} \varepsilon_{zp}}{W\Delta} \left[ zC_4 + \frac{(R_M - \Delta * z) \ln(R_M - \Delta * z) + \Delta * z}{\Delta} + C_{14} \right] \quad (111)$$

$$\frac{dy}{dz} = \int \varepsilon_{zp} \frac{Q_{gl}}{W\Delta} [C_5 + \ln(R_m + \Delta * z)] dz \rightarrow y = \frac{Q_{gl} \varepsilon_{zp}}{W\Delta} \left[ zC_5 + \frac{(R_m + \Delta * z) \ln(R_m + \Delta * z) - \Delta * z}{\Delta} + C_{15} \right] \quad (112)$$

$$\frac{dy}{dz} = \int (3\varepsilon_{zp} + \varepsilon_c) \frac{Q_{gl}}{W\Delta} [C_6 - \ln(R_M - \Delta * z)] dz \rightarrow y = \frac{Q_{gl}(3\varepsilon_{zp} + \varepsilon_c)}{W\Delta} \left[ zC_6 + \frac{(R_M - \Delta * z) \ln(R_M - \Delta * z) + \Delta * z}{\Delta} + C_{16} \right] \quad (113)$$

$$\frac{dy}{dz} = \int (3\varepsilon_{zp} + \varepsilon_c) \frac{Q_{gp}}{W\Delta} [C_7 + \ln(R_m + \Delta * z)] dz \rightarrow y = \frac{Q_{gp}(3\varepsilon_{zp} + \varepsilon_c)}{W\Delta} \left[ zC_7 + \frac{(R_m + \Delta * z) \ln(R_m + \Delta * z) - \Delta * z}{\Delta} + C_{17} \right] \quad (114)$$

$$\frac{dy}{dz} = \int \varepsilon_{zp} \frac{Q_{gp}}{W\Delta} [C_8 - \ln(R_M - \Delta * z)] dz \rightarrow y = \frac{Q_{gp} \varepsilon_{zp}}{W\Delta} \left[ zC_8 + \frac{(R_M - \Delta * z) \ln(R_M - \Delta * z) + \Delta * z}{\Delta} + C_{18} \right] \quad (115)$$

$$\frac{dy}{dz} = \int \varepsilon_{zp} \frac{Q_n}{W\Delta} [C_9 + \ln(R_m + \Delta * z)] dz \rightarrow y = \frac{Q_n \varepsilon_{zp}}{W\Delta} \left[ zC_9 + \frac{(R_m + \Delta * z) \ln(R_m + \Delta * z) - \Delta * z}{\Delta} + C_{19} \right] \quad (116)$$

$$\frac{dy}{dz} = \int \varepsilon_{zp} \frac{Q_n}{W\Delta} [C_{10} - \ln(R_M - \Delta * z)] dz \rightarrow y = \frac{Q_n \varepsilon_{zp}}{W\Delta} \left[ zC_{10} + \frac{(R_M - \Delta * z) \ln(R_M - \Delta * z) + \Delta * z}{\Delta} + C_{20} \right] \quad (117)$$

#### 4.10. Modelo de perfil das rachaduras de extremidade de tora

O desenvolvimento dos modelos de perfil das rachaduras de extremidade de tora foi realizado separadamente para cada extremidade da tora. A Figura 13 demonstra um corte longitudinal de uma tora com rachaduras em suas extremidades, o deslocamento vertical das rachaduras localizadas na extremidade de maior área é denominado  $Ab_M$  e  $Ab_m$  para as localizadas na extremidade de menor área. As rachaduras adentram na tora até um certo ponto, para a extremidade maior esse ponto é denominado  $L_{oM}$  e  $L_{om}$  para a extremidade menor.

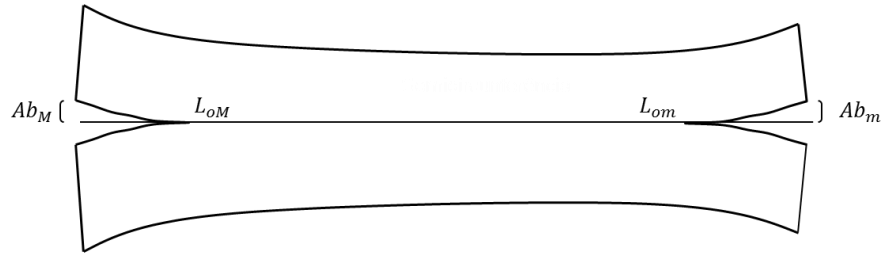


Figura 13. Corte longitudinal de uma tora com rachaduras em suas extremidades

##### 4.10.1. Extremidade menor

As Equações 108, 110, 112, 114 e 116 descrevem a elástica de uma tora com eixo longitudinal iniciando-se na extremidade de menor área, essas equações foram usadas para descrever o deslocamento vertical do setor circular da extremidade de menor área, logo é necessário calcular as constantes de integração do tipo “C”. Substituindo os valores  $y$  e  $z$  por  $Ab_m$  e zero respectivamente, é possível especificar o valor das constantes  $C_{11}$ ,  $C_{13}$ ,  $C_{15}$ ,  $C_{17}$  e  $C_{19}$  (Equações 118, 119, 120, 121 e 122).

$$Ab_m = \frac{Q_k \varepsilon_{zp}}{W \Delta} \left( \frac{R_m \ln R_m}{\Delta} + C_{11} \right) \rightarrow Ab_m \frac{W \Delta}{Q_k \varepsilon_{zp}} = \frac{R_m \ln R_m}{\Delta} + C_{11}$$

$$C_{11} = Ab_m \frac{W \Delta}{Q_k \varepsilon_{zp}} - \frac{R_m \ln R_m}{\Delta} \quad (118)$$

$$Ab_m = \frac{Q_{gh} \varepsilon_{zp}}{W \Delta} \left( \frac{R_m \ln R_m}{\Delta} + C_{13} \right) \rightarrow Ab_m \frac{W \Delta}{Q_{gh} \varepsilon_{zp}} = \frac{R_m \ln R_m}{\Delta} + C_{13}$$

$$C_{13} = Ab_m \frac{W \Delta}{Q_{gh} \varepsilon_{zp}} - \frac{R_m \ln R_m}{\Delta} \quad (119)$$

$$Ab_m = \frac{Q_{gl} \varepsilon_{zp}}{W \Delta} \left( \frac{R_m \ln R_m}{\Delta} + C_{15} \right) \rightarrow Ab_m \frac{W \Delta}{Q_{gl} \varepsilon_{zp}} = \frac{R_m \ln R_m}{\Delta} + C_{15}$$

$$C_{15} = Ab_m \frac{W \Delta}{Q_{gl} \varepsilon_{zp}} - \frac{R_m \ln R_m}{\Delta} \quad (120)$$

$$Ab_m = \frac{Q_{gp}(3\varepsilon_{zp} + \varepsilon_c)}{W\Delta} \left( \frac{R_m \ln R_m}{\Delta} + C_{17} \right) \rightarrow Ab_m \frac{W\Delta}{Q_{gp}(3\varepsilon_{zp} + \varepsilon_c)} = \frac{R_m \ln R_m}{\Delta} + C_{17}$$

$$C_{17} = Ab_m \frac{W\Delta}{Q_{gp}(3\varepsilon_{zp} + \varepsilon_c)} - \frac{R_m \ln R_m}{\Delta} \quad (121)$$

$$Ab_m = \frac{Q_n \varepsilon_{zp}}{W\Delta} \left( \frac{R_m \ln R_m}{\Delta} + C_{19} \right) \rightarrow Ab_m \frac{W\Delta}{Q_n \varepsilon_{zp}} = \frac{R_m \ln R_m}{\Delta} + C_{19}$$

$$C_{19} = Ab_m \frac{W\Delta}{Q_n \varepsilon_{zp}} - \frac{R_m \ln R_m}{\Delta} \quad (122)$$

As demais constantes “C” foram calculadas utilizando as primeiras derivadas das elásticas (Equação 98, 100, 102, 104 e 106). No ponto  $L_{0m}$  a primeira derivada possui valor zero, sendo assim as constantes são demonstradas nas Equações 123, 124, 125, 126 e 127. As cinco constantes apresentam o mesmo valor, independente do modelo de distribuição de tensão de crescimento longitudinal.

$$0 = \varepsilon_{zp} \frac{Q_k}{W\Delta} [C_1 + \ln(R_m + \Delta L_{0m})] \rightarrow C_1 = -\ln(R_m + \Delta L_{0m}) \quad (123)$$

$$0 = \varepsilon_{zp} \frac{Q_{GH}}{W\Delta} [C_3 + \ln(R_m + \Delta L_{0m})] \rightarrow C_3 = -\ln(R_m + \Delta L_{0m}) \quad (124)$$

$$0 = \varepsilon_{zp} \frac{Q_{gl}}{W\Delta} [C_5 + \ln(R_m + \Delta L_{0m})] \rightarrow C_5 = -\ln(R_m + \Delta L_{0m}) \quad (125)$$

$$0 = (3\varepsilon_{zp} + \varepsilon_c) \frac{Q_{gp}}{W\Delta} [C_7 + \ln(R_m + \Delta L_{0m})] \rightarrow C_7 = -\ln(R_m + \Delta L_{0m}) \quad (126)$$

$$0 = \varepsilon_{zp} \frac{Q_n}{W\Delta} [C_9 + \ln(R_m + \Delta L_{0m})] \rightarrow C_9 = -\ln(R_m + \Delta L_{0m}) \quad (127)$$

É necessário calcular  $L_{0m}$  para prosseguir os cálculos. Para isso, as constantes de integração foram substituídas nas respectivas elásticas, foram desenvolvidas cinco equações modelo que calculam  $L_{0m}$  para a extremidade de menor área (Equações 128, 129, 130, 131 e 132) que foram baseadas, respectivamente, nas distribuições de tensão de KUBLER, GILLIS & HSU, GARCIA (linear), GARCIA (parabólico) e na tensão normal a flexão simples. O cálculo é bem complexo para ser realizado manualmente, porém é de fácil realização utilizando-se do Excel, em específico, a partir da ferramenta atingir meta.

$$0 = \frac{Q_k \varepsilon_{zp}}{W\Delta} \left[ \frac{(R_m + \Delta L_{0m}) \ln(R_m + \Delta L_{0m}) - \Delta L_{0m}}{\Delta} - L_{0m} \ln(R_m + \Delta L_{m0}) + \frac{Ab_m W\Delta}{Q_k \varepsilon_{zp}} - \frac{R_m \ln R_m}{\Delta} \right] \quad (128)$$

$$0 = \frac{Q_{gh} \varepsilon_{zp}}{W\Delta} \left[ \frac{(R_m + \Delta L_{0m}) \ln(R_m + \Delta L_{0m}) - \Delta L_{0m}}{\Delta} - L_{0m} \ln(R_m + \Delta L_{m0}) + \frac{Ab_m W\Delta}{Q_{gh} \varepsilon_{zp}} - \frac{R_m \ln R_m}{\Delta} \right] \quad (129)$$

$$0 = \frac{Q_{gl} \varepsilon_{zp}}{W\Delta} \left[ \frac{(R_m + \Delta L_{0m}) \ln(R_m + \Delta L_{0m}) - \Delta L_{0m}}{\Delta} - L_{0m} \ln(R_m + \Delta L_{m0}) + \frac{Ab_m W\Delta}{Q_{gl} \varepsilon_{zp}} - \frac{R_m \ln R_m}{\Delta} \right] \quad (130)$$

$$0 = \frac{Q_{gp}(3\varepsilon_{zp} + \varepsilon_c)}{W\Delta} \left[ \frac{(R_m + \Delta L_{0m}) \ln(R_m + \Delta L_{0m}) - \Delta L_{0m}}{\Delta} - L_{0m} \ln(R_m + \Delta L_{m0}) + \frac{Ab_m W \Delta}{Q_{GP}(3\varepsilon_{zp} + \varepsilon_c)} - \frac{R_m \ln R_m}{\Delta} \right] \quad (131)$$

$$0 = \frac{Q_n \varepsilon_{zp}}{W\Delta} \left[ \frac{(R_m + \Delta L_{0m}) \ln(R_m + \Delta L_{0m}) - \Delta L_{0m}}{\Delta} - L_{0m} \ln(R_m + \Delta L_{m0}) + \frac{Ab_m W \Delta}{Q_n \varepsilon_{zp}} - \frac{R_m \ln R_m}{\Delta} \right] \quad (132)$$

Cada distribuição de tensão resultou num modelo de perfil das rachaduras de extremidade menor da tora. As Equações 133 e 137 representam, respectivamente, os modelos de KUBLER, GILLIS & HSU, GARCIA (linear), GARCIA (parabólico) e na tensão normal a flexão simples.

$$y = \frac{Q_k \varepsilon_{zp}}{W\Delta} \left[ \frac{(R_m + \Delta z) \ln(R_m + \Delta z) - \Delta z}{\Delta} - z \ln(R_m + \Delta L_{m0}) + \frac{Ab_m W \Delta}{Q_k \varepsilon_{zp}} - \frac{R_m \ln R_m}{\Delta} \right] \quad (133)$$

$$y = \frac{Q_{gh} \varepsilon_{zp}}{W\Delta} \left[ \frac{(R_m + \Delta z) \ln(R_m + \Delta z) - \Delta z}{\Delta} - z \ln(R_m + \Delta L_{m0}) + \frac{Ab_m W \Delta}{Q_{gh} \varepsilon_{zp}} - \frac{R_m \ln R_m}{\Delta} \right] \quad (134)$$

$$y = \frac{Q_{gl} \varepsilon_{zp}}{W\Delta} \left[ \frac{(R_m + \Delta z) \ln(R_m + \Delta z) - \Delta z}{\Delta} - z \ln(R_m + \Delta L_{m0}) + \frac{Ab_m W \Delta}{Q_{gl} \varepsilon_{zp}} - \frac{R_m \ln R_m}{\Delta} \right] \quad (135)$$

$$y = \frac{Q_{gp}(3\varepsilon_{zp} + \varepsilon_c)}{W\Delta} \left[ \frac{(R_m + \Delta z) \ln(R_m + \Delta z) - \Delta z}{\Delta} - z \ln(R_m + \Delta L_{m0}) + \frac{Ab_m W \Delta}{Q_{GP}(3\varepsilon_{zp} + \varepsilon_c)} - \frac{R_m \ln R_m}{\Delta} \right] \quad (136)$$

$$y = \frac{Q_n \varepsilon_{zp}}{W\Delta} \left[ \frac{(R_m + \Delta z) \ln(R_m + \Delta z) - \Delta z}{\Delta} - z \ln(R_m + \Delta L_{m0}) + \frac{Ab_m W \Delta}{Q_n \varepsilon_{zp}} - \frac{R_m \ln R_m}{\Delta} \right] \quad (137)$$

#### 4.10.2. Extremidade maior

O mesmo processo de cálculo foi realizado para o modelo de perfil das rachaduras para a extremidade maior. As Equações 109, 111, 113, 115 e 117 descrevem a elástica de uma tora com eixo longitudinal iniciando-se na extremidade de menor área, essas equações foram usadas para descrever o deslocamento vertical do setor circular da extremidade de menor área, logo é necessário calcular as constantes de integração do tipo C. Substituindo os valores y e z por  $Ab_M$  e zero respectivamente, possibilitando especificar o valor das constantes  $C_{12}$ ,  $C_{14}$ ,  $C_{16}$ ,  $C_{18}$  e  $C_{20}$  (Equações 138 e 142).

$$Ab_M = \frac{Q_k \varepsilon_{zp}}{W\Delta} \left( \frac{R_M \ln R_M}{\Delta} + C_{12} \right) \rightarrow Ab_M \frac{W\Delta}{Q_k \varepsilon_{zp}} + \frac{R_M \ln R_M}{\Delta} + C_{12}$$

$$C_{12} = Ab_M \frac{W\Delta}{Q_k \varepsilon_{zp}} - \frac{R_M \ln R_M}{\Delta} \quad (138)$$

$$Ab_M = \frac{Q_{gh} \varepsilon_{zp}}{W\Delta} \left( \frac{R_M \ln R_M}{\Delta} + C_{14} \right) \rightarrow Ab_M \frac{W\Delta}{Q_{gh} \varepsilon_{zp}} + \frac{R_M \ln R_M}{\Delta} + C_{14}$$

$$C_{14} = Ab_M \frac{W\Delta}{Q_{gh} \varepsilon_{zp}} - \frac{R_M \ln R_M}{\Delta} \quad (139)$$

$$Ab_M = \frac{Q_{gl}\varepsilon_{zp}}{W\Delta} \left( \frac{R_M \ln R_M}{\Delta} + C_{16} \right) \rightarrow Ab_M \frac{W\Delta}{Q_{gl}\varepsilon_{zp}} + \frac{R_M \ln R_M}{\Delta} + C_{16}$$

$$C_{16} = Ab_M \frac{W\Delta}{Q_{gl}\varepsilon_{zp}} - \frac{R_M \ln R_M}{\Delta} \quad (140)$$

$$Ab_M = \frac{Q_{gp}(3\varepsilon_{zp} + \varepsilon_c)}{W\Delta} \left( \frac{R_M \ln R_M}{\Delta} + C_{18} \right) \rightarrow Ab_M \frac{W\Delta}{Q_{gp}(3\varepsilon_{zp} + \varepsilon_c)} + \frac{R_M \ln R_M}{\Delta} + C_{18}$$

$$C_{18} = Ab_M \frac{W\Delta}{Q_{gp}(3\varepsilon_{zp} + \varepsilon_c)} - \frac{R_M \ln R_M}{\Delta} \quad (141)$$

$$Ab_M = \frac{Q_n \varepsilon_{zp}}{W\Delta} \left( \frac{R_M \ln R_M}{\Delta} + C_{20} \right) \rightarrow Ab_M \frac{W\Delta}{Q_n \varepsilon_{zp}} + \frac{R_M \ln R_M}{\Delta} + C_{20}$$

$$C_{20} = Ab_M \frac{W\Delta}{Q_n \varepsilon_{zp}} - \frac{R_M \ln R_M}{\Delta} \quad (142)$$

As demais constantes,  $C_2$ ,  $C_4$ ,  $C_6$ ,  $C_8$  e  $C_{10}$  foram calculadas utilizando a primeira derivada das elásticas (Equações 99, 101, 103, 105 e 107). No ponto  $L_{0M}$  a primeira derivada possui valor zero, sendo assim as constantes são calculadas nas Equações 143 a 147. As cinco constantes apresentam o mesmo valor.

$$0 = \varepsilon_{zp} \frac{Q_k}{W\Delta} [C_2 - \ln(R_M - \Delta z)] \rightarrow 0 = C_2 - \ln(R_M - \Delta L_0)$$

$$C_2 = \ln(R_M - \Delta L_0) \quad (143)$$

$$0 = \varepsilon_{zp} \frac{Q_{gh}}{W\Delta} [C_4 - \ln(R_M - \Delta z)] \rightarrow 0 = C_4 - \ln(R_M - \Delta L_0)$$

$$C_4 = \ln(R_M - \Delta L_0) \quad (144)$$

$$0 = \varepsilon_{zp} \frac{Q_{gl}}{W\Delta} [C_6 - \ln(R_M - \Delta z)] \rightarrow 0 = C_6 - \ln(R_M - \Delta L_0)$$

$$C_6 = \ln(R_M - \Delta L_0) \quad (145)$$

$$0 = (3\varepsilon_{zp} + \varepsilon_c) \frac{Q_{gp}}{W\Delta} [C_8 - \ln(R_M - \Delta z)] \rightarrow 0 = C_8 - \ln(R_M - \Delta L_0)$$

$$C_8 = \ln(R_M - \Delta L_0) \quad (146)$$

$$0 = \varepsilon_{zp} \frac{Q_n}{W\Delta} [C_{10} - \ln(R_M - \Delta z)] \rightarrow 0 = C_{10} - \ln(R_M - \Delta L_0)$$

$$C_{10} = \ln(R_M - \Delta L_0) \quad (147)$$

Foram substituídas as constantes de integração nas respectivas elásticas, logo foi possível desenvolver as equações modelo que calculam  $L_{0M}$  (Equações 148, 149, 150, 151 e 152) que foram baseadas, respectivamente, nas distribuições de tensão de KUBLER, GILLIS & HSU, GARCIA (linear), GARCIA (parabólico) e na tensão normal a flexão simples. Assim como nos modelos para a extremidade de menor área, o cálculo é bem complexo e para realizá-lo de forma fácil pode-se utilizar a função atingir meta do Excel.

$$0 = \frac{Q_k \varepsilon_{zp}}{W \Delta} \left[ \frac{(R_M - \Delta L_{0M}) \ln(R_M - \Delta L_{0M}) + \Delta L_{0M}}{\Delta} + L_{0M} \ln(R_M - \Delta L_{M0}) + \frac{Ab_M W \Delta}{Q_k \varepsilon_{zp}} - \frac{R_M \ln M}{\Delta} \right] \quad (148)$$

$$0 = \frac{Q_{gh} \varepsilon_{zp}}{W \Delta} \left[ \frac{(R_M - \Delta L_{0M}) \ln(R_M - \Delta L_{0M}) + \Delta L_{0M}}{\Delta} + L_{0M} \ln(R_M - \Delta L_{M0}) + \frac{Ab_M W \Delta}{Q_{gh} \varepsilon_{zp}} - \frac{R_M \ln M}{\Delta} \right] \quad (149)$$

$$0 = \frac{Q_{gl} \varepsilon_{zp}}{W \Delta} \left[ \frac{(R_M - \Delta L_{0M}) \ln(R_M - \Delta L_{0M}) + \Delta L_{0M}}{\Delta} + L_{0M} \ln(R_M - \Delta L_{M0}) + \frac{Ab_M W \Delta}{Q_{gl} \varepsilon_{zp}} - \frac{R_M \ln M}{\Delta} \right] \quad (150)$$

$$0 = \frac{Q_{gp}(3\varepsilon_{zp} + \varepsilon_c)}{W \Delta} \left[ \frac{(R_M - \Delta L_{0M}) \ln(R_M - \Delta L_{0M}) + \Delta L_{0M}}{\Delta} + L_{0M} \ln(R_M - \Delta L_{M0}) + \frac{Ab_M W \Delta}{Q_{gp}(3\varepsilon_{zp} + \varepsilon_c)} - \frac{R_M \ln M}{\Delta} \right] \quad (151)$$

$$0 = \frac{Q_n \varepsilon_{zp}}{W \Delta} \left[ \frac{(R_M - \Delta L_{0M}) \ln(R_M - \Delta L_{0M}) + \Delta L_{0M}}{\Delta} + L_{0M} \ln(R_M - \Delta L_{M0}) + \frac{Ab_M W \Delta}{Q_n \varepsilon_{zp}} - \frac{R_M \ln M}{\Delta} \right] \quad (152)$$

Cada distribuição de tensão resultou num modelo de perfil das rachaduras da extremidade maior. As Equações 153 e 157 representam, respectivamente, os modelos de KUBLER, GILLIS & HSU, GARCIA (linear), GARCIA (parabólico) e na tensão normal a flexão simples.

$$y = \frac{Q_k \varepsilon_{zp}}{W \Delta} \left[ \frac{(R_M - \Delta z) \ln(R_M - \Delta z) + \Delta z}{\Delta} + z \ln(R_M - \Delta L_{M0}) + \frac{Ab_M W \Delta}{Q_k \varepsilon_{zp}} - \frac{R_M \ln M}{\Delta} \right] \quad (153)$$

$$y = \frac{Q_{gh} \varepsilon_{zp}}{W \Delta} \left[ \frac{(R_M - \Delta z) \ln(R_M - \Delta z) + \Delta z}{\Delta} + z \ln(R_M - \Delta L_{M0}) + \frac{Ab_M W \Delta}{Q_{gh} \varepsilon_{zp}} - \frac{R_M \ln M}{\Delta} \right] \quad (154)$$

$$y = \frac{Q_{gl} \varepsilon_{zp}}{W \Delta} \left[ \frac{(R_M - \Delta z) \ln(R_M - \Delta z) + \Delta z}{\Delta} + z \ln(R_M - \Delta L_{M0}) + \frac{Ab_M W \Delta}{Q_{gl} \varepsilon_{zp}} - \frac{R_M \ln M}{\Delta} \right] \quad (155)$$

$$y = \frac{Q_{gp}(3\varepsilon_{zp} + \varepsilon_c)}{W \Delta} \left[ \frac{(R_M - \Delta z) \ln(R_M - \Delta z) + \Delta z}{\Delta} + z \ln(R_M - \Delta L_{M0}) + \frac{Ab_M W \Delta}{Q_{gp}(3\varepsilon_{zp} + \varepsilon_c)} - \frac{R_M \ln M}{\Delta} \right] \quad (156)$$

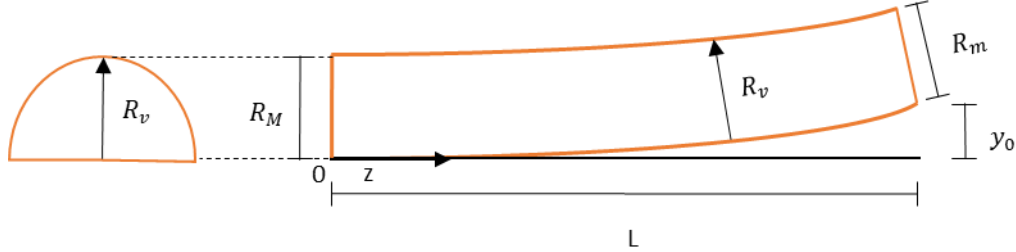
$$y = \frac{Q_n \varepsilon_{zp}}{W \Delta} \left[ \frac{(R_M - \Delta z) \ln(R_M - \Delta z) + \Delta z}{\Delta} + z \ln(R_M - \Delta L_{M0}) + \frac{Ab_M W \Delta}{Q_n \varepsilon_{zp}} - \frac{R_M \ln M}{\Delta} \right] \quad (157)$$

#### 4.11. Modelos de Flecha e deformação longitudinal periférica em meia tora

O formato de uma meia tora é idêntico ao de um setor circular com  $\theta_1$  igual zero e  $\theta_2$  a  $\pi$ . A flecha da meia tora (Figura 14) refere-se ao deslocamento vertical na extremidade menor quando a extremidade maior tangencia



um plano. A flecha é a diferença entre o plano base e a madeira deformada na extremidade menor. A Figura 14 apresenta grande similaridade com a Figura 6, as duas representam a mesma flecha, porém com nome de variáveis geométricas diferentes e alocação do eixo longitudinal na direção oposta.



**Figura 14.** Corte longitudinal de meia tora com as constantes espaciais especificada

As Equações 153 a 157 correspondem as elásticas de meia tora quando  $L_{M0}$  é igual a zero e  $z$  igual é a  $L$ . Apenas substituindo essas variáveis é possível calcular a flecha em meia tora (Equações 158 a 162) e a deformação longitudinal periférica (Equações 163 a 167). Cada distribuição de tensão resultou em duas equações modelo, uma de flecha e outra de deformação longitudinal periférica, totalizando 10 modelos. As variáveis “ $Q$ ”, “ $y$ ” e “ $\varepsilon_{zp}$ ” determinam quais distribuições foram usadas para o cálculo, Equações 158 e 163, 159 e 164, 160 e 165, 161 e 166 e 162 e 167 utilizam, respectivamente, distribuição de KUBLER, GILLIS & HSU, GARCIA (linear), GARCIA (parabólico) e a tensão normal a flexão simples.

Com os valores de  $\theta$  fixos as variáveis  $Q$  toranam-se constantes,  $Q_k$ ,  $Q_{gh}$ ,  $Q_{gl}$ ,  $Q_{gp}$  e  $Q_n$  possuem valor de 0,2222; 0,3000; 0,1667; 0,2333 e 0,1907 respectivamente.

$$y_k = \frac{Q_k \varepsilon_{zp}}{W \Delta} \left[ \frac{R_m \ln(R_m) + \Delta L}{\Delta} + L \ln(R_M) - \frac{R_M \ln M}{\Delta} \right] \quad (158)$$

$$y_{gh} = \frac{Q_{gh} \varepsilon_{zp}}{W \Delta} \left[ \frac{R_m \ln(R_m) + \Delta L}{\Delta} + L \ln(R_M) - \frac{R_M \ln M}{\Delta} \right] \quad (159)$$

$$y_{gl} = \frac{Q_{gl} \varepsilon_{zp}}{W \Delta} \left[ \frac{R_m \ln(R_m) + \Delta L}{\Delta} + L \ln(R_M) - \frac{R_M \ln M}{\Delta} \right] \quad (160)$$

$$y_{gp} = \frac{Q_{gp} (3\varepsilon_{zp} + \varepsilon_c)}{W \Delta} \left[ \frac{R_m \ln(R_m) + \Delta L}{\Delta} + L \ln(R_M) - \frac{R_M \ln M}{\Delta} \right] \quad (161)$$

$$y_n = \frac{Q_n \varepsilon_{zp}}{W \Delta} \left[ \frac{R_m \ln(R_m) + \Delta L}{\Delta} + L \ln(R_M) - \frac{R_M \ln M}{\Delta} \right] \quad (162)$$

$$\varepsilon_{zpk} = \frac{y W \Delta}{Q_k \left[ \frac{R_m \ln(R_m) + \Delta L}{\Delta} + L \ln(R_M) - \frac{R_M \ln M}{\Delta} \right]} \quad (163)$$

$$\varepsilon_{zpg} = \frac{y W \Delta}{Q_{gh} \left[ \frac{R_m \ln(R_m) + \Delta L}{\Delta} + L \ln(R_M) - \frac{R_M \ln M}{\Delta} \right]} \quad (164)$$

$$\varepsilon_{zpgl} = \frac{y W \Delta}{Q_{gl} \left[ \frac{R_m \ln(R_m) + \Delta L}{\Delta} + L \ln(R_M) - \frac{R_M \ln M}{\Delta} \right]} \quad (165)$$

$$(3\varepsilon_{zpp} + \varepsilon_c) = \frac{yW\Delta}{Q_{gp}\left[\frac{R_m \ln(R_m) + \Delta L}{\Delta} + L \ln(R_M) - \frac{R_M \ln M}{\Delta}\right]} \quad (166)$$

$$\varepsilon_{zpn} = \frac{yW\Delta}{Q_n\left[\frac{R_m \ln(R_m) + \Delta L}{\Delta} + L \ln(R_M) - \frac{R_M \ln M}{\Delta}\right]} \quad (167)$$

Apesar da forma de cálculo ser diferente, as Equações 162 e 167 apresentam os mesmos resultados que a Equação 31 desenvolvida por Chauhan e Emtwistle (2010).

## 4.12. Restrição dos modelos de flecha na tábua

Os modelos foram desenvolvidos para, somente, as flechas de encurvamento. Foi utilizado, assim como os modelos de rachadura, variações da equação diferencial da linha elástica. As modelagens foram realizadas para toras com fuste retilíneas e axissimetria da tensão de crescimento, para demais formatos de toras e tábuas os modelos não se aplicam.

### 4.12.1. Formato da tábua

Os modelos de flecha em tábua são válidos, somente, para uma conformação específica de tábuas, que é demonstrada na Figura 15. A tábua aqui referenciada apresenta conformação transversal e longitudinal retangular, com altura  $h$ , largura  $b$  e comprimento  $L$ . A distância entre a medula e a tábua tem valor  $a$ . É possível observar a simetria no eixo  $x$ .

A área transversal da tábua “ $A_t$ ” é demonstrado na Equação 168. Em coordenadas cartesianas a distância radial “ $p$ ” é calculada pela Equação 169, uma variação do teorema de PITÁGORAS.

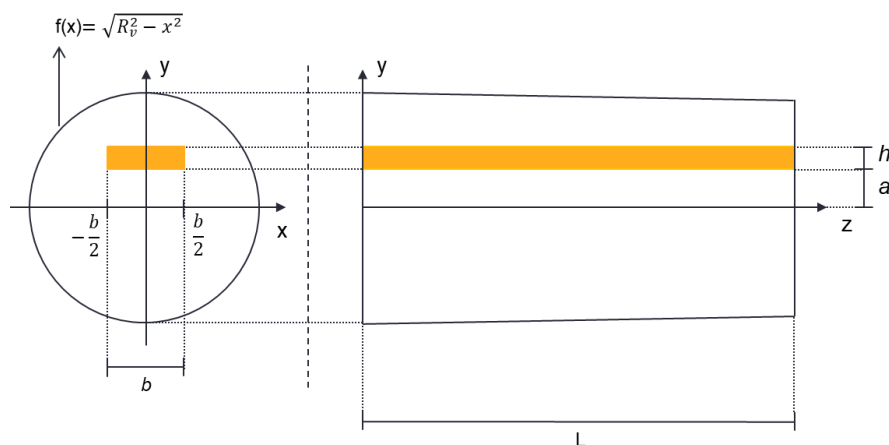


Figura 15. Demarcações físicas de uma tábua nos sentidos transversal e longitudinal

$$A_t = \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_a^{h+a} dy dx \quad (168)$$

$$p = \sqrt{y^2 + x^2} \quad (169)$$

A tábua flexionada pós o desdobro é demonstrado na Figura 16. A tábua tangencia em somente um ponto o eixo  $z$ , esse local é chamado de  $L_f$ , que pode variar dependendo da necessidade. As flechas formadas nas extremidades da tábua são chamadas de  $f_{tM}$  e  $f_{tm}$ , sendo essas, advindas da extremidade de maior diâmetro e menor diâmetro respectivamente. O eixo  $z$  tem por definição início na região onde localiza-se  $f_{tm}$ .

O local em  $z$  onde as flechas  $f_{tM}$  e  $f_{tm}$  são iguais é nomeado de  $L_t$ , isso é, a flecha de uma tábua que tangencia  $L_i$  apresenta o mesmo valor nas duas extremidades, devido a sua peculiaridade, esta flecha então é denominada de  $f_t$ , este local varia de modelo para modelo

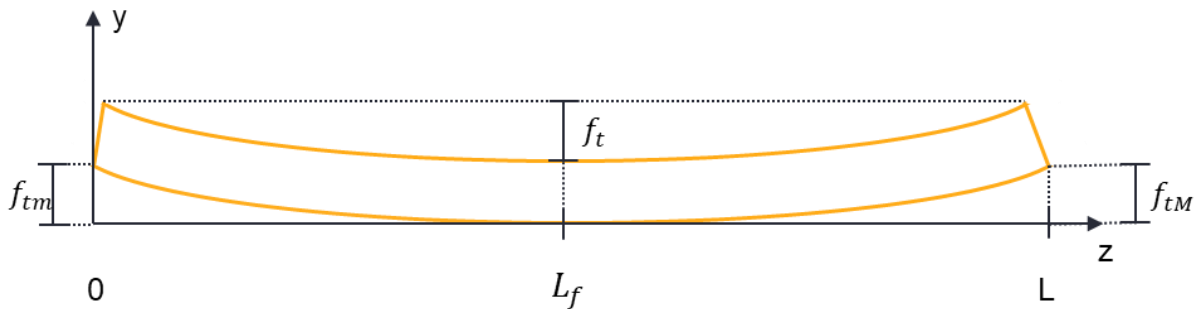


Figura 16. Tábua flexionada com suas flechas devidamente especificadas

#### 4.12.2. Cálculo da variável geométrica e dos esforços solicitantes

Os modelos de flecha em tábua também utilizam a Equação 5, assim como os modelos de rachadura, sendo assim, necessário recalcular as variáveis físicas.

#### 4.12.3. Centro de gravidade e momento de inércia da tábua

O centro de gravidade e momento de inércia de um corpo retangular são de conhecimento geral das engenharias. A Equação 170 calcula o centro de gravidade e a Equação 171 calcula o momento de inércia.

$$Y_{cg} = a + \frac{h}{2} \quad (170)$$

$$I_x = \frac{bh^3}{12} \quad (171)$$

##### 4.12.3.1. Momento fletor da tábua

O momento fletor da tábua apresenta as mesmas bases teóricas apresentadas anteriormente, porém utilizando-se do método das coordenadas cartesianas. Cada momento fletor foi calculado separadamente, devido a especificidade da tensão normal a flexão simples, essa não produz momento fletor para tábua.

### 4.12.3.2. KUBLER

Assim como decorrido no cálculo do momento fletor da rachadura por KUBLER, porém com adequações do  $p$  e  $dA$  para o método das coordenadas cartesianas (Equação 169), o modelo de KUBLER (Equação 22) foi utilizado para valorar a tensão na equação do momento fletor (Equação 15). Os limites de integração foram especificados na Figura 15 e o valor do centro de gravidade é dado na Equação 170.

A Equação 172 calcula o momento fletor de uma tábua segundo o modelo de distribuição de tensão de KUBLE.

$$M_x = \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_a^{a+h} \sigma_{zP} \left[ 1 + 2 \ln \left( \frac{\sqrt{y^2+x^2}}{R_v} \right) \right] \left[ y - \left( a + \frac{h}{2} \right) \right] dy dx \quad (172)$$

O cálculo realizado é demonstrado na Equação 173, devido à alta complexidade do resultado foi desenvolvido a constante  $Qt_k$  (Equação 174).

$$\begin{aligned} M_x = \sigma_{zp} \frac{1}{24} \left\{ \right. & \left[ 24bh^3 + \left( 48ab - 48b \left( a + \frac{h}{2} \right) \right) h - 48ab \left( a + \frac{h}{2} \right) + 24a^2b \right] \ln \left[ \frac{\sqrt{4h^2+8ah+b^2+4a^2}}{2R_v} \right] + \\ & \left[ 48ab \left( a + \frac{h}{2} \right) - 24a^2b \right] \ln \left[ \frac{\sqrt{b^2+4a^2}}{2R_v} \right] + \left[ 32h^3 + \left( 96a - 48 \left( a + \frac{h}{2} \right) \right) h^2 + \left( 96a^2 - 96a \left( a + \frac{h}{2} \right) \right) h - \right. \\ & \left. 48a^2 \left( a + \frac{h}{2} \right) + 32a^2 \right] \arctan \left[ \frac{b}{2h+2a} \right] + b^3 \ln \left[ \frac{4h^2+8ah+b^2+4a^2}{4} \right] - 12b^2 \left[ a + \frac{h}{2} \right] \arctan \left[ \frac{2h+2a}{b} \right] - 28bh^2 + \\ & \left[ 72b \left( a + \frac{h}{2} \right) - 56ab \right] h + \left[ 48a^2 \arctan \left( \frac{b}{2a} \right) + 12 \arctan \left( \frac{2a}{b} \right) b^2 \right] \left( a + \frac{h}{2} \right) - b^3 \ln \left[ \frac{b^2+4a^2}{4} \right] - \\ & \left. 32a^3 \arctan \left[ \frac{b}{2a} \right] \right\} \quad (173) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Qt_k = & \left[ 32h^3 + \left( 96a - 48 \left( a + \frac{h}{2} \right) \right) h^2 + \left( 96a^2 - 96a \left( a + \frac{h}{2} \right) \right) h - 48a^2 \left( a + \frac{h}{2} \right) + \right. \\ & \left. 32a^3 \right] \arctan \left[ \frac{b}{2h+2a} \right] + b^3 \ln \left[ \frac{4h^2+8ah+b^2+4a^2}{4} \right] - 12b^2 \left[ a + \frac{h}{2} \right] \arctan \left[ \frac{2h+2a}{b} \right] - 28bh^2 + \left[ 72b \left( a + \frac{h}{2} \right) - \right. \\ & \left. 56ab \right] h + \left[ 48a^2 \arctan \left( \frac{b}{2a} \right) + 12 \arctan \left( \frac{2a}{b} \right) b^2 \right] \left( a + \frac{h}{2} \right) - b^3 \ln \left[ \frac{b^2+4a^2}{4} \right] - 32a^3 \arctan \left[ \frac{b}{2a} \right] \quad (174) \end{aligned}$$

Efetuada as simplificações e descrevendo o raio variável com o eixo z iniciando na extremidade menor da tora, tem-se a Equação 175 como resultado para o momento fletor de uma tábua segundo KUBLER,

$$\begin{aligned} M_x = \sigma_{zp} \frac{1}{24} \left\{ \right. & \left[ 24bh^3 + \left( 48ab - 48b \left( a + \frac{h}{2} \right) \right) h - 48ab \left( a + \frac{h}{2} \right) + 24a^2b \right] \ln \left[ \frac{\sqrt{4h^2+8ah+b^2+4a^2}}{2(R_m+\Delta z)} \right] + \\ & \left. \left[ 48ab \left( a + \frac{h}{2} \right) - 24a^2b \right] \ln \left[ \frac{\sqrt{b^2+4a^2}}{2(R_m+\Delta z)} \right] + Qt_k \right\} \quad (175) \end{aligned}$$

### 4.12.3.3. GILLIS & HSU

Apenas a Equação 27 do modelo de GILLIS & HSU foi usado para calcular a tensão no cálculo do momento fletor. A Equação 26 apresenta valor constante para a tensão, o que resulta em momento fletor nulo, tábuas

alocadas na região de tensão constante não apresentam momento fletor, logo, não apresentam flexão. Tábuas advindas das regiões com tensão variável possuem momento fletor diferente de zero, o que resulta em flexão.

A integral que calcula o momento fletor de uma tábua, localizada fora do cerne, segundo o modelo de distribuição de tensão de GILLIS & HSU, é demonstrada na Equação 176, os limites de integração e demais transformações para adequar a Equação 15, já foram descritas na seção anterior.

$$M_x = \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_a^{a+h} -\sigma_{zp} \left( \frac{R_V}{0,1R_V} \right) \frac{\left[ \frac{0,1R_V}{\sqrt{y^2+x^2}} - 2 \frac{0,1R_V}{R_V} + \frac{(0,1R_V)^2}{R^2} \right]}{\left( 1 - \frac{0,1R_V}{R_V} \right)} \left[ y - \left( a + \frac{h}{2} \right) \right] dy dx \quad (176)$$

O resultado do cálculo é demonstrado na Equação 177, como observável, o resultado é extenso. desenvolvido a constante  $Qt_{gh}$  (Equação 178). A forma resumida é visualizada na Equação 179, a relação do raio variável foi estabelecida, o eixo z iniciasse na extremidade menor da tora,

$$M_x = \sigma_{zp} R_V \frac{5}{18} \left\{ [4ah + 4a^2] \operatorname{arcsenh} \left[ \frac{b\sqrt{h^2+2ah+a^2}}{2h^2+4ah+2a^2} \right] + [2bh + 4ab] \operatorname{arcsenh} \left[ \frac{2h+2a}{b} \right] - b\sqrt{4h^2 + 8ah + b^2 + 4a^2} + \left[ -4a \operatorname{arcsenh} \left( \frac{b}{2a} \right) - 2 \operatorname{arcsenh} \left( \frac{2a}{b} \right) b \right] h - 4a^2 \operatorname{arcsenh} \left( \frac{b}{2a} \right) + b\sqrt{b^2 + 4a^2} - 4a \operatorname{arcsenh} \left( \frac{2a}{b} \right) b \right\} \quad (177)$$

$$Qt_{gh} = \frac{5}{18} \left\{ [4ah + 4a^2] \operatorname{arcsenh} \left[ \frac{b\sqrt{h^2+2ah+a^2}}{2h^2+4ah+2a^2} \right] + [2bh + 4ab] \operatorname{arcsenh} \left[ \frac{2h+2a}{b} \right] - b\sqrt{4h^2 + 8ah + b^2 + 4a^2} + \left[ -4a \operatorname{arcsenh} \left( \frac{b}{2a} \right) - 2 \operatorname{arcsenh} \left( \frac{2a}{b} \right) b \right] h - 4a^2 \operatorname{arcsenh} \left( \frac{b}{2a} \right) + b\sqrt{b^2 + 4a^2} - 4a \operatorname{arcsenh} \left( \frac{2a}{b} \right) b \right\} \quad (178)$$

$$M_x = \sigma_{zp} Qt_{gh} (R_m + \Delta z) \quad (179)$$

#### 4.12.3.4. GARCIA

Os dois modelos de distribuição de tensão de GARCIA foram incorporados, separadamente, a Equação 15, utilizando os limites pré-estabelecidos, as adequações ao modelo das coordenadas cartesianas e o valor do centro de gravidade são de igual procedimento realizado para o momento fletor segundo a distribuição de KUBLER.

A integral que define o momento fletor da tábua, utilizando o modelo linear de Garcia como valor da tensão, é descrito na Equação 180, o resultado pós integração é descrito na Equação 181.

$$M_x = \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_a^{a+h} \sigma_{zp} \left( -2 + 3 \frac{\sqrt{y^2+x^2}}{R_V} \right) \left[ y - \left( a + \frac{h}{2} \right) \right] dy dx \quad (180)$$

$$M_x = \frac{\sigma_{zp}}{R_v} \frac{1}{32} \left\{ [24h^4 + (96a - 32Y_{cg})h^3 + (144a^2 - 96aY_{cg})h^2 + (96a^3 - 96a^2Y_{cg})h - 32a^3Y_{cg} + 24a^4] \operatorname{arcsenh} \left( \frac{b\sqrt{h^2+2ah+a^2}}{2h^2+4ah+2a^2} \right) - 4b^3Y_{cg} \operatorname{arcsenh} \left( \frac{2h+2a}{b} \right) + \sqrt{4h^2+8ah+b^2+4a^2} [10bh^2 + (20ab - 16bc)h - 16abY_{cg} + b^2 + 10a^2b] + \sqrt{b^2+4a^2} (16abY_{cg} - b^3 - 10a^2b) + \left[ 32a^3 \operatorname{arcsenh} \left( \frac{b}{2a} \right) + 4 \operatorname{arcsenh} \left( \frac{2a}{b} \right) b^3 \right] Y_{cg} - 24a^4 \operatorname{arcsenh} \left( \frac{b}{2a} \right) \right\} \quad (181)$$

O cálculo é grande, a constante  $Qt_{gl}$  (Equação 182) simplifica muito o processo de cálculo. A Equação 183 é a forma simplificada do momento fletor da tábua, o raio variável foi descrito com o eixo z iniciando-se na extremidade menor da tora.

$$Qt_{gl} = \frac{1}{32} \left\{ [24h^4 + (96a - 32Y_{cg})h^3 + (144a^2 - 96aY_{cg})h^2 + (96a^3 - 96a^2Y_{cg})h - 32a^3Y_{cg} + 24a^4] \operatorname{arcsenh} \left( \frac{b\sqrt{h^2+2ah+a^2}}{2h^2+4ah+2a^2} \right) - 4b^3Y_{cg} \operatorname{arcsenh} \left( \frac{2h+2a}{b} \right) + \sqrt{4h^2+8ah+b^2+4a^2} [10bh^2 + (20ab - 16bc)h - 16abY_{cg} + b^2 + 10a^2b] + \sqrt{b^2+4a^2} (16abY_{cg} - b^3 - 10a^2b) + \left[ 32a^3 \operatorname{arcsenh} \left( \frac{b}{2a} \right) + 4 \operatorname{arcsenh} \left( \frac{2a}{b} \right) b^3 \right] Y_{cg} - 24a^4 \operatorname{arcsenh} \left( \frac{b}{2a} \right) \right\} \quad (182)$$

$$M_x = \frac{\sigma_{zp}Qt_{gl}}{R_m+\Delta z} \quad (183)$$

O modelo de distribuição parabólico da tensão de crescimento também foi utilizado para valorar a tensão na Equação 15, seguindo os mesmos procedimentos adotados no modelo linear, sendo assim, a Equação 184 calcula o momento fletor de uma tábua segundo o modelo parabólico de GARCIA.

$$M_x = \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_a^{a+h} \left[ -\sigma_c + 3(\sigma_c - \sigma_{zp}) \frac{\sqrt{y^2+x^2}}{R_v} + (4\sigma_{zp} - 2\sigma_c) \left( \frac{\sqrt{y^2+x^2}}{R_v} \right)^2 \right] \left[ y - \left( a + \frac{h}{2} \right) \right] dy dx \quad (184)$$

O resultado da integração é demonstrado abaixo (Equação 185).

$$M_x = \frac{(\sigma_c - \sigma_{zp})}{R_v} \frac{1}{32} \left\{ [8h^4 + 16ah^3 - 16a^3h - 8a^4] \operatorname{arcsenh} \left[ \frac{b\sqrt{h^2+2ah+a^2}}{2h^2+4ah+2a^2} \right] + [-2b^3h - 4ab^3] \operatorname{arcsenh} \left[ \frac{2h+2a}{b} \right] + \sqrt{4h^2+8ah+b^2+4a^2} [2bh^2 - 4abh + b^3 - 6a^2b] + \sqrt{b^2+4a^2} [8abh - b^3 + 6a^2b] + \left[ 16a^3 \operatorname{arcsenh} \left( \frac{b}{2a} \right) + 2 \operatorname{arcsenh} \left( \frac{2a}{b} \right) b^3 \right] h + 8a^4 \operatorname{arcsenh} \left( \frac{b}{2a} \right) + 4a \operatorname{arcsenh} \left( \frac{2a}{b} \right) b^3 \right\} + \frac{(4\sigma_{zp} - 2\sigma_c) bh^3(h+2a)}{R_v^2 \cdot 12} \quad (185)$$

As constantes  $Qt_{gp1}$  (Equação 186) e  $Qt_{gp2}$  (Equação 187) foram desenvolvidas para facilitar a esqueta.

$$Qt_{gp1} = \frac{1}{32} \left\{ [8h^4 + 16ah^3 - 16a^3h - 8a^4] \operatorname{arcsenh} \left[ \frac{b\sqrt{h^2+2ah+a^2}}{2h^2+4ah+2a^2} \right] + [-2b^3h - 4ab^3] \operatorname{arcsenh} \left[ \frac{2h+2a}{b} \right] + \sqrt{4h^2+8ah+b^2+4a^2} [2bh^2 - 4abh + b^3 - 6a^2b] + \sqrt{b^2+4a^2} [8abh - b^3 + 6a^2b] + \left[ 16a^3 \operatorname{arcsenh} \left( \frac{b}{2a} \right) + 2 \operatorname{arcsenh} \left( \frac{2a}{b} \right) b^3 \right] h + 8a^4 \operatorname{arcsenh} \left( \frac{b}{2a} \right) + 4a \operatorname{arcsenh} \left( \frac{2a}{b} \right) b^3 \right\} \quad (186)$$

$$Qt_{gp2} = \frac{bh^3(h+2a)}{12} \quad (187)$$

A forma resumida do momento fletor da tábua, segundo o modelo parabólico de GARCIA, é demonstrado na Equação 188, o raio variável foi descrito com o valor de  $z$  igual a zero na extremidade menor da tora.

$$M_x = \frac{(\sigma_c - \sigma_{zp})Qt_{gp1}}{(R_m + \Delta z)} + \frac{(4\sigma_{zp} - 2\sigma_c)Qt_{gp2}}{(R_m + \Delta z)^2} \quad (188)$$

#### 4.12.4. Modelos de flecha

As flechas das tábuas foram calculadas a partir da equação diferencial da linha elástica (Equação 5), cada momento fletor distintos foi calculado separadamente, gerando quatro modelos, um para cada modelo de distribuição de tensão de crescimento.

##### 4.12.4.1. Flecha na tábua segundo KUBLER

De posse do momento fletor (Equação 175) e momento de inércia (Equação 161), foi estruturado a equação diferencial da linha elástica, visível na Equação 189, que calcula o deslocamento vertical de uma tábua, flecha.

$$\frac{d^2y}{dz^2} = \frac{\sigma_{zp}}{bh^3_E} \frac{1}{24} \left\{ \left[ 24bh^3 + \left( 48ab - 48b \left( a + \frac{h}{2} \right) \right) h - 48ab \left( a + \frac{h}{2} \right) + 24a^2b \right] \ln \left[ \frac{\sqrt{4h^2+8ah+b^2+4a^2}}{2(R_m+\Delta z)} \right] + \left[ 48ab \left( a + \frac{h}{2} \right) - 24a^2b \right] \ln \left[ \frac{\sqrt{b^2+4a^2}}{2(R_m+\Delta z)} \right] + Qt_k \right\} \quad (189)$$

A primeira integração, o que resultando na derivada primeira da elástica, é visualizada na Equação 190, essa foi integrada novamente, finalizando na Equação 191. A lei de HOOKE foi aplicada. Apesar da elástica calculada, as constantes de integração permanecem sem valor específico. O  $\Delta$  é a conicidade da tora.

$$\frac{dy}{dz} = \frac{\varepsilon_{zp}}{bh^3} \left\{ \frac{1}{24} \left[ \left( 24bh^2 + \left( 48ab - 48b \left( a + \frac{h}{2} \right) \right) h - 48ab \left( a + \frac{h}{2} \right) + 24a^2b \right) \left( \Delta \left( \frac{z}{\Delta} - \frac{R_m \ln(R_m+\Delta z)}{\Delta^2} \right) + z \ln \left( \frac{\sqrt{4h^2+8ah+b^2+4a^2}}{2(R_m+\Delta z)} \right) \right) + \left( 48ab \left( a + \frac{h}{2} \right) - 24a^2b \right) \left( \Delta \left( \frac{z}{\Delta} - \frac{R_m \ln(R_m+\Delta z)}{\Delta^2} \right) + z \ln \left( \frac{\sqrt{b^2+4a^2}}{2(R_m+\Delta z)} \right) \right) + zQt_k \right] + C_{21} \right\} \quad (190)$$

$$y = \frac{\varepsilon_{zp}}{bh^3} \left\{ \frac{1}{24} \left[ - \left( 24bh^2 + \left( 48ab - 48b \left( a + \frac{h}{2} \right) \right) h - 48ab \left( a + \frac{h}{2} \right) + 24a^2b \right) \left( R_m \left( \frac{z}{\Delta} - \frac{R_m \ln(R_m + \Delta z)}{\Delta^2} \right) - \frac{zR_m \ln(R_m + \Delta z)}{\Delta} + \frac{z^2}{2} + \frac{R_m^2 \ln(R_m + \Delta z)}{2\Delta^2} + \frac{\Delta z^2 - 2zR_m}{4\Delta} + \frac{z^2}{2} \ln \left( \frac{\sqrt{4h^2 + 8ah + b^2 + 4a^2}}{2(R_m + \Delta z)} \right) \right) + \left( 48ab \left( a + \frac{h}{2} \right) - 24a^2b \right) \left( R_m \left( \frac{z}{\Delta} - \frac{R_m \ln(R_m + \Delta z)}{\Delta^2} \right) - \frac{zR_m \ln(R_m + \Delta z)}{\Delta} + \frac{z^2}{2} + \frac{R_m^2 \ln(R_m + \Delta z)}{2\Delta^2} + \frac{\Delta z^2 - 2zR_m}{4\Delta} + \frac{z^2}{2} \ln \left( \frac{\sqrt{b^2 + 4a^2}}{2(R_m + \Delta z)} \right) \right) + \frac{Qt_k z^2}{2} \right] + zC_{21} + C_{22} \right\} \quad (191)$$

As constantes de integração  $C_{21}$  e  $C_{22}$  foram calculadas para as condições estabelecidas na Figura 15. A primeira derivada apresenta valor zero em  $L_f$ , local onde a curva muda o sentido do deslocamento, sendo assim, igualando a primeira derivada a zero em  $z$  igual a  $L_f$ , tem-se o resultado da constante  $C_{21}$  (Equação 192).

$$0 = \frac{\varepsilon_{zp}}{bh^3} \left\{ \frac{1}{24} \left[ \left( 24bh^2 + \left( 48ab - 48b \left( a + \frac{h}{2} \right) \right) h - 48ab \left( a + \frac{h}{2} \right) + 24a^2b \right) \left( \Delta \left( \frac{L_f}{\Delta} - \frac{R_m \ln(R_m + \Delta L_f)}{\Delta^2} \right) + L_f \ln \left( \frac{\sqrt{4h^2 + 8ah + b^2 + 4a^2}}{2(R_m + \Delta L_f)} \right) \right) + \left( 48ab \left( a + \frac{h}{2} \right) - 24a^2b \right) \left( \Delta \left( \frac{L_f}{\Delta} - \frac{R_m \ln(R_m + \Delta L_f)}{\Delta^2} \right) + L_f \ln \left( \frac{\sqrt{b^2 + 4a^2}}{2(R_m + \Delta L_f)} \right) \right) + L_f Qt_k \right] + C_{21} \right\}$$

$$C_{21} = - \frac{1}{24} \left[ \left( 24bh^2 + \left( 48ab - 48b \left( a + \frac{h}{2} \right) \right) h - 48ab \left( a + \frac{h}{2} \right) + 24a^2b \right) \left( \Delta \left( L_f - \frac{R_m \ln(R_m + \Delta L_f)}{\Delta^2} \right) + L_f \ln \left( \frac{\sqrt{4h^2 + 8ah + b^2 + 4a^2}}{2(R_m + \Delta L_f)} \right) \right) + \left( 48ab \left( a + \frac{h}{2} \right) - 24a^2b \right) \left( \Delta \left( L_f - \frac{R_m \ln(R_m + \Delta L_f)}{\Delta^2} \right) + L_f \ln \left( \frac{\sqrt{b^2 + 4a^2}}{2(R_m + \Delta L_f)} \right) \right) + L_f Qt_k \right] \quad (192)$$

A constante  $C_{22}$  (Equação 193) foi calculada substituindo  $C_{21}$  na elástica da tábua (Equação 199), que também possui valor zero em  $y$  quando  $z$  é igual a  $L_f$

$$0 = \frac{\varepsilon_{zp}}{bh^3} \left\{ \frac{1}{24} \left[ \left( 24bh^2 + \left( 48ab - 48b \left( a + \frac{h}{2} \right) \right) h - 48ab \left( a + \frac{h}{2} \right) + 24a^2b \right) \left( R_m \left( \frac{L_f}{\Delta} - \frac{R_m \ln(R_m + \Delta L_f)}{\Delta^2} \right) - \frac{L_f R_m \ln(R_m + \Delta L_f)}{\Delta} + \frac{L_f^2}{2} + \frac{R_m^2 \ln(R_m + \Delta L_f)}{2\Delta^2} + \frac{\Delta^2 - 2zL_f}{4\Delta} + \frac{L_f^2}{2} \ln \left( \frac{\sqrt{4h^2 + 8ah + b^2 + 4a^2}}{2(R_m + \Delta L_f)} \right) \right) + \left( 48ab \left( a + \frac{h}{2} \right) - 24a^2b \right) \left( R_m \left( \frac{L_f}{\Delta} - \frac{R_m \ln(R_m + \Delta L_f)}{\Delta^2} \right) - \frac{L_f R_m \ln(R_m + \Delta L_f)}{\Delta} + \frac{L_f^2}{2} + \frac{R_m^2 \ln(R_m + \Delta L_f)}{2\Delta^2} + \frac{\Delta L_f^2 - 2L_f R_m}{4\Delta} + \frac{L_f^2}{2} \ln \left( \frac{\sqrt{b^2 + 4a^2}}{2(R_m + \Delta L_f)} \right) \right) + \frac{Qt_k L_f^2}{2} \right] - \frac{L_f}{24} \left[ \left( 24bh^2 + \left( 48ab - 48b \left( a + \frac{h}{2} \right) \right) h - 48ab \left( a + \frac{h}{2} \right) + 24a^2b \right) \left( \Delta \left( \frac{L_f}{\Delta} - \frac{R_m \ln(R_m + \Delta L_f)}{\Delta^2} \right) + L_f \ln \left( \frac{\sqrt{4h^2 + 8ah + b^2 + 4a^2}}{2(R_m + \Delta L_f)} \right) \right) + \left( 48ab \left( a + \frac{h}{2} \right) - 24a^2b \right) \left( \Delta \left( \frac{L_f}{\Delta} - \frac{R_m \ln(R_m + \Delta L_f)}{\Delta^2} \right) + L_f \ln \left( \frac{\sqrt{b^2 + 4a^2}}{2(R_m + \Delta L_f)} \right) \right) + L_f Qt_k \right] + C_{22} \right\}$$



$$\begin{aligned}
C_{22} = & -\frac{1}{24} \left\{ \left[ \left( 24bh^2 + \left( 48ab - 48b \left( a + \frac{h}{2} \right) \right) h - 48ab \left( a + \frac{h}{2} \right) + 24a^2b \right) \left( R_m \left( \frac{L_f}{\Delta} - \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. \frac{R_m \ln(R_m + \Delta L_f)}{\Delta^2} \right) - \frac{L_f R_m \ln(R_m + \Delta L_f)}{\Delta} + \frac{L_f^2}{2} + \frac{R_m^2 \ln(R_m + \Delta L_f)}{2\Delta^2} + \frac{\Delta^2 - 2zL_f}{4\Delta} + \frac{L_f^2}{2} \ln \left( \frac{\sqrt{4h^2 + 8ah + b^2 + 4a^2}}{2(R_m + \Delta L_f)} \right) \right) + \left( 48ab \left( a + \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. \frac{h}{2} \right) - 24a^2b \right) \left( R_m \left( \frac{L_f}{\Delta} - \frac{R_m \ln(R_m + \Delta L_f)}{\Delta^2} \right) - \frac{L_f R_m \ln(R_m + \Delta L_f)}{\Delta} + \frac{L_f^2}{2} + \frac{R_m^2 \ln(R_m + \Delta L_f)}{2\Delta^2} + \frac{\Delta L_f^2 - 2L_f R_m}{4\Delta} + \right. \\
& \left. \frac{L_f^2}{2} \ln \left( \frac{\sqrt{b^2 + 4a^2}}{2(R_m + \Delta L_f)} \right) \right) + \frac{Qt_k L_f^2}{2} \right] - \frac{L_f}{24} \left[ \left( 24bh^2 + \left( 48ab - 48b \left( a + \frac{h}{2} \right) \right) h - 48ab \left( a + \frac{h}{2} \right) + 24a^2b \right) \left( \Delta \left( \frac{L_f}{\Delta} - \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. \frac{R_m \ln(R_m + \Delta L_f)}{\Delta^2} \right) + L_f \ln \left( \frac{\sqrt{4h^2 + 8ah + b^2 + 4a^2}}{2(R_m + \Delta L_f)} \right) \right) + \left( 48ab \left( a + \frac{h}{2} \right) - 24a^2b \right) \left( \Delta \left( \frac{L_f}{\Delta} - \frac{R_m \ln(R_m + \Delta L_f)}{\Delta^2} \right) + \right. \\
& \left. L_f \ln \left( \frac{\sqrt{b^2 + 4a^2}}{2(R_m + \Delta L_f)} \right) \right) + L_f Qt_k \right] \left. \right\} \quad (193)
\end{aligned}$$

As constantes foram incorporadas a Equação 191, resultando na Equação 194 que descreve o deslocamento vertical de uma tábua, considerando as condições pré-estabelecidas.

$$\begin{aligned}
y = & \frac{\varepsilon_{zp}}{bh^3} \left[ \frac{1}{24} \left[ \left( 24bh^2 + \left( 48ab - 48b \left( a + \frac{h}{2} \right) \right) h - 48ab \left( a + \frac{h}{2} \right) + 24a^2b \right) \left( R_m \left( \frac{z}{\Delta} - \right. \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. \frac{R_m \ln(R_m + \Delta z)}{\Delta^2} \right) - \frac{z R_m \ln(R_m + \Delta z)}{\Delta} + \frac{z^2}{2} + \frac{R_m^2 \ln(R_m + \Delta z)}{2\Delta^2} + \frac{\Delta z^2 - 2z R_m}{4\Delta} + \frac{z^2}{2} \ln \left( \frac{\sqrt{4h^2 + 8ah + b^2 + 4a^2}}{2(R_m + \Delta z)} \right) \right) + \left( 48ab \left( a + \frac{h}{2} \right) - \right. \\
& \left. 24a^2b \right) \left( R_m \left( \frac{z}{\Delta} - \frac{R_m \ln(R_m + \Delta z)}{\Delta^2} \right) - \frac{z R_m \ln(R_m + \Delta z)}{\Delta} + \frac{z^2}{2} + \frac{R_m^2 \ln(R_m + \Delta z)}{2\Delta^2} + \frac{\Delta z^2 - 2z R_m}{4\Delta} + \frac{z^2}{2} \ln \left( \frac{\sqrt{b^2 + 4a^2}}{2(R_m + \Delta z)} \right) \right) + \frac{Qt_k z^2}{2} \right] - \\
& \frac{L_f}{24} \left[ \left( 24bh^2 + \left( 48ab - 48b \left( a + \frac{h}{2} \right) \right) h - 48ab \left( a + \frac{h}{2} \right) + 24a^2b \right) \left( \Delta \left( L_f - \frac{R_m \ln(R_m + \Delta L_f)}{\Delta^2} \right) + \right. \\
& L_f \ln \left( \frac{\sqrt{4h^2 + 8ah + b^2 + 4a^2}}{2(R_m + \Delta L_f)} \right) \right) + \left( 48ab \left( a + \frac{h}{2} \right) - 24a^2b \right) \left( \Delta \left( L_f - \frac{R_m \ln(R_m + \Delta L_f)}{\Delta^2} \right) + L_f \ln \left( \frac{\sqrt{b^2 + 4a^2}}{2(R_m + \Delta L_f)} \right) \right) + \\
& L_f Qt_k \right] + \frac{1}{24} \left[ \left( 24bh^2 + \left( 48ab - 48b \left( a + \frac{h}{2} \right) \right) h - 48ab \left( a + \frac{h}{2} \right) + 24a^2b \right) \left( R_m \left( \frac{L_f}{\Delta} - \frac{R_m \ln(R_m + \Delta L_f)}{\Delta^2} \right) - \right. \\
& \left. \frac{L_f R_m \ln(R_m + \Delta L_f)}{\Delta} + \frac{L_f^2}{2} + \frac{R_m^2 \ln(R_m + \Delta L_f)}{2\Delta^2} + \frac{\Delta^2 - 2zL_f}{4\Delta} + \frac{L_f^2}{2} \ln \left( \frac{\sqrt{4h^2 + 8ah + b^2 + 4a^2}}{2(R_m + \Delta L_f)} \right) \right) + \left( 48ab \left( a + \frac{h}{2} \right) - \right. \\
& \left. 24a^2b \right) \left( R_m \left( \frac{L_f}{\Delta} - \frac{R_m \ln(R_m + \Delta L_f)}{\Delta^2} \right) - \frac{L_f R_m \ln(R_m + \Delta L_f)}{\Delta} + \frac{L_f^2}{2} + \frac{R_m^2 \ln(R_m + \Delta L_f)}{2\Delta^2} + \frac{\Delta L_f^2 - 2L_f R_m}{4\Delta} + \frac{L_f^2}{2} \ln \left( \frac{\sqrt{b^2 + 4a^2}}{2(R_m + \Delta L_f)} \right) \right) + \\
& \left. \frac{Qt_k L_f^2}{2} \right] - \frac{L_f}{24} \left[ \left( 24bh^2 + \left( 48ab - 48b \left( a + \frac{h}{2} \right) \right) h - 48ab \left( a + \frac{h}{2} \right) + 24a^2b \right) \left( \Delta \left( \frac{L_f}{\Delta} - \frac{R_m \ln(R_m + \Delta L_f)}{\Delta^2} \right) + \right. \\
& L_f \ln \left( \frac{\sqrt{4h^2 + 8ah + b^2 + 4a^2}}{2(R_m + \Delta L_f)} \right) \right) + \left( 48ab \left( a + \frac{h}{2} \right) - 24a^2b \right) \left( \Delta \left( \frac{L_f}{\Delta} - \frac{R_m \ln(R_m + \Delta L_f)}{\Delta^2} \right) + L_f \ln \left( \frac{\sqrt{b^2 + 4a^2}}{2(R_m + \Delta L_f)} \right) \right) + L_f Qt_k \right] \left. \right] \left. \right\} \quad (194)
\end{aligned}$$

#### 4.12.5. Flecha da tábua segundo GILLIS & HSU

Substituindo o momento de inércia da tábua (Equação 191) e o momento fletor da tábua (Equação 199) na equação diferencial da linha elástica, é possível calcular o as flechas de uma tábua (Equação 195).

$$\frac{d^2y}{dz^2} = \frac{\sigma_{zp}Qtgh}{\frac{bh^3}{12}E} (R_m + \Delta z) \quad (195)$$

Foram realizadas duas integrações em  $z$ , resultando na primeira derivada da elástica (Equação 196) e a elástica da tábua (Equação 197).

$$\frac{dy}{dz} = \frac{\varepsilon_{zp}Qtgh}{\frac{bh^3}{12}} \left( C_{23} + \frac{z^2\Delta}{2} + zR_m \right) \quad (196)$$

$$y = \frac{\varepsilon_{zp}Qtgh}{\frac{bh^3}{12}} \left( zC_{23} + \frac{z^3\Delta}{6} + \frac{z^2R_m}{2} + C_{24} \right) \quad (197)$$

A elástica não apresenta significado sem o valor de suas constantes, sendo assim, primeiramente foi calculado a constante  $C_{23}$  (Equação 198). Isso ocorreu igualando a primeira derivada a zero em  $z$  igual a  $L_f$ , como já demonstrado anteriormente.

$$0 = \frac{\varepsilon_{zp}Qtgh}{\frac{bh^3}{12}} \left( C_{23} + \frac{L_f^2\Delta}{2} + L_fR_m \right)$$

$$C_{23} = -\frac{L_f^2\Delta}{2} - L_fR_m \quad (198)$$

Sabendo que o deslocamento vertical é zero em  $z$  igual a  $L_f$  e do valor da constante  $C_{23}$ , a variável  $C_{24}$  foi calculada abaixo (Equação 199).

$$0 = \frac{\varepsilon_{zp}Qtgh}{\frac{bh^3}{12}} \left[ -L_f \left( \frac{L_f^2\Delta}{2} + L_fR_m \right) + \frac{L_f^3\Delta}{6} + \frac{L_f^2R_m}{2} + C_{24} \right]$$

$$C_{24} = L_f \left( \frac{L_f^2\Delta}{2} + L_fR_m \right) - \frac{L_f^3\Delta}{6} - \frac{L_f^2R_m}{2} \quad (199)$$

O cálculo da flecha na tábua segundo a distribuição de GILLIS & HSU (Equação 200) é visualizado abaixo.

$$y = \frac{\varepsilon_{zp}Qtgh}{\frac{bh^3}{12}} \left[ z \left( -\frac{L_f^2\Delta}{2} - L_fR_m \right) + \frac{z^3\Delta}{6} + \frac{z^2R_m}{2} + L_f \left( \frac{L_f^2\Delta}{2} + L_fR_m \right) - \frac{L_f^3\Delta}{6} - \frac{L_f^2R_m}{2} \right] \quad (200)$$

#### 4.12.6. Flecha da tábua segundo GARCIA

A elástica da tábua, utilizando o modelo linear de GARCIA, possui a mesma lógica de integração dos modelos de rachadura, já desenvolvidos anteriormente. A primeira derivada (Equação 201) e a segunda derivada (Equação 202) da equação diferencial da linha elástica são demonstradas abaixo.

$$\frac{dy}{dz} = \frac{\varepsilon_{zp}Qt_{gl}}{\frac{bh^3}{12}\Delta} [C_{25} + \ln(R_m + \Delta z)] \quad (201)$$

$$y = \frac{\varepsilon_{zp}Qt_{gl}}{\frac{bh^3}{12}\Delta} \left[ zC_{25} + \frac{(R_m + \Delta z)\ln(R_m + \Delta z) - \Delta z}{\Delta} + C_{26} \right] \quad (202)$$

Assim como ocorrido nos demais modelos de tábua, os valores de  $C_{25}$  (Equação 203) e  $C_{26}$  foram calculados usando a primeira derivada da elástica, que possui valor zero em  $z$  igual a  $L_f$ .

$$0 = \frac{\varepsilon_{zp}Qt_{gl}}{\frac{bh^3}{12}\Delta} [C_{25} + \ln(R_m + \Delta L_f)] \rightarrow C_{25} = -\ln(R_m + \Delta L_f) \quad (203)$$

A elástica possui valor de  $y$  igual a zero em  $L_f$ , a constante  $C_{26}$  (Equação 204) é calculada abaixo.

$$0 = \frac{\varepsilon_{zp}Qt_{gl}}{\frac{bh^3}{12}\Delta} \left[ -L_f \ln(R_m + \Delta L_f) + \frac{(R_m + \Delta L_f)\ln(R_m + \Delta L_f) - \Delta L_f}{\Delta} + C_{26} \right]$$

$$C_{26} = L_f \ln(R_m + L_f \Delta) - \frac{(R_m + L_f \Delta)\ln(R_m + \Delta L_f) - L_f \Delta}{\Delta} \quad (204)$$

O modelo linear de GARCIA promove uma elástica para a tábua, especificada anteriormente, visível na Equação 205.

$$y = \frac{\varepsilon_{zp}Qt_{gl}}{I_x \Delta} \left[ -z \ln \left( R_m + \frac{\Delta L}{2} \right) + \frac{(R_m + \Delta z)\ln(R_m + \Delta z) - \Delta z}{\Delta} + L_f \ln(R_m + L_f \Delta) - \frac{(R_m + L_f \Delta)\ln(R_m + \Delta L_f) - L_f \Delta}{\Delta} \right] \quad (205)$$

O modelo parabólico de GARCIA também foi usado para calcular flecha em tábuas, a Equação 206 é a segunda derivada da linha elástica. A primeira integração indefinida em  $z$  tem como resultado a Equação 207, que posteriormente foi integrada novamente em relação a  $z$  e resultando na elástica da tábua (Equação 208).

$$\frac{d^2y}{dz^2} = \frac{1}{E \frac{bh^3}{12}} \left[ \frac{(\sigma_c - \sigma_{zp})Qt_{gp1}}{(R_m + \Delta z)} + \frac{(4\sigma_{zp} - 2\sigma_c)Qt_{gp2}}{(R_m + \Delta z)^2} \right] \quad (206)$$

$$\frac{dy}{dz} = \frac{1}{E \frac{bh^3}{12}} \left[ \frac{(\sigma_c - \sigma_{zp})Qt_{gp1} \ln(R_m + \Delta z)}{\Delta} - \frac{(4\sigma_{zp} - 2\sigma_c)Qt_{gp2}}{\Delta(R_m + \Delta z)} + C_{27} \right] \quad (207)$$

$$y = \frac{1}{E \frac{bh^3}{12}} \left\{ \frac{(\sigma_c - \sigma_{zp})Qt_{gp1} [(R_m + \Delta z) \ln(R_m + \Delta z) - \Delta z]}{\Delta^2} - \frac{(4\sigma_{zp} - 2\sigma_c)Qt_{gp2} \ln[R_m + \Delta z]}{\Delta^2} + zC_{27} + C_{28} \right\} \quad (208)$$

Os mesmos procedimentos para o cálculo das constantes foram realizados (Equações 209 e 210). A Equação 211 calcula a flecha segundo o modelo parabólico.

$$C_{27} = -\frac{(\sigma_c - \sigma_{zp})Qt_{gp1} \ln(R_m + \Delta L_f)}{\Delta} + \frac{(4\sigma_{zp} - 2\sigma_c)Qt_{gp2}}{\Delta(R_m + \Delta L_f)} \quad (209)$$

$$C_{28} = -\frac{(\sigma_c - \sigma_{zp})Qt_{gp1}[(R_m + \Delta L_f) \ln(R_m + \Delta L_f) - \Delta L_f]}{\Delta^2} + \frac{(4\sigma_{zp} - 2\sigma_c)Qt_{gp2} \ln(R_m + \Delta L_f)}{\Delta^2} - z \left[ -\frac{(\sigma_c - \sigma_{zp})Qt_{gp1} \ln(R_m + \Delta L_f)}{\Delta} + \frac{(4\sigma_{zp} - 2\sigma_c)Qt_{gp2}}{\Delta(R_m + \Delta L_f)} \right] \quad (210)$$

$$y = \frac{1}{E \frac{bh^3}{12}} \left\{ \frac{(\sigma_c - \sigma_{zp})Qt_{gp1}[(R_m + \Delta z) \ln(R_m + \Delta z) - \Delta z]}{\Delta^2} - \frac{(4\sigma_{zp} - 2\sigma_c)Qt_{gp2} \ln[R_m + \Delta z]}{\Delta^2} + z \left[ -\frac{(\sigma_c - \sigma_{zp})Qt_{gp1} \ln(R_m + \Delta L_f)}{\Delta} + \frac{(4\sigma_{zp} - 2\sigma_c)Qt_{gp2}}{\Delta(R_m + \Delta L_f)} \right] + -\frac{(\sigma_c - \sigma_{zp})Qt_{gp1}[(R_m + \Delta L_f) \ln(R_m + \Delta L_f) - \Delta L_f]}{\Delta^2} + \frac{(4\sigma_{zp} - 2\sigma_c)Qt_{gp2} \ln(R_m + \Delta L_f)}{\Delta^2} - z \left[ -\frac{(\sigma_c - \sigma_{zp})Qt_{gp1} \ln(R_m + \Delta L_f)}{\Delta} + \frac{(4\sigma_{zp} - 2\sigma_c)Qt_{gp2}}{\Delta(R_m + \Delta L_f)} \right] \right\} \quad (211)$$

### 4.13. Flechas iguais nas duas extremidades

As flechas  $f_{tM}$  e  $f_{tm}$  não possuem o mesmo valor no ponto  $L_f$  localizado no centro da tábua. Cada modelo apresenta um posicionamento  $L_t$  distinto, cada qual com sua própria nomenclatura. O procedimento de cálculo apresenta a mesma lógica para todos os quatro modelos, sendo assim, apenas o modelo de tábua baseado na equação linear de GARCIA foi completamente demonstrado os procedimentos. A relação do raio variável usado nos modelos de flecha da tábua tem início na extremidade menor, essa relação se mantém nos cálculos de  $L_t$ .

Para que  $f_{tM}$  e  $f_{tm}$  sejam iguais o modelo de flecha da tábua baseado na equação linear de GARCIA precisa ter o mesmo valor para  $z$  igual a zero e  $z$  igual a  $L$ , a Equação 212 apresenta esta relação, as constantes de integração foram renomeadas. A partir disto, a constante  $C_{29}$  (Equação 213) é calculada.

$$y = \frac{\varepsilon_{zp}Qt_{gl}}{\frac{bh^3}{12}\Delta} \left[ 0C_{29} + \frac{(R_m + \Delta 0) \ln(R_m + \Delta 0) - \Delta 0}{\Delta} + C_{30} \right]$$

$$y = \frac{\varepsilon_{zp}Qt_{gl}}{\frac{bh^3}{12}\Delta} \left[ LC_{29} + \frac{(R_m + \Delta L) \ln(R_m + \Delta L) - \Delta L}{\Delta} + C_{30} \right]$$

$$\frac{\varepsilon_{zp}Qt_{gl}}{\frac{bh^3}{12}\Delta} \left[ \frac{(R_m) \ln(R_m)}{\Delta} + C_{30} \right] = \frac{\varepsilon_{zp}Qt_{gl}}{\frac{bh^3}{12}\Delta} \left[ LC_{29} + \frac{(R_M) \ln(R_M) - \Delta L}{\Delta} + C_{30} \right] \quad (212)$$

$$C_{29} = \frac{(R_m) \ln(R_m) - (R_M) \ln(R_M) + \Delta L}{\Delta L} \quad (213)$$

No ponto  $L_{tgl}$  a primeira derivada da equação diferencial da linha elástica é igual a zero, substituindo a constante  $C_{29}$  na Equação 202, é possível calcular o local exato (Equação 214). Percebe-se que a deformação longitudinal periférica não é relevante para encontrar o  $L_{tgl}$ , apenas o formato da tora, comprimento e raios, é necessário para o cálculo.

$$0 = \frac{\varepsilon_{zp} Q_{tgl}}{\frac{bh^3}{12} \Delta} \left[ \frac{(R_M) \ln(R_M) - \Delta L - (R_m) \ln(R_m)}{\Delta L} + \ln(R_m + \Delta L_{fgl}) \right]$$

$$L_{tgl} = \frac{e^{\frac{(R_M) \ln(R_M) - \Delta L - (R_m) \ln(R_m)}{\Delta L} - R_m}}{\Delta} \quad (214)$$

Percebe-se que para toras sem conicidade, o ponto  $L_{tgl}$  não é definido pela Equação 214, isso ocorre pois os modelos foram realizados utilizando a relação do raio variável, mas com  $\Delta$  tendendo a zero pela direita o  $L_{tgl}$  localiza-se exatamente na metade da tora. Para qualquer tora com  $\Delta$  maior que zero, o ponto  $L_{igl}$  localiza-se ao centro da tora, porém mais próximo a extremidade menor.

Apesar da equação de KUBLER ser a que gera o modelo de tábua mais complexo, ele apresenta uma curvatura perfeitamente simétrica, as flechas das extremidades são iguais quando a tábua tangencia na metade do comprimento. O valor de  $L_{tk}$  é independente das características da tora, comprimento, deformação longitudinal e raios.

O modelo baseado na equação de GILLIS & HSU apresenta uma relação quadrática (Equação 216), isso é, possui até dois resultados possíveis para o valor zero. O valor das raízes é facilmente calculado a partir da formula de Báskara, sendo assim, o resultado de  $L_{igh}$  para o modelo de GILLIS & HSU é calculado pela Equação 217. Em conformação com  $L_{igl}$ , a deformação longitudinal periférica não possui impacto para o cálculo de  $L_{igh}$ , apenas as características geométricas da tora são necessárias para o cálculo.

$$0 = L_i^2 \frac{\Delta}{2} + L_i R_m - \frac{\frac{L^3 \Delta}{6} + \frac{L^2 R_m}{2}}{L} \quad (216)$$

$$L_{igh} = \frac{-R_m \pm \sqrt{R_m^2 + 4 \frac{\frac{L^3 \Delta}{6} + \frac{L^2 R_m}{2}}{L}}}{\Delta} \quad (217)$$

O cálculo de  $L_{tgp}$  é muito complexo, para ser realizado é necessário utilizar software. O Excell apresenta a funcionalidade “atingir meta”, que foi usada para realizar os cálculos, utilizando a igualdade presente na Equação 218. Diferente dos demais modelos, a deformação longitudinal periférica e a resistência à compressão paralela possuem direta relação com o valor de  $L_{igh}$ . Outra relevante diferença é a direta relação com o formato da tábua, para os demais modelos o formato da tábua, representado pelas variáveis  $Qt$ , não é incorporado ao cálculo.

$$0 = \left[ \frac{(\sigma_c - \sigma_{zp}) Q_{tgp1} \ln(R_m + \Delta L_{igp})}{\Delta} - \frac{(4\sigma_{zp} - 2\sigma_c) Q_{tgp2}}{\Delta(R_m + \Delta L_{igp})} + \frac{(\sigma_c - \sigma_{zp}) Q_{tgp1} [(R_m) \ln(R_m)]}{\Delta^2} - \frac{(4\sigma_{zp} - 2\sigma_c) Q_{tgp2} \ln[R_m]}{\Delta^2} - \frac{(\sigma_c - \sigma_{zp}) Q_{tgp1} [(R_M) \ln(R_M) - \Delta L]}{\Delta^2} + \frac{(4\sigma_{zp} - 2\sigma_c) Q_{tgp2} \ln[R_M]}{\Delta^2} \right] L \quad (218)$$

## 5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 5.1. Análise dos modelos de perfil de rachadura

Todos os modelos de perfil da rachadura de extremidade de tora (Equações 133 a 137 e 153 a 157) apresentam grande similaridade, inclusive os de extremidades opostas. A característica radial presente em todas as equações de distribuição de tensão de crescimento longitudinal e na tensão normal a flexão simples, descrita nos gráficos como “Normal”, resultou em modelos proporcionais entre si. O perfil de uma rachadura descrita pelos modelos é demonstrado na Figura 17, percebe-se que o decaimento em  $y$  reduz conforme a rachadura se aprofunda no lenho, no interior da medula o comportamento é, praticamente, assintótico. O formato da rachadura é bem semelhante ao apresentado na literatura para demais materiais, conforme relataram Coureau et al. (2006) e Gustafsson (1985).

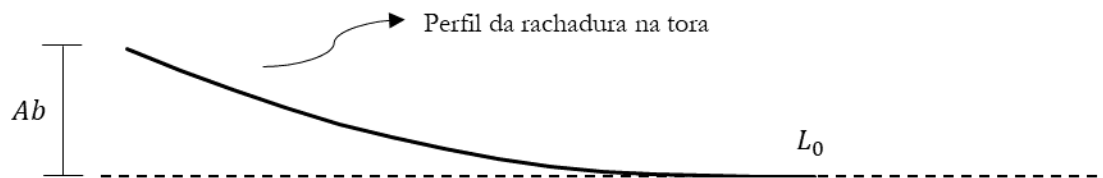


Figura 17. Perfil de uma rachadura de extremidade de tora segundo os modelos desenvolvidos

Para mensurar o efeito das variáveis raio, deformação e abertura no perfil da rachadura foram criadas quatro toras, propriamente caracterizada na Tabela 2. As Figuras 18, 19, 20 e 21 demonstram as rachaduras nas toras A, B, C e D respectivamente, com cinco perfis para a extremidade maior e outros cinco para a extremidade menor. Como já definido anteriormente as Equações 133 e 153, Equações 134 e 154, Equações 135 e 155, Equações 136 e 156 e Equações 137 e 157, são chamadas respectivamente de KUBLER, GILLIS & HSU, GARCIA (linear), GARCIA (parabólico) e na tensão normal a flexão simples.

Tabela 2. Quatro supostas toras com rachaduras em suas extremidades

Variáveis	Tora A	Tora B	Tora C	Tora D	Unidade
Raio menor ( $R_m$ )	15,000	15,000	30,00	15,00	cm
Raio maior ( $R_M$ )	17,000	17,00	34,00	17,00	cm
Delta ( $\Delta$ )	0,005	0,005	0,005	0,005	-
Teta 1 ( $\theta_1$ )	0,785	0,785	0,785	0,785	Rad
Teta 2 ( $\theta_2$ )	2,356	2,356	2,356	2,356	Rad
Deformação periférica ( $\epsilon_{zp}$ )	0,001	0,002	0,001	0,001	-
Resistencia a compressão paralela ( $\sigma_c$ )	$4 \sigma_{zp}$	$4 \sigma_{zp}$	$4 \sigma_{zp}$	$4 \sigma_{zp}$	$\text{Nm}^{-2}$
Comprimento (L)	400	400	400	400	cm
Abertura da extremidade menor ( $A_{bm}$ )	0,1	0,1	0,1	0,2	cm
Abertura da extremidade maior ( $A_{bM}$ )	0,1	0,1	0,1	0,2	cm

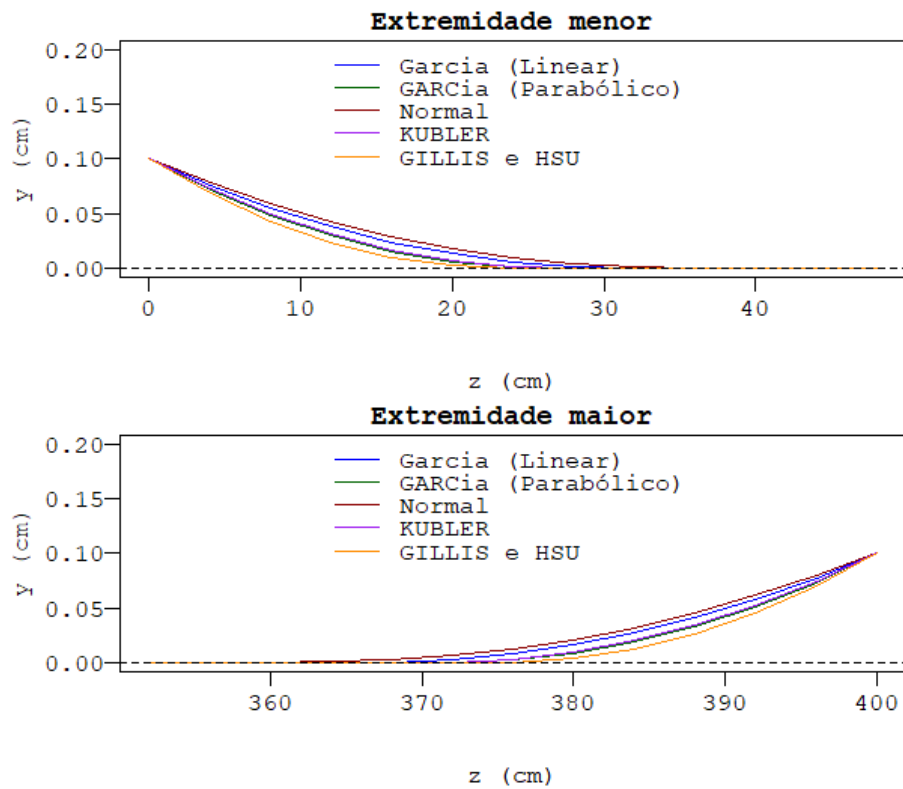


Figura 18. Perfis das rachaduras da Tora A

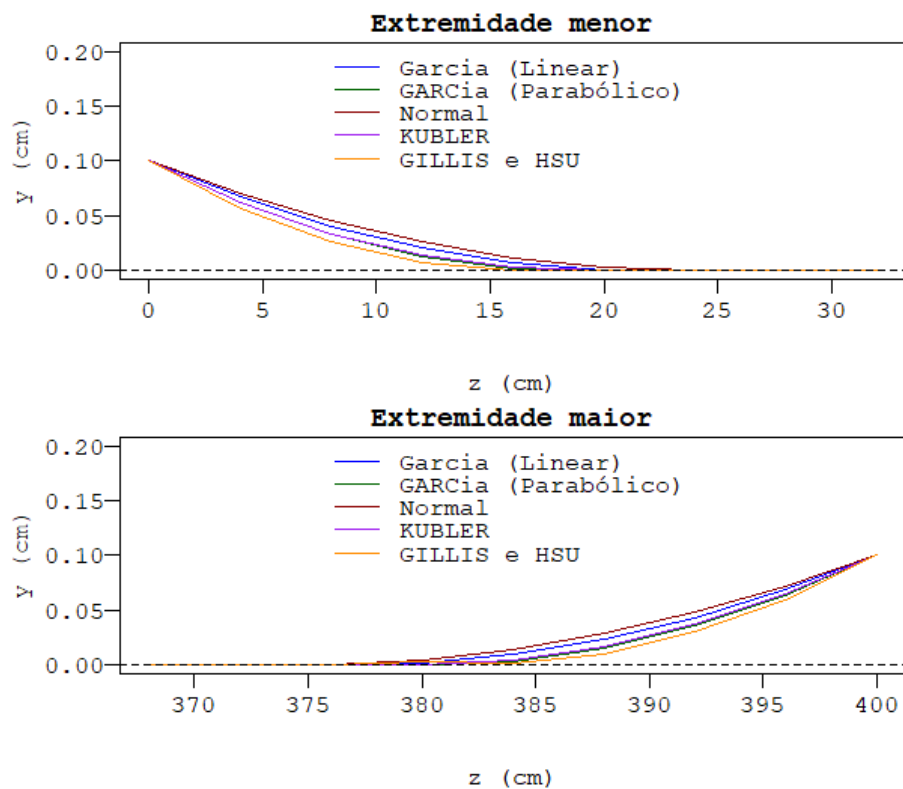


Figura 19. Perfis das rachaduras da Tora B

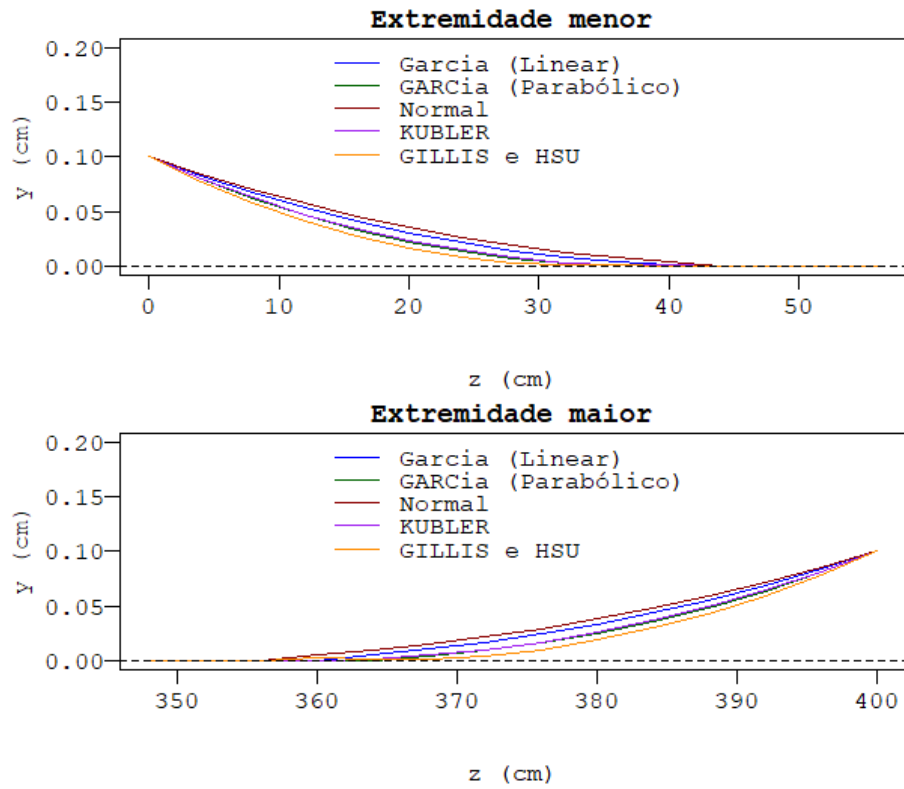


Figura 20. Perfis das rachaduras da Tora C

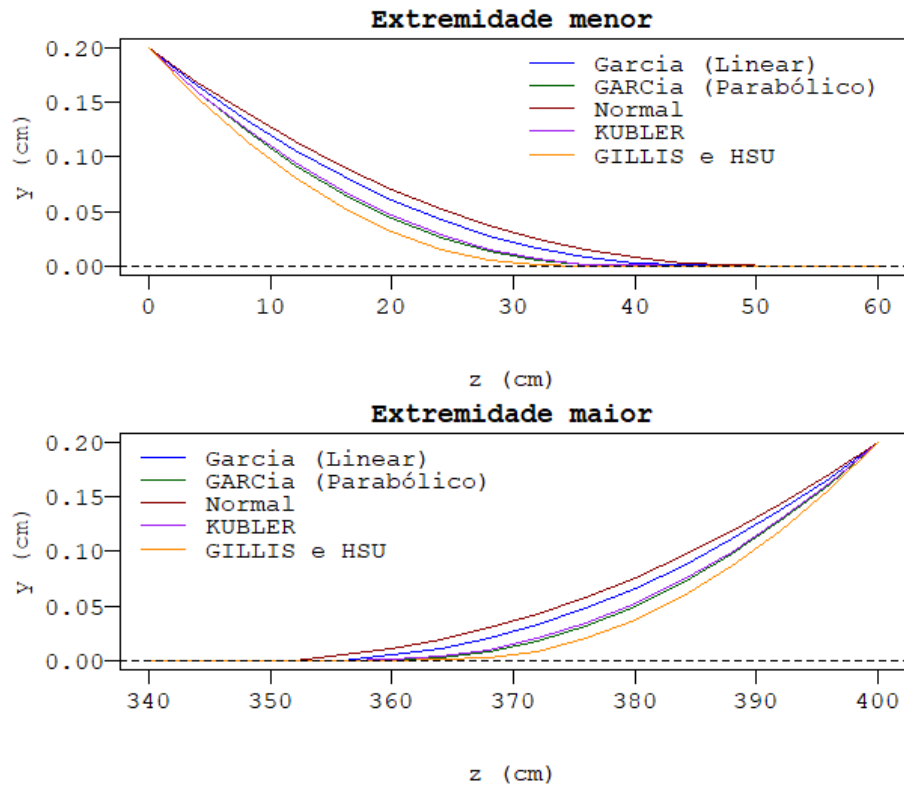


Figura 21. Perfis das rachaduras da Tora D



Os perfis de rachadura baseados na distribuição de GILLIS & HSU apresentam os menores valores de  $L_0$ , inclusive para extremidades opostas. Já os modelos baseados na tensão normal a flexão simples apresentam os maiores valores de  $L_0$ , também para extremidades opostas. Isso ocorreu, pois, o modelo de GILLIS & HSU apresenta maior tensão em grande parte do raio, por outro lado, a tensão normal a flexão simples apresenta a menor tensão para quase todo raio. Isso ocorre, pois quanto mais tensão acumulada no material lenhoso, mais íngreme é o perfil da rachadura, logo menor será a sua profundidade.

Os modelos baseados na distribuição parabólica de GARCIA e em KUBLER apresentam extrema similaridade em todo percurso da rachadura, lembrando que essa similaridade ocorreu devido a fixação do valor de  $\sigma_c$  como quatro vezes  $\sigma_{zp}$ , logo essa similaridade não necessariamente ocorre em todas as ocasiões.

Comparando as Toras A e D torna-se evidente a relação entre abertura e profundidade das rachaduras, houve um aumento de, aproximadamente, 40% na profundidade das rachaduras, a Tabela 3 apresenta o comprimento máximo de todas as rachaduras. Os modelos estão em concordância com Malan (1984), o autor também verificou correlação positiva entre as duas variáveis para *Eucalyptus grandis*. É evidente ressaltar que, o incremento próximo de 40% não é válido para todas as ocasiões, essa proporção é apenas válida para as delimitações pré-estabelecidas.

O raio também mostrou relação positiva com a profundidade máxima das rachaduras, comparando as toras A e C percebe-se que ao dobrar o raio, por consequência o diâmetro, as rachaduras aumentaram em pouco mais de 40%, mesma proporção verificava ao dobrar a abertura. A correlação dessas duas variáveis é conhecida e está de acordo com modelos geométricos (JULLIEN; LAGHDIR; GRIL, 2003).

A deformação longitudinal periférica demonstrou correlação negativa para o aumento do comprimento da rachadura, como é possível visualizar comparando as Toras A e B, quanto maior a deformação, maior o declive da curva, em termos matemático, a primeira derivada da curva é negativamente maior, reduzindo o comprimento. Em discos de madeira verificou-se maiores rachaduras em espécimes com maior tensão, o que difere do encontrado nos modelos de Amer et al. (2019). Há discrepância entre os modelos e a prática. Uma possível explicação é da interdependência das variáveis, por exemplo, verifica-se que toras com maiores diâmetros possuem menores deformações longitudinais periféricas (WILKINS; KITAHARA, 1991), o valor da abertura e do raio foram fixados nesse experimento teórico, o que não ocorreria numa tora real, pois as variáveis são interdependentes

Comparando os modelos baseados em uma mesma distribuição de tensão de crescimento, a extremidade maior possui rachaduras ligeiramente mais profundas, o que difere das preposições teóricas de Garcia (1995), a interdependência das variáveis pode explicar a discrepância. Entretanto, mesmo caso os modelos sejam corretos, a diferença é bem pequena, em experimentos verificaram que somente na primeira tora de uma árvore é possível diferenciar as rachaduras de base e topo (CRESPÓ, 2000; TREVISAN, 2013; OKUYAMA et al., 2004).

**Tabela 3.** Profundidade máxima de cada modelo de rachadura para cada model

Tora	A		B		C		D	
	$L_{m0}$ (cm)	$L_{M0}$ (cm)	$L_{m0}$ (cm)	$L_{M0}$ (cm)	$L_{m0}$ (cm)	$L_{M0}$ (cm)	$L_{m0}$ (cm)	$L_{M0}$ (cm)
GARCIA (linear)	31,51	33,32	22,27	23,59	44,33	46,75	44,44	46,81
KUBLER	27,28	28,87	19,28	20,44	38,37	40,51	38,46	40,61
GILLIS & HSU	23,47	24,86	16,59	17,59	33,00	34,89	33,05	34,91
Normal	34,91	36,89	24,67	26,12	49,13	51,75	49,23	51,87
GARCIA (parabólico)	26,62	28,18	18,81	19,95	37,44	39,54	37,53	39,64

## 5.2. Análise dos modelos de meia tora

Como relatado anteriormente a equação de Chauhan e Entwistle (2010) (Equação 31) apresenta os mesmos resultados que as Equações (162 e 167). Foi então comparado essas duas equações com os demais modelos de flecha em meia tora (Equações 158 a 161 e 163 a 166) a partir da razão dos modelos. Foi fixado o valor de  $4\varepsilon_{zp}$  para  $\varepsilon_c$  no calcula da flecha e  $4\varepsilon_{zpgp}$  para  $\varepsilon_c$  no cálculo da deformação longitudinal periférica. A razão entre as equações é demonstrada nas Equações 219 a 226.

$$\frac{y_k}{y_n} = \frac{\frac{Q_k \varepsilon_{zp} \left[ \frac{R_m \ln(R_m) + \Delta L}{\Delta} + L \ln(R_M) - \frac{R_M \ln M}{\Delta} \right]}{W \Delta}}{\frac{Q_n \varepsilon_{zp} \left[ \frac{R_m \ln(R_m) + \Delta L}{\Delta} + L \ln(R_M) - \frac{R_M \ln M}{\Delta} \right]}{W \Delta}} \rightarrow \frac{y_k}{y_n} = 1,165 \quad (219)$$

$$\frac{y_{gh}}{y_n} = \frac{\frac{Q_{gh} \varepsilon_{zp} \left[ \frac{R_m \ln(R_m) + \Delta L}{\Delta} + L \ln(R_M) - \frac{R_M \ln M}{\Delta} \right]}{W \Delta}}{\frac{Q_n \varepsilon_{zp} \left[ \frac{R_m \ln(R_m) + \Delta L}{\Delta} + L \ln(R_M) - \frac{R_M \ln M}{\Delta} \right]}{W \Delta}} \rightarrow \frac{y_{gh}}{y_n} = 1,573 \quad (220)$$

$$\frac{y_{gl}}{y_n} = \frac{\frac{Q_{gl} \varepsilon_{zp} \left[ \frac{R_m \ln(R_m) + \Delta L}{\Delta} + L \ln(R_M) - \frac{R_M \ln M}{\Delta} \right]}{W \Delta}}{\frac{Q_n \varepsilon_{zp} \left[ \frac{R_m \ln(R_m) + \Delta L}{\Delta} + L \ln(R_M) - \frac{R_M \ln M}{\Delta} \right]}{W \Delta}} \rightarrow \frac{y_{gl}}{y_n} = 0,8740 \quad (221)$$

$$\frac{y_{gp}}{y_n} = \frac{\frac{Q_{gp} (3\varepsilon_{zp} + \varepsilon_c) \left[ \frac{R_m \ln(R_m) + \Delta L}{\Delta} + L \ln(R_M) - \frac{R_M \ln M}{\Delta} \right]}{W \Delta}}{\frac{Q_n (3\varepsilon_{zp} + \varepsilon_c) \left[ \frac{R_m \ln(R_m) + \Delta L}{\Delta} + L \ln(R_M) - \frac{R_M \ln M}{\Delta} \right]}{W \Delta}} \rightarrow \frac{y_{gp}}{y_n} = 1,2236 \quad (222)$$

$$\frac{\varepsilon_{zpk}}{\varepsilon_{zpn}} = \frac{\frac{yW\Delta}{Q_k \left[ \frac{R_m \ln(R_m) + \Delta L}{\Delta} + L \ln(R_M) - \frac{R_M \ln M}{\Delta} \right]}}{\frac{yW\Delta}{Q_n \left[ \frac{R_m \ln(R_m) + \Delta L}{\Delta} + L \ln(R_M) - \frac{R_M \ln M}{\Delta} \right]}} \rightarrow \frac{\varepsilon_{zpk}}{\varepsilon_{zpn}} = 0,8581 \quad (223)$$

$$\frac{\varepsilon_{zpgh}}{\varepsilon_{zpn}} = \frac{\frac{yW\Delta}{Q_k \left[ \frac{R_m \ln(R_m) + \Delta L}{\Delta} + L \ln(R_M) - \frac{R_M \ln M}{\Delta} \right]}}{\frac{yW\Delta}{Q_n \left[ \frac{R_m \ln(R_m) + \Delta L}{\Delta} + L \ln(R_M) - \frac{R_M \ln M}{\Delta} \right]}} \rightarrow \frac{\varepsilon_{zpgh}}{\varepsilon_{zpn}} = 0,6356 \quad (224)$$

$$\frac{\varepsilon_{zpgl}}{\varepsilon_{zpn}} = \frac{\frac{yW\Delta}{Q_k \left[ \frac{R_m \ln(R_m) + \Delta L}{\Delta} + L \ln(R_M) - \frac{R_M \ln M}{\Delta} \right]}}{\frac{yW\Delta}{Q_n \left[ \frac{R_m \ln(R_m) + \Delta L}{\Delta} + L \ln(R_M) - \frac{R_M \ln M}{\Delta} \right]}} \rightarrow \frac{\varepsilon_{zpgl}}{\varepsilon_{zpn}} = 1,1441 \quad (225)$$

$$\frac{(3\varepsilon_{zpgp} + \varepsilon_c)}{(3\varepsilon_{zpp} + \varepsilon_c)} = \frac{\frac{yW\Delta}{Q_k \left[ \frac{R_m \ln(R_m) + \Delta L}{\Delta} + L \ln(R_M) - \frac{R_M \ln M}{\Delta} \right]}}{\frac{yW\Delta}{Q_n \left[ \frac{R_m \ln(R_m) + \Delta L}{\Delta} + L \ln(R_M) - \frac{R_M \ln M}{\Delta} \right]}} \rightarrow \frac{\varepsilon_{zpgp}}{\varepsilon_{zpn}} = 0,8172 \quad (226)$$

As porcentagens de cada modelo em comparação ao modelo de CHAUHAN & ENTWISTLE são demonstradas na Tabela 4. Dentre os quatro modelos de distribuição de tensão de crescimento, KUBLER, GILLIS & HSU, GARCIA (linear) e GARCIA (parabólico), os modelos baseados nas distribuições de GARCIA (linear) e KUBLER foram os que mais se aproximaram da equação de CHAUHAN & ENTWISTLE, com aproximação maior do modelo baseado na distribuição linear de GARCIA. Entretanto, apesar dos bons resultados apresentados por

Chauhan e Entwistle (2010) é possível que para a espécie *Eucalyptus grandis*, que já apresentou boa correlação com a distribuição linear (GARCIA, 1992), o modelo aqui apresentado obtenham melhor resultado.

O modelo baseado na distribuição de GILLIS & HSU apresentou os resultados mais distintos dos outros modelos, com até 57% a mais do valor calculado pela equação de CHAUHAN & ENTWISTLE. É pouco provável que esse modelo obtenha bons resultados em um experimento teórico, pelo menos para os eucaliptos.

É evidente ressaltar que o modelo baseado na distribuição parabólico de GARCIA depende da variável  $\varepsilon_c$ , que teve seu valor escolhido arbitrariamente. Para um experimento prático essa variável necessita ser coletada, a depender de seu valor, o modelo pode apresentar diferenças significativas com os resultados aqui observados.

Os resultados são coerentes com os observados nos perfis das rachaduras, as rachaduras mais profundas foram calculadas a partir da tensão normal a flexão simples, mesmo usada por CHAUHAN & ENTWISTLE em seu modelo, seguido por GARCIA (linear), KUBLER, GARCIA (parabólico) e GILLIS & HSU. Os valores das flechas seguem, praticamente, essa sequência, com mudança para a distribuição normal ter maiores flechas que o modelo linear para a meia tora.

**Tabela 4.** Comparação em porcentagem entre os modelos de meia tora e o modelo de CHAUHAN & ENTWISTLE

	Flecha (%)	Deformação longitudinal periferica (%)
KUBLER	117	86
GILLIS e HSU	157	64
GARCIA (linear)	87	114
GARCIA (parabólico)	122	82

### 5.3. Análise dos modelos de flecha

Diferente do ocorrido nos modelos de rachadura, os modelos de flecha em tábua são extremamente diferentes entre si, não existe similaridade entre as equações. A análise do comportamento das flechas foi realizada através de um experimento teórico composto por nova tábuas dispostas radialmente. Foi escolhido as flechas  $f_t$ , previamente estabelecidas, respectivas de cada modelo como valor de flecha de cada tábua.

Para a correta aplicação dos modelos é necessário especificar diversas características elásticas e espaciais do tronco e das tábuas. Parte das características geométricas são visualizadas na Figura 22, que ilustra um corte transversal na extremidade menor da tora, é possível visualizar a disposição das tábuas na tora, com sua numeração, e suas medidas. As demais características espaciais e elásticas são demonstradas na Tabela 5. Todas as constantes  $L_t$  foram calculadas e apresentam valores próximos de 200 cm, centro da tora.

Normalmente a flecha na tábua é considerada perfeitamente simétrica, as flechas das extremidades são iguais quando a tábua tangencia em metade de seu comprimento, possibilitando o ajuste para flechas em tábuas de comprimento distinto a partir da Equação 227 (DE LIMA; STAPE, 2017), a medição das flechas máximas são realizadas no centro da tábua (ROCHA, 2000), o que só aconteceu no modelo baseado na distribuição de KUBLER. Vê-se então uma contradição, porém percebe-se que não há grande discrepância entre o  $L_t$  de cada modelo e o meio da tora, não sendo superior a 1% do comprimento total para a maioria dos modelos. As tábuas para o modelo baseado na distribuição parabólica apresentaram  $L_t$  único para cada tábua, também foi o modelo com maior discrepância entre  $L_t$  e o meio da tábua nas tábuas 8 e 9.

$$flecha\ ajustada = Flecha\ medida \left( \frac{Comprimento\ padrão}{Comprimento\ da\ tábua} \right)^2 \quad (227)$$

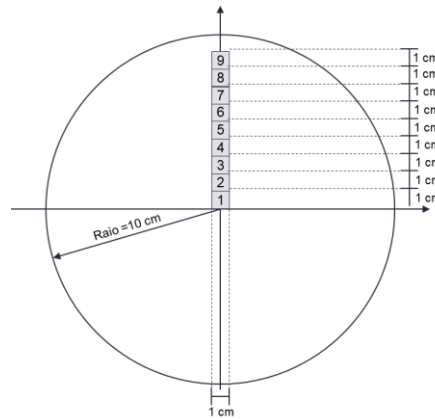


Figura 22. Tábuas dentro da tora

Tabela 5. Tora teórica

Variáveis	Valor	Unidade
Raio menor ( $R_m$ )	10	cm
Raio maior ( $R_M$ )	12	cm
Delta ( $\Delta$ )	0,005	-
Deformação periférica ( $\varepsilon_{zp}$ )	0,001	-
Resistencia a compressão paralela ( $\sigma_c$ )	$4 \sigma_{zp}$	$\frac{N}{m^2}$
Comprimento (L)	400	cm
$L_{tgl}$	196,96	cm
$L_{tk}$	200,00	cm
$L_{tgh}$	203,03	cm
$L_{tgp1}$	197,06	cm
$L_{tgp2}$	197,34	cm
$L_{tgp3}$	197,70	cm
$L_{tgp4}$	198,15	cm
$L_{tgp5}$	197,41	cm
$L_{tgp6}$	198,94	cm
$L_{tgp7}$	201,06	cm
$L_{tgp8}$	204,19	cm
$L_{tgp9}$	204,71	cm

A partir da Figura 23 é possível visualizar os comportamentos dos quatro modelos de flecha, todos apresentam redução da flecha na direção medula casca, o que era esperado, os modelos de distribuição de tensão de crescimento apresentam curvas menos acentuado próximo a casca. É de fácil percepção que o modelo baseado na

distribuição linear de GARCIA apresenta flechas com valores similares em todo raio, isso ocorre pois na distribuição linear a tensão tem uma variação radial constante, o que se assemelha muito ao modelo simplificado, apresentado na Equação 30, no qual todas as flechas de uma mesma tora são iguais (GARCIA, 1992). Diferindo dos demais modelos a menor flecha encontra-se na tábua número 1, porém mesmo essa não possui grande diferença com as demais.

Com relação ao modelo flecha realizado a partir do parabólico de GARCIA, este apresenta ápice na tábua 2, nenhum outro modelo apresenta seu maior valor de flecha nessa tábua. A partir da tábua 2 as flechas diminuem no sentido da casca, seu decaimento é quase linear, existe grande similaridade entre as flechas das tábuas 4, 5, 6, 7, 8 e 9 entre este modelo e o baseado na distribuição de KUBLER. Nota-se que a tábua 9 dos dois modelos baseados nas distribuições de GARCIA apresentam valores muito similares.

A distribuição de GILLIS & HSU resulta num modelo de flecha bem distinto dos demais, apresenta flecha zero para as tábuas 1 e 2, porém as tábuas 3, 4 e 5 apresentam os maiores valores de flecha dentre todos os modelos e as flechas das tábuas 8 e 9 são as menores dentre todos os modelos. Esses resultados condizem com o modelo de distribuição de tensão de crescimento de GILLIS & HSU, no interior do cerne a tensão é constante, o que não resulta em flexão, logo após a área de tensão constante o modelo apresenta valor alto de compressão, que decai até próximo a periferia da árvore.

O modelo de flecha segundo KUBLER possui o maior valor de flecha para a tábua 1, o modelo de distribuição de tensão de crescimento de KUBLER apresenta assíntota vertical, os valores de compressão são extremamente altos no cerne da árvore, o que explica o grande valor dessa flecha. Entretanto, esses valores decaem rapidamente ao se aproximar da casca, as tábuas 7, 8 e 9 apresentam valores similares aos encontrados nos demais modelos.

Os modelos de flecha são coerentes com os modelos de distribuição de tensão de crescimento utilizados, observa-se grande diferença no comportamento dos modelos, diferente do ocorrido nos modelos de profundidade de rachadura de topo de tora, onde todos os modelos apresentam mesmo comportamento, isso ocorre pois a não presença da axissimetria no formato da tábua ressalta as diferenças dos modelos.

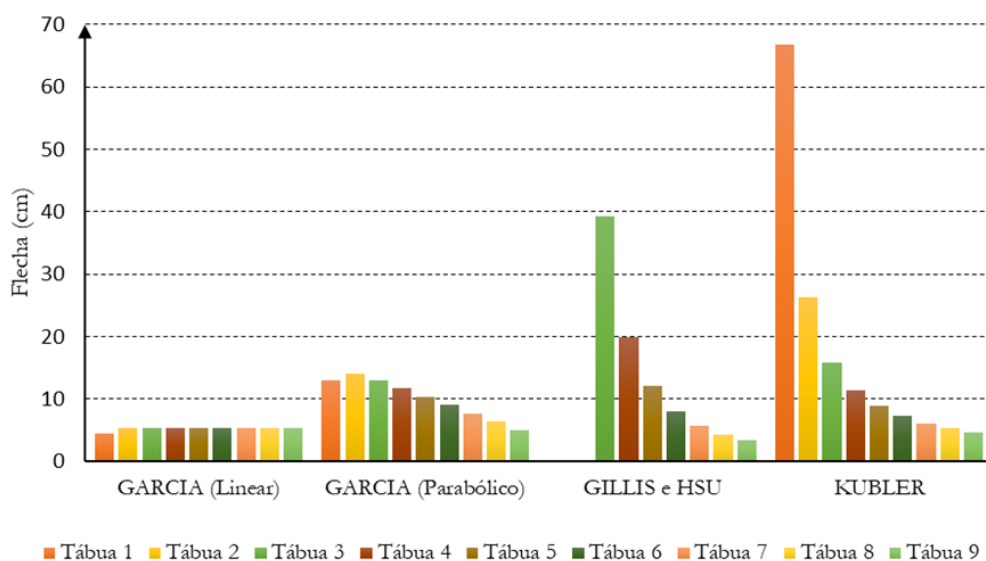


Figura 23. Gráfico de comparação teórica das flechas de cada modelo

#### 5.4. Teste experimental dos modelos de flecha

As informações do deslocamento vertical, composto por nove flechas, de vinte tábuas de *Eucalyptus grandis*, bem como a deformação longitudinal periférica das toras e as dimensões espaciais de cada tábua e tora são demonstradas na Tabela 6. O processo industrial de desdobro dessas tábuas foi descrito na metodologia e foi realizada por Garcia (1992). Os pares de tábuas 2.3 e 2.13 são diametralmente opostas, assim como os pares 2.2 e 2.12 e 2.1 e 2.11 para as toras 1, 2 e 3.

A partir das informações presentes na Tabela 5, foi possível aplicar os modelos de flecha desenvolvidos nessa dissertação, sendo essas, Equações 184, 190, 195 e 201, respectivamente baseados nos modelos de KUBLER, GILLIS & HSU, GARCIA (Linar) e GARCIA (Parabólico). Para efeito de comparação a Equação 30, chamada aqui de simplificado, também foi utilizada para comparações. O valor de  $L_f$  foi de 145 cm para todo os modelos.

**Tabela 6.** Deslocamento vertical, em cm, ao plano tangenciando em metade do comprimento

Tábuas	a	B	h	z (cm)								
				45	70	95	120	145	170	195	120	245
Tora 1			RM=13,85 cm	Rm=13,05 cm			L=290 cm		$\epsilon_{zp} 1100 \cdot 10^{-6}$			
2.3	4,40	6,20	2,40	1,15	0,65	0,25	0,05	0,00	0,10	0,35	0,75	1,15
2.13	4,30	6,25	2,20	1,70	0,95	0,50	0,15	0,00	0,05	0,35	0,90	1,70
2.2	2,25	6,30	2,15	0,50	0,45	0,40	0,20	0,00	0,10	0,25	0,40	0,50
2.12	2,10	6,25	2,20	1,95	1,10	0,50	0,05	0,00	0,10	0,45	1,10	1,95
2,1	0,00	6,20	2,25	0,30	0,20	0,10	0,05	0,00	0,00	0,10	0,20	0,30
2,11	0,00	6,30	2,10	1,95	1,15	0,70	0,30	0,00	0,05	0,45	1,10	1,95
Tora 2			RM=13,05 cm	Rm=12,90 cm			L=290 cm		$\epsilon_{zp} 912 \cdot 10^{-6}$			
2,1	0,00	6,20	7,20	1,40	0,90	0,55	0,20	0,00	0,00	0,25	0,65	1,40
2,11	0,00	6,30	7,15	0,85	0,40	0,20	0,05	0,00	0,05	0,15	0,45	0,85
Tora 3			RM=15,90 cm	Rm=14,40 cm			L=290 cm		$\epsilon_{zp} 1507 \cdot 10^{-6}$			
2.3	4,60	6,20	2,40	1,05	0,55	0,25	0,05	0,00	0,00	0,05	0,45	1,05
2.13	4,50	6,20	2,30	2,95	1,70	0,80	0,70	0,00	0,10	0,55	1,50	2,95
2.2	2,30	6,20	2,30	0,65	0,25	0,00	0,00	0,25	0,45	0,60	0,65	0,65
2.12	2,20	6,30	2,30	1,95	1,15	0,50	0,15	0,00	0,15	0,55	1,15	1,95
2,1	0,00	6,15	2,30	0,50	0,45	0,35	0,10	0,00	0,00	0,05	0,20	0,50
2,11	0,00	6,20	2,20	1,70	1,00	0,50	0,15	0,00	0,15	0,50	1,05	1,70
Tora 4			RM=20,75 cm	Rm=18,50 cm			L=290 cm		$\epsilon_{zp} 1077 \cdot 10^{-6}$			
2,1	0,00	10,20	2,40	0,75	0,50	0,30	0,15	0,05	0,00	0,15	0,40	0,75
2.2	2,40	10,20	2,30	0,80	0,45	0,15	0,05	0,00	0,00	0,05	0,30	0,80
2.3	4,70	10,15	2,35	1,00	0,55	0,25	0,00	0,00	0,00	0,15	0,45	1,00
2.4	7,05	10,15	2,25	0,90	0,45	0,20	0,10	0,00	0,00	0,10	0,35	0,90
2.5	9,30	10,10	2,25	0,90	0,40	0,10	0,05	0,00	0,05	0,15	0,45	0,90
2.6	11,55	10,10	2,25	0,60	0,30	0,10	0,00	0,00	0,05	0,15	0,35	0,60

As Figuras 24 a 31 comparam as flechas de cada modelo com o valor observado experimentalmente. Apenas visualizando os gráficos, é evidente que o modelo simplificado possuiu as flechas que mais se aproximaram do valor

observado, porém o modelo baseado na distribuição linear de GARCIA também apresentou boa correlação em grande parte das tábuas, com exceção notado para a tábua 2.13 da tora 3, já ressaltado como anormal por Garcia (1992). Existe grande similaridade entre o modelo simplificado e o modelo baseado na distribuição linear, isso ocorreu pois, os dois utilizam a distribuição linear da tensão, mas o modelo simplificado não considera o formato da tábua nem seu local na tora. Entretanto, visto que as maiores discrepâncias entre esses dois modelos ocorreram na primeira tábua de cada tora, para as demais os valores são muito próximos, o formato da tábua possui pouco impacto em sua flecha.

Os modelos baseados nas distribuições de KUBLER e GILLIS & HSU apresentaram péssima correlação, apenas nas tábuas 2.5 e 2.6 da tora 4 e na tábua 2.13 da tora 3 mostraram alguma correlação, em geral, os valores eram muito altos. O modelo parabólico apesar de não ser tão desassociado do valor observado como os modelos derivados de KUBLER e GILLIS & HSU, não apresentou correlação melhor que o modelo linear.

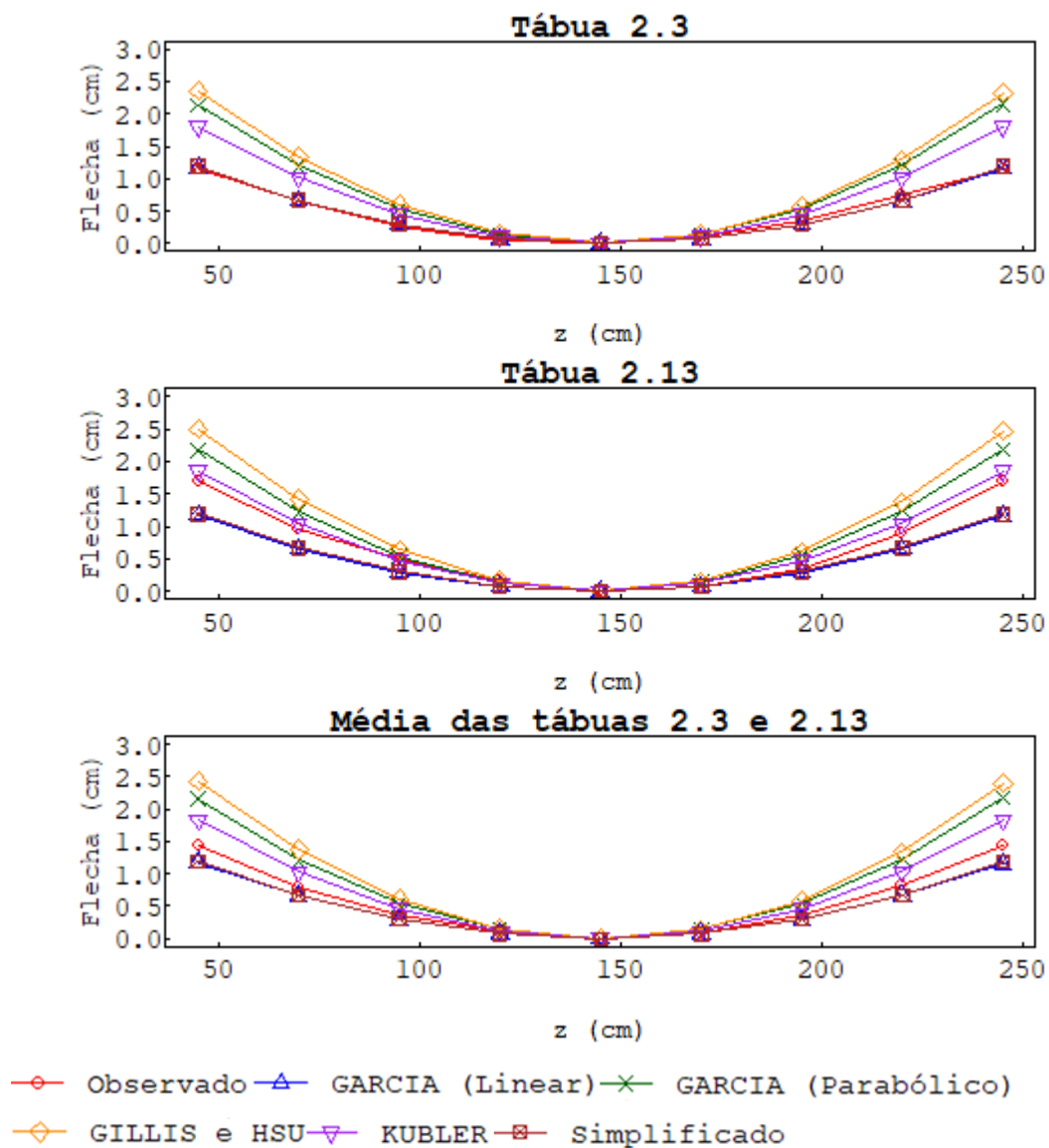


Figura 24. Flechas das tábuas 2.3, 2.13 e a média entre as duas da tora 1

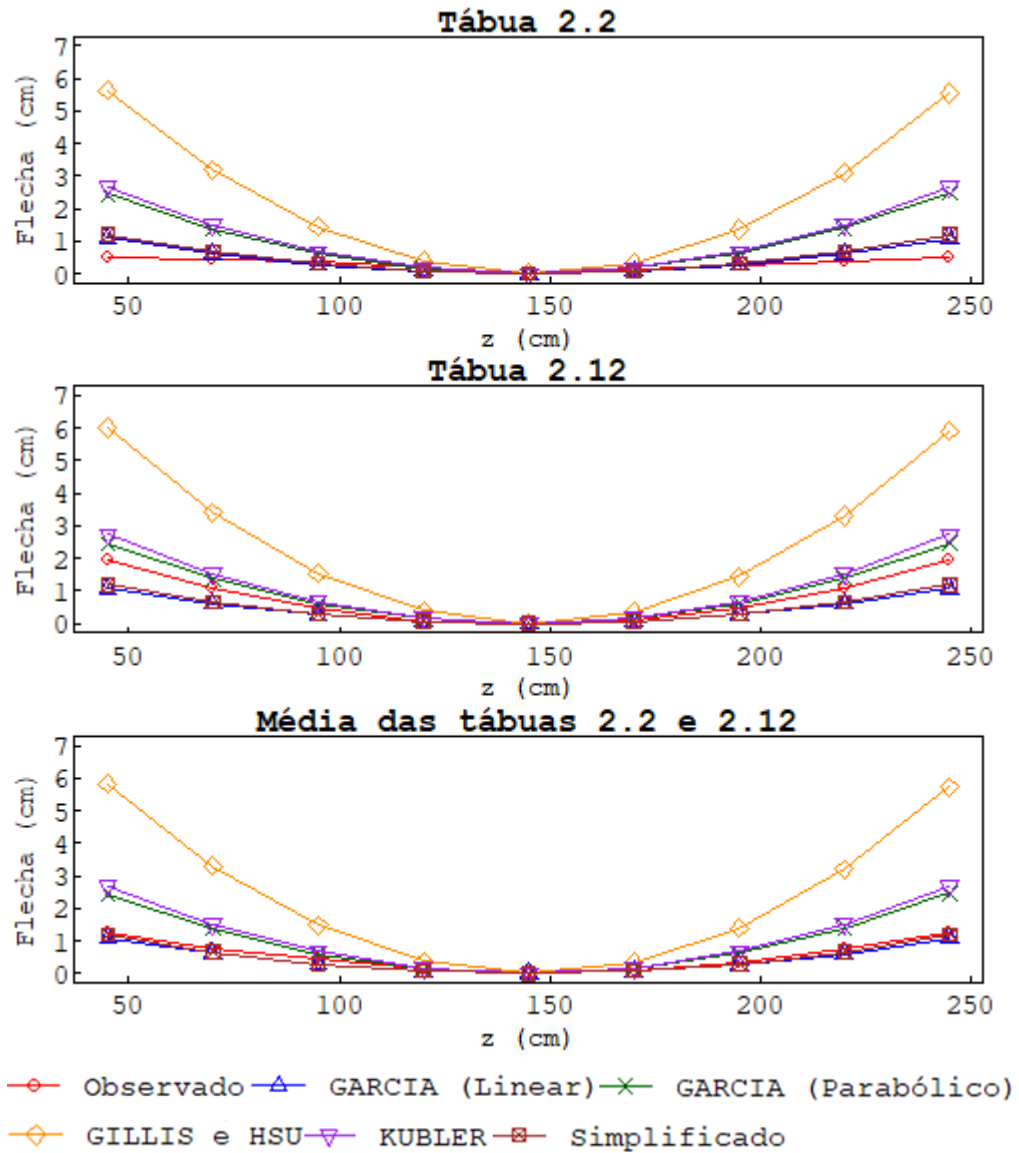


Figura 25. Flechas das tábuas 2.2, 2.12 e a média entre as duas da tora 1



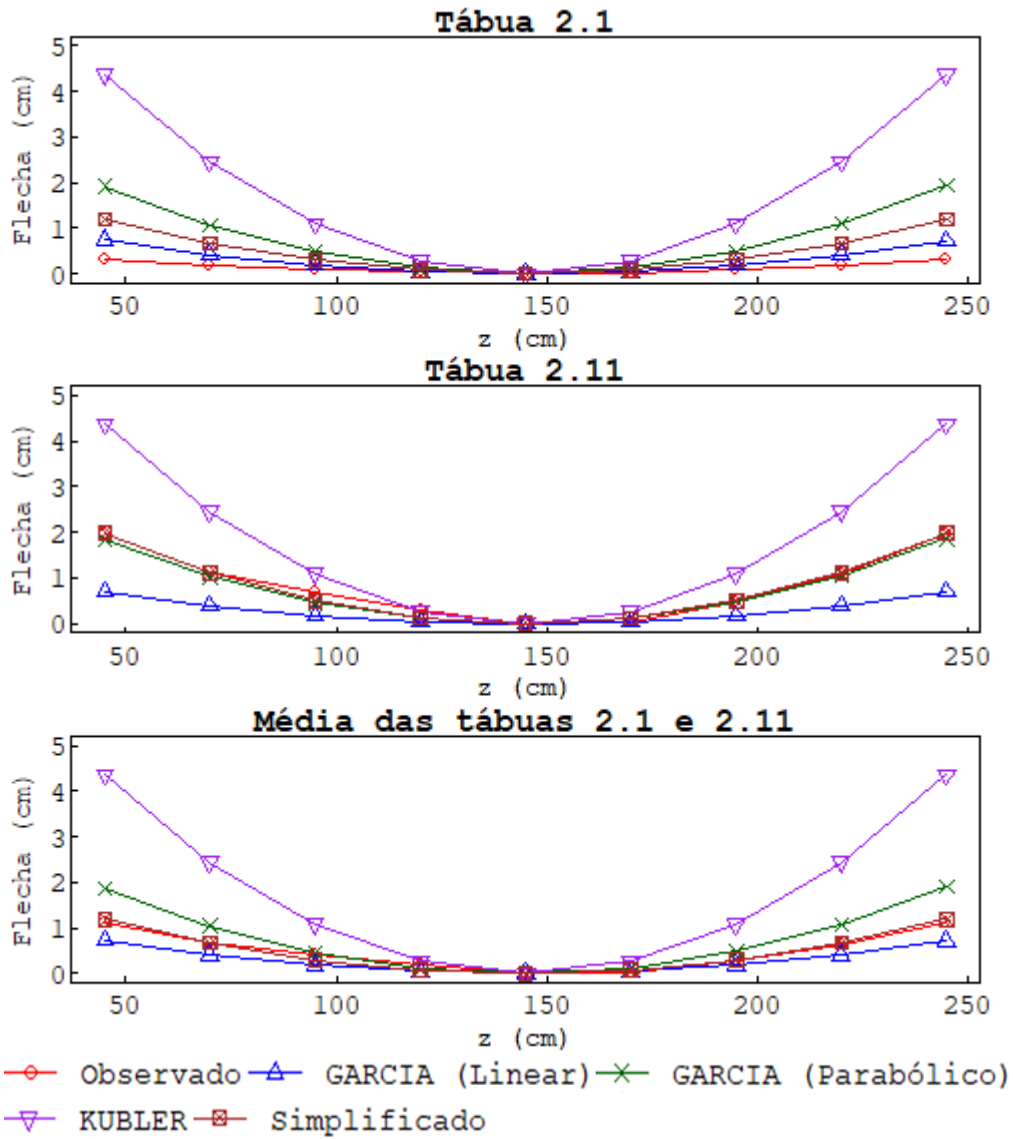


Figura 26. Flechas das tábuas 2.1, 2.11 e a média entre as duas da tora 1

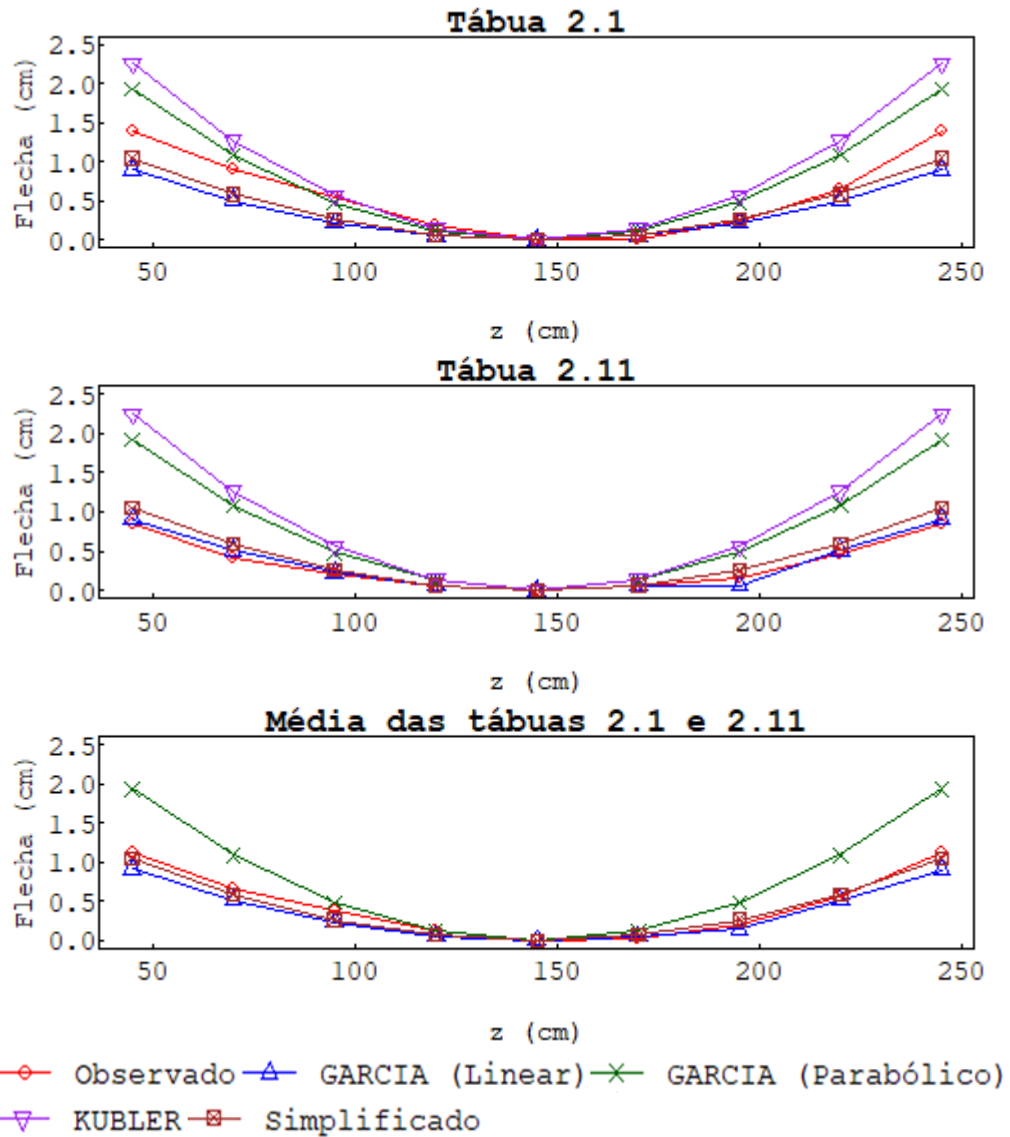


Figura 27. Flechas das tábuas 2.1, 2.11 e a média entre as duas da tora 2

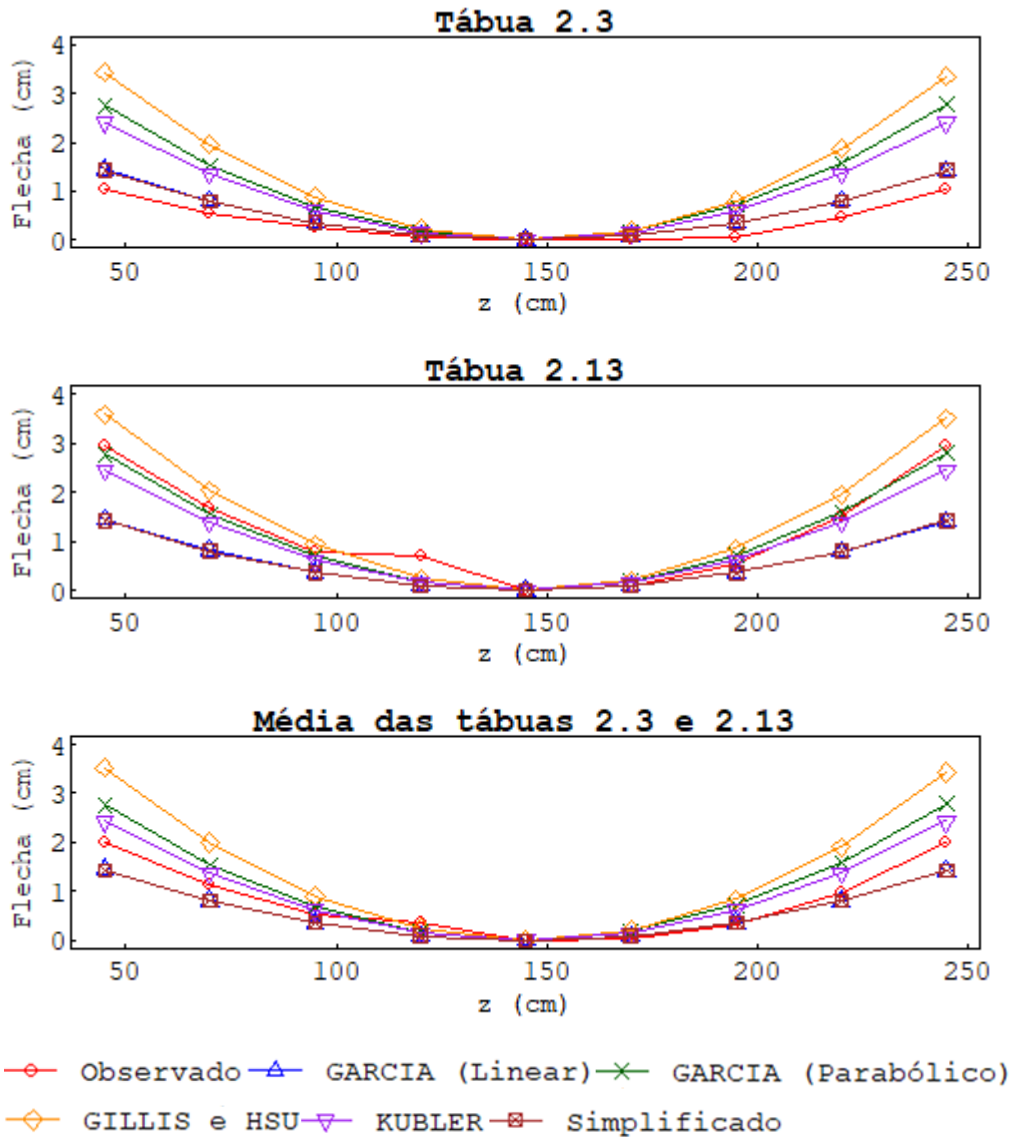


Figura 28. Flechas das tábuas 2.3, 2.13 e a média entre as duas da tora 3

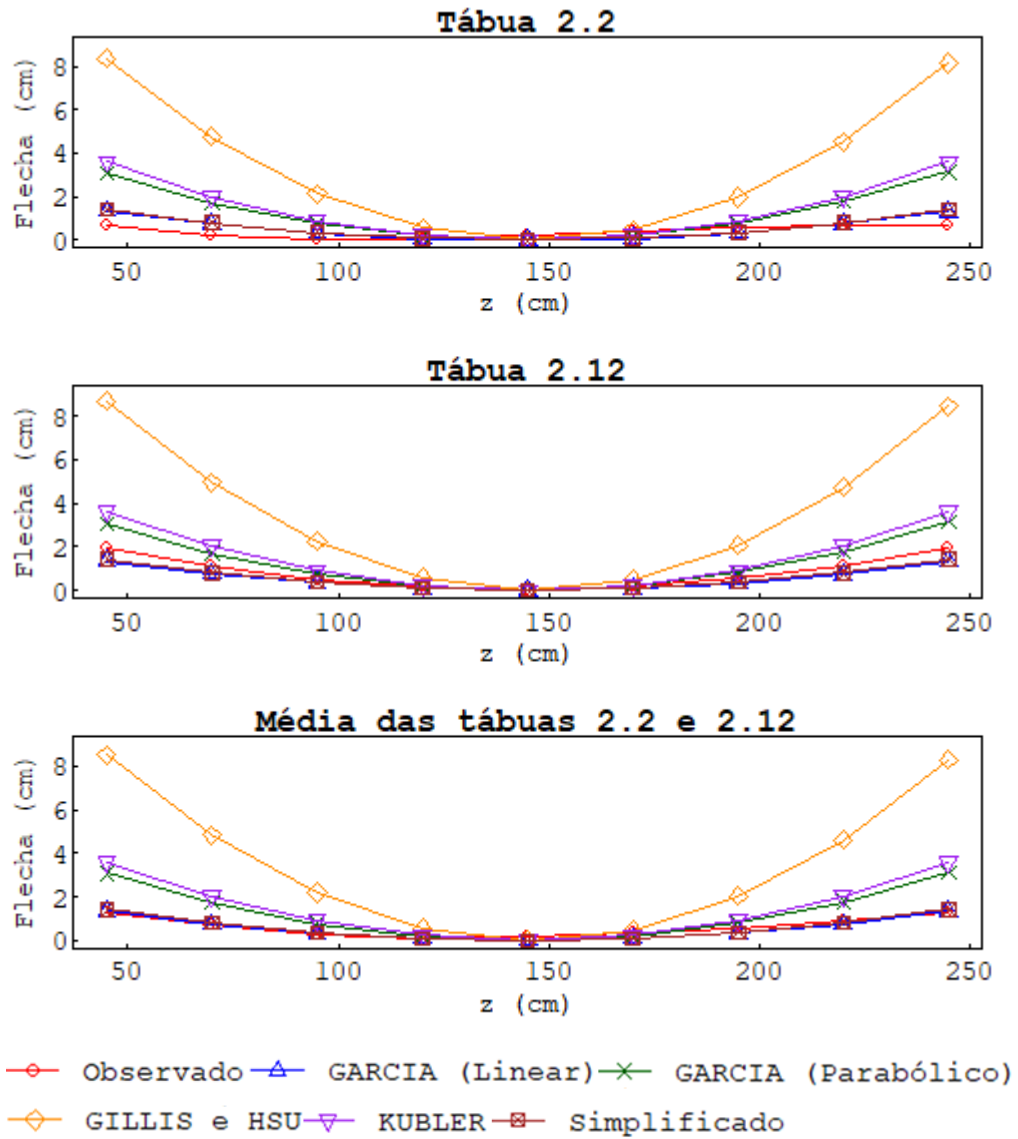


Figura 29. Flechas das tábuas 2.2, 2.12 e a média entre as duas da tora 3

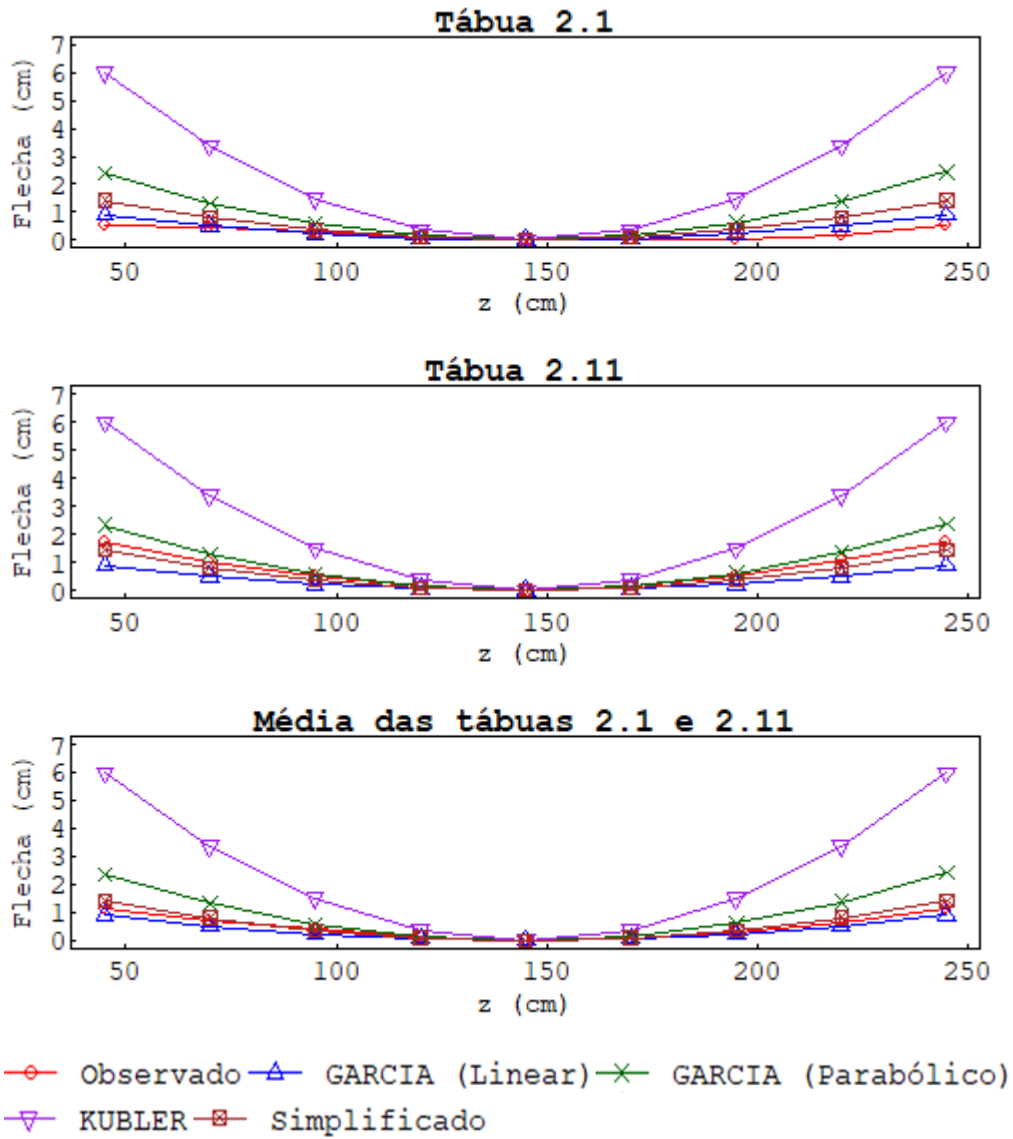


Figura 30. Flechas das tábuas 2.1, 2.11 e a média entre as duas da tora 1

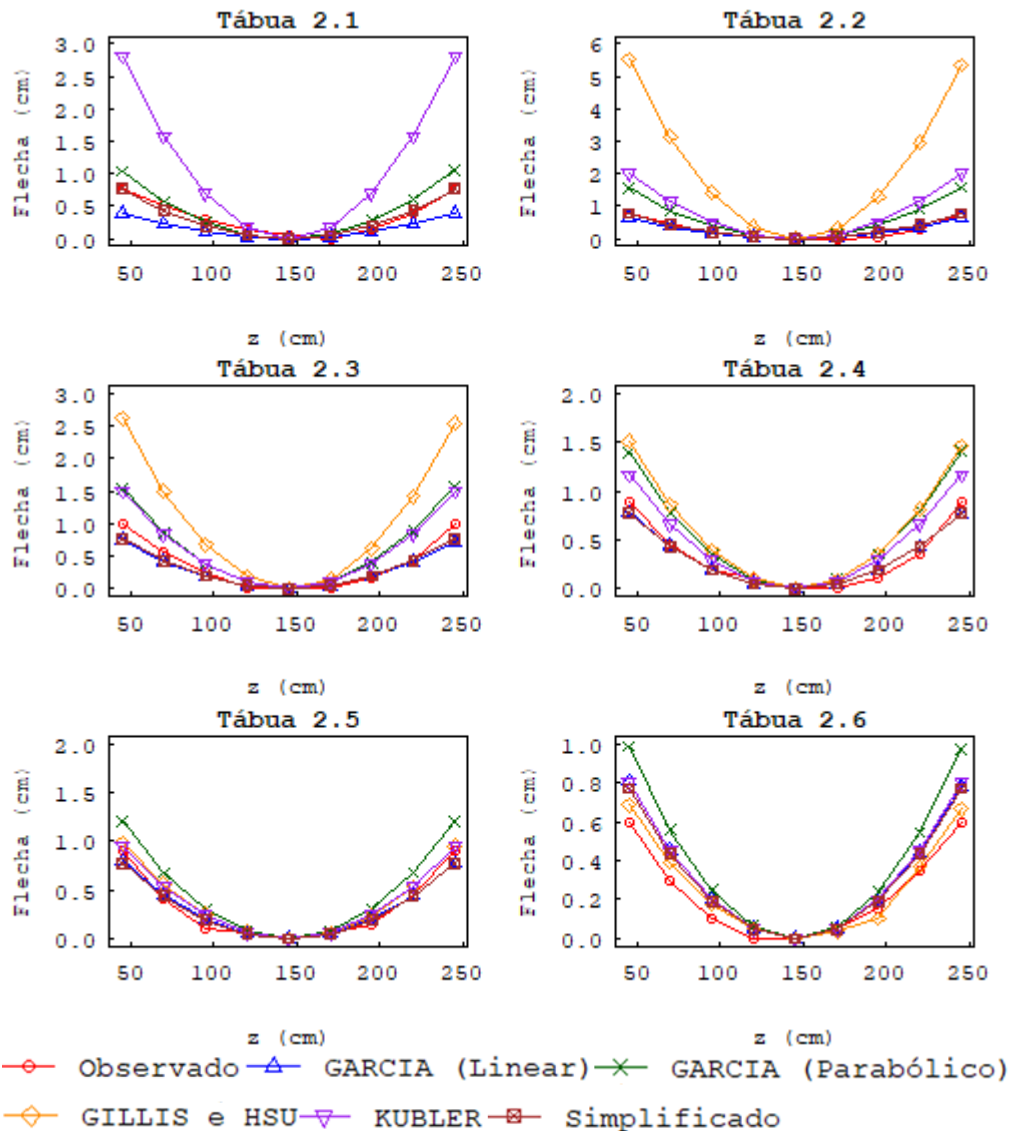


Figura 31. Flechas das tábuas 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.5 e 2.6 da tora 4

As retas de tendência de cada modelo são demonstradas na Figura 32. Em geral, os modelos superestimam o valor da flecha, o que resulta em resíduos, majoritariamente, positivos. Apenas o modelo derivado da distribuição linear de GARCIA apresentou valores subestimados, produzindo resíduos, majoritariamente, negativos. Como visto anteriormente, as primeiras tábuas de cada tora seriam responsáveis pela discrepância entre o modelo linear e o modelo simplificado, a comparação entre esses dois modelos, com a retirada de todas as tábuas 2.1 e 2.11 e da tábuas 2.13 da tora 3, pode ser feita partindo da Figura 33. Os dois modelos são extremamente similares para tábuas mais distantes da medula.

Novamente o modelo linear apresentou os melhores resultados dentre os modelos desenvolvidos nesta dissertação. A distribuição de KUBLER, GILLIS & HSU e GARCIA (Parabólico) mostraram-se ineficazes para calcular as flechas de tábuas de *Eucalyptus grandis*, os valores de flecha são muito superiores que os observados.

As Tabelas 6, 7 e 8 apresentam os valores dos coeficientes de determinação para cada um dos modelos em todas as tábuas. Em específico, as Tabelas 7 e 8 demonstram os  $R^2$  calculados a partir das fórmulas de Souza (1998), sendo a Tabela 7 utilizando a Equação 33 e a Tabela 8 utilizando a Equação 34. A Tabela 9 demonstram os  $R^2$  calculados utilizando a fórmula indicada por Regazzi (2010) (Equação 35). A Tabela 10 reúne a média de todos os  $R^2$

separado para cada forma de cálculo e modelo, é possível notar que existem valores de  $R^2$  negativos, normalmente os valores de  $R^2$  variam de zero a um, porém como ressalta Regazzi (2010), para modelos não lineares é possível ocorrer valor negativo de  $R^2$ .

Os  $R^2$  corroboram os demais gráficos, o modelo linear apresentou os melhores valores de  $R^2$ . Entretanto, nenhuma das formas de se calcular o  $R^2$  foi perfeitamente eficaz, a Equação 32 de Souza (1998) apresentou valores altos mesmo para flechas muito discrepantes, nenhum valor foi interior a 0,7. A formulação de Souza (1998) utilizando a soma de quadrados totais, apresentou os valores mais coerentes (Equação 33), mesmo que ainda existam valores negativos, o que não ocorre para  $R^2$  de modelos lineares, mas que ocorre para modelos não lineares. A proposição de Regazzi (2010) apresentou números muito negativos, mas também demonstra melhores valores para o modelo linear.

A utilização de várias formulações para o  $R^2$  em modelos não lineares mostrou-se muito útil, uma das três formulações apresentou boa forma de se calcular.

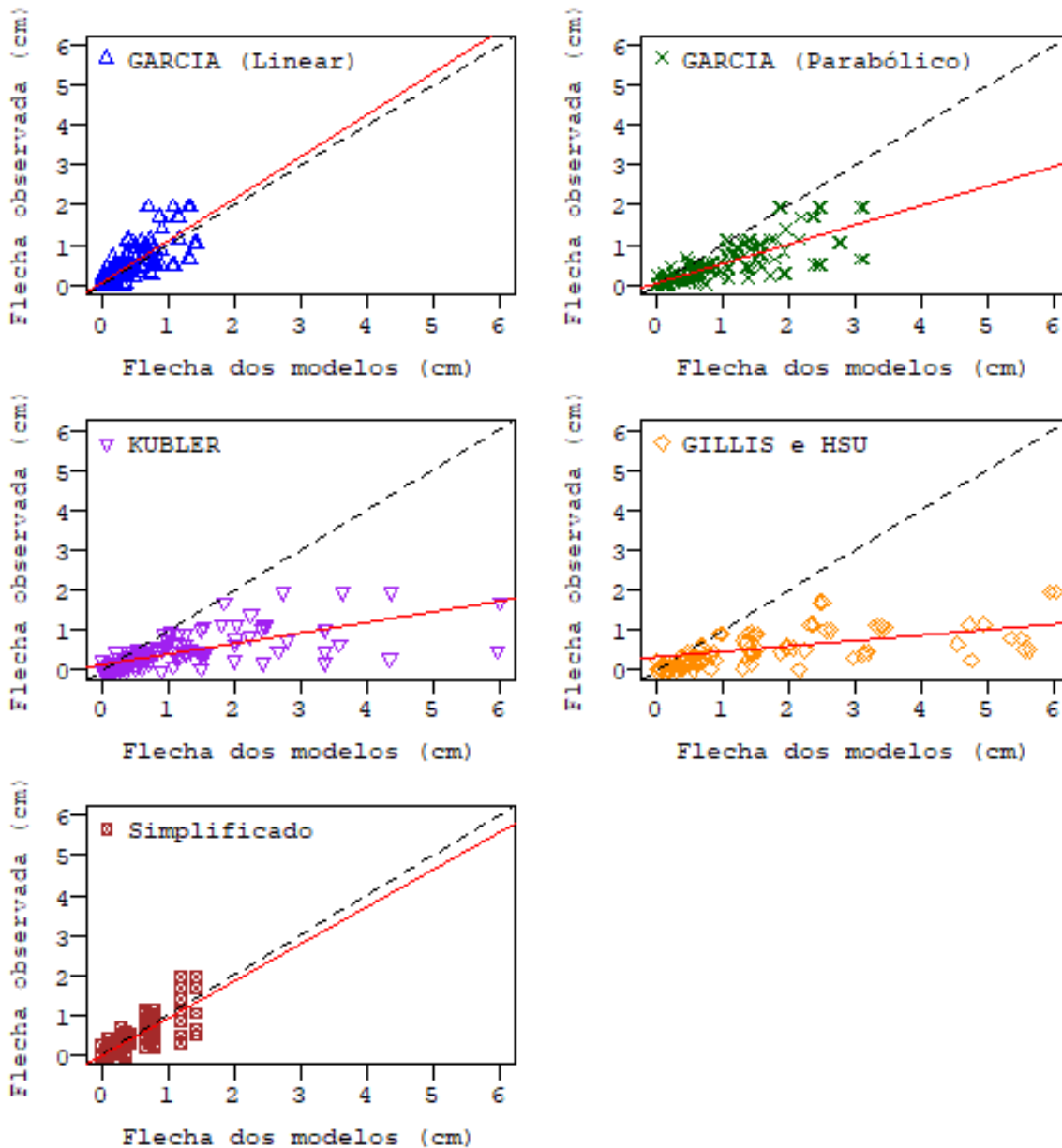


Figura 32. Retas de tendencia de cada modelo

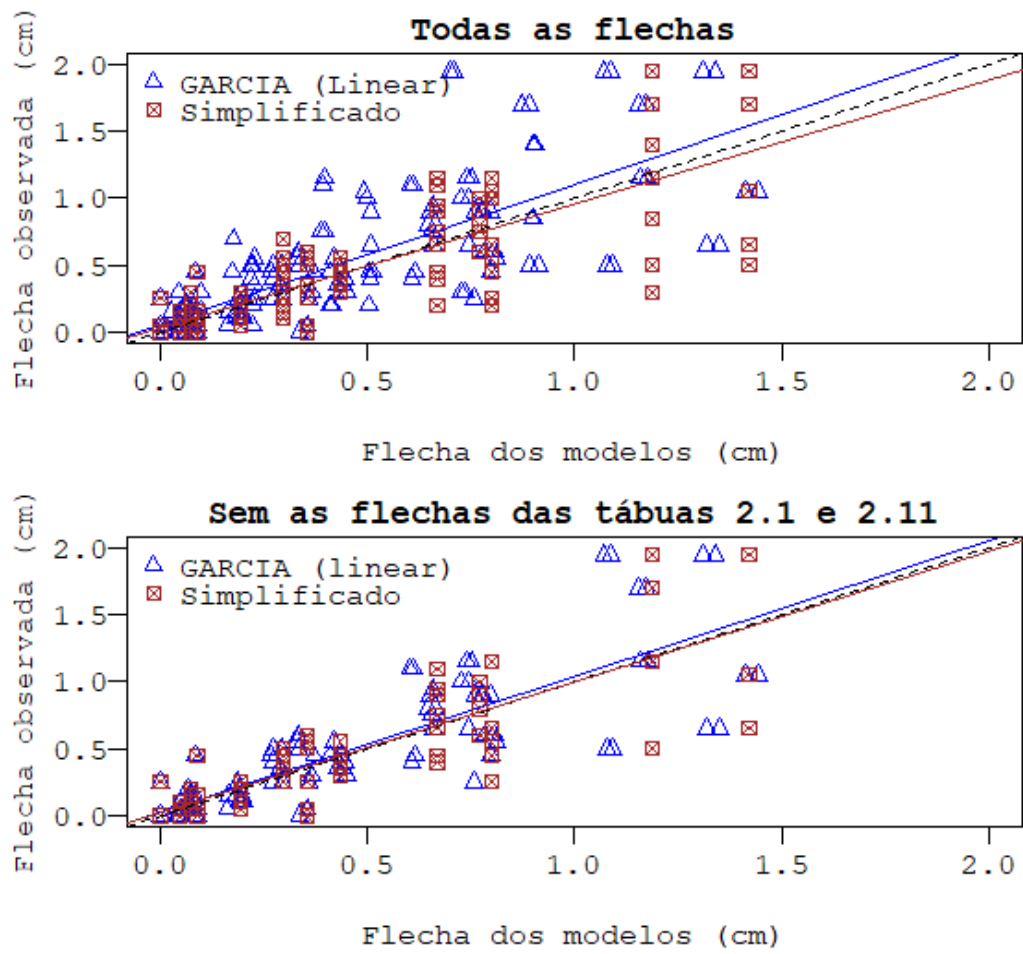


Figura 33. Efeito da retirada das tábuas 2.1 e 2.11 nos modelos linear e simplificado



**Tabela 7.** Coeficiente de determinação pela conformação complete de Souza (1998)

Tora 1				
Tábua	R <sup>2</sup>		KUBLER	GILLIS e HSU
	GARCIA (Linear)	GARCIA (Parabólico)		
2.3	0,9901	0,9915	0,9907	0,9882
2.13	0,9948	0,9939	0,9946	0,9959
Média (2.3 e 2.13)	0,9994	0,9995	0,9995	0,9993
2.2	0,7654	0,7610	0,7646	0,7697
2.12	0,9990	0,9988	0,9990	0,9989
Média (2.2 e 2.12)	0,9902	0,9891	0,9901	0,9911
2.1	0,9744	0,9734	0,9744	x
2.11	0,9842	0,9817	0,9840	x
Média (2.1 e 2.11)	0,9850	0,9826	0,9848	x
Tora 2				
Tábua	R <sup>2</sup>		KUBLER	GILLIS e HSU
	GARCIA (Linear)	GARCIA (Parabólico)		
2,1	0,9581	0,9573	0,9579	x
2,11	0,9831	0,9919	0,9919	x
Média (2,1/2,11)	0,9868	0,9817	0,9821	x
Tora 3				
Tábua	R <sup>2</sup>		KUBLER	GILLIS e HSU
	GARCIA (Linear)	GARCIA (Parabólico)		
2.3	0,9710	0,9674	0,9701	0,9748
2.13	0,9687	0,9656	0,9681	0,9723
Média (2.3 e 2.13)	0,9739	0,9707	0,9733	0,9777
2.2	0,3830	0,4021	0,3873	0,3664
2.12	0,9986	0,9989	0,9989	0,9977
Média (2.2 e 2.12)	0,9428	0,9515	0,9450	0,9345
2.1	0,7621	0,7414	0,7579	x
2.11	0,9968	0,9973	0,9973	x
Média (2.1 e 2.11)	0,9835	0,9778	0,9827	x
Tora 4				
Tábua	R <sup>2</sup>		KUBLER	GILLIS e HSU
	GARCIA (Linear)	GARCIA (Parabólico)		
2.1	0,9577	0,9469	0,9561	x
2.2	0,9645	0,9567	0,9629	0,9693
2.3	0,9889	0,9852	0,9881	0,9914
2.4	0,9679	0,9646	0,9669	0,9720
2.5	0,9794	0,9805	0,9804	0,9769
2.6	0,9891	0,9882	0,9904	0,9748

**Tabela 8.** Coeficiente de determinação pela conformação simplificada de Souza (1998)

Tora 1				
Tábua	R <sup>2</sup>		KUBLER	GILLIS e HSU
	GARCIA (Linear)	GARCIA (Parabólico)		
2.3	0,9956	0,3158	0,7117	0,0156
2.13	0,9016	0,9121	0,9880	0,7776
Média (2.3 e 2.13)	0,9655	0,7382	0,9230	0,5317
2.2	0,3022	-7,4723	-9,4876	-59,6486
2.12	0,8007	0,9297	0,8339	-3,2604
Média (2.2 e 2.12)	0,9710	0,1369	-0,2544	-11,4200
2.1	-0,6869	-5,2594	-38,7380	X
2.11	0,5799	0,9869	-0,5190	X
Média (2.1 e 2.11)	0,8525	0,6584	-5,3418	X
Tora 2				
Tábua	R <sup>2</sup>		KUBLER	GILLIS e HSU
	GARCIA (Linear)	GARCIA (Parabólico)		
2,1	0,8567	0,8429	0,6234	X
2,11	0,9847	-0,8025	-2,0003	X
Média (2,1/2,11)	0,9554	0,4590	-0,0430	X
Tora 3				
Tábua	R <sup>2</sup>		KUBLER	GILLIS e HSU
	GARCIA (Linear)	GARCIA (Parabólico)		
2.3	0,7884	-2,1402	-0,9983	-4,7578
2.13	0,7268	0,9828	0,9603	0,9428
Média (2.3 e 2.13)	0,9157	0,8145	0,9316	0,4004
2.2	0,1831	-7,2797	-10,9304	-79,6144
2.12	0,8897	0,6827	0,2962	-10,1063
Média (2.2 e 2.12)	0,9691	-0,6558	-1,7681	-25,6812
2.1	0,4630	-10,2124	-92,7210	x
2.11	0,7539	0,8740	-4,9803	x
Média (2.1 e 2.11)	0,9450	-0,1974	-17,0780	x
Tora 4				
Tábua	R <sup>2</sup>		KUBLER	GILLIS e HSU
	GARCIA (Linear)	GARCIA (Parabólico)		
2.1	0,7458	0,8458	-5,8801	x
2.2	0,9579	-0,1948	-1,8125	-36,7745
2.3	0,9355	0,6075	0,6792	-1,8222
2.4	0,9732	0,5442	0,8325	0,4058
2.5	0,9802	0,8138	0,9706	0,9644
2.6	0,8732	0,5568	0,8662	0,9684

**Tabela 9.** Coeficiente de determinação pela conformação de Regazzi (2010)

Tora 1				
Tábua	R <sup>2</sup>		KUBLER	GILLIS e HSU
	GARCIA (Linear)	GARCIA (Parabólico)		
2.3	0,9897	-0,6093	0,3218	-1,3154
2.13	0,7770	0,8006	0,9727	0,4957
Média (2.3 e 2.13)	0,9204	0,3952	0,8222	-0,0818
2.2	-2,0011	-35,4399	-44,1078	-259,8529
2.12	0,5581	0,8442	0,6317	-8,4485
Média (2.2 e 2.12)	0,9247	-1,2432	-2,2602	-31,2792
2.1	-3,3764	-64,2442	-413,2075	x
2.11	-0,0382	0,9690	-2,6050	x
Média (2.1 e 2.11)	0,6326	-0,0450	-18,3995	x
Tora 2				
Tábua	R <sup>2</sup>		KUBLER	GILLIS e HSU
	GARCIA (Linear)	GARCIA (Parabólico)		
2,1	-0,2276	-0,3452	-2,2257	x
2,11	0,8924	-11,6606	-20,0738	x
Média (2,1/2,11)	0,6478	-3,2746	-7,2401	x
Tora 3				
Tábua	R <sup>2</sup>		KUBLER	GILLIS e HSU
	GARCIA (Linear)	GARCIA (Parabólico)		
2.3	0,5960	-4,9944	-2,8147	-9,9912
2.13	0,3398	0,9585	0,9040	0,8619
Média (2.3 e 2.13)	0,8085	0,5787	0,8447	-0,3616
2.2	-1,6890	-26,2556	-38,2732	-264,3714
2.12	0,7349	0,2374	-0,6913	-25,6900
Média (2.2 e 2.12)	0,9108	-3,7885	-7,0055	-76,1631
2.1	-0,2948	-26,0382	-225,0035	x
2.11	0,3836	0,6845	-13,9774	x
Média (2.1 e 2.11)	0,8593	-2,0612	-45,2190	x
Tora 4				
Tábua	R <sup>2</sup>		KUBLER	GILLIS e HSU
	GARCIA (Linear)	GARCIA (Parabólico)		
2.1	0,7458	0,8458	-5,8801	x
2.2	0,9579	-0,1948	-1,8125	-36,7745
2.3	0,9355	0,6075	0,6792	-1,8222
2.4	0,9732	0,5442	0,8325	0,4058
2.5	0,9802	0,8138	0,9706	0,9644
2.6	0,8732	0,5568	0,8662	0,9684

**Tabela 10.** Média do coeficiente de determinação para cada modelo

Método de cálculo	R <sup>2</sup>			
	GARCIA (Linear)	GARCIA (Parabólico)	KUBLER	GILLIS e HSU
1 Souza (1998)	0,9769	0,9769	0,9774	0,9748
2 Souza (1998)	0,8287	0,5822	-0,1114	-1,8222
Regazzi (2010)	0,6655	0,3908	-2,0191	-1,8222

A média dos coeficientes de determinação, em conjunto com os gráficos de dispersão, possibilitam afirmar a boa correlação entre o modelo baseado na distribuição linear de GARCIA e o resultado experimental, apesar do coeficiente de determinação apresentar grande variação entre as três formas de cálculo, o modelo baseado na distribuição linear de GARCIA foi, constantemente, o valor mais alto, ou muito próximo do valor mais alto. A equação diferencial da linha elástica mostrou-se capaz de prever diversos defeitos presentes na madeira, apesar das características biológicas da madeira.



## 6. CONCLUSÕES

As equações de distribuição de tensão de crescimento longitudinal de KUBLER, GILLIS & HSU, GARCIA (linear), GARCIA (parabólico) e na fórmula da tensão normal a flexão simples a flexão simples resultaram em modelos de perfil de rachadura com o mesmo comportamento, apesar da grande diferença entre as distribuições de tensão.

Os modelos desenvolvidos para flecha e deformação utilizando a distribuição linear de GARCIA aplicada a uma semi-circunferência “meia tora” apresentou o resultado mais similar ao modelo de CHAUHAN & ENTWISTLE.

O modelo de flecha desenvolvido baseado na distribuição linear de GARCIA apresentou os melhores resultados dentre os modelos desenvolvidos nesta dissertação, a precisão aumentou sensivelmente para as tábuas mais distantes da medula. Entretanto, o modelo simplificado (GARCIA, 1992) apresentou maior correlação que o modelo baseado na distribuição linear, sobretudo nas tábuas próximas a medula, nas demais tábuas os modelos são muito similares. Conforme o aumento da distância radial, o modelo baseado na distribuição linear de GARCIA degenera para as aproximações do modelo simplificado, o que explica a similaridade entre as flechas dos dois modelos nas tábuas mais distantes da medula.

O modelo de flecha na tábua baseado na distribuição linear de GARCIA apresentou bons resultados para as condições presentes na metodologia. Entretanto, não é possível afirmar sua validade para outras espécies, nem para toras com conformidades distintas das definidas na metodologia, logo são necessárias mais pesquisas para avaliar a efetividade do modelo para outras espécies e para toras não retilíneas. Em relação as tábuas, são necessárias mais pesquisas em modelagens para calcular as flechas das tábuas com posicionamento da seção transversal diferentes dos pré-estabelecidos na modelagem.

A utilização de várias técnicas de calcular o coeficiente de determinação foi necessária para avaliar o melhor modelo.

Futuros estudos poderão inserir novas variáveis e mais complexidade teórica para melhorar a modelagem, outras flechas e defeitos também podem ser pesquisados utilizando os mesmos procedimentos propostos nessa dissertação.

Experimentações são necessárias para avaliar os modelos de perfil de rachadura de extremidade de tora e os modelos de flecha e deformação em meia tora. Para avaliar os modelos de flecha na tábua em demais conformidades de toras e tábua, são necessários testes em mais espécies, variação na geometria das tábuas, no posicionamento da seção transversal das tábuas e com diferentes classes de conicidade.

## REFERÊNCIAS

ADORNO, M. F. C.; GARCIA, J. N. Correlações lineares entre as principais características tecnológicas da madeira de clones de *Eucalyptus grandis* e *Eucalyptus urophylla*. *Scientia Forestalis*, Piracicaba, n. 63, p. 44-53, 2003.

AMER, M. et al. Kinetic of cracks propagation related to the growth stress of clonal *Eucalyptus* wood. *Journal of the Indian Academy of Wood Science*, v. 16, n. 2, p. 155–161, 2019.

ARCHER, R. R.; BYRNES, F. E. On the distribution of tree growth stresses—Part I: An anisotropic plane strain theory. **Wood Science and Technology**, v. 8, n. 3, p. 184-196, 1974.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DA INDÚSTRIA DE MADEIRA PROCESSADA MECANICAMENTE (ABIMCI). Madeira processada mecanicamente: estudo setorial 2001. Disponível em: <<http://www.sbs.org.br/estatisticas.htm>>. Acesso em: 2 mar. 2019.

BAMBER, R. K. A general theory for the origin of growth stresses in reaction wood: how trees stay upright. **Iawa Journal**, v. 22, n. 3, p. 205-212, 2001.

BARISKA, M. A method for predicting timber quality in eucalypts. **Management of Eucalyptus grandis in South Africa, Stellenbosch**, p. 215-228, 1990.

BERG, S. et al. Crack influence on load-bearing capacity of glued laminated timber using extended finite element modelling. **Wood Material Science and Engineering**, v. 10, n. 4, p. 335–343, 2015.

BIAZUS, A.; da HORA, A. B.; LEITE, B. G. P. Panorama de mercado: painéis de madeira. **BNDES setorial**, Rio de Janeiro, n.32, p.49-90, 2010.

BOYD, J. D. et al. Tree growth stresses. I. Growth stress evaluation. **Australian Journal of Scientific Research**, n. 3, p. 270-93, 1950.

BOYD, J. D. The key factor in growth stress generation in trees lignification or crystallisation?. **IAWA Journal**, v. 6, n. 2, p. 139-150, 1985.

CHAFE, S. C. Growth stress in trees. **Australian forest research**, 1979.

CHAFE, S. C. Variation in longitudinal growth stress, basic density and modulus of elasticity with height in the tree. **Australian Forest Research**, Canberra, v. 11, n.1, p. 79-82. 1981.

CHAUHAN, S.; ENTWISTLE, K. Measurement of surface growth stress in *Eucalyptus nitens* maiden by splitting a log along its axis. **Holzforschung**, v. 64, n. 2, p. 267–272, 2010.

CLAIR, B.; RUELLE, J.; THIBAUT, B. Relationship between growth stress, mechanical-physical properties and proportion of fibre with gelatinous layer in chestnut (*Castanea Sativa* Mill.). **Holzforschung**, v. 57, n. 2, p. 189–195, 2003.

COSTA, R. de S. **Um estudo de equações diferenciais aplicados à flexão de vigas**. Dissertação (mestrado profissional) – Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, São Paulo. 2010.

CRÊSPO, E. A. **Tensões de crescimento e suas consequências, controláveis e não controláveis no desdobro e secagem do *Eucalyptus grandis* e *Eucalyptus saligna***. 119 f. Dissertação (Mestrado em Ciência e Tecnologia de Madeiras) – Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, Piracicaba, 2000.

DE LIMA, I. L.; STAPE, J. L. Caracterização da madeira serrada em clones de *Eucalyptus*. **Pesquisa Florestal Brasileira**, v. 37, n. 89, p. 55, 2017.

DE SOUZA, M. A. M. et al. Deformação longitudinal periférica E Sua Relação Com Algumas Características De Crescimento E Da Madeira Em Clones De *Eucalyptus*. **Floresta**, v. 33, n. 3, p. 275–284, 2003.

DE ARAUJO, V. A. et al. Importância da madeira de florestas plantadas para a indústria de manufaturados. **Pesquisa Florestal Brasileira**, v. 37, n. 90, p. 189, 2017.

DE ARAUJO, V. A. et al. Machinery from Brazilian Wooden Housing Production: Size and Overall Obsolescence. **BioResources**, v. 13, n. 4, p. 8775–8786, 2018.

DE ARAUJO, V. A. et al. Materiais Lignocelulósicos em Uso pelo Setor Produtivo de Casas de Madeira no Brasil. **Revista do Instituto Florestal**, 32(2):129-141, 2020.

DIAS JUNIOR, et al. Caracterização da madeira de quatro espécies florestais para uso em movelaria. *Ciência da Madeira*, Pelotas, v. 04, n. 01, p. 93-107, 2013.

DINWOODIE, J. M. Growth stresses in timber—a review of literature. **Forestry: An International Journal of Forest Research**, v. 39, n. 2, p. 162-170, 1966.

ENTWISTLE, K. et al. The effect of saw kerf width on the value of the axial growth stress measured by slitting a log along its axis. **Wood Material Science and Engineering**, v. 11, n. 1, p. 1–12, 2016.

GALVAO, A. P. M. Aspectos da utilização da madeira de eucalipto no Brasil; seu aproveitamento em serraria. **Piracicaba: Instituto de Pesquisas e Estudos Florestais**, v. 4, 1976.

GARCIA, J. N. **Estados de tensão em árvores e de deformação em peças de madeira serrada**. Tese (Doutorado em Engenharia de Construção Civil e Urbana)– Universidade de São Paulo, São Paulo, 1992.



GARCIA, J. N. Técnicas de desdobro de eucalipto. In: **Seminário Internacional de Utilização da Madeira de Eucalipto para Serraria**, p. 59–67, 1995.

GILLIS, P. P. Theory of growth stresses. **Holzforschung**, v. 27, n. 6, p. 197–207, 1973.

GILLIS, P. P.; HSU, C. H. An elastic, plastic theory of longitudinal growth stresses. **Wood Science and Technology**, v. 13, n. 2, p. 97-115, 1979.

GONÇALVES, JL de M. et al. Assessing the effects of early silvicultural management on long-term site productivity of fast-growing eucalypt plantations: the Brazilian experience. **Southern Forests: a Journal of Forest Science**, v. 70, n. 2, p. 105-118, 2008.

GRIL, J. et al. Tree growth stress and related problems. **Journal of Wood Science**, v. 63, n. 5, p. 411–432, 2017.

GROSSER, Dietger. **Defeitos da madeira**. Fundação de Pesquisas Florestais do Paraná, 1980.

GUÉNEAU, P.; KIKATA, Y. Contraintes de croissance. **Bois & Forêts des tropiques**. 149.149.;21-30M, 1973.

GUSTAFSSON, P. J. Fracture mechanics studies of non-yielding materials like concrete : modelling of tensile fracture and applied strength analyses. **Rapport TVBM (Intern 7000-rapport); 7017 (1992)**, v. 7017, 1985.

HIBBERLER, R. C., **Mecânica Vectorial para Ingenieros Estática**, Prentice Hall, 10ma Edición, 2004.

HILLIS, W. E. Wood quality and growing to meet market requirements. In: **THE FUTURE OF EUCALYPTUS FOR WOOD PRODUCTS**, Launceston, Tasmania. Launceston: IUFRO, 2000.

HILLIS, W. E.; BROWN, A. G. **Eucalyptus for wood production**. Melbourne. CSIRO, 1978.

HORNBERG, K. F. et al. Qualidade das toras e da madeira serrada de seis espécies de eucaliptos cultivadas no litoral de Santa Catarina. **Sci. For.** , Piracicaba, v.40, n. 96, p. 463-471, dez. 2012.

INDÚSTRIA BRASILEIRA DE ÁRVORES - IBÁ. **Relatório 2017**. Indústria Brasileira de Árvores - IBÁ, p. 80, 2017.

INSTITUTO DE PESQUISA E ESTUDOS FLORESTAIS – IPEF, Disponível em:<[www.ipef.br/](http://www.ipef.br/)>. Acesso em: 5 mar. 2019.

JACOBS, M. R. **Further studies on fibre tension**. Canberra, Australia, by authority: L.F. Johnston, Commonwealth Government Printer, 1939.

JACOBS, M. R. **The growth of woody stems**. Canberra, Australia, by authority: L.F. Johnston, Commonwealth Government Printer, 1945.

JACOBS, M. R. **The fibre tension of woody stems, with special reference to the genus Eucalyptus**. Commonwealth Forestry Bureau, Australia, Bulletin, v. 22, p. 37, 1938.

JANKOWSKY, I. P.; SANTOS, G. R. V. DOS; ANDRADE, A. Secagem da madeira serrada de eucalipto. **Circular Técnica Ipef**, n. 199, p. 01–11, 2000.

KOLLMANN, F. F. P. CÔTÉ Jr, W. A. Principles of wood science and technology. **Solid wood I**. New York: Springer-Verlag, 1968.

KOZLOWSKI, T. T. Growth and development of trees. Physiological Ecology. **Department of forestry. University of Wisconsin. Madison, Wisconsin**, 1971.

KUBLER, H. Growth stresses in trees and related wood properties. **Forest Products Abstracts**. (3): 61-119, 1987.

KUBLER, H. Silvicultural control of mechanical stresses in trees. **Canadian Journal of Forest Research**, v. 18, n. 10, p. 1215-1225, 1988.

KUBLER, H. Studies on growth stresses in trees. I. The origin of growth stresses and the stresses in transverse direction. **Holz als Roh-und Werkstoff**. 17 (1): 1-9, 1959.

KUBLER, H.; WILHELMY, V. Stresses and checks in log ends from relieved growth stresses. **Wood Science**, v. 6, p. 136-142, 1973.

LATORRACA, J. V. F.; ALBUQUERQUE, C. E. C de. Efeito do rápido crescimento sobre as propriedades da madeira. **Floresta e Ambiente**, v. 7, n. 1, p. 279-291, 2000.

LIMA. T. J. et al. Deformações residuais longitudinais decorrentes de tensões de crescimento em eucaliptos e suas associações com outras propriedades. **Revista árvore**, v. 28, n. 1, p. 107-116, 2004.

LISBOA. C. D. J. **Estudo das tensões de crescimento em toras de Eucalyptus grandis Hill ex Maiden**. 298 f. Tese (Doutorado em Ciências Florestais) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1993.

LU, Y. et al. Shear stress and interlaminar shear strength tests of cross-laminated timber beams. **BioResources**, v. 13, n. 3, p. 5343–5359, 2019.

MAITI, M.; ADAMS, S. F. Isotropy at the center of a cylindrical wood pole. **Wood Science and Technology**, v. 2, n. 1, p. 38-42, 1968.

MALAN, F. S. Genetic variation in some growth and wood properties among 18 full-sib families of South African grown *Eucalyptus grandis*: A preliminary investigation. **South African forestry journal**, v. 146, n. 1, p. 38-43, 1988.

MALAN, F. S.; HOON, M. Effect of initial spacing and thinning on some wood properties of *Eucalyptus grandis*. **South African Forestry Journal**, v. 163, n. 1, p. 1320, 1992.

MALAN, F. S. The Control of end splitting in sawlogs: a short literature review. **South African Forestry Journal**. (109): 14-18, 1979.

MARTLEY, J. F. Theoretical calculation of the pressure distribution on the basal section of a tree. **Forestry: An International Journal of Forest Research**, v. 2, n. 1, p. 69-72, 1928.

MATTHECK, C. Wood—the internal optimization of trees. **Arboricultural Journal**, v. 19, n. 2, p. 97-110, 1995.

MORA, A. L.; GARCIA, C. H. A cultura do eucalipto no Brasil. São Paulo, **Sociedade Brasileira de Silvicultura**, 2000. 112p.

MORAES, D. Letters The Coefficient of Determination : What. **Investigative ophthalmology & visual science**, v. 53, n. 11, p. 6830–6832, 2012.

MOYER, A. E. **Robert Hooke's Ambiguous Presentation of "Hooke's Law"**. *Isis*, 68(2), 266-275, 1997. Disponível em: <[www.jstor.org/stable/230074](http://www.jstor.org/stable/230074)>. Acesso em: 12 jun. 2021.

NARANJO, S. S.; MOYA, R.; CHAUHAN, S. Early genetic evaluation of morphology and some wood properties of *Tectona grandis* L. clones. **Silvae Genetica**, v. 61, n. 1–2, p. 58–65, 2012.

NICHOLSON, J. E.; BARNACLE, J. E.; LESSE, P. F. Evidence of residual stress in small sections of ordinary green *Eucalyptus regnans*. **Wood Science and Technology**, v. 7, n. 1, p. 20-28, 1973.

OKUYAMA, T. et al. Growth stresses in tension wood: Role of microfibrils and lignification. **Annales des Sciences Forestieres**, v. 51, n. 3, p. 291–300, 1994.

OKUYAMA, T. et al. Heart splitting at crosscutting of eucalypt logs. **Journal of Wood Science**, v. 50, n. 1, p. 1–6, 2004.

OLIVEIRA, J. T. da S. Problemas e oportunidades com a utilização da madeira de eucalipto. In: WORKSHOP: TÉCNICAS DE ABATE, PROCESSAMENTO E UTILIZAÇÃO DA MADEIRA DE EUCALIPTO. **Anais...** Viçosa: UFV. 1999. p. 39-52.

ORMARSSON, S.; DAHLBLOM, O.; PETERSSON, H. A numerical study of the shape stability of sawn timber subjected to moisture variation - Part 2: Simulation of drying board. **Wood Science and Technology**, v. 33, n. 5, p. 407–423, 1999.

ORTOLAN, C. Desenvolvimentos tecnológicos na produção de madeira de eucalipto para serraria e laminação. A experiência da Klabin. **In: II SEMINÁRIO DE PRODUTOS DE MADEIRA DE EUCALIPTO**. Belo Horizonte, 2003.

PAQUETTE, A.; MESSIER, C. The role of plantations in managing the world's forests in the Anthropocene. **Frontiers in Ecology and the Environment**, v. 8, n. 1, p. 27–34, 2010.

PARO DE PAZ, C. C. et al. Ajuste de modelos não-lineares em estudos de associação entre polimorfismos genéticos e crescimento em bovinos de corte. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v. 33, n. 6, p. 1416–1425, 2004.

PLATON, V. Internal stresses in beechwood and means for their reduction. **Industria Lemnului**, v. 7, n. 12, p. 441-447, 1959.

POST, I. L. An incremental longitudinal growth stress distribution model. **Holzforschung-International Journal of the Biology, Chemistry, Physics and Technology of Wood**, v. 33, n. 4, p. 107-111, 1979.

PURNELL, R. C. Variation in wood properties of *Eucalyptus nitens* in a provenance trial on the eastern Transvaal highveld in South Africa. **South African forestry journal**, v. 144, n. 1, p. 10-22, 1988.

RAYMOND, C. A. et al. Evaluation of non-destructive methods of measuring growth stress in *Eucalyptus globulus*: Relationships between strain, wood properties and stress. **Forest Ecology and Management**, v. 190, n. 2–3, p. 187–200, 2004.

REGAZZI, A. J.; SILVA, C. H. O. Testes para verificar a igualdade de parâmetros e a identidade de modelos de regressão não-linear em dados de experimento com delineamento em blocos casualizados. **Revista Ceres**, v. 57, n. 3, p. 315–320, 2010.

ROCHA, J. de Souza; DE PAULA, E. V. C. M; SIQUEIRA, M. L. Flexão Estática em amostras pequenas livres de defeitos. **Acta Amazonica**, v. 18, n. 1-2, p. 147-162, 1988.

ROCHA, M. P. **Eucalyptus grandis Hill ex Maiden e Eucalyptus dunnii Maiden como Fontes de Matéria Prima para Serrarias**, 2000. Disponível em: <<http://www.ipef.br/servicos/teses/arquivos/rocha,mp.pdf>>

ROCHA, M. P. DA; TRUGILHO, P. F. QUALIDADE DE MADEIRA SERRADA DE *Eucalyptus dunnii* EM FUNÇÃO DO MÉTODO DE DESDOBRO E CONDIÇÃO DE UMIDADE. **Cerne**, v. 12, p. 314–321, 2006.

RODERJAN, C. V. O gênero *Eucalyptus* L'Herit (1788) – Myrtaceae. Notas de aula. Departamento de Silvicultura e Manejo, Setor de Ciências Agrárias, Universidade Federal do Paraná, 1999.

SANTOS, P. E. T. **Avaliação de características tecnológicas de madeira para serraria em progênies de polinização aberta de eucalipto e implicações para o melhoramento genético.** Tese (Doutorado em Agronomia)– Escola Superior de Agronomia “Luiz de Queiroz”, Universidade de São Paulo, Piracicaba, 2002.

SCANAVACA J. L.; GARCIA, J. N. Rendimento em madeira serrada de *Eucalyptus urophylla*. **Scientia Forestalis**, Piracicaba, n. 63, p. 32-43, jun. 2003.

SCHACHT, L.; GARCIA, J. N. Variação entre e intra clones nas rachaduras de topo em *Eucalyptus urophylla*. In: CONFERÊNCIA IUFRO SOBRE SILVICULTURA E MELHORAMENTO DE EUCALIPTOS, 1997, Salvador. **Anais...** Colombo: EMBRAPA/CNPQ. p.401-404., 1997.

SOUZA, G.S. **Introdução aos modelos de regressão linear e não-linear.** Brasília: Serviço de Produção de Informação, 1998. 505p.

TARGA, L. A.; BALLARIN, A. W.;BIAGGIONI, M. A. M. **Avaliação do módulo de elasticidade da madeira com uso de método não-destrutivo de vibração transversal.** Engenharia Agrícola, v.25, n.2, p.291-299, 2005.

TEIXEIRA, T. et, all. A percepção sobre o uso da madeira de eucalipto pelos fabricantes do polo moveleiro de Ubá-MG. **Revista Árvore**, v.33, n.5, p.969-975, 2009.

TIMOSHENKO, S. **History of strength of materials: with a brief account of the history of theory of elasticity and theory of structures.** Courier Corporation, 1983.

TOUZA VAZQUEZ, M. I. C. TENSIONES DE CRECIMIENTO EN *Eucalyptus globulus* DE GALICIA (ESPAÑA): INFLUENCIA DE LA SILVICULTURA Y ESTRATEGIAS DE ASERRADO. **Maderas, Ciencia y tecnología**, Concepción , v. 3, n. 1-2, p. 68-89, 2001.

TREVISAN, R. et al. Efeito do desbaste nas rachaduras de topo das toras de *Eucalyptus grandis* W. Hill ex Maiden. **Ciência Florestal**, v. 24, n. 1, p. 193-204, 2014.

TRUGILHO, P. et al. Avaliação da tensão de crescimento em clones de *Eucalyptus*. **Floresta e Ambiente**, v. 9, n. 1, p. 38-44, 2002.

TREVISAN, R. et al. Variação axial do índice de rachaduras na base e no topo de toras de *Eucalyptus grandis* W. Hill ex Maiden. **Scientia Forestalis/Forest Sciences**, v. 41, n. 97, p. 75–81, 2013.

WILKINS, A. P.; KITAHARA, R. Silvicultural treatments and associated growth rates, growth strains and wood properties in 12.5-year-old *eucalyptus grandis*. **Australian Forestry**, v. 54, n. 1–2, p. 99–104, 1991.

VITAL, B. R. Planejamento e operação de serrarias. **Viçosa, MG: UFV**, p. 211, 2008.

WILKINS, A. P. Nature and origin of growth stresses in trees. **Australian forestry**, v.49, n. 1, p. 56-62, 1986.

WILSON, P. J.. **Splitting studies on logs of Eucalyptus macarthurii, E. elata, and E. radiata**. Institute for Commercial Forestry Reserch, Annual Report, 1985 pp. 135-142.

YANG, J. L. et al. Measurement methods for longitudinal surface strain in trees: A review. **Australian Forestry**, v. 68, n. 1, p. 34–43, 2005.

YANG, J. L. The impact of log-end splits and spring on sawn recovery of 32-year-old plantation Eucalyptus globulus Labill. **Holz als Roh - und Werkstoff**, v. 63, n. 6, p. 442–448, 2005.

YANG, J. L.; WAUGH, G. Growth stress, its measurement and effects. **Australian Forestry**, v. 64, n. 2, p. 127-135, 2001.

ZASADA, J. C.; ZAHNER, R. V. element development in the earlywood of red oak (*Quercus rubra*). **Canadian Journal of Botany**, v. 47, n. 12, p. 1965-1971, 1969.

ZENID, J.G. **Madeira na construção civil**. Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo, São Paulo, 2011.

Fui monitor de duas disciplinas do curso de graduação de Engenharia Florestal da ESALQ, Propriedades Mecânicas e Estruturas de Madeira e Industrialização de Produtos Florestais I. Estagiei no laboratório de engenharia da madeira, desenvolvi projeto para confecção de tinta de Jenipapo (*Genipa americana* L.), e Possui fluência em inglês, habilidade em Microsoft Office, noções básicas de SIG e R eavuçado conhecimento em cálculo.