

**Universidade de São Paulo  
Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”**

**Ajuste de um modelo não linear na descrição do desenvolvimento de  
insetos em diferentes temperaturas**

**Xavier Hélder Miguel Bonga**

Dissertação apresentada para obtenção do título de  
Mestre em Ciências. Área de concentração: Estatística e Experimentação Agronômica

**Piracicaba  
2024**

**Xavier Hélder Miguel Bonga**  
**Graduado em Matemática**

**Ajuste de um modelo não linear na descrição do desenvolvimento de insetos em diferentes temperaturas**

versão revisada de acordo com a resolução CoPGr 6018 de 2011

Orientadora:

Profa. Dra. **TACIANA VILLELA SAVIAN**

Dissertação apresentada para obtenção do título de Mestre em Ciências. Área de concentração: Estatística e Experimentação Agronômica

**Piracicaba**  
**2024**

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação**  
**DIVISÃO DE BIBLIOTECA - DIBD/ESALQ/USP**

Bonga, Xavier Hélder Miguel

Ajuste de um modelo não linear na descrição do desenvolvimento de insetos em diferentes temperaturas / Xavier Hélder Miguel Bonga. -- versão revisada de acordo com a resolução CoPGr 6018 de 2011. -- Piracicaba, 2024 .

53 p.

Dissertação (Mestrado) -- USP / Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz".

1. Crisopídeos 2. Temperatura base 3. Constante térmica. . I. Título.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço, em primeiro lugar, a Deus, pela saúde e força que me proporcionou em todos os momentos desta longa jornada que hoje se encerra.

Aos meus pais; aos meus filhos Yuran, Yanik, Yumi e Élon; e a toda a minha família, expresso profunda gratidão por seu amor, apoio e presença constante em minha vida.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) - Brasil, expresso meu sincero agradecimento pelo suporte financeiro que tornou possível todas as atividades associadas ao curso, a este trabalho e à minha estadia no Brasil.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em estatística e Experimentação Agronômica (PPGEEA) - ESALQ da Universidade de São Paulo, e em especial à minha orientadora, Profa. Dra. Taciana Villela Savian, expresso minha profunda gratidão pelo esforço dedicado à minha orientação.

À senhora Solange Sabadin, muito obrigado por tudo.

Aos colegas de curso e a todos que, direta ou indiretamente, deram sua contribuição para que este trabalho se tornasse realidade, o meu muito obrigado pelo apoio incansável e paciência.

## SUMÁRIO

Resumo . . . . .	5
Abstract . . . . .	6
Lista de Figuras . . . . .	7
Lista de Tabelas . . . . .	8
1 INTRODUÇÃO . . . . .	9
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA . . . . .	11
2.1 Crisopídeos . . . . .	11
2.2 Modelos de regressão . . . . .	13
2.2.1 Regressão linear . . . . .	13
2.2.1.1 Método de mínimos quadrados . . . . .	15
2.2.2 Regressão não-linear . . . . .	16
2.2.2.1 Algoritmo de Gauss-Newton . . . . .	17
2.3 Equação de Réamur . . . . .	20
2.4 Esperança de funções de variáveis aleatórias . . . . .	23
2.4.1 Produto . . . . .	23
2.4.2 Quociente . . . . .	23
3 MATERIAIS E MÉTODOS . . . . .	25
3.1 Material . . . . .	25
3.2 Modelo não linear para o desenvolvimento dos Crisopídeos . . . . .	25
3.3 Métodos . . . . .	28
4 RESULTADOS E DISCUSSÕES . . . . .	33
5 CONCLUSÕES . . . . .	43
Referências . . . . .	45
Apêndices . . . . .	51

## RESUMO

### Ajuste de um modelo não linear na descrição do desenvolvimento de insetos em diferentes temperaturas

O Brasil possui uma agricultura diversificada, marcada por extensas terras férteis e condições climáticas variadas. Entretanto, essa produção está sujeita a ser prejudicada por várias pragas, resultando em prejuízos econômicos para os agricultores em um curto intervalo de tempo e uma forma de controlar essas pragas consiste em utilizar predadores naturais. Entre os predadores naturais, os crisopídeos, membros da família Chrysopidae, presentes em várias culturas de relevância econômica, têm sido minuciosamente analisados e se sobressaem como possíveis agentes de controle biológico. No seu ciclo de vida, estes seres, passam pelas fases de ovo, larva, pupa e adulto sendo que, a temperatura, a umidade relativa do ar e o fotoperíodo afetam estas fases de desenvolvimento. A proposta deste estudo foi o de propor uma modelagem da duração, em dias, do desenvolvimento das espécies *Ceraeochrysa cincta*, *Ceraeochrysa cubana* (Hagen), *Ceraeochrysa paraguaria* (Navás) e *Chrysoperla externa* (Hagen) em função de sete temperaturas constantes na fase de larva. O modelo não-linear proposto, a partir da equação de Réaumur, se mostrou de fácil implementação na linguagem de programação R e obteve um bom ajuste aos dados de duração média (em dias) de desenvolvimento das quatro espécies de crisopídeos na fase larval.

**Palavras-chave:** Crisopídeos, Temperatura base, Constante térmica

## ABSTRACT

### Fitting a non-linear model to describe the development of insects at different temperatures

Brazil has a diversified agriculture, marked by extensive fertile lands and varied climatic conditions. However, this production is subject to be harmed by various pests, resulting in economic losses for farmers in a short period. One way to control these pests is by using natural predators. Among these natural predators, lacewings, members of the Chrysopidae family, present in various economically relevant crops, have been thoroughly studied and stand out as potential agents for biological control. In their life cycle, these beings go through the stages of egg, larva, pupa, and adult, with temperature, relative humidity, and photoperiod affecting these developmental phases. The purpose of this study was to propose a modeling of the duration, in days, of the development of the species *Ceraeochrysa cincta*, *Ceraeochrysa cubana* (Hagen), *Ceraeochrysa paraguayaria* (Navás), and *Chrysoperla externa* (Hagen) based on seven constant temperatures during the larval phase. The proposed non-linear model, based on the Réaumur equation, proved to be easily implementable in the R programming language and showed a good fit to the average duration data (in days) of the larval development of the four lacewing species.

**Keywords:** Chrysopids, Base temperature, Thermal constant

## LISTA DE FIGURAS

1	Crisopídeos em diferentes fases de desenvolvimento: adulto, ovo, larva e pupa, e o tempo médio que o inseto permanece em cada uma das fases. . .	11
2	Função generalizada da taxa de desenvolvimento ( $r$ ) da mortalidade de insetos ( $M$ ) sob temperaturas constantes. . . . .	21
3	Relação entre as temperaturas a que os insetos foram expostos, dias de desenvolvimentismo e a taxa de crescimento. . . . .	22
4	Representação gráfica da curva da equação (31) para três diferentes valores do parâmetro $T_b$ e um valor fixo do parâmetro $K = 78$ . . . . .	27
5	Representação gráfica da curva da equação (31) para três diferentes valores do parâmetro $K$ e um valor fixo do parâmetro $T_b = 6$ . . . . .	28
6	Boxplot para a duração (em dias) do desenvolvimento das espécies de crisopídeos na fase larval: <i>Ceraeochrysa cincta</i> (A), <i>Ceraeochrysa cubana</i> (B), <i>Ceraeochrysa paraguayaria</i> (C) e <i>Chrysoperla externa</i> (D), em função das diferentes temperaturas. . . . .	34
7	Intervalos de 95% de confiança associados à estimativa do parâmetro $T_b$ , pelos modelos linearizado e não-linear. . . . .	38
8	Intervalos de 95% de confiança associados à estimativa do parâmetro $K$ , pelos modelos linearizado e não-linear. . . . .	38
9	Gráfico de resíduos, envelope simulado: à esquerda para a espécie <i>Ceraeochrysa cincta</i> e à direita para a espécie <i>Ceraeochrysa cubana</i> , na fase larval. . . . .	39
10	Gráfico de resíduos, envelope simulado: à esquerda para a espécie <i>Ceraeochrysa paraguayaria</i> e à direita para a espécie <i>Chrysoperla externa</i> , na fase larval. . . . .	40
11	Gráficos dos modelos linearizado (vermelho) e não-linear (preto) das espécies <i>Ce. cincta</i> , <i>Ce. cubana</i> , <i>Ce. paraguayaria</i> e <i>Ch. externa</i> , em diferentes temperaturas, na fase larval. . . . .	41

## LISTA DE TABELAS

1	Estrutura de dados para o ajuste de um modelo de regressão linear múltiplo com $n$ observações e $p$ variáveis explicativas . . . . .	14
2	Desenvolvimento médio (dias), das espécies de crisopídeos, com os respectivos desvios-padrão em função das diferentes temperaturas na fase larval . .	33
3	Taxas médias de desenvolvimento (1/dias) para cada uma das espécies em função das temperaturas na fase larval . . . . .	34
4	Estimativas e respectivos intervalos de 95% de confiança dos valores de $K$ e $T_b$ obtidos por meio dos parâmetros do modelo linearizado. . . . .	35
5	Estimativas (erro-padrão) e intervalos de 95% de confiança para os parâmetros $K$ e $T_b$ do modelo não-linear para as espécies de crisopídeos na fase de larva. . . . .	36
6	p-valor dos testes de Shapiro-Wilk e Breusch-Pagan, do modelo não linear para as espécies de crisopídeos na fase de larva. . . . .	37
7	Amplitudes dos intervalos de 95% de confiança de $K$ e $T_b$ obtidos por via dos parâmetros do modelo linearizado e do ajuste do modelo não-linear para as espécies de crisopídeos na fase larval. . . . .	37

# 1 INTRODUÇÃO

A prática agrícola, no Brasil, constitui uma das atividades mais importantes para a economia nacional, porém seu desempenho está sujeito a sofrer grandes perdas econômicas em um curto período de tempo devido a ataques de pragas e doenças (GRAÇA et al., 2016; BOLZAN et al., 2017). Segundo o estudo de Oliveira et al. (2014), os prejuízos provocados por pragas de insetos são uma das principais razões para a diminuição na produção das principais culturas e chegando a atingir uma média anual de 7,7% na produção brasileira, equivalente a uma queda de cerca de 25 milhões de toneladas de alimentos, madeira e biocombustíveis.

Uma das estratégias de controle de pragas mais utilizadas na agricultura brasileira continua sendo o emprego de substâncias químicas. Devido ao abuso e consequências negativas resultantes da aplicação desses produtos no meio ambiente, se desenvolveu o Manejo Integrado de Pragas (MIP), um novo conceito no controle de pragas (KOGAN, 1998). De acordo com Leppla e Williams (1992), o método inclui integrar diversas estratégias de controle (controle cultural, biológico, químico, comportamental, uso de plantas resistentes a insetos) e manejo de pragas (insetos, patógenos, ervas daninhas, nematóides, vertebrados) com a finalidade de manter as populações abaixo do patamar que causaria prejuízos econômicos.

Segundo Freitas (2001), Gallo et al. (2002), Yamamoto e Bassanezi (2003), o controle biológico, se destaca dentro das diferentes estratégias de controle do MIP e essa técnica, consiste na utilização de inimigos naturais que atuam na predação de determinadas pragas. Os inimigos naturais dos insetos-praga podem incluir: entomopatógenos (microrganismos), parasitoides e predadores. O grupo de predadores se destaca por ser de vida independente e por exigir a presença de mais de um indivíduo para concluir seu ciclo biológico; frequentemente, eles necessitam de um grande número de presas para seu desenvolvimento (OLIVEIRA et al., 2010; GANJISAFFAR; PERRING, 2015).

De acordo com Brooks et al. (1990), os crisopídeos pertencem à família de insetos da ordem Neuroptera, abrangendo 75 gêneros, 11 subgêneros e cerca de 1.200 espécies. São predadores que consomem vários tipos de presas, encontrados em diversas culturas de importância econômica, desempenhando um papel crucial no controle biológico de pragas e são considerados essenciais devido à sua voracidade e à capacidade de se adaptar ecológica e fisiologicamente em diferentes agroecossistemas, associando-se a diversas pragas (TAUBER,

1974; ADAMS; PENNY, 1985; FREITAS; FERNANDES, 1996). Macedo e Soares (2000) afirmaram que os crisopídeos são os insetos mais estudados dentro da Ordem Neuroptera devido à sua larga ocorrência e reconhecida importância como agentes de controle biológico, pois são predadores vorazes nas fases larvais, possuindo um alto potencial reprodutivo, grande capacidade de busca das larvas e tolerância a alguns inseticidas, no caso específico de certas espécies. São insetos com metamorfose completa e no seu ciclo de vida estes passam pelas fases de ovo, larva, pupa e adulto. Dentre as condições ambientais que podem influenciar no desenvolvimento dos crisopídeos, destaca-se a temperatura, sendo necessário, no entanto mais estudos para quantificar essa influência.

De acordo com Bale et al. (2002), os insetos estão entre os organismos mais susceptíveis às mudanças climáticas, podendo afetar, além da ecologia, o seu ciclo de vida. Por outro lado, Albuquerque et al. (2017) destaca que esses artrópodes possuem um curto tempo entre gerações e uma alta taxa de reprodução, o que lhes permite adaptar-se de forma mais rápida às alterações climáticas do que organismos com ciclos de vida mais longos, como plantas e vertebrados.

Em geral, em estudos com dados dessa natureza é utilizado um ajuste de modelo de regressão linear. A utilização desse modelo é proveniente de manipulações algébricas na expressão da Equação de Réaumur, que será apresentada na Seção 2. No entanto tal procedimento pode causar perda de informações, uma vez que os parâmetros do modelo linear são funções dos parâmetros que se deseja estimar. A Equação de Réaumur depende de duas quantidades, o limite térmico de desenvolvimento que será mensurado em cada estágio do indivíduo e uma constante térmica, que serão estimadas por meio de uma abordagem de regressão não linear.

Para descrever o desenvolvimento dos insetos em diferentes temperaturas, neste trabalho, será apresentada uma abordagem em termos de regressão não-linear. Embora os crisopídeos em seu desenvolvimento passem por quatro fases, neste trabalho será avaliada a fase na qual são predadores mais vorazes que é a fase larval.

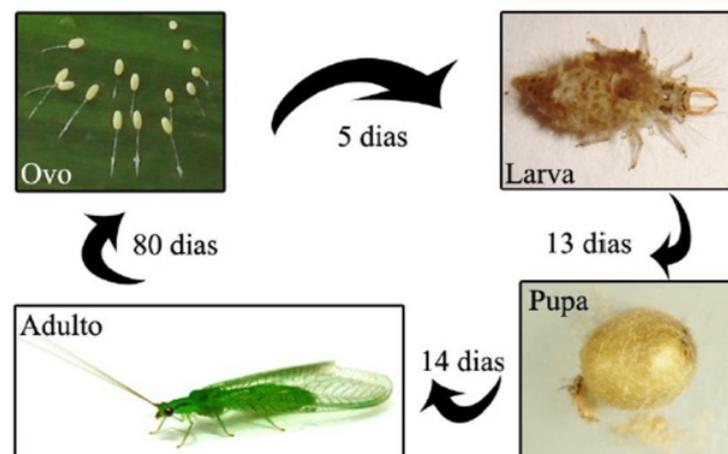
## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 Crisopídeos

Os crisopídeos, também conhecidos por bichos-lixeiros, são insetos da Ordem Neuroptera. Quando adultos apresentam corpos bem sensíveis, com quatro olhos compostos e quatro asas membranosas. Eles alimentam-se de pólen, néctar e pequenos artrópodes, como afídeos ou ácaros e apresentam hábitos crepusculares ou noturnos.

De acordo com [Macedo e Soares \(2000\)](#), são os insetos mais estudados dentro da Ordem Neuroptera, devido à sua larga ocorrência e reconhecida importância como agentes de controle biológico, pois são predadores vorazes nas fases larvais, possuindo um alto potencial reprodutivo, grande capacidade de busca das larvas e tolerância a alguns inseticidas, no caso específico de certas espécies.

Os crisopídeos são insetos com metamorfose completa (holometábolos), ou seja, no seu ciclo de vida estes insetos passam pelas fases de ovo, larva, pupa e adulto, conforme apresentado na Figura 1. Para se acasalar, emitem vibrações corporais como forma de se comunicar.



**Figura 1.** Crisopídeos em diferentes fases de desenvolvimento: adulto, ovo, larva e pupa, e o tempo médio que o inseto permanece em cada uma das fases.

Fonte: [Scudeler \(2016\)](#)

De acordo com ([FREITAS, 2001](#)), os ovos dos crisopídeos têm a forma esférica, seus tamanhos variam entre 0,7 e 2,3 mm de comprimento e são colocados na extremidade de uma haste, denominada pedicelo, que mede entre 2 e 26 mm . A sua coloração varia do

amarelado ao verde azulado quando são depositados pelas fêmeas, e conforme o embrião se desenvolve os ovos escurecem.

As larvas são predadoras incansáveis, de acordo com [Macedo e Soares \(2000\)](#), podendo atacar pragas de plantas cultivadas e, por esta razão, são usadas no controle biológico de pragas. O corpo destas larvas são estreitos, alongados, fusiforme e achatados da parte superior para a inferior, com o abdômen não arredondado ([SOUZA, 1999](#)). O tempo que o inseto permanecerá nessa fase é grandemente influenciada pela temperatura, pela disponibilidade e pela qualidade do alimento ([MACEDO; SOARES, 2000](#)).

A fase de pupa é a qual o organismo completa seu desenvolvimento dentro de um casulo, e nessa pupa o organismo sofre transformações que resultam em um organismo adulto. A larva de crisopídeos, após concluir seu desenvolvimento, tece um casulo esférico, feito de seda, onde empupa e essa pupa é de cor esverdeada ([BEZERRA, 2010](#)).

A temperatura, a umidade relativa do ar e o fotoperíodo podem afetar o potencial reprodutivo e o desenvolvimento dos insetos, atuando positiva ou negativamente sobre o número de indivíduos de uma população ([MACEDO et al., 2003](#)). Dentre estes fatores é destacado, como determinantes para o desenvolvimento dos insetos, a temperatura.

Na literatura, são encontrados diversos estudos sobre os crisopídeos como: [Mesak et al. \(2017\)](#) em plantios de milho; [Pirovani et al. \(2015\)](#) no manejo de pragas em culturas de morango; [Ferreira et al. \(2005\)](#) em cultura de macieira; [Vilela et al. \(2010\)](#) em cafeeiros; entre outros.

Existem diversos trabalhos avaliando o efeito da temperatura como por exemplo o realizado por [Fonseca et al. \(2001\)](#), que estudava a espécie de *Ch. externa*, constatou que a média do período larval era 36,5; 11,0 e 9,4 dias sob as temperaturas, respectivamente, de 15,0; 24,0 e 30,0 °C.

Duas informações muito importantes para compreender o desenvolvimento de insetos e auxiliar no manejo dos mesmos são: a temperatura base e a constante térmica, ambas obtidas a partir da Equação de Réaumur que será apresentada na Seção 2.5. De acordo com [Lavagnini et al. \(2009\)](#), a temperatura base consiste na temperatura mais baixa suportada pelo inseto em que o metabolismo seja reduzido sem que haja a morte deles, sendo importante para determinar temperaturas de armazenamento durante o desenvolvimento, e a constante térmica é importante para se determinar a quantidade de quilocalorias necessárias para o desenvolvimento do inseto na temperatura ambiente.

Neste estudo, a temperatura base e a constante térmica são parâmetros de interesse obtidos por meio de um modelo de regressão em que a taxa de desenvolvimento do inseto é vista como uma função da temperatura e a partir do ajuste desse modelo são estimadas, por meio de transformação dos parâmetros, a temperatura base e a constante térmica.

## 2.2 Modelos de regressão

Regressão é uma técnica estatística empregada para explorar e modelar a relação entre uma variável de interesse, chamada de resposta  $\mathbf{Y}$ , e uma ou mais variáveis explicativas  $\mathbf{X}$ . Essa relação é expressa por meio de um modelo estatístico, que relaciona a variável resposta às variáveis explicativas e inclui um componente de erro aleatório. Segundo [Montgomery et al. \(2012\)](#), suas aplicações são vastas e abrangem praticamente todas as áreas, como engenharia, ciências físicas e químicas, economia, gestão, ciências da vida e biológicas, além das ciências sociais.

De acordo com [Rencher e Schaalje \(2008\)](#), os modelos de regressão têm diversas aplicações, incluindo previsão, descrição ou exploração de dados, estimação de parâmetros, seleção de variáveis e controle de saída.

A seguir, serão discutidos os modelos de regressão linear simples, múltipla e não linear.

### 2.2.1 Regressão linear

Na regressão linear, o termo  $\boldsymbol{\eta}(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta})$  é descrito como  $\beta_0 + \sum_{j=1}^p \beta_j X_{ij}$ , dessa forma o modelo de regressão passa a ter estrutura conforme a apresentada na equação (1), esse modelo na literatura é denominado modelo de regressão linear múltiplo. De acordo com [Rencher e Schaalje \(2008\)](#), na regressão linear múltipla procura-se prever a variável resposta assumindo que ela tem uma relação linear com diversas variáveis explicativas.

Supondo dados observados, como na Tabela 1, o modelo de regressão linear múltipla associado será escrito como na Equação (2):

**Tabela 1.** Estrutura de dados para o ajuste de um modelo de regressão linear múltiplo com  $n$  observações e  $p$  variáveis explicativas

Observação (i)	Variável resposta (Y)	Variáveis explicativas				
		$X_1$	$X_2$	$X_3$	$\dots$	$X_p$
1	$y_1$	$x_{11}$	$x_{12}$	$x_{13}$	$\dots$	$x_{1p}$
2	$y_2$	$x_{21}$	$x_{22}$	$x_{23}$	$\dots$	$x_{2p}$
3	$y_3$	$x_{31}$	$x_{32}$	$x_{33}$	$\dots$	$x_{3p}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
$n$	$y_n$	$x_{n1}$	$x_{n2}$	$x_{n3}$	$\dots$	$x_{np}$

Um modelo de regressão linear pode ser escrito como na Equação (1)

$$Y_i = \beta_0 + \sum_{j=1}^p \beta_j X_{ij} + \varepsilon_i \quad (1)$$

com  $i = 1, \dots, n$ ;  $j = 1, \dots, p$ ;  $Y_i$  é a  $i$ -ésima observação;  $\beta_0$  é representa o intercepto do modelo;  $\beta_j$  é o  $j$ -ésimo coeficiente de regressão;  $X_j$  é a  $j$ -ésima variável explicativa;  $\varepsilon_i$  é o erro associado à  $i$ -ésima observação; com a suposição de que  $\varepsilon_i \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma^2)$  e como consequência  $Cov(\varepsilon_i, \varepsilon_{i'}) = 0$  para todo  $i \neq i'$ .

Um modelo de regressão linear pode ser escrito sob notação matricial ou não. De acordo com [Montgomery et al. \(2012\)](#), é mais cômodo lidar com modelos de regressão linear se estes forem escritos em notação matricial. Assim, em notação matricial, a expressão em (1) pode ser escrita como em (2).

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2)$$

em que  $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_n)^T$  representa o vetor da variável resposta,  $\mathbf{X}$  é a matriz de delineamento de dimensão  $n \times (p + 1)$ ,  $\boldsymbol{\beta} = (\beta_0, \dots, \beta_p)^T$  é o vetor de parâmetros e  $\boldsymbol{\varepsilon} = (\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n)^T$  é o vetor de erros.

De acordo com [Chatterjee e Hadi \(2012\)](#), se na Tabela 1 for considerada apenas uma variável explicativa, a expressão em (1) recebe o nome de modelo de regressão linear simples e é escrita como na Equação (3), sua notação matricial é similar a equação (2):

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i \quad (3)$$

com  $i = 1, \dots, n$ ; onde  $Y_i$  é a  $i$ -ésima observação;  $\beta_0$  representa o intercepto;  $\beta_1$  representa o coeficiente angular da reta de regressão;  $\varepsilon_i$  é o termo de erro associado à  $i$ -ésima observação;  $\varepsilon_i \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma^2)$  e como consequência a  $Cov(\varepsilon_i, \varepsilon_{i'}) = 0$  para todo  $i \neq i'$ .

Existem várias maneiras de estimar os parâmetros de um modelo de regressão linear, sendo que dois métodos se destacam: mínimos quadrados e máxima verossimilhança. Esses métodos são amplamente utilizados em estatística, especialmente para modelos de regressão linear. Neste trabalho, será apresentado o método de mínimos quadrados.

### 2.2.1.1 Método de mínimos quadrados

Este método, conhecido como mínimos quadrados ordinários, é utilizado para estimar os valores dos parâmetros que reduzem ao mínimo a soma dos quadrados dos resíduos, os quais são referidos como estimativas de mínimos quadrados. De acordo com [Ritz e Streibig \(2008\)](#), as estimativas são os valores do vetor  $\boldsymbol{\beta}$  que tornam o valor da Soma dos Quadrados dos Resíduos ( $SQR$ ) o menor possível, ou seja, o mínimo global de  $SQR(\boldsymbol{\beta})$  é atingido para  $\boldsymbol{\beta} = \hat{\boldsymbol{\beta}}$ .

Por meio da equação (2), podemos expressar o vetor de resíduos como  $\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}$ , em que  $\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}$ . Assim, a soma dos quadrados dos resíduos é definida da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} SQR(\boldsymbol{\beta}) &= \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\varepsilon} \\ &= (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})^T (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) \\ &= (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})^T (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) \\ &= \mathbf{y}^T \mathbf{y} - 2(\mathbf{X}\boldsymbol{\beta})^T \mathbf{y} + (\mathbf{X}\boldsymbol{\beta})^T (\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) \end{aligned} \quad (4)$$

O procedimento desse método envolve o cálculo das derivadas parciais da  $SQR(\boldsymbol{\beta})$  em relação a cada parâmetro (componentes do vetor  $\boldsymbol{\beta}$ ). Essas derivadas são então igualladas a zero, resultando em  $p + 1$  equações do sistema de equações normais. As derivadas parciais da  $SQR(\boldsymbol{\beta})$  em relação a cada parâmetro (componentes do vetor  $\boldsymbol{\beta}$ ) são apresentadas na expressão:

$$\frac{\partial SQR(\boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}} = -2\mathbf{X}^T \mathbf{y} + 2\mathbf{X}^T \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} \quad (5)$$

Ao igualar (5) a zero e sob a condição de que a matriz  $\mathbf{X}^T \mathbf{X}$  seja não singular, obtemos o sistema de equações normais, conforme apresentado em (6).

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y} \quad (6)$$

De acordo com [Mazzini et al. \(2003\)](#), se a suposição de homogeneidade de variâncias não é satisfeita, o método de mínimos quadrados ordinários não deve ser utilizado

para a estimação dos parâmetros do modelo, uma alternativa é a utilização do método de mínimos quadrados ponderados. No entanto, se as variâncias forem heterogêneas e os erros auto-correlacionados outro método deve ser utilizado, [Gallant \(1987\)](#) sugeriu a utilização do método de mínimos quadrados generalizados.

### 2.2.2 Regressão não-linear

Segundo [Smyth \(2014\)](#), um modelo de regressão não-linear assume a forma da equação:

$$Y_i = \eta(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta}) + \varepsilon_i \quad (7)$$

com  $i = 1, \dots, n$ ; onde  $Y_i$  é a  $i$ -ésima observação;  $\eta(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta})$  representa uma função conhecida, não linear nos parâmetros, que depende das co-variáveis no vetor  $\mathbf{x}_i = (x_{i1}, \dots, x_{ik})^T$  e parâmetros no vetor  $\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \dots, \beta_p)^T$ ;  $\varepsilon_i$  é o erro associado à  $i$ -ésima observação com a suposição de que  $\varepsilon_i \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma^2)$  e como consequência a  $Cov(\varepsilon_i, \varepsilon_{i'}) = 0$  para todo  $i \neq i'$ . Matricialmente, o modelo de regressão não linear expresso em (7), pode ser escrito como na Equação (8):

$$\mathbf{y} = \eta(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta}) + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (8)$$

onde  $\mathbf{y}$  é um vetor de observações de uma variável aleatória  $Y$ ;  $\eta(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta})$  é um vetor de funções não lineares em  $\boldsymbol{\beta}$ ;  $\boldsymbol{\varepsilon}$  é um vetor de erros e nos três casos têm dimensão  $(n \times 1)$ .

Assim como na regressão linear, a estimação dos parâmetros em um modelo de regressão não linear requer a determinação e minimização da soma dos quadrados dos resíduos. Para chegar a esses resultados, determinamos a  $SQR(\boldsymbol{\beta})$ , suas derivadas parciais

$$\frac{\partial SQR(\boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}}$$

em relação a cada componente do vetor  $\boldsymbol{\beta}$  e igualamos cada derivada parcial a zero. Esse procedimento resulta no sistema de equações normais.

Dado o modelo representado em (8), o modelo ajustado é formulado pela equação (9). O vetor de resíduos é descrito pela expressão (10), e a soma dos quadrados dos resíduos é definida pela expressão (11).

$$\hat{\mathbf{y}} = \eta(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta}) \quad (9)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}} \quad (10)$$

$$\begin{aligned}
SQR(\boldsymbol{\beta}) &= \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\varepsilon} \\
&= (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})^T (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) \\
&= [\mathbf{y} - \eta(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta})]^T [\mathbf{y} - \eta(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta})] \\
&= \mathbf{y}^T \mathbf{y} - 2[\eta(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta})]^T \mathbf{y} + [\eta(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta})]^T [\eta(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta})]
\end{aligned} \tag{11}$$

Em modelos de regressão não linear, ao contrário dos modelos de regressão linear, o sistema de equações normais não possui uma solução analítica, exigindo a aplicação de métodos iterativos para obter as estimativas dos parâmetros por meio da equação. Nestes métodos, é crucial utilizar valores iniciais, e o uso de valores apropriados como ponto de partida é fundamental. Para a escolha desses valores, alternativas incluem utilizar a solução derivada da linearização do modelo não linear quando possível e adotar valores que estejam em sintonia com o significado geométrico que os parâmetros podem ter em um gráfico. No contexto deste trabalho, é apresentado o Método Iterativo de Gauss-Newton.

### 2.2.2.1 Algoritmo de Gauss-Newton

Segundo [Fraley \(1988\)](#), [Mazucheli e Achcar \(2002\)](#), o algoritmo de Gauss-Newton é amplamente utilizado como método para resolver problemas de mínimos quadrados em funções não lineares. Esse algoritmo envolve a realização de uma aproximação linear de primeira ordem em uma série de Taylor para a função  $\eta(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta}) = [\eta(x_1, \boldsymbol{\beta}), \dots, \eta(x_n, \boldsymbol{\beta})]^T$  em torno de  $\boldsymbol{\beta}^{(a)}$ , onde  $\boldsymbol{\beta}^{(a)}$  representa o valor verdadeiro do parâmetro  $\boldsymbol{\beta}$ . A expressão para a aproximação linear é definida como:

$$\eta(x_i, \boldsymbol{\beta}) \approx \eta(x_i, \boldsymbol{\beta}^{(a)}) + \sum_{j=1}^p \left[ \frac{\partial \eta(x_i, \boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_j} \right]_{\boldsymbol{\beta}=\boldsymbol{\beta}^{(a)}} (\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\beta}^{(a)}) \tag{12}$$

e, de forma matricial, é expressa pela equação:

$$\boldsymbol{\eta}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta}) = \boldsymbol{\eta}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta}^{(a)}) + \frac{\partial \boldsymbol{\eta}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta}^{(a)})}{\partial \boldsymbol{\beta}_j^{(a)T}} (\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\beta}^{(a)}) \tag{13}$$

Através da equação (13), é possível representar a soma dos quadrados de resíduos,

como definido pela expressão (11), da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 SQR(\boldsymbol{\beta}) &= [\mathbf{y} - \boldsymbol{\eta}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta})]^T [\mathbf{y} - \boldsymbol{\eta}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta})] \\
 &= \|\mathbf{y} - \boldsymbol{\eta}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta})\|^2 \\
 &\approx \left\| \mathbf{y} - \boldsymbol{\eta}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta}^{(a)}) - \frac{\partial \boldsymbol{\eta}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta}^{(a)})}{\partial \boldsymbol{\beta}_j^{(a)T}} (\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\beta}^{(a)}) \right\|^2.
 \end{aligned} \tag{14}$$

Substituindo  $\mathbf{y} - \boldsymbol{\eta}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta}^{(a)})$  por  $\mathbf{z}$  e  $(\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\beta}^{(a)})$  por  $\boldsymbol{\beta}^*$  na expressão (14), obtém-se:

$$SQR(\boldsymbol{\beta}) = \left\| \mathbf{z} - \frac{\partial \boldsymbol{\eta}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta}^{(a)})}{\partial \boldsymbol{\beta}_j^{(a)T}} \boldsymbol{\beta}^* \right\|^2. \tag{15}$$

Assim, a expressão em (14) da soma dos quadrados de resíduos será minimizada quando

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}^* = \left[ \left( \frac{\partial \boldsymbol{\eta}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta}^{(a)})}{\partial \boldsymbol{\beta}_j^{(a)T}} \right)^T \frac{\partial \boldsymbol{\eta}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta}^{(a)})}{\partial \boldsymbol{\beta}_j^{(a)T}} \right]^{-1} \left( \frac{\partial \boldsymbol{\eta}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta}^{(a)})}{\partial \boldsymbol{\beta}_j^{(a)T}} \right)^T \mathbf{z}. \tag{16}$$

A cada ciclo, uma nova aproximação  $\boldsymbol{\beta}^{(a+1)}$  é obtida para o vetor  $\boldsymbol{\beta}^{(a)}$  de parâmetros, pela expressão (17):

$$\boldsymbol{\beta}^{(a+1)} = \boldsymbol{\beta}^{(a)} + \left[ \left( \frac{\partial \boldsymbol{\eta}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta}^{(a)})}{\partial \boldsymbol{\beta}_j^{(a)T}} \right)^T \frac{\partial \boldsymbol{\eta}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta}^{(a)})}{\partial \boldsymbol{\beta}_j^{(a)T}} \right]^{-1} \left( \frac{\partial \boldsymbol{\eta}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta}^{(a)})}{\partial \boldsymbol{\beta}_j^{(a)T}} \right)^T \mathbf{z}. \tag{17}$$

O processo, na equação (17), se repete até que se obtenha convergência por algum critério definido. Um dos critérios de convergência é definido pela inequação:

$$\left| \boldsymbol{\beta}^{(a+1)} - \boldsymbol{\beta}^{(a)} \right| < \xi \tag{18}$$

Este critério verifica se a diferença, em módulo, entre as estimativas da iteração atual e anterior é menor que um valor predefinido, denotado por  $\xi$ . O critério é considerado atendido quando a desigualdade (18) é satisfeita.

O método de Gauss-Newton simplifica o processo do método de Newton-Raphson, mesmo requerendo um maior número de iterações, ele é caracterizado por cálculos mais simples a cada iteração.

De acordo com [Zeviani et al. \(2013\)](#), uma das vantagens, ao escolher um modelo não linear em vez do modelo de regressão linear é a capacidade do primeiro em oferecer interpretações práticas para os parâmetros. Conforme apontado por [Bates e Watts](#)

(1988), Zeviani et al. (2013), a escolha de adotar um modelo não linear é sustentada por informações prévias sobre a relação entre a variável resposta e as variáveis explicativas. Essas informações podem estar vinculadas a diversos níveis de conhecimento, como por exemplo:

- i. análise de um diagrama de dispersão da variável resposta em função das as variáveis explanatórias;
- ii. restrições de forma da função (ser monótona, ser sigmóide);
- iii. solução de uma equação diferencial sustentada por algum princípio ou teoria;
- iv. a interpretação dos seus parâmetros.

Existem diversos modelos, em regressão, que são não lineares nos parâmetros, porém em alguns destes é possível aplicar uma reparametrização para lineariza-los, e assim poder ajustar uma regressão linear. A escolha do tipo de reparametrização a ser utilizada varia conforme a complexidade do modelo, como exemplo, tem-se o modelo de Michaelis e Menten (1913), que é representado pela expressão:

$$y = \frac{\beta_1 x}{x + \beta_2} \quad (19)$$

Para obter uma estrutura de regressão linear em (19) pode-se aplicar o inverso em ambos membros da equação, conforme apresentado a seguir:

$$\begin{aligned} \frac{1}{y} &= \frac{x + \beta_2}{\beta_1 x} \\ &= \frac{1}{\beta_1} + \frac{\beta_2}{\beta_1} \frac{1}{x} \end{aligned} \quad (20)$$

Desse modo, considerando  $y^* = 1/y$ ,  $\beta_1^* = 1/\beta_1$ ,  $\beta_2^* = \beta_2/\beta_1$  e  $x^* = 1/x$  obtém-se a expressão (21), que é a expressão geral de um modelo de regressão linear simples:

$$y^* = \beta_1^* + \beta_2^* x^* + \varepsilon^* \quad (21)$$

De acordo com Mazucheli e Achcar (2002), um modelo de regressão não linear é linearizado para simplificar a obtenção das estimativas dos parâmetros. Geralmente, essas estimativas derivadas da linearização são utilizadas como valores iniciais no processo de estimação em modelos não lineares.

Além da perda da interpretação associada ao parâmetro, a linearização pode ocasionar outro inconveniente, que é a modificação da estrutura e da distribuição do erro. Dessa forma, as suposições habituais dos modelos de regressão para o erro podem não ser atendidas (MAZUCHELI; ACHCAR, 2002; BATES; WATTS, 1988).

### 2.3 Equação de Réaumur

De acordo com as pesquisas de Haddad et al. (1999), Parra (2002), as necessidades térmicas dos insetos são avaliadas por meio da constante térmica, expressa em graus-dias, sendo amplamente utilizada em estudos voltados para a previsão do crescimento de plantas. Milde e Sgrillo (1993) aplicaram a constante térmica na modelagem do crescimento do fruto do cacaueteiro, enquanto Bergamaschi (2007) destacou que a contagem acumulada de graus-dia é um parâmetro frequentemente utilizado para avaliar as exigências térmicas das plantas. Além disso, Betemps et al. (2014), utilizaram a constante térmica para avaliar o comportamento fenológico e os componentes de crescimento de plantas de fisális (*Physalis peruviana L.*) em três épocas distintas de semeadura na região de Pelotas-RS.

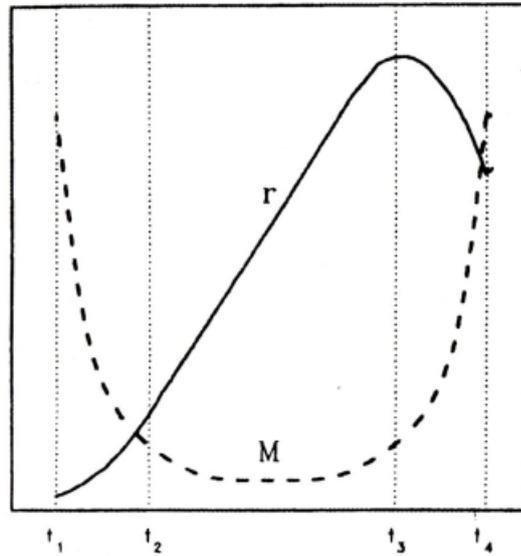
Os insetos são poiquilotérmicos ou pecilotérmicos, ou seja, acompanham a temperatura do ambiente, a constante térmica também se aplica a seu desenvolvimento. Desta forma, os insetos passam a crescer, ou acumular energia, apenas a partir do limite térmico inferior de desenvolvimento, chamado de temperatura base (HADDAD et al., 1999).

Um método bastante utilizado para a determinação do limite térmico inferior de desenvolvimento é o método da hipérbole proposto por Haddad et al. (1999), bastante usual na Entomologia para mensurar este limite térmico de desenvolvimento em cada estágio do ciclo de desenvolvimento em insetos, sendo tal método uma manipulação algébrica da Equação de Réaumur.

Segundo os autores supracitados, esse método apresenta algumas desvantagens e trata como sendo a maior delas o fato da curva de desenvolvimento ser um sigmoide.

Nesse contexto, é selecionada uma parte linear da curva, representado pela faixa  $t_2 - t_3$  na Figura 2.

**Figura 2.** Função generalizada da taxa de desenvolvimento ( $r$ ) da mortalidade de insetos ( $M$ ) sob temperaturas constantes.



Fonte: [Haddad et al. \(1999\)](#)

A equação de Réaumur tem a forma:

$$K = D(T - T_b) \quad (22)$$

em que  $K$  é a constante térmica (em graus-dias),  $D$  é a duração (em dias) em cada estágio de desenvolvimento do inseto,  $T$  é a temperatura ambiente ( $^{\circ}\text{C}$ ) e  $T_b$  representa o limite térmico inferior ( $^{\circ}\text{C}$ ) em cada estágio de desenvolvimento do inseto.

[Haddad et al. \(1999\)](#) trabalharam com uma reparametrização da equação de Réaumur, que foi definida como método da Hipérbole. Essa reparametrização consiste em linearizar a equação (22) e com essa linearização obter uma estrutura de regressão.

Uma manipulação dos termos da equação de Réaumur, acompanhada da inclusão de um termo de erro ( $\varepsilon$ ) aleatório distribuído de acordo com  $N(0, 1)$ , tem a forma:

$$\frac{1}{D} = -\frac{T_b}{K} + \frac{1}{K}T + \varepsilon \quad (23)$$

Reparametrizando os termos em (23) por:  $Y = 1/D$ ,  $\beta_0 = -T_b/K$ ,  $\beta_1 = 1/K$  e  $X = T$  obtém-se a expressão (24) que tem a estrutura de um modelo de regressão linear simples e que [Haddad et al. \(1999\)](#) denominaram de equação da velocidade do desenvolvimento.

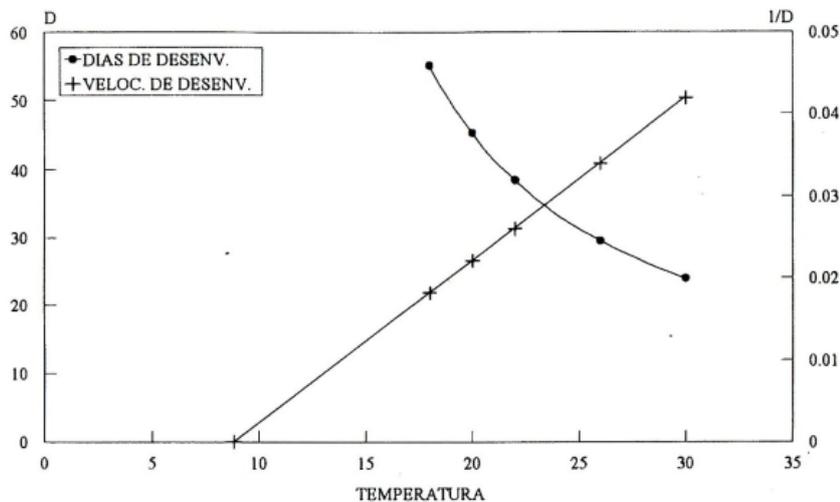
$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon \quad (24)$$

No método da hipérbole, estimam-se os parâmetros da equação (24) e, utilizando as relações algébricas entre esses parâmetros e os termos  $K$  e  $T_b$ , obtém-se a constante térmica ( $K$ ) e o limite inferior térmico ( $T_b$ ) da seguinte forma:

$$T_b = -\frac{\beta_0}{\beta_1} \quad \text{e} \quad K = \frac{1}{\beta_1} \quad (25)$$

De acordo com as conclusões de [Haddad et al. \(1999\)](#), observa-se que, na temperatura base inferior, o desenvolvimento do inseto sofre uma paralisação ( $Y = 0$ ); É recomendada a realização de um teste qui-quadrado para avaliar a eficácia do método, comparando os valores observados com os estimados pelo modelo linear. Ainda de acordo com [Haddad et al. \(1999\)](#), este método demanda a condução de estudos biológicos em pelo menos quatro temperaturas constantes, sendo necessário representar a relação entre temperatura e duração por meio de uma hipérbole.

Na Figura 3 é apresentada a relação entre as temperaturas a que os insetos foram expostos, dias de desenvolvimento e a taxa de crescimento.



Fonte: [Haddad et al. \(1999\)](#)

**Figura 3.** Relação entre as temperaturas a que os insetos foram expostos, dias de desenvolvimento e a taxa de crescimento.

## 2.4 Esperança de funções de variáveis aleatórias

Sejam  $X$  e  $Y$  duas variáveis aleatórias tais que  $E(X) = \mu_X$ ,  $E(Y) = \mu_Y$  e que a  $Var(XY)$  existe. De acordo com Mood et al. (1973), as esperanças e as variâncias do produto  $XY$  e do quociente  $X/Y$  são dadas por:

### 2.4.1 Produto

$$E(XY) = \mu_X \mu_Y - Cov(X, Y) \quad (26)$$

### 2.4.2 Quociente

Sejam  $X$  e  $Y$  duas variáveis aleatórias tais que  $E(X) = \mu_X$  e  $E(Y) = \mu_Y$ . De acordo com Mood et al. (1973), a esperança e a variância do quociente  $X/Y$  são dadas pelas expressões:

$$E\left[\frac{X}{Y}\right] \approx \frac{\mu_X}{\mu_Y} - \frac{1}{(\mu_Y)^2} Cov(X, Y) + \frac{\mu_X}{(\mu_Y)^3} Var(Y) \quad (27)$$

e

$$Var\left[\frac{X}{Y}\right] \approx \left[\frac{\mu_X}{\mu_Y}\right]^2 \left[\frac{Var(X)}{\mu_X^2} + \frac{Var(Y)}{\mu_Y^2} - \frac{2Cov(X, Y)}{\mu_X \mu_Y}\right] \quad (28)$$

Em geral, se  $g(\cdot)$  é uma função de  $X$  e  $Y$ , não necessariamente o quociente, a esperança e a variância da função  $g(\cdot)$  podem ser obtidas, aproximadamente, pelas fórmulas:

$$\begin{aligned} E[g(X, Y)] &\approx g(\mu_X, \mu_Y) + \frac{Var(X)}{2} \left[\frac{\partial^2 g(x, y)}{\partial x^2}\right]_{\mu_X, \mu_Y} + \frac{Var(Y)}{2} \left[\frac{\partial^2 g(x, y)}{\partial y^2}\right]_{\mu_X, \mu_Y} \\ &+ Cov(X, Y) \left[\frac{\partial^2 g(x, y)}{\partial y \partial x}\right]_{\mu_X, \mu_Y} \end{aligned} \quad (29)$$

e

$$\begin{aligned} Var[g(X, Y)] &\approx Var(X) \left\{ \left[\frac{\partial g(x, y)}{\partial x}\right]_{\mu_X, \mu_Y} \right\}^2 + Var(Y) \left\{ \left[\frac{\partial g(x, y)}{\partial y}\right]_{\mu_X, \mu_Y} \right\}^2 \\ &+ 2Cov(X, Y) \left\{ \left[\frac{\partial g(x, y)}{\partial x}\right]_{\mu_X, \mu_Y} \cdot \left[\frac{\partial g(x, y)}{\partial y}\right]_{\mu_X, \mu_Y} \right\} \end{aligned} \quad (30)$$



## 3 MATERIAIS E MÉTODOS

### 3.1 Material

Para aplicação dos métodos de estimação de parâmetros que serão considerados neste trabalho, foram utilizados os dados provenientes de um experimento inteiramente ao acaso, em esquema fatorial  $4 \times 7$  com 40 repetições, realizado por Skanata (2018) nos laboratórios de Biologia de Insetos, Ecologia e Entomologia Florestal, do Departamento de Entomologia e Acarologia da ESALQ/USP em Piracicaba. Os níveis dos fatores considerados no estudo consistiram em quatro espécies de crisopídeos (*Ceraeochrysa cincta*, *Ceraeochrysa cubana*, *Ceraeochrysa paraguayana* e *Chrysoperla externa*), mantidas em câmaras climatizadas do tipo B.O.D (Biological Oxygen Demand) com sete níveis de temperaturas constantes (18, 20, 22, 25, 28, 30 e 32 °C). As condições ambientais incluíam uma umidade relativa de  $70 \pm 10\%$  e um ciclo de fotofase de 14 horas.

Conforme indicado por Skanata (2018), foram utilizados 40 ovos (repetições) com até 24 horas de idade de cada espécie de crisopídeos provenientes da segunda geração de laboratório (F2). Os pedúnculos dos ovos foram cortados, utilizando tesoura, e posteriormente acondicionados em tubos de vidro com dimensões de 2,5 cm de diâmetro por 8,5 cm de altura. Os tubos foram vedados com filme plástico e, em seguida, colocados nas câmaras ajustadas para as sete temperaturas correspondentes. Os ovos, mantidos nas câmaras B.O.D, foram diariamente avaliados, registrando a duração (em dias) desde a fase de ovo até à emergência dos adultos, culminando em um conjunto de dados contendo 1120 observações.

Para o ajuste dos modelos, neste trabalho, foram considerados exclusivamente os dados referentes à duração média (em dias) da fase larval, das espécies de crisopídeos, embora todas as fases e a duração total do desenvolvimento desses insetos sejam relevantes para compreender as exigências térmicas dessa classe de insetos.

### 3.2 Modelo não linear para o desenvolvimento dos Crisopídeos

A proposta deste trabalho é apresentar um modelo de regressão não linear para analisar o desenvolvimento das diferentes espécies de crisopídeos em relação às temperaturas, por meio de uma manipulação algébrica da equação de Réaumur, sem a exigência

de transformar variáveis ou excluir informações para lidar com a parte linear do desenvolvimento dos insetos.

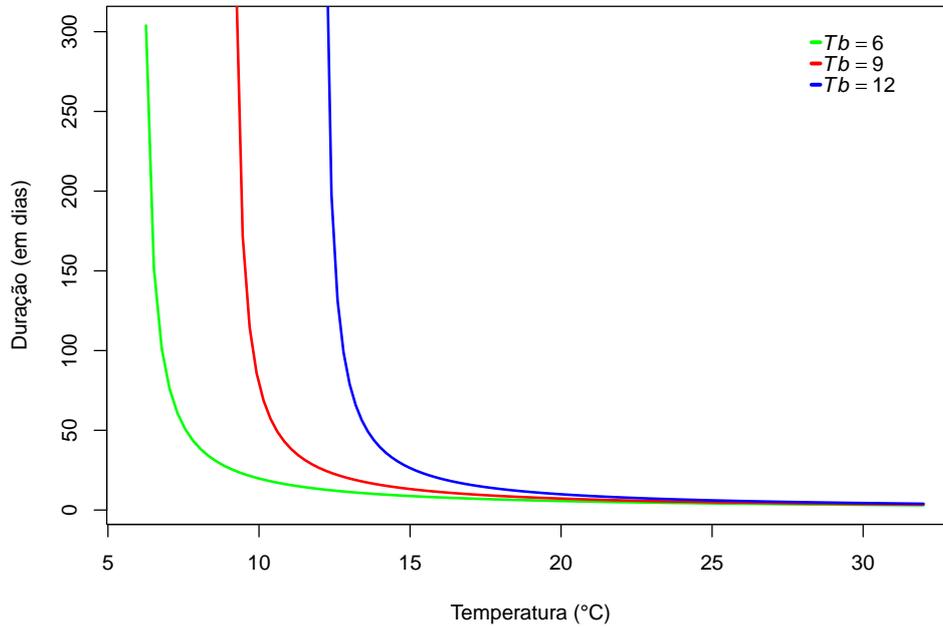
A partir da equação de Réaumur, apresentada na expressão (24), na qual a constante térmica ( $K$ ) é determinada como uma função da duração dos insetos ( $D$ ) na fase e da diferença térmica ( $T_i - T_b$ ), optou-se por abordar a duração dos insetos em uma fase específica de seu ciclo de vida ( $D$ , em dias) como uma variável dependente da temperatura de armazenamento durante o experimento ( $T$ , em °C). Os parâmetros a serem estimados incluem a constante térmica ( $K$ ) e a temperatura base ( $T_b$ ), fornecendo informações cruciais sobre o ciclo de vida dos insetos. Dessa forma, o modelo proposto neste trabalho resulta de uma manipulação algébrica da equação de Réaumur, eliminando a necessidade de efetuar transformações nos dados. Logo, a representação do modelo proposto assume a seguinte forma:

$$D_i = \frac{K}{T_i - T_b} + \varepsilon_i \quad (31)$$

com  $T_i > T_b$ , sendo que  $i = 1, \dots, t$ .  $D_i$  é a duração na fase de desenvolvimento (em dias),  $K$  é a constante térmica (em graus - dias),  $T_i$  é a temperatura mantida constante na câmara climatizada (°C),  $T_b$  é a temperatura base (°C) ou temperatura a partir da qual o inseto passa a desenvolver-se,  $\varepsilon_i$  é o termo do erro aleatório com a suposição de que  $\varepsilon_i \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma^2)$ .

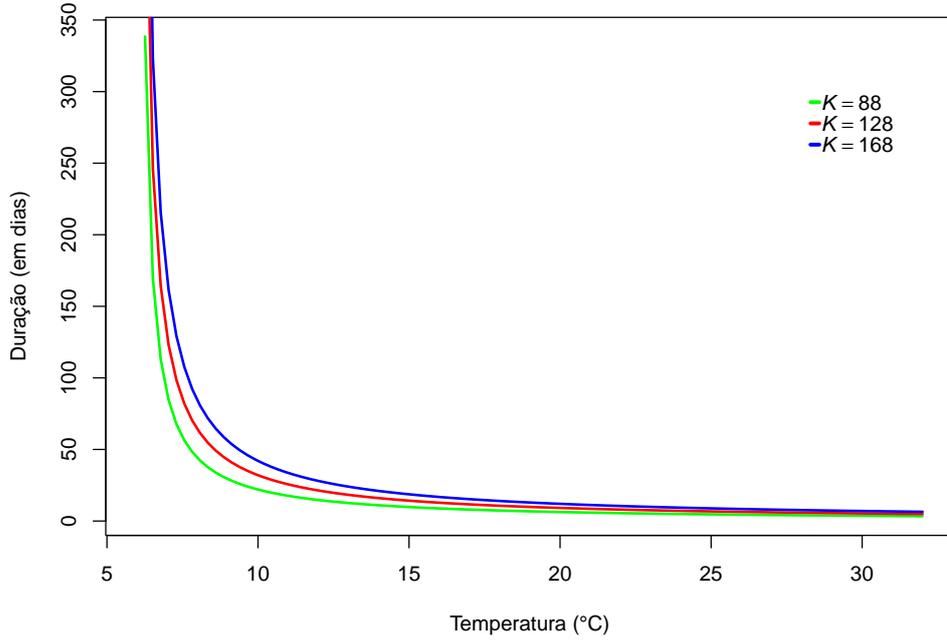
Com o intuito de compreender os efeitos dos parâmetros ( $K$  e  $T_b$ ) no comportamento da curva, inicialmente foram adotados valores arbitrários para o parâmetro  $T_b$ , enquanto o valor de  $K$  permaneceu constante (conforme mostrado na Figura 4) e, posteriormente, variando os valores de  $K$ , mantendo constante o valor de  $T_b$  (conforme apresentado na Figura 5).

A Figura 4 destaca a influência de diferentes valores do parâmetro  $T_b$  no comportamento da curva definida pela equação (31), mantendo constante o valor do parâmetro  $K$ . Note que, a uma temperatura constante (15 °C por exemplo), é perceptível que a duração (em dias) na fase de desenvolvimento do inseto aumenta à medida que o valor de  $T_b$  se eleva. Este comportamento, na variável resposta, pode também ser explicado pela diferença  $T_i - T_b$ , ou seja, esta diferença é maior quanto menor for o valor do parâmetro  $T_b$  e consequentemente menor será o tempo de duração do inseto na fase de desenvolvimento em análise.



**Figura 4.** Representação gráfica da curva da equação (31) para três diferentes valores do parâmetro  $T_b$  e um valor fixo do parâmetro  $K = 78$ .

De maneira análoga, por meio da Figura 5, é possível observar como diferentes valores do parâmetro  $K$  influenciam no comportamento da curva descrita pela equação (31), mantendo constante o valor do parâmetro  $T_b$ . Importa ressaltar que, a uma temperatura ambiente fixa (por exemplo, 15 °C), observa-se que a duração (em dias) na fase de desenvolvimento do inseto aumenta à medida que o valor de  $K$  cresce, enquanto diminui à medida que  $K$  diminui.



**Figura 5.** Representação gráfica da curva da equação (31) para três diferentes valores do parâmetro  $K$  e um valor fixo do parâmetro  $T_b = 6$ .

### 3.3 Métodos

Assim como é realizado na área aplicada, foi considerado a utilização do modelo linearizado a partir da equação de Réaumur para o ajuste aos dados de taxa de desenvolvimento em função das temperaturas. Para obter as estimativas dos parâmetros  $\beta_0$  e  $\beta_1$  foi utilizado o método de mínimos quadrados. Por outro lado, sabe-se que:

$$\beta_0 = -\frac{T_b}{K} \quad (32)$$

e

$$\beta_1 = \frac{1}{K}. \quad (33)$$

Dessa maneira, utilizando as equações (32) e (33), podemos isolar os parâmetros  $K$  e  $T_b$  expressando-os como funções de  $\beta_0$  e  $\beta_1$  da seguinte maneira:

$$K = g(\beta_0, \beta_1) = \frac{1}{\beta_1} \quad (34)$$

e

$$T_b = g(\beta_0, \beta_1) = -\frac{\beta_0}{\beta_1} \quad (35)$$

A partir deste ponto, nossa meta foi elaborar uma estimativa intervalar para os parâmetros  $K$  e  $T_b$ . Dado que eles são funções dos parâmetros do modelo linearizado, para estimar a média e a variância de  $K$  e de  $T_b$ , recorreu-se a fórmulas aproximadas propostas por [Mood et al. \(1973\)](#) o que resultou em:

$$\begin{aligned}
E(\widehat{K}) = E[g(\beta_0, \beta_1)] &\approx g(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1) + \frac{\widehat{Var}(\hat{\beta}_0)}{2} \left[ \frac{\partial^2 g(\beta_0, \beta_1)}{\partial \beta_0^2} \right]_{\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1} + \\
&+ \frac{\widehat{Var}(\hat{\beta}_1)}{2} \left[ \frac{\partial^2 g(\beta_0, \beta_1)}{\partial \beta_1^2} \right]_{\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1} + \\
&+ \widehat{Cov}(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1) \left[ \frac{\partial^2 g(\beta_0, \beta_1)}{\partial \beta_0 \partial \beta_1} \right]_{\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1} \\
&= \frac{1}{\hat{\beta}_1} + \left( \frac{1}{\hat{\beta}_1} \right)^3 \widehat{Var}(\hat{\beta}_1)
\end{aligned} \tag{36}$$

e

$$\begin{aligned}
E(\widehat{T}_b) = E[g(\beta_0, \beta_1)] &\approx g(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1) + \frac{\widehat{Var}(\hat{\beta}_0)}{2} \left[ \frac{\partial^2 g(\beta_0, \beta_1)}{\partial \beta_0^2} \right]_{\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1} + \\
&+ \frac{\widehat{Var}(\hat{\beta}_1)}{2} \left[ \frac{\partial^2 g(\beta_0, \beta_1)}{\partial \beta_1^2} \right]_{\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1} + \\
&+ \widehat{Cov}(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1) \left[ \frac{\partial^2 g(\beta_0, \beta_1)}{\partial \beta_0 \partial \beta_1} \right]_{\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1} \\
&= -\frac{\hat{\beta}_0}{\hat{\beta}_1} - 2\hat{\beta}_0 \left( \frac{1}{\hat{\beta}_1} \right)^3 \frac{\widehat{Var}(\hat{\beta}_1)}{2} + \left( \frac{1}{\hat{\beta}_1} \right)^2 \widehat{Cov}(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1)
\end{aligned} \tag{37}$$

e das suas variâncias que são dadas, respectivamente, por:

$$\begin{aligned}
\widehat{Var}(\widehat{K}) &\approx \widehat{Var}(\hat{\beta}_0) \left\{ \left[ \frac{\partial g(\beta_0, \beta_1)}{\partial \beta_0} \right]_{\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1} \right\}^2 + \widehat{Var}(\hat{\beta}_1) \left\{ \left[ \frac{\partial g(\beta_0, \beta_1)}{\partial \beta_1} \right]_{\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1} \right\}^2 + \\
&+ 2\widehat{Cov}(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1) \left\{ \left[ \frac{\partial g(\beta_0, \beta_1)}{\partial \beta_0} \right]_{\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1} \cdot \left[ \frac{\partial g(\beta_0, \beta_1)}{\partial \beta_1} \right]_{\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1} \right\} \\
&= \left( \frac{1}{\hat{\beta}_1} \right)^4 \cdot \widehat{Var}(\hat{\beta}_1)
\end{aligned} \tag{38}$$

e

$$\begin{aligned}
\widehat{Var}(\widehat{T}_b) = Var[g(\beta_0, \beta_1)] &\approx \widehat{Var}(\widehat{\beta}_0) \left\{ \left[ \frac{\partial g(\beta_0, \beta_1)}{\partial \beta_0} \right]_{\widehat{\beta}_0, \widehat{\beta}_1} \right\}^2 + \widehat{Var}(\widehat{\beta}_1) \left\{ \left[ \frac{\partial g(\beta_0, \beta_1)}{\partial \beta_1} \right]_{\widehat{\beta}_0, \widehat{\beta}_1} \right\}^2 \\
&+ 2Cov(\widehat{\beta}_0, \widehat{\beta}_1) \left\{ \left[ \frac{\partial g(\beta_0, \beta_1)}{\partial \beta_0} \right]_{\widehat{\beta}_0, \widehat{\beta}_1} \cdot \left[ \frac{\partial g(\beta_0, \beta_1)}{\partial \beta_1} \right]_{\widehat{\beta}_0, \widehat{\beta}_1} \right\} \\
&= \left( \frac{1}{\widehat{\beta}_1} \right)^2 \widehat{Var}(\widehat{\beta}_0) + \widehat{\beta}_0^2 \left( \frac{1}{\widehat{\beta}_1} \right)^4 \widehat{Var}(\widehat{\beta}_1) + \\
&- 2\widehat{\beta}_0 \left( \frac{1}{\widehat{\beta}_1} \right)^3 Cov(\widehat{\beta}_0, \widehat{\beta}_1)
\end{aligned} \tag{39}$$

Com as estimativas da média e variância dos parâmetros  $K$  e de  $T_b$  e assumindo que os mesmos seguem uma distribuição Normal, o intervalo de confiança pelo método delta pode ser construído. Portanto, ao considerar um nível de confiança de 95%, os intervalos de confiança são obtidos por meio das seguintes expressões:

$$IC(K)_{0,95} : \hat{K} \pm t_{(0,025; 5)} \sqrt{\widehat{Var}(\hat{K})} \tag{40}$$

$$IC(T_b)_{0,95} : \hat{T}_b \pm t_{(0,025; 5)} \sqrt{\widehat{Var}(\hat{T}_b)} \tag{41}$$

em que  $t_{(0,025; 5)}$  é o quantil 0,025 com 5 graus de liberdade da distribuição t.

A partir deste ponto são obtidas as estimativas dos parâmetros  $K$  e  $T_b$  modelo não-linear proposto, utilizando a função `nls` da linguagem de programação R. Estas estimativas são obtidas por meio de um algoritmo iterativo e, nesse contexto, foi utilizado o de Gauss-Newton. Os valores iniciais considerados foram (34) e (35), respetivamente, para  $K$  e  $T_b$ .

Para a obtenção das estimativas intervalares dos parâmetros do modelo não-linear utilizou-se a metodologia apresentada por [Prudente et al. \(2009\)](#), cuja matriz de covariâncias é dada pela expressão:

$$\mathbf{Q}^{-1} = \sigma^2 \left( \widetilde{\mathbf{X}}^T \widetilde{\mathbf{X}} \right)^{-1}. \tag{42}$$

A estimativa para  $\sigma^2$  utilizada é  $s^2 = SQR/(n-2)$ , em que  $SQR$  é a soma de quadrados dos resíduos do modelo ajustado e  $\widetilde{\mathbf{X}}$  é a matriz Jacobiana, que para o modelo não-linear proposto neste trabalho, é obtida como:

$$\widetilde{\mathbf{X}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial D_1(\hat{K}, \hat{T}_b)}{\partial K} & \frac{\partial D_1(\hat{K}, \hat{T}_b)}{\partial T_b} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\partial D_7(\hat{K}, \hat{T}_b)}{\partial K} & \frac{\partial D_7(\hat{K}, \hat{T}_b)}{\partial T_b} \end{pmatrix} \tag{43}$$

em que  $\frac{\partial D_i(\hat{K}, \hat{T}_b)}{\partial K}$  e  $\frac{\partial D_i(\hat{K}, \hat{T}_b)}{\partial T_b}$  são os valores das derivadas parciais de primeira ordem, em relação a  $K$  e a  $T_b$ , aplicadas nas estimativas dos parâmetros do modelo não-linear. Portanto, os intervalos de 95% de confiança para os parâmetros  $K$  e  $T_b$  tem a seguinte estrutura:

$$IC(K)_{0,95} : \hat{K} \pm t_{(0,025; 5)} \sqrt{q^{jj}} \quad (44)$$

$$IC(T_b)_{0,95} : \hat{T}_b \pm t_{(0,025; 5)} \sqrt{q^{jj}} \quad (45)$$

em que  $t_{(0,025; 5)}$  é o quantil 0,025 de uma distribuição  $t$  de Student com 5 graus de liberdade e  $q^{jj}$  é o elemento na posição  $(j, j)$  da matriz  $\mathbf{Q}^{-1}$ .

A fim de avaliar a normalidade dos resíduos, utilizou-se o teste de Shapiro-Wilk. Para verificar a homogeneidade de variâncias, utilizou-se o teste de Breusch-Pagan. Quanto à adequação do modelo aos dados, foram gerados gráficos de quantis teóricos versus resíduos padronizados, valores estimados versus resíduos padronizados e valores estimados versus valores observados.

Todas as análises foram conduzidas utilizando a linguagem de programação R ([R Core Team, 2023](#)), disponibilizados no Apêndice I.



## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

A Tabela 2 apresenta as médias das durações (em dias) na fase larval das quatro espécies de crisopídeos em relação às distintas temperaturas ( $^{\circ}\text{C}$ ), juntamente com os respectivos desvios-padrão. A partir dos dados sobre a duração (em dias) dos insetos na fase larval, foram calculadas as taxas de desenvolvimento (em 1/dias), obtidas pelo inverso da duração em dias na fase larval, as taxas médias de desenvolvimento e esses valores estão registrados na Tabela 3.

**Tabela 2.** Desenvolvimento médio (dias), das espécies de crisopídeos, com os respectivos desvios-padrão em função das diferentes temperaturas na fase larval

Espécies	Temperaturas ( $^{\circ}\text{C}$ )						
	18	20	22	25	28	30	32
<i>Ce. cincta</i>	25,0 (2,47)	18,4 (0,69)	16,5 (1,38)	13,0 (1,86)	10,5 (1,06)	4,3 (0,44)	10,3 (0,50)
<i>Ce. cubana</i>	30,6 (3,00)	20,0 (0,75)	16,6 (1,16)	11,2 (0,70)	9,9 (0,55)	9,2 (0,75)	9,1 (0,39)
<i>Ce. paraguayaria</i>	35,4 (6,76)	21,1 (1,82)	17,5 (0,82)	11,8 (0,83)	11,7 (3,76)	10,4 (1,71)	10,2 (0,54)
<i>Ch. externa</i>	21,2 (1,87)	15,3 (2,03)	12,8 (0,82)	9,3 (0,58)	10,1 (0,85)	7,2 (0,49)	6,9 (0,57)

De modo geral, conforme observado na Tabela 2, os resultados mostram semelhanças na duração média entre as três espécies do gênero *Ceraeochrysa* em diferentes temperaturas, com exceção da temperatura de  $30^{\circ}\text{C}$ , na qual a espécie *Ceraeochrysa cincta* apresentou um desempenho ligeiramente diferente das demais. A espécie *Chrysoperla externa* demonstrou resultados diferentes em relação às outras espécies, destacando-se principalmente em temperaturas abaixo de  $28^{\circ}\text{C}$ . Além disso, a espécie *Chrysoperla externa* se destacou por apresentar durações mais curtas em praticamente todas as temperaturas quando comparada às espécies do gênero *Ceraeochrysa*. De acordo com [Tapajós et al. \(2016\)](#), as diferenças na duração do desenvolvimento das espécies podem estar associadas às características individuais de cada uma.

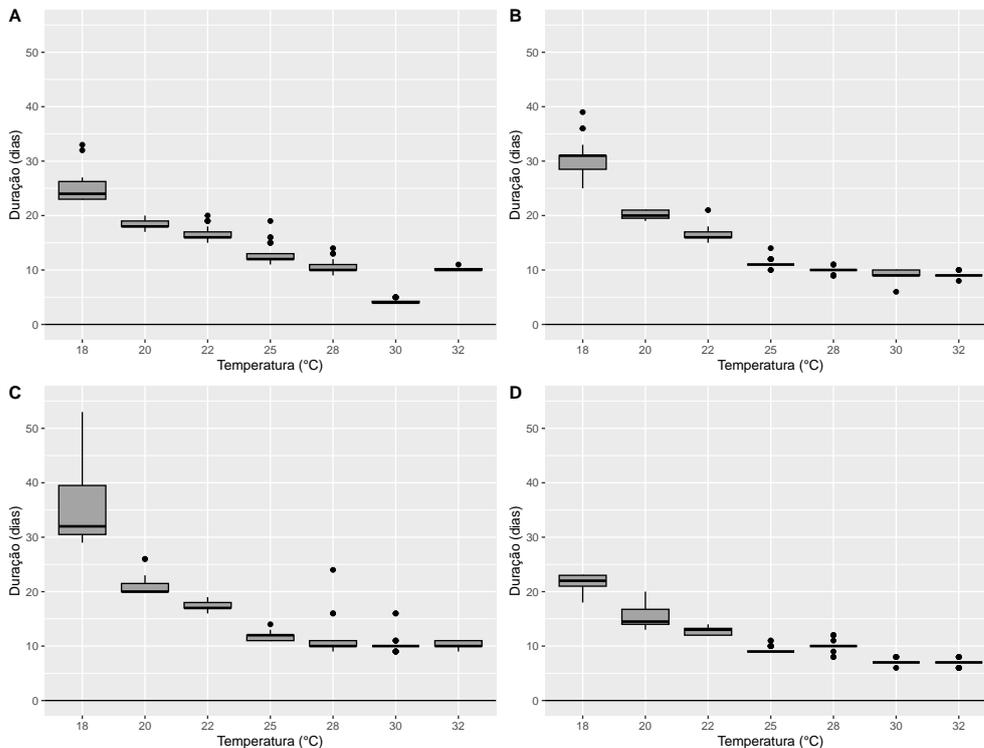
Ainda na Tabela 2, observou-se que temperaturas mais baixas resultaram em durações médias mais longas, enquanto temperaturas mais altas estiveram ligadas a durações mais curtas. Essa tendência sugere a existência de uma relação inversamente proporcional entre as temperaturas e a duração do desenvolvimento. Resultados semelhantes a esses foram encontrados por [López-Arroyo et al. \(1999\)](#), [Oliveira et al. \(2010\)](#), [Bezerra et al. \(2012\)](#) e [Pappas et al. \(2013\)](#).

As taxas médias de desenvolvimento das quatro espécies de crisopídeos são apre-

sentadas na Tabela 3. Essas taxas refletem a velocidade com que os insetos atravessam suas fases de desenvolvimento, sendo que a velocidade aumenta com o aumento da temperatura (HADDAD et al., 1999; GARCIA, 2022).

**Tabela 3.** Taxas médias de desenvolvimento (1/dias) para cada uma das espécies em função das temperaturas na fase larval

Espécies	Temperaturas (°C)						
	18	20	22	25	28	30	32
<i>Ce. cincta</i>	0,0403	0,0543	0,0611	0,0782	0,0959	0,2375	0,0977
<i>Ce. cubana</i>	0,0330	0,0500	0,0604	0,0899	0,1013	0,1091	0,1104
<i>Ce. paraguaria</i>	0,0291	0,0476	0,0572	0,0854	0,0912	0,0983	0,0979
<i>Ch. externa</i>	0,0475	0,0665	0,0783	0,1080	0,1001	0,1400	0,1445



**Figura 6.** Boxplot para a duração (em dias) do desenvolvimento das espécies de crisopídeos na fase larval: *Ceraeochrysa cincta* (A), *Ceraeochrysa cubana* (B), *Ceraeochrysa paraguaria* (C) e *Chrysoperla externa* (D), em função das diferentes temperaturas.

A Figura 6 mostra o desempenho da duração do desenvolvimento (em dias) das quatro espécies de crisopídeos na fase larval, utilizando todos os dados, por meio do gráfico boxplot. Observa-se a presença de pontos atípicos (localizados fora das caixas) em todas as espécies, com maior destaque nas temperaturas de 18, 22, 25 e 28°C para a espécie de *Ce. cincta* (A); 18, 22, 25, 28, 30 e 32°C para a espécie de *Ce. cubana* (B); 20, 22, 25, 28

e 30°C para a espécie de *Ce. paraguaria* (C); e 25, 28, 30 e 32°C para a espécie de *Ch. externa* (D). Observa-se um maior grau de variabilidade nos dados a 18°C para as espécies (A), (B) e (C), destacando-se especialmente a espécie (A). Por outro lado, para a espécie (D), a maior variabilidade é registada a 20°C. Apesar dos inconvenientes mencionados neste parágrafo, optou-se por não remover os pontos atípicos e por não realizar correções nas variâncias. Essa decisão foi tomada devido à escolha de trabalhar com a duração média (conforme apresentado na Tabela 2) para cada uma das temperaturas.

Com base nos valores de taxa de desenvolvimento dos insetos (Tabela 3), procedeu-se ao ajuste do modelo linearizado. Os valores de  $K$  e  $T_b$  foram obtidos a partir dos parâmetros ( $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1$ ) do modelo linearizado. Os resultados desta análise são apresentados na Tabela 4, que inclui os valores de  $K$  e  $T_b$ , juntamente com os intervalos de 95% confiança correspondentes para cada espécie de crisopídeo na fase larval.

**Tabela 4.** Estimativas e respectivos intervalos de 95% de confiança dos valores de  $K$  e  $T_b$  obtidos por meio dos parâmetros do modelo linearizado.

	Espécies			
	<i>Ce. cincta</i>	<i>Ce. cubana</i>	<i>Ce. paraguaria</i>	<i>Ch. externa</i>
$K$	116,71 (-28,14; 261,56)	172,96 (130,02; 215,90)	198,37 (133,39; 263,35)	149,34 (104,23; 194,45)
$T_b$	13,91 (-1,12; 28,94)	11,31 (7,71; 14,92)	10,64 (5,67; 15,61)	10,39 (5,74; 15,04)

Observando a Tabela 4, pode-se notar que para a fase de larva, o limite térmico inferior de desenvolvimento ( $T_b$ ) foi estimado em 13,91; 11,31; 10,64; 10,39 °C e a constante térmica ( $K$ ) em 116,71; 172,96; 198,37 e 149,34 graus-dias para as espécies *Ce. cincta*, *Ce. cubana*, *Ce. paraguaria* e *Ch. externa* respetivamente. Os valores, obtidos como funções dos parâmetros do modelo linearizado, foram utilizados como valores iniciais no processo de ajuste do modelo não-linear utilizando o algoritmo de Gauss-Newton e os aspectos referentes a seus intervalos de confiança serão discutidos na Tabela 7.

**Tabela 5.** Estimativas (erro-padrão) e intervalos de 95% de confiança para os parâmetros  $K$  e  $T_b$  do modelo não-linear para as espécies de crisopídeos na fase de larva.

Parâmetros	Espécies			
	Ce. cincta	Ce. cubana	Ce. paraguaria	Ch. externa
$K$	161,87 (32,1)	144,23 (10,12)	148,51 (16,16)	139,77 (13,45)
$IC(K)_{0,95}$	(79,33; 244,43)	(118,21; 170,26)	(106,97; 190,06)	(105,19; 174,34)
$T_b$	11,53 (1,63)	13,20 (0,43)	13,67 (0,59)	11,26 (0,83)
$IC(T_b)_{0,95}$	(7,33; 15,73)	(12,10; 14,29)	(12,15; 15,19)	(9,14; 13,39)

As estimativas, os erros-padrão e os intervalos de 95% confiança dos parâmetros  $K$  e  $T_b$  do modelo não-linear são apresentadas na Tabela 5. Nela, é possível observar que, pelo ajuste do modelo não-linear, o limite térmico inferior ( $T_b$ ) de desenvolvimento do inseto foi estimado em 11,53, 13,20, 13,67 e 11,26 °C, enquanto a constante térmica ( $K$ ) foi estimada em 161,87, 144,23, 148,51 e 139,77 graus-dias para as espécies *Ce. cincta*, *Ce. cubana*, *Ce. paraguaria* e *Ch. externa*, respectivamente. Os resultados indicam que houve uma proximidade nos resultados, comparando a estimativa do parâmetro  $T_b$  em relação as espécies. No entanto, em relação ao parâmetro ( $K$ ), a espécie *Ce. cincta* apresentou uma estimativa bastante diferente em comparação com as demais espécies. No que se refere à interpretação, o limite térmico inferior ( $T_b$ ) representa a temperatura a partir da qual o inseto inicia seu desenvolvimento, enquanto a constante térmica ( $K$ ) indica a quantidade de energia necessária, que o inseto precisa acumular, para completar a fase larval. Em estudos anteriores, como por exemplo, o de [Aquad et al. \(2014\)](#), por meio de um modelo linearizado, obtiveram as estimativas de 8,84 °C e 200 graus-dias para os parâmetros  $T_b$  e  $K$ , ao avaliar o efeito das temperaturas de 12, 16, 20, 24, 28 e 32 °C no desenvolvimento da espécie de *Ch. externa* na fase larval. Ao avaliar as exigências térmicas e o zoneamento climático das espécies em estudo neste trabalho, em função das temperaturas de 18; 20; 22; 25; 28 e 30°C, [Skanata \(2018\)](#), obteve as estimativas de 10,04; 12,42; 12,03 e 11,35 °C para o limite inferior térmico ( $T_b$ ) e 190,75; 154,42; 173,22 e 133,41 graus-dias para a constante térmica ( $K$ ) utilizando a abordagem do modelo linearizado.

**Tabela 6.** p-valor dos testes de Shapiro-Wilk e Breusch-Pagan, do modelo não linear para as espécies de crisopídeos na fase de larva.

p-valor	Espécies			
	<i>Ce. cincta</i>	<i>Ce. cubana</i>	<i>Ce. paraguayaria</i>	<i>Ch. externa</i>
Shapiro-Wilk	0,1037	0,4433	0,4182	0,3968
Breusch-Pagan	0,1016	0,1838	0,0500	0,7169

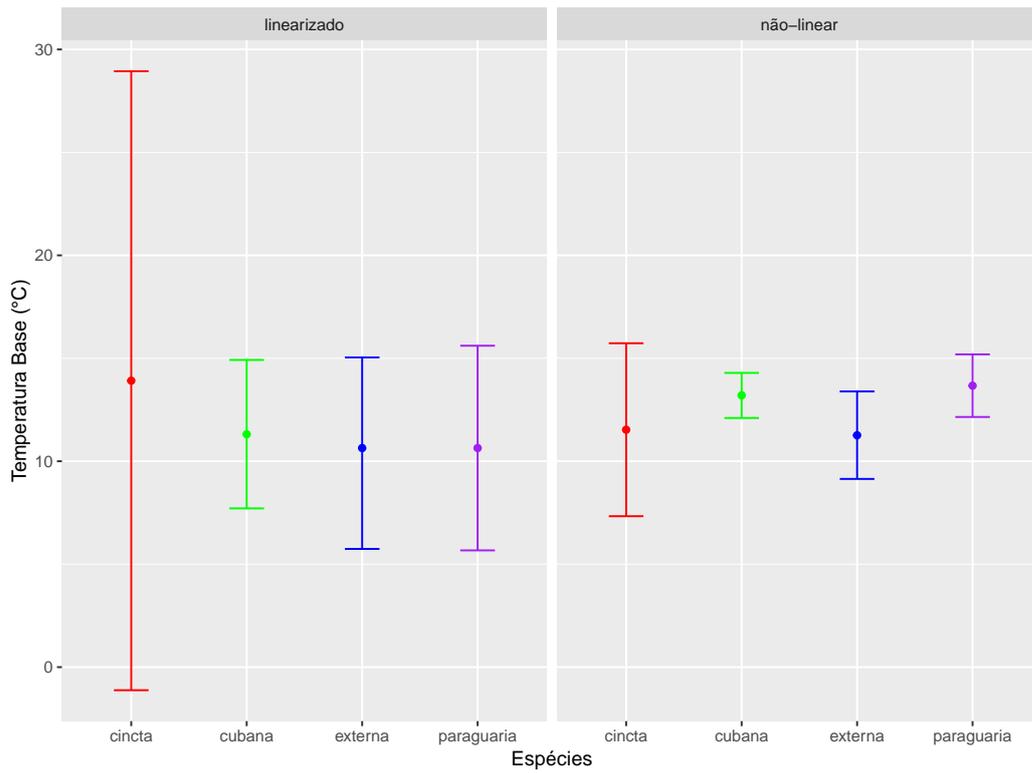
Na Tabela 6, são apresentados os p-valores dos testes de Shapiro-Wilk e Breusch-Pagan, utilizados para testar a normalidade dos resíduos e a homogeneidade de variâncias do modelo não-linear aplicado às quatro espécies de crisopídeos. Esses resultados foram obtidos considerando um nível de 5% de significância e aplicados aos resíduos padronizados. Notou-se (Tabela 6) que os p-valores, em todas as espécies, foi superior a 0,05; o que levou à não rejeição da hipótese de normalidade dos resíduos e da homogeneidade de variâncias.

Os resultados apresentados na Tabela 7 referem-se às amplitudes dos intervalos de confiança associados aos parâmetros  $K$  e  $T_b$  estimados tanto por meio dos parâmetros  $(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1)$  do modelo linearizado quanto pelo modelo não-linear ajustado.

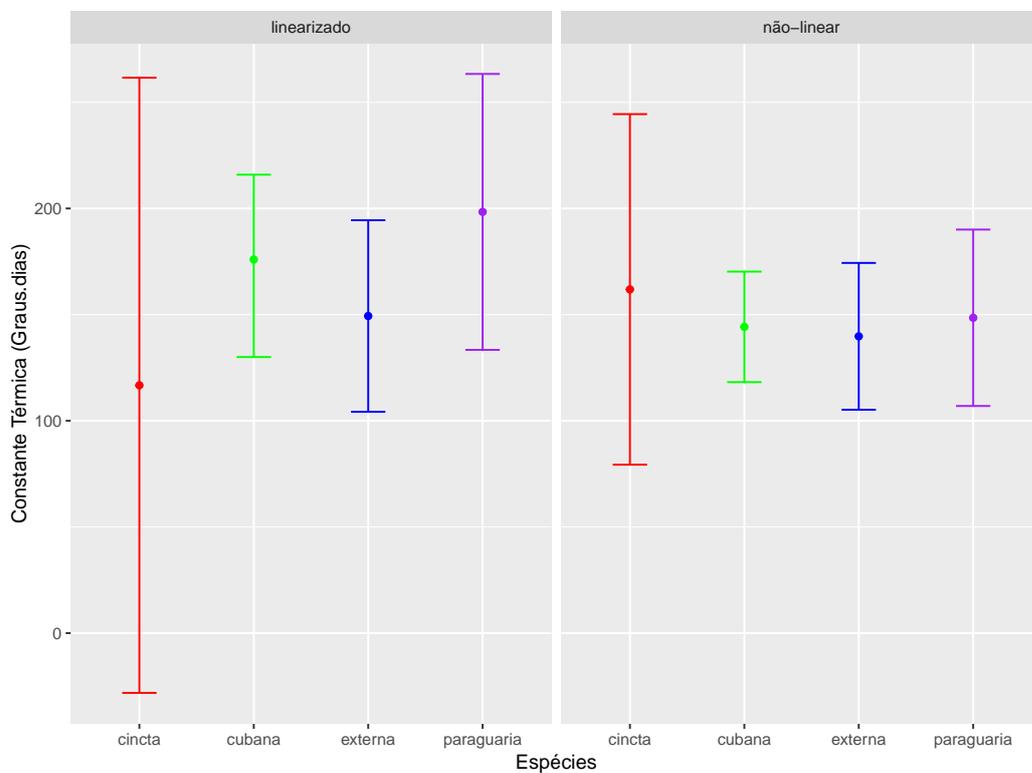
**Tabela 7.** Amplitudes dos intervalos de 95% de confiança de  $K$  e  $T_b$  obtidos por via dos parâmetros do modelo linearizado e do ajuste do modelo não-linear para as espécies de crisopídeos na fase larval.

Espécies	Modelo linearizado		Modelo Não linear	
	$K$ (°C·dias)	$T_b$ (°C)	$K$ (°C·dias)	$T_b$ (°C)
<i>Ce. cincta</i>	289,70	30,06	165,1	8,40
<i>Ce. cubana</i>	85,88	7,21	52,05	2,19
<i>Ce. paraguayaria</i>	129,96	9,93	83,07	3,04
<i>Ch. externa</i>	90,22	9,30	69,15	4,25

De acordo com a Tabela 7, é possível notar que os intervalos de confiança para os parâmetros  $K$  e  $T_b$  do modelo não-linear apresentam amplitudes menores, em comparação com os intervalos dos valores de  $K$  e  $T_b$  obtidos por meio dos parâmetros do modelo linearizado, indicando uma melhor precisão nas estimativas de  $K$  e  $T_b$ . Estes resultados podem, também, ser observados nas Figuras 7 e 8.

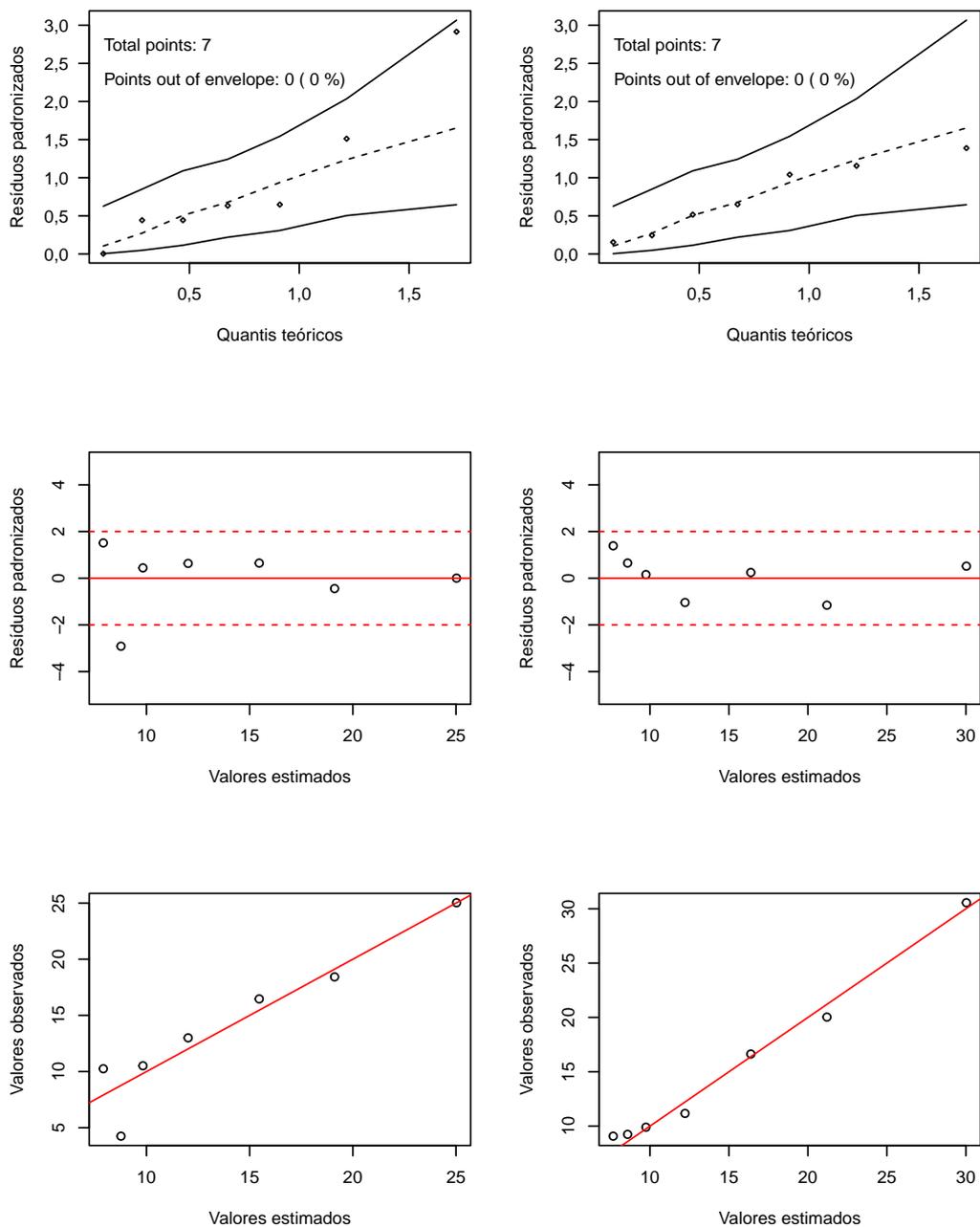


**Figura 7.** Intervalos de 95% de confiança associados à estimativa do parâmetro  $T_b$ , pelos modelos linearizado e não-linear.

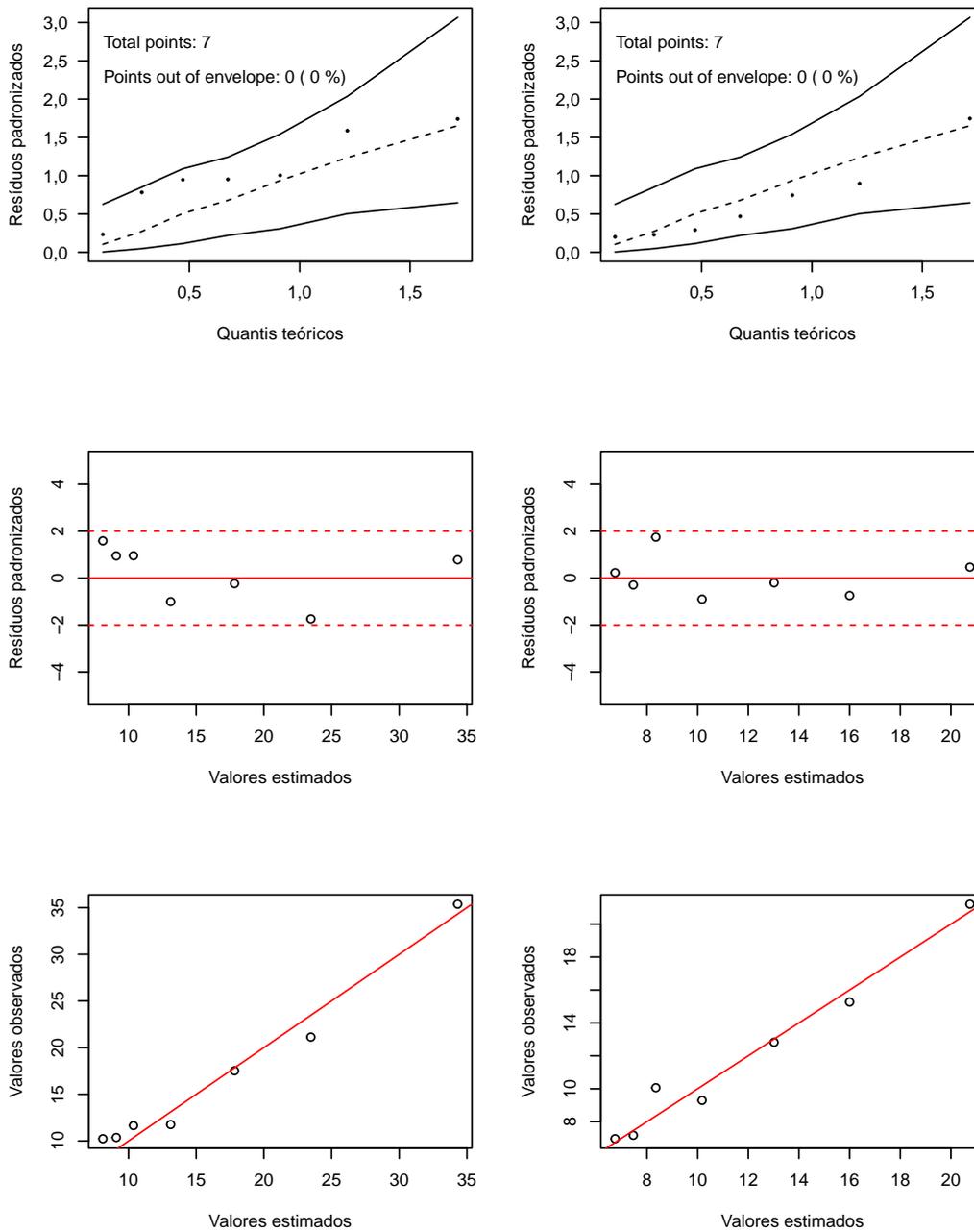


**Figura 8.** Intervalos de 95% de confiança associados à estimativa do parâmetro  $K$ , pelos modelos linearizado e não-linear.

Nas Figuras 9 e 10 são apresentados os gráficos referente a qualidade de ajuste do modelo não linear ao desenvolvimento de cada uma das espécies de crisopídeo em sua fase larval. A Figura 9 é referente às espécies *Ceraeochrysa cincta* e *Ceraeochrysa cubana*, enquanto que a Figura 10 se refere às espécies *Ceraeochrysa paraguayaria* e *Chrysoperla externa*.



**Figura 9.** Gráfico de resíduos, envelope simulado: à esquerda para a espécie *Ceraeochrysa cincta* e à direita para a espécie *Ceraeochrysa cubana*, na fase larval.

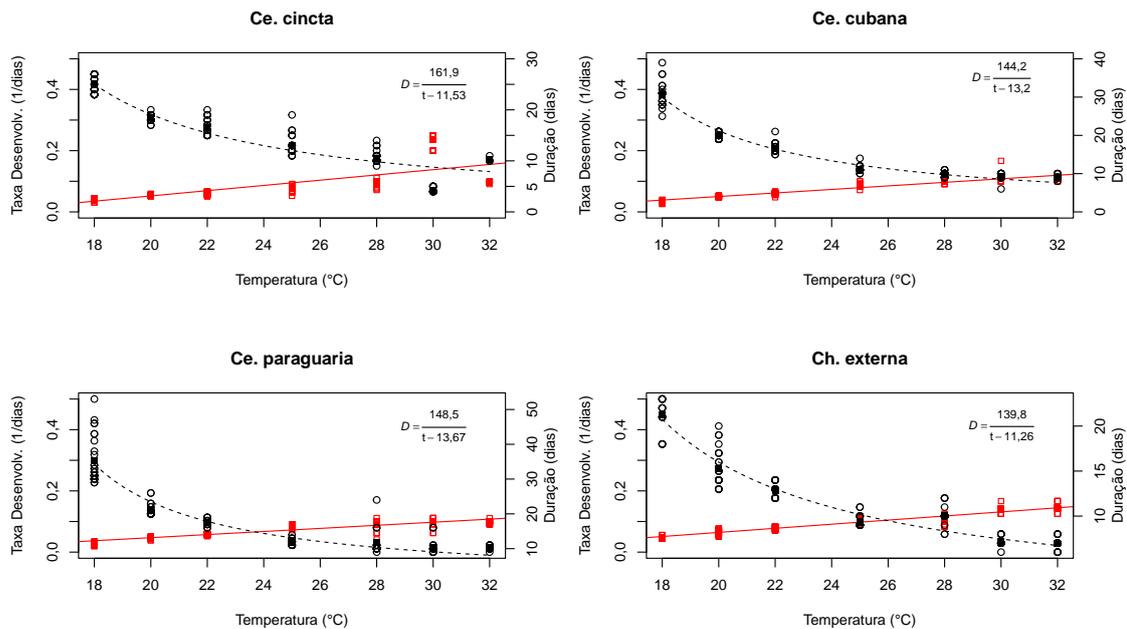


**Figura 10.** Gráfico de resíduos, envelope simulado: à esquerda para a espécie *Ceraeochrysa paraguayia* e à direita para a espécie *Chrysoperla externa*, na fase larval.

Pelas Figuras 9 e 10, observa-se que 0% dos pontos encontram-se fora dos envelopes simulados para as quatro espécies. Portanto, este padrão, indica um ajuste satisfatório do modelo não-linear aos dados de duração (em dias) do desenvolvimento das espécies de crisopídeos. Ainda pelas mesmas figuras observa-se que os resíduos estão distribuídos aleatoriamente em torno de zero, mostrando que mais do que 95% dos mesmos estão na

faixa de -3 a 3 para as quatro espécies, o que também demonstra um ajuste satisfatório do modelo não-linear ajustado. Também pode ser observado que os valores estimados da duração dos insetos na fase larval estão bem próximos aos valores observados no experimento.

Por último, na Figura 11, são apresentados os ajustes dos modelos linearizado (reta vermelha) e não-linear (curva preta) associados às quatro espécies de crisopídeos na fase larval. O gráfico do modelo linearizado apresenta as taxas de desenvolvimento (1/dias) no eixo vertical à esquerda, enquanto o do modelo não-linear mostra a duração (em dias) no eixo vertical à direita. Ambos os gráficos são construídos como função de diferentes temperaturas. Embora o ajuste dos modelos tenham sido feitos para media da variável resposta (taxa de desenvolvimento e duração) nessa figura estão representados todos os insetos que foram avaliados no experimento.



**Figura 11.** Gráficos dos modelos linearizado (vermelho) e não-linear (preto) das espécies *Ce. cincta*, *Ce. cubana*, *Ce. paraguaria* e *Ch. externa*, em diferentes temperaturas, na fase larval.

Como estudos futuros pretende-se avaliar a eficiência do modelo não-linear, abordado neste trabalho, considerando os valores de desenvolvimento de todos insetos, utilizando métodos que considerem violações das pressuposições do modelo como por exemplo heterogeneidade de variâncias e autocorrelação residual. Também pretende-se avaliar outros fatores na modelagem como a razão sexual dos insetos e a viabilidade dos mesmos em cada fase.

## 5 CONCLUSÕES

O modelo não-linear proposto, a partir da equação de Réaumur, se mostrou de fácil implementação na linguagem de programação R e obteve um bom ajuste aos dados de duração média (em dias) de desenvolvimento das quatro espécies de crisopídeos na fase larval. O uso dessa metodologia revelou-se mais apropriada em comparação com a utilização de um modelo linearizado que usa transformações na variável de interesse.

No que diz respeito às estimativas dos parâmetros, notou-se que as espécies *Ceraeochrysa cincta*, *Ceraeochrysa cubana*, *Ceraeochrysa paraguaria* e *Chrysoperla externa* necessitam, no mínimo, as temperaturas de 11,53 °C; 13,20 °C; 13,67 °C e 11,26 °C para iniciar seu desenvolvimento e acúmulo de 161,87; 144,23; 148,51 e 139,77 graus-dias (GD), respectivamente, para completar o seu desenvolvimento na fase larval.



## REFERÊNCIAS

- ADAMS, P. A.; PENNY, N. D. Neuroptera of the Amazon basin. Part 11a. Introduction and chrysopint. **Acta Amazonica**, v. 15, p. 413–480, 1985. ISSN 0044-5967, 1809-4392. Publisher: Instituto Nacional de Pesquisas da Amazônia.
- ALBUQUERQUE, F. A.; HAMADA, E.; SANTOS, J. O. d. Impacto potencial das mudanças climáticas sobre a distribuição geográfica do curuquerê e do ácaro-vermelho-do-algodoeiro nas regiões nordeste e centro-oeste e no estado do tocantins. In: \_\_\_\_\_. **Aquecimento global e problemas fitossanitários**. Brasília: Embrapa, 2017. v. 1, p. 410–435. ISBN 978-85-7035-713-7.
- AUAD, A. M.; SANTOS, J. C.; FONSECA, M. G. EFFECTS OF TEMPERATURE ON DEVELOPMENT AND SURVIVAL OF HARMONIA AXYRIDIS (COLEOPTERA: COCCINELLIDAE) AND CHRYSOPERLA EXTERNA (NEUROPTERA: CHRYSOPIDAE) FED ON RHOPALOSIPHUM PADI (HEMIPTERA: APHIDIDAE). **The Florida Entomologist**, v. 97, n. 4, p. 1353–1363, 2014. ISSN 00154040, 19385102. Publisher: Florida Entomological Society.
- BALE, J. S.; MASTERS, G. J.; HODKINSON, I. D.; AWMACK, C.; BEZEMER, T. M.; BROWN, V. K.; BUTTERFIELD, J.; BUSE, A.; COULSON, J. C.; FARRAR, J.; GOOD, J. E. G.; HARRINGTON, R.; HARTLEY, S.; JONES, T. H.; LINDROTH, R. L.; PRESS, M. C.; SYMRNIODIS, I.; WATT, A. D.; WHITTAKER, J. B. Herbivory in global climate change research: direct effects of rising temperature on insect herbivores. **Global Change Biology**, v. 8, n. 1, p. 1–16, jan. 2002. ISSN 1354-1013, 1365-2486.
- BATES, D. M.; WATTS, D. G. **Nonlinear Regression Analysis and Its Applications**. 1. ed. New York: Wiley, 1988. (Wiley Series in Probability and Statistics). ISBN 978-0-471-81643-0 978-0-470-31675-7.
- BERGAMASCHI, H. O clima como fator determinante da fenologia das plantas. **Fenologia: ferramenta para conservação, melhoramento e manejo de recursos vegetais arbóreos**. Colombo: Embrapa Florestas, v. 1, p. 291–310, 2007.
- BETEMPS, D. L.; FACHINELLO, J. C.; LIMA, C. S. M.; GALARÇA, S. P.; RUFATO, A. D. R. Época de sementeira, fenologia e crescimento de plantas de fisális no sul do Brasil. **Revista Brasileira de Fruticultura**, v. 36, n. 1, p. 179–185, mar. 2014. ISSN 0100-2945.
- BEZERRA, C. Biologia e exigências térmicas de chrysoperla genanigra freitas (neuroptera: Chrysopidae). 2010.
- BEZERRA, C. E. S.; TAVARES, P. K. A.; NOGUEIRA, C. H. F.; MACEDO, L. P. M.; ARAUJO, E. L. Biology and thermal requirements of *Chrysoperla genanigra* (Neuroptera: Chrysopidae) reared on *Sitotroga cerealella* (Lepidoptera: Gelechiidae) eggs. **Biological Control**, v. 60, n. 2, p. 113–118, fev. 2012. ISSN 10499644.
- BOLZAN, A.; NAVA, D. E.; SMANIOTTO, G.; VALGAS, R. A.; GARCIA, F. R. M. Development of *Anastrepha grandis* (Diptera: Tephritidae) under constant temperatures and field validation of a laboratory model for temperature requirements. **Crop Protection**, v. 100, p. 38–44, out. 2017. ISSN 0261-2194.

BROOKS, S. J.; BARNARD, P. C. et al. The green lacewings of the world: a generic review (neuroptera: Chrysopidae). **Bulletin of the British Museum (Natural History), Entomology Series**, v. 59, n. 2, p. 117–286, 1990.

CHATTERJEE, S.; HADI, A. S. **Regression analysis by example**. 5. ed. ed. Hoboken, NJ: Wiley, 2012. (Wiley series in probability and statistics). ISBN 978-0-470-90584-5.

FERREIRA, A. J.; CARVALHO, G. A.; BOTTON, M.; MENDONÇA, L. A.; CORRÊA, A. R. B. Seletividade de inseticidas usados na cultura da macieira a ovos de chrysoperla externa (hagen, 1861)(neuroptera: Chrysopidae). **Ciencia rural**, SciELO Brasil, v. 35, p. 756–762, 2005.

FONSECA, A. R.; CARVALHO, C. F.; SOUZA, B. Capacidade predatória e aspectos biológicos das fases imaturas de chrysoperla externa (hagen, 1861)(neuroptera: Chrysopidae) alimentada com schizaphis graminum (rondani, 1852)(hemiptera: Aphididae) em diferentes temperaturas. **Ciência e Agrotecnologia**, v. 25, n. 2, p. 251–263, 2001.

FRALEY, C. **Algorithms for Nonlinear Least-Squares Problems**:. Fort Belvoir, VA, 1988.

FREITAS, S. d. **O Uso De Crisopideos No Controle Biologico De Pragas**. 1. ed. Brasil: Funep, 2001. ISBN 978-85-87632-40-1.

FREITAS, S. d.; FERNANDES, O. Crisopídeos em agroecossistemas. **SIMPÃO “SIO DE CONTROLE BIOLÓGICO”**, v. 5, n. 1996, p. 283–287, 1996.

GALLANT, A. R. **Nonlinear Statistical Models**. 1. ed. [S.l.]: Wiley, 1987. (Wiley Series in Probability and Statistics). ISBN 978-0-471-80260-0 978-0-470-31671-9.

GALLO, D.; NAKANO, O. N.; NETO, S. S.; CARVALHO, R. P. L. C.; BATISTA, G. C. D. D.; FILHO, E. B.; PARRA, J. R. P. L.; ZUCHI, R. A.; BAT, S. Entomologia agrícola. In: **Entomologia agrícola**. [S.l.: s.n.], 2002. p. 920–920.

GANJISAFFAR, F.; PERRING, T. M. Prey stage preference and functional response of the predatory mite Galendromus flumenis to Oligonychus pratensis. **Biological Control**, v. 82, p. 40–45, mar. 2015. ISSN 10499644.

GARCIA, A. G. **Métodos de determinação de limites térmicos e constante térmica para insetos**. Piracicaba, SP: Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz” Divisão de Biblioteca, 2022. ISBN 9786587391182.

GRAÇA, J. V. D.; DOUHAN, G. W.; HALBERT, S. E.; KEREMANE, M. L.; LEE, R. F.; VIDALAKIS, G.; ZHAO, H. Huanglongbing: An overview of a complex pathosystem ravaging the world’s citrus. **Journal of Integrative Plant Biology**, v. 58, n. 4, p. 373–387, abr. 2016. ISSN 1672-9072, 1744-7909.

HADDAD, M. L.; PARRA, J. R. P.; MORAES, R. C. B. Métodos para estimar os limites térmicos inferior e superior de desenvolvimento de insetos. 1999.

KOGAN, M. Integrated Pest Management: Historical Perspectives and Contemporary Developments. **Annual Review of Entomology**, v. 43, n. 1, p. 243–270, jan. 1998. ISSN 0066-4170, 1545-4487.

- LAVAGNINI, T. C.; FREITAS, S. d.; BEZERRA, A. L. Aspectos biológicos de chrysoperla raimundoi freitas & penny (neuroptera, chrysopidae). **Revista Brasileira de Entomologia**, SciELO Brasil, v. 53, p. 629–634, 2009.
- LEPPLA, N.; WILLIAMS, D. W. Mass rearing beneficial insects and the renaissance of biological control. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v. 27, p. 231–238, 1992.
- LÓPEZ-ARROYO, J. I.; TAUBER, C. A.; TAUBER, M. J. Comparative Life Histories of the Predators *Ceraeochrysa cincta*, *C. cubana*, and *C. smithi* (Neuroptera: Chrysopidae). **Annals of the Entomological Society of America**, v. 92, n. 2, p. 208–217, mar. 1999. ISSN 0013-8746. \_eprint: <https://academic.oup.com/aesa/article-pdf/92/2/208/19331699/aesa92-0208.pdf>.
- MACEDO, L. d. M.; SOARES, J. Criação de chrysoperla externa para o controle biológico de pragas do algodoeiro. Campina Grande: EMBRAPA-CNPA, 2000., 2000.
- MACEDO, L. P.; SOUZA, B.; CARVALHO, C. F.; ECOLE, C. C. Influência do fotoperíodo no desenvolvimento e na reprodução de *Chrysoperla externa* (Hagen) (Neuroptera: Chrysopidae). **Neotropical Entomology**, v. 32, n. 1, p. 91–96, jan. 2003. ISSN 1519-566X.
- MAZUCHELI, J.; ACHCAR, J. A. Algumas considerações em regressão não linear. **Acta Scientiarum**, v. 24, n. 6, p. 1761–1770, 2002.
- MAZZINI, A. R. D. A.; MUNIZ, J. A.; AQUINO, L. H. D.; SILVA, F. F. E. Análise da curva de crescimento de machos Hereford. **Ciência e Agrotecnologia**, v. 27, n. 5, p. 1105–1112, out. 2003. ISSN 1413-7054.
- MESAK, L.; SANTOS, B. A. dos; SILVA, L. M. D.; JÚNIOR, W. P.; RODRIGUES, C. A. Levantamento de espécies de crisopídeos (neuroptera: Chrysopidae) em plantios de milho (*zea mays*) no município de ipameri-go. In: . Brasil: [s.n.], 2017.
- MICHAELIS, L.; MENTEN, M. L. The kinetics of the inversion effect. **Biochem. Z**, v. 49, p. 333–369, 1913.
- MILDE, L. C. E.; SGRILLO, R. B. Parâmetros para modelagem do crescimento do fruto do cacauzeiro. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v. 28, n. 7, p. 759–765, 1993.
- MONTGOMERY, D. C.; PECK, E. A.; VINING, G. G. **Introduction to linear regression analysis**. 5th ed. ed. Hoboken, NJ: Wiley, 2012. (Wiley series in probability and statistics, 821). ISBN 978-0-470-54281-1.
- MOOD, A. M.; GRAYBILL, F. A.; BOES, D. C. **Introduction to the theory of statistics**. 3d. ed. New York: McGraw-Hill, 1973. (McGraw-Hill series in probability and statistics). ISBN 978-0-07-042864-5.
- OLIVEIRA, C. M.; AUAD, A. M.; MENDES, S. M.; FRIZZAS, M. R. Crop losses and the economic impact of insect pests on brazilian agriculture. **Crop Protection**, v. 56, p. 50–54, 2 2014. ISSN 02612194.
- OLIVEIRA, S. A.; AUAD, A. M.; SOUZA, B.; SILVA, D. M.; CARVALHO, C. A. Effect of temperature on the interaction between *Chrysoperla externa* (Neuroptera: Chrysopidae) and *Sipha flava* (Hemiptera: Aphididae). **European Journal of Entomology**, v. 107, n. 2, p. 183–188, abr. 2010. ISSN 12105759, 18028829.

- PAPPAS, M. L.; KARAGIORGOU, E.; PAPAIOANNOU, G.; KOVEOS, D. S.; BROUFAS, G. D. Developmental temperature responses of *Chrysoperla agilis* (Neuroptera: Chrysopidae), a member of the European *carnea* cryptic species group. **Biological Control**, v. 64, n. 3, p. 291–298, 2013. ISSN 1049-9644.
- PARRA, J. R. P. (Ed.). **Controle biológico no Brasil: parasitóides e predadores**. 1a. ed. ed. Barueri, SP, Brasil: Manole, 2002. ISBN 978-85-204-1554-2.
- PIROVANI, V. D.; PRATISSOLI, D.; CARVALHO, J.; DALVI, L. P. Manejo de pragas para cultura do morangueiro: Sem resíduo de agrotóxicos. **Núcleo**, 2015.
- PRUDENTE, A. A. et al. Modelos não-lineares de regressão: Alguns aspectos de teoria assintótica. Universidade Federal Rural de Pernambuco, 2009.
- R Core Team. **R: A Language and Environment for Statistical Computing**. Vienna, Austria, 2023. Disponível em: <<https://www.R-project.org/>>.
- RENCHER, A. C.; SCHAALJE, G. B. **Linear models in statistics**. 2. ed. ed. Hoboken, NJ: Wiley-Interscience, 2008. ISBN 978-0-471-75498-5.
- RITZ, C.; STREIBIG, J. C. **Nonlinear regression with R**. New York, NY: Springer, 2008. (Use R!). ISBN 978-0-387-09615-5.
- SCUDELER, E. L. Avaliação da capacidade de renovação do epitélio do mesêntero e seus efeitos no potencial reprodutivo de fêmeas adultas de *ceraeochrysa claveri* (neuroptera: Chrysopidae) alimentadas durante a fase larval com óleo de nim (*azadirachta indica* a. juss). Universidade Estadual Paulista (Unesp), 2016.
- SKANATA, C. B. G. **Aspectos biológicos e exigências térmicas em quatro espécies de Chrysopidae (Neuroptera)**. Tese (Mestrado em Entomologia) — Universidade de São Paulo, Piracicaba, ago. 2018.
- SMYTH, G. K. Nonlinear Regression-Extensions. In: **Wiley StatsRef: Statistics Reference Online**. Australia: John Wiley & Sons, Ltd, 2014. ISBN 978-1-118-44511-2. \_eprint: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/9781118445112.stat07552>.
- SOUZA, B. **Estudos morfológicos do ovo e da larva de *Chrysoperla externa* (Hagen, 1861)(Neuroptera: Chrysopidae) e influência de fatores climáticos sobre a flutuação populacional de adultos em citros**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Lavras., 1999.
- TAPAJÓS, S. J.; LIRA, R.; SILVA-TORRES, C. S.; TORRES, J. B.; COITINHO, R. L. Suitability of two exotic mealybug species as prey to indigenous lacewing species. **Biological Control**, v. 96, p. 93–100, maio 2016. ISSN 10499644.
- TAUBER, C. A. Systematics of north american chrysopid larvae: *Chrysopa carnea* group (neuroptera). **The Canadian Entomologist**, Cambridge University Press, v. 106, n. 11, p. 1133–1153, 1974.
- VILELA, M.; CARVALHO, G. A.; CARVALHO, C. F.; BOAS, M. A. V.; LEITE, M. I. S. Seletividade de acaricidas utilizados em cafeeiro para larvas de crisopídeos. **Revista Ceres**, v. 57, n. 5, p. 621–628, out. 2010. ISSN 0034-737X.

YAMAMOTO, P. T.; BASSANEZI, R. B. Seletividade de produtos fitossanitários aos inimigos naturais de pragas dos citros. **Laranja**, v. 24, n. 2, p. 353–382, 2003.

ZEVIANI, W.; JÚNIOR, P.; BONAT, W. Curso-modelos de regressão não linear. **Laboratório de Estatística e Geoinformação, Departamento de Estatística, Universidade Federal do Paraná, 58º RBRAS e 15º SEAGRO, Campina Grande–PB**, 2013.



## APÊNDICES

### Apêndice I

```

dados <- read.csv2("dados23.csv", h = T)
dados_final <- dados[!is.na(dados$Dlarva), c(1, 2,3,5) ]

# utilizando apenas a especie ce. cincta
dados_final <- dados_final[dados_final$esp=="E1",]

#Criando o Banco de dados utilizado para o ajuste dos modelos
medias <- tapply(dados_final$Dlarva, dados_final$temp, mean)
taxas_medias <- tapply(1/dados_final$Dlarva, dados_final$temp, mean)
dadosnew <- data.frame(medias, taxas_medias, temp=as.numeric(names(medias)))

##### ajuste do modelo linearizado
modelo <- lm(taxas_medias ~ temp, dadosnew)

beta0 <- coef(modelo)[1]
beta1 <- coef(modelo)[2]

#Calculando os parametros de interesse K e Tb
Tb <- - beta0/beta1 # Limite Inferior Termico de Desenvolvimento
K <- 1/beta1 # Constante Termica

# Intervalo de confiança e amplitude para K e Tb pelo metodo delta

intervalo_lin <- function(modelo){

  beta0=as.numeric(coef(modelo)[1])
  beta1=as.numeric(coef(modelo)[2])

```

```

Tb=-beta0/beta1
k=1/beta1
v_a=vcov(modelo)[1]      # variancia de beta0
cov_ab=vcov(modelo)[2]   # Covariancia entre beta0 e beta1
v_b=vcov(modelo)[4]     # variancia de beta1
var_k=(1/(beta1^4))*v_b # variancia de K
var_Tb=(1/(beta1^2))*v_a+
(beta0^2/beta1^4)*v_b-((2*beta0)/(beta1^3))*cov_ab # variancia de Tb
LIk=k-qt(0.975, 5)*sqrt(var_k)
LSk=k+qt(0.975, 5)*sqrt(var_k)
Ampl_K <- LSk - LIk
LITb=Tb-qt(0.975, 5)*sqrt(var_Tb)
LSTb=Tb+qt(0.975, 5)*sqrt(var_Tb)
ICk=c(LIk,LSk)
ICTb=c(LITb,LSTb)
Ampl_Tb=LSTb-LITb
resultados = list(list(intervalo_K=ICk,Ampl_K=Ampl_K),
                    list(intervalo_tb=ICTb,Ampl_Tb=Ampl_Tb))
print(resultados)
}
intervalo_lin(modelo)

# Ajuste do modelo nao linear

modelo_nonlinear <- nls(medias~(k/(temp-tb)),
start = list(tb=Tb,k=K), data = dadosnew)

# teste de Normalidade: Shapiro_Wilk
shapiro.test(residuals(modelo_nonlinear))

#residuo padronizado
res_pad <- (residuals(modelo_nonlinear))/sd(residuals(modelo_nonlinear))

```

```
# teste de homogeneidade de variancias
lmtest::bptest(res_pad~dadosnew$temp)

# intervalo de confiança e amplitude para os parametros
# modelo nao linear ajustado
intervalo_nonlinear <- function(mod){
  Var_K <- vcov(mod)[1,1]
  Var_Tb <- vcov(mod)[2,2]
  LIk=coef(mod)[1]-qt(0.975, 5)*sqrt(Var_K)
  LSk= coef(mod)[1]+qt(0.975, 5)*sqrt(Var_K)
  Ampl_K <- LSk - LIk
  LITb=coef(mod)[2]-qt(0.975, 5)*sqrt(Var_Tb)
  LSTb=coef(mod)[2]+qt(0.975, 5)*sqrt(Var_Tb)
  ICk=c(LIk,LSk)
  ICTb=c(LITb,LSTb)
  Ampl_Tb=LSTb-LITb
  resultados = list(list(intervalo_K=ICk,Ampl_K=Ampl_K),
                    list(intervalo_tb=ICTb,Ampl_Tb=Ampl_Tb))
  print(resultados)
}
intervalo_nonlinear(modelo_nonlinear)
```