

**Universidade de São Paulo  
Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”**

**Influência dos custos de transação na razão ótima de *hedge***

**Elisson Augusto Pires de Andrade**

Tese apresentada para obtenção do título de Doutor em  
Ciências. Área de concentração: Economia Aplicada

**Piracicaba  
2012**

**Elisson Augusto Pires de Andrade**  
**Engenheiro Agrônomo**

**Influência dos custos de transação na razão ótima de *hedge***  
versão revisada de acordo com a resolução CoPGr 6018 de 2011

Orientador:  
Prof. Dr. **ROBERTO ARRUDA DE SOUZA LIMA**

Tese apresentada para obtenção do título de Doutor em  
Ciências. Área de concentração: Economia Aplicada

Piracicaba  
2012

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
DIVISÃO DE BIBLIOTECA - ESALQ/USP**

Andrade, Elisson Augusto Pires de

Influência dos custos de transação na razão ótima de *hedge* / Elisson Augusto Pires de Andrade.- - versão revisada de acordo com a resolução CoPGr 6018 de 2011. - - Piracicaba, 2012.

93 p: il.

Tese (Doutorado) - - Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", 2012.

1. Análise de risco 2. Derivativos 3. Hedging - Finanças 4. Método de Monte Carlo  
I. Título

CDD 332.645  
A553i

**“Permitida a cópia total ou parcial deste documento, desde que citada a fonte – O autor”**







**OFEREÇO:**

**A Deus, que está sempre ao meu lado, dando-me  
saúde e sabedoria para vencer todos os desafios que a vida me impõe.**

**A toda minha família, em especial, aos irmãos Elenise, Elaine e Elenilson,  
pela convivência harmoniosa. Sou grato por tudo que me ensinaram.**

**E à Caroline, que esteve ao meu lado, apoiando-me como grande companheira que é,  
durante a execução deste trabalho.**

**DEDICO:**

**Às minhas maiores inspirações e exemplos de vida: meus pais.**

**João e Denise.**

**Sem o apoio de vocês NADA seria possível.**





## AGRADECIMENTOS

Existem muitas pessoas e instituições que contribuíram em minha formação pessoal e intelectual. A primeira e, provavelmente, mais importante é minha família. O exemplo de meus pais e os ensinamentos recebidos de meus irmãos mais velhos potencializaram o crescimento da semente que me formou. Uma pequena fração do que sou é representada por esta tese, e à minha família dedico o resultado desse esforço. Obrigado João, Dena, Nise, Laine e Lelê.

Agradeço também a convivência com minhas lindas sobrinhas Larissa e Laura, e dos cunhados Barata, Léo e Alessandra: muito obrigado por tudo. Sou grato também por todo tempo de convivência com minha amada Caroline, que está ao meu lado nos momentos bons e ruins, e dá tanto apoio para que eu possa superar os obstáculos que aparecem. Ela também é responsável pela minha inserção em sua querida família, onde tenho o prazer de conviver com o grande Odayl, Vera, Jacque, Fran e Caetano. O convívio com vocês, além de prazeroso, tem sido de grande valia para meu crescimento pessoal. Tio Jeronil, Vó Crô, Vó Cira, Carlinhos, Bia, Tó, Ana, Luisinho e Gigi, conviver com vocês também está sendo um prazer inenarrável. Ahhh, Marco Ramos, você também é especial!!!

Aos amigos, também vão meus agradecimentos, por todos os anos que passamos juntos e por tudo que pudemos compartilhar. São muitos, mas alguns deles gostaria de deixar registrado: Xingu, Pajé, Micuim, Arilson, Geléia, Subaco, Ricardinho, Gica, Marcel, Milaré, Serginho, Esterco, Jiló, suas respectivas esposas, e tantos outros. Também dedico esta tese aos companheiros de trabalho na Faculdade Dom Bosco, amigos de reflexões e cerveja: Ronaldo, Kleber, Sachs, Criva, Marcos e Juliano.

Agradeço à gloriosa ESALQ, que tem sido minha casa durante todo esse tempo de graduação. Aos professores do departamento de economia, em especial aos meus amigos Vitor, Spolador, Bento e Pedro Marques. Não poderia deixar de mencionar meu mestre, amigo e orientador Roberto Arruda, pelos ensinamentos e apoio durante esses últimos anos. Ainda nessa gloriosa instituição, meu muito obrigado à Cris, Paulinha, Pedro Scárdua, Helena e, principalmente, à inigualável Maielli. Gostaria também de deixar minhas boas lembranças dos amigos de doutorado Alexandre, CassiJones, Jerônimo, Renato, Cláudio, e todos os outros: prazer imenso em compartilhar cada momento juntos.

Um agradecimento especial vai ao meu co-orientador e amigo Fábio Mattos, da *University of Manitoba*. Tenho tido a sorte de Deus colocar em meu caminho pessoas muito especiais, e o

Fábio foi uma das mais gratas surpresas que Ele me deu. Mestre, sem seu apoio esta tese não teria acontecido. Sou-lhe muito grato por isso e nunca esquecerei sua dedicação e apoio para que meu sonho de conseguir a bolsa sanduíche no Canadá se concretizasse. Abração.

Por fim, gostaria de agradecer à CAPES, pela concessão da bolsa sanduíche e apoio financeiro durante parte de meu doutorado.

## SUMÁRIO

RESUMO .....	9
ABSTRACT .....	11
LISTA DE FIGURAS .....	13
LISTA DE TABELAS .....	15
LISTA DE QUADROS .....	17
1 INTRODUÇÃO .....	19
1.1 Objetivo .....	20
1.2 Justificativa .....	20
1.3 Estrutura do trabalho.....	20
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	21
2.1 Fatores que influenciam a demanda por mercados futuros.....	21
2.1.1 Incertezas no processo produtivo.....	21
2.1.2 Risco de base .....	22
2.1.3 Eficiência de mercado.....	22
2.1.4 Nível de conhecimento sobre mercados futuros .....	23
2.1.5 Grau de diversificação do portfólio do produtor .....	23
2.1.6 Expectativas subjetivas .....	24
2.1.7 Grau de aversão ao risco do agente .....	24
2.1.8 Utilização de contrato a termo .....	25
2.1.9 Concorrência com outras bolsas .....	25
2.2 Mercados futuros e custos de transação.....	26
2.3 Características do setor agropecuário e processo decisório.....	28
2.4 Teoria da utilidade esperada .....	30
2.5 Razão ótima de <i>hedge</i> .....	33
3 METODOLOGIA.....	39
3.1 Simulação Monte Carlo e caracterização do risco de custo.....	39
3.1.1 Custo relativo à tributação .....	41
3.1.2 Custo de oportunidade relativo aos ajustes diários .....	42
3.1.3 Custo relativo às taxas de bolsa e corretora.....	42
3.1.4 Representação do custo de transação total.....	43

3.2	Teoria da utilidade esperada e razão ótima de <i>hedge</i> .....	44
3.2.1	Definição da riqueza final de um produtor rural .....	44
3.2.2	Incorporação do custo de transação em um modelo de decisão.....	47
3.2.3	Estática comparativa sobre a influência do risco de custo ( $\sigma ct$ ) .....	50
4	DADOS E <i>SOFTWARE</i> UTILIZADO.....	53
5	RESULTADOS E DISCUSSÃO .....	55
5.1	Definição de diferentes cenários para obtenção dos custos de transação .....	55
5.2	Caracterização das trajetórias de preços através de simulação Monte Carlo.....	57
5.3	Cálculo dos custos de transação .....	59
5.4	Estatísticas relacionadas ao retorno no mercado físico.....	61
5.5	Influência dos custos de transação na razão ótima de <i>hedge</i> .....	63
5.5.1	Resultados 1: ausência de custos de transação.....	64
5.5.2	Resultados 2: presença de custo de transação determinístico .....	67
5.5.3	Resultados 3: presença de custo de transação estocástico.....	69
5.6	Análise comparativa entre os resultados obtidos .....	71
5.6.1	Efeitos da magnitude do custo de transação (ct).....	71
5.6.2	Influência do risco de custo.....	76
5.6.3	Consolidação dos resultados de razão ótima de <i>hedge</i> .....	80
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	83
	REFERÊNCIAS.....	85
	ANEXOS .....	91

## RESUMO

### **Influência dos custos de transação na razão ótima de *hedge***

O presente trabalho teve por objetivo avaliar a influência dos custos de transação em operações de *hedge*. O estudo se diferencia das tradicionais pesquisas relacionadas ao cálculo da razão ótima de *hedge* à medida que define os custos de transação em mercados futuros de maneira mais ampla. Considerou-se não apenas as taxas cobradas pela bolsa e corretora, mas também o custo de oportunidade do dinheiro destinado aos ajustes diários e a tributação incidente em mercados futuros. Como consequência dessa abordagem mais ampla, argumenta-se que os custos podem assumir caráter estocástico por dependerem da trajetória de preços a ser verificada na operação de *hedge*. Tal caracterização faz com que haja uma incerteza sobre seu verdadeiro valor, antes de iniciada a operação. Os cálculos dos custos de transação foram realizados através de simulação Monte Carlo, em que foram geradas diversas trajetórias de preços futuros e, para cada uma delas, calculados os respectivos custos de transação. Dessa forma, a incerteza em relação ao custo tornou-se passível de mensuração, sendo representada pelo desvio-padrão de sua distribuição de probabilidade e denominada “risco de custo”. Com base nas estatísticas relacionadas aos custos de transação, adotou-se um modelo de decisão baseado no paradigma da utilidade esperada, de forma a gerar as razões ótimas de *hedge* para diferentes cenários. Os resultados foram consistentes em relação a estudos anteriores, ao verificar um impacto negativo dos custos de transação na razão ótima de *hedge*. Quanto à influência do risco de custo na decisão de um produtor rural sobre quanto negociar em bolsa, a influência mostrou-se pouco significativa.

Palavras-chave: Derivativos; Hedging; Análise de risco



**ABSTRACT****The influence of transaction costs on optimal hedge ratio**

The objective of the current research is to evaluate the influence of transaction costs on hedging decisions. This study expands on previous research by considering a broader and more realistic range of costs involved in hedging operations, such as income tax on both spot and futures positions. In addition to the traditional approach of investigating how the magnitude of transaction costs affect optimal hedge ratio, this study also explores the uncertainty related to those costs. The exact amount of some transaction costs in futures markets are not known by the time the hedge is placed, because they depend on the random trajectory of futures prices during the hedging period. Thus the hedger will only know the exact cost of his hedge at the end of the hedging period, which creates a "cost risk". This uncertain portion of transaction costs has never been addressed in the hedging literature, which typically assumes all costs are known to the hedger. This study incorporates uncertainty in transaction costs with Monte Carlo simulation, which generates a distribution of price series that is used to calculate expected values and variances of transaction costs. These values are then used in an expected utility framework to generate optimal hedge ratios in different scenarios. Results are consistent with previous studies in that the magnitude of transaction costs has a negative impact on optimal hedge ratios. Findings also suggest that "cost risk" has little influence on hedge ratios.

Keywords: Derivative; Hedging; Risk analysis





## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Distribuição dos últimos preços de cada uma das $i$ simulações .....	58
Figura 2 - Comparação entre cenários de ausência de custo e custo determinístico, para diferentes volatilidades dos retornos e período de operação de 4 meses (situação de retornos físicos líquidos).....	72
Figura 3 - Diferença dos equivalentes certeza entre as situações de <i>ausência de custo</i> e <i>custo determinístico</i> .....	73
Figura 4 - Análise comparativa das razões ótimas de <i>hedge</i> entre duas definições de custo de transação (duração do contrato de 2 meses e retorno físico líquido).....	74
Figura 5 - Análise comparativa das razões ótimas de <i>hedge</i> entre duas definições de custo de transação (duração do contrato de 2 meses) .....	75
Figura 6 - Comparação entre cenários de custo de transação determinístico e estocástico, para diferentes volatilidades dos retornos e período de operação de 4 meses (situação de retornos físicos líquidos).....	77
Figura 7 - Diferença dos equivalentes certeza entre as situações de <i>custo estocástico</i> e <i>custo determinístico</i> .....	78



## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Volatilidades dos retornos( $r$ ) para diferentes vencimentos - contrato de boi gordo ...	56
Tabela 2 - Estatísticas relacionadas aos custos de transação (período de 2 meses), em porcentagem do preço inicial.....	60
Tabela 3 - Estatísticas relacionadas aos custos de transação (período de 4 meses), em porcentagem do preço inicial.....	60
Tabela 4 - Médias e desvios dos <i>retornos líquidos</i> do mercado físico ( $A=0,275$ ) .....	63
Tabela 5 - Médias e desvios dos <i>retornos brutos</i> do mercado físico ( $A=0$ ).....	63
Tabela 6 - Médias e desvios dos retornos físico e futuro, para diferentes cenários .....	65
Tabela 7 - Razões ótimas de <i>hedge</i> (ROH) para diferentes períodos, volatilidades e retorno físico, na ausência de custos de transação .....	66
Tabela 8 - Razões ótimas de <i>hedge</i> (ROH) para diferentes períodos, volatilidades e retorno físico, considerando custo de transação determinístico .....	68
Tabela 9 - Equivalentes certeza ótimos (ECO) para diferentes períodos, volatilidades e retorno físico (custo de transação determinístico).....	68
Tabela 10 – Correlações ( $\rho$ ) entre retorno futuro ( $r_{fut}$ ) e custo de transação ( $ct$ ) .....	69
Tabela 11 - Razões ótimas de <i>hedge</i> (ROH) para diferentes períodos, volatilidades e retorno físico (custo de transação estocástico).....	70
Tabela 12 - Equivalentes certeza ótimos (ECO) para diferentes períodos, volatilidades e retorno físico (custo de transação estocástico).....	70
Tabela 13- Análise da primeira condição da estática comparativa ( $\alpha R_0 \sigma_f \sigma_{fut} > ou < \mu ct$ ) entre razão ótima de <i>hedge</i> e risco de custo, considerando-se a situação de retorno físico líquido .....	79
Tabela 14 - Análise da segunda condição da estática comparativa ( $\sigma_{fut} \rho_{fut}, ct > ou < \sigma ct$ ) entre razão ótima de <i>hedge</i> e risco de custo, considerando-se a situação de retorno físico líquido .....	79
Tabela 15 – Resultados consolidados de razão ótima de <i>hedge</i> para retorno físico bruto .....	81
Tabela 16 - Resultados consolidados de razão ótima de <i>hedge</i> para retorno físico líquido .....	81



**LISTA DE QUADROS**

Quadro 1 - Matriz relativa à simulação de $i$ trajetórias de preços futuros para um período de operação de $j$ dias.....	41
Quadro 2 - Resumo da estática comparativa entre razão ótima de <i>hedge</i> e risco de custo.....	51
Quadro 3 - Definição de seis diferentes cenários baseados em diferentes volatilidades dos retornos e duração da operação de <i>hedge</i> .....	57



## 1 INTRODUÇÃO

Em se tratando de estudos relacionados a derivativos agropecuários, um tema recorrente na literatura refere-se à demanda por *hedge*. Nesse contexto, possuem destacada importância trabalhos relacionados à estimação da razão ótima de *hedge* para produtores rurais, dado que objetivam calcular qual proporção de sua produção tais agentes deveriam negociar em bolsa.

Apesar de diversos estudos ressaltarem os benefícios de uma operação de *hedge* em relação à administração de risco de preço, existem evidências consistentes, na literatura, de que produtores rurais pouco utilizam mercados futuros - ou seja, a grande maioria adota uma razão de *hedge* igual a zero. As motivações apontadas para tal constatação são as mais variadas, sendo o custo de transação implícito em uma operação em mercados futuros o objeto de estudo da presente pesquisa.

De maneira geral, estudos relacionados ao cálculo da razão ótima de *hedge*, que consideram os custos de transação em sua análise, possuem duas características em comum: 1) avaliam apenas as taxas cobradas pela bolsa e corretora; 2) os custos são considerados como um componente determinístico em seus modelos. Nesse contexto, a originalidade desta tese baseia-se em uma caracterização mais ampla da variável custo de transação. Isso significa considerar outros custos (tributação e ajustes diários), além das taxas cobradas por bolsa e corretora, incorporando adicionalmente um componente de incerteza, denominado *risco de custo*, conceito esse ainda não explorado na literatura em questão. A hipótese deste trabalho, portanto, é que os custos de transação, definidos de maneira ampla e estocástica, impactam significativamente no cálculo da razão ótima de *hedge*.

Dessa forma, para testar a hipótese apresentada, será utilizado o contrato futuro de boi gordo da bolsa brasileira (BM&FBOVESPA), tomando-se como exemplo a análise de decisão de um pecuarista que vende contratos futuros para se proteger contra risco de preço. Em um primeiro momento, os custos de transação de uma operação de *hedge* serão estimados através de simulação Monte Carlo. Posteriormente, tais resultados serão inseridos em um modelo, baseado no paradigma da utilidade esperada, que possibilitará avaliar o impacto dos custos de transação na razão ótima de *hedge*. Tal estudo possibilitará uma visão mais aderente à realidade brasileira, quanto aos fatores que influenciam a demanda por *hedge* por parte de produtores rurais.

## 1.1 Objetivo

Analisar o impacto dos custos de transação, definidos de maneira ampla e estocástica, na razão de *hedge* adotada por um produtor rural.

## 1.2 Justificativa

Compreender os fatores que influenciam a demanda de um produtor rural por *hedge* auxilia na definição de ações eficazes por parte do governo e bolsa, de forma possibilitar um maior uso dos mercados futuros no Brasil. No âmbito acadêmico, a partir de uma definição de custo de transação mais aderente à realidade, será possível nortear futuras pesquisas sobre razão ótima de *hedge*, aplicada aos diversos agentes de mercado.

## 1.3 Estrutura do trabalho

A presente tese divide-se em seis capítulos:

- 1) Introdução e definição do objetivo;
- 2) Revisão bibliográfica sobre os seguintes tópicos: fatores que influenciam a demanda por *hedge*, custos de transação em mercados futuros, processo decisório no contexto do setor agropecuário, teoria da utilidade esperada e razão ótima de *hedge*;
- 3) Metodologia sobre cálculo dos custos de transação e sua inserção em um modelo para estimação da razão ótima de *hedge*, baseado na utilidade esperada;
- 4) Descrição dos dados e *softwares* utilizados;
- 5) Resultados e discussão sobre a influência dos custos de transação na decisão de um produtor rural quanto à utilização de *hedge*;
- 6) Considerações finais.



## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Apresentado o contexto e objetivo da presente pesquisa, a revisão de literatura será dividida em cinco seções. Na primeira, será apresentada uma visão geral sobre os fatores que influenciam a tomada de decisão de um produtor rural quanto ao *hedge*. A segunda diz respeito à apresentação de trabalhos que estudam a influência dos custos de transação em operações de administração de risco envolvendo mercados futuros. A terceira parte irá explorar conceitos relacionados ao estudo da análise de decisões, com o objetivo de melhor compreender o modo e processo pelo qual as escolhas são feitas, destacando suas peculiaridades no ambiente agropecuário. Na quarta seção será apresentada a teoria da utilidade esperada, e na última parte o objetivo é apresentar uma revisão sobre pesquisas relevantes, que abordam o cálculo da razão ótima de *hedge* para produtores rurais.

### 2.1 Fatores que influenciam a demanda por mercados futuros

Nesta seção, serão apresentados alguns fatores citados na literatura que, potencialmente, podem influenciar a demanda por contratos futuros e, por conseguinte, a razão ótima de *hedge*. A intenção é demonstrar que existem outras variáveis que podem explicar a não utilização de mercados futuros por parte de produtores rurais, além dos custos de transação. A sistematização adotada possui caráter didático, sendo que na prática a influência de cada um desses fatores pode ser verificadas simultaneamente, e com interações entre si.

#### 2.1.1 Incertezas no processo produtivo

Para o caso de produtores rurais, sua receita é dependente não só do preço do produto, mas também de uma quantidade *incerta* a ser comercializada no futuro. Por exemplo: qual a quantidade de café a ser colhida na próxima safra? Quantas cabeças de gado irão ser abatidas no ano seguinte? A resposta a essas dúvidas depende, por exemplo, de fatores climáticos e de

manejo da cultura/rebanho, que trazem incerteza quanto à quantidade a ser colhida/abatida e, conseqüentemente, uma imprevisibilidade quanto à futura receita total e lucratividade.

Harwood et al. (1999) realizaram estudo sobre os riscos de preço e produtividade, para o setor agropecuário. Argumentam que o estudo desses dois riscos (preço e produção) é de essencial importância para a compreensão sobre as atitudes do produtor em administrar sua receita futura. Em seu estudo, Harwood et al. (1999) explicam que o benefício do *hedge* diminui conforme a volatilidade da produção aumenta, afirmando que estimar a quantidade de contratos a serem negociados em bolsa, torna-se mais complicado na presença de risco de produção.

### **2.1.2 Risco de base**

Como bem explicam Paul, Heifner e Helmuth (1976), o risco de base surge da incerteza sobre a relação entre os movimentos dos preços futuros e do mercado físico em que o produtor se encontra. Isso porque se negocia um contrato futuro baseado na expectativa do preço à vista de uma localidade definida pela bolsa, que pode ser muito distante geograficamente de sua propriedade rural, culminando em consideráveis diferenças de preço, além de outros fatores. Frechette (2000) também alerta que fazer o *hedge* baseado em preços de mercados de regiões distantes, para compradores e vendedores que vendem localmente, pode ser ineficiente. Isso significa, segundo o mesmo autor, que o risco de base pode diminuir substancialmente a demanda por *hedge*.

### **2.1.3 Eficiência de mercado**

A eficiência de mercado é um conceito proposto por Fama (1970), que implica na capacidade de o mercado incorporar todas as informações existentes, fazendo com que isso se reflita na determinação do preço de mercado. Em outras palavras, significa considerar que os preços futuros são boas previsões dos preços à vista. Especificamente para produtores rurais, Wang e Ke (2003) explicam que um mercado que se aproxime do conceito de eficiente, ou seja, se os preços futuros dos contratos negociados em bolsa permitirem uma boa previsão do preço no

mercado à vista, produtores encontrarão condições favoráveis para um efetivo gerenciamento de risco de preço.

#### **2.1.4 Nível de conhecimento sobre mercados futuros**

Collins (1997) expõe que justificar que agricultores não operam em mercados futuros devido à falta de conhecimento desse instrumento não é uma explicação satisfatória nem consistente com evidências empíricas. Frechette (2000), corroborando com tal ideia, afirma que até mesmo os produtores com nível educacional mais elevado não fazem *hedge* tão frequentemente como predizem os modelos. Apesar de tais opiniões, é inegável que agentes de mercado que desconheçam como operar em mercados futuros, terão de alocar certa quantidade de recursos (dinheiro e/ou tempo) para aprender e capacitar-se. Disso decorre a opinião de alguns autores que consideram o aprendizado uma considerável barreira à entrada de novos participantes (HIRSHLEIFER, 1988), devido à complexidade das operações em mercados futuros (ENNEW; MORGAN; RAYNER, 1992).

#### **2.1.5 Grau de diversificação do portfólio do produtor**

Para compreender como a composição do portfólio de um agente pode interferir em sua decisão sobre fazer uma operação de *hedge*, primeiramente deve ser exposto que se parte do pressuposto que um indivíduo busca diminuir o risco de sua receita total, e não apenas do produto a ser negociado em mercados futuros. Para um produtor altamente diversificado, fazer *hedge* de uma *commodity* que represente uma fração relativamente pequena da sua receita mensal pode não ser interessante. Isso porque o produtor se expõe naturalmente a um menor nível de risco, quando diversifica sua carteira de investimentos. Para demonstrar esse fenômeno, Lence (1995) modelou tal situação para o caso de um produtor rural, chegando à conclusão que quanto *maior* a proporção de outras fontes de renda, além do produto a ser feito o *hedge*, *menor* o benefício do instrumento de derivativos. Isso implica que para setores do mercado agropecuário em que os produtores possuam diversas fontes de renda, a demanda por *hedge* tende a ser baixa.

### 2.1.6 Expectativas subjetivas

Feder et al. (1980) focam na decisão individual de um agente com relação à sua participação em mercados futuros. Os autores propõem uma discussão sobre a expectativa subjetiva dos potenciais *hedgers*, com relação ao preço que irá realmente ser verificado no mercado à vista. Feder et al. (1980) levantam a seguinte proposição: a) se a expectativa subjetiva do preço à vista do produtor for menor do que o preço futuro atual, então o produtor poderia se comportar como um especulador, vendendo contratos em volume maior que sua produção esperada; b) se a expectativa subjetiva do preço à vista for igual ao preço futuro, o produtor fará o *hedge*, vendendo contratos; c) se a expectativa for maior que o preço futuro atual, o produtor não entrará no mercado futuro ou entrará como especulador, comprando contratos. Tuthill e Frechete (2004) também abordaram o tema de expectativas subjetivas sobre o preço futuro, como forma de explicar se os agentes seriam mais propensos a fazer o *hedge* ou especular em mercados futuros.

### 2.1.7 Grau de aversão ao risco do agente

Robison et al. (1984) explicam que em sua teoria comportamental sobre aversão ao risco, Arrow (1974)<sup>1</sup> observou que as pessoas demonstram aversão a situações de risco e que essa aversão pode explicar muitos fenômenos do mundo econômico. Robison et al. (1984) ainda complementam que tal aversão é expressa pelos produtores rurais de diversas formas, tais como contratos futuros, manejo da produção, diversificação, dentre outros. Conforme o nível de aversão ao risco de determinado produtor rural, sua propensão a fazer uma operação em mercados futuros também varia. Lence (1995) em trabalho aplicado à decisão de produtores rurais, também chegou a diferentes níveis de razão de *hedge*, a depender do nível de aversão ao risco do agente analisado.

---

<sup>1</sup> ARROW, K.J. **Essays in the theory of risk bearing**. Amsterdam: North-Holland, 1974. 278 p.

### 2.1.8 Utilização de contrato a termo

Segundo Hirshleifer (1988) e Harwood et al. (1999), um dos motivos que levam produtores rurais a utilizarem de maneira tímida o mercado de derivativos, é que estes se protegem via contrato a termo, que de certa forma substitui a operação de *hedge*. Nelson (1985), mesmo não concordando com a ideia de que contratos futuros e a termo são substitutos perfeitos, também afirma que produtores preferem estes últimos. Paul, Heifner e Helmuth (1976) explicam que apesar dos contratos futuros permitirem um grande acesso a compradores e vendedores, a um custo relativamente baixo e com segurança contratual, a padronização pode fazer com que muitos agentes do mercado não se adequem às características do contrato futuro. Além desse fato, os autores argumentam que contratos a termo não possuem risco de base e não exigem margem de garantia, o que seria uma vantagem destes frente aos contratos futuros.

### 2.1.9 Concorrência com outras bolsas

Demsetz (1968), à sua época, já buscava explicação para a constatação de que algumas bolsas acabam tendo mais sucesso que outras, apresentando como justificativa a liquidez do objeto de negociação. Segundo o autor, quanto mais líquido fosse o mercado, menores seriam seus custos de operação, tendo como consequência um maior número de pessoas negociando, aumentando ainda mais sua liquidez. A bolsa brasileira, BM&FBOVESPA, possui concorrentes internacionais que podem diminuir a demanda por seus contratos. Tal fato mostra-se de importante consideração à medida que trabalhos como o de Martins e Aguiar (2004) e Chiodi et al. (2005), buscam estimar a efetividade do *hedge* do contrato futuro de soja, na Chicago Board of Trading - CBOT<sup>2</sup>, para diversas regiões brasileiras. Esses autores argumentam que muitos *traders* do mercado de soja preferem operar na bolsa americana, devido principalmente a maior liquidez desse mercado, frente à bolsa brasileira.

---

<sup>2</sup>Em 2007 a CME Group assumiu o controle da CBOT.

## 2.2 Mercados futuros e custos de transação

Apresentados os diversos fatores capazes de influenciar a demanda por *hedge*, esta seção irá tratar, especificamente, sobre custos de transação. A preocupação da teoria econômica com a análise de tal variável tem sua origem no trabalho de Coase (1937) e, desde então, muitos pesquisadores se dedicaram a estudar a influência dos custos em diversas áreas do conhecimento. De maneira sucinta, os custos de transação podem ser definidos como os “sacrifícios necessários para se concluir uma transação (HOUTHAKKER, 1959, p. 145)”. Uma visão mais aprofundada sobre o tema pode ser encontrada em livros textos como Williamson (1975) e Milgron e Roberts (1992).

Em se tratando de operações relacionadas a mercados futuros, Howard e D’Antonio (1994) afirmam que “o benefício do *hedging* vem a certo custo, que não pode ser desconsiderado”. Isso ocorre porque ao admitir que o principal benefício de uma operação em mercados futuros é a redução de risco de preço (HIERONYMUS, 1977; LEUTHOLD; JUNKUS; CORDIER, 1989; DUFFIE, 1989), “o retorno esperado de um agente que executa uma operação de *hedge* acaba sendo reduzido proporcionalmente à magnitude dos custos de transação (HOWARD; D’ANTONIO, 1994)”.

É possível notar, portanto, que a análise dos custos de transação pode auxiliar na explicação do motivo pelo qual produtores rurais pouco utilizam mercados futuros, conforme evidenciado em trabalhos como de Ennew, Morgan e Rayner (1992), Collins (1997) e Pannell et al. (2008) na literatura internacional, e Cruz Junior et al. (2011) em âmbito nacional. Pannell et al. (2008) consideram que esse comportamento dos produtores é consistente com tomadas de decisão racional, enumerando diversos fatores que influenciam negativamente na utilização de *hedge*, dentre eles os custos de transação. Corroborando com tal ideia, Riley e Anderson (2009) explicam que embora haja na literatura um bom número de razões que buscam explicar tal comportamento por parte de produtores rurais, os custos de transação estão sempre presentes.

Nesse contexto, diversas pesquisas foram realizadas sobre o assunto, nos últimos anos. Na literatura internacional recente, grande parte dos trabalhos concentrou-se na análise do custo de liquidez (*bid-ask spread*). Tal custo, proposto originalmente por Demsetz (1968), reflete o problema do imediatismo na demanda e oferta por contratos, sendo os custos de transação menores, quanto maior a liquidez de um contrato futuro. São exemplos de trabalhos sobre o tema:

Lien e Yang (2008), Bion-Nadal (2009), Marshall, Nguyen e Visaltanachoti (2011) e Frank e Garcia (2011).

Porém, existem diversos custos que podem influenciar a decisão quanto à utilização de derivativos, sendo que Andrade (2004) apresenta uma classificação que os divide em sete categorias:

a) *aprendizado e capacitação*: refere-se à necessidade de se compreender como o mercado funciona, sendo uma possível barreira à entrada de novos participantes;

b) *taxas de bolsa e corretoras*: esse é o custo mais citado nos livros textos sobre mercados futuros, tendo sua origem nos valores pagos à bolsa e às corretoras, pelo serviço de intermediação das operações;

c) *liquidez (bid-ask spread)*: possui relação íntima com a quantidade de negócios realizados diariamente, sendo que quanto mais líquido o mercado, menores seriam seus custos de entrada e saída;

d) *administração da posição de hedge*: ao decidir operar em mercados futuros, existe a necessidade de o *hedger* alocar parte de seu tempo (ou de um funcionário) para a administração da operação, implicando em um custo adicional;

e) *necessidade de depósito de margem de garantia*: para iniciar uma operação em bolsa, existe a necessidade de disponibilizar ativos como margem de garantia que podem não estar disponíveis ao *hedger* no momento da operação, ou até mesmo ser encarado como custo de oportunidade, à medida que esses ativos ficarão indisponíveis para outros usos, enquanto durar a operação;

f) *custo de oportunidade do dinheiro destinado a ajustes diários*: devido à possibilidade de pagamento de ajustes diários durante a operação, o *hedger* se obriga a reservar parte de seu dinheiro para fazer frente a esses possíveis fluxos de caixa negativos, o que implica em um custo de oportunidade do dinheiro;

g) *tributação*: no caso de os recebimentos ultrapassarem os pagamentos de ajustes em dado mês, o *hedger* será obrigado a pagar uma tributação sobre esse ganho, a depender de seu enquadramento legal (pessoa física ou jurídica) – ver Instrução Normativa 1.022/2010.

Na presente pesquisa, além das taxas de bolsa e corretora, serão considerados os dois últimos custos citados (ajuste diário e tributação), que possuem a característica de dependerem da trajetória de preços a ser observada pelo *hedger*.

### 2.3 Características do setor agropecuário e processo decisório

Compreender como se dá o processo decisório de um agente em situações de risco é essencial para a proposta deste trabalho, pois o objetivo é analisar a **tomada de decisão** de um produtor rural quanto à utilização de mercados futuros como forma de administrar risco. Dessa forma, nesta seção serão apresentadas algumas peculiaridades do setor agropecuário que influenciam a tomada de decisão de produtores rurais, além de considerações sobre processo decisório de um agente individual, relatados na literatura.

Kay et al. (2008) explicam que no setor agropecuário as decisões somente produzem resultados meses ou anos após de serem tomadas. Ou seja, apenas será possível verificar se uma decisão foi bem sucedida, após um período de tempo relativamente grande, em que o agente chegará a uma conclusão apenas depois de avaliar as mudanças de cenário que ocorreram entre o momento da tomada de decisão e o resultado final. Tal característica faz com que Rae (1994) argumente que a única certeza em relação à produção e comercialização agrícola é que sempre haverá muita incerteza.

Nesse ambiente, a administração de risco no setor agropecuário surge como tema relevante. Isso porque a própria receita financeira do produtor depende de fatores incertos, pois conforme exposto por Kay et al. (2008) a produção a ser vendida e seu preço final não são conhecidos no momento da tomada de decisões importantes. Assim, completam os autores, administração de risco significa reduzir as possibilidades de resultados não favoráveis ou pelo menos suavizar seus efeitos.

No que tange aos riscos associados à atividade agropecuária, Kay et al. (2008) apresentam a seguinte classificação: a) risco tecnológico e de produção; b) risco de mercado e preço; c) risco financeiro; d) risco legal; e) risco pessoal. Como se nota, existem diversas fontes de risco na agropecuária, sendo que Kay et al. (2008) sugerem os seguintes passos a serem seguidos nas tomadas de decisão:

1. Identificar as possíveis origens de riscos;
2. Identificar os possíveis resultados que podem advir de certa decisão, considerando fatores como condições climáticas e preços, além de suas probabilidades de ocorrência;



3. Listar as estratégias alternativas disponíveis;
4. Quantificar as consequências de cada possível resultado, para cada estratégia;
5. Estimar o risco e retorno esperado para cada estratégia, avaliando as interações entre elas.

O que se pode concluir é que um processo de decisão deve ser encarado como uma sequência de **planejamento, implementação e controle** (RAE, 1994). E tal administração de risco, segundo Rae (1994), torna-se importante à medida que os produtores rurais não sabem o preço que vão receber por seu produto, o preço que comprarão seus insumos, se a quantidade de recursos estará disponível na data que serão necessários, além de não conseguirem controlar totalmente fatores climáticos que afetarão sua produção final. Nota-se, portanto, que a existência de risco influencia a eficiência do uso de recursos na agricultura e o processo de tomada de decisão dos produtores rurais (SONKA; PATRICK, 1984).

Analisadas as características do setor agropecuário que influenciam as escolhas de um produtor rural, serão apresentados, a seguir, conceitos gerais relativos à tomada de decisão de um agente individual, em condição de risco. Nesse contexto, Hammond, Keeney e Raiffa (1998) afirmam que tomar uma boa decisão é a tarefa mais importante de um administrador. Os autores comentam que essas decisões podem apresentar problemas no **modo** como são tomadas (alternativas não foram claramente definidas, as informações corretas não foram coletadas, custos e benefícios não foram confrontados de maneira satisfatória) ou no **processo cognitivo** por parte do tomador de decisão, em que o cérebro humano falha no julgamento das alternativas.

Clemen (1996) explica que o processo de tomada de decisão pode ser difícil devido a diferentes problemas levarem a dificuldades distintas. As origens dessa dificuldade são: a) complexidade do problema; b) grau de incerteza; c) haver múltiplos objetivos, sendo que seguir certo caminho pode impedir progressos em outro (existência de *trade off* em que aumento de um benefício causa custos em outros objetivos); d) diferentes perspectivas em se olhar o problema (isso se torna mais evidente em situações em que mais de uma pessoa está envolvida no processo decisório). Chavas (2004), por sua vez, atribui a complexidade das tomadas de decisão sob incerteza à grande quantidade de eventos arriscados que um indivíduo pode se deparar, e à maneira como as informações são processadas nesse processo, que podem ser muito complicadas.

Dentro dos estudos econômicos, surgem duas linhas de pesquisa sobre tomada de decisão. Uma baseia-se em modelos prescritivos, que buscam desenvolver métodos para se alcançar a

solução ótima. Outra tem como foco uma análise descritiva das decisões, buscando estudar os modos interligados sobre como as decisões são tomadas (BAZERMAN, 2004).

Cabe salientar, que a análise descritiva tem seu foco de estudo nos vieses que fazem um agente se desviar de uma decisão racional. Conforme ensina Bazerman (2004), os indivíduos usam de estratégias simplificadoras para tomar suas decisões, denominadas heurísticas. As heurísticas servem de mecanismo para enfrentar um ambiente complexo de tomadas de decisão, sendo muito úteis na maioria dos casos. Porém, sua utilização pode levar a sérios erros, implicando em vieses cognitivos, que acabam por limitar a racionalidade em suas escolhas.

Bazerman (2004) argumenta que o modelo racional é baseado em um conjunto de premissas que determinam como uma decisão *deve* ser tomada em vez de descrever como uma decisão *é* tomada. O autor explica que o tomador de decisão individual possui muitas limitações, como: falta de informações importantes sobre o problema e sua solução, restrições de tempo e recursos financeiros que reduzem a quantidade e qualidade de informações disponíveis, além de limitações de inteligência e percepção. Tais características impedem que os tomadores de decisão cheguem a soluções ótimas que o modelo racional pressupõe. Elbanna (2006), por exemplo, apresenta diversos estudos que discutem o tema de racionalidade.

Balogun, Pye e Hodgkinson (2008) reconhecem a importância da teoria que estuda a tomada de decisão individual, numa perspectiva que leva em consideração o processo de informação. Explicam que pesquisas experimentais feitas em laboratórios permitem esclarecer como um indivíduo toma decisão individualmente, mostrando como se dão suas estratégias no campo cognitivo, quando se possui uma grande quantidade de informações.

## **2.4 Teoria da utilidade esperada**

Descritos os fatores que influenciam a demanda por *hedge*, com foco em custos de transação, e realizada a discussão sobre o processo decisório de um agente individual, torna-se necessário apresentar a teoria a ser utilizada na presente tese: a utilidade esperada. Segundo Fishburn (1988) tal teoria tem seus primórdios em trabalho realizado pelo matemático Daniel Bernoulli, em 1738. Fishburn (1988) também explica que o grande avanço nessa área ocorreu em

1944, com a teoria elaborada por John von Neumann e Oskar Morgenstern, em que a utilidade esperada foi formulada com base em uma série de axiomas.

De acordo com Jabbar (2011), a teoria da utilidade esperada busca prever como seria a tomada de decisão de um agente racional, calculando a utilidade associada a um resultado em potencial e a probabilidade de ocorrência desse resultado frente a outras possibilidades. Segundo Chavas (2004), a hipótese na qual a teoria da utilidade esperada se baseia é: um indivíduo possui suas preferências representadas por uma função utilidade  $U(a)$ ; a pessoa toma decisões de forma a maximizar a utilidade esperada  $EU(a)$ , em que  $E$  é o operador matemático relacionado à esperança, baseado na distribuição de probabilidade subjetiva de  $a$ . Dessa forma, conclui o autor, tal hipótese sustenta que as tomadas de decisão sob incerteza é sempre consistente com a maximização de  $EU(a)$ .

Robison et al. (1984) complementam, explicando que utilidade esperada é, primariamente, uma ferramenta prescritiva, pressupondo que os tomadores de decisão escolhem ações que maximizam sua utilidade esperada. Samson (1988) ensina que o uso da utilidade esperada envolve a determinação de uma função utilidade para o tomador de decisão. Tal função especifica a relação entre um conjunto de estados da natureza e os graus de utilidade correspondentes a esses estados. Segundo o mesmo autor, existem diferentes possibilidades de se expressar uma função utilidade, sendo geralmente conveniente utilizar funções matemáticas. Samson (1988) cita três famílias de funções matemáticas bastante comuns na literatura: a) função utilidade exponencial; b) função utilidade quadrática; e c) função utilidade logarítmica.

Aliada à escolha da função utilidade, também deve ser considerada a questão da aversão ao risco, pois se considera que em situações nas quais indivíduos se encontram em situação de incerteza, estes são, geralmente, avessos ao risco (JABBAR, 2011). Uma das formas mais comuns para representar a aversão ao risco, segundo Samson (1988), é representá-la pelo negativo da razão entre a segunda e primeira derivada da função utilidade, em que: para uma função exponencial o coeficiente de aversão ao risco pode ser expresso por uma constante; em uma função logarítmica, a aversão ao risco diminui quando a riqueza aumenta; e na função quadrática, a aversão ao risco aumenta, conforme aumento da riqueza. Cabe ao pesquisador, portanto, conhecer as características de cada função e escolher a que melhor se adequa ao seu problema.

Tratando mais especificamente das aversões ao risco constantes, denominadas funções CARA (*Constant Absolute Risk Aversion*), Chavas (2004) explica que são uma classe de preferências em que a aversão ao risco ( $r$ ) é constante:  $r \equiv -U''/U'$ . Para situações em que o indivíduo é avesso ao risco ( $r > 0$ ), uma função utilidade bastante utilizada é a exponencial  $-e^{-rw}$  (em que  $w$  é utilizado pelo autor para representar a riqueza de um indivíduo). Nesse tipo de formulação, a riqueza inicial não afeta as decisões econômicas, o que se mostra uma de suas desvantagens. Ainda citando Chavas (2004), outra característica das preferências tipo CARA é que sob a condição de normalidade da variável aleatória ( $w$ ), maximizar a utilidade esperada é equivalente à maximização de um modelo média-variância. Nas funções em que a aversão ao risco é relativa CRRA (*Constant Relative Risk Aversion*), sua representação matemática inclui a riqueza ( $W$ ) do indivíduo:  $r \equiv -W.U''/U'$ .

Com relação às críticas sobre a aplicabilidade da teoria da utilidade esperada, Fishburn (1988) explica que elas se referem, principalmente, aos seus axiomas e princípios. Um dos trabalhos mais relevantes nessa área foi elaborado por Kahneman e Tversky (1979), que conduziram experimentos buscando invalidar alguns dos axiomas nos quais a utilidade esperada se sustenta. De uma maneira mais geral, Samson (1988) explica que as principais críticas recaem sobre aspectos como:

1. O tomador de decisão individual é considerado de forma não realística;
2. Dificuldades e vieses em se obter probabilidades subjetivas que sejam significativas;
3. Aparentes violações dos axiomas da utilidade esperada, pelos tomadores de decisão.

Todavia, Mattos, Garcia e Pennings (2008) argumentam que apesar de muitos estudos demonstrarem que a teoria da utilidade esperada pode falhar ao representar tomadas de decisão sob incerteza, muitos trabalhos ainda são publicados nessa linha. Chavas (2004) considera que uma das grandes vantagens de tal teoria é ser empiricamente tratável. Samson (1988) também explica que mesmo em sua forma imperfeita, a utilidade esperada possui uma grande dose de colaboração para oferecer ao tomador de decisão. A questão, segundo o autor, é compreender que o uso de tal teoria não resolve diretamente problemas, mas oferece poderosos *insights* sobre eles. Apesar de ser difícil definir uma função utilidade, é sempre possível aprender muito sobre decisões através da aplicação desse método, tendo ciência de suas limitações.

## 2.5 Razão ótima de *hedge*

Segundo Chen, Lee e Shrestha (2003), um dos temas mais explorados em pesquisas sobre *hedge* é a determinação de sua razão ótima. Hull (1996, p. 99) ensina que razão de *hedge* é “a proporção do tamanho da posição em contratos futuros com relação à extensão da exposição ao risco”. Disso resulta que se o objetivo de um produtor rural for de minimização de risco de preço, não necessariamente deverá fazer um *hedge* de toda sua posição. Hull (1996) define razão ótima de *hedge* pela seguinte expressão:

$$h = \rho \frac{\sigma_{fis}}{\sigma_{fut}} \quad (1)$$

em que  $\rho$  é a correlação entre as variações de preço físico e futuro, em determinado período de tempo;  $\sigma_{fis}$  é o desvio padrão das variações dos preços físicos e  $\sigma_{fut}$  o desvio padrão das variações dos preços futuros. Em tal formulação, conforme explica Hull (1996), os parâmetros são estimados através de dados históricos das variações de preços futuros e físicos.

Todavia, existem diversos modelos utilizados, que vão além do tradicional apresentado por Hull (1996). Para exemplificar essa diversidade, Chen, Lee e Shrestha (2003) consideram modelos baseados em mínima variância, média-variância, utilidade esperada, dentre outros, propondo distintas maneiras de avaliá-los, desde mínimos quadrados ordinários até métodos complexos de cointegração. No mesmo artigo, Chen, Lee e Shrestha (2003) apresentam um elaborado sumário de trabalhos que estudaram razão de *hedge*, sob diferentes perspectivas.

Chen, Lee e Shrestha (2003) ainda explicam que a razão ótima de *hedge* depende da função objetivo a ser considerada no processo de otimização. Ensinam que uma das estratégias mais utilizadas baseia-se na minimização da variância do portfólio, por ser uma maneira simples de estimar e de fácil compreensão. Porém, segundo os autores, esse método ignora aspectos importantes, que deveriam ser levados em consideração na determinação da razão de *hedge*.

Essa possível falta de aderência de modelos baseados na minimização da variância é amplamente discutida por Lence (1995). O autor argumenta que apesar de os métodos utilizados para seu cálculo serem econometricamente sofisticados, os modelos de mínima variância são baseados em pressuposições pouco aderentes à realidade, como por exemplo: a) ignoram as comissões pagas à bolsa e corretora; b) não consideram possíveis chamadas de margem; c)

negligenciam sobre a possibilidade de uma certa razão de *hedge* não ser possível de ser negociada, devido ao tamanho padrão dos contratos futuros; d) não possibilitam que o agente possa investir em outras atividades; e) não permitem que o agente empreste ou tome dinheiro emprestado no mercado.

Considerando tais características do modelo de mínima variância, Lence (1995) se propõe a analisar a razão de *hedge* utilizando a teoria da utilidade esperada. O autor explica que os primeiros trabalhos nessa linha foram realizado por Stein (1961)<sup>3</sup> e Johnson (1960)<sup>4</sup>, e que Benninga et al. (1983)<sup>5</sup> demonstraram que, sob certas condições, os modelos de *hedge* de mínima variância são consistentes com a maximização da utilidade esperada. Tais condições podem ser resumidas em: o agente não pode emprestar, tomar emprestado, nem investir em outras atividades; não existem margem de garantia, nem custos de corretagem; o preço físico deve ser linearmente relacionado com o preço futuro, além de os preços futuros serem não viesados.

Arias, Brorsen e Harri (2000) fizeram uso da utilidade esperada para cálculo da razão ótima de *hedge*. Os autores analisaram algumas características específicas com relação a um produtor rural, tais como: o tomador de decisão pode emprestar ou tomar dinheiro emprestado; é necessário dinheiro disponível para ajustes diários; e existência de taxas de bolsa e corretora. Os autores chegaram a resultados de razões de *hedge* da ordem de 0 e 10%, argumentando que foram obtidos sob pressuposições bastante plausíveis, sendo consistentes com o que os produtores realmente demonstram na prática.

Lien e Li (2003) também analisaram a questão da razão de *hedge*, inserindo em seu modelo baseado na utilidade esperada a questão do *mark-to-market*. Argumentam que o *hedger*, ao considerar como variável de decisão a oscilação máxima diária negativa (caso de pagamentos de ajustes diários), irá diminuir sua posição em mercados futuros quando tal oscilação lhe parecer elevada. Segundo os autores, até então, modelos baseados na utilidade esperada ignoravam os riscos do *mark-to-market*, sendo que na realidade, esse risco desencoraja o agente a realizar o *hedge*. Chamam também a atenção que oscilações negativas levam ao pagamento de ajustes diários, e isso se configura em um custo importante de ser levado em consideração (risco de fluxo

---

<sup>3</sup> STEIN, J.L. The simultaneous determination of spot and futures prices. **American Economic Review**, Pittsburgh, v. 51, n. 5, p. 1012-1025, Dec., 1961.

<sup>4</sup> JOHNSON, L.L. The theory of hedging and speculation in commodity futures. **The Review of Economic Studies**, Oxford, v. 27, n. 3, p. 139-151, Jun., 1960.

<sup>5</sup> BENNINGA, S.; ELDOR, R.; ZILCHA, I. Optimal hedging in the futures market under price uncertainty. **Economics Letters**, Maryland Heights, v.13, n. 2-3, p. 141-145, 1983.

de caixa). Dessa forma, Lien e Li (2003) chegam a resultados que demonstram um impacto significativo do *mark-to-market* na razão ótima de *hedge*.

Outro trabalho interessante foi realizado por Pannell et al. (2008), em que argumentam que a baixa participação dos produtores rurais em mercados futuros, em muitas situações, não é um mistério. Segundo modelo elaborado pelos autores, a razão ótima de *hedge* é negativamente relacionada com risco de base, risco de produção e custos de transação. Outra constatação é que produtores rurais que verifiquem menor risco de preço e que possuam portfólio diversificado, apresentarão como resultado uma menor razão ótima de *hedge*. Pannell et al. (2008) afirmam ainda que se o produtor possuir uma expectativa de que o preço irá subir, isso também diminuirá a quantidade negociada em bolsa. Por fim, citam que produtores com baixa aversão ao risco terão pouco ganho em termos de diminuição de risco, ao realizarem o *hedge*.

Pannell et al. (2008) também chamam a atenção sobre o que consideram, talvez, uma das questões mais importante de análise. Argumentam que se o produtor se defrontar com um alto custo de aprendizado devido sua inexperiência ou se sentir ansioso (preocupado) com a operação de *hedge*, os benefícios da redução de risco poderão ser insuficientes para justificar o esforço.

Como é possível notar, existem diversas possibilidades de modelagem da razão ótima de *hedge*, com base na utilidade esperada, sendo o foco da presente pesquisa avaliar o impacto dos custos de transação. A importância do tema pode ser verificada em Arias, Brorsen e Harri (2000), que atribuem a baixa magnitude da razão de *hedge* em seus resultados, aos custos de transação, que podem mitigar o baixo benefício do *hedge*. Mattos, Garcia e Nelson (2008), também chegaram a resultados em que, a depender da magnitude dos custos, a razão de *hedge* pode chegar a zero. Na literatura nacional, Cruz Junior (2009) considerou apenas os custos relacionados à bolsa e corretora, mas obteve resultados em que os custos poderiam ser impeditivos quanto ao uso de mercados futuros por parte de produtores rurais, se considerados em níveis significativos.

Dessa forma, expostos diversos trabalhos relevantes sobre razão de *hedge*, serão apresentados, com maior nível de detalhamento, aqueles em que a presente tese se baseou, mais especificamente. Um exemplo é o trabalho de Mattos, Garcia e Nelson (2008), que analisam agentes que operam em posição vendida (*short*) em mercados futuros, assumindo que estes maximizam sua riqueza final  $W_1 = W_0 \cdot r_h$ , em que  $W_1$  e  $W_0$  são a riqueza final e inicial,

respectivamente, e  $r_h$  é o retorno obtido na operação em bolsa. Os autores assumem a possibilidade de levar em consideração os custos de corretagem, chegando à seguinte formulação:

$$r_h = r_c + (1 - r_f)h \quad (2)$$

$$r_h = r_c + (1 - r_f - b)h \quad (3)$$

em que  $r_c$  é o retorno no mercado físico (*cash position*),  $r_f$  é o retorno no mercado futuro (*futures position*),  $b$  são os custos com corretagem (*brokeragefee*) e  $h$  a razão de *hedge*.

A eq. (2) define a situação em que há ausência de custo, enquanto a eq. (3) leva em consideração um custo determinístico, representado por  $b$ . A razão ótima de *hedge* é calculada através da maximização da utilidade da riqueza final ( $W_T$ ) de um agente que negocia grãos armazenados, em que Mattos, Garcia e Nelson (2008) realizam seus cálculos na presença de *downsiderisk* (considerando como risco apenas retornos abaixo de um nível mínimo aceitável).

Outro importante trabalho no qual a presente pesquisa se baseou foi o de Lence (1995), devido às suas características de simplicidade de exposição, refinamento de análise e originalidade. A ideia principal do artigo baseia-se na crítica à excessiva alocação de esforços, por parte dos pesquisadores, em refinar o método da mínima variância, dado que poderiam substituir os métodos econométricos sofisticados por técnicas mais simples e intuitivas.

Para construir seu modelo, Lence (1995) parte da definição da riqueza inicial ( $W_1$ ) de um produtor rural da seguinte forma:

$$W_1 = P_1Q + (F_0 - F_1)X - f|X| - R_B B + R_L L + R_I I \quad (4)$$

em que  $P_1Q$  significa a receita a ser obtida pelo produtor no futuro, sendo o preço no mercado físico ( $P_1$ ) uma variável aleatória;  $(F_0 - F_1)X$  é a diferença entre os preços futuros negociados no início e final da operação, ponderados pela quantidade ( $X$ ) negociada na venda de contratos futuros, em que apenas a variável  $F_1$  é aleatória; o termo  $f|X|$  representa o custo por unidade negociada, sendo esta uma variável determinística; já os termos  $R_B B$ ,  $R_L L$  e  $R_I I$  correspondem à possibilidade de tomar dinheiro emprestado, emprestar e investir em outras alternativas, respectivamente.



Com base na eq. (4) é possível notar que o modelo de Lence (1995) permite uma análise de sensibilidade em variáveis que o modelo de mínima variância não é capaz captar. Para isso, o autor define algumas restrições a essa função objetivo, representando-a, em seguida, na forma de retorno, onde aparece a variável  $h$  (razão de *hedge*)<sup>6</sup>. Com base na função objetivo expressa em termos de retornos, é realizado o cálculo do valor de  $h$  que maximiza a utilidade esperada da riqueza final, em que o autor dá preferência à função utilidade tipo CARA:  $U = -\exp[AW_0R]$ , em que  $A$  é o coeficiente de aversão ao risco absoluto e  $R$  o retorno do portfólio do produtor.

Lence (1995), em suas conclusões, deu muita ênfase na diminuição da razão de *hedge* ocasionada pela diversificação do portfólio. Ao utilizar um custo (determinístico) relativamente baixo, os impactos dessa variável não foram tão severos como nos trabalhos de Arias, Brorsen e Harri (2000) e Mattos, Garcia e Nelson (2008). Todavia, o autor reconhece claramente a importância de considerar tal variável na análise.

---

<sup>6</sup>Lence (1995) define razão de *hedge* por  $h = X/Q$ , em que  $X$  é a quantidade negociada em bolsa e  $Q$  a quantidade a ser negociada no mercado físico.



### 3 METODOLOGIA

Considerando que o objetivo da presente pesquisa é analisar a influência dos custos de transação na razão de *hedge* a ser escolhida por um produtor rural, neste capítulo será descrita a metodologia utilizada para o cálculo dos custos e sua inserção em um modelo de tomada de decisão. Na primeira parte, será descrito o método de simulação Monte Carlo utilizado para gerar as trajetórias de preços, que permitirão mensurar os seguintes custos de transação: taxas de bolsa e corretora, tributação e custo de oportunidade relativo ao pagamento de ajustes diários. Na segunda parte, será demonstrado como tais custos serão inseridos em um modelo de decisão baseado na utilidade esperada. Esses procedimentos possibilitarão verificar a influência dessa variável na tomada de decisão de um produtor rural, aplicados ao contrato futuro do boi gordo.

#### 3.1 Simulação Monte Carlo e caracterização do risco de custo

A simulação Monte Carlo é um método que considera o uso de números aleatórios em problemas que possuem estrutura de um processo estocástico, entendendo processo estocástico como uma sequência de estados da natureza cuja evolução é determinada por eventos aleatórios. Com o uso de recursos computacionais, tais estados da natureza são gerados por um algoritmo determinístico, simulando uma sequência pseudo-aleatória de números que buscam representar as propriedades de verdadeiros números aleatórios (KALOS; WHITLOCK, 2008).

Esse método é utilizado em pesquisas relacionadas à administração e economia, sendo, frequentemente, a única ferramenta acessível para solucionar problemas complexos envolvendo preços ou risco, principalmente naqueles baseados em muitas pressuposições (SIMON, 1996; KORN; KORN; KROISANDT, 2010).

Na presente pesquisa, a simulação Monte Carlo é utilizada para o cálculo das estatísticas relacionadas ao custo de transação em se operar em mercados futuros, que, por sua vez, depende das trajetórias de preços a serem verificadas durante a vigência do contrato. Contudo, para a obtenção de tais trajetórias, é necessário definir uma função que descreva como os sucessivos preços (ou retornos) são determinados (TAYLOR, 2008). Tsay (2005) explica que um dos

modelos mais utilizados em finanças considera o retorno dos preços ( $r$ ) como a razão entre o logaritmo dos preços diários ( $P$ ), nos períodos  $t$  e  $t-1$

$$r = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \quad (5)$$

sendo uma consequência algébrica de tal formulação que o preço no período  $t$  pode ser representado pela eq. (6)

$$P_t = P_{t-1} \cdot e^r \quad (6)$$

Na presente pesquisa, será assumido que  $r$  é uma variável aleatória (independente e identicamente distribuída), com distribuição Normal  $(\mu, \sigma^2)^7$ , conforme proposto originalmente por Osborne (1959). Em trabalho de Azevedo-Filho e Andrade (2003), no qual a caracterização dos custos de transação desta pesquisa foi baseada, foram testadas pressuposições mais sofisticadas (ARIMA-GARCH). Porém, os resultados foram muito próximos aos obtidos com o modelo simplificado, em que a distribuição depende apenas dos parâmetros de média e variância (retornos normalmente distribuídos). Ademais, o uso de modelos mais simples, que descrevam satisfatoriamente o mundo real, encontra sustentação no princípio da parcimônia, que implica na utilização de modelos em que menos parâmetros são preferíveis a mais, sem perder generalidade (TAYLOR, 2008).

Dessa forma, utilizando-se da eq. (6), serão simuladas trajetórias de preços diários<sup>8</sup>, de  $P_1$  a  $P_j$ , em que  $j$  significa o número total de dias da operação de *hedge*. Considerando  $i$  o índice que representa o número de simulações a serem realizadas, obter-se-á uma matriz de ordem  $i \times j$ , de acordo com o Quadro 1.

---

<sup>7</sup>Assumindo-se tal pressuposição, a distribuição dos preços  $P_t$  terá distribuição log-normal.

<sup>8</sup> Os preços futuros diários são aqui definidos como sendo os **preços de ajuste** informados diariamente pela BM&FBOVESPA.

	Período analisado (duração do contrato futuro de $j$ dias)
Número de simulações ( $i$ )	$P_{11}, P_{12}, P_{13}, P_{14}, \dots, P_{1j}$
	$P_{21}, P_{22}, P_{23}, P_{24}, \dots, P_{2j}$
	⋮
	$P_{i1}, P_{i2}, P_{i3}, P_{i4}, \dots, P_{ij}$

Quadro 1- Matriz relativa à simulação de  $i$  trajetórias de preços futuros para um período de operação de  $j$  dias

Importante ressaltar que é preciso definir um mesmo preço inicial ( $P_{11}$ ) arbitrário, para que a simulação Monte Carlo possa gerar os preços de  $P_{12}$  a  $P_{1j}$ , ou seja, cada uma das  $i$  simulações.

Obtidas as trajetórias de preços (quantidade de linhas do Quadro 1), para cada uma delas serão calculados os custos de transação relativos a tributação, ajuste diário e taxas de bolsa/corretora. Nas próximas seções serão apresentados os parâmetros utilizados para obtenção dos custos em cada uma das  $i$  simulações. Tais parâmetros são similares aos utilizados no trabalho de Andrade (2004) e Azevedo-Filho e Andrade (2003).

### 3.1.1 Custo relativo à tributação

Para o caso de produtores rurais considerados como pessoa física, que fazem operações de *hedge* (excluindo-se a possibilidade de operações *day trade*), a alíquota de imposto de renda é de 15% sobre o ganho líquido de um dado mês. Isso significa que, a cada mês, apuram-se todos os ganhos e perdas relativas aos ajustes diários (soma algébrica) e, em caso de saldo positivo, desconta-se a referida alíquota. Na situação de perdas líquidas mensais, é permitida sua compensação com os ganhos auferidos nos meses subsequentes.

Neste estudo, para cada uma das  $i$  simulações realizadas, o imposto de renda será apurado mensalmente e contabilizado apenas quando o saldo acumulado for positivo. Dessa forma, haverá um custo de tributação ( $CTrib_i$ ) para cada uma das  $i$  simulações, calculado a partir da soma de todos os pagamentos mensais de imposto de renda, realizados durante a vigência do contrato futuro (de  $j$  dias).

### 3.1.2 Custo de oportunidade relativo aos ajustes diários

Considere uma conta  $C$ , que no momento  $t$  possua saldo igual a zero. Essa conta diz respeito aos *saldos acumulados diários* referentes aos pagamentos e recebimentos de ajustes de uma operação de *hedge*. Supondo que no momento  $t+1$  haja a necessidade de pagamento de ajuste diário, o saldo da conta  $C$  ficará negativo neste dia, existindo um custo de oportunidade ( $I$ ) associado a esse déficit. Seguindo tal lógica, o saldo da conta  $C$  será apurado diariamente para cada uma das  $i$  simulações, sendo calculado o custo de oportunidade referente à taxa  $I$  somente no caso de saldos acumulados negativos. O somatório de todos os custos de oportunidade, para cada simulação, resultará em  $i$  custos de ajustes ( $CA_j$ ). Nos dias em que o saldo acumulado da conta  $C$  for positivo, o custo será considerado igual a zero.

### 3.1.3 Custo relativo às taxas de bolsa e corretora<sup>9</sup>

Os principais custos operacionais relacionados ao contrato futuro do boi gordo na BM&FBOVESPA, objeto de análise da presente pesquisa, são:

Emolumentos: essa é a receita da BM&FBOVESPA, apresentando um custo de R\$1,76 a R\$2,40 por contrato (dependendo do volume de operação), cobrados na entrada e saída da operação de *hedge*. Considerando-se como exemplo um preço negociado de R\$90/@, isso significaria um custo percentual próximo a 0,01% do total negociado.

Taxa operacional básica (TOB): a TOB é a receita das corretoras, sendo que a BM&FBOVESPA divulga a forma de cálculo desses valores. Para o caso do boi gordo, ele seria de 0,3% do total negociado, tanto na entrada, quanto na saída da operação. Porém, cabe salientar que as corretoras possuem políticas próprias, oferecendo descontos conforme o volume de operação.

Taxa de permanência: existe fórmula específica para seu cálculo, porém, basicamente incide sobre o número de contratos em aberto. O valor diário é de R\$0,026. Para um período de quatro meses (84 dias úteis), o custo percentual, sobre o valor de um contrato ao preço de, por exemplo, R\$90,00/@, seria de aproximadamente 0,007%.

<sup>9</sup> Valores obtidos no site da BM&FBOVESPA, em out. de 2011. Disponível em: <http://www.bmfbovespa.com.br>

Taxa de registro: é um valor pago pelo serviço da Câmara de Compensação, incidindo na abertura e fechamento da posição, em valor fixo de R\$0,10. O custo percentual sobre o valor total do contrato, portanto, é baixo.

Para efeito do presente estudo, as taxas relativas à bolsa e corretora ( $CTx$ ) serão consideradas como variável determinística, ou seja, de valor conhecido no início da operação e igual a 0,3%.

### 3.1.4 Representação do custo de transação total

Definidos os custos relativos à tributação ( $CTrib_i$ ), ajustes diários ( $CAj_i$ ) e taxas ( $CTx$ ), o custo de transação total ( $CT_i$ ), para cada uma das  $i$  trajetórias de preços futuros, será obtido pela eq. (7) a seguir

$$CT_i = CTrib_i + CAj_i + CTx \quad (7)$$

Isso significa que serão gerados  $i$  valores de custo de transação, resultando em uma distribuição de probabilidade dos custos totais. Entretanto, para utilização dos custos de transação em um modelo de análise de decisão, cada valor de  $CT_i$  será convertido em porcentagem, relativa ao preço inicial ( $P_{i1}$ ) definido nas simulações realizadas, conforme eq. (8)

$$ct_i = \left( \frac{CT_i}{P_{i1}} \cdot 100 \right) \quad (8)$$

sendo  $ct_i$  o custo percentual total, de cada uma das  $i$  trajetórias de preços.

A representação do custo de transação, em forma percentual do preço inicial, torna possível generalizar o valor calculado para qualquer volume de contratos negociados, através da simples multiplicação da porcentagem pelo total de contratos negociados pelo *hedger*. Dessa forma, os valores de  $ct_i$  poderão ser representados através de uma distribuição de probabilidade, caracterizados pelas suas estatísticas relacionadas à média ( $\mu_{ct}$ ) e desvio padrão ( $\sigma_{ct}$ ), em valores percentuais. O desvio padrão  $\sigma_{ct}$  será denominado neste trabalho como risco de custo.

### 3.2 Teoria da utilidade esperada e razão ótima de *hedge*

Considerando a situação de um produtor rural que se depara com a possibilidade de realizar uma operação de *hedge*, parte-se do pressuposto que esse agente irá maximizar a utilidade esperada de sua riqueza final ( $R_1$ ). Para modelar tal situação, primeiramente será definida uma expressão que represente a riqueza final do agente. Em seguida, a função definida para a riqueza final será incorporada dentro de um modelo baseado na utilidade esperada, onde será definida algebricamente a razão ótima de *hedge*.

#### 3.2.1 Definição da riqueza final de um produtor rural

Para fins da presente tese, será considerado o caso de um pecuarista que se depara com a possibilidade de negociar contratos futuros de boi gordo na BM&FBOVESPA. Sua decisão será tomada no período 0 e a venda de sua produção ocorrerá no período 1<sup>10</sup>. Dessa forma, a riqueza final ( $R_1$ ) é modelada conforme eq. (8)

$$R_1 = R_0 + (P_{fis}^1 - C_p) \cdot Q \cdot (1 - A) + (P_{fut}^0 - P_{fut}^1) \cdot Q \cdot h - CT \quad (9)$$

em que:

$R_0$  = riqueza inicial (R\$);

$P_{fis}^1$  = preço físico na data 1 (R\$/@);

$C_p$  = custo de produção (R\$/@);

$Q$  = quantidade a ser produzida (@);

$A$  = alíquota de imposto de renda pessoa física;

$P_{fut}^0$  = preço futuro na data 0 (R\$/@);

$P_{fut}^1$  = preço futuro na data 1 (R\$/@);

$h$  = razão de *hedge*;

$CT$  = custos de transação de uma operação de *hedge*(R\$).

<sup>10</sup> Será considerado que o pecuarista poderá realizar uma operação de *hedge*, **vendendo contratos**, de forma que a venda de sua produção coincida com o vencimento do contrato futuro.



As variáveis consideradas aleatórias, na eq. (9), são os preços futuro e físico na data 1 ( $P_{fut}^1$  e  $P_{fis}^1$ ), além do custo de transação ( $CT$ ). Os valores de custo de produção ( $C_p$ ) e quantidade produzida ( $Q$ ) serão considerados conhecidos no momento da tomada de decisão. A alíquota de imposto de renda ( $A$ ) é um vetor com percentuais referentes à tabela de pessoa física, que variam desde alíquota zero (faixa de isenção) até 27,5%, incidente sobre o lucro da operação no mercado físico.

É possível verificar que a riqueza final será a soma de quatro termos: a) receita inicial ( $R_0$ )<sup>11</sup>; b) lucro total obtido na venda do produto no mercado físico (descontado imposto de renda); c) pagamentos ou recebimentos de ajustes diários na operação em mercados futuros, ponderados pela quantidade negociada; d) custos de transação relativos à operação em bolsa.

Importante destacar que a principal contribuição da presente tese encontra-se exatamente na formulação proposta na eq. (9). Ao definir a variável custo de transação ( $CT$ ) de maneira mais ampla que apenas taxas de bolsa e corretora, além de seu caráter aleatório, este trabalho inova ao considerar tais elementos na posterior definição de razão ótima de *hedge*. Além da questão relacionada aos custos de transação, existem outras duas características que distinguem a modelagem adotada neste trabalho, das utilizadas por Lence (1995) e Mattos, Garcia e Nelson (2008): a) a tributação no mercado físico é considerada, levando-se em conta as peculiaridades da legislação brasileira (produtor rural, pessoa física); b) o custo de produção ( $C_p$ ) é definido com valor distinto do preço físico no período zero, pois não se considera a situação de armazenamento da produção.

Realizada a discussão sobre a importância da eq. (9) para a da tese, torna-se necessário realizar algumas adequações algébricas à equação que representa a receita final ( $R_1$ ). Seguindo o mesmo procedimento adotado por Lence (1995), mostra-se útil expressar a eq. (9) em termos de retorno. Para que tal formulação seja possível, foram consideradas as seguintes relações:

$$R_0 = C_p \cdot Q \quad (10)$$

$$r_t = \frac{R_1}{R_0} \quad (11)$$

---

<sup>11</sup> Outra pressuposição do modelo é que toda a riqueza inicial seja investida na atividade de pecuária. Isso significa que estão sendo levados em consideração apenas o investimento e ganhos advindos da atividade, desconsiderando outras formas de rendimento que, porventura, o pecuarista venha a ter (portfólio não diversificado).

$$r_{fis} = \frac{P_{fis}^1 - C_p}{C_p} \quad (12)$$

$$r_{fut} = \frac{P_{fut}^0 - P_{fut}^1}{P_{fut}^0} \quad (13)$$

$$CT = ct \cdot Q \cdot P_{fut}^0 \cdot h \quad (14)$$

$$z = \frac{P_{fut}^0}{C_p} \quad (15)$$

A eq. (10) significa que a riqueza inicial considerada será aquela investida na atividade da pecuária. Em (11), (12) e (13) tem-se: a) o retorno total da atividade, b) o retorno da operação no mercado físico, c) e o retorno da operação em mercados futuros, respectivamente<sup>12</sup>. A eq. (14) define o custo de transação (em R\$) como função do volume negociado em bolsa, multiplicado pelo custo (*ct*) percentual total. Em (15) tem-se uma relação entre preço futuro negociado na data zero e o custo de produção, interpretado como o retorno total da atividade do pecuarista, no caso de *hedge* com base zero, de 100% da produção<sup>13</sup>.

Substituindo as equações de (10) a (15) em (9), após algumas manipulações chega-se à expressão que define o retorno total da atividade como

$$r_t = [1 + r_{fis} \cdot (1 - A)] + h \cdot z \cdot (r_{fut} - ct) \quad (16)$$

Dessa forma, a riqueza final de um pecuarista poderá ser definida por

$$R_1 = R_0 \cdot r_t \quad (17)$$

As equações (16) e (17) demonstram que o retorno e riqueza final da atividade do pecuarista ( $r_t$  e  $R_1$ ) dependem das seguintes variáveis aleatórias: retorno obtido no mercado físico

<sup>12</sup> Nesse ponto cabe deixar clara a diferença de cálculo entre o retorno ( $r$ ) definido pela eq. (5), que se apresenta na forma logarítmica e é utilizado na Simulação Monte Carlo, e os retornos das expressões (11), (12) e (13), que são calculados utilizando-se preços/riquezas iniciais e finais obtidos em cada simulação.

<sup>13</sup> Isso significa que se o preço futuro, no vencimento do contrato, for conhecido e idêntico ao preço físico na mesma data (base igual a zero), o preço futuro negociado no início da operação será exatamente o valor a ser recebido ao seu final.

( $r_{fis}$ ), retorno da operação em bolsa ( $r_{fut}$ ) e custo de transação ( $ct$ )<sup>14</sup>. Uma adequação para simplificar a exposição será considerar o termo  $r_{fis} \cdot (1 - A)$  como uma única variável,  $r_{fis}^*$ , em que o retorno já trará incorporada a alíquota relativa ao imposto de renda.

Cabe ressaltar que a eq. (16) decorre da eq. (9), podendo ser considerada como uma significativa contribuição da presente pesquisa. Ao compará-la com a eq. (6), utilizada por Mattos, Garcia e Nelson (2008), a eq. (16) diferencia-se não só por considerar o custo de transação ( $ct$ ) de maneira estocástica, mas também pela inserção da variável *tributação no mercado físico* ( $A$ ) e por considerar o *custo de produção* ( $Cp$ , que está incluído na variável  $z$ ) desvinculado do preço físico no momento 0.

### 3.2.2 Incorporação do custo de transação em um modelo de decisão

Para a utilização do paradigma da utilidade esperada, em que se pretende maximizar a  $E[U(R_I)]$  de um produtor rural, torna-se necessário definir uma função utilidade que represente as preferências do agente analisado. Existem diversas funções passíveis de serem usadas em problemas dessa natureza (GERBER; PAFUMI, 1998). Neste estudo optou-se por adotar a função exponencial, tal qual apresentada em Ingersoll (1987).

$$U(R_1) = -e^{-\alpha R_1} = -e^{-\alpha R_0 r_t} \quad (18)$$

em que  $\alpha$  é o coeficiente absoluto de aversão ao risco.

A função utilidade apresentada em (18), conhecida como função CARA, tem sua justificativa de uso devido a possuir formas fechadas, que possibilitam uma solução analítica para obtenção das funções geradoras de momentos de diversas funções densidade de probabilidade (pdf), o que simplifica muito os procedimentos de otimização (LENCE, 1995).

---

<sup>14</sup> Na eq. (8) a variável  $ct$  é expressa em forma percentual. Porém, ao inserir tal variável no modelo, seu valor deve ser expresso em forma decimal, ou seja, 1% será expresso na forma decimal 0,01.

Outra vantagem é que ao assumir que  $r_t$  possui distribuição normal<sup>15</sup>, o valor esperado da utilidade proporciona uma expressão analítica simples, em função apenas dos parâmetros de média e variância (MEYER, 1987), conforme a seguir

$$E[U(R_1)] = -e^{-\alpha R_0 \left( \mu_{r_t} - \frac{\alpha R_0}{2} \sigma_{r_t}^2 \right)} \quad (19)$$

Definida a função utilidade e sua expressão baseada na média e variância, será inserido na análise o conceito de equivalente-certeza ( $\pi$ ), que segundo Gerber e Pafumi (1998) é definido como *um retorno fixo que o tomador de decisão é indiferente à situação de risco*. Adaptando as equações apresentadas por esses mesmos autores, tal condição pode ser expressa, matematicamente, por

$$U(R_0, \pi) = E[U(R_0, r_t)] \quad (20)$$

Ao substituir a função utilidade da eq. (18) no termo da esquerda (considerando  $\pi$  ao invés de  $r_t$ ), e a esperança da utilidade da eq. (19) no termo da direita, chega-se à seguinte igualdade

$$-e^{-\alpha R_0 \pi} = -e^{-\alpha R_0 \left( \mu_{r_t} - \frac{\alpha R_0}{2} \sigma_{r_t}^2 \right)} \quad (21)$$

Aplicando-se o logaritmo em ambos os lados da eq. (21) e isolando  $\pi$ , chega-se à expressão

$$\pi = \mu_{r_t} - \frac{\alpha R_0}{2} \sigma_{r_t}^2 \quad (22)$$

em que a aversão ao risco ( $\alpha$ ) aparece ponderada pela riqueza inicial  $R_0$ , e  $\pi$  **significa o retorno fixo sobre a riqueza inicial ( $R_0$ ) que o tomador de decisão é indiferente ao retorno incerto  $r_t$** . É importante notar que a utilidade esperada (eq. 19), para preferências tipo CARA, pode ser representada pelo modelo média-variância, de forma similar à equação que representa o cálculo

---

<sup>15</sup> Em geral, para representar preferências em decisões sob incerteza através de um modelo média-variância, basta que a distribuição de probabilidade seja elípticamente simétrica (família de distribuições que engloba os casos em que há normalidade). Para mais detalhes, consultar Meyer (1987).

do equivalente certeza (eq. 22). Isso implica que ao maximizar a eq. (23) se estará simultaneamente maximizando a eq. (19).

Dessa forma, utilizando-se da eq. (22), serão aplicados os operadores de esperança e variância do retorno total ( $r_t$ ), conforme definido na eq. (16), chegando-se à seguinte expressão

$$\pi = 1 + \mu_{r_{fis}^*} + hz \left( \mu_{r_{fut}} - \mu_{ct} \right) - \frac{\alpha R_0}{2} \left[ \sigma_{r_{fis}^*}^2 + \sigma_{r_{fut}}^2 h^2 z^2 + \sigma_{ct}^2 h^2 z^2 + 2hz \sigma_{r_{fut}, r_{fis}^*} - 2h^2 z^2 \sigma_{r_{fut}, ct} - 2hz \sigma_{ct, r_{fis}^*} \right] \quad (23)$$

em que é possível calcular o equivalente-certeza relativo à utilidade esperada da riqueza final  $R_1$ , baseando-se nas estatísticas relacionadas à média ( $\mu_X$ ), variância ( $\sigma_X^2$ ), covariância ( $\sigma_{X,Y}$ ).

Com base na eq. (23) torna-se possível o cálculo da razão ótima de *hedge* ( $ROH$ ). Para isso, basta derivar tal equação com relação a  $h$  e igualar a zero, conforme eq. (24)<sup>16</sup>

$$\frac{\partial \pi}{\partial h} = 0 \quad (24)$$

que resulta na expressão<sup>17</sup>

$$h_{opt} = \frac{\mu_{r_{fut}} - \mu_{ct} - \alpha R_0 \sigma_{r_{fut}, r_{fis}^*}}{\alpha R_0 z \left[ \sigma_{r_{fut}}^2 + \sigma_{ct}^2 - 2\sigma_{ct, r_{fut}} \right]} \quad (25)$$

Importante ressaltar que, ao substituir o valor de  $h_{opt}$  da eq. (25) em (23), obter-se-á o valor de equivalente certeza ótimo ( $ECO$ ).

<sup>16</sup> Em teoria, a razão ótima de *hedge* é obtida por meio da maximização da utilidade esperada e não do equivalente certeza. Todavia, para o contexto específico do modelo desta tese, maximizar  $\pi$  equivale à maximização de  $E[U(R_1)]$ .

<sup>17</sup> Para a obtenção da eq. (25), considerou-se a covariância  $\sigma_{ct, r_{fis}^*} = 0$ , pois o custo de transação em operações realizadas em mercados futuros depende apenas dos preços negociados em bolsa.

### 3.2.3 Estática comparativa sobre a influência do risco de custo ( $\sigma_{ct}$ )

O principal objetivo desta pesquisa é medir a influência da variável custo de transação ( $ct$ ), no cálculo da razão ótima de *hedge*. Em relação à sua magnitude, Arias, Brorsen e Harri (2000) e Mattos, Garcia e Nelson (2008), por exemplo, já demonstraram que quanto maiores os custos de transação, menor a razão de *hedge* recomendada. Todavia, uma das contribuições da presente tese é explorar a característica estocástica relacionada ao risco de custo ( $\sigma_{ct}$ ), buscando responder à seguinte pergunta: como o risco de custo influencia nos resultados de razão ótima de *hedge* ( $h_{opt}$ )? Para responder tal indagação e auxiliar na análise e discussão dos resultados finais, será apresentada uma estática comparativa entre as variáveis  $h_{opt}$  e  $\sigma_{ct}$ .

Partindo-se da equação que representa a razão ótima de *hedge* (eq. 25), e considerando que a covariância pode ser expressa pela multiplicação entre os desvios e a correlação entre as variáveis<sup>18</sup>, essa situação pode ser representada pela eq. (26)

$$h_{opt} = \frac{\mu_{r_{fut}} - \mu_{ct} - \alpha R_0 \sigma_{r_{fis}}^* \sigma_{r_{fut}} \rho_{r_{fut}, r_{fis}}^*}{\alpha R_0 \cdot z \cdot [\sigma_{r_{fut}}^2 + \sigma_{ct}^2 - 2\sigma_{ct} \sigma_{r_{fut}} \rho_{r_{fut}, ct}]} \quad (26)$$

Ao derivar a razão ótima de *hedge* com relação ao risco de custo (considerando-se  $\mu_{r_{fut}} = 0$ ), tem-se

$$\frac{\partial h_{opt}}{\partial \sigma_{ct}} = \frac{-[-\mu_{ct} - \alpha R_0 \sigma_{r_{fis}}^* \sigma_{r_{fut}} \rho_{r_{fut}, r_{fis}}^*] \{ \alpha R_0 \cdot z \cdot [2\sigma_{ct} - 2\sigma_{r_{fut}} \rho_{r_{fut}, ct}] \}}{\{ \alpha R_0 \cdot z \cdot [\sigma_{r_{fut}}^2 + \sigma_{ct}^2 - 2\sigma_{ct} \sigma_{r_{fut}} \rho_{r_{fut}, ct}] \}^2} \quad (27)$$

em que após algumas manipulações algébricas na eq. (27) chega-se a

$$\frac{\partial h_{opt}}{\partial \sigma_{ct}} = \frac{[-\mu_{ct} - \alpha R_0 \sigma_{r_{fis}}^* \sigma_{r_{fut}} \rho_{r_{fut}, r_{fis}}^*] \{ 2\alpha R_0 \cdot z \cdot [-\sigma_{ct} + \sigma_{r_{fut}} \rho_{r_{fut}, ct}] \}}{\{ \alpha R_0 \cdot z \cdot [\sigma_{r_{fut}}^2 + \sigma_{ct}^2 - 2\sigma_{ct} \sigma_{r_{fut}} \rho_{r_{fut}, ct}] \}^2} \quad (28)$$

Ao analisar a eq. (28), verifica-se que termo do denominador é positivo, por estar elevado ao quadrado. Serão os termos entre colchetes (à esquerda, no numerador) e entre chaves (à

<sup>18</sup> Isso significa calcular a covariância através da seguinte expressão:  $\sigma_{X,Y} = \sigma_X \sigma_Y \rho_{X,Y}$ .

direita) que definirão a influência do risco de custo na razão ótima de *hedge*. Considerando-se que  $\rho_{r_{fut}, r_{fis}^*} < 0$ <sup>19</sup>, é possível obter quatro situações, expostas no Quadro 2.

Situação	Sinal da derivada	Condição 1	Condição 2
1	$\frac{\partial h^{opt}}{\partial \sigma_{ct}} > 0$	$\alpha R_0 \sigma_{r_{fis}^*} \sigma_{r_{fut}} > \mu_{ct}$	$\sigma_{r_{fut}} \rho_{r_{fut}, ct} > \sigma_{ct}$
2	$\frac{\partial h^{opt}}{\partial \sigma_{ct}} < 0$	$\alpha R_0 \sigma_{r_{fis}^*} \sigma_{r_{fut}} > \mu_{ct}$	$\sigma_{r_{fut}} \rho_{r_{fut}, ct} < \sigma_{ct}$
3	$\frac{\partial h^{opt}}{\partial \sigma_{ct}} > 0$	$\alpha R_0 \sigma_{r_{fis}^*} \sigma_{r_{fut}} < \mu_{ct}$	$\sigma_{r_{fut}} \rho_{r_{fut}, ct} < \sigma_{ct}$
4	$\frac{\partial h^{opt}}{\partial \sigma_{ct}} < 0$	$\alpha R_0 \sigma_{r_{fis}^*} \sigma_{r_{fut}} < \mu_{ct}$	$\sigma_{r_{fut}} \rho_{r_{fut}, ct} > \sigma_{ct}$

Quadro 2 – Resumo da estática comparativa entre razão ótima de *hedge* e risco de custo

A **Condição 1** se refere à magnitude da média dos custos de transação ( $\mu_{ct}$ ), quando comparada à multiplicação  $\alpha R_0 \sigma_{r_{fis}^*} \sigma_{r_{fut}}$ . Tal desigualdade, conjugada com a **Condição 2**, que possui como elementos o risco de custo ( $\sigma_{ct}$ ) e a multiplicação entre  $\sigma_{r_{fut}} \rho_{r_{fut}, ct}$ , definem o sinal da derivada entre razão ótima de *hedge* e risco de custo.

Na **Situação 1** apresenta-se as condições em que a média do custo de transação ( $\mu_{ct}$ ) e risco de custo ( $\sigma_{ct}$ ) são os menores termos das desigualdades (Condições 1 e 2, respectivamente), tendo como consequência que a introdução do risco de custo causaria um aumento na razão de *hedge* a ser determinada pelo modelo. Já na **Situação 2**, mantendo-se  $\mu_{ct}$  menor que o termo à esquerda (Condição 1), ao inverter a desigualdade da segunda condição, fazendo com que o risco de custo seja maior que a multiplicação  $\sigma_{r_{fut}} \rho_{r_{fut}, ct}$ , o sinal da derivada passa a ser negativo – demonstrando que a inserção do risco de custo diminuiria a razão ótima de *hedge*. As demais situações são uma extensão das possíveis desigualdades apresentadas nas Condições 1 e 2, refletindo nos possíveis impactos de  $\sigma_{ct}$  em  $h^{opt}$ .

A estática comparativa apresentada tem por objetivo demonstrar que, *a priori*, não é possível inferir qual o impacto em se considerar um custo de transação aleatório, no modelo de razão ótima de *hedge* adotado nesta tese. Isso significa que, a depender das circunstâncias, um

<sup>19</sup> Tal pressuposição indica que uma perda no mercado físico é compensada por um ganho em mercados futuros (e vice-versa). A correlação negativa entre os retornos físico e futuro é compatível com a construção do modelo usado nas simulações e também será considerada na obtenção dos resultados finais.

aumento no risco de custo poderá diminuir ou aumentar a razão ótima de *hedge* a ser obtida pelo modelo.



#### 4 DADOS E *SOFTWARE* UTILIZADO

Os dados nos quais a presente pesquisa se baseou foram séries de preços diários da BM&FBOVESPA, relativas ao contrato futuro do boi gordo. Os vencimentos utilizados foram OUT/08, MAI/09, OUT/09, MAI/10, OUT/10 e MAI/10. Optou-se pelos meses de maio e outubro por representarem dois momentos importantes dentro da pecuária de corte brasileira: fim da safra, com concentração de vendas de boi a pasto (maio) e final da entressafra, com concentração de vendas de animais confinados (outubro).

Também foram utilizados dados sobre o custo de produção da pecuária de corte no Brasil, entre os anos de 2009 e 2011, fornecidos pelo Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada (CEPEA/ESALQ-USP). Os dados relativos à margem recebida pelos produtores rurais são obtidos através de uma média ponderada de 10 estados brasileiros<sup>20</sup>.

A implementação da técnica de Simulação Monte Carlo para cálculo dos custos de transação e razão ótima de *hedge* foi realizada através do software R versão 2.13.1<sup>21</sup>.

---

<sup>20</sup> Mais informações sobre a metodologia de cálculo dos índices de preços de insumos utilizados na produção pecuária brasileira podem ser obtidas em <http://www.cepea.esalq.usp.br/boi/metodologiacna.pdf>.

<sup>21</sup> Disponível em: <http://www.r-project.org/index.html>.



## 5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Com o objetivo apresentar os resultados e discussão referentes ao cálculo dos custos de transação e sua incorporação dentro de um modelo de decisão, o presente capítulo será dividido cinco seções:

- 1) Definição de seis diferentes cenários, de forma a possibilitar uma análise de sensibilidade quanto à influência dos custos de transação na razão ótima de *hedge*;
- 2) Obtenção das trajetórias de preços através de simulação Monte Carlo;
- 3) Cálculo do custo de transação em operações de *hedge*, para seis diferentes cenários;
- 4) Definição dos retornos no mercado físico, levando-se em consideração a tributação do produtor rural, enquanto pessoa física;
- 5) Análise da influência do custo de transação na razão ótima de *hedge* a ser definida pelo produtor rural.

### 5.1 Definição de diferentes cenários para obtenção dos custos de transação

Sendo que o objetivo da presente tese é analisar a influência dos custos de transação na definição da razão ótima de *hedge*, por parte de um produtor rural, serão definidos seis diferentes cenários que possibilitarão uma análise de sensibilidade detalhada sobre a questão. Tais cenários serão definidos com base em diferentes volatilidades dos retornos ( $r$ ) e períodos de duração do contrato, possibilitando a obtenção de distintos custos de transação, que serão utilizados na obtenção das razões ótimas de *hedge*, objeto de análise deste estudo.

Dessa forma, para implementação do método de simulação Monte Carlo, que irá gerar trajetórias de preços futuros através da eq. (6) e mensurar os custos de transação referentes à tributação e ajustes diários, torna-se necessário calcular a volatilidade referente à distribuição dos retornos ( $r$ ), considerada neste trabalho como uma Normal ( $\mu, \sigma^2$ ). A Tabela 1 apresenta os valores de desvio padrão (volatilidade)<sup>22</sup>, baseados em dados históricos de *preços de ajustes* da BM&FBOVESPA, contrato futuro do boi gordo, para diferentes vencimentos.

<sup>22</sup> Nesta pesquisa a volatilidade será representada pelo desvio padrão dos retornos  $\ln(P_t/P_{t-1})$ , sendo a volatilidade anual calculada através da fórmula:  $\text{Vol. diária} = \text{Vol. anual} * (\text{n. dias úteis})^{0.5}$ . O número de dias úteis considerado foi de 252. Para mais detalhes sobre cálculo da volatilidade, consultar Harwood et al. (1999) e Azevedo-Filho e Andrade (2003).

Tabela 1– Volatilidades dos retornos( $r$ ) para diferentes vencimentos - contrato de boi gordo

	$\sigma$ Volatilidade diária	$\sigma$ Volatilidade anual
<b>out/08</b>	0,0140	0,223
<b>mai/09</b>	0,0079	0,125
<b>out/09</b>	0,0075	0,119
<b>mai/10</b>	0,0067	0,106
<b>out/10</b>	0,0067	0,107
<b>mai/11</b>	0,0054	0,086
<b>MÉDIA</b>	0,0080	0,127

Fonte: Elaborada com base nos preços de ajustes da BM&FBOVESPA<sup>23</sup> (2008-2011).

Conforme já apresentado no capítulo referente à Metodologia, os vencimentos de maio e outubro foram escolhidos pela sua importância dentro da pecuária brasileira, representando o fim da safra e entressafra, respectivamente. Com base nos resultados apresentados, é possível verificar que a volatilidade anual encontra-se entre 8,6% e 22,3%, obtidos através de 81 observações de retornos calculados para cada vencimento – o que representa, aproximadamente, os 4 últimos meses de negociação de cada contrato.

Realizados os cálculos da volatilidade, torna-se necessário definir quais valores de média e variância serão utilizados nas simulações de preços a serem geradas pela eq. (6). Para efeito do presente estudo, a média dos retornos será considerada igual a zero, da mesma forma que em Lence (1995) e Mattos, Garcia e Nelson (2008). Com relação à volatilidade anual dos retornos, serão utilizados os valores de 10%, 20% e 30%, de forma a verificar seu impacto nos custos de transação. A justificativa de se trabalhar com tais percentuais é facilitar a exposição dos resultados, sendo que os valores de 10% e 20% encontram-se muito próximos ao mínimo e máximo, calculados na Tabela 1, e a volatilidade de 30% tem a intenção de considerar situações de alta incerteza.

Outro fator a ser incorporado na análise refere-se ao período da operação de *hedge*. Isso significa que serão simuladas trajetórias de preços para diferentes durações do contrato, quais sejam: 2 e 4 meses. O intuito é identificar o impacto do número de dias da operação de *hedge* na incerteza representada pelo custo de transação.

<sup>23</sup> Site: <http://www.bmfbovespa.com.br>

Dessa forma, no decorrer dos capítulos posteriores, os resultados serão apresentados para **seis** diferentes cenários, conforme descrito no Quadro 3.

Volatilidade anual dos retornos de 10% e duração da operação de <i>hedge</i> de 2 meses. <b>(VOL 10% - 2 MESES)</b>	Volatilidade anual dos retornos de 10% e duração da operação de <i>hedge</i> de 4 meses. <b>(VOL 10% - 4 MESES)</b>
Volatilidade anual dos retornos de 20% e duração da operação de <i>hedge</i> de 2 meses. <b>(VOL 20% - 2 MESES)</b>	Volatilidade anual dos retornos de 20% e duração da operação de <i>hedge</i> de 4 meses. <b>(VOL 20% - 4 MESES)</b>
Volatilidade anual dos retornos de 30% e duração da operação de <i>hedge</i> de 2 meses. <b>(VOL 30% - 2 MESES)</b>	Volatilidade anual dos retornos de 30% e duração da operação de <i>hedge</i> de 4 meses. <b>(VOL 30% - 4 MESES)</b>

Quadro 3 - Definição de seis diferentes cenários baseados em diferentes volatilidades dos retornos e duração da operação de *hedge*

Portanto, nos resultados a serem apresentados nas próximas seções, as representações em negrito do Quadro 3 (VOL X% - Y MESES) serão utilizadas para identificar cada um dos cenários propostos.

## 5.2 Caracterização das trajetórias de preços através de simulação Monte Carlo

A obtenção dos valores de custos de transação relativos à tributação, ajuste diário, taxas de bolsa/corretora e total (expostos no item 3.1.4), depende da simulação de  $i$  trajetórias de preços futuros do contrato de boi gordo, a serem realizadas para os seis diferentes cenários apresentados no Quadro 3.

Para uma melhor visualização dos resultados obtidos através de simulação Monte Carlo, a Figura 1 apresenta um gráfico da função de densidade (Kernel gaussiana) dos últimos preços de cada uma das 5000 trajetórias geradas a partir da eq. (6), tendo como preço inicial R\$90,00/@<sup>24</sup>.

<sup>24</sup> O preço de R\$90,00/@ foi escolhido por se tratar de um valor muito próximo aos negociados no mercado do boi gordo brasileiro, no momento da pesquisa. Na verdade, a magnitude do valor inicial utilizado nas simulações não interfere nos resultados finais desta pesquisa, pois todos os resultados serão expressos na forma percentual, eliminando qualquer tipo de interferência desse valor nas conclusões da tese.

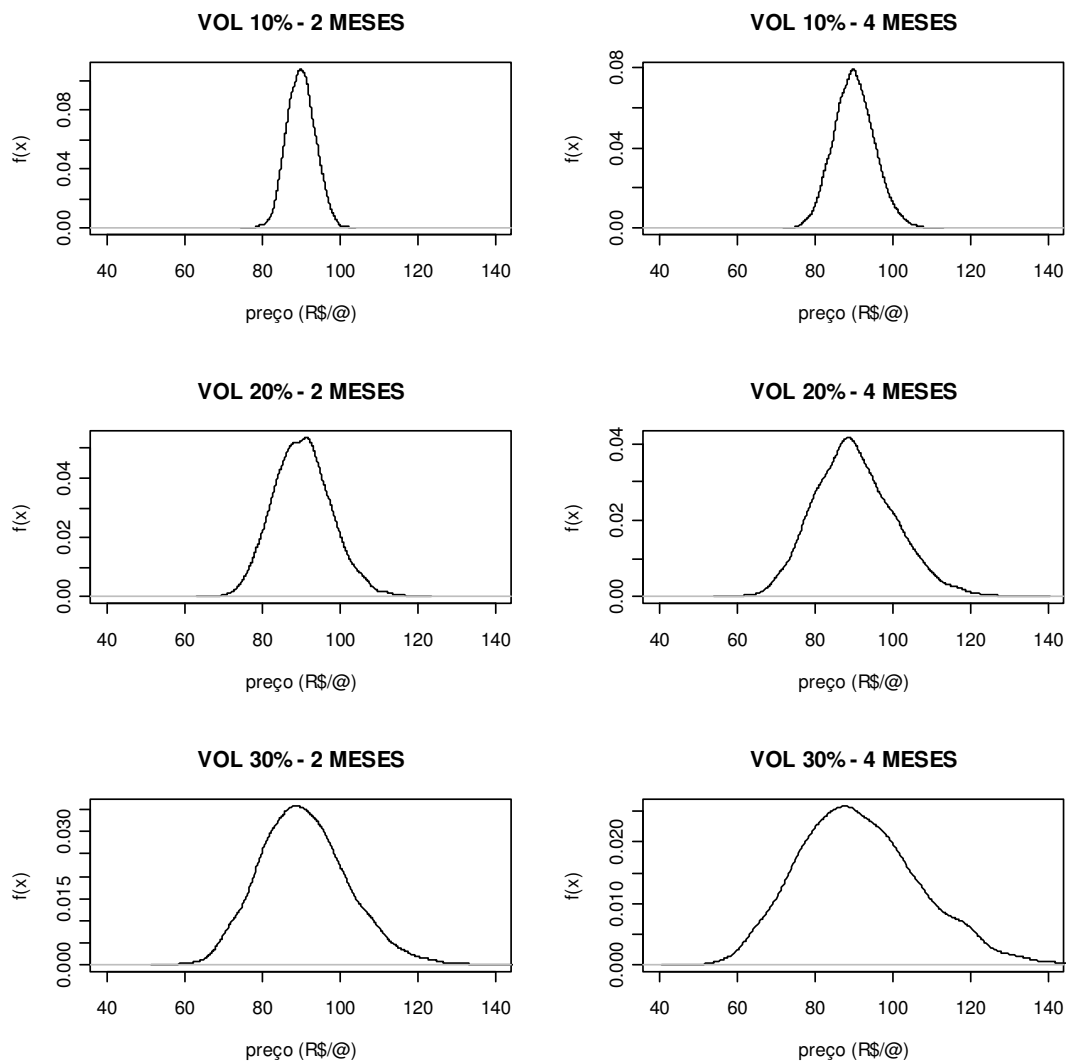


Figura 1 - Distribuição dos últimos preços de cada uma das  $i$  simulações

Considerando-se que um único mês possui 21 dias úteis, as distribuições de probabilidade apresentadas na primeira coluna da Figura 1 se referem aos preços do 42º dia útil ( $P_{i,42}$ ) de cada uma das 5000 simulações – ou seja, período de dois meses. Analogamente, para o contrato de quatro meses (segunda coluna) os valores da distribuição dizem respeito ao 84º preço obtido em cada trajetória de preços ( $P_{i,84}$ ). Dessa forma, analisando-se as distribuições dos últimos preços de cada simulação, é possível observar que houve um aumento nos desvios, em relação à média, quanto maior a volatilidade dos retornos e período de operação. Tal comportamento influenciará

no cálculo dos custos de transação, a serem realizados na próxima seção, pois dependem do comportamento das trajetórias de preços observadas.

### 5.3 Cálculo dos custos de transação

Considerando-se as 5000 trajetórias de preços simuladas para cada cenário, torna-se possível calcular seus respectivos custos de transação. Os custos de tributação foram obtidos tomando-se os saldos líquidos dos ajustes diários de cada mês (21 dias úteis), sendo que em caso de ajustes líquidos positivos, considerou-se uma alíquota de 15% - essa é a tributação para ganho de capital de pessoas físicas. Para a situação de saldos líquidos negativos no mês, esse valor foi utilizado para compensar os ganhos dos meses subsequentes.

Com relação aos custos de ajustes diários, estes se configuram no custo de oportunidade do dinheiro disponibilizado para pagamentos de eventuais ajustes, somente no caso em que o saldo da conta  $C$  se mostrar negativo. A taxa de juro ( $I$ ) utilizada, referente ao custo de oportunidade, foi de 11,2% ao ano<sup>25</sup>. As taxas relativas à bolsa/corretora foram consideradas como um percentual fixo de 0,3% do valor do contrato<sup>26</sup>.

Dessa forma, a Tabela 2 e Tabela 3 apresentam as médias e riscos de custo (desvio padrão) associados às distribuições de probabilidade relativas à tributação, ajustes diários e custo total<sup>27</sup>, na forma percentual descrita na eq. (8), para diferentes volatilidades e períodos de operação.

---

<sup>25</sup> Taxa do CDI dos últimos doze meses, coletada em outubro de 2011.

<sup>26</sup> A justificativa é que grande parte dos custos se relaciona à TOB, porém, as corretoras possuem políticas de descontos significativos no valor cobrado, conforme o volume de operação.

<sup>27</sup> Neste caso o custo total representa a soma dos custos de tributação, ajustes e taxas da bolsa e corretora (esta última, fixada em 0,3% do valor inicial do contrato).

Tabela 2 - Estatísticas relacionadas aos custos de transação (período de 2 meses), em porcentagem do preço inicial

Volatilidade Anual	Custo de transação	Média (%) $\mu_{ct}$	Risco de custo (%) $\sigma_{ct}$
10%	Tributação	0,278	0,345
	Ajustes	0,019	0,023
	Taxas	0,300	0,000
	<b>Total</b>	<b>0,597</b>	<b>0,333</b>
20%	Tributação	0,551	0,662
	Ajustes	0,038	0,048
	Taxas	0,300	0,000
	<b>Total</b>	<b>0,889</b>	<b>0,636</b>
30%	Tributação	0,809	0,942
	Ajustes	0,059	0,076
	Taxas	0,300	0,000
	<b>Total</b>	<b>1,168</b>	<b>0,904</b>

Tabela 3 - Estatísticas relacionadas aos custos de transação (período de 4 meses), em porcentagem do preço inicial

Volatilidade Anual	Custo de transação	Média (%) $\mu_{ct}$	Risco de custo (%) $\sigma_{ct}$
10%	Tributação	0,453	0,478
	Ajustes	0,055	0,068
	Taxas	0,300	0,000
	<b>Total</b>	<b>0,808</b>	<b>0,441</b>
20%	Tributação	0,872	0,896
	Ajustes	0,111	0,140
	Taxas	0,300	0,000
	<b>Total</b>	<b>1,284</b>	<b>0,819</b>
30%	Tributação	1,261	1,298
	Ajustes	0,175	0,220
	Taxas	0,300	0,000
	<b>Total</b>	<b>1,737</b>	<b>1,178</b>

Uma primeira constatação é que, segundo os parâmetros considerados, o custo relativo à tributação possui destacada participação no custo total, quando comparado aos ajustes diários e taxas de bolsa/corretora, para uma mesma volatilidade e período. Também é possível notar que quanto maior a volatilidade e o período de operação, maiores os valores da média e risco de



custo. O custo total médio de uma operação de *hedge* ficou entre 0,59% (VOL 10% - 2 MESES) e 1,73% (VOL 30% - 4 MESES) do valor negociado, demonstrando que sua magnitude vai muito além do que apenas considerar taxas de bolsa e corretora.

A fim de verificar a sensibilidade dos custos de transação em relação ao custo de oportunidade do dinheiro ( $I$ ), foram realizados os mesmos cálculos descritos anteriormente, porém, considerando uma taxa substancialmente maior:  $I = 60\%$  ao ano. A intenção foi definir um limite superior para os custos relativos a ajustes diários, incorporando à análise a possibilidade de o agente se encontrar em situação de falta de liquidez para honrar os pagamentos de ajustes negativos, e necessitar captar dinheiro no mercado a uma taxa de aproximadamente 4% ao mês. Verificou-se que os comportamentos frente à volatilidade e período de operação foram similares aos anteriormente obtidos, sendo que a magnitude do custo total médio subiu para 0,65% na situação de menor custo (VOL 10% - 2 MESES), e 2,37% no cenário de maior custo total médio (VOL 30% - 4 MESES).

#### 5.4 Estatísticas relacionadas ao retorno no mercado físico

Para que seja possível o cálculo da razão ótima de *hedge* (eq. 25), mostra-se necessária a obtenção de algumas estatísticas referentes ao retorno no mercado físico ( $r_{fis}^*$ )<sup>28</sup>. Para tal, primeiramente será definido que o pecuarista recolhe os tributos referentes à sua atividade como *pessoa física*. Isso significa que em sua declaração anual de imposto de renda, deverá informar à Receita Federal suas receitas advindas da atividade rural, podendo compensar todas as despesas de custeio, investimentos e demais valores que integram a atividade (Lei 9.250/1995, art. 18). Tal fato implica que a base para cálculo do imposto de renda será o lucro da operação no ano base – se o produtor apurar prejuízo, não pagará imposto de renda.

Dessa forma, para mensurar o retorno da venda do boi gordo no mercado físico ( $r_{fis}^*$ ), serão utilizadas as mesmas trajetórias de preços futuros, obtidas através de simulação Monte Carlo (seção 5.2). Uma pressuposição assumida para estimar o valor do retorno no mercado físico é que, na data de vencimento, seja verificada a seguinte igualdade

<sup>28</sup> Cabe lembrar que o retorno, assim definido, já considera a alíquota de imposto de renda no mercado físico, pois  $r_{fis}^* = r_{fis} \cdot (1 - A)$ .

$$P_{fis}^1 = P_{fut}^1 \quad (29)$$

que significa considerar um valor de base igual a zero.

Tal pressuposição permite utilizar as 5000 trajetórias de preços futuros já simuladas, em que o último preço de cada trajetória será considerado como *Proxy* do preço do mercado físico no momento da venda do boi gordo. Calculando-se o retorno no mercado físico através eq. (12), para cada trajetória simulada, foi aplicada uma alíquota de imposto de renda ( $A$ ) apenas quando esse valor mostrou-se positivo (ou seja,  $P_{fis}^1 > C_p$ ). Dessa forma, obteve-se uma distribuição de probabilidade dos retornos no mercado físico, já descontado o imposto de renda.

Com relação às alíquotas utilizadas, foram consideradas duas situações: 1) desconto de um percentual de 27,5% (alíquota máxima da tabela de imposto de renda pessoa física) sobre os lucros de cada simulação ( $A=0,275$ ); 2) alíquota zero, significando o não pagamento de imposto mesmo quando houve lucro ( $A=0$ ). O objetivo, ao considerar esses dois cenários, foi calcular os limites mínimos e máximos dos retornos do mercado físico. Tal critério foi adotado devido às regras, relativas à tributação da atividade rural, possuírem diversas peculiaridades que trariam dificuldades operacionais para o cálculo dos retornos<sup>29</sup>.

Para a obtenção de uma distribuição de ( $r_{fis}^*$ ), o preço inicial das simulações foi considerado igual a R\$90,00/@ (preço esse bastante razoável para o período da presente pesquisa) e o custo de produção de R\$80,00/@<sup>30</sup>. A Tabela 4 apresenta as estatísticas relacionadas ao retorno do mercado físico, descontado o imposto de renda à alíquota de 27,5% (denominado *retorno líquido*), enquanto a Tabela 5 diz respeito à situação em que a alíquota de imposto foi considerada igual a zero (denominada *retorno bruto*).

<sup>29</sup> As dificuldades em se modelar a tributação no mercado físico apresentam-se de duas formas: 1) no caso haver lucro, seria necessário saber seu exato valor (em R\$), de forma a realizar a correta apuração do imposto por faixas que vão desde o limite de isenção, até a alíquota de 27,5% - quanto maiores os lucros, maior a proporção a ser aplicada a alíquota máxima; 2) existem diversos benefícios legais concedidos a produtores rurais, implicando que mesmo em situações em que o produtor observe um lucro operacional, é possível demonstrar prejuízo fiscal e diminuir substancialmente o pagamento de imposto de renda.

<sup>30</sup> Com base em dados oferecidos pelo CEPEA/ESALQ-USP, as margens médias calculadas através das informações de receita e custo operacional total de pecuaristas de 10 regiões do Brasil foram: 5,4% em 2009, 13,2% em 2010 e 12,7% até outubro de 2011. O valor de custo de produção de R\$80,00/@ foi definido para que na situação de ser realizado um *hedge* ao preço de R\$90,00/@, a margem da operação em mercados futuros fosse de um percentual de 12,5%, valor esse coerente com os resultados obtidos através das informações históricas verificadas.

Tabela 4 - Médias e desvios dos *retornos líquidos* do mercado físico ( $A=0,275$ )

	Média (%)	Desvio (%)
VOL 10% - 2 MESES	9,17	3,31
VOL 20% - 2 MESES	9,24	6,68
VOL 30% - 2 MESES	9,53	10,61
VOL 10% - 4 MESES	9,16	4,61
VOL 20% - 4 MESES	9,46	9,86
VOL 30% - 4 MESES	9,45	15,42

Tabela 5 - Médias e desvios dos *retornos brutos* do mercado físico ( $A=0$ )

	Média (%)	Desvio (%)
VOL 10% - 2 MESES	12,64	4,48
VOL 20% - 2 MESES	12,70	9,11
VOL 30% - 2 MESES	13,11	13,66
VOL 10% - 4 MESES	12,78	6,46
VOL 20% - 4 MESES	13,07	13,02
VOL 30% - 4 MESES	14,37	19,73

O que se pode observar é que as médias e desvios padrão da situação de *retorno bruto* foram maiores do que os resultados obtidos com *retorno líquido*. Com relação à média, a implicação é direta e se deve ao fato da não cobrança de imposto de renda (considerou-se  $A=0$ ). Com relação aos desvios, nota-se que a dispersão dos retornos brutos mostrou-se ligeiramente maior. Tais valores serão utilizados nos cálculos das razões ótimas de *hedge*, a serem apresentados nas próximas seções.

### 5.5 Influência dos custos de transação na razão ótima de *hedge*

Nesta seção serão analisados os efeitos dos custos de transação na tomada de decisão de um pecuarista quanto à razão de *hedge*, utilizando-se de ferramental baseado na teoria da utilidade esperada. Os resultados serão divididos em três subseções:

- 1) Resultados 1: considerando ausência de custo de transação no modelo;
- 2) Resultados 2: inserindo custo de transação determinístico;
- 3) Resultados 3: presença de custo de transação estocástico.

O objetivo da divisão proposta é construir uma sequência lógica de análise, partindo-se de uma situação em que não se considera os custos de transação, passando pela análise da influência de custos determinísticos, até a inserção de um custo estocástico no modelo. Tal abordagem permitirá verificar o impacto de tais cenários na escolha da razão ótima de *hedge*.

### 5.5.1 Resultados 1: ausência de custos de transação

Nesta seção serão calculadas as razões ótimas de *hedge*, considerando a situação em que não há custos de transação envolvidos na operação em bolsa. Isso significa que as estatísticas relacionadas à variável *ct* na eq. (25), serão iguais a zero. Nessas condições, a expressão para o cálculo da razão ótima de *hedges* se resume ao negativo da divisão entre a covariância dos retornos físico e futuro, e a variância do retorno futuro multiplicado por uma constante *z*, conforme equação (30)

$$h_{opt} = -\frac{\sigma_{r_{fut}, r_{fis}^*}}{z \cdot \sigma_{r_{fut}}^2} \quad (30)$$

em que a média dos retornos futuros foi considerada igual a zero ( $\mu_{r_{fut}} = 0$ ).

Importante salientar que a correlação ( $\rho_{r_{fut}, r_{fis}^*}$ ), utilizada para o cálculo da covariância entre os retornos físico e futuro, foi calculada em valor muito próximo a -1. Tal resultado significa que ao realizar uma operação de *hedge*, os ganhos no mercado físico serão totalmente compensados por perdas no mercado futuro, e vice-versa. A consequência direta é que o valor da covariância  $\sigma_{r_{fut}, r_{fis}^*}$  será negativo, implicando em um  $h^{opt}$  sempre positivo, pois o denominador será sempre positivo.

Com base em tal formulação, mostra-se necessário definir os valores referentes à média e desvio padrão dos retornos físico e futuro, apresentados na Tabela 6.

Tabela 6 - Médias e desvios dos retornos físico e futuro, para diferentes cenários

	Retorno físico (líquido) $r_{fis}^*$ em que $A=0$		Retorno físico (bruto) $r_{fis}^*$ em que $A=0,275$		Retorno futuro $r_{fut}$	
	$\mu$ (%)	$\sigma$ (%)	$\mu$ (%)	$\sigma$ (%)	$\mu$ (%)	$\sigma$ (%)
<b>VOL 10% - 2 MESES</b>	9.3	3.31	13	4.48	0	4.08
<b>VOL 20% - 2 MESES</b>	9.3	6.68	13	9.11	0	8.16
<b>VOL 30% - 2 MESES</b>	9.3	10.61	13	13.66	0	12.24
<b>VOL 10% - 4 MESES</b>	9.3	4.61	13	6.46	0	5.77
<b>VOL 20% - 4 MESES</b>	9.3	9.86	13	13.02	0	11.54
<b>VOL 30% - 4 MESES</b>	9.3	15.42	13	19.73	0	17.32

É possível observar que os retornos do mercado físico, líquido e bruto, foram baseados nas Tabelas 4 e 5, respectivamente, sendo seus valores de média fixados em 9,3% e 13%. Com relação às estatísticas referentes ao retorno futuro ( $r_{fut}$ ), a média foi considerada igual a zero e os desvios calculados a partir das volatilidades anuais simuladas (10%, 20% e 30%), convertidos para os períodos de 2 e 4 meses.

Com base nas variáveis descritas na Tabela 6, é possível calcular as razões ótimas de *hedge* ( $h_{opt}$ ) para cada um dos seis cenários, considerando os retornos físicos líquidos ( $A = 0,275$ ) e brutos ( $A = 0$ ), representados por  $h_{opt}^{liq}$  e  $h_{opt}^{brt}$ , respectivamente. A variável  $z$  será definida igual a 1,125<sup>31</sup>. Dessa forma, utilizando-se da eq. (30), os resultados das razões ótimas de *hedge* (ROH) são apresentados na Tabela 7.

<sup>31</sup> Conforme apresentado na seção 5.4, o valor de custo de produção ( $C_p$ ) foi definido como R\$80,00/@ e o preço futuro inicial ( $P_{fut}^0$ ) igual a R\$90,00/@. Com tais pressuposições e utilizando-se da eq. (15), chega-se ao valor de 1,125.

Tabela 7 - Razões ótimas de *hedge* (ROH) para diferentes períodos, volatilidades e retorno físico, na ausência de custos de transação

ROH	VOL 10% - 2 MESES	VOL 20% - 2 MESES	VOL 30% - 2 MESES	VOL 10% - 4 MESES	VOL 20% - 4 MESES	VOL 30% - 4 MESES
$h_{opt}^{liq}$	0.721	0.727	0.770	0.710	0.759	0.791
$h_{opt}^{brt}$	0.976	0.992	0.992	0.995	1.000	1.000

Na situação em que o imposto de renda é recolhido pela alíquota de 27,5% ( $h_{opt}^{liq}$ ), as ROH apresentaram-se entre 71% e 79%, já no caso em que se considerou alíquota zero ( $h_{opt}^{brt}$ ) as ROH foram muito próximas de 100%. Tal resultado apresenta-se como uma significativa contribuição do presente trabalho, pois antes mesmo de considerar a presença de custos de transação no modelo, percebe-se que a razão de *hedge* pode ser afetada ao inserir a tributação a ser paga pelo produtor rural no mercado físico.

Essa menor magnitude das razões ótimas de *hedge*, quando há cobrança de imposto de renda ( $h_{opt}^{liq}$ ), encontra explicação no fato de sua covariância (situada no denominador da eq. 30) possuir um valor absoluto mais baixo, quando comparada à situação de não cobrança do imposto ( $h_{opt}^{brt}$ ). O que se nota, portanto, é que a depender da consideração ou não da tributação no mercado físico, tal aspecto influenciará na covariância entre os retornos físico e futuro, alterando as razões ótimas de *hedge* – sua comprovação matemática pode ser verificada no ANEXO A.

Em se tratando da magnitude das razões ótimas de *hedge* verificadas na Tabela 7, tais resultados são compatíveis com as argumentações de Lence (1995), que explica que ao desconsiderar custos de transação e a possibilidade de diversificação do portfólio, geralmente os modelos apresentam valores elevados de razão de *hedge*. Segundo o autor, o caso mais explícito desse comportamento é verificado na aplicação de modelos denominados *hedge* de variância mínima (*Minimum-Variance Hedges – MVH*), que apesar de muito utilizados, frequentemente apresentam ROH muito acima das verificadas empiricamente.

Para uma análise complementar à razão ótima de *hedge*, também foram calculados os equivalentes certeza ( $\pi$ )<sup>32</sup> referentes às ROH já apresentadas na Tabela 7. Os resultados foram exatamente iguais às médias dos retornos líquido e bruto da Tabela 6, ou seja, 9,3% e 13%

<sup>32</sup> Na apresentação dos resultados, os valores relativos aos equivalentes certeza serão expressos em porcentagem. Isso significa que um valor de  $\pi = 1,12$  será apresentado interpretado como um retorno fixo de 12%, em que o produtor seria indiferente à situação de risco.

respectivamente. Isso significa que o benefício do *hedge* seria integralmente repassado aos produtores rurais, na ausência de custos de transação, sendo o percentual da situação em que não se considera o imposto de renda, maior que na situação alternativa. Esse resultado pode ser obtido através da substituição da eq. (25) na eq. (23), implicando em  $\pi = 1 + \mu_{r_{fis}^*}$ .

Por fim, é possível observar que ao desconsiderar os custos envolvidos na operação de *hedge*, a teoria prediz que produtores rurais se sentiriam estimulados a negociar, em bolsa, grande parte de sua posição no mercado físico. Nessa situação, os resultados da Tabela 7 demonstram pouca alteração entre as razões de *hedge* dos seis cenários envolvendo diferentes volatilidades dos retornos e períodos de operação.

### 5.5.2 Resultados 2: presença de custo de transação determinístico

Apresentados os resultados relativos à ausência de custos de transação, um segundo passo é incorporar à análise de decisão de um produtor rural, os custos de transação relativos à operação de *hedge*, considerando-a como variável determinística, ou seja, sem risco de custo ( $\sigma_{ct} = 0$ ). O cálculo da razão ótima de *hedge* e equivalente certeza serão realizados utilizando-se os valores referentes às médias ( $\mu_{ct}$ ) calculadas para o custo de transação total, apresentadas na seção 5.3 (Tabela 2 e Tabela 3).

Para efetuar os cálculos, um importante parâmetro a ser definido é o coeficiente de aversão ao risco absoluto, ponderado pela riqueza inicial ( $\alpha.R_0$ ). Segundo Lence (1995)<sup>33</sup>, um valor de  $\alpha.R_0$  igual 3 corresponde a um nível de aversão ao risco moderado do agente analisado, sendo esta a pressuposição adotada para obtenção dos resultados desta pesquisa. Importante salientar que as principais diferenças no cálculo de  $h_{opt}$  entre as situações de custo determinístico e ausência de custo, é que na primeira foi considerada uma média dos custos ( $\mu_{ct}$ ) diferente de zero, na eq. (25), implicando na necessidade de cálculo da aversão ao risco ( $\alpha.R_0$ ). Para as demais variáveis, foram considerados os mesmos valores utilizados na situação de ausência de custo.

A Tabela 8 apresenta os valores de razão ótima de *hedge* (ROH) ao se considerar custos determinísticos, para seis diferentes cenários de volatilidade e período de operação, considerando as situações de retornos líquido e bruto no mercado físico.

<sup>33</sup>Lence (1995) cita o trabalho de Kallberg e Ziemba (1984) como fonte de obtenção dos valores de aversão ao risco.

Tabela 8 - Razões ótimas de *hedge* (ROH) para diferentes períodos, volatilidades e retorno físico, considerando custo de transação determinístico

ROH	VOL 10% - 2 MESES	VOL 20% - 2 MESES	VOL 30% - 2 MESES	VOL 10% - 4 MESES	VOL 20% - 4 MESES	VOL 30% - 4 MESES
$h_{opt}^{liq}$	0.000	0.332	0.539	0.000	0.473	0.619
$h_{opt}^{brt}$	0.000	0.596	0.761	0.276	0.717	0.841

Na presença de custos de transação determinísticos, as ROH apresentaram-se em patamares que variaram de 0% a 61,9% ( $h_{opt}^{liq}$ ) e de 0% a 84,1% ( $h_{opt}^{brt}$ ), sendo tais percentuais significativamente menores aos obtidos na situação de ausência de custo (Tabela 7). Resultado interessante observou-se nos cenários de menor volatilidade dos retornos futuros (10% ao ano), em que a razão de *hedge* chegou a zero, indicando que altos custos de transação podem inibir totalmente a operação de *hedge* por parte dos produtores rurais. Outra constatação é que as razões de *hedge* tendem a diminuir conforme se aumenta o período de duração do contrato.

Tais fenômenos podem ser explicados através da eq. (25). Ao considerar maior volatilidade dos retornos ou duração do contrato, se obtêm dois efeitos opostos. O primeiro é um aumento na covariância  $\sigma_{r_{fut}, r_{fis}^*}$  que, por sua vez, possui o efeito de aumentar  $h_{opt}$ , à medida que a correlação  $\rho_{r_{fut}, r_{fis}^*}$  (que compões o cálculo da covariância) é negativa. O segundo é um aumento na média dos custos  $\mu_{ct}$  e no termo relacionado à variância do retorno futuro  $\sigma_{r_{fut}}^2$ , que acabam por diminuir o valor de  $h_{opt}$ . O que se verificou é que o primeiro efeito (da covariância) dominou o segundo, fazendo com que a razão ótima de *hedge* assumisse maiores valores, conforme se aumentou a volatilidade dos retornos e período de negociação.

Prosseguindo com a análise, a Tabela 9 apresenta os valores de equivalentes certeza ótimos (ECO), calculados para a condição de custo de transação determinístico.

Tabela 9 - Equivalentes certeza ótimos (ECO) para diferentes períodos, volatilidades e retorno físico (custo de transação determinístico)

ECO	VOL 10% - 2 MESES	VOL 20% - 2 MESES	VOL 30% - 2 MESES	VOL 10% - 4 MESES	VOL 20% - 4 MESES	VOL 30% - 4 MESES
$EC_{opt}^{liq}$	9.17%	8.77%	8.43%	8.98%	8.40%	7.92%
$EC_{opt}^{brt}$	12.7%	12.2%	11.8%	12.4	11.7%	11.1%



O que se pode notar é que, nessas condições, os *ECOs* decrescem conforme aumentam o período de operação e a volatilidade. Por consequência, é possível verificar que tais valores também são menores que os obtidos na situação de ausência de custos, em que os valores foram de 9,3% e 13%, para os retornos líquidos e brutos, respectivamente.

Sabendo-se que o equivalente certeza significa *o retorno fixo sobre a riqueza inicial ( $R_o$ ) que o tomador de decisão é indiferente ao retorno incerto  $r_t$* , a constatação de decréscimo do *ECO*, quanto maiores as volatilidades dos retornos e período da operação, encontra explicação no fato de o custo de transação aumentar, conforme volatilidade e período de operação aumentam. Dessa forma, é possível afirmar que o benefício do *hedge* será mais afetado, quanto maior a magnitude dos custos de transação envolvidos.

### 5.5.3 Resultados 3: presença de custo de transação estocástico

Nesta terceira parte dos resultados, os custos de transação serão descritos não só pelo seu valor médio, mas também por sua estatística relacionada ao desvio padrão (risco de custo). De forma a possibilitar os cálculos da razão ótima de *hedge* para tal situação, através da eq. (25), é preciso conhecer a covariância ( $\sigma_{ct,r_{fut}}$ ), que por sua vez depende da correlação entre retorno futuro e custo de transação ( $\rho_{r_{fut},ct}$ ). Portanto, com base nos parâmetros obtidos através da simulação Monte Carlo, estimou-se as correlações entre as variáveis  $r_{fut}$  e  $ct$ , apresentadas na Tabela 10, para cada um dos seis diferentes cenários.

Tabela 10 – Correlações ( $\rho$ ) entre retorno futuro ( $r_{fut}$ ) e custo de transação ( $ct$ )

	VOL 10% - 2 MESES	VOL 20% - 2 MESES	VOL 30% - 2 MESES	VOL 10% - 4 MESES	VOL 20% - 4 MESES	VOL 30% - 4 MESES
$\rho_{r_{fut},ct}$	0.754	0.751	0.735	0.659	0.641	0.573

É possível verificar que as correlações entre as variáveis  $r_{fut}$  e  $ct$  são positivas devido ao fato de retorno futuros maiores significarem elevados custos de tributação - já demonstrados como os de maior influência no custo total. Em se tratando das correlações entre custo de transação ( $ct$ ) e retorno físico ( $r_{fis}$ ), estas foram consideradas iguais a zero para os seis cenários,

dado que o risco de custo é função apenas da trajetória de preços futuros diários simulados, isto é, são custos relacionados à operação com derivativos e não com o mercado físico.

Dessa forma, a variável  $ct$ , definida de forma estocástica, foi considerada no cálculo da razão ótima de *hedge*. Para isso, inseriu-se no modelo os valores de  $\mu_{ct}$  e  $\sigma_{ct}$ , apresentados na Tabela 2 e Tabela 3, conforme os diferentes cenários relativos à volatilidade dos retornos futuros e período de operação. As demais variáveis utilizadas foram as mesmas das subseções 5.5.1 e 5.5.2. Na Tabela 11 encontram-se os resultados referentes às razões ótimas de *hedge* para a situação em que há risco de custo.

Tabela 11 - Razões ótimas de *hedge* (ROH) para diferentes períodos, volatilidades e retorno físico (custo de transação estocástico)

ROH	VOL 10% - 2 MESES	VOL 20% - 2 MESES	VOL 30% - 2 MESES	VOL 10% - 4 MESES	VOL 20% - 4 MESES	VOL 30% - 4 MESES
$h_{opt}^{liq}$	0.000	0.373	0.601	0.000	0.518	0.668
$h_{opt}^{brt}$	0.000	0.671	0.848	0.305	0.784	0.907

O que se pode observar é um comportamento dos valores relativos às ROH, similar à situação de custo de transação determinístico. Em situações de menor incerteza (baixa volatilidade e/ou período), o modelo sugere que o *hedge* não deveria ser feito. Todavia, para situações de alta volatilidade e/ou longos períodos de operação, o benefício do *hedge* supera os custos envolvidos, apresentando razões de *hedge* acima de 50%. Mais uma vez o comportamento foi similar aos *Resultados 1 e 2*, em que as ROH foram de menor magnitude nos casos de retorno líquido ( $h_{opt}^{liq}$ ), demonstrando um comportamento crescente em relação a aumentos na volatilidade e período de operação. Prosseguindo com a análise, a Tabela 12 apresenta os equivalentes certeza ótimos, na presença de risco de custo.

Tabela 12 - Equivalentes certeza ótimos (ECO) para diferentes períodos, volatilidades e retorno físico (custo de transação estocástico)

ECO	VOL 10% - 2 MESES	VOL 20% - 2 MESES	VOL 30% - 2 MESES	VOL 10% - 4 MESES	VOL 20% - 4 MESES	VOL 30% - 4 MESES
$EC_{opt}^{liq}$	9.17%	8.78%	8.53%	8.98%	8.46%	8.09%
$EC_{opt}^{brt}$	12.7%	12.2%	12.0%	12.4	11.9%	11.5%

O que se nota é que também há uma diminuição nos valores dos *ECOs*, à medida que o período de negociação e volatilidade dos retornos futuros aumentam. A explicação, mais uma vez, se deve ao fato de o aumento da incerteza culminar em maiores expectativas quanto aos custos de transação, reduzindo o benefício do *hedge*. Uma análise mais profunda sobre a influência do risco de custo na tomada de decisão de um produtor rural será explorada na próxima seção.

## 5.6 Análise comparativa entre os resultados obtidos

Nas próximas duas subseções, serão analisadas as seguintes questões:

- 1) *Qual impacto que um custo de transação, definido de maneira ampla (ajuste + tributação + taxas), causa na razão ótima de hedge?*
- 2) *Qual a influência da inserção de um custo estocástico (risco de custo) no modelo de decisão, quando comparado à situação de custo determinístico?*

### 5.6.1 Efeitos da magnitude do custo de transação (ct)

Para discutir o impacto da magnitude dos custos de transação na razão ótima de *hedge*, serão comparadas duas situações: a) *ausência de custo*, e b) presença de *custo determinístico*. Tal comparação é apresentada na Figura 2, que é composta de três gráficos que se diferenciam pelas diferentes volatilidades do retorno utilizadas para os cálculos (10%, 20% e 30%). Os gráficos relacionam diversas razões de *hedge* com seus respectivos equivalentes certeza, para um período de *quatro meses e retornos físicos líquidos*. Os pontos da curva foram obtidos calculando-se os valores de  $\pi$ , através de pequenas variações em  $h$ <sup>34</sup>, utilizando-se a eq.(23). Os pontos de máximo das curvas correspondem aos mesmos valores de  $h_{opt}^{liq}$  da Tabela 7 e Tabela 8.

---

<sup>34</sup>Primeiramente definiu-se uma razão de *hedge* nula ( $h = 0$ ) e calculou-se seu respectivo equivalente certeza ( $\pi$ ). Em seguida, a razão de *hedge* foi elevada, sucessivamente, em pequenas proporções (igual a 0,02), até que fosse calculado o valor de  $\pi$  para  $h = 1$ .

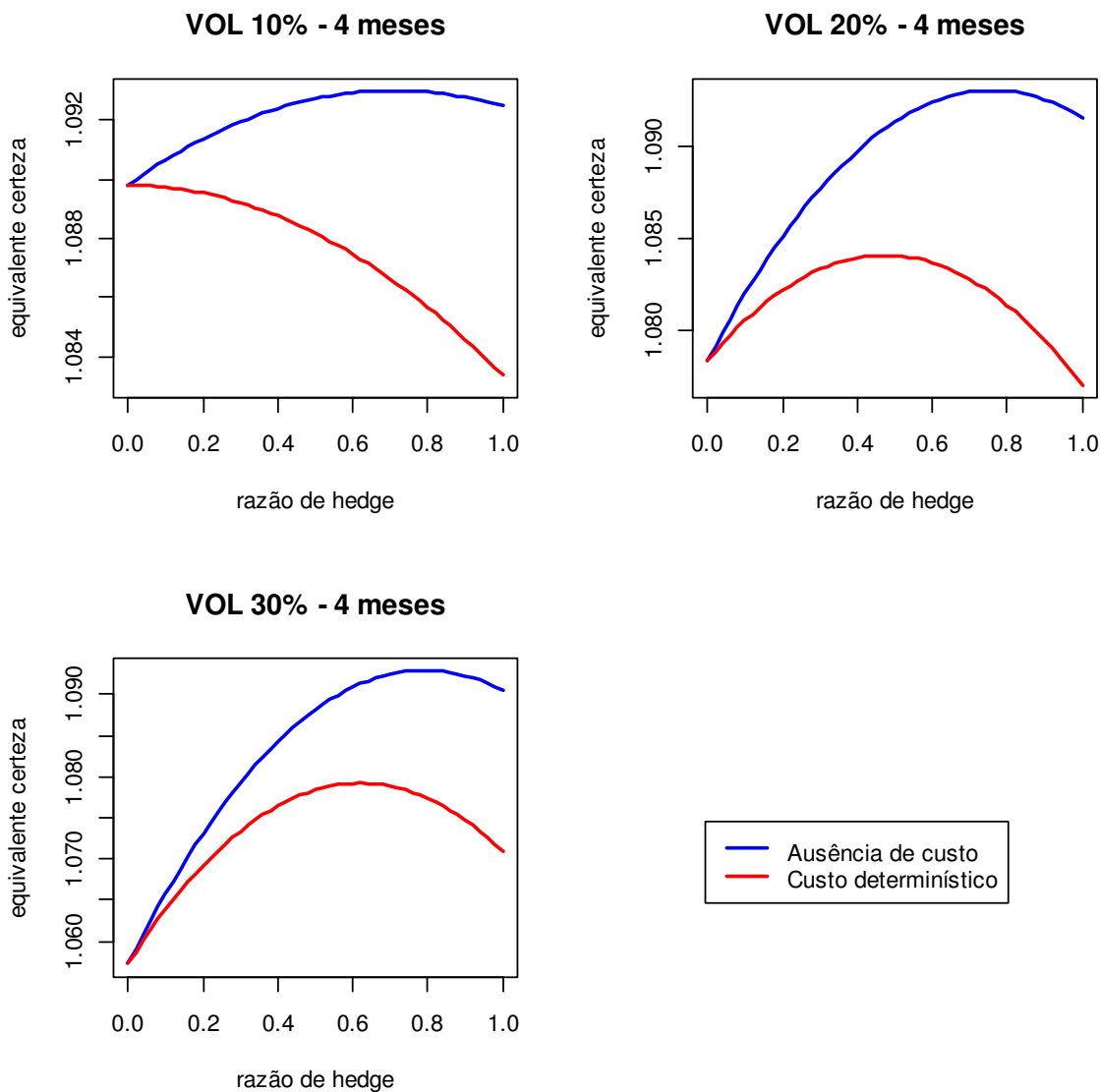


Figura 2 - Comparação entre cenários de ausência de custo e custo determinístico, para diferentes volatilidades dos retornos e período de operação de 4 meses (situação de retornos físicos líquidos)

A análise comparativa realizada na Figura 2 tem a intenção de demonstrar a importância dos custos de transação na análise de decisão de um produtor rural, quanto à razão de *hedge* a ser escolhida. É possível verificar que a curva referente ao *custo determinístico* (vermelha) situa-se sempre abaixo da curva relativa à situação de *ausência de custo* (azul). Tal comportamento

demonstra que para uma mesma razão de *hedge*, os valores de equivalente certeza são menores na presença de um custo determinístico.

De forma a refinar a compreensão do impacto dos custos de transação na decisão de um produtor rural, mostra-se interessante verificar qual o impacto da diminuição do equivalente certeza<sup>35</sup>, entre as situações de *ausência de custo* e *custo determinístico*. Para isso, foram calculadas as diferenças entre as linhas azul e vermelha, em cada um dos três gráficos da Figura 2, sendo tais resultados apresentados na Figura 3.

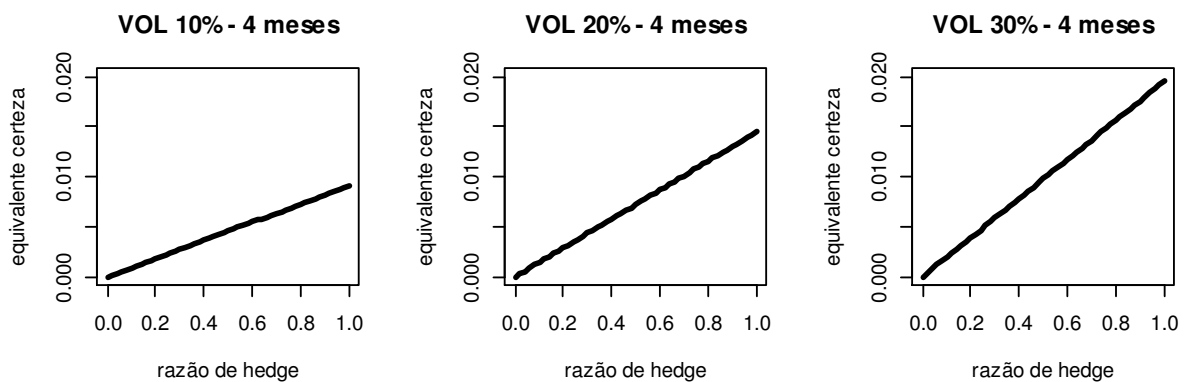


Figura 3 - Diferença dos equivalentes certeza entre as situações de *ausência de custo* e *custo determinístico*

Analisando-se a Figura 3, é possível observar que há um sensível impacto nos valores dos equivalentes certeza conforme se aumenta a volatilidade dos retornos. Para a situação de menor volatilidade (10%), representada pelo primeiro gráfico, a redução chegou à magnitude de 0,009 na situação de  $h = 1$  (o que significa 0,9 pontos percentuais em relação à riqueza inicial  $R_0$ ), devido à presença de um custo de transação determinístico. Na situação de maior volatilidade (30%), em que se verifica uma magnitude dos custos mais elevada, a redução do equivalente certeza chegou a 0,02 quando  $h = 1$  (equivalente a 2 pontos percentuais).

Tal constatação demonstra que a consideração de custos de transação determinísticos em modelos de razão ótima de *hedge*, quando comparada à situação de ausência de custo, tem o efeito não só de diminuir o  $h_{opt}$  recomendado, mas também de reduzir o benefício do *hedge* na proporção dos custos de transação.

<sup>35</sup> Relembrando que equivalente certeza, no contexto dessa tese, significa o retorno fixo sobre a riqueza inicial ( $R_0$ ) que o tomador de decisão é indiferente ao retorno incerto  $r_t$

Verificada a importância de se considerar os custos de transação no cálculo da razão de *hedge*, uma das contribuições desta pesquisa se expressa na forma como tais custos foram definidos. Ao contrário de diversos trabalhos, que apenas consideram taxas de bolsa e corretora em sua análise, a presente tese expande a análise ao considerar outros custos, como tributação e ajustes diários, que dependem da trajetória de preços a ser observada na operação. Para demonstrar a importância em se considerar um custo de transação mais abrangente no cálculo da ROH, considere os resultados expressos na Figura 4.

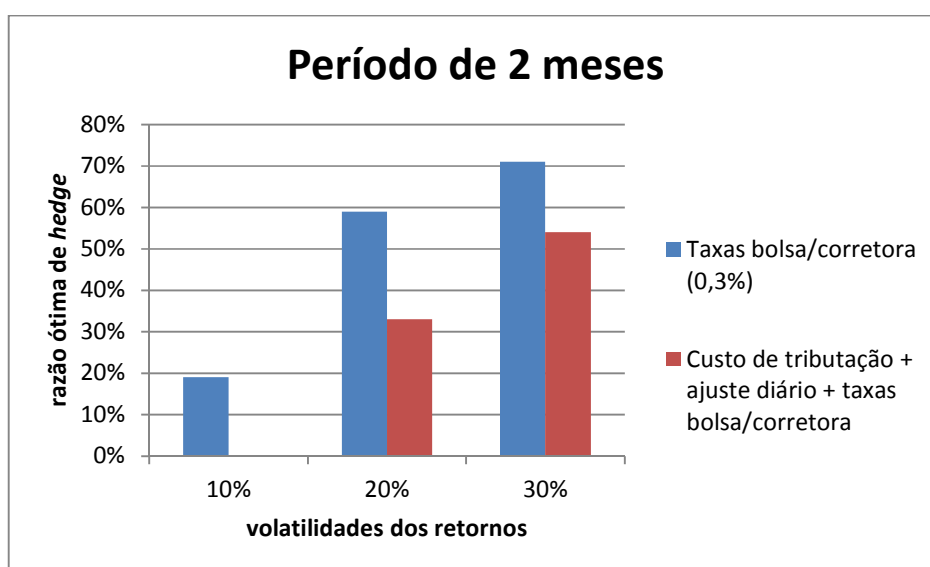


Figura 4 - Análise comparativa das razões ótimas de *hedge* entre duas definições de custo de transação (duração do contrato de 2 meses e retorno físico líquido)

A Figura 4 faz uma comparação das razões ótimas de *hedge*, entre as seguintes situações: a) custo de transação definido como sendo apenas as taxas da bolsa e corretora (percentual fixo de 0,3% sobre valor do contrato); b) custo de transação expresso de maneira ampla, levando-se em consideração a tributação, custo de ajustes diários e taxas. Para tal, foram utilizadas três volatilidade dos retornos distintas, período de duração do contrato de 2 meses e retorno físico líquido. O que se verifica, é que as ROH obtidas foram substancialmente maiores ao desconsiderar os custos de tributação e ajuste diário. Para as volatilidades de 10%, 20% e 30%, as razões de *hedge* foram de 0%, 33% e 54% ao utilizar a definição ampla dos custos, enquanto que

ao considerar apenas as taxas da bolsa/corretora no modelo, as ROH saltaram para os percentuais de 19%, 59% e 71%, respectivamente.

Tal efeito mostra-se ainda mais acentuado em um período de duração do contrato de 4 meses, conforme apresentado na Figura 5. Nesse caso, as ROH calculadas para a situação em que todos os custos são considerados, foram de 0%, 47% e 62%, enquanto ao se considerar apenas as taxas de bolsa e corretoras, os valores obtidos foram de 44%, 69% e 76% (para as volatilidades de 10%, 20% e 30%, respectivamente).

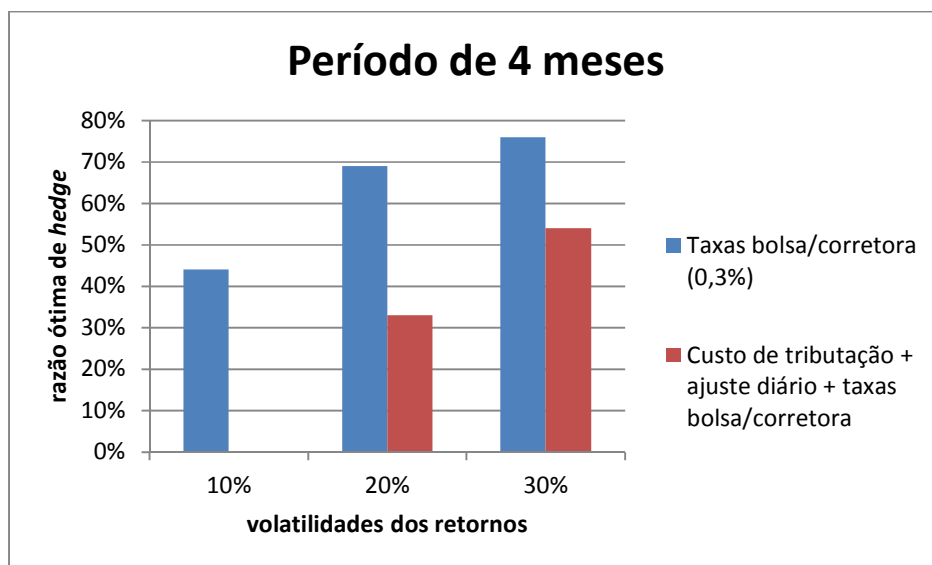


Figura 5 - Análise comparativa das razões ótimas de *hedge* entre duas definições de custo de transação (duração do contrato de 2 meses)

É possível notar que a razão ótima de *hedge* apresentou significativa diminuição ao considerar custos que vão além das taxas da bolsa e corretora, demonstrando a importância da inserção de um custo mais abrangente na análise de decisão.

Outra análise interessante em relação à magnitude dos custos diz respeito à situação em que se considera um agente totalmente descapitalizado, que deverá emprestar dinheiro a uma taxa anual ( $I$ ) de 60%, no mercado, para fazer frente à situação de pagamento de ajustes diários (conforme descrito na seção 5.3). Os custos médios totais, para um período de operação de quatro meses, foram de 1,01%, 1,67% e 2,37%, para volatilidades dos retornos de 10%, 20% e 30%, respectivamente. Com esses custos mais elevados, na situação de retornos físicos líquidos e

custos determinísticos, as razões ótimas de *hedge* ( $h_{opt}^{liq}$ ) diminuíram para 0%, 38% e 56%, quando comparadas aos 0%, 47% e 62% da situação em que a taxa de juros considerada foi de 11,2% ao ano.

Portanto, pode-se concluir que uma análise pormenorizada dos custos, em que sejam considerados mais elementos que apenas as taxas cobradas pela bolsa e corretora, podem auxiliar na explicação sobre a baixa participação de produtores rurais em mercados futuros. Isso porque a razão ótima de *hedge*, calculada pelo modelo baseado na utilidade esperada, é bastante sensível a esta variável.

### 5.6.2 Influência do risco de custo

Uma segunda questão relevante para o presente trabalho pauta-se em verificar o impacto do risco de custo ( $\sigma_{ct}$ ) na decisão de um agente. O objetivo é responder à seguinte questão: será que o risco de custo possui significativa influência na tomada de decisão quanto ao uso de mercados futuros? Para responder a essa questão, a Figura 6 apresenta três gráficos (equivalente certeza *versus* razão de *hedge*) comparando as situações de custo determinístico e estocástico – período de quatro meses e diferentes volatilidades dos retornos.



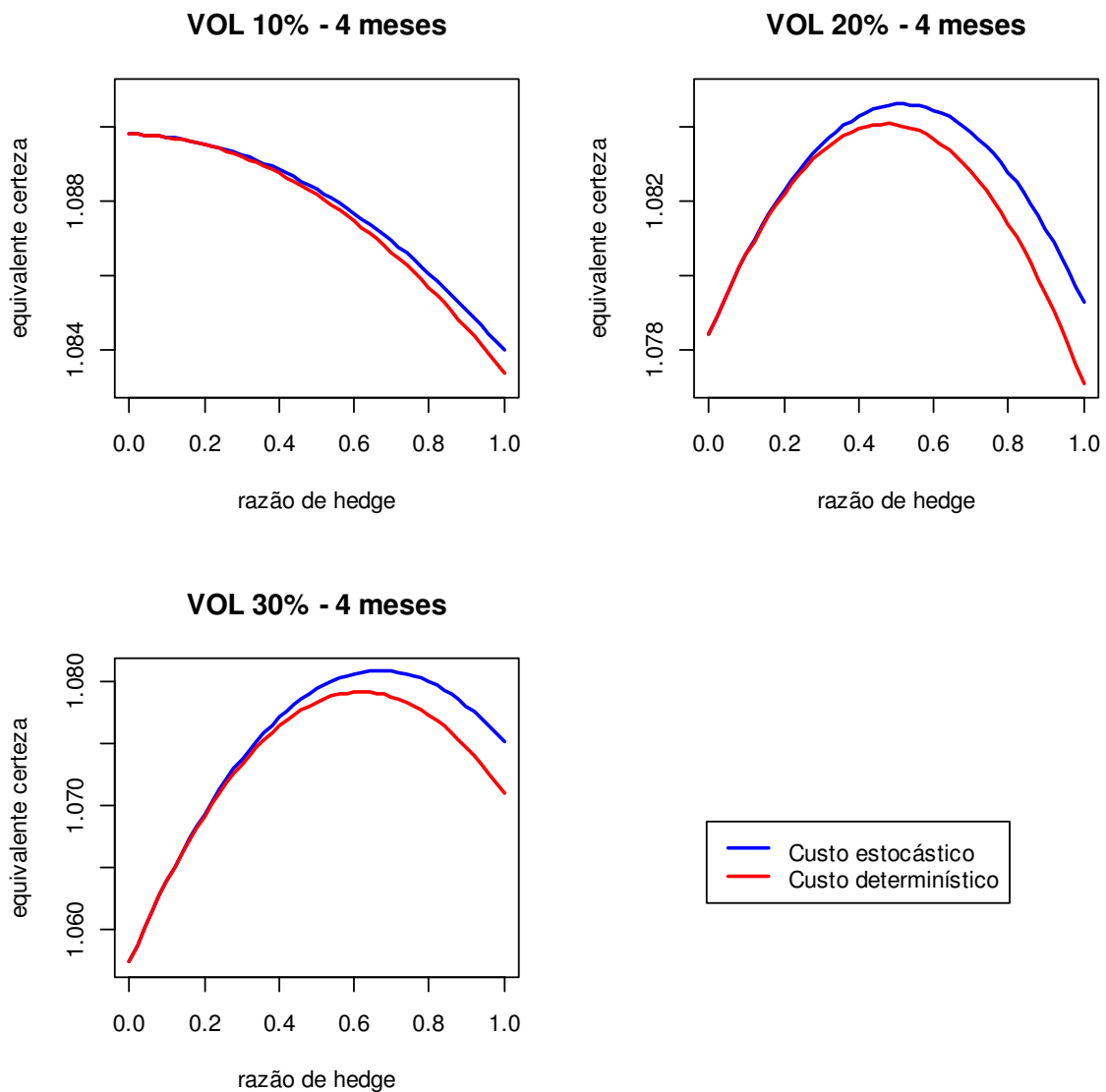


Figura 6 - Comparação entre cenários de custo de transação determinístico e estocástico, para diferentes volatilidades dos retornos e período de operação de 4 meses (situação de retornos físicos líquidos)

Em uma análise visual, nota-se que, para os resultados obtidos neste trabalho, não há significativa alteração no comportamento das curvas, ao se acrescentar o risco de custo ao modelo. Comparando-se as razões ótimas de *hedge* nas duas situações (Tabela 8 e Tabela 11), é possível verificar que na presença de risco de custo os valores de  $h_{opt}^{liq}$  e  $h_{opt}^{brt}$  foram maiores

**que na situação de custo determinístico.** Na Figura 6 tal afirmação pode ser verificada ao observar que a curva vermelha, referente ao *custo determinístico*, encontra-se sempre abaixo da curva azul, que representa o *custo estocástico*.

Porém, tais diferenças entre as curvas são bastante suaves, implicando que a inserção do risco de custo, no modelo de razão de *hedge* adotado nesta tese, não alterou significativamente os resultados. Para demonstrar tal afirmação, da mesma forma que o método empregado na Figura 3, foi calculada a diferença entre as curvas vermelhas e azuis, dos gráficos da Figura 6, de forma a verificar a diminuição dos equivalentes certeza ao se comparar as situações de custo determinístico e estocástico.

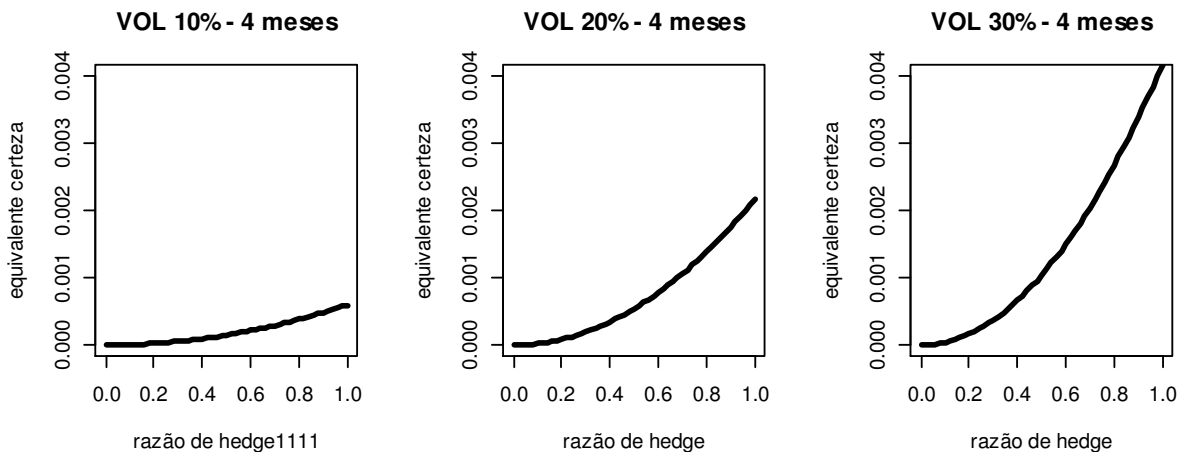


Figura 7 - Diferença dos equivalentes certeza entre as situações de *custo estocástico* e *custo determinístico*

Na Figura 7 é possível verificar que as diminuições nos equivalentes certeza calculados, ao sair da situação de custo estocástico para custo determinístico, não se mostraram de grande magnitude. Mais uma vez, as maiores diferenças foram encontradas quando  $h = 1$ , porém a diminuição dos equivalentes certeza foi da ordem de 0,0006 na situação de VOL – 10%, e de 0,0042 no caso de VOL – 30%, que correspondem a 0,06 e 0,42 pontos percentuais, respectivamente.

O comportamento de as ROH serem maiores nos casos de custo estocástico, pode ser explicado através da estática comparativa apresentada no Quadro 2, em que são demonstradas as condições que determinam o comportamento da razão ótima de *hedge* em relação à variações no

risco de custo (eq. 28). Para uma melhor compreensão dessa relação positiva entre  $h_{opt}$  e  $\sigma_{ct}$ , são apresentadas as Tabela 13 e Tabela 14, que possibilitam observar as condições da estática comparativa para os resultados obtidos neste trabalho – situação de retorno físico líquido ( $h_{opt}^{liq}$ ).

Tabela 13- Análise da primeira condição da estática comparativa ( $\alpha R_0 \sigma_{fis} \sigma_{fut} > ou < \mu_{ct}$ ) entre razão ótima de *hedge* e risco de custo, considerando-se a situação de retorno físico líquido

Cenários (1)	$\alpha R_0 \sigma_{fis} \sigma_{fut}$ (2)	$\mu_{ct}$ (3)	$\alpha R_0 \sigma_{fis} \sigma_{fut} - \mu_{ct}$ (4)
VOL 10% - 2 MESES	0,0041	0,00597	-0,0019
VOL 20% - 2 MESES	0,0164	0,00889	0,0075
VOL 30% - 2 MESES	0,0390	0,01168	0,0273
VOL 10% - 4 MESES	0,0080	0,00808	-0,0001
VOL 20% - 4 MESES	0,0341	0,01284	0,0213
VOL 30% - 4 MESES	0,0801	0,01737	0,0628

Tabela 14 - Análise da segunda condição da estática comparativa ( $\sigma_{fut} \rho_{r_{fut,ct}} > ou < \sigma_{ct}$ ) entre razão ótima de *hedge* e risco de custo, considerando-se a situação de retorno físico líquido

Cenários (1)	$\sigma_{fut} \rho_{r_{fut,ct}}$ (2)	$\sigma_{ct}$ (3)	$\sigma_{fut} \rho_{r_{fut,ct}} - \sigma_{ct}$ (4)
VOL 10% - 2 MESES	0,0308	0,0033	0,0274
VOL 20% - 2 MESES	0,0613	0,0064	0,0549
VOL 30% - 2 MESES	0,0900	0,0090	0,0809
VOL 10% - 4 MESES	0,0380	0,0044	0,0336
VOL 20% - 4 MESES	0,0740	0,0082	0,0658
VOL 30% - 4 MESES	0,0992	0,0118	0,0875

Através dos resultados da coluna (4) da Tabela 13, é possível verificar que nos cenários de volatilidade anual do retorno de 10% (2 e 4 meses), ocorreu a desigualdade representada por  $\alpha R_0 \sigma_{fis} \sigma_{fut} < \mu_{ct}$ , enquanto para os outros cenários a relação foi oposta. Com relação à Tabela 14, ao analisar a coluna (4), é possível notar que a desigualdade  $\sigma_{fut} \rho_{r_{fut,ct}} > \sigma_{ct}$  foi unânime entre os cenários.

Desse fato decorre que, nas situações de VOL 10%, a razão de *hedge* deveria diminuir com a presença de risco de custo ( $\frac{\partial h_{opt}}{\partial \sigma_{ct}} < 0$ ). Entretanto, como a esse nível de custo de transação a razão ótima ( $h_{opt}^{liq}$ ) foi igual a zero, tal efeito não foi possível de ser percebido. Nas demais situações, de volatilidade 20% e 30%, o aumento das razões ótimas de *hedge* ( $h_{opt}^{liq}$ ) na presença de risco de custo encontra explicação no fato de as condições  $\alpha R_0 \sigma_{fis} \sigma_{fut} > \mu_{ct}$  e  $\sigma_{fut} \rho_{r_{fut}, ct} > \sigma_{ct}$  terem sido observadas, culminando no efeito de  $\frac{\partial h_{opt}}{\partial \sigma_{ct}} > 0$ <sup>36</sup>.

É possível concluir empiricamente que a presença do risco de custo, da forma como foi definido no modelo utilizado, poderá impactar a razão ótima de *hedge* positiva ou negativamente. Tal influência dependerá da magnitude das variáveis descritas na estática comparativa do Quadro 2. Para os resultados dessa tese, verificou-se que a inserção do custo de transação estocástico no modelo apresentou um efeito de aumento da razão ótima de *hedge*, quando comparado à situação de custo determinístico. Entretanto, é importante ressaltar que tal aumento não se mostrou de grandes proporções, fazendo com que as razões ótimas de *hedge* em ambas as situações fossem muito similares.

### 5.6.3 Consolidação dos resultados de razão ótima de *hedge*

De forma a resumir os resultados de razão ótima de *hedge* obtidos na presente tese, foram elaboradas a Tabela 15 e Tabela 16, para os casos de retorno físico bruto ( $A = 0$ ) e líquido ( $A = 0,275$ ). As colunas, em ambas as tabelas, apresentam os seguintes casos:

- HAC: razão ótima de *hedge* na ausência de custos de transação;
- HCD: situação de custo determinístico;
- HCE: cenário em que foi utilizado custo estocástico (com risco de custo);
- HI60: simulação de uma taxa de juros ( $I$ ) de 60% ao ano e custo determinístico;
- HTX: situação em que se considerou como custo apenas as taxas de bolsa e corretora, em um percentual de 0,3% do valor do contrato<sup>37</sup>.

<sup>36</sup> Comportamento semelhante foi verificado na situação em que se considerou o retorno físico bruto ( $h_{opt}^{brt}$ )

<sup>37</sup> Todos os subscritos diferenciam as situações em que foram utilizados retornos físicos líquidos e brutos.

Tabela 15 – Resultados consolidados de razão ótima de *hedge* para retorno físico bruto

CENÁRIOS	HAC <sub>brt</sub>	HCD <sub>brt</sub>	HCE <sub>brt</sub>	HI60 <sub>brt</sub>	HTX <sub>brt</sub>
<b>VOL 10% - 2 MESES</b>	97,6%	0,0%	0,0%	0,0%	44,2%
<b>VOL 20% - 2 MESES</b>	99,2%	59,6%	67,1%	53,3%	85,8%
<b>VOL 30% - 2 MESES</b>	99,2%	76,1%	84,8%	72,0%	93,2%
<b>VOL 10% - 4 MESES</b>	99,5%	27,6%	30,5%	9,3%	72,8%
<b>VOL 20% - 4 MESES</b>	100,0%	71,7%	78,4%	62,9%	93,6%
<b>VOL 30% - 4 MESES</b>	100,0%	84,1%	90,7%	77,8%	98,3%

Tabela 16 - Resultados consolidados de razão ótima de *hedge* para retorno físico líquido

CENÁRIOS	HAC <sub>líq</sub>	HCD <sub>líq</sub>	HCE <sub>líq</sub>	HI60 <sub>líq</sub>	HTX <sub>líq</sub>
<b>VOL 10% - 2 MESES</b>	72,1%	0,0%	0,0%	0,0%	18,7%
<b>VOL 20% - 2 MESES</b>	72,8%	33,2%	37,3%	26,8%	59,4%
<b>VOL 30% - 2 MESES</b>	77,1%	53,9%	60,1%	49,9%	71,1%
<b>VOL 10% - 4 MESES</b>	71,0%	0,0%	0,0%	0,0%	44,3%
<b>VOL 20% - 4 MESES</b>	75,9%	47,3%	51,8%	38,6%	69,3%
<b>VOL 30% - 4 MESES</b>	79,1%	61,9%	66,8%	55,7%	76,2%

Com base nos resultados apresentados, é possível observar que as razões ótimas de *hedge* ( $h_{opt}$ ) foram maiores para as situações de retorno físico bruto (comparação entre a Tabela 15 e Tabela 16). A razão para essa diferença baseia-se na demonstração apresentada no ANEXO A. Outra constatação que se mostrou verdadeira na comparação dos dados das Tabelas 15 e 16, é que houve uma elevação do percentual a ser realizado o *hedge*, conforme a volatilidade dos retornos futuros e período de duração do contrato aumentam. Tal informação mostra-se ainda mais relevante ao considerar que as volatilidades anuais de 10% e 20%, que apresentaram as menores razões de *hedge*, são as mais próximas das verificadas empiricamente, através de dados obtidos no mercado do boi gordo.

Em cenários de ausência de custos, os valores de  $h_{opt}$  verificados foram bastante elevados, chegando muito próximos de 100% nos caso em que se desconsiderou a tributação no mercado físico (análise das colunas HAC). Tais resultados são consistentes com os obtidos por modelos baseados em *hedge* de variância mínima, que desconsideram custos e a possibilidade de diversificação do portfólio do produtor rural (Lence, 1995).

Ao comparar a coluna HAC com as demais colunas das tabelas, observa-se que a inserção de custos de transação no modelo (sejam determinísticos ou estocásticos), diminuem

consideravelmente a razão ótima de *hedge* calculada. Tal fato evidencia que desconsiderar custos de transação em modelos de razão de *hedge*, pode levar a conclusões pouco aderentes à realidade.

Com relação à influência do risco de custo na decisão de um produtor rural, ao confrontar os valores das colunas HCD e HCE, em ambas as tabelas, nota-se que os maiores valores se referem à situação de custo determinístico. Isso significa que a inserção do risco de custo, que representa o caráter estocástico da variável custo de transação, aumentou o valor de  $h_{opt}$ . Tal constatação é compatível com a estática comparativa apresentada no Quadro 2.

A análise das tabelas também permite inferir que um aumento no custo de oportunidade do dinheiro utilizado para ajustes diários, também podem afetar negativamente a razão ótima de *hedge* a ser adotada pelo produtor (comparação da coluna HI60 com as demais). Por fim, um dos resultados mais interessantes se refere às colunas HCD e HTX. O que se pode observar é que ao considerar apenas taxas de bolsa e corretora, os resultados de  $h_{opt}$  tendem a ser superestimados, quando comparados a uma definição de custo mais ampla. Tal característica implica que modelos que consideram apenas essas taxas (em inglês, *brokerage fees*), tendem a apresentar resultados referentes à influência dos custos, menos aderentes à realidade.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Conforme os resultados obtidos na presente pesquisa, existe uma clara evidência de que os custos de transação influenciam de maneira significativa o cálculo da razão ótima de *hedge* e, por conseguinte, podem ajudar a explicar a baixa participação de produtores rurais em mercados futuros.

Ao definir os custos de transação em operações de *hedge* de maneira ampla, considerando a tributação, custos de ajustes diários e taxas de bolsa/corretora, houve uma diminuição significativa das razões ótimas de *hedge*, principalmente nos cenários de volatilidade entre 10% e 20% ao ano, que foram os patamares observados ao se considerar séries de preços do mercado de boi gordo. Tal constatação demonstra a importância de se caracterizar adequadamente os custos relacionados a operações em bolsa, em modelos que visam estudar as decisões de produtores rurais: é importante ir além de apenas considerar os custos operacionais (taxas), conforme adotado por diversos trabalhos na área.

Outra importante contribuição deste estudo refere-se à incorporação, no modelo de decisão, da tributação nas negociações realizadas pelo produtor rural, no mercado físico. A principal constatação foi de que a inserção de tal variável diminuiu substancialmente as razões ótimas de *hedge*. Uma característica interessante é que a tributação em ambos os mercados (físico e futuro) são consideradas de forma separada, pelo fisco. Um produtor, classificado como pessoa física, irá declarar seus possíveis ajustes diários positivos como *ganho de capital*, e não como uma operação atrelada ao mercado físico. O estudo dos efeitos de tal distinção mostra-se de grande valia para futuras pesquisas.

Por fim, a definição da variável custo de transação de maneira estocástica mostra-se como uma novidade, dentro da literatura sobre razão ótima de *hedge*, pesquisada durante a elaboração da tese. Os resultados obtidos ao considerar o risco de custo implicaram em uma maior razão ótima de *hedge*, ao invés de agir como fator negativo sobre o quanto negociar em bolsa. Tal questão ainda se mostra como um campo aberto de estudos, sendo importante que futuros trabalhos aprofundem na análise da influência do risco de custo na decisão de um produtor rural, testando modelos alternativos ao utilizado na presente pesquisa.





## REFERÊNCIAS

- ANDRADE, E.A.P. **Mercados Futuros: custos de transação associados à tributação, margem, ajustes e estrutura financeira.** 2004. 115 p. Dissertação (Mestrado em Economia Aplicada) – Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”, Universidade de São Paulo, Piracicaba.
- ARIAS, J.; BRORSEN, B.W.; HARRI, A. Optimal hedging under nonlinear borrowing cost, progressive tax rates, and liquidity constraints. **The Journal of Futures Markets**, Hoboken, v. 20, n. 4, p. 375–396, 2000.
- AZEVEDO-FILHO, A.J.B.V.; ANDRADE, E.A.P. **Caracterização de trajetórias de preços, fluxos de caixa e custos operacionais em mercados futuros através de simulação Monte Carlo.** Piracicaba: ESALQ, Departamento de Economia, Administração e Sociologia, 2003. 98 p. (Série Pesquisa, 55).
- BALOGUN, J.; PYE, A.; HODGKINSON, G. P. Cognitive skilled organizational decision making: making sense of deciding. In: HODGKINSON, G.P. e STARBUCK, W.H. (Eds.). **The Oxford handbook of organizational decision making.** Oxford: Oxford University Press, 2008. p. 233-49.
- BAZERMAN, M.H. **Processo decisório: para cursos de administração e economia.** 5.ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2004. 232 p.
- BION-NADAL, J. Bid-ask dynamic pricing in financial markets with transaction costs and liquidity risk. **Journal of Mathematical Economics**, Maryland Heights, v. 45, n. 11, p. 738–750, Dec. 2009.
- CHAVAS, J.P. **Risk analysis in theory and practice.** San Diego: Elsevier Academic Press, 2004. 247 p.
- CHEN, S.; LEE, C.; SHRESTHA, K. Futures hedge ratios: a review. **Quarterly Review of Economics and Finance**, Maryland Heights, v. 43, n. 3, p. 433-465, 2003.
- CHIODI, L.; GERALDINI JR., E. A.; MARQUES, P. V.; MARTINES-FILHO, J. G. Análise da efetividade de hedging com os contratos futuros de soja na BM&F e CBOT. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ECONOMIA E SOCIOLOGIA RURAL, 43., 2005, Ribeirão Preto. **Anais...** Ribeirão Preto: Sociedade Brasileira de Economia, Administração e Sociologia Rural, 2005. p. 12.
- CLEMEN, R.T. **Making hard decisions: an introduction to decision analysis.** 2.ed. Belmont-CA: Duxbury Press, 1996. 663 p.
- COASE, R.H. The nature of the firm. **Economica**, Hoboken, v. 4, n. 16, p. 386-405, 1937.
- COLLINS, R.A. Toward a positive economic theory of hedge. **American Journal of Agricultural Economics Association**, Milwaukee, v. 79, n. 2, p. 488-499, May 1997.

CRUZ JUNIOR, J.C. **Modelo de razão de hedge ótima e percepção subjetiva de risco nos mercados futuros**. 2009. 100 p. Tese (Doutorado em Economia Aplicada) – Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”, Universidade de São Paulo, Piracicaba, 2009.

CRUZ JÚNIOR, J.C.; IRWIN, S. H.; MARQUES, P. V.; MARTINES-FILHO, J. G.; BACCHI, M. R. P. O excesso de confiança dos produtores de milho no Brasil e o uso de contratos futuros. **Revista de Economia e Sociologia Rural**, Piracicaba, v. 49, n. 2, p. 369-390, abr./jun. 2011.

DEMSETZ, H. The cost of transacting. **Quarterly Journal of Economics**, Oxford, v. 82, n. 4, p. 33-53, 1968.

DUFFIE, D. **Futures markets**. New Jersey: Prentice-Hall International, 1989. 415 p.

ELBANNA, S. Strategic decision-making: process perspectives. **International Journal of Management Review**, Hoboken, v. 8, n. 1, p. 1-20, Mar. 2006.

ENNEW, C.; MORGAN, W.; RAYNER, T. Role of attitudes in the decision to use futures markets: the case of the London potatoes Futures Markets. **Agribusiness**, Hoboken, v. 8, n. 6, p. 561-573, Nov. 1992.

FAMA, E.F. Efficient capital markets: a review of theory and empirical work. **Journal of Finance**, Oxford, v. 25, n. 2, p. 383-417, May 1970.

FEDER, G.; JUST, R. E.; SCHMITZ, A. Futures markets and the theory of the firm under price uncertainty. **The Quarterly Journal of Economics**, Oxford, v. 94, n. 2, p. 317-328, Mar. 1980.

FISHBURN, P.C. **Nonlinear preference and utility theory**. London: John Hopkins Press, 1988. 251 p.

FRANK, J.; GARCIA, P. Measuring the cost of liquidity in agricultural futures markets: conventional and Bayesian approaches. **Agricultural Economics**, Hoboken, v. 42, n. 1, p. 131-139, Nov. 2011.

FRECHETTE, D.L. The demand for hedge and the value of hedge opportunities. **American Journal of Agricultural Economics**, Milwaukee, v. 82, n. 4, p. 897-907, Nov. 2000.

GERBER, H.U.; PAFUMI, G. Utility functions: from risk theory to finance. **North American Actuarial Journal**, Schaumburg, v. 2, n. 3, p. 74-100, 1998.

HAMMOND, J.S.; KEENEY, R.L.; RAIFFA, H. The hidden traps in decision making. **Harvard Business Review**, Boston, v. 76, n. 5, p. 47-58, Sep./Oct.1998.

HARWOOD, J.; HEIFNER, R.; COBLE, K.; PERRY, J.; SOMWARU, A. **Managing risk in farming: concepts, research, and analysis**. U.S. Department of Agriculture, Economic Research Service Agricultural Economic Report n. 774, Mar. 1999

HIERONYMUS, T.A. **Economics of futures trading**. New York: Commodity Research Bureau, 1977. 369 p.

- HIRSHLEIFER, D. Risk, futures pricing, and the organization of production in commodity markets. **Journal of Political Economy**, Chicago, v. 96, n. 6, p. 1206-20, 1988.
- HOUTHAKKER, H.S. The scope and limits of futures trading. In: ABRAMOVITZ, M. et al. **The allocation of economic resource**. Stanford: Stanford University Press, 1959. p.134-159.
- HOWARD, C.T.; D'ANTONIO, L.J. The cost of hedge and the optimal hedge ratio. **The Journal of Futures Markets**, Hoboken, v. 14, n. 2, p. 237-258, 1994.
- HULL, J. **Introdução aos mercados futuros e de opções**. São Paulo: Bolsa de Mercadorias & Futuros / Cultura Editores Associados, 1996. 447p.
- INGERSOLL, J.E. **Theory of financial decision making**. New Jersey: Rowman & Littlefield, 1987. 474 p.
- JABBAR, H. The behavioral economics of education: new directions for research. **Educational Researcher**, Thousand Oaks, v. 40, n. 9, p. 446-453, 2011.
- KAHNEMAN, D.; TVERSKY, A. Prospect theory: an analysis of decision under risk. **Econometrica**, Hoboken, v. 47, n. 2, p. 263-291, Mar. 1979.
- KALOS, M.H.; WHITLOCK, P.A. **Monte Carlo methods**. 2.ed. Wiley-VCH: Weinheim, 2008. 203 p.
- KAY, R.D.; EDWARDS, W.M.; DUFFY, P.A. **Farm management**. 6.ed. New York: McGraw Hill, 2008. 468 p.
- KORN, R.; KORN, E.; KROISANDT, G. **Monte Carlo methods and models in finance and insurance**. Boca Raton: Taylor and Francis Group, 2010. 470 p.
- LENCE, S.H. The economic value of minimum-variance hedges. **American Journal of Agricultural Economics**, Milwaukee, v. 77, n. 3, p. 353-364, May 1995.
- LEUTHOLD, R.M.; JUNKUS, J.C.; CORDIER, J.E. **The theory and practice of futures markets**. Massachusetts: Lexington Books, 1989. 410 p.
- LIEN, D.; LI, A. Futures hedging under mark-to-market risk. **The Journal of Futures Markets**, Hoboken, v. 23, n. 4, p. 389-398, 2003.
- LIEN, D.; YANG, L. Asymmetric effect of basis on dynamic futures hedging: empirical evidence from commodity markets. **Journal of Banking & Finance**, Maryland Heights, v. 32, n. 2, p. 187-198, 2008.
- MARSHALL, B.R.; NGUYEN, N.H.; VISALTANACHOTI, N. Commodity liquidity measurement and transaction costs. **The Review of Financial Studies**, Oxford, v. 5, n. 2, p. 599-638, Aug. 2011.

MARTINS, A.G.; AGUIAR, D.R.D. Efetividade do hedge de soja em grão brasileira com contratos futuros de diferentes vencimentos na Chicago Board of Trade. **Revista de Economia e Agronegócio**, Viçosa, v. 2, n. 4, p. 449-472, 2004.

MATTOS, F.; GARCIA, P.; NELSON, C. Relaxing standard hedge assumptions in the presence of downside risk. **The Quarterly Review of Economics and Finance**, Maryland Heights, v. 48, n. 1, p. 78-93, 2008.

MATTOS, F.; GARCIA, P.; PENNING, J.M.E. Probability weighting and loss aversion in futures hedging. **Journal of Financial Markets**, Maryland Heights, v. 11, n. 4, p. 433-452, 2008.

MEYER, J. Two-moment decision models and expected utility maximization. **The American Economic Review**, Pittsburgh, v. 77, n. 3, p. 421-430, 1987.

MILGROM, P.; ROBERTS, J. **Economics, organization and management**. London: Prentice Hall International, 1992. 621 p.

NELSON, R. D. Forward and futures contracts as preharvest commodity marketing instruments. **American Journal of Agricultural Economics**, Milwaukee, v.67, n.1, p.15-23, 1985.

OSBORNE, M.M. Brownian motion in the stock market. **Operations Research**, Hanover, v. 7, n. 2, p. 145-173, 1959.

PANNELL, D.J.; HAILU, G.; WEERSINK, A.; BURT, A. More reasons why farmers have so little interest in futures markets. **Agricultural Economics**, Hoboken, v. 39, n. 1, p. 41-50, 2008.

PAUL, A.B.; HEIFNER, R.G.; HELMUTH, J.W. **Farmers' use of forward contracts and futures markets**. U.S. Department of Agriculture Economic Research Service. Agricultural Economic Report, n. 320, 1976.

RAE, A.N. **Agricultural management economics: activity analysis and decision making**. Wallingford: CAB International, 1994. 358 p.

RILEY, J.M.; ANDERSON, J.D. **Comparison of hedging cost with other variable input costs**. Paper presented at the NCCC-134 Conference on Applied Commodity Price Analysis, Forecasting and Market Risk Management St. Louis, Missouri, p. 20-21, Apr. 2009.

ROBISON, J.R.; BARRY, P.J.; KLIEBENSTEIN, J.B.; PATRICK, G.F. Risk attitudes: concepts and measurement approaches. In: BARRY, P.J. (Ed.). **Risk management in agriculture**, Iowa State University Press, 1984. p. 11-30.

SAMSON, D. **Managerial decision analysis**. Homewood: Irwin Inc., 1988. 739 p.

SIMON, H. **The sciences of the artificial**. 3.ed. Cambridge: MIT Press, 1996. 233 p.

SONKA, S.T.; PATRICK, G.F. Risk management and decision making in agricultural firms. In: BARRY, P.J. (Ed.). **Risk management in agriculture**, Ames: Iowa State University Press, 1984.p. 95-115.

TAYLOR, S.J. **Modelling financial time series**. 2.ed. Singapore: World Scientific Printer, 2008. 268 p.

TSAY, R.S. Analysis of financial time series. 2.ed. New Jersey: John Wiley and Sons, 2005. 605 p.

TUTHILL, J.; FRECHETE, D.L. Optimism and pessimism in commodity price hedge. **European Review of Agricultural Economics**, Oxford, v. 31, n. 3, p. 289-307, 2004.

WANG, H.H.; KE, B. Is China's agricultural futures market efficient? In: INTERNATIONAL CONFERENCE OF AGRICULTURAL ECONOMISTS, 25., 2003, Durban. **Anais...** Durban: Wiley-Blackwell, 2003, p. 16-22.

WILLIAMSON, O.E. **Markets and hierarchies**: analysis and antitrust implications. New York: The Free Press, 1975. 286 p.



**ANEXOS**





## ANEXO A – Influência da tributação na covariância dos retornos

Ao representar a covariância entre o retorno físico bruto ( $A=0$ ) e o retorno futuro, tem-se

$$\sigma_{r_{fis}, r_{fut}}^{brt} = E \left[ r_{fis} - \mu_{r_{fis}} \right] \left[ r_{fut} - \mu_{r_{fut}} \right] \quad (31)$$

de onde decorre que

$$\sigma_{r_{fis}, r_{fut}}^{brt} = E \left[ r_{fis} \cdot r_{fut} \right] - \mu_{r_{fis}} \mu_{r_{fut}} \quad (32)$$

Já a covariância para o caso em que o retorno físico é considerado líquido de imposto ( $A=0,275$ ), tem-se

$$\sigma_{r_{fis}, r_{fut}}^{líq} = E \left[ r_{fis}(1 - A) - \mu_{r_{fis}}(1 - A) \right] \left[ r_{fut} - \mu_{r_{fut}} \right] \quad (33)$$

que resulta em

$$\sigma_{r_{fis}, r_{fut}}^{líq} = (1 - A) \left\{ E \left[ r_{fis} \cdot r_{fut} \right] - \mu_{r_{fis}} \mu_{r_{fut}} \right\} \quad (34)$$

Dessa forma, conclui-se que

$$\sigma_{r_{fis}, r_{fut}}^{líq} = (1 - A) \sigma_{r_{fis}, r_{fut}}^{brt} \quad (35)$$

É possível notar que a covariância na situação de retorno físico líquido é menor que na de retorno físico bruto, quando  $A$  assume uma alíquota maior que zero. Desse fato decorre que a razão de *hedge* será maior ao considerar retornos brutos.