

**Universidade de São Paulo
Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”**

Modelos de previsão para o preço do açúcar cristal no mercado brasileiro

Amanda Seixas Diniz

Dissertação apresentada para obtenção do título de
Mestra em Ciências. Área de concentração: Economia
Aplicada

**Piracicaba
2023**

Amanda Seixas Diniz
Bacharela em Ciências Econômicas

Modelos de previsão para o preço do açúcar cristal no mercado brasileiro
versão revisada de acordo com a Resolução CoPGr 6018 de 2011

Orientadora:
Profª. Dra. **MIRIAN RUMENOS PIEDADE BACCHI**

Dissertação apresentada para obtenção do título de
Mestra em Ciências. Área de concentração: Economia
Aplicada

Piracicaba
2023

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
DIVISÃO DE BIBLIOTECA – DIBD/ESALQ/USP**

Diniz, Amanda Seixas

Modelos de previsão para o preço do açúcar cristal no mercado brasileiro / Amanda Seixas Diniz. - - versão revisada de acordo com a Resolução CoPGr 6018 de 2011. - - Piracicaba, 2023.

121 p.

Dissertação (Mestrado) - - USP / Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz".

1. Preço do açúcar 2. Modelos de previsão 3. ARIMA 4. Combinação de previsão I. Título

A Deus, Lêda, Djair, Nathan, Luanny e Arthur.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por ter sido amigo, pai, conselheiro e suporte em todos os aspectos durante essa fase. Mesmo que fosse possível mencionar nesse texto todos os adjetivos que expressam as mais nobres virtudes, eles seriam insuficientes para descrever o que Ele foi e é para mim. Todavia, deixo registrada minha gratidão a Ele por cada pessoa citada nessa seção, pois tiveram um papel importantíssimo para que eu chegasse até aqui; seja nos últimos dois anos, ou desde algum momento dos últimos vinte e cinco.

Agradeço à minha mãe por todo amor, apoio, cuidado, conselhos e orações. Mesmo à distância, ela se fez presente, e pude ver ainda melhor a grande amiga que tenho ao meu lado. Agradeço ao meu pai por todo seu amor e sua preocupação, sempre me alertando a cada mínimo detalhe que fosse arriscado. Além disso, agradeço aos dois por tudo o que fizeram para que eu estivesse aqui, e reconheço o sacrifício que essa etapa representou para cada um dos dois.

Agradeço a todos os professores do Departamento de Economia, por terem compartilhado esse bem tão precioso que é o conhecimento. Em especial, agradeço a Prof.^a Mirian Bacchi, minha orientadora, que desde o primeiro momento sempre se mostrou generosa e muito disponível para me ajudar no que eu precisasse. Agradeço imensamente por toda paciência, compreensão e atenciosidade em cada reunião que tivemos – e pelos cafézinhos também.

Agradeço à família IEAMU Piracicaba, por me acolherem tão bem durante esses últimos dois anos. Em especial, agradeço a Keiziane, Dani, Tânia, Paulinha, Paulo, Sidnei e Lincoln por terem me abraçado como, praticamente, membro da família deles. Agradeço por cada momento de alegria vivido, pelas histórias compartilhadas, pelo ombro amigo, pelo consolo em meio às dificuldades, por me exortarem quando necessário, por cada momento de comunhão em torno das mesas, por cada ajuda – desde uma carona até fazer uma mudança... enfim, há muito a agradecer a todos eles.

Agradeço a Tia Iris, Manu e Fatinha por todo suporte que deram a mim em suas mais diversas formas. Muito obrigada por cada mensagem de apoio, por cada oração, e por estarem ao lado de mãe quando a saudade ou a preocupação batiam à porta dela.

Agradeço a Ellis que, além de ser uma amizade de anos e estar a quilômetros de distância, não deixou de se fazer presente. Compartilhamos alegrias, momentos

importantes, desabafamos e demos apoio uma a outra. Nossas chamadas mensais foram muito importantes nesse período. Agradeço também a Alanna e a Claricy por sempre acreditarem em mim e torcerem mesmo de longe.

Agradeço a Milena, Bia, Helô, pela companhia e apoio ao longo das disciplinas. Aprendi muito com elas, que são tão capazes, inteligentes e muito gentis. Agradeço também a Matheus, que junto com Milena, me proporcionou momentos tão divertidos durante os intervalos dos estudos. Agradeço a Twanny, Savio e Renata - meu grupo de Séries Temporais, por tornarem a experiência da disciplina tão divertida e leve, apesar dos desafios. Por mais breve que tenha sido minha convivência com eles e com os demais colegas que conheci no PPGEA, aprendi e me diverti muito com cada um deles.

Por fim, e não menos importante, agradeço à Lu, à Cida, à Helena e a todos os demais servidores do Departamento de Economia e da ESALQ por toda ajuda que me proporcionaram durante esse período. Seja direta, ou indiretamente, o trabalho deles foi imprescindível para que eu tivesse uma ótima estrutura para estudar.

Agradeço à CAPES pelo apoio financeiro ao longo do mestrado, por meio da bolsa concedida.

SUMÁRIO

RESUMO	8
ABSTRACT	9
1 INTRODUÇÃO	11
1.1 Objetivos	13
1.2 Estrutura do trabalho	13
2 REVISÃO DA LITERATURA	15
2.1 Panorama do mercado internacional de açúcar	15
2.2 Participação do Brasil no mercado internacional de açúcar	20
2.3 Panorama do setor sucroalcooleiro brasileiro	25
3 METODOLOGIA	31
3.1 Modelos de previsão	31
3.1.1 Modelos estocásticos univariados	31
3.1.1.1 Modelos estocásticos univariados para séries estacionárias	32
3.1.1.2 Modelos estocásticos univariados para séries não-estacionárias	36
3.1.1.3 Modelos Estocásticos univariados para séries sazonais	37
3.1.2 Modelos estocásticos multivariados	38
3.1.2.1 Modelo de função de transferência	38
3.1.2.2 Modelo de intervenção	41
3.1.3 Combinação de previsões	42
3.2 Metodologia Box-Jenkins	44
3.2.1 Identificação da ordem dos modelos	45
3.2.1.1 Transformação dos dados	45
3.2.1.2 Função de autocorrelação	46
3.2.1.3 Função de autocorrelação parcial	49
3.2.1.4 Função de correlação cruzada	53
3.2.1.5 Critérios de informação	55
3.2.2 Estimação dos parâmetros	55
3.2.2.1 Modelos univariados	55
3.2.2.2 Modelos multivariados	57
3.2.3 Diagnóstico	59

3.2.3.1	Análise de estacionariedade e invertibilidade	59
3.2.3.2	Análise residual	60
3.2.3.3	Análise dos parâmetros	62
3.2.4	Previsões	63
3.2.4.1	Critérios de comparação de desempenho dos modelos	67
3.3	Testes de raiz unitária	68
3.3.1	Teste de Dickey-Fuller ampliado	68
3.3.2	Teste de Phillips-Perron	70
3.3.3	Testes de raiz unitária sazonal	72
3.3.3.1	Teste de Hylleberg, Engle, Granger e Yoo – HEGY	72
3.3.3.2	Teste de Canova-Hansen	74
3.4	Dados	76
3.5	Procedimentos para previsão	77
4	RESULTADOS	79
4.1	Tratamento da base de dados e identificação dos modelos	79
4.2	Modelos Univariados	84
4.3	Modelos de Função de Transferência - Londres	88
4.4	Modelos de Função de Transferência – Nova Iorque	93
4.5	Modelo de Intervenção	98
4.6	Combinação de Previsões	101
4.7	Resumo comparativo	103
5	CONCLUSÃO	105
	REFERÊNCIAS	109
	APÊNDICE	115

RESUMO

Modelos de previsão para o preço do açúcar cristal no mercado brasileiro

O objetivo do presente trabalho foi estimar modelos de previsão para o preço do açúcar cristal no mercado brasileiro, utilizando dados do período entre 2012 e 2021. Para isso, foram utilizados modelos ARIMA univariados, modelos de função de transferência, modelo de intervenção e combinação de previsões. Ao comparar os modelos, o modelo de função de transferência utilizando o preço do açúcar cotado em Nova Iorque como variável explicativa foi o que apresentou a melhor performance de previsão, apesar da diferença entre o seu produto negociado – açúcar bruto, e o produto brasileiro. Em seguida, está o modelo de intervenção com variáveis binárias sazonais, com performance superior, inclusive, ao modelo ARIMA multiplicativo $(0,1,1)(1,0,1)$. As previsões para doze passos a frente resultantes de cada modelo foram utilizadas como insumo para a combinação de previsão, a qual obteve uma performance de previsão ainda melhor; com desvios em relação ao observado estando em torno de 0%. Diante disso, foi possível verificar quais modelos descrevem melhor o comportamento do preço doméstico do açúcar, de modo a auxiliar os agentes que compõem o setor sucroalcooleiro no seu processo de tomada de decisão e mitigando o risco inerente às oscilações de preços. Salienta-se a necessidade de utilizar metodologias mais sofisticadas, tanto para as previsões individuais, quanto para a combinação de previsões, para que sejam obtidos resultados ainda melhores do que os que foram alcançados no trabalho.

Palavras-chave: Preço do açúcar, Modelos de previsão, ARIMA, Combinação de previsão

ABSTRACT

Forecast models for the price of crystal sugar in the Brazilian market

The objective of the present work was to estimate forecast models for the price of crystal sugar in the Brazilian market, using data from the period between 2012 and 2021. For this, univariate ARIMA models, transfer function models, intervention model and combination of predictions. When comparing the models, the transfer function model using the price of sugar quoted in New York as an explanatory variable was the one that presented the best forecast performance, despite the difference between its traded product – raw sugar, and the Brazilian product. Next is the intervention model with seasonal binary variables, with superior performance even to the multiplicative ARIMA model $(0,1,1)(1,0,1)$. The twelve-step-ahead predictions resulting from each model were used as input for the prediction combination, which achieved even better prediction performance; with deviations in relation to the observed being around 0%. Given this, it was possible to verify which models best describe the behavior of the domestic price of sugar, in order to help the agents that make up the sugar and alcohol sector in their decision-making process and mitigating the risk inherent to price fluctuations. The need to use more sophisticated methodologies is highlighted, both for individual forecasts and for the combination of forecasts, so that even better results are obtained than those achieved in the work

.Keywords: Sugar price, Forecast models, ARIMA, Forecast combination

1 INTRODUÇÃO

Desde o século XVII, o Brasil se caracteriza como um tradicional produtor de açúcar. No entanto, somente a partir da década de 80 foi que a produtividade do setor sucroalcooleiro brasileiro começou a se destacar frente aos demais países (SATOLO; BACCHI, 2009). Atualmente, sua competitividade para produzir cana-de-açúcar tem proporcionado o lugar de destaque do país tanto no mercado de açúcar, como no mercado de etanol.

No ano-safra 2021/2022, a quantidade total de açúcar produzido no mundo foi de aproximadamente 181,2 milhões de toneladas, das quais 35,3 milhões foram produzidas pelo Brasil, e estima-se uma produção de 36,7 milhões de toneladas na safra 2022/2023. Dessa forma, o país encontra-se entre os três principais produtores de açúcar, juntamente com a Índia e a União Europeia, de modo que o montante produzido pelos três países correspondeu a 48,97% da produção mundial no ano-safra em questão (USDA, 2022).

O Brasil também se destaca como maior exportador de açúcar bruto e de açúcar refinado – as duas principais formas como o produto é comercializado. De 2012 a 2019, o país foi responsável por, em média, 56% das exportações totais de açúcar bruto, e por cerca de 20% do açúcar refinado (FAO, 2022). Inclusive, projeta-se um aumento de 2 p.p. na participação do país no volume total das exportações do produto para 2023. Entre 2012 e 2018, tais exportações geraram cerca de US\$ 70 bilhões de divisas para o país, as quais, somadas às divisas geradas pelas exportações de etanol (US\$ 8 bilhões), corresponderam a 2% do saldo da balança comercial do Brasil.

Internamente, o setor sucroalcooleiro desempenha um importante papel na economia brasileira. Segundo a UNICA (2019), a produção do setor correspondeu a 2% do Produto Interno Bruto (PIB) do país, movimentando cerca de US\$ 100 bilhões de dólares em 2018, e gerando aproximadamente 2,4 milhões de empregos diretos e indiretos. Vale ressaltar que, uma das características do setor é a flexibilidade entre produzir açúcar ou etanol em uma única unidade produtora, o que amplia as possibilidades de escolha do produtor, maximizando os seus resultados.

Lieberg (2014) identificou que o *mix* de produção (porcentagem de cana-de-açúcar que é destinada à fabricação de açúcar ou etanol) tende a responder às variações dos preços internacionais de açúcar. A autora verificou que o aumento de tais preços

tende a direcionar as unidades para uma maior produção de açúcar em detrimento da produção de etanol. Ademais, os preços internacionais também exercem efeito sobre os preços domésticos do açúcar. Conforme verificado por Campos, Barros e Bacchi (2011), um aumento inesperado de 1% no preço internacional faz com que o preço doméstico do açúcar aumente 0,5% no primeiro mês, e se estabiliza em 1% a partir do segundo mês, de modo que o preço internacional se reflete por completo no preço interno.

Assim como para as demais atividades do agronegócio, essas oscilações de preços constituem um risco para os agentes do setor sucroalcooleiro. Segundo Micelli (2008), dependendo da variação de preço ocorrida, pode acontecer de o produtor não conseguir cobrir ao menos os seus custos. Além disso, como afirma Kassouf (1988), a estrutura dos mercados agrícolas e o caráter biológico de sua produção também são fatores que geram grande instabilidade nos preços.

Bacchi (1994) afirma que as previsões de preço são instrumentos que servem para mitigar esse tipo de risco enfrentado pelos produtores e comercializadores, bem como, para a elaboração de políticas voltadas ao setor agrícola. Segundo a autora, para que um modelo seja considerado razoável é necessário que este retrate os movimentos de tendência, variações cíclicas dentro do ano, variações plurianuais e variações irregulares da série.

Nesse sentido, é possível encontrar na literatura diversas metodologias para previsão de séries temporais. A metodologia Box-Jenkins é amplamente utilizada por fazer uso de modelos parcimoniosos (pequeno número de parâmetros) e apresentar previsões precisas (MORETTIN e TOLOI, 2006). Além disso, também é possível utilizar os modelos de função de transferência e modelos de intervenção para incluir variáveis explicativas e/ou binárias, de modo a incorporar os efeitos do preço internacional do açúcar e/ou da sazonalidade à estimação da previsão. Bacchi (1994), ao aplicar esse método aos preços de bovino, suínos e frango, verificou que, de maneira geral, estes geram melhores previsões do que os modelos univariados.

Outra metodologia utilizada é os modelos de combinação de previsões, os quais fazem combinações entre as previsões obtidas por meio dos modelos de previsão de séries temporais, redes neurais, entre outros. Na literatura, é possível encontrar sua aplicação para a previsão de inflação (ARARIPE, 2008), taxa de juros (ARAUJO e

CAJUEIRO, 2013), produção industrial (FERREIRA, 2018; HOLLAUER, ISSLER e NOTINI, 2008; MARTINS, 2011) e previsões voltadas ao setor de energia (TEIXEIRA, SIQUEIRA e TEIXEIRA JUNIOR 2015; TEIXEIRA JUNIOR, 2011).

Diante disso, tem-se como pretensão avançar na literatura sobre modelos de previsão aplicados ao mercado de açúcar cristal brasileiro, utilizando tais metodologias para modelar o preço doméstico do produto. A finalidade é auferir qual o modelo que apresenta a melhor performance em termos de previsão, de modo a oferecer aos agentes do setor um mecanismo que auxilie o seu processo de tomada de decisão, e que possa antecipar possíveis tendências no mercado.

1.1 Objetivos

O presente trabalho tem como objetivo estimar modelos de previsão para o preço doméstico do açúcar, considerando o período entre 2012 e 2021. Especificamente, busca-se:

- a) Apresentar um panorama do mercado de açúcar;
- b) Estimar modelos de previsão, utilizando diferentes metodologias;
- c) Identificar variáveis explicativas que auxiliem na obtenção de uma melhor acurácia dos modelos;
- d) Comparar as previsões resultantes com os preços vigentes no mercado *spot* para verificar o desempenho dos modelos.

1.2 Estrutura do trabalho

O presente trabalho está dividido em cinco seções contando com esta introdução. O capítulo 2 destina-se à revisão da literatura, onde será feito um panorama dos mercados internacional e nacional do açúcar. No capítulo 3 será descrita a metodologia utilizada para alcançar os objetivos do trabalho. O quarto capítulo apresentará os resultados obtidos. Por fim, o capítulo 5 trará as principais conclusões alcançadas.

2 REVISÃO DA LITERATURA

A presente seção tem como objetivo apresentar as principais características do mercado de açúcar, bem como, qual a participação do Brasil nesse mercado e como o setor sucroalcooleiro brasileiro se caracteriza. Segundo a OECD/FAO (2021), a comercialização do açúcar no mercado internacional se dá com o produto em sua forma bruta ou na forma refinada (branco). Diante disso, o panorama será apresentado dividindo o mercado entre esses dois tipos de produto.

2.1 Panorama do mercado internacional de açúcar

Entre 2010 e 2019, mais da metade da produção de açúcar bruto esteve concentrada em cinco países: Brasil, Índia, União Europeia, China e Tailândia. Conforme indicado na Tabela 1, os dois primeiros países da lista são responsáveis, em média, por 36% da produção total. Comumente, as oscilações de sua produção são associadas aos movimentos dos preços internacionais.

Tabela 2.1 – Principais países produtores de açúcar bruto em milhões de toneladas (2010-2019)

Ano	Brasil (A)	Índia (B)	UE (C)	China (D)	Tailândia (E)	Mundo (F)	(A+B) /(F)	(A+...+E) /(F)
2010	39,87	20,64	14,69	11,36	6,93	155,22	38,98%	60,23%
2011	37,58	26,57	17,73	12,52	9,66	169,74	37,80%	61,31%
2012	40,22	28,83	16,41	14,21	10,24	178,08	38,77%	61,71%
2013	39,49	27,74	15,37	14,85	10,02	179,21	37,52%	59,97%
2014	37,31	26,61	17,33	14,69	11,25	180,06	35,50%	59,53%
2015	35,19	30,46	14,29	11,70	11,00	174,76	37,57%	58,73%
2016	40,53	27,39	15,84	9,62	9,26	178,64	38,02%	57,46%
2017	40,44	22,20	20,03	10,21	10,78	181,84	34,45%	57,00%
2018	30,41	34,31	18,17	11,39	15,44	184,94	34,99%	59,32%
2019	30,90	34,30	17,22	11,76	14,87	181,72	35,88%	60,01%

Fonte: Elaboração própria a partir de dados da FAO (2022).

É possível notar que, de acordo com a Tabela 2.1, o Brasil perdeu participação na produção mundial. Após produção recorde em 2016, de 40,5 milhões de toneladas, em 2019 sua produção caiu para 30,9 milhões de toneladas. Segundo o CEPEA (2018), após duas safras açucareiras consecutivas, o Brasil registrou, finalmente, em 2018, uma

safras mais alcooleiras. Dentre os fatores apontados como justificativa, está a demanda interna retraída e o superávit na produção mundial. Este último pode ser visualizado por meio da produção registrada pelos demais países, a qual alcançou quase 185 milhões de toneladas em 2018.

Dentre os principais produtores de açúcar bruto, apenas o Brasil e a Tailândia se destacaram como grandes exportadores do produto. A Tabela 2.2 indica que, em 2019, das 33,8 milhões de toneladas exportadas, 16 milhões foram provenientes do Brasil, de modo que o país foi responsável por quase metade das exportações totais. Além desses dois países, a Austrália, a Guatemala e Cuba também se configuraram como os maiores exportadores.

Tabela 2.2 – Principais países exportadores de açúcar bruto em milhões de toneladas (2010-2019)

Ano	Brasil (A)	Tailândia (B)	Austrália (C)	Guatemala (D)	Cuba (E)	Mundo (F)	(A+B) /(F)	(A+...+E) /(F)
2010	20,94	2,07	2,99	1,74	0,56	33,91	67,87%	83,47%
2011	20,15	4,12	1,70	1,29	0,64	33,72	71,99%	82,74%
2012	19,15	4,74	2,32	1,52	0,83	35,07	68,10%	81,39%
2013	21,52	3,30	2,67	1,93	0,98	37,20	66,72%	81,70%
2014	19,26	3,53	2,72	2,11	1,00	35,74	63,76%	80,08%
2015	18,93	3,61	3,45	2,13	1,24	35,76	63,03%	82,11%
2016	23,66	3,07	3,97	2,09	1,04	39,62	67,47%	85,37%
2017	23,33	2,59	3,65	1,65	1,14	38,60	67,17%	83,85%
2018	18,21	4,37	3,47	0,78	0,57	33,41	67,57%	82,01%
2019	15,98	5,13	2,72	1,03	0,74	33,86	62,34%	75,59%

Fonte: Elaboração própria a partir de dados da FAO (2022).

Atualmente, os três principais destinos do açúcar bruto no mercado internacional são os países árabes, a Indonésia, e a China. De acordo com a Tabela 2.3, em 2017, a importação dos países árabes atingiu 10 milhões de toneladas, com destaque para Argélia (2,2 milhões), Marrocos (1,2 milhões) e Arábia Saudita (1,1 milhões). A Indonésia, em 2019, era o segundo país que mais importava açúcar, e o qual mais que dobrou a sua importação do produto no período entre 2010 e 2019.

Tabela 2.3 – Principais países importadores de açúcar bruto em milhões de toneladas (2010-2019)

Ano	P. Árabes (A)	China (B)	Indonésia (C)	UE (D)	EUA (E)	Mundo (F)	(A+B) /(F)	(A+...+E) /(F)
2010	5,17	1,56	1,38	2,09	2,02	30,98	21,74%	39,49%
2011	5,38	2,56	2,37	3,23	2,17	33,79	23,51%	30,60%
2012	5,35	3,43	2,70	2,87	1,96	31,98	27,45%	34,27%
2013	6,03	4,20	3,25	2,99	1,58	35,38	28,92%	34,00%
2014	7,14	3,16	2,88	2,64	1,84	35,52	29,00%	29,59%
2015	6,27	4,13	3,30	2,45	2,30	35,75	29,12%	34,10%
2016	7,59	2,62	4,60	2,55	2,40	37,89	26,96%	32,12%
2017	10,51	1,82	4,10	2,13	2,14	40,15	30,72%	25,38%
2018	8,75	2,27	4,94	1,43	2,19	35,26	31,24%	30,68%
2019	7,48	2,92	3,72	1,99	2,30	35,35	29,42%	30,93%

Fonte: Elaboração própria a partir de dados da FAO (2022).

Os dois maiores importadores que seguem são União Europeia e Estados Unidos, os quais importaram, em 2019, 1,9, 2,2, e 2,3 milhões de toneladas, respectivamente. Em conjunto, os seis países foram responsáveis por quase 31% das importações mundiais de açúcar bruto em 2019.

O mercado de açúcar refinado, por sua vez, apresentou uma configuração diferente do mercado de açúcar bruto, apesar de contar com participantes semelhantes. A Tabela 2.4 mostra que a liderança da produção desse tipo de açúcar foi da Índia, a qual produziu 28 milhões de toneladas em 2019, sendo seguida pela União Europeia (17,1 milhões), Brasil (13,7 milhões), China (12,4 milhões), Estados Unidos (8,7 milhões) e Tailândia (8,9 milhões). Entre 2010 e 2019, os países foram responsáveis por mais da metade da produção mundial de açúcar.

Tabela 2.4 – Principais países produtores de açúcar refinado em milhões de toneladas (2010-2019)

Ano	Índia (A)	UE (B)	Brasil (C)	China (D)	USA (E)	Mundo (F)	(A+B)/(F)	(A+...+E)/(F)
2010	19,42	14,94	17,42	11,23	9,36	137,13	25,06%	52,77%
2011	23,71	18,49	16,03	13,10	8,47	151,15	27,92%	52,80%
2012	25,54	17,28	19,39	15,33	8,96	157,72	27,15%	54,84%
2013	26,10	16,49	16,53	16,52	9,05	160,07	26,60%	52,91%
2014	25,95	18,44	16,61	15,04	8,66	163,08	27,22%	51,93%
2015	26,85	15,23	14,96	13,28	9,05	155,62	27,04%	51,00%
2016	28,12	16,57	15,52	10,38	9,72	161,51	27,67%	49,72%
2017	25,18	19,97	15,74	10,12	9,31	167,67	26,93%	47,90%
2018	26,92	16,98	11,23	11,50	9,67	160,87	27,29%	47,43%
2019	28,06	17,09	13,73	12,40	8,78	161,08	28,03%	49,70%

Fonte: Elaboração própria a partir de dados da FAO (2022).

Nos últimos cinco anos, em média, foram exportadas 26,4 milhões de toneladas de açúcar refinado no total. Na Tabela 2.5, tem-se que o Brasil liderava as exportações de açúcar refinado até 2018. Nesse ano, o país exportou 3,1 milhões de toneladas, o que representava uma queda de 42% em relação ao ano anterior, e chegou a atingir uma exportação de 1,9 milhões de toneladas em 2019. De acordo com o CEPEA (2019), nesse período houve um maior direcionamento de cana-de-açúcar para a produção de etanol, o que reduziu a produção de açúcar e, acompanhada de uma demanda aquecida, diminuiu o volume de exportações do produto brasileiro.

A Tailândia, a Índia e a França aparecem em seguida como líderes das exportações mundiais do produto. Os Emirados Árabes, em 2015, eram considerados como quinto maior exportador, com 1,1 milhões de toneladas. No entanto, em 2019, o país registrou apenas 316 mil toneladas destinadas à exportação.

Tabela 2.5 – Principais países exportadores de açúcar refinado em milhões de toneladas (2010-2019)

Ano	Brasil (A)	Tailândia (B)	Índia (C)	França (D)	Mundo (E)	(A+B)/(E)	(A+...+D)/(E)
2010	7,06	2,42	0,91	2,16	22,61	41,95%	55,52%
2011	5,21	2,40	1,84	2,18	21,68	35,06%	53,60%
2012	4,87	2,11	1,67	2,05	21,32	32,72%	50,17%
2013	5,63	2,70	1,34	1,69	23,56	35,35%	48,22%
2014	4,86	2,76	1,50	1,83	23,13	32,97%	47,40%
2015	5,08	3,98	2,57	2,09	25,07	36,15%	54,71%
2016	5,27	2,91	2,91	1,93	25,41	32,18%	51,21%
2017	5,37	3,00	1,86	2,44	27,27	30,69%	46,44%
2018	3,10	3,00	1,86	2,44	28,82	21,17%	36,07%
2019	1,91	3,90	3,80	2,34	25,68	22,64%	46,55%

Fonte: Elaboração própria a partir de dados da FAO (2022).

Assim como no caso do açúcar bruto, os países árabes se destacaram como principal destino das exportações de açúcar refinado, como indica a Tabela 2.6. Em 2018, as importações desses países chegaram a atingir 3,3 milhões de toneladas, com destaque nesse ano para Djibuti (515 mil), Egito (492 mil) e Líbia (373 mil). Em seguida, tem-se a Itália, os Estados Unidos, a China e a Espanha como principais importadores nesse mercado. Por fim, nota-se a queda nas importações dos Estados Unidos e da China em relação a 2015.

Tabela 2.6 – Principais países importadores de açúcar refinado em milhões de toneladas (2010-2019)

Ano	Itália (A)	EUA (B)	China (C)	Espanha (D)	P. Árabes (E)	Mundo (F)	(A+B) /(F)	(A+...+E) /(F)
2010	1,21	0,89	0,20	0,46	1,38	15,41	13,65%	26,91%
2011	1,28	1,29	0,36	0,52	2,13	15,06	17,07%	28,48%
2012	1,30	1,07	0,32	0,45	1,98	15,11	15,68%	25,29%
2013	1,21	1,34	0,34	0,54	2,46	15,62	16,36%	29,98%
2014	1,30	1,22	0,33	0,71	3,60	18,54	13,62%	31,60%
2015	1,10	0,91	0,71	0,69	2,92	18,08	11,12%	28,92%
2016	1,29	0,76	0,44	0,64	3,23	17,95	11,41%	28,24%
2017	1,26	0,66	0,47	0,69	3,26	20,42	9,40%	24,88%
2018	1,38	0,67	0,59	0,88	3,31	22,04	9,29%	24,72%
2019	1,45	0,61	0,47	0,87	2,38	19,70	10,45%	21,98%

Fonte: Elaboração própria a partir de dados da FAO (2022).

Diante disso, é perceptível a presença dos mesmos países como principais agentes em ambos os mercados. A Índia, o Brasil e a União Europeia foram os principais produtores dos dois tipos de açúcar. O Brasil, além de produtor, foi um dos maiores exportadores, juntamente com a Tailândia. Por fim, os países árabes lideraram as importações tanto de açúcar bruto, quanto de açúcar refinado.

2.2 Participação do Brasil no mercado internacional de açúcar

A participação média do Brasil nas exportações mundiais, considerando todos os tipos de açúcar em seu equivalente bruto, foi de 37,83% entre 2010 e 2019. Como é possível visualizar na Figura 1, sua maior participação foi nas exportações de açúcar bruto a qual esteve em torno de 56,26% das exportações totais. Por outro lado, sua posição no mercado de açúcar refinado foi relativamente menor, com participação média de 20,2%.

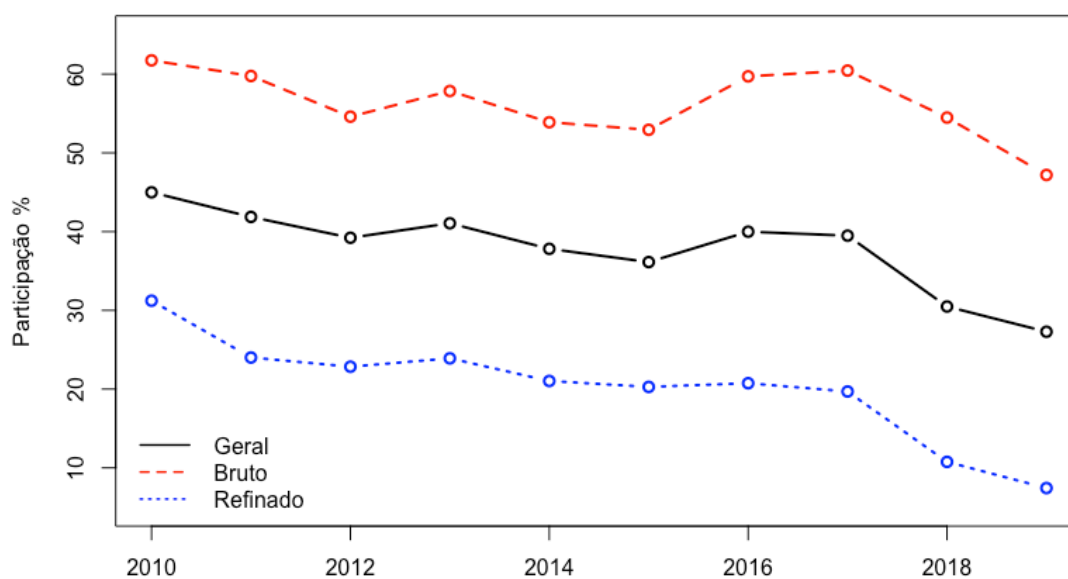


Figura 1 – Participação das exportações brasileiras nas exportações mundiais por tipo de açúcar em % (2010-2019)

Fonte: Elaboração própria a partir de dados da FAO (2022).

Na Tabela 2.7, é possível observar que a maior parte da produção brasileira de açúcar foi do tipo bruto. Entre 2010 e 2011, o Brasil produziu, em média, 37,2 milhões de toneladas de açúcar bruto, enquanto a produção média do açúcar refinado foi de 15,7 milhões de toneladas. No período, mais da metade da produção de açúcar bruto foi destinada às exportações, com exceção do ano de 2012, em que as exportações corresponderam à 47,61% da produção. Já em termos de açúcar refinado, em média, 29,5% da produção foi destinada às exportações. Com isso, verifica-se que a produção brasileira de açúcar bruto se destinou, em sua maioria, ao mercado externo, enquanto a maior parte da produção do açúcar refinado foi consumida internamente.

Tabela 2.7 – Brasil: Produção e exportação por tipo de açúcar em mil toneladas (2010-2019)

Ano	Bruto			Refinado		
	Produção (A)	Exportação (B)	(B)/(A)	Produção (A)	Exportação (B)	(B)/(A)
2010	39.872	20.939	52,51%	17.419	7.061	40,54%
2011	37.582	20.153	53,62%	16.035	5.206	32,47%
2012	40.219	19.147	47,61%	19.386	4.870	25,12%
2013	39.494	21.522	54,49%	16.534	5.632	34,06%
2014	37.313	19.261	51,62%	16.608	4.865	29,29%
2015	35.194	18.928	53,78%	14.965	5.084	33,98%
2016	40.534	23.661	58,37%	15.523	5.272	33,96%
2017	40.438	23.331	57,70%	15.738	5.370	34,12%
2018	30.408	18.205	59,87%	11.227	3.101	27,62%
2019	30.900	15.980	51,72%	13.727	1.909	13,91%

Fonte: Elaboração própria a partir de dados da FAO (2022).

Quanto aos consumidores externos, na Tabela 2.8 encontram-se os principais importadores do açúcar bruto brasileiro, dentre os quais se destacaram os países árabes. Com os dados da tabela 3, constata-se que a origem de quase todo o açúcar bruto importado por esses países foi o Brasil, atingindo a totalidade em 2019 – 7,48 milhões de toneladas. O mesmo ocorreu com Bangladesh, o qual importou 2,1 milhões de toneladas de açúcar bruto em 2019, das quais 1,7 milhões foram provenientes do Brasil. Em seguida, Nigéria, China, Índia e Rússia foram os principais destinos do açúcar bruto brasileiro no mercado internacional.

Tabela 2.8 – Brasil: Principais destinos das exportações de açúcar bruto em milhões de toneladas (2010-2019)

País	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Países Árabes	4,62	5,28	5,70	5,57	6,06	5,85	7,38	9,44	8,36	7,48
Bangladesh	0,90	1,04	1,01	1,65	1,69	2,46	1,93	2,83	1,84	1,74
Nigéria	0,58	0,75	0,81	1,05	1,23	1,00	1,36	1,19	1,28	1,53
China	1,24	2,04	2,11	3,46	2,27	2,48	2,39	0,33	0,79	1,40
Índia	2,09	0,23	0,97	1,01	1,67	1,52	2,44	2,42	1,84	0,84
Rússia	3,46	3,26	1,43	1,37	1,43	0,99	0,82	0,49	0,23	0,31

Fonte: Elaboração própria a partir de dados da FAO (2022).

Vale ressaltar que a posição desses países tem se alterado no ranking das exportações brasileiras de açúcar bruto. Silva (2005) verificou que, no período entre 1995 e 2003, a Rússia era o principal destino do açúcar bruto brasileiro, importando 4,4 milhões de toneladas do produto em 2003, o que representava mais de 50% do total exportado. Entre 2015 e 2019, tal país esteve entre os menores importadores do açúcar brasileiro, enquanto os países árabes e africanos lideraram o *ranking*.

Os países árabes também ocuparam posição de destaque no histórico de exportações brasileiras de açúcar refinado, e os países que seguem foram todos africanos, conforme aponta a Tabela 2.9. Tais resultados são semelhantes aos verificados por Silva (2005), de modo que, os principais parceiros comerciais do Brasil no mercado de açúcar refinado não se alteraram. Ademais, os países árabes registraram queda nas importações do açúcar refinado brasileiro, saindo de 2,3 milhões de toneladas exportadas, em 2015, para 250 mil toneladas em 2019, o que corresponde a uma queda de 89,2%.

Tabela 2.9 – Brasil: Principais destinos das exportações de açúcar refinado em milhões de toneladas (2010-2019)

País	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Países Árabes	2,67	2,04	2,11	2,65	2,37	2,31	2,46	2,25	0,97	0,25
Angola	0,23	0,20	0,20	0,35	0,41	0,23	0,26	0,42	0,28	0,36
Benin	0,08	0,10	0,06	0,13	0,11	0,19	0,12	0,28	0,37	0,21
Togo	0,12	0,20	0,11	0,14	0,08	0,16	0,12	0,21	0,21	0,12
Guiné	0,09	0,07	0,08	0,07	0,12	0,10	0,05	0,10	0,08	0,10
Nigéria	0,40	0,32	0,30	0,33	0,38	0,34	0,26	0,18	0,03	0,01

Fonte: Elaboração própria a partir de dados da FAO (2022).

De maneira geral, é possível verificar, por meio da tabela 7, que tanto a produção, quanto a exportação brasileira de ambos os tipos de açúcar registrou queda no período entre 2010 e 2019. Conseqüentemente, a participação do país no mercado internacional em termos de exportação também se reduziu, como mostra a Figura 1. Uma possível justificativa é a mudança no *mix* de produção verificada nas unidades produtoras nesse mesmo período, a qual pode ser observada na Figura 2.

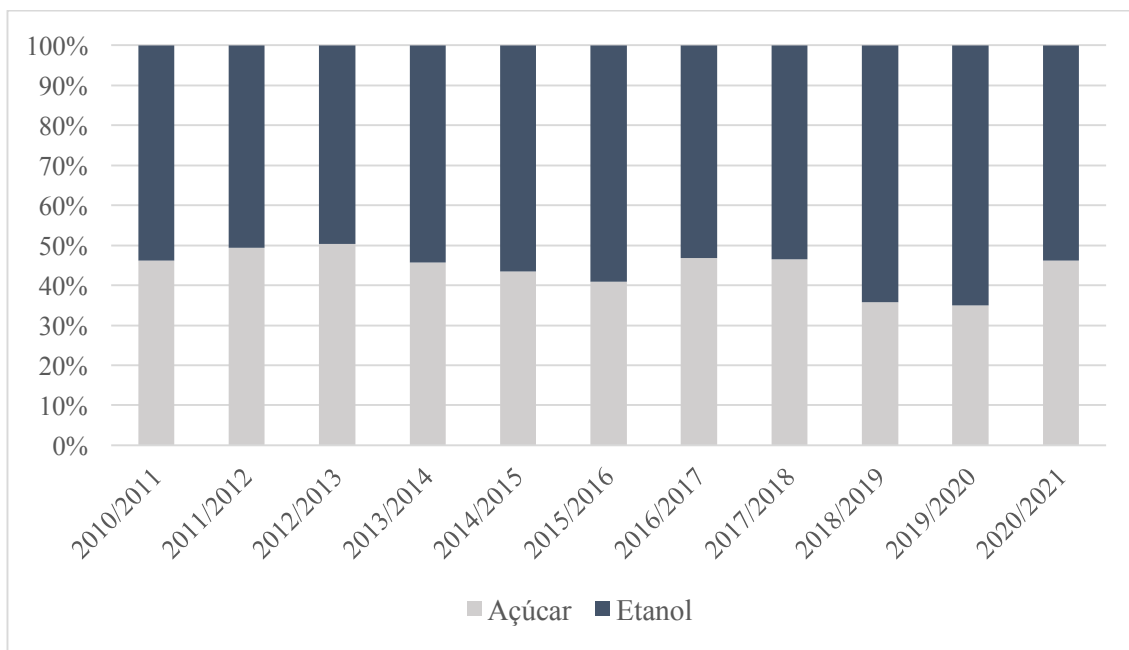


Figura 2 – Brasil: Mix de produção das unidades produtoras (2010/2011-2020/2021)

Fonte: Elaboração própria a partir de dados da UNICA (2022).

A Figura 2 mostra que nas safras 2018/2019 e 2019/2020 o produtor optou por destinar maior parte da cana para a produção de etanol em detrimento da produção de açúcar. Nessas duas safras, 35% da cana foi direcionada para a fabricação de açúcar. Como Lieberg (2014) constatou, as variações no mix de produção tendem a estar relacionadas às variações nos preços internacionais, o que é esperado, dado o importante papel do Brasil nas exportações mundiais do produto. Na Figura 3, observa-se que nesse período os preços domésticos e internacionais do açúcar encontravam-se em um baixo patamar quando comparado aos preços vigentes entre 2016 e 2018, bem como, entre 2010 e 2012.

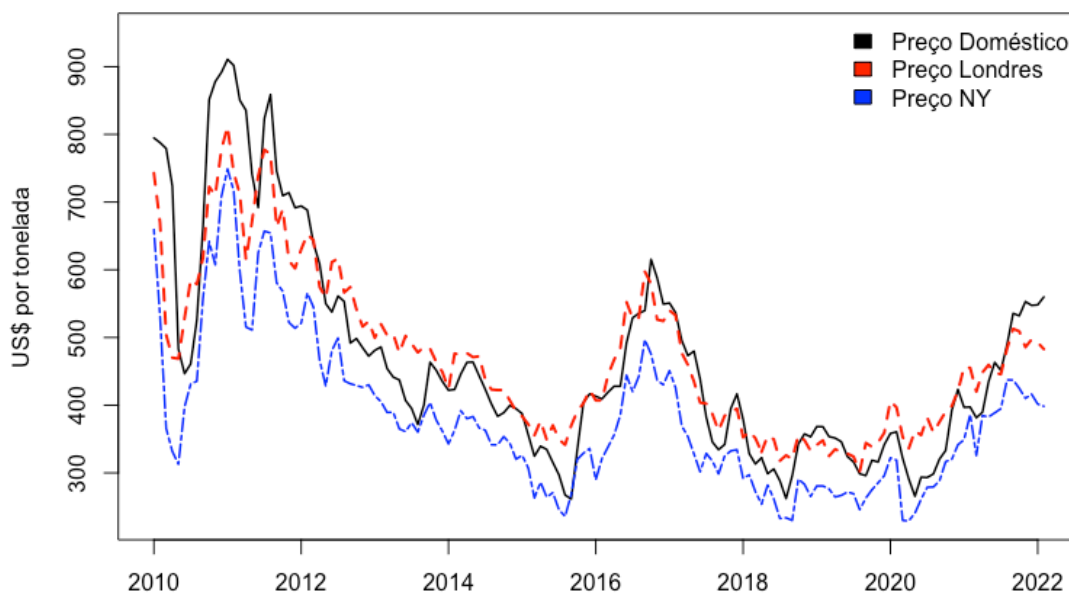


Figura 3 – Preços mensais doméstico e estrangeiros do açúcar em US\$/t (jan/2010 a fev/2022)

Fonte: Elaboração própria a partir de dados do CEPEA (2022) e Investing (2022).

Nota-se que, mediante um preço de açúcar mais baixo, os produtores tendem a destinar maior parte da cana para a produção de etanol. Inclusive, como mostra a tabela 1, esse movimento de redução da produção de açúcar foi verificado nos demais países produtores. Enfim, no período seguinte, entre 2020 e início de 2022, com o aumento dos preços do açúcar, a porcentagem de cana destinada ao açúcar aumenta para 46%.

2.3 Panorama do setor sucroalcooleiro brasileiro

O setor sucroalcooleiro brasileiro foi responsável por cerca de 2% do PIB do país, em 2018, o que equivale a um montante de aproximadamente US\$ 40 bilhões (UNICA, 2019). O setor contou com 370 unidades produtoras, movimentou cerca de US\$ 100 bilhões, e gerou em torno de 2,4 milhões de empregos diretos e indiretos ao considerar toda sua cadeia produtiva. Conforme levantado pela UNICA (2019), foram gerados US\$ 70 bilhões de divisas para o país por meio das exportações de açúcar, e US\$ 8 bilhões por meio das exportações de etanol, no período entre 2012 e 2018, o que correspondeu a 2% do saldo da balança comercial brasileira.

A Tabela 2.10 apresenta a quantidade de cana moída, e o total de açúcar e etanol produzidos por safra. Pode ser verificado que a quantidade de cana que foi moída na safra 2020/2021 (657 milhões de toneladas) foi 3,7% maior do que a quantidade moída na safra 2014/2015 (634 milhões de toneladas). Entre as safras 2014/2015 e 2019/2020, percebe-se uma redução da produção de açúcar, em detrimento da produção de etanol, conforme verificado por meio do *mix* de produção na figura 2. Na safra 2019/2020, foram produzidos 35 milhões de litros do biocombustível e 29,6 milhões de toneladas de açúcar, um dos menores patamares registrados para esse último produto nas sete safras em questão. Porém, na safra seguinte, a produção de açúcar atingiu 41,5 milhões de toneladas – crescimento de 40,2% em relação à safra anterior.

Ainda em relação à Tabela 2.10, é possível perceber que os valores referentes à produção brasileira de açúcar divulgados pela UNICA (2022) se diferenciam dos que foram apresentados anteriormente, os quais tem como fonte a FAO (2022). A diferença se dá por conta do período considerado por cada uma: os dados da UNICA dizem respeito ao ano-safra – abril a fevereiro, enquanto os dados da FAO correspondem aos dados referentes ao ano (padrão). Ademais, a UNICA dispunha de dados sobre as safras mais recentes no Brasil, o que também se diferencia dos dados anteriores.

Tabela 2.10 – Brasil: Produção de cana-de-açúcar, açúcar e etanol (2010/2011-2020/2021)

Safras	Cana	Açúcar	Etanol
2010/2011	620.409	38.006	27.376
2011/2012	559.215	35.925	22.682
2012/2013	588.478	38.246	23.226
2013/2014	651.294	37.594	27.476
2014/2015	633.927	35.571	28.480
2015/2016	666.824	33.837	30.232
2016/2017	651.841	38.734	27.254
2017/2018	641.276	38.608	27.869
2018/2019	621.183	29.053	33.114
2019/2020	642.686	29.606	35.597
2020/2021	657.433	41.503	32.503

Unidade de medida: (a) cana (moagem): mil toneladas; (b) açúcar: mil toneladas; (c) etanol (total): mil m³.

Fonte: Elaboração própria a partir de dados da UNICA (2022).

De acordo com a Tabela 2.11, entre 2018 e 2020, a área colhida de cana-de-açúcar foi de 10 milhões de hectares em média, sendo menor apenas que a área colhida

de milho e soja, as quais corresponderam a 18 milhões e 37 milhões de hectares, respectivamente.

Tabela 2.11 – Brasil: Área colhida em hectares (2018-2020)

Produto	2018	2019	2020
Cana-de-açúcar	10.024.104	10.092.430	10.014.198
Milho	16.126.368	17.515.920	18.253.766
Soja	34.777.936	35.895.207	37.188.168
Trigo	2.080.204	2.103.578	2.434.703
Café	1.863.966	1.825.283	1.898.239

Fonte: Elaboração própria a partir de dados do IBGE (2022).

A Tabela 2.12 aponta que a maior parte da área plantada e, conseqüentemente, da quantidade produzida de cana-de-açúcar esteve situada na região Centro-Sul. Dos 10 milhões de hectares de área plantada, 9 milhões estavam na região Centro-Sul. Das 757 milhões de toneladas de cana-de-açúcar produzidas, a região Centro-Sul foi responsável por 701 milhões. Enquanto a região Norte-Nordeste apresentou um rendimento médio de 133 toneladas de cana por hectare, o mesmo indicador para a região Centro-Sul foi de 224 toneladas por hectare.

Tabela 2.12 – Brasil: Área plantada, quantidade produzida e rendimento médio da cana-de-açúcar por região (2020)

	Área Plantada (ha)	Quantidade produzida (t)	Rendimento médio (kg/ha)
Brasil	10.026.114	757.116.855	75.604
Norte-Nordeste	948.435	56.064.589	133.005
Centro-Sul	9.077.679	701.052.266	224.998

Fonte: Elaboração própria a partir de dados do IBGE (2022).

A Tabela 2.13 mostra que a região Centro-Sul foi responsável por mais de 90% da produção de açúcar nas últimas seis safras. A Figura 4 mostra com mais detalhe como a produção de açúcar no Brasil está dividida pelo seu território. Dos nove maiores estados produtores de açúcar do país, seis estão localizados na região Centro-Sul, corroborando o que mostra a Tabela 2.13. Dos estados que compõem a região Norte-Nordeste, os únicos que apresentaram uma produção maior do que 1 milhão de

toneladas de açúcar em pelo menos uma das últimas safras foram Alagoas e Pernambuco.

Tabela 2.13 – Brasil: Participação das regiões na produção de açúcar (2010/2011-2020/2021)

Safra	Centro-Sul	Norte-Nordeste
2010/2011	88,15%	11,85%
2011/2012	87,14%	12,86%
2012/2013	89,15%	10,85%
2013/2014	91,22%	8,78%
2014/2015	89,99%	10,01%
2015/2016	92,27%	7,73%
2016/2017	91,98%	8,02%
2017/2018	93,40%	6,60%
2018/2019	91,25%	8,75%
2019/2020	90,39%	9,61%
2020/2021	92,68%	7,32%

Fonte: Elaboração própria a partir de dados da UNICA (2022).

O grande destaque do país é o estado de São Paulo, o qual foi responsável por uma parcela significativa da produção nacional. Na safra 2020/2021, foram produzidas 26,3 milhões de toneladas de açúcar no estado. Da região Norte-Nordeste, o estado de Alagoas produziu 1,4 milhões de toneladas, seguido por Pernambuco que apresentou uma produção de 872 mil toneladas.

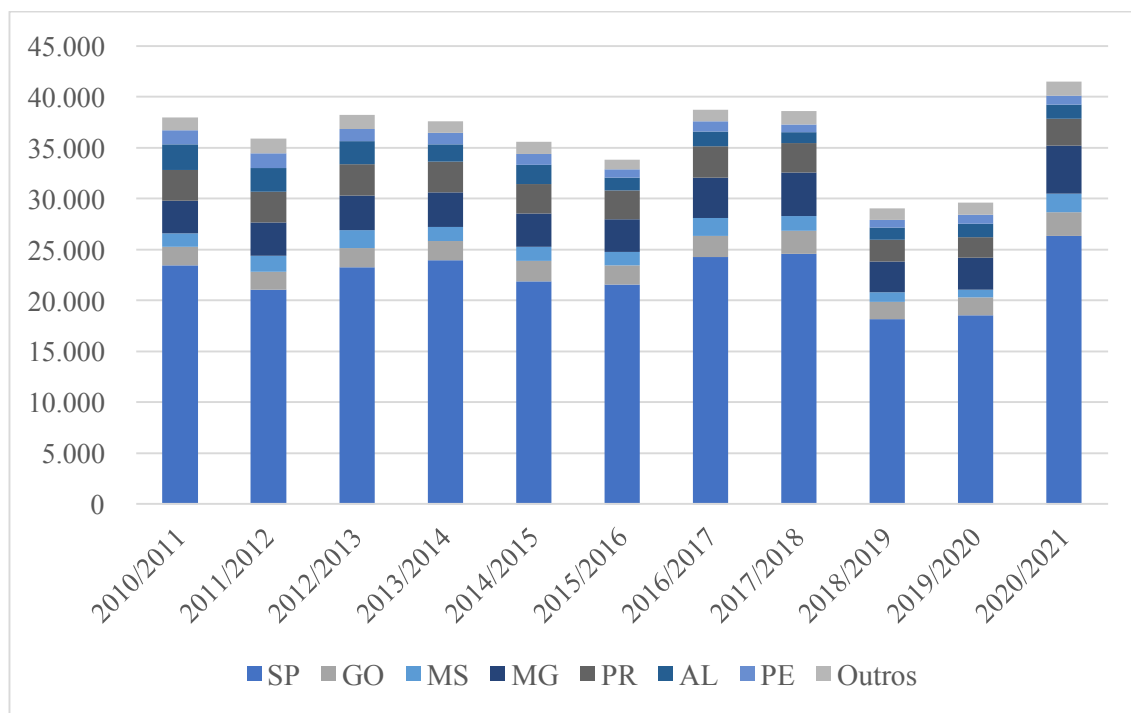


Figura 4 – Brasil: Participação dos estados na produção de açúcar em mil toneladas (2010/2011-2020/2021)

Fonte: Elaboração própria a partir de dados da UNICA (2022).

Silva (2005), citando Stalder (1997), afirma que os estados da região Centro-Sul apresentam um custo de produção relativamente menor quando comparado aos custos enfrentados pela região Norte-Nordeste, sendo este o principal fator que diferencia as regiões. Além disso, a região Centro-Sul conta com um maior nível de tecnologia e de eficiência no cultivo de cana, em adição aos fatores históricos da evolução do setor.

Quanto ao consumo interno, Nascimento (2013) afirma que mais da metade do açúcar é consumido pelo setor industrial. Segundo Souza, Oliveira e Burnquist (2013), o consumo interno *per capita* de açúcar refinado por parte das famílias apresentou uma redução de 49% entre 2002 e 2009, e o de açúcar bruto, redução de 35%. No entanto, nesse mesmo período, houve um aumento no consumo de doces, balas, gomas, refrigerantes, iogurtes, molhos e outros itens que demandam açúcar em seu processo produtivo. Além disso, os autores verificaram que tanto açúcar, como os produtos industrializados são inelásticos em relação à renda. Porém, a elasticidade-renda dos produtos industrializados são superiores à do açúcar, revelando a preferência dos consumidores por esses itens, mediante um aumento da renda.

3 METODOLOGIA

A presente seção tem como objetivo apresentar a metodologia utilizada para obter as previsões para o preço do açúcar. Inicialmente, tem-se uma descrição de cada um dos modelos de previsão, a qual é seguida pela descrição das ferramentas estatísticas que são úteis para cada etapa da metodologia Box-Jenkins. Por fim, é efetuado um detalhamento acerca dos dados utilizados, bem como, dos procedimentos realizados na estimação das previsões.

3.1 Modelos de previsão

Para a previsão do preço do açúcar doméstico, são estimados, inicialmente, modelos univariados e modelos multivariados seguindo a metodologia Box-Jenkins. Para cada tipo de modelo, será selecionada a especificação com melhor desempenho de previsão. As previsões resultantes das especificações escolhidas servirão como *input* para os modelos de combinação de previsão estimados em seguida. Por fim, é efetuada uma comparação da acurácia entre todos os modelos ajustados. A presente subseção detalha cada um dos modelos utilizados.

3.1.1 Modelos estocásticos univariados

Segundo Box e Jenkins (1970), um modelo é denominado como estocástico quando o fenômeno analisado não permite derivar um modelo que calcule o seu valor exato no futuro, dados os inúmeros fatores desconhecidos que afetam seu comportamento. Ao invés de um valor exato, como afirmam os autores, tais tipos de modelo calculam a probabilidade de um valor futuro da série estar entre dois limites específicos.

Os modelos estocásticos univariados levam em consideração apenas o comportamento da própria variável, de modo que as previsões sejam geradas com base somente nas suas informações passadas. Como afirma Vandaele (1983), esse tipo de formulação deixa implícito de que é assumida a hipótese de que fatores que afetam a variável não mudaram, ou, caso tenham se alterado, não a afetaram o suficiente para serem inclusos individualizados na especificação do modelo.

De acordo com Box e Jenkins (1970), uma série temporal, z_t , é resultado da transformação de uma série de choques aleatórios, a_t , por meio de filtros lineares, que

são: filtro autorregressivo, filtro de médias móveis, filtro de integração. De acordo com a Figura 5, tem-se que, ao passar por cada filtro, são captadas informações quanto à descrição do comportamento de z_t , de modo que ao final restem apenas ruídos aleatórios imprevisíveis, também denominados como ruído branco. Vale ressaltar que, conforme Vandaele (1983), um processo ruído branco apresenta as seguintes características:

$$E(a_t) = 0 \quad (1)$$

$$E(a_t a_s) = \begin{cases} \sigma_a^2, & t = s \\ 0, & t \neq s \end{cases} \quad (2)$$

$$E(a_t, z_{t-1}) = 0 \quad (3)$$

Ou seja, tal processo apresenta média zero, variância constante (σ_a^2), não apresenta autocorrelação com as demais realizações, ou seja, é independente das realizações passadas de z_t .

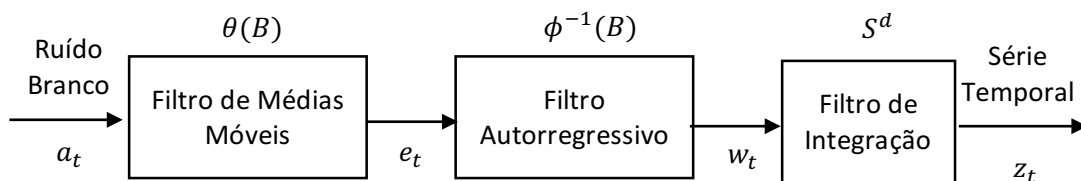


Figura 5 – Diagrama: modelos autorregressivos integrados de médias móveis.

Adaptado de Box e Jenkins (1970).

Os modelos estocásticos univariados podem ser divididos em três classes de acordo com o tipo de série a ser modelada: modelos para séries estacionárias, modelos para séries não-estacionárias e modelos para séries sazonais.

3.1.1.1 Modelos estocásticos univariados para séries estacionárias

Uma série é considerada estacionária, segundo Vandaele (1983), quando ela atende às seguintes premissas:

$$E(z_t) = \mu \quad (4)$$

$$E[(z_t - \mu)^2] = \sigma^2 \quad (5)$$

$$E[(z_t - \mu)(z_s - \mu)]/\sigma^2 = \rho_{t-s} \quad (6)$$

Isto é, se sua média (μ) e sua variância (σ^2) são finitas e constantes ao longo do tempo, e a autocorrelação entre as observações da série em diferentes períodos depende apenas da distância entre eles, e não do período em si. Para o atendimento de tais propriedades é necessário que haja um nível de incerteza constante em torno do valor médio previsto, para que o sentido das oscilações em torno dessa média seja previsível.

Sendo a série estacionária, pode-se trabalhar com os desvios da série em relação à sua média, ou em relação a algum ponto de origem, como sugere Box e Jenkins (1970). Logo, a partir desse ponto, \tilde{z}_t será definida, portanto, como os desvios de z_t em relação à sua média μ .

Uma série estacionária pode ser descrita por um modelo autorregressivo de ordem p , AR(p), descrito da seguinte forma:

$$\tilde{z}_t = \phi_1 \tilde{z}_{t-1} + \phi_2 \tilde{z}_{t-2} + \dots + \phi_p \tilde{z}_{t-p} + a_t \quad (7)$$

Em que ϕ_i , $i = 1, 2, \dots, p$, são os parâmetros autorregressivos. De acordo com Box e Jenkins (1970), tal modelo consiste em uma agregação linear dos valores passados de z_t até a defasagem p , mais um choque aleatório a_t . Ao definir o operador autorregressivo como:

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p \quad (8)$$

em que B é o operador de defasagem, a eq. (7) pode ser reescrita como:

$$\phi(B)\tilde{z}_t = a_t \quad (9)$$

que implica em:

$$\tilde{z}_t = \frac{1}{\phi(B)} a_t = \phi^{-1}(B) a_t. \quad (10)$$

Com isso, um processo AR(p) pode ser entendido como resultado de um filtro linear com função de transferência $\phi^{-1}(B)$, sendo a série a_t o *input*.

Para que o processo seja considerado estacionário, é necessário estabelecer restrições quanto aos seus parâmetros. Segundo Vandaele (1983), tal condição assegura que os efeitos dos valores passados da variável ou de choques inesperados tenham impacto cada vez menor sobre o comportamento da série ao longo do tempo. De acordo com o autor, é inviável assumir que eventos passados afetem a variável com mais ou a mesma intensidade do que eventos recentes. Diante disso, conforme Morettin e Tolo (2006), considerando G_i^{-1} , $i = 1, \dots, p$, como as raízes da equação característica $\phi(B) = 0$, tem-se que:

$$\phi(B) = (1 - G_1 B)(1 - G_2 B) \dots (1 - G_p B) \quad (11)$$

e, expandindo em frações parciais:

$$\tilde{z}_t = \phi^{-1}(B) a_t = \sum_{i=1}^p \frac{A_i}{(1 - G_i B)} a_t. \quad (12)$$

Para que o processo seja estacionário, $\phi^{-1}(B)$ deve convergir para $|B| \leq 1$. Se isto é verificado, então, deve-se ter $|G_i| < 1$, $i = 1, \dots, p$, na eq. (12). Segundo Box e Jenkins (1970), isto é equivalente a afirmar que as raízes de $\phi(B) = 0$ devem estar fora do círculo unitário. Como a série de $\phi(B)$ é finita, não é necessário estabelecer nenhuma condição para que o processo seja invertível.

Outra especificação comumente utilizada para descrever séries temporais são os modelos de médias móveis de ordem q , MA(q), em que a variável dependente é expressa em termos da combinação linear dos termos de erro presente e passados – até a defasagem q (VANDAELE, 1983). Tais modelos são expressos como:

$$\tilde{z}_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad (13)$$

onde, θ_i , $i = 1, \dots, q$ são os parâmetros de médias móveis. Segundo Box e Jenkins (1970), apesar do nome “médias móveis”, tais pesos não precisam ser positivos nem apresentarem unidade em sua soma total. A partir de tais parâmetros, pode-se definir o operador de médias móveis como:

$$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q \quad (14)$$

de modo que o modelo MA(q) pode ser reescrito na seguinte forma reduzida:

$$\tilde{z}_t = \theta(B)a_t. \quad (15)$$

Um processo MA(q) deve atender à condição de invertibilidade, a qual segue lógica semelhante à condição de estacionariedade, mas ambas são independentes (BOX e JENKINS, 1970; MORETTIN e TOLOI, 2006). Tal condição pode ser derivada reescrevendo a eq. (15) como:

$$a_t = \theta^{-1}(B)\tilde{z}_t \quad (16)$$

Considerando que $\theta(B) = \prod_{j=1}^q (1 - H_j B)$, sendo H_j , $j = 1, \dots, q$, as raízes da equação característica $\theta(B) = 0$, então:

$$\theta^{-1}(B) = \sum_{j=1}^q \frac{M_j}{(1 - H_j B)} \quad (17)$$

será uma série convergente caso $|H_j| < 1$, quando $j = 1, \dots, q$. Portanto, tem-se que a condição de invertibilidade de um processo MA(q) é atendida quando as raízes de sua equação característica se situam fora do círculo unitário. Como a série de $\theta(B)$ é finita, então não há restrições para que a condição de estacionariedade seja atendida.

Na busca por um modelo parcimonioso para descrever o comportamento de uma série, Box e Jenkins (1970) afirmam que pode ser necessária a junção de termos

autorregressivos e de médias móveis em um único modelo. Tal representação é denotada como um modelo ARMA(p,q), especificado da seguinte forma:

$$\tilde{z}_t = \phi_1 \tilde{z}_{t-1} + \dots + \phi_p \tilde{z}_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad (18)$$

ou:

$$\tilde{z}_t = \phi^{-1}(B)\theta(B)a_t \quad (19)$$

de modo que o filtro linear que resulta em \tilde{z}_t apresenta função de transferência definida pela razão entre dois polinômios, $\theta(B)$ e $\phi(B)$, tendo a série a_t como *input*.

Resumindo: a condição de estacionariedade será atendida caso as raízes da equação característica $\phi(B) = 0$ estejam fora do círculo unitário. Semelhantemente, o processo será considerado invertível se $\theta(B) = 0$ tiver todas suas raízes fora do círculo unitário.

3.1.1.2 Modelos estocásticos univariados para séries não-estacionárias

Muitas séries não exibem um comportamento estacionário, nem variam em torno de uma média constante (BOX e JENKINS, 1970). Logo, tais séries não podem ser descritas por meio dos modelos anteriores, sendo necessária a sua transformação para induzir estacionariedade. Um processo de passeio aleatório, ou *random walk*, é útil para justificar a necessidade de transformação, servindo como ponto de partida para a especificação dos modelos para séries não-estacionárias (VANDAELE, 1983). Esse tipo de processo é definido da seguinte forma:

$$z_t = z_{t-1} + a_t \quad (20)$$

o que corresponde a um caso especial de um modelo AR(1), em que $\phi_1 = 1$. De acordo com a condição de estacionariedade, $|\phi_1| < 1$, o que não é atendido no caso de um passeio aleatório. Inclusive, ao substituir consecutivamente z_{t-1}, z_{t-2}, \dots , em z_t , tem-se que:

$$z_t = a_t + a_{t-1} + a_{t-2} + \dots \quad (21)$$

Isto significa que um passeio aleatório é um processo estocástico em que os choques aleatórios vão se acumulando ao longo do tempo, e seus efeitos nunca se dissipam.

No entanto, defasando e rearranjando os termos da eq. (21), chega-se a:

$$z_t - z_{t-1} = a_t. \quad (22)$$

A eq. (22) demonstra que, ao tomar a primeira diferença da série, o processo de passeio aleatório torna-se em um processo ruído branco. Portanto, conclui-se que a diferenciação da série é um procedimento que frequentemente torna a série estacionária em relação ao nível (VANDAELE, 1983).

O modelo utilizado para séries não-estacionárias é o modelo autorregressivo integrado de médias móveis, ARIMA, o qual, em sua forma geral, é especificado como:

$$\phi(B)w_t = \theta(B)a_t \quad (23)$$

em que:

$$w_t = (1 - B)^d z_t = \nabla^d z_t \quad (24)$$

e d é a ordem de diferenciação da série. O mais comum é que d seja igual a zero, a um ou, no máximo, igual a dois. Com isso, tem-se que um processo ARIMA apresenta ordem p , d e q . Vale ressaltar que, na eq. (24), assume-se que o operador autorregressivo, $\phi(B)$, é estacionário, bem como que $\theta(B)$, o operador de médias móveis, é invertível. Além disso, assume-se também que $\varphi(B) = \nabla^d \phi(B)$ é um operador não-estacionário que apresenta d raízes de $\varphi(B) = 0$ iguais a 1.

3.1.1.3 Modelos estocásticos univariados para séries sazonais

Algumas séries temporais podem apresentar padrões sazonais em sua trajetória, isto é, elas podem exibir um comportamento periódico que se repete após s intervalos de tempo. Box e Jenkins (1970) afirmam que o operador $B^s z_t = z_{t-s}$ tem um importante papel na análise de séries sazonais, de modo que a operação simplificada

$\nabla_s z_t = (1 - B^s)z_t = z_t - z_{t-s}$ pode ser útil no processo, dado que pode ocorrer a não-estacionariedade das séries $z_t, z_{t-s}, z_{t-2s}, \dots$.

Para o caso de séries sazonais, são propostos os chamados modelos multiplicativos, os quais possibilitam efetuar previsões com base na modelagem conjunta do componente não-sazonal e do componente sazonal. Segundo Box e Jenkins (1970) a especificação geral desses modelos é dada por:

$$\phi_p(B)\Phi_P(B^s)\nabla^d\nabla_s^D z_t = \theta_q(B)\Theta_Q(B^s)a_t \quad (25)$$

onde $\Phi(B^s)$ e $\Theta(B^s)$ são os polinômios em B^s de graus P e Q, respectivamente, e que atendem às condições de estacionariedade e invertibilidade. D é a ordem da diferença sazonal a ser aplicada na série. Nesse caso, diz-se que os modelos multiplicativos são de ordem $(p, d, q) \times (P, D, Q)$.

3.1.2 Modelos estocásticos multivariados

Nos modelos descritos até então considera-se apenas a dinâmica passada da própria série como variável explicativa do seu comportamento futuro. No entanto, como afirma Vandaele (1983), pode ocorrer de outras variáveis influenciarem a dinâmica da série, o que torna necessário incluir nos modelos de previsão as características da dinâmica desse sistema. O modelo de função de transferência atende a esse objetivo, tendo em vista que sua estrutura permite a inclusão de variáveis explicativas para prever o comportamento da série. Isso é tão mais relevante quanto mais se tem interesse de isolar e quantificar o efeito da variável explicativa sobre a que se quer prever, de forma a analisar, de fato, a sua influência.

3.1.2.1 Modelo de função de transferência

Seja o seguinte modelo econométrico de defasagens distribuídas que representa o nível corrente de Y_t em função dos valores passados de X_t :

$$Y_t = v(B)X_{t-b} + e_t \quad (26)$$

onde, $v(B) = v_0 + v_1B + v_2B^2 + \dots$; b é o número de períodos necessários para que uma mudança em X_t passe a afetar Y_t (denominado como “*dead time*”); e e_t é um erro aleatório com média zero, estrutura de covariância fixa (podendo ser ou não autocorrelacionado), e independente dos valores presente e passados de X_t (VANDAELE, 1983).

Segundo Vandaele (1983), o gráfico dos pesos $v_0 + v_1 + v_2 + \dots$ é o que se chama de função de impulso-resposta. Tais pesos representam o impacto em Y_t decorrente de uma variação unitária em X_t . Conforme apresentado pelo autor, para que o modelo expresso na eq. (26) seja considerado estável, é necessário que:

$$\sum_{k=0}^{\infty} v_k = g \quad (27)$$

ou seja, uma mudança finita em X_t que persista indefinidamente deve causar apenas uma mudança finita em Y_t . Nesse caso, g representa a variação acumulada ao longo do tempo em Y_t como consequência da variação unitária de X_t , e é chamado de ganho de estado estacionário do sistema.

O operador $v(B)$ pode ser aproximado por uma taxa entre dois polinômios finitos em B :

$$v(B) = \frac{\omega(B)}{\delta(B)} \quad (28)$$

em que:

$$\omega(B) = \omega_0 - \omega_1B - \omega_2B^2 - \dots - \omega_lB^l \quad (29)$$

$$\delta(B) = \delta_0 - \delta_1B - \delta_2B^2 - \dots - \delta_rB^r. \quad (30)$$

sendo $\omega(B)$ um polinômio de ordem l , e $\delta(B)$, de ordem r . Conforme Vandaele (1983), o coeficiente δ_0 pode ser normalizado para um, sem perda de generalidade. Segundo o autor, é necessário impor a restrição de estacionariedade aos polinômios $\omega(B)$ e $\delta(B)$,

de modo que suas raízes estejam fora do círculo unitário. Posto isso, substituindo a eq. (28) na eq. (26), chega-se a:

$$Y_t = \frac{\omega(B)}{\delta(B)} X_{t-b} + e_t \quad (31)$$

ou

$$Y_t = \delta_1 Y_{t-1} + \dots + \delta_r Y_{t-r} - \omega_0 X_{t-b} - \omega_1 X_{t-b-1} - \dots - \omega_l X_{t-b-l} + \epsilon_t \quad (32)$$

onde $\epsilon_t = \delta(B)e_t$.

Assumindo que o termo de erro e_t é independente de X_t , ele pode ser representado como um processo ARIMA tal que:

$$\nabla^d e_t = \frac{\theta(B)}{\phi(B)} a_t \quad (33)$$

em que $\theta(B)$ e $\phi(B)$ são os operadores de médias móveis e autoregressivo, respectivamente, os quais atendem às devidas restrições de invertibilidade e estacionariedade; a_t é um ruído branco, e ∇^d é um operador de diferença que induz à estacionariedade de e_t . Substituindo a eq. (33) na eq. (31), tem-se que:

$$y_t = \frac{\omega(B)}{\delta(B)} x_{t-b} + \frac{\theta(B)}{\phi(B)} a_t \quad (34)$$

onde, $y_t = \nabla^d Y_t$, $x_{t-b} = \nabla^d X_{t-b}$, fato decorrente de que, se é necessária a diferenciação de e_t para induzir sua estacionariedade, o mesmo vale para X_{t-b} e Y_t . Salienta-se que, segundo Vandaele (1983), apesar de ser razoável construir modelos de função de transferência com variáveis estacionárias, não é necessário que a ordem de diferenciação seja a mesma entre elas.

A especificação na eq. (34) é denominada modelo de função de transferência de ordem (r, l, b) . Sua especificação geral é:

$$y_t = \sum_{i=1}^m \frac{\omega_i(B)}{\delta_i(B)} x_{i,t-b_i} + \frac{\theta(B)}{\phi(B)} a_t \quad (35)$$

a qual incorpora m variáveis explicativas no modelo. Novamente, conforme Vandaele (1983), assume-se que todas as raízes de $\omega_i(B)$, $\delta_i(B)$, $\theta(B)$ e $\phi(B)$ situam-se fora do círculo unitário.

3.1.2.2 Modelo de intervenção

Os modelos de intervenção são instrumentos de análise de séries temporais que permitem combinar os modelos univariados com os modelos de função de transferência. Tais modelos são utilizados para mensurar o impacto de uma intervenção discreta no comportamento da série. Segundo Vandaele (1983), uma intervenção pode ser definida como um evento excepcional que afeta a variável a ser prevista e que não está relacionado ao seu processo original, como feriados, novas leis, implementação de políticas, sazonalidade, etc.

Em geral, a intervenção é inserida na estrutura do modelo por meio de variáveis binárias que têm valor um para o momento da intervenção e zero para os demais (o inverso também é permitido). Para isso, é necessário o conhecimento prévio acerca do ponto inicial da intervenção e do seu formato. Um tipo de variável de intervenção é a variável degrau, a qual assume a seguinte representação:

$$S_t^T = \begin{cases} 0, & t < T \\ 1, & t \geq T \end{cases} \quad (36)$$

em que T indica o momento em que a intervenção se inicia. Nesse caso, a variável degrau assume valor zero para os momentos anteriores ao evento, e, valor um do momento da intervenção em diante. Com isso, tem-se que a variável degrau representa eventos com duração permanente.

Outro tipo de variável de intervenção é a variável pulso, a qual é definida por:

$$P_t^T = \begin{cases} 0, & t \neq T \\ 1, & t = T \end{cases} \quad (37)$$

em que T representa o momento da intervenção, o qual corresponde ao único momento em que a variável binária assume valor um. Portanto, a variável pulso é útil para representar eventos que tenham duração temporária.

De acordo com Vandaele (1983), existe a possibilidade de que o efeito da intervenção sobre a variável dependente não ocorra instantaneamente, existindo uma certa defasagem. Para essa situação, é incluso um operador de defasagem B de ordem que corresponda ao tempo da defasagem. Além disso, a variável a ser prevista pode ser afetada tanto em nível quanto em diferença, a depender do conhecimento prévio de suas características.

A especificação dos modelos de intervenção, conforme Vandaele (1983), pode ser entendida como a seguinte versão modificada de um modelo ARIMA:

$$Z_t = \frac{\omega(B)}{\delta(B)} I_t^T + \frac{\theta(B)}{\phi(B)(1-B)^d} a_t \quad (38)$$

onde I_t^T é a variável de intervenção. Ressalta-se que existe a possibilidade de inclusão de mais de uma variável de intervenção no modelo.

De acordo com Vandaele (1983), é necessário um conhecimento prévio acerca do momento da intervenção, mas não necessariamente exato, de modo que torne possível identificar tentativas de especificações para os modelos. Não havendo tal conhecimento, a análise inicial dos dados pode fornecer evidências que apontem para uso de variáveis de intervenção, assim como a análise dos resíduos dos modelos univariados das séries.

3.1.3 Combinação de previsões

A combinação de previsões tem como objetivo melhorar a qualidade das previsões tanto quanto for possível, tendo em vista que suas diferentes abordagens possibilitam a minimização da variância do erro da previsão. Bates e Granger (1969) justificam seu uso ao considerar que, dado um conjunto de previsões para o mesmo evento, cada previsão incorpora informações que as demais, talvez, não considerem em seu método individual de estimação. Ao escolher uma previsão em detrimento de outras, descarta-se tais informações particulares a cada uma delas. Logo, a combinação

de previsões permite incorporar todas essas informações, gerando outra previsão ainda melhor.

Nesse contexto, surge outro problema: qual a melhor forma para definir os pesos de cada uma das previsões no processo de combinação, partindo do pressuposto de que seja desejável dar maior peso para previsões com menor variância? Diante disso, Bates e Granger (1969) sugeriram que a combinação de previsão seja realizada pela combinação linear entre dois conjuntos de previsão, dando um peso k para o primeiro, e $(1 - k)$ para o segundo, com k associado à mínima variância do erro de previsão. Com isso, a variância do erro da combinação é dada por:

$$\sigma_c^2 = k^2\sigma_1^2 + (1 - k)^2\sigma_2^2 + 2\rho k(1 - k)\sigma_1\sigma_2 \quad (39)$$

onde, σ_1^2 e σ_2^2 são as variâncias dos erros dos conjuntos de previsão 1 e 2, respectivamente; e ρ é a correlação entre tais erros.

A escolha ótima de k é feita de modo que os erros da combinação de previsão sejam os menores possíveis, o que corresponde a minimizar sua variância, σ_c^2 . Portanto, ao derivar em relação a k e igualando a zero, σ_c^2 mínimo se dá quando:

$$k = \frac{\sigma_2^2 - \rho\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 - \sigma_2^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2}. \quad (40)$$

Portanto, conforme Bates e Granger (1969), a combinação de previsão para o período T é dada por:

$$C_T = k_T f_{1,T} + (1 - k_T) f_{2,T} \quad (41)$$

em que $f_{i,T}$, $i = 1,2$, é o i -ésimo conjunto de previsões para o período T . A constante k leva o subscrito T pelo fato de que a performance das previsões pode se alterar de acordo com o período em questão, o que afeta seu peso na combinação.

Granger e Ramanathan (1984) sugeriram uma abordagem alternativa de combinação de previsão que, segundo os autores, se mostrou consistentemente superior

ao método proposto por Bates e Granger (1969) em termos de erros quadráticos médios. Sua abordagem consiste em combinar as previsões da seguinte forma:

$$f_c = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 f_1 + \hat{\alpha}_2 f_2 \quad (42)$$

onde $\hat{\alpha}_i, i = 0,1,2$ são parâmetros obtidos por meio do método de mínimos quadrados ordinários, em que a variável dependente é o conjunto de valores observados dentro da amostra, e as variáveis explicativas são as previsões efetuadas para esse mesmo período, f_1 e f_2 . Após a obtenção dos parâmetros e verificação do atendimento aos pressupostos do método, calcula-se \hat{f}_c conforme descrito na eq. (42).

3.2 Metodologia Box-Jenkins

Box e Jenkins (1970) propuseram uma abordagem iterativa para a seleção de um modelo de séries temporais, denominada comumente como metodologia Box-Jenkins. Tal metodologia consiste em quatro passos: identificação, estimação, diagnóstico e previsão. A dinâmica do processo de escolha do modelo segue o fluxograma descrito na Figura 6.

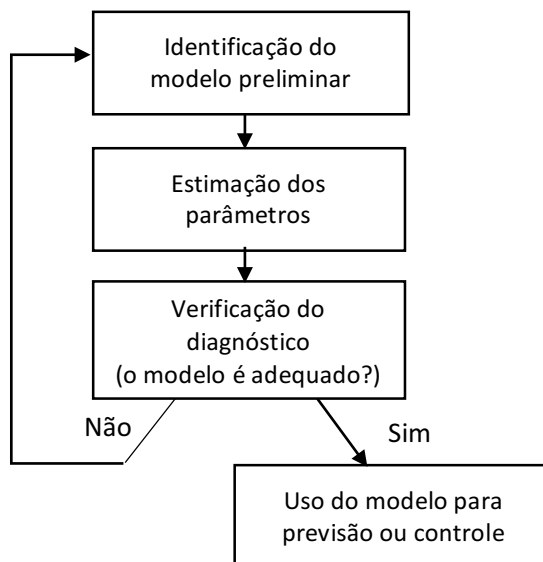


Figura 6 – Etapas da metodologia Box-Jenkins. Adaptado de Box e Jenkins (1970).

O primeiro estágio consiste na identificação da especificação preliminar dos modelos de previsão. Na segunda etapa são obtidas estimativas dos parâmetros, e segue-se para a etapa do diagnóstico. Caso o modelo não tenha se mostrado adequado para a série, busca-se uma nova especificação com base nos resultados do primeiro diagnóstico, retornando ao processo de identificação e de estimação. Essas etapas devem se repetir até ser encontrado o modelo mais adequado, seguindo, então, para a etapa da previsão.

Conforme afirma Vandaele (1983), tais procedimentos já existiam na literatura anteriormente ao trabalho de Box e Jenkins (1970). No entanto, os autores foram responsáveis por unificar esta abordagem em uma única obra, bem como a postulação dos modelos da classe ARIMA. Cada etapa da metodologia proposta e as ferramentas utilizadas em cada uma delas são descritas nas subseções seguintes.

3.2.1 Identificação da ordem dos modelos

3.2.1.1 Transformação dos dados

Séries econômicas e financeiras tendem a apresentar tendências em sua trajetória, o que causa um incremento em sua variância ao longo do tempo, tornando-a não estacionária. Nesse caso, como etapa anterior ao processo de identificação da ordem dos modelos, pode ser necessário aplicar alguma transformação na série para estabilizar sua variância e tornar o efeito sazonal aditivo. De acordo com Morettin e Toloí (2006), em geral, é comum fazer o uso da classe de transformação denominada Box-Cox, que é dada por:

$$Z_t^{(\lambda)} = \begin{cases} (Z_t^\lambda - c)/\lambda, & \text{se } \lambda \neq 0, \\ \log Z_t, & \text{se } \lambda = 0, \end{cases} \quad (43)$$

onde λ e c são parâmetros a serem estimados.

Uma forma usual de identificar o tipo de transformação a ser aplicada se dá por meio da análise do gráfico que relaciona a média (abscissa) e a amplitude (ordenada) dos subconjuntos da série em questão, os quais podem ser divididos de acordo com o respectivo período sazonal. A Figura 7 apresenta as possíveis relações entre a média e amplitude e os valores de λ correspondentes a cada caso.

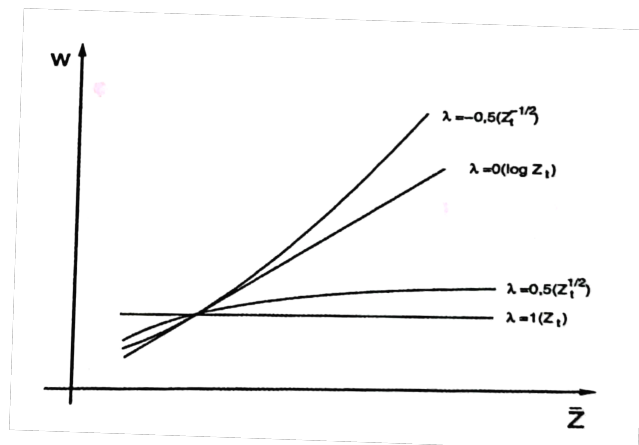


Figura 7 – Relações possíveis entre amplitude e média, ilustrando os valores de λ .

Retirado de Morettin e Toloí (2006).

Observa-se que, se a amplitude for independente da média, os pontos estarão espalhados ao longo de uma reta paralela ao eixo da média, o que indica que não é necessária nenhuma transformação. Se os pontos estiverem espalhados em torno de uma linha reta levemente inclinada, é indicada a transformação linear (MORETTIN; TOLOI, 2006). Diante disso, tal etapa constitui a fase inicial de tornar a série estacionária para aplicação dos modelos Box-Jenkins.

3.2.1.2 Função de autocorrelação

A função de autocorrelação – FAC é útil para identificar a ordem do processo de médias móveis da série, bem como, para identificação de sua ordem de integração. Segundo Vandaele (1983), tal função é definida como o gráfico das autocorrelações da série contra os respectivos *lags*. A autocorrelação de ordem k da série, por sua vez, é definida como:

$$\rho_k = \frac{E(\tilde{z}_t \tilde{z}_{t+k})}{E(\tilde{z}_t^2)} = \frac{Cov(\tilde{z}_t, \tilde{z}_{t+k})}{Var(\tilde{z}_t)}. \quad (44)$$

No entanto, tal medida fornece os valores populacionais da autocorrelação, os quais não são possíveis de se obter na prática. Nesse caso, utiliza-se a autocorrelação amostral, a qual é obtida da seguinte forma:

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} \tilde{z}_t \tilde{z}_{t+k}}{\sum_{t=1}^n \tilde{z}_t^2} = \frac{c_k}{c_0} \quad (45)$$

em que c_k é uma estimativa da autocovariância de \tilde{z}_t , e c_0 , a estimativa da variância.

Além disso, admitindo-se que as autocorrelações dependem apenas do intervalo de tempo entre os dois pontos considerados, então tem-se que $\rho_k = \rho_{-k}$, o que resulta em uma FAC simétrica como a apresentada na Figura 8.

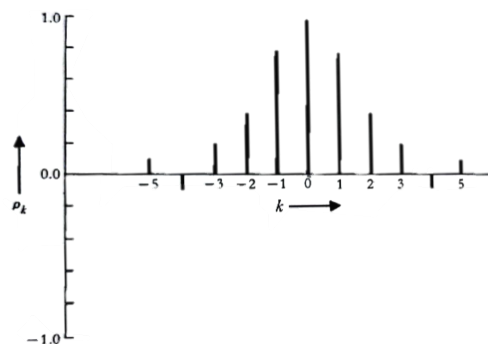


Figura 8 – Exemplo de função de autocorrelação. Retirado de Box e Jenkins (1976).

Com isso, a análise da FAC pode ser feita a partir da defasagem zero em diante. De acordo com Vandaele (1983), no processo de identificação do modelo por meio da FAC, é necessário saber se ρ_k é de fato igual a zero. Para verificar tal hipótese, o autor apresenta o teste proposto por Bartlett (1946,1966), o qual consiste em obter inicialmente a estimativa do desvio-padrão de r_k da seguinte maneira:

$$\hat{\sigma}(r_k) = \sqrt{\frac{1}{n} \left(1 + 2 \sum_{i=1}^{k-1} r_i^2 \right)}. \quad (46)$$

Em seguida, é feita uma comparação entre r_k e o seu desvio-padrão. Para r_k estatisticamente diferente de zero tem-se que $|r_k| > t_\gamma \hat{\sigma}(r_k)$, sendo t_γ a estatística t de Student com n-1 graus de liberdade ao nível de 95% de probabilidade (BACCHI, 1994).

O uso inicial da FAC serve para indicar os valores de d e D dos modelos. Em geral, séries não-estacionárias tendem a apresentar função de autocorrelação decaindo

exponencialmente e/ou em forma de senóides amortecidas, enquanto séries estacionárias apresentam autocorrelação caindo rapidamente para zero. A presença de sazonalidade pode ser detectada por meio de coeficientes de autocorrelação relativamente altos nos lags correspondentes ao período sazonal s ($s, 2s, 3s, \dots$).

A Figura 9 apresenta exemplos de FAC para cada tipo de processo. Em geral, séries geradas por um processo $AR(p)$ apresentam função de autocorrelação que decai exponencialmente e/ou em forma de senóides amortecidas após o *lag* p . Por outro lado, processos $MA(q)$ apresentam autocorrelações iguais a zero após o *lag* q .

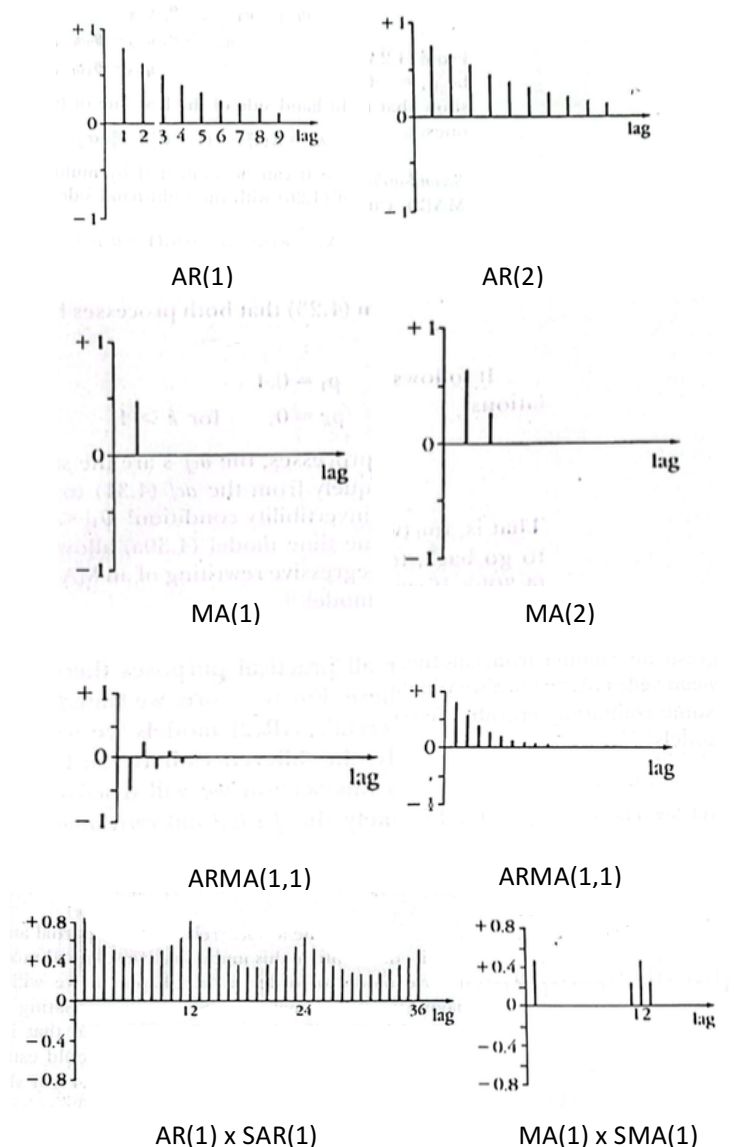


Figura 9 – Exemplos de função da autocorrelação. Retirado de Vandaele (1983).

Diante disso, tem-se que a FAC é útil para identificação do valor de q dos modelos $MA(q)$ e $ARMA(p, q)$, bem como dos valores de Q dos modelos sazonais e dos modelos multiplicativos. Para a identificação do valor de p e P é necessário o uso da função de autocorrelação parcial.

3.2.1.3 Função de autocorrelação parcial

A definição da função de autocorrelação parcial (FACP) parte de um processo $AR(p)$ e consiste em um dispositivo usado para explorar o fato de que esse tipo de

processo apresenta função de autocorrelação infinita em extensão (BOX; JENKINS, 1976). Diante disso, seja o processo $AR(p)$:

$$\tilde{z}_t = \phi_1 \tilde{z}_{t-1} + \phi_2 \tilde{z}_{t-2} + \dots + \phi_p \tilde{z}_{t-p} + a_t. \quad (47)$$

Multiplicando por \tilde{z}_{t-1} e aplicando o operador de esperança, tem-se que:

$$\gamma_k = \phi_1 \gamma_{k-1} + \phi_2 \gamma_{k-2} + \dots + \phi_p \gamma_{k-p} \quad (48)$$

dado que $E(\tilde{z}_{t-k} a_t) = 0$. Dividindo, então, pela variância da série, γ_0 , é obtida a seguinte equação:

$$\rho_k = \phi_1 \rho_{k-1} + \phi_2 \rho_{k-2} + \dots + \phi_p \rho_{k-p}. \quad (49)$$

Denotando como ϕ_{kj} o j -ésimo coeficiente de um processo autoregressivo de ordem k , sendo ϕ_{kk} o último coeficiente, tal equação pode ser reescrita como:

$$\rho_j = \phi_{k1} \rho_{k-1} + \phi_{k2} \rho_{k-2} + \dots + \phi_{kk} \rho_{j-k} \quad (50)$$

de modo que, assim como a FAC, a FACP também é considerada simétrica, com $\rho_j = \rho_{-j}$.

Para $j = 1, 2, \dots, k$, tem-se o sistema denominado como equações de Yule-Walker:

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \phi_{k1} & + \phi_{k2} \rho_{k-2} & + \dots + \phi_{kk} \rho_{j-k} \\ \rho_2 &= \phi_{k1} \rho_{k-1} + \phi_{k2} & + \dots + \phi_{kk} \rho_{j-k} \\ &\vdots & \vdots & \vdots & \dots \vdots \\ \rho_k &= \phi_{k1} \rho_{k-1} + \phi_{k2} \rho_{k-2} + \dots + \phi_{kk} \end{aligned} \quad (51)$$

ou, na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \cdots & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_2 & \cdots & \rho_{k-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{k1} \\ \phi_{k2} \\ \vdots \\ \phi_{kk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \vdots \\ \rho_k \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{P}_k \boldsymbol{\phi}_k = \boldsymbol{\rho}_k. \quad (52)$$

Tal sistema pode ser resolvido da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} \phi_{11} &= \rho_1, \\ \phi_{22} &= \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{\rho_2 - \rho_1^2}{1 - \rho_1^2}, \\ \phi_{33} &= \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & 1 & \rho_2 \\ \rho_2 & \rho_1 & \rho_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & 1 & \rho_2 \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 \end{vmatrix}}, \end{aligned}$$

e, em geral, ϕ_{kk} tem em seu denominador $|\mathbf{P}_k|$, e em seu numerador $|\mathbf{P}'_k|$, sendo \mathbf{P}'_k a matriz \mathbf{P}_k com a última coluna substituída por $\boldsymbol{\rho}_k$ (BOX; JENKINS, 1976).

Com isso, ϕ_{kk} é definido como o coeficiente de autocorrelação parcial, e mede o efeito “parcial” de \tilde{z}_{t-k} sobre o comportamento de \tilde{z}_t , isolando os efeitos das defasagens $\tilde{z}_{t-1}, \dots, \tilde{z}_{t-k+1}$ (VANDAELE, 1983; BACCHI, 1994). Logo, considerando um processo AR(p), ϕ_{kk} será diferente de zero para $k \leq p$, e será igual a zero para $k > p$. Dessa forma, a função de autocorrelação parcial de um processo AR(p) decai rapidamente para zero após a defasagem p , como pode ser visualizado na Figura 10.

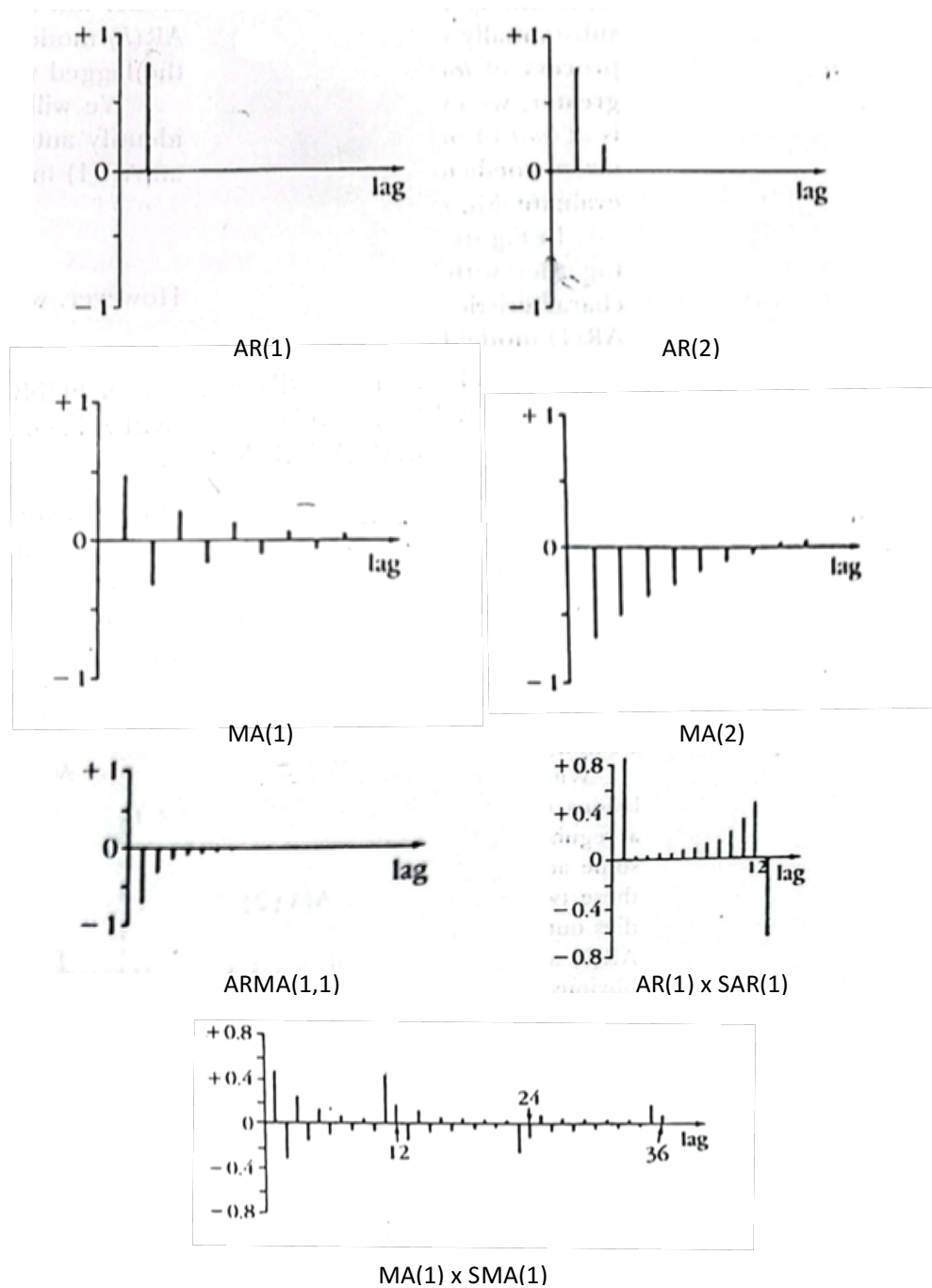


Figura 10 – Exemplos de função de Autocorrelação Parcial. Retirado de Vandaele (1983).

Em caso de processo autoregressivo sazonal, ϕ_{kk} tende a apresentar valores relativamente altos nas defasagens correspondentes ao *span* da sazonalidade

($s, 2s, 3s, \dots$), indicando a ordem de P . Por outro lado, os processos de médias móveis não-sazonal e sazonal apresenta função de autocorrelação parcial que decai gradualmente ao longo das defasagens, o que se assemelha ao comportamento da função de autocorrelação dos modelos autoregressivos.

3.2.1.4 Função de correlação cruzada

A função de correlação cruzada (*cross correlation function* - CCF) possibilita a análise das correlações entre duas séries temporais em diferentes períodos, e seu uso está atrelado à identificação dos modelos de função de transferência. Conforme Vandaele (1983), é recomendável que as séries passem por uma filtragem com base em seus modelos ARIMA antes de ser calculada a correlação cruzada entre elas. A justificativa reside no fato de que é desejável excluir as variações de cada série que são explicadas pelo seu próprio passado, de modo que a CCF capture somente as variações que são explicadas pela outra série. Ademais, segundo o autor, ao considerar um modelo unidirecional, existe na literatura a indicação de filtrar a variável dependente pelo ARIMA da variável explicativa.

Com isso, seja α_t e β_t as séries x_t e y_t após a filtragem, respectivamente. A correlação cruzada entre α_t e β_t de ordem k é definida como:

$$\rho_{\alpha\beta}(k) = \frac{\gamma_{\alpha\beta}(k)}{\sigma_{\alpha}\sigma_{\beta}}, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (53)$$

onde $\gamma_{\alpha\beta}(k) = E[(\alpha_t - \mu_{\alpha})(\beta_{t+k} - \mu_{\beta})]$, $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, é a covariância cruzada entre as séries filtradas; e σ_{α} e σ_{β} são os desvios-padrão de α_t e β_t , respectivamente. O gráfico das correlações cruzadas é a função de correlação cruzada (VANDAELE, 1983).

Diferentemente da FAC e FACP, a CCF não é simétrica, de modo que $\rho_{\alpha\beta}(k) \neq \rho_{\alpha\beta}(-k)$. Para defasagens positivas, $k > 0$, $\rho_{\alpha\beta}(k)$ alto indica que os valores passados de α_t explicam o comportamento corrente de β_t . Valores altos de $\rho_{\alpha\beta}(k)$ para $k < 0$ indicam que β_t explica o comportamento de α_t . Todavia, ao filtrar ambas as séries pelo mesmo processo ARIMA, a análise fica restrita ao campo da CCF referente ao sentido de causalidade considerado.

Vandaele (1983) afirma que, para duas séries ruído branco e independentes, o desvio-padrão aproximado da correlação cruzada entre elas é dado por:

$$SE[r_{\alpha\beta}(k)] = \frac{1}{\sqrt{n}} \quad (54)$$

sendo n o número de observações disponíveis após o processo de diferenciação que torna as séries estacionárias. Todavia, para $|k|$ grande em relação a n , tem-se que, Haugh (1976), citado por Vandaele (1983), concluiu que:

$$SE[r_{\alpha\beta}(k)] = \frac{\sqrt{1 - \frac{|k|}{n}}}{\sqrt{n}} \quad (55)$$

consiste em uma aproximação mais acurada para o desvio-padrão do que a especificação na eq. (54).

Considerando, então, um modelo de função de transferência de ordem (r, l, b) , seu processo de identificação por meio da CCF, segundo Vandaele (1983), é feito da seguinte forma:

1. A constante b tem seu valor definido pela defasagem que apresentar a primeira correlação cruzada significativa;
2. A ordem r do denominador é definido pela identificação de um padrão de um $AR(r)$ na CCF. Se não for verificado nenhum padrão, então $r = 0$;
3. A ordem l do numerador é dado pelo número de períodos que o padrão $AR(r)$ demora a aparecer. Se não houver padrão autoregressivo, então l é igual ao número de correlações cruzadas diferentes de zero menos um.

Para o caso de duas variáveis explicativas, o modelo de função de transferência assume a seguinte forma:

$$\beta_t = v_1(B)\alpha_{1t} + v_2(B)\alpha_{2t} + e_t. \quad (56)$$

Nesse caso, o processo de identificação segue três etapas. Primeiro, é identificada a ordem preliminar dos polinômios em $v_1(B)$ por meio da CCF entre α_{1t} e β_t , e obtém-

se as estimativas dos respectivos parâmetros. Em seguida, repete-se o mesmo procedimento considerando, agora, α_{2t} para obtenção dos parâmetros de $v_2(B)$. Feito isso, substitui-se as estimativas de $v_1(B)$ e $v_2(B)$, estima-se \hat{e}_t , para que, por fim, este possa ser analisado como um modelo univariado com a finalidade de identificar as ordens $\phi(B)$ e $\theta(B)$.

3.2.1.5 Critérios de informação

Uma ferramenta complementar ao processo de escolha dos modelos são os critérios de informação. Segundo Enders (2010), eles podem ser entendidos como uma medida de qualidade de ajuste do modelo que leva em consideração o “custo” decorrente de cada parâmetro estimado. Com isso, tal medida torna-se útil na busca pelo modelo mais parcimonioso.

O critério a ser utilizado é o *Akaike Information Criterion* (AIC), proposto por Akaike (1974), sendo definido como:

$$AIC = (-2) \ln(\hat{L}) + 2k \quad (57)$$

onde \hat{L} é a função de verossimilhança maximizada e k representa os $(1 + p + q + P + Q)$ parâmetros estimados. Modelos com alto grau de ajuste apresentarão $\ln(\hat{L})$ maior, o que reduz o valor final da estatística. Por outro lado, o número de parâmetros penaliza esse ganho de ajuste. Logo, seguindo esse critério, o modelo a ser escolhido deve ser aquele que apresentar o menor valor.

3.2.2 Estimação dos parâmetros

3.2.2.1 Modelos univariados

O método de estimação a ser empregado será o de máxima verossimilhança. Denotando como ξ o vetor dos $p + q + 1$ parâmetros (ϕ, θ, σ_a) do modelo ARIMA, bem como, sendo N o número de observações da série \mathbf{z} , tem-se que o objetivo é encontrar os estimadores de ξ que maximizam a função de verossimilhança $L(\xi|\mathbf{z})$. A partir de \mathbf{z} é possível gerar a série \mathbf{w} com $n = N - d$ observações, em que $w_t = \nabla^d z_t$. Nesse caso, estimar ξ do modelo ARIMA(p,d,q) é equivalente a estimar para o modelo ARMA(p,q) estacionário e invertível descrito como:

$$a_t = \tilde{w}_t - \phi_1 \tilde{w}_{t-1} - \cdots - \phi_p \tilde{w}_{t-p} + \theta_1 a_{t-1} + \cdots + \theta_q a_{t-q} \quad (58)$$

onde $\tilde{w}_t = w_t - \mu$, em que $E(w_t) = \mu$. Ademais, para $d > 0$, convém admitir $\mu = 0$ (BOX; JENKINS, 1970).

Para encontrar os estimadores de verossimilhança é necessário admitir inicialmente que $a_t \sim N(0, \sigma_a^2)$, tal que sua função de densidade conjunta é dada por:

$$f(a_1, \dots, a_n) = (2\pi)^{-\frac{n}{2}} (\sigma_a)^{-n} \exp \left\{ - \sum_{t=1}^n \frac{a_t^2}{2\sigma_a^2} \right\}. \quad (59)$$

Logo, tais estimadores se aproximarão de estimadores de mínimos quadrados (MORETTIN; TOLOI, 2006). Além disso, é necessário obter valores iniciais para \tilde{w}_t e a_t , recorrendo-se ao processo condicional apresentado em Box e Jenkins (1970). Nesse caso, admite-se que são dados inicialmente p valores \mathbf{w}_* de w_t e q valores \mathbf{a}_* de a_t .

A função de log-verossimilhança associada aos parâmetros ξ , condicional à escolha de \mathbf{w}_* e de \mathbf{a}_* é:

$$l_*(\xi | \mathbf{w}, \mathbf{w}_*, \mathbf{a}_*) = -n \ln \sigma_a - \frac{S_*(\phi, \theta | \mathbf{w}, \mathbf{w}_*, \mathbf{a}_*)}{2\sigma_a^2} \quad (60)$$

em que, sem considerar a inclusão de um termo constante, tem-se:

$$S_*(\phi, \theta | \mathbf{w}, \mathbf{w}_*, \mathbf{a}_*) = \sum_{t=1}^n a_t^2(\phi, \theta | \mathbf{w}, \mathbf{w}_*, \mathbf{a}_*) \quad (61)$$

denominada função da soma de quadrados condicional. Logo, maximizar $l_*(\xi | \mathbf{w}, \mathbf{w}_*, \mathbf{a}_*)$ é o equivalente a minimizar $S_*(\phi, \theta | \mathbf{w}, \mathbf{w}_*, \mathbf{a}_*)$. De acordo com Box e Jenkins (1970), a escolha de $(\mathbf{w}_*, \mathbf{a}_*)$ pode ser feita por duas formas: i) a primeira consiste em definir cada elemento de \mathbf{w}_* e de \mathbf{a}_* iguais à sua esperança – $E(a_t) = 0$, e $E(w_t) = \bar{w} = \sum_{t=1}^n w_t/n$, para $E(w_t) \neq 0$; e ii) a segunda é utilizar os valores correntes de w_t e calcular os valores de a_{p+1} em diante tomando os valores anteriores de a_t iguais a zero.

No entanto, para séries sazonais, o uso da abordagem condicional não é muito adequado, sendo mais apropriada a abordagem incondicional. A função de log-verossimilhança para esse último caso é dada por:

$$l(\xi) = f(\boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\theta}) - n \ln \sigma_a - \frac{S_*(\boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\theta})}{2\sigma_a^2} \quad (62)$$

onde $f(\boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\theta})$ é uma função de $\boldsymbol{\phi}$ e de $\boldsymbol{\theta}$, e seu valor assume relevância apenas para amostras pequenas. A função da soma de quadrados incondicional é definida como:

$$S_*(\boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\theta}) = \sum_{t=-\infty}^n [a_t | \boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{w}]^2 \quad (63)$$

em que $[a_t | \boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{w}]$ é a esperança condicional de a_t em $\boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{w}$. Assim sendo, os valores iniciais de w e a são obtidos recursivamente tomando a expectativa condicional da eq. (58) por meio de um “*backforecasting*”, de modo a prever os valores de $w_{-j}, j = 0, 1, 2, \dots$

3.2.2.2 Modelos multivariados

Para os modelos multivariados, segundo Box e Jenkins (1970), o processo de estimação consiste em obter de maneira eficiente e simultânea os parâmetros b , $\boldsymbol{\delta}$, $\boldsymbol{\omega}$, $\boldsymbol{\phi}$ e $\boldsymbol{\theta}$ do modelo de função de transferência:

$$y_t = \frac{\omega(B)}{\delta(B)} x_{t-b} + n_t \quad (64)$$

onde $y_t = \nabla^d Y_t$, $x_t = \nabla^d X_t$ e $n_t = \nabla^d N_t$ são todos processos estacionários, Y_t e X_t são aos desvios da série em relação à sua média, e:

$$n_t = \frac{\theta(B)}{\phi(B)} a_t. \quad (65)$$

Conforme Box e Jenkins (1970), se os valores iniciais de $\mathbf{y}_0, \mathbf{x}_0$ e \mathbf{a}_0 são conhecidos, para qualquer escolha dos parâmetros $(b, \boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\theta})$ e dos valores iniciais $(\mathbf{y}_0, \mathbf{x}_0, \mathbf{a}_0)$, é possível calcular os valores de $a_t = a_t(b, \boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\theta} | \mathbf{y}_0, \mathbf{x}_0, \mathbf{a}_0)$ sucessivamente, para $t = 1, 2, \dots, n$. Sob a hipótese de distribuição normal dos resíduos, os estimadores de mínimos quadrados ordinários podem ser considerados como uma boa aproximação para os parâmetros obtidos pela máxima verossimilhança. Com isso, a obtenção dos parâmetros pode ser efetuada pela minimização de:

$$S_0(b, \boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\theta}) = \sum_{t=1}^n a_t^2(b, \boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\theta} | \mathbf{y}_0, \mathbf{x}_0, \mathbf{a}_0) \quad (66)$$

em que n representa o número de observações disponíveis após a diferenciação. Tal processo de minimização é realizado em três etapas.

Na primeira etapa, segundo Vandaele (1983), é estimada a parte sistemática do modelo de função de transferência, \hat{y}_t , considerando os valores iniciais de $\boldsymbol{\delta}$ e de $\boldsymbol{\omega}$, tal que:

$$\hat{y}_t = \frac{\hat{\omega}(B)}{\hat{\delta}(B)} x_{t-b}. \quad (67)$$

Em seguida, substituindo (67) em (64), calcula-se n_t como:

$$n_t = y_t - \hat{y}_t. \quad (68)$$

Por fim, a série de a_t pode ser obtida por meio do modelo ARIMA especificado em (65) reescrito como:

$$a_t = \frac{\hat{\phi}(B)}{\hat{\theta}(B)} n_t. \quad (69)$$

Os valores iniciais de n_t podem ser calculados como no procedimento descrito para o modelo ARIMA. Quanto aos parâmetros iniciais do modelo de função de

transferência, estes são obtidos por meio da sua representação na forma de impulso-resposta:

$$y_t = v(B)x_{t-b} + n_t \quad (70)$$

em que, considerando $b = 0$, tem-se que $v(B) = V_0 + V_1B + V_2B^2 + \dots$. Conforme Vandaele (1983), a relação entre os coeficientes de impulso-resposta e os parâmetros do numerador e do denominador de $v(B)$, em sua forma geral, pode ser dada por:

$$\begin{aligned} v_k &= 0 & k < b \\ v_k &= \delta_1 v_{k-1} + \delta_2 v_{k-2} + \dots + \delta_r v_{k-r} + \omega_0 & k = b \\ v_k &= \delta_1 v_{k-1} + \delta_2 v_{k-2} + \dots + \delta_r v_{k-r} + \omega_{k-b} & b < k \leq b + l \\ v_k &= \delta_1 v_{k-1} + \delta_2 v_{k-2} + \dots + \delta_r v_{k-r} & k \leq b + l \end{aligned} \quad (71)$$

onde $v_k = \rho_{\alpha\beta}\sigma_{\beta}/\sigma_{\alpha}$, e o sistema pode ser resolvido para δ e ω .

3.2.3 Diagnóstico

A etapa de diagnóstico da metodologia Box-Jenkins é dividida em três subgrupos. O primeiro consiste em analisar se o modelo estimado atende às condições de estacionariedade e invertibilidade definidas na seção 4.1. O segundo diz respeito à verificação de resíduos ruído branco no modelo. Por fim, o terceiro subgrupo corresponde à análise de parâmetros.

3.2.3.1 Análise de estacionariedade e invertibilidade

A análise de estacionariedade e invertibilidade será feita por meio do gráfico das raízes inversas dos polinômios estimados dos processos autoregressivos e de médias móveis, respectivamente. Se tais condições forem atendidas, as raízes inversas deverão estar dentro do círculo unitário. Vandaele (1983) afirma que, se as raízes dos polinômios de um modelo $AR(p)$ estiverem próximas de um, tem-se um indicativo de que a série está subdiferenciada, sendo necessária mais uma diferença para induzir a estacionariedade. Por outro lado, para modelos $MA(q)$, tal ocorrência indica que a série está sobrediferenciada.

3.2.3.2 Análise residual

Para que o modelo estimado seja considerado como uma boa ferramenta de descrição do comportamento da variável, é necessário que os seus resíduos sejam ruído branco, ou seja, eles devem apresentar média zero, variância constante e não serem autocorrelacionados (VANDAELE, 1983). Logo, considerando o modelo ARIMA:

$$\phi(B)w_t = \theta(B)a_t \quad (72)$$

os resíduos \hat{a}_t serão obtidos por meio de:

$$\hat{a}_t = \hat{\theta}^{-1}(B)\hat{\phi}(B)w_t \quad (73)$$

em que, $\hat{\phi}$ e $\hat{\theta}$ são os parâmetros estimados.

Após a obtenção dos resíduos, é estimada sua função de autocorrelação conforme descrito na seção 4.2.1.2. Em caso de coeficientes de autocorrelação amostral estatisticamente iguais a zero, pode-se considerar os resíduos são ruído branco. Nesse caso, também é aplicado o teste de Bartlett especificado na eq. (46).

Uma abordagem alternativa consiste em testar conjuntamente se os coeficientes de autocorrelação são estatisticamente iguais a zero. Tal procedimento é efetuado por meio da seguinte estatística proposta por Ljung e Box (1978):

$$Q(K) = n(n+2) \sum_{k=1}^K \frac{1}{n-k} r_k^2 \quad (74)$$

onde n é o tamanho da amostra após a diferenciação, e K é o número de coeficientes de autocorrelações utilizados. Segundo Vandaele (1983), tal estatística segue, aproximadamente, uma distribuição de χ^2 com K graus de liberdade, e tem como hipótese nula $\rho_k = 0$. Com isso, se o valor da estatística Q for menor do que o valor tabulado de $\chi^2(K)$ a um dado nível de significância, então admite-se que os coeficientes são todos iguais a zero, o que significa que os resíduos são gerados por um processo aleatório. Ademais, o autor sugere que, para séries econômicas com frequência mensal, sejam utilizados $K = 12$ ou $K = 24$.

Por fim, será verificado se os resíduos seguem distribuição normal por meio do teste de normalidade de Jarque-Bera (1980). Tais autores propuseram como estatística de teste o seguinte multiplicador de Lagrange:

$$LM = \frac{T}{6} \left[b_1^2 + \frac{1}{4} (b_2 - 3)^2 \right] \quad (75)$$

onde:

$$b_1 = \frac{\hat{\mu}_3}{\hat{\mu}_2^{3/2}} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right)^{3/2}}$$

$$b_2 = \frac{\hat{\mu}_4}{\hat{\mu}_2^2} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4}{\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right)^2}$$

de modo que b_1 é a assimetria, b_2 é a curtose, e $\hat{\mu}_2$, $\hat{\mu}_3$ e $\hat{\mu}_4$ são o segundo, terceiro e quarto momentos centrados estimados da amostra, respectivamente. Dessa forma, testa-se conjuntamente se a assimetria e o excesso de curtose são iguais a zero - características presentes em amostras que seguem distribuição normal. Segundo os autores, o teste distribui-se assintoticamente como uma χ^2 com 2 graus de liberdade. Portanto, ao aplicar tal teste sobre os resíduos, se o valor do teste for menor do que o valor tabulado a um dado nível de significância, então aceita-se a hipótese de que os resíduos seguem distribuição normal.

Para o modelo de função de transferência, o resíduo \hat{a}_t obtido na última etapa de estimação, deve ser submetido à ACF individual. Conforme Vandaele (1983), se o resíduo for ruído branco, suas autocorrelações individuais estimadas devem ser independentemente distribuídas com média zero e variância $1/m$, sendo $m = n - u - p$, em que u é o maior valor entre r e $l + b$.

Para checar conjuntamente se todas as autocorrelações são iguais a zero, utiliza-se a estatística Q de Ljung-Box apresentada por Vandaele (1983) como:

$$Q(K) = m(m + 2) \sum_{k=1}^K \frac{1}{m - k} r_{\hat{a}\hat{a}}^2(k) \quad (76)$$

em que m , nesse caso, é o número de resíduos estimados, e K é definido de tal forma que $r_{\hat{a}\hat{a}}^2(k)$, para $k > K$, sejam desprezíveis. Tal estatística segue aproximadamente uma distribuição de χ^2 com $K - p - q$ graus de liberdade.

Outra etapa do processo de diagnóstico dos modelos de função de transferência é a checagem de que os resíduos se correlacionam em algum intervalo de tempo com a variável explicativa. Para isso, é feito uso da CCF dos resíduos contra a variável explicativa filtrada, α_t , com desvio-padrão igual a $1/\sqrt{m}$. O teste conjunto das correlações cruzadas se dá por meio da seguinte estatística Q :

$$Q(K) = m(m + 2) \sum_{k=1}^K \frac{1}{m - k} r_{\alpha\hat{a}}^2(k) \quad (77)$$

a qual distribui-se aproximadamente por uma χ^2 com $K - r - l$ graus de liberdade. Logo, se não houver correlação entre \hat{a}_t e α_t , então há mais um indício de que o modelo está bem especificado (VANDAELE, 1983).

3.2.3.3 Análise dos parâmetros

No processo de diagnóstico do modelo, é necessário verificar se o número de parâmetros inclusos no modelo é o mais apropriado para descrever a série, de modo a evitar a redundância de parâmetros. Para isso, Vandaele (1983) sugere utilizar a razão entre o coeficiente estimado e o seu erro padrão, dado que uma alta variância da estimativa leva à ausência de significância estatística. Com isso, ao ser verificado que o parâmetro estimado é estatisticamente igual a zero, este poderá ser excluído e o modelo re-estimado. Muitas vezes, mesmo que o parâmetro estimado não seja estatisticamente significativo até 10% de probabilidade, ele é mantido no modelo de previsão se for observado um efeito expressivo na soma de quadrados de resíduos relativamente ao modelo que não incluía o respectivo termo.

Caso a ausência de significância estatística não seja de um parâmetro de maior ordem do modelo, o autor sugere o uso da matriz de correlação dos parâmetros para identificar possíveis relações entre eles. Ao identificar alta correlação entre parâmetros do mesmo polinômio, excluir-se-á o de maior ordem. Caso seja identificada alta correlação entre parâmetros de polinômios diferentes, serão re-estimados modelos sem cada um deles, e será escolhido o que apresentar melhor desempenho na análise residual e na previsão.

3.2.4 Previsões

Para obter as previsões da série, considere-se inicialmente o modelo ARIMA de ordem (p, d, q) em sua forma reduzida:

$$\phi(B)\nabla^d z_t = \theta(B)a_t \quad (78)$$

em que todas as raízes de $\phi(B)$ estão fora do círculo unitário, e $d > 0$. Tal modelo pode ser reescrito como:

$$\varphi(B)z_t = \theta(B)a_t \quad (79)$$

onde $\varphi(B) = \phi(B)\nabla^d = \phi(B)(1 - B)^d$ é um operador autoregressivo não estacionário de ordem $p + d$, com d raízes sobre o círculo unitário e p raízes fora dele. (MORETTIN; TOLOI, 2006).

De acordo com Box e Jenkins (1970), uma das formas “explícitas” de representar um modelo ARIMA é por meio de um modelo na forma de choques aleatórios, onde z_t é gerado pelo filtro linear:

$$z_t = a_t + \psi_1 a_{t-1} + \psi_2 a_{t-2} + \dots = \psi(B)a_t \quad (80)$$

cuja entrada é a série ruído branco a_t . Para obter os pesos ψ , multiplica-se a eq. (80) por $\varphi(B)$ e chega-se a:

$$\varphi(B)z_t = \varphi(B)\psi(B)a_t. \quad (81)$$

A partir da eq. (79), conclui-se que:

$$\varphi(B)\psi(B) = \theta(B) \quad (82)$$

$$(1 - \varphi_1 B - \dots - \varphi_{p+d} B^{p+d})(1 + \psi_1 B + \psi_2 B^2 + \dots) = 1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q. \quad (83)$$

Logo, os pesos ψ podem ser obtidos por meio da identificação dos parâmetros referentes a $B, B^2, etc.$

Segue-se que o objetivo é prever os valores de $z_{t+h}, h \geq 1$, utilizando as observações disponíveis até o instante t , o qual é denominado como origem da previsão. Diante disso, faz-se necessário especificar a eq. (80) para o instante $t + h$ como:

$$z_{t+h} = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j a_{t+h-j} \quad (84)$$

onde, $\psi_0 = 1$, e os demais ψ_j são obtidos ao identificar os coeficientes na eq. (83).

Agora, seja a previsão de origem t para o horizonte $h - \hat{z}_t(h)$, uma função linear dos valores corrente e passados de z_t , e, conseqüentemente, de a_t também. Logo, segundo Box e Jenkins (1970), a melhor previsão é dada por:

$$\hat{z}_t(h) = \psi_h^* a_t + \psi_{h+1}^* a_{t-1} + \psi_{h+2}^* a_{t-2} + \dots \quad (85)$$

em que os pesos ψ_j^* são determinados de modo a minimizar o erro quadrático médio (EQM) da previsão. Portanto, usando a eq. (84), o EQM é definido como:

$$E[z_{t+h} - \hat{z}_t(h)]^2 = (1 + \psi_1^2 + \dots + \psi_{h-1}^2) \sigma_a^2 + \sum_{j=0}^{\infty} \{\psi_{h+j} - \psi_{h+j}^*\}^2 \sigma_a^2 \quad (86)$$

e é minimizado ao considerar $\psi_{h+j}^* = \psi_{h+j}$ (BOX; JENKINS, 1970). Então, tem-se que:

$$\begin{aligned} z_{t+h} &= (a_{t+h} + \psi_1 a_{t+h-1} + \dots + \psi_{h-1} a_{t+1}) + (\psi_h a_t + \psi_{h+1} a_{t-1} + \dots) \\ &= e_t(h) + \hat{z}_t(h) \end{aligned} \quad (87)$$

onde $e_t(h) = \sum_{j=0}^{h-1} \psi_j a_{t+h-j}$ é o erro da previsão $\hat{z}_t(h)$ no tempo h .

Por conseguinte, denotando $E_t[z_{t+h}] = [z_{t+h}] = E[z_{t+h}|z_t, z_{t-1}, \dots]$ como a esperança condicional de z_{t+h} em relação às informações disponíveis da série até o instante t , Box e Jenkins (1970) apontam as seguintes conclusões:

- i. a previsão de EQM mínimo é a esperança condicional de z_{t+h} no horizonte t , ou seja, $\hat{z}_t(h) = [z_{t+h}]$;
- ii. dado que $[e_t(h)] = 0$, a variância do erro de previsão será $V(h) = V(e_t(h)) = (1 + \psi_1^2 + \psi_2^2 + \dots + \psi_{h-1}^2)\sigma_a^2$;
- iii. o erro de previsão um passo a frente é definido como $e_t(1) = z_{t+1} - \hat{z}_t(1) = a_{t+1}$, de modo que estes não são correlacionados;
- iv. erros de previsão para $h > 1$ são correlacionados, assim como erros para o mesmo horizonte h , mas com origens diferentes.

Sabendo disso, seguindo a forma de choques aleatórios, a previsão $\hat{z}_t(h)$ pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} \hat{z}_t(h) &= \psi_1 [a_{t+h-1}] + \psi_2 [a_{t+h-2}] + \dots + \psi_{h-1} [a_{t+1}] + \psi_h [a_t] + \dots \\ &\quad + [a_{t+h}]. \end{aligned} \quad (88)$$

Por fim, considerando $y_t = \log z_t$ um processo ARIMA, Morettin e Tolo (2006) afirmam que a distribuição condicional de y_{t+h} em relação a seus valores passados é uma normal com média $\hat{y}_t(h)$ e variância $V_y(h)$. Nesse caso, o intervalo de confiança a 95% de probabilidade para y_{t+h} é:

$$\hat{y}_t(h) \pm 1,96 [V_y(h)]^{\frac{1}{2}}. \quad (89)$$

Para os modelos de função de transferência, considere-se inicialmente sua representação com as variáveis em nível:

$$\delta(B)\phi(B)(1-B)^d Y_t = \omega(B)\phi(B)(1-B)^d B^b X_t + \theta(B)\delta(B)a_t \quad (90)$$

ou

$$\delta^*(B) = \omega^*(B)X_t + \theta^*(B)a_t \quad (91)$$

em que:

$$\begin{aligned} \delta^*(B) &= \delta(B)\phi(B)(1-B)^d = 1 - \delta_1^*B - \dots - \delta_{r^*}^*B^{r^*} \\ \omega^*(B) &= \omega(B)\phi(B)(1-B)^d B^b = \omega_0^* - \omega_1^*B - \dots - \omega_{l^*}^*B^{l^*} \\ \theta^*(B) &= \theta(B)\delta(B) = 1 - \theta_1^* - \dots - \theta_{q^*}^*B^{q^*}, \end{aligned}$$

com $r^* = r + p + d$, $l^* = l + p + d$, e $q^* = q + r$. Com base nisso, conforme Vandaele (1983), seja n a data de origem da previsão, e h o horizonte de tempo. Logo, partindo da eq. (90) e assumindo $b = 0$, Y_{n+h} pode ser escrito como:

$$\begin{aligned} Y_{n+h} &= \delta_1^*Y_{n+h-1} + \dots + \delta_{r^*}^*Y_{n+h-r^*} + \omega_0^*X_{n+h} - \dots - \\ &\omega_{l^*}^*X_{n+h-l^*} + a_{n+h} - \theta_1^*a_{n+h-1} - \dots - \theta_{q^*}^*a_{n+h-q^*}. \end{aligned} \quad (92)$$

Assumindo que X_t pode ser representada pelo seu próprio processo ARIMA, tem-se que:

$$(1-B)^d X_t = \frac{\theta_x(B)}{\phi_x(B)} \alpha_t \quad (93)$$

onde, $\theta_x(B)$ e $\phi_x(B)$ são os polinômios de médias móveis e autoregressivos de X , respectivamente, e assume-se que estes atendam às condições de invertibilidade e de estacionariedade. Ademais, a_t é um processo ruído branco.

Diante disso, $E(Y_{n+h})$ pode ser obtido, utilizando a informação disponível até n , da seguinte maneira:

1. Substitui-se os valores corrente e passados de a_{n+j} , $j \leq 0$, pelos resíduos estimados: $\hat{a}_t = Y_t - Y_{t-1}(1)$;

2. Para a_{n+j} , $0 < j \leq h$, e admitindo que a_{n+j} seja ruído branco, substitui-se seus valores futuros pelo seu valor esperado, que é zero;
3. Substitui-se os valores corrente e passados de X_{n+j} , $j \leq 0$, pelos seus valores observados;
4. Substitui-se os valores futuros de X_{n+j} , $0 < j \leq h$ pelas respectivas previsões $\hat{X}_n(j)$ obtidas pelo seu processo ARIMA;
5. Substitui-se os valores corrente e passados de Y_{n+j} , $j \leq 0$, pelos seus valores observados; e, por fim,
6. Substitui-se os valores futuros de Y_{n+j} , $0 < j \leq h$ pelas respectivas previsões $\hat{Y}_n(j)$; com isso, prevendo em sequência $Y_{n+1}, Y_{n+2}, \dots, Y_{n+h-1}$ para obter, então, Y_{n+h} .

Assumindo que os termos de erro a_t e α_t seguem distribuição normal, Vandaele (1983) afirma que a distribuição de probabilidade da previsão de Y_{n+h} , $f_{n,h}(Y)$, também pode ser caracterizada como aleatória e normalmente distribuída, com média $E(Y_{n+h}) = Y_n(h)$ e variância $Var[Y_{n+h} - Y_n(h)]$. Considerando esse fato, tem-se que o intervalo de confiança para Y_{n+h} a 95% de probabilidade é dado por:

$$Y_n(h) \pm 1,96 SE[Y_{n+h} - Y_n(h)] \quad (94)$$

em que SE é o desvio-padrão dos erros de previsão.

3.2.4.1 Critério de comparação do desempenho dos modelos

Para identificar qual dos modelos apresentaram melhor desempenho em termos de previsão, é necessário utilizar indicadores de acurácia para comparação dos modelos. De acordo com Shcherbakov et al. (2013), um indicador amplamente utilizado é a raiz do erro quadrático médio (RMSE – *Root Mean Square Error*), considerando que não haja necessidade de compatibilidade de escala entre as séries analisadas. Tal indicador é calculado como:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n e_t^2} \quad (95)$$

onde e_t é a diferença entre o valor observado em t e o valor estimado para o mesmo período. Seguindo o RMSE, quanto menor for o seu valor, melhor será a qualidade do ajuste da previsão.

Outro indicador que será calculado é o coeficiente U de Theil, o qual relaciona o erro quadrático médio do modelo de previsão com o erro quadrático médio da previsão “ingênua” da seguinte forma:

$$U = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n-1} \left(\frac{\hat{Y}_{t+1} - Y_{t+1}}{Y_t} \right)^2}{\sum_{t=1}^{n-1} \left(\frac{Y_{t+1} - Y_t}{Y_t} \right)^2}} \quad (96)$$

sendo \hat{Y}_t o valor previsto, e Y_t o valor observado. Com isso, quanto mais próximo de zero for o valor do coeficiente, menor será o EQM do modelo de previsão em relação ao EQM do método “ingênuo” (MAKRIDAKIS et al., 1998).

3.3 Testes de raiz unitária

O procedimento de verificação de estacionariedade da série será feito por meio dos testes de raiz unitária, os quais, de maneira geral, tem como objetivo identificar se o processo gerador da série consiste em um passeio aleatório ou não. Os testes a serem utilizados serão os testes propostos por Dickey e Fuller (1981), Phillips e Perron (1988) e por Kwiatkowski, Phillips, Schmidt e Shin (1992). Ademais, também serão aplicados os testes de raiz unitária sazonal propostos por Hylleberg et al. (1990) e Canova e Hansen (1992).

3.3.1 Teste de Dickey-Fuller ampliado

Dickey e Fuller (1981) propuseram uma versão ampliada do teste proposto por Dickey e Fuller (1979), na qual o problema da correlação dos resíduos da regressão de

teste é contornado ao serem inseridos os termos defasados da variável na equação (PINDYCK; RUBINFELD, 2004). De acordo com Enders (2010), o teste de Dickey-Fuller Ampliado – ADF considera as seguintes equações de regressão:

$$\nabla y_t = \gamma y_{t-1} + \sum_{i=2}^p \beta_i \nabla y_{t-i+1} + \varepsilon_t \quad (97)$$

$$\nabla y_t = \alpha_0 + \gamma y_{t-1} + \sum_{i=2}^p \beta_i \nabla y_{t-i+1} + \varepsilon_t \quad (98)$$

$$\nabla y_t = \alpha_0 + \gamma y_{t-1} + \alpha_2 t + \sum_{i=2}^p \beta_i \nabla y_{t-i+1} + \varepsilon_t \quad (99)$$

em que se admite como hipótese-nula $\gamma = 0$, ou seja, y_t segue um passeio aleatório. Especificamente, a eq. (97) testa se a série é um passeio aleatório puro, a eq. (98) testa se é um passeio aleatório com deslocamento (*drift*) - α_0 , e a eq. (99) testa se é um passeio aleatório com deslocamento e tendência determinista - $\alpha_2 t$. Os valores críticos de γ em cada equação seguem as estatísticas τ , τ_μ e τ_τ , respectivamente, as quais estão dispostas na tabela 3.1 – considerando 100 observações e um nível de 95% de probabilidade.

Tabela 3.1 – Resumo do teste de Dickey-Fuller ampliado

Modelo	Hipótese	Estatística de Teste	Valor Crítico (95%)
Intercepto e Tend.	$\gamma = 0$	τ_τ	-3,45
	$\gamma = \alpha_2 = 0$	ϕ_3	6,49
	$\gamma = \alpha_0 = \alpha_2 = 0$	ϕ_2	4,88
Intercepto	$\gamma = 0$	τ_μ	-2,89
	$\gamma = \alpha_0 = 0$	ϕ_1	4,71
Puro	$\gamma = 0$	τ	-1,95

Fonte: Adaptado de Enders (2010).

Segundo Enders (2010) os autores propuseram três estatísticas-F adicionais para testar a hipótese conjunta dos parâmetros, denominadas como ϕ_1 , ϕ_2 e ϕ_3 . Ao fazer uso da eq. (98), utiliza-se ϕ_1 para testar conjuntamente $\gamma = \alpha_0 = 0$ (passeio aleatório puro). Ao testar a presença de raiz unitária por meio da eq. (99), é utilizada a estatística ϕ_2 para testar $\gamma = \alpha_0 = \alpha_2 = 0$ (passeio aleatório puro), e a estatística ϕ_3 para verificar se $\gamma = \alpha_2 = 0$ (passeio aleatório com intercepto apenas). Tais estatísticas são obtidas por meio de:

$$\phi_i = \frac{[SSR(restrita) - SSR(irrestrita)]/r}{SSR(irrestrita)/(T - k)}, \quad i = 1,2,3 \quad (100)$$

onde, $SSR(restrita)$ e $SSR(irrestrita)$ é a soma do quadrado dos resíduos dos modelos restrito (*random walk* puro) e irrestrito (inclui termos deterministas). Além disso, r é o número de restrições, T é o número de observações e k é o número de parâmetros estimados no modelo irrestrito. Ressalta-se que os valores críticos de ϕ_i , $i = 1,2,3$, foram obtidos por Dickey e Fuller (1979), por meio de simulações de Monte Carlo, de modo que não seguem a distribuição F padrão. Tais valores críticos também estão dispostos na tabela 3.1, para $T=100$ e a 95% de probabilidade.

3.3.2 Teste de Phillips-Perron

Phillips e Perron (1988) apresentaram uma alternativa não-paramétrica ao teste de Dickey-Fuller, como forma de contornar o problema da correlação serial e da heterogeneidade da distribuição dos termos de erro. Os autores consideraram as seguintes equações de regressão:

$$y_t = \hat{\mu} + \hat{\alpha}y_{t-1} + \hat{u}_t \quad (101)$$

$$y_t = \tilde{\mu} + \tilde{\beta} \left(t - \frac{1}{2}T \right) + \tilde{\alpha}y_{t-1} + \tilde{u}_t \quad (102)$$

onde $(\hat{\mu}, \hat{\alpha})$ e $(\tilde{\mu}, \tilde{\beta}, \tilde{\alpha})$ são os coeficientes convencionais de mínimos quadrados ordinários. Considerando a regressão (101), os autores propuseram as seguintes estatísticas de teste:

$$Z(t_{\hat{\alpha}}) = \left(\frac{\hat{s}}{\hat{\sigma}_{Tl}} \right) t_{\hat{\alpha}} - \frac{\hat{\lambda}' \hat{\sigma}_{Tl}}{\sqrt{\bar{m}_{yy}}} \quad (103)$$

$$Z(t_{\hat{\mu}}) = \left(\frac{\hat{s}}{\hat{\sigma}_{Tl}} \right) t_{\hat{\mu}} + \frac{\hat{\lambda}' \hat{\sigma}_{Tl} m_y}{\sqrt{\bar{m}_{yy} m_{yy}}} \quad (104)$$

onde, $t_{\hat{\alpha}}$ e $t_{\hat{\mu}}$ são as razões t de $\hat{\alpha}$ e $\hat{\mu}$, respectivamente, \hat{s} é a variância amostral dos resíduos, $m_{yy} = T^{-2} \sum y_t^2$, $\bar{m}_{yy} = T^{-2} \sum (y_t - \bar{y})^2$, $m_y = T^{-3/2} \sum y_t$. Ademais, $\hat{\sigma}_{Tl}$ é a variância de longo prazo e é estimada por:

$$\hat{\sigma}_{Tl} = T^{-1} \sum_{t=1}^T \hat{\epsilon}_t^2 + 2T^{-1} \sum_{s=1}^l \omega_{sl} \sum_{t=s+1}^T \hat{\epsilon}_t \hat{\epsilon}_{t-s} \quad (105)$$

onde, $\omega_{sl} = 1 - s/(l+1)$. Com isso, tem-se que $Z(t_{\hat{\alpha}})$ e $Z(t_{\hat{\mu}})$ testam a hipótese nula de ausência de intercepto e presença de raiz unitária, respectivamente.

Para o caso da regressão expressa na eq. (102), as estatísticas de teste a serem calculadas são descritas da seguinte forma:

$$Z(t_{\tilde{\alpha}}) = \left(\frac{\tilde{s}}{\tilde{\sigma}_{Tl}} \right) t_{\tilde{\alpha}} - \frac{\tilde{\lambda}' \tilde{\sigma}_{Tl}}{\sqrt{M}} \quad (107)$$

$$Z(t_{\tilde{\mu}}) = \left(\frac{\tilde{s}}{\tilde{\sigma}_{Tl}} \right) t_{\tilde{\mu}} + \frac{\tilde{\lambda}' \tilde{\sigma}_{Tl} m_y}{\sqrt{M(M + m_y^2)}} \quad (108)$$

$$Z(t_{\tilde{\beta}}) = \left(\frac{\tilde{s}}{\tilde{\sigma}_{Tl}} \right) t_{\tilde{\beta}} + \frac{\tilde{\lambda}' \tilde{\sigma}_{Tl} (\frac{1}{2} m_y - m_{ty})}{\sqrt{\frac{M}{12} \bar{m}_{yy}}} \quad (109)$$

onde, $t_{\tilde{\alpha}}$, $t_{\tilde{\mu}}$ e $t_{\tilde{\beta}}$ são as razões t de $\tilde{\alpha}$, $\tilde{\mu}$ e $\tilde{\beta}$, respectivamente; \bar{m}_{yy} , m_y e $\tilde{\sigma}_{Tl}$ seguem as mesmas definições apresentadas para as equações (107) a (109). O escalar M é definido por $M = (1 - T^{-2})m_{yy} - 12m_{ty}^2 + 12(1 + T^{-1})m_{ty}m_y - (4 + 6T^{-1} + 2T^{-2})m_y^2$, sendo $m_{ty} = T^{-5/2} \sum ty_t$. A interpretação de $Z(t_{\tilde{\alpha}})$ e de $Z(t_{\tilde{\mu}})$ segue a mesma lógica das estatísticas $Z(t_{\hat{\alpha}})$ e $Z(t_{\hat{\mu}})$, respectivamente, enquanto $Z(t_{\tilde{\beta}})$ testa a hipótese nula de

ausência de tendência determinista. Por fim, tem-se que as estatísticas do teste de Phillips-Perron seguem a mesma distribuição do teste de Dickey-Fuller Ampliado.

3.3.3 Testes de raiz unitária sazonal

Os testes de raiz unitária levam em consideração apenas a presença de uma raiz unitária no processo gerador da série temporal, que corresponde a um pico de frequência zero no espectro. No entanto, como as séries podem apresentar padrões sazonais em seu comportamento, podem ser encontradas raízes unitárias no sistema em outras frequências (HYLLEBERG et al., 1990). Nesse sentido, faz-se necessária a aplicação de testes de raiz unitária sazonal para identificar a ordem de integração sazonal D das séries a serem modeladas.

3.3.3.1 Teste de Hylleberg, Engle, Granger e Yoo - HEGY

O teste proposto por Hylleberg, Engle, Granger e Yoo (1990) corresponde a uma generalização do teste de Dickey-Fuller que permite identificar a presença de raiz unitária em cada frequência sazonal. A priori, a especificação do teste de HEGY foi desenvolvida para séries trimestrais. Beaulieu e Miron (1993), ao investigar a presença de raiz unitária nos dados agregados dos Estados Unidos, propuseram uma especificação destinada às séries de periodicidade mensal, a qual tem sua regressão de teste definida por:

$$\nabla_{12}y_t = \sum_{k=1}^{12} \pi_k y_{k,t-1} + m_0 t + m_1 + \sum_{k=2}^{12} m_k S_{k,t} + \sum_{k=1}^l \delta_k \nabla_{12}y_{t-1} + \epsilon_t \quad (113)$$

Onde, t é o a tendência determinista, m_1 é a constante, S_{kt} corresponde às variáveis binárias sazonais, k é o índice de frequência, ϵ_t é um ruído branco, e os regressores $y_{k,t-1}$ são definidos como:

$$\begin{aligned} y_{1,t} &= (1 + B + B^2 + B^3 + B^4 + B^5 + B^6 + B^7 + B^8 + B^9 + B^{10} \\ &\quad + B^{11})y_t, \\ y_{2,t} &= -(1 - B + B^2 - B^3 + B^4 - B^5 + B^6 - B^7 + B^8 - B^9 + B^{10} \\ &\quad - B^{11})y_t, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
y_{3,t} &= -(B - B^3 + B^5 - B^7 + B^9 - B^{11})y_t, \\
y_{4,t} &= -(1 - B^2 + B^4 - B^6 + B^8 - B^{10})y_t, \\
y_{5,t} &= \frac{1}{2}(1 + B - 2B^2 + B^3 + B^4 - 2B^5 + B^6 + B^7 - 2B^8 + B^9 \\
&\quad + B^{10} - 2B^{11})y_t, \\
y_{6,t} &= \frac{\sqrt{3}}{2}(1 - B + B^3 - B^4 + B^6 - B^7 + B^9 - B^{10})y_t, \\
y_{7,t} &= \frac{1}{2}(1 - B - 2B^2 - B^3 + B^4 + 2B^5 + B^6 - B^7 - 2B^8 - B^9 \\
&\quad + B^{10} + 2B^{11})y_t, \\
y_{8,t} &= -\frac{\sqrt{3}}{2}(1 + B - B^3 - B^4 + B^6 + B^7 - B^9 - B^{10})y_t, \\
y_{9,t} &= -\frac{1}{2}(\sqrt{3} - B + B^3 - \sqrt{3}B^4 + 2B^5 - \sqrt{3}B^6 + B^7 - B^9 \\
&\quad + \sqrt{3}B^{10} - 2B^{11})y_t, \\
y_{10,t} &= \frac{1}{2}(1 - \sqrt{3}B + 2B^2 - \sqrt{3}B^3 + B^4 - B^6 + \sqrt{3}B^7 - 2B^8 \\
&\quad + \sqrt{3}B^9 - B^{10})y_t, \\
y_{11,t} &= \frac{1}{2}(\sqrt{3} + B - B^3 - \sqrt{3}B^4 - 2B^5 - \sqrt{3}B^6 - B^7 + B^9 \\
&\quad + \sqrt{3}B^{10} + 2B^{11})y_t, \\
y_{12,t} &= -\frac{1}{2}(1 + \sqrt{3}B + 2B^2 + \sqrt{3}B^3 + B^4 - B^6 - \sqrt{3}B^7 - 2B^8 \\
&\quad - \sqrt{3}B^9 - B^{10})y_t, \\
y_{13,t} &= (1 - B^{12})y_t. \tag{114}
\end{aligned}$$

Para as frequências zero e π , ou seja. as frequências anual e bianual, a hipótese nula de presença de raiz unitária corresponde a $\pi_k = 0$, para $k = 1,2$, e é testada por meio da estatística-t convencional dos parâmetros, tendo como hipótese alternativa $\pi_k < 0$. Para as demais frequências ($k = 3,4, \dots, 12$), usa-se uma estatística-t que não segue a distribuição assintótica convencional, de modo que seus valores críticos são tabulados em Beaulieu e Miron (1993). Alternativamente, os autores propuseram o uso da estatística-F tradicional para testar conjuntamente a presença de raiz unitária nas

frequências sazonais, de modo a testar $H_0: \pi_{k-1} = \pi_k = 0$, para $k = 4, 6, 8, 10, 12$, contra a hipótese alternativa de que π_{k-1} e π_k não são iguais a zero.

3.3.3.2 Teste de Canova-Hansen

Canova e Hansen (1995) apontaram o baixo poder do teste de HEGY, argumentando que a não rejeição da hipótese nula do teste não pode ser interpretada como evidência para a presença de uma raiz unitária. Os autores propuseram como alternativa o uso de testes que contenham como hipótese nula a sazonalidade estacionária, de modo que a rejeição de tal hipótese implicaria no forte resultado de que a série é de fato não-estacionária. Nesse sentido, como os próprios autores afirmam, da mesma forma que o teste de HEGY é uma generalização da abordagem de Dickey-Fuller, o teste de Canova e Hansen pode ser considerado uma generalização do teste de KPSS para frequências sazonais.

Diante disso, uma das especificações de modelo de séries temporais com sazonalidade estacionária utilizada pelos autores é a seguinte:

$$y_i = x_i' \beta + d_i' \alpha + e_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (115)$$

em que y_i é o valor real da série, x_i é um vetor $k \times 1$ de regressores, podendo incluir um intercepto e/ou uma tendência linear, d_i é um vetor $s \times 1$ contendo as binárias sazonais, α é um vetor de parâmetros $s \times 1$ (tal que, $s = 12$ para séries mensais), o qual capta os efeitos sazonais sobre a série. Nessa especificação, é necessário que y_i não apresente raiz unitária na frequência zero para que seja identificada a presença de raiz unitária sazonal. Ademais, Canova e Hansen (1995) sugerem o uso de um estimador da matriz de variância e covariância de Newey-West (1987) para garantir a consistência da estimação dos parâmetros mesmo na presença de autocorrelação e heteroscedasticidade dos resíduos.

Quanto aos fenômenos sazonais, existe a possibilidade de que a magnitude de seus efeitos sobre as séries econômicas se altere ao longo do tempo, fazendo com que as estimativas dos coeficientes das binárias sazonais também se alterem (SILVAPULLE, 2004). Buscando captar tal efeito, Canova e Hansen (1995) sugerem que os parâmetros α passem a ser especificados na forma de um passeio aleatório, tal que:

$$\alpha_i = \alpha_{i-1} + u_i \quad (116)$$

onde α_0 é fixo e u_i é ruído branco. Nesse sentido, Canova e Hansen (1995) sugerem o seguinte multiplicador de Lagrange como estatística de teste para verificar conjuntamente a estabilidade em todas as frequências sazonais:

$$L_J = \frac{1}{n^2} \text{tr} \left(\sum_{t=1}^n \widehat{D}_t \widehat{\Omega}^{-1} \widehat{D}_t' \right) \quad (117)$$

onde $\widehat{D}_t = \sum_{i=1}^t d_i \widehat{e}_i$, $\widehat{\Omega}$ é o estimador de Newey-West definido pelos autores. Tal estatística tem como hipótese nula a estabilidade de todos os parâmetros sazonais, e, para grandes amostras, sua distribuição converge para uma distribuição de Von Mises com s graus de liberdade. Vale ressaltar que, segundo os autores, L_J também consegue captar a instabilidade na frequência zero.

Canova e Hansen (1995) sugeriram uma estatística de teste complementar ao descrito na eq. (117), para identificar a instabilidade em interceptos sazonais específicos. Tal estatística segue a seguinte especificação:

$$L_a = \frac{1}{\widehat{\Omega}_{aa} n^2} \sum_{t=1}^n \widehat{D}_{at}^2 \quad (118)$$

em que \widehat{D}_{at} é o a -ésimo elemento de \widehat{D}_t , e $\widehat{\Omega}_{aa}$ é o a -ésimo elemento da diagonal de $\widehat{\Omega}$. Sob a hipótese nula de estabilidade, a distribuição da estatística converge para uma distribuição de Von Mises com um grau de liberdade, para cada $a = 1, \dots, s$. Portanto, de acordo com os autores, L_a consiste essencialmente em aplicar um teste de KPSS às subséries sazonais

3.4 Dados

O preço doméstico do açúcar é representado pela série mensal do Indicador Diário de Açúcar Cristal Branco do Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada - CEPEA. De acordo com o CEPEA (2022), tal indicador é comumente utilizado como insumo para pesquisas referentes ao setor sucroalcooleiro. Seu cálculo é baseado nos negócios efetivados entre usinas e compradores do Estado de São Paulo, no dia do fechamento do indicador. Por ter periodicidade diária, a série mensal corresponde à média aritmética dos preços vigentes no mês de referência, e é calculada e disponibilizada pelo próprio Centro.

Dado o importante papel do Brasil nas exportações de açúcar, e a consequente influência dos preços internacionais sobre as decisões dos agentes do setor, tais preços são inclusos como variáveis explicativas nos modelos de função de transferência. Para representá-los, são utilizados os preços dos contratos futuros de açúcar branco negociados em Londres, bem como, os preços dos contratos futuros de açúcar bruto negociados em Nova Iorque, os quais serão incluídos nos modelos de maneira individual. Os preços desses contratos serão coletados do site Investing.com, o qual tem como base os dados da Bloomberg. Suas cotações estão disponíveis na forma de contratos contínuos, de modo que se baseiam no *front-month* de vencimento, com a troca do mês de referência ocorrendo 10 dias antes do vencimento. De acordo com o site, a justificativa para a troca ocorrer nesse período está associada à baixa liquidez no mercado dos contratos ao se aproximar da data de vencimento.

Todos os dados compreendem o período entre janeiro de 2012 e março de 2021. A escolha por tal período justifica-se no fato de ser observada uma alta expressiva nos preços do açúcar cristal no mercado brasileiro nos períodos posteriores a março de 2021, o qual se deu em decorrência da quebra registrada na safra 2021/2022. Com isso, optou-se por excluir tal período, obtendo, assim, um período mais estável para efetuar as comparações entre as previsões.

Quanto às cotações das séries de preço referente ao açúcar, estas são transformadas em reais por tonelada, utilizando a série referente à Taxa de Câmbio Comercial R\$/US\$ - Fim de Período (Compra), divulgada pelo Sistema Gerenciador de Séries Temporais do Banco Central do Brasil - SGS-BCB, sob o código 3695. Em seguida, as séries são deflacionadas pelo Índice Geral de Preços – Disponibilidade

Interna - IGP-DI, divulgado pelo Instituto Brasileiro de Economia da Fundação Getúlio Vargas - FGV IBRE. Ademais, foi utilizado o software R (R CORE TEAM, 2022), para aplicação dos procedimentos descritos na presente seção.

3.5 Procedimentos para previsão

As estimações dos modelos são efetuadas utilizando apenas os dados do período entre janeiro de 2012 e março de 2020, com o objetivo de obter previsões para maio de 2020 a março de 2021, comparando-as com os respectivos valores observados. Tais previsões são calculadas de duas formas: i) estimação da previsão com horizonte de 12 meses; ii) estimação um passo a frente. A primeira alternativa segue exatamente o procedimento descrito na subseção 3.2.4. A segunda forma, por sua vez, consiste em estimar a previsão apenas para um período a frente, incorporar aos dados o valor observado da série no período imediatamente posterior, reestimar o modelo, e obter a previsão para o próximo período, de modo que esse processo se repita até que sejam obtidas todas as previsões para os 12 meses seguintes. Por fim, vale ressaltar que o procedimento de combinação de previsão será efetuado utilizando como *input* apenas as previsões obtidas por meio do primeiro método.

4 RESULTADOS

A presente seção é destinada à apresentação dos resultados alcançados com base na metodologia proposta. A princípio, tem-se os resultados referentes ao tratamento da base de dados e da identificação dos modelos de previsão. Em seguida, são expostos os resultados dos modelos de previsão, os quais serão subdivididos de acordo com o tipo de modelo utilizado. Por fim, tem-se um resumo comparativo do desempenho das previsões.

4.1 Tratamento da Base de Dados e Identificação dos Modelos

Inicialmente, é retirado o efeito da inflação da série do preço doméstico do açúcar cristal. Por meio da Figura 11, é possível perceber que ao se fazer isso, a variância das últimas observações é reduzida, o que é favorável à elaboração de previsões para esse período. Mais precisamente, no período entre junho de 2019 e março de 2021, o desvio-padrão da série nominal foi de R\$ 331,00, enquanto na série real essa medida foi de R\$ 207,00. Além disso, considerado o período como um todo, é verificada uma redução no coeficiente de variação da série, o qual passou de uma dispersão de cerca de 26% em torno da média na série nominal, para 17% na série real (ver Tabela A.1 no Apêndice A).

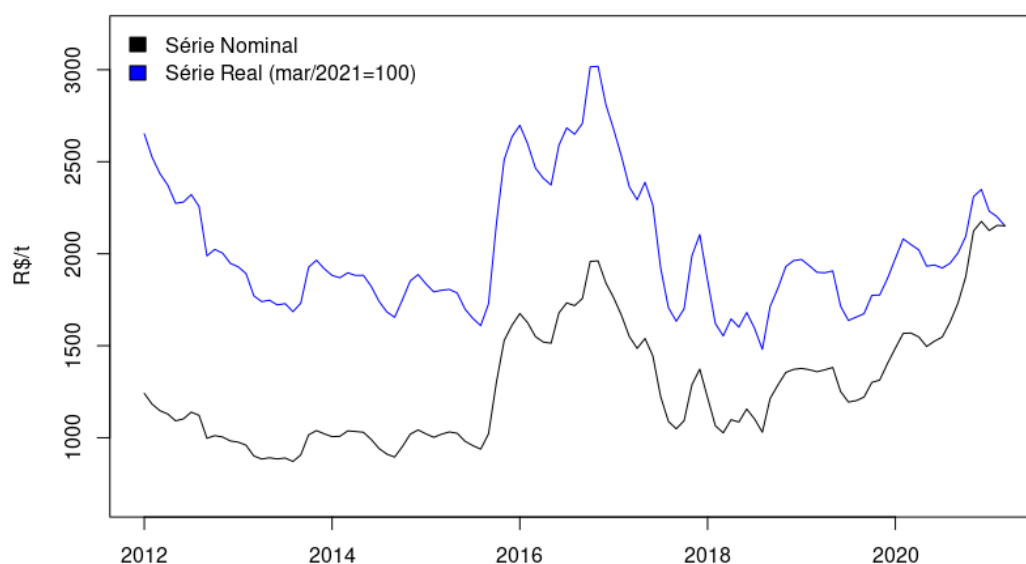


Figura 11 – Preço do açúcar cristal no mercado brasileiro em R\$/t (jan/2012 – mar/2021). Elaboração própria.

Para a análise da necessidade de transformação dos dados, a série deflacionada é dividida em amostras com 12 observações e calculada a média e amplitude de cada uma delas. Na Figura 12, observa-se que, de forma geral, as amostras com maior média também apresentam a maior amplitude. Dessa forma, optou-se por aplicar a transformação logarítmica aos dados. Diante disso, para manter a compatibilidade na escala das séries, foi aplicado o mesmo tipo de transformação à variável explicativa que é utilizada nos modelos multivariados. Vale ressaltar que, desse ponto em diante, ao ser mencionado “preço”, deve-se entender como o log do preço em questão.

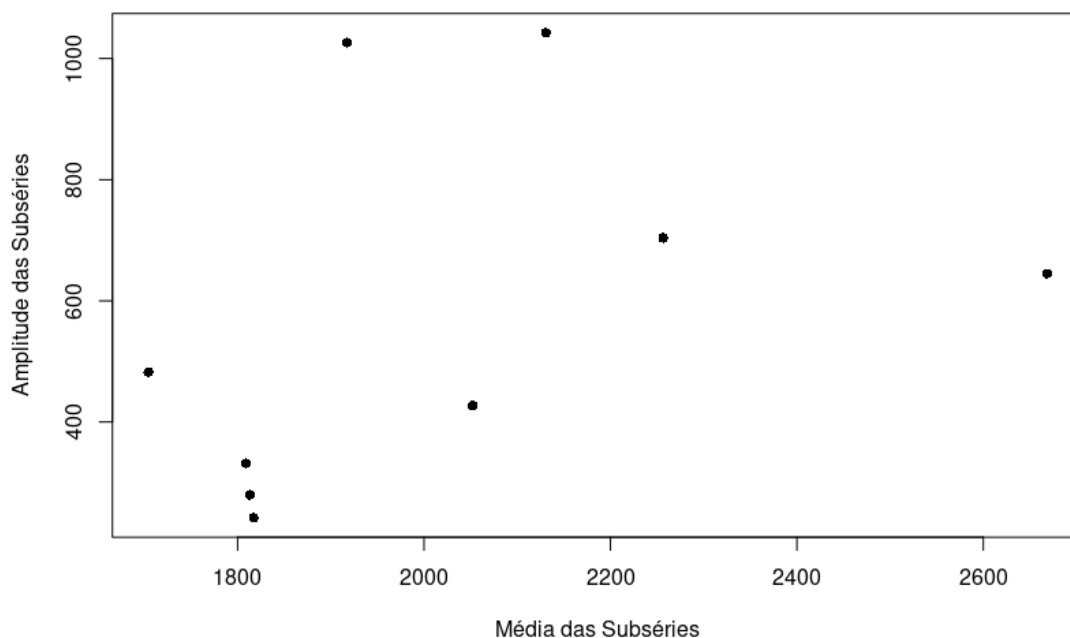
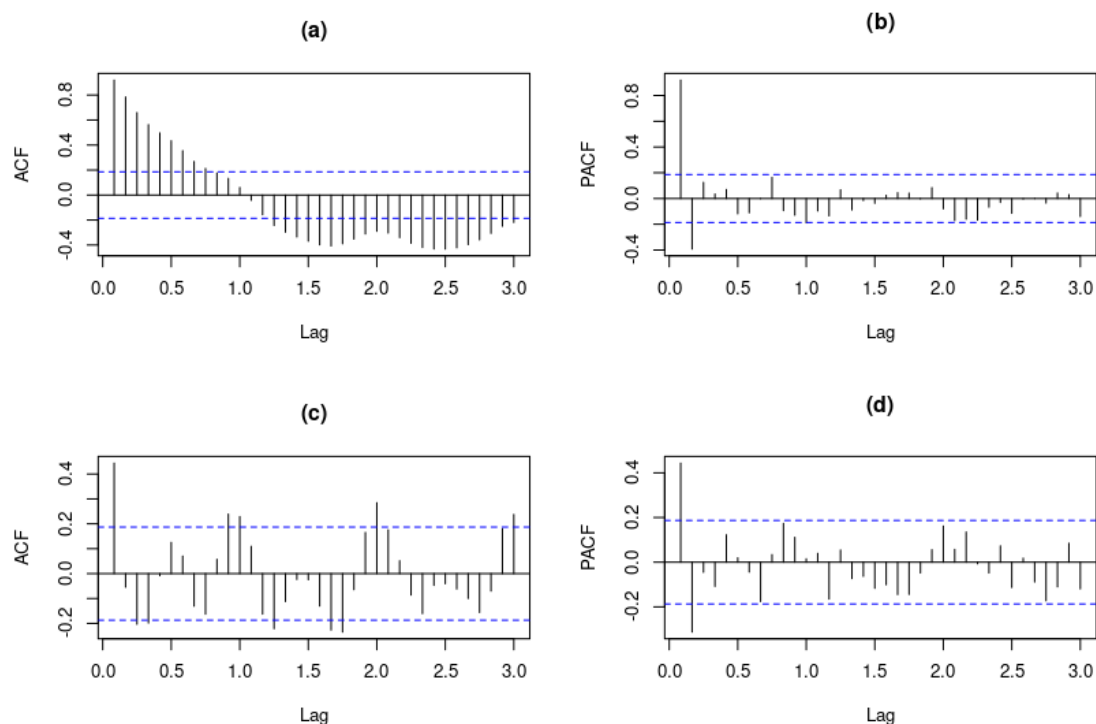


Figura 12 – Média e amplitude das subséries com 12 observações do preço doméstico do açúcar (2012-2021). Elaboração própria.

A FAC e a FACP da série transformada e em nível são apresentadas na Figura 13, nos quadros (a) e (b). O resultado da FAC mostra que seus coeficientes não caem rapidamente para zero, e apresentam um padrão semelhante ao de uma senóide amortecida. Nesse caso, tem-se o primeiro indicio de que a série é não-estacionária. Diante disso, não é apropriado fazer uso da metodologia Box-Jenkins com a série em nível, sendo necessária aplicar a primeira diferença, o que será feito se os testes de raiz unitária corroborarem o resultado encontrado com a FAC.



Notas: (a), (b): FAC e FACP, respectivamente, da série em nível; (c), (d) FAC e FACP, respectivamente, da série em primeira diferença.

Figura 13 – Função de Autocorrelação e Função de Autocorrelação Parcial do preço doméstico.

Elaboração própria.

Os quadros (c) e (d) da Figura 9 mostram a FAC e a FACP da série do preço doméstico em primeira diferença. Nota-se que os coeficientes da FAC caem rapidamente para zero, indicando a estacionariedade da série. No entanto, são observados coeficientes estatisticamente diferentes de zero em lags múltiplos de 12, o que representa um indício de comportamento sazonal. Com isso, por meio da FAC chega-se à identificação de um modelo preliminar com $q = Q = 1$. Quanto à FACP, esta indica um modelo inicial com $p = 1$.

Em relação à ordem de d , os testes de raiz unitária é que irão embasar o processo de identificação, como já citado, embora se tenha indícios com o comportamento da FAC que a série é não estacionária. O primeiro teste aplicado é o de Dickey-Fuller Ampliado (ADF) e seus resultados estão dispostos na Tabela 4.1. São utilizados seus três tipos de especificação (incluindo constante e tendência, só com

constante e sem qualquer termo determinista), tomando como referência o modo proposto por Enders (2010), ou seja, partindo da especificação geral para a particular, levando em conta a significância dos coeficientes estimados.

Tabela 4.1 – Teste de raiz unitária Dickey-Fuller Ampliado: preço doméstico

		Modelo I						
	Lags	α^a	β^a	$(\rho - 1)^a$	τ_τ^b	ϕ_2^b	ϕ_3^b	Q(36) ^a
Nível	3	0,6063 (0,0187)	0,0001 (0,6089)	-0,0806 (0,0172)	-2,4216 (-3,43)	2,1289 (4,75)	0,1813 (6,49)	44,5370 (0,1555)
Dif.	3	-0,0071 (0,5096)	0,0001 (0,4891)	-0,8759 (0,0000)	-5,9859 (-3,43)	11,9824 (4,75)	17,9722 (6,49)	43,0340 (0,1955)
		Modelo II						
	Lags	α^a	$(\rho - 1)^a$	τ_μ^b	ϕ_1^b			Q(36) ^a
Nível	3	0,6212 (0,0150)	-0,0819 (0,0148)	-2,4786 (-2,88)	3,0840 (4,63)			45,0990 (0,1422)
Dif.	1	0,0010 (0,8541)	-0,7259 (0,0000)	-7,2108 (-2,88)	25,9977 (4,63)			53,9520 (0,0277)
		Modelo III						
	Lags	$(\rho - 1)^a$	τ^b					Q(36) ^a
Nível	3	-0,0001 (0,8426)	-0,1991 (-1,95)					45,0240 (0,1439)
Dif.	1	-0,7254 (0,0000)	-7,2454 (-1,95)					53,9460 (0,0277)

Fonte: Elaboração própria.

^a Os valores entre parênteses são os valores-p.

^b Os valores entre parênteses são os valores críticos das estatísticas ao nível de 5% de significância.

Modelo I: $\nabla y_t = \alpha_0 + \gamma y_{t-1} + \beta t + \sum \alpha_i \nabla y_{t-i+1} + \epsilon_t$.

Modelo II: $\nabla y_t = \alpha_0 + \gamma y_{t-1} + \sum \alpha_i \nabla y_{t-i+1} + \epsilon_t$.

Modelo III: $\nabla y_t = \gamma y_{t-1} + \sum \alpha_i \nabla y_{t-i+1} + \epsilon_t$.

Os resultados do teste indicam que, em todas as especificações, é possível aceitar a hipótese de presença de raiz unitária na série em nível a 5% de significância estatística. No caso da série em primeira diferença, tal hipótese pode ser rejeitada, indicando que a série é estacionária. Quanto aos termos deterministas, tem-se que, para a série em primeira diferença, todos foram estatisticamente iguais a zero, tanto pelo valor-p do parâmetro, estimado quanto pelas estatísticas de teste conjunto dos coeficientes. Logo, o teste de ADF indica que a estacionariedade independe da inclusão de um desses termos.

O teste de raiz unitária de Phillips-Perron (PP) aplicado à série em nível resulta em valores das estatísticas Z menores, em módulo, do que o valor crítico para o nível de

5% de significância estatística, como pode ser visto na Tabela 4.2. Nesse caso, o teste aponta para a presença de raiz unitária da série de preços em nível. Para a série em primeira diferença, a estatística $Z(t_{\hat{\mu}})$ e $Z(t_{\hat{\alpha}})$ indicam estacionariedade. Ademais, as estatísticas Z auxiliares permitem aceitar a hipótese nula de ausência de intercepto e tendência. Com isso, tem-se corroborado o verificado no teste de ADF.

Tabela 4.2 – Teste de raiz unitária Phillips-Perron: preço doméstico

Série em Nível					
	Constante e Tendência			Constante	
	$Z(t_{\hat{\mu}})$	$Z(t_{\hat{\alpha}})$	$Z(t_{\hat{\beta}})$	$Z(t_{\hat{\mu}})$	$Z(t_{\hat{\alpha}})$
Valor calc.:	-2,5350	1,2002	1,1569	-2,6512	2,6446
Valor crítico:		-3,4472			-2,8853
Série em Diferença					
	Constante e Tendência			Constante	
	$Z(t_{\hat{\mu}})$	$Z(t_{\hat{\alpha}})$	$Z(t_{\hat{\beta}})$	$Z(t_{\hat{\mu}})$	$Z(t_{\hat{\alpha}})$
Valor calc.:	-5,7935	-0,2785	0,3647	-5,8298	-0,1146
Valor crítico:		-3,4472			-2,8853

Fonte: Elaboração própria.

A ordem de diferenciação sazonal (D) é estabelecida conforme os resultados dos testes de raiz unitária sazonal. O teste de Hylleberg et al. (1990) – HEGY foi aplicado sobre a série em nível, seguindo o procedimento feito pelos autores em seu artigo seminal. De acordo com a Tabela 4.3, o resultado do teste para a frequência anual (frequência zero, parâmetro π_1) indica a presença de raiz unitária, estando de acordo com os resultados encontrados nos testes de ADF e PP. Para a frequência bianual (π_2), é possível rejeitar, a 5% de significância estatística, a presença de raiz unitária. Nas demais frequências, as estatísticas F indicam a presença de raiz unitária na frequência $2\pi/3$, que corresponde a um movimento cíclico que se repete a cada 5 e 6 meses. Com isso, tem-se um indicativo da necessidade de diferenciação sazonal da série.

Tabela 4.3 – Teste de raiz unitária sazonal HEGY: preço doméstico

Lags	Frequências						
	0	π	$\pi/2$	$2\pi/3$	$\pi/3$	$3\pi/6$	$\pi/6$
	π_1	π_2	$F_{\pi_3\pi_4}$	$F_{\pi_5\pi_6}$	$F_{\pi_7\pi_8}$	$F_{\pi_9\pi_{10}}$	$F_{\pi_{11}\pi_{12}}$
3	-2,0105	-3,4594	9,4531	5,1706	6,6047	9,0185	7,5573
	(0,2472)	(0,0100)	(0,0100)	(0,1136)	(0,0397)	(0,0100)	(0,0197)

Fonte: Elaboração própria.

Nota: Os valores entre parênteses são os valores-p.

Teste aplicado sobre a série do logaritmo natural.

Para confirmar o resultado do teste de HEGY, é aplicado o teste de Canova e Hansen (1995). Por meio das estatísticas de teste para os parâmetros de cada mês, apresentadas na Tabela 4.4, é possível rejeitar, a 5% de significância estatística, a hipótese de instabilidade desses parâmetros. Isto significa que não é verificada raiz unitária sazonal em nenhuma frequência. Além disso, a estatística de teste conjunto também indica a ausência de raiz unitária sazonal em todas as frequências.

Tabela 4.4 – Teste de raiz unitária Sazonal Canova-Hansen: preço doméstico

Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun
0,0854	0,1628	0,0575	0,1722	0,0885	0,0482
(0,7879)	(0,4405)	(0,9472)	(0,4095)	(0,7707)	(0,9847)
Jul	Ago	Set	Out*	Nov	Dez
0,2027	0,1914	0,2457	0,2664	0,1647	0,1927
(0,3213)	(0,3517)	(0,2281)	(0,1946)	(0,4342)	(0,3482)
Joint		1,5708	(0,4786)		

Fonte: Elaboração própria.

Nota: Os asteriscos acima dos meses indicam que suas respectivas *dummies* apresentaram significância estatística a um nível de 5%.

Os valores entre parênteses são os valores-p.

Diante disso, foi considerado inicialmente modelos ARIMA com componentes sazonais e com $d = D = 1$. No entanto, os resultados não foram satisfatórios na etapa do diagnóstico dos modelos. Com isso, optou-se por efetuar as estimações com a série sem a primeira diferença sazonal.

4.2 Modelos Univariados

Dentre os modelos estimados, foram escolhidos aqueles que apresentaram todos os parâmetros significativos ao nível de até 15%, e que não apresentaram autocorrelação residual. Os resultados dos modelos escolhidos encontram-se na Tabela 4.5. Vale citar

que os autores que tratam da identificação dos modelos de previsão utilizando séries temporais sinalizam que, mesmo que o nível de significância de um coeficiente não seja significativo até 10%, que é o valor mais utilizado para a definição de significância ou não, ele deve ser mantido no modelo se ajudar na obtenção de previsões melhores.

Tabela 4.5 – Parâmetros estimados dos modelos univariados: preço doméstico

Modelos ARIMA (p,d,q)(P,D,Q)							
	(2,1,3) (1,0,1) ^a	(2,1,0) (1,0,1) ^b	(0,1,1) (1,0,1) ^b	(3,1,1)	(2,1,3)	(2,1,0)	(1,1,2)
ϕ_1	-0,5617* (0,0628)	-0,5122* (0,1018)		0,3084* (0,1278)	-0,9660* (0,0249)	-0,5842* (0,0957)	-0,9070* (0,0517)
ϕ_2	0,8855* (0,0549)	0,2524* (0,1016)		-0,1792*** (0,1162)	0,9979* (0,0055)	0,3164* (0,0955)	
ϕ_3				0,2284* (0,1088)			
θ_1			0,5341* (0,0941)	0,9316* (0,0775)	-0,4189* (0,1167)		-0,3856* (0,0916)
θ_2	0,7529* (0,0581)				0,5009* (0,1287)		-0,6144* (0,0875)
θ_3	0,4970* (0,0544)				0,5264* (0,1036)		
Φ_1	-0,9104* (0,2550)	-0,9490* (0,2037)	-0,9396* (0,1902)				
Θ_1	-0,8257* (0,3297)	-0,8624* (0,323)	-0,8381* (0,2995)				
AIC	-297,4381	-295,1721	-297,1712	-293,3434	-296,2862	-295,3206	-294,6532
Q(36)	23,5900 (0,9446)	27,6860 (0,8382)	29,0920 (0,7861)	37,3530 (0,4067)	30,7700 (0,7154)	38,7620 (0,3461)	47,1920 (0,1003)
JB	9,0392 (0,0109)	15,6652 (0,0004)	11,2093 (0,0037)	14,5446 (0,0007)	15,5069 (0,0004)	22,0551 (0,0000)	12,3035 (0,0021)

Fonte: Elaboração própria.

Nota: Os valores entre parênteses abaixo dos parâmetros são o erro-padrão da estimativa. Os valores entre parênteses abaixo dos testes são o valor-p.

^a Modelo com restrição $\theta_1 = 0$ e $span=12$.

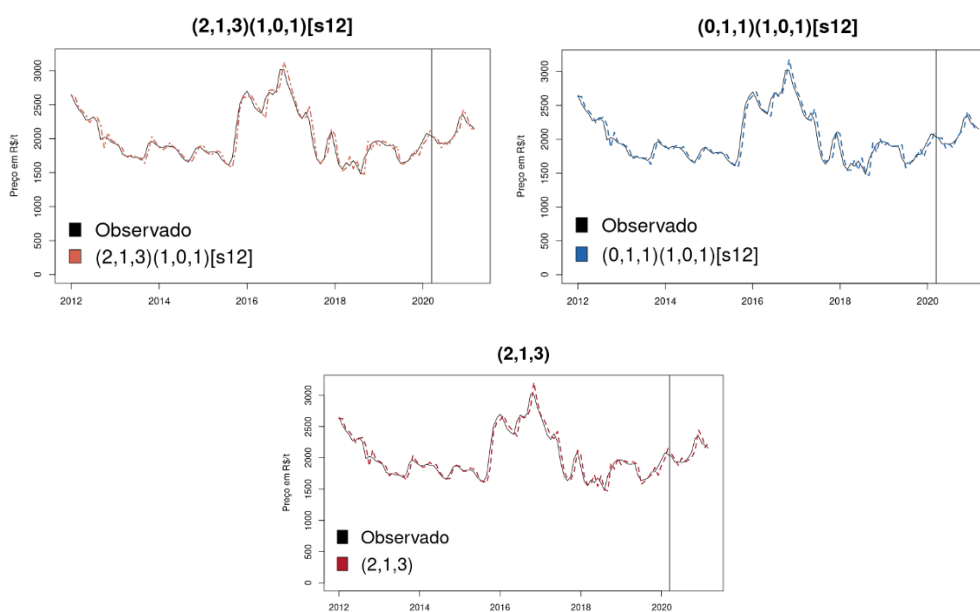
^b Modelos com $span=12$.

* Significativos a 5%. ** Significativos a 10%. *** Significativos a 15%.

Por meio da Tabela 4.5, observa-se que a maioria dos parâmetros foi significativo a 5%, com exceção do parâmetro ϕ_2 do modelo (3,1,1), correspondente ao segundo termo autoregressivo, o qual é significativo a 15%. Apesar da ausência de autocorrelação dos resíduos, o diagnóstico não é favorável no que diz respeito à

verificação de distribuição normal, dado que não é possível aceitar a hipótese nula do teste de normalidade de Jarque-Bera.

Para a etapa de previsão, dos modelos apresentados na Tabela 4.5, foram escolhidos os três que apresentaram o menor AIC, a saber: os modelos $(2,1,3)(1,0,1)$, $(0,1,1)(1,0,1)$ e $(2,1,3)$. Por meio da Figura 14 é possível visualizar a qualidade do ajuste desses modelos para o período dentro da amostra (jan/2012 – mar/2020, observações anteriores à linha vertical preta), de modo que é perceptível como estes captam bem os movimentos passados da série.



Notas: A linha vertical preta indica o ponto em que a série foi dividida para estimação. Os valores ajustados que estão após a linha são as previsões um passo a frente.

Figura 14 – Séries observada e ajustada pelos modelos univariados (2012-2021).

Elaboração própria.

Quanto às previsões para o período de abril de 2020 a março de 2021, a Figura 15 traz os resultados obtidos pelos três modelos escolhidos. Cada gráfico apresenta as previsões um passo à frente e 12 passos à frente. Observa-se que as previsões para um passo à frente ficaram mais próximas dos valores observados para o período em questão, porém, captando as mudanças de inclinação da série com uma defasagem. Quanto às previsões para 12 passos à frente, estas seguem próximas aos valores

observados até por volta do terceiro mês de previsão, passando a se desviar com maior intensidade nos meses seguintes.

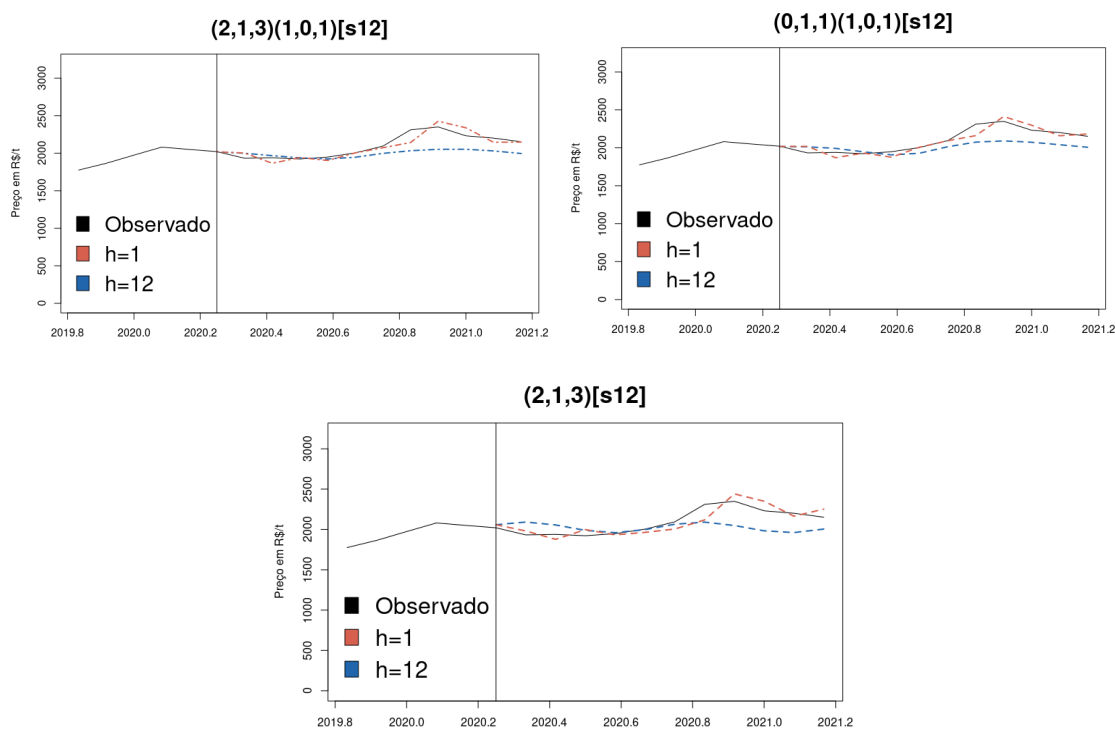


Figura 15 – Previsões resultantes dos modelos univariados (abr/2020-mar/2021).

Elaboração própria.

A Figura 16 apresenta os desvios do previsto em relação ao observado em porcentagem. É possível visualizar que, para um passo a frente, são poucos os momentos em que as previsões se distanciam em mais de 5% do observado. Já para o caso das previsões para 12 passos a frente, estas passam a se distanciar em mais de 5% por volta da oitava previsão (novembro), o que corrobora o observado na Figura 10.

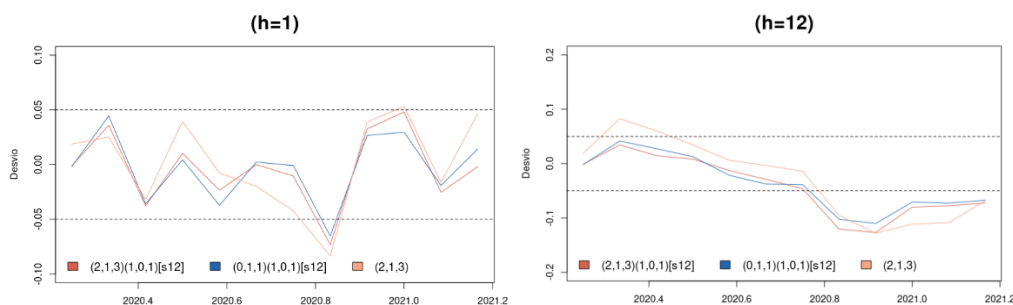


Figura 16 – Porcentagem do desvio do previsto em relação ao observado (modelos univariados).

Elaboração própria.

A Tabela 4.6 apresenta os critérios de comparação para as previsões dos modelos univariados escolhidos. Comparando as previsões em termos de horizonte, os resultados corroboram o que fora observado nos gráficos: as previsões para um passo à frente mostram-se superiores, em termos de acurácia, em comparação com as previsões para 12 passos à frente, o que é um fato esperado.

Tabela 4.6 – Critérios de comparação para as previsões dos modelos univariados

$(p,d,q)(P,D,Q)$	Horizonte de Previsão			
	h=1		h=12	
	RMSE	U-Theil	RMSE	U-Theil
$(2,1,3)x(1,0,1)$	72,08291	0,03437	150,10810	0,07157
$(0,1,1)x(1,0,1)$	65,48734	0,03123	134,93530	0,06434
$(2,1,3)$	88,61830	0,04225	164,62520	0,07850

Fonte: Elaboração própria.

Quanto aos modelos, em ambos os horizontes e em todos os critérios, o modelo multiplicativo $(0,1,1)(1,0,1)$ é o que mostra melhor desempenho nas previsões. Logo, este é escolhido como o modelo univariado a ser utilizado no processo de filtragem do preço doméstico na definição do modelo de função de transferência, bem como, na combinação de previsões.

4.3 Modelos de Função de Transferência - Londres

Para os modelos de função de transferência, é necessário estimar, inicialmente, modelos univariados para a variável explicativa, para efetuar o processo de identificação por meio da CCF. Efetuadas as etapas da metodologia Box-Jenkins (ver

Apêndice A), chegou-se ao modelo ARIMA(3,1,2) para o preço do açúcar em Londres, com os seguintes parâmetros estimados:

$$(1 - 1,1629B + 0,7111B^2 + 0,0354B^3)\nabla Y_t = (1 - 1,3196B + 0,8957B^2)a_t \quad (119)$$

que são significativos a pelo menos 15%. Nesse modelo, não se observa a presença de autocorrelação residual.

A CCF resultante das séries devidamente filtradas encontra-se na Figura 17. A região de interesse é a que corresponde aos *lags* negativos (esquerda). Verifica-se que o coeficiente correspondente ao *lag* zero é estatisticamente diferente de zero, de modo que se pode considerar, inicialmente, que a constante b , que representa o *dead time*, é igual a zero. Além disso, é verificado um padrão semelhante a um processo AR(1) nessa região, o qual demora um único período para aparecer. Logo, são consideradas especificações preliminares dos modelos de função de transferência com $r = 1$, $l = 1$ e $b = 0$.

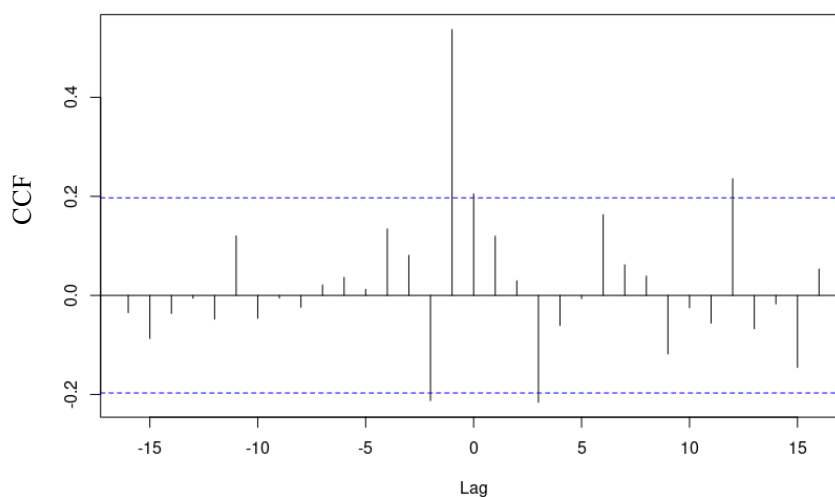


Figura 17 – Função de Correlação Cruzada: Preço Doméstico x Preço Internacional (Londres).

Elaboração própria.

Foram estimados modelos alternativos utilizando o preço do açúcar em Londres como variável explicativa que representa o preço internacional. Destes, foram escolhidos aqueles que apresentaram parâmetros significativos ao nível de pelo menos 15%, e que tivessem resultados positivos em todas as etapas do diagnóstico. Os três modelos escolhidos apresentam as seguintes ordens para $(r,l,b)(p,d,q)$: $(0,1,1)(0,1,3)$, $(0,1,0)(1,1,2)$, $(0,1,1)(2,1,2)$.

Por meio da Tabela 4.7, observa-se que os parâmetros estimados referentes ao preço internacional (ω_0 e ω_1) são positivos e todos significativos a 5%. Os resíduos não apresentam autocorrelação, nem correlação com a variável explicativa, considerando 36 defasagens. Além disso, de acordo com o teste de Jarque-Bera, é verificada a normalidade da distribuição dos resíduos.

Tabela 4.7 – Parâmetros estimados dos modelos de função de transferência (Londres)

	Modelos FT $(r,l,b)(p,d,q)$		
	$(0,1,1)(0,1,3)$	$(0,1,0)(1,1,2)$	$(0,1,1)(2,1,2)$
ω_0	0,6873* (0,0512)	0,2837* (0,0733)	0,6137* (0,0675)
ω_1	0,3421* (0,0526)	0,5948* (0,0745)	0,3229* (0,0708)
ϕ_1		-0,7192* (0,0938)	-0,9398* (0,1501)
ϕ_2			0,3147* (0,1420)
θ_1	0,3209* (0,0854)	-0,4289* (0,0960)	-0,5639* (0,1493)
θ_2	-0,5743* (0,0726)	-0,5711* (0,0929)	-0,4216* (0,1391)
θ_3	-0,6215* (0,0929)		
AIC	-336,5050	-334,1766	-335,9328
Q(36)	34,8500 (0,5232)	46,3840 (0,1152)	28,8700 (0,7948)
Q(36) Mult.	33,7760 (0,5700)	45,3460 (0,1400)	28,1988 (0,8200)
JB	1,1160 (0,5724)	0,6233 (0,7323)	2,2835 (0,3193)

Fonte: Elaboração própria.

Nota: Os valores entre parênteses abaixo dos parâmetros são o erro-padrão da estimativa. Os valores entre parênteses abaixo dos testes são o valor-p.

* Significativos a 5%. ** Significativos a 10%. *** Significativos a 15%.

Vale ressaltar que, para os modelos com $b = 1$, os parâmetros estimados do preço internacional apresentam estimativas entre 0,60 e 0,70, para X_{t-1} , enquanto o modelo com $b = 0$, apresenta um parâmetro próximo a 0,60 para X_{t-1} . Com isso, percebe-se que há uma relação significativa e positiva entre o preço doméstico e o preço internacional (Londres) com defasagem de um período, a qual se apresenta como superior à relação contemporânea entre as séries, assim como para X_{t-2} .

A Figura 18 apresenta os valores observados e ajustados por cada modelo de função de transferência (Londres) para a série do preço doméstico. É possível observar que tais modelos também apresentam um bom ajuste em relação aos dados passados. No entanto, ao comparar com os valores ajustados dos modelos univariados, verifica-se que há uma subestimação dos valores por parte do modelo de função de transferência, sobretudo, no período entre 2019 e 2020, mesmo não havendo nenhum comportamento atípico do preço doméstico em relação ao preço internacional.

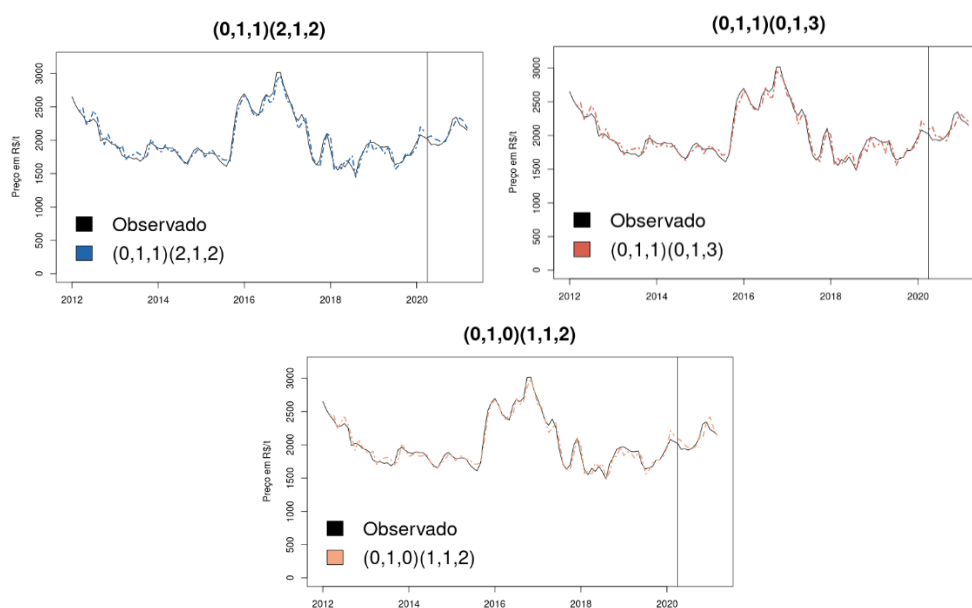


Figura 18 – Séries observada e ajustada pelo modelo de função de transferência – Londres (2012-2021).

Elaboração própria.

A Figura 19 traz as previsões resultantes de cada um dos três modelos escolhidos. Nota-se que, comparando com os resultados dos modelos univariados, tem-

se um distanciamento maior das previsões para ambos os horizontes de previsão em relação ao observado.

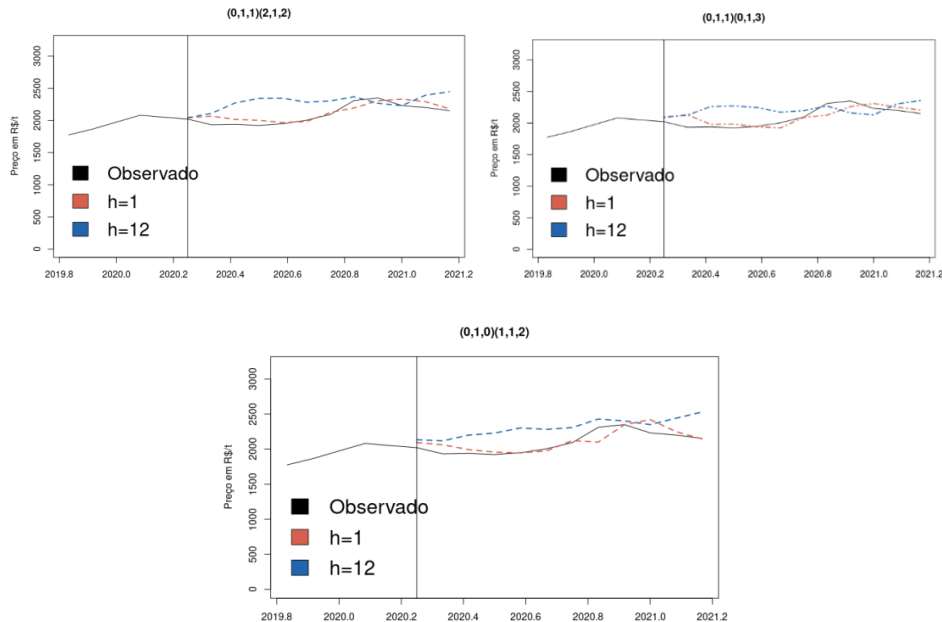


Figura 19 – Previsões resultantes dos modelos de função de transferência – Londres (abr/2020-mar/2021).

Elaboração própria.

Em termos de desvio, por meio da Figura 20, é possível observar que as previsões se distanciam do observado em mais de 5% com mais frequência. No caso das previsões 12 passos à frente, são poucos os momentos em que seus valores se distanciam em menos de 5% do observado.

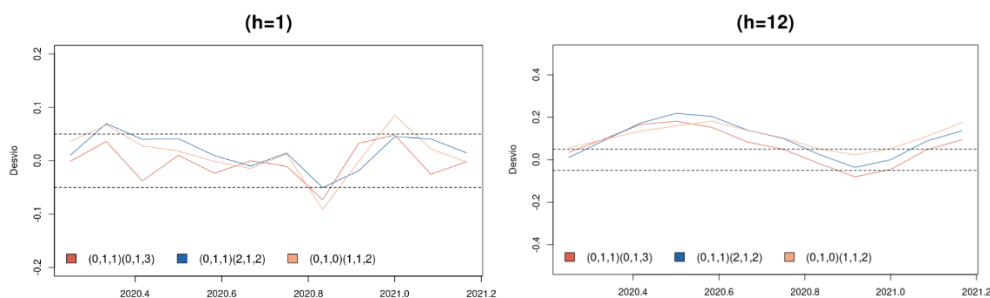


Figura 20 – Porcentagem do desvio do previsto em relação ao observado (modelos de função de transferência – Londres).

Elaboração própria.

Na Tabela 4.8 tem-se as medidas de comparação das previsões dos modelos de função de transferência (Londres). Verifica-se que o modelo que apresenta melhor desempenho de previsão para um passo à frente é o modelo $(0,1,1)(2,1,2)$, com raiz do erro quadrático médio igual a 74,7051, e U de Theil de 0,0356. No entanto, para 12 passos à frente, esse mesmo modelo apresenta o pior desempenho, enquanto o modelo que gerou as melhores previsões foi o $(0,1,1)(0,1,3)$.

Tabela 4.8 – Critérios de comparação das previsões dos modelos de função de transferência (Londres)

$(r,l,b)(p,d,q)$	Horizonte de Previsão			
	h=1		h=12	
	RMSE	U-Theil	RMSE	U-Theil
$(0,1,1)(0,1,3)$	96,1553	0,0458	202,6562	0,0966
$(0,1,1)(2,1,2)$	74,7051	0,0356	247,3873	0,1180
$(0,1,0)(1,1,2)$	96,1037	0,0458	239,6157	0,1143

Fonte: Elaboração própria.

Logo, diferentemente do que foi observado nos modelos univariados, há dois modelos diferentes que performam melhor para cada horizonte de previsão. Diante disso, o modelo $(0,1,1)(0,1,3)$ é o escolhido como insumo na combinação de previsões.

4.4 Modelos de Função de Transferência – Nova Iorque

Os modelos de função de transferência também são estimados utilizando como *proxy* para o preço internacional o preço do açúcar em Nova Iorque (NY). Para isso,

seguindo o mesmo procedimento utilizado para o preço de Londres (ver Apêndice A), chegou-se ao seguinte modelo SARIMA(1,1,1) para NY:

$$(1 - 0,7880B^{12})\nabla Y_t = (1 - 0,6878B^{12})a_t \quad (120)$$

o qual apresentou todos os resultados desejáveis na etapa do diagnóstico. Após a filtragem, as séries são submetidas à CCF para o processo de identificação da função de transferência. A CCF resultante encontra-se na Figura 21. Esta indica que a ordem do b é um, dado que o primeiro coeficiente de correlação cruzada que se mostrou significativo é o referente ao $k = -1$. Como não foi verificado padrão autoregressivo, então considera-se, inicialmente, $r = 0$ e $l = 0$.

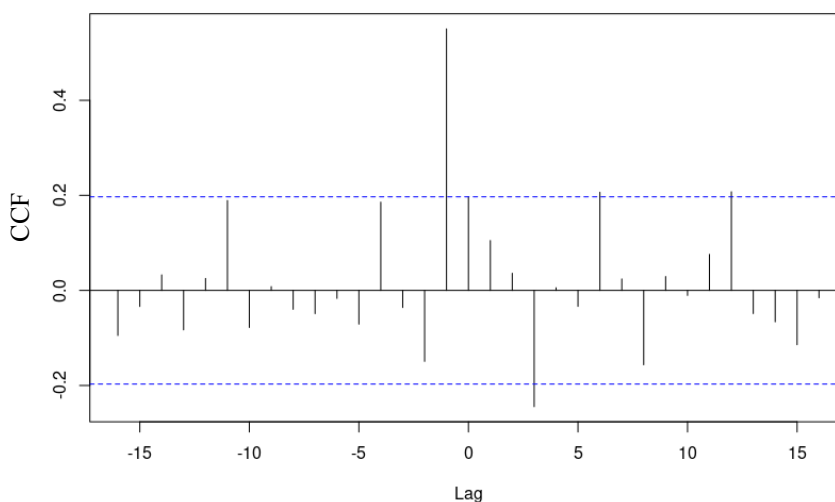


Figura 21 – Função de Correlação Cruzada: Preço Doméstico x Preço Internacional (Nova Iorque).

Elaboração própria.

Dentre os modelos estimados, são escolhidos aqueles que apresentam todos os parâmetros estatisticamente significativos a pelo menos 15%, e que apresentam resultados satisfatórios nos demais requisitos do diagnóstico. As especificações escolhidas para $(r,l,b)(p,d,q)$ são: $(0,1,1)(2,1,1)$, $(0,1,1)(3,1,0)$, $(0,1,0)(0,1,1)$ e $(0,1,0)(2,1,1)$. Seus parâmetros estimados encontram-se na Tabela 4.9. De acordo com os resultados, tem-se que a maioria dos parâmetros são significativos a 5%, com

exceção do parâmetro referente ao termo autoregressivo de ordem 3 do modelo (0,1,1)(3,1,0).

Em relação aos parâmetros estimados, chama-se a atenção para aqueles referentes ao preço internacional (ω_0 e ω_1). Ao comparar sua magnitude com os mesmos parâmetros estimados para o preço do açúcar em Londres, verifica-se uma magnitude menor no grau de relação entre o preço em NY comparado ao em Londres. Logo, tem-se um indício de que, apesar da bolsa de NY ser mais relevante em termos de negociação, o preço negociado em Londres exerce efeito maior sobre o preço do açúcar cristal brasileiro, muito provavelmente pelo fato das características da *commodity*-objeto do contrato futuro londrino serem mais próximas ao do produto brasileiro.

Tabela 4.9 – Parâmetros estimados dos modelos de função de transferência (Nova Iorque)

	Modelos FT (r,l,b)(p,d,q)			
	(0,1,1)(2,1,1)	(0,1,1)(3,1,0)	(0,1,0)(0,1,1)	(0,1,0)(2,1,1)
ω_0	0,5994* (0,0564)	0,5945* (0,0571)	0,1978* (0,0656)	0,2565* (0,0834)
ω_1	0,3851* (0,0566)	0,3731* (0,0575)	0,4669* (0,0731)	0,5584* (0,0879)
ϕ_1	-0,6078* (0,1198)	-0,2837* (0,1094)		-0,7887* (0,2059)
ϕ_2	0,6568* (0,0817)	0,5196* (0,0972)		0,3826* (0,1019)
ϕ_3		0,2009** (0,1048)		
θ_1	-0,3454* (0,1601)		0,3788* (0,1173)	-0,6377* (0,2685)
AIC	-347,3622	-347,0500	-327,3384	-331,7898
Q(36)	30,4830 (0,7281)	30,8050 (0,7139)	44,1840 (0,1643)	28,2440 (0,8184)
Q(36) Mult.	30,0875 (0,7500)	30,3568 (0,7300)	43,2410 (0,1900)	27,4829 (0,8500)
JB	0,9030 (0,6367)	1,088 (0,5804)	5,7971 (0,0551)	1,8606 (0,3944)

Fonte: Elaboração própria.

Nota: Os valores entre parênteses abaixo dos parâmetros são o erro-padrão da estimativa. Os valores entre parênteses abaixo dos testes são o valor-p.

* Significativos a 5%. ** Significativos a 10%. *** Significativos a 15%.

No entanto, ao verificar o ajuste dos modelos, é verificado que os preços cotados em NY geram um ajuste melhor quando comparados àqueles com os preços cotados em Londres, conforme pode ser observado na Figura 22. Com isso, pode-se dizer que o preço em NY se mostra como um melhor preditor para o preço doméstico do açúcar cristal para o período em questão, mesmo com as diferentes especificações de seus produtos.

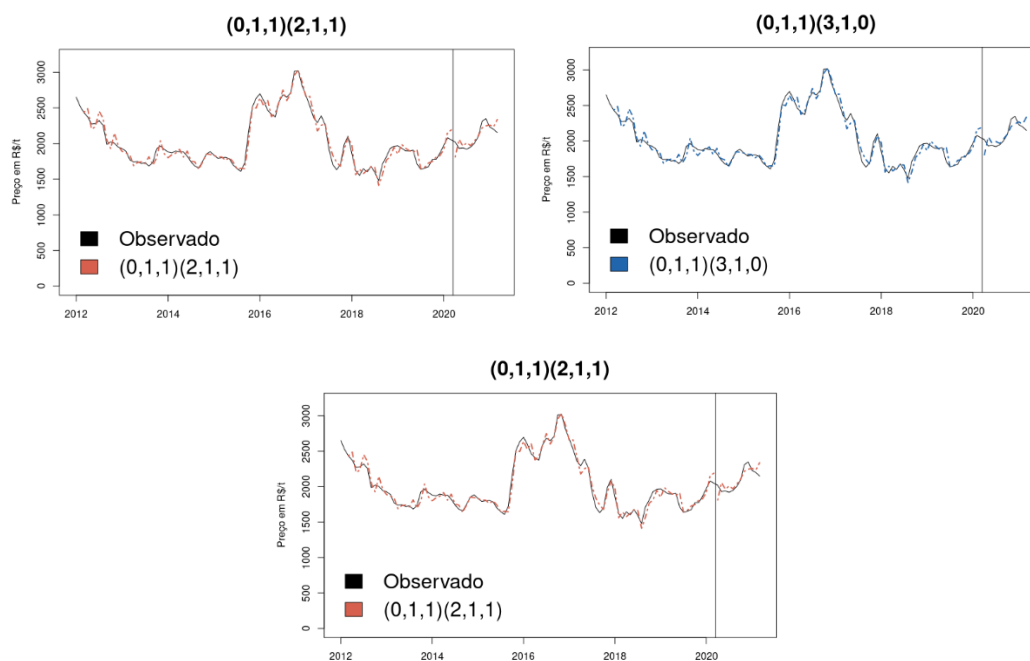


Figura 22 – Séries observadas e ajustada pelo modelo de função de transferência – Nova Iorque (2012-2021).

Elaboração própria.

Ao visualizar as previsões na Figura 23, nota-se com clareza que estas apresentam performance superior àquelas dispostas na Figura 14 (Londres), sendo mais um indicativo do ganho de ajuste ao utilizar o preço cotado em NY como *proxy* para o preço internacional do açúcar. Comparando as previsões entre si, observa-se que os modelos com o *dead time* na primeira defasagem performam mais próximas do valor observado do que a previsão do modelo com *dead time* na defasagem zero. Além disso, as previsões para doze passos à frente têm desempenho próximo ao das previsões para um passo à frente, fato que ainda não havia sido verificado até então.

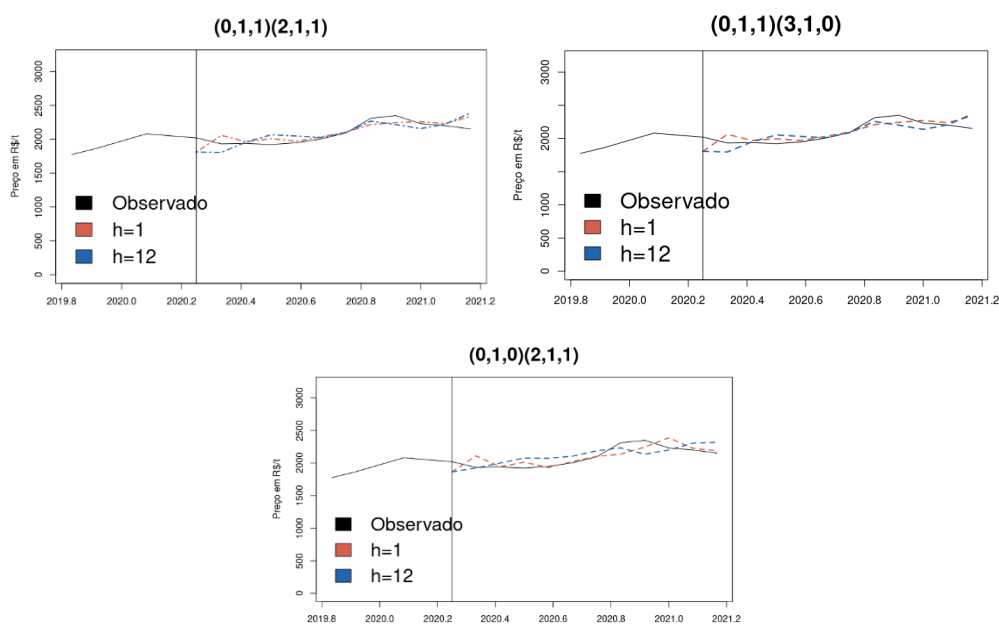


Figura 23 – Previsões resultantes dos modelos de função de transferência – Nova Iorque (abr/2020-mar/2021).

Elaboração própria.

Em termos de desvios, a Figura 24 mostra que as previsões para um passo à frente se desviam em menos de 5% dos valores observados na maior parte dos momentos.

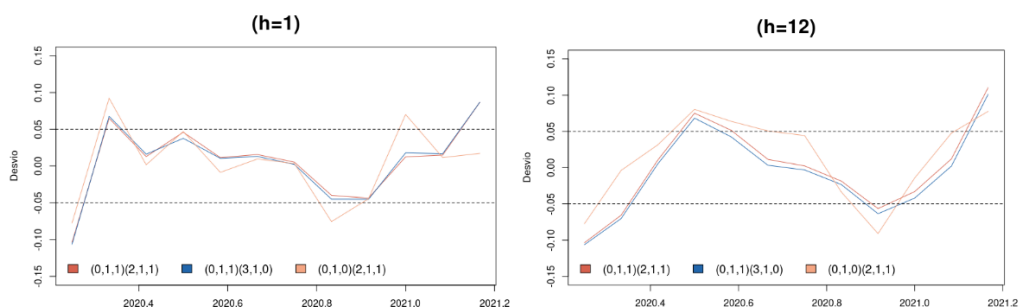


Figura 24 – Porcentagem do desvio do previsto em relação ao observado (modelos de função de transferência – Nova Iorque).

Elaboração própria.

De acordo com os resultados dispostos na Tabela 4.10, para $h=1$, o modelo $(0,1,1)(2,1,1)$ apresentou um U de Theil de 0,0487, e um RMSE de 102,1069. Por

corresponderem ao menor resultado para ambos os indicadores, verifica-se que tal modelo foi o que obteve a melhor performance para esse horizonte de previsão.

Tabela 4.10 – Critérios de comparação dos modelos de função de transferência (Nova Iorque)

(r,l,b)(p,d,q)	Horizonte de Previsão			
	h=1		h=12	
	RMSE	U-Theil	RMSE	U-Theil
(0,1,1)(2,1,1)	102,1069	0,0487	120,3523	0,0574
(0,1,1)(3,1,0)	104,2845	0,0497	119,1342	0,0568
(0,1,0)(2,1,1)	105,2995	0,0502	121,8537	0,0581

Fonte: Elaboração própria.

Quanto às previsões para 12 passos a frente, o modelo (0,1,1)(3,1,0) foi o que apresentou a melhor performance. Tal modelo apresentou um U-Theil de 0,0568 e um RMSE de 119,1342. Portanto, suas previsões são utilizadas como insumo para a combinação de previsões.

4.5 Modelo de Intervenção

Quanto ao modelo de intervenção, este foi estimado utilizando variáveis binárias sazonais – assumem valor um para o mês de referência. No processo de estimação, optou-se por escolher o modelo em que os parâmetros da estrutura ARIMA fossem todos significativos até pelo menos o nível de 15%. Com isso, chegou-se ao modelo com estrutura (p,d,q) igual a (0,1,1). Para as variáveis binárias, cada uma segue a estrutura (r,l,b) igual a (0,0,0).

Dos parâmetros estimados para o modelo de intervenção, verificou-se que o único parâmetro que foi significativo foi o referente ao único termo de médias móveis. Apesar de não ser identificada a significância estatística de nenhum parâmetro referente às variáveis binárias, deu-se prosseguimento ao processo de previsão para verificar se haveria ganho de ajuste ainda assim.

A Figura 25 apresenta os valores ajustados pelo modelo de intervenção em comparação aos valores observados. É possível visualizar que, de maneira geral, há um bom ajuste do modelo aos dados. Em comparação aos demais modelos, pode-se

perceber uma superestimação dos valores em determinados momentos da série em que os demais subestimavam.

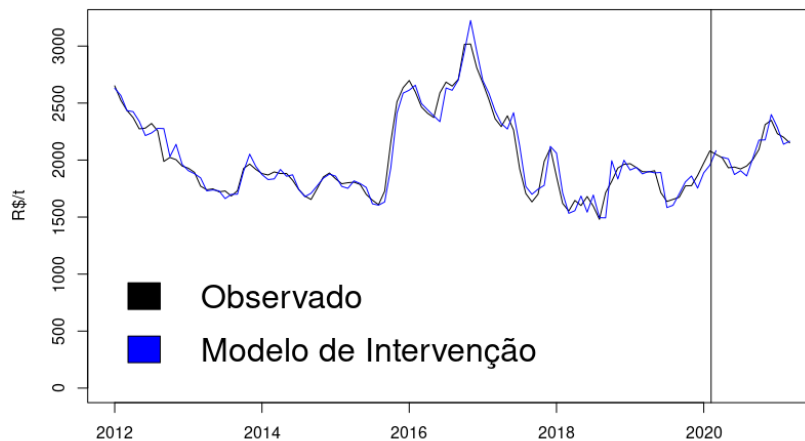


Figura 25 – Séries observada e ajustada pelo modelo de intervenção – (2012-2021).
Elaboração própria.

Por meio da Figura 26, pode-se observar que as previsões resultantes do modelo de intervenção apresentam uma boa performance, de modo que os seus valores pouco se distanciam dos observados. A previsão para 12 passos à frente, apesar de ser a que mais se distancia dos valores observados, consegue captar as mudanças de tendência da série, se comportando como uma espécie de suavização dos valores observados. A previsão um passo à frente, por sua vez, demonstra captar as mudanças de inclinação com uma defasagem.

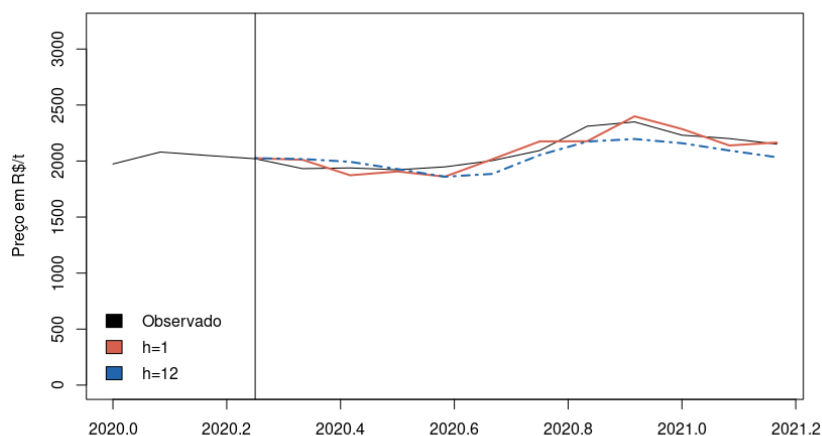


Figura 26 – Previsões resultantes dos modelos de intervenção (abr/2020-mar/2021).
Elaboração própria.

Na Figura 27, é possível visualizar que os valores da previsão para um passo à frente se distanciam em mais de 5% do valor observado em apenas um momento, o que indica o alto grau de sua acurácia. As previsões para 12 passos à frente, no entanto, se distanciam em mais de 5% do valor observado em mais momentos, mas, ainda assim, com performance melhor do que as previsões obtidas pelos outros modelos.

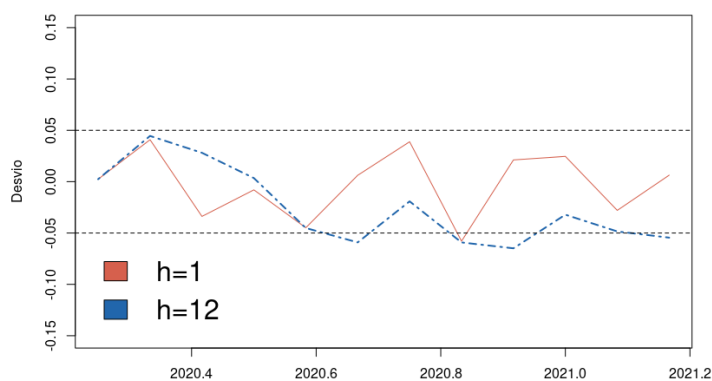


Figura 27 – Porcentagem do desvio do previsto em relação ao observado (modelo de intervenção).

Elaboração própria.

Nesse caso, tem-se que incluir a sazonalidade por meio do modelo de intervenção mostrou-se superior, em termos de previsão, do que sua inclusão através dos modelos ARIMA univariados. Por fim, salienta-se o uso das previsões do modelo

de intervenção, para 12 passos a frente, como mais um insumo para estimação da combinação de previsões.

4.6 Combinação de Previsões

A Tabela 4.11 apresenta os pesos obtidos pelo método de Bates e Granger (1969) – BG, e pelo método de Granger e Ramanathan (1984) – GR. Quanto ao método de BG, a previsão do modelo de intervenção é o que tem o maior peso, 43%, enquanto as previsões do modelo de função de transferência (Londres) têm o menor peso, 9%. Tal resultado era esperado, dada o desvio relativamente grande entre as previsões do modelo em relação aos valores observados.

Tabela 4.11 – Combinação de previsão: pesos estimados

Met.	Interc.	Pesos			RMSE	U-Theil	
		ARIMA (0,1,1)(1,0,1)	Intervenção (0,0,0)(0,1,1)	FT LONDRES (0,1,1)(0,1,3)			FT NY (0,1,1)(3,1,0)
BG		0,217536	0,432253	0,093557	0,256655	81,9672	0,0391
GR	1,737407	0,431311	0,426429	-0,745195	0,670307	34,1875	0,0163

Fonte: Elaboração própria.

Pelo método de GR, o modelo de função de transferência (NY) é o que tem o maior peso (0,67), enquanto o modelo de função de transferência (Londres) tem um peso negativo (-0,74). De fato, ao analisar o gráfico das previsões, percebe-se movimentos inversos de tal previsão em relação ao observado, o que traz sentido ao parâmetro estimado. Ademais, tem-se um intercepto de 1,7374, porém este não é estatisticamente significativo ao nível de 5%. Ainda assim, este é incluso no cálculo da previsão.

A Figura 28 apresenta as previsões estimadas por cada método. Verifica-se, graficamente, que ambos as previsões de ambos os métodos se apresentam superiores às previsões individuais para 12 passos a frente. Porém, ressalta-se o comportamento das previsões provenientes do método GR, pois replicaram com bastante acurácia os valores observados da série no período em questão.

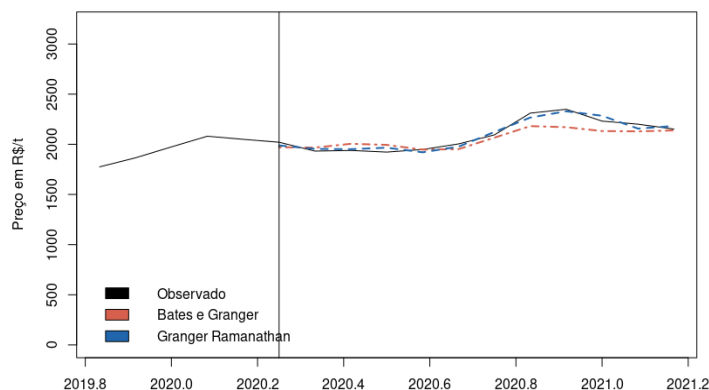


Figura 28 – Previsões resultantes dos modelos de combinação de previsão (abr/2020-mar/2021).

Elaboração própria.

Por meio da Figura 29, visualiza-se com mais detalhe que os valores previstos pelo método GR apresentam desvios em relação ao observado muito próximos a 0%. Os desvios dos valores previstos pelo método BG, por outro lado, ultrapassam os 5% nas últimas observações.

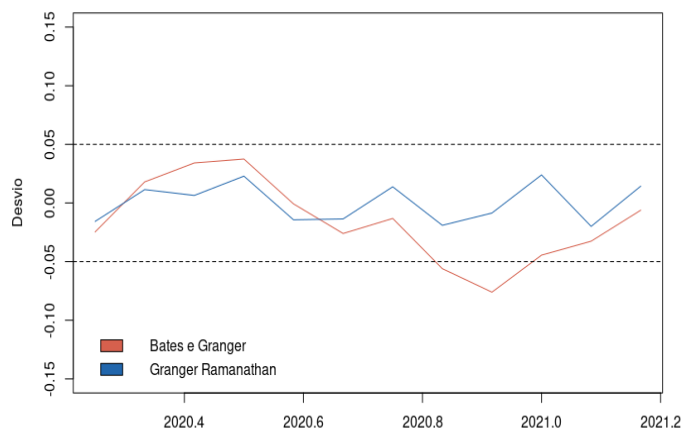


Figura 29 – Porcentagem do desvio do previsto em relação ao observado (combinação de previsões).

Elaboração própria.

Ao verificar a raiz do erro quadrático médio e o U de Theil na Tabela 4.11, chega-se à conclusão de que, de fato, o método de GR foi superior ao método BG em termos de previsão, e ambos foram superiores do que os modelos individualmente.

4.7 Resumo Comparativo

A Tabela 4.12 apresenta um resumo geral dos critérios de comparação de performance das previsões obtidas para 12 passos a frente. Nota-se que, individualmente, o modelo de função de transferência (Londres) foi o que registrou maiores RMSE e U de Theil, sendo superado, inclusive, pelo modelo univariado. Por outro lado, as previsões do modelo de intervenção com variáveis binárias sazonais foi o que apresentou o melhor desempenho. Todavia, nenhum dos modelos superou em performance a combinação de previsões; tendo como destaque o método de GR.

Tabela 4.12 – Resumo: Critérios de comparação dos modelos de previsão (h=12)

Modelos	RMSE	U-Theil
Univariado	134,9353	0,0643
FT Londres	202,6562	0,0966
FT NY	119,1342	0,0568
Intervenção	150,1081	0,0716
Comb. BG	81,9672	0,0391
Comb. GR	34,1875	0,0163

Fonte: Elaboração própria.

Portanto, tem-se a constatação de que cada método é extremamente importante para captar diferentes informações que dizem respeito à série de preço doméstico do açúcar: seja sua relação com os preços internacionais, sua sazonalidade ou seu próprio comportamento passado. Porém, ao combiná-las, todas essas informações são incorporadas e obtém-se uma performance superior aos modelos individuais. Logo, nota-se a necessidade de uso de outras metodologias que não foram contempladas no presente trabalho, com a finalidade de obter previsões individuais ainda mais precisas.

5 CONCLUSÃO

Desde o século XVII, o Brasil se caracteriza como um tradicional produtor de açúcar. Atualmente, o país ocupa lugar de destaque no mercado internacional do produto, sendo responsável por 20% da produção mundial total na safra 2021/2022, e por cerca de 56% do valor exportado do açúcar bruto, em média, no período entre 2019 e 2022. Além disso, o setor sucroalcooleiro brasileiro também desempenha um importante papel para a economia brasileira, pois gera um número significativo de empregos e movimentam volumes expressivos na economia.

Assim como as demais atividades enfrentam o risco inerente às variações de preço, os produtores de açúcar também precisam lidar com essas oscilações. Conforme Bacchi (1994) afirma, os modelos de previsão podem servir como instrumento para mitigar esse tipo de risco, bem como, para a elaboração de políticas públicas voltadas para o setor. Com isso, o presente trabalho teve como objetivo estimar modelos de previsão para o preço doméstico do açúcar no mercado brasileiro, utilizando dados do período entre 2012 e 2021.

Especificamente, foram utilizados modelos ARIMA univariados, modelos ARIMA multivariados (função de transferência e modelo de intervenção) e combinação de previsões. Dentre os modelos estimados, foram escolhidos, inicialmente, aqueles que atendiam à todas as exigências do processo de diagnóstico proposto na metodologia Box-Jenkin: ausência de autocorrelação e normalidade da distribuição dos resíduos, e ausência de correlação entre os resíduos e as variáveis explicativas – para o caso dos modelos multivariados. Em seguida, o processo de estimação das previsões se deu de duas formas: i) 12 passos à frente, conforme metodologia tradicional; e ii) estimação de 12 previsões para um passo à frente.

De maneira geral, em todas as especificações e em todas as metodologias, as previsões para um passo à frente apresentaram performance superior às previsões para 12 passos a frente, como era de se esperar. Em termos de função de transferência, foram utilizadas duas variáveis explicativas como *proxy* para o preço internacional: o preço futuro do açúcar na bolsa de Londres e o preço futuro do açúcar na bolsa de Nova Iorque. Apesar da maior similaridade do produto brasileiro com o produto negociado em Londres, o preço cotado em Nova Iorque foi o que se mostrou como melhor preditor do preço doméstico. Quanto ao modelo de intervenção, apesar dos coeficientes das

variáveis binárias sazonais não terem sido significativos estatisticamente, suas previsões se aproximaram bem dos valores observados, apresentando um baixo desvio para os dois tipos de previsão.

As previsões para 12 passos à frente resultantes de cada um dos modelos foram utilizadas como insumo para a combinação de previsão. Como esperado, a previsão resultante apresentou uma maior acurácia, com desvios próximos a zero e performance superior às previsões individuais. Especificamente, a metodologia proposta por Granger e Ramanathan (1984) é a que se mostra superior para a combinação de previsão.

Com isso, chegou-se à conclusão de que utilizar diferentes metodologias que capturem diferentes nuances inerentes ao mercado de açúcar cristal doméstico e combiná-las em uma única previsão se mostrou como a melhor alternativa para prever o preço do produto. Alcançou-se, portanto, um instrumento para auxiliar os agentes privados e públicos do setor sucroalcooleiro na tomada de decisão.

Ainda assim, há espaço para melhorias no presente trabalho, mediante algumas limitações verificadas. Uma delas é o fato dos modelos de função de transferência não contemplarem variáveis importante para o mercado brasileiro de açúcar cristal, como, por exemplo, a disponibilidade interna do próprio produto e o preço do etanol. Além disso, prever o preço semanal do açúcar pode gerar previsões melhores, bem como, constituir uma ferramenta ainda mais próxima às necessidades do setor.

Por fim, ressalta-se a importância de utilizar metodologias alternativas de previsão, tanto para as previsões individuais, como para a combinação de previsão, de modo a atingir performance ainda maior do que a alcançada pelos modelos utilizados no presente trabalho. Sugere-se o uso de metodologias alternativas, como suavização exponencial, redes neurais, *wavelets*, entre outros, para compor o processo de combinação de previsão e melhorar os resultados obtidos neste trabalho.

REFERÊNCIAS

AGÊNCIA NACIONAL DO PETRÓLEO, GÁS NATURAL E BIOCOMBUSTÍVEL (ANP). **Renovabio**. Site. Disponível em: <https://www.gov.br/anp/pt-br/assuntos/renovabio>. Acesso em: 21 mar. 2022.

AKAIKE, H.. A new look at the statistical model identification. **Ieee Transactions On Automatic Control**, [S.L.], v. 19, n. 6, p. 716-723, dez. 1974.

ARARIPE, Anderson Alencar de. **PREVENDO INFLAÇÃO USANDO SÉRIES TEMPORAIS E COMBINAÇÕES DE PREVISÕES**. 2008. 51 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Finanças e Economia Empresarial, Fundação Getúlio Vargas, Rio de Janeiro, 2008.

ARAÚJO, Rafael Cavalcanti de; CAJUEIRO, Daniel Oliveira. Combining term structure of interest rate forecasts: the brazilian case. **Economia**, [S.L.], v. 14, n. 2, p. 102-121, maio 2013. Emerald.

BACCHI, Mirian Rumenos Piedade. **Previsão de Preços de Bovino, Suíno e Frango com Modelos de Séries Temporais**. 1994. 192 f. Tese (Doutorado) - Curso de Economia Agrária, Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", Piracicaba, 1994.

BANCO CENTRAL DO BRASIL (Bacen). **SGS – Sistema Gerenciador de Séries Temporais – v 2.1**. Brasília, 2022. Disponível em: <<https://www3.bcb.gov.br/sgspub/localizarseries/localizarSeries.do?method=prepararTelaLocalizarSeries>>. Acesso em: fev. 2022.

BARTLETT, M. S. **An Introduction to Stochastic Processes with special Reference to Methods and Applications**. Cambridge: University Press, 1966.

BARTLETT, M. S.. On the Theoretical Specification and Sampling Properties of Autocorrelated Time-Series. **Supplement To The Journal Of The Royal Statistical Society**, [S.L.], v. 8, n. 1, p. 27, 1946.

BATES, J. M.; GRANGER, C. W. J.. The Combination of Forecasts. **Or**, [S.L.], v. 20, n. 4, p. 451, dez. 1969.

BEAULIEU, J. Joseph; MIRON, Jeffrey A. Seasonal unit roots in aggregate U.S. data. **Journal Of Econometrics**, [S.L.], v. 55, n. 1-2, p. 305-328, jan. 1993.

BOX, G. E. P.; JENKINS, G. M. **Time Series Analysis: forecasting and control**. São Francisco: Holden-Day, 1970.

CAMPOS, S. K.; BARROS, G. S. C.; BACCHI, M. R. P. Fundamentos econômicos da formação do preço internacional de açúcar e dos preços domésticos de açúcar e etanol. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO E SOCIOLOGIA RURAL, 49, Belo Horizonte, 2011. **Anais...** Brasília: SOBER, 2011.

CANOVA, Fabio; HANSEN, Bruce E.. Are Seasonal Patterns Constant Over Time? A Test for Seasonal Stability. **Journal Of Business & Economic Statistics**, [S.L.], v. 13, n. 3, p. 237-252, jul. 1995.

CENTRO DE ESTUDOS AVANÇADOS EM ECONOMIA APLICADA (CEPEA). **Açúcar**. Disponível em: <https://www.cepea.esalq.usp.br/br/indicador/acucar.aspx>. Acesso em: 16 fev. 2022.

CEPEA - Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada. **Açúcar**. Disponível em: < <https://www.cepea.esalq.usp.br/br/indicador/acucar.aspx>>. Acesso em: fev. 2022.

CEPEA - Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada. **Etanol**. Disponível em: < <https://www.cepea.esalq.usp.br/br/indicador/acucar.aspx>>. Acesso em: fev. 2022.

DICKEY, D. A.; FULLER, W.. Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series With a Unit Root. **Journal Of The American Statistical Association**, S. L., v. 74, n. 366, p. 427-431, jun. 1979.

DICKEY, D. A.; FULLER, W. A. Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root. **Econometrica**, [S.L.], v. 49, n. 4, p. 1057, jul. 1981.

ENDERS, W. **Applied Econometric Time Series**. 3. ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2010.

FAO. **FAOSTAT**. Disponível em: <https://www.fao.org/faostat/en/#data>. Acesso em: 16 fev. 2022.

FERREIRA, Marcolino. **Machine-learning techniques and short-term combination forecasting of industrial production**. Disponível em: <<https://bibliotecadigital.fgv.br/dspace/handle/10438/29319>>. Acesso em: fev. 2022.

GRANGER, Clive W. J.; RAMANATHAN, Ramu. Improved methods of combining forecasts. **Journal Of Forecasting**, [S.L.], v. 3, n. 2, p. 197-204, abr. 1984.

HOLLAUER, Gilberto; ISSLER, João Victor; NOTINI, Hilton H.. Prevendo o crescimento da Produção industrial usando um número limitado de combinações de Previsões. **Economia Aplicada**, São Paulo, v. 12, n. 2, p. 177-198, abr. 2008.

HYLLEBERG, S.; ENGLE, R.F.; GRANGER, C.W.J.; YOO, B.s.. Seasonal integration and cointegration. **Journal Of Econometrics**, [S.L.], v. 44, n. 1-2, p. 215-238, abr. 1990.

INSTITUTO BRASILEIRO DE ECONOMIA DA FUNDAÇÃO GETÚLIO VARGAS. **Índice Geral de Preços – Disponibilidade Interna**. Rio de Janeiro, 2022.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE). **Produção Agrícola Municipal (PAM)**. Disponível em: <https://www.ibge.gov.br/estatisticas/economicas/agricultura-e-pecuaria/9117-producao-agricola-municipal-culturas-temporarias-e-permanentes.html?=&t=resultados>. Acesso em: 13 mar. 2022.

INVESTING. **Investing.com**. Site. Disponível em: <https://br.investing.com/commodities>. Acesso em: 16 fev. 2022.

INVESTING.COM. **Histórico do Preço do Açúcar Futuro (Londres)**. Disponível em: < <https://br.investing.com/commodities/london-sugar>>. Acesso em: fev.2022.

INVESTING.COM. **Histórico do Preço do Açúcar NY nº11 Futuro**. Disponível em: < <https://br.investing.com/commodities/us-sugar-no11>>. Acesso em: fev.2022.

JARQUE, Carlos M.; BERA, Anil K.. Efficient tests for normality, homoscedasticity and serial independence of regression residuals. **Economics Letters**, [S.L.], v. 6, n. 3, p. 255-259, jan. 1980.

KASSOUF, Ana Lucia. **Previsão de Preços na Pecuária de Corte do Estado de São Paulo**. 1988. 120 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Economia Agrária, Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", Piracicaba, 1988.

KWIATKOWSKI, D.; PHILLIPS, P. C.B.; SCHMIDT, P.; SHIN, Y. Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root. **Journal of Econometrics**, [S.L.], v. 54, n. 1-3, p. 159-178, out. 1992.

LIEBERG, Vanessa. **A influência do estoque mundial de açúcar sobre o preço internacional dessa commodity**. 2014. 87 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Economia e Gestão do Negócio, Fundação Getúlio Vargas, São Paulo, 2014.

LJUNG, G. M.; BOX, G. E. P.. On a measure of lack of fit in time series models. **Biometrika**, [S.L.], v. 65, n. 2, p. 297-303, 1 ago. 1978.

MAKRIDAKIS, S. G. *et al.* **Forecasting: methods and applications**. 3. ed. [S.L.]: Wiley, 1998.

MARTINS, Vera Lúcia Milani. **COMPARAÇÃO DE COMBINAÇÃO DE PREVISÕES CORRELACIONADAS E NÃO CORRELACIONADAS COM AS SUAS PREVISÕES INDIVIDUAIS: um estudo com séries industriais**. 2011. 100 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia de Produção,, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2011.

MICELI, Wilson Motta. **Derivativos de Agronegócios**. 1. ed. São Paulo: Saint Paul Editora, 2008.

MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. C. **Análise de Séries Temporais**. 2. ed. São Paulo: Blucher, 2006.

MORETTIN, Pedro A.; TOLOI, Clélia M. C. **Análise de Séries Temporais**. São Paulo: Blucher, 2006

NASCIMENTO, M. M. do. **Geração de valor e obtenção de vantagem competitiva através de relacionamentos colaborativos**: um estudo de caso do mercado industrial de açúcar no Brasil. 2013. 126 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Administração, Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2013.

NEWBY, Whitney K.; WEST, Kenneth D. A Simple, Positive Semi-Definite, Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix. **Econometrica**, [S.L.], v. 55, n. 3, p. 703, mai. 1987.

OECD/FAO. **OECD-FAO Agricultural Outlook 2021-2030**. Paris: OECD Publishing, 2021.

PHILLIPS, P. C. B.; PERRON, P. Testing for a unit root in time series regression. **Biometrika**, [S.L.], v. 75, n. 2, p. 335-346, 1988.

PINDYCK, R. S.; RUBINFELD, D. L. **Econometria**: modelos e previsões. Rio de Janeiro: Elsevier, 2004.

R Core Team. **R: A language and environment for statistical computing**. Vienna: R Foundation for Statistical Computing, 2022.

SHCHERBAKOV, M.V.; BREBELS, A.; SHCHERBAKOVA, N. L.; TYUKOV, A. P.; JANOVSKY, T. A.; KAMAIEV, V. A. A Survey of Forecast Error Measures. **World Applied Sciences Journal**, v.24, n.24, p.171-176, 2013.

SILVA, M. V. S. e. **Equações de exportação para o açúcar brasileiro**: um modelo de auto-regressão vetorial. 2005. 124 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Ciências (Economia Aplicada), Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", Piracicaba, 2005.

SILVAPULLE, Param. Testing for Seasonal Behavior of Monthly Stock Returns: Evidence from International Markets. **Quarterly Journal of Business and Economics**, [S.L.], v. 43, n. 1/2, p. 93-109, ago. 2004.

SOUZA, M. J. P. de; OLIVEIRA, P. R. de; BURNQUIST, H. L. Lar "Doce" Lar: uma análise do consumo de açúcar e de produtos relacionados no Brasil. **Revista de Economia e Sociologia Rural**, Piracicaba, v. 51, n. 4, p. 785-796, out. 2013.

TEIXEIRA JÚNIOR, Luiz Albino. **Combinação Linear de Previsões com Ajuste MINIMAX**. 2011. 42 f. Monografia (Especialização) - Curso de Métodos Estatísticos Computacionais, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2011.

TEIXEIRA, Levi Lopes; SIQUEIRA, Paulo Henrique; TEIXEIRA JUNIOR, Luiz Albino. Previsões de vazões mensais via combinação híbrida arima_neural com encolhimento e decomposição Wavelet. **Revista de Engenharia e Tecnologia**, Ponta Grossa, v. 7, n. 1, p. 144-161, abr. 2015.

UNIÃO DA AGROINDÚSTRIA CANAVIEIRA DO ESTADO DE SÃO PAULO (UNICA). **Observatório da Cana**. Disponível em: <https://observatoriodacana.com.br/>. Acesso em: 16 fev. 2022.

UNICA. **Balanco de Atividades 2012/13 a 208/19**. S.L: 2019. Disponível em: <<https://unica.com.br/wp-content/uploads/2019/06/Relatorio-Atividades-201213-a-201819.pdf>>. Acesso em: 23 mar. 2022.

UNITED STATES DEPARTMENT OF ENERGY/ENERGY EFICIENCY AND RENEWABLE ENERGY (USDE/EERE). **Global Ethanol Production by Country or Region**, 2022. Disponível em: < <https://afdc.energy.gov/data/10331>>. Acesso em: 25 mar. 2022.

VANDAELE, W. **Applied Time Series and Box-Jenkins Models**. Nova Iorque: Academic Press, 1983

APÊNDICE

Apêndice A – Figuras e Tabelas

Tabela A.1 – Estatística descritiva das séries utilizadas (jan/2012-mar/2021)

	Preço BR (R\$/t)		Preço Londres (R\$/t)		Preço NY (R\$/t)		Câmbio (R\$/US\$)
	Nom.	Real	Nom.	Real	Nom.	Real	Nominal
Mín.	871,00	1.480,00	947,30	1.672,00	764,60	1.264,00	1,71
Méd.	1.290,00	2.023,00	1.381,20	2.161,00	1.089,90	1.707,00	3.328,00
Max.	335,07	3.018,00	2.516,50	2.988,00	2.137,00	2.485,00	5,77
DP	335,07	346,97	362,61	315,90	284,77	259,12	1,06
CV (%)	25,97	17,15	26,25	14,62	26,13	15,18	31,73
	14,54	15,02	29,88	7,72	42,51	10,64	6,35
JB	(0,0007)	(0,0005)	(0,0000)	(0,0211)	(0,0000)	(0,0049)	(0,0418)

Fonte: Elaboração própria.

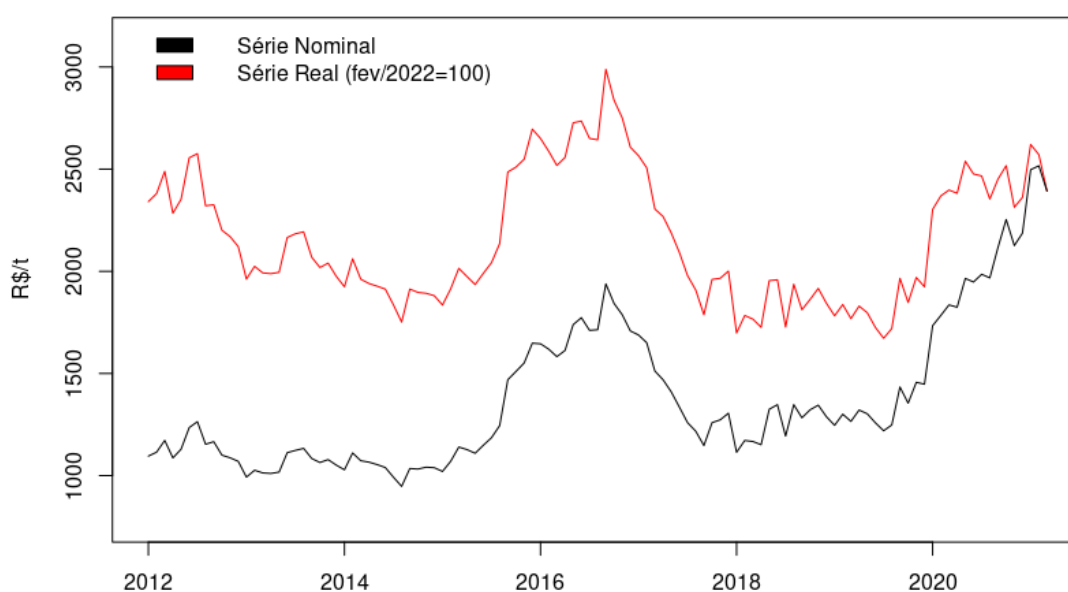
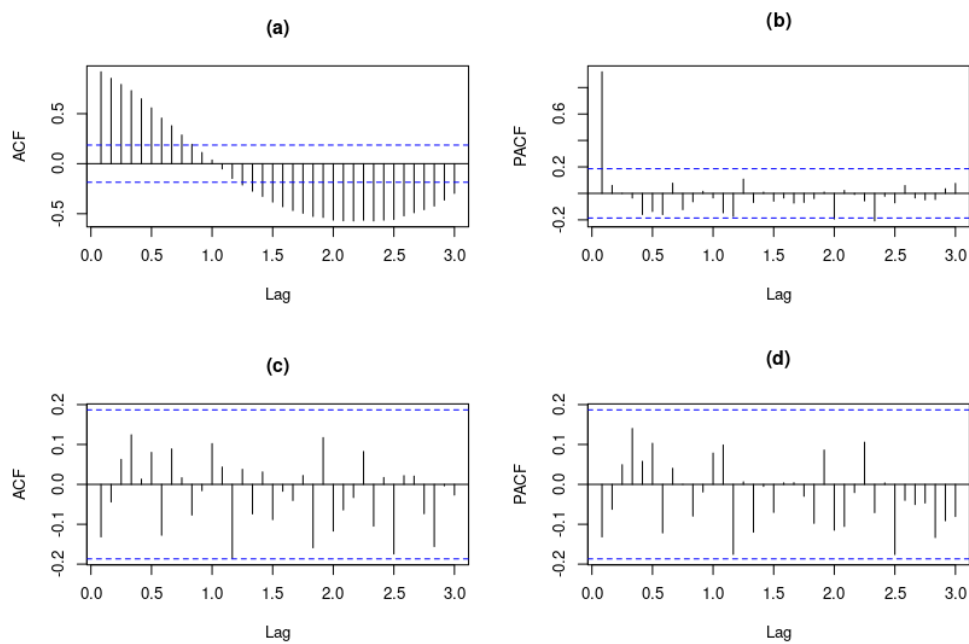


Figura A1 – Preço do açúcar em Londres em R\$/t (jan/2012 – mar/2021).

Elaboração própria.



Notas: (a), (b): FAC e FACP, respectivamente, da série em nível; (c), (d) FAC e FACP, respectivamente, da série em primeira diferença.

Figura A2 – Função de Autocorrelação e Função de Autocorrelação Parcial (preço Londres).

Elaboração própria.

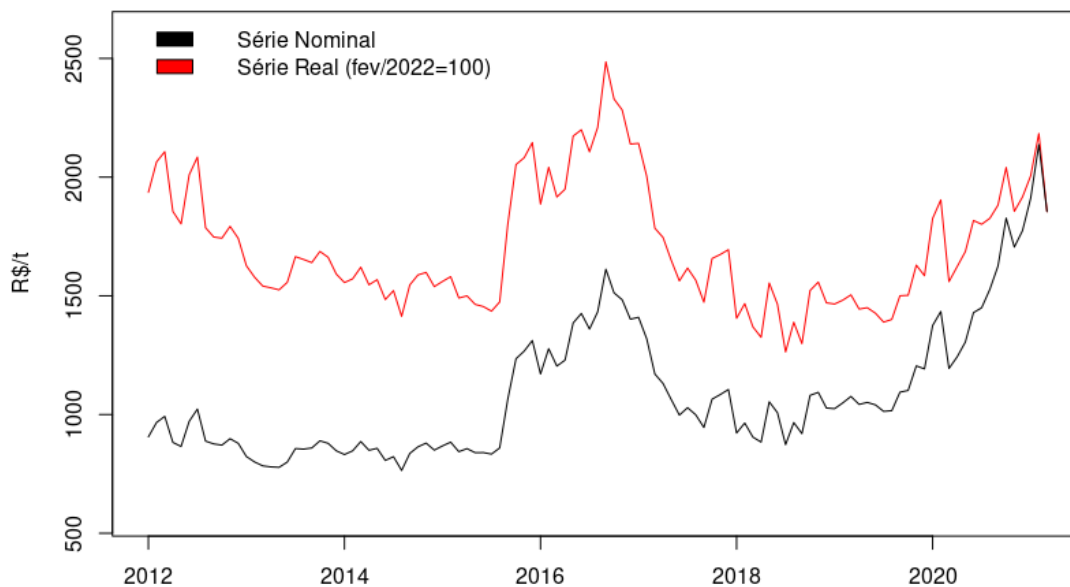
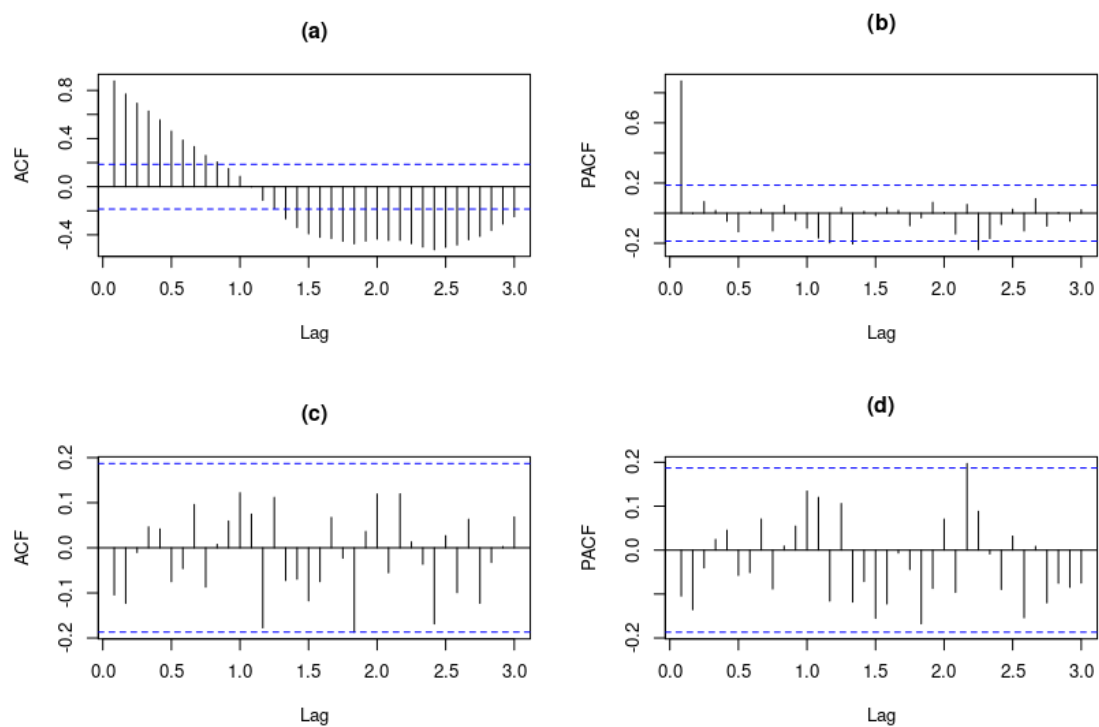


Figura A3 – Preço do açúcar em Nova Iorque em R\$/t (jan/2012 – mar/2021).

Elaboração própria.



Notas: (a), (b): FAC e FACP, respectivamente, da série em nível; (c), (d) FAC e FACP, respectivamente, da série em primeira diferença.

Figura A4 – Função de Autocorrelação e Função de Autocorrelação Parcial (preço Nova Iorque).

Elaboração própria.

Tabela A.2 – Teste de raiz unitária Dickey-Fuller Ampliado: preço Londres

		Modelo I						
	Lags	α^a	β^a	$(\rho - 1)^a$	τ_τ^b	ϕ_2^b	ϕ_3^b	$Q(36)^a$
Nível	1	0,4799 (0,1160)	0,0001 (0,7160)	-0,0630 (0,1150)	-1,5900 (-3,43)	0,9184 (4,75)	12,9390 (6,49)	37,6580 (0,3932)
Dif.	1	-0,0020 (0,8880)	0,0001 (0,7400)	-1,1997 (0,0000)	-7,5690 (-3,43)	19,1345 (4,75)	28,6937 (6,49)	34,0270 (0,5627)
		Modelo II						
	Lags	α^a	$(\rho - 1)^a$	τ_μ^b	ϕ_1^b			$Q(36)^a$
Nível	1	0,4760 (0,1170)	-0,0619 (0,1190)	-1,5739 (-2,88)	1,3230 (4,63)			38,7560 (0,3464)
Dif.	1	0,0022 (0,6980)	-1,1952 (0,0000)	-7,6041 (-2,88)	28,9196 (4,63)			34,6120 (0,5346)
		Modelo III						
	Lags	$(\rho - 1)^a$	τ^b					$Q(36)^a$
Nível	2	0,0000 (0,9460)	-0,0675 (-1,95)					36,4140 (0,4494)
Dif.	1	-1,1911 (0,0000)	-7,6295 (-1,95)					34,5690 (0,5366)

Fonte: Elaboração própria.

^a Os valores entre parênteses são os valores-p.

^b Os valores entre parênteses são os valores críticos das estatísticas.

Tabela A.3 – Teste de raiz unitária Phillips-Perron: preço Londres

		Série em Nível				
		Constante e Tendência			Constante	
		$Z(t_{\hat{\alpha}})$	$Z(t_{\hat{\mu}})$	$Z(t_{\hat{\beta}})$	$Z(t_{\hat{\alpha}})$	$Z(t_{\hat{\mu}})$
Valor calc.:		-2,2679	1,3179	0,8328	-2,3390	2,3392
Valor crítico:		-3,4472			-2,8853	
		Série em Diferença				
		Constante e Tendência			Constante	
		$Z(t_{\hat{\alpha}})$	$Z(t_{\hat{\mu}})$	$Z(t_{\hat{\beta}})$	$Z(t_{\hat{\alpha}})$	$Z(t_{\hat{\mu}})$
Valor calc.:		-11,6666	0,0162	0,7587	-11,6630	0,0277
Valor crítico:		-3,4472			-2,8853	

Fonte: Elaboração própria.

Tabela A.4 – Teste de raiz unitária KPSS: preço Londres

Série em Nível		
	Constante e Tendência	Constante
Valor calc.:	0,0681	0,0715
Valor crítico:	0,1460	0,4630
Série em Diferença		
	Constante e Tendência	Constante
Valor calc.:	0,0641	0,0905
Valor crítico:	0,1460	0,4630

Fonte: Elaboração própria.

Tabela A.5 – Teste de raiz unitária Sazonal HEGY: preço Londres

Lags	Frequências						
	0	π	$\pi/2$	$2\pi/3$	$\pi/3$	$3\pi/6$	$\pi/6$
	π_1	π_2	$F_{\pi_3\pi_4}$	$F_{\pi_5\pi_6}$	$F_{\pi_7\pi_8}$	$F_{\pi_9\pi_{10}}$	$F_{\pi_{11}\pi_{12}}$
0	-2,3375	-2,2633	8,8734	9,4735	6,5384	5,7844	10,4916
	(0,1980)	(0,1340)	(0,0100)	(0,1136)	(0,0415)	(0,0727)	(0,0100)

Fonte: Elaboração própria.

Nota: Os valores entre parênteses são os valores-p.
Teste aplicado sobre a série do logaritmo natural.

Tabela A.6 – Teste de raiz unitária Sazonal Canova-Hansen: preço Londres

Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun
0,3105	0,1146	0,2357	0,3018	0,1526	0,5386
(0,1394)	(0,6358)	(0,2468)	(0,1489)	(0,4769)	(0,0196)
Jul	Ago	Set	Out*	Nov	Dez
0,3145	0,2001	0,0897	0,2007	0,0732	0,0608
(0,1352)	(0,3281)	(0,7645)	(0,3264)	(0,8596)	(0,9307)
Joint		1,6413	(0,4552)		

Fonte: Elaboração própria.

Nota: Os asteriscos acima dos meses indicam que suas respectivas *dummies* apresentaram significância estatística a um nível de 5%. Os valores entre parênteses são os valores-p.

Tabela A.7 – Teste de raiz unitária Dickey-Fuller Ampliado: preço Nova Iorque

		Modelo I						
	Lags	α^a	β^a	$(\rho - 1)^a$	τ_τ^b	ϕ_2^b	ϕ_3^b	Q(36) ^a
Nível	1	0,7580 (0,0415)	0,0001 (0,6842)	-0,1028 (0,0405)	-2,0778 (-3,43)	1,4909 (4,75)	2,2090 (6,49)	41,2660 (0,2513)
Dif.	1	-0,0020 (0,9100)	0,0001 (0,7930)	-1,2176 (0,0000)	-7,6989 (-3,43)	19,8340 (4,75)	29,7485 (6,49)	42,1200 (0,2231)
		Modelo II						
	Lags	α^a	$(\rho - 1)^a$	τ_μ^b	ϕ_1^b	Q(36) ^a		
Nível	1	0,7578 (0,0407)	-0,1020 (0,0411)	-2,0710 (-2,88)	2,1722 (4,63)	41,9780 (0,2277)		
Dif.	1	0,0022 (0,7600)	-1,2136 (0,0000)	-7,7474 (-2,88)	30,0133 (4,63)	42,2540 (0,2189)		
		Modelo III						
	Lags	$(\rho - 1)^a$	τ^b	Q(36) ^a				
Nível	2	-0,0002 (0,8430)	-0,1985 (-1,95)	41,1510 (0,2552)				
Dif.	1	-1,2113 (0,0000)	-7,7788 (-1,95)	42,2090 (0,2203)				

Fonte: Elaboração própria.

^a Os valores entre parênteses são os valores-p.

^b Os valores entre parênteses são os valores críticos das estatísticas.

Tabela A.8 – Teste de raiz unitária Phillips-Perron: preço Nova Iorque

		Série em Nível				
		Constante e Tendência			Constante	
		$Z(t_{\hat{\alpha}})$	$Z(t_{\hat{\mu}})$	$Z(t_{\hat{\beta}})$	$Z(t_{\hat{\alpha}})$	$Z(t_{\hat{\mu}})$
Valor calc.:		-2,6529	2,3554	0,4045	-2,7309	2,7292
Valor crítico:		-3,4472			-2,8853	
		Série em Diferença				
		Constante e Tendência			Constante	
		$Z(t_{\hat{\alpha}})$	$Z(t_{\hat{\mu}})$	$Z(t_{\hat{\beta}})$	$Z(t_{\hat{\alpha}})$	$Z(t_{\hat{\mu}})$
Valor calc.:		-11,5738	-0,1812	0,8327	-11,4715	-0,1254
Valor crítico:		-3,4472			-2,8853	

Fonte: Elaboração própria.

Tabela A.9 – Teste de raiz unitária KPSS: preço Nova Iorque

Série em Nível		
	Constante e Tendência	Constante
Valor calc.:	0,0678	0,0798
Valor crítico:	0,1460	0,4630
Série em Diferença		
	Constante e Tendência	Constante
Valor calc.:	0,0674	0,0999
Valor crítico:	0,1460	0,4630

Fonte: Elaboração própria.

Tabela A.9 – Teste de raiz unitária Sazonal HEGY: preço Nova Iorque

Lags	Frequências						
	0	π	$\pi/2$	$2\pi/3$	$\pi/3$	$3\pi/6$	$\pi/6$
	π_1	π_2	$F_{\pi_3\pi_4}$	$F_{\pi_5\pi_6}$	$F_{\pi_7\pi_8}$	$F_{\pi_9\pi_{10}}$	$F_{\pi_{11}\pi_{12}}$
0	-2,6320	-2,1220	14,2704	8,0023	7,9812	9,5413	9,1216
	(0,1538)	(0,1573)	(0,0100)	(0,0141)	(0,0144)	(0,0100)	(0,0100)

Fonte: Elaboração própria.

Nota: Os valores entre parênteses são os valores-p.
Teste aplicado sobre a série do logaritmo natural.

Tabela A.10 – Teste de raiz unitária Sazonal Canova-Hansen: preço Nova Iorque

Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun
0,2365	0,3261	0,5335	0,2197	0,2034	0,1552
(0,2452)	(0,1237)	(0,0206)	(0,2801)	(0,3193)	(0,4673)
Jul	Ago	Set	Out*	Nov	Dez
0,3555	0,3852	0,1111	0,1359	0,0691	0,1020
(0,0981)	(0,0766)	(0,6532)	(0,5419)	(0,8850)	(0,6995)
Joint		1,6805	(0,4422)		

Fonte: Elaboração própria.

Nota: Os asteriscos acima dos meses indicam que suas respectivas *dummies* apresentaram significância estatística a um nível de 5%. Os valores entre parênteses são os valores-p.