

**Universidade de São Paulo  
Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”**

**MODELO DE RAZÃO DE *HEDGE* ÓTIMA E PERCEPÇÃO SUBJETIVA  
DE RISCO NOS MERCADOS FUTUROS**

**JOSÉ CÉSAR CRUZ JÚNIOR**

Tese apresentada para obtenção do título de Doutor em  
Ciências. Área de concentração: Economia Aplicada

**Piracicaba  
2009**

José César Cruz Júnior  
Bacharel em Ciências Econômicas

**MODELO DE RAZÃO DE *HEDGE* ÓTIMA E PERCEPÇÃO SUBJETIVA DE RISCO  
NOS MERCADOS FUTUROS**

Orientadora:  
Profa. Dra. **MIRIAM RUMENOS PIEDADE BACCHI**

Tese apresentada para obtenção do título de Doutor em Ciências.  
Área de concentração: Economia Aplicada

**Piracicaba  
2009**

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
DIVISÃO DE BIBLIOTECA E DOCUMENTAÇÃO - ESALQ/USP**

Cruz Júnior, José César

Modelo de razão de Hedge ótima e percepção subjetiva de risco nos mercados futuros /  
José César Cruz Júnior. - - Piracicaba, 2009.  
100 p. : il.

Tese (Doutorado) - - Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", 2009.  
Bibliografia.

1. Bolsa de mercadorias 2. Hedging - Finanças 3. Mercado futuro 4. Preço agrícola  
5. Tomada de decisão I. Título

CDD 332.645  
C957m

**"Permitida a cópia total ou parcial deste documento, desde que citada a fonte – O autor"**

**DEDICO**

Aos meus queridos pais, César e Grácia, que nunca mediram esforços para me apoiar. Não tenho palavras para agradecer ao incentivo, confiança, colaboração, compreensão, amor e carinho que vocês sempre me deram. Amo vocês!

## AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por ter me dado a chance de alcançar mais essa vitória em minha vida.

Agradeço a toda minha família que, mesmo distante, sempre esteve perto de mim, em pensamentos, em todos os momentos, sendo eles fáceis ou difíceis. Agradeço aos meus pais César e Grácia, meus irmãos Júlio e Mauro, Gabi, minhas avós, a todos os meus tios e tias, que mesmo distante, sempre torceram por mim. Em particular gostaria de agradecer aos meus tios Fernando, Lúcia e Mazzarello, por terem, desde sempre, me mostrado a importância de estudar. Ao amigo-irmão Luciano, sempre por perto, mesmo a quilômetros de distância.

Agradeço a todos os colegas do LES, pelos momentos que passamos juntos no departamento, seja tomando um café ou estudando exaustivamente em alguma sala de aula, cheia de rabiscos no quadro e amontoados de papel. Aos amigos que me ajudaram a fazer desse tempo em Piracicaba, um período para não ser mais esquecido: Adrian, Arlei (Pochas), Carlitos Cano (Colômbia), Carlos Xavier, (CEOX), Ricardo Fonseca (Fonfon), Joaquim, Lucão (Totally), Guilherme (Todano), Daniel (Capitão), Janderson (Jáh), Leo Gaúcho, Takao, Sérgio, Sidney, Marcelo Justus, Thorsten, Sheila, Saori, Mariúsa, Rosane, e Leila.

Agradeço aos amigos (Ragas) da República Viola Quebrada: Daniel, Laudi, Marconi, Rodrigo Cowboy, Rafael, Marcos, Adenilson, Salim, Guillermo, Edward, Delci, Roberto e a todos os agregados que por lá passaram! Agradeço às meninas da República da Pensão pelas brincadeiras e muitas risadas. À Qro e à Pri, pelos pães de queijo.

Agradeço a todos os colegas do Farmdoc Office e ao professor Scott H. Irwin, pela orientação na UIUC. Agradeço a todos os amigos que fiz na UIUC durante o tempo que estive por lá: Casimiro, Renato, William, Yao, à amiga Virginia, Kelly, Evelyn, Marcão e Ludmila, Shahnila, e à especial Kirsten Rasmussen. Não posso deixar de dizer um muitíssimo obrigado à família Mattos: Fábio, Daniela e Lara.

Agradeço ao Marconi Batista Teixeira, Pedro Sarmiento e a Anamaria Gaudencio (Instituto Mato-grossense de Economia Agrícola) pela ajuda na aplicação dos questionários.

Aos amigos Arlei Facchinelo, Rodrigo Lanna e Lucas Brunetti pelos valiosos comentários sobre a tese.

Aos professores João Martines e Pedro Marques, não só pela colaboração intelectual, mas, sobretudo, pela amizade e apoio durante estes anos.

Agradeço a todos os amigos do PECEGE, principalmente ao Daniel Sonoda que, através dos incentivos do professor Pedro Marques, me tornou definitivamente um professor.

A todos os funcionários do departamento: Maielli, Paula, Cris, dona Eliana, Álvaro, Ligiana, Cida, Cristiane, Helena e André. Todos vocês tornaram esse período mais fácil!

Agradeço à CAPES pelo auxílio financeiro.

Agradeço à colaboração de todos os respondentes dos questionários, por fazerem parte dessa tese existir.

## SUMÁRIO

RESUMO .....	9
ABSTRACT .....	11
1 INTRODUÇÃO.....	13
Referências .....	18
2 RAZÃO DE <i>HEDGE</i> ÓTIMA NA PRESENÇA DE CUSTO DE TRANSAÇÃO E INVESTIMENTO ALTERNATIVO: O CASO DO MERCADO FUTURO DE BOI GORDO .....	21
Resumo .....	21
Abstract.....	21
2.1 Introdução.....	22
2.1.1 Caracterização do problema .....	22
2.2 Objetivos.....	23
2.3 Hipóteses .....	24
2.4 Referencial teórico.....	24
2.5 Metodologia.....	33
2.5.1 Cálculo do retorno da carteira .....	33
2.5.2 Cálculo do risco da carteira .....	35
2.5.3 O modelo de razão de <i>hedge</i> ótima .....	37
2.5.4 Análise <i>ex-post</i> .....	38
2.5.5 Testes de distribuição normal univariada e multivariada .....	38
2.5.6 Teste de distribuição elíptica simétrica .....	40
2.5.7 Custos de transação no mercado futuro.....	43
2.5.8 Fonte de dados .....	44
2.6 Resultados e discussão .....	44
2.8 Conclusões.....	62
Referências .....	63
3 ANÁLISE DAS EXPECTATIVAS DE PREÇOS DOS PRODUTORES DE MILHO BRASILEIROS E O USO DE CONTRATOS FUTUROS.....	67
Resumo .....	67

Abstract.....	67
3.1 Introdução.....	67
3.2 Revisão bibliográfica.....	69
3.2.1 Descalibragem.....	70
3.2.2 Efeito melhor que a média.....	72
3.2.3 Ilusão de controle.....	73
3.3 Metodologia.....	74
3.3.1 Modelo teórico.....	74
3.3.2 Análise estatística dos questionários.....	75
3.3.3 A distribuição subjetiva de probabilidades e o método de comparação das volatilidades subjetivas de preços <i>spot</i> e futuro.....	76
3.3.4 Dados.....	78
3.4 Resultados e discussão.....	79
3.5 Conclusões.....	82
Referências.....	83
APÊNDICES.....	87
ANEXO.....	95



## RESUMO

### Modelo de razão de *hedge* ótima e percepção subjetiva de risco nos mercados futuros

O objetivo deste trabalho foi investigar motivos pelos quais os produtores brasileiros de boi gordo e milho fazem relativamente pouco uso dos mercados futuros como ferramenta de gerenciamento de risco de preços. Duas abordagens diferentes foram apresentadas na pesquisa. Para o mercado de boi gordo, onde a presença de *hedgers* parece ser maior, um modelo de razão de *hedge* ótima alternativo ao tradicional modelo de mínima variância foi utilizado. O modelo alternativo faz uso de uma função de utilidade com aversão relativa ao risco constante para modelar as preferências dos indivíduos. Esta abordagem é considerada mais realista, por permitir que o nível absoluto de aversão ao risco se altere com a riqueza. Além disso, uma medida de *downside risk* e o relaxamento das hipóteses do modelo tradicional de mínima variância foram adicionados na análise. De acordo com os resultados, quando consideradas a possibilidade de se realizar investimento em um ativo alternativo ao mercado agropecuário, e a presença de custos de transação, o incentivo ao *hedge* se reduz acentuadamente. A utilização de uma medida alternativa de risco colaborou para esta redução, que foi mais acentuada para indivíduos menos aversos ao risco. Isto pode ser concluído observando-se que as razões de *hedge* ótimas, obtidas através da maximização da utilidade esperada dos indivíduos, foram, em grande parte, inferiores àquelas obtidas pelo modelo tradicional. Além disso, na maior parte dos casos, a utilização das razões de *hedge* ótimas alternativas mostrou-se mais eficiente que a obtida pelo modelo tradicional, pois possibilitou a obtenção de maiores razões retorno/risco no período selecionado para teste. Para o mercado de milho, um questionário foi aplicado a 90 produtores no sul e centro-oeste do Brasil. O questionário teve o objetivo de verificar se existem sinais de excesso de confiança nos preços por parte dos produtores de milho entrevistados. Adicionalmente, perguntas sobre o conhecimento do mercado futuro na BM&FBOVESPA foram também apresentadas. Em relação a este último tema, a maior parte dos produtores respondeu que conhece sobre o mercado futuro na bolsa brasileira, mas não fazem uso do mesmo. O principal motivo apontado pelos produtores foi não possuir informação suficiente sobre os mercados futuros. Associado a este resultado, descobriu-se que existe pouco incentivo para que os produtores realizem proteção de preços da produção, pois, para a maior parte dos entrevistados, as variâncias subjetivas de preços foram significativamente inferiores às variâncias dos preços históricos no mercado físico e futuro. Este resultado permitiu concluir que o excesso de confiança nos preços pode ser considerado uma explicação alternativa para o baixo uso dos mercados futuros como ferramenta de gestão de risco de preços. Como conclusões gerais, ações que visem promover reduções de custos de transação no mercado futuro e uma maior divulgação dos benefícios desta importante ferramenta na redução de risco de preços devem ser mais exploradas pela BM&FBOVESPA. Além disso, a promoção do maior conhecimento a respeito de como se negociar nesse mercado pode ser também uma boa estratégia para se fazer com que um maior número de produtores passe a negociar nesse mercado.

Palavras-chave: Mercados futuros; Razão de *hedge* ótima; Variância subjetiva



## ABSTRACT

### **Optimal *hedge* ratio model and subjective risk perception in the futures markets**

This research aimed to investigate the significant underuse of futures markets as a risk management tool by Brazilian live cattle and corn producers. To this end, the paper used two different approaches. In the live cattle market, where there appears a higher participation of *hedgers* trading, an alternative *hedge* ratio model was used instead of the standard minimum variance model. The alternative model uses a constant relative risk aversion utility function to model individual preferences. This approach is considered more realistic as use of the constant relative risk aversion utility function allows for the absolute level of risk aversion to change with wealth. In addition, a downside risk measure was introduced and certain restrictive assumptions to the minimum variance model were relaxed. According to the results, when the possibility of investment in an alternative asset and transaction costs are considered, the incentive to *hedge* is dramatically reduced. The use of an alternative risk measure also proved important to this reduction, which was higher for less risk averse individuals. This conclusion may be drawn after observing that the optimal *hedge* ratios obtained from the expected utility maximization are, in most cases, lower than those obtained by the standard model. Moreover, in most cases the use of alternative optimal *hedge* ratios provides higher return/risk ratios during the test period. For the corn market, a survey questionnaire was conducted of ninety producers in South and Central-West Brazil. The survey was conducted in order to verify the presence of overconfidence in prices among corn producers. The survey also asked questions regarding their knowledge of futures markets at BM&FBOVESPA. Most respondents answered that while they know about futures markets at the Brazilian board of trade, they do not trade on it because they do not have enough information about trading. The results also revealed that there is a low incentive for producers to *hedge* their production in futures markets because for most producers, subjective price variances are significantly lower than the variance of historical futures and spot prices. Given the results, one may conclude that the overconfidence effect in prices can be considered an alternative explanation to the low use of futures markets as a price risk management tool. Furthermore, actions which promote transaction costs reductions and promote the benefits to producers of using this important risk management tool while trading in the futures markets must be more carefully explored by the BM&FBOVESPA. Moreover, promoting knowledge of trading in futures markets may likely be a successful strategy for the wider adoption of futures trading among corn and live cattle producers.

Keywords: Futures markets; Optimal *hedge* ratio; Subjective variance



## 1 INTRODUÇÃO

O mercado futuro é uma ferramenta potencial para gestão do risco de preços, pois, através de operações de *hedge*, bancos, empresas, cooperativas e agropecuaristas têm a possibilidade de reduzir o risco de preço presente em suas atividades principais.

Johnson (1960) apresenta uma discussão a cerca do conceito do *hedge* ao compará-lo com a especulação. De acordo com este autor, a característica essencial do *hedge* de *commodities* é que o *trader* sincronize suas atividades em dois mercados, sendo que um deles é, geralmente, o mercado *spot* ou à vista (para entrega imediata) e o outro, o mercado futuro. Os *traders*, dessa forma, encaram o *hedge* como um “seguro” contra o risco de preço. Se, por exemplo, um produtor possui/compra uma unidade de *commodity* a um dado preço *spot* e o preço cai antes que ele consiga revendê-la, ele estará exposto a uma perda de capital no montante da mudança de preço. No entanto, ele poderia proteger parte de sua posição do risco das flutuações de preço, simultaneamente vendendo um número suficiente de contratos futuros. Se a mudança líquida no preço *spot* for igual à mudança líquida no preço futuro, isto é, os preços moverem-se paralelamente, o ganho que ele obterá em um mercado será compensado pelas perdas no outro, restando para o produtor apenas o lucro normal do mercado.

A função do especulador neste contexto é assumir o risco que os *hedgers* desejam tirar de seus próprios ombros, sendo que o mercado futuro é visto como um dos mecanismos mais apropriados para que o risco de preço seja transferido de um grupo para o outro.

De acordo com Wu (2006), é a volatilidade criada pelas freqüentes mudanças no setor financeiro mundial que faz com que a estrutura de operações de defesa de posições de risco, o *hedge*, seja um dos problemas mais importantes na gestão financeira. O *hedge* deve, portanto, ser utilizado como uma ferramenta estratégica no auxílio da gestão de risco para a empresa ou produtor.

Quando se decide por fazer o *hedge* alguns passos devem ser seguidos. O primeiro deve ser a identificação dos riscos financeiros presentes na atividade principal do indivíduo ou empresa, podendo ser eles de crédito, mercado, operacional ou legal<sup>1</sup>. O passo seguinte é a determinação dos objetivos com o *hedge*, o que, segundo Ferreira (2007), são: (i) reduzir a volatilidade do fluxo de caixa, resultados contábeis, preços de ações ou *commodities*; (ii) reduzir

---

<sup>1</sup> Para melhor definição dos tipos de risco ver, por exemplo, Jorion (2003).

a diferença entre o resultado previsto no orçamento e o real; *(iii)* aumentar a probabilidade de realização de um planejamento estratégico correto; e *(iv)* adicionar valor ao perfil de risco da firma.

Uma vez determinados os objetivos do programa de *hedge*, os melhores instrumentos para realizar tal tarefa devem ser apontados, sendo o mercado futuro um deles, senão o mais importante. Tradicionalmente, a possibilidade de redução e transferência do risco é o principal argumento utilizado em trabalhos na área, na defesa da utilização do mercado futuro como ferramenta de redução do risco de mercado (HARDY; LYON, 1923; WORKING, 1953; EDERINGTON, 1979).

Ferreira (2007) mostra ainda que, tratando-se de uma empresa, a identificação do risco pode ser dada inicialmente pelo conhecimento de suas vulnerabilidades, ou exposições. Uma vez conhecidas, cabe à empresa identificar quais as exposições que podem causar variações em seus fluxos de caixa, de modo que se identifiquem, também, os fatores que afetam suas receitas e despesas.

Outro fator que também pode afetar as receitas e as despesas da empresa e dos indivíduos é o custo de transação. Andrade (2004) observou que os custos de transação no mercado futuro constituem uma barreira à entrada ao mercado pelo fato de incorporarem um novo fator de risco ao *hedger*. Tal autor destaca que o risco de custos no mercado futuro (margem, ajustes diários, tributação) acaba diminuindo o benefício da administração de risco com a operação de *hedge*.

Andrade (2004) demonstrou que o custo de transação médio no mercado futuro de milho da Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros - BM&FBOVESPA varia entre 2 e 6,5% do valor inicial do contrato. Azevedo-Filho e Andrade (2003) demonstraram que, no mesmo mercado, para um agente descapitalizado, os custos de transação podem chegar a até 12,38% do valor inicial do contrato. De acordo com tais autores, os custos com pagamento da margem inicial representaram 1,25% do valor inicial do contrato, enquanto os custos associados com os pagamentos de ajustes diários, no pior cenário para uma posição *short*, representaram 9,99%.

Diante destes problemas, o Banco Central do Brasil - BACEN publicou, em 2006, a Resolução 3.403. Na tentativa de aumentar a participação de produtores rurais nos mercados futuros, a referida resolução resolveu, em seu artigo 1º que “*Os agentes financeiros podem conceder financiamento aos produtores rurais e suas cooperativas, ao amparo dos recursos*

*obrigatórios do crédito rural (MCR 6-2), sob a modalidade de crédito de comercialização (...)*” (BRASIL, 2006, p. 1.).

O amparo concedido pelo BACEN através do Manual do Crédito Rural, Capítulo 6, Seção 2 (MCR 6-2) determina que as “*instituições financeiras são obrigadas a manter em aplicações de crédito rural 25% (vinte e cinco por cento) do saldo médio diário das rubricas contábeis de recursos à vista sujeitos ao recolhimento compulsório*” (BACEN, 2007, p. 1). A Resolução 3.403, desta forma, estende os recursos exigíveis ao financiamento de crédito rural, ao financiamento da comercialização nos mercados futuros. De acordo com Brasil (2006, p. 1), as finalidades do financiamento permitido pela referida resolução são os seguintes:

*a) financiar margens de garantia, margem adicional de garantia e ajustes diários nas operações de venda futura de produto agropecuário nas bolsas de mercadoria e futuros nacionais;*

*b) financiar o pagamento dos prêmios em contratos de opção de venda de produtos agropecuários nas bolsas de mercadorias e de futuros nacionais;*

*c) financiar o pagamento de taxas e emolumentos das bolsas de mercadorias e futuros nacionais.*

Mesmo diante das tão conhecidas vantagens da realização de proteção de risco de preços no mercado futuro, das recentes facilidades criadas por instituições financeiras e da criação de novos produtos, o mercado futuro ainda é pouco explorado no Brasil por parte dos produtores agropecuários. No início do mês de maio de 2009, por exemplo, de acordo com BM&FBOVESPA (2009), o percentual de negócios realizados<sup>2</sup> por participantes cadastrados como pessoa física no mercado futuro de café arábica na bolsa era de apenas 5,62%; no mercado futuro de soja, de 8,48%; no de milho para liquidação financeira, de 10,36%; no de milho futuro 15,30; e no de boi, de 24,54%. Uma vez que estes produtores poderiam ser os principais beneficiados com esta ferramenta de gerenciamento de risco de preços, questionamentos a respeito da baixa utilização do mercado futuro pelos produtores devem ser realizados.

Uma primeira questão a ser apontada diz respeito aos custos de transação envolvidos nas negociações no mercado futuro. Caso os produtores considerem tais custos elevados, isso pode representar um menor incentivo para realização do *hedge* no mercado de futuros. Uma outra questão que deve ser considerada é o fato dos produtores possuírem outros investimentos fora do

---

<sup>2</sup> Considerando-se comprados e vendidos no dia 5 de maio de 2009.

mercado agropecuário. Isto pode fazer com que parte da renda que poderia ser alocada para o investimento em sua atividade principal seja alocada em um investimento alternativo, tais como o mercado acionário, imobiliário, etc.

Tanto a presença de custos de transação quanto a possibilidade de realização de um investimento alternativo podem reduzir a utilidade esperada do produtor de fazer o *hedge* no mercado futuro.

Outro tema que deve ser ainda questionado se diz respeito à própria percepção de risco do produtor. A percepção de risco subjetiva, própria do produtor, pode ser diferente do risco real, calculado pelo mercado. Pode-se considerar que esta percepção subjetiva de risco pode acontecer de pelo menos duas maneiras diferentes. Em uma delas o produtor pode esperar que o preço pelo qual realizará as vendas no futuro serão superiores do que os preços históricos. Por exemplo, um produtor de milho pode aguardar para vender seu produto, em uma data futura, esperando que os preços fiquem acima da média histórica, em sua região, ou ainda no mercado de futuros. Na segunda maneira de percepção subjetiva de risco, o produtor pode acreditar que a distribuição subjetiva dos preços físicos e/ou futuros, seja mais compacta que a distribuição histórica do mercado. Considerando isso, o risco de preços subjetivo será menor que o risco histórico de preços. Em ambas as formas exemplificadas de percepção subjetiva de preços, o produtor pode ser considerado como otimista, ou ainda, com excesso de confiança. Caso este fenômeno esteja presente entre eles, de modo que eles possuam esperanças de que os preços estejam sempre mais elevados do que a média histórica, ou ainda que os preços não variem tanto quanto variaram historicamente, os incentivos à realização do *hedge* de preço no mercado futuro da BM&FBOVESPA pode ser reduzido.

Diante da necessidade de realização de um programa de proteção de preços e das possibilidades de financiamento existentes, o presente trabalho levanta a discussão a respeito de duas importantes questões ainda pouco exploradas na literatura de derivativos agropecuários brasileira.

A primeira delas, presente no segundo capítulo deste trabalho, procura determinar qual o impacto que a possibilidade de realização de investimento em um ativo alternativo e o reconhecimento da presença de custos de transação no mercado futuro exercem na razão ótima de *hedge*, para um produtor de boi gordo da cidade de Campo Grande, no Mato Grosso do Sul. Uma vez que a maximização da utilidade esperada com a realização do *hedge* indique que o produtor



deva fazer menos *hedge* do que tradicionalmente é recomendado, um modelo com hipóteses alternativas ao tradicional pode fornecer maiores explicações para o relativo baixo uso dos mercados futuros como proteção de preços. O motivo por ter se considerado este mercado para esta análise parte do pressuposto de que o mercado futuro de boi gordo na BM&FBOVESPA seja um mercado com crescente participação de produtores e também com crescente participação relativa entre os derivativos agropecuários naquela bolsa. Além disso, considerando-se o volume total negociado, este é o derivativo agropecuário com maior liquidez na bolsa.

A segunda questão, apresentada no último capítulo, se refere à investigação da percepção de risco dos produtores de milho no Brasil. Com a aplicação de um questionário a produtores nas regiões sul e centro-oeste do país procurou-se, inicialmente, identificar o conhecimento que os mesmos possuíam a respeito dos mercados futuros na BM&FBOVESPA. Além disso, as variâncias das distribuições subjetivas de preços dos produtores foram comparadas com as variâncias das distribuições de preços de mercado. Com esta pesquisa, procurou-se determinar se a familiaridade sobre os mercados futuros, bem como uma percepção de risco diferente da do mercado pode fornecer explicações alternativas para o baixo uso do mercado futuro de milho para proteção de preços pelos produtores. Este mercado foi escolhido por ser, em número de participantes, o segundo com maior presença de pessoa física na bolsa. Assumindo-se, portanto, que parte seja de produtores, conclusões mais gerais podem ser tomadas. Além disso, o crescente aumento da liquidez do contrato futuro de milho na bolsa e a introdução recente de um contrato com liquidação financeira (BM&FBOVESPA, 2009) foram também relevantes na escolha.

A contribuição que pretende ser dada com o desenvolvimento do presente trabalho não consiste apenas na determinação da razão ótima de *hedge* por um modelo alternativo ou na apresentação dos resultados de um questionário para avaliar a percepção da confiança dos produtores sobre variações de preços. Pretende-se, sobretudo, promover o início de uma discussão a cerca de temas ainda pouco abordados no país e ao mesmo tempo indicar problemas e soluções para que o *hedge* no mercado futuro seja uma ferramenta de gerenciamento de risco mais utilizada pelos produtores e demais investidores.

## Referências

ANDRADE, E.A.P. **Mercados futuros**: custos de transação associados à tributação, margem, ajustes e estrutura financeira. 2004. 132 p. Dissertação (Mestrado em Economia Aplicada) – Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”, Universidade de São Paulo, Piracicaba, 2004.

AZEVEDO-FILHO, A.J.B.V.; ANDRADE, E.A.P. **Caracterização de trajetórias de preços, fluxos de caixa e custos operacionais em mercados futuros através de simulação de Monte Carlo**. Piracicaba: ESALQ, Departamento de Economia, Administração e Sociologia, 2003. 99 p. (Série Pesquisa, 55).

BANCO CENTRAL DO BRASIL - BACEN. **Manual de crédito rural**. Disponível em: <<http://www4.bcb.gov.br/NXT/gateway.dll?f=templates&fn=default.htm&vid=nmsDenorMCR:ivDenorMCR>>. Acesso em: 28 mar. 2007.

BOLSA DE VALORES, MERCADORIAS E FUTUROS – BM&FBOVESPA. **Boletim**. Disponível em: <<http://www2.bmf.com.br/pages/portal/portal/boletim1/>>. Acesso em: 5 maio 2009.

BRASIL. Resolução n. 3403, de 15 de setembro de 2006. Dispõe a sobre concessão de crédito de comercialização destinado a financiar proteção de preços e/ou prêmios de risco e de equalização de preços e, conforme previsto no art. 16 da Lei 11.322, de 2006, arremates de prêmios lançados pela Conab para negociação de soja da safra 2005/2006. Disponível em: <<http://www5.bcb.gov.br/normativos/detalhamentocorreio.asp?N=106290101&C=3403&ASS=R ESOLUCAO+3.403>>. Acesso em: 18 dez. 2006.

EDERINGTON, L.H. The hedging performance of the new futures markets. **The Journal of Finance**, Chicago, v. 34, n. 1, p. 157-170, Mar. 1979.

FERREIRA, A. Sem vertigem. **Resenha BM&F**, São Paulo, n. 170, p. 30-34, 2007.

HARDY, C.O.; LYON, L.S. The theory of hedging. **The Journal of Political Economy**, Chicago, v. 31, n. 2, p. 276-287, Apr. 1923.

JOHNSON, L.L. The theory of hedging and speculation in commodity futures. **The Review of Economic Studies**, London, v. 27, n. 1, p. 139-151, June 1960.

JORION, P. **Value at risk**: a nova fonte de referência para gestão do risco financeiro. 2. ed. São Paulo: Bolsa de Mercadorias & Futuros, 2003. 487 p.

WORKING, H. Futures trading and hedging. **The American Economic Review**, Nashville, v. 43, n. 3, p. 314-343, June 1953.

WU, M. J. **A política de hedge para o controle de risco nas instituições não-financeiras utilizando opções de compra**. 2006. 123 p. Dissertação (Mestrado em Administração) - Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.



## 2 RAZÃO DE *HEDGE* ÓTIMA NA PRESENÇA DE CUSTO DE TRANSAÇÃO E INVESTIMENTO ALTERNATIVO: O CASO DO MERCADO FUTURO DE BOI GORDO

### Resumo

O presente trabalho aplicou um modelo de cálculo de razão de *hedge* ótima alternativo à análise tradicional para o mercado futuro de boi gordo da BM&FBOVESPA. A partir de pressupostos mais próximos da realidade, com a inserção da possibilidade de investimento em ativo alternativo e de custos de transação, o modelo proposto visou explicar os motivos pelos quais os contratos futuros desta bolsa ainda são pouco utilizados pelos produtores. A análise foi conduzida utilizando o mercado físico de Campo Grande, no Mato Grosso do Sul, para o período de janeiro de 2000 a julho 2008. Considerou-se o mercado futuro de boi gordo da BM&FBOVESPA e, como investimento alternativo, optou-se pelo IBOVESPA. Associada a estas variáveis, uma função de utilidade esperada com aversão absoluta ao risco decrescente foi utilizada, ao mesmo tempo em que uma medida de risco alternativa foi introduzida na análise: o momento parcial inferior. Cenários para perfis de aversão ao risco baixo, médio e alto foram também considerados. Os resultados mostraram que, tanto a possibilidade de investimento em um ativo alternativo, quanto a presença de custos de transação reduzem a razão de *hedge* ótima. Em particular, a presença de custos de transação exerceu maior impacto negativo na razão de *hedge* ótima no mercado futuro, independentemente do perfil de risco do investidor. Em grande parte, a utilização das estratégias propostas pelos modelos alternativos mostrou-se mais eficiente que a utilizada pelo modelo tradicional, na medida em que resultou em maiores relações retorno/risco no período no qual os modelos foram avaliados.

Palavras-chave: Razão de *hedge*; Mercados futuros; Boi gordo

### Abstract

This research applied an alternative model in calculating optimal hedge ratios in the live cattle futures market at BM&FBOVESPA. Using more realistic assumptions than those used in previous models, the model used in this paper provides explanation as to why the live cattle futures market at BM&FBOVESPA is still not widely used by producers. Assumptions of investment in alternative assets and the presence of transaction costs were introduced to the study. The analysis was conducted with the use of spot market prices from Campo Grande, in Mato Grosso do Sul, live cattle futures prices, and the IBOVESPA, from January 2000 to July 2008. Associated with the variables, an expected utility function with decreasing absolute risk aversion was used, while an alternative risk measure was introduced into the analysis: the lower partial moments. Scenarios for low, medium and high risk aversion perception were also evaluated. The results of the study showed that the possibility of investment in alternative assets, as well as the presence of transaction costs, reduce the optimal hedge ratio. In particular, the presence of transaction costs have a stronger negative impact on the optimal hedge ratio,

regardless of the risk perception. Overall, the use of the strategies suggested by alternative models prove to be more efficient than those suggested by the traditional model, as higher return/risk ratios were obtained during the evaluation period.

Keywords: Hedge ratio; Futures markets; Live cattle

## 2.1 Introdução

### 2.1.1 Caracterização do problema

Quando uma operação de *hedge* é estruturada, uma das primeiras questões a ser respondida diz respeito ao tamanho ideal da posição a ser assumida no mercado futuro como forma de reduzir o risco.

No caso de um produtor que realizará a venda de uma *commodity* em uma data futura, por exemplo, o risco de uma possível queda de preço na data da venda pode ser reduzido assumindo uma posição vendida (*short*) no mercado futuro. Uma vez que a realização do *hedge* de toda produção pode ser muito onerosa, o produtor precisa escolher uma proporção de sua posição à vista a ser assumida no mercado futuro, a fim de reduzir parte do risco. Esta proporção é conhecida como razão de *hedge* ótima.

Apesar do reconhecimento dos derivativos agropecuários como importante ferramenta de gerenciamento de risco, o mercado futuro agropecuário no Brasil ainda é muito pouco explorado. Conforme salientado por Silveira (2002), entre 1996 e 2001, a participação média destes contratos em relação ao total negociado na Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros – BM&FBOVESPA era de apenas 0,58%. Por outro lado, o crescimento do número de contratos agropecuários negociados na bolsa entre 2000 e 2008 foi expressivo, passando de 554.176 para 3.291.910, o que corresponde a um aumento de mais de 600%. No entanto, mesmo com este aumento, no ano de 2008, a participação dos derivativos agropecuários no total financeiro negociado na bolsa foi de apenas 0,29%<sup>3</sup> (BMF&BOVESPA, 2008).

Dentre os diversos derivativos agropecuários negociados na BM&FBOVESPA o boi gordo é o que tem recebido maior destaque. De acordo com BM&FBOVESPA (2009), em 2008, a participação deste no volume total negociado de derivativos agropecuários era de praticamente 55,80%, sendo seguido pelo café arábica (26,13%), soja (7,53%) e milho (5,81%).

---

<sup>3</sup> Considerando-se o subtotal do pregão viva-voz e GTS.

Um importante ponto a ser destacado no mercado futuro de boi gordo da BMF&BOVESPA é que este é o que conta com o maior número de participação de pessoas físicas entre os derivativos agropecuários. De acordo com BM&FBOVESPA (2009), no início de julho de 2008, o total de pessoas físicas neste mercado era de mais de 36 mil negociantes, entre comprados e vendidos (31,26% do total).

Diante deste grande potencial, torna-se relevante verificar quais fatores restringem a entrada de um maior número de participantes nesse mercado. Para tal proposta, é adequado utilizar, como instrumento de análise, um modelo que permita determinar qual o percentual ótimo de *hedge* que os produtores devem fazer no mercado futuro de boi gordo, em um importante centro de comercialização desta *commodity*.

Tradicionalmente, os modelos de razão de *hedge* de mínima variância ou de média variância associado à teoria da utilidade esperada têm sido utilizados com esse intuito. Apesar de o primeiro possuir a vantagem da simplicidade de implementação, diversas críticas são apontadas, principalmente em relação a não possibilidade de expressar os retornos esperados da carteira no modelo. Já em relação ao segundo, críticas são levantadas a respeito da incompatibilidade do modelo de razão de *hedge* ótima com a teoria da utilidade esperada, no que se diz respeito às distribuições dos retornos dos ativos analisados e ainda em relação à forma funcional da função de utilidade.

Assim sendo, uma abordagem menos restritiva que a tradicional deve ser considerada por melhor se aproximar da realidade. Nesse sentido, propõe-se o reconhecimento da presença de custos de transação no mercado futuro, da possibilidade de investimento em um ativo alternativo e a utilização de uma função de utilidade que melhor expresse as preferências dos investidores pelo risco.

## **2.2 Objetivos**

O objetivo central deste trabalho consistiu em verificar o impacto que o relaxamento de hipóteses do modelo tradicional de razão de *hedge* de mínima variância exerce na quantidade ótima de *hedge* no mercado futuro de boi gordo da BMF&BOVESPA, considerando a praça de comercialização de Campo Grande, no Mato Grosso do Sul. De posse dessas razões de *hedge* ótimas, procurou-se também comparar a eficiência das estratégias alternativas com a de mínima variância, que é tradicionalmente utilizada para indicação do quanto se fazer de *hedge*.

### 2.3 Hipóteses

Espera-se que a utilização de um modelo mais próximo à realidade leve à identificação de razões de *hedge* inferiores às aquelas tradicionalmente recomendadas. Se as utilidades dos investidores com a realização do *hedge* forem maximizadas quando os mesmos utilizam razões de *hedge* alternativas às tradicionais, fatores tais como os custos de transação, o investimento em um ativo alternativo e a percepção de risco podem, em parte, explicar um menor uso do mercado futuro como ferramenta de gerenciamento de risco de preços. Espera-se, ainda, encontrar uma maior eficiência das estratégias alternativas em relação ao modelo padrão, de modo que as primeiras proporcionem maiores relações retorno/risco quando analisadas em uma situação *ex-post*.

As hipóteses inicialmente levantadas a respeito das razões de *hedge* ótimas alternativas encontradas podem ser resumidas da seguinte forma:

- i) são inversamente proporcionais aos custos de transação;
- ii) são inversamente proporcionais ao nível de renda investida no ativo alternativo;
- iii) na medida em que a percepção do risco é referenciada nos percentis inferiores da distribuição de probabilidade dos retornos do mercado *spot*, a razão de *hedge* ótima se reduz;
- iv) quanto maior for o coeficiente de aversão ao risco do investidor, maiores serão as razões de *hedge* ótimas.

### 2.4 Referencial teórico

Johnson (1960) foi um dos primeiros autores a se preocupar com a formalização de uma teoria que determinasse qual a proporção da produção no mercado à vista a ser *hedgeada*. A partir de sua idéia inicial, outros autores, tais como Stein (1961) e Ederington (1979), desenvolveram trabalhos que originaram o modelo tradicional de mínima variância.

De uma forma geral, o modelo tradicional pode ser formulado a partir do problema de um produtor que se decide por fazer o *hedge* no mercado futuro vendendo  $N_F$  contratos ao preço  $F_1$ , no instante  $t_1$ . Supõe-se, ainda, que a receita do produtor no mercado *spot* seja auferida somente no instante  $t_2$ , com a venda de  $N_S$  unidades da *commodity* no mercado *spot* ao preço  $S_2$ . No instante  $t_2$ , o produtor também realiza a inversão da posição no mercado futuro, comprando  $N_F$



contratos ao preço  $F_2$ . Assim, as receitas no mercado *spot* e futuro, no instante  $t_2$  são, respectivamente, iguais a:

$$R_S = N_S S_2 \quad (1)$$

$$R_F = N_F (F_1 - F_2) = -N_F (F_2 - F_1) \quad (2)$$

Conseqüentemente, a receita total é dada pela soma das duas receitas:

$$R = N_S S_2 - N_F (F_2 - F_1) \quad (3)$$

De acordo com Hull (2005), o produtor procura minimizar a variância de sua carteira (composta por dois ativos: (i) comprado no mercado *spot* e (ii) vendido no mercado futuro) de modo a incorrer no menor risco possível. A solução de minimização da variância da carteira resulta, portanto, na seguinte razão de *hedge* ótima:

$$h^* = \rho_{\Delta S, \Delta F} \frac{\sigma_S}{\sigma_F} = \frac{\text{cov}(\Delta S_t, \Delta F_t)}{\text{var}(\Delta F_t)} \quad (4)$$

Em que  $\text{cov}(\Delta S_t, \Delta F_t)$  é a covariância entre as diferenças dos preços *spot* e futuros, e  $\text{var}(\Delta F_t)$  é a variância da diferença dos preços futuros.

Diante do modelo tradicional proposto por Johnson (1960) e Myers e Thompson (1989) apontam para a discussão de que, enquanto alguns autores estimam a razão de *hedge* como sendo igual à reta que melhor se ajusta à regressão da mudança dos preços *spot* contra mudanças nos preços futuros (BROWN, 1985); outros estimam a mesma razão a partir da regressão dos preços em nível (EDERINGTON, 1979). Na tentativa de esclarecer tal discussão, Myers e Thompson (1989) propõem que a generalização do modelo tradicional seja feita a partir de uma melhor especificação, utilizando a metodologia de séries temporais, visto que ambos os modelos anteriores podem fornecer estimações equivocadas da razão de *hedge*. Os resultados encontrados por esses autores mostram que a estimação de um modelo de séries temporais é preferível e que,

diante de certas restrições, as estimações baseadas em regressões simples são casos particulares do modelo por eles apresentado.

Outra crítica apresentada na literatura econômica refere-se ao fato de que a razão de *hedge* de mínima variância ignora o retorno esperado do *portfolio hedgeado*. Para tanto, Leuthold, Junkus e Cordier (1989) propõem uma análise baseada na média e na variância do *portfolio*, composto também, pelas posições compradas no mercado físico e vendidas no mercado futuro. A maior parte dos modelos originados após o modelo tradicional de mínima variância foi desenvolvida a partir desta crítica. Desta forma, os autores procuram expressar a estratégia de *hedge* em modelos baseados na média ( $\mu_h$ ) e na variância ( $\sigma_h^2$ ) do *portfólio hedgeado*. Por isso, são conhecidos como modelos de média - variância, como menção ao modelo desenvolvido por Markowitz (1952).

De acordo com Leuthold, Junkus e Cordier (1989) o retorno esperado do *portfolio* e sua variância podem ser definidos como:

$$\mu_h = \mu_s + (1 - \mu_f)h \quad (5)$$

$$\sigma_h^2 = \sigma_s^2 + h^2\sigma_f^2 - 2h\sigma_{sf} \quad (6)$$

Nas equações (5) e (6) os subscritos  $h$ ,  $s$  e  $f$  são utilizados para representar os retornos e variâncias da carteira *hedgeada*, da posição nos mercados *spot* e futuro, respectivamente.

A análise de média - variância, de acordo com Chen, Lee e Shrestha (2003) e Meyer (1987), é geralmente associada à análise da utilidade esperada da riqueza final ( $W_1$ ). A compatibilização destas análises leva a um modelo no qual, diante da maximização de uma função de utilidade que tenha como argumentos o retorno esperado de um *portfolio* (média) e seu risco (desvio padrão), é possível determinar a razão de *hedge* ótima. A função de utilidade tradicionalmente utilizada possui a seguinte forma:

$$E[U(W_1)] = V(\mu_h, \sigma_h) = \mu_h - \frac{\theta}{2}\sigma_h^2 \quad (7)$$

Pode-se provar que esta função de utilidade esperada (7) possui aversão absoluta ao risco constante ( $\theta$ ). Assim, para se calcular a razão de *hedge* ótima, basta calcular a derivada de  $E[U(W_1)]$  em relação a  $W_I$  e igualá-la a zero, para se obter:

$$h^* = \frac{1 - \mu_f}{\theta \sigma_f^2} + \frac{\sigma_{sf}}{\sigma_f^2} \quad (8)$$

Pode-se, portanto, verificar que esta  $h^*$ , obtida pela maximização da utilidade esperada, associada à análise de média - variância (equação (8)) é idêntica àquela obtida pela minimização da variância (equação (4)) quando o primeiro termo do lado direito de (8) for igual à zero. Tal termo será igual à zero em duas situações: (i) quando o mercado futuro for eficiente ( $\mu_f = 1$ ), ou (ii) quando o indivíduo for infinitamente averso ao risco ( $\theta \rightarrow \infty$ ).

De acordo com Meyer (1987), a abordagem de média - variância e a teoria da utilidade esperada (UE), descritas anteriormente, são amplamente utilizadas na literatura para descrever as preferências do investidor diante de estratégias de investimentos que envolvam rendimentos aleatórios. Entretanto, Ingersoll (1987) relata que, para que haja consistência entre a teoria da UE e a análise de média - variância, algumas restrições devem ser impostas a respeito das preferências dos agentes ou ao conjunto de variáveis aleatórias, sendo que estas devem pertencer à mesma família de funções de distribuição de probabilidades.

Collins e Gbur (1991) fundamentam as críticas em relação à ampla adoção da função de utilidade quadrática definida pela média e variância dos retornos aleatórios – a exemplo da apresentada em (7). Tais autores afirmam que o termo “utilidade quadrática” é por si só contraditório, uma vez que a monotonicidade é uma das propriedades racionais da teoria da utilidade. Outra crítica apontada por eles refere-se ao não cumprimento da propriedade de não saciedade em todo o domínio da função quadrática. Dessa forma, é necessária a imposição de uma restrição ao domínio da função de densidade de probabilidade, que não poderá ultrapassar seu ponto de máximo. Ingersoll (1987) também alerta para que a análise seja conduzida no domínio relevante da função de utilidade.

No mesmo sentido, Collins e Gbur (1991) demonstram ser falsa a afirmação de que utilidades quadráticas originam funções lineares de média e variância para qualquer função

densidade de probabilidade – f.d.p.; visto que funções de utilidade quadráticas originam funções objetivo que são quadráticas na média e lineares na variância somente se a forma da f.d.p. for restrita<sup>4</sup>.

Isto posto, Meyer (1987) apresenta uma outra condição que permite a ordenação de um conjunto de variáveis aleatórias pela utilidade esperada do investidor, que não é baseada apenas na média e desvio padrão: a chamada condição dos parâmetros de localização e escala (LS)<sup>5</sup>. A definição dada pelo autor é a seguinte:

**Definição:** Duas funções de distribuição acumuladas  $G_1(\cdot)$  e  $G_2(\cdot)$  são ditas diferentes somente pelos parâmetros de localização e escala,  $\alpha$  e  $\beta$ , se  $G_1(x) = G_2(\alpha + \beta x)$ , com  $\beta > 0$  (MEYER, 1987).

Segundo o autor, uma das vantagens da condição LS é a de ser aplicada ao conjunto de escolha, determinando apenas como deve ser a relação entre as variáveis aleatórias, sem impor restrições à forma funcional das funções de distribuição acumulada – f.d.a. Assim, se as variáveis aleatórias em um conjunto de escolha obedecem à condição LS, então a análise de média - variância a teoria da UE são conjuntamente consistentes e as relações de preferência podem ser desenvolvidas nas duas abordagens. Meyer (1987) ressalva, ainda, que grande parte dos trabalhos até então desenvolvidos, que utilizaram uma ou outra abordagem, assumiram a condição de LS sem ter base para tal hipótese, embora a maior parte das funções utilizadas nas estruturas dos modelos possibilitasse desenvolver relações entre as duas abordagens.

Para formalizar a construção de uma função geral de utilidade esperada, o citado autor parte do pressuposto de que as variáveis aleatórias ( $Y_i$ ) do conjunto de escolha diferem uma das outras apenas pelos parâmetros de localização e escala. Assim, uma normalização do tipo  $X = \frac{Y_i - \mu_i}{\sigma_i}$ , onde  $\mu_i$  e  $\sigma_i$  são as médias e desvios padrão de  $Y_i$ , pode ser feita para gerar a variável aleatória  $x$ . Desta forma, todos  $Y_i$  são iguais em distribuição a  $(\mu_i + \sigma_i x)$  e a utilidade esperada de  $Y_i$ , para qualquer agente com função de utilidade  $u(\cdot)$ , pode ser escrita como:

$$E[U] = \int_a^b u(\mu_i + \sigma_i x) dF(x) \equiv V(\sigma_i, \mu_i) \quad (9)$$

<sup>4</sup> Para maiores detalhes, ver APÊNDICE A.

<sup>5</sup> Apesar de a definição da condição LS ter sido postulada anteriormente por Rothschild e Stiglitz (1970), foi Meyer (1987) o responsável por torná-la mais compreensível e passível de ser utilizada em trabalhos empíricos.

Portanto, a vantagem no reconhecimento da condição LS é que o desenvolvimento de hipóteses a respeito das medidas de aversão absoluta e relativa ao risco na abordagem da UE pode ser traduzido em propriedades equivalentes da função  $V(\sigma, \mu)$ , utilizando-se uma função do tipo média e variância. Desde que nenhuma restrição seja imposta nas formas de  $u(x)$  ou  $F(x)$ , uma grande flexibilidade é reservada para a função de utilidade esperada.

O primeiro passo da análise proposta por Meyer (1987) é a construção de uma função  $S(\sigma, \mu)$  que expressa a inclinação da curva de indiferença que passa por  $(\sigma, \mu)$ , no espaço de média e desvio padrão. Assumindo-se que as derivadas parciais de  $V(\sigma, \mu)$  em relação a  $\sigma$  ( $V_\sigma(\sigma, \mu)$ ) e  $\mu$  ( $V_\mu(\sigma, \mu)$ ) existem,  $S(\sigma, \mu)$  é, portanto, construída como<sup>6</sup>:

$$S(\sigma, \mu) = -\frac{V_\sigma(\sigma, \mu)}{V_\mu(\sigma, \mu)} \quad (10)$$

Duas propriedades anunciadas por ele são de grande utilidade na análise de estática comparativa. Nelson e Escalante (2004) e Mattos, Garcia e Nelson (2008), por exemplo, utilizaram-na na obtenção de uma função de utilidade esperada que compatibilizasse a teoria da UE e a análise de média - variância.

**Propriedade 1:**  $\partial S(\sigma, \mu)/\partial \mu \leq (=, \geq) 0$  para  $\mu$  e todo  $\sigma > 0$  se, e somente se,  $u(\mu + \sigma x)$  exhibe aversão absoluta ao risco decrescente (constante, crescente) para todo  $\mu + \sigma x$ .

**Propriedade 2:**  $\partial S(t\sigma, t\mu)/\partial t \geq (=, \leq) 0$  se, e somente se,  $u(\mu + \sigma x)$  exhibe aversão relativa ao risco crescente (constante, decrescente) para todo  $\mu + \sigma x$ .

Portanto, diante dos argumentos de tais autores, a utilização da análise de média - variância associada à teoria da utilidade esperada pode produzir resultados equivocados para o cálculo da razão de *hedge* ótima, caso não se alerte para a forma funcional da função de utilidade escolhida e para a distribuição dos retornos dos ativos que compõem o *portfolio*.

De acordo com Chen, Lee e Shrestha (2003), outra crítica teórica apontada por muitos autores diz respeito ao uso da variância como forma de expressar o risco do *portfolio*. Markowitz (1952) foi um dos primeiros a verificar este problema e desenvolveu a chamada semi-variância para determinar o risco utilizando somente a parte negativa da distribuição de retornos. A partir

---

<sup>6</sup> Assume-se que  $V(\sigma, \mu)$  é côncava, de modo que  $u''(\mu + \sigma x) \leq 0$  para todo  $\mu + \sigma x$ .

disso, Turvey e Nayak (2003) propuseram um modelo de razão de *hedge* ótima baseado na minimização da semi-variância e encontraram diferenças entre as razões encontradas por este modelo e o de mínima variância.

Assumindo a mesma crítica, autores como Fishburn (1977) e Bawa (1978) generalizaram o conceito da semi-variância de Markowitz ao desenvolverem os momentos parciais inferiores (*lower partial moments* – LPM). Tal modelo é baseado na construção de uma função convexa, que permite uma maior flexibilidade para expressar o risco. Esta medida considera apenas retornos abaixo de um determinado nível alvo de retornos não desejáveis (*downside risk*), o qual não é, necessariamente, igual à média (UNSER, 2000). Nos trabalhos de Lien e Tse (2000) e Chen, Lee e Shrestha (2003), por exemplo, o conceito do LPM foi utilizado no desenvolvimento de modelos de *hedge* que utilizaram esta medida de risco alternativamente à variância. Ambos os trabalhos encontraram diferenças nas razões de *hedge* calculadas entre o modelo proposto e o tradicional.

Apesar de muitos modelos alternativos ao tradicional apontarem críticas consistentes em relação à sua forma funcional, à distribuição de probabilidade de seus retornos, à compatibilização entre a teoria da UE e a análise de média - variância, e ainda à medida de risco por ele utilizada, foram poucos os trabalhos que consideraram os custos de transação ou a possibilidade de investimento em ativos alternativos. Algumas exceções encontradas são os trabalhos de Lence (1996) e Mattos, Garcia e Nelson (2008).

Em seu trabalho, Lence (1996) desenvolveu um modelo teórico no qual duas hipóteses básicas do modelo de mínima variância foram relaxadas: (i) a produção é determinística e (ii) toda a riqueza do investidor é investida no mercado *spot*. Para relaxar a hipótese (i), o autor assumiu que a produção de soja (*commodity hedgeada*) fosse estocástica, realizando simulações de cenários de baixa e alta produtividade a partir de uma função de distribuição beta. Para relaxar a hipótese (ii), o autor permitiu que apenas parte da riqueza inicial fosse investida na posição *spot*, e ainda introduziu o pagamento de custos de corretagem e depósito de margem inicial. Lence realizou combinações de cenários nos quais apenas 50%, 25% ou 5% da riqueza inicial foram investidos no mercado *spot*; os custos de corretagem pagos variaram entre 0,125%, 0,25% e 0,5% do valor inicial do contrato; e os depósitos de margem inicial assumidos foram de 5% ou 10% do valor no negócio. O cálculo das razões de *hedge* foi realizado por meio da maximização de utilidade de uma função exponencial do tipo  $U = \exp(-AW_0R)$ , a qual permitiu simulações

adicionais para três diferentes valores de aversão absoluta ao risco ( $A = 1, 3$  e  $10$ ). A riqueza final ( $W_1 = W_0R$ ) foi considerada como sendo uma função do tipo:

$$W_1 = P_1Q + (F_0 - F_1)X - b|X| - R_B B + R_L L + R_I I \quad (11)$$

Em que  $P_1$  é o preço da soja no mercado *spot*, no período final ( $t_1$ );  $Q$  é a quantidade produzida da *commodity*;  $F_0$  e  $F_1$  são os preços futuros em  $t_0$  e  $t_1$ , respectivamente;  $X$  é quantidade vendida da *commodity* no mercado futuro;  $B$ ,  $L$  e  $I$  são, respectivamente, o valor do empréstimo tomado para assumir a posição *spot* integralmente, o valor da margem inicial e o valor investido em alguma atividade alternativa;  $R_B$ ,  $R_L$  e  $R_I$  são os retornos obtidos em cada um dos ativos mencionados anteriormente.

De uma forma geral, os resultados para as razões de *hedge* ótimas calculadas foram: maiores para estratégias de *hedge* mais longas (foram analisadas estratégias de 1, 3 e 6 meses); maiores para coeficientes de aversão absoluta ao risco mais altos; negativamente relacionados com a possibilidade de produção estocástica; inversamente proporcionais à quantidade investida no ativo alternativo; e, inversamente proporcionais aos custos de corretagem e pagamento de margem inicial.

Adicionalmente, Lence (1996) ressalta, com respeito à análise do custo de oportunidade de não realização do *hedge*, que a importância econômica da estratégia de *hedge* congrega a perda de bem-estar resultante da adoção de uma razão de *hedge* sub-ótima ao invés de ótima. Assim, o custo de oportunidade –  $CO$  é o menor retorno líquido certo que o agente requer para aceitar investir em uma estratégia alternativa e não no investimento ótimo<sup>7</sup>. Representando como  $R_{om}$  o retorno que maximiza a estratégia ótima e  $R_{alt}$  o retorno no investimento alternativo,  $CO$  pode ser implicitamente obtido por:

$$E[U(W_0 R_{om})] = E\{U[W_0(R_{alt} + CO)]\} \quad (12)$$

Assim, os resultados encontrados por ele mostraram que, ao se relaxar as hipóteses do modelo padrão, uma de cada vez, é possível concluir que todas as restrições investigadas

---

<sup>7</sup> Lence (1996) ressalta que, por definição, o custo de oportunidade tem características mais desejáveis para mensurar o bem-estar do que outras medidas tal como a efetividade do *hedge*.

reduziram o custo de oportunidade de não se realizar o *hedge*. A possibilidade de um investimento alternativo foi a restrição que maior redução causou no custo de oportunidade de não se realizar o *hedge*.

Mattos, Garcia e Nelson (2008) seguiram a mesma linha de desenvolvimento proposta por Lence (1996). No entanto, realizaram análises mais rigorosas ao tratarem da especificidade da função de utilidade esperada: da distribuição dos retornos no mercado futuro, *spot* e de investimento alternativo; e da medida de risco utilizada. No intuito de simplificar a análise de Lence, os autores não analisaram a produção estocástica e nem a possibilidade de empréstimos para assumir a posição *spot*. Desta forma, quatro modelos de retornos foram analisados. No primeiro, os autores se restringiram às características do modelo padrão de mínima variância; no segundo, a hipótese de investimento no ativo alternativo foi relaxada; no terceiro, relaxou-se a hipótese de não existência de custos de corretagem; e, por fim, as duas hipóteses foram relaxadas conjuntamente.

No que tange à especificidade da função de utilidade esperada, Mattos, Garcia e Nelson (2008) assumiram uma função de utilidade com Aversão Relativa ao Risco Constante – ARRC, de modo a permitir que a Aversão Absoluta ao Risco fosse Decrescente – AARD em relação à renda. Em relação à distribuição de probabilidades dos retornos, para garantir que estes fossem de uma mesma família<sup>8</sup>, os autores verificaram se os mesmos eram elipticamente simétricos, conforme analisado por Nelson e Ndjeunga (1997)<sup>9</sup>. Por fim, em relação à medida de risco utilizada, o LPM de ordem dois, com vários níveis de referência, foi utilizado e comparado ao modelo de mínima variância e ao modelo de média - variância aplicado à função de utilidade proposta.

De um modo geral os resultados de Mattos, Garcia e Nelson (2008) apresentaram-se de acordo com os de Lence (1996), mostrando que a possibilidade de investimento alternativo e a presença de custos de corretagem resultam em razões de *hedge* ótimas inferiores à obtida pelo modelo tradicional. Em particular, a presença de custos de corretagem em modelos que utilizaram LPM's com referência em retornos alvos mais baixos mostrou que a realização do *hedge* é inviável. Os modelos nos quais as hipóteses foram violadas em conjunto mostraram, em sua

---

<sup>8</sup> Como defendido por Ingersoll (1987).

<sup>9</sup> De acordo com estes últimos autores, esta família de distribuição possui maior aplicabilidade aos retornos dos ativos financeiros por possuir caldas mais pesadas que a distribuição normal multivariada. A distribuição normal multivariada é um caso particular da classe de distribuições elípticas simétricas. Para maiores detalhes ver, por exemplo, Nelson e Ndjeunga (1997).



grande parte, razões de *hedge* muito inferiores à tradicional ou mesmo iguais a zero. Os custos de oportunidade de não se realizar o *hedge* foram diretamente proporcionais aos custos de corretagem e inversamente proporcionais aos níveis de referência utilizados no LPM. Assim como encontrado por Lence (1996), no modelo de Mattos, Garcia e Nelson (2008), os custos de corretagem foram aqueles que exerceram maior impacto na razão de *hedge* e no custo de oportunidade de não se realizar o *hedge*.

## 2.5 Metodologia

### 2.5.1 Cálculo do retorno da carteira

Considerando a discussão anterior, a análise desenvolvida nesse trabalho reflete sobre as decisões de um produtor de boi gordo, que assume uma posição vendida no mercado futuro para fazer o *hedge* de sua produção, criando assim, uma carteira de investimento.

Assume-se que o objetivo do produtor é maximizar a utilidade esperada de sua riqueza final  $W_1$ , ou seja:

$$E[U(W_1)] = E[U(W_0 \times r_h)] \quad (13)$$

Em que  $W_0$  e  $W_1$  expressam a riqueza inicial e final do produtor e,  $r_h$ , o retorno da carteira de investimento com a posição *hedgeada*.

Para manter a simplicidade do modelo, a riqueza inicial é assumida como sendo igual a um. Desta forma, a função de utilidade passa a ser expressa em função dos retornos obtidos na carteira do produtor utilizando o *hedge* com mercados futuros. A exemplo do que foi apresentado por Mattos, Garcia e Nelson (2008), quatro modelos de retornos foram analisados. Nesses modelos, dois pressupostos básicos do modelo padrão de razão de *hedge* ótima foram relaxados: (i) custos de transação, foram inseridos no modelo e (ii) a realização de investimento em um ativo alternativo para compor o *portfolio* do produtor foi permitido.

Os quatro modelos de retornos analisados foram:

$$r_h = r_s + (1 - r_f)h \quad (14)$$

$$r_h = (1 - s_a)[r_s + (1 - r_f)h] + s_a r_a \quad (15)$$

$$r_h = r_s + (1 - r_f - b)h \quad (16)$$

$$r_h = (1 - s_a)[r_s + (1 - r_f - b)h] + r_a s_a \quad (17)$$

Em que  $r_h$ ,  $r_s$ ,  $r_f$  e  $r_a$  são, respectivamente, os retornos da carteira *hedgeda*, no mercado físico (*spot*), no mercado futuro e no investimento alternativo;  $h$  é a razão de *hedge*, ou seja, a proporção da posição no mercado físico que deve ser *hedgeda* no mercado futuro;  $b$  representa os custos de transação; e  $s_a$  é o proporção da riqueza inicial investida no ativo alternativo.

O primeiro modelo (equação (14)) pode ser comparado ao modelo tradicional, no qual o *portfolio* do produtor é composto apenas pelas posições assumidas no mercado físico e futuro. Na equação (15) a hipótese de que não há investimentos em ativos alternativos é relaxada. Nesse modelo, uma parcela da riqueza inicial,  $s_a$ , é investida no ativo alternativo,  $r_a$ , enquanto o restante,  $(1 - s_a)$ , é utilizado para fazer o *hedge* no mercado futuro. Na equação (16), por sua vez, a hipótese de que não há custos de transação é relaxada e uma fração  $b$  que representa estes custos é subtraída do retorno obtido no mercado futuro. Por fim, a equação (17) é uma forma geral na qual as duas hipóteses relaxadas individualmente, em (15) e (16), são relaxadas conjuntamente.

Os retornos nos mercados futuro e físico, e no investimento alternativo foram obtidos da seguinte forma:

$$r_i = \ln\left(\frac{P_{i,t}}{P_{i,t-1}}\right) \quad i = s \text{ (spot), } f \text{ (futuro) e } a \text{ (alternativo)} \quad (18)$$

Em que  $P_{i,t}$  e  $P_{i,t-1}$  representam as cotações de cada um dos ativos ( $i$ ) no período final ( $t$ ) e inicial ( $t-1$ ).

Assumiu-se a seguinte estratégia de *hedge* adotada pelo produtor: no mês corrente, vende-se o contrato futuro com vencimento no próximo mês. A venda é realizada sempre no primeiro dia de negociação do mês anterior ao vencimento do contrato. A inversão da posição (compra do contrato futuro com o mesmo vencimento) é realizada no último dia de negociação do mês anterior ao vencimento do contrato. Por exemplo, no dia 03 de dezembro de 2007 o *hedger* vendeu o contrato de boi gordo com vencimento em janeiro de 2008 e reverteu sua posição no dia

28 de dezembro de 2007, ao comprar o mesmo número de contratos. O preço de ajuste do dia foi utilizado para efetuar os cálculos dos retornos da maneira apontada na equação (18). Os dias nos quais não houve negociação em pelo menos um dos mercados analisados (mercado *spot* e futuro de boi gordo e mercado à vista do ativo alternativo) foram excluídos da análise para se obter o mesmo número de observações mensais para os três ativos analisados.

### 2.5.2 Cálculo do risco da carteira

Diversas medidas de dispersão são utilizadas para analisar o risco de ativos financeiros, sendo a variância a mais comum entre elas. No entanto, como ressaltado por autores como Markowitz (1952), Fishburn (1977), Bawa (1978), Lien e Tse (2000) e Unser (2000), muitos investidores possuem sua percepção de risco associada ao fracasso de se atingir um determinado nível de retorno. Dessa forma, tratando-se de retornos no mercado financeiro, a utilização de toda a distribuição dos retornos – tanto a parte negativa quanto a positiva – no cálculo do risco, pode não reproduzir corretamente a percepção do investidor. Ao identificar este comportamento, Markowitz (1952) desenvolveu o conceito de semi-variância como uma medida alternativa à variância, apontando-a com uma forma mais plausível para representar o risco. A semi-variância pode ser representada como:

$$S = E[\text{Min}(0, R_t - c)^2] \quad (19)$$

Na equação (19),  $R_t$  representa os retornos a cada período  $t$ , enquanto o parâmetro  $c = E(R_t)$ . Assumindo-se um mercado eficiente, a equação (19) pode ser interpretada como o risco de se obter retornos negativos no período analisado. Esta interpretação, de certa forma, originou o conceito do risco do lado inferior da distribuição de retornos, também conhecido com *downside risk*.

Autores como Fishburn (1977) e Bawa (1978), procuraram generalizar o conceito de *downside risk* e formalizaram o conceito de momentos parciais inferiores – *lower partial moments* – *LPM*, no qual a variância e a semi-variância são casos particulares. O LPM é uma função convexa que, de acordo com Fishburn (1977), considera os desvios abaixo de um nível de referência, ou alvo  $\tau$ .

Eftekhari (1998) apresentou uma versão discreta do LPM, a qual foi utilizada no presente trabalho:

$$LPM_{\alpha}(R_H; \tau) = \frac{1}{N} \left[ \sum_{i=1}^N \min(0, R_i - R_{\tau})^{\alpha} \right] \quad (20)$$

Nesta versão discreta apresentada em (20),  $R_i$ , representa cada um dos  $N$  retornos do ativo/carteira,  $R_{\tau}$  é taxa de retorno alvo e  $\alpha$  determina a ordem do momento parcial. Segundo Fishburn (1977), o parâmetro  $\alpha$  pode ainda ser interpretado como uma medida de aversão ao risco de modo que valores de  $\alpha > 1$  indicam aversão ao risco, enquanto  $\alpha < 1$ , indicam propensão ao risco. De acordo com Eftekhari (1998), quando  $\alpha = 1$ , o  $LPM_1$  pode ser interpretado como o desvio médio de perdas abaixo do nível de referência. Quando  $\alpha = 2$ , o  $LPM_2$  é uma medida análoga à variância na qual os desvios são determinados em relação ao nível de referência, ao invés da média. Se  $R_{\tau} = 0$  e  $\alpha = 2$ , o  $LPM_2$  é a medida de semi-variância. Se  $R_{\tau} = E(R_i)$ ,  $\alpha = 2$  e a distribuição dos retornos for simétrica, o  $LPM_2$  é proporcional à variância.

Desta forma, a exemplo do realizado por Mattos, Garcia e Nelson (2008), o presente trabalho utilizou, além da variância, o  $LPM_2$  para expressar o risco dos *portfolios* analisados. Para tanto, momentos parciais inferiores de ordem 2, com referência em quatro diferentes níveis foram calculados. O primeiro deles tem como referência o zero, representando a semi-variância<sup>10</sup>, enquanto os demais têm como referência o 50º, 25º e 10º percentis da distribuição dos retornos dos *portfolios*. Os níveis de retorno de referência utilizados no LPM, foram determinados a partir da distribuição dos retornos da posição *spot*, por considerar que esta posição representa melhor a percepção de ganhos/perdas do produtor.

<sup>10</sup> A referência igual a zero passa a ser equivalente a um quando os retornos são calculados como

$$R_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right).$$

### 2.5.3 O modelo de razão de *hedge* ótima

O modelo de razão de *hedge* ótima utilizado baseou-se na maximização de uma função de utilidade esperada que possui a média e a variância/ $LPM_2$  como argumentos. A função de utilidade escolhida foi desenvolvida por Nelson e Escalante (2004) e possui a vantagem de apresentar aversão relativa ao risco constante, o que implica um coeficiente de Aversão Absoluta ao Risco Decrescente – AARD<sup>11</sup> em relação à renda. A função de utilidade esperada utilizada assume, portanto, a seguinte forma:

$$E[U] = -\frac{1}{\mu_h^2 - \gamma\sigma_h^2} \quad (21)$$

$$E[U] = -\frac{1}{\mu_h^2 - \gamma LPM_2(r_h, \tau)} \quad (22)$$

As formas apresentadas em (21) e (22) são similares, diferindo apenas do método no qual o risco é calculado. Na primeira forma, o risco é expresso pela variância ( $\sigma_h^2$ ) da carteira; enquanto, na segunda, é expresso pelo momento parcial inferior de ordem dois, com referência no nível alvo  $\tau - LPM_2(r_h, \tau)$ . Em ambas as equações  $\gamma$  é o coeficiente de aversão relativa ao risco do produtor.

Uma vez calculados o retorno médio e o risco da carteira em função da razão de *hedge*, para cada um dos modelos analisados, a função de utilidade esperada foi maximizada no domínio [0, 1].

Para fins de comparação dos resultados, seis modelos foram então calculados sendo eles<sup>12</sup>:

- i) Modelo tradicional de mínima variância, no qual a razão de *hedge* ótima é obtida pela razão da covariância das variações dos preços futuros ( $\Delta F_t$ ) e *spot* ( $\Delta S_t$ ) com a variância das variações dos preços futuros  $\left( \frac{\text{cov}(\Delta F_t, \Delta S_t)}{\text{var}(\Delta F_t)} \right)$ ;
- ii) Modelo de média-variância utilizando-se a função de utilidade esperada do tipo ARRC;

<sup>11</sup> Ver demonstração no APÊNDICE B.

<sup>12</sup> Os percentis utilizados como referência para o retorno alvo foram escolhidos a exemplo do que também foi feito por Mattos, Garcia e Nelson (2008).

- iii) Modelo de ARRC *downside risk* com nível de referência no nível de retorno igual a zero no mercado físico  $(LPM_2(r_h, 0))$ , que é equivalente ao modelo ARRC semi-variância;
- iv) Modelo de ARRC *downside risk* com nível de referência igual ao 50º percentil da distribuição de retornos do mercado físico  $(LPM_2(r_h, r_{50^o p}))$ ;
- v) Modelo de ARRC *downside risk* com nível de referência igual ao 25º percentil da distribuição de retornos do mercado físico  $(LPM_2(r_h, r_{25^o p}))$ ;
- vi) Modelo de ARRC *downside risk* com nível de referência igual ao 10º percentil da distribuição de retornos do mercado físico  $(LPM_2(r_h, r_{10^o p}))$ .

#### 2.5.4 Análise *ex-post*

Para analisar e avaliar as razões de *hedge* calculadas propõe-se um método diferente daquele utilizado por Mattos, Garcia e Nelson (2008) e também por Lence (1996). Tais autores propuseram uma análise baseada no custo de oportunidade, medido pela função de utilidade utilizada. A análise aqui proposta, também utilizada por Cruz Júnior, Marques e Martines Filho (2008), é uma análise do tipo *ex-post*, de caráter mais empírico. Uma vez obtidas as razões de *hedge* ótimas conforme proposto anteriormente, supõe-se que o investidor as utiliza nos próximos sete meses, como estratégia ótima de *hedge*. Os retornos ao investimento baseados nas equações (14) a (17) foram calculados mês a mês para todas as combinações propostas de valores de custo de transação e percentuais da riqueza inicial investida no ativo alternativo. Foram também calculados os desvios padrão dos retornos para o mesmo período. De posse dessas informações, as razões retorno/risco foram então calculadas e utilizadas para comparação entre os modelos. Uma estratégia é considerada mais eficiente quanto maior for sua razão retorno/risco.

#### 2.5.5 Testes de distribuição normal univariada e multivariada

De acordo com Chamberlin (1983) e Ingersoll (1987), a distribuição normal multivariada dos retornos dos ativos da carteira é uma das condições para que haja consistência entre as análises de média - variância e a maximização da utilidade esperada. Segundo Ingersoll (1987), uma vez que as variáveis possuam distribuição normal multivariada e sendo esta distribuição

completamente caracterizada por sua média e variância, todos os *portfolios* formados por tais variáveis são também completamente descritos por suas médias e variâncias.

Assim sendo, propõe-se a realização do teste de Bera e Jarque (1981) para analisar a distribuição normal univariada dos retornos dos ativos e um teste baseado na distância de Mahalanobis para se verificar a distribuição normal multivariada dos mesmos.

De acordo com Morettin e Tolo (2006), o teste de Jarque-Bera (JB) combina dois testes (um de assimetria –  $A$ , com  $H_0: A = 0$ ; e o outro de curtose –  $K$ , com  $H_0: K = 3$ ) para verificar a hipótese nula de normalidade utilizando a seguinte estatística:

$$JB = \left(\frac{N}{6}\right)\hat{A}^2 + \left(\frac{N}{24}\right)(\hat{K} - 3)^2 \quad (23)$$

A estatística calculada em (23), utiliza as estimativas de assimetria e curtose feitas para as  $N$  observações e segue distribuição  $\chi^2(2)$ .

Já o teste de normalidade multivariada proposto baseia-se no cálculo das distâncias de Mahalanobis –  $MD$ , ou distância multivariada padrão para as séries de retornos utilizadas (FLURY, 1997). De acordo com Burdenski (2000), uma grande vantagem da utilização da  $MD$  sobre a distância Euclidiana é que a primeira utiliza a matriz de covariância das variáveis ( $S^{-1}$ ) no seu cálculo.

Dada uma matriz de dados  $X$ , de dimensão  $m \times n$ , que possui em suas linhas os conjuntos de dados empilhados, a  $MD$  para cada  $i$  pode ser calculada, conforme Johnson e Wichern (1992) como:

$$MD_i^2 = (x_i - \bar{x})' S^{-1} (x_i - \bar{x}) \quad (24)$$

Ainda segundo Johnson e Wichern (1992), uma vez que a população multivariada dos dados é maior que 25 ou 30, cada  $MD_i^2$  deveria se comportar como uma variável aleatória qui-quadrado. O teste formal é, portanto, uma comparação de cada  $MD_i^2$  com percentis da distribuição qui-quadrado. Se, pelo menos metade dos valores de  $MD_i^2$ , for igual ou menor que  $\chi^2(2)$ , a hipótese nula de normalidade não pode ser rejeitada.

### 2.5.6 Teste de distribuição elíptica simétrica

Nelson e Ndjeunga (1997) mostraram que, aplicando os resultados encontrados por Chamberlin (1983), a distribuição de probabilidades da riqueza final do investimento em um *portfolio* composto por mais de um ativo, satisfaz as condições de localização e escala de Meyer (1987) e de Sinn (1983), se essa distribuição for elipticamente simétrica. Em outras palavras, os autores integraram os resultados de Chamberlin, de Meyer e de Sinn para mostrar que a ordenação de um *portfolio* pela análise de média-variância é consistente com a ordenação realizada pela utilidade esperada, se a distribuição conjunta dos retornos for elipticamente simétrica.

Segundo Nelson e Ndjeunga (1997), se um vetor aleatório  $\mathbf{X}$  segue distribuição elíptica simétrica com média  $\mu$  e variância  $\Sigma$  ( $\mathbf{X} \sim E_m(\mu, \Sigma)$ ), então a variável aleatória  $\mathbf{Y}$ , formada pela combinação linear dos elementos de  $\mathbf{X}$ , é também elipticamente simétrica. Desta forma, se  $\mathbf{Y} = \alpha' \mathbf{X}$ , então,  $E(\mathbf{Y}) = \alpha' \mu$  e  $Var(Y) = \alpha' \Sigma \alpha$ . Como  $\mathbf{Y}$  é simétrico, então  $\mathbf{Z} = \frac{(\mathbf{Y} - \alpha' \mu)}{(\alpha' \Sigma \alpha)^{1/2}}$  é simétrico com média zero e variância um. Exceto pela localização e escala, pode-se afirmar que a distribuição de  $\alpha' \mu + (\alpha' \Sigma \alpha)^{1/2} \mathbf{Z}$  é igual à de  $\mathbf{Y}$  para qualquer  $\alpha$ . Assim sendo, a riqueza final de um *portfolio* composto por ativos que possuem distribuição conjunta elipticamente simétrica satisfaz a condição de localização e escala.

Os mesmos autores desenvolveram um teste apropriado para verificar se um vetor aleatório  $m$ -dimensional,  $\mathbf{X}$ , possui distribuição elipticamente simétrica. O teste proposto por Nelson e Ndjeunga (1997) recebeu o nome de Teste do Vizinho Mais Próximo para Distribuição Elíptica Simétrica - VMPDES. A hipótese nula do teste proposto é de que o vetor analisado pertence a uma coleção de todas as distribuições elipticamente simétricas,  $\mathbf{F}$ .

O teste do VMPDES pode ser desenvolvido em quatro etapas. Na primeira, faz-se a normalização necessária nos dados originais, para então, se obterem os valores de média e variância das distâncias Euclidianas entre os vizinhos mais próximos, entre todos os  $Y_i$ 's. Na segunda etapa, através de simulação de Monte Carlo, duas distribuições são criadas. Uma delas conhecidamente possui distribuição elíptica simétrica e a outra não. Na terceira etapa, a análise de discriminantes lineares é utilizada para definir pesos para a média e variância das distâncias



Euclidianas e, assim, obter a estatística de teste apresentada pelos autores. Na última etapa, os valores críticos do teste são obtidos através de uma amostra da distribuição elíptica simétrica gerada por uma nova simulação de Monte Carlo. A hipótese nula será rejeitada para valores pequenos da estatística de teste.

A normalização proposta pelo teste VMPDES consiste em inicialmente estimar a média,  $\hat{\mu}$ , e a variância,  $\hat{\Sigma}$ , do vetor aleatório  $\mathbf{X}$  para, através da decomposição de Cholesy, calcular a matriz triangular inferior  $\hat{L}^{-1}$ , e então realizar a seguinte padronização:

$$Y_i = \hat{L}^{-1}(X_i - \hat{\mu}) \quad (25)$$

Se os dados observados,  $X_i$ , são originados de uma distribuição elípticamente simétrica, então  $Y_i$  é uma amostra de uma distribuição esfericamente simétrica com média  $\mathbf{0}$  e variância  $\mathbf{I}$  ( $E_m(\mathbf{0}, \mathbf{I})$ ) (MUIRHEAD, 1982). Pelas propriedades das distribuições esfericamente simétricas, os valores normalizados de  $Z_i = Y_i / \|Y_i\|$ , podem ser considerados aproximadamente esfericamente distribuídos na hipersfera unitária e são independentes das variáveis aleatórias  $r_i = \|Y_i\|$ .

Definindo  $R_i = \text{rank}\{\|Y_i\|\}/n$ , o teste VMPDES explora a propriedade de que os pares ordenados  $(R_i, Z_i)$  são aproximadamente uniformemente distribuídos. Neste contexto, uniformidade significa que, neste espaço, a distância radial mais curta entre os vizinhos mais próximos deveria ser similar para todos os nós. No caso de uma densidade não uniforme, os nós tenderiam a se aglomerar em grupos que correspondem a regiões de alta densidade. Assim, as distâncias entre os nós de um mesmo aglomerado (ou *cluster*) seriam pequenas, enquanto as distâncias entre nós de diferentes aglomerados seriam relativamente grandes. Nelson e Ndjeunga (1997) propõem a utilização da seguinte medida de distância, calculada a partir da distância Euclidiana entre os pares ordenados  $(R_i, Z_i)$ :

$$\|(R_1, Z_1) - (R_2, Z_2)\| = \left[ 6(R_1 - R_2)^2 + (m-1)(1 - Z_1 Z_2) \right]^{1/2}, \quad (26)$$

Assim sendo, o teste VMPDES é baseado na média e variância amostrais das  $n$  distâncias dos vizinhos mais próximos  $D_1, D_2, \dots, D_n$  obtidas a partir da amostra  $X_1, X_2, \dots, X_n$ . A menor distância é definida como  $D_i = \min_j \|(R_i, Z_i) - (R_j, Z_j)\|^2$ , onde  $j$  é o índice do intervalo no qual o par ordenado  $(R_i, Z_i)$  não foi ainda escolhido como o vizinho mais próximo de  $(R_j, Z_j)$ . Uma vez determinada uma lista das mínimas distâncias, podem-se obter a média e a variância da mesma.

Através de simulações de Monte Carlo, os autores propõem gerar dois tipos de distribuições com cinco mil amostras cada. Uma delas, que sustenta a hipótese nula, é elípticamente simétrica com o mesmo número de variáveis aleatórias ( $m$ ) e observações ( $n$ ) que o conjunto de dados analisado. A segunda, que sustenta a hipótese alternativa, é uma distribuição Burr com parâmetro  $\alpha = 0,25$ <sup>13</sup>.

Uma vez simuladas as distribuições que sustentam as hipóteses nula e alternativa, a utilização da análise de discriminante linear para separar essas duas distribuições é recomendada pelos autores. Como a distribuição não elíptica tem média menor e variância maior que a distribuição normal, através da análise de discriminante linear é possível encontrar os pesos,  $w_{\bar{D}}$  e  $w_{S_D^2}$ , para a média,  $\bar{D}$ , e a variância,  $S_D^2$ , obtidas anteriormente. Por fim, pode-se obter a estatística de teste da seguinte forma:

$$V = w_{\bar{D}} \bar{D} + w_{S_D^2} S_D^2 \quad (27)$$

Sendo que  $\bar{D} = 1/n \sum_{i=1}^n D_i$ ,  $S_D^2 = 1/n \sum_{i=1}^n (D_i - \bar{D})^2$  e cada  $D_i$  é uma mínima distância obtida pela matriz  $S$ , com elementos  $S_{ij} = \|(R_i, Z_i) - (R_j, Z_j)\|^2$ . Uma vez obtido o valor calculado para a estatística de teste  $V$ , deve-se compará-lo ao valor crítico obtido através das simulações de Monte Carlo que geraram cinco mil amostras de dados com distribuição elíptica simétrica, para determinado nível de significância. De acordo com este teste, a hipótese nula de que os dados analisados possuem distribuição elíptica simétrica será rejeitada para valores pequenos de  $V$ .

<sup>13</sup> Johnson (1987) apud Nelson e Ndjeunga (1997), recomenda a distribuição Burr como uma distribuição multivariada não-elíptica. Segundo este mesmo autor, a distribuição Burr com parâmetro  $\alpha$  é a distribuição de  $(1 + X/Y)^{-\alpha}$ , onde  $X$  e  $Y$  são respectivamente variáveis aleatórias independentemente distribuídas com distribuição exponencial e gamma com parâmetro  $\alpha$ , respectivamente.

### 2.5.7 Custos de transação no mercado futuro

Na análise proposta foram considerados apenas os custos diretos divulgados pela BM&F (2008) para operações no mercado de futuros agropecuários, são eles:

- i) Taxa operacional básica – TOB: o fato gerador da TOB é o negócio efetuado, sendo calculada a partir do valor do contrato. Utiliza-se o preço de ajuste do dia anterior do segundo vencimento em aberto. Para operações normais, a TOB é de 0,30% do valor do negócio.
- ii) Taxa de emolumentos – TE: incide sobre o número de contratos negociados, sendo calculada a partir de um valor fixo, correspondente a R\$ 3,34, por contrato.
- iii) Taxa de registro – TR: incide sobre o valor da TE e corresponde a 20% do valor cobrado para operação normal.
- iv) Outros custos – OC: PIS, COFINS e ICMS incidentes sobre os valores cobrados das taxas de emolumentos, taxa de registro, taxa de permanência<sup>14</sup> e taxa de liquidação.

Foram propostos quatro cenários de custos de transação, sendo calculados sempre em relação ao valor inicial do contrato. Por simplificação, os valores são pagos no final da transação, sendo, portanto, deduzidos do retorno final. Os cenários propostos consideram os seguintes valores: 0,05%; 0,16%; 0,32% e 0,64%. O menor custo de transação foi escolhido com o intuito de possibilitar comparações com os custos de corretagem cobrados no mercado norte-americano. Conforme apontado por Mattos, Garcia e Nelson (2008), no ano de 2004 os custos de corretagem na Chicago Board of Trade – CBOT variavam entre 0,05% e 0,125% do valor inicial do contrato. Já o maior valor, 0,64%, foi determinado a partir de cálculos realizados considerando-se os custos diretos anteriormente mencionados para o mercado de boi gordo, na BM&FBOVESPA. Algumas datas foram aleatoriamente selecionadas, e o custo direto calculado como percentual do valor inicialmente negociado, por contrato, no mercado de boi gordo na BM&FBOVESPA. Os valores encontrados foram próximos a 0,64% e estão também próximos àqueles apontados por Marques, Mello e Martines Filho (2008). Deve-se ressaltar que estes valores são significativamente inferiores aos calculados por Andrade (2004). Isso se deve ao fato de que este autor considerou não apenas os custos diretos divulgados pela bolsa em sua análise. Além dos custos diretos também considerados nesse trabalho, Andrade (2004) considerou o pagamento de imposto de

---

<sup>14</sup> No período considerado, *commodities* agropecuárias eram isentas do pagamento da taxa de permanência.

renda, contribuição provisória sobre movimentação financeira, depósitos de margem de garantia e pagamentos de ajustes diários. Apesar de se reconhecer a presença destes outros custos, optou-se pela simplicidade de modo que a análise seja mais próxima daquela realizada por Mattos, Garcia e Nelson (2008).

### 2.5.8 Fonte de dados

Os dados referentes às cotações diárias dos preços futuros do mercado de boi gordo na BM&FBOVESPA foram obtidos na própria bolsa. Com o intuito de representar o mercado de ações como sendo o investimento alternativo do produtor, utilizou-se o IBOVESPA<sup>15</sup>. Para tanto, os valores diários da cotação *spot* do índice foram obtidos no Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada – IPEA (2008). As cotações *spot* de boi gordo na cidade de Campo Grande, no Mato Grosso do Sul, foram obtidas junto ao Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada – CEPEA. O período de análise se estendeu de janeiro de 2000 a dezembro de 2007, para o cálculo das razões de *hedge* ótimas, e de janeiro a julho de 2008, para avaliação dos resultados<sup>16</sup>. Os períodos de cálculo e avaliação foram selecionados de modo a não se compreender o período recente da crise de 2008 e 2009.

## 2.6 Resultados e discussão

Um breve resumo das estatísticas descritivas dos dados é apresentado na Tabela 1. Uma vez que a média dos retornos no mercado futuro foi negativa no período, assumiu-se, a exemplo do realizado por Garcia e Leuthold (2004) e por Mattos, Garcia e Nelson (2008), que os mercados futuros são não viesados, de modo que a distribuição empírica dos retornos deste mercado foi ajustada por  $E(r_f) = 0$ .

As análises das médias e desvios padrão dos retornos mostram que o mercado de ações, considerado como ativo alternativo ao *hedge*, apresentou o maior retorno médio no período analisado e também o maior risco. O investimento no mercado futuro de boi gordo na BM&FBOVESPA, por sua vez, foi o ativo com menor risco no período.

---

<sup>15</sup> Mattos, Garcia e Nelson (2008) utilizaram o S&P500 como ativo alternativo.

<sup>16</sup> Entre janeiro e setembro de 2000 as cotações dos preços futuros de boi gordo cambial foram convertidas para reais por arroba, a partir de então, as negociações passaram a ser realizadas em reais por arroba.

Os resultados do teste de normalidade de Jarque-Bera, apresentados na Tabela 1, mostraram que os retornos dos três ativos considerados possuem distribuição normal univariada. Apesar da hipótese de normalidade não ser rejeitada ao nível de significância de 1% para os retornos de todos os ativos analisados, o teste de normalidade multivariada fez-se necessário para verificar se, conjuntamente, os retornos pertencem à mesma família de distribuição de probabilidades.

A Tabela 1, do ANEXO, mostra os valores ordenados das distâncias de Mahanobis calculadas e revelam que, aproximadamente, 64% desses valores são inferiores à estatística do teste qui-quadrado para os percentis correspondentes. Um gráfico Q-Q *plot* das distâncias MD e os valores da estatística qui-quadrado associados mostram uma tendência a conter a maior parte das informações sobre uma linha de 45° com a origem. Estas análises associadas, conforme Johnson e Wichern (1992), levam à conclusão de que as séries de retornos possuem distribuição normal multivariada.

Tabela 1 – Resumo estatístico das distribuições de retornos mensais

	Preço <i>spot</i> – Campo Grande	IBOVESPA	Preços futuros
Média	0,006	0,010	0,000
Máximo	0,123	0,165	0,124
Mínimo	-0,135	-0,169	-0,132
Desvio padrão	0,050	0,074	0,044
Assimetria	0,145	-0,130	-0,008
Curtose	3,476	2,597	3,407
Jarque-Bera	1,246	0,664	0,919
P-valor	0,536	0,717	0,631

Fonte: Resultados da pesquisa.

Adicionalmente, o teste de distribuição elíptica simétrica foi aplicado ao conjunto de 96 observações de retornos calculados a partir das cotações obtidas no mercado futuro, *spot* e IBOVESPA. Os valores estimados para média e variância das distâncias dos vizinhos mais próximos foram, respectivamente, iguais a 0,4279 e 0,0230. Através das análises de Monte Carlo e de discriminante linear, conforme propostas anteriormente, foram utilizados  $n = 96$  e  $m = 3$  para obter ponderações para média e variância iguais a -53,9513 e 72,6564, respectivamente. A estatística de teste  $V$ , igual a -22,6984 é maior que o valor crítico a 95% de significância, -

23,5066. Assim, conforme salientado por Nelson e Ndjeunga (1997), a hipótese nula de simetria elíptica não pode ser rejeitada.

Todos os testes aplicados para verificar a normalidade univariada, multivariada e simetria elíptica dos dados convergem para a mesma conclusão, indicando que a análise de média - variância e a teoria da utilidade esperada podem ser conjuntamente utilizadas, de modo que seus resultados são consistentes.

Os resultados apresentados nas Tabelas 2 a 4 são referentes às razões de *hedge* ótimas obtidas através da maximização das funções de utilidade esperadas para todos os modelos propostos, considerando-se todos os perfis de aversão ao risco analisados ( $\gamma = 1, 3$  e  $5$ ).

Tabela 2 – Resumo dos resultados utilizando a estratégia de *hedge* de 4 semanas para os modelos de retorno,  $\gamma = 1$

	Mínima variância	ARRC média variância	ARRC <i>downside risk</i> com nível de referência igual a:			
			Zero	50° percentil	25° percentil	10° percentil
Modelo padrão (1)	0,7091	0,7090	0,6716	0,6694	0,7314	0,8118
Modelo padrão com investimento em ativo alternativo (2)						
$s_a = 10\%$		0,6888	0,6582	0,6575	0,7349	0,7812
$s_a = 25\%$		0,6484	0,5918	0,5905	0,5953	0,6016
$s_a = 50\%$		0,5273	0,1829	0,1841	0,0746	0,0157
Modelo padrão com custos de transação (3)						
$b = 0,05\%$		0,4285	0,3711	0,0000	0,0000	0,0000
$b = 0,16\%$		0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$b = 0,32\%$		0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$b = 0,64\%$		0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Modelo padrão com investimento em ativo alternativo e custo de transação (4)						
$s_a = 10\%$						
$b = 0,05\%$		0,3772	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$b = 0,16\%$		0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$b = 0,32\%$		0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$b = 0,64\%$		0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$s_a = 25\%$						
$b = 0,05\%$		0,2745	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$b = 0,16\%$		0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$b = 0,32\%$		0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$b = 0,64\%$		0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$s_a = 50\%$						
$b = 0,05\%$		0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$b = 0,16\%$		0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$b = 0,32\%$		0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$b = 0,64\%$		0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Fonte: Resultados da pesquisa.

Tabela 3 – Resumo dos resultados utilizando a estratégia de *hedge* de 4 semanas para os quatro modelos de retorno,  $\gamma = 3$

	Mínima variância	ARRC média variância	ARRC <i>downside risk</i> com nível de referência igual a:			
			Zero	50° percentil	25° percentil	10° percentil
Modelo padrão (1)	0,7091	0,7090	0,6716	0,6694	0,7314	0,8118
Modelo padrão com investimento em ativo alternativo (2)						
$s_a = 10\%$		0,6888	0,6582	0,6575	0,7349	0,7812
$s_a = 25\%$		0,6484	0,5918	0,5905	0,5953	0,6016
$s_a = 50\%$		0,5273	0,1829	0,1841	0,0746	0,0157
Modelo padrão com custos de transação (3)						
$b = 0,05\%$		0,5959	0,3071	0,3759	0,1907	0,0000
$b = 0,16\%$		0,3470	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$b = 0,32\%$		0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$b = 0,64\%$		0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Modelo padrão com investimento em ativo alternativo e custo de transação (4)						
$s_a = 10\%$						
$b = 0,05\%$		0,5632	0,3218	0,3260	0,1218	0,0000
$b = 0,16\%$		0,2969	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$b = 0,32\%$		0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$b = 0,64\%$		0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$s_a = 25\%$						
$b = 0,05\%$		0,4979	0,1780	0,1839	0,0000	0,0000
$b = 0,16\%$		0,1668	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$b = 0,32\%$		0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$b = 0,64\%$		0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$s_a = 50\%$						
$b = 0,05\%$		0,3019	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$b = 0,16\%$		0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$b = 0,32\%$		0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$b = 0,64\%$		0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Fonte: Resultados da pesquisa.



Tabela 4 – Resumo dos resultados utilizando a estratégia de *hedge* de 4 semanas para os quatro modelos de retorno,  $\gamma = 5$ 

	Mínima variância	ARRC média variância	ARRC <i>downside risk</i> com nível de referência igual a:			
			Zero	50° percentil	25° percentil	10° percentil
Modelo padrão (1)						
	0,7091	0,7090	0,6716	0,6694	0,7314	0,8118
Modelo padrão com investimento em ativo alternativo (2)						
$s_a = 10\%$		0,6888	0,6582	0,6575	0,7349	0,7812
$s_a = 25\%$		0,6484	0,5918	0,5905	0,5953	0,6016
$s_a = 50\%$		0,5273	0,1829	0,1841	0,0746	0,0157
Modelo padrão com custos de transação (3)						
$b = 0,05\%$		0,6294	0,4724	0,4772	0,3136	0,0657
$b = 0,16\%$		0,4540	0,1485	0,1548	0,0000	0,0000
$b = 0,32\%$		0,1991	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$b = 0,64\%$		0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Modelo padrão com investimento em ativo alternativo e custo de transação (4)						
$s_a = 10\%$						
$b = 0,05\%$		0,6005	0,4697	0,4330	0,2635	0,0000
$b = 0,16\%$		0,4059	0,0787	0,0860	0,0000	0,0000
$b = 0,32\%$		0,1233	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$b = 0,64\%$		0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$s_a = 25\%$						
$b = 0,05\%$		0,5426	0,3060	0,3111	0,1677	0,0000
$b = 0,16\%$		0,3096	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$b = 0,32\%$		0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$b = 0,64\%$		0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$s_a = 50\%$						
$b = 0,05\%$		0,3690	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$b = 0,16\%$		0,0290	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$b = 0,32\%$		0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$b = 0,64\%$		0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Fonte: Resultados da pesquisa.

Pode-se observar, nas Tabelas de 2 a 4, que para o modelo padrão (1), no qual nenhuma hipótese do modelo tradicional é relaxada (isto é, não há investimento no ativo alternativo ou existência de custos de transação), as razões de *hedge* calculadas foram relativamente próximas,

com a exceção daquelas calculadas para o modelo que utilizou o LPM com referência no 10º percentil da distribuição dos retornos no mercado *spot*. Verifica-se que, à medida que a referência caminha em direção a percentis inferiores, inicialmente a razão de *hedge* reduz e se eleva posteriormente. Resultados semelhantes foram também obtidos por Mattos, Garcia e Nelson (2008).

Quando se comparam os resultados dos três primeiros modelos alternativos com o modelo de mínima variância, para todos os perfis de risco, pode-se verificar que, de uma forma geral, aqueles que utilizam o LPM como medida de risco sugerem razões de *hedge* inferiores à tradicional. As exceções aparecem apenas para o modelo dois, quando se simula o investimento de 10% da riqueza inicial no ativo alternativo, tendo como níveis de referência de retorno os dois percentis mais inferiores das distribuições de retorno no mercado *spot*. Verifica-se, também, que as razões de *hedge* diminuem e depois aumentam conforme o retorno alvo passa a ser referenciado em direção a percentis inferiores. Isto pode ser explicado pela característica convexa da função de LPM utilizada, conforme pode ser visualizado no exemplo da Figura 1. Deve-se ainda ressaltar que, apesar das razões de *hedge* ótimas calculadas serem praticamente idênticas para todos os perfis de risco analisados no modelo padrão (1), os níveis máximos de utilidade esperada encontrados diferiram-se significativamente entre os modelos.

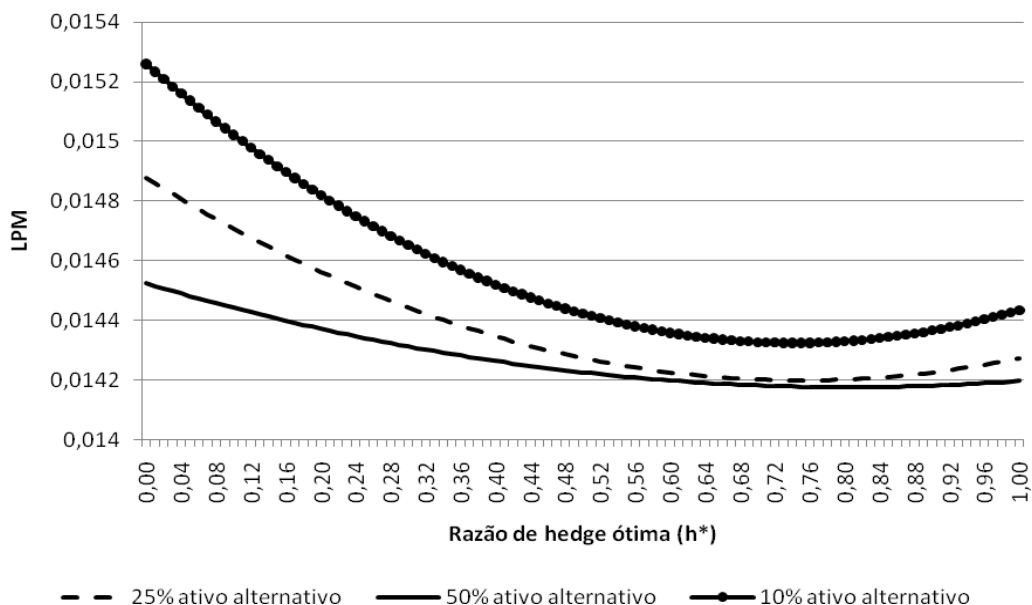


Figura 1 - Momentos parciais inferiores (LPM) calculados para o modelo ARRC média variância, sem custos de transação, para diversos níveis de investimento no ativo alternativo e perfil de risco médio

Fonte: Resultados da pesquisa.

Observa-se ainda, que os resultados obtidos pela simulação nas quais se utiliza o nível de referência igual a zero são muito próximos daqueles simulados para o nível de referência igual ao 50º percentil da distribuição de retornos no mercado *spot*. Isso se deveu ao fato de que os retornos que limitam as distribuições do 50º percentil daquela distribuição são muito próximos da referência em zero, causando assim uma variação muito pequena no resultado dos modelos.

A Figura 2 apresenta o resumo dos resultados obtidos na análise do Modelo 2 para os três perfis de risco analisados. Neste modelo, a hipótese de investimento no ativo alternativo foi verificada. É interessante notar que os resultados obtidos para os três perfis de risco analisados revelaram os mesmos níveis de  $h^*$ <sup>17</sup>. Isto revela que a razão ótima de *hedge* é muito pouco sensível a variações na aversão ao risco, quando apenas a hipótese de investimento no ativo alternativo é relaxada.

<sup>17</sup> Os valores de  $h^*$  calculados a partir do Modelo (2), para os três diferentes perfis de risco, possuem diferenças apenas a partir da quinta casa decimal, por isso, foram considerados como iguais na apresentação e discussão dos resultados. Acredita-se que essa diferença não é significativa para alterar a discussão aqui apresentada.

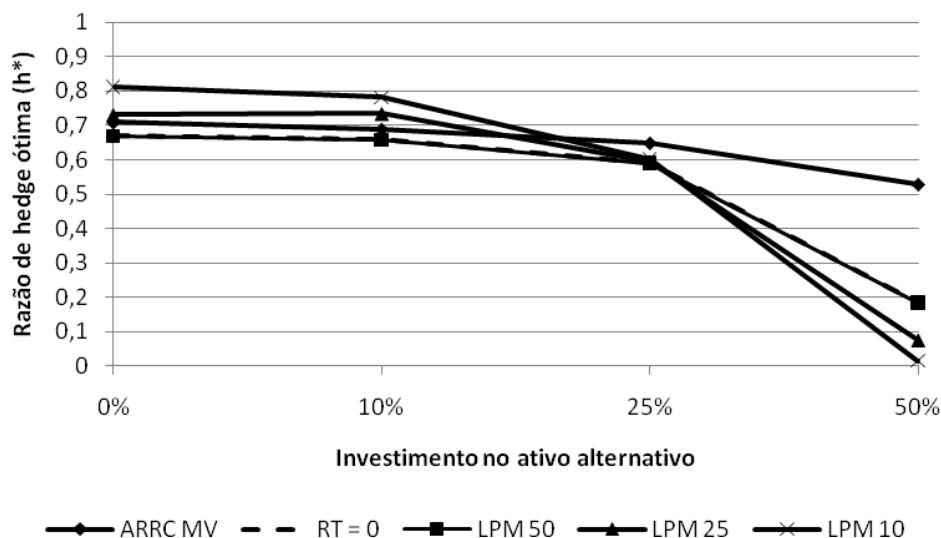


Figura 2 – Resumo dos resultados obtidos para o modelo dois: modelo padrão mais investimento no ativo alternativo

Fonte: Resultados da pesquisa.

ARRC MV = Modelo média-variância associado à função ARRC; LPM 50, LPM 25, LPM 10: respectivamente os modelos de LPM utilizando os níveis de referência iguais ao 50º, 25º e 10º percentis da distribuição dos retornos no mercado *spot*; RT = 0: retorno alvo igual a zero.

De um modo geral, os resultados apresentados na Figura 2 indicam que a possibilidade de empregar parte da renda inicial em um outro ativo reduz a razão de *hedge* do produtor. Comparados aos valores obtidos pelo Modelo (1), as razões de *hedge* ótimas calculadas quando apenas 10% da renda foi investida no ativo alternativo foram, em média, 2,04% inferiores às primeiras. Nos cenários em que uma parcela menor da renda inicial era investida no ativo alternativo, as  $h^*$ s calculadas para percentis inferiores (25º e 10º) da distribuição de retornos no mercado *spot* foram superiores às demais. No entanto, na medida em que uma parcela maior da renda era desviada para o investimento alternativo, as razões de *hedge* se reduziram mais rapidamente nos cenários com referência em percentis mais baixos. No cenário mais extremo, no qual 50% da renda foi investida no ativo alternativo e a referência de retorno foi considerada como sendo o 10º percentil da distribuição de retornos no mercado *spot*, a razão de *hedge* ótima calculada chegou a atingir o nível de 1,57%.

Estes resultados não estão totalmente de acordo com aqueles encontrados por Mattos, Garcia e Nelson (2008). Apesar dos autores terem encontrado razões de *hedge* ótimas decrescentes na medida em que se utilizavam percentis mais elevados para o cálculo do LPM, as

$h^*$  obtidas foram superiores àquelas calculadas para o Modelo 1. Isto pode ser explicado pelo fato de que a distribuição dos retornos do ativo alternativo utilizado no período mostrou-se com o maior retorno e menor risco que os demais ativos analisados. Desta forma, uma maior utilização do ativo alternativo no *portfolio* trouxe, em todas as situações, ganhos em termos de retornos e menores LPM's mesmo à medida em que  $h$  aumentava. O mesmo não aconteceu no presente trabalho porque, apesar do ativo alternativo utilizado na análise ter apresentado o maior retorno entre os ativos analisados, também apresentou o maior risco. Desta forma, um maior risco (maior LMP), parece ter sobreposto os benefícios de um maior retorno, tornando o ativo o investimento no alternativo menos atrativo do que no caso americano.

As Figuras 3, 4 e 5, por sua vez, sintetizam os resultados do Modelo (3), no qual a hipótese de pagamentos de custos de transação foi verificada. Assim como no Modelo (2), as razões de *hedge* encontradas se reduziram com a introdução desta variável. No entanto, percebe-se que as linhas nas Figuras 3 a 5 convergem para zero na medida em que os valores dos custos aumentam. Verificou-se que, no cenário de mais alto custo ( $b = 0,64\%$ ), tais como os que são praticados atualmente, a razão de *hedge* é nula para todos os modelos analisados. Assim como no Modelo (1), as razões de *hedge* calculadas para o Modelo (2) se reduziram mais rapidamente nos modelos que utilizaram o LPM como medida de risco. Destaca-se ainda que, quanto menor o nível de referência utilizado no cálculo do LPM, mais rapidamente a razão de *hedge* converge para zero quando os custos se elevam.

De acordo com as simulações, pode-se verificar que indivíduos com maiores coeficientes de aversão ao risco tendem a fazer mais *hedge*, mesmo na presença de custos de transação. Percebe-se ainda que, quanto mais averso ao risco for o indivíduo, menos sensível este parece ser à incorporação do pagamento de custos no modelo. Pode-se verificar isso pelo fato de que as razões de *hedge* ótimas de indivíduos com maiores níveis de aversão ao risco convergem para zero somente quando se utilizam valores relativamente altos de custo de transação no modelo.

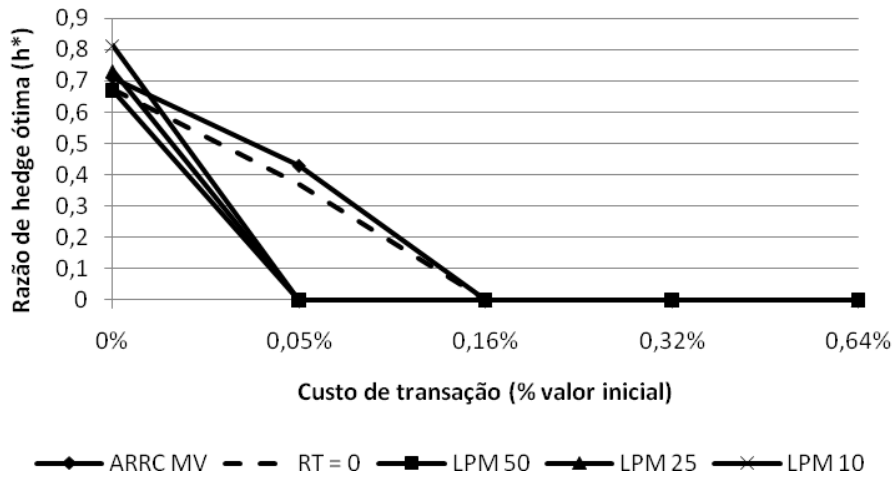


Figura 3 – Resumo dos resultados obtidos para o modelo três: modelo padrão mais custos de transação como proporção do valor inicial contrato, com coeficiente de aversão ao risco igual a 1

Fonte: Resultados da pesquisa.

ARRC MV = Modelo média-variância associado à função ARRC; LPM 50, LPM 25, LPM 10: respectivamente os modelos de LPM utilizando os níveis de referência iguais ao 50º, 25º e 10º percentis da distribuição dos retornos no mercado *spot*; RT = 0: retorno alvo igual a zero.

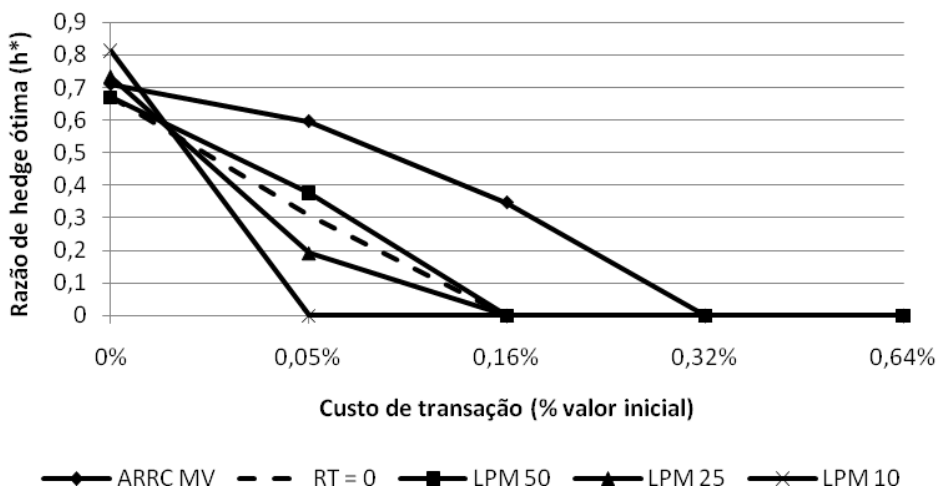


Figura 4 – Resumo dos resultados obtidos para o modelo três: modelo padrão mais custos de transação como proporção do valor inicial contrato, com coeficiente de aversão ao risco igual a 3

Fonte: Resultados da pesquisa.

ARRC MV = Modelo média-variância associado à função ARRC; LPM 50, LPM 25, LPM 10: respectivamente os modelos de LPM utilizando os níveis de referência iguais ao 50º, 25º e 10º percentis da distribuição dos retornos no mercado *spot*; RT = 0: retorno alvo igual a zero.

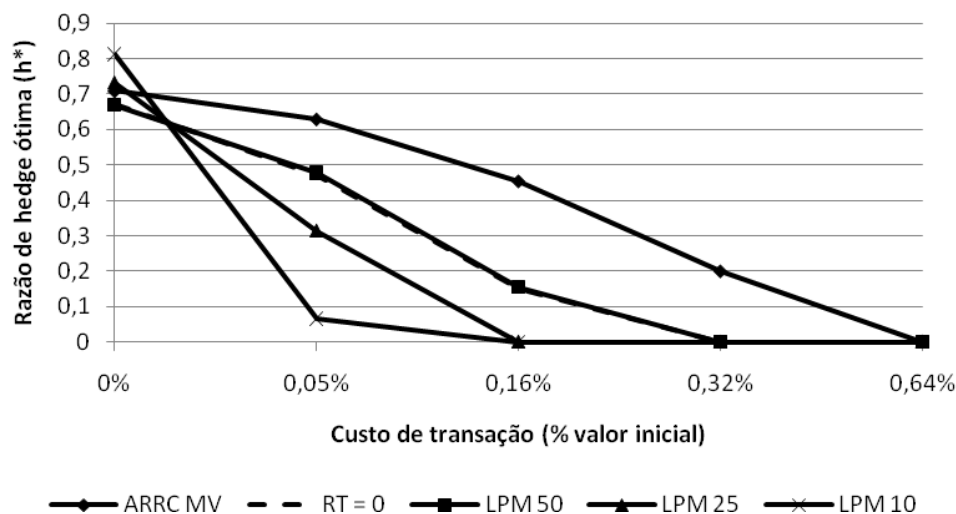


Figura 5 – Resumo dos resultados obtidos para o modelo três: modelo padrão mais custos de transação como proporção do valor inicial contrato, com coeficiente de aversão ao risco igual a 5

Fonte: Resultados da pesquisa.

ARRC MV = Modelo média-variância associado à função ARRC; LPM 50, LPM 25, LPM 10: respectivamente os modelos de LPM utilizando os níveis de referência iguais ao 50º, 25º e 10º percentis da distribuição dos retornos no mercado *spot*; RT = 0: retorno alvo igual a zero.

É interessante notar que, mesmo com os custos de transação atuais reduzidos pela metade (0,32%), o *hedge* passa a ser viável apenas na análise na qual foi utilizado o modelo de média - variância associado à função de utilidade do tipo ARRC, para indivíduos com o mais alto coeficiente de aversão considerado ( $\gamma = 5$ ). Mesmo assim, a razão de *hedge* ótima obtida nesse modelo é mais que três vezes inferior (19,91%) à obtida no modelo padrão (70,09%). No caso dos cenários nos quais se utilizou o LPM com nível de referência no 10º percentil da distribuição de retornos no mercado *spot*, mesmo para o nível mais baixo de custos, a razão de *hedge* ótima calculada foi sempre igual a zero para as simulações com coeficientes de aversão ao risco iguais a 1 e 3 (perfis de risco baixo e médio).

Os resultados do Modelo 4, por sua vez, são apresentados, nas Figuras de 6 a 8, 9 a 11 e 12 a 14, respectivamente para os diferentes cenários de aversão ao risco iguais a 1, 3 e 5. Cada cenário de aversão ao risco é analisado em três etapas pelo fato de que, no Modelo 4, as duas hipóteses anteriores foram verificadas conjuntamente. A parcela da riqueza investida no ativo alternativo foi gradualmente aumentada, iniciando-se em 10%, 25% e chegando finalmente a 50%. Em cada um dos cenários, os quatro níveis de custo de transação foram analisados.

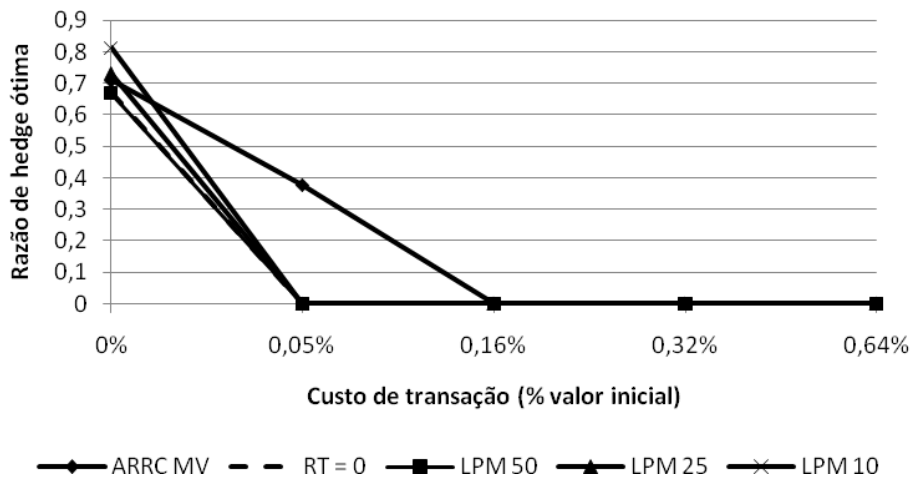


Figura 6 – Resumo dos resultados obtidos para o modelo quatro: modelo padrão com 10% da renda investida no ativo alternativo, mais custos de transação como proporção do valor inicial do contrato, com coeficiente de aversão ao risco igual a 1

Fonte: Resultados da pesquisa.

ARRC MV = Modelo média-variância associado à função ARRC; LPM 50, LPM 25, LPM 10: respectivamente os modelos de LPM utilizando os níveis de referência iguais ao 50º, 25º e 10º percentis da distribuição dos retornos no mercado *spot*; RT = 0: retorno alvo igual a zero.

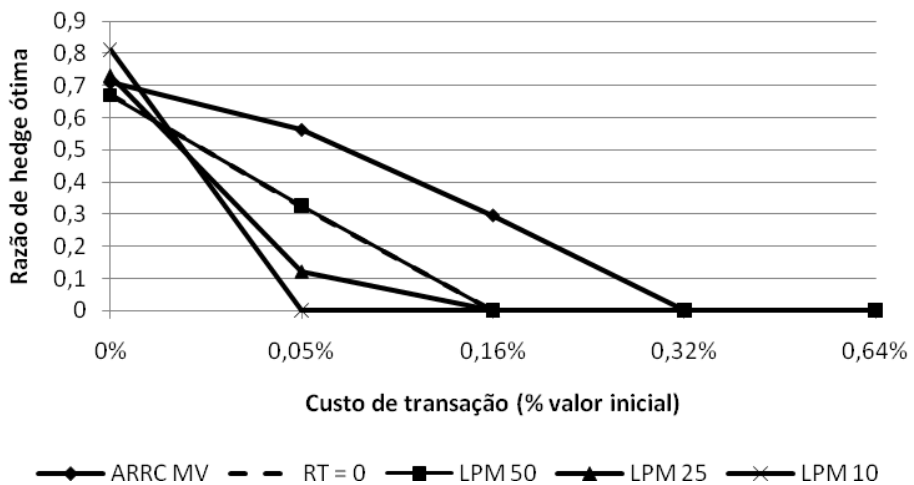


Figura 7 – Resumo dos resultados obtidos para o modelo quatro: modelo padrão com 10% da renda investida no ativo alternativo, mais custos de transação como proporção do valor inicial do contrato, com coeficiente de aversão ao risco igual a 3

Fonte: Resultados da pesquisa.

ARRC MV = Modelo média-variância associado à função ARRC; LPM 50, LPM 25, LPM 10: respectivamente os modelos de LPM utilizando os níveis de referência iguais ao 50º, 25º e 10º percentis da distribuição dos retornos no mercado *spot*; RT = 0: retorno alvo igual a zero.



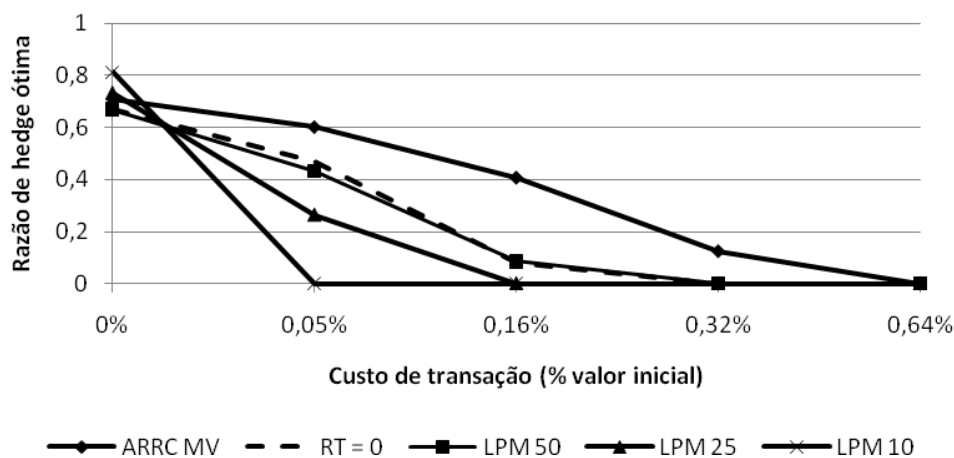


Figura 8 – Resumo dos resultados obtidos para o modelo quatro: modelo padrão com 10% da renda investida no ativo alternativo, mais custos de transação como proporção do valor inicial do contrato, com coeficiente de aversão ao risco igual a 5

Fonte: Resultados da pesquisa.

ARRC MV = Modelo média-variância associado à função ARRC; LPM 50, LPM 25, LPM 10: respectivamente os modelos de LPM utilizando os níveis de referência iguais ao 50º, 25º e 10º percentis da distribuição dos retornos no mercado *spot*; RT = 0: retorno alvo igual a zero.

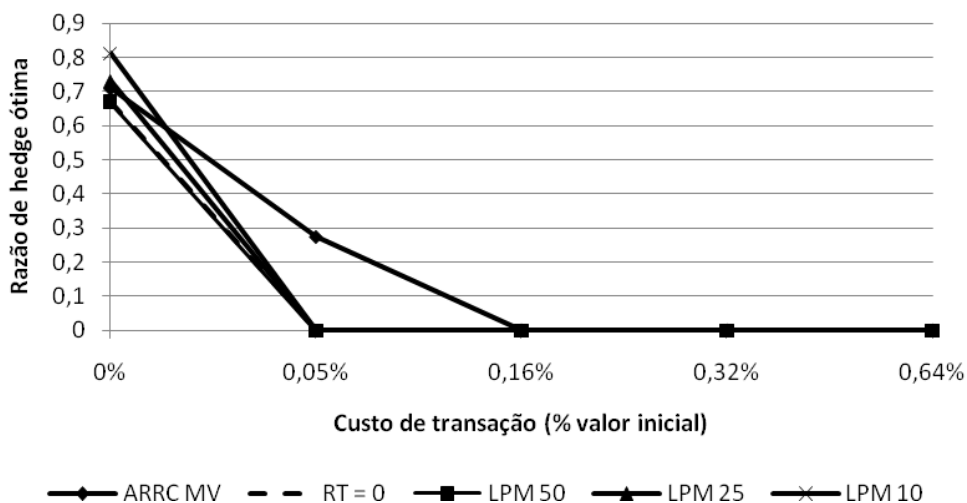


Figura 9 – Resumo dos resultados obtidos para o modelo quatro: modelo padrão com 25% da renda investida no ativo alternativo, mais custos de transação como proporção do valor inicial do contrato, com coeficiente de aversão ao risco igual a 1

Fonte: Resultados da pesquisa.

ARRC MV = Modelo média-variância associado à função ARRC; LPM 50, LPM 25, LPM 10: respectivamente os modelos de LPM utilizando os níveis de referência iguais ao 50º, 25º e 10º percentis da distribuição dos retornos no mercado *spot*; RT = 0: retorno alvo igual a zero.

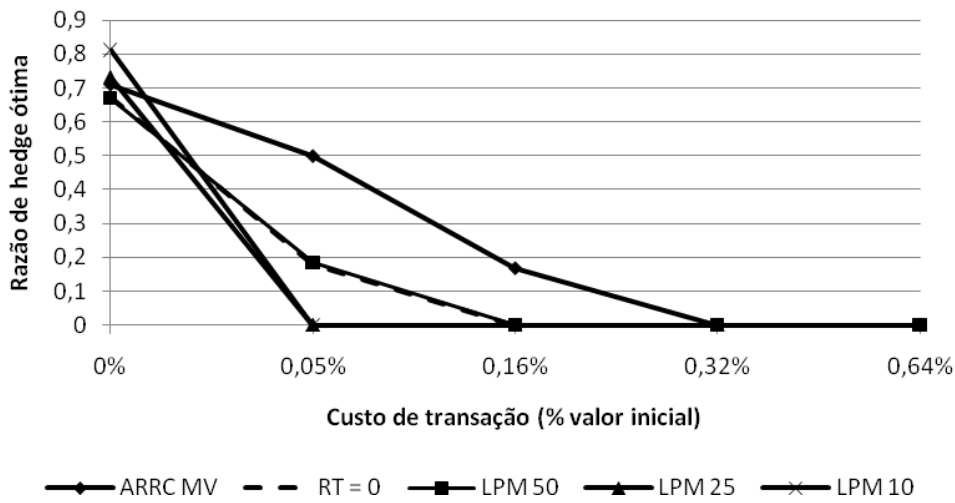


Figura 10 – Resumo dos resultados obtidos para o modelo quatro: modelo padrão com 25% da renda investida no ativo alternativo, mais custos de transação como proporção do valor inicial do contrato, com coeficiente de aversão ao risco igual a 3

Fonte: Resultados da pesquisa.

ARRC MV = Modelo média-variância associado à função ARRC; LPM 50, LPM 25, LPM 10: respectivamente os modelos de LPM utilizando os níveis de referência iguais ao 50º, 25º e 10º percentis da distribuição dos retornos no mercado *spot*; RT = 0: retorno alvo igual a zero.

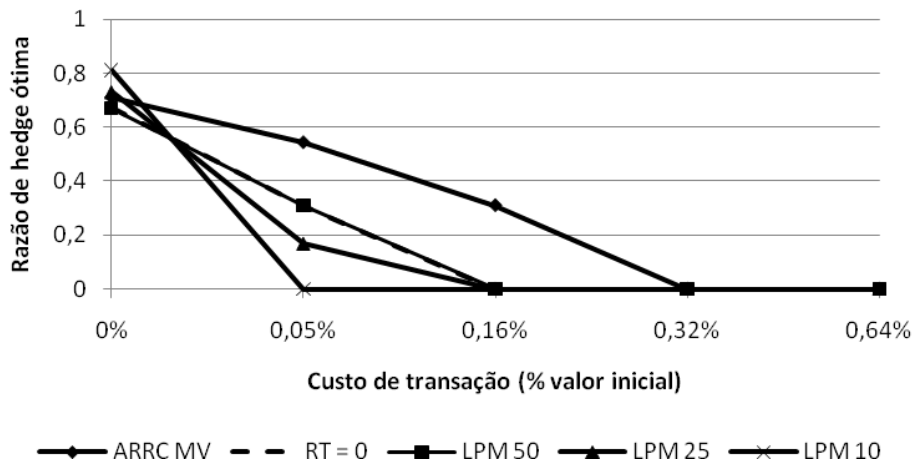


Figura 11 – Resumo dos resultados obtidos para o modelo quatro: modelo padrão com 25% da renda investida no ativo alternativo, mais custos de transação como proporção do valor inicial do contrato, com coeficiente de aversão ao risco igual a 5

Fonte: Resultados da pesquisa.

ARRC MV = Modelo média-variância associado à função ARRC; LPM 50, LPM 25, LPM 10: respectivamente os modelos de LPM utilizando os níveis de referência iguais ao 50º, 25º e 10º percentis da distribuição dos retornos no mercado *spot*; RT = 0: retorno alvo igual a zero.

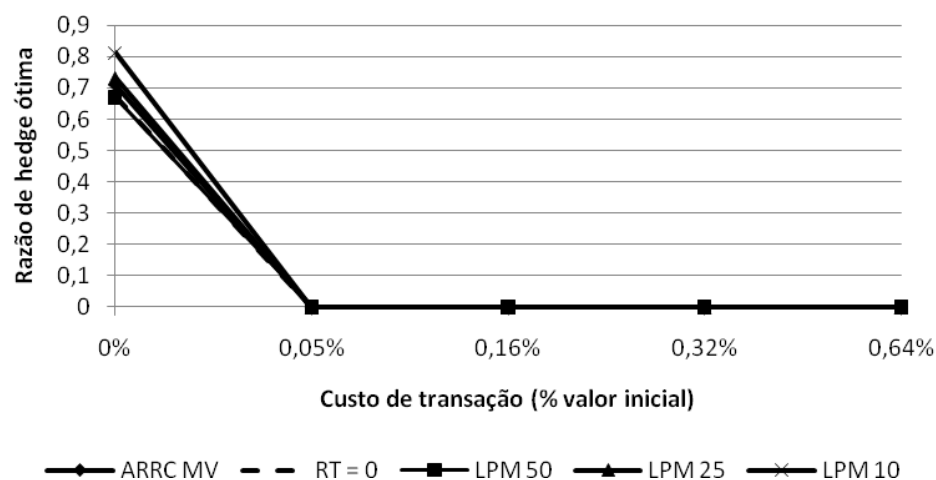


Figura 12 – Resumo dos resultados obtidos para o modelo quatro: modelo padrão com 50% da renda investida no ativo alternativo, mais custos de transação como proporção do valor inicial do contrato, com coeficiente de aversão ao risco igual a 1

Fonte: Resultados da pesquisa.

ARRC MV = Modelo média-variância associado à função ARRC; LPM 50, LPM 25, LPM 10: respectivamente os modelos de LPM utilizando os níveis de referência iguais ao 50º, 25º e 10º percentis da distribuição dos retornos no mercado *spot*; RT = 0: retorno alvo igual a zero.

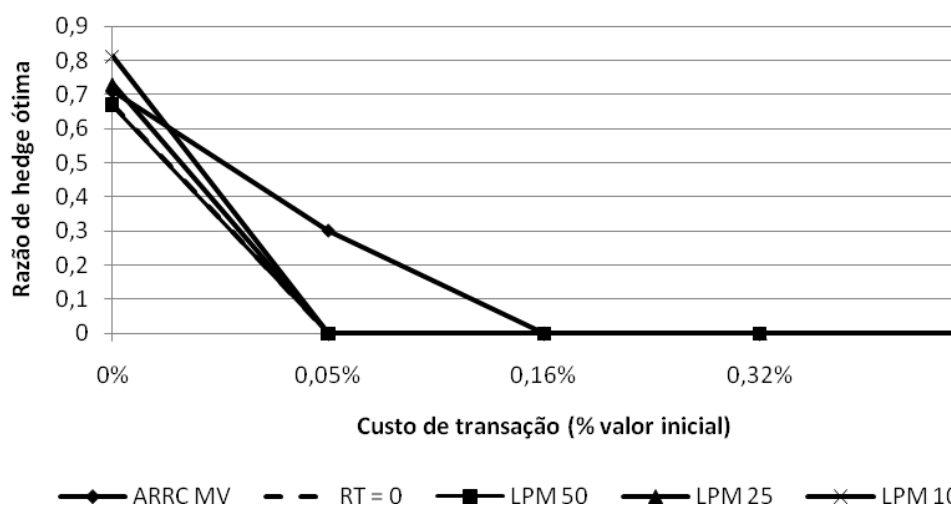


Figura 13 – Resumo dos resultados obtidos para o modelo quatro: modelo padrão com 50% da renda investida no ativo alternativo, mais custos de transação como proporção do valor inicial do contrato, com coeficiente de aversão ao risco igual a 3

Fonte: Resultados da pesquisa.

ARRC MV - Modelo média-variância associado à função ARRC; LPM 50, LPM 25, LPM 10: respectivamente os modelos de LPM utilizando os níveis de referência iguais ao 50º, 25º e 10º percentis da distribuição dos retornos no mercado *spot*; RT = 0: retorno alvo igual a zero.

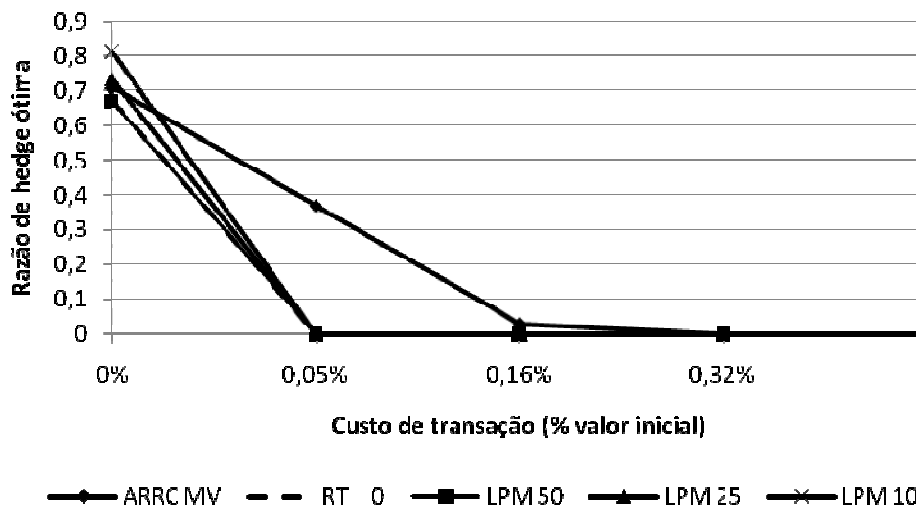


Figura 14 – Resumo dos resultados obtidos para o modelo quatro: modelo padrão com 50% da renda investida no ativo alternativo, mais custos de transação como proporção do valor inicial do contrato, com coeficiente de aversão ao risco igual a 5

Fonte: Resultados da pesquisa.

ARRC MV = Modelo média-variância associado à função ARRC; LPM 50, LPM 25, LPM 10: respectivamente os modelos de LPM utilizando os níveis de referência iguais ao 50º, 25º e 10º percentis da distribuição dos retornos no mercado *spot*; RT = 0: retorno alvo igual a zero.

Percebe-se, de modo geral, que o relaxamento em conjunto das duas hipóteses potencializa a redução das razões de *hedge* calculadas em todos os modelos, para todos os perfis de aversão ao risco. Desta forma, em todos os cenários analisados, as razões calculadas convergiram rapidamente para zero, na medida em que os custos de transação foram aumentados, para um dado nível de renda investida no ativo alternativo.

Analisando os resultados no qual apenas 10% da riqueza inicial é investida no ativo alternativo, verifica-se que, apenas em 5% dos casos, as razões de *hedge* foram diferentes de zero no cenário em que o coeficiente de aversão ao risco foi determinado como sendo igual a um; somente em 25% dos casos  $h^*$  foi diferente de zero no cenário para investidores com grau de aversão ao risco médio ( $\gamma = 3$ ); e em 40% dos casos o mesmo ocorreu para o cenário com o maior nível de aversão ao risco ( $\gamma = 5$ ). Na medida em que a referência do retorno alvo caminha em direção aos percentis mais baixos da distribuição de retornos no mercado *spot*, as razões de *hedge* reduzem-se similarmente ao padrão apresentado anteriormente pelo Modelo 3. As razões ótimas de *hedge* tiveram redução significativa com o aumento dos custos de transação. Nenhum

investimento é realizado no mercado futuro nas simulações nas quais o investidor paga os custos de transação atuais (0,64% do valor inicial do contrato)

Quando o percentual da renda investida no ativo alternativo sobe para 25%, em apenas 5%, 20% e 25% das situações analisadas, a razão de *hedge* ótima mostrou-se diferente de zero para os modelos com grau de aversão ao risco baixa, média e alta, respectivamente. Neste cenário, os modelos no qual se utilizaram os LPM's com referência no 25º e 10º percentil apresentaram  $h^*$ 's nulas para todos os níveis de custo analisados, para os investidores com perfil de aversão ao risco baixa e média.

As respostas passam a ser mais desencorajadoras a favor do *hedge* quando o cenário de 50% da riqueza investida no ativo alternativo é analisado. Neste caso, em nenhum dos modelos nos quais se utilizou o LPM na análise, as razões de *hedge* ótimas foram diferentes de zero. Apenas o modelo de média variância aplicado à função de utilidade ARRC apresentou o *hedge* como viável aos níveis de custo de transação de 0,05% (nos cenários de média e alta aversão ao risco) e 0,16% (apenas no cenário de alta aversão ao risco).

Após a obtenção das razões de *hedge* ótimas para os diversos modelos analisados, foi realizado o cálculo do retorno e do desvio padrão utilizando as  $h^*$ 's de cada modelo, no período de janeiro de 2008 a julho de 2008, para assim obter as razões retorno/risco. Os Quadros 1 a 3, do ANEXO apresentam os resultados destes cálculos.

Uma vez obtidas as razões retorno/risco, procurou-se comparar os resultados dos modelos alternativos com o modelo padrão de média-variância. Os resultados foram obtidos para cada um dos cenários de aversão ao risco analisados. Para os perfis de risco baixo e médio, 59% dos valores das razões retorno/risco foram superiores àquelas obtidas pelo modelo tradicional de média-variância. Já para o perfil de risco alto, 62% dos valores foram superiores ao do modelo tradicional.

Os resultados obtidos para o Modelo 1, permitem concluir que as estratégias de *hedge* nas quais foram utilizados os modelos de aversão relativa ao risco constante, associados ao Modelo de Média-Variância -ARRC-MV, e aqueles que utilizaram o LPM com referência no retorno igual a zero (DR0) e ao 50º percentil da distribuição de retornos no mercado *spot* (DR50) foram mais eficientes para o investidor no período analisado.

Em todos os cenários de aversão ao risco analisados, as razões retorno/risco calculadas para todas as combinações avaliadas nos Modelos 2 e 3, foram superiores às aquelas obtidas utilizando-se o modelo tradicional.

Quando analisados os resultados para o Modelo 4, percebe-se que os modelos alternativos foram mais eficientes que o tradicional apenas quando as estratégias adotadas foram simuladas para baixos níveis de investimento no ativo alternativo. No entanto, vale ressaltar que, a maior parte dessas estratégias indicou razão de *hedge* ótima igual a zero, ou seja, nenhum investimento no mercado futuro.

## 2.8 Conclusões

O relaxamento de hipóteses do modelo tradicional de razão de *hedge* ótima, com o intuito de se chegar a um modelo mais próximo da realidade, pode ajudar a compreender os motivos da ainda pouca atuação de produtores no mercado futuro de boi gordo da BM&FBOVESPA. Tanto a possibilidade de investimento em um ativo alternativo, quanto o reconhecimento da presença de custos de transação no mercado futuro colaboram para a redução da quantidade a ser feita de *hedge*. A presença destas hipóteses compondo um modelo que maximiza a utilidade esperada de um produtor que possui aversão absoluta ao risco decrescente em relação à renda mostra que, muitas vezes, o *hedge* é inviável.

Procurou-se, ainda, verificar qual o impacto que uma medida alternativa para representar o risco do investidor traria nas razões de *hedge*. Para tanto, momentos parciais inferiores foram calculados e, na maior parte dos modelos nos quais as hipóteses foram relaxadas, a presença destes potencializou a redução da razão de *hedge*.

Os custos de transação apresentaram-se como a variável de maior impacto na redução das razões de *hedge* ótimas calculadas, quando estas foram comparadas à razão obtida pelo modelo tradicional de mínima variância. Mais ainda, aos níveis de custo de transação praticados atualmente, em nenhum dos cenários simulados, obteve-se razão de *hedge* ótima diferente de zero.

Os resultados gerais do trabalho estão de acordo com outros que também fizeram investigações do mesmo tipo, tais como Lence (1996) e Mattos, Garcia e Nelson (2008). Estes últimos autores, ao considerarem apenas os custos de corretagem cobrados pela CBOT, chegaram a resultados similares qualitativamente. Aos custos vigentes no mercado norte-americano naquela

época, o *hedge* não se mostrou viável quando os níveis de percentis mais baixos foram considerados na análise.

Comparando os resultados aqui obtidos com os de outros trabalhos, pode-se concluir que mudanças devem ser feitas no intuito de promover a redução dos custos de transação nos mercados futuros. Deve-se ressaltar que apenas os custos diretos de transação divulgados pela bolsa foram considerados. Caso outros custos, tais como aqueles analisados por Andrade (2004), fossem considerados, provavelmente os resultados teriam sido ainda mais desencorajadores em relação ao *hedge*. Assim sendo, ações que visem reduções de custos, podem provocar um possível aumento de liquidez no mercado de boi gordo, fazendo assim, com que mais produtores façam uso desta importante ferramenta de gestão de risco de preços.

A maior parte das razões de *hedge* obtidas pelos modelos alternativos foi mais eficiente que aquela obtida pelo modelo padrão de média-variância. Pode-se concluir isso através das simulações realizadas para cálculo do retorno e risco dos investimentos realizados em um período selecionado para teste. Para praticamente 60% dos casos analisados, as razões retorno/risco obtidas através da aplicação desses modelos foram maiores que aquelas obtidas para o modelo tradicional. Isto revela uma maior eficiência das estratégias alternativas.

Como conclusão, pode-se indicar que modelos alternativos ao de média-variância passem a ser mais utilizados por profissionais do mercado futuro. Fazendo isso, pode-se realizar a indicação de uma estratégia de *hedge* mais compatível com o perfil de investimento e risco dos produtores, considerando-se ainda o pagamento dos custos de transação no mercado.

Como este pode ser ainda considerado um trabalho novo na literatura de derivativos agropecuários no Brasil, sugere-se que outras *commodities* e outras estruturas e prazos de *hedge* sejam também analisados posteriormente. Somente através de novas simulações, podem-se determinar estruturas de custos mais adequadas e que proporcionem maiores incentivos para atuação de *hedgers* no mercado futuro brasileiro.

## Referências

ANDRADE, E.A.P. **Mercados futuros**: custos de transação associados à tributação, margem, ajustes e estrutura financeira. 2004. 132 p. Dissertação (Mestrado em Economia Aplicada) – Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”, Universidade de São Paulo, Piracicaba, 2004.

- BAWA, V.S. Safety first, stochastic dominance, and optimal portfolio choice. **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, Seattle, v. 13, n. 2, p. 255–271, June 1978.
- BERA, A.K.; JARQUE, C.M. Efficient tests for normality, homoscedasticity and serial independence of regression residuals: Monte Carlo evidence. **Economics Letters**, Princeton, v. 7, n. 4, p. 313–318, 1981.
- BOLSA DE MERCADORIAS E FUTUROS – BM&F. **Boletim**. Disponível em: <<http://www2.bmf.com.br/pages/portal/portal/boletim1/distribuição1.asp>>. Acesso em: 14 fev. 2008.
- BROWN, S.L. A reformulation of the portfolio model of hedging. **American Journal of Agricultural Economics**, New York, v. 67, n. 3, p. 508-512, Aug. 1985.
- BURDENSKI, T. Evaluating univariate, bivariate, and multivariate normality using graphical and statistical procedures. **Multiple Linear Regression Viewpoints**, Dekalb, v. 26, n. 2, p. 15-28, 2000.
- CHAMBERLIN, G. A characterization of the distribution that imply mean-variance utility functions. **Journal of Economics Theory**, Ithaca, v. 53, n. 4, p. 185-201, July 1983.
- CHEN, S.; LEE, C.; SHRESTHA, K. Futures hedge ratios: a review. **The Quartely Review of Economics and Finance**, Urbana-Champaign, v. 43, n. 3, p. 433-465, 2003.
- COLLINS, R.A; GBUR, E.E. Quadratic utility and linear mean-variance: a pedagogic note. **Review of Agricultural Economics**, Oxford, v. 3, n. 2, p. 289-291, July 1991.
- CRUZ JÚNIOR, J.C.; MARQUES, P.V.; MARTINES FILHO, J.G. Razão de *hedge* ótima de mínimo MPI (momento parcial inferior) no mercado futuro de boi gordo na BM&F. In: CONGRESSO DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE ECONOMIA E SOCIOLOGIA RURAL, 46., 2008, Rio Branco. **Anais...** Brasília: SOBER, 2008. 1 CD-ROM.
- EDERINGTON, L.H. The hedging performance of the new futures markets. **The Journal of Finance**, Chicago, v. 34, n. 1, p. 157-170, Mar. 1979.
- EFTEKHARI, B. Lower partial moment hedge ratios. **Applied Financial Economics**, London, v. 8, n. 6, p. 645-652, Dec. 1998.
- FISHBURN, P.C. Mean-risk analysis with risk associated with below-target returns. **The American Economic Review**, Nashville, v. 67, n. 2, p. 116-126, Mar. 1977.
- FLURY, B.D. **A first course in multivariate statistics**. New York: Springer, 1997. 713 p.
- GARCIA, P.; LEUTHOLD, R.M. A selected review of agricultural commodity futures and options markets. **European Review of Agricultural Economics**, Den Haag, v. 31, n. 3, p. 235-272, Sep. 2004.



HULL, J. **Fundamentos dos mercados futuros e de opções**. Tradução de M.A. Teixeira. 4. ed. São Paulo: Bolsa de Mercadorias & Futuros, 2005. 340 p.

INGERSOLL, J.E. **Theory of financial decision making**. Maryland: Rowman & Littlefield Publishers Inc., 1987. 449 p.

INSTITUTO DE PESQUISAS ECONÔMICAS APLICADAS – IPEA. **Dados macroeconômicos**. Disponível em: <<http://www.ipeadata.gov.br>>. Acesso em: 12 out. 2008.

JOHNSON, L.L. The theory of hedging and speculation in commodity futures. **The Review of Economic Studies**, London, v. 27, n. 1, p. 139-151, June 1960.

JOHNSON, R.A.; WICHERN, D.W. **Applied multivariate statistical analysis**. 3. ed. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1992. 642 p.

LENCE, S.H. Relaxing the assumptions of minimum-variance hedging. **Journal of Agricultural and Resource Economics**, Fargo, v. 21, n. 1, p. 39-55, July 1996.

LEUTHOLD, R.M.; JUNKUS, J.C.; CORDIER, J.E. **The theory and practice of futures markets**. Lexington: Lexington Books, 1989. 410 p.

LIEN, D.; TSE, Y.K. Hedging downside risk with futures markets. **Applied Financial Economics**, London, v. 10, n. 2, p. 163-170, Apr. 2000.

MARKOWITZ, H. The utility of wealth. **The Journal of Political Economy**, Chicago, v. 60, n. 2, p. 151-158, Apr. 1952.

MATTOS, F.; GARCIA, P.; NELSON, C.H. Relaxing standard hedging assumptions in the presence of downside risk. **Quarterly Review of Economics and Finance**, Urbana-Champaign, v. 48, n. 1, p. 78-93, 2008.

MEYER, J. Two-moment decision models and expected utility maximization. **The American Economic Review**, Nashville, v. 77, n. 3, p. 421-430, June 1987.

MORETTIN, P.A.; TOLOI, C.M.C. **Análise de séries temporais**. São Paulo: Edgard Blücher, 2006. 538 p.

MUIRHEAD, R.J. **Aspects of multivariate statistical theory**. Toronto: John Wiley & Sons, 1982. 704 p.

MYERS, R.J.; THOMPSON, S.R. Generalized optimal hedge ratio estimation. **American Journal of Agricultural Economics**, Chicago, v. 71, n. 4, p. 858-868, 1989.

NELSON, C.H.; ESCALANTE, C. Toward exploring the location-scale condition: a constant relative risk aversion location scale objective function. **European Review of Agricultural Economics**, Oxford, v. 31, n. 3, p. 273-287, Sep. 2004.

NELSON, C.H.; NDJEUNGA, J. **Elliptical symmetry, expected utility and mean-variance analysis**. Urbana: University of Illinois at Urbana-Champaign, May 1997. 30 p. (Working paper, 1).

ROTHSCHILD, M.; STIGLITZ, J.E. Increasing risk: 1. A definition. **Journal of Economic Theory**, Cornell, v. 2, n. 3, p. 225-243, Sep. 1970.

SILVEIRA, R.F.L. **Análise das operações de cross *hedge* do bezerro e do *hedge* do boi gordo no mercado futuro da BM&F**. 2002. 122 p. Dissertação (Mestrado em Economia Aplicada) – Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”, Universidade de São Paulo, Piracicaba, 2002.

SINN, H. **Economic decisions under uncertainty**. New York: North Holland, 1983. 432 p.

STEIN, J.L. The simultaneous determination of spot and futures prices. **The American Economic Review**, Nashville, v. 51, n. 5, p. 1012-1025, Dec. 1961.

TURVEY, C.G.; NAYAK, G. The semivariance-minimizing hedge ratio. **Journal of Agricultural and Resource Economics**, Fargo, v. 28, n. 1, p. 100-115, Apr. 2003.

UNSER, M. Lower partial moments as measures of perceived risk: an experimental study. **Journal of Economics Psychology**, Chicago, v. 21, n. 3, p. 253-280, June 2000.

### 3 ANÁLISE DAS EXPECTATIVAS DE PREÇOS DOS PRODUTORES DE MILHO BRASILEIROS E O USO DE CONTRATOS FUTUROS

#### Resumo

O objetivo deste artigo foi identificar sinais de excesso de confiança nos preços entre os produtores de milho do sul e centro-oeste do Brasil. Durante o período de outubro a novembro de 2008, noventa produtores foram solicitados a responder questões relacionadas a seus conhecimentos do mercado futuro e a suas expectativas de preços. Uma grande parte dos entrevistados respondeu que não negociava contratos futuros por não possuir informação suficiente para isso. Os resultados revelaram que os produtores foram *descalibrados* quando estimaram os preços esperados na forma direta e indireta. Além disso, para a maior parte dos respondentes, a variância subjetiva obtida através dos questionários foi estatisticamente inferior à variância do mercado. Por fim, o artigo conclui que o efeito de excesso de confiança pode, parcialmente, explicar o baixo uso do mercado futuro de milho, por parte dos produtores brasileiros, para garantir a proteção de preço do produto.

Palavras-chave: Excesso de confiança; Variância subjetiva; Mercados futuros

#### Abstract

This paper aimed to identify signs of overconfidence in market prices among corn producers in South and Central-West Brazil. Surveyed from October to November of 2008, ninety farmers answered questions regarding their knowledge of futures markets and price expectations. A large portion of subjects reported not trading futures contracts because they do not have enough information on the subject. The results showed respondents were *miscalibrated* when estimating directly-stated and indirectly-stated expected prices. In addition, subjective variance for corn, for certain respondents, proves to be significantly less than the market variance. Finally, the paper concludes that the overconfidence effect can partially explain the low use of futures markets by Brazilian corn producers in hedging their production.

Keywords: Overconfidence; Subjective variance; Futures markets

#### 3.1 Introdução

A atividade agropecuária se depara com diversos tipos de risco, tais como: de preço, clima, crédito, custos, operacional, etc. Dentre estes, o preço da *commodity* é uma variável importante na determinação do sucesso ou não da atividade. Desta forma, um gerenciamento eficiente do risco de preço é crucial para que a atividade de longo prazo seja sustentável e muitos instrumentos existem no mercado para auxiliar nesta decisão (EGELKRAUT et al., 2006).

Aguiar (1999) mostrou que existem ao menos três estratégias que podem ser utilizadas por agricultores no intuito de gerenciamento de risco. São elas: o mercado a termo, o de futuros e o de opções. Dependendo do objetivo do produtor, cada uma dessas alternativas traz mais vantagens do que a outra.

Se, por um lado, estas estratégias são conhecidas como importantes ferramentas de gerenciamento de preços nos mercados agrícolas, por outro lado, na prática, elas não são amplamente utilizadas pelos produtores brasileiros (BORELLA, 2004). Em uma pesquisa realizada pela Associação Nacional dos Confinadores - ASSOCON (2008), descobriu-se que, apenas 4% dos 486 confinadores de boi gordo no estado de Goiás, protegem sua produção contra variações de preços na Bolsa de Mercadoria, Valores & Futuros - BM&FBOVESPA<sup>18</sup>.

Pelo ponto de vista acadêmico, muitos estudos já apontaram os benefícios que os produtores podem obter quando utilizam essas ferramentas, principalmente os mercados futuros (MARQUES; MELLO; MARTINES FILHO, 2008; ALVES; DUARTE; LIMA, 2008; SILVEIRA; FERREIRA FILHO, 2003; ARBEX; CARVALHO, 1999). Entretanto, somente alguns trabalhos preocuparam-se em explicar a pouca utilização dessas ferramentas pelos produtores. Andrade (2004), por exemplo, mostrou que os custos de transação nos mercados futuros brasileiros podem explicar o porquê de muitos produtores de milho não realizarem negócios na BM&FBOVESPA para protegerem sua produção contra oscilações desfavoráveis de preços. Este mesmo autor mostrou ainda que os custos de transação são, em média, entre 2,0% a 6,5% do valor inicial do contrato. Ele concluiu que o risco de custos provoca uma redução nos benefícios da administração de preços oferecidos pelos mercados futuros que é similar ao risco de base. Assim sendo, o risco de custo pode reduzir o desejo dos produtores em fazer o *hedge*. Cruz Júnior, Marques e Martines Filho (2008) demonstraram que, considerando-se que o risco pode ser encarado como os desvios abaixo de um determinado retorno-alvo (geralmente a parte negativa da distribuição de probabilidades dos retornos de um investimento), a "verdadeira" razão de *hedge* pode ser menor que a razão de *hedge* tradicional, obtida pelo modelo padrão de média - variância. Tais autores concluíram que, pelo simples fato de encararem o risco de uma forma alternativa e mais realista, quanto mais averso ao risco for o produtor de boi gordo, menor poderá ser a parcela da produção que o mesmo terá *hedged* no mercado futuro da BM&FBOVESPA.

---

<sup>18</sup> De acordo com o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística – IBGE (2008), em 2007 o Estado de Goiás era o quarto mais importante produtor de boi gordo no Brasil.

Desta forma, pode-se afirmar que alguns autores já se atentaram para o relativo baixo uso de ferramentas de proteção de preços por parte dos agricultores brasileiros. No entanto, até o presente momento não pôde ser encontrado, na literatura brasileira, nenhum trabalho no qual alguma atenção teórica ou empírica tenha sido dada para a relação entre os preços agrícolas cotados em mercados futuros e as expectativas subjetivas dos indivíduos. Nenhuma atenção ainda foi dada à expectativa subjetiva dos produtores em relação aos preços futuros ou às influências psicológicas na análise decisória dos mesmos. Como discutido por Eales et al. (1990), este assunto é de grande importância para a validação de muitos estudos que assumem que o preço futuro é uma *proxy* para expectativa de preços, pois essa relação é fundamental para muitas decisões de *hedge*. Por exemplo, se um produtor for otimista em relação ao preço futuro/*spot*, ele não terá nenhuma razão para assumir uma posição *short* (vendida) no mercado futuro. Esse otimismo pode ser percebido em pelo menos duas diferentes formas: i) espera-se que os preços futuros sejam mais elevados do que a média histórica, e/ou ii) espera-se que a variância dos preços futuros seja inferior à variância histórica. Esse otimismo é referido na literatura como "excesso de confiança" (*overconfidence*) e pode ser considerado um ponto fundamental na explicação do porquê produtores fazem proteção de preços para apenas uma pequena parcela de sua produção ou simplesmente não fazem o *hedge*.

A motivação desse trabalho é verificar se os produtores brasileiros de milho exibem algum sinal de excesso de confiança em relação a preços. Com a não rejeição dessa hipótese, pode-se lançar uma explicação alternativa às até agora encontradas na literatura nacional para determinar as razões pelas quais os produtores não fazem *hedge* no mercado futuro.

### **3.2 Revisão bibliográfica**

O comportamento de excesso de confiança (*overconfidence*) tem sido citado por muitos trabalhos na tentativa de explicar a tomada de decisão individual diante de incerteza. Cunningham III et al. (2008), por exemplo, encontraram que o excesso de confiança entre os homens faz com que eles realizem negócios com mais frequência que as mulheres no mercado de trigo. Apesar de não terem encontrado diferenças significativas em relação ao sexo, quando compararam os preços recebidos, os autores verificaram que as mulheres recebem preços mais altos pela *commodity* por reterem o produto consigo por um período maior à procura de melhores preços. Glaser e Weber (2007) encontraram que investidores que acreditam ser mais habilidosos

que a média, em termos de aplicações em investimentos, tendem a realizar mais negócios que os demais. Umarov e Sherrick (2005) identificaram sinais de excesso de confiança entre produtores e afirmaram que isso pode explicar a decisão de adquirir ou não seguros de produção de milho e soja. Eales et al. (1990) também acharam sinais de excesso de confiança entre produtores de soja quando analisaram suas distribuições subjetivas de probabilidade para preços futuros e de opções.

Apesar de um crescente número de estudos analisarem seus resultados como excesso de confiança, de acordo com Glaser e Weber (2007), ainda não há uma definição precisa para esta expressão na literatura. Biais et al. (2005) definiram excesso de confiança como a tendência permanente dos indivíduos em superestimar suas habilidades, a probabilidade de resultados positivos, ou até mesmo a precisão de seu conhecimento.

Graham, Harvey e Huang (2005) distinguiram duas definições para o termo: uma utilizada em Finanças e a outra em Psicologia. Por um lado, na literatura de Finanças, o excesso de confiança geralmente ocorre quando há superestimação da precisão da informação relativa a um valor. Por outro lado, na literatura da Psicologia, o excesso de confiança pode significar tanto que o indivíduo acredita que sua distribuição subjetiva é mais compacta do que ela realmente é, ou ainda, que acredita que suas habilidades são maiores do que realmente são (GRAHAM; HARVEY; HUANG, 2005).

Mais precisamente, o excesso de confiança pode se manifestar em qualquer uma das seguintes formas: descalibragem, efeito melhor que a média, e ilusão de controle<sup>19</sup>.

### 3.2.1 Descalibragem

Eales et al. (1990) discutem sucintamente algumas razões pelas quais as expectativas individuais podem não coincidir com preços futuros e de opções. Uma das explicações dadas por estes autores é que o cálculo das probabilidades individuais podem ser *descalibrados* com os resultados efetivos. Isto é, a expectativa do produtor pode não ser muito precisa para determinar a distribuição efetiva dos resultados. Por essa razão, é esperado que indivíduos com excesso de confiança tenham distribuições de probabilidades subjetivas mais compactas, ou seja, com menor variância.

---

<sup>19</sup> Outras formas de excesso de confiança também podem ser listadas, tal como a estimação de volatilidades (GLASER; WEBER, 2007). Entretanto, algumas destas outras formas podem ser consideradas como definições alternativas ou parte das formas que são aqui apresentadas.

Umarov e Sherrick (2005) descreveram duas maneiras diferentes para se determinar a presença de descalibragem entre indivíduos. A primeira é conhecida como o método do intervalo de confiança. Este método consiste em uma lista de questões, nas quais o entrevistado responde e aponta o quanto está confiante que sua resposta está correta. O nível de confiança do entrevistado é então comparado à probabilidade de se responder a resposta corretamente. Por exemplo, Biais et al. (2005) usou este método para medir o grau de excesso de confiança de 245 participantes de um jogo de negócios. Foi pedido aos respondentes que apontassem valores para algumas questões gerais tais como a idade de Martin Luther King Jr. quando o mesmo faleceu, a distância aérea entre Londres e Tóquio, etc.

A segunda maneira de se medir a descalibragem é pedir ao entrevistado que forneça sua distribuição de probabilidades subjetiva para uma quantidade/produzividade/preço desconhecido. Esta distribuição subjetiva é então comparada à distribuição verdadeira ou histórica (distribuição objetiva). Se os intervalos indicados forem muito compactos, a conclusão é que a volatilidade histórica é subestimada e o investidor tem excesso de confiança. Pease (1992), por exemplo, usou esse método para extrair as respostas sobre as probabilidades subjetivas das produtividades de 90 produtores de milho e soja no estado do Kentucky, Estados Unidos. Em um trabalho anterior, Eales et al. (1990) haviam utilizado o mesmo método para obterem estimativas de expectativas de preços para diferentes grupos de fazendeiros e *elevators* no estado de Illinois, também nos Estados Unidos. O número de respondentes dentro de cada grupo variou entre 14 e 59.

De Bondt (1998) pediu a cada um dos 45 investidores entrevistados que apontassem um único valor para fechamento do índice Dow Jones e a para as principais ações que compõem o índice. Eles também foram solicitados a apresentarem intervalos estimados de preços para os quais eles acreditavam ter apenas uma chance em dez que o valor da ação pudesse subir e cair. O autor encontrou que os intervalos de confiança apontados eram muito compactos em relação à variabilidade atual de preços.

Smith e Mandac (1995) estimaram e compararam as probabilidades subjetivas e objetivas dos rendimentos de arroz de produtores nas Filipinas. As entrevistas foram aplicadas a 21 fazendeiros de duas diferentes regiões produtoras no país. O objetivo da pesquisa foi analisar se as distribuições objetivas poderiam ser consideradas aproximações razoáveis das percepções dos produtores. As entrevistas foram realizadas antes que os produtores tivessem qualquer previsão das condições do tempo para a safra daquele mesmo ano. Primeiramente, os autores pediram aos

produtores que especificassem suas previsões para o menor e pior rendimento na próxima safra. Esta amplitude foi então dividida em cinco intervalos iguais. Vinte e cinco moedas (o que era equivalente à quantia paga por um dia de trabalho) foram dadas aos produtores e foi solicitado a eles que as distribuíssem entre os intervalos. Os produtores foram informados que, ao final da safra, os rendimentos dos talhões de arroz seriam medidos, e eles receberiam a quantidade de moedas alocadas no intervalo no qual o rendimento realizado estivesse contido. Eles encontraram que, enquanto as médias foram similares, as variâncias subjetivas foram substancialmente inferiores às variâncias objetivas.

### **3.2.2 Efeito melhor que a média**

Alguns trabalhos sugerem que investidores podem ter excesso de confiança se acreditarem que eles se encontram acima da média, isto é, se eles se julgam pelo menos tão bons quanto outros em relação a suas habilidades ou atributos pessoais (GLASER; WEBER, 2007).

Benoît e Dubra (2008) mencionaram alguns trabalhos nos quais o efeito melhor que a média é descrito mostrando que muitas pessoas consideram-se mais inteligentes que a média, muitos gerentes financeiros consideram seus desempenhos melhores que os de seus colegas, ou que muitos estudantes de ensino médio consideram-se mais originais do que os demais estudantes.

Tanto Glaser e Weber (2007) quanto Benoît e Dubra (2008) apontaram o trabalho desenvolvido por Svenson (1981) com um dos clássicos exemplos dados ao efeito melhor que a média. No trabalho de Svenson (1981), os entrevistados foram perguntados a respeito de suas competências como motoristas em relação a um determinado grupo. Ele encontrou que 77% dos entrevistados suecos declararam-se motoristas mais seguros que a média, e 69% consideraram-se mais habilidosos. Ele ainda encontrou que, entre um grupo de estudantes, 82% deles acreditava estar ranqueados entre os 30% motoristas mais seguros.

Utilizando informações de um questionário aplicado a 258 produtores de milho no Estado de Illinois, Egelkraut et al. (2006) investigaram a relação entre os rendimentos subjetivos e objetivos e a relação destes com o uso de seguro de produtividade de milho. Entre outras motivações para o trabalho, foi incluída a observação de que, mesmo que os prêmios dos seguros fossem justos, existiria pouca motivação para que os fazendeiros utilizassem o seguro caso a



distribuição subjetiva das produtividades fosse mais concentrada em valores altos. Baseados nas respostas aos questionários em relação à produtividade do milho e à percepção dos produtores de seus resultados relativos comparados a outros produtores, os autores encontraram que os produtores vêem si mesmos como melhores que a média em relação à produtividade e a variabilidade da produção.

O trabalho desenvolvido por Hyytinen e Pajariten (2005) é outro exemplo destacado do efeito melhor que a média em finanças. Os autores realizaram a pesquisa com uma amostra de 393 firmas iniciantes no mercado, com até quatro meses de idade, na Finlândia. Uma das questões incluídas no questionário pedia aos empresários que estimassem a probabilidade de que o negócio pudesse falhar, de modo que eles não estariam mais em atividade nos próximos três anos, a partir daquela data. De acordo com os resultados, 87% dos empresários esperava que seus novos negócios permanecessem pelo menos três anos em atividade. No entanto, as estatísticas apontavam, naquela época, que a taxa de sobrevivência era ao redor de 60%.

### **3.2.3 Ilusão de controle**

De acordo com Graham, Harvey e Huang (2005), o efeito de ilusão de controle pode ser definido com a tendência de alguém acreditar que sua estimativa da probabilidade de sucesso é maior que a probabilidade objetiva pode garantir.

Kee, Foo e Lim (2002) definiram o efeito de ilusão de controle como o viés no qual o indivíduo superestima a extensão na qual suas habilidades podem ser aumentadas em situações nas quais a sorte também pode determinar os resultados, e a habilidade não é o fator decisivo. Estes mesmos autores mencionaram que empresários geralmente mostram uma preferência pouco comum em exercer controle sobre seus resultados porque acreditam também exercer controle sobre pessoas e eventos. Conseqüentemente, indivíduos que exibem essa forma de excesso de confiança são mais propensos a subestimarem o risco porque acreditam que suas habilidades podem precaver o acontecimento de eventos negativos.

Após discutir algumas formas de excesso de confiança, Umarov e Sherrick (2005) fizeram a seguinte pergunta: É razoável esperar que exista excesso de confiança entre produtores? Eles responderam que, embora algumas formas de excesso de confiança (tais como o efeito melhor que a média e o otimismo) possam ser encontradas em várias ocupações, a descalibragem é um caso diferente porque varia entre profissões. De acordo com Gervais, Heaton e Odean (2002), na

presença de alta previsibilidade, repetição de tarefas simples e quando o retorno é claro e rápido, os indivíduos são bem calibrados. Diante disto, podem ser classificados como bem calibrados os jogadores de baralho e jôqueis, por exemplo.

Quando analisadas as três condições listadas por Gervais, Heaton e Odean (2002), Umarov e Sherrick (2005) concluíram que existe evidência empírica que sugere a presença de excesso de confiança entre produtores agropecuários. Concluíram isso, pois, a previsibilidade dos resultados da colheita é baixa; os preços e as produtividades são variáveis aleatórias; o retorno ao investimento inicial é distante no tempo e pouco preciso. Além disso, as decisões dos produtores são de certa forma complicadas e de aprendizagem complexa, podendo levar ao viés de excesso de confiança nos seus julgamentos. De acordo com Umarov e Sherrick (2005), a profissão de produtor poderia estar enquadrada em algum ponto entre a previsão do tempo e análise de investimentos de capital.

### 3.3 Metodologia

#### 3.3.1 Modelo teórico

Apesar de poder se manifestar de todas as maneiras descritas na seção anterior, Glaser e Weber (2007) afirmam que o excesso de confiança pode ser teoricamente modelado como uma falha na precisão da estimação, utilizando-se informações privadas.

Para entender melhor este modelo, considera-se um produtor que tenta prever o preço de venda,  $\tilde{p}$ , para seu produto, na próxima safra. Assume-se que preço seja normalmente distribuído  $\tilde{p} \sim N(\mu_{\tilde{p}}, \sigma_{\tilde{p}}^2)$ . De acordo com Glaser e Weber (2007), o produtor recebe sinais privados  $\tilde{s}$  a respeito do comportamento de  $\tilde{p}$ , descritos como  $\tilde{s} = \tilde{p} + c \cdot \tilde{e}$ , sendo que  $\tilde{e}$  é uma variável aleatória normalmente distribuída ( $\tilde{e} \sim N(0, \sigma_{\tilde{e}}^2)$ ). As informações contidas em  $\tilde{s}$  podem ser entendidos como informações históricas de preços, de produtividade de condições climática, etc. Assume-se, ainda, que  $\tilde{p}$  e  $\tilde{e}$  são independentes de tal forma que  $\tilde{s} \sim N(0, \sigma_{\tilde{p}}^2 + c^2 \cdot \sigma_{\tilde{e}}^2)$ . Se  $c = 0$ , o investidor é racional, pois a variável aleatória  $\tilde{e}$  não faz parte do sinal que o mesmo recebe e, portanto, não é incorporada nas suas previsões de preço. Se  $0 \leq c < 1$ , então o produtor possui excesso de confiança. Este excesso de confiança ocorre pelo fato do produtor subestimar a

variância condicional de  $\tilde{p}$ , dada a realização  $s$ , já ocorrida e, portanto, conhecida. A variância condicional de  $\tilde{p}$  é representada da seguinte forma:

$$Var[\tilde{p} | \tilde{s} = s] = Var(\tilde{p}) - \frac{(Cov[\tilde{p}, \tilde{s}])^2}{Var[\tilde{s}]} = \sigma_{\tilde{p}}^2 - \frac{\sigma_{\tilde{p}}^4}{\sigma_{\tilde{p}}^2 + c^2 + \sigma_{\tilde{e}}^2} \quad (1)$$

Outros autores, tais como Umarov e Sherrick (2005) também utilizaram este mesmo modelo para descrever e melhor compreender o processo pelo qual os produtores subestimam a previsão da variância subjetiva quando são descalibrados.

### 3.3.2 Análise estatística dos questionários

Durante os meses de outubro e novembro de 2008, um total de 90 produtores de milho no sul e centro-oeste do Brasil foi entrevistado. Os respondentes do sul do Brasil consistiram em novos e antigos clientes de uma empresa de consultoria enquanto os respondentes do centro-oeste consistiram em associados de um instituto socioeconômico (Instituto Mato-Grossense de Economia Agrícola) ou de produtores com alguma relação com a Universidade Estadual de Goiás.

A expectativa subjetiva de preços dos produtores foi obtida por meio em dois formatos diferentes. No primeiro, o formato direto, utilizando-se uma pergunta direta, as expectativas de preço físico e futuro foram obtidas simplesmente perguntando aos produtores qual o preço médio mais provável pelo qual esperavam vender a saca de 60 kg de milho, no mês de março, de 2009, no caso do mercado físico; e qual seria a cotação mais provável da saca de milho de 60kg no mercado futuro da BM&FBOVESPA, nos vencimentos em março e julho, de 2009. No segundo, o formato indireto, foi solicitado aos produtores que determinassem os valores das probabilidades, que eles acreditavam que o preço do milho pudesse estar dentro dos intervalos de preços listados, nos meses de março e julho de 2009, dependendo da região onde o mesmo possui propriedade. Março e julho foram escolhidos, primeiramente por serem os meses mais próximos

da colheita no sul e centro-oeste<sup>20</sup> do Brasil, respectivamente. Em segundo lugar, representam os vencimentos com maior liquidez no mercado futuro de milho da BMF&BOVESPA.

A participação na pesquisa foi voluntária, sem assistência e nenhum incentivo financeiro foi dado aos respondentes.

A mesma metodologia de pesquisa foi utilizada por Clop-Gallart e Juárez-Rubio (2007), Egelkraut et al. (2006) e Eales et al. (1990), na obtenção das probabilidades estimadas.

### 3.3.3 A distribuição subjetiva de probabilidades e o método de comparação das volatilidades subjetivas de preços *spot* e futuro

A probabilidade subjetiva pode ser interpretada como sendo a expectativa do tomador de decisão a respeito do resultado de um evento não repetitivo e incerto (GRISLEY; KELLOG, 1983). Pode ser ainda compreendida como sendo a tradução das expectativas de uma pessoa, após a mesma ter processado todas as informações disponíveis, utilizando suas habilidades. Além disso, o verdadeiro valor das probabilidades deve estar entre zero e um. Considerando esta última afirmação, no momento de responder os questionários, os entrevistados foram solicitados que colocassem valores entre 0 e 100% para refletir suas percepções de probabilidade, em cada um dos intervalos listados. Pease (1992) definiu uma condição de “coerência de probabilidade” como sendo a exigência de que a soma das probabilidades listadas nos intervalos seja igual a 100%.

Como o objetivo deste artigo é testar o excesso de confiança baseado no efeito de descalibragem, verificou-se, primeiramente, se os respondentes foram bem calibrados nas suas respostas referentes à estimação direta e indireta das expectativas de preços. Para realizar esta comparação, a literatura propõe a utilização do teste bicaudal t-Student, expresso da seguinte forma:

$$t_{\alpha/2} = \frac{P^I - P^D}{s_{P^I}} \quad (2)$$

Em que  $P^D$  é o preço apontado diretamente,  $P^I$  e  $s_{P^I}$  são respectivamente o preço apontado indiretamente e o desvio padrão calculado a partir da distribuição subjetiva extraída no questionário, e  $\alpha$  é o nível de significância escolhido para aplicação do teste. A hipótese nula do

---

<sup>20</sup> Somente para o Estado do Mato Grosso. No Estado de Goiás a primeira safra é a mais importante, assim como na região sul.

teste é de que não existem diferenças entre os dois preços. Enquanto isso, na hipótese alternativa, afirma-se que os respondentes podem ser descalibrados na estimação direta, por estimarem um preço maior ou menor quando comparado à média subjetiva da distribuição subjetiva de preços. Buzby et al. (1994), por exemplo, também analisaram discrepâncias entre as distribuições históricas e subjetivas de produtividade para produtores no estado do Kentucky, nos Estados Unidos. De acordo com os resultados, existe uma correspondência entre as médias das duas distribuições, mas os produtores superestimam suas produtividades e subestimam os riscos.

O presente estudo propôs identificar se os indivíduos são descalibrados quando sub(super)estimam as variâncias dos preços *spot* quando comparadas às variâncias históricas dos preços futuros e *spot*. Se a variância subjetiva é menor que a empírica (isto é, se a distribuição subjetiva dos preços *spot* é mais compacta que a distribuição histórica dos preços futuros e *spot*), pode-se concluir que os produtores não esperam que os preços variem tanto quanto variaram, em média, no passado.

Com a hipótese de que o logaritmo natural dos preços ( $P_t$ ) é normalmente distribuído com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ , esses parâmetros foram calculados da seguinte forma (LIMPERT; STAHEL; ABBT, 2001; EALES et al., 1990):

$$\mu = e^{\left(\frac{\mu + \sigma^2}{2}\right)} \quad (3)$$

$$\text{var}(P_t) = e^{2\mu + \sigma^2} (e^{\sigma^2} - 1) \quad (4)$$

As variâncias obtidas através dos questionários foram calculadas a partir das expectativas mensais dos preços. Assim, de modo a realizar a comparação proposta, médias e variâncias mensais foram também calculadas a partir dos dados históricos dos preços futuros e *spot* para cada estado analisado.

De acordo com Berenson e Levine (1999), uma vez que se assume que uma variável é normalmente distribuída, o teste qui-quadrado,  $\chi^2$ , pode ser utilizado para representar a distribuição da variabilidade da amostra de dados e para testar se a variância calculada (ou o desvio padrão) é igual a um valor específico. O teste estatístico pode ser calculado da seguinte forma:

$$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \quad (5)$$

Para uma dada amostra de tamanho  $n$  (número de intervalos preenchidos com valores de probabilidades subjetivas) o teste estatístico  $\chi^2$  segue distribuição qui-quadrado com  $(n-1)$  graus de liberdade.  $S^2$  e  $\sigma^2$  são a variância calculadas a partir da amostra (variância subjetiva) e a variância populacional hipotética (variância histórica), respectivamente.

O teste  $\chi^2$  para igualdade de variâncias pode ser tanto bicaudal como unicaudal, dependendo se a hipótese alternativa é não-direcional ou direcional. Uma vez que os indivíduos podem possuir excesso de confiança ou baixa confiança, Eales et al. (1990) propuseram que um teste  $\chi^2$  bicaudal fosse aplicado para verificar diferenças entre as variâncias de mercado e as variâncias subjetivas para preços de soja e milho.

As hipóteses nula e alternativa podem ser construídas da seguinte forma:

$$H_0 : S_{\text{subjetiva}}^2 = \sigma_{\text{histórica}}^2$$

$$H_A : S_{\text{subjetiva}}^2 \neq \sigma_{\text{histórica}}^2$$

A regra de decisão é a seguinte:

$$\text{Rejeita-se } H_0 \begin{cases} \text{se } \chi^2 > \chi_U^2 \\ \text{ou se } \chi^2 < \chi_L^2 \end{cases}, \text{ caso contrário, não se rejeita } H_0.$$

A primeira condição implica que a variância individual é maior que a variância de mercado, levando-se à conclusão de que o indivíduo possui baixa confiança. A segunda condição implica que a variância subjetiva obtida no questionário é significativamente inferior que a variância do mercado, o que leva à conclusão de que o indivíduo possui excesso de confiança.

### 3.3.4 Dados

Além das informações obtidas a partir dos 90 questionários aplicados, preços futuros e *spot* de milho foram coletados na BM&FBOVESPA e no Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada – CEPEA<sup>21</sup>, respectivamente, de janeiro de 2004 a outubro de 2008. O

<sup>21</sup> Os preços obtidos junto ao CEPEA foram utilizados como sendo a média estadual para cada um dos cinco estados nos quais os questionários foram aplicados.

contrato futuro com vencimento mais próximo foi utilizado na análise de preços do mercado futuro. O período utilizado foi escolhido devido à disponibilidade de dados no mercado físico.

Em função dos custos de realizar uma pesquisa de abrangência nacional com o enfoque aqui apresentado, foi aplicado apenas um número limitado de questionários, não se garantindo assim uma amostra estatisticamente representativa de população dos produtores de milho brasileiros. No entanto, espera-se que o conjunto de respostas obtido forneça uma leitura do comportamento dos produtores em relação a preços ainda não realizada na literatura nacional.

### **3.4 Resultados e discussão**

Entre os 90 respondentes, 52 são localizados no sul do Brasil (58%), sendo a maior parte deles no estado do Rio Grande do Sul (34), seguido pelo Paraná (12) e Santa Catarina (7). Na região do centro-oeste do Brasil, a maioria dos respondentes foi do Mato Grosso (29), seguido pelo estado de Goiás (8). De acordo com a Companhia Nacional de Abastecimento – CONAB (2008), esses estados encontram-se entre os seis maiores produtores de milho no país.

Os respondentes foram também solicitados a responderem questões adicionais relacionadas aos seus conhecimentos do mercado futuro e temas relacionados. Um total de dez indivíduos respondeu que tinham conhecimento sobre mercados futuros e negociavam estes contratos na BM&FBOVESPA. No entanto, a maioria (72 indivíduos) apontou que apenas tinha conhecimento, mas não negociava contratos futuros na bolsa. O restante, apenas oito respondentes, afirmou não ter conhecimento sobre o mercado futuro.

Aos produtores que indicaram conhecer, mas não negociarem contratos futuros na BM&FBOVESPA, foi perguntado qual(is) a(s) razão(ões) por não negociarem. 75,5% dos produtores responderam que não negociavam por não possuírem informações suficientes sobre a negociação nos mercados futuros. Nove produtores afirmaram que consideram o mercado futuro arriscado (12%); quatro não negociam por ser muito caro (5,5%), e somente 7% responderam abertamente que não negociam devido aos ajustes diários, porque não possuem assistência, ou porque existe muita burocracia envolvida na negociação.

Os entrevistados foram perguntados a respeito de outras formas de negociação do seu produto, de modo a haver alguma indicação da utilização do mercado a termo, como uma alternativa à negociação no mercado futuro. Somente oito produtores (9%), disseram ter vendido

parte da sua produção antecipadamente e nenhum deles, até aquele momento, havia vendido toda a produção.

Quando perguntados se haviam realizado algum outro investimento a não ser aquele realizado na produção de milho, 12% (11 respondentes) listaram investimentos alternativos. Entre eles, quatro (33,3%) tinham investimentos em imóveis enquanto os demais estavam envolvidos em atividades variadas.

Todos os produtores que indicaram não ter conhecimento sobre os mercados futuros tiveram também produção esperada inferior à média dos respondentes do mesmo Estado. Por outro lado, todos aqueles que indicaram ter conhecimento e utilizam os mercados futuros como ferramenta de proteção de preços foram produtores cuja produção esperada mostrou-se superior à média dos respondentes do mesmo estado.

Apenas quatro produtores, todos eles do estado do Rio Grande do Sul, responderam produzir milho transgênico. Um deles afirmou não ter conhecimento dos mercados futuros, um conhece e negocia na bolsa, enquanto os outros dois conhecem, mas não negociam.

Para a realização da análise de excesso de confiança, somente aqueles respondentes que puderam ser considerados coerentes<sup>22</sup> enquanto responderam a questão relativa à estimação das probabilidades subjetivas. Foram selecionados 86 respondentes. Três produtores que não responderam a essa questão também foram eliminados da análise, assim como outros dois que concentraram toda sua expectativa em somente um intervalo de preços. Desta forma, 81 respondentes foram selecionados para análise.

Como foi assumido que os preços futuros e *spot* seguem distribuição lognormal, o teste Jarque-Bera - JB foi aplicado para identificar se o logaritmo natural dos preços é normalmente distribuído. De acordo com a Tabela 1, a hipótese nula do teste não pode ser rejeitada para os valores calculados da estatística JB, ao nível de significância de 5% para nenhuma das séries analisadas. Desta forma, pode-se concluir que a suposição anteriormente feita sobre distribuição lognormal de preços é aceitável.

---

<sup>22</sup> Segundo conceito apontado por Pease (1992), um indivíduo é dito coerente se a soma de suas probabilidades subjetivas for igual a um (100%).



Tabela 1 - Teste Jarque-Bera para normalidade dos preços futuro e *spot*

	Futuros	Rio Grande do Sul	Santa Catarina	Paraná	Goiás	Mato Grosso
JB	1,362	1,368	1,345	1,739	3,044	1,362
P-Valor	(0,506)	(0,504)	(0,510)	(0,419)	(0,218)	(0,506)

Fonte: Resultados da pesquisa.

Para testar se os respondentes mostraram-se descalibrados quando apontaram as expectativas de preços nas formas direta e indireta, o teste t-Student foi utilizado<sup>23</sup>. Os preços na equação (2) foram calculados como as médias de preços de suas respectivas distribuições lognormais pela equação (3), assim como as variâncias na equação (4). De acordo com os resultados, ao nível de significância de 5%, a hipótese nula de igualdade entre os preços apontados nas formas direta e indireta não pode ser rejeitada para apenas sete respondentes (8,64%). 74 produtores (91,35%) revelaram-se descalibrados quando calculados e comparados os preços e os valores esperados das distribuições de preços apontados pelos mesmos. Todos os indivíduos do sul do Brasil revelaram-se descalibrados. Seguindo Eales et al. (1990), as variâncias individuais subjetivas foram comparadas com as variâncias históricas. Os valores calculados das estatísticas qui-quadrado foram então comparados com os respectivos valores das estatísticas de teste bicaudal (5% de significância) para, desta forma, avaliar se os indivíduos revelaram-se com baixa confiança ou com excesso de confiança.

A variância subjetiva de cada produtor foi comparada à variância histórica de seu respectivo preço regional. 44,4% dos produtores mostraram-se descalibrados de modo que suas variâncias subjetivas subestimaram as variâncias históricas obtidas a partir dos preços regionais. 28 desses produtores (44,12%) são do sul do Brasil e oito (28,57%) deles, do centro-oeste.

Quando as variâncias subjetivas dos produtores foram comparadas às variâncias históricas dos preços futuros, 62 dos entrevistados (75,54%) foram considerados descalibrados. 71,69% dos produtores do centro-oeste, e 85,71% dos produtores do sul do país apresentaram variâncias subjetivas estatisticamente inferiores às variâncias dos preços futuros.

Com a exceção de um produtor, todos os demais que responderam que tinham conhecimento e negociavam contratos futuros na BM&FBOVESPA, mostram-se com excesso de confiança em relação às variâncias dos preços futuros. A maior parte (66%) daqueles produtores

<sup>23</sup> Uma vez que apenas 25% dos entrevistados responderam a questão relativa à indicação do preço futuro médio esperado na bolsa, optou-se por não incluir esta questão na análise.

que responderam que tinham conhecimento, mas não negociavam contratos futuros na BM&FBOVESPA porque não tinha informação suficiente, foram também identificados como descalibrados.

Além disso, dois entre os oito produtores (25%), que já haviam negociado parte de sua safra, mostraram-se descalibrados, assim como dois entre os onze (18%) que afirmaram ter um investimento alternativo à atividade agrícola.

### 3.5 Conclusões

Como um primeiro trabalho deste tipo na literatura brasileira de derivativos agropecuários, essa pesquisa procurou apresentar, investigar e discutir razões pelas quais tão poucos produtores utilizam o mercado futuro agropecuário de milho para proteção de variações de preços. A explicação mais importante apresentada pelo presente trabalho consiste na percepção que os produtores possuem a respeito da variância dos preços *spot* e futuro.

O questionário aplicado no sul e centro-oeste do Brasil mostrou que somente 10% dos respondentes negociam contratos futuros na Bolsa de Valores, Mercadorias & Futuros. A maior parte dos produtores revelou que conhece, mas não faz negócios na bolsa. A razão mais importante apontada para não negociarem foi que os produtores não possuem informação suficiente para fazerem esse tipo de negócio.

Como apontado por muitos autores, um importante fator na determinação do tipo e extensão do *hedge* com opções, futuros e outras ferramentas de gerenciamento de risco pode ser a diferença nas variâncias subjetivas. Se os produtores percebem que as variâncias dos preços no mercado físico e nos mercados futuros são menores do que historicamente são, podem existir menos incentivos para os mesmos realizarem proteção de preços através dos mercados futuros.

Quando analisadas as diferenças entre as variâncias subjetivas e as variâncias históricas dos preços futuros e *spot*, foram encontradas evidências de falta de conformidade entre a percepção dos respondentes e o mercado. Foi encontrado que uma parte dos respondentes espera que variâncias inferiores à do mercado ocorram. Enquanto isso, a outra parte não percebe diferenças entre a sua própria variância subjetiva e a variância do mercado. Isto aponta para sinais de excesso de confiança entre os produtores de milho entrevistados. Também foram encontradas diferenças entre os preços *spot* apontados no formato direto e indireto, o que

corroborar a hipótese de que os produtores são descalibrados na avaliação dos preços da *commodity* que produzem.

Enquanto esse trabalho pode ser considerado inovador na literatura de derivativos agropecuários brasileira, ainda é apenas um passo inicial no rumo a novas investigações que ainda podem ser realizadas. Somente quando trabalhos futuros fizerem este mesmo tipo de levantamento ao longo do tempo e os questionários forem aplicados a um número maior de produtores, conclusões mais gerais poderão ser realizadas.

De posse dos resultados obtidos, pode-se ainda sugerir a realização de investimentos que visem promover aos produtores de milho brasileiros um maior conhecimento a respeito das vantagens da utilização dos mercados futuros como ferramenta de gestão de risco de preços. Fazendo-se isto, pode-se proporcionar o maior uso deste mercado por parte dos *hedgers*. Além disso, estratégias que visam promover uma maior educação dos produtores a respeito de como operar nos mercados futuros podem ajudar com que mais produtores passem a fazer negócios nesse mercado, promovendo assim sua liquidez.

## Referências

AGUIAR, D.R.D. Mercados futuros e a gestão do risco nos sistemas agroindustriais brasileiro. In: WORKSHOP BRASILEIRO DE GESTÃO DE SISTEMAS AGROALIMENTARES, 2., 1999, Ribeirão Preto. **Anais...** Ribeirão Preto: USP, 1999. p. 129-136.

ALVES, J.S.; DUARTE, S.G.; LIMA, R.C. Testes da eficiência do mercado futuro do álcool anidro no Brasil: uma análise de co-integração. **Revista Econômica do Nordeste**, Fortaleza, v. 39, n. 1, p. 173-184, jan./mar. 2008.

ANDRADE, E.A.P. **Mercados futuros**: custos de transação associados à tributação, margem, ajustes e estrutura financeira. 2004. 115 p. Dissertação (Mestrado em Economia Aplicada) - Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, Universidade de São Paulo, Piracicaba, 2004.

ARBEX, M.A.; CARVALHO, V.D. Eficiência do mercado futuro de café brasileiro no período de 1992 a 1998. **Revista de Economia e Sociologia Rural**, Brasília, v. 37, n. 1, p. 97-113, jan./mar. 1999.

ASSOCIAÇÃO NACIONAL DOS CONFINADORES - ASSOCON. **Resultado do 1º censo de confinadores de Goiás**. Disponível em: <<http://www.assocon.com.br/not%206%202.htm>>. Acesso em: 23 nov. 2008.

BENOÎT, J-P; DUBRA, J. **Overconfidence?** Munich: University Library of Munich, May 2008. 43 p. (Working Paper, 765).

BERENSON, M.L; LEVINE, D.M. **Basic business statistics: concepts and applications.** 7. ed. Upper Saddle River: Prentice-Hall Inc., 1999. 1152 p.

BIAIS, B.; HILTON, D.; POUGET, S.; MAZURIER, K. Judgemental, overconfidence, self-monitoring and trading performance in an experimental financial market. **The Review of Economic Studies**, London, v. 72, n. 2, p. 287-312, Apr. 2005.

BORELLA, J.B. **O hedge utilizando contratos futuros como estratégia de gestão de risco de preço da soja: estudo de caso da cooperativa tritícola mista Alto Jacuí LTDA.** 2004. 70 p. Dissertação (Mestrado em Economia) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2004.

BUZBY, J.; KENKEL, P.; SKEES, J.; PEASE, J.; BENSON, F. A comparison of subjective and historical yield distributions with implications for multiple period crop insurance. **Agricultural Finance Review**, Ithaca, v. 54, n. 1, p. 32-54, Aug. 1994.

CLOP-GALLART, M.M.; JUÁREZ-RUBIO, F. Elicitation of subjective crop yield PDF. **Spanish Journal of Agricultural Research**, Madrid, v. 5, n. 1, p. 16-24, 2007.

COMPANHIA NACIONAL DE ABASTECIMENTO – CONAB. **Brazilian crop assessment: Grains, 2008/2009.** Disponível em: <<http://www.conab.gov.br>>. Acesso em: 23 nov. 2008.

CRUZ JUNIOR, J.C.; MARQUES, P.V.; MARTINES FILHO, J.G. Razão de *hedge* ótima de mínimo MPI (momento parcial inferior) no mercado futuro de boi gordo na BM&F. In: CONGRESSO DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE ECONOMIA E SOCIOLOGIA RURAL, 46., 2008, Rio Branco. **Anais...** Brasília: SOBER, 2008. 1 CD-ROM.

CUNNINGHAM III, L.T.; BRORSEN, B.W.; ANDERSON, K.B.; TOSTÃO, E. Gender differences in marketing styles. **Agricultural Economics**, Chicago, v. 38, n. 1, p. 1-7, Oct. 2008.

DE BONDT, W.F.M. A portrait of individual investor. **European Economic Review**, London, v. 42, n. 3, p. 831-844, May 1998.

EALLES, J.S.; ENGEL, B.K.; HAUSER, R.J.; THOMPSON, S.R. Grain price expectations of Illinois farmers and grain merchandisers. **American Journal of Agricultural Economics**, Chicago, v. 72, n. 1, p. 701-708, Mar. 1990.

EGELKRAUT, T.; SHERRICK, B.; GARCIA, P.; PENNINGS, J. **Producers' yield and yield risk: perceptions vs. reality.** Long Beach: American Agricultural Economics Association, 2006. Disponível em: <<http://www.ageconsearch.umn.edu/handle/21369>>. Acesso em: 1 nov. 2006.

GERVAIS, S.; HEATON, J.; ODEAN, T. **The positive role of overconfidence and optimism in investment policy.** Philadelphia: Wharton Business School, Feb. 2002. 49 p. (Working Paper, 15-02).

GLESER, M.; WEBER, M. Overconfidence and trading volume. **Geneva Risk Insurance Review**, Geneva, v. 32, n. 1, p. 1-36, June 2007.

GRAHAM, J.R.; HARVEY, C.R.; HUANG, H. **Investor competence, trading frequency and home bias**. Cambridge: National Bureau of Economic Research, June 2005. (Working Paper, 114426).

GRISLEY, W.; KELLOGG, E.D. Farmers' subjective probabilities in northern Thailand: an elicitation analysis. **American Journal of Agricultural Economics**, Chicago, v. 65, n. 1, p. 74-82, Feb. 1983.

HYYTINEN, A.; PAJARITEN, M. **Why are all new entrepreneurs better than average? Evidence from subjective failure rate expectations**. Helsinki: The Research Institute of the Finnish Economy, June 2005. 41 p. (Discussion Paper, 987).

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA – IBGE. **Banco de dados agregados**: Sistema IBGE de Recuperação Automática – SIDRA. Disponível em: <<http://www.ibge.gov.br>>. Acesso em: 23 nov. 2008.

KEH, H.T.; FOO, M.D.; LIM, B.C. Opportunity evaluation under risky conditions: the cognitive processes of entrepreneurs. **Entrepreneurship Theory and Practice**, Waco, v. 27, n. 2, p. 125-148, Winter 2002.

LIMPERT, E.; STAHEL, W.; ABBT, M. Log-normal distributions across the sciences: keys and clues. **BioScience**, Washington, v. 51, n. 5, p. 341–352, 2001.

MARQUES, P.V.; MELLO, P.C.; MARTINES FILHO, J.G. **Mercados futuros e de opções agropecuários**: exemplos e aplicações para os mercados brasileiros. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2008. 223 p.

PEASE, J.W. A comparison of subjective and historical crop yield probability distributions. **Southern Journal of Agricultural Economics**, Atlanta, v. 24, n. 2, p. 23–32, Dec. 1992.

SMITH, J.; MANDAC, A.M. Subjective versus objective yield distributions as measures of production risk. **American Journal of Agricultural Economics**, Chicago, v. 77, n. 1, p. 152-161, 1995.

SILVEIRA, R.L.F.; FERREIRA FILHO, J.B.S. Análise das operações de *cross-hedge* do bezerro e do *hedge* de boi gordo no mercado futuro da BM&F. **Revista de Economia e Sociologia Rural**, Brasília, v. 41, n. 4, p. 881-899, nov. 2003.

SVENSON, O. Are we all less risky and more skillful than our fellow drivers? **Acta Psychologica**, New York, v. 47, n. 2, p. 143-148, Feb. 1981.

UMAROV, A.B.J.; SHERRICK, B.J. **Farmers' subjective yield distributions**: calibration and implications for crop insurance valuation. Providence: American Agricultural Economics Association. Disponível em: <<http://www.ageconsearch.umn.edu/handle/19396>>. Acesso em: 1 nov. 2005.



## **APÊNDICES**





## APÊNDICE A - Restrições na função de utilidade quadrática

Assumindo uma função de utilidade quadrática na riqueza ( $w$ ) com uma f.d.p. geral ( $g(w)$ ) para a riqueza final, do tipo:

$$U(w) = aw - bw^2 \quad a, b > 0, \quad -\infty < w < \infty$$

A utilidade esperada da riqueza é:

$$E[U(w)] = \int_{-\infty}^{\infty} aw - bw^2 g(w)dw = a \int_{-\infty}^{\infty} wg(w)dw - b \int_{-\infty}^{\infty} w^2 g(w)dw$$

Assumindo convergência para as integrais, o primeiro termo é a média da riqueza e o segundo é o segundo momento da distribuição em relação à origem ( $M_2$ ).

Desta forma, quando a função de utilidade é quadrática, a utilidade esperada pode ser escrita como:

$$E[U(w)] = a\mu - bM_2$$

Sendo  $M_2 = \sigma^2 + \mu^2$ , a utilidade esperada é<sup>24</sup>:

$$E[U(w)] = a\mu - b\mu^2 - b\sigma^2$$

Assim, uma função de utilidade quadrática origina uma função de utilidade esperada quadrática na média e linear na variância. O ponto de máxima saciedade desta função é obtido com  $\frac{\partial E[U(w)]}{\partial \mu} = 0$ . Confirmando-se condição de segunda ordem  $\left(\frac{\partial^2 E[U(w)]}{\partial \mu^2} < 0\right)$ , o ponto de máxima saciedade da função é atingido em  $w^* = \frac{a}{2b}$ .

Assim, a função objetivo de utilidade esperada quadrática só faz sentido se  $g(w)$  for integrada apenas na sua parte de inclinação positiva, ou seja, até o ponto de máximo:

$$\int_{-\infty}^{\frac{a}{2b}} g(w)dw = 1$$

<sup>24</sup> De acordo com Mood, Graybill e Boes (1974), se  $w$  é uma variável aleatória, o  $r$ -ésimo momento de  $w$ , denotado por  $M_r$  é definido como  $M_r = E[w^r]$ , se a esperança existe. Assim,  $M_1 = E[w^1] = \mu$ . O  $r$ -ésimo momento central de  $w$  em relação a " $a$ " é analogamente definido como  $M_r = E[(w-a)^r]$ . Assim, o segundo momento centrado em  $a = 0$  é  $M_2 = E[w^2]$ . Pelo teorema também apresentado por Mood, Graybill e Boes (1974, p. 70), tem-se que:

$$Var[w] = E[(w - E[w])^2] = E[w^2] - (E[w])^2 \rightarrow E[w^2] = (E[w])^2 + Var[w] \rightarrow M_2 = \mu^2 + \sigma^2$$

Assim, para um conjunto de escolha convexo definido desta forma, é possível utilizar uma função linear para se encontrar um ponto na fronteira que corresponda à escolha ótima para uma dada inclinação da curva de indiferença.

**APÊNDICE B - Função de utilidade esperada com Aversão Relativa ao Risco Constante – ARRC**

A função de utilidade esperada utilizada é da seguinte forma:

$$E[U(W)] = V(\mu, \sigma^2) = -\frac{1}{\mu^2 - \gamma\sigma^2}. \quad (1)$$

De acordo com Meyer (1987), o primeiro passo para identificar se uma função de utilidade esperada apresenta aversão relativa ao risco constante é a construção da função  $S(\mu, \sigma)$  obtida a partir das derivadas parciais de (1) em relação a  $\mu$  e  $\sigma$ :

$$S(\mu, \sigma) = -\frac{V_\sigma(\mu, \sigma)}{V_\mu(\mu, \sigma)} = \frac{\gamma\sigma}{\mu}. \quad (2)$$

Uma vez que  $\frac{\partial S(\mu, \sigma)}{\partial \mu} = -\frac{\gamma\sigma}{\mu^2} < 0 \quad \forall \sigma, \mu, \text{ e } \gamma > 0$ ,  $V(\mu, \sigma^2)$  é uma função que apresenta aversão absoluta ao risco decrescente em relação a  $\mu$  – AARD.

Fazendo-se  $S(t\mu, t\sigma) = \frac{t\gamma\sigma}{t\mu}$  e calculando-se a derivada parcial em relação a  $t$ , chega-se a  $\frac{\partial S(t\mu, t\sigma)}{\partial t} = 0$ , o que de acordo com Meyer (1987), prova que  $V(\mu, \sigma^2)$  é uma função que apresenta aversão relativa ao risco constante.

**APÊNDICE C - Exemplo de questionário aplicado na região sul do Brasil**

Bom dia/Boa tarde, gostaríamos de pedir a gentileza de sua colaboração para a pesquisa da ESALQ/USP e da Universidade de Illinois (EUA). A pesquisa é breve e consiste em apenas nove perguntas diretas, e não deve durar mais de três minutos.

(1) Em qual localidade o sr.(a) possui propriedade? Que tipo de milho produz (C = convencional ou T = transgênico)?

Cidade: \_\_\_\_\_ Estado: \_\_\_\_\_ Tipo de milho: \_\_\_\_\_

(2) Você conhece ou usa a BM&FBOVESPA?

Não conheço                       Conheço e uso                       Conheço, mas não uso

(3) Se você conhece, mas não usa os mercados futuros, qual o motivo por não utilizar?

É muito arriscado                       É muito caro  
 Não tenho informação suficiente/não conheço bem  
 Outro: \_\_\_\_\_

(4) Qual a sua produção esperada de milho para esta safra 2008-2009 (somente safra)?

R: \_\_\_\_\_

(5) Já realizou a venda antecipada (parcial ou integral) da sua safra?

Não                                       Parcial                                       Integral

(6) Você possui outros investimentos fora do agronegócio? Em caso afirmativo, cite ao menos o principal.

Não                                       Sim \_\_\_\_\_

(7) Qual o preço médio mais provável pelo qual você espera vender a saca de milho (60 kg), em março/2009, na sua região?

R: \_\_\_\_\_

(8) Qual o preço futuro médio esperado, na BM&FBOVESPA, para a saca de milho de 60 kg, em março de 2009?

R: \_\_\_\_\_

(9) De acordo com sua experiência e expectativas, preencha os espaços abaixo com valores da chance (em %) do preço médio de venda da saca de milho (60 kg) estar em um destes intervalos, em março de 2009. **Valores em R\$/sc 60kg** (NÃO É NECESSÁRIO PREENCHER TODOS OS ESPAÇOS).

9 - 11	11 - 13	13 - 15	15 - 17	17 - 19	19 - 21	21 - 23	23 - 25	25 - 27	27 - 30



**ANEXO**





**ANEXO A – Análise dos resultados do modelo alternativo de razão de *hedge* ótima**Tabela 1 - Distâncias de Mahalanobis calculadas e os respectivos valores  $\chi^2(0,5)$ 

(continua)

	MD <sup>2</sup>	chi <sup>2</sup>		MD <sup>2</sup>	chi <sup>2</sup>
1	0,13018	0,07373	49	2,19033	2,39379
2	0,13291	0,15589	50	2,22567	2,45011
3	0,17040	0,22202	51	2,22738	2,50738
4	0,22054	0,28111	52	2,23768	2,56566
5	0,24381	0,33599	53	2,23909	2,62499
6	0,42742	0,38801	54	2,25450	2,68543
7	0,45116	0,43797	55	2,29041	2,74705
8	0,49678	0,48637	56	2,30624	2,80989
9	0,49990	0,53356	57	2,46580	2,87403
10	0,52240	0,57980	58	2,48058	2,93954
11	0,73041	0,62526	59	2,56243	3,00649
12	0,76763	0,67012	60	2,64882	3,07498
13	0,78014	0,71449	61	2,99476	3,14509
14	0,80692	0,75846	62	3,05424	3,21692
15	0,84834	0,80213	63	3,09667	3,29056
16	0,89689	0,84556	64	3,12361	3,36615
17	0,90412	0,88882	65	3,20340	3,44380
18	0,93538	0,93196	66	3,20499	3,52365
19	1,00133	0,97504	67	3,31857	3,60585
20	1,01379	1,01809	68	3,60613	3,69056
21	1,07851	1,06116	69	3,67039	3,77798
22	1,09781	1,10428	70	3,68938	3,86830
23	1,10184	1,14749	71	3,88257	3,96174
24	1,12349	1,19081	72	3,99516	4,05857
25	1,14272	1,23429	73	4,38470	4,15907
26	1,14997	1,27795	74	4,49051	4,26356
27	1,17023	1,32182	75	4,50762	4,37240
28	1,17799	1,36592	76	5,02841	4,48601
29	1,18874	1,41029	77	5,07162	4,60487
30	1,23783	1,45494	78	5,17540	4,72953
31	1,24812	1,49991	79	5,33810	4,86063
32	1,27575	1,54521	80	5,88477	4,99894
33	1,30631	1,59089	81	6,63946	5,14535
34	1,35416	1,63695	82	6,66901	5,30094
35	1,36093	1,68343	83	6,70582	5,46701
36	1,36785	1,73035	84	6,73284	5,64519
37	1,54691	1,77774	85	6,83231	5,83746
38	1,62710	1,82562	86	6,84889	6,04639
39	1,63608	1,87403	87	7,00779	6,27529
40	1,63806	1,92300	88	7,03131	6,52859
41	1,69247	1,97254	89	7,44424	6,81237
42	1,72415	2,02270	90	7,65164	7,13529

Tabela 1 - Distâncias de Mahalanobis calculadas e os respectivos valores  $\chi^2(0,5)$ 

(conclusão)

	MD <sup>2</sup>	chi <sup>2</sup>		MD <sup>2</sup>	chi <sup>2</sup>
43	1,80224	2,07350	91	7,66183	7,51041
44	1,83770	2,12498	92	8,14910	7,95861
45	1,85896	2,17718	93	8,73544	8,51662
46	1,91409	2,23011	94	8,77141	9,25872
47	2,06128	2,28383	95	9,00308	10,37615
48	2,06514	2,33838	96	11,49903	12,75054

Fonte: Resultados da pesquisa.

Modelo	MV	ARRC-MV	DR0	DR50	DR25	DR10
Modelo 1 C0 I0	0,9691	0,9691	0,9904	0,9917	0,9564	0,9124
Modelo 2 C0 I10	0,9691	1,0443	1,0615	1,0619	1,0179	0,9913
Modelo 2 C0 I25	0,9691	1,1614	1,1698	1,1699	1,1696	1,1690
Modelo 2 C0 I50	0,9691	1,1614	1,1698	1,1699	1,1696	1,1690
Modelo 3 C005 I0	0,9691	1,1174	1,1409	1,0822	1,0822	1,0822
Modelo 3 C016 I0	0,9691	1,0822	1,0822	1,0822	1,0822	1,0822
Modelo 3 C032 I0	0,9691	1,0822	1,0822	1,0822	1,0822	1,0822
Modelo 3 C064 I0	0,9691	1,0822	1,0822	1,0822	1,0822	1,0822
Modelo 4 C005 I10	0,9691	1,1647	0,9911	0,9911	0,9911	0,9911
Modelo 4 C005 I25	0,9691	1,0332	0,7833	0,7833	0,7833	0,7833
Modelo 4 C005 I50	0,9691	0,3555	0,3555	0,3555	0,3555	0,3555
Modelo 4 C016 I10	0,9691	0,9911	0,9911	0,9911	0,9911	0,9911
Modelo 4 C016 I25	0,9691	0,7833	0,7833	0,7833	0,7833	0,7833
Modelo 4 C016 I50	0,9691	0,3555	0,3555	0,3555	0,3555	0,3555
Modelo 4 C032 I10	0,9691	0,9911	0,9911	0,9911	0,9911	0,9911
Modelo 4 C032 I25	0,9691	0,7833	0,7833	0,7833	0,7833	0,7833
Modelo 4 C032 I50	0,9691	0,3555	0,3555	0,3555	0,3555	0,3555
Modelo 4 C064 I10	0,9691	0,9911	0,9911	0,9911	0,9911	0,9911
Modelo 4 C064 I25	0,9691	0,7833	0,7833	0,7833	0,7833	0,7833
Modelo 4 C064 I50	0,9691	0,3555	0,3555	0,3555	0,3555	0,3555

Quadro 1 - Resultados da análise retorno/risco, cenário de coeficiente de aversão ao risco baixo

Fonte: Resultados da pesquisa.

MV = Média-Variância; ARRC-MV = Aversão Relativa ao Risco Constante; DR0, DR50, DR25, DR10 = *Downside Risk* com nível de referência no retorno alvo igual à zero, ao 50º, 25º e 10º percentil da distribuição de retornos do mercado *spot*, respectivamente; C0, C005, C016, C032, C064 representam os custos de transação aos níveis de 0%, 0,05%, 0,16%, 0,32% e 0,64% do valor inicial do contrato, respectivamente; I0, I10, I25 e I50 representam os níveis de investimento de 0%, 10%, 25% e 50% da riqueza inicial no ativo alternativo, respectivamente. Os modelos de 1 a 4 são os mesmos definidos anteriormente de modo que, cada linha representa um modelo com a combinação de custos de transação e/ou investimento no ativo alternativo.

Modelo	MV	ARRC-MV	DR0	DR50	DR25	DR10
Modelo 1 C0 I0	0,9691	0,9691	0,9904	0,9917	0,9564	0,9124
Modelo 2 C0 I10	0,9691	1,0443	1,0615	1,0619	1,0179	0,9913
Modelo 2 C0 I25	0,9691	1,1614	1,1698	1,1699	1,1696	1,1690
Modelo 2 C0 I50	0,9691	1,1614	1,1698	1,1699	1,1696	1,1690
Modelo 3 C005 I0	0,9691	1,0281	1,1595	1,1392	1,1650	1,0822
Modelo 3 C016 I0	0,9691	1,1401	1,0822	1,0822	1,0822	1,0822
Modelo 3 C032 I0	0,9691	1,0822	1,0822	1,0822	1,0822	1,0822
Modelo 3 C064 I0	0,9691	1,0822	1,0822	1,0822	1,0822	1,0822
Modelo 4 C005 I10	0,9691	1,1051	1,1656	1,1659	1,0882	0,9911
Modelo 4 C005 I25	0,9691	1,1563	0,9485	0,9540	0,7833	0,7833
Modelo 4 C005 I50	0,9691	0,5037	0,3555	0,3555	0,3555	0,3555
Modelo 4 C016 I10	0,9691	1,1549	0,9911	0,9911	0,9911	0,9911
Modelo 4 C016 I25	0,9691	0,9341	0,7833	0,7833	0,7833	0,7833
Modelo 4 C016 I50	0,9691	0,3555	0,3555	0,3555	0,3555	0,3555
Modelo 4 C032 I10	0,9691	0,9911	0,9911	0,9911	0,9911	0,9911
Modelo 4 C032 I25	0,9691	0,7833	0,7833	0,7833	0,7833	0,7833
Modelo 4 C032 I50	0,9691	0,3555	0,3555	0,3555	0,3555	0,3555
Modelo 4 C064 I10	0,9691	0,9911	0,9911	0,9911	0,9911	0,9911
Modelo 4 C064 I25	0,9691	0,7833	0,7833	0,7833	0,7833	0,7833
Modelo 4 C064 I50	0,9691	0,3555	0,3555	0,3555	0,3555	0,3555

Quadro 2 - Resultados da análise retorno/risco, cenário de coeficiente de aversão ao risco médio

Fonte: Resultados da pesquisa.

MV = Média-Variância; ARRC-MV = Aversão Relativa ao Risco Constante; DR0, DR50, DR25, DR10 = *Downside Risk* com nível de referência no retorno alvo igual à zero, ao 50º, 25º e 10º percentil da distribuição de retornos do mercado *spot*, respectivamente; C0, C005, C016, C032, C064 representam os custos de transação aos níveis de 0%, 0,05%, 0,16%, 0,32% e 0,64% do valor inicial do contrato, respectivamente; I0, I10, I25 e I50 representam os níveis de investimento de 0%, 10%, 25% e 50% da riqueza inicial no ativo alternativo, respectivamente. Os modelos de 1 a 4 são os mesmos definidos anteriormente de modo que, cada linha representa um modelo com a combinação de custos de transação e/ou investimento no ativo alternativo.

Modelo	MV	ARRC-MV	DR0	DR50	DR25	DR10
Modelo 1 C0 I0	0,9691	0,9691	0,9904	0,9917	0,9564	0,9124
Modelo 2 C0 I10	0,9691	1,0443	1,0615	1,0619	1,0179	0,9913
Modelo 2 C0 I25	0,9691	1,1614	1,1698	1,1699	1,1696	1,1690
Modelo 2 C0 I50	0,9691	1,1614	1,1698	1,1699	1,1696	1,1690
Modelo 3 C005 I0	0,9691	1,0087	1,0962	1,0937	1,1580	1,1230
Modelo 3 C016 I0	0,9691	1,0945	1,1524	1,1539	1,0822	1,0822
Modelo 3 C032 I0	0,9691	1,1528	1,0822	1,0822	1,0822	1,0822
Modelo 3 C064 I0	0,9691	1,0822	1,0822	1,0822	1,0822	1,0822
Modelo 4 C005 I10	0,9691	1,0862	1,1440	1,1547	1,1561	0,9911
Modelo 4 C005 I25	0,9691	1,1628	1,0581	1,0620	0,9390	0,7833
Modelo 4 C005 I50	0,9691	0,5455	0,3555	0,3555	0,3555	0,3555
Modelo 4 C016 I10	0,9691	1,1499	1,0548	1,0602	0,9911	0,9911
Modelo 4 C016 I25	0,9691	1,0527	0,7833	0,7833	0,7833	0,7833
Modelo 4 C016 I50	0,9691	0,3669	0,3555	0,3555	0,3555	0,3555
Modelo 4 C032 I10	0,9691	1,0811	0,9911	0,9911	0,9911	0,9911
Modelo 4 C032 I25	0,9691	0,7833	0,7833	0,7833	0,7833	0,7833
Modelo 4 C032 I50	0,9691	0,3555	0,3555	0,3555	0,3555	0,3555
Modelo 4 C064 I10	0,9691	1,0716	0,9911	0,9911	0,9911	0,9911
Modelo 4 C064 I25	0,9691	0,7833	0,7833	0,7833	0,7833	0,7833
Modelo 4 C064 I50	0,9691	0,3555	0,3555	0,3555	0,3555	0,3555

Quadro 3 – Resultados da análise retorno/risco, cenário de coeficiente de aversão ao risco alto

Fonte: Resultados da pesquisa.

MV = Média-Variância; ARRC-MV = Aversão Relativa ao Risco Constante; DR0, DR50, DR25, DR10 = *Downside Risk* com nível de referência no retorno alvo igual à zero, ao 50°, 25° e 10° percentil da distribuição de retornos do mercado *spot*, respectivamente; C0, C005, C016, C032, C064 representam os custos de transação aos níveis de 0%, 0,05%, 0,16%, 0,32% e 0,64% do valor inicial do contrato, respectivamente; I0, I10, I25 e I50 representam os níveis de investimento de 0%, 10%, 25% e 50% da riqueza inicial no ativo alternativo, respectivamente. Os modelos de 1 a 4 são os mesmos definidos anteriormente de modo que, cada linha representa um modelo com a combinação de custos de transação e/ou investimento no ativo alternativo.