

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ARTES, CIÊNCIAS E HUMANIDADES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM SISTEMAS COMPLEXOS

GERSON NASSOR CARDOSO

Redes de correlações e fatores de risco: utilizando redes para compor portfolios

São Paulo
2021

GERSON NASSOR CARDOSO

Redes de correlação e fatores de risco: utilizando redes para compor portfólios

Versão corrigida

Dissertação apresentada à Escola de Artes, Ciências e Humanidades da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Ciências pelo Programa de Pós-graduação em Modelagem de Sistemas Complexos.

Área de Concentração:

Redes Complexas

Orientador:

Prof. Dr. Fernando Fagundes Ferreira

São Paulo

2021

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca da Escola de Artes, Ciências e Humanidades,
com os dados inseridos pelo(a) autor(a)
Brenda Fontes Malheiros de Castro CRB 8-7012; Sandra Tokarevicz CRB 8-4936

Nassor Cardoso, Gerson

Redes de correlações e fatores de risco:
utilizando redes para compor portfolios / Gerson
Nassor Cardoso; orientador, Fernando Fagundes
Ferreira. -- São Paulo, 2022.
50 p: il.

Dissertacao (Mestrado em Ciencias) - Programa de
Pós-Graduação em Modelagem de Sistemas Complexos,
Escola de Artes, Ciências e Humanidades,
Universidade de São Paulo, 2022.
Versão corrigida

1. Redes Complexas. 2. Modelo Multifatores. 3.
Apreçamento de Ativos. 4. Redes de Correlações. I.
Ferreira, Fernando Fagundes, orient. II. Título.

Nome: CARDOSO, Gerson Nassor

Título: Redes de correlação e fatores de risco: utilizando redes para compor portfolios

Dissertação apresentada à Escola de Artes, Ciências e Humanidades da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Ciências do Programa de Pós-Graduação em Modelagem de Sistemas Complexos.

Área de Concentração:

Redes Complexas;

Aprovado em: 06/11/2020

Banca Examinadora

Prof. Dr.	Geraldo Edmundo Silva Junior	Instituição:	UFSCar
Julgamento:	Aprovado	Assinatura:	_____
Prof. Dr.	Esteban Fernandez Tuesta	Instituição:	EACH - USP
Julgamento:	Aprovado	Assinatura:	_____
Prof. Dr.	Antonio Christian Petru Movilã Unanian Feliciano da Silva	Instituição:	Externo
Julgamento:	Aprovado	Assinatura:	_____

Em memória a minha avó Margarida Luzia da Conceição, que veio a falecer durante os trabalhos de elaboração dessa pesquisa. Também em memória de Ludmila Deutte, grande amiga, colega de classe sempre pronta a ajudar com sua experiência. Sentimos falta de sua conversa, de suas grandes histórias.

Agradecimentos

Agradeço a todos colaboradores tanto no lado acadêmico quanto profissional que participaram ativamente com sugestões e críticas para elaboração dessa pesquisa.

RESUMO

CARDOSO, Gerson Nassor. **Redes de Correlação e fatores de Risco**: utilizando redes para compor portfólios. 2021. 50 f. Dissertação (Mestrado em Ciências) – Escola de Artes, Ciências e Humanidades, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2021. Versão original.

Aplicação de Sistemas Complexos em Economia vem tomando cada vez mais espaço, especialmente no que se trata modelagem de redes aplicadas a Economia e Mercado Financeiro. O modelo seminal de Mantegna (1999) filtra redes de correlações de retornos de ações em árvores de custo mínimo, é capaz de dissecar a estrutura do mercado e apresentar de forma intuitiva os principais ativos. Tal modelagem é utilizada para analisar risco sistêmico e identificar grupos. Porém não está suficientemente claro como utilizar as redes para compor portfólios de investimentos e nem se essa tem poder de explicar retornos. Dessa forma esse trabalho utilizou o tradicional modelo multifatores para identificar variáveis que são capazes de explicar retornos, no nosso caso as medidas de centralidade dos ativos. Construímos o modelo sugerindo estratégias de investimentos baseadas na rede de correlação e mostramos que as principais centralidades (intermediação, proximidade, grau e autovalor) são capazes de explicar retornos. A estratégia de investimento proposta no modelo foi comprar ações centrais, com os maiores valores de centralidade e vender as periféricas. Por fim avaliamos as carteiras utilizando índice de Sharpe e constatamos que a estratégia de comprar ações centrais e periféricas, diversificando a carteira, supera aquela inicialmente proposta, já que as ações periféricas são as negativamente correlacionadas com as mais centrais.

Palavras-chave: Modelo de Fatores. Redes de Correlação. Finanças. Apreciação de Ativos. Sistemas Complexos. Redes Complexas

ABSTRACT

CARDOSO, Gerson Nassor. **Correlation networks and risk factors**: applying networks for portfolio construction. 2021. 50. Thesis (Master of Science) – School of Arts, Sciences and Humanities, University of São Paulo, São Paulo, 2021.

The application of Complex Systems in Economics has been taking more and more space, especially when it comes to modeling networks applied to Economics and the Financial Markets. Mantegna's (1999) seminal model filters correlation networks of stock returns in Minimum Spanning Trees dissecting the market structure and presenting the main assets in an intuitive way. Such modeling is used to analyze systemic risk and clustering. However, it is not clear how to use the networks to compose portfolios, nor if it has the power to explain returns. Thus, this work used the traditional Carhart (1997) Multi-Factor asset pricing model to identify variables that can explain returns, in our case the measures of centrality of assets. We build the model using strategies based on the correlation network and shown that the main centralities (Betweenness, Closeness, Degree and Eigenvector) can explain returns. The strategy proposed in the model was to buy central shares, with the highest centrality values, and sell the peripheral ones. Finally, we evaluated the portfolios using the Sharpe Ratio and found that the strategy of buying both central and peripheral stocks, diversifying the portfolio is better than our first strategy since peripheral stocks are negatively correlated with the most central ones.

Keywords: Risk Factors. Correlation Networks. Asset Pricing. Networks. Minimum Spanning Tree.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	06
1.1	CONTEXTUALIZACAO.....	06
1.2	OBJETIVOS,,,,,,,,,.....	07
1.3	METODOLOGIA.....	07
1.4	ESTRUTURA.....	08
2	REVISAO BIBLIOGRÁFICA.....	09
2.1	ECONOMIA E SISTEMAS COMPLEXOS.....	09
2.2	NETWORK FINANCE.....	10
3	MÉTODOS	13
3.1	REDES COMPLEXAS.....	13
3.2	FINANÇAS DE APREÇAMENTO DE ATIVOS.....	14
3.3	MODELAGEM DE DADOS.....	16
3.4	FATORES DE RISCO.....	17
3.5	GMM – GENERALIZED METHOD OF MOMENTS	18
3.4	MÉTRICAS DE AVALIAÇÃO DE CARTEIRAS	19
4	RESULTADOS.....	20
4.1	ANÁLISE EXPLORATÓRIA.....	20
4.2	MODELO DE FATORES.....	25
4.3	ANÁLISE DE CORRELAÇÃO ENTRE OS FATORES DE REDE	26
4.4	AVALIAÇÃO DE CARTEIRAS.....	28
5	CONCLUSÃO.....	33
	REFERÊNCIAS.....	35
	APÊNDICE A -	38
	APÊNDICE B -	39
	APÊNDICE C -	47
	APÊNDICE D -	49

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

A utilização de sistemas complexos aplicados em economia tem se tornado cada vez mais parte do *mainstream* econômico (ARTHUR; BEINHOCKER; STANGER, 2020). Tal presunção parte da consideração da economia como um sistema complexo e evolutivo, posição reforçada por North (2010). Além disso, um dos mais expoentes métodos é a aplicação de redes para mapear o ambiente econômico e mercados, como apresentado por Mantegna (1999) e explorado por Bonnano (2003).

Quando entramos num ambiente físico ou virtual de uma bolsa de valores somos expostos a milhares de informações, como de gráficos de tendências e índices de ativos financeiros. Apenas acessando os dados de forma mais profunda e obtendo cotações de preços, volumes conseguimos ter uma ideia de quais ativos tem maior impacto sobre o mercado. Para realizarmos essa análise de forma setorial precisamos realizar uma análise mais profunda ainda. Levamos tempo e recursos. Porém já imaginou ser possível visualizar um mercado? E assim que olharmos para ele, de cara, já obtermos informações relevantes, só de olhar? O trabalho seminal de Mantegna (1999) mostrou como o mercado acionário pode ter sua estrutura dissecada em forma de rede de correlações e ser filtrada por meio de uma árvore de custo mínimo (MST – Minimum Spanning Tree). Esse trabalho além de dissecar a estrutura de mercado e exibi-la de forma compreensível, rápida e intuitiva, também revela de forma visual agrupamentos de ativos de acordo com sua importância e representatividade.

A praticidade do uso de redes e as suas diversas possibilidades fizeram surgir mais estudos importantes na área como de Onella et al (2003). Esses mostraram como analisar a estrutura de mercados acionários de forma dinâmica por meios de redes de correlação ao longo do tempo. Seu foco foi na evolução dos momentos da distribuição dos valores da correlação da medida de distância utilizada. Wang, Xie e Stanley (2018) focaram na discussão sobre utilização da correlação parcial ou da correlação de Pearson e concluíram que a primeira opção traz melhorias mais intuitivas na topologia da rede

Entretanto, existem lacunas no que tange em elucidar como utilizar as redes de forma prática como instrumento para construção de portfólios. Trabalhos como de Peralta e Zareei (2016) tentaram preencher essa lacuna conectando centralidade aos pesos de portfólios de mínima variância de Markovitz (1952). Entretanto o conceito de centralidade ficou ambíguo pois foi considerado somente a centralidade de autovalor e seu significado generalizado para

todas as centralidades. Outros autores também sugeriram portfólios baseados em redes para minimizar o risco sistêmico, como foi o caso discutido por Cardoso (2017). Porém, não há sugestões de uso prático das redes para definir estratégias de investimento. Dessa forma temos o seguinte problema: como utilizar as redes de correlações para compor portfólios de investimento?

Nossa hipótese considera que a posição dos ativos na estrutura da rede possa ser usada para compor portfólios. Onella et al (2003b) indicaram que os ativos com maior variância são mais centrais. Dessa forma, compomos carteiras de investimento considerando quatro medidas distintas de centralidades dos ativos. Seus valores indicam quais ativos são periféricos ou centrais, considerando sua importância na rede (centralidade de intermediação), sua proximidade com os demais vértices (centralidade de proximidade) e sua conectividade, considerando a quantidade e qualidade das ligações (centralidades de grau e autovalor).

Dessa forma, organizamos essa pesquisa em duas fases: Na primeira, definimos uma estratégia de investimento baseada na rede: comprar ações centrais e vender periféricas. Na segunda, aplicamos a estratégia e a analisamos como fator capaz de explicar retornos, conforme o modelo de Fama e French (1993) e de Carhart (1997). Por fim avaliamos o desempenho por meio do Sharpe Ratio (SHARPE, 1964) e retornos acumulados. Nosso intuito foi conectar práticas de mercado com a utilização de redes para criação de carteiras.

1.2 OBJETIVOS

Para resolvermos o problema de pesquisa precisamos alcançar os seguintes objetivos:

- Definir estratégias de investimento baseadas em redes utilizando centralidades dos vértices.
- Verificar se as estratégias baseadas nas centralidades são capazes de explicar retornos.
- Avaliar o desempenho dessas estratégias em carteira de forma utilizando índice de Sharpe.

1.3 METODOLOGIA

Utilizamos dados de fechamento dos preços e volumes diários das ações da B3 de 1995 a 2020 coletados no software *Economática*. Utilizamos também o valor do patrimônio líquido no mês de junho para todo período. Processamos os dados utilizando Python e R.

Anualmente no mês de julho, calculamos o índice *Book-to-Market (Value)*¹, Valor de Mercado (*Size*)², *Momentum*³ e a rede de correlações reduzida a MST do ano anterior (julho – junho). Nesse mês selecionamos os ativos que irão compor as carteiras por um ano, conforme as estratégias de cada um dos fatores - seguindo os modelos de Fama e French (1993) e de Carhart (1997) - e a nossa estratégia de comprar ativos centrais e vender periféricos. Calculamos os retornos diários médios das carteiras. Com base na série de retornos diários das carteiras, executamos o modelo de fatores por meio de regressão GMM (CAMPBELL; LO; MACKINLAY, 1997) e verificamos quais centralidades explicam retornos.

Após rodar os modelos de fatores calculamos o retorno acumulado e o *Sharpe Ratio* (BODIE; KANE; MARCUS, 2009). Assim, avaliamos o desempenho das carteiras que utilizam estratégias de investimento baseadas em rede de forma prática, de maneira próxima a executada pelo mercado.

1.4 ESTRUTURA

Esse trabalho se divide em 5 partes: 1 – Introdução que contextualiza, define objetivos, a relevância e resume métodos. 2- Revisão Bibliográfica que revisa retrospectiva história de Finanças de Apreçamento de Ativos e Redes Complexas. 3- Métodos que detalha a metodologia, define conceitos, modelos e dados. 4- Resultados alcançados. 5 – Conclusão sobre a pesquisa.

¹ Valor de mercado é obtido pela multiplicação da quantidade de ações de uma empresa vezes o preço de ação.

² Índice *Book-to-Market* é obtido pela razão em Valor de Mercado e Patrimônio Líquido

³.*Momentum* é a estratégia de vender as ações com tendência de queda no último ano e comprar as com a tendência de alta (JEGADEESH e TITMAN, 1993)

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 ECONOMIA E SISTEMAS COMPLEXOS

A aplicação de sistemas complexos em economia vem desde os anos 1980, com origem no Instituto Santa Fé nos Estados Unidos. Físicos e economistas foram pioneiros na tarefa de trazer novas abordagens metodológicas para o campo econômico (ANDERSON; ARROW; PINES,1988). Os principais métodos sugeridos foram modelos de otimização não lineares, fractais, sistemas dinâmicos, sistemas caóticos, modelagem baseadas em agentes e redes complexas. A incipiente possibilidade de trazer simulações e tornar a Ciência Econômica mais indutiva do que hipotético-dedutiva abriu essa diversidade de opções de modelagens que parte da ideia da atual Ciência da Complexidade.

Segundo Arthur (2018) existiam atributos da economia que apresentavam dificuldades para a modelagem tradicional econométrica, sendo necessário que essa englobasse novas metodologias. O mais característico deles é a interação dispersa. Nessa nova abordagem, a modelagem passou a focar nas interações específicas e como delas se emerge um estado agregado. O todo não é apenas a soma das partes, mas o resultado emergente das interações entre elas. Diversos modelos surgiram, como os programas de vida artificial, algoritmos genéticos, dentre outros. Nessa visão não existe um controlador central. Há uma organização hierárquica transversal com muitos canais de comunicação e interações emaranhadas. Ocorre uma adaptação contínua e evolucionária que geralmente são redes não lineares adaptativas.

Alguns dos trabalhos mais expoentes que contribuíram para essa absorção de sistemas complexos no *mainstream* em economia são: North (1990, 1981) que tratou de emergência e evolução institucional como determinantes para o crescimento econômico; Gallegatti, Kirman (1999) discutiram heterogeneidade entre os agentes econômicos, indo além do agente representativo; Leijonhufvud (2018) tratou de macroeconomia e hiperinflação; Kirman (1997) sugeriu a abordagem da análise econômica por meio de redes e grafos, sendo os agentes econômicos os vértices e a relação entre eles as ligações; Mantegna (1999) definiu um método de estruturação do mercado financeiro por meio de redes e grafos.

Por fim, Palmer, Arthur, LeBaron (1994) e Arthur, *et al.* (2018) criaram um modelo de mercado de ações artificial no qual os agentes heterogêneos aprendem estratégias de investimento. Eles descobriram que o equilíbrio das expectativas racionais predomina. Também observaram que à medida que as estratégias ficam mais complicadas, à medida que bolhas aparecem e desaparecem, também existiam pontos críticos no mercado, associados ao

comportamento dos agentes entre zonas estáveis e zonas mais complicadas. Isso os levaram a analisar também como a cognição humana interagia com a seleção de estratégias de investimento.

2.2 NETWORK FINANCE: REDES COMPLEXAS APLICADAS A FINANÇAS

A composição de portfólios de investimentos teve início com o trabalho seminal de Markovitz (1952) que discutiu a construção de portfólios diversificados de menor variância. King (1966) foi o primeiro a sugerir estruturas hierárquicas de correlação no mercado financeiro e Mantegna (1999) o pioneiro na dissecação dessas estruturas em forma de redes de correlação reduzidas a Árvores de Custo Mínimo. Entretanto a solução para o problema de construção de Árvores Mínimas se deu na década de 50, com Kruskal (1956) e Prim (1957). Ambos resolveram a questão construindo algoritmos que podiam ser aplicados manual ou computacionalmente, para determinação do tamanho mínimo de redes. Porém, somente na década de 90 que os avanços na área computacional, possibilitaram a emergência de estudos aplicados ao Mercado Financeiro.

Dessa forma, advento das MST aplicadas ao mercado financeiro, soou como se dinheiro desse em árvores por todo mundo. Bolsas por todo mundo foram mapeadas, até mesmo mercado das criptomoedas no trabalho de Giudici e Polinesi (2021).

Nas Américas, para a bolsa americana NYSE – *New York Stock Exchange*, Onnela et al. (2003b) mostraram como as redes se diferem em períodos de normalidade, Brida e Risso (2008) compararam redes de retornos e volume e Zhang et al. (2011) utilizou clusters de redes para mostrar recuperação econômica. No Brasil Tabak, Serra e Cajueiro (2010) analisaram a agregação de setores econômicos em clusters setoriais da B3. Sandoval Junior (2010) também evidenciou a dominância do setor financeiro no mercado acionário por meio de redes.

Na Europa, para a bolsa inglesa LSE – *London Stock Exchange*, Coelho et al. (2006) construiriam Árvores Geradoras Mínimas mostraram como analisar anomalias no mercado advindas de choques externos por meio delas. Garas e Agyrakis (2007) fizeram a árvore da Grécia, ASE - *Athens Stock Exchange* (ASE) de forma sofisticada incluindo Matrizes Aleatórias e corroboraram alterações topológicas nas redes em períodos de crise. Borguesi et al. (2007) analisaram MST das Bolsas de Londres, Paris, Milão de Nova Iorque mostraram diferenças entre redes *intraday* e diárias dos retornos dos ativos. Brida, Mantecanz e Seijas (2016) criaram MST para o índice Euro Stoxx 50 com foco na crise de 2008 e concluíram que em momento de crise o nível de centralização das redes de clusters aumentava. Por fim, Zhang (2021) analisou

o mercado imobiliário inglês utilizando redes e evidenciou que os preços dos imóveis da região sudeste da Inglaterra eram os que mais influenciava no preço de todo país

Para a Ásia-Pacífico, Sensoy e Tabak (2014) analisaram a dinâmica conjunta das principais bolsas da região: Japão (NIKKEI225), Índia (SENSEX), Hong Kong (HSI), China (*Shanghai Composite*), Taiwan Stock Exchange (TWSE), Tailândia (SET – *Stock Exchange of Thailand*), Malásia (FTSE Bursa- *Financial Times Stock Exchange Bursa*), Indonésia (*Jakarta Composite*), Filipinas (PSEi – *Philippine Stock Exchange index*), Austrália (ASX – *Australian Securities Exchange*), Coréia do Sul (KOSPI - *Koren Composite Stock Price Indexes*) e Cingapura (*Straits Times*) e verificaram que Hong Kong era o mais importante mercado da região e que a falta de alguns mercados mais correlacionados da rede altera a estabilidade de todo sistema. Bahaludin, Mahamood e Abdullah (2021) mostraram por meio de uma MST como os mercado da Malásia está estruturado em poucos clusters que possuem elevada correspondência setorial. Até mesmo a bolsa de Teerã foi mapeada pelo método de Mantegna, Abbasian-Naghneh, Tehrani e Tamimi, (2020)

Para África, Majapa e Gossel (2016) construíram uma Árvore Geradora Mínima para a bolsa da África do Sul. Utilizou ativos de cem companhias do JSE All Share Index (ALSI) para o ano de 2008, tendo em vista a análise de seu comportamento e evolução durante a crise. Descobriram que os ativos que dominavam a correlação do mercado naquele momento, com maior número de nós, estavam também no setor financeiro, além no de recursos naturais, para aquele país.

Entretanto, essa massiva aplicação de redes no mercado financeiro não ocorre com mesma intensidade em pesquisas para compor portfólios de investimentos. Com essa visão e na Moderna Teoria das Carteiras, Onela et al (2003) mostraram que os ativos de mínima variância coincidem, majoritariamente, com aqueles nas regiões periféricas das redes em forma de MST. Tola et al (2008) sinalizaram que os agrupamentos das redes poderiam ser utilizados para diversificação e composição de portfólios. Pozzi, Di Matteo e Aste (2013) corroboraram o pressuposto de que os ativos de mínima variância são os menos centrais. Wang et al (2015) sugeriram a criação de portfólios de mínima variância escolhendo apenas um ativo de cada cluster da rede. Baitinger e Papenbrock (2016) indicaram como as métricas de centralidades podem ser incorporadas a análise de risco de portfólios. Ren (2017) criou estratégias de investimento baseadas nas centralidades de grau, intermediação avaliando-as em diferentes horizontes de tempo. Concluiu que para o mercado chinês ativos periféricos geraram retornos maiores que os centrais. Leon et al (2017) otimizaram portfólios de investimentos por cluster e descobriram que dessa forma os portfólios adquiriram uma volatilidade mais estável. George et

al (2021) mostrou sistemas de recomendação de portfólio baseados em rede para redução de risco sistêmico.

Marti et al (2021) elencaram em seu livro o que seriam os fatos estilizados de toda literatura sobre redes e finanças até então. Dentre eles se destacam: a) empresas que pertencem aos mesmo setor econômico estão mais fortemente conectadas entre elas do que para fora delas; b) setores de energia elétrica e finanças são exemplos de fortes conexões difíceis de se desfazer; c) GE – General Electric é o centro da rede dos estados Unidos pelos mais diversos critérios; d) as MSTs encolhem durante períodos de crise e reduzem o número de clusters; e) as redes para economias desenvolvidas apresentam taxonomia compatível com a classificação setorial econômica; f) a remoção do centro da rede evidencia agrupamentos; g) a MST apresenta formato de estrela em segmentos de baixa volatilidade e de corrente em segmentos de maior volatilidade; h) Há falta de correspondência entre setores da economia e clusters da rede em mercados emergentes.

3 MÉTODOS

3.1 REDES COMPLEXAS

De acordo com Newman (2010) grafos e redes são um conjunto de nós (vértices) e ligações (*links*). Já para Barabasi (2012) redes são grafos com algum significado. Ou seja, o conceito de grafo é matematicamente restrito ao desenho de uma rede. Dessa forma um mesmo grafo poderia ser utilizado para desenhar redes diferentes, desde que existam a mesmas quantidades de vértices e mesmas ligações entre eles, diferenciando apenas o significado de cada nó e/ou das ligações.

Pra Wilson (1996) um grafo cujas ligações não formam ciclos é uma floresta. Uma floresta na qual todos vértices estão conectados é uma árvore. Cada uma das possíveis estruturas inteiramente conectadas é uma árvore geradora. Quando elas são conectadas pelo caminho cuja soma dos pesos das ligações é o menor forma-se uma das possíveis Árvore Geradoras Mínimas, ou MST- *Minimum Spanning Tree*. Soluções para criação dessas árvores veio por meio de Prim (1957) e Kruskal (1956). Eles desenvolveram algoritmos que criaram MSTs de forma sequencial, selecionando links com os menores valores e ligando nós numa estrutura conectada, no caso do primeiro e desconectada no caso do segundo. Dessa forma, o algoritmo de Kruskal (1956) também geram Florestas de Custo Mínimo. O resultado para ambos os casos não é único.

Centralidades indicam os nós mais importantes ou os mais centrais ou os mais influentes de uma rede (DAS; SAMANTHA; PAL; 2018). Freeman (1978) apresentou três medidas de centralidades básicas: grau, proximidade e intermediação. A centralidade de grau mede o grau de determinado nó, que é a quantidade de *links* que ele possui. A centralidade de proximidade Eq. [1] mede o quão um nó está próximo aos demais. Sendo n o número de vértices, $d(v, u)$ a distância mais curta entre os nós u e v , a centralidade de proximidade do nó u , $CP(u)$, é dada por:

$$CP(u) = \frac{n-1}{\sum_{v=1}^{n-1} d(v,u)} \quad [1]$$

A centralidade de intermediação Eq. [2] é a quantidades de vezes que um nó está no caminho mais curto entre outros dois. Sendo V um grupo de nós, $\vartheta(s, t)$ é o número de caminhos mais curtos entre os nós s e t e $\vartheta(s, t|v)$ é o número de caminhos mais curtos que

passam pelo nó v . Por convenção: $s = t \rightarrow \vartheta(s, t) = 1$, $v \in \{s, t\} \rightarrow \vartheta(s, t|v) = 0$ e $\frac{0}{0} = 0$ (BRANDES, 2008). Assim a $CI(v)$ centralidade de intermediação do nó v é dada por:

$$CI(v) = \sum_{s,t \in V} \frac{\vartheta(s,t|v)}{\vartheta(s,t)} \quad [2]$$

Bonacich (1972) também apresentou a centralidade de autovalor Eq. [3] a qual pondera positivamente conexões entre nós de maior centralidade de grau. Sendo R a matriz adjacência, λ uma constante necessária para uma solução diferente de zero, a Centralidade de Autovalor do nó i $e(i)$ é dada por:

$$\lambda e(i) = \sum_j R_{ij} e_j \quad [3]$$

3.2 FINANÇAS DE APREÇAMENTO DE ATIVOS

O modelo seminal de Markowitz (1952) apontou que existe uma fronteira eficiente composta de ativos cujos retornos apresentavam a menor variância. Na intenção de mostrar onde a alocação seria feita nessa fronteira eficiente, surge o modelo CAPM- *Capital Asset Pricing Model* Eq. [4], introduzido por Sharpe (1964) e Lintner (1965). Esse se baseou na covariância entre o retorno da carteira e o retorno do mercado, descontado o retorno livre de risco. O modelo foi aperfeiçoado por Merton (1973) e o ICAPM- *Intertemporal Asset Pricing* edificado, considerando a restrição orçamentária, reinvestimento, antecipação e suavização do consumo. Posteriormente Lucas (1978) também fundamentou o CCAPM – *Consumption Capital Asset Pricing Modeling* que relacionou consumo e retorno dos ativos. Todos esses modelos, entretanto, geraram resultados distintos dos observados empiricamente.

$$E[R_i] - R_z = \frac{cov(R_i, R_m)}{var(R_m)} (E[R_m] - R_z) \quad [4]$$

Segundo Back (2017, pag.128) $E[R_i]$ é retorno esperado do ativo i , $E[R_m]$ é retorno esperado do mercado e R_z é retorno do ativo livre de risco. $\frac{cov(R_i, R_m)}{var(R_m)}$ é o chamado β do ativo que mede a sensibilidade dos retornos de determinado ativo ou carteira em relação ao mercado e é utilizado para aferir sua exposição.

Outras medidas relevantes para avaliar carteiras de investimento é Índice de Sharpe ou *SR – Sharpe Ratio* (SHARPE,1966) Eq. [8] e o VaR – Value at Risk (JORION, 2002) Eq. [9]. O SR capta retornos em excesso acima do nível da volatilidade da carteira. Consideremos que o retorno de um ativo i , R_t^i Eq. [5] é o log retorno com base nos preços do período atual P_t^i e anterior P_{t-1}^i :

$$R_t^i = \ln P_t^i - \ln P_{t-1}^i \quad [5]$$

O retorno de uma carteira c com n ativos ao longo de um tempo T é R_T^c Eq. [6]. Sua volatilidade é σ_T^c Eq. [7]. A covariância entre quaisquer dois ativos i e j dessa carteira é denotada como σ_{ij}^2 e a variância de cada um deles σ_i^2 . Dessa forma temos:

$$R_T^c = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{R_t^i}{n} \quad [6]$$

$$\sigma_T^c = \sum_{i=1}^{i=n} \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{i=n} \sigma_{ij}^2 \quad [7]$$

$$\sigma_{i,t}^2 = E[(R_t^i)^2] - E[R_t^i]^2 \quad [8]$$

Sendo $\sigma_{i,t}^2$ a variância descontando-se o retorno do ativo livre de risco ao longo do tempo t , o índice de Sharpe de um ativo é:

$$SR_t^i = \frac{R_t^i - R_t^z}{\sqrt{\sigma_{i,t}^2}} \quad [9]$$

O SR indica a performance do excesso de retorno de uma carteira em relação ao risco. Valores positivos indicam que o retorno da carteira está acima do retorno livre de risco. Valores acima de 1 indicam que o retorno está superando o risco. Carteiras com alta volatilidade possuem SR menor.

O VaR, por sua vez, indica o valor da perda máxima esperada em um horizonte de tempo. Possui várias abordagens, dentre elas se destacam o Var Paramétrico e o Var Histórico. O primeiro considera que os dados são distribuídos normalmente verifica os valores a esquerda de um limite de intervalo de confiança $1 - \alpha$ preestabelecido (normalmente 95% ou 99%). Já o segundo considera um percentil de 95% ou 99% contabilizando os valores fora desse limite.

Já o APT- *Arbitrage Pricing Theory* (ROSS, 1976) considerou que os processos

geradores dos retornos eram descritos por meio de fatores explicativos, também denominados Fatores de Risco. Dessa forma, Fama e French (1993, 1996) recapitularam o modelo CAPM adicionando *features* de estratégias de investimento ao modelo como fatores. O modelo Fama e French (1993) de três fatores consegue explicar 95% dos retornos Eq. [9]. O modelo Carhart (1997) Eq. [10] adiciona a estratégia *Momentum* de Jegadeesh e Titman (1993) complementando ainda mais o modelo e sendo comumente utilizado e monitorado no mercado. Fama e French (2004) adiciona mais fatores e Fama e French (2016) chega até cinco fatores.

$$E[R_i] - R_z = \beta_1 (E[R_m] - R_z) + \beta_2 SMB + \beta_3 HML \quad [9]$$

$$E[R_i] - R_z = \beta_1 (E[R_m] - R_z) + \beta_2 SMB + \beta_3 HML + \beta_4 WML \quad [10]$$

Sendo SMB a estratégia de vender ativos de empresas de grande valor de mercado e comprar das menores; HML vender das empresas de baixo índice *Book-to-Market* e comprar das de elevado índice; WML vender os perdedores e comprar as vencedoras.

3.3 MODELAGEM DE DADOS

Utilizamos bases diárias de 1995 a 2020 de preços, quantidade total de ações e patrimônio líquido de ativos negociados em pelo menos 80% dos dias de funcionamento da bolsa de valores. Foram excluídos ativos de empresas do mesmo grupo e optamos por manter ações preferenciais em detrimento das ordinárias. A base de preços e quantidade total de ações, preenchemos espaços vazios com a informação do último dia. Na base do patrimônio líquido usamos interpolação linear para preencher os dados remanescentes. Removemos os pontos discrepantes considerando 5 desvios padrão para mais ou para menos. Preenchemos as lacunas resultantes por meio de interpolação linear.

Para o modelo de fatores, calculamos o Valor de Mercado multiplicando o preço diário de cada ativo por sua quantidade total disponível. Obtemos o Índice *Book-to-Market* dividindo o Valor de Mercado pelo Patrimônio Líquido. Também obtemos os retornos em termos de log retornos conforme Eq. [4]. O retorno de mercado é obtido com base no índice Bovespa. Após obter as variáveis dos fatores removemos os outliers de todas as séries, considerando outlier valores acima de 5 desvios padrões. Substituímos os outliers por meio de interpolação linear. Foi utilizado o CDI como retorno livre de risco.

Para construção das redes avaliamos a correlação parcial e de Pearson, segundo Wang,

Chie e Stanley (2018). A primeira considera apenas o efeito de um ativo sobre outro controlando os demais. A segunda considera os efeitos indiretos.

Sendo r_i os log-retornos do ativo i , a correlação de Pearson $\rho_{ij}(\Delta t)$ entre dois ativos quaisquer i e j no período t de análise é dado por:

$$\rho_{ij}(\Delta t) = \frac{E(r_i r_j) - E(r_i)E(r_j)}{\sqrt{(E(r_i^2) - E(r_i)^2)(E(r_j^2) - E(r_j)^2)}} \quad [11]$$

Sendo $C_{i,j}$ os elementos da matriz de correlação de Pearson que correlacionam os ativos i e j , os elementos da matriz matrix de correlação parcial $C_{i,j}^*$ são dados por:

$$C_{i,j}^* = -\frac{c'_{i,j}}{\sqrt{c'_{i,i} c'_{j,j}}} \quad [12]$$

Utilizamos a distância de Gower (1966), conforme Bonnano, Lilo e Mantegna (2010) e Bonnnano et. Al. (2003):

$$d_{ij}(\Delta t) = \sqrt{2[1 - \rho_{ij}(\Delta t)]} \quad \text{ou} \quad \sqrt{2[1 - C_{i,j}^*(\Delta t)]} \quad [13]$$

$d_{ij}(\Delta t)$ = distância entre i e j no período t

3.4 FATORES DE RISCO

Todo ano no mês julho, após divulgação dos resultados das empresas em junho, construímos nossos fatores, com base em Carhart (1997), adicionando um quinto fator: CMP – Centro menos Periferia, a qual se trata de comprar ações centrais e vender periféricas. Os demais fatores do modelo foram: (i) SMB – *Small minus Big*: comprar ações de pequeno Valor de Mercado e vender das de grande valor. (ii) HML-*High minus Low*: comprar ações de empresas com alto índice *Book-to-Market* e vender de baixo índice. (iii) WML- *Winners minus Losers*: comprar ações vencedoras e vender perdedoras. Todas as carteiras são formadas em julho considerando o período de um ano anterior: julho-junho.

Seguindo Fama e French (1993), para chegarmos aos fatores consideramos que as ações de grande Valor de Mercado (*Big*) foram aquelas 50% primeiras empresas ranqueadas de acordo

com seu Valor de Mercado. As de pequeno Valor de mercado as 50% últimas (*Small*). As 30% primeiras empresas ranqueadas de acordo com índice *Book-to-Market* são as de alto índice (*High*), as 30% últimas baixos índice (*Low*) e as 40% demais medianas (*Medium_BM*). Os ativos ganhadores (*Winners*) são os 30% maiores retornos acumulados. Os perdedores (*Losers*) os 30% últimos retornos. Os demais 40% são considerados medianos (*Medium_MOM*). Por fim, as centrais (*Centrais*) são os 30% maiores valores da centralidade, em relação ao maior valor. As periféricas (*Periféricas*) são os 30% menores valores da centralidade, em relação ao menor valor. De todas as combinações possíveis, resultaram 45 carteiras das interseções dos ativos que as compõe. Dessas carteiras, calculamos os fatores SMB, HML, WML e CMP. Ressaltamos a importância da aplicação do percentual sobre os valores e não sobre o ranque para obtenção de carteiras e periféricas. Havia muitos ativos periféricos e apenas alguns centrais, o que deriva do próprio conceito de Mundo Pequeno (BUCHANAN, 2003). Se optássemos pelo ranque correríamos o risco de selecionar ativos periféricos como se fossem centrais.

O fator SMB é obtido diferença entre o retorno médio de todas as carteiras que foram *Small* com todas que foram *Big*. O fator HML foi obtido calculando-se o retorno médio das carteiras *High* menos o retorno médio das carteiras *Low*. De forma semelhante obtemos o fator WML subtraindo-se a série dos retornos diários médios dos *Losers* das séries de retornos médios dos *Winners*. Por fim, a CMP é calculada retorno médio diário das carteiras *Centrais* menos o retorno médio diário das carteiras *Periféricas*. A variável dependente

Esse último para cada uma das centralidades de intermediação, proximidade, grau e autovalor. Por fim o modelo foi estimado utilizando-se o GMM - *Generalized Method of Moments* de Hansen (1982), conforme especificação:

$$E[R_i] - R_z = \beta_1 (E[R_m] - R_z) + \beta_2 SMB + \beta_3 HML + \beta_4 WML + \beta_5 CMP \quad [11]$$

3.5 MODELO GMM

Segundo Greene (2002) e Hayashi (2000) o modelo GMM – *Generalized Method of Moments* não assume presunções de distribuição e apresenta resultados consistentes, eficientes e normalmente assintóticos. Para sua estimação são necessárias apenas as condições de momento sobre os dados. Essas condições são funções, formulações, deduções sobre os parâmetros do modelo e/ou sobre os dados de forma que sua expectativa condicional seja igual a zero, por exemplo a soma dos resíduos.

Segundo Shanken; Zhou (2007) as condições de momento para o modelo multifatores de Fama e French é dado por:

$$E \left[\varepsilon_t \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ F_t \end{pmatrix} \right] = E \left[\begin{pmatrix} R_t - \alpha - \beta F_t \\ (R_t - \alpha - \beta F_t) \otimes F_t \end{pmatrix} \right] = 0 \quad [12]$$

Considere F sendo um fator do modelo multifatores, $g_t(\theta)$ uma amostra de condições de momento de forma que $\theta = (\lambda', \beta_1' \dots \beta_k')$ é o vetor dos momentos e $L = K + 1$ e $Z_t = (1, F_t)'$.

$$g_t(\theta) = \frac{1}{T} \sum_1^T \varepsilon_t(\theta) \otimes Z_t \quad \text{NL} \times 1 \quad [13]$$

Considere γ o vetor de parâmetros e $\lambda_0 = \gamma_0$ e $\lambda_k = \gamma_k - E[F_k]$. O estimador GMM requer a solução:

$$\begin{aligned} \min Q &= g_t(\theta)' W_T g_t(\theta) \\ \text{Restrita a: } \alpha &= \lambda_0 \mathbf{1}_N + \lambda_1 \beta_1 + \dots + \lambda_k \beta_k \end{aligned} \quad [14]$$

Dessa forma, de uma maneira geral, os estimadores convergem aos valores dos parâmetros por meio da iteração e otimização em busca do mínimo global que expressa a menor distância entre as condições de momentos definidas e daquelas que seriam estimadas pelos parâmetros do modelo. Isso ocorre de maneira semelhante ao treinamento dos modelos de aprendizado profundo, por exemplo.

3.6 MÉTRICAS DE AVALIAÇÃO DE CARTEIRA

Anualmente em julho avaliamos as estratégias de investimentos das centralidades e compomos carteiras de intermediação, proximidade, grau e autovalor. No final de cada período avaliamos o desempenho das carteiras por meio do retorno Eq.[5], desvio-padrão (volatilidade) Eq.[8] e índice de Sharpe Eq.[9].

4 RESULTADOS

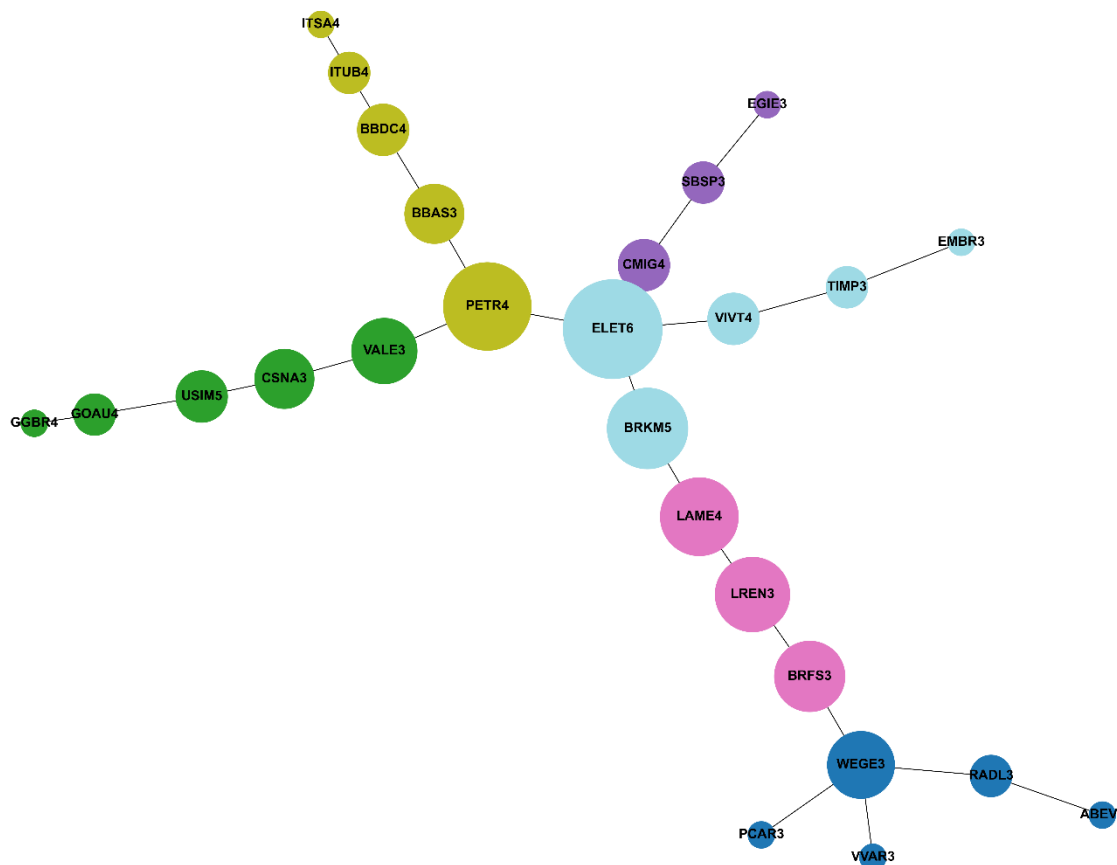
4.1 ANÁLISE EXPLORATÓRIA EM REDES

Com base nos dados estruturados seguindo os passos de nossa Modelagem de Dados, criamos uma MST correlações parciais (Partial-MST) e uma MST de correlações de Pearson (Pearson-MST) representativas de todos 25 anos de dados de nossa base. Nossa intenção foi comparar as estruturas e escolher o método de correlação mais apropriado para nossos estudos.

Identificamos grupos com base na máxima modularidade⁴, desenhamos as redes utilizando o leiaute Kamada-Kawai (KAMA, *et al.*, 1989), sendo o tamanho dos vértices proporcional a sua importância, seguindo a Centralidade de Intermediação.

A Partial-MST, Figura 1, apresenta a PETR4 e a ELET6 como os ativos mais centrais e os mais periféricos ITSA4, EGIE3, GGBR4, EMBR3, ABEV3, PCAR3 e VVAR3. Elegantemente associou 6 grupos ligados aos seguintes setores econômicos: 1- Setor Financeiro; 2- Indústria Pesada; 3-Lojas de Departamento; 4- Saneamento e Energia; 5-

Figura 1 – MST Correlações Parciais de 1995 a 2020



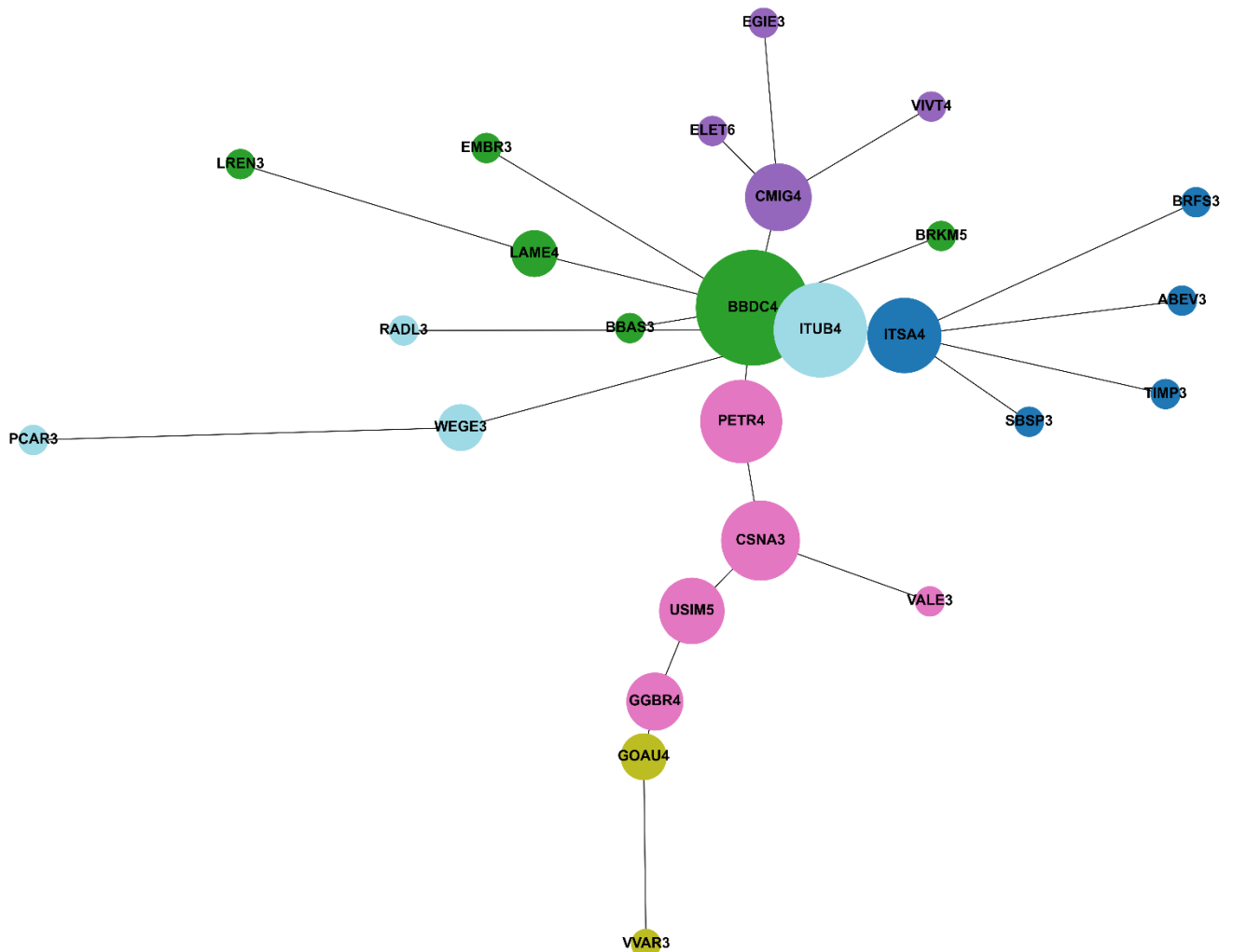
⁴ Agrupamento seguindo o algoritmo Lou-Vain de Bladel *et al.* (2008)).

Comunicação e 6-Eletrônico. Seu comprimento total foi de 21,03 e a distância de correlação média 0,84

A Pearson – MST, Figura 2, já nos apresenta o BBDC4 como ativo mais central, ao lado de PETR4 e ITUB4. O ativo BBDC4 centraliza as conexões da rede. A ele diversos clusters se conectam, como o ligado ao setor energia, em roxo, lojas de departamentos, verde e da própria PETR4 ligada às indústrias pesadas. Por sua vez do lado do ITUB4 estão as empresas de alimentos e construção civil. Seu comprimento total foi de 14,04 e a distância de correlação média 0,57

As estruturas de correlação parcial mostram as relações diretas entre os ativos, expurgando efeitos indiretos. Possuem comprimento e distâncias maiores já que a correlação parcial costuma ser menor que a correlação de Pearson – Figura 4. Como essa última medida mostra também os efeitos indiretos, ela traz mais informações e mapeia o contágio entre os elementos e o *feedback*. Ou seja, consegue dissecar uma totalidade maior de efeitos sobre a

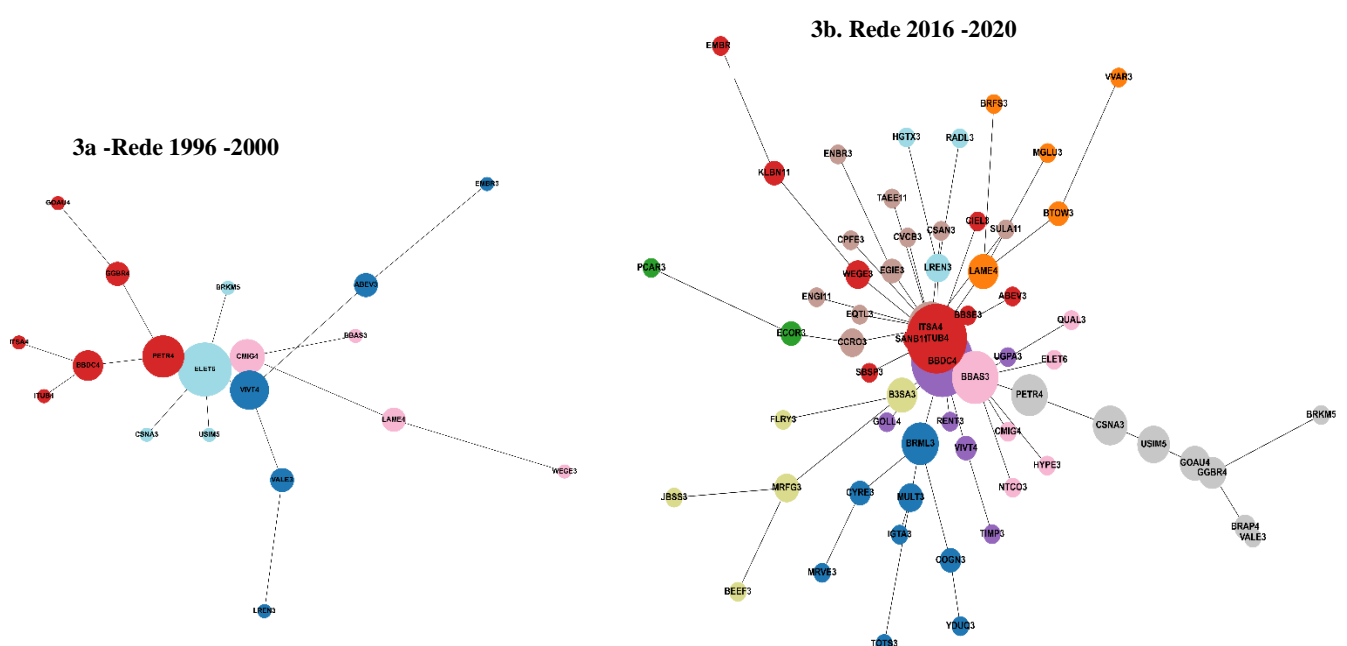
Figura 2 – MST Correlações de Pearson de 1995 a 2020



correlação. Assim, para nossa análise efeitos indiretos são relevantes pois refletem o comportamento mais completo dos diferentes tipos de ativo ao absorverem determinada informação. Esse é justamente o mapeamento desejado ao se dissecar uma estrutura de mercado em forma de rede. Entretanto, caso fosse desejável encontrar origem do fluxo dessas informações a MST-Partial seria mais relevante, o que é não objeto desse estudo.

Além disso, construímos redes de 5 em 5 anos para que possamos explorar sua evolução a longo prazo⁵. De 1996 a 2000 os centros são as estatais PETROBRAS e ELETROBRAS. Nesse período os principais agentes do mercado acionário eram empresas estatais. Nos 5 nos seguintes CEMIG, USIMINAS e GERDAU passaram ser predominantes nesse mercado. O setor da indústria pesada e o de energia elétrica, passaram a corresponder pela maior parte da absorção das informações e o preço desses ativos tinham capacidade de levantar ou abaixar todo mercado da B3 na época. De 2006 a 2010 os Bancos passaram a dividir esse papel central com as indústrias pesadas, sendo as mais importantes empresas GERDAU e BRADESCO. Cluster relacionado a energia elétrica ficou bem definido, conectado ao cluster da indústria pesada, especificamente sendo intermediado pela USIMINAS. Foi a primeira vez que um setor econômico como um todo pode ser identificado como um cluster. Nossa análise dinâmica das redes DST -Figura 3 – também mostra dados que indicam uma mudança de estado nesse sistema após 2008, com vários indicadores dos momentos das redes anuais se alterando sua variabilidade de um período para outro. As expectativas dos agentes se consolidaram numa

Figura 3 – Amostra de Redes 5 em 5 anos

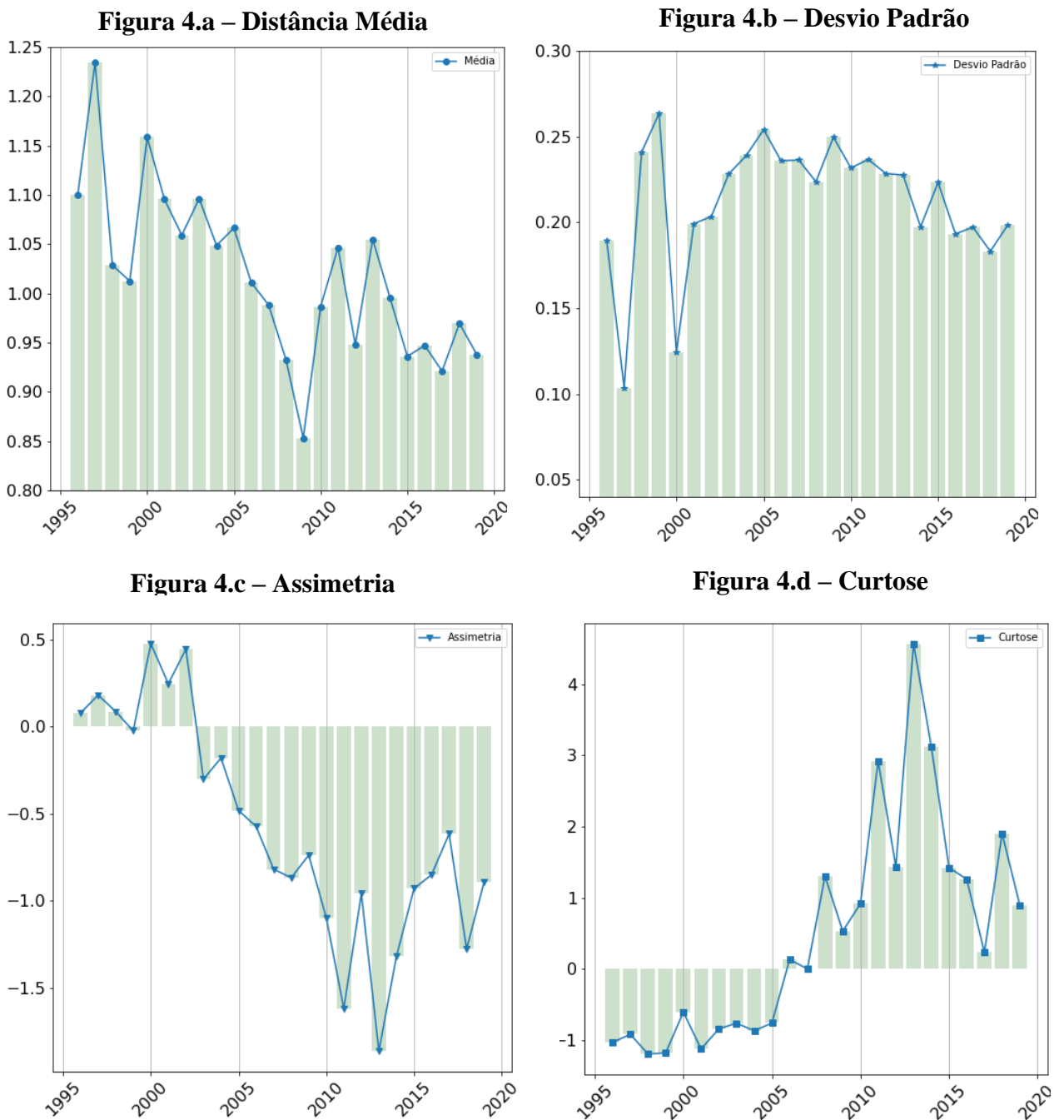


⁵ Apêndice D

nova estrutura para o mercado evidentemente mais financeira.

No próximo quinquênio já fica claro o papel central do mercado financeiro após a crise de 2008. Quatro grandes clusters são identificados: o central ao qual todos demais se conectam, do setor financeiro com centro em ITAU e BRADESCO. Outros três são da construção civil, da energia elétrica e das indústrias pesadas. Seguramente esses foram os setores econômicos mais importantes no período com capacidade de contagiar positivamente quanto negativamente toda economia brasileira no período. Por fim, a rede dos últimos 5 anos, 2016 a 2020, corrobora esse novo estado de equilíbrio, com bancos como agentes centrais e estruturas e clusters inteiros

Figura 4 – DST: *Dynamical Spanning Tree*



diretamente ligados a eles, indicando a dependência de diversos setores e da economia do setor financeiro.

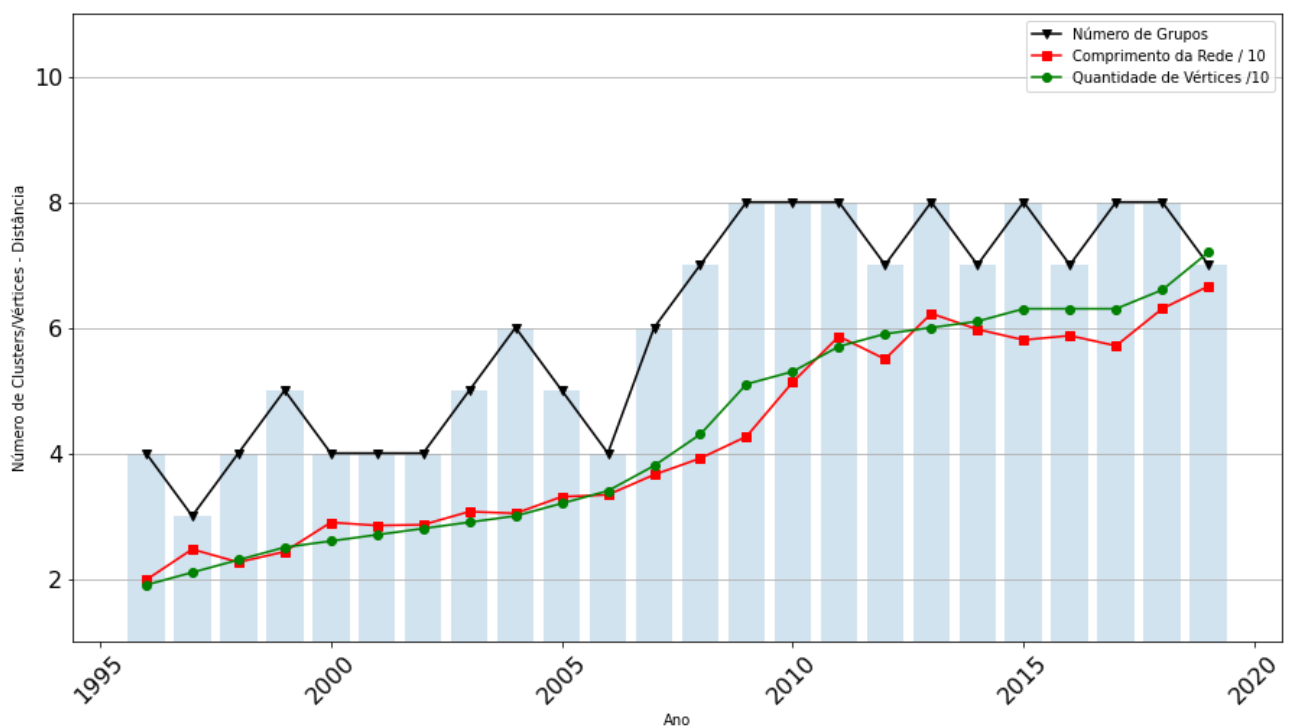
Também analisamos a dinâmica anual dos momentos da distribuição das correlações, técnica denominada DST – *Dynamical Spanning Tree* (ONELA ET AL, 2003) explorando nossos dados em redes. A Figura 4 traz a Pearson DST para o período. O item 4.a mostra a evolução da distância média de correlação. Quanto menor esse valor maior a correlação, maior a volatilidade e o nível de risco sistêmico e de mercado, segundo Marti et al (2021). Há uma evidente tendência de redução da distância média entre os vértices até 2009, indicando aumento do nível de risco sistêmico, o risco de colapso total do sistema econômico.

A partir de então, esse nível se manteve em aparente estabilidade até 2015, quando apresentou forte queda e em seguida apresentou de estabilidade.

O item 4.b traz o desvio padrão em relação à média da distância de correlação. Seu valor apresentou variabilidade maior nos anos 2000. Após esse período atingiu máximos locais em 2009 e 2005. Seu valor aumentou até 2006, estabilizou-se até 2010 e desde então apresentou tendência de queda. O maior valor anual ocorreu em 2001.

No período de 1996 até 2000 ocorreram anos com assimetria positiva, conforme item 4.c. Isso significou ocorrência de eventos de maiores distâncias entre os nós. Além disso, a curtose abaixo de 3 nesse período indica uma curva platicúrtica, ao contrário da maioria dos demais anos. A partir do século XXI, a assimetria passou a se tornar cada vez mais negativa e a curtose

Gráfico 1 – Grupos, Vértices e Comprimento - Partial



cada vez mais leptocúrtica, até 2008, período a partir de do qual ambos os momentos apresentaram relativa estabilidade. Cardoso (2017) sugeriu que essas medidas poderiam estar relacionadas as expectativas das pessoas em relação ao mercado.

Entretanto, não está suficientemente claro se essa variação ocorreu devido a absorção da informação externa ou ao aumento do número de ativos disponíveis para elaboração das redes, como está explicitado no Gráfico 1. O número de nós cresceu e o comprimento da rede também de forma sincrônica. Porém a variação do crescimento do número de grupos foi menos evidente, especialmente no período após 2008.

4.2 MODELO DE FATORES

Para avaliar se as redes têm capacidade de explicar retornos as incluímos como fatores adicionais no modelo de Carhart (1997). Utilizamos como benchmark o modelo de Fama e French (1993) de 3 fatores e o próprio modelo de Carhart (1997) de 4 fatores.

Tabela 1 – Modelo 3 Fatores - Fama e French

Fatores	Parâmetros	t	p-values	GRS	GRS p
Mercado	0,6980	49,6643	0,0000	79,2513	0,000
SMB	0,2357	4,3115	0,0000		
HML	-0,1331	-3,6257	0,0000		

Tabela 2 – Modelo 4 Fatores - Carhart

Fatores	Parâmetros	t	p-values	GRS	GRS p
Mercado	0,5875	30,7675	0,0000	0,7225	0,3953
SMB	0,2757	8,8984	0,0000		
HML	-0,0781	-1,1872	0,2351		
WML	-0,0589	-1,5166	0,1293		

Fama e French (1993) já deixaram claro em que o seu modelo de 3 fatores é capaz de explicar 95% dos retornos. Os fatores adicionais estarão na margem e dessa forma pequenas variações podem dizer muito sobre o poder explicativos dos fatores.

O resultado da regressão GMM para o modelo de 3 fatores, na Tabela 1, indicou que todos eles se mostraram estatisticamente significantes. Quando evoluímos para o modelo de quatro fatores, o fator *Momentum* (WML) e o fator *Value* (HML) se mostraram estatisticamente insignificantes.

Tabela 3 – Fatores de Centralidade

Centralidade de Intermediação					Correlações				
Fatores	Parâmetros	t	p-values	GRS_P	Mercado	SMB	HML	WML	CMP
Mercado	0,7350	43,5147	0,0000	0,1901					
SMB	0,1832	3,1060	0,0019		-0,43				
HML	-0,0870	-0,4992	0,0329		-0,23	0,67			
WML	-0,2590	-7,0593	0,0000		-0,13	-0,07	-0,06		
CMP	-0,1948	-8,7204	0,0000		0,62	-0,44	-0,16	-0,05	
Centralidade de Proximidade					Correlações				
Mercado	Parâmetros	t	p-values	GRS_P	Mercado	SMB	HML	WML	CMP
Mercado	0,7358	31,3141	0,0000	0,7246					
SMB	0,0870	1,3863	0,1653		-0,43				
HML	-0,0235	-1,7366	0,6176		-0,18	0,64			
WML	-0,2937	-7,6734	0,0000		-0,12	-0,05	-0,06		
CMP	0,4252	11,8028	0,0000		-0,56	0,44	0,18	0,00	
Centralidade de Grau					Correlações				
Mercado	Parâmetros	t	p-values	GRS_P	Mercado	SMB	HML	WML	CMP
Mercado	0,6825	22,2187	0,0000	0,0860					
SMB	0,1737	1,9868	0,0469		-0,43				
HML	-0,0531	-0,8782	0,3797		-0,20	0,66			
WML	-0,2022	-4,3136	0,0000		-0,12	-0,07	-0,08		
CMP	-0,1674	-3,9880	0,0000		0,50	-0,40	-0,21	-0,02	
Centralidade de Autovalor					Correlações				
Mercado	Parâmetros	t	p-values	GRS_P	Mercado	SMB	HML	WML	CMP
Mercado	0,6877	29,8782	0,0000	0,2386					
SMB	0,1735	3,1986	0,0032		-0,43				
HML	-0,0449	-0,6351	0,5253		-0,19	0,65			
WML	-0,0410	-1,2571	0,2087		-0,12	-0,07	-0,07		
CMP	-0,1830	-6,0258	0,0000		0,47	-0,34	-0,25	0,00	

O teste GRS (GIBBONS; ROSS; SHANKEN, 1986) possui hipótese nula que os alfas da regressão em relação ao mercado é igual a zero. De maneira intuitiva, um alpha igual a zero indica que as variáveis independentes seriam suficientes para explicar a variável dependente, de acordo com seu nível de erro. O modelo de 3 fatores o teste GRS está na área de rejeição da hipótese nula o que sugere que há mais informação fora das variáveis. Já o modelo de Carhart na área de aceitação da hipótese nula sugere que as variáveis seriam suficientes, considerando-se o erro.

A Tabela 3 traz os resultados dos modelos multifatores para a capacidade de centralidades das redes em explicar retornos. Todas quatro centralidades passaram no teste de significância e individualmente indicando uma relação de causa e efeito.

O destaque reside na centralidade de intermediação, que não apenas contribuiu para explicar a variável dependente como também sua inclusão tornou estatisticamente significativa os fatores *Value* e *Momentum*, até então descartado pelos modelos de 3 fatores e de Carhart. Os destaques negativos foram centralidade de autovalor e proximidade cuja inclusão no modelo

tornou estatisticamente insignificante outros dois fatores. Por fim, podemos concluir que as centralidades são capazes de explicar retornos mesmo que em diversas intensidades.

4.3 ANÁLISE DE CORRELAÇÃO ENTRE OS FATORES DE REDE

No âmbito da discussão das correlações de Pearson versus correlações Parciais, optamos por realizar uma análise de correlação utilizando e comparando os dois métodos– Figura 5.

Figura 5
Heatmap de Correlações

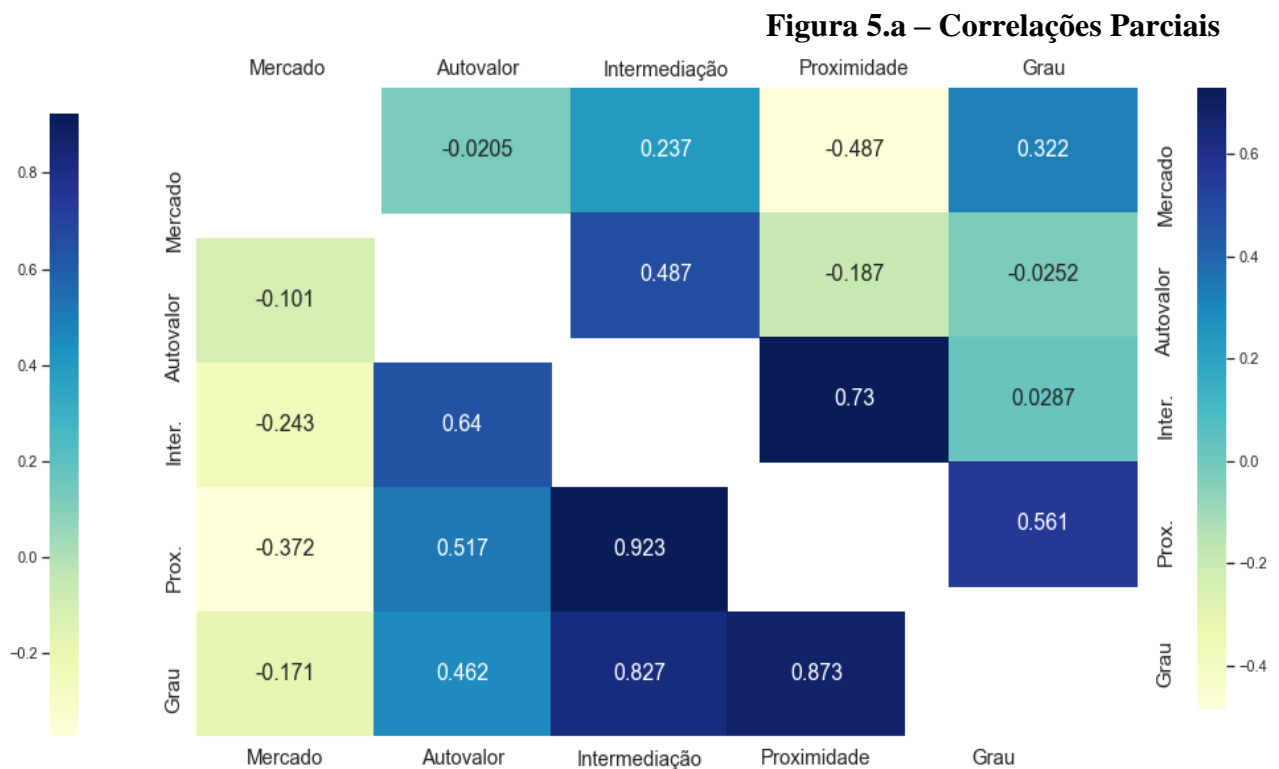


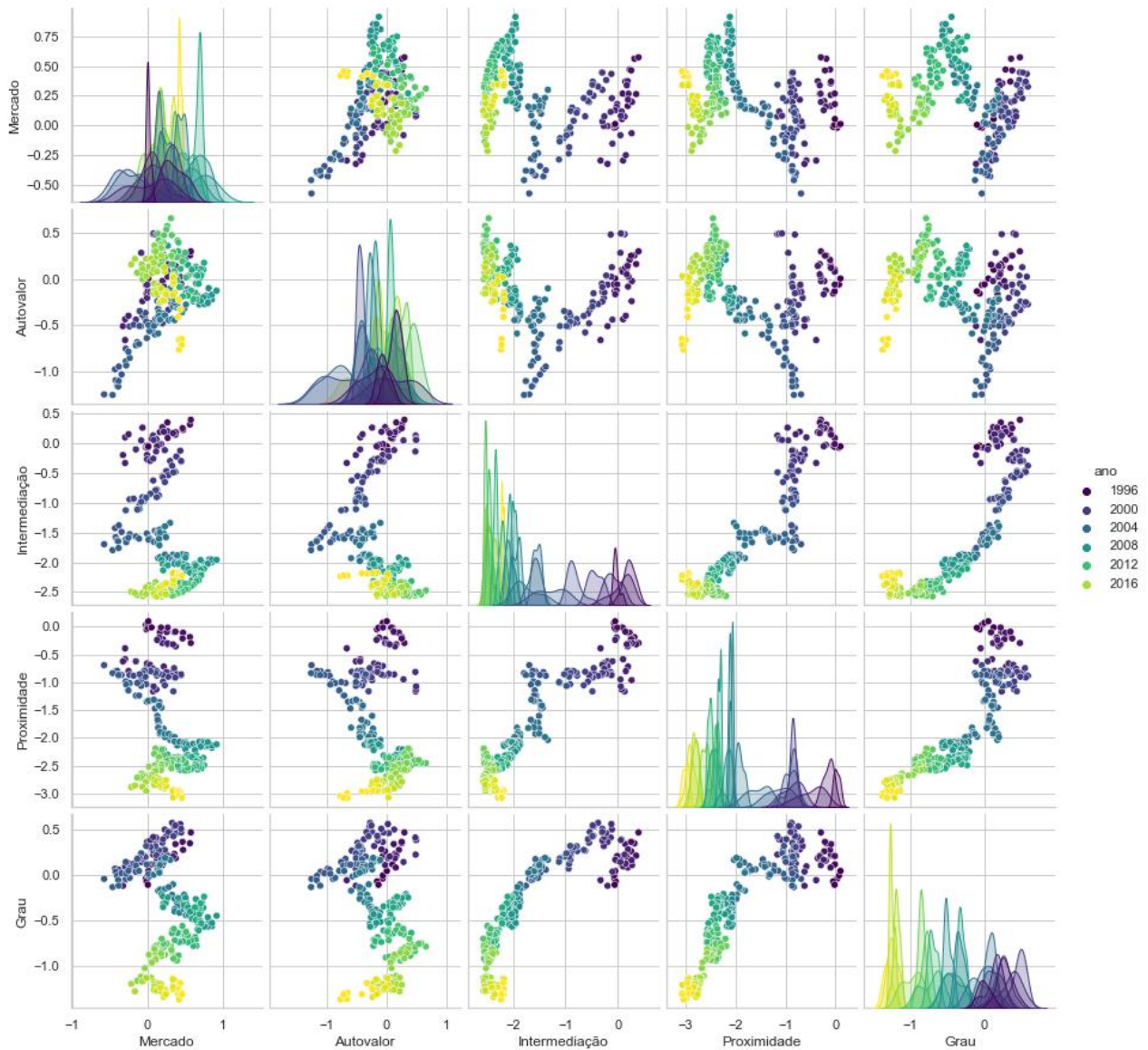
Figura 5.b – Correlações Pearson

As correlações de Pearson do fator mercado com os demais fatores foram majoritariamente negativas. Entretanto, as correlações parciais para o mesmo fator mostram resultados positivos para intermediação e grau. O grande destaque reside na correlação entre os retornos das carteiras de Centralidade de Grau e Intermediação que tanto para correlação parcial quanto para Pearson foram as mais fortes. As demais correlações denotam efeitos diretos diferenciados dos efeitos indiretos e correlações parciais menores que a de Pearson.

Outro ponto reside na periodicidade das correlações. A Figura 6 traz a distribuição e dispersão dos fatores por ano. Dependendo do ano da análise a correlação entre os fatores pode

ser positiva ou negativa. Isso ocorre porque nossas carteiras são atualizadas anualmente no mês de julho e os ativos que as compõe podem se alterar dependendo do seu comportamento no ano anterior, se foi mais periférico ou central.

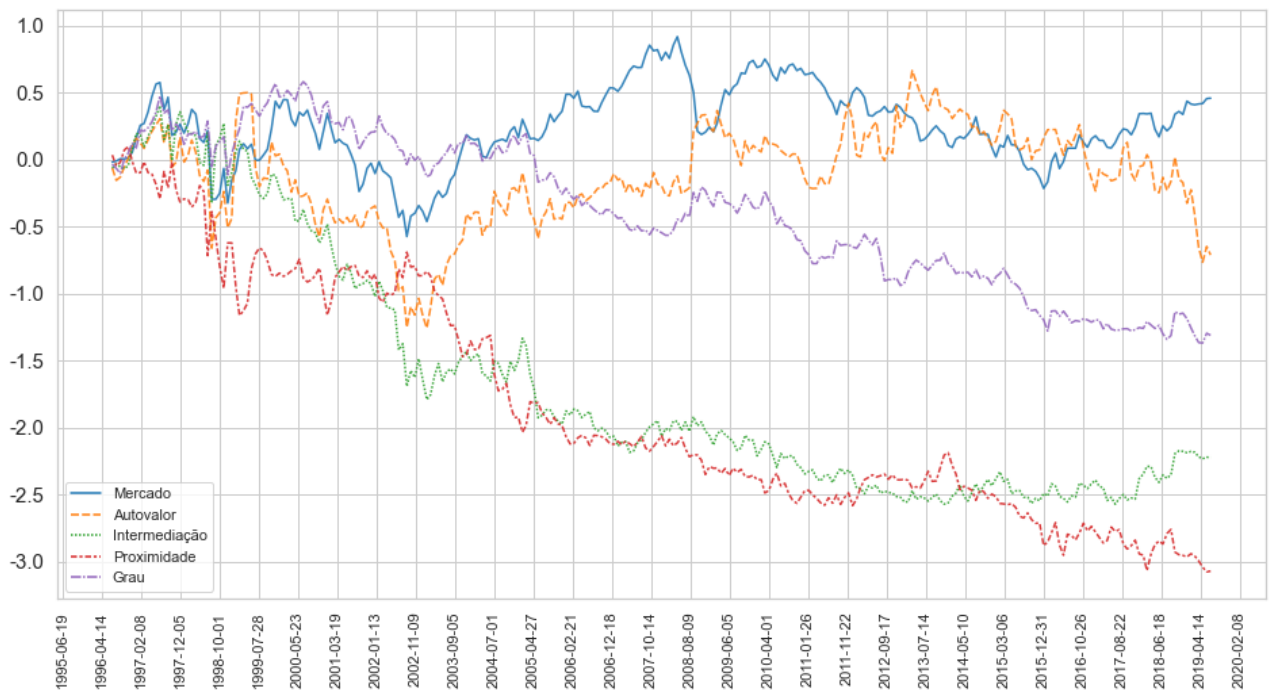
Figura 6 – Pairplots dos Fatores



4.4 AVALIAÇÃO DE CARTEIRAS

Os fatores de rede com os maiores retornos mensais em excesso acumulados foram Autovalor e Grau. O Gráfico 2 mostra essa evolução. No período de 2012 até 2015 o fator Autovalor chegou a superar o mercado, mas de maneira geral a estratégia

Gráfico 2
Retornos Acumulados dos Fatores de Centralidade



não superou o CDI com valores acumulados abaixo de zero. A exceção está no período até aproximadamente o ano 2000, quando a maioria dos deles conseguiram ter excesso de retornos maiores que o mercado. Porém isso pode estar associado a baixa quantidade de ativos eleitos para análise nesse período.

Mesmo apresentando uma tendência de queda nos retornos acumulados, investidores podem usufruir de variações positivas no curto prazo e terem ganhos. O Gráfico 3 e o Gráfico 4 mostram o índice de Sharpe (SR) para retornos acumulados durante 1 mês, 1 ano, 5 anos, 10 anos e 20 anos. Para os fatores Intermediação, Grau e Proximidade quanto maior for o longo prazo pior o SR. A média móvel com os maiores SR foi a de aproximadamente 1 ano, mesmo assim apresentou variações negativas e positivas, acima de 25 e abaixo de -25. Já para o fator Autovalor o desempenho foi diferente - Gráfico 3. Os períodos de 1, 5 e 10 anos apresentaram elevados SR, porém com expressivas variações negativas.

A estratégia de CMP de comprar ações centrais e vender periféricas se mostrou suficiente para explicar retornos, mesmo que negativos. Porém, o desempenho das carteiras não foi bom, especialmente no longo prazo. Isso mostrou que alterações na estratégia deveriam aplicadas. Assim, considerando que os ativos mais periféricos estariam embutidos de correlação zero ou negativa, consideramos diversificar as carteiras, compondo-as dos elementos centrais e periféricos na modalidade comprada,

Gráfico 3 - Índice de Sharpe –Autovalor

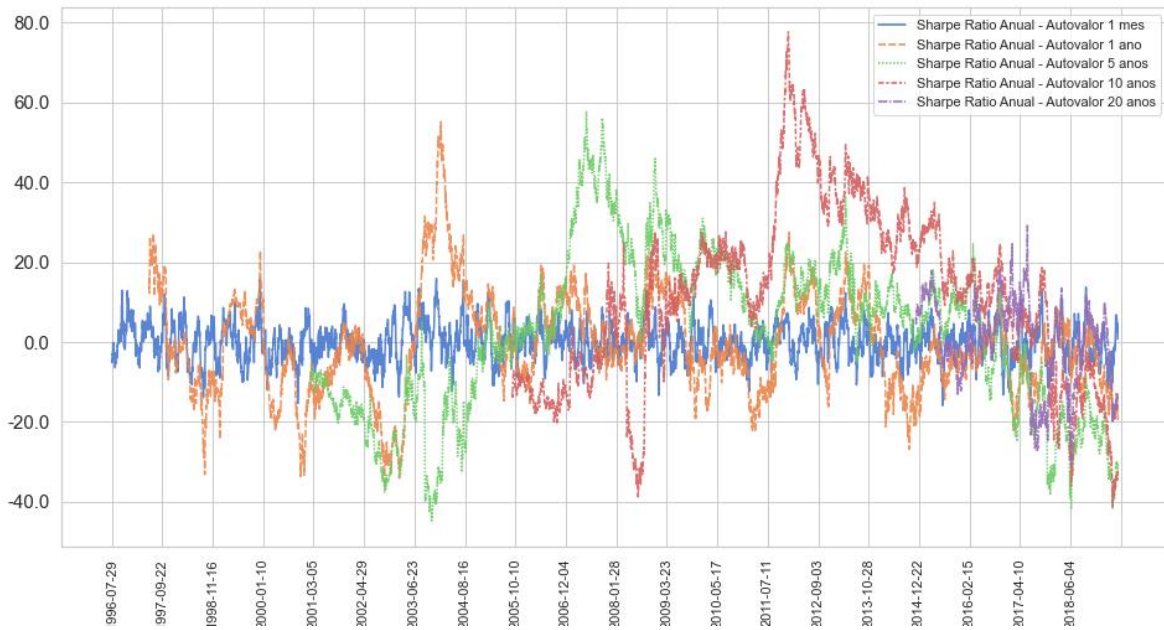
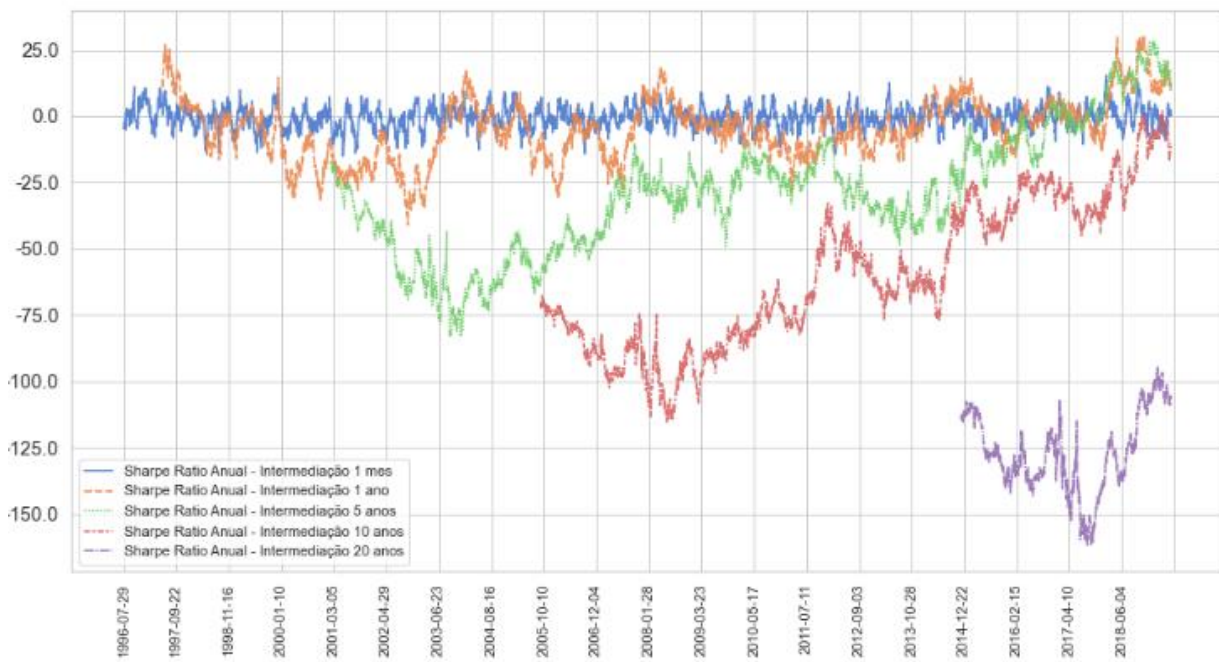
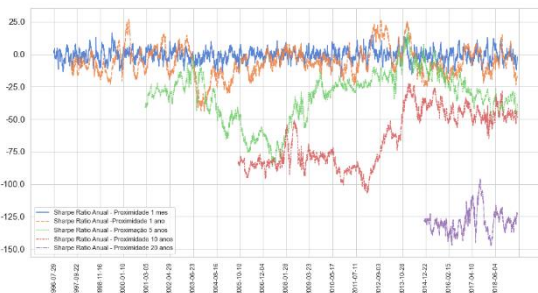


Gráfico 4 - Índice de Sharpe –Intermediação, Grau e Proximidade

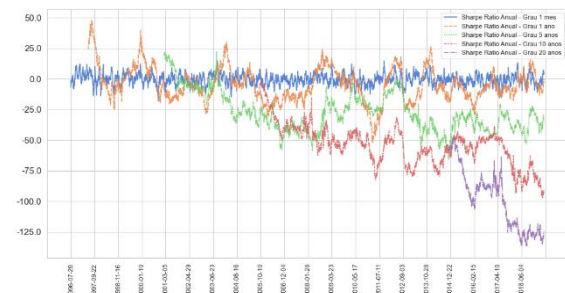
4.a Intermediação



4.b Grau



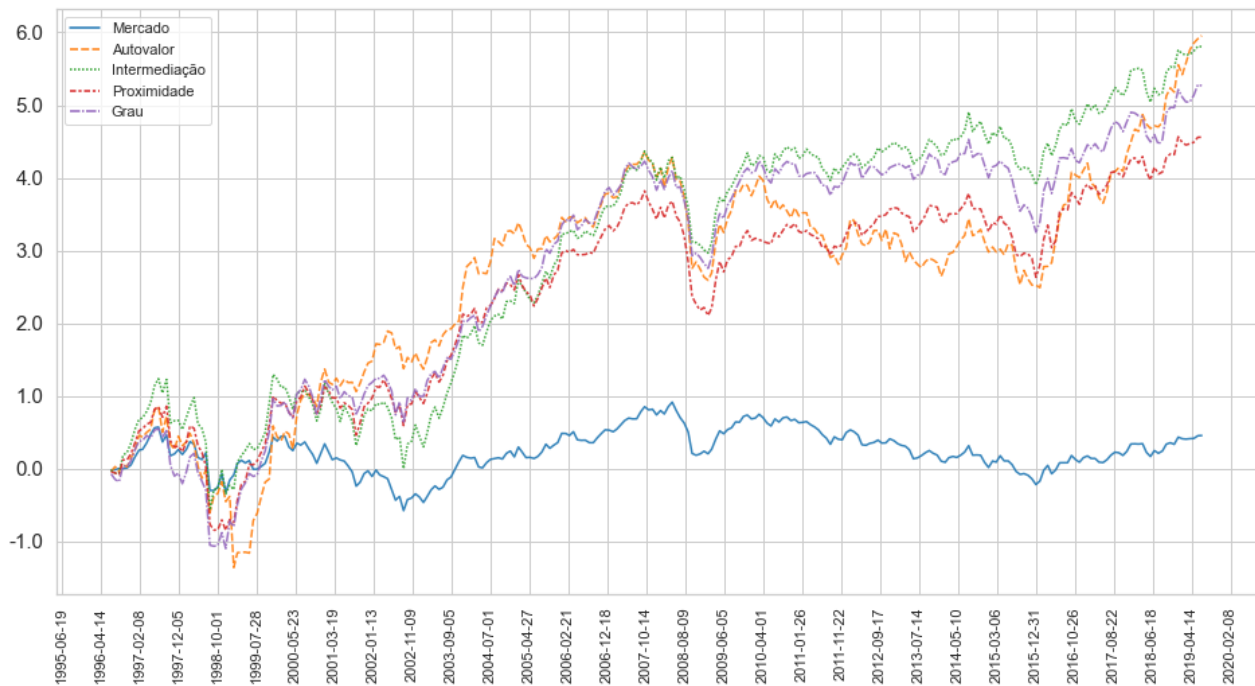
4.c Proximidade Grau



evitando também custos de transação com vendas a descoberto.

Os resultados dessa diversificação dentre ativos centrais e periféricos segue no Gráfico 5. A estratégia foi compor a carteira somando-se os retornos médios periféricos e centrais.

Gráfico 5
Retornos Acumulados dos Fatores de Centralidade - Diversificação

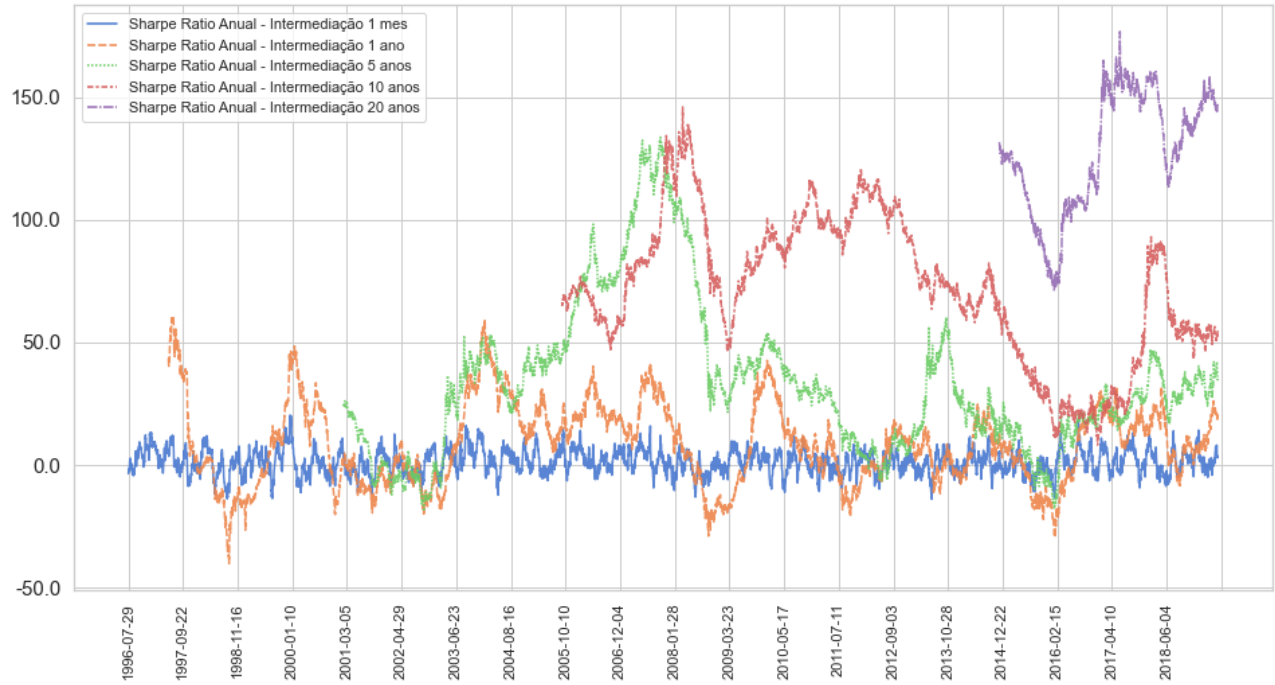


Todas as centralidades obtiveram retornos acumulados maiores que o mercado a partir do ano 2000. Vale destacar a queda nos retornos no ano de 2008 e 2015. Já na estratégia anterior, embora não apresente retornos acumulados positivos, nesse período os ganhos não estavam sincronizados com o mercado, especialmente para autovalor e grau que enquanto o retorno do mercado diminuiu eles aumentaram. Os índices Sharpe para essas carteiras, Gráficos 6 e Apêndice C⁶ corroboram os retornos positivos de longo prazo.

Outro ponto importante foi relativo ao desempenho dos demais fatores de risco. Análise dos retornos de todos os fatores seguem no Apêndice D. O destaque reside nos retornos da estratégia *Momentum* que superou relevante magnitude o mercado e apresentou os maiores índices de Sharpe e melhor desempenho.

Por fim, estão demonstradas duas estratégias de como utilizar redes para compor portfólios de investimento.

⁶ Gráfico 6 traz o índice de Sharpe para a centralidade de intermediação. Os gráficos para as demais centralidades seguem no Apêndice E.

Gráfico 6 – Novos Índice de Sharpe –Intermediação

5 CONCLUSÃO

Esta dissertação definiu estratégias de investimento baseadas em redes utilizando centralidades dos vértices e provou que elas têm poder de explicar retornos, seguindo a modelagem de multifatores. Também avaliou o desempenho dessas estratégias e demonstrou que diversificar portfólios com ativos centrais e periféricos gerou retornos maiores no período de análise do que comprar ativos centrais e vender periféricos.

Vale também discutir os resultados intermediários de nossa exploração dos dados. Descobrimos alterações sistêmicas que refletiam estados de redes diferenciados, especialmente após a crise de 2008. Os momentos analisados em nossa DST sugerem mudança de estado no sistema antes e após o período da crise de 2008, com o advento definitivo da indústria financeira no papel central da economia brasileira desenhada no mercado acionário da B3. Em períodos anteriores esse papel central foi das indústrias de energia elétrica e petróleo nos anos 90, indústria pesada e energia elétrica até 2005. De 2006 até a 2010 como crise elétrica e a crise de 2008, a intermediação financeira já aparece dividido o papel central do mercado com a indústria pesada. De 2011 a 2015 ocorre advento do setor da construção civil ao lado do setor financeiro e após 2015 o setor financeiro toma papel central em definitivo, com bancos e não mais setores econômicos como atores centrais.

Os resultados de nosso modelo multifatores provou que centralidades das redes pode explicar retornos ficando demonstrada essa relação de causa e efeito, uma vez que os parâmetros de rede dos nossos modelos estimados pelo método GMM foram estatisticamente significantes em todos os ensaios.

Nossa estratégia inicial, comprar ativos centrais e vender periféricos, apesar do desempenho ruim no total, apresentou uma destacável resiliência e uma performance positiva no período da crise de 2008-2010. Isso nos indica que estratégias baseadas em redes podem ser usadas durante períodos de crise para mitigar perdas, já que essas possuem esse poder de dissecar o mercado e delinear mudanças de estado. A estratégia com os maiores retornos acumulados e maior índice de Sharpe foi a *Momentum*, que superou até mesmo a estratégia de diversificação por meio das centralidades de redes.

Em relação a reprodutibilidade desse trabalho, destacamos que os resultados alcançados são aproximados uma vez que as árvores geradoras mínimas não possuem solução única.

A utilização de redes para criação de portfólios de investimento é plausível e rentável. Centralidades são apenas uma pequena fração da informação que as redes trazem, e existem diversas outras possibilidades de sua utilização que merecem atenção e pesquisas futuras, tais

como diversificação em *clusters*, regressão e correlação entre redes. Vale destacar que há fortes indícios que uma estratégia baseada em redes e *Momentum* em conjunto possa superar os retornos da estratégia *Momentum*.

Por fim, fica a reflexão:

“Objetivo da ciência é encontrar sentido e simplicidade em meio a desordem da complexidade”

(SIMOM, 1996).

REFERÊNCIAS¹

- ABBASIAN-NAGHNEH, Salman; TEHRANI, Reza; TAMIMI, Mohammad. Network analysis of tehran stock exchange using minimum spanning tree and hierarchical clustering. **Iranian Journal of Finance**, v. 4, n. 2, p. 1-18, 2020.
- ARTHUR, W. Brian. **The economy as an evolving complex system II**. Santa Fe: CRC Press, 2018.
- ARTHUR, W. Brian; BEINHOCKER, Eric D.; STANGER, Allison. **Complexity Economics: proceedings of the Santa Fe Institute's 2019 Fall Symposium (Dialogues of the applied complexity network)**. Santa Fé: The Santa Fe Institute Press, 2020
- ARTHUR, W. Brian et al. **Asset pricing under endogenous expectations in an artificial stock market**. CRC Press, 2018.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6023**: informação e documentação: referências: elaboração. Rio de Janeiro, 2002a. 24 p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6024**: informação e documentação: numeração progressiva das seções de um documento. Rio de Janeiro, 2012b. 4 p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6027**: informação e documentação: sumário: apresentação. Rio de Janeiro, 2012b. 3 p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6028**: informação e documentação: resumo: apresentação. Rio de Janeiro, 2003. 2 p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 10520**: informação e documentação: citações em documentos: apresentação. Rio de Janeiro, 2002b. 7 p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 12225**: informação e documentação: lombada: apresentação. Rio de Janeiro, 2004. 3 p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 14724**: informação e documentação: trabalhos acadêmicos: apresentação. Rio de Janeiro, 2011. 11 p.
- BACK, Kerry. **Asset Pricing and portfolio choice theory**. Oxford University Press, 2ed. 2017.
- BAHALUDIN, H.; MAHAMOOD, F. N. A.; ABDULLAH, M. H. Topological properties of malaysian shariah-compliant securities. In: **Journal of Physics: Conference Series**. IOP Publishing, 2021
- BAITINGER, Eduard; PAPENBROCK, Jochen. Interconnectedness risk and active portfolio management. **Journal of Investment Strategies**, forthcoming, 2016.

¹De acordo com a Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 6023 (2002).

- BARABÁSI, Albert-László. **Network science**. 2012. Conteúdo online.
- BLONDEL, Vincent D. et al. Fast unfolding of communities in large networks. **Journal of statistical mechanics: theory and experiment**, v. 2008, n. 10, p. P10008, 2008.
- BORGHESI, Christian; MARSILI, Matteo; MICCICHÈ, Salvatore. Emergence of time-horizon invariant correlation structure in financial returns by subtraction of the market mode. **Physical Review E**, v. 76, n. 2, p. 026104, 2007.
- BODIE, Zvi et al. **Investments**. Nova Iorque: Tata McGraw-Hill Education, 2009.
- BONACICH, Phillip. Factoring and weighting approaches to status scores and clique identification. **Journal of Mathematical Sociology**, v. 2, n. 1, p. 113-120, 1972.
- BONNANO, et al. Topology of correlation-based minimal spanning trees in real and model markets. **Physical Review**. Ed.68. 2003.
- BONANNO, Giovanni; LILLO, Fabrizio; MANTEGNA, Rosario N. High-frequency cross-correlation in a set of stocks. **Quantitative Finance**. 2010
- BRANDES, Ulrik. On variants of shortest-path betweenness centrality and their generic computation. **Social Networks**, v. 30, n. 2, p. 136-145, 2008.
- BUCHANAN, Mark. **Nexus: small worlds and the groundbreaking theory of networks**. WW Norton & Company, 2003.
- CARDOSO, Gerson Nassor. **Avaliação do risco antes e após reeleição de Dilma Rouseff: uma análise por meio de redes de correlação**. Dissertação (Mestrado em Economia Aplicada). UFSCar – Universidade Federal de São Carlos. Sorocaba, p.117. 2017.
- CARHART, Mark M. On Persistence in mutual fund performance. **The Journal of Finance**, v. 52, n. 1, p. 57-82, 1997.
- COASE, Ronald H. The new institutional economics. **Journal of Institutional and Theoretical Economics**, n. H. 1, p. 229-231, 1984.
- DAS, Kousik; SAMANTA, Sovan; PAL, Madhumangal. Study on centrality measures in social networks: a survey. **Social Network Analysis and Mining**, v. 8, n. 1, p. 1-11, 2018.
- FAMA, Eugene F. Efficient capital markets: II. **The Journal of Finance**, v. 46, n. 5, p. 1575-1617, 1991.
- FAMA, Eugene F.; FRENCH, Kenneth R. Common risk factors in the returns on stocks and bonds. **Journal of Financial Economics**, v. 33, n. 1, p. 3-56, 1993.
- _____. Multifactor Explanations of asset pricing anomalies. **The Journal of Finance**, v. 51, n. 1, p. 55-84, 1996.
- _____. The Capital asset pricing model: theory and evidence. **The Journal of Economic Perspectives**, v. 18, n. 3, p. 25-46, 2004.

_____. Average returns, B/M, and share issues. **The Journal of Finance**, v. 63, n. 6, p. 2971-2995, 2008.

_____. Size, value, and momentum in international stock returns. **Journal of Financial Economics**, v. 105, n. 3, p. 457-472, 2012.

_____. Dissecting anomalies with a Five-Factor Model. **Review of Financial Studies**, v. 29, n. 1, p. 69-103, 2016.

GALLEGATI, Mauro; KIRMAN, Alan. **Beyond the representative agent**. Edward Elgar Publishing, 1999.

GARAS, Antonios; ARGYRAKIS, Panos. Correlation study of the Athens Stock Exchange. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 380, p. 399-410, 2007.

GEORGE, Susan et al. Towards stock recommendation and portfolio management systems using network analysis. In: **Second international conference on networks and advances in computational technologies**. Springer, Cham, 2021. p. 203-215.

GIBBONS, Michael R.; ROSS, Stephen A.; SHANKEN, Jay. A Test of the efficiency of a given portfolio. **Econometrica: Journal of the Econometric Society**, p. 1121-1152, 1989.

GIUDICI, Paolo; POLINESI, Gloria. Crypto price discovery through correlation networks. **Annals of Operations Research**, v. 299, n. 1, p. 443-457, 2021.

GOWER, J. C. Some Distance properties of latent root and vector methods used in multivariate analysis. **Biometrika**, v. 53, p. 325-338, 1966.

SIMON, Herbert A. **Models of my life**. Cambridge:MIT Press, 1996.

HARVEY, Campbell R.; KIRBY, Chris. Analytic tests of factor pricing models. **Unpublished working paper, Duke University, Durham, NC**, 1995.

HANSEN, Lars Peter. Large sample properties of generalized method of moments estimators. **Econometrica: Journal of the econometric society**, p. 1029-1054, 1982.

HAYASHI, F. **Econometrics**. Princeton: Princeton University, 2000.

HECKENS, Anton J.; KRAUSE, Sebastian M.; GUHR, Thomas. Uncovering the dynamics of correlation structures relative to the collective market motion. **Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment**, v. 2020, n. 10, p. 103402, 2020.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Normas de apresentação tabular**. 3. ed. Rio de Janeiro, 1993.

JEGADEESH, Narasimhan; TITMAN, Sheridan. Returns to buying winners and selling losers: implications for stock market efficiency. **The Journal of Finance**, v. 48, n. 1, p. 65-91, 1993

JENSEN, M. C. Problems in selection of security portfolios: the performance of mutual funds in the period 1945-1964. **Journal of Finance**, v. 23, n. 2, p. 389-416, 1968.

JORION, Philippe. Value at Risk: **The New benchmark for managing financial risk**. Nova Iorque: MacGraw-Hill, 2002.

KAMADA, Tomihisa et al. An algorithm for drawing general undirected graphs. **Information Processing Letters**, v. 31, n. 1, p. 7-15, 1989.

KENETT, Dror Y. et al. Dominating clasp of the financial sector revealed by partial correlation analysis of the stock market. **PloS One**, v. 5, n. 12, p. e15032, 2010.

KING, Benjamin F. Market and industry factors in stock price behavior. **The Journal of Business**, v. 39, n. 1, p. 139-190, 1966.

KIRMAN, Alan. The economy as an evolving network. **Journal of Evolutionary Economics**, v. 7, n. 4, p. 339-353, 1997.

LEIJONHUFVUD, Axel. Macroeconomics and complexity: inflation theory. In: **The economy as an evolving complex system II**. Santa Fe: CRC Press, 2018. p. 321-335.

LEÓN, Diego et al. Clustering algorithms for risk - adjusted portfolio construction. **Procedia Computer Science**, v. 108, p. 1334-1343, 2017.

LINTNER, John. The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets. **The Review of Economics and Statistics**, p. 13-37, 1965.

MAJAPA, Mohamed; GOSSEL, Sean J. Topology of the South African Stock Market network across the 2008 financial crisis. **Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications**, 445, pag 35-47. 2016.

MANTEGNA, Rosario N. Hierarchical structure in financial markets. **The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems**, v. 11, n. 1, p. 193-197, 1999.

MARKOWITZ, Harry. Portfolio selection. **The Journal of Finance**, v. 7, n. 1, p. 77-91, 1952.

MARTI, Gautier et al. A review of two decades of correlations, hierarchies, networks and clustering in financial markets. **Progress in Information Geometry: Theory and Applications**, p. 245-274, 2021.

MERTON, Robert C. An intertemporal Capital Asset Pricing Model. **Econometrica: Journal of the Econometric Society**, p. 867-887, 1973.

NORTH, D., **Understanding the process of economic change**. Princeton : Princeton University Press, 2010.

_____. **Structure and change in economic history**. Nova Iorque: Norton, 1981.

_____. **Institutions, institutional change and economic performance**. Cambridge: Cambridge University Press, 1990.

NEWMAN, Mark. **Networks: an introduction**. Nova Iorque: Oxford University Press, 2010.

ONNELA, J.P. et al. Dynamics of market correlations: taxonomy and portfolio analysis. **Physical Review**. Ed.68. **2003**

PALMER, Richard G. et al. Artificial economic life: a simple model of a stockmarket. **Physica D: Nonlinear Phenomena**, v. 75, n. 1-3, p. 264-274, 1994.

POZZI, Francesco; DI MATTEO, Tiziana; ASTE, Tomaso. Spread of risk across financial markets: better to invest in the peripheries. **Scientific Reports**, v. 3, n. 1, p. 1-7, 2013.

_____. Dynamic asset trees and Black Monday. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 324, n. 1, p. 247-252, 2003.

PERALTA, Gustavo; ZAREEI, Abalfazl. A network approach to portfolio selection. **Journal of Empirical Finance**, v. 38, p. 157-180, 2016.

REN, Fei et al. Dynamic portfolio strategy using clustering approach. **PloS One**, v. 12, n. 1, p. e0169299, 2017.

ROSS, Stephen A. The arbitrage theory of Capital Asset Pricing. **Journal of Economic Theory**, v. 13, n. 3, p. 341-360, 1976.

SENSOY, Ahmet; TABAK, Benjamin M. Dynamic spanning trees in stock market networks: The case of Asia-Pacific. **Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications**, v. 414, p. 387-402, 2014.

SHANKEN, Jay; ZHOU, Guofu. Estimating and testing beta pricing models: Alternative methods and their performance in simulations. **Journal of Financial Economics**, v. 84, n. 1, p. 40-86, 2007.

SHARPE, William F. Capital asset prices: a theory of market equilibrium under conditions of risk. **The Journal of Finance**, v. 19, n. 3, p. 425-442, 1964.

_____. Mutual fund performance. **The Journal of Business**, v. 39, n. 1, p. 119-138, 1966.

TOLA, Vincenzo et al. Cluster analysis for portfolio optimization. **Journal of Economic Dynamics and Control**, v. 32, n. 1, p. 235-258, 2008.

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO. Sistema de integrado de bibliotecas. **Diretrizes para apresentação de dissertações e teses da USP**: documento eletrônico e impresso. 2. ed. rev. e ampl. São Paulo: SIBi/USP, 2009. 4 v. Parte I (ABNT); Parte II (APA); Parte III (ISO) e Parte IV (Vancouver). Disponível em: <http://www.teses.usp.br/index.php?option=com_content&view=article&id=52&Itemid=67&lang=pt-br>. Acesso em: 25 set. 2021.

WANG, Hao et al. A portfolio diversification strategy via tail dependence clustering. In: **International conference on soft methods in probability and statistics**. Springer, Cham, 2016. p. 511-518.

WILSON, Robin J. An **Introduction to graph theory**. 4 ed. Harlow, Inghilterra: Longman, 1996.

ZHANG, Dayong et al. Regional housing price dependency in the UK: A dynamic network approach. **Urban Studies**, v. 58, n. 5, p. 1014-1031, 2021

APÊNDICE A – MEDIDAS DE CENTRALIDADE

As medidas de centralidade que utilizamos nesse trabalho são:

(i) Centralidade de Grau, c , que seria o número de conexões de um nó:

$$c = E(k_i) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n k_i \quad [14]$$

(ii) Centralidade de Autovalor, x_i , a qual deriva da quantidade de ligações de um nó positivamente pontuadas de acordo com o grau de sua vizinhança:

$$x_i = k_1^{-1} \sum_j a_{ij} x_j \quad [15]$$

k_1 seria a maior raiz característica e x_i a Centralidade de Vetor Próprio

(ii) Centralidade de Proximidade que se trata a da menor distância média de um nó aos demais:

$$l_i = \frac{1}{n} \sum_j d_{ij} \quad [16]$$

d_{ij} : distância geodésica (menor distância possível entre dois nós), e

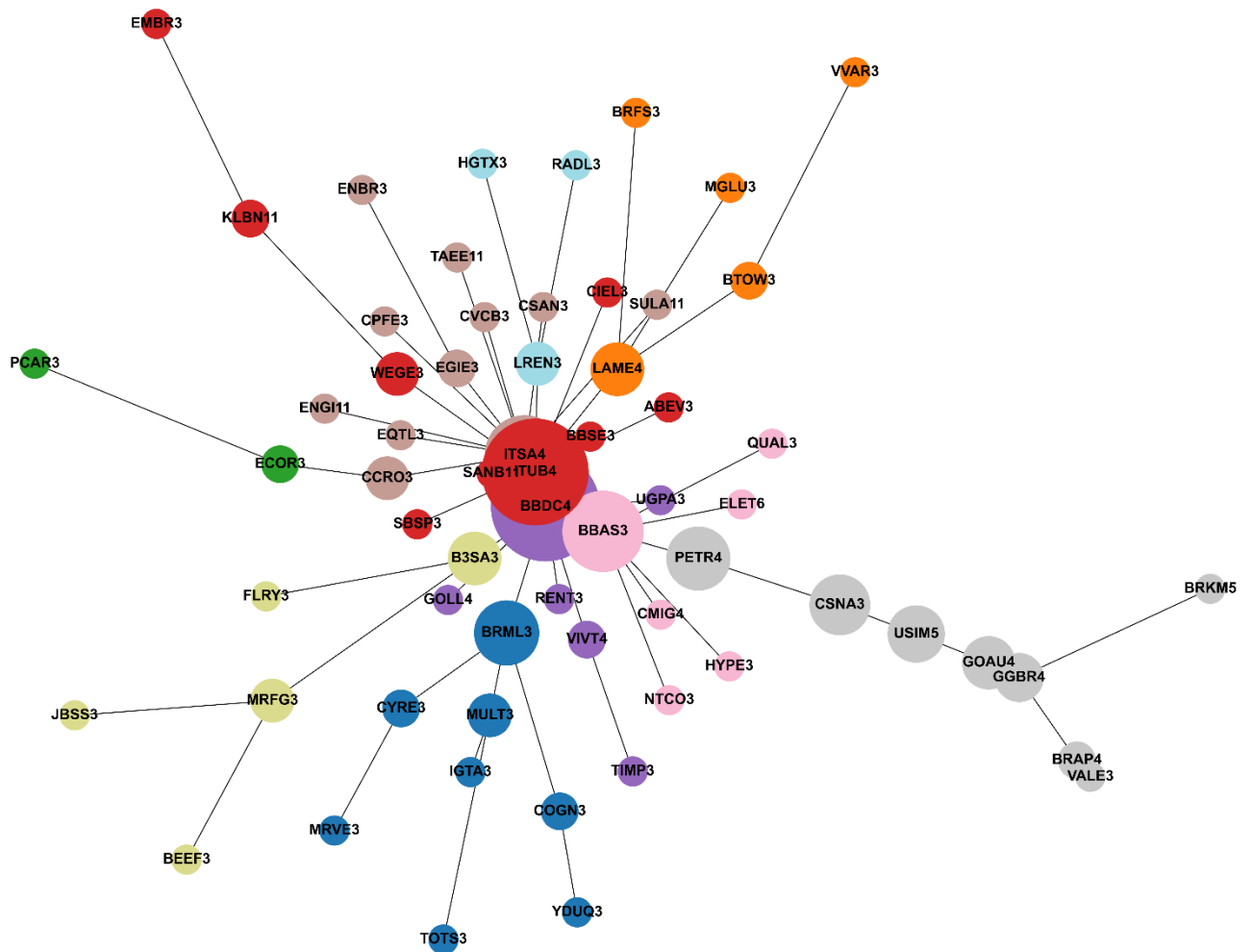
l_i : Centralidade de Proximidade

(iii) Centralidade de Intermediação x_i mede o número de vezes que um nó está no caminho mais curto entre dois outros nós da rede. Se no caminho mais curto entre os nós s e t existir um outro i no meio do caminho teríamos $n_{st}^i = 1$ e 0 caso contrário.

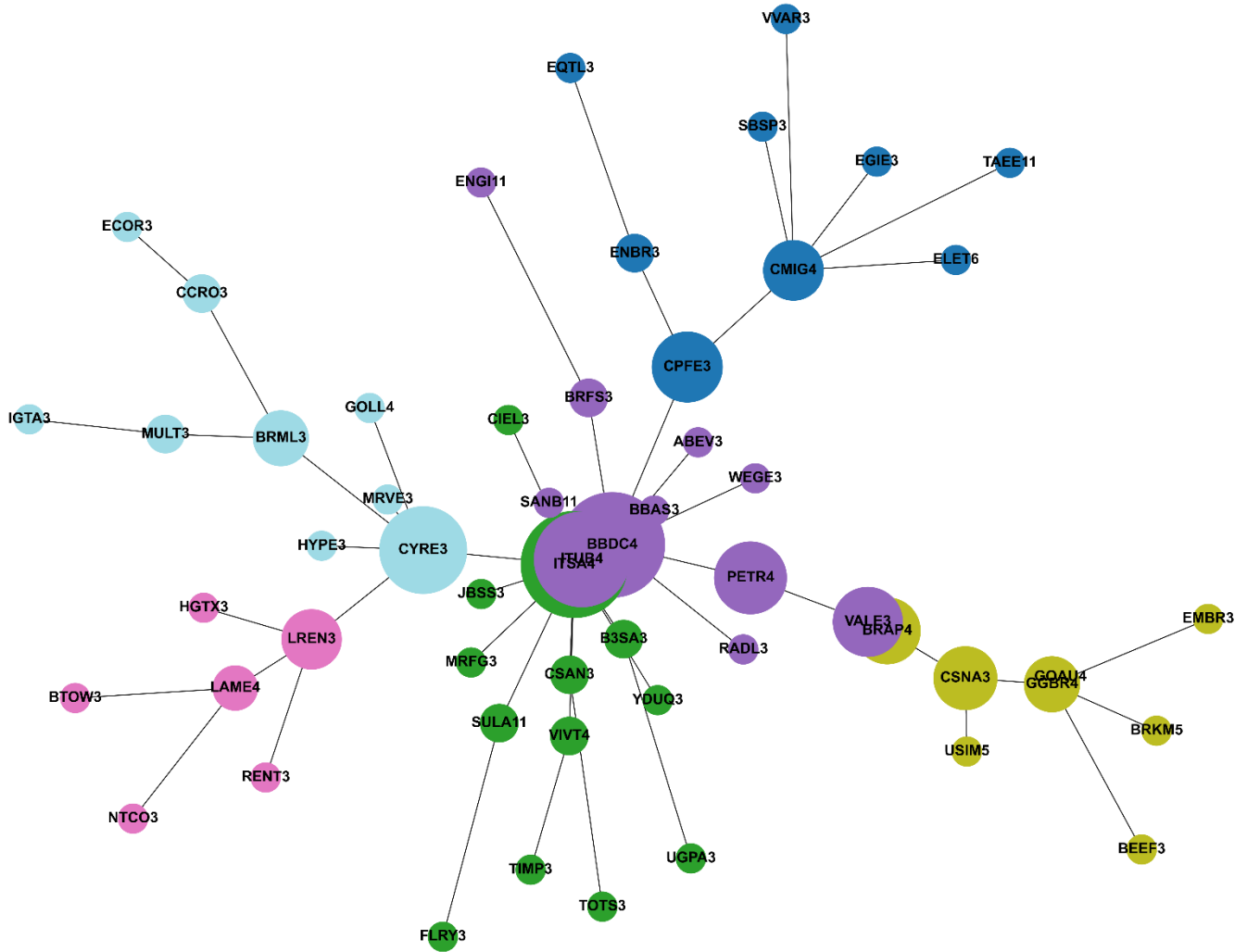
$$x_i = \sum_{st} n_{st}^i \quad [17]$$

APÊNDICE B – REDES 5 EM 5 ANOS

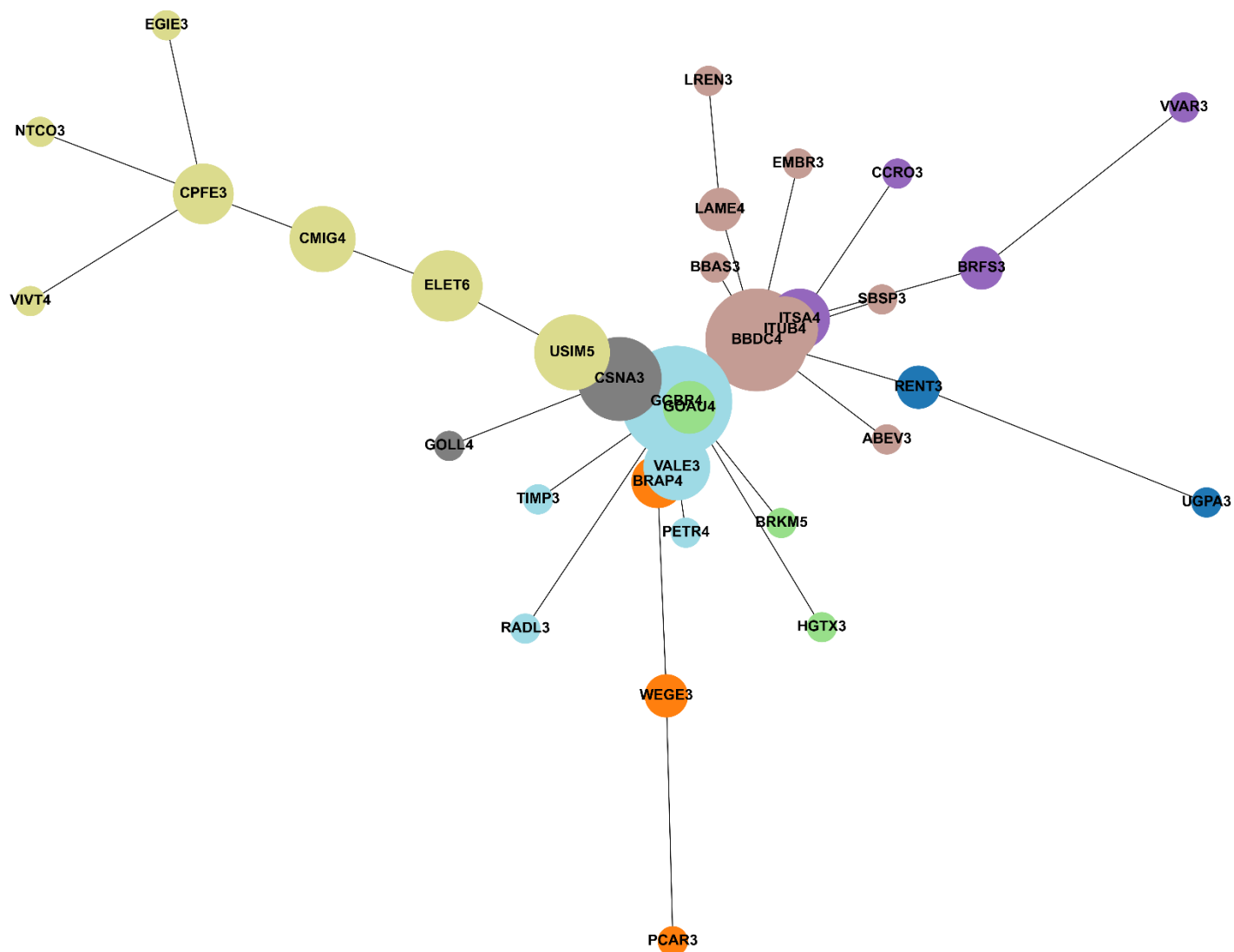
Rede de 2016 a 2019



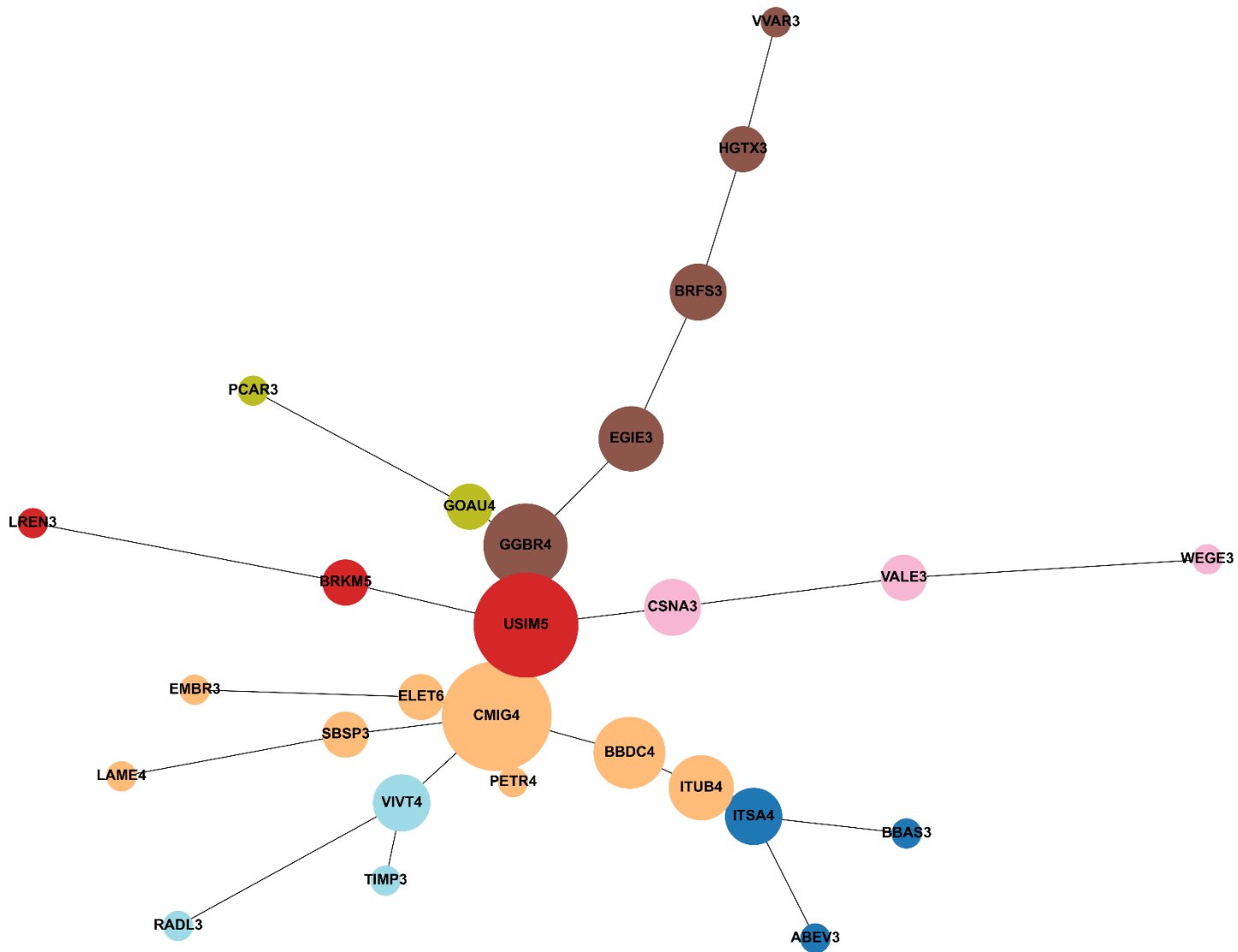
Rede de 2011 a 2015



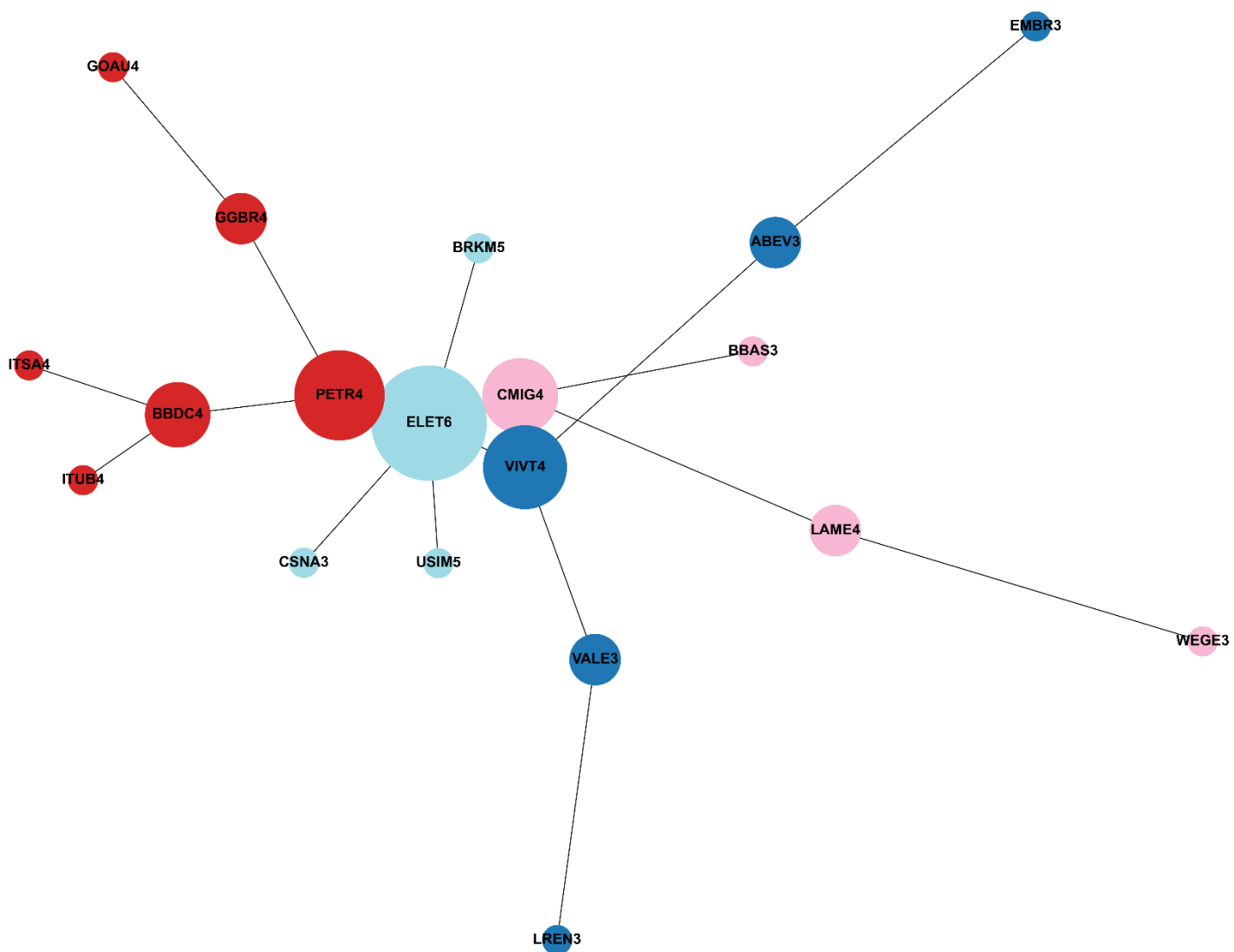
Rede de 2006 a 2010



Rede de 2001 a 2005

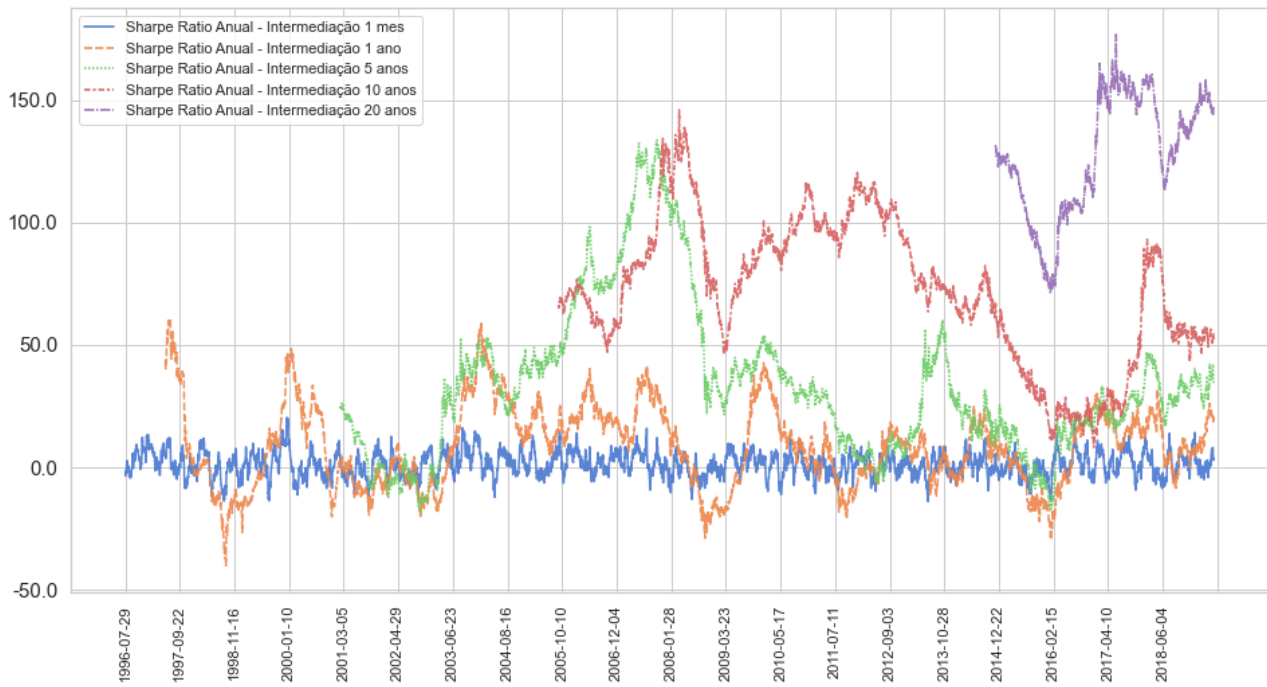


Rede de 1996 a 2000

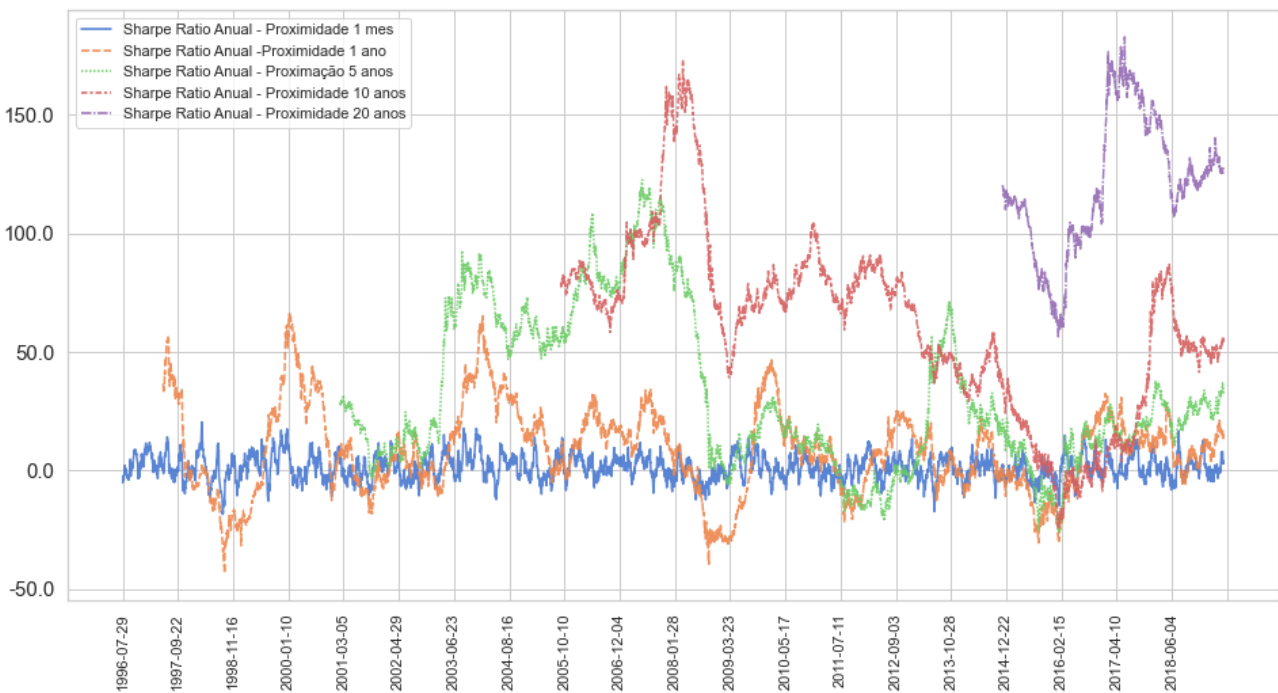


APÊNDICE C – Novas Sharpe Ratios

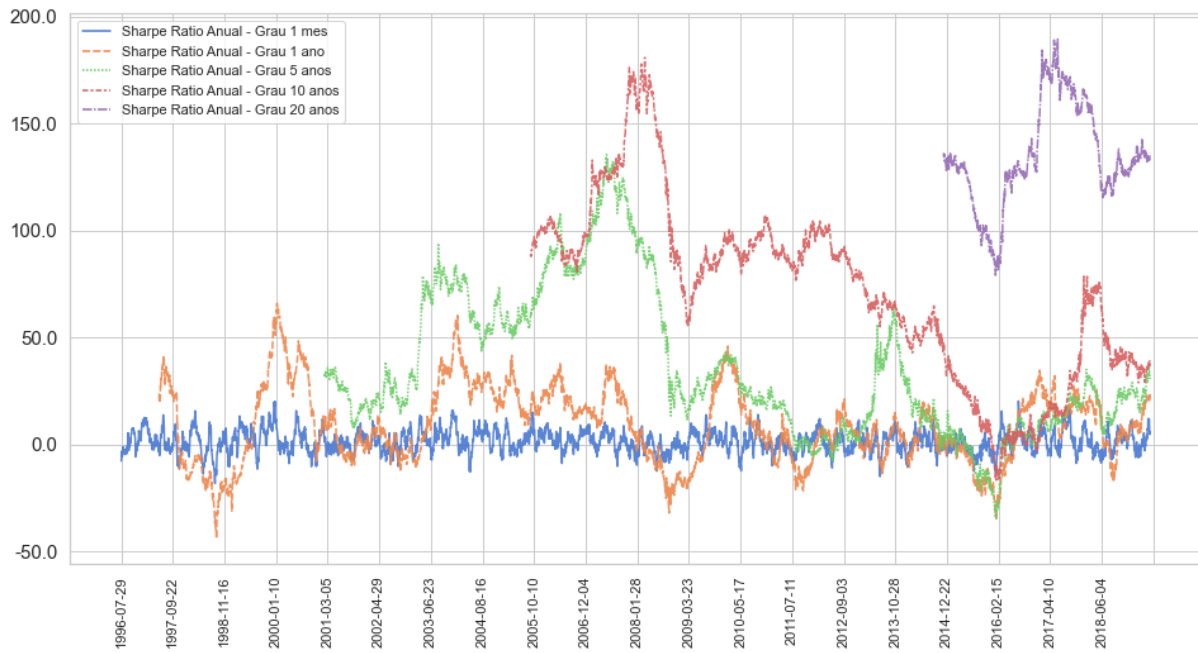
Sharpe Ratio Intermediação



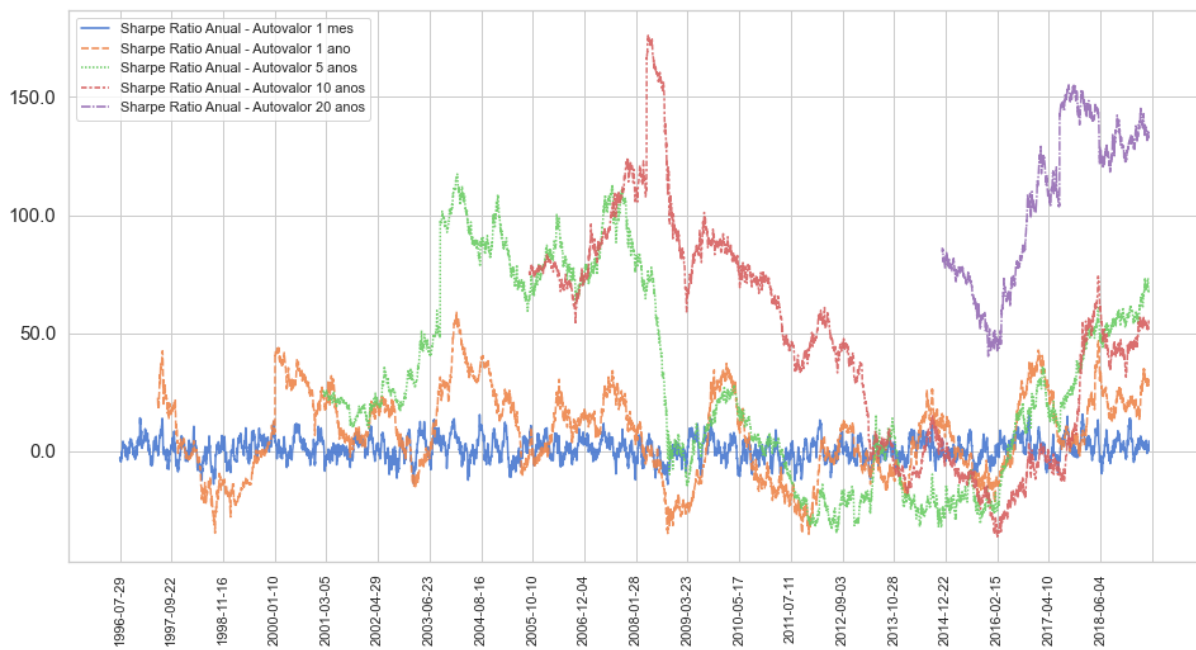
Sharpe Ratio Proximidade



Sharpe Ratio Grau



Sharpe Ratio Autovalor



APÊNDICE D – Retornos Acumulados dos Fatores de Risco

Retornos Acumulados SMB



Retornos Acumulados HML



Retornos Acumulados WML

