



Campus de São Carlos

**DESPACHO ATIVO COM RESTRIÇÃO NA TRANSMISSÃO VIA
MÉTODO DE BARREIRA LOGARÍTMICA**

Autor: Leandro Sereno Pereira

Orientador: Prof. Dr. Geraldo Roberto Martins da Costa

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO



**ESCOLA DE ENGENHARIA
DE SÃO CARLOS**

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

**DESPACHO ATIVO COM RESTRIÇÃO NA
TRANSMISSÃO VIA MÉTODO DE BARREIRA
LOGARÍTMICA**

Leandro Sereno Pereira

Serviço de Pós-Graduação EESC/USP

EXEMPLAR REVISADO

Data de entrada no Serviço: 15/01/03

Ass:.....*Leandro Sereno Pereira*.....

DEDALUS - Acervo - EESC



31100037161

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Geraldo R.M. da Costa

São Carlos

2002



Class.	TESE-EESC
Cutt.	4336
Tombo	T017103
Sysno	1296238

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

P436d Pereira, Leandro Sereno
Despacho ativo com restrição na transmissão via
método de barreira logarítmica / Leandro Sereno
Pereira. -- São Carlos, 2002.

Dissertação (Mestrado) -- Escola de Engenharia de
São Carlos-Universidade de São Paulo, 2002.
Área: Engenharia Elétrica.
Orientador: Prof. Dr. Geraldo R.M. da Costa.

1. Sistemas elétricos de potência. 2. Programação
não linear. 3. Método primal-dual barreira
logarítmica. 4. Condições de KKT. 5. Fluxo de potência
ótimo. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **LEANDRO SERENO PEREIRA**

Dissertação defendida e julgada em 16-12-2002 perante a Comissão Julgadora:



Prof. Assoc. **GERALDO ROBERTO MARTINS DA COSTA** (Orientador)
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

APROVADO



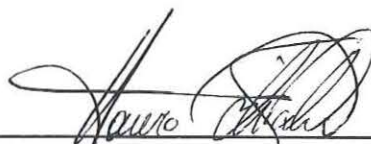
Prof. Dr. **JOSÉ LUIZ REZENDE PEREIRA**
(Universidade Federal de Juiz de Fora/UFJF)

APROVADO



Prof. Dr. **ADRIANO ALBER DE FRANÇA MENDES CARNEIRO**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

APROVADO



P/

Prof. Assoc. **MURILO ARAUJO ROMERO**
Coordenador do Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Elétrica



Profa. Assoc. **MARIA DO CARMO CALMURI**
Presidente da Comissão de Pós-Graduação

A minha esposa Marisa B. F. Pereira pelo amor, incentivo e compreensão de
todos os dias.

“Transformar o medo em respeito, o respeito em confiança.
Descobrir como é bom chegar quando se tem paciência.
E para se chegar aonde quer que seja, não é preciso dominar
a força mas a razão. É preciso antes de mais nada, querer.”

Amir Klink

AGRADECIMENTOS

Ao Professor e amigo Dr. Geraldo Roberto Martins da Costa pelo permanente incentivo, confiança e exemplar orientação durante a elaboração desse trabalho.

Aos eternos amigos do LOSEP: Alessandra, Biagi, Cristiano, Edmarcio, Edméa, Luiz Cláudio, Sandra, Thales e Vanusa pelo apoio e colaboração na elaboração deste trabalho.

A todos os colegas, professores e funcionários do Departamento de Engenharia Elétrica da EESC/USP pela colaboração.

A todos os meus familiares e amigos, que de uma forma ou de outra fazem parte de mais esta conquista.

Em especial agradeço a minha mãe Lúcia Helena e ao meu pai Geraldo, pelo incentivo e confiança durante o desenvolvimento deste trabalho.

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo – **FAPESP**, pela bolsa de estudos, equipamentos e materiais concedidos.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	viii
LISTA DE TABELAS	x
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS	xi
RESUMO	xiii
ABSTRACT	xiv

1 INTRODUÇÃO

1.1) Motivação	3
1.2) Objetivo	4
1.3) Organização do Trabalho	4

2 ESTADO DA ARTE DO FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO

2.1) Introdução.....	6
2.2) Histórico	8

3 O MÉTODO DOS PONTOS INTERIORES

3.1) Introdução.....	13
3.2) O Problema de Programação Não Linear.....	15
3.3) O Problema de Programação Linear Seqüencial	16
3.4) Método Primal-Dual de Pontos Interiores para Programação Não Linear.....	18
3.4.1) Problema Transformado e Condições de Otimalidade.....	19
3.4.2) Calculando a Direção de Newton	24
3.4.3) Atualização das Variáveis	26

3.4.4) Redução do Parâmetro de Barreira.....	27
3.4.5) Teste de Convergência	28
3.5) Métodos de Pontos Interiores Primal-Dual de Ordem-Superior	29
3.5.1) Método Preditor-Corretor de Mehrotra	30
3.5.2) O Método de Newton Composto.....	33

4 DESPACHO ATIVO CA COM RESTRIÇÃO DE FLUXO ATIVO NA TRANSMISSÃO

4.1) Introdução.....	36
4.2) O Problema de Fluxo de Potência Ótimo	37
4.3) O Método Primal-Dual Barreira Logarítmica	39
4.3.1) O Método de Newton	42
4.3.2) Cálculo do Tamanho do Passo	43
4.3.3) Atualização das Variáveis	44
4.3.4) O Parâmetro de Barreira.....	44
4.3.5) Valores Iniciais das Variáveis	45
4.3.6) Algoritmo	46
4.4) Implementação Computacional.....	47

5 RESULTADOS NUMÉRICOS

5.1) Introdução.....	52
5.2) Sistema 3 Barras.....	53
5.2.1) Estado Inicial do Sistema	55
5.3) Sistema 8 Barras.....	61
5.3.1) Sistema 8 Barras sem Restrição nas Linhas de Transmissão	62
5.3.2) Sistema 8 Barras com Restrição nas Linhas de Transmissão.....	66
5.4) Sistema 14 Barras	70
5.5) Sistema 30 Barras	73
5.6) Sistema 118 Barras	76

6 CONCLUSÕES.....	80
--------------------------	-----------

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	82
ANEXO A - BANCO DE DADOS.....	86
ANEXO B - ESTADO FINAL DOS SISTEMAS.....	94

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1 - Ilustração dos métodos dos pontos interiores e do Simplex	14
Figura 4.1 - Fluxograma do programa de FPO	48
Figura 5.1 - Sistema elétrico de 3 barras	53
Figura 5.2 - Convergência das tensões para o sistema 3 barras.....	58
Figura 5.3 – Convergência do fluxo de ativos nas linhas e perdas totais do sistema 3 barras.....	59
Figura 5.4 - Convergência das potências ativas para o sistema 3 barras	60
Figura 5.5 – Sistema Elenorte – 8 barras	61
Figura 5.6 - Convergência das tensões para o sistema 8 barras sem restrição nas linhas de transmissão	63
Figura 5.7 – Convergência do ΔP_{\max} e do ΔQ_{\max} para o sistema 8 barras sem restrição nas linhas de transmissão	64
Figura 5.8 - Convergência para potência ativa da barra de geração (barra 6) para o sistema 8 barras sem restrição nas linhas de transmissão	65
Figura 5.9 - Convergência para potência reativa da barra de geração (barra 6) para o sistema 8 barras sem restrição nas linhas de transmissão	65
Figura 5.10 - Convergência para as perdas totais e fluxo na linha 6-5 para o sistema 8 barras sem restrição nas linhas de transmissão.....	66
Figura 5.11 - Convergência das tensões para o sistema 8 barras com restrição nas linhas de transmissão.....	67
Figura 5.12 - Convergência do ΔP_{\max} e do ΔQ_{\max} para o sistema 8 barras com restrição nas linhas de transmissão	67
Figura 5.13 - Convergência para potência ativa da barra de geração (barra 6) para o sistema 8 barras com restrição nas linhas de transmissão	68

Figura 5.14 - Convergência para potência reativa da barra de geração (barra 6) para o sistema 8 barras com restrição nas linhas de transmissão	69
Figura 5.15 - Convergência para as perdas totais e fluxo na linha 6-5 para o sistema 8 barras com restrição nas linhas de transmissão	69
Figura 5.16 - Sistema 14 barras	70
Figura 5.17 - Convergência do fluxo na linha 1-2 para o sistema 14 barras	72
Figura 5.18 - Convergência do fluxo na linha 12-13 para o sistema 14 barras	72
Figura 5.19 - Convergência para as perdas totais do sistema 14 barras	73
Figura 5.20 - Sistema 30 barras	74
Figura 5.21 - Convergência do fluxo na linha 4-12 para o sistema 30 barras	75
Figura 5.22 - Convergência para as perdas totais do sistema 30 barras	76
Figura 5.23 - Sistema 118 barras	77
Figura 5.24 – Convergência do fluxo na linha 24-72 para o sistema 118 barras	78
Figura 5.25 - Convergência para as perdas totais do sistema 118 barras	79

LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1 - Estado inicial do sistema 3 barras	56
Tabela 5.2 - Limites para as tensões, reativos e ativos do sistema 3 barras	56
Tabela 5.3 – Limites para o fluxo de ativo nas linhas do sistema 3 barras	56
Tabela 5.4 - Valores iniciais para os parâmetros de barreira e seus fatores de atualização do sistema 3 barras.....	57
Tabela 5.5 - Convergência para o sistema 3 barras, tensão e ângulo das barras	57
Tabela 5.6 - Convergência para o sistema 3 barras, fluxo ativo nas linhas e perdas totais	58
Tabela 5.7 - Convergência para o sistema 3 barras, potências (ΔP 's, ΔQ 's e geração).....	59
Tabela 5.8 - Convergência para o sistema 3 barras, multiplicadores de Lagrange	60
Tabela 5.9 - Convergência para o sistema 3 barras, variáveis de folga/excesso	60
Tabela 5.10 – Valores iniciais para os parâmetros de barreira e seus fatores de atualização para o sistema 8 barras.....	62
Tabela 5.11- Convergência para o sistema 8 barras sem restrição nas linhas de transmissão, tensão nas barras	63
Tabela 5.12 - Valores iniciais para os parâmetros de barreira e seus fatores de atualização para o sistema 14 barras.....	71
Tabela 5.13 - Valores iniciais para os parâmetros de barreira e seus fatores de atualização para o sistema 30 barras.....	75
Tabela 5.14 - Valores iniciais para os parâmetros de barreira e seus fatores de atualização para o sistema 118 barras.....	78

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BC	– Barra de Carga
BG	– Barra de Geração
BS	– Barra Slack
CA	– Corrente Alternada
CR	– barra de Controle de Reativo
DA	– Despacho Ativo
DE	– Despacho E
EESC	– Escola de Engenharia Elétrica de São Carlos
FP	– Fluxo de Potência
FPO	– Fluxo de Potência Ótimo
KKT	– Karush-Kuhn-Turcker
LOSEP	– Laboratório de Otimização em Sistemas Elétricos de Potência
MBL	– Método da Barreira Logarítmica
MFBL	– Método da Função Barreira Logarítmica
MNC	– Método de Newton Composto
MPD	– Método Primal-Dual
MPDBL	– Método Primal-Dual Barreira Logarítmica
MPI	– Método dos Pontos Interiores
MPIQM	– Método dos Pontos Interiores Quadráticos Melhorado
MS	– Método Simplex
MVA	– Mega Volts Ampere
MVAr	– Mega Volt Ampere Reativo
MW	– Mega Watts
NB	– Número de Barras do sistema elétrico
NBC	– Número de Barras de Carga

NBCCR – Número de Barras de Carga e de Controle de Reativos

NBCR – Número de Barras de Controle de Reativo

NBG – Número de Barras de Geração

NBGCR – Número de Barras de Geração e de Controle Reativo

NL – Número de Linhas de transmissão

NLL – Número de Linhas com Limite de fluxo ativo

NT – Número de Transformadores

PI – Pontos Interiores

PL – Programação Linear

PLS – Programação Linear Seqüencial

PNL – Programação Não Linear

PQ – Programação Quadrática

PQS – Programação Quadrática Seqüencial

p.u. – por unidade

SEP – Sistema Elétrico de Potência

USP – Universidade de São Paulo

RESUMO

PEREIRA, L. S. (2002). **Despacho Ativo com Restrição na Transmissão Via Método de Barreira Logarítmica**. São Carlos, 2002. 121p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

Este trabalho apresenta uma abordagem do Método da Função Barreira Logarítmica (MFBL) para a resolução do problema de Fluxo de Potência Ótimo (FPO). A pesquisa fundamenta-se metodologicamente na função barreira logarítmica e nas condições de primeira ordem de Karush-Kuhn-Tucker (KKT). Para a solução do sistema de equações resultantes das condições de estacionaridade, da função Lagrangiana, utiliza-se o método de Newton. Na implementação computacional utiliza-se técnicas de esparsidade. Através dos resultados numéricos dos testes realizados em 5 sistemas (3, 8, 14, 30 e 118 barras) evidencia-se o potencial desta metodologia na solução do problema de FPO.

Palavras-chaves: Sistemas Elétricos de Potência, Programação Não Linear, Método Primal-Dual Barreira Logarítmica, Condições de KKT, Fluxo de Potência Ótimo.

ABSTRACT

PEREIRA, L. S. (2002). *ACTIVE DESPACH WITH TRANSMISSION RESTRICTION USING LOGARITHMIC BARRIER METHOD*. São Carlos, 2002. 121p. Dissertação (mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

This work describes an approach on Logarithmic Barrier Function Method to solving the Optimal Power Flow (OPF) problem. Search was based on the logarithmic barrier function and first order conditions of Karush-Kuhn-Tucker (KKT). To solve the equation system, obtained from the stationary conditions of the Lagrangian function, is used the Newton method. Implementation is performed using sparsity techniques. The numerical results, carried out in five systems (3, 8, 14, 30 and 118 bus), demonstrate the reliability of this approach in the solution OPF problem.

Keywords: Power Systems, Nonlinear Programming, Primal-Dual Logarithmic Barrier Method, KKT Conditions, Optimal Power Flow.

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

O cálculo de fluxo de carga, ou Fluxo de Potência (FP) em uma rede de energia elétrica, consiste na determinação das grandezas que representam o comportamento da rede em regime permanente. A representação da rede é feita através de um conjunto de equações algébricas que correspondem às leis de Kirchhoff. A resolução deste sistema fornece o estado da rede (tensão fasorial de cada barra e os *taps* dos transformadores). Uma vez conhecido o estado da rede, pode-se calcular outras grandezas que sejam de interesse no sistema, tais como: fluxos ativos e reativos nas linhas de transmissão e nos transformadores, perdas de potência ativa no sistema, geração de potência reativa nas barra de controle de reativo, geração de potência ativa e reativa nas barras de geração, entre outras. Devido as grandes proporções apresentadas pelas redes de energia elétrica, o cálculo do FP é realizado normalmente utilizando-se métodos computacionais desenvolvidos especialmente para a resolução do sistema de equações algébricas que constituem o modelo estático da rede.

Ao analisar um Sistema Elétrico de Potência (SEP) real, observa-se que o mesmo possui limitações tanto de caráter qualitativo da operação, quanto de caráter físico dos equipamentos. Assim sendo, não é raro que a solução encontrada pelo FP venha a ser uma solução que não atenda a tais limitações. Deparando-se com este tipo de problema, a solução é um ajuste nos equipamentos, isto é, nas variáveis de controle (tensão nas barras de geração, potência ativa nas barras de geração e *tap*), e

em seguida o sistema de equações é resolvido novamente. Por exemplo, se a solução encontrada apresentar uma tensão inaceitável em um determinado barramento, uma compensação *shunt* ou um *tap* pode ser ajustado para resolver o problema.

Nos centros de operação existe a figura do operador de sistemas, que com sua experiência, auxilia nos ajustes necessários para fazer com que o sistema opere dentro das suas limitações. Entretanto, o que se encontra na prática são SEP de grande porte e que possuem um enorme número de variáveis de controle a serem ajustadas, o que torna o uso do FP um exaustivo processo de tentativa e erro.

A elaboração do Fluxo de Potência Ótimo (FPO) consiste exatamente na automatização da solução do SEP através de uma ferramenta que seja capaz de resolver as equações do FP, ajustando simultaneamente, de maneira ótima, todas as variáveis de controle do sistema para satisfazer algum critério preestabelecido do problema.

Atualmente o FPO vem sendo utilizado nas empresas de energia elétrica principalmente em aplicações *off-line*, tais como: desenvolvimento de casos base, alocação de reativos, despacho econômico, entre outros. O grande desafio do FPO é tornar-se tão acessível quanto o FP convencional. Os modelos de FPO implementados até o momento normalmente necessitam de ajuste de parâmetros que não são triviais, e/ou esbarram no problema de tempo de processamento das máquinas.

Como em qualquer setor da economia moderna, o setor elétrico vem passando por reestruturações que resultam na busca diária de eficiência e satisfação ao cliente. Objetivos estes que dentre outros tópicos, somente serão alcançados através de uma política correta de incentivo às inovações e aperfeiçoamentos nas ferramentas computacionais como, por exemplo, no programa de fluxo de potência ótimo. Com o uso do FPO caminha-se na direção do processo de automação do sistema. Neste processo uma tomada de decisão ótima e segura é obtida automaticamente, cabendo ao operador uma breve análise e implementação. A experiência do operador, ainda

que importante e necessária, passa a ocupar um plano secundário na tomada de decisões.

1.1) MOTIVAÇÃO

A grande motivação para o desenvolvimento desta pesquisa está relacionada ao seu potencial de contribuir para um melhor desempenho do sistema de transmissão de energia elétrica, e um melhor perfil de tensão.

A título de exemplo pode-se analisar o caso do sistema elétrico brasileiro, cujo grande parte do parque gerador encontra-se longe dos grandes centros consumidores, e que tem como consequência a necessidade de um amplo e complexo sistema de transmissão de energia elétrica. A potência instalada no Brasil é de aproximadamente 75.000 MVA* com uma demanda média em torno de 42.000 MW**. Os números obtidos na prática indicam que as perdas de potência ativa na transmissão são da ordem de 6%, ou seja, 2.520 MW. Uma redução de 10% das perdas representa uma economia de 252 MW, montante este que equivale à construção de uma usina que despenderia investimentos na ordem de R\$ 250.000.000,00. Pode-se fazer uma análise desta economia em termos de custo de geração. O preço médio do MWh no Brasil em 2002 é R\$ 72,35*.

1 ano	—————	8760 horas
1 ano	—————	economia de 2.207.520 MWh
1 ano	—————	economia de R\$ 160 milhões

* Fonte: Planejamento Anual da Operação energética ano 2002, ONS (www.ons.org.br)

** Fonte: Energia Elétrica: Previsão de Carga dos Sistemas Interligados - Período 2002/2006
ONS / Eletrobrás (www.eletrobras.gov.br)

Vale a pena reforçar que esta economia pode ser obtida atuando-se exclusivamente sobre as variáveis de controle do sistema, ou seja, sem qualquer investimento adicional.

1.2) OBJETIVO

Este trabalho tem como objetivo desenvolver uma abordagem para a resolução do despacho ótimo de potência ativa CA (Corrente Alternada) com restrição na transmissão. Esta abordagem utiliza o Método da Função Barreira Logarítmica (MFBL) e as condições de estacionaridade de Karush-Kuhn-Tucker (KKT). O sistema de equações não lineares resultantes das condições de estacionaridade é resolvido pelo método de Newton. Como resultado tem-se a geração por usina dentro de limites pré-estabelecidos, sem que haja violação do limite térmico nas linhas de transmissão, satisfazendo a demanda e minimizando as perdas de potência ativa na transmissão.

O MFBL foi escolhido por apresentar rápida convergência, fornecendo uma solução que satisfaça as restrições do problema.

1.3) ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Neste capítulo apresentou-se uma introdução ao FPO, a motivação para o desenvolvimento do trabalho, definiu-se o objetivo do mesmo, bem como sua organização.

No capítulo 2, tem-se o estado da arte do FPO, onde são apresentadas algumas propostas desenvolvidas para a solução do problema do FPO nas últimas décadas.

No capítulo 3, mostra-se um estudo dos métodos dos pontos interiores para resolver problemas de programação não linear, detalhando-se todos os passos para sua solução .

No capítulo 4, expõe-se a formulação proposta para o problema de FPO com restrição na linha de transmissão via método da função barreira logarítmica.

No capítulo 5, tem-se os resultados obtidos com a aplicação da metodologia proposta. Cinco sistemas elétricos (3, 8, 14, 30 e 118 barras) foram utilizados para comprovar a eficiência do método.

No capítulo 6, apresenta-se as conclusões obtidas dos resultados da aplicação do método e as perspectivas de continuidade deste trabalho.

CAPÍTULO 2

ESTADO DA ARTE DO FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO

2.1) INTRODUÇÃO

O problema de Fluxo de Potência Ótimo (FPO) foi definido no início da década de 60, e sua formulação inicial foi proposta por CARPENTIER (1962). Carpentier elaborou o problema de FPO baseando-se no problema de Despacho Econômico (DE), que define o quanto cada gerador deve produzir de potência ativa para atender a demanda exigida pelo sistema. O FPO tem como características ser um problema de otimização não linear, não convexo e de grande porte, cuja evolução segue de perto os avanços das técnicas de otimização. O objetivo do problema de FPO é determinar o ponto de operação ótimo de um Sistema Elétrico de Potência (SEP), otimizando uma função objetivo e satisfazendo as restrições de operação.

O FPO pode ser representado matematicamente através de um problema genérico de otimização com restrições de igualdade e desigualdade como:

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ \text{s.a. :} \quad & g(x) = 0 \\ & \underline{h} \leq h(x) \leq \bar{h} \\ & \underline{x} \leq x \leq \bar{x} \end{aligned} \tag{2.1}$$

onde:

- $x = (V, \theta, t) \in \mathfrak{R}^n$ é um vetor de variáveis de decisão, incluindo as variáveis de controle e as variáveis dependentes não funcional.
- $f \in \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$ é uma função escalar que representa o objetivo de otimização na operação do sistema de potência.
- $g \in \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^m$ é uma função vetor com as equações convencionais do fluxo de potência, onde $m < n$.
- $h \in \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^p$ é um vetor de variáveis funcionais, com limites inferiores \underline{h} e limites superiores \bar{h} , correspondendo aos limites de operação do sistema.
- \underline{x}, \bar{x} são os limites das variáveis de estado e controle do sistema.

A função $f(x)$ pode ser o custo de geração, as perdas de transmissão do sistema, entre outras.

As restrições de igualdade $g(x)$ são as equações do fluxo de potência obtidas quando impõe-se o princípio da conservação de potência em cada barra da rede.

As restrições de desigualdade $h(x)$ representam as restrições funcionais como: as potências ativa e reativa nas barras de geração, a potência reativa nas barras de controle de reativo e os fluxos ativos e reativos nas linhas de transmissão e transformadores.

Dentre as variáveis dependentes existentes tem-se:

- tensão em todas as barras de carga do sistema;
- ângulo em todas as barras do sistema menos a referência;
- potência reativa nas barras com controle de reativo e referência;
- potência ativa na barra de referência.

Dentre as variáveis de controle existentes tem-se:

- tensão nas barras de controle de reativos do sistema;
- *tap* dos transformadores;

- potência ativa gerada nas barras de geração.

A seguir será apresentado um histórico de algumas técnicas de otimização propostas nas últimas décadas para a solução do problema representado na eq. (2.1).

2.2) HISTÓRICO

As primeiras propostas para resolver o problema de FPO, utilizavam metodologias de gradiente, conhecidas como métodos de primeira ordem. Um dos trabalhos pioneiros na área foi apresentado por DOMMEL & TINNEY (1968), que propunha o uso do método do gradiente reduzido, trabalho este que se tornou um clássico e pode ser considerado a base para o estudo do FPO. O método de Dommel & Tinney procura uma solução ótima através de um algoritmo de passo descendente. É um método no qual após mudanças nas variáveis de controle (V e t), as equações do fluxo de potência são resolvidas pelo método de Newton. As restrições funcionais de desigualdades são tratadas por parâmetros de penalidade, e multiplicadores de Lagrange são usados para associar as equações do fluxo de potência à função objetivo na construção da função Lagrangiana. A técnica de projeção do gradiente é utilizada para as variáveis de controle que atingem um de seus limites. Para a atualização das variáveis de controle utiliza-se um passo, determinado por uma busca unidimensional. O método tem uma eficiência de primeira ordem para a minimização da função objetivo. Uma das dificuldades do método é a determinação do tamanho do passo do gradiente pois, caso seja este um valor grande, pode causar oscilações em torno do ponto ótimo ou o processo pode não convergir. E se o passo for pequeno, pode levar a um número excessivo de iteração. Existem ainda limitações na determinação do tamanho do passo nas variáveis de controle. Isto pode comprometer o processo de convergência.

SASSON (1969) apresentou uma extensão do método de Dommel & Tinney com o objetivo de melhorar a convergência do método de Newton. Este novo método minimiza o custo do combustível e as perdas nas linhas de transmissão através da

implementação de uma técnica de programação não linear que emprega os algoritmos de Powell e Fletcher-Powell. Esta técnica verifica a convergência em cada estágio do processo de otimização. Embora o método funcione muito bem para sistemas pequenos, apresentou problemas de convergência com o aumento do tamanho do sistema e técnicas de decomposição devem ser usadas. Além disso, é limitado por ser incapaz de lidar com mais que duas restrições por nó.

SASSON et al. (1973) aplicaram o método das penalidades no problema de FPO. Esta técnica tem o objetivo de tornar o problema restrito em irrestrito, penalizando todas as restrições de desigualdade que são violadas e as de igualdade que ainda estão longe do zero. É uma técnica quadrática onde as variáveis são todas atualizadas simultaneamente, usando a matriz Hessiana da função objetivo penalizada. A cada iteração do método os valores das penalidades são aumentados, e a matriz Hessiana da função penalidade é calculada. O processo é repetido até que todas as restrições sejam satisfeitas. Técnicas de esparsidade são aplicadas à matriz Hessiana. Para valores altos dos fatores de penalidades a matriz Hessiana pode se tornar mal condicionada, comprometendo a convergência do processo de otimização. Este foi o primeiro trabalho a utilizar a matriz Hessiana na resolução do FPO.

SUN et al. (1984) apresentaram uma nova abordagem do problema de FPO utilizando Newton e o desacoplamento do problema original em dois subproblemas (P- θ e Q-V) combinado com as condições de otimalidade de Karush-Kuhn-Tucker (KKT). Para a utilização do método de Newton faz-se necessário a montagem da função Lagrangiana que transforma o problema restrito em um problema irrestrito. A função Lagrangiana é dada pela combinação da função objetivo, das restrições de igualdade e desigualdade. As restrições de igualdade são incorporadas a função objetivo através dos multiplicadores de Lagrange. Já as restrições de desigualdade podem ser divididas em dois grupos: as restrições penalizadas, que são adicionadas a função objetivo através dos parâmetros de penalidade, e as restrições ativas que são incorporadas ao grupo de restrições de igualdade dado pelas equações do FP. O método do conjunto ativo foi utilizado para identificar as restrições ativas na solução. A cada iteração a função Lagrangiana é aproximada por uma quadrática. O ponto

ótimo do problema ocorre quando as condições de otimalidade de KKT estão satisfeitas e as equações do fluxo de carga convencional estão dentro de determinada tolerância. O método apresenta convergência de segunda ordem e tem como desafio, no desenvolvimento do algoritmo, a identificação do conjunto de restrições de desigualdade ativas na solução.

MONTICELLI & LIU (1992) apresentaram uma nova abordagem do método de Newton onde eles combinaram o método dos multiplicadores de Lagrange para as restrições de igualdade e o método da função penalidade para representar as restrições de desigualdades ativas. A principal diferença do método proposto por Monticelli & Liu e por Sun et al., está na utilização de um movimento adaptativo de penalidade que assegura que a matriz Hessiana seja definida positiva ao longo da solução do problema sem afetar o processo de convergência.

Embora os Métodos dos Pontos Interiores (MPI) tenham surgido em meados da década de 80, sua aplicação em problemas de otimização em sistemas elétricos de potência só veio a ocorrer apenas alguns anos mais tarde. CLEMENTS et al. (1991) desenvolveram uma das primeiras pesquisas de pontos interiores aplicados para sistemas elétricos de potência. Clements propôs uma técnica de pontos interiores para programação não linear para solucionar o problema de estimação de estado em sistemas elétricos de potência. No mesmo ano, PONNAMBALAM et al. apresentaram um novo desenvolvimento para o algoritmo dual afim (uma variação do MPI de Kamarkar) implementado para resolver o problema de planejamento de geração hidráulica. VARGAS et al. (1992) apresentaram um MPI para resolver o problema de despacho econômico. Nos anos seguintes foram apresentados vários trabalhos utilizando MPI. A primeira contribuição significativa foi de GRANVILLE (1994), ao propor o Método Primal-Dual Barreira Logarítmica (MPDBL) para resolver o problema de despacho ótimo de reativos, caso particular do FPO, em que os controles de ativos estão fixos. O método utiliza multiplicadores de Lagrange para as restrições de igualdades, desmembra as desigualdades em duas inequações e acrescenta variáveis de folga, estritamente positivas, para que estas restrições se tornem igualdades. Estas variáveis de folga são incorporadas à função objetivo

através da função barreira logarítmica e parâmetro de barreira, que tende a zero durante o processo de otimização. Este algoritmo apresenta muita sensibilidade quanto à escolha do parâmetro de barreira, podendo até mesmo divergir em alguns casos. A solução é encontrada quando todas as restrições do problema original estão sendo satisfeitas, dentro de uma tolerância especificada.

WU et al. (1994) apresentam o MPDBL para resolução de problemas de FPO com a novidade da utilização do esquema preditor-corretor. O esquema preditor-corretor mostrou-se computacionalmente mais eficaz do que o Método Primal-Dual (MPD) puro em termos de velocidade e número de iterações.

YAN & QUINTANA (1996) em vez de aplicarem o algoritmo de pontos interiores diretamente ao problema não linear de FPO, propõem a utilização da técnica de programação linear sucessiva para resolver o problema. A técnica apresenta duas vantagens importantes. A primeira é a não necessidade de se calcular a matriz com derivadas de segunda ordem (matriz Hessiana) a cada iteração, o que é computacionalmente pesado. A segunda vantagem é que o processo de otimização pode ser controlado para terminar num estágio anterior baseado na precisão escolhida pelo usuário, o que não é possível em problemas não lineares devido a incerteza do seu comportamento para problemas não convexos. Resultados computacionais para grandes sistemas mostraram que o algoritmo é rápido e robusto, sendo apropriado para aplicações em tempo real.

YAN & QUINTANA (1997) apresentaram um algoritmo para a solução de FPO em que utilizou o método preditor-corretor de pontos interiores junto com a técnica de programação linear sucessiva. O novo algoritmo também apresenta novas técnicas para lidar com a escolha do parâmetro de barreira, o ponto inicial e o critério de convergência. Os resultados mostraram uma grande dependência da eficiência do algoritmo com a escolha exata dos parâmetros de barreira e do ponto inicial. Uma característica importante é a não dependência do número de iterações finais com o tamanho do problema.

TORRES & QUINTANA (1998), seguindo a sua linha de pesquisas relacionadas à aplicação do esquema preditor-corretor, propõem um algoritmo de pontos interiores para resolução de problemas de FPO que utiliza as tensões do sistema na forma retangular ao invés da forma polar. A grande vantagem está no fato de que alguns problemas de FPO quando formulados na forma retangular apresentam funções objetivo e restrições quadráticas. As funções quadráticas são desejáveis principalmente por apresentarem características como: Hessiana constante, a expansão de Taylor terminar no termo de segunda ordem sem erro de truncamento e o cálculo do termo de ordem superior é mais fácil (utilizado no esquema preditor-corretor).

MOMOH & ZHU (1999) apresentaram o Método dos Pontos Interiores Quadráticos Melhorado (MPIQM) aplicado à solução do FPO trabalhando com variedades de funções objetivo incluindo o problema de despacho ótimo, planejamento de reativos e minimização das perdas. É realizado um procedimento de eliminação para se obter uma redução no problema de FPO, onde a função objetivo é uma função quadrática sujeita a restrições lineares. As características do MPIQM são a possibilidade de um ponto de partida geral, ou seja, a não necessidade de um ponto inicial bom, como é requerido nos demais métodos de pontos interiores, e a rápida convergência.

COSTA et al. (2000) apresentaram uma comparação entre três abordagens de otimização para resolver o problema de FPO: conjunto ativo e penalidade, primal-dual e primal-dual barreira logarítmica. As três abordagens são baseadas no método de Newton. O desempenho dos métodos foi comparado considerando: as perdas ativas na transmissão, geração de potência reativa, o número total de iterações para convergência e o tempo de processamento. Os resultados obtidos mostram que cada método tem vantagens e desvantagens e os autores recomendam uma mistura deles, explorando as qualidades de cada um.

CAPÍTULO 3

O MÉTODO DOS PONTOS INTERIORES

3.1) INTRODUÇÃO

O primeiro método de pontos interiores conhecido é atribuído a FRISCH (1955), denominado Método da Barreira Logarítmica (MBL) e que foi mais tarde (década 1960) extensivamente estudado por Fiacco e McCormick para solucionar problemas de inequações não lineares restritas. No entanto, o maior feito no campo da pesquisa de pontos interiores veio ocorrer apenas em 1984 quando KARMARKAR (1984) apresentou um novo MPI para Programação Linear (PL) alcançando a resposta final até 50 vezes mais rápido que o Método Simplex (MS) de Dantzig.

O algoritmo de Karmarkar é significativamente diferente do MS. A resolução de um problema de PL através do MS inicia em um extremo ao longo da fronteira da região factível, saltando para um ponto extremo vizinho melhor ao longo da fronteira, e finalmente parando no ponto extremo ótimo. Já o algoritmo de Karmarkar raramente visita pontos extremos antes de encontrar a solução ótima x^* . Este método tem por objetivo caminhar pelo interior da região factível, até encontrar o ponto ótimo, daí o algoritmo de Karmarkar também ser conhecido como o método dos pontos interiores.

Se por um lado a abordagem de Pontos Interiores (PI) requer maior tempo computacional encontrando uma direção de busca, por outro, o fato de se alcançar uma melhor direção de busca resulta em um número inferior de iterações. A Figura 3.1 ilustra a diferença entre as técnicas de otimização citadas.

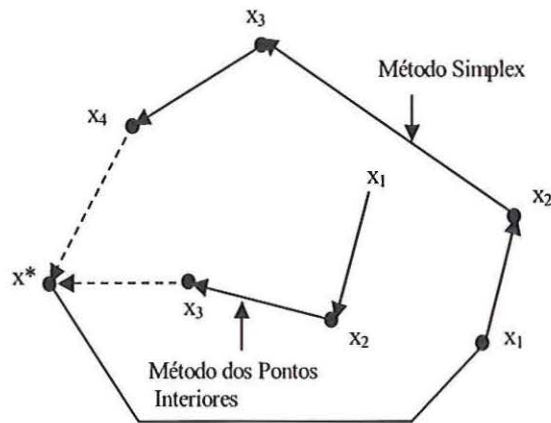


Figura 3.1 - Ilustração dos métodos de pontos interiores e do Simplex

Entretanto, o algoritmo de Karmarkar em sua versão original é complexo e, posteriormente, foram apresentados algoritmos derivados daquele, com abordagens bem mais simples.

Uma variante do método projetivo de Karmarkar é o Método de Escala-Afim, que utiliza uma transformação afim em detrimento à transformação projetiva. O método de Escala-Afim possui duas variantes: o Escala-Afim Primal, para solucionar problemas lineares na forma padrão, e o Escala-Afim Dual, para solucionar problemas lineares na forma de desigualdades. Como outras variantes podem ser citados os métodos primais de centro, primais-duais ou *Path-Following*, entre outros como mencionado em MATUMOTO (1996).

O esforço computacional de cada iteração de um algoritmo de PI é dominado pela solução do sistema linear altamente esparsa. Por esse motivo, o desempenho de qualquer código de PI é altamente dependente de uma boa álgebra linear.

Neste capítulo é realizada uma descrição dos MPI aplicados à resolução dos problemas de Programação Não Linear (PNL), e é organizado da seguinte forma: inicialmente descreve-se o problema de PNL, esboça-se o método da programação linear seqüencial, mostra-se em detalhes o desenvolvimento de um MPI primal-dual e finalmente apresenta uma breve abordagem dos MPI primal-dual de ordem superior.

3.2) O PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO NÃO LINEAR

Um problema de PNL pode ser representado matematicamente como um problema geral de otimização:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & f(x) \\
 \text{sa} \quad & g(x) = 0 \\
 & \underline{h} \leq h(x) \leq \bar{h} \\
 & \underline{x} \leq x \leq \bar{x}
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

onde em um problema típico de FPO:

- $x \in \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}$ é um vetor de variáveis de decisão, incluindo as variáveis de controle e as variáveis dependentes não funcionais.
- $f \in \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}$ é uma função escalar que representa o objetivo de otimização na operação do sistema de potência.
- $g \in \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}^m$ é uma função vetor com as equações convencionais do fluxo de potência.
- $h \in \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}^p$ é um vetor de variáveis funcionais, com limites inferiores \underline{h} e limites superiores \bar{h} , correspondendo aos limites de operação do sistema.

Daqui em diante assume-se que $f(x)$, $g_i(x)$ e $h_i(x)$ possuem derivadas contínuas de segunda ordem.

Qualquer ponto \hat{x} que satisfaça todas as restrições em (3.1) é dito factível. O conjunto de todos os pontos factíveis define a região factível, e um ponto factível x^* que atende as condições de mínimo é chamado de ótimo local. Todo problema de PNL na forma de (3.1) é não convexo, porque restrições com equações não lineares e/ou funções limitadas não lineares na forma $\underline{h} \leq h(x) \leq \bar{h}$ não podem formar uma região convexa. Por exemplo, se $h(x) \leq \bar{h}$ é convexa então $-h(x) \leq \underline{h}$ é côncava, e vice versa.

O problema não linear (3.1) pode ser resolvido pelos MPI primal-dual de duas maneiras, (i) aplicando os métodos diretamente ao problema não linear, ou (ii) aplicando os métodos na seqüência de aproximações (locais), como nas aproximações da Programação Linear Seqüencial (PLS) e da Programação Quadrática Seqüencial (PQS). Na sessão seguinte descreve-se as idéias básicas que estão por trás da aproximação PLS.

3.3) O PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO LINEAR SEQÜENCIAL

Na aproximação PLS, o problema de PNL apresentado em (3.1) é resolvido por meio da linearização sucessiva da função objetivo não linear e das funções de restrição ao redor do ponto de operação $\{x^k\}$ que são definidos pelas soluções das restrições de igualdade. A aproximação PLS envolve a solução seqüencial do problema linear

$$\begin{aligned}
 \min \quad & f(x^k) + \nabla_x f(x^k)^t \Delta x \\
 \text{sa} \quad & g(x^k) + J_g(x^k) \Delta x = 0 \\
 & \underline{h} \leq h(x^k) + J_h(x^k) \Delta x \leq \bar{h} \\
 & \underline{x} \leq x^k + \Delta x < \bar{x}
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

onde

- $\nabla_x f : \Re^n \rightarrow \Re^n$ é o gradiente de $f(x)$ (um vetor coluna);
- $J_g : \Re^n \rightarrow \Re^{m \times n}$ é a Jacobiana de $g(x)$;
- $J_h : \Re^n \rightarrow \Re^{p \times n}$ é a Jacobiana de $h(x)$.

A aproximação sucessiva do problema de PNL mostrado em (3.1) pelo problema de PL representado em (3.2), supera as restrições do modelo linearizado possuir resultados satisfatórios apenas em uma pequena faixa na vizinhança da base requerida. Como motivação adicional tem-se que os problemas lineares podem ser facilmente resolvidos usando o MS ou um MPI. Os passos básicos de uma aproximação PLS são:

Passo 1: Obter uma solução inicial para as restrições de igualdade e iniciar k como

$$k = 0;$$

Passo 2: Obter o subproblema de PL (3.2) utilizando a solução anterior para linearizar (3.1).

Passo 3: Solucionar o subproblema de PL (3.2) para Δx e obter um novo ponto:

$$x^{k+1} = x^k + \Delta x. \text{ Atualizar } k, k = k + 1.$$

Passo 4: Obter a solução das restrições de igualdade para x^k , verificar se as variáveis canalizadas estão dentro dos respectivos limites. Se sim, ir para o passo 5. Caso Contrário, voltar para o passo 2.

Passo 5: Verificar se é possível a redução do valor da função objetivo. Caso afirmativo, voltar ao passo 2. Caso contrário, parar com x^k como uma solução aproximada de (3.1).

Um problema de PNL resolvido pela abordagem PLS só tem garantia de convergência se o problema for convexo.

3.4) MÉTODO PRIMAL-DUAL DE PONTOS INTERIORES PARA PROGRAMAÇÃO NÃO LINEAR

Os métodos dos pontos interiores foram primeiramente estudados por FRISCH (1955). Mais tarde, sua abordagem sobre a função barreira logarítmica foi extensivamente estudada na solução de problemas genéricos de restrições de desigualdade na forma expressa em (3.3) por FIACCO & MCCORMICK (1968).

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ \text{sa : } \quad & h(x) \geq 0 \end{aligned} \tag{3.3}$$

É assumido que pelo menos um ponto x^0 exista onde $h(x^0) > 0$, isto é, a região $\Omega := \{x \in \mathbb{R}^n \mid h(x) \geq 0\}$ não é vazia.

A abordagem de Fiacco & McCormick para resolver (3.3) consiste de uma função barreira logarítmica ponderada para incorporar as restrições de desigualdade na função objetivo. Transformando assim um problema com restrições de desigualdade (3.3) em uma seqüência de problemas irrestritos da forma:

$$\min \left\{ f_{\mu}(x, \mu^k) = f(x) - \mu^k \sum_{i=1}^m \ln(h_i(x)) \right\} \tag{3.4}$$

onde:

$\mu^k > 0$ é o parâmetro de barreira.

O parâmetro de barreira monotonicamente decresce até zero com o avanço das iterações. Sob certas condições e μ^k suficientemente pequeno, conduzindo μ^k para zero, a seqüência $\{x(\mu^k)\}$ de minimização de (3.4) forma um caminho de convergência continuamente diferenciável para x^* , chamado de “trajetória de barreira”, onde x^* é um minimizador de (3.3).

Diversas dificuldades foram observadas com o uso do método de barreira logarítmica clássico para solução de (3.3). Inicialmente o maior problema foi a necessidade de se determinar um ponto inicial factível, que pode ser tão difícil quanto resolver o problema propriamente dito. O segundo maior problema foi as severas dificuldades numéricas, com as técnicas numéricas disponíveis na época, ainda que o problema (3.3) fosse bem condicionado. Os multiplicadores de Lagrange estimados para as restrições ativas ($h_i(x) = 0$) são obtidos através das razões de duas quantidades tendendo a zero, o que é instável. Além disso, à medida que se aproxima da solução, a matriz Hessiana de $f_\mu(x, \mu^k)$ começa a ficar mal condicionada, e, no limite ($\mu^k \rightarrow 0$), é singular. Outras grandes dificuldades são a necessidade de um cuidadoso algoritmo de busca linear, a escolha do valor inicial μ^0 e da subsequente maneira de se reduzir μ^k a cada iteração.

Embora os métodos de PI tenham sido desenvolvidos para solucionar problemas de PNL genéricos, um grande número de pesquisas nos métodos de PI para PNL vem recentemente sendo motivadas principalmente pelo grande desempenho dos métodos de PI para PL e Programação Quadrática (PQ). Estas áreas de pesquisa desfrutam de um assombroso progresso nos últimos 10 anos. Descreve-se a seguir o desenvolvimento matemático do método de PI primal-dual apropriado para resolver o problema de PNL (3.1). O método de pontos interiores para resolver o problema de PL (3.2) pode ser derivado de maneira similar.

3.4.1) PROBLEMA TRANSFORMADO E CONDIÇÕES DE OTIMALIDADE

Por motivo de apresentação, assume-se que as variáveis limitadas $\underline{x} \leq x \leq \bar{x}$ em (3.1) são incluídas em $\underline{h} \leq h(x) \leq \bar{h}$. O método de pontos interiores, aqui descrito, inicialmente transforma todas as restrições de desigualdade de (3.1) em igualdades adicionando vetores de folga / excesso não negativos, como segue:

$$\begin{aligned}
& \min f(x) \\
& \text{s.a.: } g(x) = 0 \\
& \quad -s - z + \bar{h} - \underline{h} = 0 \\
& \quad -h(x) - z + \bar{h} = 0 \\
& \quad s \geq 0, z \geq 0
\end{aligned} \tag{3.5}$$

As condições de não negatividade $(s, z) \geq 0$ são tratadas sendo incorporadas nos termos de barreira logarítmica:

$$\begin{aligned}
& \min f(x) - \mu^k \sum_{i=1}^p (\ln s_i + \ln z_i) \\
& \text{s.a.: } g(x) = 0 \\
& \quad -s - z + \bar{h} - \underline{h} = 0 \\
& \quad -h(x) - z + \bar{h} = 0
\end{aligned} \tag{3.6}$$

Os termos logarítmicos asseguram as condições das variáveis de folga serem estritamente positivas, as quais são tratadas implicitamente. Para resolver as restrições de igualdade do problema (3.6), usa-se o método de Newton-Lagrange. Associado com o problema (3.6) temos a função Lagrangeana $L_\mu(y)$ dada por:

$$\begin{aligned}
L_\mu(y) := & f(x) - \mu^k \sum_{i=1}^p (\ln s_i + \ln z_i) - \lambda^t g(x) \\
& - \pi^t (-s - z + \bar{h} - \underline{h}) - v^t (-h(x) - z + \bar{h})
\end{aligned} \tag{3.7}$$

onde:

$\lambda \in \Re^m$, $\pi \in \Re^p$ e $v \in \Re^p$ são vetores dos multiplicadores de Lagrange, chamados de variáveis duais, e $y := (s, z, \pi, v, x, \lambda)$.

Um mínimo local de (3.6) é expresso em termos de um ponto satisfatório de $L_\mu(y)$, e que precisa satisfazer as condições de otimalidade de Karush-Kuhn-Tucker:

$$\nabla_y L_\mu(y) = \begin{pmatrix} \pi - \mu^k S^{-1} e \\ \hat{v} - \mu^k Z^{-1} e \\ s + z - \bar{h} + \underline{h} \\ h(x) + z - \bar{h} \\ \nabla_x f(x) - J_g(x)^t \lambda + J_h(x)^t v \\ -g(x) \end{pmatrix} = 0 \quad (3.8)$$

onde:

$$S := \text{diag}(s_1, s_2, \dots, s_p), \quad Z := \text{diag}(z_1, z_2, \dots, z_p) \quad e := (1, 1, \dots, 1)^T$$

$$\hat{v} := v + \pi.$$

Multiplicando o primeiro termo de (3.8) por S e o segundo por Z , tem-se:

$$\nabla_y L_\mu(y) = \begin{pmatrix} S\pi - \mu^k e \\ Z\hat{v} - \mu^k e \\ s + z - \bar{h} + \underline{h} \\ h(x) + z - \bar{h} \\ \nabla_x f(x) - J_g(x)^t \lambda + J_h(x)^t v \\ -g(x) \end{pmatrix} = 0. \quad (3.9)$$

O sistema de KKT em (3.9) pode ser interpretado como se segue. O terceiro, o quarto e o sexto termo de (3.9), junto com $(s, z) \geq 0$, asseguram a factibilidade primal; o quinto termo junto com $(\pi, \hat{v}) > 0$, asseguram a factibilidade dual, enquanto que o primeiro e o segundo termo são as condições de complementaridade μ , perturbações $(\mu^k \neq 0)$ das condições de complementaridade padrão.

Um ponto inicial estritamente factível não é necessário no método primal-dual, entretanto as condições $(s, z) \geq 0$ e $(\pi, \hat{v}) > 0$ precisam ser satisfeitas a cada ponto, de forma a definir os termos de barreira. O algoritmo de PI inicia-se de um ponto y^0 que satisfaça $(s, z) \geq 0$ e $(\pi, \hat{v}) > 0$; de maneira a preservar esta condição, as iterações subseqüentes do PI seguem a trajetória no espaço do produto da complementaridade (s, π) . A factibilidade é atendida durante o processo de iteração, e a otimalidade é alcançada.

Nas iterações do algoritmo de PI primal-dual invariavelmente aplica-se um passo do método de Newton nas equações não lineares para resolver o sistema de KKT em (3.9), encontra-se o tamanho do passo na direção de Newton, atualizam-se as variáveis e reduz-se μ^k . O algoritmo termina quando as infactibilidades primal e dual junto com o *gap* da complementaridade sejam menores do que as tolerâncias pré-determinadas. Antes de descrever detalhadamente cada um destes passos, dar-se-á uma explicação do papel exercido pelo parâmetro de barreira μ .

Sejam as condições de otimalidade de KKT para o problema de PNL (3.5):

$$\nabla_y L_\mu(y) = \begin{pmatrix} S\pi \\ Z\hat{v} \\ s + z - \bar{h} + \frac{h}{\mu} \\ h(x) + z - \bar{h} \\ \nabla_x f(x) - J_g(x)^t \lambda + J_h(x)^t v \\ -g(x) \end{pmatrix} = 0 \quad (3.10)$$

com $(s, z) \geq 0$ e $(\pi, \hat{v}) > 0$. Uma nova estimativa para o ponto y^k pode ser calculada usando um passo do método de Newton para encontrar os zeros da função não linear aplicada em (3.10). As iterações têm a forma geral:

$$y^{k+1} = y^k - \alpha^k \nabla_y^2 L(y^k)^{-1} \nabla_y L(y^k) \quad (3.11)$$

onde $\alpha^k \in (0,1]$ é um fator de amortecimento utilizado não apenas para melhora na convergência mas também para manter as variáveis não negativas estritamente positivas em lugar de apenas não negativas. A explicação de ZHANG (1996) para esta necessidade é descrita a seguir.

Considere quaisquer das condições de complementaridade em (3.10), seja $s_i \pi_i = 0$. A equação de Newton para $s_i \pi_i = 0$ num dado ponto (s_i^k, π_i^k) , é:

$$s_i^k \Delta \pi_i + \pi_i^k \Delta s_i = -s_i^k \pi_i^k \quad (3.12)$$

Se uma das variáveis, seja π_i^k , é zero, então a equação de Newton torna-se $s_i^k \Delta \pi_i = 0$, conduzindo para zero o atualizador $\Delta \pi_i = 0$. Conseqüentemente, π_i^k irá permanecer em zero todo o tempo, uma vez que ele inicia em zero, o que é fatal, porque o algoritmo nunca poderá restaurar as variáveis iniciadas em zero através dos “erros”. Além disso, mesmo que se mantenha as variáveis não negativas estritamente positivas, permanece as dificuldades em restaurá-las quando estas possuírem valor muito próximo de zero.

Observe que as condições de complementaridade perturbadas em (3.9) reduzem as chances de tais erros, nos estágios iniciais, direcionarem todos os pares de complementaridade para zero no mesmo passo, seja $s_i^k \pi_i^k = \mu^k \rightarrow 0$, para todo i , e $k \rightarrow \infty$. Se as iterações genéricas de (3.9) forem expressas em termos de $\nabla_y L(y^k)$, similar a (3.11), tem se:

$$y^{k+1} = y^k - \alpha^k \nabla_y^2 L(y^k)^{-1} [\nabla_y L(y^k) - \mu^k u] \quad (3.13)$$

onde:

$$u = (e, 0) \text{ com } e \in \Re^{2p} \text{ e } 0 \in \Re^{q-2p}.$$

A direção de busca em (3.13) tem duas componentes: (i) a direção de Newton “pura”, $\nabla_y^2 L(y^k)^{-1} \nabla_y L(y^k)$, também chamada de direção escala-afim, e (ii) a direção central, $\nabla_y^2 L(y^k)^{-1} \mu^k u$. A componente que não aparece em (3.11) conduz as variáveis não negativas para longe da fronteira.

Um resumo do algoritmo do método primal-dual de PI é mostrado a seguir:

Passo 1:(Inicialização)

Fazer $k = 0$, definir μ^0 e escolher um ponto inicial y^0 que satisfaça as condições de positividade estrita,

Passo 2:(Cálculo da Direção de Newton)

Formular o sistema de Newton para o ponto atual e encontrar a direção de Newton.

Passo 3:(Atualização das Variáveis)

Encontrar o tamanho do passo da direção de Newton e atualizar as variáveis primal e dual.

Passo 4:(Teste de Convergência)

Se o novo ponto satisfizer o critério de convergência, parar. Caso contrário, atualizar $k=k+1$, atualizar o parâmetro de barreira μ^k , e voltar ao passo 2.

3.4.2) CALCULANDO A DIREÇÃO DE NEWTON

Embora o sistema de KKT (3.9) seja não linear, sua solução é usualmente aproximada por uma iteração simples do método de Newton (a direção de Newton é apenas uma maneira de seguir o caminho do minimizador parametrizado por μ^k). Como aplica-se o método de Newton para resolver (3.9), obtém-se o seguinte sistema indefinido:

$$\begin{bmatrix} \Pi & 0 & S & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \hat{\gamma} & Z & Z & 0 & 0 \\ I & I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 & J_h & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_h^T & \nabla_x^2 L_\mu & -J_g^T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -J_g & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta s \\ \Delta z \\ \Delta \pi \\ \Delta v \\ \Delta x \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_s \\ r_z \\ r_\pi \\ r_v \\ r_x \\ r_\lambda \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

onde:

$$\begin{aligned} \Pi &:= \text{diag}(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_p), \hat{\gamma}(\hat{v}_1, \hat{v}_2, \dots, \hat{v}_p) \\ r_s &:= -S\pi + \mu^k e \\ r_z &:= -Z\hat{v} + \mu^k e \\ r_\pi &:= -s - z + \bar{h} - \underline{h} \\ r_v &:= -h(x) - z + \bar{h} \\ r_x &:= -\nabla_x f(x) + J_g(x)^T \lambda - J_h(x)^T v \\ r_\lambda &:= g(x) \end{aligned} \quad (3.15)$$

O cálculo de $\nabla_x^2 L_\mu$, envolve uma combinação da Hessiana da função objetivo $\nabla_x^2 f(x)$ e as Hessianas das restrições $\nabla_x^2 g_j(x)$ e $\nabla_x^2 h_j(x)$, como

$$\nabla_x^2 L_\mu(y) = \nabla_x^2 f(x) - \sum_{j=1}^m \lambda_j \nabla_x^2 g_j(x) + \sum_{j=1}^p v_j \nabla_x^2 h_j(x).$$

Deixa-se de lado o índice k para simplificar a apresentação. A direção de Newton pode ser obtida resolvendo-se (3.14) diretamente, ou pelo sistema reduzido:

$$\begin{bmatrix} J_d & -J_g^T \\ -J_g & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_x \\ r_\lambda \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Para primeiro Δx e $\Delta \lambda$, e então calcula-se:

$$\begin{aligned}\Delta z &= -J_h(x)\Delta x \\ \Delta s &= -\Delta z \\ \Delta \pi &= -\mu^k S^{-2} \Delta s \\ \Delta v &= -\mu^k Z^{-2} \Delta z - \Delta \pi\end{aligned}\tag{3.17}$$

onde:

$$J_d = \nabla_x^2 L_\mu(y) + \mu^k J_h(x)^T (S^{-2} + Z^{-2}) J_h(x)$$

Em TORRES & QUINTANA (1998) tem-se uma explicação do desenvolvimento do sistema reduzido acima apresentado.

3.4.3) ATUALIZAÇÃO DAS VARIÁVEIS

As novas variáveis primal e dual são atualizadas por:

$$\begin{aligned}x^{k+1} &= x^k + \alpha_P^k \Delta x & \lambda^{k+1} &= \lambda^k + \alpha_D^k \Delta \lambda \\ s^{k+1} &= s^k + \alpha_P^k \Delta s & \pi^{k+1} &= \pi^k + \alpha_D^k \Delta \pi \\ z^{k+1} &= z^k + \alpha_P^k \Delta z & v^{k+1} &= v^k + \alpha_D^k \Delta v\end{aligned}\tag{3.18}$$

onde os escalares $\alpha_P^k \in (0,1]$ e $\alpha_D^k \in (0,1]$ são os parâmetros de tamanho dos passos primais e duais respectivamente. O máximo tamanho de passo que pode ser tomado na direção de Newton é determinado por:

$$\begin{aligned}\alpha_P^k &= \gamma^* \min \left\{ 1, \min_i \left\{ \frac{-s_i^k}{\Delta s_i} \mid \Delta s_i < 0, \frac{-z_i^k}{\Delta z_i} \mid \Delta z_i < 0 \right\} \right\}, \\ \alpha_D^k &= \gamma^* \min \left\{ 1, \min_i \left\{ \frac{-\pi_i^k}{\Delta \pi_i} \mid \Delta \pi_i < 0, \frac{-\hat{v}_i^k}{\Delta \hat{v}_i} \mid \Delta \hat{v}_i < 0 \right\} \right\}\end{aligned}\tag{3.19}$$

O escalar $\gamma \in (0,1)$ é um fator de segurança para assegurar que o próximo ponto irá satisfazer as condições de positividade estrita, um valor típico é $\gamma = 0.99995$.

A eq. (3.19) apresenta o cálculo para o tamanho dos passos primal e dual de forma separada, o que é uma vantagem para o método primal-dual de PI para resolver problemas de PL, e tem provado ser altamente eficiente na prática, reduzindo o número de iterações de convergência entre 10% e 20% em problemas típicos. Em geral, nos problemas de PNL a interdependência entre as variáveis do primal e do dual presentes nas condições de factibilidade dual não permite a separação do tamanho do passo do primal e do dual. Neste caso, um tamanho do passo comum aos dois pode ser encontrado por:

$$\alpha_p^k = \alpha_D^k \leftarrow \min\{\alpha_p^k, \alpha_D^k\} \quad (3.20)$$

3.4.4) REDUÇÃO DO PARÂMETRO DE BARREIRA

Embora as propriedades de dualidade da programação convexa não possam ser totalmente estendidas para problemas genéricos de PNL, pergunta-se naturalmente se o sucesso obtido no esquema de redução de μ^k em PL ou em PQ convexa pode ser estendido para problemas de PNL. O resíduo das condições de complementaridade, chamado de *gap* da complementaridade, é calculado no ponto y^k por:

$$\rho^k = (s^k)^t \pi^k + (z^k)^t \hat{v}^k \quad (3.21)$$

A sequência $\{\rho^k\} \rightarrow 0$ faz com que $\{x^k\} \rightarrow x^*$. Desta maneira, a relação entre ρ^k e μ^k que está implícita em (3.9) sugere que μ^k pode ser reduzido baseado no decréscimo do *gap* da complementaridade, como por exemplo:

$$\mu^{k+1} = \sigma^k \frac{\rho^k}{2p} \quad (3.22)$$

onde:

p : é um parâmetro definido pelo usuário.

Onde σ^k é esperado, mais não necessariamente realizado, decrescer com o *gap* da complementaridade. O parâmetro $\sigma^k \in (0,1)$ é chamado de parâmetro central. Se $\sigma^k = 1$, o sistema de KKT (3.9), define a direção central, o passo direciona para um ponto na trajetória de barreira. No outro extremo, $\sigma^k = 0$ nos dá o passo de Newton puro, conhecido como direção escala-afim. Para caminharmos entre os dois limites de redução de μ^k e melhorar centralmente, σ^k pode ser escolhido como $\sigma^k = \max\{0.99\sigma^{k-1}, 0.1\}$ com $\sigma^0 = 0.2$.

3.4.5) TESTE DE CONVERGÊNCIA

As iterações do PI são consideradas terminadas quando:

$$\begin{array}{ll} v_1^k \leq \xi_1 & \mu^k \leq \xi_\mu \\ v_2^k \leq \xi_1 & \|\Delta x\|_\infty \leq \xi_2 \\ v_3^k \leq \xi_2 & \|g(x^k)\|_\infty \leq \xi_1 \\ v_4^k \leq \xi_2 & v_4^k \leq \xi_2 \end{array} \quad \text{ou}$$

É satisfeito, onde:

$$\begin{aligned} v_1 &= \max\{\max\{\underline{h} - h(x)\}, \max\{h(x) - \bar{h}\}, \|g(x)\|_\infty\}, \\ v_2 &= \frac{\|\nabla_x f(x) - J_g(x)^T \lambda + J_h(x)^T v\|_\infty}{1 + \|x\|_2 + \|\lambda\|_2 + \|v\|_2}, \\ v_3 &= \frac{\rho}{1 + \|x\|_2}, \\ v_4 &= \frac{|f(x^k) - f(x^{k-1})|}{1 + |f(x^k)|} \end{aligned} \quad (3.23)$$

Se os critérios $v_1^k \leq \xi_1$, $v_2^k \leq \xi_1$ e $v_3^k \leq \xi_2$ são satisfeitos, então a factibilidade primal, factibilidade dual escalar e as condições de complementaridade são satisfeitas, o que significa que a iteração k é um ponto de KKT de precisão ξ_1 . Quando problemas numéricos impedem verificar estas condições, o algoritmo para assim que a factibilidade das restrições de igualdade é alcançada e as mudanças no valor da função objetivo e das variáveis são desprezíveis. Valores típicos para as tolerâncias são $\xi_1 = 10^{-4}$, $\xi_2 = 10^{-2}\xi_1$, e $\xi_\mu = 10^{-12}$.

3.5) MÉTODOS DE PONTOS INTERIORES PRIMAL-DUAL DE ORDEM-SUPERIOR

A avaliação das direções de Newton é usualmente a tarefa computacional mais dispendiosa de uma iteração do algoritmo primal-dual. No cálculo de Δy , a fatoração direta da matriz coeficiente em (3.14) é muito mais dispendiosa que a solução pelo método *forward and backward* seguido por fatoração. Portanto, é razoável pensar que é possível melhorar o desempenho do algoritmo de PI. Se existir uma redução no número de matrizes de fatoração para um mínimo necessário, tem-se uma melhora no custo computacional de cada iteração.

A redução no número de iterações pode ser obtida pela incorporação de uma informação de ordem-superior em (3.14) com o objetivo de melhorar a ordem de precisão da qual a direção de Newton aproxima as equações de KKT. Esta é a idéia central por trás dos métodos de ordem-superior, como o método preditor-corretor introduzido por KOJIMA et. al. (1989) e desenvolvido por MEHROTRA (1992).

3.5.1) MÉTODO PREDITOR-CORRETOR DE MEHROTRA

O que torna o método de MEHROTRA eficiente em termos computacionais, é a obtenção de uma direção de busca mais bem sucedida através da solução de dois sistemas de equações lineares em cada iteração. A solução dos dois sistemas lineares, conhecidos como passos preditor e corretor, envolve uma única matriz coeficiente com dois diferentes lados direito. Portanto, uma única matriz de fatoração é requerida. Conseqüentemente existe apenas um pequeno trabalho adicional para calcular o passo corretor, visto que aproveita-se a matriz de fatoração do passo preditor.

No método preditor-corretor, em vez de se aplicar o método de Newton em (3.9), com o intuito de gerar os termos de correção para a estimativa atual, o novo ponto $y^{k+1} = y^k + \Delta y$ é substituído diretamente em (3.9), para obter a seguinte aproximação:

$$\nabla_y^2 L_\mu(y) \Delta y = \begin{bmatrix} -S\pi \\ -Z\hat{v} \\ r_\pi \\ r_v \\ r_x \\ r_\lambda \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mu^k e \\ \mu^k e \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\Delta S \Delta \pi \\ -\Delta Z \Delta \hat{v} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

onde:

$\nabla_y^2 L_\mu(y)$ é a matriz coeficiente em (3.14)

$\Delta S := \text{diag}(\Delta s_1, \dots, \Delta s_p)$

$\Delta Z := \text{diag}(\Delta z_1, \dots, \Delta z_p)$

A maior diferença entre o sistema de Newton em (3.24) e o apresentado em (3.14) é que o lado direito de (3.24) não pode ser determinado antecipadamente devido aos termos *delta* não lineares. Note que a direção de busca Δy obtida de (3.24) consiste de três componentes de direção,

$$\Delta y = \Delta y_{af} + \Delta y_{ce} + \Delta y_{co} \quad (3.25)$$

onde cada direção é definida por um vetor no lado direito de (3.24). As três direções podem ser interpretadas como:

- Δy_{af} é uma direção-afim, a direção de Newton pura que é obtida quando ajusta-se $\mu^k = 0$ em (3.14). A direção escala-afim é representada pelo primeiro vetor no lado direito de (3.24) e é responsável pela “otimização”, isto é, pela redução da infactibilidade dual e primal e do *gap* de complementaridade.
- Δy_{ce} é a direção central, cujo tamanho é controlado pela escolha adaptativa do parâmetro de barreira μ^k . A direção central, representada pelo segundo vetor no lado direito de (3.24), mantém o ponto atual afastado da borda da região factível e idealmente próximo da trajetória de barreira. O objetivo é melhorar as chances de um grande passo ser realizado na próxima iteração.
- Δy_{co} é a direção corretora que tenta compensar alguma não linearidade na direção escala-afim. Δy_{co} é definida pelo último vetor do lado direito de (3.24).

Os primeiros dois componentes, Δy_{af} e Δy_{ce} , combinam para compor a direção padrão calculada em (3.14). No algoritmo de MEHROTRA, a direção Δy_{af} é calculada separadamente e anteriormente a direção Δy_{ce} . Esta organização no cálculo possibilita escolher μ^{k+1} adaptativamente em vez de antecipadamente e aproximar os termos *delta* de segunda ordem, como descrito abaixo.

O passo Preditor

Para determinar um passo que satisfaça (3.24) de forma aproximada, inicia-se deixando de lado os termos μ e δ no lado direito de (3.24), e resolve-se para a direção escala-afim como em (3.26)

$$\nabla_y^2 L_\mu(y) \begin{bmatrix} \Delta s^{af} \\ \Delta z^{af} \\ \Delta \pi^{af} \\ \Delta v^{af} \\ \Delta x^{af} \\ \Delta \lambda^{af} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -S\pi \\ -Z\hat{v} \\ r_\pi \\ r_v \\ r_x \\ r_\lambda \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

A direção Δy_{af} é então usada de duas maneiras diferentes: (i) para aproximar os termos de δ no lado direito de (3.24), e (ii) para dinamicamente estimar o parâmetro de barreira μ .

Para estimar μ , primeiro considera-se a regra padrão dada em (3.20) utilizada na determinação do tamanho do passo e que poderia realmente ser tomada se a direção afim Δy_{af} fosse usada. Segundo, uma estimativa do *gap* da complementaridade é calculada.

$$\rho_{af}^k = (s^k + \alpha_P^{af} \Delta s_{af})^T (\pi^k + \alpha_D^{af} \Delta \pi_{af}) + (z^k + \alpha_P^{af} \Delta z_{af})^T (\hat{v}^k + \alpha_D^{af} \Delta \hat{v}_{af}) \quad (3.27)$$

Finalmente, uma estimativa de μ_{af}^k para μ^{k+1} pode ser obtido por:

$$\mu_{af}^k = \min \left\{ \left(\frac{\rho_{af}^k}{\rho^k} \right)^2, 0.2 \right\} \frac{\rho_{af}^k}{2p} \quad (3.28)$$

onde:

p : é um parâmetro definido pelo usuário.

Este procedimento escolhe o μ_{af}^k para ser pequeno quando a direção afim produz um grande decréscimo na complementaridade ($\rho_{af}^k \ll \rho^k$) e caso contrário escolhe o μ_{af}^k para ser grande.

O Passo Corretor

Em vez de se calcular a combinação direção corretora e central, $\Delta y_{cc} + \Delta y_{co}$, e em seguida adicioná-las a Δy_{af} , calcula-se a direção de Newton Δy completa

$$\nabla_y^2 L_\mu(y) \begin{bmatrix} \Delta s \\ \Delta z \\ \Delta \pi \\ \Delta v \\ \Delta x \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -S\pi + \mu_{af}^k e - \Delta S_{af} \Delta \pi_{af} \\ -Z\hat{v} + \mu_{af}^k e - \Delta Z_{af} \Delta \hat{v}_{af} \\ r_\pi \\ r_v \\ r_x \\ r_\lambda \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

O esforço adicional do método preditor-corretor está na solução do sistema linear extra para computar a direção afim e no teste de razão extra para calcular μ_{af}^k , uma vez que os passos preditor e corretor são baseados na mesma matriz de fatoração. O que usualmente ocasiona ganhos em número de iterações e de tempo.

3.5.2) O MÉTODO DE NEWTON COMPOSTO

O método preditor-corretor de Mehrotra executa apenas um passo corretor para obter a direção de busca a cada iteração. Já o Método de Newton Composto (MNC) que é descrito nesta secção executa um ou mais passos corretores a cada iteração com a pretensão de executar menos iterações que o método preditor-corretor. Dessa maneira o MNC objetiva a exploração das derivadas e mais fatorações em uma sequência de soluções de sistemas como (3.29) com diferentes lados direitos.

Considere que se deseje encontrar a solução de um sistema de equações não lineares (como as equações de KKT) dado por:

$$F(x) = 0 \quad (3.30)$$

onde:

$F : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^n$ é um vetor de funções continuamente diferenciáveis.

Um método de Newton amortecido é utilizado para resolver as equações lineares a cada iteração:

$$J_F(x^k)\Delta x = -F(x^k) \quad (3.31)$$

para a direção Δx , então move-se para o novo ponto.

$$x^{k+1} = x^k + \alpha^k \Delta x \quad (3.32)$$

onde:

$J_F : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^{n \times n}$ é a matriz Jacobiana de $F(x)$

$\alpha^k \in (0,1]$ é parâmetro de tamanho do passo que faz deste um método de Newton amortecido.

Uma vez que o cálculo e a fatoração da matriz Jacobiana de $J_F(x^k)$ demanda um grande esforço computacional dentro de uma iteração, seria vantajoso usar a mesma derivada e matriz de fatoração em diversas soluções. Esta é a idéia por trás do método de Newton composto. Na k -ésima iteração, o nível de amortecimento M do método de Newton composto primeiro resolve o sistema:

$$J_F(x^k)\Delta x^0 = -F(x^k) \quad (3.33)$$

para a direção Δx^0 . Então para $l_k = 1, \dots, M$ resolve o sistema

$$J_F(x^k) \Delta x^{l_k} = -F(x^k + \sum_{j=0}^{l_k-1} \Delta x^j) \quad (3.34)$$

para a direção Δx^{l_k} . Finalmente, tem-se o passo

$$x^{k+1} = x^k + \alpha^k \sum_{j=0}^M \Delta x^j \quad (3.35)$$

Note que a Matriz Jacobiana $J_F(x^k)$ é empregada $M+1$ vezes para se obter iterativamente a direção de busca antes do passo ser de fato tomado em (3.35).

O procedimento acima pode facilmente ser incorporado na solução das equações perturbadas de KKT em (3.9). Assume-se que a direção preditora Δy_{af} e a estimativa do parâmetro de barreira μ_{af}^k venham sendo calculadas como no passo preditor da técnica de Mehrotra. Então seja $\Delta y^0 = \Delta y_{af}$ e para $l_k = 1, \dots, M$, resolva-se o sistema:

$$\nabla_y^2 L(y^k) \Delta y^{l_k} = -\nabla_y L(y^k + \sum_{j=0}^{l_k-1} \Delta y^j) + \mu_{af}^k u \quad (3.36)$$

para a direção Δy^{l_k} , onde $u = (e, 0)$, com $e \in \mathcal{H}^{2p}$ e $0 \in \mathcal{H}^{q-2p}$. Finalmente, defini-

se $\Delta y = \sum_{j=0}^M \Delta y^j$ e move para um novo ponto através do cálculo do tamanho do passo

e da atualização das variáveis precisamente como no método primal-dual e no método de MEHROTRA. Note que tem-se que considerar o mesmo valor do parâmetro de barreira, μ_{af}^k em todos os passos corretores. Alternativamente o parâmetro de barreira pode ser reinicializado a cada passo corretor.

No próximo capítulo expor-se-á a resolução do problema de fluxo de potência ótimo usando o método primal-dual função barreira de logarítmica e Newton.

CAPÍTULO 4

DESPACHO ATIVO CA COM RESTRIÇÃO DE FLUXO ATIVO NA TRANSMISSÃO

4.1) INTRODUÇÃO

O problema de Despacho Ativo (DA) é um caso particular do problema de Fluxo de Potência Ótimo (FPO). Normalmente a função objetivo de um problema de DA está relacionada ao custo de geração do sistema ou às perdas de potência ativa existentes nas linhas de transmissão. A implementação de uma proposta de FPO com a função objetivo representando o custo de geração do sistema, torna-se de pouca aplicação para o modelo vigente no sistema elétrico brasileiro, visto que cerca de 90% da nossa energia gerada é proveniente de usinas hidroelétricas. Já a opção em que se tem a função objetivo representando as perdas de potência ativa nas linhas de transmissão, está bem mais próximo da realidade do sistema elétrico brasileiro. A justificativa está no fato de que grande parte do nosso parque gerador encontra-se afastado dos principais centros consumidores, o que acarreta a necessidade de um amplo sistema de transmissão de energia elétrica, e conseqüentemente um maior nível de perdas de potência ativa. As perdas estão relacionadas com as características de projeto e construção da linha, representadas no banco de dados do sistema pela sua impedância equivalente.

Alguns autores questionam o uso da função objetivo como representação das perdas do sistema em um problema de DA, dando o problema como redundante, já

que é intuitivo um maior nível de geração pelas fontes geradoras localizadas próximo das cargas. No entanto, freqüentemente verifica-se o problema das restrições físicas impostas pelas linhas de transmissão, e que se vierem a ser consideradas, modificam e viabilizam o estudo do problema de despacho ativo com a função objetivo igual às perdas do sistema.

O presente trabalho vem justamente tratar o problema do despacho de ativos tendo como função objetivo as perdas do sistema e levando em consideração os limites físicos impostos pelas linhas ao fluxos de ativos. Como ferramenta para desenvolvimento do método proposto utiliza-se o método de pontos interiores da função barreira logarítmica e o método de Newton. Na sequência deste capítulo descreve-se a formulação do problema.

4.2) O PROBLEMA DE FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO

O FPO pode ser representado matematicamente através de um problema geral de otimização com restrições de igualdade e desigualdade como:

$$\begin{aligned}
 &\min f(x) \\
 &\text{s. a. : } g(x) = 0 \\
 &\quad \underline{h} \leq h(x) \leq \bar{h} \\
 &\quad \underline{x} \leq x \leq \bar{x}
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

onde :

$x = (V, \theta, t) \in \mathbb{R}^n$: vetor das variáveis de estado;

$f(x)$: função objetivo que representa o desempenho do sistema (função escalar);

$g(x) = 0 \in \mathbb{R}^m$: vetor das equações do fluxo de potência onde $m < n$;

$h(x) = 0 \in \mathbb{R}^p$: vetor das inequações funcionais do fluxo de potência;

\underline{h} e \bar{h} : limites inferiores e superiores das restrições $h(x)$, respectivamente;

\underline{x} e \bar{x} : limites inferiores e superiores das variáveis x , respectivamente.

O vetor das variáveis de estado x representa a magnitude de tensão (V), ângulos (θ) e tap dos transformadores (t). A função objetivo, $f(x)$, representa as perdas de potência ativa na transmissão. As restrições de igualdade $g(x)$ são as equações do fluxo de potência obtidas quando se impõe o princípio da conservação de potência em cada barra da rede. As restrições de desigualdade $h(x)$ representam as restrições funcionais como: a potência reativa nas barras de controle de reativos, potência ativa e reativa nas barras de geração e os fluxos ativos nas linhas de transmissão.

Ao rescrever (4.1) utilizando as equações do fluxo de potência como apresentado por MONTICELLI (1983), a função objetivo e suas demais restrições como utilizado neste trabalho, tem-se o seguinte problema de FPO:

$$\begin{aligned}
 & \min \sum_{i=1}^{NL} g_i \left[V_k^2 + V_m^2 - 2 * V_k V_m \cos \theta_{km} \right] \\
 & \text{s.a.: } P_k^G - P_k^C - V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) = 0 \quad k = 1, \dots, NBCCR \\
 & \quad Q_k^G - Q_k^C - V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} + B_{km} \cos \theta_{km}) = 0 \quad k = 1, \dots, NBC \\
 & \quad \underline{Q}_k \leq V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \leq \bar{Q}_k \quad k = 1, \dots, NBGCR \quad (4.2) \\
 & \quad \underline{P}_k \leq V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \leq \bar{P}_k \quad k = 1, \dots, NBG \\
 & \quad \left| V_k^2 \cdot G_{km} - V_k \cdot V_m (G_{km} \sin \theta_{km} + B_{km} \cos \theta_{km}) \right| \leq \bar{F}_{km} \quad z = 1, \dots, NLL \\
 & \quad \underline{t}_i \leq t \leq \bar{t}_i \quad i = 1, \dots, NT \\
 & \quad \underline{V}_b \leq V_b \leq \bar{V}_b \quad b = 1, \dots, NB
 \end{aligned}$$

onde:

P_k^G - potência ativa gerada na barra k ;

P_k^C - potência ativa consumida na barra k ;

Q_k^G - potência reativa gerada na barra k ;

Q_k^C - potência reativa consumida na barra k ;

V_k - tensão na barra k ;

V_m - tensão na barra m ;

$\theta_{km} = \theta_k - \theta_m$, ângulo da tensão na barra k e m, respectivamente;

$Y_{km} = G_{km} + jB_{km}$ - admitância da linha entre as barras k e m;

K - conjunto de todas as barras vizinhas à barra k, incluindo ela mesma;

g_i - condutância da linha i conectada entre a barra k e m;

NL - número de linhas de transmissão;

NB - número de barras do sistema elétrico;

NT - número de transformadores;

NBC - número de barras de carga;

NBG – número de barras de geração;

NBCR - número de barras de controle de reativo;

NBCCR - número de barras de carga e de controle de reativo;

NBGCR – número de barras de geração e de controle de reativo;

NLL – número de linhas de transmissão com limite de fluxo ativo.

Como apresentado no capítulo 2, existem muitas técnicas de otimização para solução do problema (4.2). A técnica de solução utilizando pontos interiores tem sido vista como uma alternativa eficiente para solução de problemas de otimização de sistemas de potência. Entre os métodos de otimização que utilizam pontos interiores, o Método Primal-Dual Barreira Logarítmica (MPDBL) tem sido amplamente aplicado para solução de (4.2). Destacam-se nesta área os trabalhos de GRANVILLE (1994), NEJDAWI et al. (2000) e TORRES & QUINTANA (2001). A seguir será apresentado o MPDBL.

4.3) O MÉTODO PRIMAL-DUAL BARREIRA LOGARÍTMICA

Neste item será apresentado o MPDBL conforme a teoria apresentada no capítulo 3 e GRANVILLE (1994). Para facilitar a notação será utilizado o problema de FPO como apresentado em (4.1). Para a resolução do problema apresentado em (4.1) aplicando-se o MPDBL, faz-se necessário que as restrições de desigualdades se tornem igualdades. Portanto, o problema (4.1) modificado pode ser apresentado como:

$$\begin{aligned}
& \min f(x) \\
& \text{s.a.: } g(x) = 0 \\
& h(x) + s_1 = \bar{h} \\
& h(x) - s_2 = \underline{h} \\
& x + s_3 = \bar{x} \\
& x - s_4 = \underline{x} \\
& s_1, s_2, s_3, s_4 \geq 0
\end{aligned} \tag{4.3}$$

Observe que as restrições de desigualdade transformam-se em igualdades, acrescentando-se variáveis de folga e excesso s_1, s_2, s_3, s_4 estritamente positivas.

Estas variáveis de folga e excesso são incorporadas à função objetivo através da função barreira-logarítmica de FRISCH (1955) definida em (4.4). Desta forma, o problema descrito em (4.3) passa a ser rescrito como em (4.5):

$$f(x) = -\sum_{i=1}^n \ln x_i, \quad x \in \mathbb{R}^n, x > 0 \tag{4.4}$$

$$\begin{aligned}
& \min \left\{ f(x) - \mu \sum_{i=1}^{N1} \ln(s_{1i}) - \mu \sum_{i=1}^{N1} \ln(s_{2i}) - \mu \sum_{i=1}^{N2} \ln(s_{3i}) - \mu \sum_{i=1}^{N2} \ln(s_{4i}) \right\} \\
& \text{s.a.: } g(x) = 0 \\
& h(x) + s_1 = \bar{h} \\
& h(x) - s_2 = \underline{h} \\
& x + s_3 = \bar{x} \\
& x - s_4 = \underline{x}
\end{aligned} \tag{4.5}$$

onde

$$N1 = \text{NBGCR} + \text{NBG} + \text{NLL}$$

$$N2 = \text{NB} + \text{NT}$$

μ é o parâmetro de barreira, o qual tende a zero durante o processo de otimização, isto é, $\mu_0 > \mu_1 > \dots > \mu_\infty = 0$.

Os termos logarítmicos asseguram as condições das variáveis de folga e excesso (tratadas implicitamente) serem estritamente positiva. Com o objetivo de tornar o problema restrito apresentado em (4.5) num problema modificado irrestrito, associa-se à função Lagrangeana como mostrado em (4.6). Observe que a função Lagrangeana é construída acrescentando-se todas as restrições de igualdade à função objetivo, através de multiplicadores de Lagrange.

$$L = f(x) - \mu \sum_{i=1}^{N1} \ln(s_{1i}) - \mu \sum_{i=1}^{N1} \ln(s_{2i}) - \mu \sum_{i=1}^{N2} \ln(s_{3i}) - \mu \sum_{i=1}^{N2} \ln(s_{4i}) - \lambda^t g(x) - \pi_1(h(x) + s_1 - \bar{h}) - \pi_2(h(x) - s_2 - \underline{h}) - \pi_3(x + s_3 - \bar{x}) - \pi_4(x - s_4 - \underline{x}) \quad (4.6)$$

onde:

$\lambda, \pi_1, \pi_2, \pi_3$ e π_4 são vetores dos multiplicadores de Lagrange.

Aplicando as condições de otimalidade necessárias de primeira ordem em (4.6), obtém-se o seguinte sistema de equações:

$$\nabla_x L = \nabla_x f(x) - \nabla_x g(x)^t \cdot \lambda - \nabla_x h(x)^t \cdot \pi_1 - \nabla_x h(x)^t \cdot \pi_2 - \pi_3 - \pi_4 = 0 \quad (4.7)$$

$$\nabla_\lambda L = -g(x) = 0 \quad (4.8)$$

$$\nabla_{\pi_1} L = -(h(x) + s_1 - \bar{h}) = 0 \quad (4.9)$$

$$\nabla_{\pi_2} L = -(h(x) - s_2 - \underline{h}) = 0 \quad (4.10)$$

$$\nabla_{\pi_3} L = -(x + s_3 - \bar{x}) = 0 \quad (4.11)$$

$$\nabla_{\pi_4} L = -(x - s_4 - \underline{x}) = 0 \quad (4.12)$$

$$\nabla_{s_1} L = -\mu S_1^{-1} e - \pi_1 = 0 \quad (4.13)$$

$$\nabla_{s_2} L = -\mu S_2^{-1} e + \pi_2 = 0 \quad (4.14)$$

$$\nabla_{s_3} L = -\mu S_3^{-1} e - \pi_3 = 0 \quad (4.15)$$

$$\nabla_{s_4} L = -\mu S_4^{-1} e + \pi_4 = 0 \quad (4.16)$$

onde:

$\nabla f(x)$: é o gradiente de $f(x)$;

$e = (1, 1, \dots, 1)^t$;

S_1, S_2, S_3, S_4 são matrizes diagonais, cujos elementos são s_1, s_2, s_3, s_4 respectivamente.

4.3.1) O MÉTODO DE NEWTON

O método de Newton é utilizado para resolver o sistema de equações (4.7) a (4.16). O método utiliza a expansão em série de Taylor até primeira ordem das equações do sistema. Desta forma geram-se as direções de busca ($\Delta x, \Delta \lambda, \Delta \pi_1, \Delta \pi_2, \Delta \pi_3, \Delta \pi_4, \Delta s_1, \Delta s_2, \Delta s_3, \Delta s_4$), que serão utilizadas para a atualização das variáveis do sistema. Assim sendo, as equações de Newton para se obter as direções são as representadas como:

$$W(x, \lambda, \pi_1, \pi_2) \Delta x - \nabla_x g(x)^t \Delta \lambda - \nabla_x h(x)^t \Delta \pi_1 - \nabla_x h(x)^t \Delta \pi_2 - \Delta \pi_3 - \Delta \pi_4 = -\nabla_x L \quad (4.17)$$

$$-(\nabla_x g(x)) \Delta x = -\nabla_\lambda L \quad (4.18)$$

$$-(\nabla_x h(x) \Delta x + \Delta s_1) = -\nabla_{\pi_1} L \quad (4.19)$$

$$-(\nabla_x h(x) \Delta x - \Delta s_2) = -\nabla_{\pi_2} L \quad (4.20)$$

$$-(\Delta x + \Delta s_3) = -\nabla_{\pi_3} L \quad (4.21)$$

$$-(\Delta x - \Delta s_4) = -\nabla_{\pi_4} L \quad (4.22)$$

$$\mu S_1^{-2} \Delta s_1 - \Delta \pi_1 = -\nabla_{s_1} L \quad (4.23)$$

$$\mu S_2^{-2} \Delta s_2 + \Delta \pi_2 = -\nabla_{s_2} L \quad (4.24)$$

$$\mu S_3^{-2} \Delta s_3 - \Delta \pi_3 = -\nabla_{s_3} L \quad (4.25)$$

$$\mu S_4^{-2} \Delta s_4 + \Delta \pi_4 = -\nabla_{s_4} L \quad (4.26)$$

Rescrevendo de (4.17) a (4.26) na forma matricial, tem-se:

$$\begin{bmatrix} W(x, \lambda, \pi_1, \pi_2) & -J(x)^t & -\nabla_x h(x)^t & -\nabla_x h(x)^t & -I & -I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -J(x) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\nabla_x h(x) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & 0 & 0 & 0 \\ -\nabla_x h(x) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 \\ -I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & 0 \\ -I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I \\ 0 & 0 & -I & 0 & 0 & 0 & \mu S_1^{-2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 & 0 & \mu S_2^{-2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -I & 0 & 0 & 0 & \mu S_3^{-2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 & 0 & \mu S_4^{-2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \lambda \\ \Delta \pi_1 \\ \Delta \pi_2 \\ \Delta \pi_3 \\ \Delta \pi_4 \\ \Delta s_1 \\ \Delta s_2 \\ \Delta s_3 \\ \Delta s_4 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_x L \\ \nabla_\lambda L \\ \nabla_{\pi_1} L \\ \nabla_{\pi_2} L \\ \nabla_{\pi_3} L \\ \nabla_{\pi_4} L \\ \nabla_{s_1} L \\ \nabla_{s_2} L \\ \nabla_{s_3} L \\ \nabla_{s_4} L \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

onde:

$$W(x, \lambda, \pi_1, \pi_2) = \nabla^2 f(x) - \sum_{i=1}^{2 \times n} \lambda_i \nabla^2 g_i(x) - \sum_{i=1}^m \pi_{1i} \nabla^2 h(x) - \sum_{i=1}^m \pi_{2i} \nabla^2 h(x)$$

$$J(x) = \nabla_x g(x)$$

I é a matriz identidade

4.3.2) CÁLCULO DO TAMANHO DO PASSO

Conhecendo as direções de busca, a próxima etapa é calcular os passos α_p e α_d , os quais serão usados na atualização das variáveis primais e duais respectivamente. Estes passos são calculados de tal forma que, cada componente das variáveis de folga/excesso primais ($s_i, i=1,2,3,4$) permaneçam estritamente positivos, e que os elementos do vetor ($\pi_i, i=1,2,3,4$) permaneçam com os seus respectivos sinais, isto é, $\pi_1 < 0, \pi_2 > 0, \pi_3 < 0, \pi_4 > 0$, conforme (4.13), (4.14), (4.15), (4.16) respectivamente. Uma sugestão para o cálculo do passo máximo é a estratégia utilizada por GRANVILLE (1994) e QUINTANA et al.(1995), dada por:

$$\alpha_p = \sigma * \min \left\{ \min_{\Delta s_1 < 0} \frac{s_1}{|\Delta s_1|}, \min_{\Delta s_2 < 0} \frac{s_2}{|\Delta s_2|}, \min_{\Delta s_3 < 0} \frac{s_3}{|\Delta s_3|}, \min_{\Delta s_4 < 0} \frac{s_4}{|\Delta s_4|}, 1.0 \right\} \quad (4.28)$$

$$\alpha_d = \sigma * \min \left\{ \min_{\Delta\pi_1 > 0} \frac{-\pi_1}{|\Delta\pi_1|}, \min_{\Delta\pi_2 < 0} \frac{\pi_2}{|\Delta\pi_2|}, \min_{\Delta\pi_3 > 0} \frac{-\pi_3}{|\Delta\pi_3|}, \min_{\Delta\pi_4 < 0} \frac{\pi_4}{|\Delta\pi_4|}, 1.0 \right\} \quad (4.29)$$

onde:

$\sigma = 0,9995$ é um valor determinado empiricamente e que, segundo WRIGHT (1995), é derivado da fórmula $1 - \frac{1}{9\sqrt{m}}$, onde m é o número de restrições do problema.

4.3.3) ATUALIZAÇÃO DAS VARIÁVEIS

Conhecendo as direções de busca e os passos primais e duais respectivamente, todas as variáveis do problema são atualizadas por:

$$\begin{aligned} x &= x + \alpha_p \Delta x \\ s_1 &= s_1 + \alpha_p \Delta s_1 & \pi_1 &= \pi_1 + \alpha_d \Delta \pi_1 \\ s_2 &= s_2 + \alpha_p \Delta s_2 & \pi_2 &= \pi_2 + \alpha_d \Delta \pi_2 \\ s_3 &= s_3 + \alpha_p \Delta s_3 & \pi_3 &= \pi_3 + \alpha_d \Delta \pi_3 \\ s_4 &= s_4 + \alpha_p \Delta s_4 & \pi_4 &= \pi_4 + \alpha_d \Delta \pi_4 \end{aligned} \quad (4.30)$$

Após a atualização das variáveis, deve-se atualizar o parâmetro de barreira, o qual é o ponto crítico do algoritmo primal-dual barreira-logarítmica.

4.3.4) O PARÂMETRO DE BARREIRA

Uma etapa muito importante no algoritmo primal-dual barreira logarítmica é a escolha inicial do parâmetro de barreira. GRANVILLE (1994) verificou que o valor do multiplicador μ para cada ponto é proporcional ao *gap* de dualidade. Este *gap* é a diferença entre o valor da função objetivo do problema primal e do problema dual. A cada iteração, o valor de μ deverá ser calculado de tal forma que o seu valor

atual seja sempre inferior ao anterior. Assim, o cálculo para a atualização de μ utilizando a eq. (4.31) corresponde ao *gap* de dualidade:

$$\mu = \frac{-(s_1\pi_1 + s_3\pi_3) + (s_2\pi_2 + s_4\pi_4)}{2 \text{ NB } \beta} \quad (4.31)$$

onde:

$\beta > 1$ é especificado pelo usuário.

Como visto em (4.31) o parâmetro μ é reduzido a cada iteração empiricamente, pois o valor de β é determinado pelo usuário. Uma escolha não adequada deste parâmetro poderá comprometer a convergência do método. Uma outra opção para atualização de μ é reduzi-lo de um valor β' especificado pelo usuário a cada iteração, isto é:

$$\mu^{(k+1)} = \frac{\mu^k}{\beta'} \quad (4.32)$$

Na implementação do algoritmo primal-dual barreira logarítmica realizada neste trabalho, utilizou-se a eq. (4.32) para atualização do parâmetro de barreira, devido à sua eficiência e fácil implementação.

4.3.5) VALORES INICIAIS DAS VARIÁVEIS

Com respeito aos valores iniciais das variáveis, a única exigência que deve ser observada é que as variáveis do sistema, ou seja, tensões, *taps*, injeções de reativo, geração de ativos / reativos e limite de fluxos na linhas de transmissão estejam dentro de seus limites prestabelecidos. As equações de balanço do fluxo de potência do sistema (4.1) e as inequações, que foram transformadas em equações através das variáveis de folga ou excesso, não precisam ser satisfeitas no início do processo iterativo. As variáveis de folga / excesso ($s_i = 1, 2, 3, 4$) podem ser calculadas

inicialmente utilizando as equações (4.9), (4.10), (4.11), (4.12) respectivamente. Estas variáveis devem ser estritamente positivas, isto é esperado desde que as variáveis do sistema estejam dentro de seus limites. Porém, se existir algum componente deste vetor que seja nulo ou negativo, poderá assumir o valor 0.02, como propõe QUINTANA et al. (1995). Após ter calculado os valores iniciais dos vetores referentes às variáveis de folga ou excesso, os vetores dos multiplicadores de Lagrange (π_i , $i = 1, 2, 3, 4$) podem ser calculados inicialmente utilizando as equações (4.13), (4.14), (4.15), (4.16) respectivamente. Os vetores dos multiplicadores de Lagrange para as restrições de igualdades (λ) são normalmente iniciados em zero. O valor inicial do parâmetro de barreira e o multiplicador β para atualização de μ são determinados pelo usuário, como mencionado anteriormente.

4.3.6) ALGORITMO

O problema de fluxo de potência ótimo mostrado em (4.1) pode ser resolvido iterativamente através do método de pontos interiores pelo algoritmo apresentado a seguir:

Passo 1: Iniciar

Dado o problema (4.1), construir a função Lagrangiana (4.6). Fazer $k = 0$.

Escolher uma solução inicial para as variáveis do problema: $x^0, \lambda^0, \mu^0, \pi^0$.

Atribuir um valor para o erro ε .

Passo 2: Calcular o vetor gradiente.

Passo 3: Se todos os elementos do vetor gradiente forem menores que ε e as condições de KKT satisfeitas, então PARE, caso contrário:

Passo 4: Calcular a matriz Lagrangiana e resolver o sistema (4.27).

Passo 5: Calcular os passos por (4.28) e (4.29).

Passo 6: Atualizar as variáveis (4.30) e o parâmetro μ por (4.32).

Passo 7: Voltar ao passo 2.

O valor inicial de $x^0 = (V, \theta, t)$ deve pertencer à região factível do problema. A implementação computacional deste algoritmo e a técnica utilizada para solução do sistema (4.27), serão apresentadas no próximo item.

4.4) IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

A implementação computacional do MPDBL apresentado neste trabalho utilizou dupla precisão aritmética e foi desenvolvida em linguagem de programação FORTRAN (Versão: Compaq Visual Fortran 6.1), sendo utilizado um microcomputador Pentium III – 600 MHz, com 128 Mbytes de memória RAM. Os recursos acima descritos pertencem ao Laboratório de Otimização em Sistemas Elétricos de Potência (LOSEP), do Departamento de Engenharia Elétrica, da Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo (EESC – USP).

Para uma melhor visualização e entendimento da estrutura do programa de FPO, segue o fluxograma mostrado na Figura 4.1.

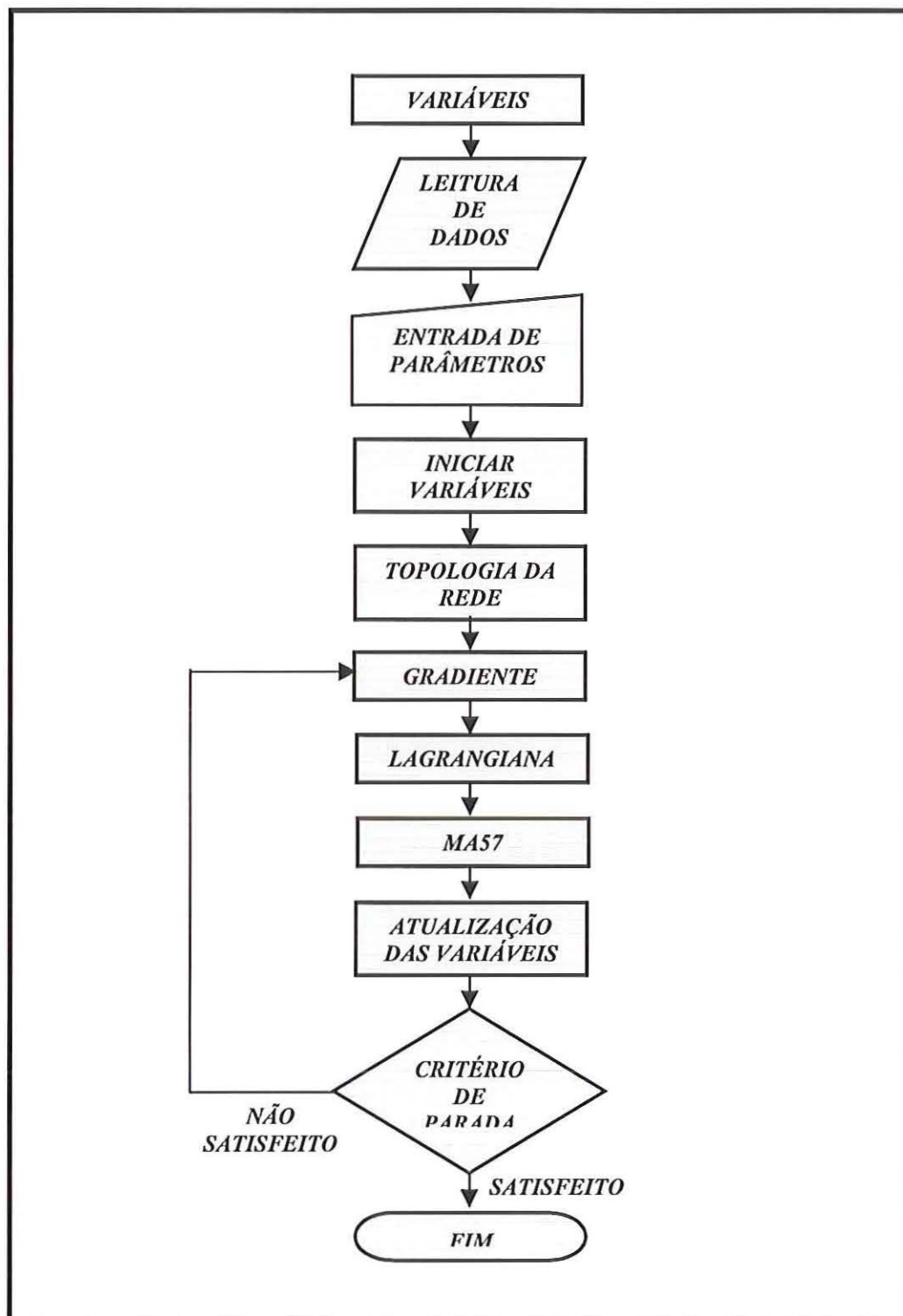


Figura 4.1- Fluxograma do programa de FPO

A seguir tem-se uma breve descrição das sub-rotinas implementadas, que formam o programa de FPO:

Variáveis - faz a declaração das variáveis utilizadas no programa (variáveis globais).

Leitura de Dados – são responsáveis pela leitura dos dados das barras, das linhas de transmissão, dos limites do FPO (geração de ativos e reativos, tensão e fluxo ativo das linhas). Estas informações estão contidas em bancos de dados que fornecem os dados iniciais da rede elétrica (ANEXO A).

Entrada de Parâmetros – faz a leitura dos parâmetros de barreira μ , bem como os seus fatores de redução β . A entrada dos parâmetros é manual e deve ser fornecida pelo usuário para cada sistema a ser resolvido.

Iniciar Variáveis - são responsáveis pela inicialização das variáveis de folga e multiplicadores de Lagrange.

Topologia da Rede - fornece a topologia da rede, ou seja, descreve as ligações existentes entre as barras do sistema. É de fundamental importância para a criação do vetor gradiente e da matriz Lagrangiana.

Gradiente - constrói o vetor gradiente da função Lagrangiana.

Lagrangiana – são responsáveis pela construção da matriz Lagrangiana, construída em um formato vetorial.

MA57 – responsável pela solução do sistema linear de equações. Na chamada desta rotina é fornecido como informação a matriz Lagrangiana (no formato vetorial), o vetor gradiente, e as principais informações do sistema $A.x = b$ (dimensão da matriz Lagrangiana, número de elementos não nulos, posição dos elementos na matriz e os respectivos valores).

Atualização das Variáveis - rotinas responsáveis pela atualização das variáveis do problema de fluxo de potência ótimo e do parâmetro de barreira.

Saída - gera o arquivo de saída que contém os resultados obtidos pelo programa (ANEXO B).

O critério de parada do programa de FPO é a satisfação das equações do fluxo de potência dentro de uma tolerância, e das condições de KKT minimizando a função objetivo.

Observa-se, no sistema (4.27), que a matriz Lagrangiana tem uma estrutura esparsa. Verifica-se que, em sistemas reais, o “grau de esparsidade” dessa matriz cresce conforme aumentam as dimensões da rede elétrica. Em virtude da sua esparsidade, o armazenamento dos valores da matriz Lagrangiana foi feito de forma compacta, isto é, somente os elementos diferentes de zero foram armazenados (com o auxílio do módulo Topologia). Aplica-se a técnica de esparsidade fornecida pela rotina MA57, desenvolvida por L.S Duff e J.K. Reid, do Rutherford Appleton Laboratory. Essa rotina determina a solução de sistemas lineares esparsos, utilizando uma variante da eliminação de Gauss para esses sistemas, conforme DUFF & REID (1983). Os principais parâmetros utilizados na sub-rotina MA57 são:

- N – Ordem da matriz Lagrangiana;
- NE - Número de elementos diferentes de zero da matriz Lagrangiana;
- VAL - Vetor contendo os elementos diferentes de zero da matriz Lagrangiana;
- ROW – Vetor contendo a posição da linha dos elementos diferentes de zero da matriz Lagrangiana;
- COL – Vetor contendo a posição da coluna dos elementos diferentes de zero da matriz Lagrangiana;
- X - vetor contendo os elementos do vetor gradiente. Após a solução do sistema linear o vetor x retorna da rotina MA57_SOLVE com os elementos do vetor direção de busca (Δ 's) do sistema (4.27).

Considerando as características da matriz gerada na solução do FPO, simétrica de valor e de posição, não existe a necessidade de se trabalhar com todos os valores da matriz. Pode-se usar apenas a matriz triangular superior ou inferior. A rotina MA57 é ideal para a aplicação deste trabalho, pois necessita apenas dos valores da matriz triangular superior ou inferior para a solução do problema. Com isso economiza-se memória e tempo de processamento, uma vez que o número de elementos a ser armazenados é bem menor.

No próximo capítulo apresentar-se-á os resultados numéricos obtidos através da aplicação do método da primal-dual barreira logarítmica ao problema de FPO, discutindo seu desempenho.

CAPÍTULO 5

RESULTADOS NUMÉRICOS

5.1) INTRODUÇÃO

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos da aplicação do método primal-dual barreira logarítmica associado ao método de Newton para solução do problema de fluxo de potência ótimo. Para todos os testes efetuados, a função objetivo a ser minimizada representa as perdas de potência ativa na transmissão e as restrições de igualdade representam as equações do fluxo de potência. As restrições de desigualdades canalizadas incorporam as variáveis *tap* e tensão, as restrições funcionais de injeção de reativo das barras de controle de reativo, da geração de ativos/reativos nas barras de geração e os limites de fluxo ativo nas linhas de transmissão. Em todos os sistemas elétricos utilizados a potência base foi de 100 MVA.

Os sistemas elétricos de potência utilizados para verificar a eficiência da abordagem proposta foram os de 3, 8, 14, 30, e 118 barras. Neste capítulo são descritas apenas as principais características de topologia e restrições dos sistemas em teste, sendo que os bancos de dados contendo todas as informações referentes aos sistemas se encontram no ANEXO A.

5.2) SISTEMA 3 BARRAS

Este exemplo foi proposto por DOMMEL & TINNEY (1968) e tem como finalidade exemplificar a aplicação do método. O sistema 3 barras tem as seguintes características:

- 1 barra de referência (*Slack* - BS) – barra 1;
- 1 barra de geração (BG) – barra 2;
- 1 barra de carga (BC) – barra 3;
- 2 linhas de transmissão.

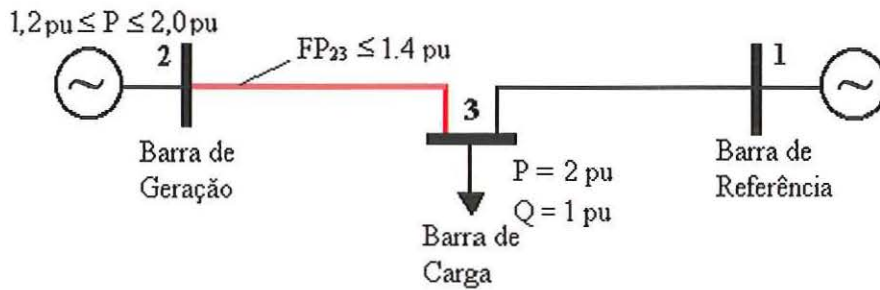


Figura 5.1 – Sistema elétrico de 3 barras

O problema pode ser formulado como segue:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & g_{23}(V_2^2 + V_3^2 - 2V_2V_3 \cos \theta_{23}) + g_{31}(V_3^2 + V_1^2 - 2V_3V_1 \cos \theta_{31}) \\
 \text{s.a.} \quad & \Delta P_3 = -2 - V_3 \sum_{i=1}^3 V_i (G_{3i} \cos \theta_{3i} + B_{3i} \sin \theta_{3i}) = 0 \\
 & \Delta Q_3 = -1 - V_3 \sum_{i=1}^3 V_i (G_{3i} \sin \theta_{3i} - B_{3i} \cos \theta_{3i}) = 0 \\
 & 1,2 \leq V_2^2 \cdot G_{22} + V_2 \cdot V_3 \cdot [G_{23} \cdot \cos(\theta_{23}) + B_{23} \cdot \sin(\theta_{23})] \leq 2,0 \\
 & FP_{23} = V_2^2 \cdot G_{23} - V_2 \cdot V_3 \cdot [G_{23} \cdot \cos(\theta_{23}) + B_{23} \cdot \sin(\theta_{23})] \leq 1,4 \\
 & 0,9 \leq V_1 \leq 1,1 \\
 & 0,9 \leq V_2 \leq 1,1 \\
 & 0,9 \leq V_3 \leq 1,1
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

A resolução do problema pelo método primal-dual barreira logarítmica exige que as restrições de desigualdade se tornem igualdades através da adição de variáveis de folga e/ou excesso estritamente positivas que serão incorporadas à função objetivo através da função barreira logarítmica. Desta forma o problema (5.1) passa a ser reescrito como:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & g_{23}(V_2^2 + V_3^2 - 2V_2V_3 \cos \theta_{23}) + g_{31}(V_3^2 + V_1^2 - 2V_3V_1 \cos \theta_{31}) \\
 \text{s.a.} \quad & \Delta P_3 = -2 - V_3 \sum_{i=1}^3 V_i (G_{3i} \cos \theta_{3i} + B_{3i} \sin \theta_{3i}) = 0 \\
 & \Delta Q_3 = -1 - V_3 \sum_{i=1}^3 V_i (G_{3i} \sin \theta_{3i} - B_{3i} \cos \theta_{3i}) = 0 \\
 & \left\{ V_2^2 \cdot G_{22} + V_2 \cdot V_3 \cdot [G_{23} \cdot \cos(\theta_{23}) + B_{23} \cdot \sin(\theta_{23})] \right\} + s_{11} - 2,0 = 0 \\
 & \left\{ V_2^2 \cdot G_{22} + V_2 \cdot V_3 \cdot [G_{23} \cdot \cos(\theta_{23}) + B_{23} \cdot \sin(\theta_{23})] \right\} - s_{21} - 1,2 = 0 \\
 & \left\{ V_2^2 \cdot G_{23} - V_2 \cdot V_3 \cdot [G_{23} \cdot \cos(\theta_{23}) + B_{23} \cdot \sin(\theta_{23})] \right\} + s_{12} - 1,4 = 0 \\
 & V_1 + s_{31} - 1,1 = 0 \\
 & V_1 - s_{41} - 0,9 = 0 \\
 & V_2 + s_{32} - 1,1 = 0 \\
 & V_2 - s_{42} - 0,9 = 0 \\
 & V_3 + s_{33} - 1,1 = 0 \\
 & V_3 - s_{43} - 0,9 = 0
 \end{aligned} \tag{5.2}$$

Ao problema restrito (5.2) associa-se a função Lagrangiana descrita em (5.3).

Definido o problema, a seguir apresenta-se o processo de convergência do sistema, destacando-se o valor de todas as variáveis do problema, do parâmetro de barreira, dos multiplicadores de Lagrange, dos valores das potências ativas e reativas nas barras, dos limites nas linhas de transmissão e da função objetivo.

$$\begin{aligned}
L = & g_{23}(V_2^2 + V_3^2 - 2V_2V_3 \cos\theta_{23}) + g_{31}(V_3^2 + V_1^2 - 2V_3V_1 \cos\theta_{31}) \\
& - \mu \cdot \ln(s_{11}) - \mu \cdot \ln(s_{21}) - \mu \cdot \ln(s_{12}) - \mu \cdot \ln(s_{31}) - \mu \cdot \ln(s_{41}) - \mu \cdot \ln(s_{32}) \\
& - \mu \cdot \ln(s_{42}) - \mu \cdot \ln(s_{33}) - \mu \cdot \ln(s_{43}) \\
& - \lambda_{P3} \left[-2 - V_3 \sum_{i=1}^3 V_i (G_{3i} \cos\theta_{3i} + B_{3i} \sin\theta_{3i}) \right] \\
& - \lambda_{Q3} \left[-1 - V_3 \sum_{i=1}^3 V_i (G_{3i} \sin\theta_{3i} - B_{3i} \cos\theta_{3i}) \right] \\
& - \pi_{11} \cdot \left\{ V_2^2 \cdot G_{22} + V_2 \cdot V_3 \cdot [G_{23} \cdot \cos\theta_{23} + B_{23} \cdot \sin\theta_{23}] \right\} + s_{11} - 2,0 \Big\} \\
& - \pi_{21} \cdot \left\{ V_2^2 \cdot G_{22} + V_2 \cdot V_3 \cdot [G_{23} \cdot \cos\theta_{23} + B_{23} \cdot \sin\theta_{23}] \right\} - s_{21} - 1,2 \Big\} \\
& - \pi_{12} \cdot \left\{ V_2^2 \cdot G_{23} - V_2 \cdot V_3 \cdot [G_{23} \cdot \cos\theta_{23} + B_{23} \cdot \sin\theta_{23}] \right\} + s_{12} - 1,4 \Big\} \\
& - \pi_{31} \cdot \{V_1 + s_{31} - 1,1\} \\
& - \pi_{41} \cdot \{V_1 - s_{41} - 0,9\} \\
& - \pi_{32} \cdot \{V_2 + s_{32} - 1,1\} \\
& - \pi_{42} \cdot \{V_2 - s_{42} - 0,9\} \\
& - \pi_{33} \cdot \{V_3 + s_{33} - 1,1\} \\
& - \pi_{43} \cdot \{V_3 - s_{43} - 0,9\}
\end{aligned} \tag{5.3}$$

5.2.1) ESTADO INICIAL DO SISTEMA

O estado inicial do sistema, os limites impostos às barras do sistema e os limites de fluxo nas linhas são mostrados nas Tabelas 5.1, 5.2 e 5.3 respectivamente. Os valores dos multiplicadores de Lagrange relacionados às equações do fluxo de potência iniciam iguais a 1,0 ($\lambda_P = 1,0$ e $\lambda_Q = 1,0$). As variáveis de folga ou excesso (s_i) bem como os respectivos multiplicadores de Lagrange (π_i) são calculados de acordo com o apresentado no item 4.3.5.

Os valores iniciais adotados para o parâmetro de barreira da tensão (μ_V), da potência ativa gerada (μ_P), da potência reativa gerada (μ_Q), dos limites de fluxo ativo nas linhas (μ_{FP}) e seus respectivos fatores de atualização β 's são mostrados na Tabela 5.4. O processo de atualização dos valores dos μ 's segue o definido na eq. (4.32).

Ressalta-se aqui que, tanto os valores dos parâmetros de barreira μ 's quanto dos atualizadores β 's são valores empíricos e que variam de acordo com as restrições, tamanho e disposição do sistema em teste. Portanto, não são valores únicos e nem de fácil escolha. Os valores aqui apresentados são resultados de consultas a literaturas relacionadas ao tema, auxílio de colegas de trabalho e experiência acumulada durante as fases de implementação e testes do programa. A convergência do programa depende diretamente da escolha dos parâmetros de barreira e seus respectivos fatores de atualização. Uma escolha inadequada destes valores acarreta um número elevado de iterações necessárias para a convergência do programa ou até mesmo ocasionar a não convergência do programa.

Tabela 5.1 – Estado inicial do sistema 3 barras

Barra k	Tipo	V_k (p.u.)	Ang_k (°)	P_k^G (MW)	P_k^C (MW)	Q_k^G (MVar)	Q_k^C (MVar)
1	BS	1,00	0,00	0	0	0	0
2	BG	1,00	-2,00	170	0	0	0
3	BC	1,00	-5,00	0	200	0	100

Tabela 5.2 – Limites para as tensões, reativos e ativos do sistema 3 barras

Barra k	V_k^{\min} (p.u.)	V_k^{\max} (p.u.)	Q_k^{\min} (MVar)	Q_k^{\max} (MVar)	P_k^{\min} (MW)	P_k^{\max} (MW)
1	0,9	1,1	-9999	9999	-	-
2	0,9	1,1	-9999	9999	120	200
3	0,9	1,1	-	-		

Tabela 5.3– Limites para o fluxo de ativo nas linhas do sistema 3 barras

Linha	FP^{\max} (MW)
1-3	-
2-3	140

Tabela 5.4 – Valores iniciais para os parâmetros de barreira e seus fatores de atualização do sistema 3 barras

μ Iniciais		Atualizadores	
μ_V	0,01	β_V	1,2
μ_P	0,01	β_P	1,2
μ_Q	0,01	β_Q	1,2
μ_{FP}	0,01	β_{FP}	2

O sistema convergiu em 6 iterações utilizando como critério de parada a satisfação das equações do fluxo de potência com precisão (ξ) de 10^{-4} p.u. Na solução do problema as restrições de igualdade, as restrições de desigualdade e as condições de KKT estão satisfeitas.

Na Tabela 5.5 mostra-se o número de iterações e o valor das variáveis tensão e ângulo de cada barra do sistema. Observa-se na Figura 5.2 que as tensões permanecem dentro dos limites impostos ao problema.

Tabela 5.5 Convergência para o sistema 3 barras, tensão e ângulo das barras

Iterações	V_1 (p.u.)	V_2 (p.u.)	V_3 (p.u.)	θ_2 (°)	θ_3 (°)
0	1,0000	1,0000	1,0000	-2,0000	-5,0000
1	1,0932	1,1000	1,0714	-0,9266	-3,8708
2	1,0914	1,0999	1,0427	1,5533	-2,5707
3	1,0881	1,0999	1,0055	2,9767	-2,0163
4	1,0861	1,0998	0,9856	1,6246	-3,0553
5	1,0817	1,0995	0,9828	1,3822	-3,2461
6	1,0812	1,0991	0,9822	1,3690	-3,2594

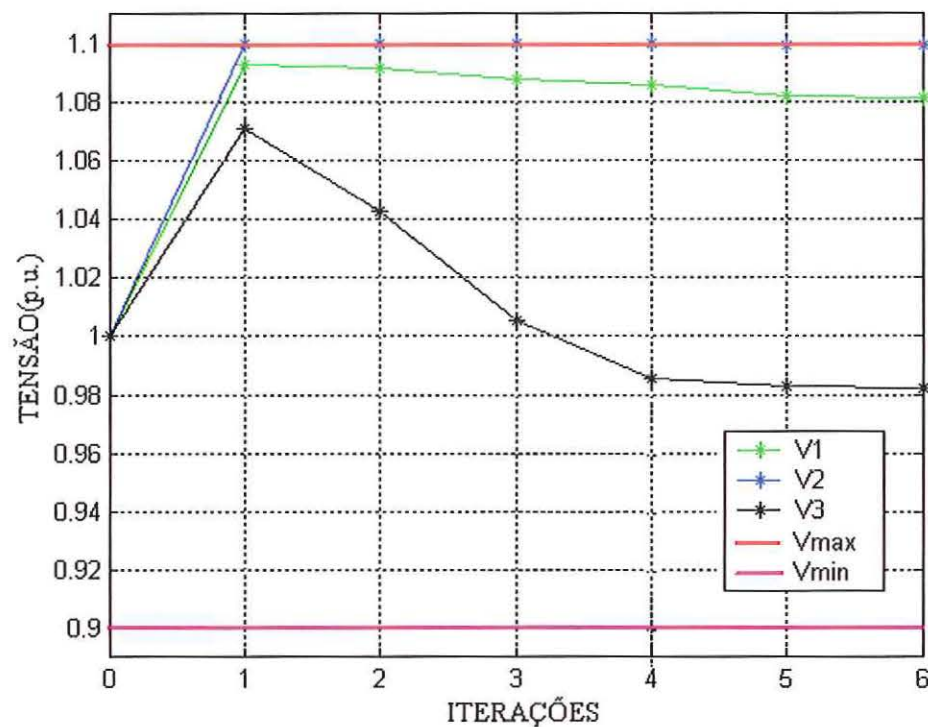


Figura 5.2: Convergência das tensões para o sistema 3 barras

Com o objetivo de testar as atribuições do método aqui proposto, foi incorporado ao sistema original sugerido por Dommel & Tinney, uma restrição ao fluxo ativo na linha de transmissão que interliga a barra de geração (barra 2) a barra de carga (barra 3). Segue na Tabela 5.6 o processo de convergência dos fluxos ativos para as duas linhas existentes no sistema. Outro item apresentado na Tabela 5.7 são as perdas totais relacionadas as linhas de transmissão, ou seja, a função objetivo do problema.

Tabela 5.6 – Convergência para o sistema 3 barras, fluxo ativo nas linhas e perdas totais

Iterações	FP ₂₃ (MW)	FP ₁₃ (MW)	Perdas Totais (MW)
0	52,88	45,10	4,141
1	73,74	50,18	4,141
2	108,84	47,25	3,901
3	139,45	59,46	5,551
4	140,10	72,78	10,189
5	139,94	73,59	13,356
6	139,89	73,68	13,549

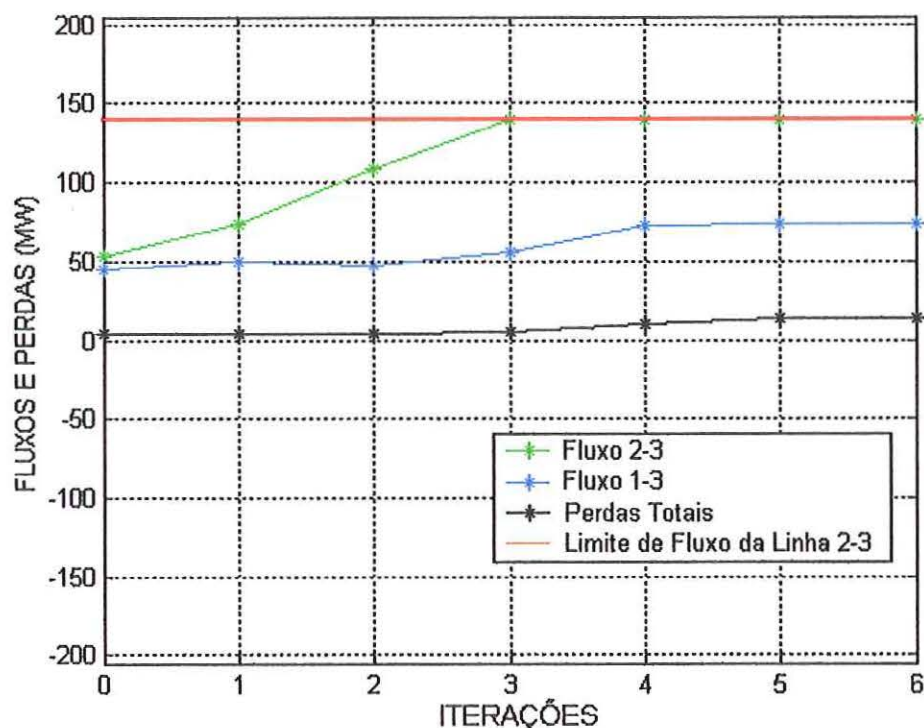


Figura 5.3 – Convergência do fluxo de ativos nas linhas e perdas totais do sistema 3 barras

A Tabela 5.7 apresenta o processo de convergência das potências em cada barra do sistema. Através da Figura 5.4 observa-se que os limites impostos à barra de geração (barra 2) não foram violados, e que seu valor da geração de potência ativa obedece a restrição de fluxo inerente a linha de transmissão que interliga a barra 2 (BG) a barra 3 (BC).

Tabela 5.7 – Convergência para o sistema 3 barras, potências (ΔP 's, ΔQ 's e geração)

Iterações	ΔP_3 (p.u.)	ΔQ_3 (p.u.)	P_1^G (MW)	Q_1^G (MVar)	P_2^G (MW)	Q_2^G (MVar)
0	1,06155	1,59070	0,00	0,00	52,88	-19,56
1	0,79989	1,16364	50,18	-18,33	73,74	8,80
2	0,49461	0,71896	47,25	6,74	108,84	32,91
3	0,15278	0,22029	55,46	29,87	139,45	69,49
4	0,00481	0,00563	72,78	32,49	140,10	93,77
5	0,00013	0,00000	73,59	30,29	139,94	96,98
6	0,00000	0,00000	73,68	30,21	139,89	97,10

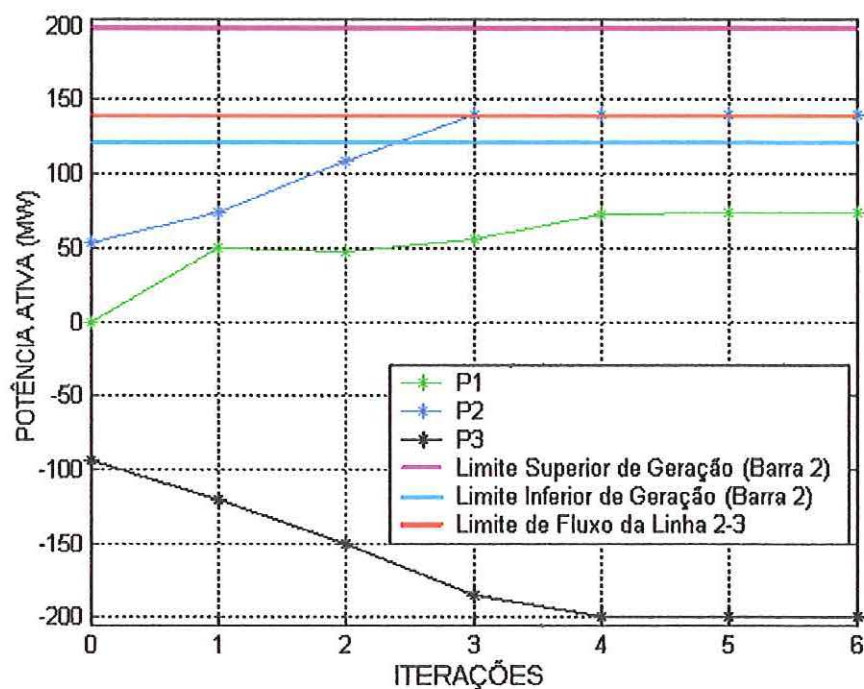


Figura 5.4: Convergência das potências ativas para o sistema 3 barras

Na Tabela 5.8 e 5.9 são apresentados o valor final referente aos multiplicadores de Lagrange e as variáveis de folga/excesso respectivamente.

Tabela 5.8 – Convergência para o sistema 3 barras, multiplicadores de Lagrange

Barra	λ_p	λ_q	π_{11}	π_{21}	π_{12}	π_{31}	π_{41}	π_{32}	π_{42}	π_{33}	π_{43}
1	-	-	-	-	-	-0,117	0,069	-	-	-	-
2	-	-	-0,000	0,009	-	-	-	-0,149	0,062	-	-
3	0,676	0,690	-	-	-	-	-	-	-	-0,65	0,132
Linha 2-3	-	-	-	-	-0,019	-	-	-	-	-	-

Tabela 5.9 – Convergência para o sistema 3 barras, variáveis de folga/excesso

Barra	s_{11}	s_{21}	s_{12}	s_{31}	s_{41}	s_{32}	s_{42}	s_{33}	s_{43}
1	-	-	-	0,019	0,181	-	-	-	-
2	0,601	0,199	-	-	-	0,000	0,199	-	-
3	-	-	-	-	-	-	-	0,118	0,082
Linha 2-3	-	-	0,001	-	-	-	-	-	-

5.3) SISTEMA 8 BARRAS

Este exemplo é derivado do sistema 8 barras, também conhecido como ELENORTE. O sistema é representado na Figura 5.5, e a seguir descreve-se suas principais características:

- 1 barra de referência (*Slack* - BS) – barra 1;
- 1 barra de geração (BG) – barra 6;
- 6 barras de carga (BC) – barras 2, 3, 4, 5, 7 e 8;
- 9 linhas de transmissão*;
- 2 transformadores com o *tap* variável, $0,9 \leq t \leq 1,1$.

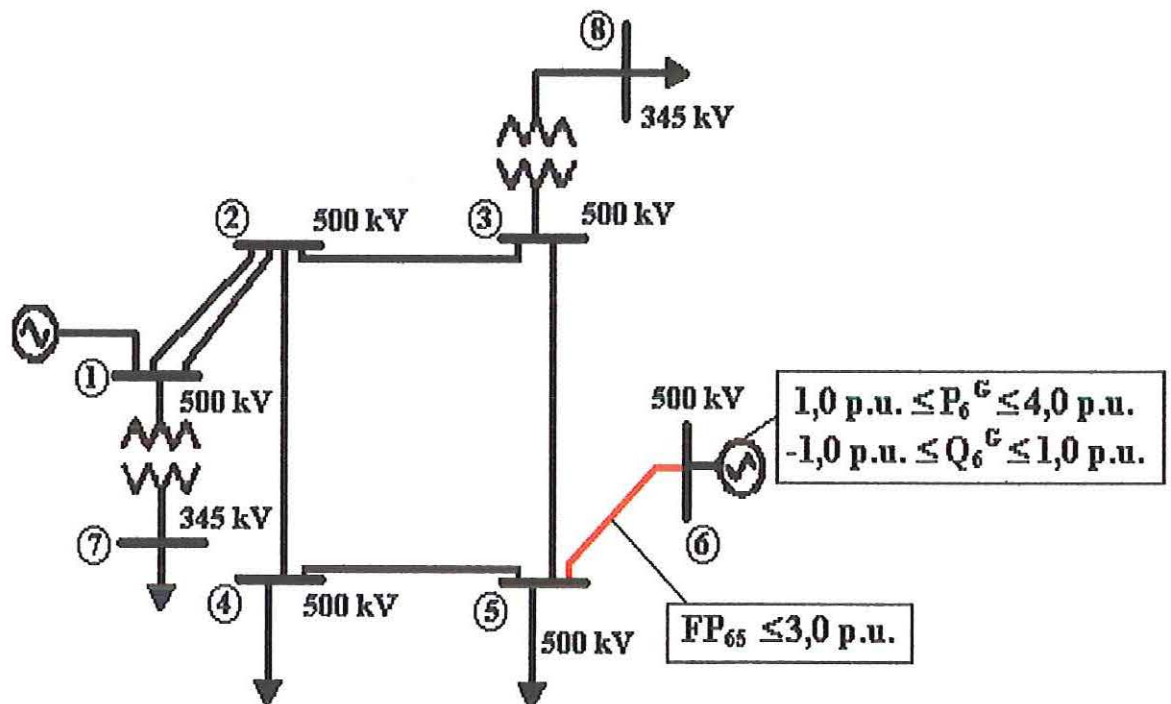


Figura 5.5 – Sistema Elenorte – 8 barras

Na Tabela 5.10 apresenta-se os valores iniciais adotados para o parâmetro de barreira da tensão (μ_V), da potência ativa gerada (μ_P), da potência reativa gerada

* As linhas de transmissão com circuito duplo são representadas pelo seu modelo equivalente de circuito simples no banco de dados.

(μ_Q), dos limites de fluxo ativo nas linhas (μ_{FP}) e dos tap's (μ_t). Os respectivos fatores de atualização β 's também são mostrados na Tabela 5.10. O processo de atualização dos valores de μ segue o definido na eq. (4.32). Reitera-se que os valores apresentados na Tabela 5.10 são resultados de inúmeros testes efetuados durante o desenvolvimento deste trabalho e influenciam diretamente no número de iterações necessárias para a convergência do programa. Os valores dos multiplicadores de Lagrange relacionados às equações do fluxo de potência iniciam iguais a 0,0 ($\lambda_{Pi} = 0,0$ e $\lambda_{Qi} = 0,0$). As variáveis de folga ou excesso (s_i) bem como os respectivos multiplicadores de Lagrange (π_i) são calculados de acordo com o apresentado no item 4.3.5.

Tabela 5.10 – Valores iniciais para os parâmetros de barreira e seus fatores de atualização para o sistema 8 barras

μ Iniciais		Atualizadores	
μ_V	0,01	β_V	1,1
μ_P	0,01	β_P	1,1
μ_Q	0,01	β_Q	1,5
μ_{FP}	0,0001	β_{FP}	5
μ_t	0,1	β_t	1,01

Nos testes deste sistema apresenta-se os resultados para dois casos. O primeiro caso mostra os resultados para o sistema 8 barras sem o limite de fluxo ativo na linha de transmissão entre as barras 5 (BC) e 6 (BG). Já no segundo caso, impõe-se o limite de 3,0 p.u. na referida linha.

5.3.1) SISTEMA 8 BARRAS SEM RESTRIÇÃO NAS LINHAS DE TRANSMISSÃO

Para este caso o sistema convergiu em 13 iterações, satisfazendo as restrições de igualdade, as restrições de desigualdade e as condições de KKT com uma precisão (ξ) de 10^{-4} p.u.. A Tabela 5.11 apresenta o estado inicial e o resultado final para as tensões do sistema. Na Figura 5.6 pode-se observar o caminho de

convergência das tensões, verificando-se que as tensões em todas as barras permanecem dentro dos limites estipulados.

Tabela 5.11 – Convergência para o sistema 8 barras sem restrição nas linhas de transmissão, tensão nas barras

Barra	Condição Inicial (p.u.)	Resultado Final (p.u.)
1	1,0500	0,999
2	1,0070	1,013
3	0,9900	1,040
4	0,9900	1,046
5	0,9900	1,079
6	1,0000	1,076
7	1,0290	0,978
8	0,9800	1,025

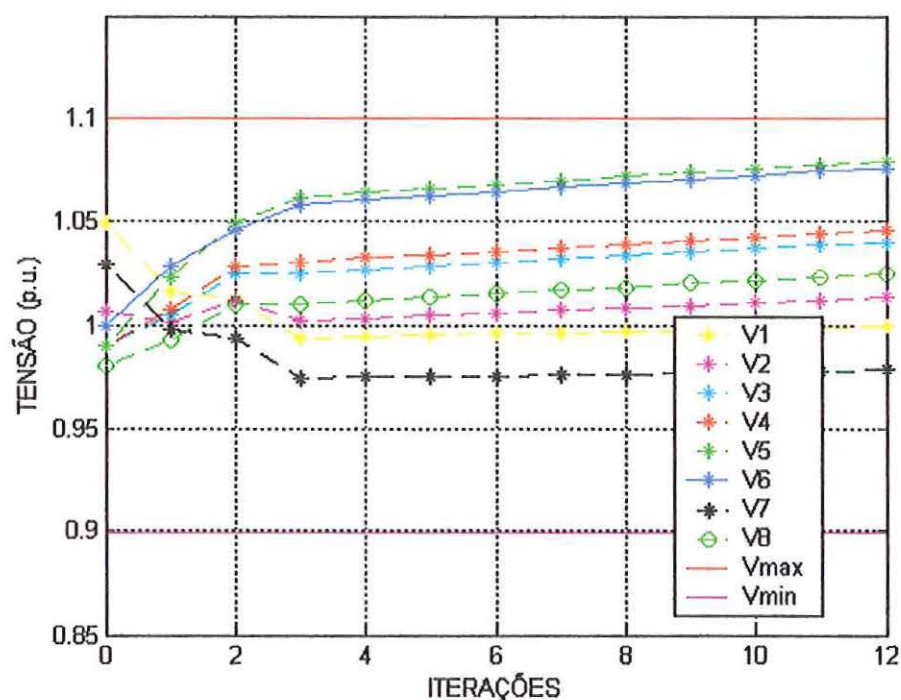


Figura 5.6 – Convergência das tensões para o sistema 8 barras sem restrição nas linhas de transmissão

Na Figura 5.7 mostra-se a curva de convergência do máximo erro de potência ativa (ΔP_{\max}) e reativa (ΔQ_{\max}) do sistema.

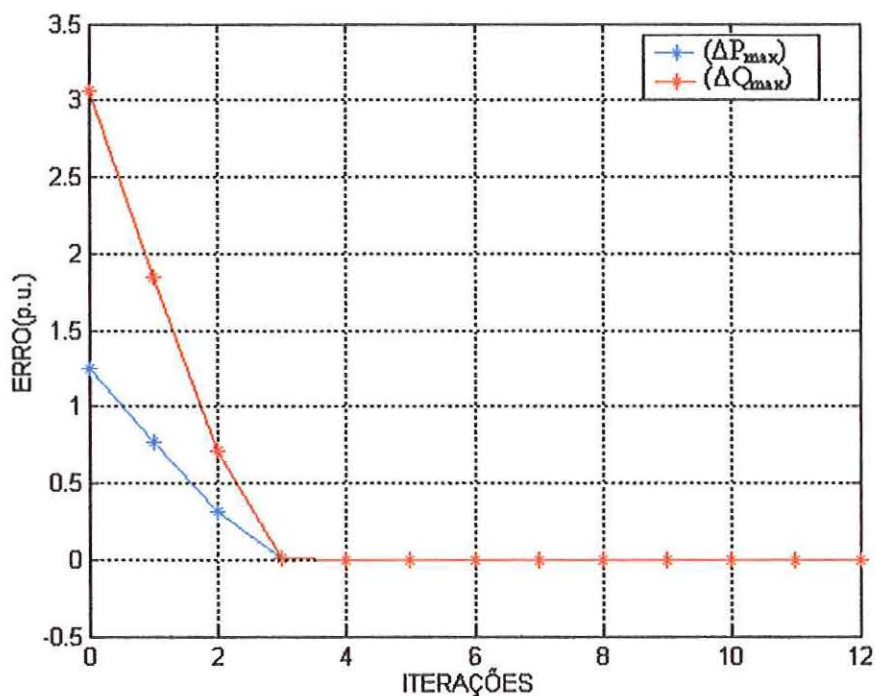


Figura 5.7 – Convergência do ΔP_{\max} e do ΔQ_{\max} para o sistema 8 barras sem restrição nas linhas de transmissão

A barra de geração (barra 6) possui limites de geração, tanto de potência ativa quanto de potência reativa. As Figuras 5.8 e 5.9 mostram o processo de convergência da geração.

Analisando a Figura 5.9 observa-se que na iteração 2 a potência reativa gerada violou o limite inferior imposto à barra (-100 MVar), o que leva a variável de folga para valores negativos. Neste caso o algoritmo atribui um valor positivo igual a 0,02. Verifica-se que este procedimento é eficaz pois consegue levar a restrição para a região factível.

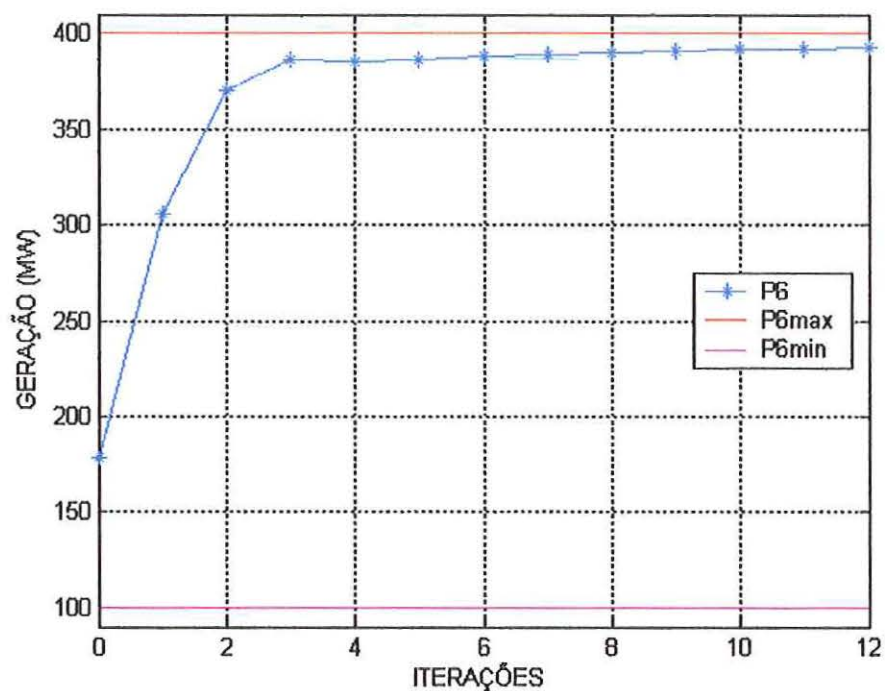


Figura 5.8 – Convergência para potência ativa da barra de geração (barra 6) para o sistema 8 barras sem restrição nas linhas de transmissão

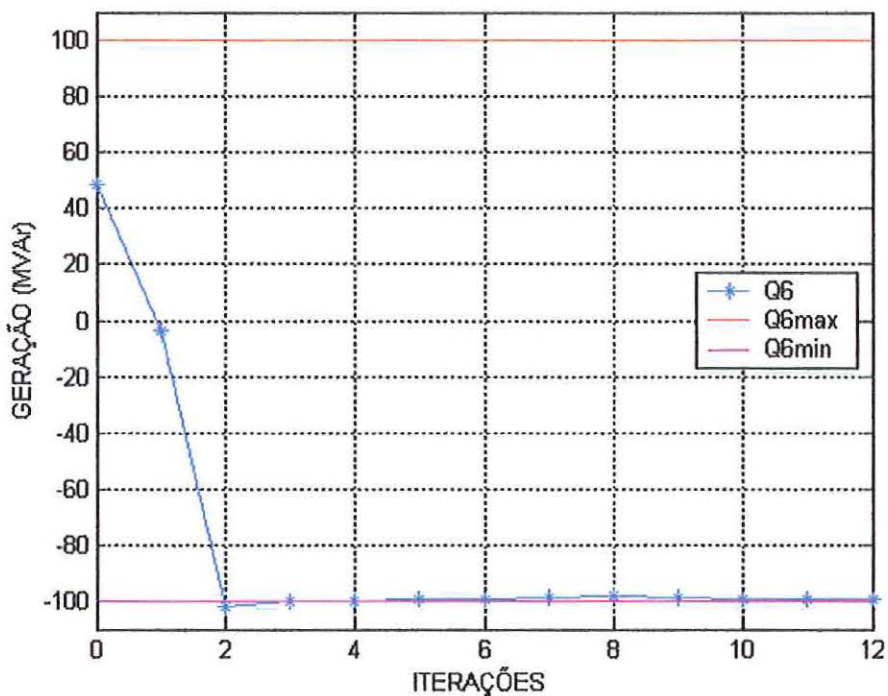


Figura 5.9 – Convergência para potência reativa da barra de geração (barra 6) para o sistema 8 barras sem restrição nas linhas de transmissão

A Figura 5.10 apresenta o processo de convergência para o fluxo ativo na linha 6-5 e as perdas totais do sistema.

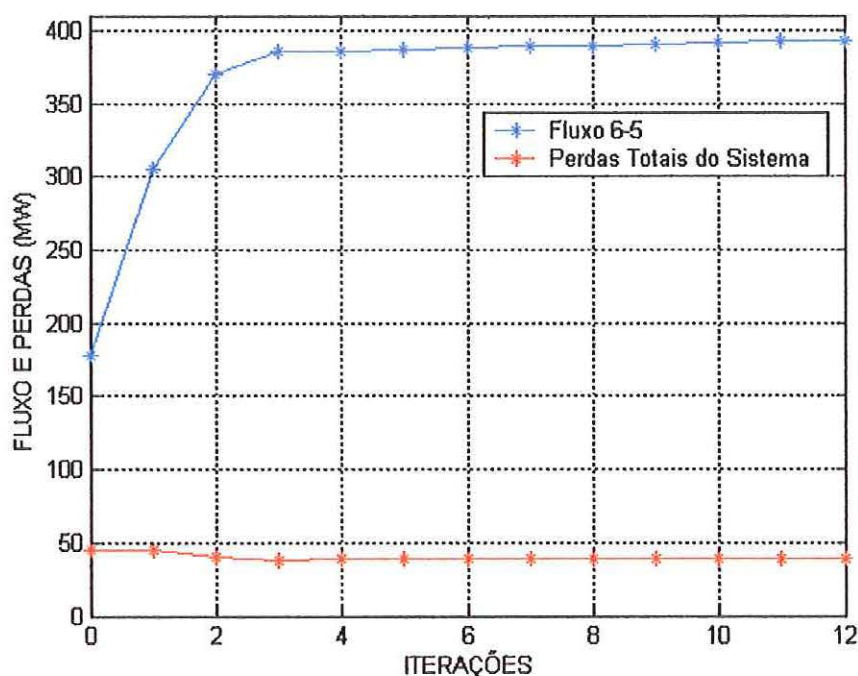


Figura 5.10 – Convergência para as perdas totais e fluxo na linha 6-5 para o sistema 8 barras sem restrição nas linhas de transmissão

O valor final encontrado para as perdas totais do sistema foi de 38,42 MW. O mesmo sistema 8 barras foi simulado no programa ANAREDE (cálculo para fluxo de potência) e o resultado final apresentou uma perda total de 47,5 MW sem conseguir manter todas as variáveis dentro dos limites aceitáveis. Pode-se observar que a redução das perdas foi de 19,11%. O resultado final do processo de convergência encontra-se no ANEXO B.

5.3.2) SISTEMA 8 BARRAS COM RESTRIÇÃO NAS LINHAS DE TRANSMISSÃO

Para este caso o sistema convergiu em 12 iterações, satisfazendo as restrições de igualdade, as restrições de desigualdade e as condições de KKT com uma precisão (ξ) de 10^{-4} p.u.. Na Figura 5.11 pode-se observar o caminho de

convergência das tensões, verificando-se que as tensões em todas as barras permanecem dentro dos limites estipulados. Na Figura 5.12 mostra-se a curva de convergência do máximo erro de potência ativa (ΔP_{\max}) e reativa (ΔQ_{\max}) do sistema.

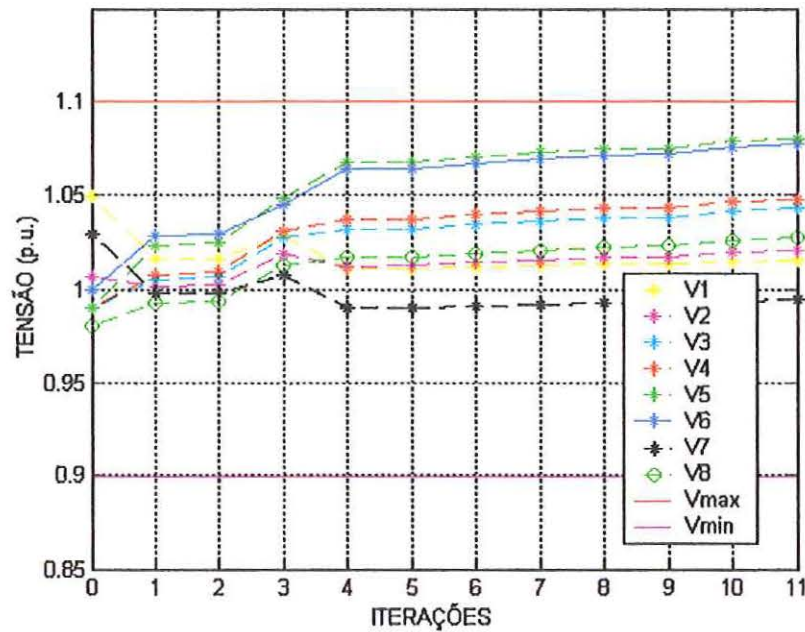


Figura 5.11 – Convergência das tensões para o sistema 8 barras com restrição nas linhas de transmissão

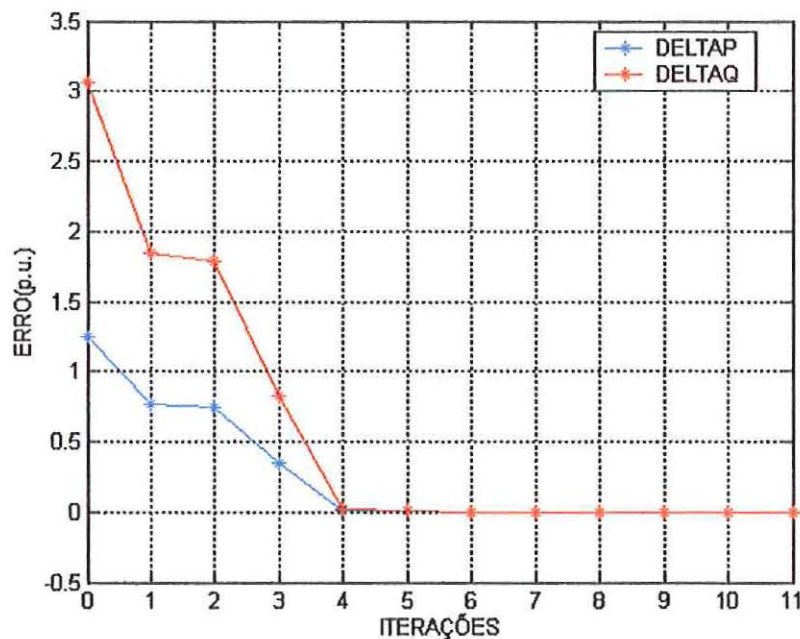


Figura 5.12 – Convergência do ΔP_{\max} e do ΔQ_{\max} para o sistema 8 barras com restrição nas linhas de transmissão

A barra de geração (barra 6) possui limites de geração, tanto de potência ativa quanto de potência reativa. As Figuras 5.13 e 5.14 mostram o processo de convergência da geração.

A Figura 5.13 mostra que apesar da barra de geração ter capacidade de gerar até 400 MW, a mesma tem que restringir a sua geração ao limite de 300 MW. Este limite é imposto pela restrição de fluxo ativo na linha que interliga a barra de geração ao resto do sistema.

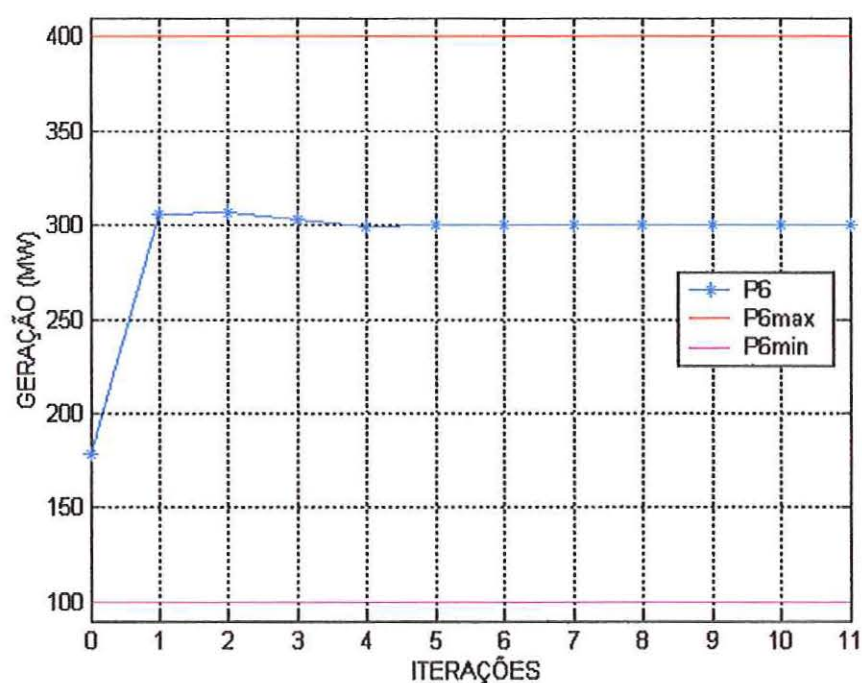


Figura 5.13 – Convergência para potência ativa da barra de geração (barra 6) para o sistema 8 barras com restrição nas linhas de transmissão

A Figura 5.15 apresenta o processo de convergência para o fluxo ativo na linha 6-5 e as perdas totais do sistema.

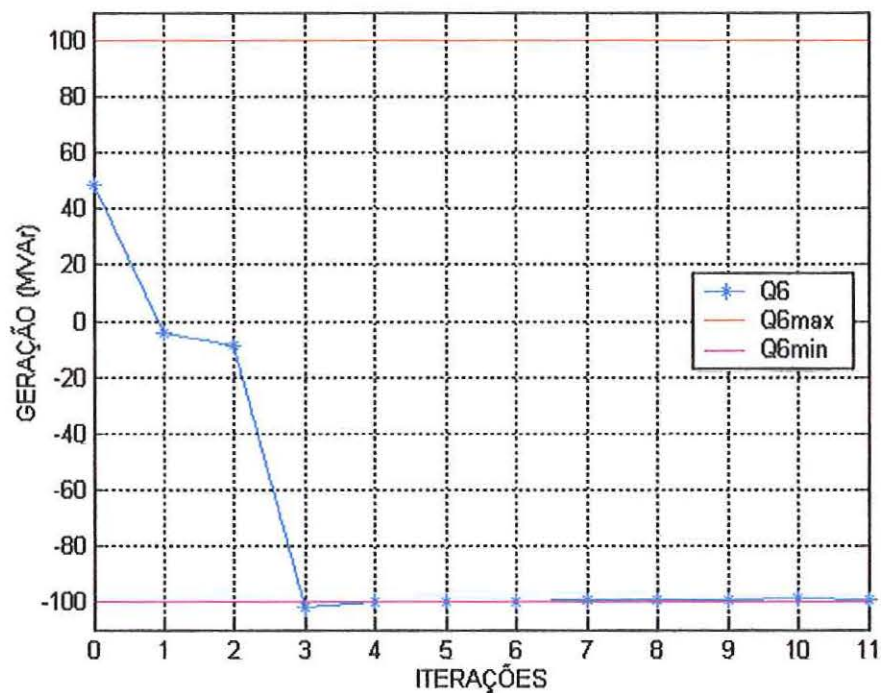


Figura 5.14 – Convergência para potência reativa da barra de geração (barra 6) para o sistema 8 barras com restrição nas linhas de transmissão

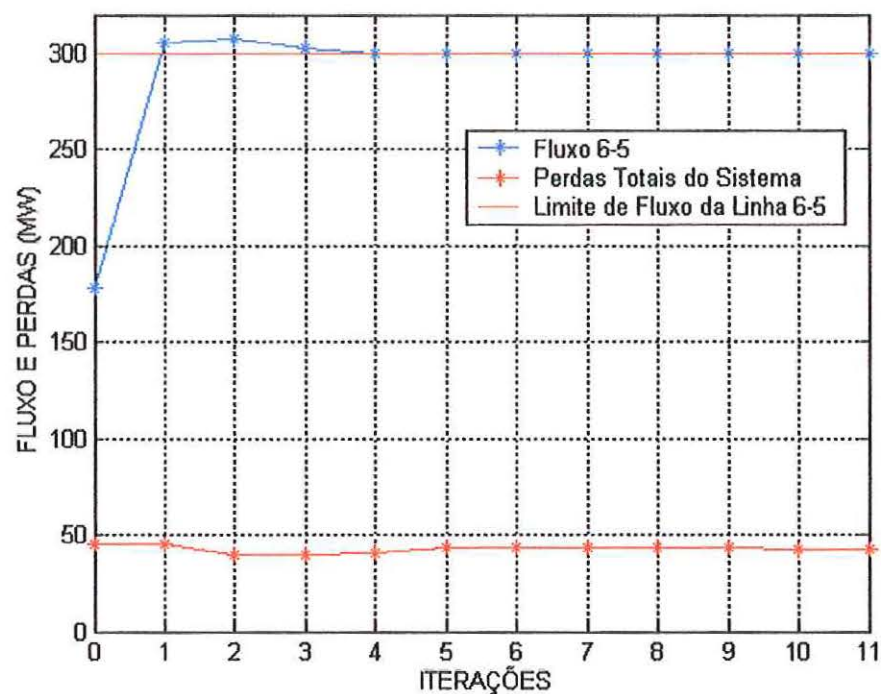


Figura 5.15 – Convergência para as perdas totais e fluxo na linha 6-5 para o sistema 8 barras com restrição nas linhas de transmissão

O valor final encontrado para as perdas totais do sistema foi de 42,87 MW. O resultado final do processo de convergência encontra-se no ANEXO B.

5.4) SISTEMA 14 BARRAS

O sistema 14 barras, mostrado na Figura 5.16, possui as seguintes características:

- 1 barra de referência (*Slack* - BS) – barra 1;
- 1 barra de geração (BG) – barra 2;
- 3 barras de controle de reativo (CR) – barras 3, 6 e 8;
- 9 barras de carga (BC) – barras 4, 5, 7, 9, 10, 11, 12, 13 e 14;
- 20 linhas de transmissão*;
- 3 transformadores com o *tap* variável.

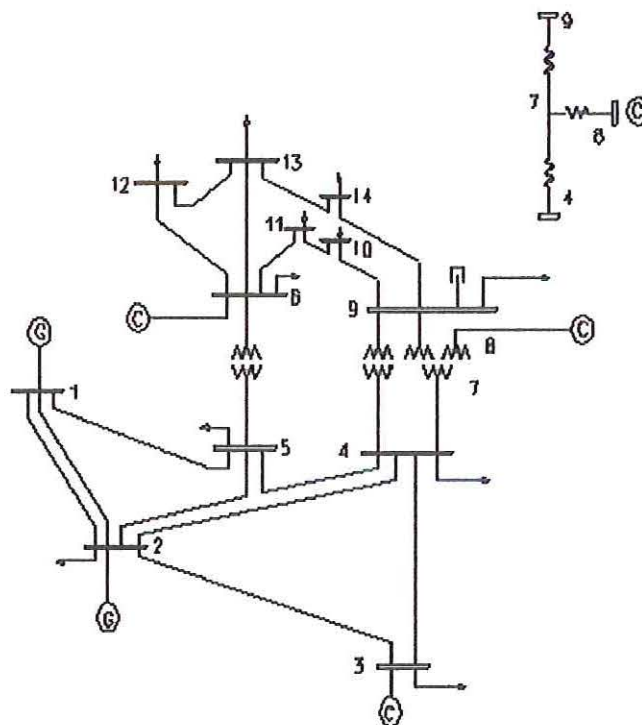


Figura 5.16 – Sistema 14 barras

* As linhas de transmissão com circuito duplo são representadas pelo seu modelo equivalente de circuito simples no banco de dados.

Na Tabela 5.12 apresenta-se os valores iniciais adotados para o parâmetro de barreira da tensão (μ_v), da potência ativa gerada (μ_p), da potência reativa gerada (μ_Q), dos limites de fluxo ativo nas linhas (μ_{FP}) e dos tap's (μ_t). Os respectivos fatores de atualização β 's também são mostrados na Tabela 5.12. O processo de atualização dos valores de μ segue o definido em (4.32). Os valores dos multiplicadores de Lagrange relacionados às equações do fluxo de potência iniciam iguais a 0,0 ($\lambda_{Pi} = 0,0$ e $\lambda_{Qi} = 0,0$). As variáveis de folga ou excesso (s_i) bem como os respectivos multiplicadores de Lagrange (π_i) são calculados de acordo com o apresentado no item 4.3.5.

Tabela 5.12 – Valores iniciais para os parâmetros de barreira e seus fatores de atualização para o sistema 14 barras

μ Iniciais		Atualizadores	
μ_v	0,01	β_v	1,1
μ_p	0,01	β_p	1,1
μ_Q	0,01	β_Q	1,5
μ_{FP}	0,0001	β_{FP}	5
μ_t	0,1	β_t	1,01

Nos ANEXOS A e B apresentam-se o banco de dados e o estado final do sistema 14 barras respectivamente. A Figura 5.17 mostra a curva da convergência do fluxo de ativos na linha que interliga as barras 1(BS) e 2 (BG). O limite imposto para testes nesta linha foi de 97 MW. Na Figura 5.18 tem-se o gráfico de convergência para o fluxo de ativos na linha entre as barras 12 (BC) e 13 (BC), cujo limite imposto para testes é de 1,3 MW.

Observe que o estado inicial do sistema faz com que os fluxos nas linhas iniciem com os seus valores fora da região factível, o que leva a variável de folga para valores negativos. Neste caso o algoritmo atribui um valor positivo igual a 0,02. Verifica-se que este procedimento é eficaz pois consegue levar a restrição para a região factível. O fato do valor inicial dos fluxos não estar dentro da região factível pode implicar na não convergência do problema.

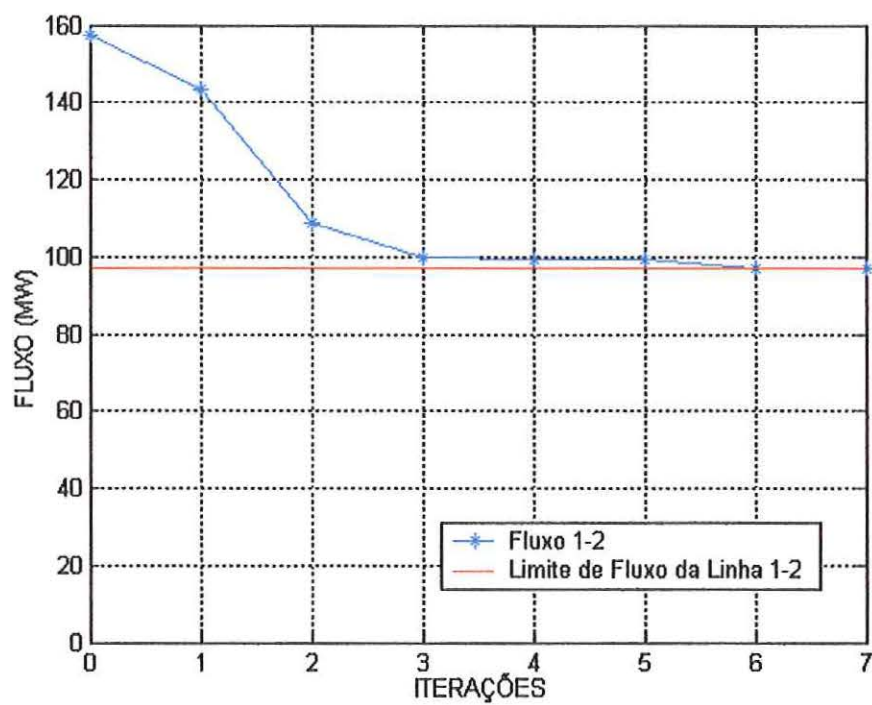


Figura 5.17 – Convergência do fluxo na linha 1-2 para o sistema 14 barras

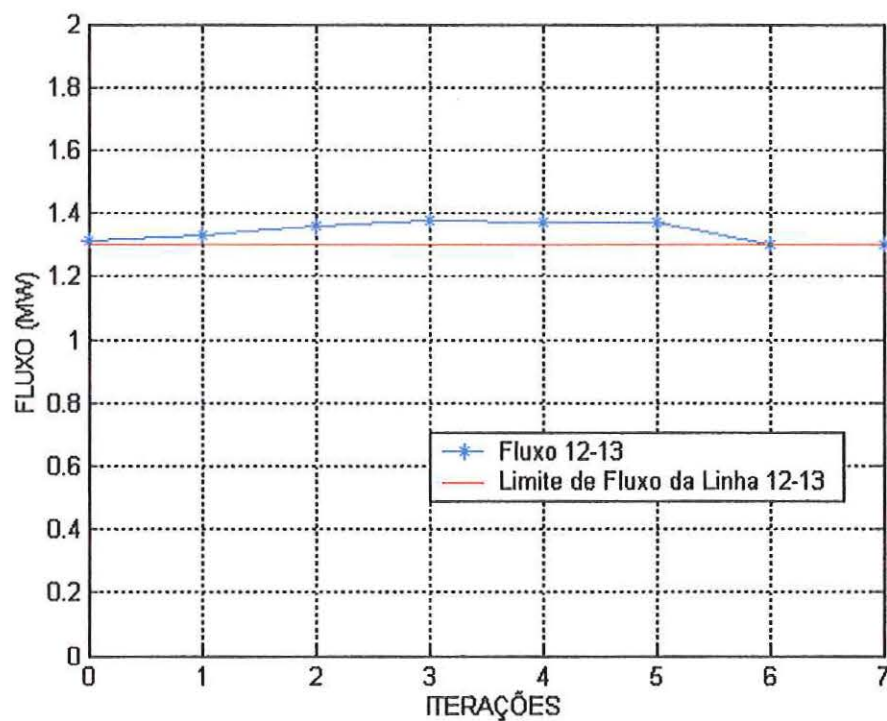


Figura 5.18 – Convergência do fluxo na linha 12-13 para o sistema 14 barras

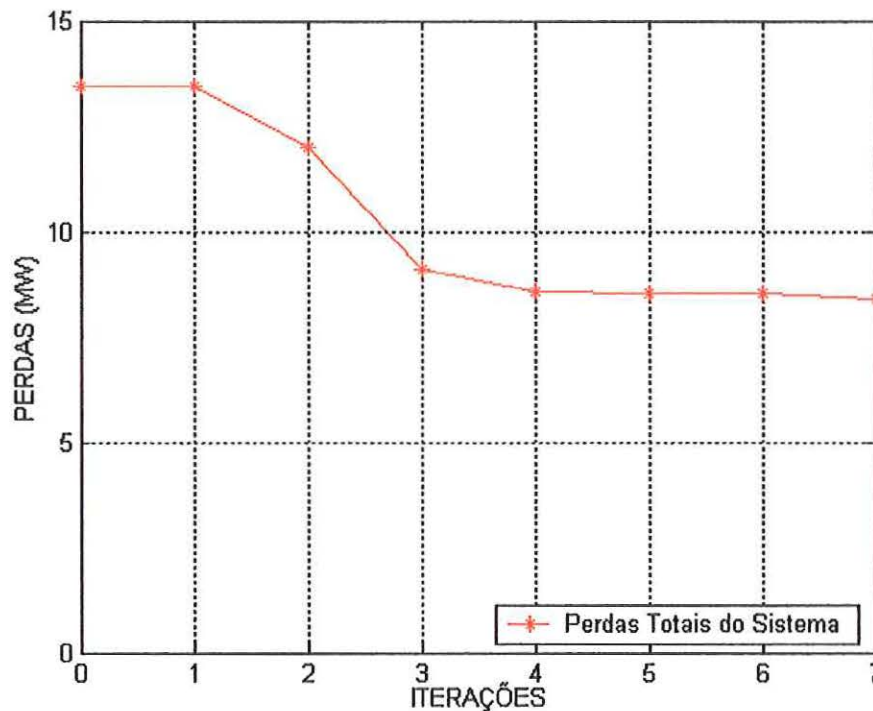


Figura 5.19 – Convergência para as perdas totais do sistema 14 barras

Observa-se, através dos resultados apresentados acima, que a convergência para o sistema 14 barras ocorreu em 8 iterações. Todas as tensões, *taps*, limites de fluxo e geração permaneceram dentro de seus limites, e a solução final obedeceu a todas as restrições do sistema, satisfazendo KKT com uma precisão de 10^{-4} p.u. Partiu-se de uma solução inicial próxima da solução do fluxo de carga, isto é, apenas com as restrições de igualdade satisfeitas.

5.5) SISTEMA 30 BARRAS

O sistema 30 barras, mostrado na Figura 5.20, tem as seguintes características:

- 1 barra de referência (*Slack* - BS) – barra 1;
- 1 barra de geração (BG) – barra 2;
- 4 barras de controle de reativo (CR) – barras 5, 8, 11 e 13;
- 24 barras de carga (BC) – demais barras;
- 41 linhas de transmissão*;
- 4 transformadores com o *tap* variável.

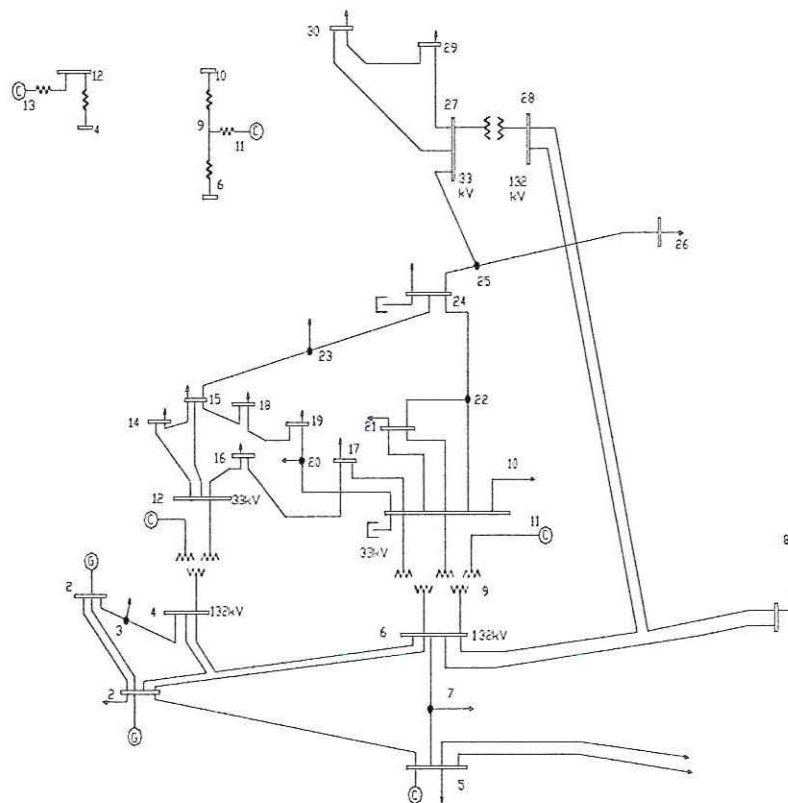


Figura 5.20 – Sistema 30 barras

Na Tabela 5.13 apresenta-se os valores iniciais adotados para o parâmetro de barreira da tensão (μ_V), da potência ativa gerada (μ_P), da potência reativa gerada (μ_Q), dos limites de fluxo ativo nas linhas (μ_{FP}) e dos tap's (μ_t). Os respectivos fatores de atualização β 's também são mostrados na Tabela 5.13. O processo de

* As linhas de transmissão com circuito duplo são representadas pelo seu modelo equivalente de circuito simples no banco de dados.

atualização dos valores de μ segue o definido na eq. (4.32). Os valores dos multiplicadores de Lagrange relacionados às equações do fluxo de potência iniciam iguais a 0,0 ($\lambda_{Pi} = 0,0$ e $\lambda_{Qi} = 0,0$). As variáveis de folga ou excesso (s_i) bem como os respectivos multiplicadores de Lagrange (π_i) são calculados de acordo com o apresentado no item 4.3.5.

Tabela 5.13 – Valores iniciais para os parâmetros de barreira e seus fatores de atualização para o sistema 30 barras

μ Iniciais		Atualizadores	
μ_V	0,01	β_V	1,1
μ_P	0,01	β_P	1,1
μ_Q	0,01	β_Q	1,5
μ_{FP}	0,0001	β_{FP}	5
μ_t	0,1	β_t	1,01

Nos ANEXOS A e B apresentam-se o banco de dados e o estado final do sistema 30 barras respectivamente. A Figura 5.21 mostra a curva da convergência do fluxo de ativos na linha que interliga as barras 4(BC) e 12 (BC). O limite imposto para testes nesta linha foi de 41 MW.

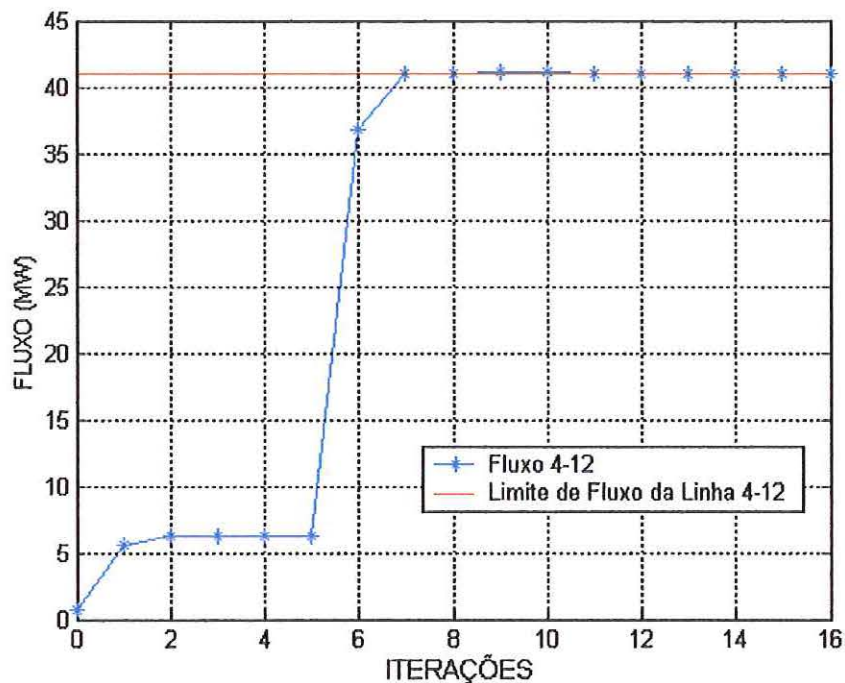


Figura 5.21 – Convergência do fluxo na linha 4-12 para o sistema 30 barras

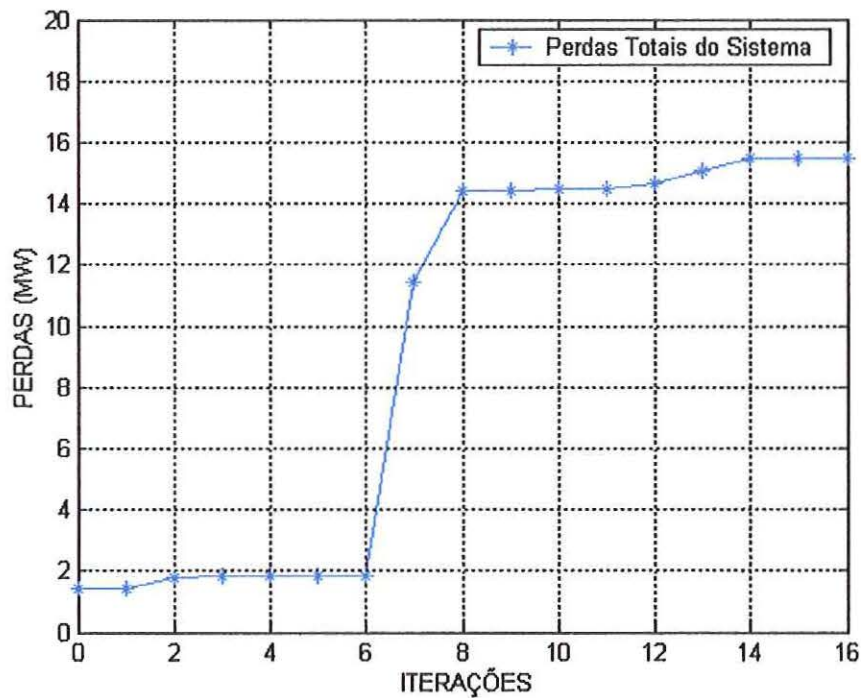


Figura 5.22 – Convergência para as perdas totais do sistema 30 barras

A convergência para o sistema 30 barras ocorreu em 17 iterações. Todas as tensões, *taps*, limites de fluxo e geração permaneceram dentro de seus limites, e a solução final obedeceu a todas as restrições do sistema, satisfazendo KKT com uma precisão de 10^{-4} p.u.

5.6) SISTEMA 118 BARRAS

O sistema 118 barras, mostrado na Figura 5.23, tem as seguintes características:

- 1 barra de referência (*Slack* - BS);
- 17 barras de geração (BG) ;
- 34 barras de controle de reativo (CR);
- 66 barras de carga (BC);
- 179 linhas de transmissão* ;

* As linhas de transmissão com circuito duplo são representadas pelo seu modelo equivalente de circuito simples no banco de dados.

- 9 transformadores com o *tap* variável.

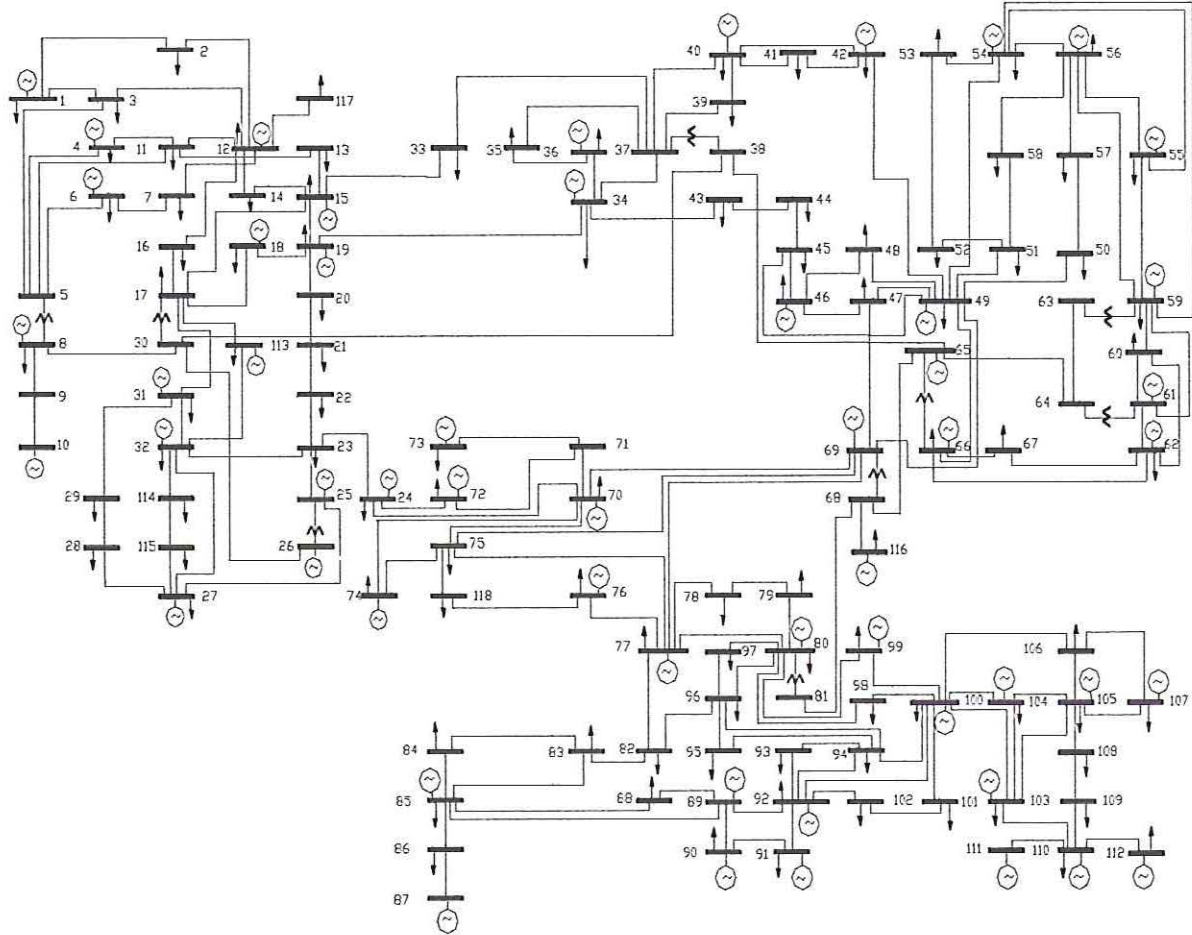


Figura 5.23 – Sistema 118 barras

Na Tabela 5.14 apresenta-se os valores iniciais adotados para o parâmetro de barreira da tensão (μ_V), da potência ativa gerada (μ_P), da potência reativa gerada (μ_Q), dos limites de fluxo ativo nas linhas (μ_{FP}) e dos tap's (μ_t). Os respectivos fatores de atualização β 's também são mostrados na Tabela 5.14. O processo de atualização dos valores de μ segue o definido na eq. (4.32). Os valores dos multiplicadores de Lagrange relacionados às equações do fluxo de potência iniciam iguais a 0,0 ($\lambda_{Pi} = 0,0$ e $\lambda_{Qi} = 0,0$). As variáveis de folga ou excesso (s_i) bem como

os respectivos multiplicadores de Lagrange (π_i) são calculados de acordo com o apresentado no item 4.3.5.

Tabela 5.14 – Valores iniciais para os parâmetros de barreira e seus fatores de atualização para o sistema 118 barras

μ Iniciais		Atualizadores	
μ_V	0,01	β_V	1,2
μ_P	0,01	β_P	1,1
μ_Q	0,01	β_Q	1,1
μ_{FP}	0,0001	β_{FP}	5
μ_t	0,1	β_t	1,01

Nos ANEXOS A e B apresentam-se o banco de dados e o estado final do sistema 118 barras respectivamente. A Figura 5.24 mostra a curva da convergência do fluxo de ativos na linha que interliga as barras 24 (BC) e 72 (CR). O limite imposto para testes nesta linha foi de 8 MW.

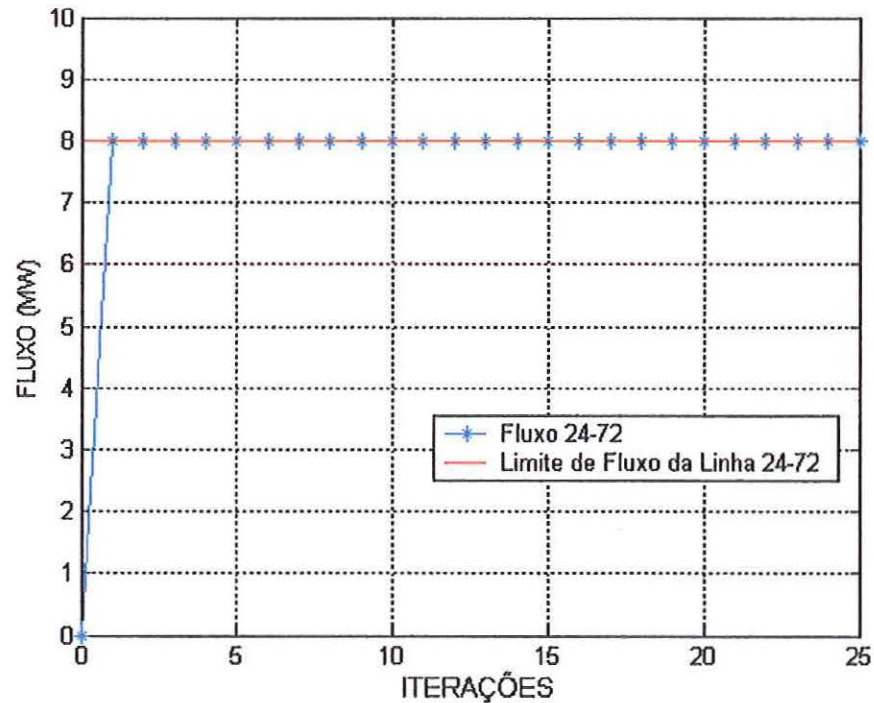


Figura 5.24 – Convergência do fluxo na linha 24-72 para o sistema 118 barras

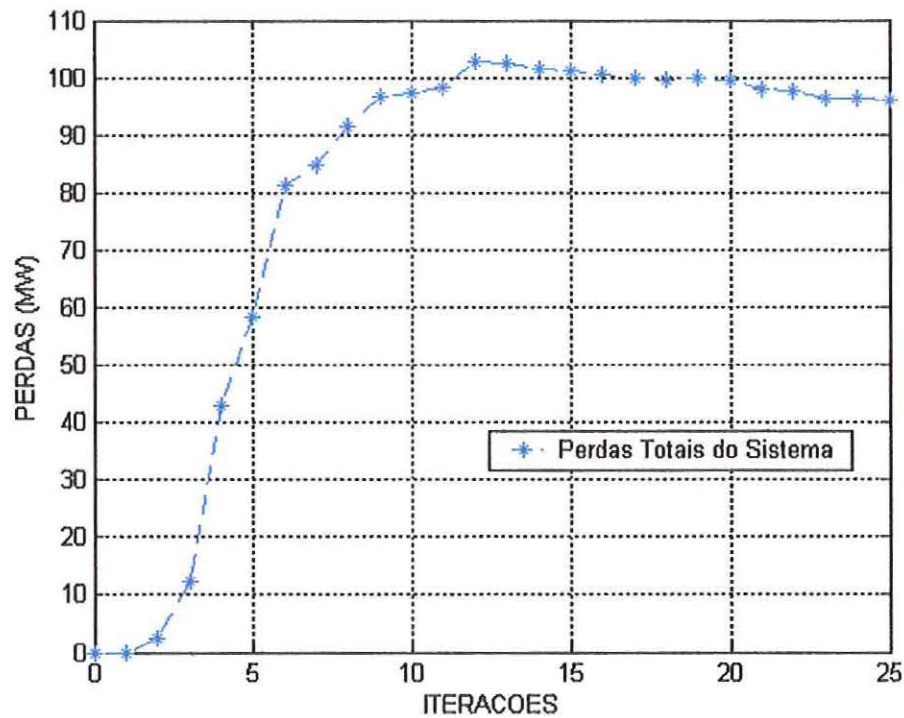


Figura 5.25 – Convergência para as perdas totais do sistema 118 barras

A convergência para o sistema 118 barras ocorreu em 26 iterações. Todas as tensões, *taps*, limites de fluxo e geração permaneceram dentro de seus limites, e a solução final obedeceu a todas as restrições do sistema, satisfazendo KKT com uma precisão de 10^{-4} p.u.

Nos exemplos apresentados, o método convergiu de modo efetivo e obteve o ótimo do problema em um número de iterações aceitável. Porém, uma das dificuldades desse método é a escolha e o ajuste do parâmetro de barreira, e o fato de ele ser extremamente sensível a tal ajuste. Contudo, salienta-se a obtenção, por meio dele, da solução ótima dos sistemas sem o desagradável ajuste das variáveis de estado e das potências geradas por um processo de tentativa e erro.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES

Na metodologia desenvolvida neste trabalho, as restrições de igualdade representadas pelas equações do fluxo de potência são incorporadas à função Lagrangiana através dos multiplicadores de Lagrange. As restrições de desigualdades canalizadas que incorporam as variáveis *tap* e tensão, as restrições funcionais de injeção de reativo das barras de controle de reativo, da geração de ativos/reativos nas barras de geração e os limites de fluxo ativo nas linhas de transmissão, são transformadas em igualdades através da adição de variáveis de folga ou excesso. Estas variáveis de folga ou excesso estritamente positivas são acrescentadas à função objetivo através da função barreira logarítmica. O método proposto deve ser iniciado a partir de pontos factíveis, e na atualização das variáveis primais e duais utilizam-se passos que garantem a não negatividade das variáveis de folga e os sinais dos multiplicadores de Lagrange.

Inicialmente, apresentou-se um histórico com as propostas de resolução do problema de FPO nas últimas décadas. Foi realizado um estudo dos métodos dos pontos interiores para fornecer o suporte teórico no desenvolvimento da abordagem. As condições necessárias de primeira ordem foram aplicadas à função Lagrangiana resultando em um sistema não linear resolvido pelo método de Newton. Aplicou-se a técnica de esparsidade fornecida pela rotina MA57, que é especialmente elaborada para solução de sistemas em que a matriz Lagrangeana seja simétrica de posição e valor. A aplicação da rotina MA57 implica na economia de memória e tempo de

processamento, visto que faz necessário apenas o armazenamento da matriz triangular superior ou inferior.

O fluxo de potência ótimo é um problema de programação não linear, e os métodos utilizados para resolvê-lo exigem que o usuário forneça algum valor para um determinado parâmetro, e no método primal-dual barreira logarítmica implementado neste trabalho acontece o mesmo, o programa exige que o usuário forneça valores para os parâmetros μ 's e β 's. Verificou-se que o algoritmo é muito sensível quanto à escolha destes parâmetros, podendo não satisfazer todas as restrições de operação do sistema ou até mesmo divergir para alguns valores.

A pesquisa desenvolvida leva-nos a uma seqüência de trabalhos futuros enunciados a seguir:

- Proposta de novas regras para o ajuste nos passos primais e duais utilizados;
- Estudos de regras especiais para a inicialização e correção do parâmetro de barreira;
- Realização de testes mais elaborados com sistemas elétricos maiores;
- Modelagem do problema com a inclusão de outras funções objetivos;
- Acrescentar o procedimento *predictor - corrector* ao algoritmo implementado.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- CARPENTIER, J.L. (1962). Contribution a L'etude du Dispatching Economique. *Bull-Soc. Fr. Elec. Ser. B3*, p. 431-447.
- CLEMENTS, K.A.; DAVIS, P.W.; FREY, K.D. (1991). An Interior Point Algorithm for Weighted Least Absolute value Power System State Estimation. *IEEE/PES Winter Meeting*.
- COSTA, G.R.M.; COSTA, C.E.U.; SOUZA, A.M. (2000). Comparative Studies of Optimization Methods for the Optimal Power Flow Problem. *Electric Power Systems Research*, v. 56, p. 249-254, December.
- DOMMEL, H.W.; TINNEY, W.F. (1968). Optimal Power Flow Solutions. *IEEE Trans. on PAS.*, v. 87, p. 1866-1876, October.
- DUFF, I.S.; REID, J.K. (1983). *ACM Transaction on Mathematical Software* 9, p. 302-325.
- FIACCO, A.V.; McCORMICK, G.P. (1968). *Nonlinear Programming-Sequential Unconstrained Optimization Techniques*, John Wiley & Sons.
- FRISH, K.R. (1955). The logarithmic Potential Method of Convex Programming, Memorandum, University Institute of Economics, Oslo, Norway.
- GRANVILLE, S. (1994). Optimal Reactive Dispatch through Interior Point Method. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 9, nº 1, p. 136-146, February.

- KARMARKAR, N. (1984). A New Polynomial-Time Algorithm for Linear Programming. *Combinatorica* 4, v. 4, p. 373-395.
- KOJIMA, M.; MIZUNO, S.; YOSHISE, A. (1989). A primal-dual interior point method for linear programming. In *Progress in Mathematical Programming, Interior Point and Related Methods*, N. Megiddo, ed. Springer-Verlag, New York, p.29-47.
- MATUMOTO, L.T.(1996). Algoritmos de Pontos Interiores Para Programação Linear e uma Extensão para a Programação Linear Por Partes, Dissertação (Mestrado), 56p.
- MEHROTRA, S. (1992). On the implementation of a primal-dual interior point method. *Journal on Optimization*, vol.2, p.575-601.
- MOMOH, J.A.; ZHU, J.Z. (1999). Improved Interior Point for OPF Problems. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 14, nº 3, p. 1114-1120, August.
- MONTICELLI, A. (1983). *Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica*. São Paulo, Edgard Blucher Ltda. Cap. 5, p. 75-100.
- MONTICELLI, A.; LIU, W.H.E. (1992). Adaptive Movement Penalty Method For The Newton Optimal Power Flow. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 7, nº 1, p. 334 - 341, February.
- NEJDAWI, I.M.; CLEMENTS, K.A.; DAVIS, P.W. (2000). An Efficient Interior Point Method for Sequential Quadratic Programming Based Optimal Power Flow. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 15, nº 4, p. 1179-1183, November.

- PONNAMBALAM, K.; QUINTANA, V.H.; VANNELLI, A. (1991). A Fast Algorithm for Power System optimization Problems Using an Interior Point Method.
- QUINTANA, V.H., GOMEZ, A., MARTINEZ, J.L. (1995). Nonlinear Optimal Power Flows by Logarithmic-Barrier Primal-Dual Algorithm. *IEEE NAPS Meeting*.
- SASSON, A.M. (1969). Combined Use of the Powell and Fletcher-Powell Nonlinear Programming Methods for Optimal Load Flow, *IEEE Trans. on PAS*, vol. 88, p. 1530-1537, October.
- SASSON, A.M.; VILORIA, F.; ABOYTES, F. (1973). Optimal Load Flow Solution Using the Hessian Matrix. *IEEE Trans. on PAS*, v. 92, n° 1, p. 31-41, January.
- SUN, D.I.; ASHELEY, B.; BREWER, B.; HUGHES, B.A.; TINNEY, W. F. (1984) Optimal Power Flow by Newton Approach. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 103, p. 2864-2875, October.
- TORRES, G.L.; QUINTANA, V.H. (1998). An Interior Point Method for Nonlinear Optimal Power Flow Using Voltage Rectangular Coordinates. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 13, n° 4, p. 1211-1218, November.
- TORRES, G.L.; QUINTANA, V.H. (2001). On a Nonlinear Multiple-Centrality-Corrections Interior-Point Method for Optimal Power Flow. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 16, n° 2, p. 222-228, May.
- VARGAS, L.S.; QUINTANA V.H.; VANNELLI, A. (1992). A Tutorial Description of an Interior Point Method and its Application to Security-Constrained Economic Dispatch. *IEEE/PES Winter Meeting*.

- WRIGHT, M. H. (1995). Why a pure primal Newton barrier step may be infeasible. *SIAM Journal on Optimization*, v. 5, n° 1, p. 1-12.
- WU, Y.; DEBS, A.S.; MARSTEN, R.E. (1994). A Direct Nonlinear Predictor-Corrector Primal-Dual Interior Point Algorithm for Optimal Power Flow. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 9, p. 876-883, May.
- YAN, X.; QUINTANA, V.H. (1996). An Infeasible Interior-Point Algorithm for Optimal Power Flow Problems. *Electric Power Systems Research*, n°39, p. 39-46.
- YAN, X.; QUINTANA, V.H. (1997). An Efficient Predictor-Corrector Interior Point Algorithm for Security-Constrained Economic Dispatch. *IEEE Transactions on Power Systems*. v.12, n° 2, p.803-810, May.
- ZHANG, Y. (1996). Solving large-scale linear programs by interior-point methods under the MATLAB environment. Technical Report TR96-01, Department of Mathematics and Statistics, University of Maryland Baltimore County, Maryland, February.

ANEXO A

BANCO DE DADOS

SISTEMA 3 BARRAS

[illegible]

SISTEMA 8 BARRAS

[illegible]

SISTEMA 14 BARRAS

1	2	barra1	1060	0.	0.0	0.0-9999	9999	0.0	0.0	1	
2	1	barra2	1045	-5.	40.	0.0	-40	50	14.5	8.49	1
3	-1	barra3	1010-13.	0.0	0.0		0	40	65.6	13.2	1
4	0	barra4	1019-10.	0.0	0.0				47.8	-3.9	1
5	0	barra5	1020-8.8	0.0	0.0				7.6	1.6	1
6	-1	barra6	1070-14.	0.0	0.0	-6	24		11.2	7.5	1
7	0	barra7	1062-13.	0.0	0.0				0.0	0.0	1
8	-1	barra8	1090-13.	0.0	0.0	-6	24		0.0	0.0	1
9	0	barra9	1056-15.	0.0	0.0				29.5	16.6	19
10	0	barra10	1051-15.	0.0	0.0				9.0	5.8	1
11	0	barra11	1057-15.	0.0	0.0				3.5	1.8	1
12	0	barra12	1055-15.	0.0	0.0				6.1	1.6	1
13	0	barra13	1050-15.	0.0	0.0				13.5	5.8	1
14	0	barra14	1036-16.	0.0	0.0				14.9	5.0	1
9999											
1	2		1.938	5.917	5.28				97	1	
1	5		5.40322	3.04	4.92				900	0	
2	3		4.69919	7.97	4.38				55	0	
2	4		5.81117	6.32	3.74				54	0	
2	5		5.69517	3.88	3.40				900	0	
3	4		6.70117	1.03	3.46				900	0	
4	5		1.335	4.211	1.28				50	0	
4	7		20.912		0.9780.9001.100				900	0	
4	9		55.618		0.9780.9001.100				900	0	
5	6		25.202		0.9780.9001.100				900	0	
6	11		9.49819	8.90					900	0	
6	12		12.29125	5.81					900	0	
6	13		6.61513	0.27					900	0	
7	8		0.00117	6.15					900	0	
7	9		11.001						900	0	
9	10		3.181	8.450					900	0	
9	14		12.71127	0.38					900	0	
10	11		8.20519	2.07					900	0	
12	13		22.09219	9.88					1.3	1	
13	14		17.09334	8.02					900	0	
9999											
	0.90	1.10									
9999											
2	0.01	0.75									
9999											

SISTEMA 30 BARRAS

1	2	BARRA1	SLACK	1053	.0	-9999	9999	0.	0.	
2	1	BARRA2	GERA.	1032-.09	40.	-40.	50.	21.7	12.7	
3	0	BARRA3	CARG.	1018-.14				2.4	1.2	
4	0	BARRA4	CARG.	1010-.17				7.6	1.6	
5	-1	BARRA5	C.RE.	1010-.25		-40.	40.	94.2	19.0	
6	0	BARRA6	CARG.	1004-.20				.0	.0	
7	0	BARRA7	CARG.	998-.23				22.8	10.9	
8	-1	BARRA8	C.RE.	1010-.21		-10.	40.	30.0	30.0	
9	0	BARRA9	CARG.	1017-.26				.0	.0	
10	0	BARRA10	CARG	1015-.29				5.8	2.0	19.
11	-1	BARRA11	C.RE	1072-.26		-6.	24.	.0	.0	
12	0	BARRA12	CARG	1019-.27				11.2	7.5	
13	-1	BARRA13	C.RE	1057-.27		-6.	24.	.0	.0	
14	0	BARRA14	CARG	1005-.29				6.2	1.6	
15	0	BARRA15	CARG	1001-.29				8.2	2.5	
16	0	BARRA16	CARG	1010-.29				3.5	1.8	
17	0	BARRA17	CARG	1008-.29				9.0	5.8	
18	0	BARRA18	CARG	994-.30				3.2	0.9	
19	0	BARRA19	CARG	992-.31				9.5	3.4	
20	0	BARRA20	CARG	997-.30				2.2	0.7	
21	0	BARRA21	CARG	1003-.30				17.5	11.2	
22	0	BARRA22	CARG	1004-.29				.0	.0	
23	0	BARRA23	CARG	994-.30				3.2	1.6	
24	0	BARRA24	CARG	994-.30				8.7	6.7	4.3
25	0	BARRA25	CARG	1001-.29				.0	.0	

26	0	BARRA26	CARG	983-.30		3.5	2.3
27	0	BARRA27	CARG	1013-.28		.0	.0
28	0	BARRA28	CARG	997-.21		.0	.0
29	0	BARRA29	CARG	993-.31		2.4	0.9
30	0	BARRA30	CARG	982-.32		10.6	1.9
9999							
1	2			1.92 5.75 2.64		9000	0
1	3			4.52 18.52 2.04		9000	0
2	4			5.70 17.37 1.84		9000	0
3	4			1.32 3.79 0.42		9000	0
2	5			4.72 19.83 2.09		9000	0
2	6			5.81 17.63 1.87		9000	0
4	6			1.19 4.14 0.45		9000	0
5	7			4.60 11.60 1.02		9000	0
6	7			2.67 8.20 0.85		9000	0
6	8			1.20 4.20 0.45		28	0
6	9			.0 20.80	1.0380.9501.05	9000	0
6	10			.0 55.60	0.9560.9501.05	16	1
9	11			.001 20.80		9000	0
9	10			.001 11.00		9000	0
4	12			.0 25.60	1.0150.9501.05	40	0
12	13			.0 14.00		9000	0
12	14			12.31 25.59		9000	0
12	15			6.62 13.04		9000	0
12	16			9.45 19.87		9000	0
14	15			22.10 19.97		9000	0
16	17			8.24 19.23		9000	0
15	18			10.70 21.85		9000	0
18	19			6.39 12.92		9000	0
19	20			3.40 6.80		9000	0
10	20			9.36 20.90		9000	0
10	17			3.24 8.45		9000	0
10	21			3.48 7.49		9000	0
10	22			7.27 14.99		9000	0
21	22			1.16 2.36		9000	0
15	23			10.00 20.20		9000	0
22	24			11.50 17.90		9000	0
23	24			13.20 27.00		9000	0
24	25			18.85 32.92		9000	0
25	26			25.44 38.00		9000	0
25	27			10.93 20.87		9000	0
28	27			0.0 39.60	.9580.9501.05	9000	0
27	29			21.98 41.53		9000	0
27	30			32.02 60.27		9000	0
29	30			23.99 45.33		9000	0
8	28			6.36 20.00 2.14		0.01	0
6	28			1.69 5.99 0.65		18.8	0
9999							
	0.90		1.10				
9999							
2	0.01		0.7				
9999							

SISTEMA 118 BARRAS

12	2	BARRA12	1000	.0	85.-9999 9999	.0	.0
2	0	BARRA2	1000	.0		20.0	9.0
3	0	BARRA3	1000	.0		39.0	10.0
4	-1	BARRA4	1000	.0	-50. 50.	39.0	12.0
5	0	BARRA5	1000	.0		.0	.0
6	-1	BARRA6	1000	.0	-50. 50.	52.0	22.0
7	0	BARRA7	1000	.0		19.0	2.0
8	-1	BARRA8	1000	.0	-50. 50.	28.0	0.0
9	0	BARRA9	1000	.0		.0	.0
10	1	BARRA10	1000	450	-250. 250.	.0	.0
11	0	BARRA11	1000	.0		70.0	23.0
1	-1	BARRA1	1000	.0	-50. 50.	51.0	27.0
13	0	BARRA13	1000	.0		34.0	16.0
14	0	BARRA14	1000	.0		14.0	1.0
15	-1	BARRA15	1000	.0	-50. 50.	90.0	30.0

16	0	BARRA16	1000	.0		25.0	10.0
17	0	BARRA17	1000	.0		11.0	3.0
18	-1	BARRA18	1000	.0	-50. 50.	60.0	34.0
19	-1	BARRA19	1000	.0	-50. 115.	45.0	25.0
20	0	BARRA20	1000	.0		18.0	3.0
21	0	BARRA21	1000	.0		14.0	8.0
22	0	BARRA22	1000	.0		10.0	5.0
23	0	BARRA23	1000	.0		7.0	3.0
24	0	BARRA24	1000	.0		13.0	.0
25	1	BARRA25	1000	220	-250. 250.	.0	.0
26	1	BARRA26	1000	314	-250. 250.	.0	.0
27	-1	BARRA27	1000	.0	-50. 50.	71.0	13.0
28	0	BARRA28	1000	.0		17.0	7.0
29	0	BARRA29	1000	.0		24.0	4.0
30	0	BARRA30	1000	.0		0.0	0.0
31	1	BARRA31	1000	7	-50. 50.	43.0	27.0
32	-1	BARRA32	1000	.0	-50. 100.	59.0	23.0
33	0	BARRA33	1000	.0		23.0	9.0
34	0	BARRA34	1000	.0		59.0	26.013.99
35	0	BARRA35	1000	.0		33.0	9.0
36	-1	BARRA36	1000	.0	-50. 50.	31.0	17.0
37	0	BARRA37	1000	.0		.0	.0 25.
38	0	BARRA38	1000	.0		.0	.0
39	0	BARRA39	1000	.0		27.0	11.0
40	-1	BARRA40	1000	.0	-50. 150.	66.0	23.0
41	0	BARRA41	1000	.0		37.0	10.0
42	-1	BARRA42	1000	.0	-50. 50.	96.0	23.0
43	0	BARRA43	1000	.0		18.0	7.0
44	0	BARRA44	1000	.0		16.0	8.0 10.
45	0	BARRA45	1000	.0		53.0	22.0 10.
46	1	BARRA46	1000	19	-50. 50.	28.0	10.0 10.
47	0	BARRA47	1000	.0		34.0	.0
48	0	BARRA48	1000	.0		20.0	11.015.04
49	1	BARRA49	1000	204	-250 250.	87.0	30.0
50	0	BARRA50	1000	.0		17.0	4.0
51	0	BARRA51	1000	.0		17.0	8.0
52	0	BARRA52	1000	.0		18.0	5.0
53	0	BARRA53	1000	.0		23.0	11.0
54	1	BARRA54	1000	48	-50. 150.	113.0	32.0
55	-1	BARRA55	1000	.0	-50. 150.	63.0	22.0
56	-1	BARRA56	1000	.0	-50. 150.	84.0	18.0
57	0	BARRA57	1000	.0		12.0	3.0
58	0	BARRA58	1000	.0		12.0	3.0
59	1	BARRA59	1000	155	-50. 50.	277.0	113.0
60	0	BARRA60	1000	.0		78.0	3.0
61	1	BARRA61	1000	160	-250 250.	.0	.0
62	-1	BARRA62	1000	.0	-50. 50.	77.0	14.0
63	0	BARRA63	1000	.0		.0	.0
64	0	BARRA64	1000	.0		.0	.0
65	1	BARRA65	1000	391	-250 250.	.0	.0
66	1	BARRA66	1000	392	-250 250.	39.0	18.0
67	0	BARRA67	1000	.0		28.0	7.0
68	0	BARRA68	1000	.0		.0	.0
69	-1	BARRA69	1000	.0	-250. 250.	-329.	0.
70	-1	BARRA70	1000	.0	-50. 50.	66.0	20.0
71	0	BARRA71	1000	.0		.0	.0
72	-1	BARRA72	1000	.0	-50. 50.	12.0	.0
73	-1	BARRA73	1000	.0	-50. 50.	6.0	.0
74	-1	BARRA74	1000	.0	-50. 80.	68.0	27.0 12.
75	0	BARRA75	1000	.0		47.0	11.0
76	-1	BARRA76	1000	.0	-50. 100.	68.0	36.0
77	-1	BARRA77	1000	.0	-50. 50.	61.0	28.0
78	0	BARRA78	1000	.0		71.0	26.0
79	0	BARRA79	1000	.0		39.0	32.0 20.
80	1	BARRA80	1000	477	-250. 250.	130.	26.0
81	0	BARRA81	1000	.0		.0	.0
82	0	BARRA82	1000	.0		54.0	27.0 20.
83	0	BARRA83	1000	.0		20.0	10.0 10.
84	0	BARRA84	1000	.0		11.0	7.0
85	-1	BARRA85	1000	.0	-50. 80.	24.0	15.0
86	0	BARRA86	1000	.0		21.0	10.0
87	1	BARRA87	1000	4	-250 250.	.0	.0
88	0	BARRA88	1000	.0		48.0	10.0
89	1	BARRA89	1000	607	-250 250.	.0	.0

90	-1	BARRA90	1000	.0	-50.	100.	163.0	42.0	
91	-1	BARRA91	1000	.0	-50.	50.	10.0	.0	
92	-1	BARRA92	1000	.0	-50.	100.	65.0	10.0	
93	0	BARRA93	1000	.0			12.0	7.0	
94	0	BARRA94	1000	.0			30.0	16.0	
95	0	BARRA95	1000	.0			42.0	31.0	
96	0	BARRA96	1000	.0			38.0	15.0	
97	0	BARRA97	1000	.0			15.0	9.0	
98	0	BARRA98	1000	.0			34.0	8.0	
99	-1	BARRA99	1000	.0	-50.	50.	42.0	.0	
100	1	BARRA100	1000	252	-250	250.	37.0	18.0	
101	0	BARRA101	1000	.0			22.0	15.0	
102	0	BARRA102	1000	.0			5.0	3.0	
103	1	BARRA103	1000	40	-250	250.	23.0	16.0	
104	-1	BARRA104	1000	.0	-50.	0.	38.0	25.0	
105	-1	BARRA105	1000	.0	-50.	20.	31.0	26.0	20.
106	0	BARRA106	1000	.0			43.0	16.0	
107	-1	BARRA107	1000	.0	-50.	60.	50.0	12.0	6.
108	0	BARRA108	1000	.0			2.0	1.0	
109	0	BARRA109	1000	.0			8.0	3.0	
110	-1	BARRA110	1000	.0	-50.	0.	39.0	30.0	6.
111	1	BARRA111	1000	36	-250.	0.	.0	.0	
112	-1	BARRA112	1000	.0	-50.	50.	68.0	13.0	
113	-1	BARRA113	1000	.0	-50.	0.	6.0	.0	
114	0	BARRA114	1000	.0			8.0	3.0	
115	0	BARRA115	1000	.0			22.0	7.0	
116	-1	BARRA116	1000	.0	-50.	0.	0.0	.0	
117	0	BARRA117	1000	.0			20.0	8.0	
118	0	BARRA118	1000	.0			33.0	15.0	
9999									
1	2	3.03	9.99	2.5400.0000.0000.000			0.		
1	3	1.29	4.24	1.0820.0000.0000.000			0.		
4	5	0.18	0.80	0.2100.0000.0000.000			0.		
3	5	2.41	10.80	2.8400.0000.0000.000			0.		
5	6	1.19	5.40	1.4260.0000.0000.000			0.		
6	7	0.46	2.08	0.5500.0000.0000.000			0.		
8	9	0.24	3.05116.200.0000.0000.000				0.		
8	5	0.00	2.67	0.0000.9850.9001.100			0.		
9	10	0.26	3.22123.000.0000.0000.000				0.		
4	11	2.09	6.88	1.7480.0000.0000.000			0.		
5	11	2.03	6.82	1.7380.0000.0000.000			0.		
11	12	0.60	1.96	0.5020.0000.0000.000			0.		
2	12	1.87	6.16	1.5720.0000.0000.000			0.		
3	12	4.84	16.00	4.0600.0000.0000.000			0.		
7	12	0.86	3.40	0.8740.0000.0000.000			0.		
11	13	2.23	7.31	1.8760.0000.0000.000			0.		
12	14	2.15	7.07	1.8160.0000.0000.000			0.		
13	15	7.44	24.44	6.2680.0000.0000.000			0.		
14	15	5.95	19.50	5.0200.0000.0000.000			0.		
12	16	2.12	8.34	2.1400.0000.0000.000			0.		
15	17	1.32	4.37	4.4400.0000.0000.000			0.		
16	17	4.54	18.01	4.6600.0000.0000.000			0.		
17	18	1.23	5.05	1.2980.0000.0000.000			0.		
18	19	1.12	4.93	1.1420.0000.0000.000			0.		
19	20	2.52	11.70	2.9800.0000.0000.000			0.		
15	19	1.20	3.94	1.0100.0000.0000.000			0.		
20	21	1.83	8.49	2.1600.0000.0000.000			0.		
21	22	2.09	9.70	2.4600.0000.0000.000			0.		
22	23	3.42	15.90	4.0400.0000.0000.000			0.		
23	24	1.35	4.92	4.9800.0000.0000.000			0.		
23	25	1.56	8.00	8.6400.0000.0000.000			0.		
26	25	0.00	3.82	0.0000.9600.9001.100			0.		
25	27	3.18	16.3017.6400.0000.0000.000				0.		
27	28	1.91	8.55	2.1600.0000.0000.000			0.		
28	29	2.37	9.43	2.3800.0000.0000.000			0.		
30	17	0.00	3.88	0.0000.9600.9001.100			0.		
8	30	0.43	5.0451.4000.0000.0000.000				0.		
26	30	0.80	8.6090.8000.0000.0000.000				0.		
17	31	4.74	15.63	3.9900.0000.0000.000			0.		
29	31	1.08	3.31	0.8300.0000.0000.000			0.		
23	32	3.17	11.5311.7300.0000.0000.000				0.		
31	32	2.98	9.85	2.5100.0000.0000.000			0.		
27	32	2.29	7.55	1.9260.0000.0000.000			0.		
15	33	3.80	12.44	3.1940.0000.0000.000			0.		

19	34	7.52	24.70	6.3200.0000.0000.000	0.
35	36	0.22	1.02	0.2680.0000.0000.000	0.
35	37	1.10	4.97	1.3180.0000.0000.000	0.
33	37	4.15	14.20	3.6600.0000.0000.000	0.
34	36	0.87	2.68	0.5680.0000.0000.000	0.
34	37	0.26	0.94	0.9840.0000.0000.000	0.
38	37	0.00	3.75	0.0000.9350.9001.100	0.
37	39	3.21	10.60	2.7000.0000.0000.000	0.
37	40	5.93	16.80	4.2000.0000.0000.000	0.
30	38	0.46	5.4042.2000.0000.0000.000	0.	
39	40	1.84	6.05	1.5520.0000.0000.000	0.
40	41	1.45	4.87	1.2220.0000.0000.000	0.
40	42	5.55	18.30	4.6600.0000.0000.000	0.
41	42	4.10	13.50	3.4400.0000.0000.000	0.
43	44	6.08	24.54	6.0680.0000.0000.000	0.
34	43	4.13	16.81	4.2260.0000.0000.000	0.
44	45	2.24	9.01	2.2400.0000.0000.000	0.
45	46	4.00	13.56	3.3200.0000.0000.000	0.
46	47	3.80	12.70	3.1600.0000.0000.000	0.
46	48	6.01	18.90	4.7200.0000.0000.000	0.
47	49	1.91	6.25	1.6040.0000.0000.000	0.
42	49	3.57	16.1517.2000.0000.0000.000	0.	
45	49	6.84	18.60	4.4400.0000.0000.000	0.
48	49	1.79	5.05	1.2580.0000.0000.000	0.
49	50	2.67	7.52	1.8740.0000.0000.000	0.
49	51	4.86	13.70	3.4200.0000.0000.000	0.
51	52	2.03	5.88	1.3960.0000.0000.000	0.
52	53	4.05	16.35	4.0580.0000.0000.000	0.
53	54	2.63	12.20	3.1000.0000.0000.000	0.
49	54	4.00	14.7614.6800.0000.0000.000	0.	
54	55	1.69	7.07	2.0200.0000.0000.000	0.
54	56	0.28	0.95	0.7320.0000.0000.000	0.
55	56	0.49	1.51	0.3740.0000.0000.000	0.
56	57	3.43	9.66	2.4200.0000.0000.000	0.
50	57	4.74	13.40	3.3200.0000.0000.000	0.
56	58	3.43	9.66	2.4200.0000.0000.000	0.
51	58	2.55	7.19	1.7880.0000.0000.000	0.
54	59	5.03	22.93	5.9800.0000.0000.000	0.
56	59	4.06	12.2411.0800.0000.0000.000	0.	
55	59	4.74	21.58	5.6460.0000.0000.000	0.
59	60	3.17	14.50	3.7600.0000.0000.000	0.
59	61	3.28	15.00	3.8800.0000.0000.000	0.
60	61	0.26	1.35	1.4560.0000.0000.000	0.
60	62	1.23	5.61	1.4680.0000.0000.000	0.
61	62	0.82	3.76	0.9800.0000.0000.000	0.
63	59	0.00	3.86	0.0000.9600.9001.100	0.
63	64	0.17	2.0021.6000.0000.0000.000	0.	
64	61	0.00	2.68	0.0000.9850.9001.100	0.
38	65	0.90	9.86104.600.0000.0000.000	0.	
64	65	0.27	3.0238.0000.0000.0000.000	0.	
49	66	0.90	4.60	4.9600.0000.0000.000	0.
62	66	4.82	21.80	5.7800.0000.0000.000	0.
62	67	2.58	11.70	3.1000.0000.0000.000	0.
65	66	0.00	3.70	0.0000.9350.9001.100	0.
66	67	2.24	10.15	2.6820.0000.0000.000	0.
65	68	0.14	1.6063.8000.0000.0000.000	0.	
47	69	8.44	27.78	7.0920.0000.0000.000	0.
49	69	9.85	32.40	8.2800.0000.0000.000	0.
68	69	0.00	3.70	0.0000.9350.9001.100	0.
69	70	3.00	12.7012.2000.0000.0000.000	0.	
24	70	0.22	41.1510.1980.0000.0000.000	0.	
70	71	0.88	3.55	0.8780.0000.0000.000	0.
24	72	4.88	19.60	4.8800.0000.0000.000	8
71	72	4.46	18.00	4.4440.0000.0000.000	1
71	73	0.87	4.54	1.1780.0000.0000.000	0.
70	74	4.01	13.23	3.3680.0000.0000.000	0.
70	75	4.28	14.10	3.6000.0000.0000.000	0.
69	75	4.05	12.2012.4000.0000.0000.000	0.	
74	75	1.23	4.06	1.0340.0000.0000.000	0.
76	77	4.44	14.80	3.6800.0000.0000.000	0.
69	77	3.09	10.1010.3800.0000.0000.000	0.	
75	77	6.01	19.99	4.9780.0000.0000.000	0.
77	78	0.38	1.24	1.2640.0000.0000.000	0.
78	79	0.55	2.44	0.6480.0000.0000.000	0.

77	80	1.09	3.32	7.0000.0000.0000.000	0.
79	80	1.56	7.04	1.8700.0000.0000.000	0.
68	81	0.18	2.0280.8000.0000.0000.000	0.	
81	80	0.00	3.70	0.0000.9350.9001.100	0.
77	82	2.98	8.53	8.1740.0000.0000.000	0.
82	83	1.12	3.66	3.7960.0000.0000.000	0.
83	84	6.25	13.20	2.5800.0000.0000.000	0.
83	85	4.30	14.80	3.4800.0000.0000.000	0.
84	85	3.02	6.41	1.2340.0000.0000.000	0.
85	86	3.50	12.30	2.7600.0000.0000.000	0.
86	87	2.83	20.74	4.4500.0000.0000.000	0.
85	88	2.00	10.20	2.7600.0000.0000.000	0.
85	89	2.39	17.30	4.7000.0000.0000.000	0.
88	89	1.39	7.12	1.9340.0000.0000.000	0.
89	90	1.63	6.5215.8800.0000.0000.000	0.	
90	91	2.54	8.36	2.1400.0000.0000.000	0.
89	92	0.80	3.83	9.6200.0000.0000.000	0.
91	92	3.87	12.72	3.2680.0000.0000.000	0.
92	93	2.58	8.48	2.1800.0000.0000.000	0.
92	94	4.81	15.80	4.0600.0000.0000.000	0.
93	94	2.23	7.32	1.8760.0000.0000.000	0.
94	95	1.32	4.34	1.1100.0000.0000.000	0.
80	96	3.56	18.20	4.9400.0000.0000.000	0.
82	96	1.62	5.30	5.4400.0000.0000.000	0.
94	96	2.69	8.69	2.3000.0000.0000.000	0.
80	97	1.83	9.34	2.5400.0000.0000.000	0.
80	98	2.38	10.80	2.8600.0000.0000.000	0.
80	99	4.54	20.60	5.4600.0000.0000.000	0.
92	100	6.48	29.50	4.7200.0000.0000.000	0.
94	100	1.78	5.80	6.0400.0000.0000.000	0.
95	96	1.71	5.47	1.4740.0000.0000.000	0.
96	97	1.73	8.85	2.4000.0000.0000.000	0.
98	100	3.97	17.90	4.7600.0000.0000.000	0.
99	100	1.80	8.13	2.1600.0000.0000.000	0.
100	101	2.77	12.62	3.2800.0000.0000.000	0.
92	102	1.23	5.59	1.4640.0000.0000.000	0.
101	102	2.46	11.20	2.9400.0000.0000.000	0.
100	103	1.60	5.25	5.3600.0000.0000.000	0.
100	104	4.51	20.40	5.4100.0000.0000.000	0.
103	104	4.66	15.84	4.0700.0000.0000.000	0.
103	105	5.35	16.25	4.0800.0000.0000.000	0.
100	106	6.05	22.90	6.2000.0000.0000.000	0.
104	105	0.99	3.78	0.9860.0000.0000.000	0.
105	106	1.40	5.47	1.4340.0000.0000.000	0.
105	107	5.30	18.30	4.7200.0000.0000.000	0.
105	108	2.61	7.03	1.8440.0000.0000.000	0.
106	107	5.30	18.30	4.7200.0000.0000.000	0.
108	109	1.05	2.88	0.7600.0000.0000.000	0.
103	110	3.91	18.13	4.6100.0000.0000.000	0.
109	110	2.78	7.62	2.0200.0000.0000.000	0.
110	111	2.20	7.55	2.0000.0000.0000.000	0.
110	112	2.47	6.40	6.2000.0000.0000.000	0.
17	113	0.91	3.01	0.7680.0000.0000.000	0.
32	113	6.15	20.30	5.1800.0000.0000.000	0.
32	114	1.35	6.12	1.6280.0000.0000.000	0.
27	115	1.64	7.41	1.9720.0000.0000.000	0.
114	115	0.23	1.04	0.2760.0000.0000.000	0.
68	116	0.03	0.4116.4000.0000.0000.000	0.	
12	117	3.29	14.00	3.5800.0000.0000.000	0.
75	118	1.45	4.81	1.1980.0000.0000.000	0.
76	118	1.64	5.44	1.3560.0000.0000.000	0.
9999					
	0.90	1.10			
9999					
10	0.01	5.00			
25	0.01	2.30			
26	0.01	3.20			
31	0.01	0.10			
46	0.01	0.20			
49	0.01	2.10			
54	0.01	0.50			
59	0.01	1.65			
61	0.01	1.65			
65	0.01	4.00			

66	0.01	4.00
80	0.01	5.00
87	0.01	0.10
89	0.01	6.10
100	0.01	2.60
103	0.01	0.50
111	0.01	0.45
9999		

ANEXO B

ESTADO FINAL DOS SISTEMAS

SISTEMA 3 BARRAS

```
*****
*
*               LOSE - FLUXO DE POTENCIA ÓTIMO V1.0 06/2002
*
*****
```

```
#####
#
#  NUMERO DE ITERAÇÕES          ->    7          #
#  PERDAS TOTAIS DO SISTEMA (MW) ->   13.55       #
#
#####
```

===== RELATORIO DE BARRAS =====

BARRA	TIPO	TENSAO (PU)	ANGULO (GRAU)	GERACAO (MW)	GERACAO (MVAR)	PG_MIN (MW)	PG_MAX (MW)	QG_MIN (MVAR)	QG_MAX (MVAR)
1	2	1.081	0.0	73.7	30.2	0.00	0.00	-9999.00	9999.00
2	1	1.099	1.4	139.9	97.1	120.00	200.00	-9999.00	9999.00
3	0	0.982	-3.3	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00

===== RELATORIO DE LINHAS =====

BARRA	TENSAO (PU)	ANGULO (GRAU)	X BARRA	BARRA PARA TENSAO (PU)	ANGULO (GRAU)	X	FLUXOS (MW)	(MVAR)	TAP	LIMITE (MW)
1	1.081	0.0		3	0.982	-3.3	73.68	30.21	1.000	0.00
2	1.099	1.4		3	0.982	-3.3	139.89	97.10	1.000	140.00
3	0.982	-3.3		1	1.081	0.0	-68.39	-23.60	1.000	0.00
				2	1.099	1.4	-131.61	-76.40	1.000	140.00

```

===== VETORES MULTIPLICADORES DE LAGRANGE =====
***** LAMBDA DO DELTAP *****

X-----X-----X-----X
  BARRA TIPO LAMBDA
X-----X-----X-----X
    3      0  0.67653
X-----X-----X-----X

***** LAMBDA DO DELTAQ *****

X-----X-----X-----X
  BARRA TIPO LAMBDA
X-----X-----X-----X
    3      0  0.69039
X-----X-----X-----X

***** VETOR PI DOS LIMITES DE GERAÇÃO DE POT. ATIVA *****

X-----X-----X-----X-----X-----X-----X
  BARRA TIPO PI LIM. SUP. PI LIM. IN. S LIM. SUP. S LIM. INF.
X-----X-----X-----X-----X-----X-----X
    2      1 -0.0518  0.0135  0.6011  0.1989
X-----X-----X-----X-----X-----X-----X

***** VETOR PI DOS LIMITES DE POT ATIVA NAS LINHAS *****

X-----X-----X-----X-----X-----X-----X
  LINHA DE PARA PI S
X-----X-----X-----X-----X-----X-----X
    1      2      3 -0.0182  0.0011
X-----X-----X-----X-----X-----X-----X

***** VETOR PI DOS LIMITES DAS TENSÕES *****

X-----X-----X-----X-----X-----X-----X
  BARRA TIPO PI LIM. SUP. PI LIM. INF. S LIM. SUP. S LIM. INF.
X-----X-----X-----X-----X-----X-----X
    1      2 -0.1969  0.0080  0.0188  0.1812
    2      1 -0.2030  0.0016  0.0009  0.1991
    3      0 -0.1617  0.0303  0.1178  0.0822
X-----X-----X-----X-----X-----X-----X

```

SISTEMA 8 BARRAS SEM RESTRIÇÃO DE FLUXO

```

*****
*
*          LOSE - FLUXO DE POTENCIA ÓTIMO V1.0 06/2002
*
*****

```

```

#####
#
#  NUMERO DE ITERAÇÕES      ->  13
#  PERDAS TOTAIS DO SISTEMA (MW) ->  38.42
#
#####

```


RELATORIO DE BARRAS									
BARRA	TIPO	TENSAO (PU)	ANGULO (GRAU)	GERACAO (MW)	GERACAO (MVAR)	PG_MIN (MW)	PG_MAX (MW)	QG_MIN (MVAR)	QG_MAX (MVAR)
1	2	0.999	0.0	1549.6	-162.0	0.00	0.00	-999.00	999.00
2	0	1.013	-11.3	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
3	0	1.040	-21.3	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
4	0	1.046	-20.8	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
5	0	1.079	-28.3	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
6	1	1.076	-26.3	392.7	-99.6	100.00	400.00	-100.00	100.00
7	0	0.978	-2.5	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
8	0	1.025	-25.1	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00

RELATORIO DE LINHAS									
BARRA	TENSAO (PU)	ANGULO (GRAU)	BARRA	TENSAO (PU)	ANGULO (GRAU)	(MW)	(MVAR)	TAP	LIMITE (MW)
1	0.999	0.0	2	1.013	-11.3	1369.59	-258.00	1.000	0.00
			7	0.978	-2.5	180.00	92.07	1.001	0.00
2	1.013	-11.3	1	0.999	0.0	-1353.61	90.08	1.000	0.00
			3	1.040	-21.3	704.12	-183.19	1.000	0.00
			4	1.046	-20.8	649.49	-210.71	1.000	0.00
3	1.040	-21.3	2	1.013	-11.3	-696.78	106.09	1.000	0.00
			5	1.079	-28.3	406.78	-256.70	1.000	0.00
			8	1.025	-25.1	290.00	74.41	0.999	0.00
4	1.046	-20.8	2	1.013	-11.3	-642.73	112.92	1.000	0.00
			5	1.079	-28.3	508.73	-237.11	1.000	0.00
5	1.079	-28.3	3	1.040	-21.3	-403.60	34.95	1.000	0.00
			4	1.046	-20.8	-504.48	66.52	1.000	0.00
			6	1.076	-26.3	-391.91	14.98	1.000	0.00
6	1.076	-26.3	5	1.079	-28.3	392.72	-99.63	1.000	0.00
7	0.978	-2.5	1	0.999	0.0	-180.00	-82.26	1.001	0.00
8	1.025	-25.1	3	1.040	-21.3	-290.00	-54.39	0.999	0.00

VETORES MULTIPLICADORES DE LAGRANGE

LAMBDA DO DELTAP

BARRA	TIPO	LAMBDA
2	0	0.00771
3	0	0.01314
4	0	0.01267
5	0	0.01480
7	0	0.00004
8	0	0.01157

***** LAMBDA DO DELTAQ *****

BARRA	TIPO	LAMBDA
2	0	-.00476
3	0	-.01099
4	0	-.01117
5	0	-.01709
7	0	0.00128
8	0	-.01161

***** VETOR PI DOS LIMITES DE GERAÇÃO DE POT. ATIVA *****

BARRA	TIPO	PI		S	
		LIM. SUP.	LIM. IN.	LIM. SUP.	LIM. INF.
6	1	-0.0135	0.0010	0.0728	2.9272

***** VETOR PI DOS LIMITES DE TAP *****

LINHA	DE	PARA	PI		S	
			LIM. SUP.	LIM. INF.	LIM. SUP.	LIM. INF.
7	1	7	-1.0222	0.9648	0.0991	0.1009
8	3	8	-0.9844	1.0026	0.1014	0.0986

***** VETOR PI DOS LIMITES DAS TENSÕES *****

BARRA	TIPO	PI		S	
		LIM. SUP.	LIM. INF.	LIM. SUP.	LIM. INF.
1	2	-0.0641	0.0787	0.1007	0.0993
2	0	-0.0971	0.0941	0.0866	0.1134
3	0	-0.1006	0.0881	0.0598	0.1402
4	0	-0.1031	0.0850	0.0543	0.1457
5	0	-0.1221	0.0667	0.0205	0.1795
6	1	-0.1301	0.0680	0.0237	0.1763
7	0	-0.0762	0.0929	0.1218	0.0782
8	0	-0.0894	0.1000	0.0749	0.1251

SISTEMA 8 BARRAS COM RESTRIÇÃO DE FLUXO

 *
 * LOSE - FLUXO DE POTENCIA ÓTIMO V1.0 06/2002 *
 *

```
#####
#                                     #
#  NUMERO DE ITERAÇÕES               -> 12    #
#  PERDAS TOTAIS DO SISTEMA (MW)    -> 42.87  #
#                                     #
#####
```

===== RELATORIO DE BARRAS =====

BARRA	TIPO	TENSAO (PU)	ANGULO (GRAU)	GERACAO (MW)	GERACAO (MVAR)	PG_MIN (MW)	PG_MAX (MW)	QG_MIN (MVAR)	QG_MAX (MVAR)
1	2	1.016	0.0	1646.8	-97.5	0.00	0.00	-999.00	999.00
2	0	1.021	-11.8	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
3	0	1.043	-22.4	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
4	0	1.048	-21.8	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
5	0	1.081	-30.0	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
6	1	1.077	-28.5	300.0	-99.5	100.00	400.00	-100.00	100.00
7	0	0.994	-2.5	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
8	0	1.028	-26.1	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00

===== RELATORIO DE LINHAS =====

BARRA	TENSAO (PU)	ANGULO (GRAU)	BARRA	TENSAO (PU)	ANGULO (GRAU)	(MW)	(MVAR)	TAP	LIMITE (MW)
1	1.016	0.0	2	1.021	-11.8	1466.79	-193.17	1.000	0.00
			7	0.994	-2.5	180.00	94.52	1.000	0.00
2	1.021	-11.8	1	1.016	0.0	-1449.05	44.94	1.000	0.00
			3	1.043	-22.4	750.48	-163.11	1.000	0.00
			4	1.048	-21.8	698.57	-189.98	1.000	0.00
3	1.043	-22.4	2	1.021	-11.8	-742.31	98.18	1.000	0.00
			5	1.081	-30.0	452.31	-249.14	1.000	0.00
			8	1.028	-26.1	290.00	75.39	0.998	0.00
4	1.048	-21.8	2	1.021	-11.8	-690.96	104.33	1.000	0.00
			5	1.081	-30.0	556.96	-229.25	1.000	0.00
5	1.081	-30.0	3	1.043	-22.4	-448.51	37.26	1.000	0.00
			4	1.048	-21.8	-551.96	70.41	1.000	0.00
			6	1.077	-28.5	-299.52	9.10	1.000	300.00
6	1.077	-28.5	5	1.081	-30.0	300.00	-99.48	1.000	300.00
7	0.994	-2.5	1	1.016	0.0	-180.00	-84.91	1.000	0.00
8	1.028	-26.1	3	1.043	-22.4	-290.00	-55.44	0.998	0.00

===== VETORES MULTIPLICADORES DE LAGRANGE =====

***** LAMBDA DO DELTAP *****

BARRA	TIPO	LAMBDA
2	0	0.00672
3	0	0.01135
4	0	0.01090
5	0	0.01249
7	0	0.00005
8	0	0.00981

***** LAMBDA DO DELTAQ *****

X-----X-----X-----X
BARRA TIPO LAMBDA
X-----X-----X-----X
2 0 -.00470
3 0 -.01072
4 0 -.01088
5 0 -.01652
7 0 0.00133
8 0 -.01133
X-----X-----X-----X

***** VETOR PI DOS LIMITES DE GERAÇÃO DE POT. ATIVA *****

X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X
PI PI S S
BARRA TIPO LIM. SUP. LIM. IN. LIM. SUP. LIM. INF.
X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X
6 1 -0.0110 0.0010 1.0000 2.0000
X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X

***** VETOR PI DOS LIMITES DE POT ATIVA NAS LINHAS *****

X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X
LINHA DE PARA PI S
X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X
6 5 6 0.0000 0.0000
X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X

***** VETOR PI DOS LIMITES DE TAP *****

X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X
PI PI S S
LINHA DE PARA LIM. SUP. LIM. INF. LIM. SUP. LIM. INF.
X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X
7 1 7 -1.0300 0.9700 0.0997 0.1003
8 3 8 -0.9910 1.0089 0.1017 0.0983
X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X

***** VETOR PI DOS LIMITES DAS TENSÕES *****

X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X
PI PI S S
BARRA TIPO LIM. SUP. LIM. INF. LIM. SUP. LIM. INF.
X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X
1 2 -0.0663 0.0815 0.0844 0.1156
2 0 -0.1010 0.0983 0.0794 0.1206
3 0 -0.1035 0.0923 0.0570 0.1430
4 0 -0.1057 0.0891 0.0519 0.1481
5 0 -0.1188 0.0697 0.0195 0.1805
6 1 -0.1290 0.0712 0.0228 0.1772
7 0 -0.0795 0.0961 0.1058 0.0942
8 0 -0.0923 0.1048 0.0722 0.1278
X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X

SISTEMA 14 BARRAS

```
*****
*
*          LOSE - FLUXO DE POTENCIA ÓTIMO V1.0 06/2002
*
*****
```

```
#####
#
#  NUMERO DE ITERAÇÕES          ->      8      #
#  PERDAS TOTAIS DO SISTEMA (MW) ->    8.40    #
#
#####
```

===== RELATORIO DE BARRAS =====

BARRA	TIPO	TENSAO (PU)	ANGULO (GRAU)	GERACAO (MW)	GERACAO (MVAR)	PG_MIN (MW)	PG_MAX (MW)	QG_MIN (MVAR)	QG_MAX (MVAR)
1	2	1.061	0.0	157.3	5.8	0.00	0.00	-9999.00	9999.00
2	1	1.042	-2.9	74.3	4.8	1.00	75.00	-40.00	50.00
3	-1	1.016	-9.1	0.0	15.7	0.00	0.00	0.00	40.00
4	0	1.016	-8.1	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
5	0	1.020	-6.9	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
6	-1	1.005	-12.7	0.0	13.7	0.00	0.00	-6.00	24.00
7	0	1.021	-11.6	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
8	-1	1.048	-11.6	0.0	15.7	0.00	0.00	-6.00	24.00
9	0	1.008	-13.4	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
10	0	1.000	-13.6	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
11	0	0.999	-13.4	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
12	0	0.990	-13.7	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
13	0	0.987	-13.8	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
14	0	0.980	-14.7	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00

===== RELATORIO DE LINHAS =====

BARRA	TENSAO (PU)	ANGULO (GRAU)	BARRA	TENSAO (PU)	ANGULO (GRAU)	FLUXOS (MW)	FLUXOS (MVAR)	TAP	LIMITE (MW)
1	1.061	0.0	2	1.042	-2.9	97.00	0.56	1.000	97.00
			5	1.020	-6.9	60.29	5.23	1.000	0.00
2	1.042	-2.9	1	1.061	0.0	-95.37	-1.44	1.000	97.00
			3	1.016	-9.1	58.22	0.82	1.000	0.00
			4	1.016	-8.1	54.43	-1.85	1.000	0.00
			5	1.020	-6.9	42.51	-1.23	1.000	0.00
3	1.016	-9.1	2	1.042	-2.9	-56.75	0.74	1.000	0.00
			4	1.016	-8.1	-8.85	1.80	1.000	0.00
4	1.016	-8.1	2	1.042	-2.9	-52.84	2.70	1.000	0.00
			3	1.016	-9.1	8.91	-5.21	1.000	0.00
			5	1.020	-6.9	-51.05	4.80	1.000	0.00
			7	1.021	-11.6	30.10	-1.86	1.002	0.00
			9	1.008	-13.4	17.09	2.12	1.002	0.00
5	1.020	-6.9	1	1.061	0.0	-58.51	-3.22	1.000	0.00
			2	1.042	-2.9	-41.56	0.51	1.000	0.00
			4	1.016	-8.1	51.40	-5.05	1.000	0.00
			6	1.005	-12.7	41.07	8.43	0.995	0.00
6	1.005	-12.7	5	1.020	-6.9	-41.07	-4.13	0.995	0.00
			11	0.999	-13.4	5.60	0.36	1.000	0.00
			12	0.990	-13.7	7.47	2.14	1.000	0.00



7	1.021	-11.6	13	0.987	-13.8	16.80	5.60	1.000	0.00
			4	1.016	-8.1	-30.10	3.70	1.002	0.00
			8	1.048	-11.6	0.00	-15.29	1.000	0.00
			9	1.008	-13.4	30.10	12.56	1.000	0.00
8	1.048	-11.6	7	1.021	-11.6	0.00	15.69	1.000	0.00
			4	1.016	-8.1	-17.09	-0.53	1.002	0.00
			7	1.021	-11.6	-30.10	-11.44	1.000	0.00
			10	1.000	-13.6	6.96	7.40	1.000	0.00
9	1.008	-13.4	14	0.980	-14.7	10.72	5.68	1.000	0.00
			9	1.008	-13.4	-6.93	-7.32	1.000	0.00
			11	0.999	-13.4	-2.07	1.52	1.000	0.00
			6	1.005	-12.7	-5.57	-0.29	1.000	0.00
10	1.000	-13.6	10	1.000	-13.6	2.07	-1.50	1.000	0.00
			6	1.005	-12.7	-7.40	-1.99	1.000	0.00
			13	0.987	-13.8	1.30	0.39	1.000	1.30
			6	1.005	-12.7	-16.59	-5.19	1.000	0.00
11	0.999	-13.4	12	0.990	-13.7	-1.30	-0.39	1.000	1.30
			14	0.980	-14.7	4.39	-0.22	1.000	0.00
			9	1.008	-13.4	-10.54	-5.29	1.000	0.00
			13	0.987	-13.8	-4.36	0.29	1.000	0.00

X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X

===== VETORES MULTIPLICADORES DE LAGRANGE =====

***** LAMBDA DO DELTAP *****

X-----X-----X-----X-----X		
BARRA	TIPO	LAMBDA
X-----X-----X-----X-----X		
3	-1	0.10531
4	0	0.09758
5	0	0.08391
6	-1	0.08523
7	0	0.09902
8	-1	0.09904
9	0	0.10009
10	0	0.10161
11	0	0.09642
12	0	0.07216
13	0	0.11702
14	0	0.12451
X-----X-----X-----X-----X		

***** LAMBDA DO DELTAQ *****

X-----X-----X-----X-----X		
BARRA	TIPO	LAMBDA
X-----X-----X-----X-----X		
4	0	0.00093
5	0	0.00205
7	0	0.01474
9	0	0.00982
10	0	0.01103
11	0	0.01005
12	0	0.00751
13	0	0.01675
14	0	0.01929
X-----X-----X-----X-----X		

***** VETOR PI DOS LIMITES DE GERAÇÃO DE POT. ATIVA *****

BARRA	TIPO	PI LIM. SUP.	PI LIM. IN.	S LIM. SUP.	S LIM. INF.
2	1	-0.0827	0.0142	0.0073	0.7327

***** VETOR PI DOS LIMITES DE GERAÇÃO DE POT. REATIVA *****

BARRA	TIPO	PI LIM. SUP.	PI LIM. IN.	S LIM. SUP.	S LIM. INF.
3	-1	-0.0371	0.0409	0.2426	0.1574
6	-1	-0.2005	0.0250	0.1036	0.1964
8	-1	-0.1109	0.0339	0.0831	0.2169
2	1	-0.0339	0.0111	0.4522	0.4478

***** VETOR PI DOS LIMITES DE POT ATIVA NAS LINHAS *****

LINHA	DE	PARA	PI	S
1	1	2	-0.0553	0.0000
19	12	13	0.0000	0.0000

***** VETOR PI DOS LIMITES DE TAP *****

LINHA	DE	PARA	PI LIM. SUP.	PI LIM. INF.	S LIM. SUP.	S LIM. INF.
8	4	7	-1.1185	0.8872	0.0981	0.1019
9	4	9	-1.0838	0.9063	0.0979	0.1021
10	5	6	-1.0962	0.8999	0.1054	0.0946

***** VETOR PI DOS LIMITES DAS TENSÕES *****

BARRA	TIPO	PI LIM. SUP.	PI LIM. INF.	S LIM. SUP.	S LIM. INF.
1	2	-0.2110	0.0599	0.0395	0.1605
2	1	-0.1751	0.0636	0.0578	0.1422
3	-1	-0.1157	0.0777	0.0842	0.1158
4	0	-0.1201	0.0763	0.0843	0.1157
5	0	-0.1238	0.0748	0.0796	0.1204
6	-1	-0.1437	0.0642	0.0952	0.1048
7	0	-0.1713	0.0634	0.0786	0.1214
8	-1	-0.2101	0.0534	0.0522	0.1478
9	0	-0.1443	0.0677	0.0916	0.1084
10	0	-0.1314	0.0709	0.1000	0.1000
11	0	-0.1343	0.0692	0.1012	0.0988
12	0	-0.1246	0.0715	0.1097	0.0903
13	0	-0.1191	0.0740	0.1134	0.0866
14	0	-0.1063	0.0814	0.1201	0.0799

SISTEMA 30 BARRAS

```
*****
*
*               LOSE - FLUXO DE POTENCIA ÓTIMO V1.0 06/2002
*
*****
```

```
#####
#
#   NUMERO DE ITERAÇÕES           ->   17           #
#   PERDAS TOTAIS DO SISTEMA (MW) ->   15.46        #
#
#####
```

```
===== RELATORIO DE BARRAS =====
```

BARRA	TIPO	TENSAO (PU)	ANGULO (GRAU)	GERACAO (MW)	GERACAO (MVAR)	PG_MIN (MW)	PG_MAX (MW)	QG_MIN (MVAR)	QG_MAX (MVAR)
1	2	1.091	0.0	229.3	-0.7	0.00	0.00	-9999.00	9999.00
2	1	1.072	-4.4	69.6	48.8	1.00	70.00	-40.00	50.00
3	0	1.046	-7.0	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
4	0	1.036	-8.4	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
5	-1	1.037	-12.9	0.0	39.1	0.00	0.00	-40.00	40.00
6	0	1.032	-10.0	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
7	0	1.026	-11.7	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
8	-1	1.033	-10.7	0.0	40.0	0.00	0.00	-10.00	40.00
9	0	1.035	-13.4	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
10	0	1.017	-15.2	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
11	-1	1.073	-13.4	0.0	19.8	0.00	0.00	-6.00	24.00
12	0	1.003	-14.2	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
13	-1	1.004	-14.2	0.0	0.3	0.00	0.00	-6.00	24.00
14	0	0.990	-15.2	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
15	0	0.988	-15.3	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
16	0	1.001	-15.0	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
17	0	1.007	-15.4	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
18	0	0.986	-16.1	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
19	0	0.987	-16.3	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
20	0	0.994	-16.1	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
21	0	1.002	-15.7	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
22	0	1.002	-15.7	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
23	0	0.981	-15.8	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
24	0	0.981	-16.0	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
25	0	0.968	-15.4	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
26	0	0.949	-15.9	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
27	0	0.968	-14.8	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
28	0	1.029	-10.6	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
29	0	0.947	-16.2	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
30	0	0.935	-17.1	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00

```
===== RELATORIO DE LINHAS =====
```

BARRA	TENSAO (PU)	ANGULO (GRAU)	BARRA	TENSAO (PU)	ANGULO (GRAU)	FLUXOS (MW)	FLUXOS (MVAR)	TAP	LIMITE (MW)
1	1.091	0.0	2	1.072	-4.4	151.65	-11.44	1.000	0.00
			3	1.046	-7.0	77.60	10.75	1.000	0.00
2	1.072	-4.4	1	1.091	0.0	-147.92	19.51	1.000	0.00
			4	1.036	-8.4	47.74	7.18	1.000	0.00

			5	1.037	-12.9	84.11	4.16	1.000	0.00
			6	1.032	-10.0	63.95	5.25	1.000	0.00
3	1.046	-7.0							
			1	1.091	0.0	-75.26	-3.48	1.000	0.00
			4	1.036	-8.4	72.86	2.28	1.000	0.00
4	1.036	-8.4							
			2	1.072	-4.4	-46.58	-5.68	1.000	0.00
			3	1.046	-7.0	-72.22	-0.89	1.000	0.00
			6	1.032	-10.0	70.20	-9.70	1.000	0.00
			12	1.003	-14.2	41.00	15.43	0.998	41.00
5	1.037	-12.9							
			2	1.072	-4.4	-81.20	5.77	1.000	0.00
			7	1.026	-11.7	-13.00	14.32	1.000	0.00
6	1.032	-10.0							
			2	1.072	-4.4	-61.87	-0.99	1.000	0.00
			4	1.036	-8.4	-69.64	11.16	1.000	0.00
			7	1.026	-11.7	36.30	-3.96	1.000	0.00
			8	1.033	-10.7	29.43	-9.36	1.000	0.00
			9	1.035	-13.4	30.46	-0.24	1.000	0.00
			10	1.017	-15.2	17.20	3.66	1.000	0.00
			28	1.029	-10.6	18.11	-0.49	1.000	0.00
7	1.026	-11.7							
			5	1.037	-12.9	13.17	-14.98	1.000	0.00
			6	1.032	-10.0	-35.97	4.08	1.000	0.00
8	1.033	-10.7							
			6	1.032	-10.0	-29.32	9.26	1.000	0.00
			28	1.029	-10.6	-0.68	0.73	1.000	0.00
9	1.035	-13.4							
			6	1.032	-10.0	-30.46	2.05	1.000	0.00
			10	1.017	-15.2	30.46	17.21	1.000	0.00
			11	1.073	-13.4	0.00	-19.12	1.000	0.00
10	1.017	-15.2							
			6	1.032	-10.0	-17.20	-2.05	1.000	0.00
			9	1.035	-13.4	-30.46	-15.95	1.000	0.00
			17	1.007	-15.4	6.77	9.65	1.000	0.00
			20	0.994	-16.1	10.08	6.67	1.000	0.00
			21	1.002	-15.7	16.75	12.57	1.000	0.00
			22	1.002	-15.7	8.26	6.26	1.000	0.00
11	1.073	-13.4							
			9	1.035	-13.4	0.00	19.83	1.000	0.00
12	1.003	-14.2							
			4	1.036	-8.4	-41.00	-10.84	0.998	41.00
			13	1.004	-14.2	0.00	-0.26	1.000	0.00
			14	0.990	-15.2	7.37	1.55	1.000	0.00
			15	0.988	-15.3	16.61	3.18	1.000	0.00
			16	1.001	-15.0	5.83	-1.83	1.000	0.00
13	1.004	-14.2							
			12	1.003	-14.2	0.00	0.26	1.000	0.00
14	0.990	-15.2							
			12	1.003	-14.2	-7.30	-1.41	1.000	0.00
			15	0.988	-15.3	1.10	-0.19	1.000	0.00
15	0.988	-15.3							
			12	1.003	-14.2	-16.42	-2.80	1.000	0.00
			14	0.990	-15.2	-1.09	0.20	1.000	0.00
			18	0.986	-16.1	5.02	-1.24	1.000	0.00
			23	0.981	-15.8	4.30	1.35	1.000	0.00
16	1.001	-15.0							
			12	1.003	-14.2	-5.79	1.90	1.000	0.00
			17	1.007	-15.4	2.29	-3.70	1.000	0.00
17	1.007	-15.4							
			10	1.017	-15.2	-6.73	-9.54	1.000	0.00
			16	1.001	-15.0	-2.27	3.74	1.000	0.00
18	0.986	-16.1							
			15	0.988	-15.3	-4.99	1.30	1.000	0.00
			19	0.987	-16.3	1.79	-2.20	1.000	0.00
19	0.987	-16.3							
			18	0.986	-16.1	-1.78	2.21	1.000	0.00
			20	0.994	-16.1	-7.72	-5.61	1.000	0.00
20	0.994	-16.1							
			10	1.017	-15.2	-9.95	-6.38	1.000	0.00
			19	0.987	-16.3	7.75	5.68	1.000	0.00
21	1.002	-15.7							
			10	1.017	-15.2	-16.60	-12.25	1.000	0.00
			22	1.002	-15.7	-0.90	1.05	1.000	0.00

22	1.002	-15.7	10	1.017	-15.2	-8.19	-6.10	1.000	0.00
			21	1.002	-15.7	0.90	-1.05	1.000	0.00
			24	0.981	-16.0	7.29	7.15	1.000	0.00
23	0.981	-15.8	15	0.988	-15.3	-4.27	-1.31	1.000	0.00
			24	0.981	-16.0	1.07	-0.29	1.000	0.00
24	0.981	-16.0	22	1.002	-15.7	-7.17	-6.97	1.000	0.00
			23	0.981	-15.8	-1.07	0.30	1.000	0.00
			25	0.968	-15.4	-0.46	4.15	1.000	0.00
25	0.968	-15.4	24	0.981	-16.0	0.49	-4.09	1.000	0.00
			26	0.949	-15.9	3.55	2.37	1.000	0.00
			27	0.968	-14.8	-4.04	1.72	1.000	0.00
26	0.949	-15.9	25	0.968	-15.4	-3.50	-2.30	1.000	0.00
27	0.968	-14.8	25	0.968	-15.4	4.06	-1.68	1.000	0.00
			28	1.029	-10.6	-17.38	-14.25	0.950	0.00
			29	0.947	-16.2	6.21	1.70	1.000	0.00
			30	0.935	-17.1	7.11	1.70	1.000	0.00
28	1.029	-10.6	6	1.032	-10.0	-18.06	-0.01	1.000	0.00
			8	1.033	-10.7	0.68	-3.00	1.000	0.00
			27	0.968	-14.8	17.38	16.52	0.950	0.00
29	0.947	-16.2	27	0.968	-14.8	-6.11	-1.52	1.000	0.00
			30	0.935	-17.1	3.71	0.62	1.000	0.00
30	0.935	-17.1	27	0.968	-14.8	-6.93	-1.36	1.000	0.00
			29	0.947	-16.2	-3.67	-0.54	1.000	0.00

X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X

===== VETORES MULTIPLICADORES DE LAGRANGE =====

***** LAMBDA DO DELTAP *****

X-----X-----X-----X
BARRA TIPO LAMBDA
X-----X-----X-----X
3 0 0.07468
4 0 0.09679
5 -1 0.13973
6 0 0.11609
7 0 0.13268
8 -1 0.12590
9 0 0.11437
10 0 0.11335
11 -1 0.11438
12 0 0.09677
13 -1 0.09677
14 0 0.11576
15 0 0.12462
16 0 0.10975
17 0 0.11650
18 0 0.13734
19 0 0.14015
20 0 0.13406
21 0 0.12710
22 0 0.12723
23 0 0.14202
24 0 0.15420
25 0 0.17058
26 0 0.22124
27 0 0.15286
28 0 0.12805
29 0 0.22950
30 0 0.27203
X-----X-----X-----X

***** LAMBDA DO DELTAQ *****

BARRA	TIPO	LAMBDA
3	0	0.00840
4	0	0.01005
6	0	0.01373
7	0	0.01434
9	0	0.00407
10	0	0.00882
12	0	0.00443
14	0	0.01266
15	0	0.01989
16	0	0.00766
17	0	0.01048
18	0	0.02245
19	0	0.02221
20	0	0.01896
21	0	0.02278
22	0	0.02449
23	0	0.04164
24	0	0.06335
25	0	0.14186
26	0	0.19490
27	0	0.15521
28	0	0.02601
29	0	0.22761
30	0	0.25148

***** VETOR PI DOS LIMITES DE GERAÇÃO DE POT. ATIVA *****

BARRA	TIPO	PI LIM. SUP.	PI LIM. IN.	S LIM. SUP.	S LIM. INF.
2	1	-0.0556	0.0063	0.0042	0.6858

***** VETOR PI DOS LIMITES DE GERAÇÃO DE POT. REATIVA *****

BARRA	TIPO	PI LIM. SUP.	PI LIM. IN.	S LIM. SUP.	S LIM. INF.
5	-1	-0.0077	0.0015	0.0092	0.7908
8	-1	-0.0174	0.0023	0.0001	0.4999
11	-1	0.0000	0.0043	0.0417	0.2583
13	-1	-0.0043	0.0042	0.2374	0.0626
2	1	-0.0040	0.0015	0.0120	0.8880

***** VETOR PI DOS LIMITES DE POT ATIVA NAS LINHAS *****

LINHA	DE	PARA	PI	S
15	4	12	0.0000	0.0000

***** VETOR PI DOS LIMITES DE TAP *****

LINHA	DE	PARA	PI LIM. SUP.	PI LIM. INF.	S LIM. SUP.	S LIM. INF.
11	6	9	-1.3998	1.4470	0.0497	0.0503
12	6	10	-1.0705	1.0782	0.0496	0.0504
15	4	12	-1.8242	1.8483	0.0517	0.0483
36	28	27	-69.8253	69.5017	0.0000	0.0000

***** VETOR PI DOS LIMITES DAS TENSÕES *****

X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X		PI		S	
BARRA	TIPO	LIM. SUP.	LIM. INF.	LIM. SUP.	LIM. INF.
X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X					
1	2	-0.2036	0.0334	0.0093	0.1907
2	1	-0.1199	0.0381	0.0277	0.1723
3	0	-0.0898	0.0434	0.0541	0.1459
4	0	-0.0788	0.0466	0.0638	0.1362
5	-1	-0.0655	0.0513	0.0632	0.1368
6	0	-0.0729	0.0489	0.0677	0.1323
7	0	-0.0639	0.0536	0.0739	0.1261
8	-1	-0.0719	0.0492	0.0673	0.1327
9	0	-0.0771	0.0473	0.0654	0.1346
10	0	-0.0717	0.0496	0.0832	0.1168
11	-1	-0.1040	0.0370	0.0270	0.1730
12	0	-0.0745	0.0483	0.0968	0.1032
13	-1	-0.1008	0.0402	0.0965	0.1035
14	0	-0.0627	0.0551	0.1097	0.0903
15	0	-0.0600	0.0573	0.1117	0.0883
16	0	-0.0671	0.0521	0.0986	0.1014
17	0	-0.0659	0.0528	0.0934	0.1066
18	0	-0.0561	0.0615	0.1143	0.0857
19	0	-0.0556	0.0621	0.1126	0.0874
20	0	-0.0584	0.0589	0.1061	0.0939
21	0	-0.0608	0.0566	0.0981	0.1019
22	0	-0.0608	0.0566	0.0983	0.1017
23	0	-0.0537	0.0646	0.1188	0.0812
24	0	-0.0506	0.0698	0.1194	0.0806
25	0	-0.0437	0.0890	0.1324	0.0676
26	0	-0.0384	0.1240	0.1511	0.0489
27	0	-0.0430	0.0921	0.1315	0.0685
28	0	-0.0710	0.0499	0.0705	0.1295
29	0	-0.0373	0.1375	0.1526	0.0474
30	0	-0.0346	0.1922	0.1648	0.0352
X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X					

SISTEMA 118 BARRAS

```
*****
*
*          LOSE - FLUXO DE POTENCIA ÓTIMO V1.0 06/2002
*
*****
```

```
#####
#
#  NUMERO DE ITERAÇÕES      ->  14      #
#  PERDAS TOTAIS DO SISTEMA (MW) ->  98.18  #
#
#####
```

===== RELATORIO DE BARRAS =====

X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X									
BARRA	TIPO	TENSAO (PU)	ANGULO (GRAU)	GERACAO (MW)	GERACAO (MVAR)	PG_MIN (MW)	PG_MAX (MW)	QG_MIN (MVAR)	QG_MAX (MVAR)
X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X									
12	2	1.033	0.0	404.3	27.8	0.00	0.00	-9999.00	9999.00
2	0	1.020	-1.6	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
3	0	1.016	-2.7	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
4	-1	1.026	-1.1	0.0	-47.1	0.00	0.00	-50.00	50.00

5	0	1.031	-1.0	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
6	-1	1.022	-1.4	0.0	-1.3	0.00	0.00	-50.00	50.00
7	0	1.025	-1.0	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
8	-1	1.045	0.4	0.0	-48.4	0.00	0.00	-50.00	50.00
9	0	1.053	4.3	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
10	1	1.026	8.6	246.0	-160.2	1.00	500.00	-250.00	250.00
11	0	1.023	-1.2	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
1	-1	1.013	-3.2	0.0	25.3	0.00	0.00	-50.00	50.00
13	0	1.007	-3.8	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
14	0	1.025	-2.6	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
15	-1	1.012	-8.2	0.0	21.9	0.00	0.00	-50.00	50.00
16	0	1.022	-2.8	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
17	0	1.026	-6.5	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
18	-1	1.012	-8.6	0.0	23.5	0.00	0.00	-50.00	50.00
19	-1	1.010	-9.1	0.0	24.6	0.00	0.00	-50.00	115.00
20	0	1.003	-9.3	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
21	0	1.002	-8.6	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
22	0	1.009	-7.0	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
23	0	1.030	-3.7	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
24	0	1.029	-4.3	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
25	1	1.047	2.4	150.5	-26.7	1.00	230.00	-250.00	250.00
26	1	1.045	4.7	276.5	-25.4	1.00	320.00	-250.00	250.00
27	-1	1.013	-8.2	0.0	24.2	0.00	0.00	-50.00	50.00
28	0	1.004	-9.3	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
29	0	1.003	-9.7	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
30	0	1.046	-2.7	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
31	1	1.006	-9.4	7.6	25.8	1.00	10.00	-50.00	50.00
32	-1	1.011	-8.4	0.0	19.2	0.00	0.00	-50.00	100.00
33	0	1.013	-9.9	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
34	0	1.026	-10.5	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
35	0	1.021	-10.9	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
36	-1	1.020	-10.9	0.0	0.7	0.00	0.00	-50.00	50.00
37	0	1.031	-10.1	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
38	0	1.044	-5.3	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
39	0	1.007	-13.6	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
40	-1	1.004	-14.9	0.0	33.2	0.00	0.00	-50.00	150.00
41	0	0.998	-15.4	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
42	-1	1.007	-14.4	0.0	28.1	0.00	0.00	-50.00	50.00
43	0	1.014	-11.3	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
44	0	1.013	-10.0	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
45	0	1.010	-8.7	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
46	1	1.024	-6.4	16.9	-7.4	1.00	20.00	-50.00	50.00
47	0	1.036	-4.5	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
48	0	1.038	-4.9	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
49	1	1.041	-3.9	204.6	48.7	1.00	210.00	-250.00	250.00
50	0	1.028	-5.9	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
51	0	1.008	-8.5	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
52	0	1.002	-9.4	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
53	0	1.000	-10.3	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
54	1	1.015	-9.6	47.4	48.1	1.00	50.00	-50.00	150.00
55	-1	1.013	-9.8	0.0	24.0	0.00	0.00	-50.00	150.00
56	-1	1.013	-9.6	0.0	17.8	0.00	0.00	-50.00	150.00
57	0	1.017	-8.4	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
58	0	1.008	-9.2	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
59	1	1.026	-5.3	160.1	48.7	1.00	165.00	-50.00	50.00
60	0	1.040	-1.8	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
61	1	1.043	-1.0	157.1	17.2	1.00	165.00	-250.00	250.00
62	-1	1.039	-1.6	0.0	2.0	0.00	0.00	-50.00	50.00
63	0	1.028	-2.1	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
64	0	1.039	-0.5	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
65	1	1.047	2.6	387.5	-103.2	1.00	400.00	-250.00	250.00
66	1	1.057	2.5	383.1	-23.4	1.00	400.00	-250.00	250.00
67	0	1.043	-0.2	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
68	0	1.054	2.3	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
69	-1	1.058	2.0	0.0	-10.3	0.00	0.00	-250.00	250.00
70	-1	1.026	-4.6	0.0	16.9	0.00	0.00	-50.00	50.00
71	0	1.024	-4.8	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
72	-1	1.017	-5.1	0.0	-11.7	0.00	0.00	-50.00	50.00
73	-1	1.021	-4.9	0.0	-5.9	0.00	0.00	-50.00	50.00
74	-1	1.017	-5.9	0.0	21.3	0.00	0.00	-50.00	80.00
75	0	1.019	-4.7	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
76	-1	1.014	-6.1	0.0	47.9	0.00	0.00	-50.00	100.00
77	-1	1.037	-1.1	0.0	40.0	0.00	0.00	-50.00	50.00
78	0	1.032	-1.3	0.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00

			5	1.031	-1.0	-15.80	-15.17	1.000	0.00
			7	1.025	-1.0	-36.20	-8.12	1.000	0.00
7	1.025	-1.0							
			6	1.022	-1.4	36.26	7.82	1.000	0.00
			12	1.033	0.0	-55.26	-9.82	1.000	0.00
8	1.045	0.4							
			5	1.031	-1.0	98.90	54.67	0.999	0.00
			9	1.053	4.3	-243.00	-62.86	1.000	0.00
			30	1.046	-2.7	116.10	-36.08	1.000	0.00
9	1.053	4.3							
			8	1.045	0.4	244.30	-48.52	1.000	0.00
			10	1.026	8.6	-244.29	48.52	1.000	0.00
10	1.026	8.6							
			9	1.053	4.3	246.01	-160.17	1.000	0.00
11	1.023	-1.2							
			4	1.026	-1.1	-3.97	-3.60	1.000	0.00
			5	1.031	-1.0	-9.41	-10.26	1.000	0.00
			12	1.033	0.0	-120.64	-13.02	1.000	0.00
			13	1.007	-3.8	64.02	3.88	1.000	0.00
1	1.013	-3.2							
			2	1.020	-1.6	-28.77	0.40	1.000	0.00
			3	1.016	-2.7	-22.23	-2.12	1.000	0.00
13	1.007	-3.8							
			11	1.023	-1.2	-63.14	-2.94	1.000	0.00
			15	1.012	-8.2	29.15	-13.06	1.000	0.00
14	1.025	-2.6							
			12	1.033	0.0	-64.34	7.95	1.000	0.00
			15	1.012	-8.2	50.34	-8.95	1.000	0.00
15	1.012	-8.2							
			13	1.007	-3.8	-28.45	8.96	1.000	0.00
			14	1.025	-2.6	-48.88	8.52	1.000	0.00
			17	1.026	-6.5	-73.56	-10.26	1.000	0.00
			19	1.010	-9.1	38.86	-7.13	1.000	0.00
			33	1.013	-9.9	22.03	-8.23	1.000	0.00
16	1.022	-2.8							
			12	1.033	0.0	-60.31	2.24	1.000	0.00
			17	1.026	-6.5	35.31	-12.24	1.000	0.00
17	1.026	-6.5							
			15	1.012	-8.2	74.26	7.99	1.000	0.00
			16	1.022	-2.8	-34.72	9.67	1.000	0.00
			18	1.012	-8.6	78.57	10.27	1.000	0.00
			30	1.046	-2.7	-184.11	-46.31	1.001	0.00
			31	1.006	-9.4	34.52	1.28	1.000	0.00
			113	1.019	-6.7	20.48	18.07	1.000	0.00
18	1.012	-8.6							
			17	1.026	-6.5	-77.83	-8.60	1.000	0.00
			19	1.010	-9.1	17.83	-1.92	1.000	0.00
19	1.010	-9.1							
			15	1.012	-8.2	-38.68	6.70	1.000	0.00
			18	1.012	-8.6	-17.80	0.91	1.000	0.00
			20	1.003	-9.3	3.86	3.74	1.000	0.00
			34	1.026	-10.5	7.62	-11.73	1.000	0.00
20	1.003	-9.3							
			19	1.010	-9.1	-3.85	-6.72	1.000	0.00
			21	1.002	-8.6	-14.15	3.72	1.000	0.00
21	1.002	-8.6							
			20	1.003	-9.3	14.19	-5.70	1.000	0.00
			22	1.009	-7.0	-28.19	-2.30	1.000	0.00
22	1.009	-7.0							
			21	1.002	-8.6	28.35	0.58	1.000	0.00
			23	1.030	-3.7	-38.35	-5.58	1.000	0.00
23	1.030	-3.7							
			22	1.009	-7.0	38.85	3.70	1.000	0.00
			24	1.029	-4.3	22.12	-7.90	1.000	0.00
			25	1.047	2.4	-141.06	7.68	1.000	0.00
			32	1.011	-8.4	73.09	-6.48	1.000	0.00
24	1.029	-4.3							
			23	1.030	-3.7	-22.06	2.86	1.000	0.00
			70	1.026	-4.6	1.06	-4.66	1.000	0.00
			72	1.017	-5.1	8.00	1.79	1.000	8.00
25	1.047	2.4							
			23	1.030	-3.7	144.01	-1.87	1.000	0.00
			26	1.045	4.7	-114.72	8.28	1.012	0.00
			27	1.013	-8.2	121.25	-0.10	1.000	0.00

26	1.045	4.7	25	1.047	2.4	114.72	-3.77	1.012	0.00
			30	1.046	-2.7	161.77	-54.93	1.000	0.00
27	1.013	-8.2	25	1.047	2.4	-116.96	3.36	1.000	0.00
			28	1.004	-9.3	24.33	3.58	1.000	0.00
			32	1.011	-8.4	4.89	0.41	1.000	0.00
			115	1.007	-8.8	16.74	3.84	1.000	0.00
28	1.004	-9.3	27	1.013	-8.2	-24.21	-5.27	1.000	0.00
			29	1.003	-9.7	7.21	-1.73	1.000	0.00
29	1.003	-9.7	28	1.004	-9.3	-7.20	-0.62	1.000	0.00
			31	1.006	-9.4	-16.80	-3.38	1.000	0.00
30	1.046	-2.7	8	1.045	0.4	-115.56	-13.84	1.000	0.00
			17	1.026	-6.5	184.11	59.56	1.001	0.00
			26	1.045	4.7	-159.85	-23.67	1.000	0.00
			38	1.044	-5.3	91.31	-26.18	1.000	0.00
31	1.006	-9.4	17	1.026	-6.5	-33.98	-3.61	1.000	0.00
			29	1.003	-9.7	16.83	2.64	1.000	0.00
			32	1.011	-8.4	-18.23	-0.28	1.000	0.00
32	1.011	-8.4	23	1.030	-3.7	-71.49	0.08	1.000	0.00
			27	1.013	-8.2	-4.89	-2.36	1.000	0.00
			31	1.006	-9.4	18.33	-1.95	1.000	0.00
			113	1.019	-6.7	-14.29	-2.09	1.000	0.00
			114	1.007	-8.8	13.34	2.55	1.000	0.00
33	1.013	-9.9	15	1.012	-8.2	-21.83	5.60	1.000	0.00
			37	1.031	-10.1	-1.17	-14.60	1.000	0.00
34	1.026	-10.5	19	1.010	-9.1	-7.52	5.50	1.000	0.00
			36	1.020	-10.9	30.68	10.93	1.000	0.00
			37	1.031	-10.1	-91.76	-30.18	1.000	0.00
			43	1.014	-11.3	9.60	2.48	1.000	0.00
35	1.021	-10.9	36	1.020	-10.9	0.41	4.78	1.000	0.00
			37	1.031	-10.1	-33.41	-13.78	1.000	0.00
36	1.020	-10.9	34	1.026	-10.5	-30.59	-11.26	1.000	0.00
			35	1.021	-10.9	-0.41	-5.06	1.000	0.00
37	1.031	-10.1	33	1.013	-9.9	1.24	11.00	1.000	0.00
			34	1.026	-10.5	91.99	29.97	1.000	0.00
			35	1.021	-10.9	33.55	13.01	1.000	0.00
			38	1.044	-5.3	-240.75	-26.74	1.001	0.00
			39	1.007	-13.6	62.48	5.27	1.000	0.00
			40	1.004	-14.9	51.50	-1.82	1.000	0.00
38	1.044	-5.3	30	1.046	-2.7	-90.96	-15.79	1.000	0.00
			37	1.031	-10.1	240.75	47.39	1.001	0.00
			65	1.047	2.6	-149.79	-35.86	1.000	0.00
39	1.007	-13.6	37	1.031	-10.1	-61.29	-4.13	1.000	0.00
			40	1.004	-14.9	34.29	-6.87	1.000	0.00
40	1.004	-14.9	37	1.031	-10.1	-50.02	1.66	1.000	0.00
			39	1.007	-13.6	-34.07	6.02	1.000	0.00
			41	0.998	-15.4	22.70	5.11	1.000	0.00
			42	1.007	-14.4	-4.61	-2.61	1.000	0.00
41	0.998	-15.4	40	1.004	-14.9	-22.62	-6.07	1.000	0.00
			42	1.007	-14.4	-14.38	-3.93	1.000	0.00
42	1.007	-14.4	40	1.004	-14.9	4.62	-2.06	1.000	0.00
			41	0.998	-15.4	14.46	0.75	1.000	0.00
			49	1.041	-3.9	-115.08	6.46	1.000	0.00
43	1.014	-11.3	34	1.026	-10.5	-9.56	-6.69	1.000	0.00
			44	1.013	-10.0	-8.44	-0.31	1.000	0.00
44	1.013	-10.0	43	1.014	-11.3	8.49	-5.74	1.000	0.00

			45	1.010	-8.7	-24.49	8.00	1.000	0.00
45	1.010	-8.7	44	1.013	-10.0	24.64	-9.69	1.000	0.00
			46	1.024	-6.4	-31.13	-2.26	1.000	0.00
			49	1.041	-3.9	-46.50	0.16	1.000	0.00
46	1.024	-6.4	45	1.010	-8.7	31.51	0.11	1.000	0.00
			47	1.036	-4.5	-27.43	-2.39	1.000	0.00
			48	1.038	-4.9	-15.22	-4.66	1.000	0.00
47	1.036	-4.5	46	1.024	-6.4	27.70	-0.05	1.000	0.00
			49	1.041	-3.9	-19.31	-3.33	1.000	0.00
			69	1.058	2.0	-42.39	3.38	1.000	0.00
48	1.038	-4.9	46	1.024	-6.4	15.36	0.07	1.000	0.00
			49	1.041	-3.9	-35.35	5.12	1.000	0.00
49	1.041	-3.9	42	1.007	-14.4	119.83	-3.05	1.000	0.00
			45	1.010	-8.7	47.95	-0.88	1.000	0.00
			47	1.036	-4.5	19.38	1.82	1.000	0.00
			48	1.038	-4.9	35.57	-5.88	1.000	0.00
			50	1.028	-5.9	51.10	-0.23	1.000	0.00
			51	1.008	-8.5	63.41	3.26	1.000	0.00
			54	1.015	-9.6	71.64	-5.33	1.000	0.00
			66	1.057	2.5	-258.41	27.10	1.000	0.00
			69	1.058	2.0	-32.84	1.84	1.000	0.00
50	1.028	-5.9	49	1.041	-3.9	-50.45	0.04	1.000	0.00
			57	1.017	-8.4	33.45	-4.04	1.000	0.00
51	1.008	-8.5	49	1.041	-3.9	-61.59	-1.74	1.000	0.00
			52	1.002	-9.4	27.88	0.59	1.000	0.00
			58	1.008	-9.2	16.71	-6.85	1.000	0.00
52	1.002	-9.4	51	1.008	-8.5	-27.73	-1.55	1.000	0.00
			53	1.000	-10.3	9.73	-3.45	1.000	0.00
53	1.000	-10.3	52	1.002	-9.4	-9.69	-0.46	1.000	0.00
			54	1.015	-9.6	-13.31	-10.54	1.000	0.00
54	1.015	-9.6	49	1.041	-3.9	-69.74	-3.18	1.000	0.00
			53	1.000	-10.3	13.38	7.71	1.000	0.00
			55	1.013	-9.8	6.53	0.16	1.000	0.00
			56	1.013	-9.6	17.31	10.87	1.000	0.00
			59	1.026	-5.3	-33.13	0.56	1.000	0.00
55	1.013	-9.8	54	1.015	-9.6	-6.53	-2.20	1.000	0.00
			56	1.013	-9.6	-19.22	3.51	1.000	0.00
			59	1.026	-5.3	-37.25	0.71	1.000	0.00
56	1.013	-9.6	54	1.015	-9.6	-17.30	-11.58	1.000	0.00
			55	1.013	-9.8	19.24	-3.84	1.000	0.00
			57	1.017	-8.4	-20.80	2.92	1.000	0.00
			58	1.008	-9.2	-4.60	5.86	1.000	0.00
			59	1.026	-5.3	-60.53	6.43	1.000	0.00
57	1.017	-8.4	50	1.028	-5.9	-32.95	1.99	1.000	0.00
			56	1.013	-9.6	20.95	-4.99	1.000	0.00
58	1.008	-9.2	51	1.008	-8.5	-16.63	5.26	1.000	0.00
			56	1.013	-9.6	4.63	-8.26	1.000	0.00
59	1.026	-5.3	54	1.015	-9.6	33.67	-4.32	1.000	0.00
			55	1.013	-9.8	37.90	-3.63	1.000	0.00
			56	1.013	-9.6	62.04	-13.41	1.000	0.00
			60	1.040	-1.8	-43.92	-0.73	1.000	0.00
			61	1.043	-1.0	-52.52	-0.33	1.000	0.00
			63	1.028	-2.1	-154.04	-2.05	1.015	0.00
60	1.040	-1.8	59	1.026	-5.3	44.50	-0.62	1.000	0.00
			61	1.043	-1.0	-114.02	-4.74	1.000	0.00
			62	1.039	-1.6	-8.48	2.36	1.000	0.00
61	1.043	-1.0	59	1.026	-5.3	53.38	0.11	1.000	0.00

			60	1.040	-1.8	114.33	4.79	1.000	0.00
			62	1.039	-1.6	28.12	5.00	1.000	0.00
			64	1.039	-0.5	-38.78	16.11	1.002	0.00
62	1.039	-1.6							
			60	1.040	-1.8	8.49	-3.91	1.000	0.00
			61	1.043	-1.0	-28.06	-5.77	1.000	0.00
			66	1.057	2.5	-35.25	-2.59	1.000	0.00
			67	1.043	-0.2	-22.17	0.31	1.000	0.00
63	1.028	-2.1							
			59	1.026	-5.3	154.04	10.51	1.015	0.00
			64	1.039	-0.5	-154.04	-51.22	1.000	0.00
64	1.039	-0.5							
			61	1.043	-1.0	38.78	-15.68	1.002	0.00
			63	1.028	-2.1	154.45	32.93	1.000	0.00
			65	1.047	2.6	-193.23	-25.98	1.000	0.00
65	1.047	2.6							
			38	1.044	-5.3	151.68	-57.83	1.000	0.00
			64	1.039	-0.5	194.17	-4.91	1.000	0.00
			66	1.057	2.5	6.57	-27.35	1.022	0.00
			68	1.054	2.3	35.09	-80.56	1.000	0.00
66	1.057	2.5							
			49	1.041	-3.9	264.03	-3.85	1.000	0.00
			62	1.039	-1.6	35.81	-1.25	1.000	0.00
			65	1.047	2.6	-6.57	27.61	1.022	0.00
			67	1.043	-0.2	50.81	3.28	1.000	0.00
67	1.043	-0.2							
			62	1.039	-1.6	22.29	-3.13	1.000	0.00
			66	1.057	2.5	-50.29	-3.87	1.000	0.00
68	1.054	2.3							
			65	1.047	2.6	-35.05	10.65	1.000	0.00
			69	1.058	2.0	14.32	-12.57	1.003	0.00
			81	1.051	2.1	20.72	-35.51	1.000	0.00
			116	1.052	2.3	0.00	29.14	1.000	0.00
69	1.058	2.0							
			47	1.036	-4.5	43.84	-6.37	1.000	0.00
			49	1.041	-3.9	33.86	-7.62	1.000	0.00
			68	1.054	2.3	-14.32	12.69	1.003	0.00
			70	1.026	-4.6	99.92	1.71	1.000	0.00
			75	1.019	-4.7	105.29	-1.93	1.000	0.00
			77	1.037	-1.1	60.41	-0.42	1.000	0.00
70	1.026	-4.6							
			24	1.029	-4.3	-1.06	-6.11	1.000	0.00
			69	1.058	2.0	-97.22	-3.55	1.000	0.00
			71	1.024	-4.8	10.06	4.27	1.000	0.00
			74	1.017	-5.9	18.88	-0.07	1.000	0.00
			75	1.019	-4.7	3.34	2.35	1.000	0.00
71	1.024	-4.8							
			70	1.026	-4.6	-10.05	-5.15	1.000	0.00
			72	1.017	-5.1	4.05	0.41	1.000	0.00
			73	1.021	-4.9	6.01	4.74	1.000	0.00
72	1.017	-5.1							
			24	1.029	-4.3	-7.96	-6.75	1.000	8.00
			71	1.024	-4.8	-4.04	-5.00	1.000	0.00
73	1.021	-4.9							
			71	1.024	-4.8	-6.00	-5.94	1.000	0.00
74	1.017	-5.9							
			70	1.026	-4.6	-18.74	-3.00	1.000	0.00
			75	1.019	-4.7	-49.26	9.71	1.000	0.00
75	1.019	-4.7							
			69	1.058	2.0	-101.27	0.66	1.000	0.00
			70	1.026	-4.6	-3.33	-6.07	1.000	0.00
			74	1.017	-5.9	49.56	-9.79	1.000	0.00
			77	1.037	-1.1	-32.91	-0.69	1.000	0.00
			118	1.011	-5.8	40.95	4.89	1.000	0.00
76	1.014	-6.1							
			77	1.037	-1.1	-60.31	3.52	1.000	0.00
			118	1.011	-5.8	-7.69	8.35	1.000	0.00
77	1.037	-1.1							
			69	1.058	2.0	-59.40	-7.65	1.000	0.00
			75	1.019	-4.7	33.54	-2.48	1.000	0.00
			76	1.014	-6.1	61.89	-2.12	1.000	0.00
			78	1.032	-1.3	39.14	25.24	1.000	0.00
			80	1.052	1.7	-156.11	5.08	1.000	0.00
			82	1.033	-2.0	19.94	-6.10	1.000	0.00

78	1.032	-1.3	77	1.037	-1.1	-39.06	-26.34	1.000	0.00
			79	1.034	-0.9	-31.94	0.34	1.000	0.00
79	1.034	-0.9	78	1.032	-1.3	31.99	-0.80	1.000	0.00
			80	1.052	1.7	-70.99	-9.83	1.000	0.00
80	1.052	1.7	77	1.037	-1.1	158.59	-5.16	1.000	0.00
			79	1.034	-0.9	71.73	11.17	1.000	0.00
			81	1.051	2.1	-20.71	0.37	1.018	0.00
			96	1.032	-1.6	34.61	2.86	1.000	0.00
			97	1.037	-0.3	41.92	7.57	1.000	0.00
			98	1.043	-0.6	40.57	-1.23	1.000	0.00
			99	1.041	-1.7	31.18	-3.77	1.000	0.00
81	1.051	2.1	68	1.054	2.3	-20.71	-53.91	1.000	0.00
			80	1.052	1.7	20.71	-0.24	1.018	0.00
82	1.033	-2.0	77	1.037	-1.1	-19.82	-2.33	1.000	0.00
			83	1.036	-1.7	-18.90	-6.68	1.000	0.00
			96	1.032	-1.6	-15.28	3.34	1.000	0.00
83	1.036	-1.7	82	1.033	-2.0	18.94	2.74	1.000	0.00
			84	1.041	-0.6	-14.05	1.67	1.000	0.00
			85	1.050	0.2	-24.88	-3.68	1.000	0.00
84	1.041	-0.6	83	1.036	-1.7	14.17	-4.20	1.000	0.00
			85	1.050	0.2	-25.17	-2.80	1.000	0.00
85	1.050	0.2	83	1.036	-1.7	25.13	0.75	1.000	0.00
			84	1.041	-0.6	25.35	1.83	1.000	0.00
			86	1.033	-0.6	14.55	8.74	1.000	0.00
			88	1.072	1.9	-35.07	-16.76	1.000	0.00
			89	1.100	4.6	-53.97	-23.44	1.000	0.00
86	1.033	-0.6	85	1.050	0.2	-14.45	-11.38	1.000	0.00
			87	1.027	0.2	-6.55	1.38	1.000	0.00
87	1.027	0.2	86	1.033	-0.6	6.56	-6.00	1.000	0.00
88	1.072	1.9	85	1.050	0.2	35.34	15.01	1.000	0.00
			89	1.100	4.6	-83.34	-25.01	1.000	0.00
89	1.100	4.6	85	1.050	0.2	54.69	23.26	1.000	0.00
			88	1.072	1.9	84.25	27.39	1.000	0.00
			90	1.064	-0.3	160.44	16.70	1.000	0.00
			92	1.067	1.1	200.93	52.90	1.000	0.00
90	1.064	-0.3	89	1.100	4.6	-156.88	-21.04	1.000	0.00
			91	1.059	0.0	-6.12	7.01	1.000	0.00
91	1.059	0.0	90	1.064	-0.3	6.14	-9.34	1.000	0.00
			92	1.067	1.1	-16.14	-2.94	1.000	0.00
92	1.067	1.1	89	1.100	4.6	-198.03	-50.31	1.000	0.00
			91	1.059	0.0	16.23	-0.46	1.000	0.00
			93	1.048	-0.4	38.12	11.53	1.000	0.00
			94	1.037	-1.3	32.52	8.06	1.000	0.00
			100	1.049	-1.3	16.29	0.30	1.000	0.00
			102	1.059	0.3	29.86	8.09	1.000	0.00
93	1.048	-0.4	92	1.067	1.1	-37.76	-12.76	1.000	0.00
			94	1.037	-1.3	25.75	5.76	1.000	0.00
94	1.037	-1.3	92	1.067	1.1	-32.03	-10.94	1.000	0.00
			93	1.048	-0.4	-25.61	-7.33	1.000	0.00
			95	1.025	-1.9	28.82	20.83	1.000	0.00
			96	1.032	-1.6	5.99	3.70	1.000	0.00
			100	1.049	-1.3	-7.17	-22.26	1.000	0.00
95	1.025	-1.9	94	1.037	-1.3	-28.67	-21.49	1.000	0.00
			96	1.032	-1.6	-13.33	-9.51	1.000	0.00
96	1.032	-1.6	80	1.052	1.7	-34.22	-6.20	1.000	0.00

			82	1.033	-2.0	15.32	-9.00	1.000	0.00
			94	1.037	-1.3	-5.97	-6.11	1.000	0.00
			95	1.025	-1.9	13.37	8.09	1.000	0.00
			97	1.037	-0.3	-26.50	-1.77	1.000	0.00
97	1.037	-0.3							
			80	1.052	1.7	-41.62	-8.79	1.000	0.00
			96	1.032	-1.6	26.62	-0.21	1.000	0.00
98	1.043	-0.6							
			80	1.052	1.7	-40.22	-0.30	1.000	0.00
			100	1.049	-1.3	6.22	-7.70	1.000	0.00
99	1.041	-1.7							
			80	1.052	1.7	-30.78	-0.39	1.000	0.00
			100	1.049	-1.3	-11.22	-8.82	1.000	0.00
100	1.049	-1.3							
			92	1.067	1.1	-16.14	-4.87	1.000	0.00
			94	1.037	-1.3	7.24	15.90	1.000	0.00
			98	1.043	-0.6	-6.19	2.60	1.000	0.00
			99	1.041	-1.7	11.25	6.60	1.000	0.00
			101	1.045	-1.1	-2.60	2.59	1.000	0.00
			103	1.038	-4.4	110.02	-11.17	1.000	0.00
			104	1.016	-7.1	54.43	5.03	1.000	0.00
			106	1.011	-8.4	58.79	2.16	1.000	0.00
101	1.045	-1.1							
			100	1.049	-1.3	2.61	-6.16	1.000	0.00
			102	1.059	0.3	-24.61	-8.84	1.000	0.00
102	1.059	0.3							
			92	1.067	1.1	-29.75	-9.26	1.000	0.00
			101	1.045	-1.1	24.75	6.26	1.000	0.00
103	1.038	-4.4							
			100	1.049	-1.3	-108.25	11.13	1.000	0.00
			104	1.016	-7.1	32.83	3.72	1.000	0.00
			105	1.016	-8.2	42.91	-0.70	1.000	0.00
			110	1.005	-9.8	56.00	7.18	1.000	0.00
104	1.016	-7.1							
			100	1.049	-1.3	-53.19	-5.19	1.000	0.00
			103	1.038	-4.4	-32.35	-6.38	1.000	0.00
			105	1.016	-8.2	47.55	-13.46	1.000	0.00
105	1.016	-8.2							
			103	1.038	-4.4	-41.99	-0.83	1.000	0.00
			104	1.016	-7.1	-47.31	13.33	1.000	0.00
			106	1.011	-8.4	9.92	5.78	1.000	0.00
			107	1.009	-11.0	26.91	-5.43	1.000	0.00
			108	1.010	-9.0	21.48	0.22	1.000	0.00
106	1.011	-8.4							
			100	1.049	-1.3	-56.88	-1.49	1.000	0.00
			105	1.016	-8.2	-9.90	-7.18	1.000	0.00
			107	1.009	-11.0	23.77	-7.32	1.000	0.00
107	1.009	-11.0							
			105	1.016	-8.2	-26.53	1.89	1.000	0.00
			106	1.011	-8.4	-23.47	3.57	1.000	0.00
108	1.010	-9.0							
			105	1.016	-8.2	-21.37	-1.79	1.000	0.00
			109	1.007	-9.3	19.37	0.79	1.000	0.00
109	1.007	-9.3							
			108	1.010	-9.0	-19.33	-1.46	1.000	0.00
			110	1.005	-9.8	11.33	-1.54	1.000	0.00
110	1.005	-9.8							
			103	1.038	-4.4	-54.83	-6.56	1.000	0.00
			109	1.007	-9.3	-11.29	-0.41	1.000	0.00
			111	1.013	-8.0	-42.10	0.60	1.000	0.00
			112	0.999	-12.5	69.23	-18.56	1.000	0.00
111	1.013	-8.0							
			110	1.005	-9.8	42.49	-1.30	1.000	0.00
112	0.999	-12.5							
			110	1.005	-9.8	-68.00	15.53	1.000	0.00
113	1.019	-6.7							
			17	1.026	-6.5	-20.41	-18.65	1.000	0.00
			32	1.011	-8.4	14.41	-2.84	1.000	0.00
114	1.007	-8.8							
			32	1.011	-8.4	-13.31	-4.10	1.000	0.00
			115	1.007	-8.8	5.31	1.10	1.000	0.00
115	1.007	-8.8							
			27	1.013	-8.2	-16.69	-5.63	1.000	0.00
			114	1.007	-8.8	-5.31	-1.37	1.000	0.00


```

116  1.052    2.3
      68  1.054    2.3    0.00   -47.27  1.000    0.00
117  1.018   -1.4
      12  1.033    0.0   -20.00   -8.00  1.000    0.00
118  1.011   -5.8
      75  1.019   -4.7   -40.71   -5.34  1.000    0.00
      76  1.014   -6.1    7.71   -9.66  1.000    0.00
X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X

```

```

===== VETORES MULTIPLICADORES DE LAGRANGE =====

```

```

***** LAMBDA DO DELTAP *****

```

```

X-----X-----X-----X
  BARRA  TIPO  LAMBDA
X-----X-----X-----X
    2      0  0.00248
    3      0  0.00638
    4     -1  0.00876
    5      0  0.00906
    6     -1  0.00524
    7      0  0.00342
    8     -1  0.00901
    9      0  0.00817
   11      0  0.00417
   12     -1  0.00590
   13      0  0.00734
   14      0  0.00400
   15     -1  0.01496
   16      0  0.00507
   17      0  0.01439
   18     -1  0.01608
   19     -1  0.01655
   20      0  0.01830
   21      0  0.01907
   22      0  0.01946
   23      0  0.01953
   24      0  0.02198
   27     -1  0.02110
   28      0  0.02122
   29      0  0.02068
   30      0  0.01371
   32     -1  0.02123
   33      0  0.01730
   34      0  0.01831
   35      0  0.01856
   36     -1  0.01860
   37      0  0.01791
   38      0  0.01693
   39      0  0.02217
   40     -1  0.02390
   41      0  0.02478
   42     -1  0.02522
   43      0  0.02004
   44      0  0.02128
   45      0  0.02127
   47      0  0.02011
   48      0  0.01996
   50      0  0.02052
   51      0  0.02208
   52      0  0.02265
   53      0  0.02250
   55     -1  0.02208
   56     -1  0.02199
   57      0  0.02173
   58      0  0.02232
   60      0  0.01889
   62     -1  0.01888
   63      0  0.01896
   64      0  0.01867
   67      0  0.01817
   68      0  0.01926
   69     -1  0.01877
   70     -1  0.02146

```

71	0	0.02170
72	-1	0.02287
73	-1	0.02176
74	-1	0.02442
75	0	0.02410
76	-1	0.02646
77	-1	0.02439
78	0	0.02462
79	0	0.02432
81	0	0.02105
82	0	0.03003
83	0	0.03167
84	0	0.03447
85	-1	0.03531
86	0	0.03604
88	0	0.03588
90	-1	0.03824
91	-1	0.03730
92	-1	0.03526
93	0	0.03393
94	0	0.03237
95	0	0.03146
96	0	0.02924
97	0	0.02616
98	0	0.02708
99	-1	0.03063
101	0	0.03429
102	0	0.03499
104	-1	0.03784
105	-1	0.03893
106	0	0.03891
107	-1	0.04096
108	0	0.03994
109	0	0.04029
110	-1	0.04073
112	-1	0.04496
113	-1	0.01539
114	0	0.02151
115	0	0.02153
116	-1	0.01926
117	0	0.00080
118	0	0.02558

X-----X-----X-----X

***** LAMBDA DO DELTAQ *****

BARRA	TIPO	LAMBDA
2	0	-.00001
3	0	-.00023
5	0	-.00091
7	0	-.00028
9	0	-.00096
11	0	-.00018
13	0	0.00014
14	0	-.00024
16	0	-.00007
17	0	-.00005
20	0	0.00060
21	0	0.00082
22	0	0.00063
23	0	-.00023
24	0	-.00025
28	0	0.00064
29	0	0.00049
30	0	-.00002
33	0	-.00017
34	0	-.00046
35	0	-.00040
37	0	-.00048
38	0	0.00033
39	0	-.00006

41	0	0.00033
43	0	-.00026
44	0	0.00045
45	0	0.00100
47	0	-.00036
48	0	-.00037
50	0	-.00011
51	0	0.00034
52	0	0.00051
53	0	0.00029
57	0	-.00008
58	0	0.00022
60	0	-.00002
63	0	0.00048
64	0	0.00027
67	0	-.00003
68	0	0.00020
71	0	0.00008
75	0	0.00043
78	0	0.00088
79	0	0.00088
81	0	0.00045
82	0	0.00082
83	0	0.00079
84	0	0.00085
86	0	0.00046
88	0	0.00054
93	0	0.00075
94	0	0.00085
95	0	0.00127
96	0	0.00097
97	0	0.00076
98	0	0.00076
101	0	0.00042
102	0	0.00041
106	0	0.00084
108	0	0.00155
109	0	0.00174
114	0	0.00050
115	0	0.00053
117	0	-.00030
118	0	0.00064

X-----X-----X-----X

***** VETOR PI DOS LIMITES DE GERAÇÃO DE POT. ATIVA *****

X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X		PI		S	
BARRA	TIPO	LIM. SUP.	LIM. IN.	LIM. SUP.	LIM. INF.
10	1	-0.0258	0.0021	2.5396	2.4504
25	1	-0.1093	0.0045	0.7946	1.4954
26	1	-0.1709	0.0032	0.4353	2.7541
31	1	-0.3378	0.1626	0.0239	0.0661
46	1	-0.9528	0.0550	0.0313	0.1587
49	1	-0.1744	0.0049	0.0539	2.0361
54	1	-0.4887	0.0210	0.0265	0.4635
59	1	-0.1126	0.0064	0.0488	1.5912
61	1	-0.2049	0.0062	0.0795	1.5605
65	1	-0.1215	0.0025	0.1249	3.8651
66	1	-0.1330	0.0025	0.1691	3.8209
80	1	-0.0631	0.0020	0.1210	4.8690
87	1	-0.1742	0.2934	0.0344	0.0556
89	1	-0.3465	0.0016	1.0968	4.9932
100	1	-0.1491	0.0039	0.0619	2.5281
103	1	-0.1275	0.0235	0.0351	0.4549
111	1	-0.1397	0.0263	0.0251	0.4149

X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X

***** VETOR PI DOS LIMITES DE GERAÇÃO DE POT. REATIVA *****

X-----X-----X-----X-----X-----X-----X		PI		PI		S	
BARRA	TIPO	LIM. SUP.	LIM. IN.	LIM. SUP.	LIM. INF.		
X-----X-----X-----X-----X-----X-----X							
4	-1	-0.0243	0.0165	0.9705	0.0295		
6	-1	-0.0326	0.0140	0.5129	0.4871		
8	-1	-0.0130	0.0400	0.9842	0.0158		
12	-1	-0.0383	0.0132	0.2472	0.7528		
15	-1	-0.0319	0.0142	0.2815	0.7185		
18	-1	-0.0548	0.0120	0.2652	0.7348		
19	-1	-0.0103	0.0140	0.9038	0.7462		
27	-1	-0.0203	0.0190	0.2582	0.7418		
32	-1	-0.0112	0.0157	0.8076	0.6924		
36	-1	-0.0284	0.0150	0.4932	0.5068		
40	-1	-0.0075	0.0143	1.1681	0.8319		
42	-1	-0.0250	0.0162	0.2185	0.7815		
55	-1	-0.0075	0.0143	1.2598	0.7402		
56	-1	-0.0070	0.0162	1.3220	0.6780		
62	-1	-0.0233	0.0170	0.4795	0.5205		
69	-1	-0.0021	0.0247	2.6028	2.3972		
70	-1	-0.0218	0.0179	0.3311	0.6689		
72	-1	-0.0180	0.0216	0.6175	0.3825		
73	-1	-0.0194	0.0198	0.5594	0.4406		
74	-1	-0.0148	0.0155	0.5869	0.7131		
76	-1	-0.0149	0.0116	0.5213	0.9787		
77	-1	-0.0249	0.0162	0.1003	0.8997		
85	-1	-0.0138	0.0166	0.9389	0.3611		
90	-1	-0.0145	0.0119	0.7204	0.7796		
91	-1	-0.0187	0.0206	0.6228	0.3772		
92	-1	-0.0097	0.0200	1.1280	0.3720		
99	-1	-0.0184	0.0210	0.5921	0.4079		
104	-1	-0.4673	0.0143	0.0003	0.4997		
105	-1	-0.0474	0.0199	0.0156	0.6844		
107	-1	-0.0170	0.0188	0.4864	0.6136		
110	-1	-0.4684	0.0150	0.0099	0.4901		
112	-1	-0.0252	0.0161	0.2147	0.7853		
113	-1	-0.3134	0.0209	0.2149	0.2851		
116	-1	-0.1150	0.0237	0.4726	0.0274		
10	1	-0.0031	0.0055	4.1017	0.8983		
25	1	-0.0026	0.0076	2.7669	2.2331		
26	1	-0.0053	0.0031	2.7542	2.2458		
31	1	-0.0361	0.0135	0.2425	0.7575		
46	1	-0.0178	0.0220	0.5744	0.4256		
49	1	-0.0040	0.0039	2.0135	2.9865		
54	1	-0.0075	0.0142	1.0190	0.9810		
59	1	-0.0167	0.0240	0.0130	0.9870		
61	1	-0.0032	0.0051	2.3277	2.6723		
65	1	-0.0065	0.0028	3.5317	1.4683		
66	1	-0.0023	0.0126	2.7341	2.2659		
80	1	-0.0024	0.0117	2.6539	2.3461		
87	1	-0.0039	0.0039	2.5600	2.4400		
89	1	-0.0037	0.0042	1.2975	3.7025		
100	1	-0.0040	0.0039	2.1315	2.8685		
103	1	-0.0041	0.0038	2.1266	2.8734		
111	1	-0.9331	0.0039	0.0131	2.4869		
X-----X-----X-----X-----X-----X-----X							

***** VETOR PI DOS LIMITES DE POT ATIVA NAS LINHAS *****

X-----X-----X-----X-----X-----X-----X		PI		S	
LINHA	DE	PARA			
X-----X-----X-----X-----X-----X-----X					
107	24	72	0.0000	0.0000	
X-----X-----X-----X-----X-----X-----X					

***** VETOR PI DOS LIMITES DE TAP *****

X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X		PI		PI		S	
LINHA	DE	PARA	LIM. SUP.	LIM. INF.	LIM. SUP.	LIM. INF.	
X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X							
8	8	5	-1.1615	0.8754	0.1010	0.0990	
32	26	25	-1.6528	0.7159	0.0885	0.1115	
36	30	17	-1.6529	0.7170	0.0986	0.1014	
51	38	37	-3.0764	0.6003	0.0986	0.1014	
90	63	59	-1.6692	0.7128	0.0854	0.1146	
92	64	61	-1.1684	0.8715	0.0978	0.1022	
98	65	66	-3.1225	0.5963	0.0775	0.1225	
103	68	69	-3.1066	0.5991	0.0972	0.1028	
122	81	80	-3.1298	0.5965	0.0822	0.1178	
X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X							

***** VETOR PI DOS LIMITES DAS TENSÕES *****

X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X		PI		S	
BARRA	TIPO	LIM. SUP.	LIM. INF.	LIM. SUP.	LIM. INF.
X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X					
1	2	-0.1019	0.0959	0.0669	0.1331
2	0	-0.1005	0.0972	0.0799	0.1201
3	0	-0.0991	0.0986	0.0837	0.1163
4	-1	-0.0991	0.0986	0.0741	0.1259
5	0	-0.0993	0.0985	0.0686	0.1314
6	-1	-0.0999	0.0978	0.0781	0.1219
7	0	-0.1005	0.0972	0.0748	0.1252
8	-1	-0.1010	0.0969	0.0549	0.1451
9	0	-0.1009	0.0972	0.0471	0.1529
10	1	-0.0980	0.0998	0.0738	0.1262
11	0	-0.1004	0.0973	0.0767	0.1233
12	-1	-0.0990	0.0987	0.0872	0.1128
13	0	-0.0992	0.0984	0.0931	0.1069
14	0	-0.1010	0.0967	0.0753	0.1247
15	-1	-0.0989	0.0988	0.0876	0.1124
16	0	-0.1006	0.0971	0.0779	0.1221
17	0	-0.0995	0.0982	0.0741	0.1259
18	-1	-0.0987	0.0990	0.0883	0.1117
19	-1	-0.0988	0.0989	0.0895	0.1105
20	0	-0.0979	0.0998	0.0966	0.1034
21	0	-0.0975	0.1002	0.0980	0.1020
22	0	-0.0975	0.1001	0.0907	0.1093
23	0	-0.0980	0.0997	0.0705	0.1295
24	0	-0.0974	0.1003	0.0708	0.1292
25	1	-0.0986	0.0993	0.0527	0.1473
26	1	-0.0996	0.0983	0.0549	0.1451
27	-1	-0.0971	0.1005	0.0872	0.1128
28	0	-0.0968	0.1009	0.0956	0.1044
29	0	-0.0970	0.1007	0.0967	0.1033
30	0	-0.1006	0.0973	0.0543	0.1457
31	1	-0.0973	0.1004	0.0939	0.1061
32	-1	-0.0974	0.1003	0.0894	0.1106
33	0	-0.0992	0.0984	0.0874	0.1126
34	0	-0.1005	0.0972	0.0741	0.1259
35	0	-0.1002	0.0975	0.0791	0.1209
36	-1	-0.1001	0.0976	0.0796	0.1204
37	0	-0.1009	0.0968	0.0690	0.1310
38	0	-0.1001	0.0978	0.0557	0.1443
39	0	-0.0989	0.0987	0.0935	0.1065
40	-1	-0.0985	0.0992	0.0959	0.1041
41	0	-0.0978	0.0998	0.1019	0.0981
42	-1	-0.0975	0.1002	0.0928	0.1072
43	0	-0.0994	0.0983	0.0856	0.1144
44	0	-0.0988	0.0989	0.0871	0.1129
45	0	-0.0984	0.0993	0.0895	0.1105
46	1	-0.0989	0.0988	0.0756	0.1244
47	0	-0.0990	0.0988	0.0640	0.1360
48	0	-0.0991	0.0987	0.0623	0.1377
49	1	-0.0992	0.0987	0.0589	0.1411
50	0	-0.0983	0.0994	0.0719	0.1281
51	0	-0.0971	0.1005	0.0919	0.1081

52	0	-0.0968	0.1009	0.0982	0.1018
53	0	-0.0966	0.1010	0.0997	0.1003
54	1	-0.0975	0.1002	0.0851	0.1149
55	-1	-0.0974	0.1003	0.0870	0.1130
56	-1	-0.0974	0.1003	0.0866	0.1134
57	0	-0.0976	0.1000	0.0834	0.1166
58	0	-0.0971	0.1005	0.0918	0.1082
59	1	-0.0977	0.1000	0.0741	0.1259
60	0	-0.0985	0.0994	0.0604	0.1396
61	1	-0.0987	0.0992	0.0569	0.1431
62	-1	-0.0984	0.0994	0.0611	0.1389
63	0	-0.0978	0.0999	0.0717	0.1283
64	0	-0.0985	0.0993	0.0610	0.1390
65	1	-0.0993	0.0986	0.0529	0.1471
66	1	-0.0998	0.0984	0.0432	0.1568
67	0	-0.0987	0.0992	0.0575	0.1425
68	0	-0.0990	0.0991	0.0464	0.1536
69	-1	-0.0999	0.0983	0.0420	0.1580
70	-1	-0.0990	0.0987	0.0738	0.1262
71	0	-0.0989	0.0988	0.0763	0.1237
72	-1	-0.0982	0.0995	0.0828	0.1172
73	-1	-0.0989	0.0988	0.0792	0.1208
74	-1	-0.0981	0.0996	0.0831	0.1169
75	0	-0.0980	0.0997	0.0810	0.1190
76	-1	-0.0976	0.1001	0.0857	0.1143
77	-1	-0.0985	0.0993	0.0632	0.1368
78	0	-0.0982	0.0995	0.0678	0.1322
79	0	-0.0984	0.0994	0.0662	0.1338
80	1	-0.0998	0.0982	0.0484	0.1516
81	0	-0.0984	0.0997	0.0485	0.1515
82	0	-0.0975	0.1003	0.0674	0.1326
83	0	-0.0974	0.1004	0.0637	0.1363
84	0	-0.0969	0.1009	0.0589	0.1411
85	-1	-0.0972	0.1008	0.0502	0.1498
86	0	-0.0973	0.1005	0.0670	0.1330
87	1	-0.0992	0.0986	0.0727	0.1273
88	0	-0.0977	0.1011	0.0283	0.1717
89	1	-0.0886	0.1007	0.0003	0.1997
90	-1	-0.0962	0.1022	0.0358	0.1642
91	-1	-0.0967	0.1015	0.0408	0.1592
92	-1	-0.0980	0.1005	0.0334	0.1666
93	0	-0.0974	0.1006	0.0524	0.1476
94	0	-0.0976	0.1003	0.0625	0.1375
95	0	-0.0970	0.1008	0.0751	0.1249
96	0	-0.0978	0.1000	0.0682	0.1318
97	0	-0.0984	0.0994	0.0631	0.1369
98	0	-0.0990	0.0989	0.0571	0.1429
99	-1	-0.0992	0.0987	0.0586	0.1414
100	1	-0.0991	0.0989	0.0506	0.1494
101	0	-0.0976	0.1003	0.0552	0.1448
102	0	-0.0977	0.1005	0.0414	0.1586
103	1	-0.0989	0.0989	0.0618	0.1382
104	-1	-0.0970	0.1007	0.0844	0.1156
105	-1	-0.0970	0.1007	0.0841	0.1159
106	0	-0.0968	0.1008	0.0889	0.1111
107	-1	-0.0970	0.1007	0.0915	0.1085
108	0	-0.0968	0.1008	0.0903	0.1097
109	0	-0.0967	0.1009	0.0926	0.1074
110	-1	-0.0968	0.1008	0.0953	0.1047
111	1	-0.0974	0.1003	0.0868	0.1132
112	-1	-0.0966	0.1010	0.1014	0.0986
113	-1	-0.0991	0.0986	0.0814	0.1186
114	0	-0.0970	0.1007	0.0932	0.1068
115	0	-0.0969	0.1007	0.0934	0.1066
116	-1	-0.0989	0.0991	0.0479	0.1521
117	0	-0.1009	0.0967	0.0822	0.1178
118	0	-0.0974	0.1002	0.0893	0.1107
X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X					