UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE FILOSOFIA, CIÊNCIAS E LETRAS

ESPALHAMENTO INELÁSTICO DE ELETRONS NO Be^9

Tese de Livre-Docência apresentada à Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da Universidade de São Paulo, para a Cadeira de Física Geral e Experimental.

IVAN CUNHA NASCIMENTO

SÃO PAULO
1969

Dedicado a

DIRCÉ

GISELA, IVAN e NELSON

Desejo agradecer:

Ao Prof. José Goldemberg por ter tornado possível meu estágio na Universidade de Saskatchewan, Saskatoon, Canadá, onde esta experiência foi realizada, bem como pelas valiosas discussões relacionadas com o presente trabalho.

Ao prof. L. Katz, pelo convite para estagiar em Saskatoon como Físico Visitante e pela hospitalidade que me foi dispensada no Laboratório do Acelerador Linear.

Ao prof. H. Caplan, chefe do grupo de espalhamento de eletrons pelo apôio dispensado à realização desta experiência.

A vários colegas que conheci em Saskatoon e ao estudante graduado Cho Fai Wong , pelo auxílio na tomada de dados.

A vários colegas dêste Departamento, especialmente ao prof. G. Moscati, pelo incentivo proporcionado à realização desta tese.

Ao Bel. J. Simon e em geral ao Setor de Matemática Pura e Aplicada da Cadeira de Física Nuclear, pelo auxílio na programação de cálculos, bem como pelo uso do computador.

Finalmente, agradeço à Cecília S. Schwarz e Geraldo Nunes o auxílio para a impressão desta tese.

INDICE

CAPITULO 1

I - INTRODUÇÃO

A estrutura nuclear tem sido investigada utilizando-se inúmeros métodos, dentre os quais a interação de campos eletromagnéticos com o núcleo atômico.

Apesar de haverem sido realizadas algumas experiências em que foram utilizados raios gama de substâncias radiativas para o bombardeio do núcleo, as investigações só se desenvolveram após a invenção do Betatron. Com o funcionamento dos Betatrons, passou-se a dispor de fontes intensas de fotons ou eletrons cujas energias podiam ser variadas com facilidade.

As experiências com Betatrons entretanto, foram feitas quase que exclusivamente com feixes de fotons de bremsstrahlung e como êstes feixes apresentam um espectro contínuo de energias as secções de choque das reações estudadas sòmente podiam ser obtidas utilizando-se processos complicados de análise que introduziam êrros grandes nos valores obtidos. Os trabalhos com feixes de eletrons obtidos de Betatrons foram poucos e a causa disto foi a maior facilidade na obtenção de feixes de fotons e ao campo aberto que representava a interação de fotons com a matéria. Por outro lado, a dificuldade na extração dos feixes de eletrons e as suas baixas intensidades limitaram o seu uso.

Dentre as experiências feitas com feixes de eletrons provenientes de Betatrons, destaca-se a de Lyman, Hanson e Scott (Ly 51), que pela primeira vez verificaram que as secções de choque para espalhamento de eletrons por núcleos se afastavam dos valores preditos pela secção de choque de Mott. Esta pode ser considerada a experiência pioneira de espalhamento de eletrons e abriu caminho para as experiências posteriores de Hofstadter e outros.

Na década de 50, com o desenvolvimento dos aceleradores lineares, o estudo da interação de eletrons com núcleos teve grande desenvolvimento. Os aceleradores lineares representaram um grande progresso em relação aos Betatrons devido à facilidade na extração de feixe do acelerador e intensidade várias ordens de grandeza acima das de Betatrons que desta forma foram sendo abandonados como instrumentos de pesquisa em Física Nuclear.

A utilização do espalhamento de eletrons como meio de investigação da estrutura do núcleo constitui um dos métodos mais poderosos da Física Nuclear. Justifica-se esta afirmação lembrando que a interação dos eletrons com o núcleo é predominantemente eletromagnética e portanto bem conhecida. Desta forma o processo de espalhamento é em princípio, completamente calculável desde que as funções de onda dos estados inicial e final do núcleo sejam conhecidas. Por outro lado, como a interação é relativamente fraca, de ordem $\alpha = \frac{1}{137}$, o estudo do núcleo pode ser feito sem que se perturbe muito sua estrutura. O conhecimento de interação permite então na análise dos resultados de uma determinada experiência separar os efeitos provenientes da interação com o núcleo dos efeitos da estrutura nuclear. No cálculo da secção de choque como veremos mais adiante, o termo que contém tôdas informações sôbre a estrutura nuclear é chamado de fator de forma. Desta forma a análise dos dados experimentais se torna bem mais objetiva do que no caso de experiências com partículas pesadas onde a interação com o núcleo não sendo bem conhecida torna mais difícil o cálculo teórico, bem como a interpretação dos dados experimentais.

Outra característica do espalhamento de eletrons por núcleos, é a possibilidade de variação do momento q transferido ao núcleo, para a mesma transferência de energia E. q é um vetor

de três componentes e está ligado a Δ que é a transferência de momento a 4 componentes pela relação

$$\Delta^2 = \underset{\sim}{q}^2 - E^2 \qquad \hbar = c = 1$$

Nas reações fotonucleares $|q| = E$ e nêste caso $\Delta = 0$ e para E fixo, q só pode ter um valor. No caso do espalhamento de eletrons para E fixo, pode-se variar q com a única condição de que

$$\Delta^2 = q^2 - E^2 > 0$$

ou seja que o quadrivetor de transferência de momento seja "space -like". Desta forma, pode-se estudar o comportamento dos elementos de matriz da transição em função de q e assim pode-se conhecer a distribuição espacial estática da carga, corrente e magnetização nucleares quando se estuda o espalhamento elástico e das respectivas densidades de transição quando se estuda o espalhamento inelástico. Para isto é necessário tomar-se as transformadas de Fourier dos elementos de matriz ou o que é equivalente dos fatores de forma como veremos na parte teórica. Por outro lado, fatores de forma podem ser calculados tomando-se como base modelos nucleares e a comparação dêstes fatores de forma teóricos com os obtidos experimentalmente, permite um teste rigoroso dos modelos usados.

Pelas considerações acima pode-se dizer que o espalhamento de eletrons, tanto elástico como inelástico, constitui uma fonte muito rica de informações sôbre a estrutura nuclear.

Além do espalhamento de eletrons são importantes também as experiências de eletrodesintegração nuclear. A diferença entre os dois processos é feita sòmente por conveniência. No espalhamento de eletrons mede-se a secção de choque total de espalhamento elástico ou de absorção total por um determinado nível (espa-

lhamento inelástico) sem nos preocuparmos com as partículas emitidas pelo núcleo após a absorção. No caso da eletrodesintegração, as partículas detetadas são o produto da reação nuclear e não se deteta o eletron espalhado. A informação obtida é a secção de choque para uma determinada reação ($e, e'x$). Uma informação mais importante seria proporcionada pela medida em coincidência do eletron e do produto da reação, mas estas experiências são difíceis devido ao baixo "duty cycle" dos aceleradores existentes e as baixas intensidades do feixe. Com o início do funcionamento dos aceleradores de Saclay e do M.I.T., estas experiências poderão ser realizadas constituindo êste um campo ainda completamente virgem para ser explorado.

Nêste trabalho estaremos interessados primordialmente no espalhamento inelástico de eletrons pelo Be^9 e secundàriamente no seu espalhamento elástico.

O esquema e níveis de energia do Be^9 dado por Ajzenberg--Selove (Aj 66), é mostrado na Fig. 1.

Os níveis de 1,67 Mev, 2,47 Mev e 6,4 Mev foram investigados por Nguyen Ngoc e Perez y Jorba (Ng 63), e correspondem aos níveis de 1,67, 2,43 e 6,66 Mev da Fig. 1. Suas conclusões são as seguintes :

a) o nível de 1,67 tem spin 1/2 e paridade + e é excitado a partir do estado fundamental por uma transição de dipolo elétrico coulombiano.

b) O nível de 2,47 Mev tem spin 5/2, paridade - e é excitado por uma transição de quadrupolo elétrico coulombiano.

c) Ao nível de 6,47 Mev foi atribuido spin 7/2, paridade negativa e a transição é de quadripolo elétrico.

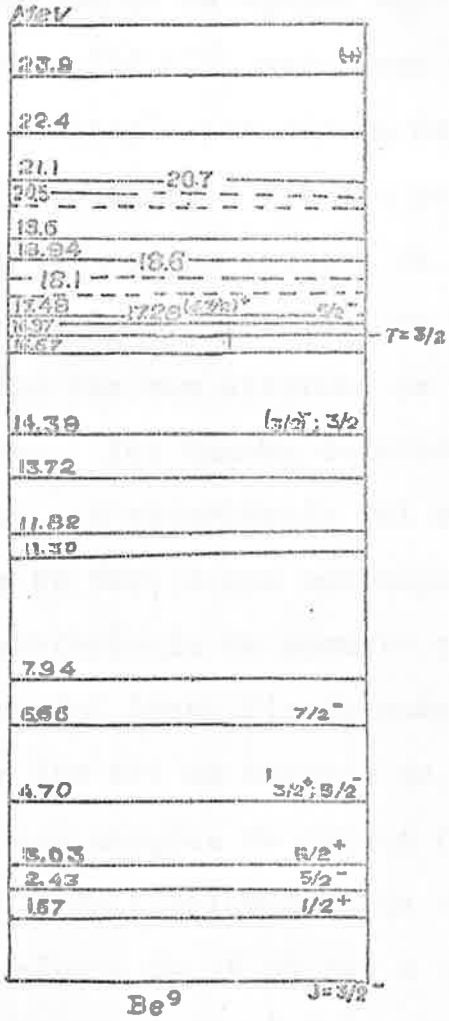


FIG. 1 NÍVEIS DO Be^9

Os resultados acima concordam com os obtidos em outras experiências. Bernheim, Stovall e Vinciguerra (Be 67), determinaram recentemente o fator de forma para o nível de 2,43 Mev e estenderam a medida do fator de forma até 2,5 F^{-1}. Os resultados concordam com os de Nguyen Ngoc e Perez y Jorba.

Edge e Petersen (Ed 62), estudaram um nível de 14,7 Mev ao qual atribuiram excitação por dipolo magnético e cujo spin seria portanto menor ou igual a 5/2 e a paridade seria negativa. Este nível é o de 14,39 Mev no esquema da Fig. 1.

Clerc, Wetzel e Spamer (Cl 66), em trabalho recente excitaram pela primeira vez com eletrons os níveis de 16,65 Mev, 16,97 Mev e 17,50 Mev. Foi também detetado um novo nível na energia de 15,99 Mev. A experiência foi realizada entre a energia de 40 Mev e 60 Mev, o que corresponde para o nível de 14,38 Mev a uma transferência de momento q = 0,30 F^{-1} 0,42 F^{-1}. O nível de 14,38 Mev foi identificado como o mesmo observado por Edge e Petersen (Ed 62) na energia de 14,7 Mev. Baseando-se na dependência das secções de choque Clerc, Wetzel e Spamer concluem por atribuir multipolaridade de dipolo magnético às transições para os níveis de 14,38 Mev e 16,97 Mev e quadripolo magnético para os níveis de 16,65 Mev e 17,50 Mev, apesar de não ficar excluido que as transições possam ser de "spin-flip" (explicação no Capítulo 5). As paridades correspondentes são negativa para os níveis de 14,38 Mev e 16,97 Mev e positiva para os outros dois. Os spins são respectivamente $\leq \frac{5}{2}$ e $\leq \frac{7}{2}$. Neste mesmo trabalho são determinados também os raios de transição e as larguras radiativas.

Os outros níveis que aparecem no esquema da Fig. 1 ainda não foram detetados em experiências de espalhamento de eletrons,

talvez devido às suas baixas secções de choque e a dificuldades experimentais.

A presente experiência foi realizada utilizando o Acelerador Linear da Universidade de Saskatchewan, Saskatoon, Canadá e seu objetivo, medir os fatores de forma dos níveis de 14,38 Mev e 17,50 Mev do Be^9 na região de transferências do momento entre 0,47 F^{-1} e 1,08 F^{-1}, obtendo-se assim dados experimentais que pudessem ser comparados com cálculos teóricos baseados em modêlos nucleares.

Pode-se mostrar que para pequenas transferências de momento o fator de forma se torna muito pouco sensível ao modêlo assumido para a estrutura do núcleo (Herman e Hofstadter (He 60)). Desta forma é de interêsse determinar-se os fatores de forma para grandes transferências de momento e sob êste ponto de vista procuramos utilizar ao máximo as potencialidades do acelerador.

Neste trabalho são obtidas também as larguras radiativas para emissão ao estado fundamental e os raios de transição dos níveis considerados, comparando-se os resultados com os existentes na literatura. É esclarecido também o caráter das transições eliminando a hipótese de "spin-flip".

No Capítulo 2 apresentamos um resumo da teoria do espalhamento baseado principalmente no trabalho de Uberall (Ub 68) com a finalidade de tornar mais fácil a compreensão do trabalho.

No Capítulo 3, descrevemos sucintamente o equipamento para medidas de espalhamento de eletrons, instalado na Universidade de Saskatchewan, tendo sido utilizados desenhos e dados de Reports do Laboratório do Acelerador Linear da Universidade de Saskatchewan (G.A. Beer - PhD Thesis - Report nº 6 Nov. 66 e T.E. Drake - PhD Thesis - Report nº 7,June 67).

No Capítulo 4 é explicado o procedimento usado no tratamento dos dados experimentais.

Finalmente no Capítulo 5, apresentamos os resultados experimentais, sua discussão e conclusão.

CAPITULO 2

TEORIA

2.1 - INTRODUÇÃO

Quando se irradia um determinado alvo com eletrons temos espalhamento elástico e inelástico de eletrons pelos núcleos do alvo e também espalhamento de eletrons pelos eletrons dos átomos, emissão de fotons e ionização.

A emissão de fotons associada ao processo de espalhamento constitui o que se chama de correção radiativa e é tratado em outra parte dêste trabalho. O espalhamento de eletrons por eletrons constitui um efeito pequeno que será desprezado. Desta forma trataremos aqui do espalhamento elástico e inelástico de eletrons por núcelos atômicos e apresentaremos os resultados sòmente em aproximação de Born ou seja para núcleos com $Z\alpha << 1$, (α = 1/137).

No espalhamento de eletrons podemos distinguir várias regiões que devem ser tratadas separadamente. Quando se irradia com eletrons um núcleo qualquer e mede-se o espectro dos eletrons espalhados, após feitas as correções devidas à ionização e correções radiativas obtém-se um espectro cujo aspecto geral é o da Fig. 2.. Neste espectro esquemático podemos distinguir as seguintes regiões: espalhamento elástico, espalhamento inelástico para níveis discretos e a região de espalhamento quasi-elástico. Acima desta energia temos a região de produção de mesons. A região de espalhamento para níveis discretos pode ainda ser dividida em duas partes, sendo que em uma temos níveis bastante separados e na outra os níveis energéticos se sobrepõem é a chamada região da ressonância gigante.

Na região da ressonância gigante o espalhamento de eletrons constitui um método bastante conveniente para seu estudo devido ao

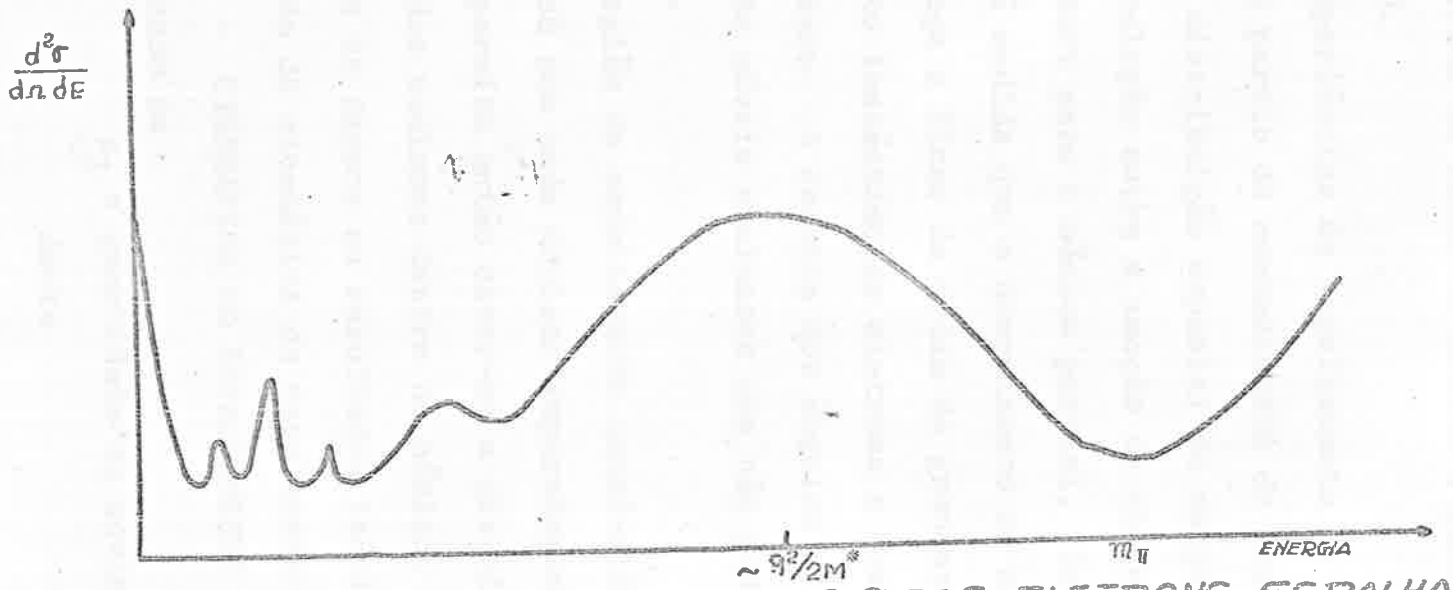


FIG. 2 ESPECTRO IDEALIZADO DOS ELETRONS ESPALHADOS

fato de que a variação do fator de forma com a transferência do momento muitas vêzes é diferente para níveis adjacentes podendo-se desta forma favorecer-se um ou outro, escolhendo convenientemente as energias de bombardeamento e os respectivos ângulos.

No espalhamento elástico o eletron incidente cede ao núcleo parte de sua energia cinética e o núcleo sofre um recuo. A energia transferida ao núcleo aparece sòmente sob a forma de energia cinética no recuo do núcleo e portanto a energia de excitação E = 0.

As experiências de espalhamento de eletrons por núcleos permitem, a partir do conhecimento do fator de forma, a determinação da distribuição espacial da carga do núcleo. O fator de forma é a relação entre a secção de choque real e a secção de choque de Mott para o núcleo pontual. Este afastamento torna-se detetável à medida que o comprimento de onda dos eletrons incidentes começa a ficar da ordem de grandeza do núcleo. Para o espalhamento inelástico de eletrons a energia de excitação é maior que zero. A escolha dos ângulos e das energias permite a excitação de níveis nucleares que não podiam antes ser excitados com fotons.

Na região de espalhamento quasi-elástico a interação do eletron se dá com cada nucleon separadamente e a forma da secção de choque permite então obter-se a distribuição da quantidade de movimento dos nucleons dentro do núcleo.

Antes de darmos os resultados teóricos faremos primeiramente um estudo da cinemática do espalhamento de eletrons.

2.2 - CINEMATICA DO ESPALHAMENTO DE ELETRONS

Chamando de

$\underset{\sim}{p}_1$ = quantidade de movimento do eletron incidente

$\underset{\sim}{p}_2$ = quantidade de movimento do eletron espalhado

$$\underset{\sim}{p_1} = \hbar \underset{\sim}{k_1} \qquad \underset{\sim}{q} = \underset{\sim}{k_2} - \underset{\sim}{k_1} \qquad (2.1)$$
$$\underset{\sim}{p_2} = \hbar k_2$$

$\underset{\sim}{k_2}$ e $\underset{\sim}{k_1}$ são os vetores de propagação dos eletrons incidente e espalhado.

$\underset{\sim}{q}$ é o tri-vetor de transferência da quantidade de movimento.

$$\Delta^2 = \underset{\sim}{q}^2 - E^2 \qquad (2.2)$$

E = energia transferida ao núcelo sob a forma de energia cinética mais energia de excitação.

Δ = quadrivetor de transferência de quantidade do movimento.

Para a energia temos:

$$E_1 = E_2 + E \qquad (2.3)$$

Sendo θ o ângulo de espalhamento temos para q, considerando

$$|\underset{\sim}{p_1}| = \frac{E_1}{c} \quad e \quad |\underset{\sim}{p_2}| = \frac{E_2}{c} \qquad (2.4)$$

$$\underset{\sim}{q} = \underset{\sim}{p_2} - \underset{\sim}{p_1}$$

$$\underset{\sim}{q}^2 = \frac{1}{\hbar^2 c^2}\left(E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2\cos\theta\right) \qquad (2.5)$$

Para estabelecer uma relação entre E_1, E_2 e a energia de excitação que chamaremos E_γ e ainda considerando a energia de recuo temos: energia total do núcleo após o espalhamento =

$$= \sqrt{(E_\gamma + Mc^2)^2 + \hbar^2 c^2 q^2} \qquad (2.6)$$

que é também igual a $(E_1 - E_2) + Mc^2$ (2.7)

igualando (6) a (7) e usando (4) temos as seguintes relações:

$$E_2 = \frac{E_1 - E_\gamma - \frac{E_\gamma^2}{2Mc^2}}{1 + \frac{2E_1}{Mc^2}\sin^2\frac{\theta}{2}} \qquad (2.8)$$

$$E_1 = \frac{E_2 + E_\gamma + \frac{E_\gamma^2}{2Mc^2}}{1 - \frac{2E_2}{Mc^2} \operatorname{sen}^2\theta/2} \qquad (2.9)$$

Para o espalhamento elástico $E_\gamma = 0$, a energia de recuo é dada por:

$$\Delta E = \frac{2E_1^2}{Mc^2} \; \frac{\operatorname{sen}^2\theta/2}{1 + \frac{2E_1}{Mc^2} \operatorname{sen}^2\theta/2} \qquad (2.10)$$

Para espalhamento a 180° temos para a transferência de - quantidade de movimento :

$$\hbar c q = E_2 + E_1$$

mas como $E_1 - E_2 \simeq E_\gamma$,

temos

$$\hbar c q = 2E_1 - E_\gamma$$

Portanto para $\theta = 180°$

$$q = \frac{1}{\hbar c} \left(2E_1 - E_\gamma \right) \qquad (2.11)$$

e para $\theta = 0°$

$$q = \frac{1}{\hbar c} E_\gamma \qquad (2.12)$$

Desta forma para $\theta = 0°$ temos o equivalente à fotodesintegração , isto é, para qualquer energia incidente temos sempre uma mesma transferência de quantidade de movimento q dependendo apenas da energia de excitação E_γ . Entretanto se $\theta \neq 0°$ para cada valor de E_γ podemos ter diferentes valores de q bastando para isto variar E_1 ou θ. Para $\theta = 180°$ podemos variar E_1 e neste caso conseguimos o maior valor de q para uma determinada energia. Em um acelerador como o que se está instalando em São Paulo cuja energia máxima com duas secções aceleradoras será de 80 Mev poderemos atingir uma transferência de quantidade de movimento da ordem de 140 $\frac{Mev}{c}$ para uma energia de excitação de 20 Mev, ou seja q da ordem de 0,7 F^{-1}.

Os efeitos de difração no espalhamento de eletrons começam a aparecer quando qR - 1 (v. Capítulo 5), sendo R o raio nuclear. Para um determinado núcleo de raio R com o aumento de q, como q está associado ao comprimento de onda do eletron incidente

$$q = \frac{1}{\hbar c}\left(2E_i - E_\gamma\right) \qquad \text{para } \theta = 180^\circ$$

(q é inversamente proporcional a λ)

começam a aparecer os efeitos da estrutura do núcleo. Assim é importante poder-se obter grandes trnasferências do momento tais que qR - 1 ou maior. Para um núcleo como o Be^9 o raio nuclear R é da ordem de 2,5 F, portanto com q - 0,5 já podemos ter efeitos de estrutura nuclear.

No acelerador linear de São Paulo considerando a limitação de q_{max} - 0,7 F^{-1} não será interessante a realização de experiências para núcleos muito leves.

2.3 - ESPALHAMENTO INELASTICO DE ELETRONS

O ofrmalismo para a interação eletromagnética de um eletron com um núcleo foi desenvolvido primeiramente por Schiff (Sc 54) em aproximação de Born de primeira ordem. A secção de choque para êste processo foi calculada também por Alder, Bohr, Huus, Mottelson e Whinther (Al 56) , Willey (Wi 63), de Forest e Walecka (Fo 66) e Uberall (Ub 68). Existem também vários artigos de revisão, tais como Barber (Ba 62), Goldemberg (Go 66) e outros.

Trataremos aqui apenas dos conceitos principais seguindo os tratamentos de de Forest e Walecka e de Uberall e Willey.

O eletron através de seu campo eletromagnético interage com a densidade de carga nuclear, com a densidade de corrente nuclear e com a densidade de magnetização nuclear. A hamiltoniana da interação é a seguinte :

$$H_{int} = \int d\tau \left[\rho(\underset{\sim}{r})\varphi(\underset{\sim}{r}) - \underset{\sim}{j}\cdot\underset{\sim}{A} - \underset{\sim}{\mu}\cdot\underset{\sim}{H}\right] \qquad (2.13)$$

onde

$e\rho(\underset{\sim}{r})$ = densidade de carga nuclear

$\varphi(\underset{\sim}{r})$ = potencial escalar

$e\underset{\sim}{j}(\underset{\sim}{r})$ = densidade de corrente nuclear

$e\underset{\sim}{\mu}(\underset{\sim}{r})$ = densidade de magnetização nuclear

$\underset{\sim}{A}(\underset{\sim}{r})$ é o potencial vetor e $\underset{\sim}{H} = \underset{\sim}{\nabla} \times \underset{\sim}{A}$

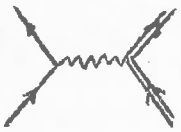
O termo $\rho(\underset{\sim}{r})\ \varphi(\underset{\sim}{r})$ representa a interação coulombiana que se dá através do campo elétrico e pode ser pensada como representando a absorção de fotons virtuais longitudinais.

O termo $\underset{\sim}{j}(\underset{\sim}{r})\cdot\underset{\sim}{A}(\underset{\sim}{r})$ representa a interação com as correntes nucleares e leva em conta também a interação com o momento magnético orbital pois $\underset{\sim}{j} = \underset{\sim}{j}_N + \underset{\sim}{\nabla} \times \underset{\sim}{\mu}_N$

A interação $\underset{\sim}{\mu}(\underset{\sim}{r}) \cdot \underset{\sim}{A}(\underset{\sim}{r})$ representa a interação do eletron com a densidade de magnetização nuclear ou seja, com o momento magnético de spin.

As interações com as correntes e com os momentos magnéticos nucleares se dão através do campo magnético e podem ser representadas pela absorção de fotons transversais.

O cálculo feito em aproximação de Born de primeira ordem representado pelo diagrama de Feynman abaixo, conduz à seguinte fórmula para a secção de choque:



$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{k_2}{k_1}\ \frac{8\pi\alpha^2}{\Delta^4}\left\{ V_\ell(\theta)\sum_{\lambda=0}^{\infty}\left|F_\lambda^c(q)\right|^2 + V_t(\theta)\sum_{\lambda=1}^{\infty}\left[\left|F_\lambda^e(q)\right|^2 + \left|F_\lambda^m(q)\right|^2\right]\right\}\eta_r$$

(2.14)

$$\eta_r = \left[1 + \frac{2E_1 \operatorname{sen}^2\theta/2}{Mc^2}\right]^{-1}$$

Mc^2 = massa do núcleo

E_1 = energia do eletron incidente

sendo

$$F_\lambda^c(q) = \frac{1}{\hat{J}_0} \langle J \| M_\lambda^c(q) \| J_0 \rangle \qquad (2.15)$$

$$F_\lambda^e(q) = \frac{1}{\hat{J}_0} \langle J \| M_\lambda^e(q) \| J_0 \rangle \qquad (2.16)$$

$$F_\lambda^m(q) = \frac{1}{\hat{J}_0} \langle J \| M_\lambda^m(q) \| J_0 \rangle \qquad (2.17)$$

$\alpha = 1/137$ $\qquad$ J_0 = spin do estado inicial

$\hat{J}_0 = (2J_0+1)^{1/2}$ $\qquad$ J = spin do estado final

λ = multipolaridade da transição

$F_\lambda^c(q)$, $F_\lambda^e(q)$ e $F_\lambda^m(q)$ são chamados respectivamente de :

fator de forma coulombiano ou longitudinal

fator de forma transversal elétrico

e fator de forma transversal magnético.

Multiplicando os fatores de forma temos na fórmula (2.14) os coeficientes cinemáticos $V_\ell(\theta)$ e $V_t(\theta)$ cujas expressões são as seguintes :

$$V_\ell(\theta) = \frac{\Delta^4}{q^4} 2k_1k_2 \cos^2\theta/2 \qquad (2.18)$$

$$V_t(\theta) = \frac{2k_1k_2}{q^2} \sin^2\frac{\theta}{2} \left[(k_1+k_2)^2 - 2k_1k_2 \cos^2\frac{\theta}{2}\right] \qquad (2.19)$$

Os fatores de forma como mostram as relações (2.15), (2.16) e (2.17) são os elementos de matriz reduzida dos operadores M_λ^e, M_λ^ℓ e M_λ^m. Os elementos de matriz reduzida são definidos pelo teorema de Wigner-Eckart :

$$\langle J_f \| M_\lambda \| J_i \rangle = \hat{J}_f \frac{\langle J_f \mu_f | M_{\lambda\mu} | J_i \mu_i \rangle}{(J_i \mu_i, \lambda\mu | J_f \mu_f)} \qquad (2.20)$$

onde $(J_i \mu_i, \lambda \mu | J_f \mu_f)$ é um coeficiente de Clebsch--Gordon que contém a dependência do elemento de matriz do operador $M_{\lambda\mu}$ em relação aos números quânticos magnéticos.

O operador $M^c_{\lambda\mu}$ é dado pela seguinte expressão:

$$M^c_{\lambda\mu}(q) = \int d\tau\, \rho(\underset{\sim}{r})\, j_\lambda(qr)\, Y_{\lambda\mu}(\hat{r}) \tag{2.21}$$

sendo $j_\lambda(qr)$ = função esférica de Bessel de ordem λ

$Y_{\lambda\mu}(\hat{r})$ = harmônicos esféricos.

Para os operadores $M^e_{\lambda\mu}(q)$ e $M^m_{\lambda\mu}(q)$ temos:

$$M^e_{\lambda\mu}(q) = \frac{1}{q}\int d\tau \left\{ \left[\underset{\sim}{\nabla} \times \left[j_\lambda(qr)\, \underset{\sim}{X}_{\lambda\mu}(\hat{r}) \right] \right] \right\} \tag{2.22}$$

$$M^m_{\lambda\mu}(q) = \int d\tau \left[j_\lambda(qr)\, \underset{\sim}{X}_{\lambda\mu}(\hat{r}) \right. \tag{2.23}$$

$\underset{\sim}{X}_{\lambda\mu}(\hat{r})$ são os harmônicos esféricos vetoriais dados por :

$$\underset{\sim}{X}_{\lambda\mu}(\hat{r}) = \underset{\sim}{Y}^{\mu}_{\lambda\lambda 1}(\hat{r}) = \frac{\underset{\sim}{L}\, Y_{\lambda\mu}(\hat{r})}{[\lambda(\lambda+1)]^{1/2}} \tag{2.24}$$

A corrente nuclear total $j(\underset{\sim}{r})$ pode ser decomposta em uma parte orbital e uma parte proveniente dos momentos magnéticos intrínsecos dos nucleons:

$$\underset{\sim}{j}(\underset{\sim}{r}) = \underset{\sim}{j}_N(\underset{\sim}{r}) + \underset{\sim}{\nabla} \times \underset{\sim}{\mu}(\underset{\sim}{r}) \tag{2.25}$$

Desta forma os operadores acima podem ser decompostos da seguinte maneira :

$$M^{e}_{\lambda\mu}(q) = M^{ej}_{\lambda\mu}(q) + M^{e\mu}_{\lambda\mu}(q) \tag{2.26}$$

onde $M^{ej}_{\lambda\mu}(q)$ apresenta a contribuição da corrente nuclear e $M^{e\mu}_{\lambda\mu}(q)$ a contribuição do momento magnético intrínseco para a corrente nuclear ; e também :

$$M^{m}_{\lambda\mu}(q) = M^{mj}_{\lambda\mu}(q) + M^{m\mu}_{\lambda\mu}(q) \tag{2.27}$$

que representam respectivamente as contribuições do momento magnético orbital e do momento magnético intrínseco.

As expressões para os quatro operadores acima são as seguintes :

$$M^{ej}_{\lambda\mu}(q) = \frac{1}{q}\int d\tau \left[\underset{\sim}{\nabla} \times j_\lambda(qr)\, \underset{\sim}{X}_{\lambda\mu}(\hat{r})\right] \cdot \underset{\sim}{j}(\underset{\sim}{r}) \tag{2.28}$$

$$M^{e\mu}_{\lambda\mu}(q) = q\int d\tau \left[j_\lambda(qr)\, \underset{\sim}{X}_{\lambda\mu}(\hat{r})\right] \cdot \underset{\sim}{j}(\underset{\sim}{r}) \tag{2.29}$$

$$M^{mj}_{\lambda\mu}(q) = \int d\tau \left[j_\lambda(qr)\, \underset{\sim}{X}_{\lambda\mu}(\hat{r})\right] \cdot \underset{\sim}{j}(\underset{\sim}{r}) \tag{2.30}$$

$$M^{m\mu}_{\lambda\mu}(q) = \int d\tau \left[\underset{\sim}{\nabla} \times j_\lambda(qr)\, \underset{\sim}{X}_{\lambda\mu}(\hat{r})\right] \cdot \underset{\sim}{\mu}(\underset{\sim}{r}) \tag{2.31}$$

As regras de seleção p ara spins e paridades, obtidos das propriedades dos operadores são as seguintes :

- a ordem λ da transição multipolar deve estar compreendida entre $|J_0 + J|$ e $|J_0 - J|$ ou seja

$$|J_0 - J| \leq \lambda \leq |J_0 + J|$$

- para multipolos elétricos coulombianos

$$\Delta\pi = (-1)^{\lambda} \qquad \lambda \geq 0$$

- para multipolos elétricos transversais

$$\Delta\pi = (-1)^{\lambda} \qquad \lambda \geq 1$$

- para multipolos magnéticos

$$\Delta\pi = (-1)^{\lambda+1} \qquad \lambda \geq 1$$

Notamos que podemos ter transição de monopolo sòmente para multipolos coulombianos pois para multipolos transversais provenientes de troca de fótons transversais ou seja da parte transversal do campo eletromagnético para a qual $\nabla \cdot \underset{\sim}{A}(\underset{\sim}{r}) = 0$ poderemos ter sòmente $\lambda \geq 1$. Isto acontece porque o fóton só pode carregar $\pm$ 1 unidade de momento angular na direção de propagação.

Além da aproximação de Born na obtenção da fórmula (2.14) são feitas as seguintes aproximações :

1) o núcleo é tratado não relativìsticamente. Esta aproximação é bôa desde que $\left(\frac{q}{M}\right)^3 << 1$

2) Despreza-se à massa do eletron e desta forma a fórmula não vale para $\theta = 0^o$ pois Δ se anula para $\theta = 0^o$.

A equação (2.14) pode ser reescrita de outra maneira, seguindo a notação de Alder et al , (Al 56),

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \alpha^2 \frac{q^{2\lambda}}{k_1} \frac{4\pi(\lambda+1)}{\lambda[(2\lambda+1)!!]^2} \left\{ \frac{\lambda}{\lambda+1} B(C\lambda,q) v_\ell(\theta) + \right. \tag{2.32}$$

$$\left. + \left[B(E\lambda,q) + B(M\lambda,q) \right] v_t(\theta) \right\}$$

Os valores de B , V e V estão relacionados com os correspondentes da fórmula (2.14) da seguinte maneira :

$$V_\ell(\theta) = 2k_1k_2\,(1-\cos\theta)^2\,\vartheta_\ell(\theta)$$
$$V_t(\theta) = 2k_1k_2\,(1-\cos\theta)^2\,\vartheta_t(\theta) \qquad (2.33)$$

e

$$B(C\lambda,q) = \alpha\, q^{-2\lambda}\left[(2\lambda+1)!!\right]^2 \left|F^c_\lambda(q)\right|^2 \qquad (2.34)$$

$$B(E\lambda,q) = \alpha\,\frac{\lambda}{\lambda+1}\, q^{-2\lambda}\left[(2\lambda+1)!!\right]^2 \left|F^\ell_\lambda(q)\right|^2 \qquad (2.35)$$

$$B(M\lambda,q) = \alpha\,\frac{\lambda}{\lambda+1}\, q^{-2\lambda}\left[(2\lambda+1)!!\right]^2 \left|F^m_\lambda(q)\right|^2 \qquad (2.36)$$

A partir dos valores de B pode-se obter as larguras radiativas dos níveis excitados para emissão ao estado fundamental:

$$g\Gamma = 8\pi \sum_{\lambda=1}^{\infty} \left(\frac{\lambda+1}{\lambda}\right)\left[(2\lambda+1)!!\right]^{-2} E_\gamma^{2\lambda+1}\left[B(E\lambda,E_\gamma)+B(M\lambda,E_\gamma)\right] \qquad (2.37)$$

$$g = \frac{\hat{J}}{\hat{J}_0}$$

Os valores de B devem ser calculados no ponto $q = \frac{E_\gamma}{\hbar c}$

e para foto absorção :

$$\int \sigma(k)\,dk = (2\pi)^3 \sum_{\lambda=1}^{\infty} \frac{\lambda+1}{\lambda}\left[(2\lambda+1)!!\right]^{-2} E_\gamma^{2\lambda-1}\left[B(E\lambda,E_\gamma)+B(M\lambda,E_\gamma)\right]$$

(2.38)

Estas duas fórmulas permitem determinar-se características da emissão e absorção de foton por níveis nucleares a partir do conhecimento dos fatores de forma dêstes níveis para o valor $q = \frac{E_\gamma}{\hbar c}$ onde E_γ é a energia do nível.

A secção de choque (2.14) pode ser colocada sob uma forma mais conveniente quando se deseja separar experimentalmente as partes longitudinal e transversal. Pode-se usar para isto a secção de choque de Mott para espalhamento elástico de eletrons por núcleos pontuais, que é a seguinte :

$$\sigma_M = \frac{\alpha^2}{4k_1^2} \frac{\cos^2\theta/2}{\operatorname{sen}^4\theta/2} \tag{2.39}$$

e considerando que

$$\Delta^2 = q^2 - \frac{E_\gamma}{\hbar c} = 4k_1k_2 \operatorname{sen}^2\frac{\theta}{2}$$

chega-se a:

$$\frac{d\sigma/d\Omega}{4\pi\,\sigma_M} = \frac{\Delta^4}{q^4}\left[F_\ell^2 + \frac{V_t}{V_\ell} F_t^2\right] \tag{2.40}$$

onde

$$\frac{V_t}{V_\ell} = \frac{q^2}{\Delta^2}\left[\frac{1}{2} + \frac{q^2}{\Delta^2} tg^2\frac{\theta}{2}\right]$$

$$F_\ell^2 = \sum_{\lambda=0}^{\infty} \left| F_\lambda^c(q)\right|^2$$

$$F_t^2 = \sum \left[\left|F_\lambda^e(q)\right|^2 + \left|F_\lambda^m(q)\right|^2\right]$$

Quando $E_\gamma^2 << \hbar^2 c^2 q^2$ o que p ara $q \gtrsim 0,3 F$ já é uma aproximação bastante bôa se $E_\gamma \sim 20$ Mev, Δ -q e temos:

$$\frac{d\sigma/d\Omega}{4\pi\,\sigma_M} = F_\ell^2 + \left(\frac{1}{2} + tg^2\frac{\theta}{2}\right) F_t^2 \qquad (2.41)$$

Portanto um gráfico de $\frac{d\sigma/d\Omega}{4\pi\,\sigma_M}$ em função de $\frac{1}{2} + tg^2\frac{\theta}{2}$ permite separar a contribuição longitudinal da transversal, sendo que isto deve ser feito para a mesma transferência do momento q.

O termo coulombiano em geral é uma ordem de grandeza maior do que os termos transversais entre 30° e 120°. Por outro lado o termo transversal é mais interessante de estudar pois permite excitar um número maior de níveis. Nas vizinhanças de θ=180° o termo transversal começa a predominar. Nêste ângulo V_ℓ = 0 e a parte longitudinal se anula. Além disso o espalhamento elástico é muito menor o que faz diminuir a cauda radiativa da qual falaremos no Capítulo de tratamento dos dados.

2.4 - ESPALHAMENTO ELÁSTICO

No espalhamento elástico não há transferência de energia de excitação ao núcleo, havendo sòmente transferência de energia de recuo. Desta maneira os estados inicial e final são os mesmos.

Considerando que $J_i = J_f = J_o$ na eq. (2.14) Griffy e Yu (Gr 65), mostram que

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \eta_r\,\sigma_M \Bigg\{ Z^2 |F_o(q)|^2 + \frac{q^4}{180}\frac{(J_o+1)(2J_o+5)}{J_o(2J_o+1)}\,\Omega^2 |F_\Omega(q)|^2 + \frac{q^2}{4M^2}\left(1+2\,tg^2\frac{\theta}{2}\right)\Bigg[\left(\frac{1}{3}\,\frac{J_o+1}{J_o}\,\mu^2 |F_{M1}(q)|^2\right) + \frac{2q^4}{4725}\,\frac{(J_o+1)(J_o+2)(2J_o+3)}{J_o(J_o-1)(2J_o-1)}\,\Omega^2 |F_{M3}(q)|^2\Bigg]\Bigg\} \qquad (2.24)$$

Sendo

$F_0(q)$ = fator de forma para monopolo coulombiano

$F_Q(q)$ = fator de forma para quadrupolo coulombiano

$F_{M1}(q)$ = fator de forma para dipolo magnético

$F_{M3}(q)$ = fator de forma para octopolo magnético

Q = momento nuclear esp ectroscópico do quadrupolo

μ = momento nuclear do dipolo magnético

Ω = momento nuclear do octopolo magnético

As regras de seleção permitem mostrar que nenhum outro termo pode aparecer na fórmula (2.42), exceto os magnéticos de ordem superior a 3a. e que são muito pequenos.

Como vemos só aparecem termos coulombianos e magnéticos. Usando-se as regras de seleção teremos: para termos longitudinais

$$|J_i - J_f| \leq \lambda \leq |J_i + J_f| \longrightarrow 0 \leq \lambda \leq 2J_0$$

e para termos transversais como λ só pode ser ≥ 1 temos

$$1 < \lambda \leq 2J_0$$

Como os estados inicial e final são os mesmos não há mudança da paridade e como $\Delta\Pi = (-1)^{\lambda}$ para os termos elétricos coulombianos e transversal isto elimina os multipolos da ordem ímpar e para os multipolos magnéticos como $\Delta\Pi = (-1)^{\lambda+1}$ ficam eliminados os da ordem par. Demonstra-se também [De Forest e Walecka,(Fo 65)] , que aplicando-se o princípio de invariança em relação ao tempo ao processo de espalhamento elástico ficam eliminados os multipolos elétricos transversais. Desta forma os únicos multipolos que podem contribuir são os coulombianos da ordem par e magnéticos da ordem ímpar. Para spin do núcleo J = 0 só temos o termo do monopolo coulombiano e a distribuição da car-

ga tem simetria esférica. Para $J_o = \frac{1}{2}$ poderemos ter também dipolo magnético e para $J_o = 3/2$ dipolo magnético e octopolo magnético. Este é o caso de Be^9 cujo spin do estado fundamental é $\frac{3}{2}$. Entretanto a contribuição magnética só começa a ser importante para transferências de momento q maiores do que $1 F^{-1}$. Há também uma contriuição de quadrupolo elétrico coulombiano sendo $Q = 3,8 F^2$ o melhor valor do momento de quadrupolo obtido por Bernheim , Stovall e Vinciguerra (Be 1967).

Para núcleos com spin $J_o = 0$ a eq. (2.42) se reduz a:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = Z^2 \eta_r \sigma_M \left| F_o(q) \right|^2 \tag{2.43}$$

Este é o caso do C^{12} que nêste trabalho será usado como padrão secundário como explicaremos na parte do tratamento de dados.

Utilizando-se as funções de onda do oscilador harmônico, a distribuição de carga do estado fundamental tem a seguinte expressão:

$$\rho(\underset{\sim}{r}) = \left[\frac{2Ze}{(2+3\alpha)(\pi b^2)^{3/2}} \right] \left[1 + \frac{\alpha r^2}{b^2} \right] e^{-\frac{r^2}{b^2}} \tag{2.44}$$

sendo b = parâmetro do oscilador harmônico $= \dfrac{1}{\sqrt{Mc^2 E_\gamma}}$

$$\alpha = \frac{Z-2}{3}$$

Utilizando-se (2.44) para o cálculo de $F_o(q)$

$$F_o(q) = \left[1 - \frac{\alpha^2 q^2 a^2}{2k(2+3\alpha)}\right] e^{-\frac{q^2 a^2}{4k^2}} \qquad (2.45)$$

com a = raio nuclear

$$k = \left[\frac{3}{2}\ \frac{2+5\alpha}{2+3\alpha}\right]^{1/2}$$

$$a = k\ b$$

Com êste modêlo o melhor ajuste de curva experimental do fator de forma para C^{12} é obtido com a = 2,24 F. Hofstadter (Ho 60).

2.5. - MODELOS NUCLEARES

Como já dissemos as informações sôbre a estrutura nuclear estão tôdas contidas nos fatores de forma ou seja nos elementos de matriz do operador de transição. O cálculo dêstes elementos de matriz baseia-se na admissão de um modêlo para o núcleo. Os modêlos mais usados são o modêlo de Goldhaber-Teller generalizado e o modêlo de camadas. O modêlo de camadas permite obter-se um acôrdo razoável quanto à dependência do elemento de matriz em relação a q mas a secção de choque calculada é em geral maior do que a obtida experimentalmente. O modêlo generalizado de Goldhaber-Teller supõe a existência no núcleo de quatro fluídos, sendo cada fluído constituido por um só tipo de partícula (neutron ou proton) com spin para cima ou para baixo, levando-se em conta, assim, seus spins. Os estados excitados representam a oscilação de quaisquer dêles dois dêstes fluídos contra os outros dois. Este modêlo pode descrever tão bem quanto o modêlo de camadas os resultados das experiências de espalhamento inelástico na região da ressonância gigante, tendo ainda como vantagem a maior simplicidade dos cálculos.

Para a comparação com os dados experimentais na região de energias abaixo da ressonância gigante pode-se aplicar o modêlo de Helm (He 56), ou o modêlo de Helm generalizado por Rosen, Raphael e Uberall (Ro 67). O modêlo de Helm se aplica sòmente às transições coulombianas. Rosen, Raphael e Uberall estenderam sua aplicabilidade às transições transversais e magnéticas. Pode-se dizer que o modêlo de Helm generalizado desempenha para as transições abaixo da ressonância gigante o mesmo papel que o modêlo de Goldhaber e Teller na ressonância gigante. Têm-se assim um modêlo aproximado e suas predições podem ser verificadas ràpidamente através de um ajuste com as curvas experimentais. Pode-se assim determinar as multipolaridades das transições bem como as larguras radiativas de níveis nucleares e obter-se expressões analíticas para o fator de forma mesmo para valores de q acima de 1 F^{-1}.

Nêste modêlo supõe-se que a densidade de carga de transição está concentrada na superfície nuclear e que é alargada por uma convolução gaussiana. Em outras palavras a densidade de carga de transição é uma função δ alargada por uma convolução gaussiana. A mesma suposição é feita também com relação à densidade de corrente nuclear de transição e à densidade de magnetização nuclear :

$$\rho(\underset{\sim}{r}) = \int \rho_0(\underset{\sim}{r} - \underset{\sim}{r}')\, \rho_1(\underset{\sim}{r}')\, d^3r' \qquad (2.46)$$

$$\underset{\sim}{j}(\underset{\sim}{r}) = \int \underset{\sim}{j}_0(\underset{\sim}{r} - \underset{\sim}{r}')\, \rho_1(\underset{\sim}{r}')\, d^3r' \qquad (2.47)$$

$$\underset{\sim}{\mu}(\underset{\sim}{r}) = \underset{\sim}{\mu}_0 \int \bar{\rho}_0(\underset{\sim}{r} - \underset{\sim}{r}')\, \rho_1(\underset{\sim}{r}')\, d^3r' \qquad (2.48)$$

onde:

a) $\rho_0(\underset{\sim}{r}) = Z\,\delta(\underset{\sim}{r} - \underset{\sim}{R})$

a carga concentrada na superfície do núcleo sendo R um vetor de posição cujo módulo é o raio de carga nuclear ;

b) $\rho_1(\underset{\sim}{r}) = (2\pi g^2)^{-3/2}\, e^{-r^2/2g^2}$

é a gaussiana de convolução, sendo g a espessura da superfície.

c) A corrente $\underset{\sim}{j}_0(\underset{\sim}{r})$ é determinada a partir da equação de continuidade $\nabla \cdot \underset{\sim}{j}_0(\underset{\sim}{r}) + \dot{\rho}_0(\underset{\sim}{r}) = 0$

d) $\underset{\sim}{\mu}_0$ é um vetor constante que depende dos spins e momentos magnéticos intrínsecos dos nucleons. Na expressão (2.48) o raio nuclear e a espessura da superfície nuclear são correspondentes à distribuição da matéria e não à distribuição da carga como nas equações (2.46) e (2.47).

$$\bar{\rho}_0(\underset{\sim}{r}) = A\,\delta(\underset{\sim}{r} - \underset{\sim}{\bar{R}})$$

Os resultados para os fatores de forma são os seguintes:

$$F_\lambda^c(q) = \beta(\lambda, J_0 J)\, f_1(q)\, j_\lambda(qR) \tag{2.49}$$

$$F_\lambda^e(q) = \left(\frac{\lambda+1}{\lambda}\right)^{1/2} \beta(\lambda, J_0 J)\, \frac{E_\gamma}{\hbar c q}\, f_1(q)\, j_\lambda(qR) + \gamma(\lambda 0, J_0 J)\, \frac{\hbar c q}{2Mc^2}\, \bar{f}_1(q)\, j_\lambda(qR) \tag{2.50}$$

$$F_\lambda^m(q) = -\frac{\hbar c q}{2Mc^2}\, \bar{f}_1(q) \left[\left(\frac{\lambda}{2\lambda+1}\right)^{1/2} \gamma(\lambda +, J_0 J)\, j_{\lambda+1}(q\bar{R}) + \left(\frac{\lambda+1}{2\lambda+1}\right)^{1/2} \gamma(\lambda -, J_0 J)\, j_{\lambda-1}(q\bar{R}) \right] \tag{2.51}$$

$$f_1(q) = e^{-g^2 q^2/2} \qquad \beta(\lambda, J_0 J) = \hat{J}_0^{-1} Z \langle J \| Y_\lambda(\hat{R}) \| J_0 \rangle_{médio}$$

$$\bar{f}_1(q) = e^{-\bar{g}^2 q^2/2} \qquad \gamma(\lambda\mu, J_0 J) = 2M i^\lambda A \hat{J}_0^{-1} \langle J \| \underset{\sim}{\mu}_0 \cdot \underset{\sim}{Y}_{\lambda,\lambda+\mu}(\hat{R}) \| J_0 \rangle_{médio}$$

$$\mu = 0, \pm 1$$

Os parâmetros $\beta(\lambda, J_0 J)$, $\gamma(\lambda 0, J_0 J)$, $\gamma(\lambda -, J_0 J)$ e $\gamma(\lambda +, J_0 J)$ são obtidos através de um ajuste da curva das equações (2.50), (2.51) e (2.52) com os valores experimentais. Os parâmetros β e γ são característicos dos níveis nucleares ao passo que R, $\bar{R}$ g e $\bar{g}$ devem ser independentes dos níveis e pode-se usar os do estado fundamental. Como se vê o ajuste das expressões acima aos valores experimentais permite obter-se os valores das multipolaridades λ das transições bem como o seu caráter, se elétrico ou magnético.

As larguras radiativas preditas pelo modêlo de Helm são as seguintes :

$$g\Gamma_e = 8\pi\alpha \frac{\lambda+1}{\lambda[(2\lambda+1)!!]^2} E_\gamma^{2\lambda+1} R^{2\lambda} \beta^2(\lambda, J_0 J) \tag{2.52}$$

$$g\Gamma_m = 8\pi\alpha \frac{\lambda+1}{\lambda[(2\lambda+1)!!]^2} E_\gamma^{2\lambda+1} \bar{R}^{2\lambda} \lambda(2\lambda+1) \times \left(\frac{1}{2M\bar{R}}\right)^2 \gamma^2(\lambda -, J_0 J) \tag{2.53}$$

$$g = \frac{\hat{J}^2}{\hat{J}_0^2}$$

Se se conhece as larguras radiativas por outros métodos, pode-se determinar o spin J do nível excitado.

$$f_1(q) = e^{-g^2 q^2/2} \qquad \beta(\lambda, J_0 J) = \hat{J}_0^{-1} Z \langle J \| Y_\lambda(\hat{R}) \| J_0 \rangle_{médio}$$

$$\bar{f}_1(q) = e^{-\bar{g}^2 q^2/2} \qquad \gamma(\lambda\mu, J_0 J) = 2M i^\lambda A \hat{J}_0^{-1} \langle J \| \underset{\sim}{\mu}_0 \cdot \underset{\sim}{Y}_{\lambda,\lambda+\mu}(\hat{R}) \| J_0 \rangle_{médio}$$

$$\mu = 0, \pm 1$$

Os parâmetros $\beta(\lambda, J_0 J)$, $\gamma(\lambda 0, J_0 J)$, $\gamma(\lambda -, J_0 J)$ e $\gamma(\lambda +, J_0 J)$ são obtidos através de um ajuste da curva das equações (2.50), (2.51) e (2.52) com os valores experimentais. Os parâmetros β e γ são característicos dos níveis nucleares ao passo que R, $\bar{R}$ g e $\bar{g}$ devem ser independentes dos níveis e pode-se usar os do estado fundamental. Como se vê o ajuste das expressões acima aos valores experimentais permite obter-se os valores das multipolaridades λ das transições bem como o seu caráter, se elétrico ou magnético.

As larguras radiativas preditas pelo modêlo de Helm são as seguintes :

$$g\Gamma_e = 8\pi\alpha \frac{\lambda+1}{\lambda[(2\lambda+1)!!]^2} E_\gamma^{2\lambda+1} R^{2\lambda} \beta^2(\lambda, J_0 J) \tag{2.52}$$

$$g\Gamma_m = 8\pi\alpha \frac{\lambda+1}{\lambda[(2\lambda+1)!!]^2} E_\gamma^{2\lambda+1} \bar{R}^{2\lambda} \lambda(2\lambda+1) \times \left(\frac{1}{2M\bar{R}}\right)^2 \gamma^2(\lambda -, J_0 J) \tag{2.53}$$

$$g = \frac{\hat{J}^2}{\hat{J}_0^2}$$

Se se conhece as larguras radiativas por outros métodos, pode-se determinar o spin J do nível excitado.

CAPITULO 3

EQUIPAMENTO USADO EM EXPERIÊNCIAS DE ESPALHAMENTO DE ELETRONS

3.1 - INTRODUÇÃO

As experiências de espalhamento de eletrons são feitas utilizando-se feixes de eletrons produzidos em aceleradores lineares. Entretanto, além do acelerador são necessários outros componentes:

a) equipamento de análise do feixe de eletrons incluindo os eletro-ímãs de deflexão, as fendas para a fixação da resolução do feixe e o sistema de transporte do feixe até a área experimental.

b) Equipamento de deteção dos eletrons espalhados e da corrente incidente, incluindo a câmara de espalhamneto onde é colocado o alvo, o monitor de emissão secundário, o copo de Faraday, o espectrômetro magnético, os detetores de cintilação e os circuitos eletrônicos associados.

O equipamento aqui descrito sucintamente é usado nas experiências de espalhamento no acelerador linear da Universidade de Saskatchewan (Canadá).

A Fig. 3 mostra a disposição dos vários componentes acima referidos. O feixe obtido no fim do acelerador - após ser analizado - é conduzido à área experimental onde são realizadas experiências. O sistema de análise do feixe é acromático e seu ponto focal é ajustado para coincidir com a posição do alvo.

Como se vê na figura, há dois sistemas de análise do feixe sendo o correspondente aos eletro-ímãs M_3 e M_4 usado para experiências de tempo de vôo de neutrons e o correspondente a M_1 e M_2 para espalhamento de eletrons.

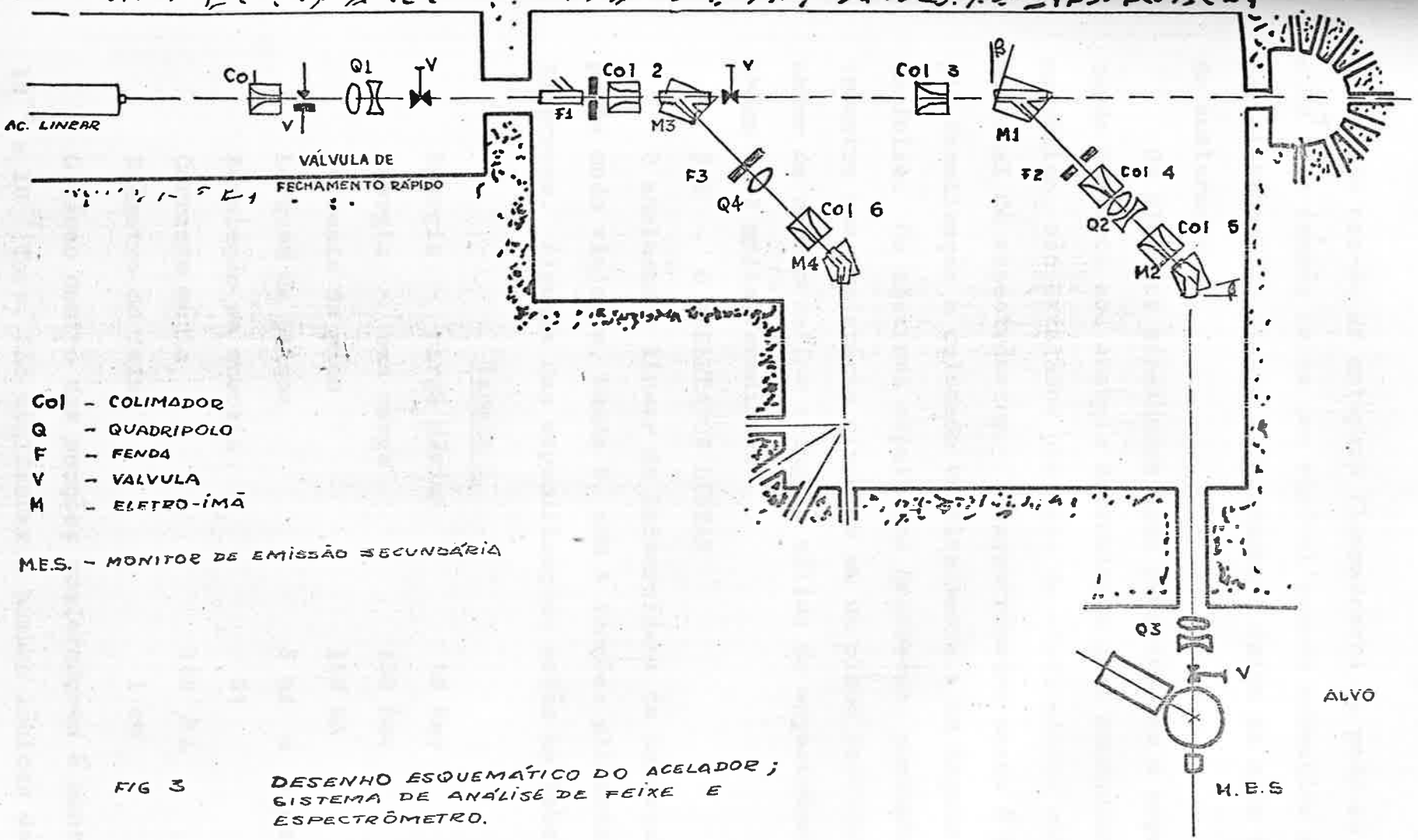
Na saída do acelerador existe uma válvula de fechamento rápido que impede a perda de vácuo no acelerador em virtude de vazamentos que venham a ocorrer no equipamento usado durante a experiência. O feixe após ser defletido e atravessar o alvo é recolhido em um captador de feixe (não mostrado na Fig.3) existente após o monitor de emissão secundário, mas longe do mesmo, para evitar aumento da radiação de fundo.

P ara calibração do monitor de emissão secundária, um copo de Faraday pode ser deslocado de modo a absorver totalmente o feixe de eletrons permitindo desta forma a determinação de sua carga total. Esta calibração é feita várias vêzes durante uma experiência para verificar se a eficiência do monitor de emissão secundária se mantém constante.

O colimador 1 e a fenda 1 permitem optimizar as características do acelerador de modo a obter-se um feixe de alta intensidade e boa resolução (da ordem de 5%).

Após atravessarem o eletro-ímã M_1 os eletrons sofrem uma deflexão de 45° e dispersão espacial em função de suas quantidades de movimento. Por intermédio da fenda variável F_2 pode-se variar a resolução do feixe, podendo-se obter até 0,1% de resolução em $\frac{\Delta P}{P}$. O eletro-ímã M_2 ocasiona nova deflexão de 45° e elimina eletrons que tenham se originado na fenda F_2. Estas mudanças de direção fazem com que o feixe fique purificado em relação a raios γ e neutrons. O quadripolo Q3 serve para focalizar o feixe de eletrons no alvo.

Para as operações de ajuste das correntes dos quadripolos e eletro-ímãs existem sistemas de TV em circuito fechado que permitem observar o formato do feixe na posição do alvo.



Col - COLIMADOR
Q - QUADRIPOLO
F - FENDA
V - VALVULA
M - ELETRO-ÍMÃ

M.E.S. - MONITOR DE EMISSÃO SECUNDÁRIA

FIG 3 DESENHO ESQUEMÁTICO DO ACELADOR; SISTEMA DE ANÁLISE DE FEIXE E ESPECTRÔMETRO.

Para isto usa-se um anteparo fluorescente ou pode-se usar mesmo o Be^9 que também emite luz visível quando submetido a bombardeio por eletrons. O ajuste de corrente é feito na sala de contrôle do acelerador.

Os eletrons espalhados após atravessarem o espectrômetro e, tendo portanto sua energia determinada pelo conhecimento do campo magnético, são detetados por meio de cintiladores colocados no plano focal do espectrômetro. O espectrômetro usado é do tipo de dupla focalização e colocado verticalmente a um ângulo θ em relação ao feixe. Os eletrons espalhados descrevem, portanto, no espectrômetro uma trajetória circular em um plano vertical. Um colimador de chumbo define o ângulo sólido do espectrômetro que é da ordem de 3 miliesferadianos.

3.2 - O ACELERADOR LINEAR

O acelerador linear da Universidade de Saskatchewan é o tipo de onda viajante, banda S, com 4 secções alimentadas por 2 Klystrons. Algumas das especificações estão na Tabela 1.

Tabela 1

Energia - carga máxima	98 Mev
Energia - sem carga	130 Mev
Corrente de pico	158 mA
Largura de pulsos	5 ns a 1 μs
Resolução em energia	5%
Corrente média	100 μA
Diâmetro do feixe	1 cm

O vácuo dentro das secções aceleradoras é mantido entre 10^{-6} e 10^{-7} Torr. São utilizadas 5 bombas iônicas de vazão de 40 litros/segundo. O colimador 1, Fig.3, permite manter o feixe com um diâmetro de 5/8 de polegada.

Após êste colimador existe um eletro-ímã pulsado que permite fazer uma análise do feixe, isto é, analisa um pulso em cada 120 pulsos, dando informação sôbre a energia e a resolução do feixe o que permite verificar contínuamente se há qualquer anormalidade no funcionamento do acelerador.

3.3 - SISTEMA DE ANALISE DO FEIXE

Permite obter-se uma transmissão da ordem de 90% e um feixe no alvo com dimensões de 5 mm de comprimento por 2,5 mm de largura (na direção vertical) para uma resolução de 0,25%. A regulação de corrente nos eletro-ímãs e nos quadrupolos Q2 é de 1 parte em 10.000 para 5% de variação na voltagem da linha. A energia do feixe é determinada medindo-se a corrente nos eletroímãs e isto é realizado medindo com um voltímetro digital a diferença de potencial em uma resistência colocada em série com os enrolamentos dos mesmos. A resolução do feixe é determinada por dois conjuntos de fendas : F_1 é uma fenda variável verticalmente e horizontalmente e F_2 é uma fenda horizontal. A variação da largura destas fendas é executada a partir da sala de contrôle por meio de servo-motores.

O sistema de análise do feixe de eletrons do acelerador da Universidade de Saskatchewan foi projetado e construido pela Spectromagnetics Industries de Hayward, California, incluindo os eletro-ímãs, os ímãs quadripolares, colimadores e fendas variáveis. Suas características são excelentes permitindo uma resolução de .05%, grande estabilidade no tamanho do feixe, estabilidade de energia de 0.05% por hora. A dispersão do feixe na fenda analizadora é de 16 mm por porcento, ou seja, para uma resolução de 0,3% com a qual a maior parte desta experiência foi realizada a largura da fenda foi de aproximadamente 3 mm.

A colocação dos eletro-ímãs nêste sistema é oposta à do acelerador Mark II de Stanford, em instalação nêste Departamento de Física. Aqui as deflexões são em sentidos opostos (de 30° cada uma), de forma que o feixe sái paralelo à direção original. Na Universidade de Saskatchewan as deflexões são de mesmo sentido e de 45° cada uma resultando em um feixe a 90° da direção original. Com esta deflexão consegue-se diminuir bastante a radiação de fundo associada ao feixe que sendo proveniente de bremmsstrahlung de eletrons é na sua maior parte dirigido na direção frontal. A colocação dos quadripolos Q é tal que suas propriedades não modificam a dispersão do sistema de forma que a resolução do feixe é função apenas da largura de fenda F_2. Os dois eletro-ímãs têm propriedades magnéticas pràticamente iguais.

A fenda F_1 pode ser ajustada horizontalmente e verticalmente e a fenda F_2 horizontalmente. O ajuste do feixe é feito inicialmente na direção frontal com o quadripolo Q1 e os ímãs M_3 e M_1 desmagnetizados e com as fendas F_1 totalmente abertas. A seguir vai-se fechando as fendas e ajusta-se a corrente do doublet Q1 de modo a se obter corrente máxima com a menor largura de fenda. Estas fendas são resfriadas à água e nas condições de trabalho com espalhamento de eletrons perde-se da ordem de metade do feixe para se obter um bom tamanho de feixe no alvo. Após esta optimização os eletro-ímãs M_1 e M_2 são energizados, com a fenda F_2 totalmente aberta e os quadripolos Q2 e Q3 desmagnetizados. O mesmo procedimento é repetido fechando-se F_2 até a resolução que se deseja e variando-se as correntes em Q2 e Q3 até que se obtenha um tamanho ótimo do feixe no alvo.

3.4 - ESPECTRÔMETRO MAGNÉTICO

Na fig. 4 mostramos o diagrama esquemático do espectrômetro magnético (obtido por empréstimo da High Energy Physics Lab. de Stanford), e equipamento associado.

O ângulo máximo de posicionamento do espectrômetro é de 155°, assim mesmo pequena parte das peças polares precisou ser cortada. É importante poder-se atingir ângulos grandes para investigar as transições de caráter transversal, pois como vimos na parte teórica, as de caráter longitudinal ficam bastante diminuidas à medida que θ cresce, até se anularem para θ = 180°. Entretanto a localização do espectrômetro está ligada também com a localização do detetor na saída do espectrômetro. O detetor não pode ficar muito próximo das faces polares, em virtude do campo magnético influir sôbre a fotomultiplicadora, apesar do uso de guias de luz. Pode-se mostrar que quanto maior a distância entre o detetor e a face polar do espectrômetro menor deve ser a distância entre o alvo e a entrada do espectrômetro. Para conseguir um ângulo de 155°, o detetor foi localizado a 10 cm da face polar de saída do espectrômetro e o alvo a 50 cm da entrada. Nestas condições, o ângulo sólido do espectrômetro é de 5 miliesferadianos, reduzido para 3 miliesferadianos por meio de um colimador de chumbo.

O plano focal faz um ângulo de 45° com a face polar e a dispersão nas condições acima é de 14.5 mm/porcento. A inclinação de 4,4° em relação à vertical é para compensar os efeitos da borda do campo magnético. A montagem foi feita em um suporte de canhão naval.

A câmara de espalhamento possui um suporte móvel, no qual podem ser colocados diversos alvos. A movimentação dêste suporte

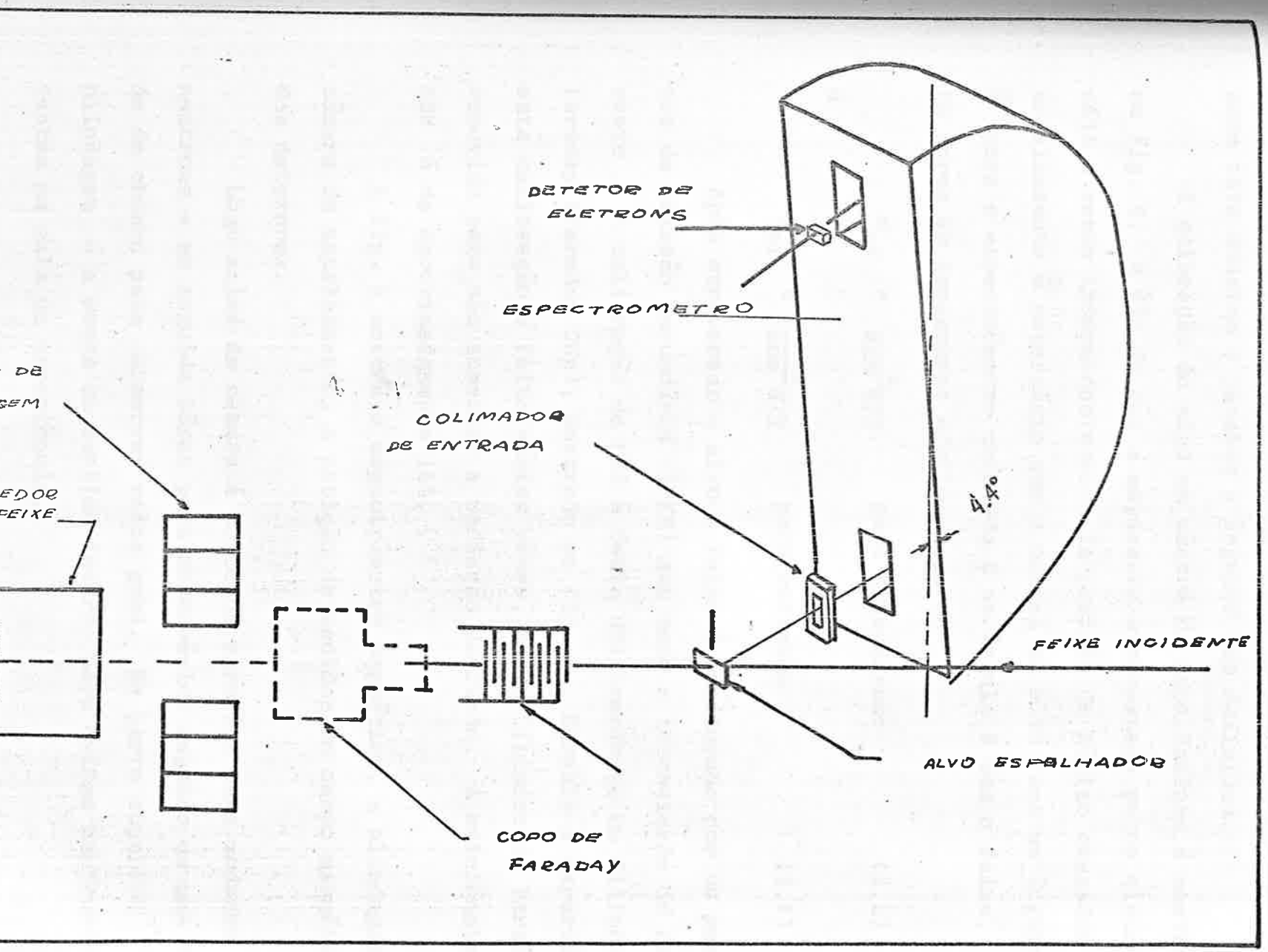


FIG. 4 EQUIPAMENTO PARA ESPALHAMENTO DE ELETRONS

é comandada a partir da sala de tomada de dados, havendo um alvo fluorescente que permite a visualização do tamanho do feixe. O espectrômetro é acoplado diretamente à câmara de espalhamento e para isto existem 9 janelas a ângulos bem definidos.

A colocação do alvo na câmara de espalhamento é mostrada na fig. 5. A fim de que a espessura atravessada pelos eletrons seja a mesma independentemente da posição do núcleo causador do espalhamento é necessário que a normal ao alvo faça um ângulo de $\frac{\theta}{2}$ para o espectrômetro colocado a um ângulo θ com o feixe. Desta forma as espessuras efetivas são de

$$x_{ef} = \frac{x}{\text{sen } \theta/2} \quad \text{para transmissão} \qquad (3.1)$$

e

$$x_{ef} = \frac{x}{\cos \theta/2} \quad \text{para reflexão} \qquad (3.2)$$

Após atravessar o alvo o feixe é monitorado por um monitor de emissão secundária (MES) que mede a intensidade de corrente . A calibração do MES é feita utilizando-se um Cilindro de Faraday (Faraday Cup), mostrado na fig. 4. Durante a experiência esta calibração é feita várias vêzes, mas o Cilindro de Faraday é removido para não aumentar a radiação do fundo. A eficiência do SEM é de aproximadamente 15%.

A fig. 6 mostra o espectrômetro magnético, a blindagem, a câmara de espalhamento, a posição do medidor do campo magnético e dos detetores.

Logo acima da câmara é colocada parafina para moderar os neutrons e em seguida bórax para absorvê-los seguido de uma camada de chumbo para absorver raios gama. Na parte superior blindagem é a mesma em sentido inverso para evitar neutrons existentes na sala de experiência.

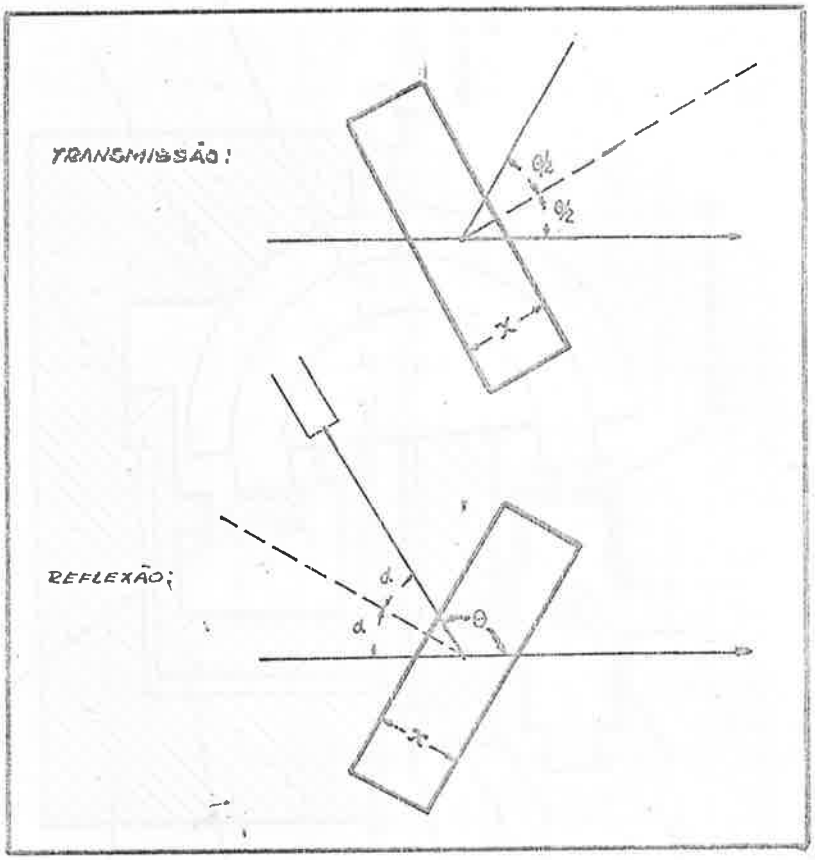


FIG. 5 COLOCAÇÃO DOS ALVOS NA CÂMARA DE ESPALHAMENTO

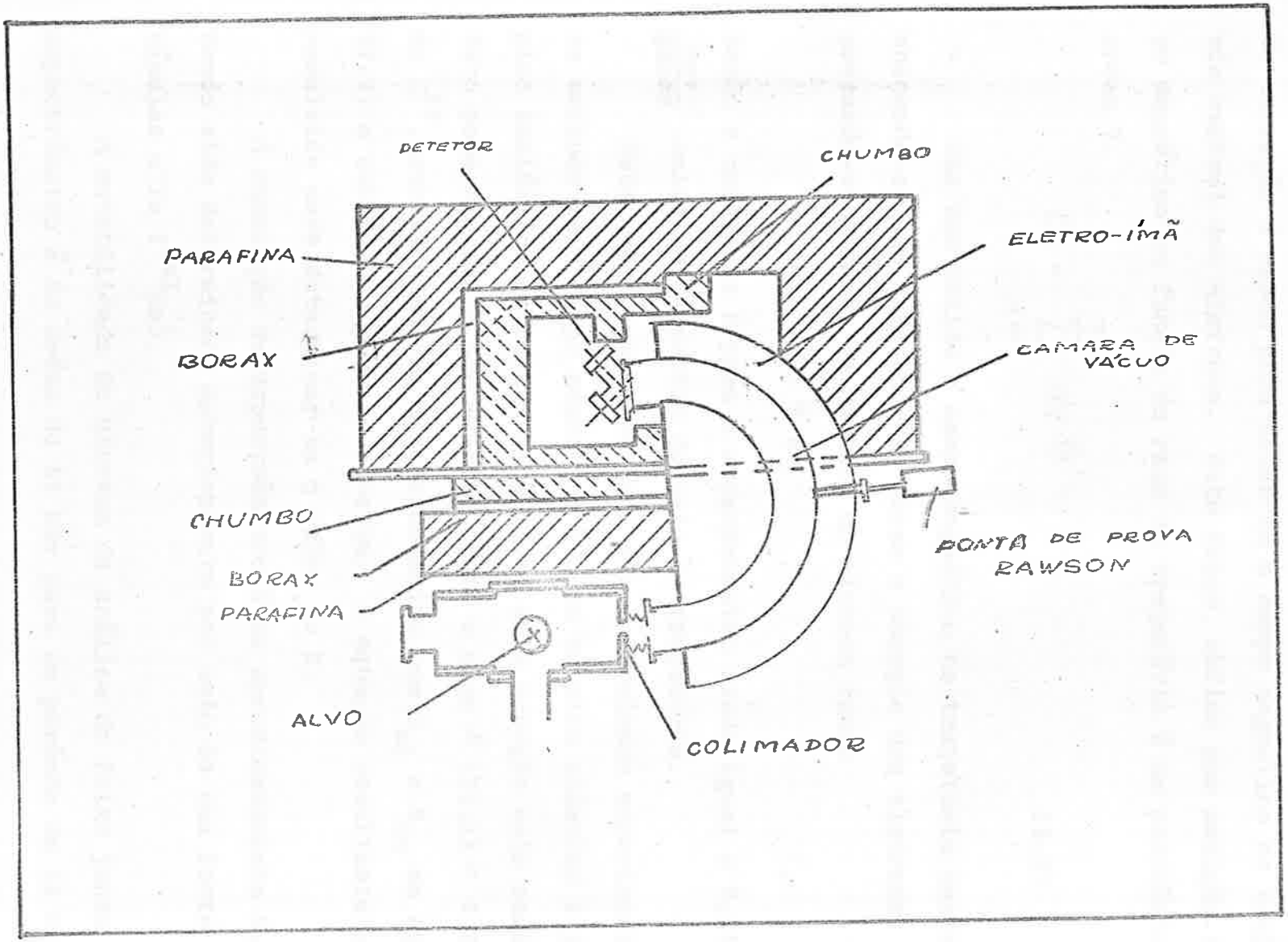


FIG. 6 ESPECTRÔMETRO MAGNÉTICO

A determinação do campo magnético para se conhecer a energia dos eletrons é feita utilizando-se um Gaussímetro Rawson de bobina móvel localizado fora da trajetória dos eletrons. Um fator de correção é usado para obter-se o campo magnético na trajetória central dos eletrons. Este fator, obtido por medição do campo magnético em função do raio de trajetória é um polinômio da ordem 7.

$$B_0 = \sum_{i=0}^{7} \alpha_i B^i \qquad (3.3)$$

Uma vez obtido o campo magnético na trajetória central conhecendo-se seu raio pode-se obter a energia dos eletrons. Desprezando-se a massa de repouso do eletron temos

$$E = K\,BR$$

Sendo a constante K para o espectrômetro usado igual a 0,01219 $\frac{\text{Mev}}{\text{gauss}}$ calculada a partir do raio de trajetória.

Esta mesma constante pode ser determinada experimentalmente medindo-se o campo magnético B para um pico elástico e para um pico inelástico referente a um nível cuja energia seja conhecida. Isto pode ser feito por exemplo, para o pico de (15,11 ± 0,01) Mev do C^{12}, substituindo-se a equação acima com B_{el} e B_{in} na equação (2.9) e subtraindo-se uma da outra. A equação resultante pode ser resolvida para determinar-se o valor de K.

A resolução do espectrômetro é de aproximadamente 0,07% , tendo sido determinada anteriormente por meio de uma fonte de partículas alfa (^{241}Am).

A estabilidade do sistema de análise do feixe junto com o espectrômetro é da ordem de 50 Kev para um período de 12 horas.

3.5 - DETETOR DE ELETRONS

A fig. 7 mostra o diagrama do detetor usado constante de dois cintiladores plásticos NE102, em montagem tipo telescópio. O cintilador da frente tem as seguintes dimensões: espessura de 5 mm, largura 4 mm e comprimento de 1,7 cm. O detetor de trás é um pouco maior. O sistema permite uma resolução de 0,28%. Poder-se-ia ter uma resolução melhor diminuindo-se a largura do detetor, mas isto ocasiona diminuição do número de contagens e com sômente um detetor a experiência fica proibitiva devido à baixa taxa de contagem. Com o detetor usado nesta experiência a medida de um espectro leva de 24 a 48 horas, pois é necessário medir-se ponto por ponto, do espectro. Para aumentar a eficiência de tomada de dados é necessário instalar-se uma bateria de detetores, o que não é possível, devido ao pequeno espaço disponível na saida do espectrômetro onde se localiza o plano focal. Outra solução viável é o uso de uma câmara de centelhas, como é feito em Orsay, o que permite aproveitar ao máximo a resolução do espectrômetro. A construção destas câmaras para esta finalidade não é trivial e a única em funcionamento presentemente é a de Orsay.

Os dois cintiladores são acoplados, por meio de dois guias de luz curvos, a duas fotomultiplicadoras XP 110 e são colocados em coincidência de forma a detetar eletrons provenientes do espectrômetro. Com isto e com a blindagem a radiação do fundo é bastante baixa. Antes de penetrar nos cintiladores os eletrons atravessam uma janela de aço inoxidável de 0,025 mm de espessura, o que produz pequeno espalhamento múltiplo.

O diagrama do bloco da eletrônica usada é visto na fig. 8.

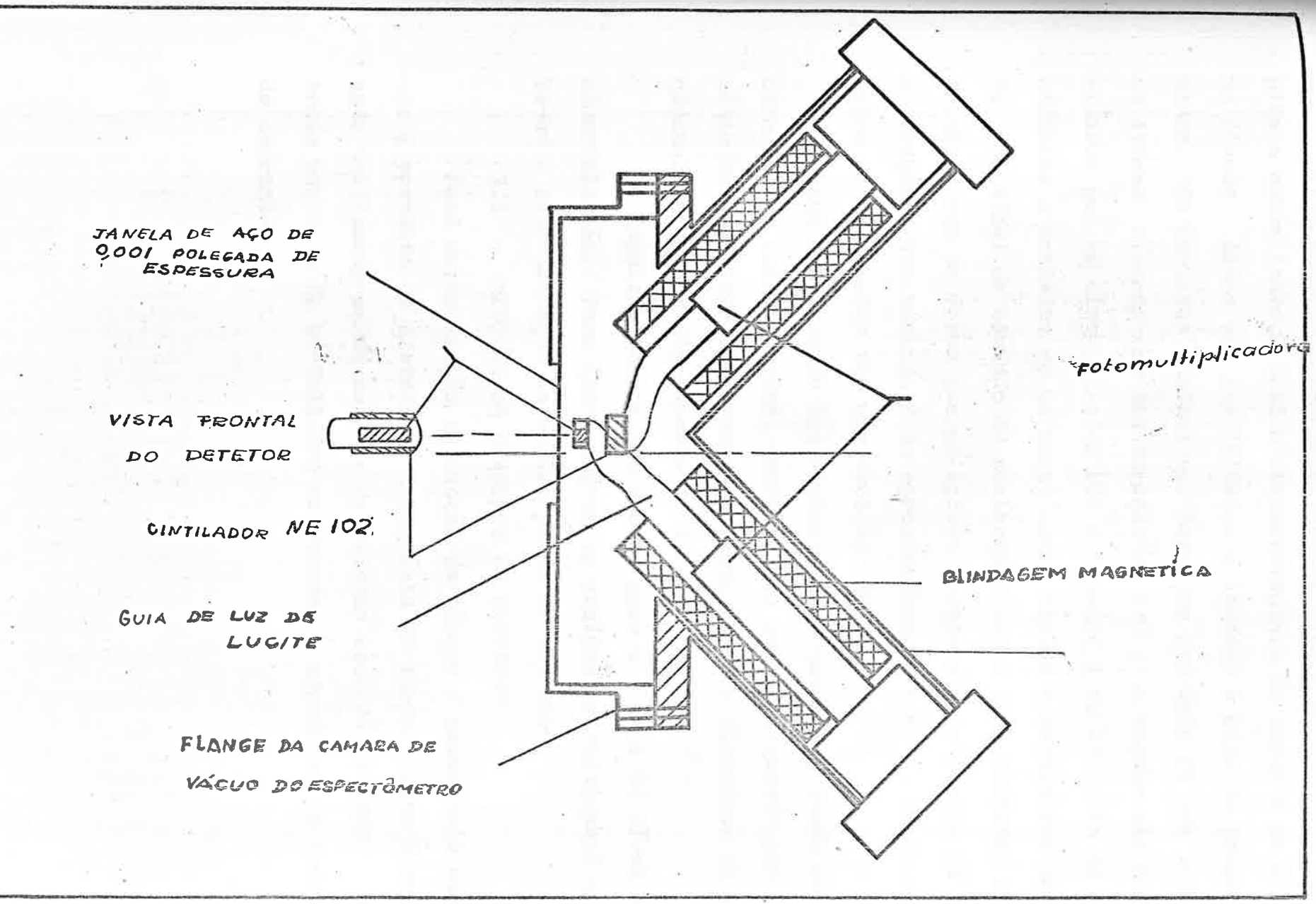


FIG. 7 DETETOR DE ELETRONS

Cada fotomultiplicadora fornece dois pulsos, sendo um rápido e outro lento, tirados respectivamente do anodo e do último dinodo. Ambos são amplificados e levados à sala de tomada de dados. Os impulsos rápidos são formados por meio de uma linha de atrazo, ficando com uma duração de 5 ns. A seguir são discriminados por um discriminador EGG e levados a um circuito de coincidência e contados em um escalímetro rápido e depois por um lento. Um sinal de comando do acelerador serve para comandar os discriminadores de forma que só deixem passar pulsos quando há feixe. A duração dêste comando é de aproximadamente 4 μs, sendo que o feixe do acelerador tem uma duração de 1 μs.

Para a subtração das coincidências casuais é usado outro circuito de coincidências, sendo um dos pulsos atrazado por intermédio de uma linha de atrazo. A resolução dos circuitos de coincidência é de aproximadamente 10 ns.

Os impulsos lentos são usados para o ajuste do nível de discriminação. Para isto, usa-se um analizador multicanal e ajusta-se a discriminação na região plana do espectro.

3.6 - MEDIÇÃO DA CORRENTE DE ELETRONS

Para determinação da secção de choque é necessário medir-se a corrente de eletrons e integrá-la no tempo. Isto é realizado utilizando-se um monitor de emissão secundária (MES) calibrado por meio de um Cilindro de Faraday e usando-se um integrador de corrente.

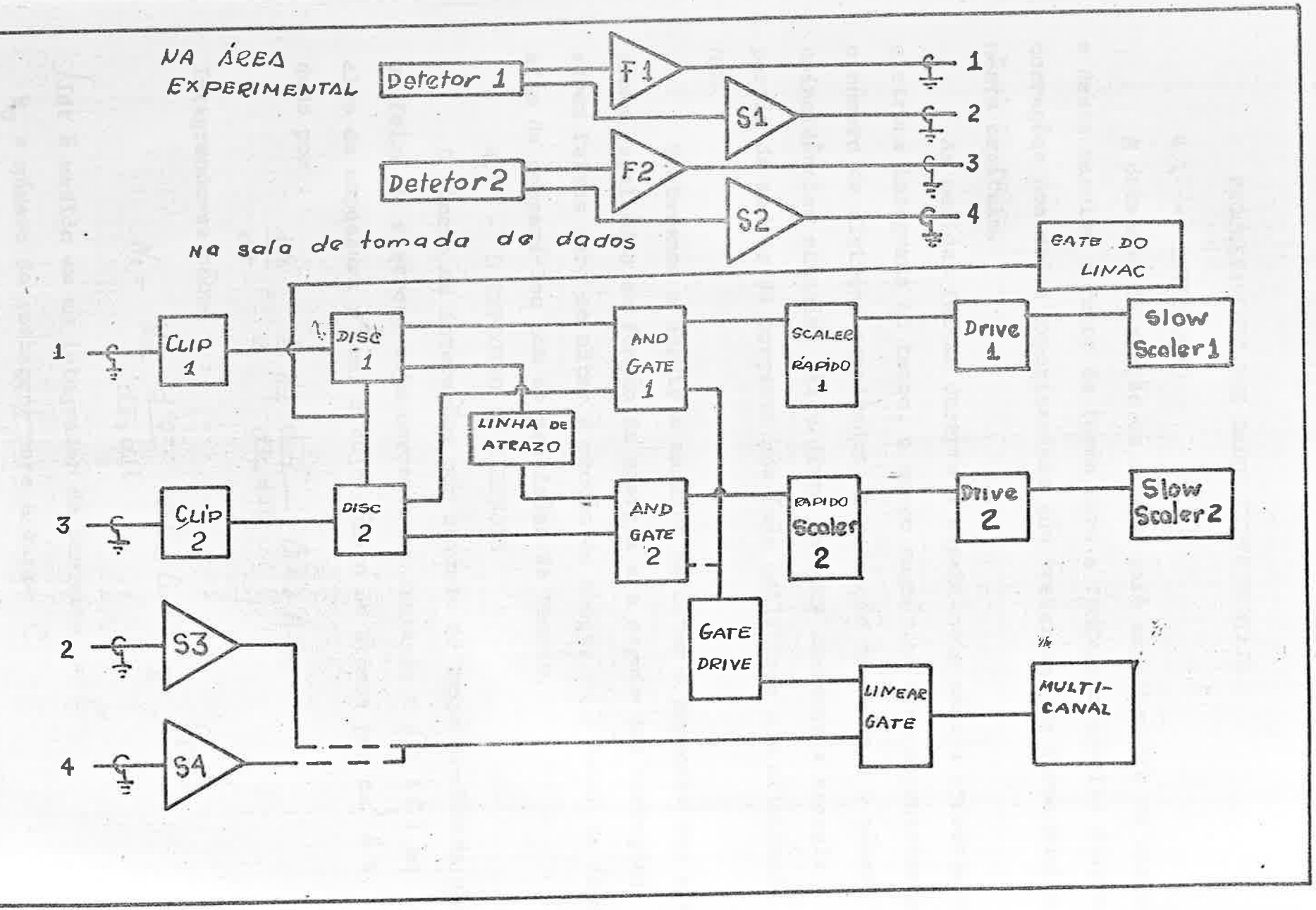


FIG. 8 DIAGRAMA DE BLOCO DA ELETRÔNICA

CAPITULO 4

PROCESSAMENTO DOS DADOS EXPERIMENTAIS

4.1 - INTRODUÇÃO

A obtenção da secção de choque para espalhamento de eletrons e desta maneira o fator de forma para a transição envolve diversas correções nos dados experimentais que trataremos de forma sucinta nêste capítulo.

As medidas feitas durante a experiência são: a corrente de eletrons integrada no tempo, o campo magnético B no espectrômetro, o número de eletrons espalhados, a radiação de fundo e o número de coincidências casuais. Além disto devemos conhecer a energia a partir da medida de corrente nos ímãs defletores e a eficiência do MES.

Trataremos a seguir a maneira de obter o espectro dos eletrons espalhados em função da energia e a seguir das correções a serem feitas para se obter a secção de choque ou o fator de forma afim de compará-los com as previsões da teoria.

4.2 - O ESPECTRO DE ELETRONS

O número de interações por unidade de tempo produzidas por um feixe de eletrons cuja corrente no instante t é I (t) em um alvo de espessura x (cm) e cujo número de átomos por cm^3 é N, é dado por :

$$\frac{dN_i}{dt} = \frac{I}{e} N x \frac{d^2\sigma}{dE_2 d\Omega} \Delta E_2 \Delta\Omega$$

Integrando-se sôbre t :

$$N_c = N x \frac{d^2\sigma}{dE_2 d\Omega} \Delta E_2 \Delta\Omega \frac{1}{e} \int I dt$$

$\int Idt$ é medido em um integrador de corrente = C

N_c = número de contagens para a carga C

Idt = C subtraida a radiação de fundo e as coincidências casuais

ΔE_2 = intervalo de energia dos eletrons que atingem o detetor através do espectrômetro. Nesta experiência

$$\Delta E_2 = 0{,}28\ 10^{-2}\ E_2$$

$N x$ = número de átomos por cm^2

$\Delta \Omega$ = ângulo sólido do detetor

Portanto :

$$\frac{d\sigma}{dE_2 d\Omega} = \left(\frac{N_c}{C\,\Delta E_2}\right) \frac{e}{N x\, \Delta \Omega} \qquad (4.1)$$

ΔE_2 depende de E_2 e E_2 pode ser conhecido a partir do campo magnético B. Pode-se assim construir um espectro de $N_c/C\Delta E_2$ em função de E_2, quantidade esta que é proporcional a $d^2\sigma/dE_2 d\Omega$ Pode-se também colocar êste espectro em função da energia de excitação do núcleo (fórmula 2.8) que é a forma adotada nêste trabalho. Estes cálculos são feitos à medida que a experiência se desenvolve e para isto é usado um computador SDS 920.

A figura abaixo mostra o tipo de espectro que se obtém:

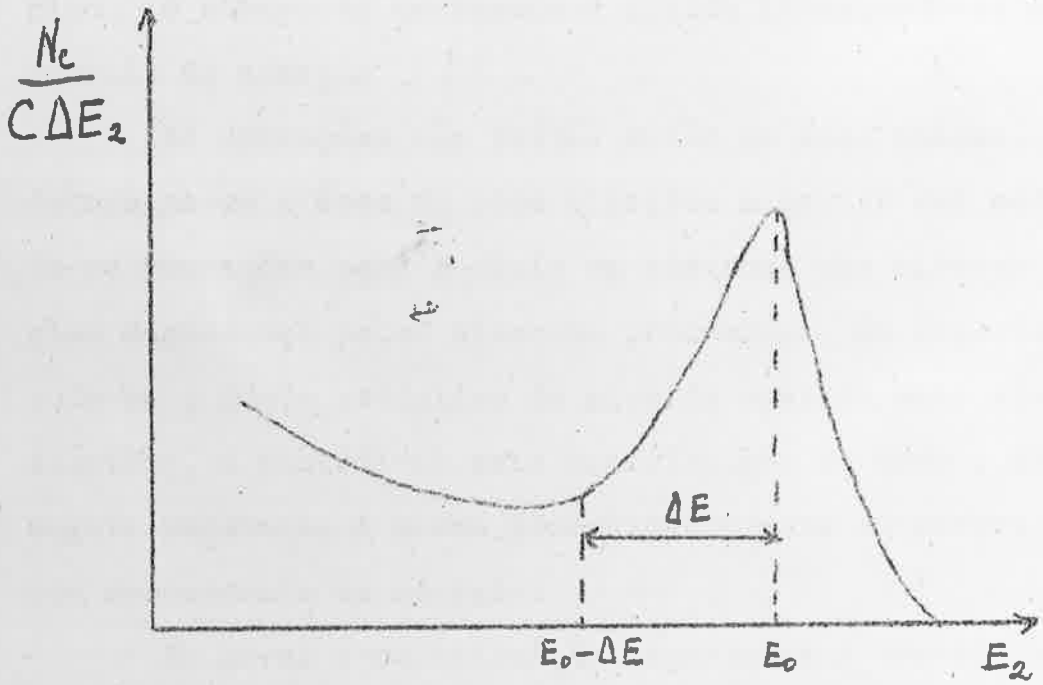


Fig. 9 - Forma dos picos no espalhamento de eletrons em função da energia dos eletrons espalhados

O espectro da Fig. 9 é característico de um pico isolado. Se o núcleo apresenta outro nível próximo ou mesmo afastado, o outro pico vasi se superpor ao espectro contínuo devido ao pico anterior e esta contribuição deve ser subtraida. Assim se queremos determinar a secção de choque para excitação de um nível que ocorre a uma energia E_2 precisamos descontar a contribuição de todos os níveis cuja energia E é maior que E_2 inclusive e principalmente o pico elástico, pois é êste que fornece a maior contribuição, constituindo o chamado fundo radioativo (radiation - tail). Este fundo é composto por eletrons que emitiram fotons de energia maior que ΔE. Desta forma eletrons que deveriam contribuir para um determinado pico caem fora do intervalo ΔE e não são incluidos na integração. Esta é uma correção que deve ser feita antes da determinação do fator de forma.

Para o cálculo do fundo radioativo é necessário levar em conta êstes processos que degradam a energia dos eletrons, e corrigir o número de contagens obtido experimentalmente para cada pico. O número de contagens é obtido integrando-se sôbre um intervalo de energia $\pm \Delta E$.

As correções são feitas então em duas etapas. Primeiro, determina-se a área do pico elástico a partir das medidas e aplica-se correções para incluir os eletrons que tiveram suas energias degradadas pelos diversos processos. Em segundo lugar calcula-se o fundo radiativo do pico de energia mais elevada, pico elástico, e subtrái-se esta contribuição de todo o espectro. A seguir repete-se o mesmo procedimento para os outros picos em ordem decrescente de energia.

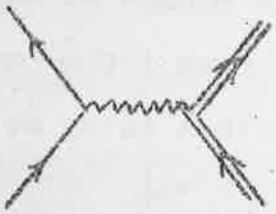
Em geral a contribuição importante é sòmente a do pico elástico pois a secção de choque para espalhamento elástico é muito maior do que a de espalhamento inelástico.

Há casos entretanto, que isto não é verdadeiro pois pode-se estar em uma transferência de momento q onde o fator de forma elástico apresenta um mínimo ao passo que os fatores de forma para espalhamento inelástico podem estar crescendo.

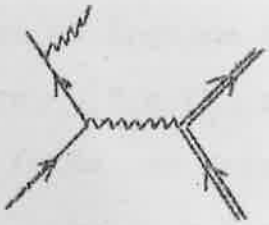
A seguir analisamos estas duas correções, sendo a primeira chamada de correção radiativa e a segunda de fundo radiativa.

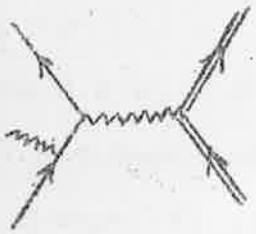
4.3 - CORREÇÃO RADIATIVA

A secção de choque para espalhamento inelástico, fórmula (2.14), é calculada para o processo representado pelo seguinte diagrama de Feynman :

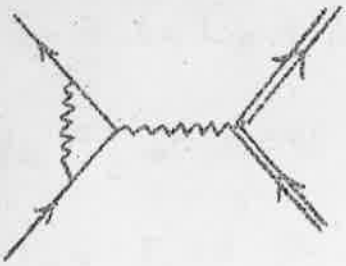


Quando se faz as medidas, como dissemos atrás, há outros processos que contribuem para que a secção de choque experimental seja aparentemente menor. Dentre os princípios temos os seguintes : emissão de fotons de antes ou depois do espalhamento:

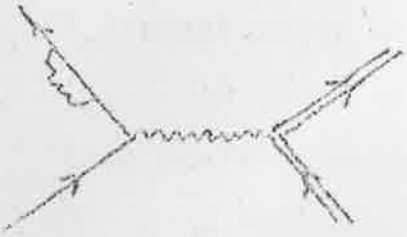


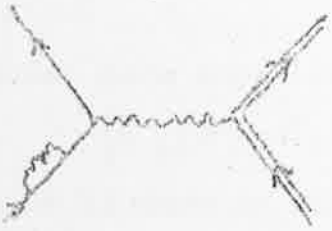


emissão e reabsorção de fotons virtuais (renormalização de vértice):

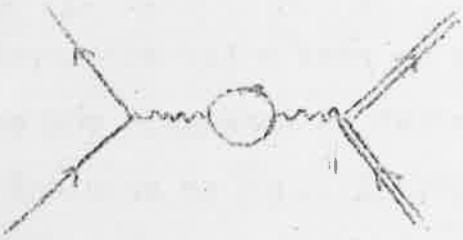


e renormalização da massa :





e polarização do vácuo:



A secção de choque experimental deve então ser multiplicada por fator $f > 1$ para levar em conta os processos acima. Este fator f em geral é dividido em dois fatores f_s e f_B, sendo

$$f = f_s f_B$$

O fator f_B leva em conta o número de eletrons que antes ou depois do espalhamento emitiram fotons de energia maior que ΔE (Fig. 9). Esta é chamada de correção de bremsstrahlung e pode ser calculada integrando-se a secção de choque diferencial de Bethe-Heitter para bremsstrahlung $\frac{d^4\sigma}{dE_2\, d\Omega\, d\theta_\gamma\, dE_\gamma}$ sôbre os ângulos θ_γ, sôbre E_γ, entre ΔE e E_1, e sôbre E_2 entre 0 e $E_o - \Delta E$. Esta integração foi feita por Hofstadter (Ho 56) e o resultado sob a forma dada por Isabelle e Bishop (Is 63) é o seguinte :

$$f_B = e^{\delta_B} \qquad (4.2)$$

Sendo

$$-\delta_B = \ln C_B + \lambda_B \ln \frac{\Delta E}{E_1}$$

$$\ln C_B = 1{,}096 \frac{x}{X_o}$$

$$\lambda_B = 1{,}37 \frac{x}{X_o}$$

x = espessura do alvo em g/cm^2

X_o = comprimento da radiação em g/cm^2

As fórmulas podem ser usadas para espalhamento inelástico bastando substituir E_1 por $[E_1(E_1-E_\gamma)]^{1/2}$

A correção f_B é da ordem de 1% para os alvos usados em espalhamento de eletrons.

O fator f_S representa o que se costuma chamar de correção de Schwinger (Sc 49) e leva em conta todos os processos representados nos diagramas de Feynman dados acima, exceto a correção já incluida em f_B. Inclúi portanto os eletrons que irradiaram fotons de energia menor que ΔE, isto é, eletrons de energia maior que $E_o - \Delta E$.

A integração da secção de choque de Bthe-Heitter para $E_\gamma \to 0$ diverge, constituindo a chamada divergência do infravermelho. Considerando os outros processos a correção de Schwinger sob a forma dada por Isabelle e Bishop (Is 63) é a seguinte :

$$f_S = e^{\delta_S} \qquad (4.3)$$

$$\delta_S = \lambda_S (\ln E_1 - \ln \Delta E) - \ln C_S$$

$$\lambda_S = \frac{4\alpha}{\pi}\left[\ln \frac{2E_1}{0{,}511} \operatorname{sen}\frac{\theta}{2} - \frac{1}{2}\right]$$

$$\ln C_S = \frac{4\alpha}{\pi}\left[\frac{13}{12}\left(\ln \frac{2E_1}{0{,}511} \operatorname{sen}\frac{\theta}{2} - \frac{1}{2}\right) - \frac{17}{72}\right]$$

Sendo E_1 a energia do eletron incidente.

No espalhamento inelástico as mesmas fórmulas podem ser usadas bastando substituir-se E_1 por $[E_1(E_1 - E_\gamma)]^2$

Para espalhamento elástico fórmulas mais exatas foram calculadas por Tsai (Ts 61). A expressão analítica para a correção é bastante complicada e extensa. Esta correção foi programada por Brener (Br 64) para o computador SDS 920 do Laboratório do Acelerador Linear da Universidade de Saskatchewan e pode ser obtida em tabelas existentes.

Para correção do pico elástico usamos a correção de Tsai, f_T e para o pico inelástico usamos a correção de Schwinger f_S.

Além destas duas correções, f_B e f_S ou f_T, precisamos levar em conta a correção f_I devido a ionização de átomos do alvo o que faz os eletrons perderem energia e por conseguinte cairem fora do intervalo ΔE de integração.

Esta correção dada por Isabelle e Bishop (Is 63) é expressa pela seguinte fórmula:

$$f_I = 1 + \frac{0{,}178\, Z x}{A\, \Delta E} \qquad (4.4)$$

x = espessura efetiva do alvo

A = massa atômica do núcleo alvo

Z = número atômico do núcleo alvo

A correção total a ser aplicada aos picos é então a seguinte :

$$f_{in} = f_B f_S f_I \qquad \text{para picos inelásticos}$$

$$(4.5)$$

$$f_{el} = f_B f_T f_I \qquad \text{para picos elásticos}$$

4.4 - FUNDO RADIATIVO

Para o cálculo do fundo radiativo a secção de choque do bremsstrahlung de Bethe-Heitler deve ser integrada sôbre os ângulos e sôbre a energia dos fotons emitidos. Obtém-se assim a

secção de choque $\frac{d^2\sigma}{dE_2\, d\Omega}$. Isto foi feito por Schiff (Sc 52) que usou a secção de choque para núcleo pontual e fez a aproximação de que os fotons são emitidos ou na direção do eletron incidente ou na direção do eletron espalhado (peaking aproximation).

A expressão usada em Saskatoon é baseada no trabalho de Maximon e Isabelle (Ma 64) que inclúi os efeitos de fator de forma do núcleo e é exata uma vez conhecido o fator de forma. Portanto para se determinar a correção é necessário o conhecimento do fator de forma.

Maximon e Isabelle mostram que a discrepância entre as duas maneiras de calcular é muito grande, perto de $\theta = 180^{\circ}$ e cresce lentamente à medida que se afasta do pico elástico. Nas condições desta experiência portanto a fórmula de Schiff funcionaria tão bem quanto a de Maximon. Entretanto foi usada a fórmula de Maximon e Isabelle com um fator de forma obtido do trabalho de Meyer-Berkhout (Me 59). Os cálculos foram feitos utilizando um programa já existente no laboratório para o computador SDS 920.

4.5 - OBTENÇÃO DO FATOR DE FORMA

Após a subtração do fundo radiativo ainda resta um contínuo como pode ser visto na Fig. 16. Este contínuo é proveniente da eletrodesintegração nuclear em que há emissão de partículas e também do espalhamento quasi-elástico. A subtração dêste fundo é feita ajustando-se aos pontos experimentais uma função do tipo

$$y_i = a + b E_i + \sum A e^{-B_j (E - E_{0j})^2} \qquad (4.6)$$

ou seja um fundo linear somado a uma ou mais gaussianas. O ajuste é feito pelo método dos mínimos quadrados. Como a resolução é conhecida a partir da medida do pico elástico as constantes B_γ ficam determinadas desde que a resolução experimental ΔE seja muito maior do que a largura do nível estudado. Este é o caso para o nível de 14,35 Mev do Be^9. Já para o nível de 17,50 Mev a largura segundo Ajzenberg -Selove é de aproximadamente 100 Kev o que já é de ordem da resolução experimental do sistema que, nesta experiência, variou entre 300 e 500 Kev.

O critério para escolher o melhor ajuste com os dados experimentais foi o de variar as constantes $E_{0\gamma}$ e B_γ e escolher o ajuste de menor χ^2. O cálculo foi programado para o computador IBM 360/44 do Departamento de Física.

Uma vez obtida o ajuste , a área do pico é função de A e B.

Area do pico = 1,071 ΔE A (4.7)

Sendo $\Delta E = \left(\frac{2,76}{B}\right)^{1/2}$

Multiplicando-se pelo fator f_{in} obtém-se a área corrigida A_{in}

$$A_{in} = f_{in} (1,071 \quad E\ A) \qquad (4.8)$$

Para determinar o fator de forma dos níveis do Be^9 utilizamos como padrão o C^{12} para o qual o fator de forma é bem conhecido e pode ser calculado analiticamente pela fórmula(2.48).

Pela fórmula (2.41) podemos escrever para o Be^9

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Be^9} = Z^2_{(Be^9)}\, 4\pi\sigma_M \left|F_\theta(q)\right|^2 \eta_n(Be^9) \qquad (4.9)$$

onde η_r = correção para recuo do núcleo,

$$|F_\theta(q)|^2 = |F_\ell(q)|^2 + \left(\frac{1}{2} + tg^2\frac{\theta}{2}\right)|F_t(q)|^2$$

Para o espalhamento elástico do C^{12} podemos escrever a fórmula (2.43)

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{C^{12}} = Z^2(C^{12})\,\eta_r(C^{12})\,\sigma_M\,|F(q_{el})|^2 \qquad (4.10)$$

Dividindo (4.9) por (4.10) temos :

$$\frac{(d\sigma/d\Omega)_{Be^9}}{(d\sigma/d\Omega)_{C^{12}}} = \frac{Z^2(Be^9)}{Z^2(C^{12})}\,\frac{|F_\theta(q)|^2_{Be^9}}{|F(q_{el})|^2_{C^{12}}}\,\frac{\eta_r(Be^9)}{\eta_r(C^{12})} \qquad (4.11)$$

Por outro lado tomando a expressão (4.1) e integrando sôbre E_2 temos A_{in} dado pela expressão, (4.8)

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Be^9} = A_{in}\,\frac{e}{(Nx)_{Be^9}}\,\frac{1}{\Delta\Omega}$$

onde A_{in} é dado em contagens/μC

e para C^{12}

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{C^{12}} = A_{el}\,\frac{e}{(Nx)_{C^{12}}}\,\frac{1}{\Delta\Omega}$$

dividindo um pelo outro

$$\frac{(d\sigma/d\Omega)_{Be^9}}{(d\sigma/d\Omega)_{C^{12}}} = \frac{A_{in}}{A_{el}}\,\frac{(Nx)_{C^{12}}}{(Nx)_{Be^9}} = K$$

ou como $Nx = \frac{6{,}02\ 10^{23}}{M}\,\rho x = \frac{t}{M}$

M = massa atômica

t = espessura (g/cm^2)

ρ = densidade

temos

$$\frac{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Be^9}}{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{C^{12}}} = \frac{A_{in}}{A_{el}} \; \frac{t(C^{12})}{t(Be^9)} \; \frac{M(Be^9)}{M(C^{12})} \qquad (4.12)$$

Igualando (4.11) com (4.12)

$$|F_\theta(q)|^2 = \frac{A_{in}}{A_{el}} \; \frac{t(C^{12})}{t(Be^9)} \; \frac{M(Be^9)}{M(C^{12})} \; \frac{Z^2(C^{12})}{Z^2(Be^9)} \; \frac{\eta_n(C^{12})}{\eta_n(Be^9)} \; |F(q_{el})|^2 \qquad (4.13)$$

Uma vez obtido $|F_\theta(q)|^2$ um gráfico dêste valor em função de $(\frac{1}{2} + tg^2\frac{\theta}{2})$ para um mesmo q permite separar $|F_\ell(q)|^2$ e $|F_t(\theta)|^2$. A intersecção fornece $|F_\ell(q)|^2$ e o coeficiente angular $|F_t(q)|^2$. Caso não haja contribuição longitudinal o fator de forma é dado por

$$|F_t(q)|^2 = \frac{|F_\theta(q)|^2}{\frac{1}{2} + tg^2\frac{\theta}{2}} \qquad (4.14)$$

A verificação de transversabilidade da transição foi feita nesta experiência para dois valores diferentes da transferência de momento q.

4.6 ERROS

No cálculo dos êrros foram considerados sòmente os êrros devidos às flutuações estatísticas das contagens. No cálculo das áreas dos picos não foi considerado o efeito de ajuste do fundo $a + b\,E_i$.

CAPITULO 5

RESULTADOS EXPERIMENTAIS, DISCUSSÃO E CONCLUSÃO

5.1 - INTRODUÇÃO

Os resultados experimentais obtidos nesta experiência são os seguintes :

a) fator de forma elástico do Be^9

b) fator de forma inelástico dos níveis de 14,35 Mev e 17,50 Mev do Be^9.

São também obtidos os valores da largura radiativa e dos raios de transição.

5.2 - ESPALHAMENTO ELASTICO

O fator de forma para espalhamento elástico no Be^9 foi obtido usando-se como padrão o C^{12}. A mesma fórmula (4.13) pode ser usada desde que se despreze a contribuição do espalhamento elástico de quadrupolo elétrico, dipolo e octupolo magnéticos. Temos assim sòmente o termo de monopolo elétrico coulombiano. Esta aproximação é válida no Be^9 sòmente para transferência de momento menores que 1 F^{-1} pois acima desta região as contribuições dos outros termos já se tornam importantes.

Foram medidos 6 pontos do fator de forma variando-se o ângulo θ e a transferência de momento q.

As figuras 10, 11, 12 e 13 mostram alguns dos picos elásticos do C^{12} e Be^9 obtidos medindo-se a 125° e 155°. Como se pode verificar o número de contagens a 125° é muito superior ao das contagens em 155°, resultado êste que afeta a determinação do fundo radiativo.

A tabela 5.1 mostra os resultados para o fator de forma do Be^9, bem como as resoluções experimentais e as espessuras dos alvos.

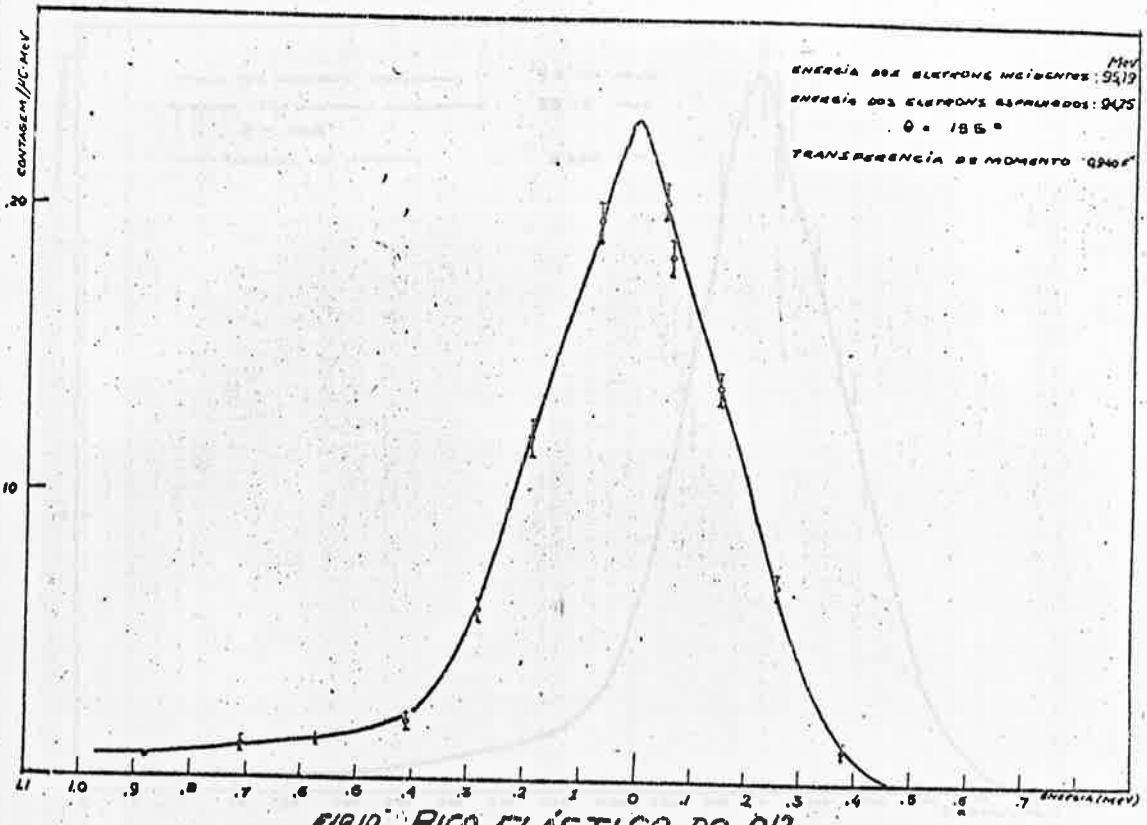


FIG.10 PICO ELÁSTICO DO C^{12}

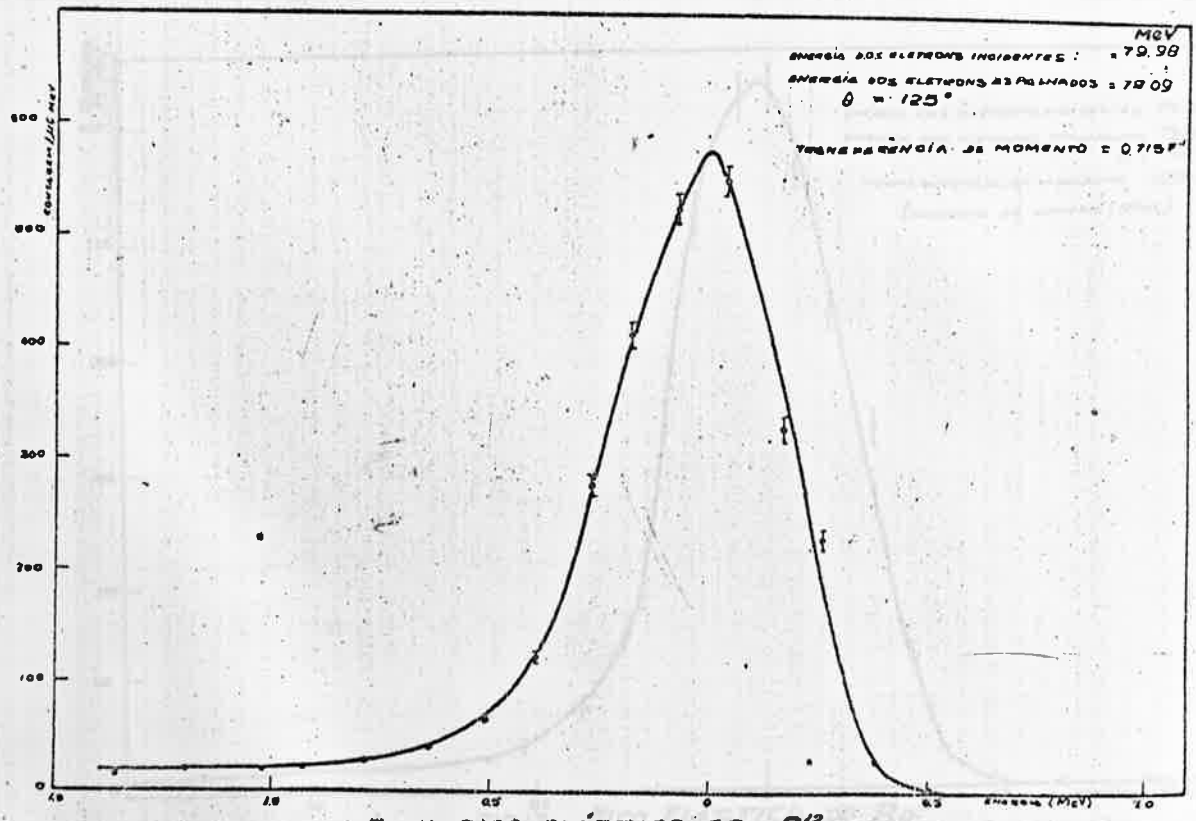


FIG.11 PICO ELÁSTICO DO C^{12}

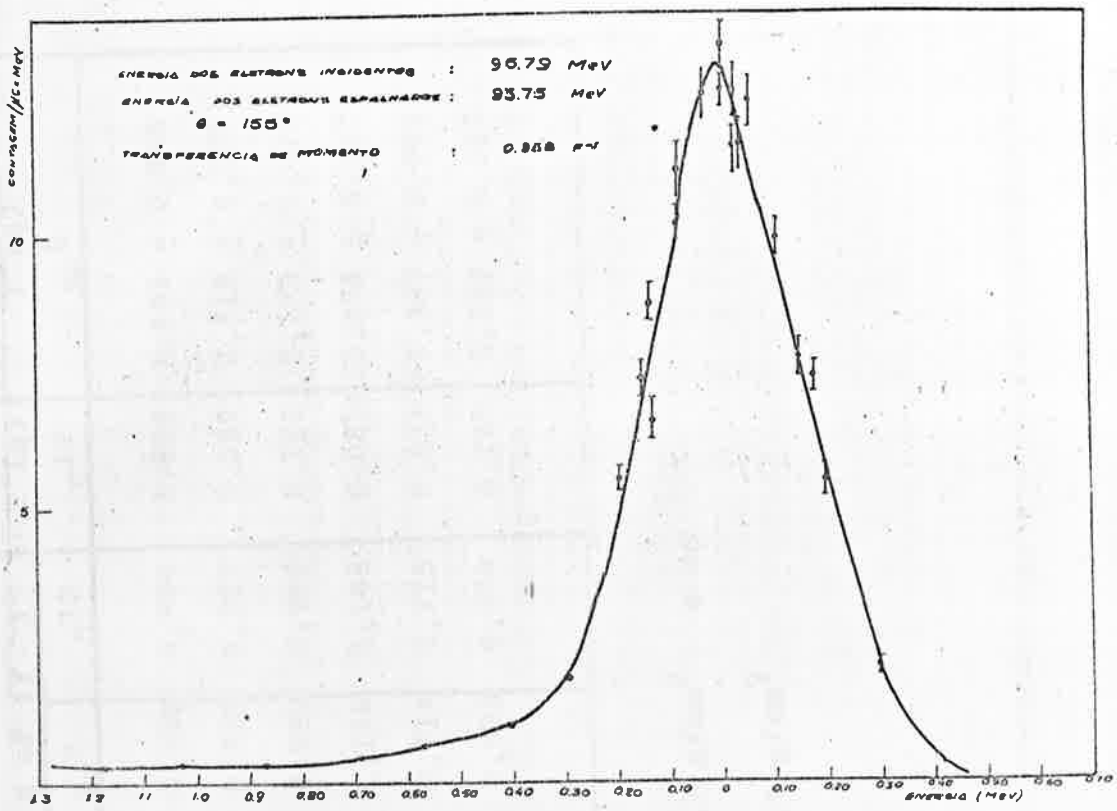


FIG. 12 PICO ELÁSTICO DO Be^9

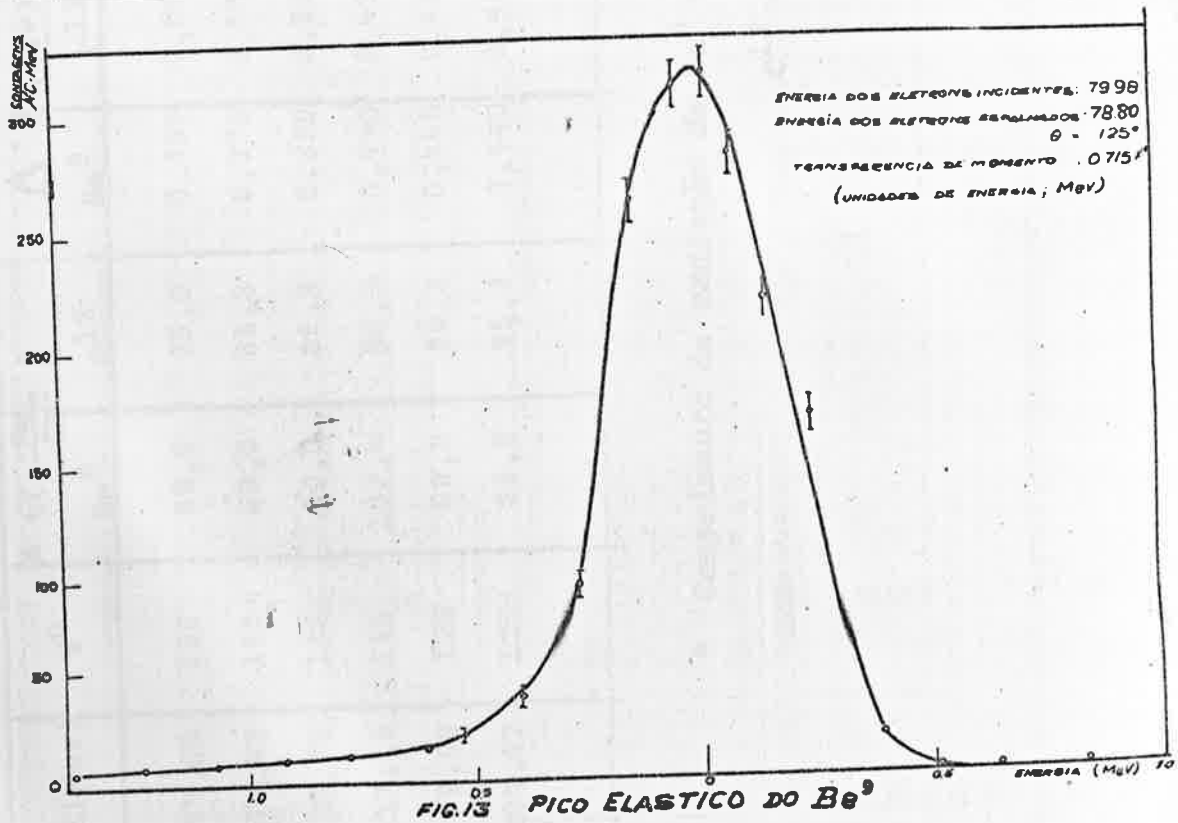


FIG. 13 PICO ELASTICO DO Be^9

TABELA 5.1

FATOR DE FORMA ELASTICO DO Be^9

E(Mev)	θ^o	* t($\frac{mg}{cm^2}$)		$\Delta \varepsilon$ (Mev)		q el (F^{-1})		$F^2(q)$	$F^2(q)$
		Be^9	C^{12}	Be^9	C^{12}	Be^9	C^{12}	C^{12}	Be^9
54,69	155	69,0	85,3	0,300	0,320	0,539	0,539	0,559	0,585 ± 0,045
74,43	155	69,0	85,3	0,370	0,380	0,730	0,732	0,339	0,316 ± 0,025
95,79	155	69,0	85,3	0,330	0,390	0,938	0,940	0,162	0,175 ± 0,020
117,15	155	107,4	85,3	0,440	0,490	1,144	1,148	0,0605	0,075 ± 0,017
79,98	125	69,0	85,3	0,440	0,480	0,714	0,715	0,358	0,387 ± 0,042
104,67	125	69,0	85,3	0,440	0,480	0,932	0,934	0,166	0,192 ± 0,027

* Comprimento de radiação de Be^9 = 63,7 g/cm^2 e do C^{12} = 42,4 g/cm^2

A Fig. 14 mostra os pontos experimentais do fator de forma elástico do Be^9 obtidos nêste trabalho. As curvas foram traçadas tomando-se como modêlo o oscilador harmônico com R = 2,25 F e R = 2,5 F e o modêlo de Helm com R = 2,25 F e g = 0,225 F. Verifica-se que as curvas para R = 2,5 do oscilador harmônico e R = 2,25 do modêlo de Helm se ajustam melhor aos pontos experimentais.

O núcleo do Be^9 tem dois neutrons e dois protons na camada 1s e 3 neutrons e 2 protons na camada 1p. Usando como função de onda as do oscilador harmônico a densidade de carga no estado fundamental é dada pela expressão (2,44), sendo $\alpha = 2/3$ e $b = 1,7$ F.

Meyer e Berkhout (Me 59) e Bernheim, Stovall e Vinciguerra (Be 67) obtêm respectivamente R = 2,26 F e R = 2,5 F para o raio quadrático médio de Be^9, que são as curvas representadas na Fig. 14. Nossos dados estão em melhor acôrdo com os de Bernheim, Stovall e Vinciguerra (R = 2,5 F). Na região de transferência de momento $q \sim 1\ F^{-1}$, vemos que a curva de R = 2,5 F passa abaixo dos pontos experimentais como seria de se esperar, pois representa sòmente a contribuição de monopolo coulombiano e no Be^9 como o spin do estado fundamental é $\frac{3}{2}$ pode-se ter também contribuições do quadripolo elétrico coulombiano, dipolo e octopolo magnético. No trabalho de Bernheim et al, o raio R = 2,5 no modêlo do oscilador harmônico representa sòmente a contribuição de monopolo.

O valor do raio quadrático médio do núcleo é sensível

$$\langle r^2 \rangle = 4\pi \int_0^\infty \rho(r)\, r^4\, dr \quad \text{sendo } 1 = 4\pi \int_0^\infty r^2 \rho(r)\, dr$$

ao modêlo assumido para a distribuição de carga nuclear.

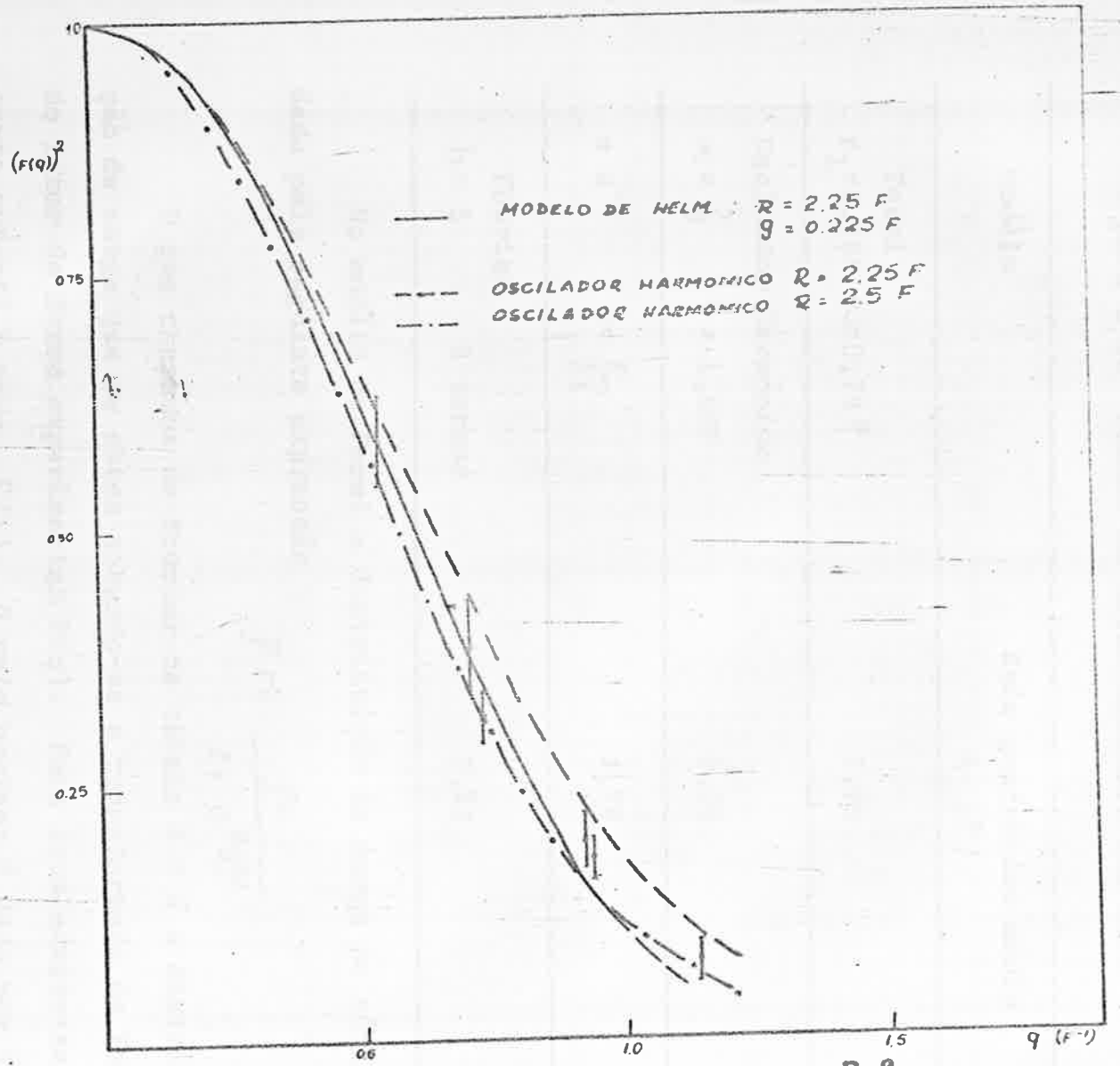


FIG. 14 FATOR DE FORMA ELÁSTICO DO Be^9

Na tabela 5.2 os resultados de Meyer-Berkhout (Me 59) para o Be^9, todos obtidos por ajuste de curvas aos dados experimentais.

TABELA 5.2

R para o Be^9 (Dados de Meyer-Berkhout (Me 59))

Modêlo	Raio quadrático médio R (F)
Fermi r_1=0,90F a=0,79 F	2,99
Oscilador Harmônico $\alpha = \frac{2}{3}$ b = 1,60F	2,26
$x\,e^{-x}$ $x = \frac{r}{r_1}$	2,75
Fourier b = 5 3 termos	2,61

No modêlo de Fermi a distribuição de carga do núcleo é dada pela seguinte expressão :

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 + e^{\frac{r-r_1}{a}}}$$

O que chamamos de Fourier na tabela 5.2 é a distribuição de carga que se obtem achando-se a transformada de Fourier do fator de forma experimental F(q). Para isto admite-se um certo cut-off b para $\rho(r)$. O raio nuclear é dado por (Me 59)

$$\langle r^2 \rangle = b^2 - \frac{24\, b^4}{\pi^2 z} \sum_n (-1)^{n+1} \frac{C_n}{n^3}$$

em que Cn é o coeficiente da seguinte série de Fourier

$$r\rho(r) = \sum C_n \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi r}{b}\right) = (2\pi^2)^{-1} Z \int_0^\infty q\, F(q) \operatorname{sen}(qr)\, dq$$

No trabalho de Meyer e Berkhout as formas de $\rho(r)$ que dão melhor ajuste aos nossos dados experimentais são as duas últimas da tablea 5.2, que diferem sòmente para $r < 1F$. Na análise de Fourier foi considerado um cut-off de 5F e considerados 3 termos de série.

Os fatores de forma magnéticos do dipolo e octopolo foram medidos por Rand, Frosch e Yearian (Ra 66) sendo as curvas mostradas na Fig. 15. A partir dêstes fatores de forma pode-se obter a distribuição espacial dos momentos magnéticos. Entretanto a simples inspeção da Fig. 15 nos dá uma indicação qualitativa de qual deve ser o raio da distribuição e sua forma comparada à forma da distribuição da densidade de carga.

O primeiro mínimo do fator de forma para M1 ocorre para $q^2 \sim 1{,}5$ F ao passo que o primeiro mínimo para a distribuição de carga (monopolo coulombiano) ocorre para $q^2 \sim 4$ F. Isto indica que o valor da densidade de magnetização M1 é maior perto dasuperfície nuclear, e que portanto as densidades de carga e de magnetização nuclear são diferentes.

Fazendo uma analogia com a difração da luz, a intensidade luminosa é dada por $\frac{I}{I_0} = \left(\frac{\operatorname{sen} x}{x}\right)^2$

que é a expressão equivalente à do fator de forma F (q). Êste é proporcional a $j_0(q)$, sendo j_0 uma função esférica de Bessel de ordem zero.

O primeiro mínimo de $\frac{I}{I_o}$ se dá para $x = \pi = \frac{\pi a \operatorname{sen}\theta}{\lambda}$ ou $\frac{a \operatorname{sen}\theta}{\lambda} = 1$. Portanto para uma diminuição de $\frac{a}{\lambda}$ há um correspondente aumento da largura da fenda. No fator de forma, apresenta um mínimo para um determinado argumento qR e se q diminui R aumenta.

O valor de R obtido por Rand, Frosch e Yearian é de 2,64 F, valor êste que pode ser avaliado a partir da Fig. 51 considerando que F (q) M1 deve ter um comportamento semelhante ao de j_0 (qR) e esta apresenta um mínimo para R ~ 3,15 o que resulta R ~ 2,6.

Nossos resultados estão em desacordo com os de Nguyen Ngoc et al (Ng 63) que obtêm para o Be^9 um raio R = 2,75 F e g = 0,85 F no espalhamento elástico (Ng 63). Estes valores são por êles usados para ajuste dos fatores de forma dos níveis de 1,6 Mev, 2,47 Mev e 6,4 Mev e transições E1, E2, E2 respectivamente.

5.3 - ESPALHAMENTO INELASTICO

5.3.1 - INTRODUÇÃO

Foram medidos seis espectros inelásticos sendo quatro a 155° e dois a 125° para a determinação do caráter da transição, se transversal pura ou se havia componentes longitudinais.

Os espectros inelásticos são vistos nas Figs. 16, 17, 18, 19, 20, 21 e 22 em função da energia de excitação do núcleo em lugar da energia do eletron espalhado.

A Fig. 16 mostra dois espectros inelásticos do Be^9 para diferentes energias de bombardeamento e diferentes ângulos mas para a mesma transferência de momento $q = 0,93\ F^{-1}$. Os êrros representados correspondem às flutuações estatísticas

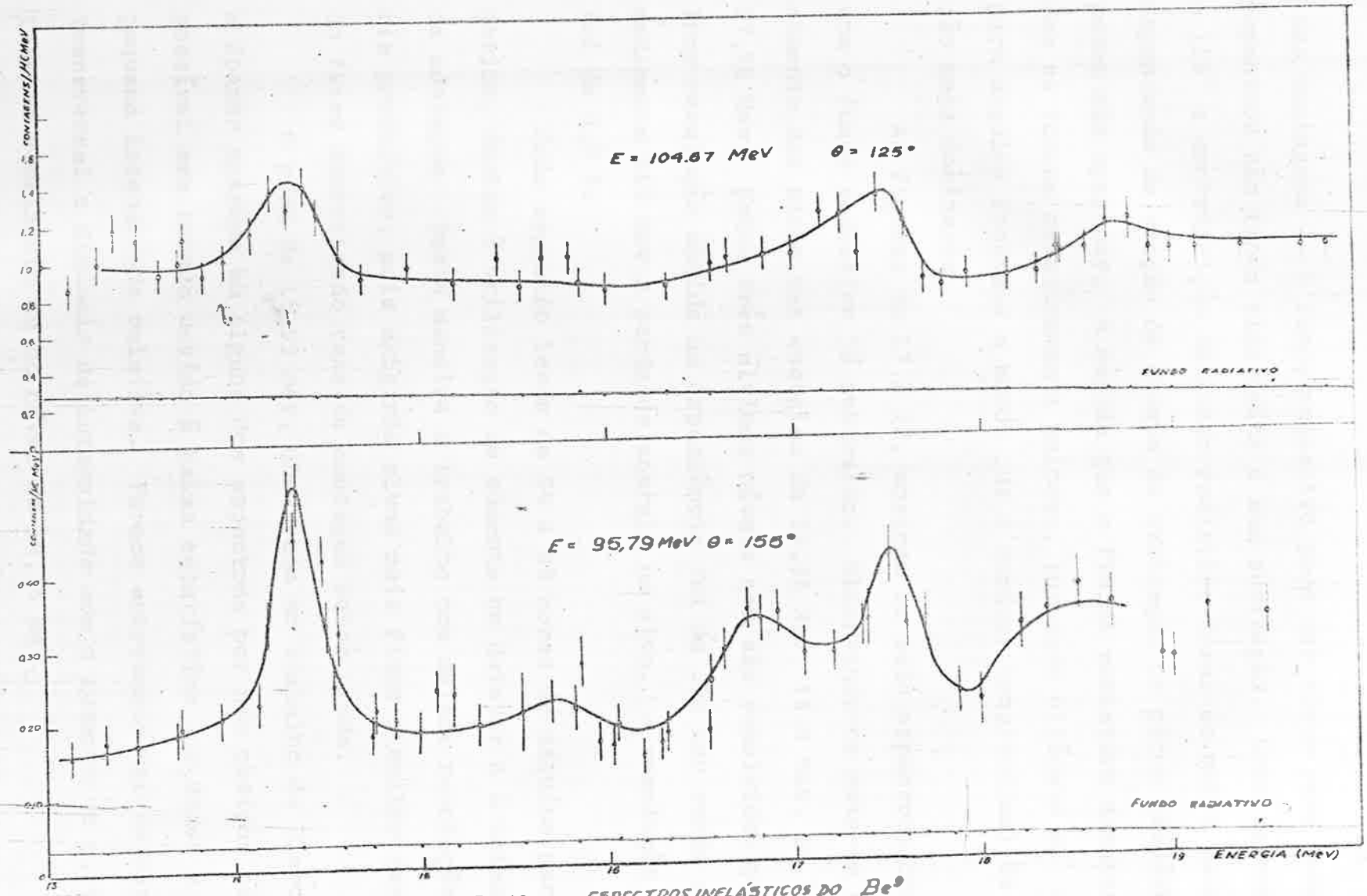


FIG. 16 ESPECTROS INELÁSTICOS DO Be^9

nas contagens . O fundo radiativo pode ser visto para ambos os espectros não tendo sido feita a sua subtração. Como se verifica, a 125° a contribuição do fundo radiativo torna-se muito maior e dependendo da secção de choque de excitação os picos inelásticos podem não aparecer. A medida que o fluido radiativo dumenta os êrros se tornam relativamente maiores, tornando difíceis as medidas para ângulos frontais a menos que o caráter longitudinal da transição seja dominante.

As figuras de 17 à 22, mostram os seis espectros obtidos com o fundo radiativo já subtraido. Observando-os nota-se o aparecimento dos picos nas energias de 14,35 Mev, 16,6 Mev, 16,9 Mev e 17,50 Mev. Estes três últimos níveis não são resolvidos pois a melhor resolução obtida na experiência foi de 300 Kev sendo de aproximadamente 100 Kev a perda de energia no alvo. A resolução do feixe foi de 0,3 %.

Cada espectro levou de 24 a 48 horas de máquina para ser obtido, devido à utilização de sòmente um detetor e à baixa taxa de contagem. Desta maneira o trabalho com melhor resolução ficaria proibitivo, pois exigiria alvos mais finos e melhor resolução do feixe acarretando taxa de contagem menor ainda.

O pico de 15,99 Mev, observado no trabalho de Clerc, Wetzel e Spamer aparece em alguns dos espectros por nós obtidos não sendo possível seu estudo devido à baixa estatística dos dados e a sua pequena intensidade relativa. Parece entretanto ter um caráter transversal e diminuir de intensidade com o aumento de q, comportamento semelhante ao do nível de 14,35 Mev.

O comportamento dos picos de 14,35 Mev e 17,50 Mev é diferente, notando-se que o de 14,35 Mev inicialmente cái muito mais ràpidamente do que o de 17,5 Mev. Outra característica dos espectros

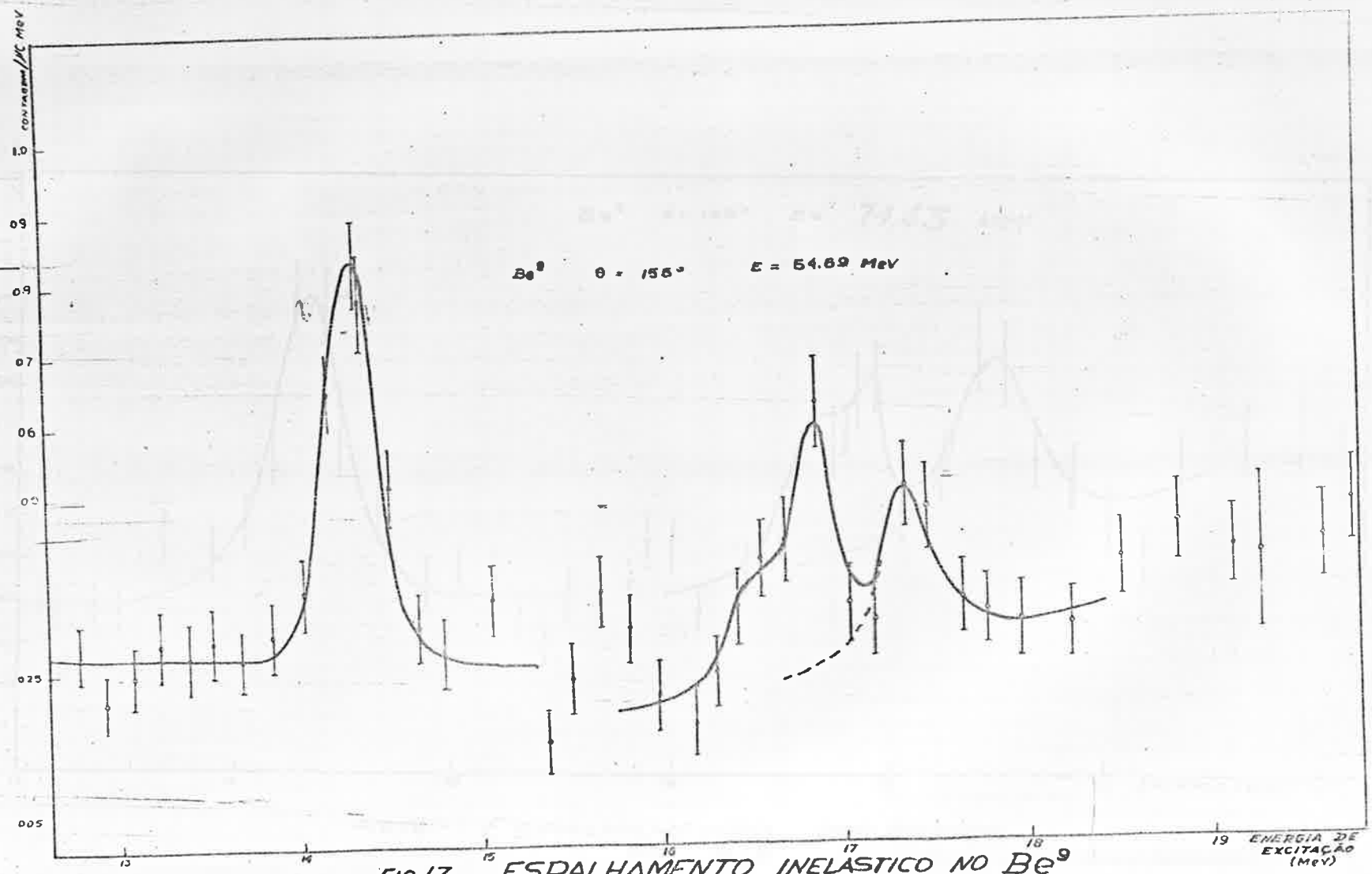


FIG. 17 ESPALHAMENTO INELÁSTICO NO Be^9

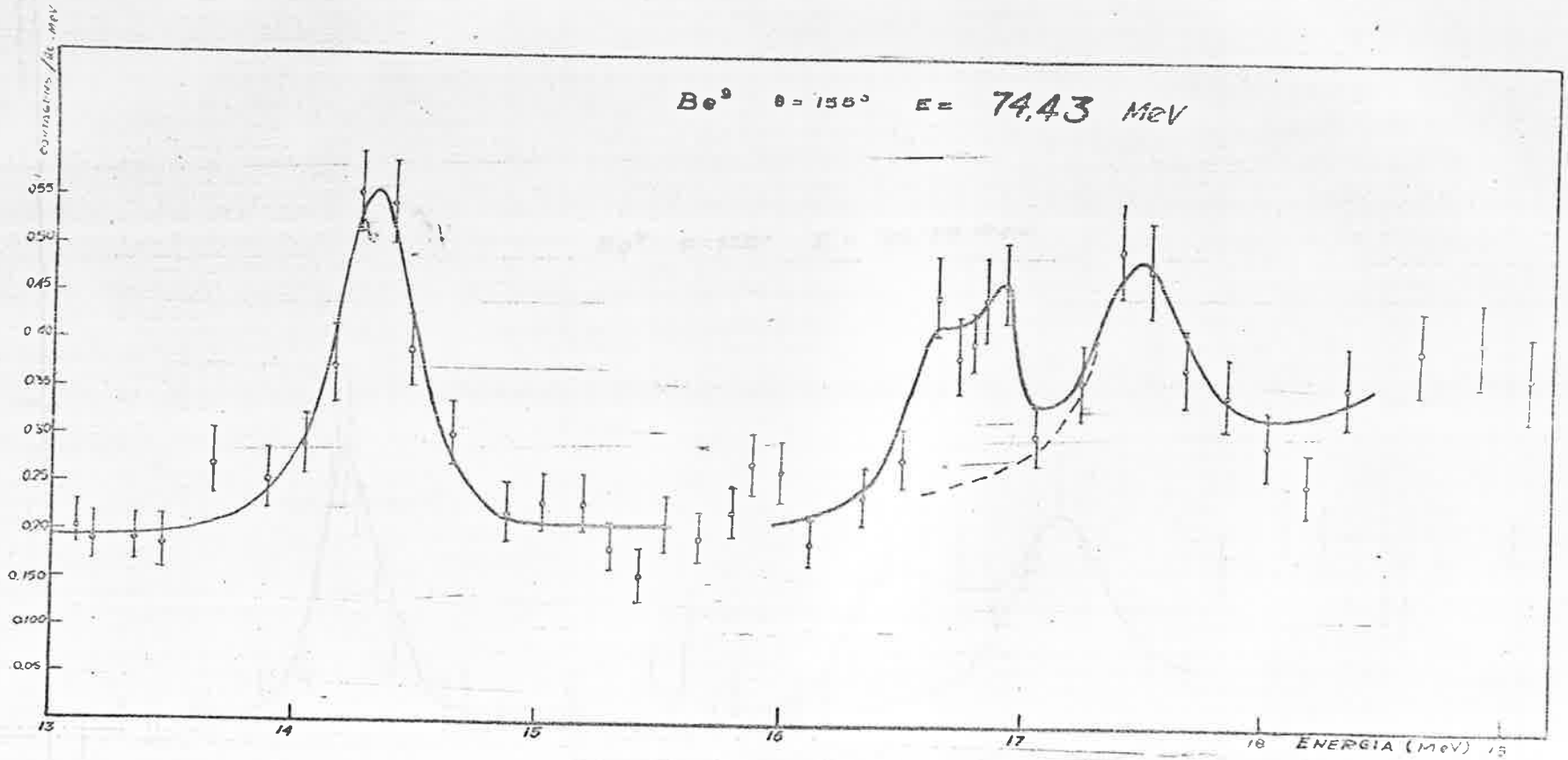


FIG. 18 ESPALHAMENTO INELÁSTICO NO Be^9

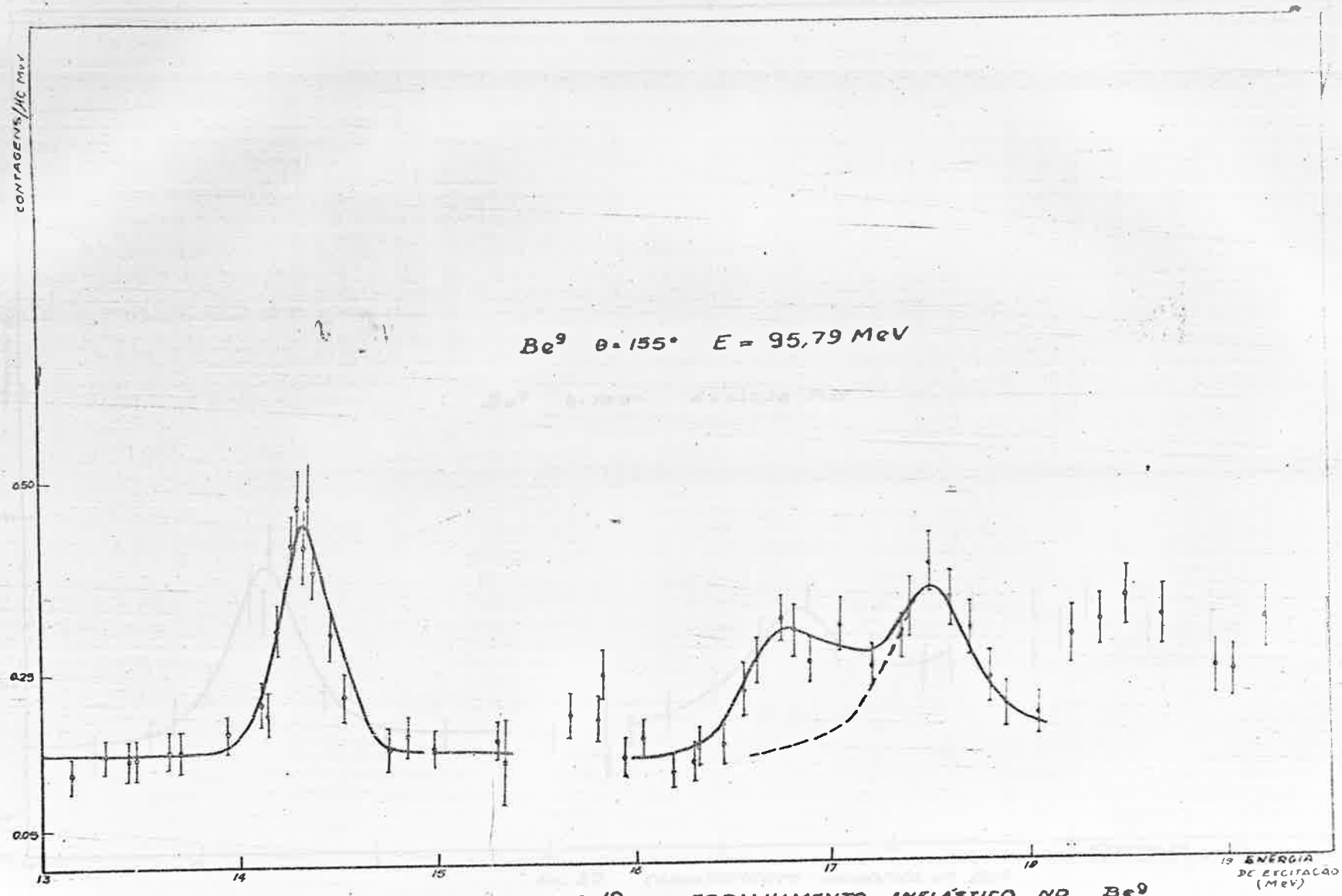


FIG. 19 ESPALHAMENTO INELÁSTICO NO Be^9

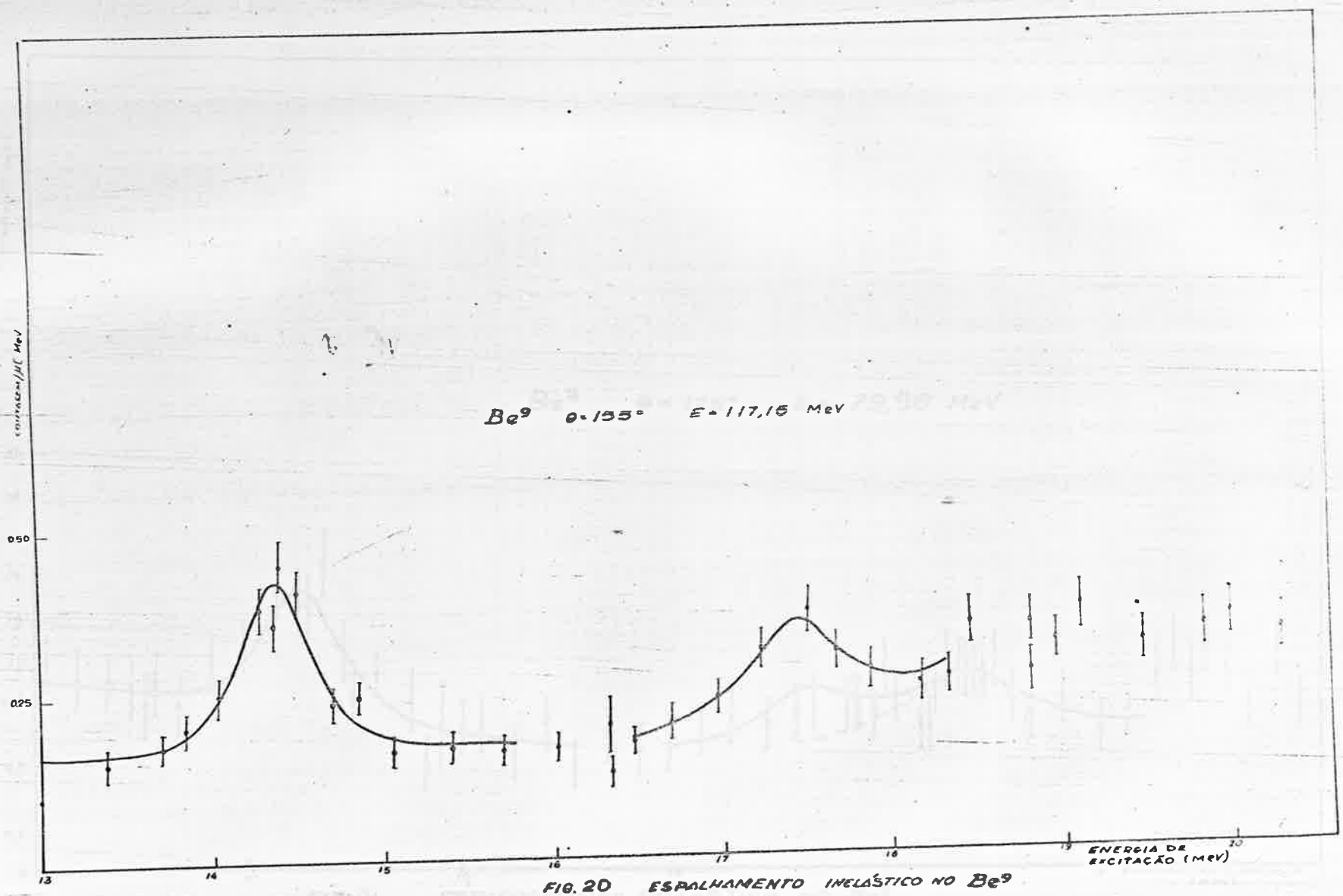


FIG. 20 ESPALHAMENTO INELÁSTICO NO Be^9

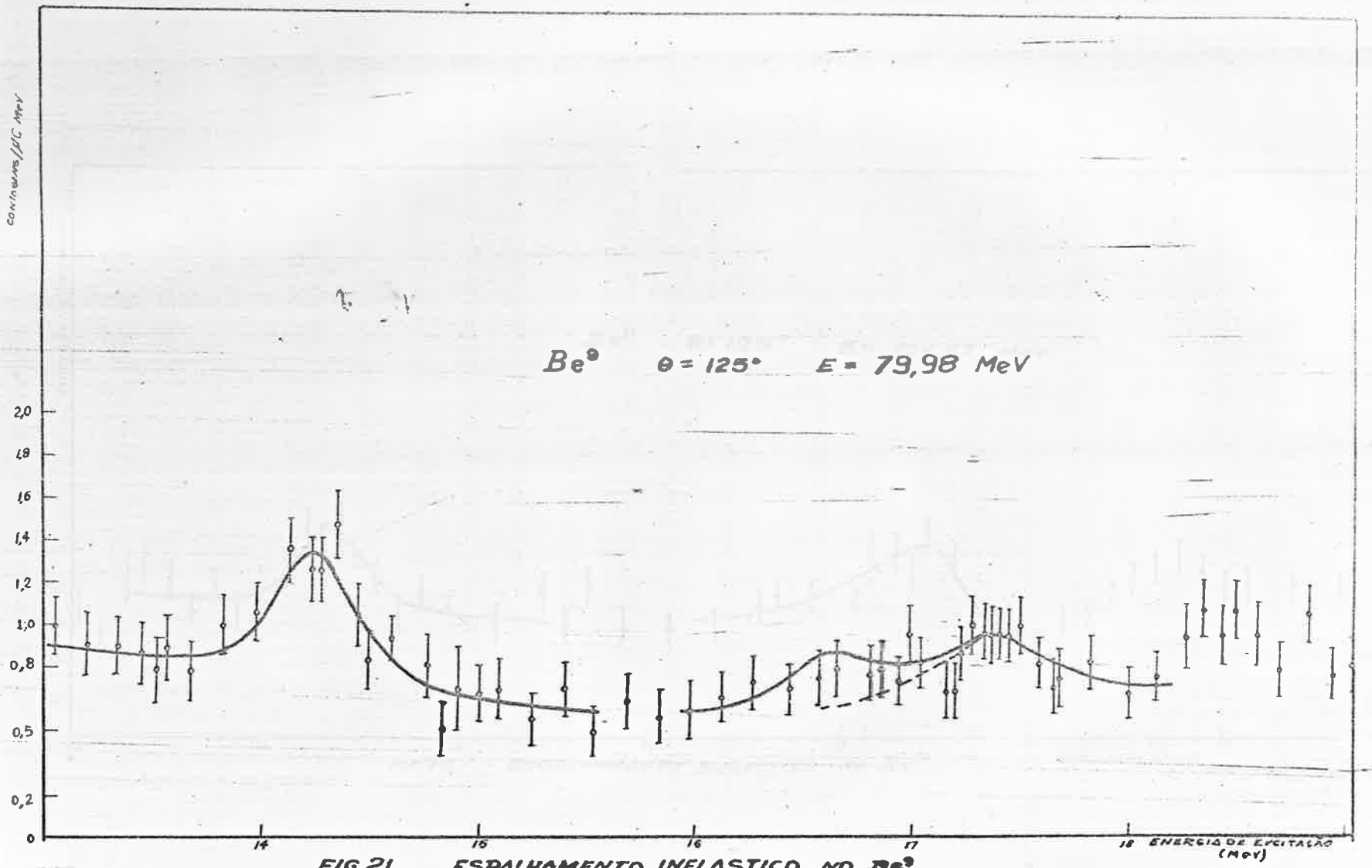


FIG. 21 ESPALHAMENTO INELASTICO NO Be^9

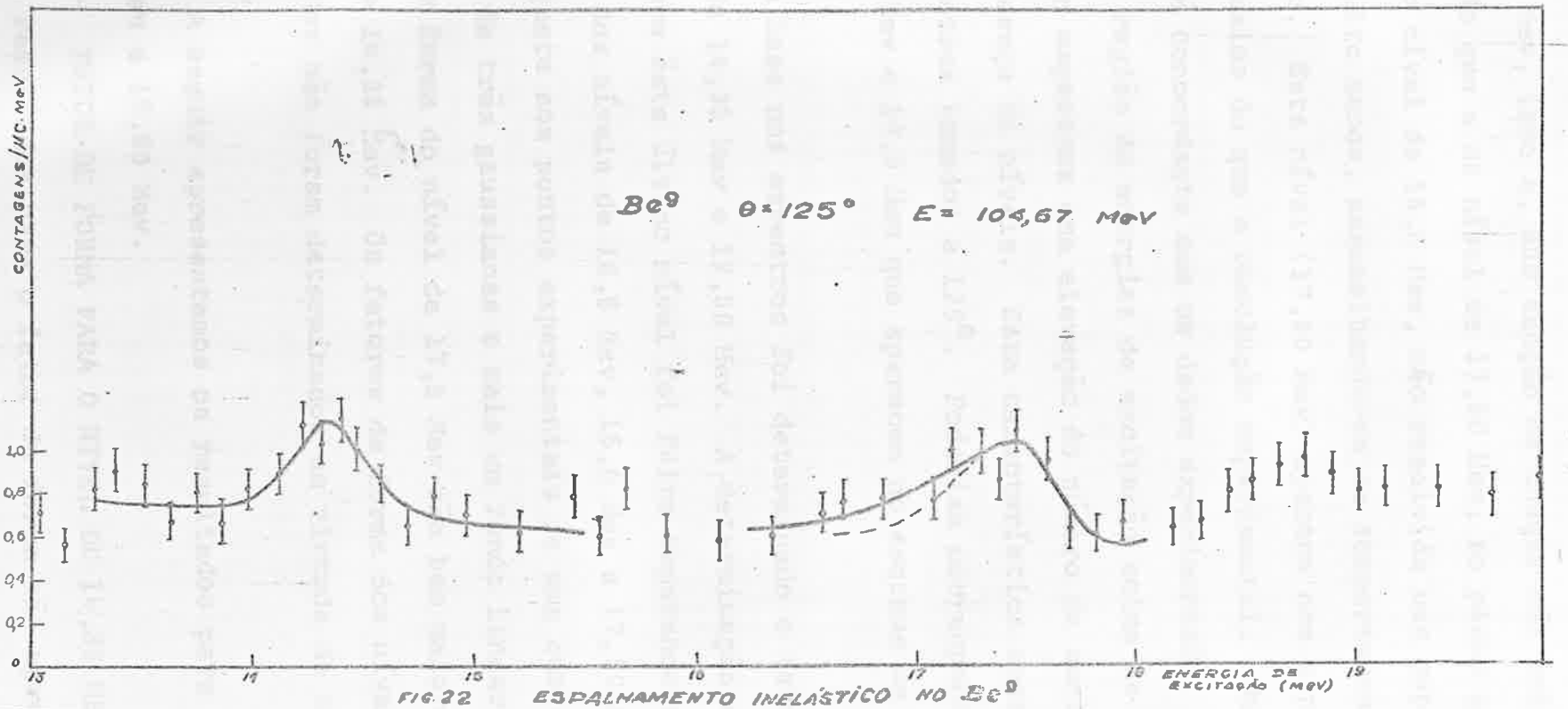


FIG. 22 ESPALHAMENTO INELÁSTICO NO Be^9

é que a excitação do nível de 16,9 Mev se assemelha à do nível de 14,35 Mev, isto é, sua secção de choque cái muito mais ràpidamente do que a do nível de 17,50 Mev, ao passo que a contribuição do nível de 16,6 Mev, não resolvida nos espectros, decresce muito menos, assemelhando-se ao comportamento do nível de 17,50 Mev. Este nível (17,50 Mev) aparece nos espectros com largura maior do que a resolução experimental. Uma largura de 100 Kev é concordante com os dados experimentais.

Na região de energias de excitação acima de 18 Mev observa-se nos espectros uma elevação do número de contagens indicando a presença de níveis. Esta característica aparece inclusive nos espectros tomados a 125°. Poderiam corresponder aos níveis de 18,6 Mev e 18,9 Mev que aparecem no esquema de níveis do Be^9 (Fig. 1).

Com base nos espectros foi determinado o fator de forma dos níveis de 14,35 Mev e 17,50 Mev. A determinação do fator de forma para êste último nível foi feita separando-se as contribuições dos níveis de 16,6 Mev, 16,9 Mev e 17,50 Mev por meio de um ajuste aos pontos experimentais de uma curva consistindo da soma de três gaussianas e mais um fundo linear. Os êrros do fator de forma do nível de 17,5 Mev são bem maiores do que os do nível de 14,35 Mev. Os fatores de forma dos níveis de 16,6 Mev e 16,9 Mev não foram determinados em virtude de os êrros serem grandes.

A seguir apresentamos os resultados para os níveis de 14,35 Mev e 17,50 Mev.

5.3.2 - FATOR DE FORMA PARA O NIVEL DE 14,35 MEV

Os resultados para o fator de forma são apresentados na Tabela 5.3. e 5.4. Na tabela 5.3 estão os dados do ajuste das

curvas pela função

$$y = aE_\gamma + b + Ae^{-B(E_\gamma - E_0)^2}$$

A qualidade do ajuste pode ser verificada pelo X^2 comparado ao número de graus de liberdade. Verifica-se que sòmente para o espectro tomado na energia de 117,15 Mev o ajuste não é muito bom, correspondendo a uma probabilidade P -0,20 em relação à curva teórica suposta acima. Nêste caso os pontos experimentais são em pequeno número.

TABELA 5.3

A energia do nível pelos dados do ajuste pode ser estabelecida como E_o = 14,35 Mev. Um afastamento dêste valor de menos que 0,1 Mev acarreta um aumento do X^2 para mais que o dôbro. Podemos admitir portanto E_o = 14,35 ± 0,05 .

TABELA 5.4

FATOR DE FORMA PARA O NIVEL DE 14,35 MEV DO Be^9

θ^o	q F^{-1}	$\lvert F_\theta(q)\rvert^2$ $x10^{-3}$	$\frac{1}{2} + tg^2 \frac{\theta}{2}$	$\lvert F(q)\rvert^2$ $x10^{-4}$
155	0,469	1,76 ± 0,13	20,85	0,844 ± 0,062
155	0,663	3,02 ± 0,32	20,85	1,45 ± 0,15
155	0,873	3,36 ± 0,34	20,85	1,61 ± 0,16
155	1,081	3,40 ± 0,37	20,85	1,63 ± 0,18
125	0,719	0,646± 0,107	4,51	1,43 ± 0,24

TABELA 5.3

CONSTANTES DA CURVA DE AJUSTE DOS ESPECTROS PARA O PICO DE 14,35 MEV

θ^o	E	E_o	a	b	qA	B	γ graus de liberdade	χ^2	ΔE
155	54,69	14,30	- 0,0059	0,349	0,571	26,0	15	14,0	0,33
155	74,43	14,35	- 0,0077	0,100	0,360	24,0	16	13,8	0,34
155	95,79	14,35	- 0,0026	0,180	0,287	26,0	18	17,7	0,33
155	117,15	14,40	0,0076	0,074	0,235	14,0	9	13,0	0,44
125	79,98	14,25	- 0,120	2,470	0,551	14,0	25	22,2	0,44
125	104,67	14,35	- 0,067	1,670	0,420	18,0	18	13,7	0,39

Na tabela 5.4 estão os valores do fator de forma sendo

$$|F_\theta(q)|^2 = |F_\ell(q)|^2 + \left(\frac{1}{2} + tg^2\theta/2\right)|F_t(q)|^2$$

Na Fig. 23 temos o gráfico de $F_\theta(q)^2$ em função de $\frac{1}{2} + tg^2\frac{\theta}{2}$ para aproximadamente o mesmo valor da transferência do momento q. Isto é feito para dois valores diferentes de q, 0,87 F^{-1} e 0,66 F^{-1}. Dentro dos êrros pode.se afirmar que a transição é predominantemente transversal sendo $F_\ell \approx 0$. O fator de forma é dado então por

$$|F(q)|^2 = \frac{|F_\theta(q)|^2}{\frac{1}{2} + tg^2\frac{\theta}{2}}$$

Para a determinação da multipolaridade da transição usaremos o método proposto por Willey (Wi 63) verificando o comportamento do fator de forma para pequenas transferências de momento. Aplicaremos também o modêlo de Helm para esta finalidade.

A dependência do fator de forma em relação a q para q pequeno é a seguinte (Willey (Wi 63) e Uberall (Ub 68)):

	Dependência do fator de forma
Transições Coulombianas de ordem λ	$q^{2\lambda}$
Transições elétricas transversais de ordem λ	$q^{2\lambda-2}$
Transições transversais magnéticas de ordem $(\lambda - 1)$	$q^{2\lambda-2}$
Transições transversais magnéticas de ordem $(\lambda + 1)$	$q^{2\lambda+2}$

Portanto em um gráfico log-log de $|F(q)|^2$ em função de q o coeficiente angular da reta pode indicar a multipolaridade da transição. Um gráfico dêste tipo para o fator de forma do nível de 14,35 é mostrado na Fig. 24, onde constam também dois pontos medidos em Darmstadt por Clerk, Wetzel, Spamer

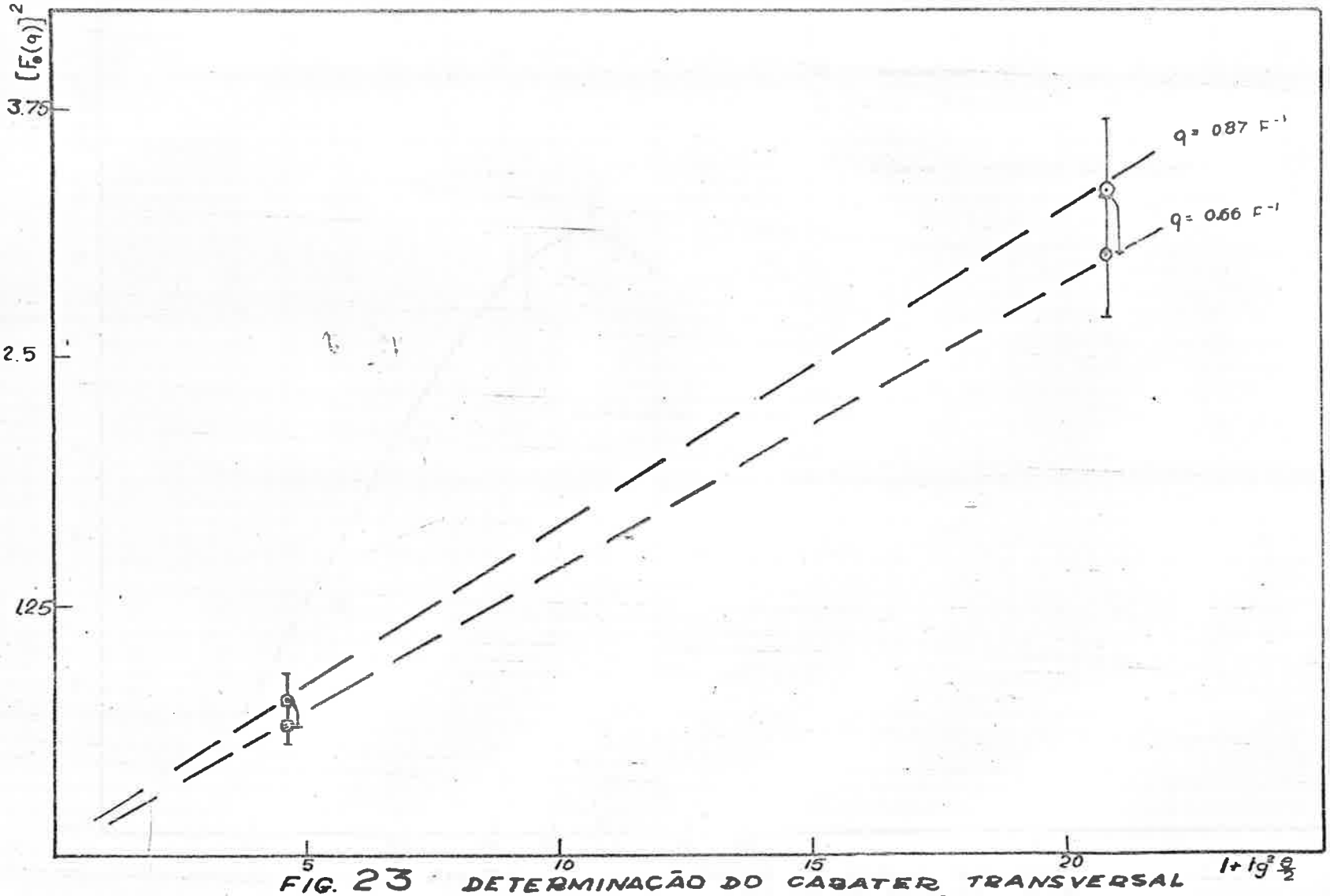


FIG. 23 DETERMINAÇÃO DO CARATER TRANSVERSAL NIVEL DE 14.35 MeV DO Be^9

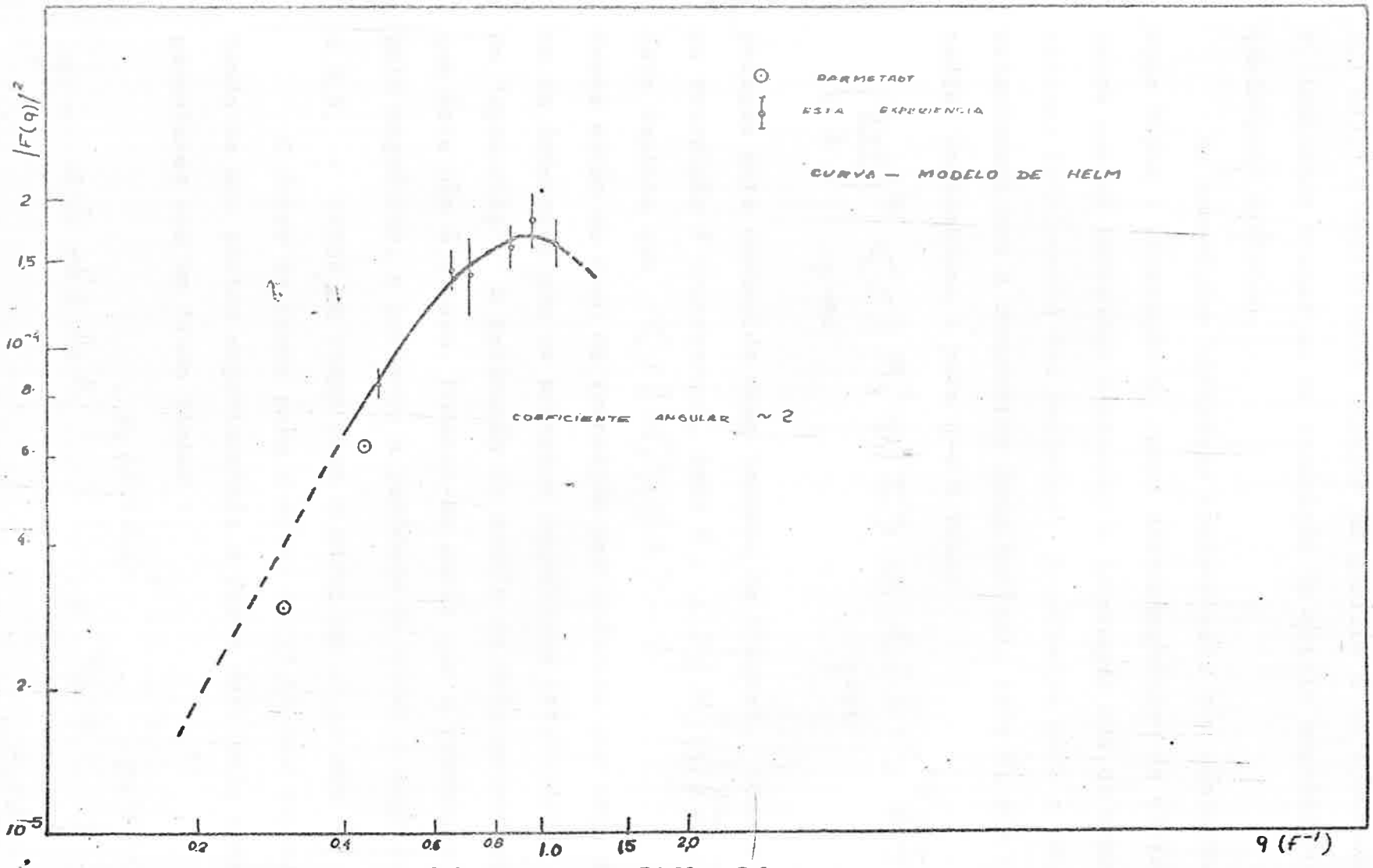


FIG. 24 FATOR DE FORMA DO NIVEL DE 14.35 MeV DO Be^9

(Cl 67). O coeficiente angular no gráfico é de aproximadamente 2, indicando tratar-se de transição de dipolo magnético ou de quadrípolo elétrico.

As transições elétricas transversais têm contribuições de dois tipos : interação do campo eletromagnético de eletrons incidente com as correntes nucleares e interação com os momentos magnéticos intrínsecos dos nucleons. A primeira para q pequeno está relacionada com a componente longitudinal, isto é, com a componente coulombiana e para $q \to 0$ temos

$$\left(\frac{\lambda+1}{\lambda}\right)^{1/2} \underset{q\to 0}{\langle J \| M_\lambda^c(q) \| J_0 \rangle} \simeq \underset{q\to 0}{\langle J \| M_\lambda^{el} \| J_0 \rangle}$$

relação esta conhecida como teorema de Siegert. Como o caráter da transição é transversal, isto é, $\langle J \| M_\lambda^c(q) \| J_0 \rangle \sim 0$ isto implica que $\langle J \| M_\lambda^{el}(q) \| J_0 \rangle \sim 0$

Resta então no caso da transição ser elétrica que seja proveniente da interação com os momentos magnéticos intrínsecos, chamada de "spin-flip". A aplicação do modêlo de Helm entretanto mostra que êste não é o caso. Conclui-se então que a transição é de dipolo magnético, e portanto a paridade do nível é negativa

5.3.3. - FATOR DE FORMA PARA O NIVEL DE 17,50 MEV

O fator de forma para o nível de 17,50 Mev foi obtido ajustando-se aos pontos experimentais a curva dada pela soma de três gaussianas com um fundo linear :

$$y_i = aE_i + b + A_1 e^{-B_1(E_i - E_{01})^2} + A_2 e^{-B_2(E_i - E_{02})^2} + A_3 e^{-B_3(E_i - E_{03})^2}$$

As curvas representadas nas Figs. 17 a 22 são as obtidas no ajuste. O pico de 17,5 Mev nestas curvas, nas regiões em que se sobrepõe com os outros é mostrado em linha tracejada. O resultado do ajuste das curvas é dado na Tabela 5.5. para o nível de 17,5 Mev. Como se pode ver o X^2 do ajuste é bastante bom. A energia dos picos tem uma imprecisão de 0,1 Mev. A atribuição de uma energia de ± 0,1 Mev acarreta aumento do X^2 para o dôbro. Tomaremos como energia do nível o valor 17,50 ± 0,10 Mev.

TABELA 5.5

TABELA 5.6

FATOR DE FORMA PARA O NIVEL DE 17,50 Mev DO Be^9

θ^o	$q(F^{-1})$	$\lvert F_\theta(q)\rvert^2$ $x10^{-4}$	$\frac{1}{2}+tg^2\,\theta/_2$	$\lvert F(q)\rvert^2$ $x10^{-4}$
155	0,455	6,52 ± 1,28	20,85	0,313 ± 0,062
155	0,650	16,3 ± 2,78	20,85	0,782 ± 0,133
155	0,868	31,9 ± 3,20	20,85	1,53 ± 0,15
155	1,066	18,3 ± 3,60	20,85	0,88 ± 0,18
125	0,639	3,92 ± 0,94	4,51	0,87 ± 0,20
125	0,858	8,50 ± 1,20	4,51	1,90 ± 0,26

TABELA 5.5

CONSTANTES DA CURVA DE AJUSTE DOS ESPECTROS PARA O PICO DE 17,5 MEV

θ^{o}	E	E_o	a	b	A	B	ν graus de liberdade	X^2	ΔE
155	54,60	17,30	0,055	- 0,685	0,220	18,0	12	11,6	0,40
155	17,50	17,50	0,055	- 0,675	0,188	14,0	19	26,1	0,44
155	17,50	17,50	0,013	- 0,080	0,187	12,0	17	11,8	0,48
155	17,50	17,50	0,040	- 0,458	0,102	9,0	19	18,0	0,55
125	17,40	17,40	0,052	- 0,230	0,267	9,0	25	12,1	0,55
125	17,40	17,40	-0,031	1,137	0,408	11,0	15	14,9	0,50

A Fig. 25 mostra o caráter transversal da excitação do nível de 17,50 Mev para duas transferências de momento , $q = 0{,}640^{F-1}$ e $q = 0{,}860^{F-1}$.

A seguir o fator de forma é obtido e na Fig. 26 temos um gráfico log-log do mesmo em função de q. A transição só pode ser magnética ou elétrica de "spin-flip" pois não há componente longitudinal. O coeficiente angular da curva é aproximadamente 3. Para "spin-flip" com $\lambda = 2$ (quadripolo elétrico) o coeficiente previsto para q pequeno é 2, ao passo que para quadripolo magnético o coeficiente é 4. A medida que q cresce o coeficiente angular tende a decrescer . Desta forma podemos dizer que a variação de F(q) com q para q pequenos é proporcional à quarta potência de q e então a transição é de quadripolo magnético, conclusão esta reforçada com a comparação com o modêlo de Helm. Portanto a paridade do nível é positiva ($\Delta\Pi = -1$)

5.3.4 - COMPARAÇÃO DOS FATORES DE FORMA OBTIDOS COM AS PREVISÕES DO MODÊLO DE HELM

O modêlo de Helm generalizado, explicado na secção 2.5 prevê para os fatores de forma magnéticos a seguinte expressão, que é a mesma fórmula (2.51)

$$\left|F_\lambda^m(q)\right| = \frac{q}{2M}\,\bar{f}_1(q)\left[\left(\frac{\lambda}{2\lambda+1}\right)^{1/2}\gamma(\lambda_+, J_0 J)\,j_{\lambda+1}(qR) + \left(\frac{\lambda+1}{2\lambda+1}\right)^{1/2}\gamma(\lambda_-, J_0 J)\,j_{\lambda-1}(qR)\right]$$

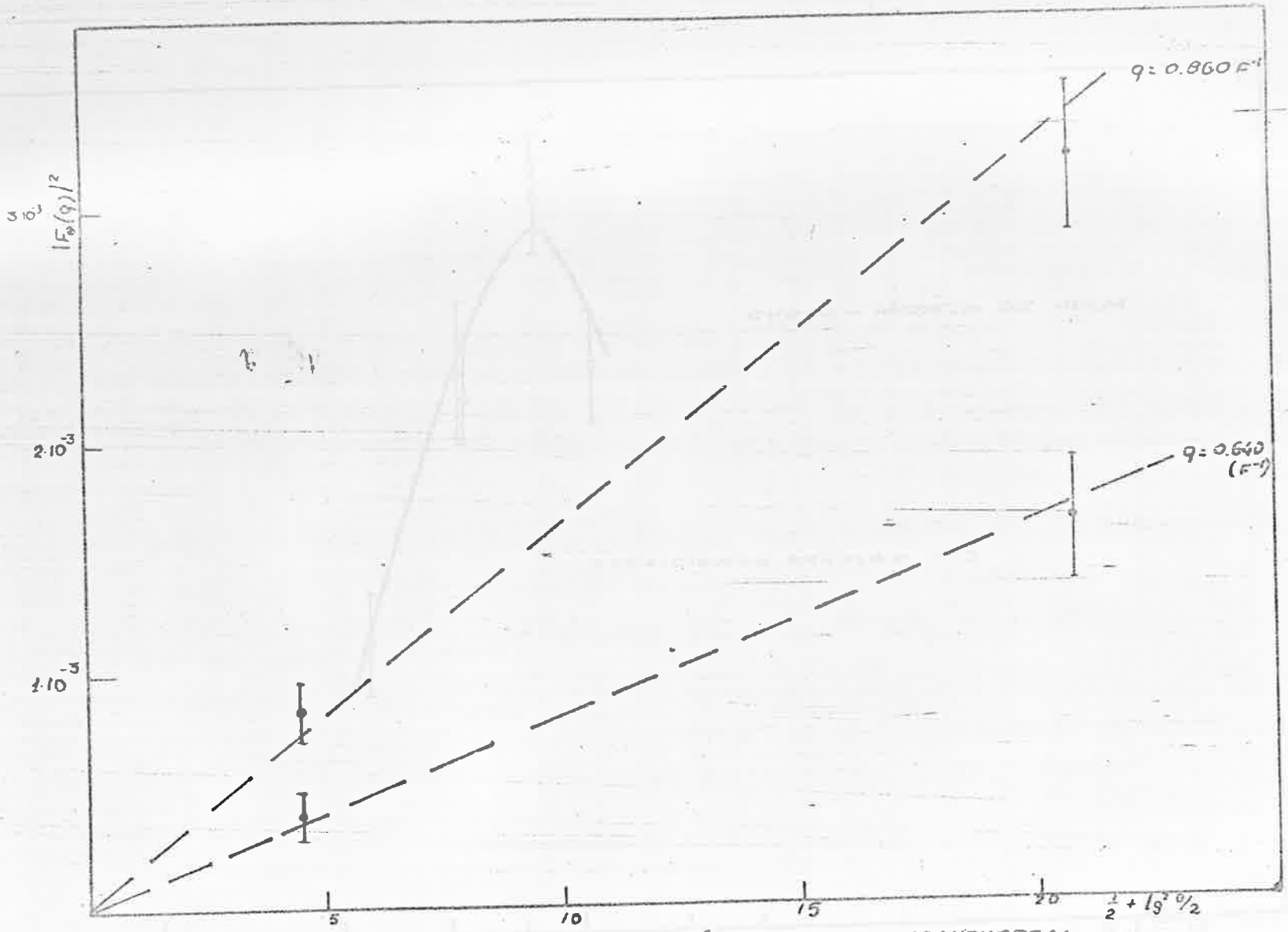


FIG 25 DETERMINAÇÃO DO CARATER TRANSVERSAL
NIVEL DE 17.50 MeV

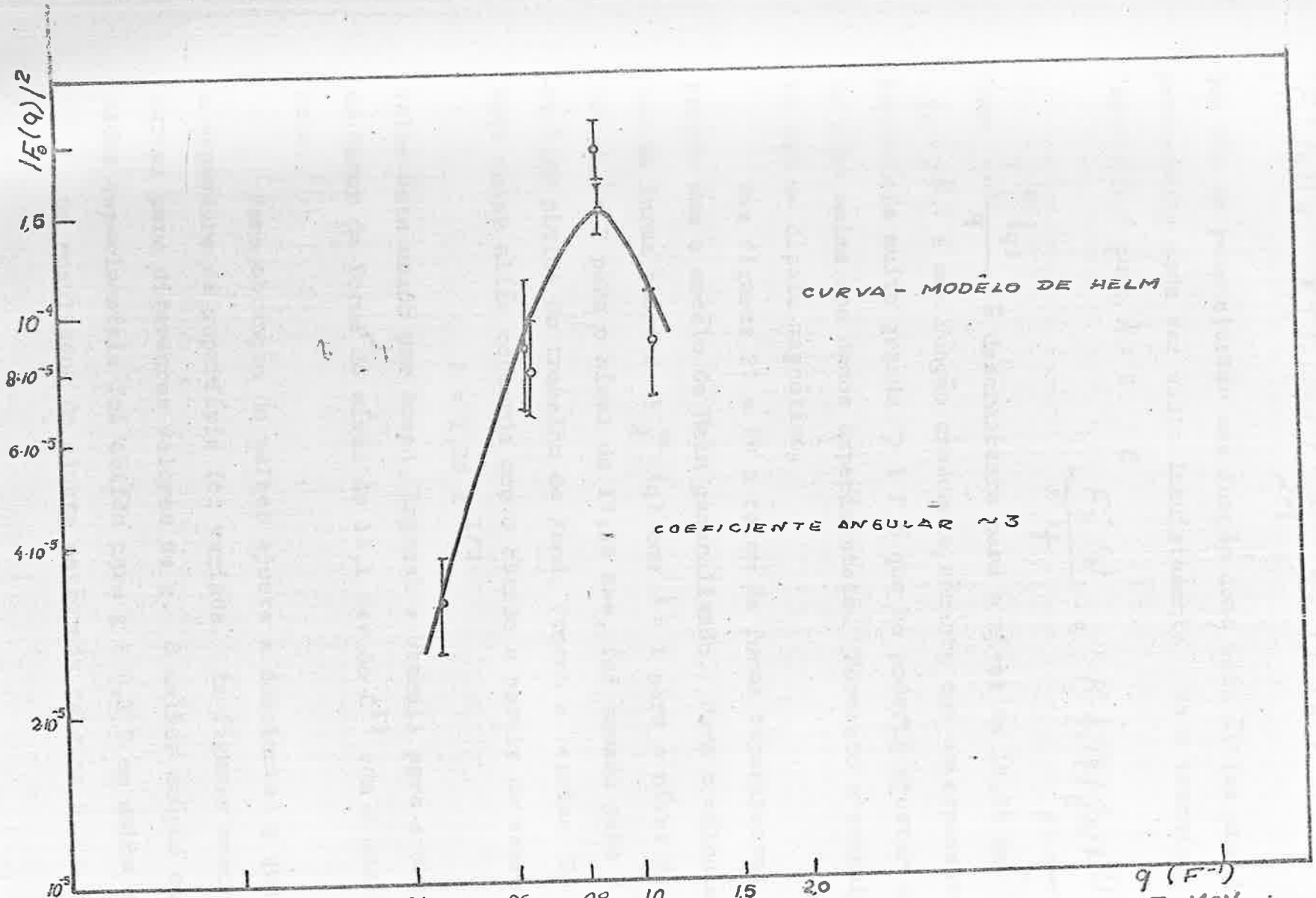


FIG. 26 FATOR DE FORMA DO NIVEL DE 17.5 MeV DO Be^9

Para "spin-flip" só o segundo termo de (2.50) contribúi e temos:

$$\left|F_\lambda^e(q)\right| = \gamma(\lambda_0, J_0 J)\, \frac{q}{2M}\, \bar{f}_1(q)\, j_\lambda(q\bar{R})$$

Que não se pode ajustar uma função como esta última aos dados experimentais pode ser visto imediatamente. Se a transição é de "spin-flip" puro, $\lambda = 2$ e

$$\frac{F_\lambda^e(q)}{q} = K\, \bar{f}_1(q)\, j_2(q\bar{R})$$

$K = \text{const.}$

Como $\frac{F_\lambda^e(q)}{q}$ é descrescente para o nível de 14,35 Mev e $j_2(q\bar{R})$ é uma função crescente, sòmente com uma espessura g da superfície muito grande > 1 F é que se poderia ajustar uma curva do tipo acima aos dados experimentais. Portanto a transição deve ser de dipolo magnético.

Nas figuras 27 e 28 o fator de forma experimental é comparado com o modêlo de Helm generalizado. Para o cálculo do fator de forma teórico $F_\lambda^m(q)$ com $\lambda = 1$ para o nível de 14,35 Mev e $\lambda = 2$ para o nível de 17,90 Mev, foi tomado para R o valor de 2,60 obtido do trabalho de Rand, Frosch e Yearian (Ra 66). Este valor aliás concorda com o obtido a partir da expressão :

$$R = 1{,}25\, A^{1/3}$$

valor êste usado por Rosen, Raphael e Uberall para a comparação do fator de forma do nível de 15,1 Mev do C^{12} com o modêlo de Helm.

Para obtenção de melhor ajuste a constante g que mede a espessura da superfície foi variada. As figuras mostram as curvas para diferentes valores de g. O melhor acôrdo com os dados experimentais foi obtido para g = 0,1 R em ambos os casos.

Os resultados do ajuste estão nas tabelas 5.7 e 5.8 .

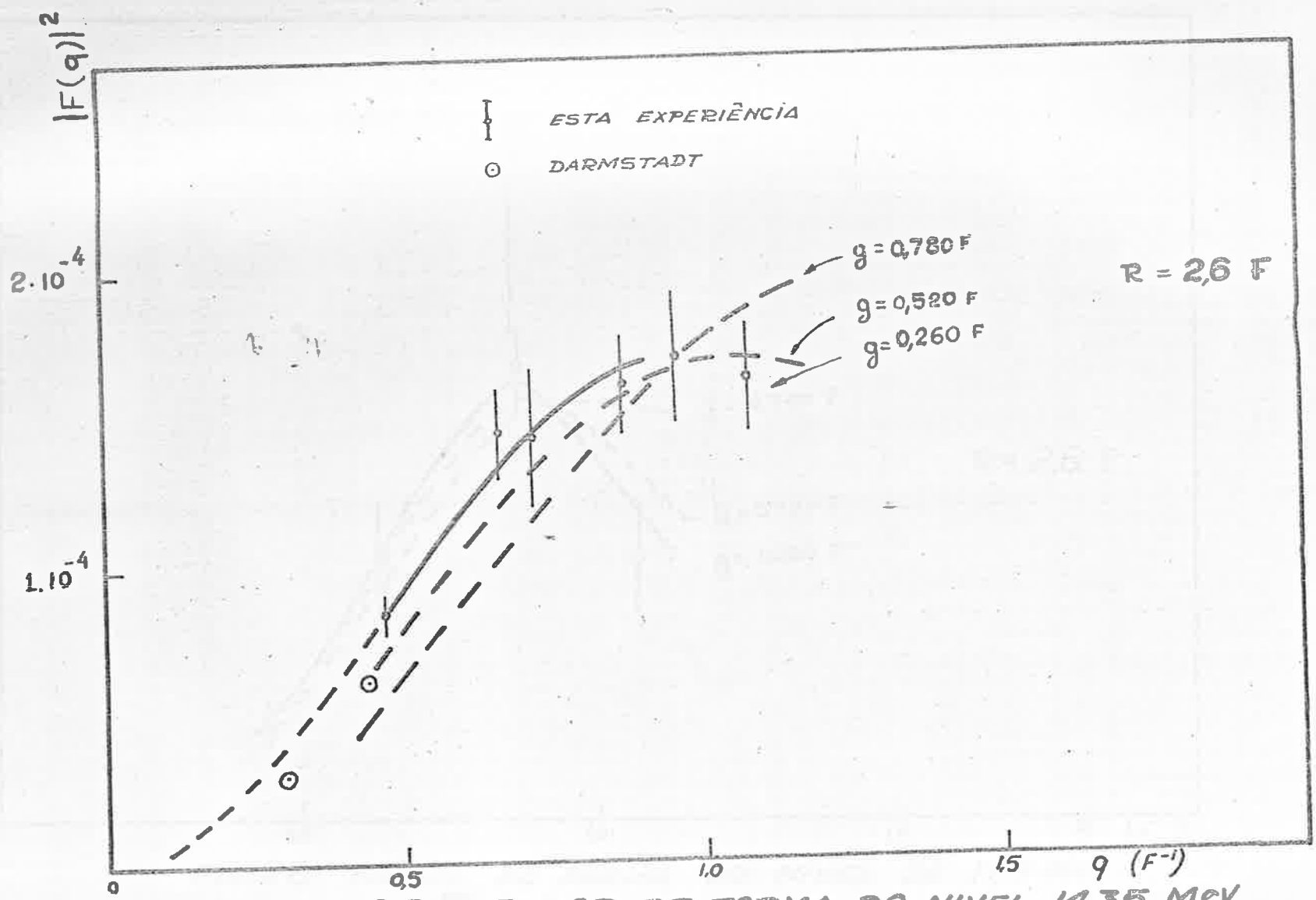


FIG. 27 FATOR DE FORMA DO NIVEL 14,35 MeV DO Be^9 (COMPARAÇÃO COM O MODELO DE HELM)

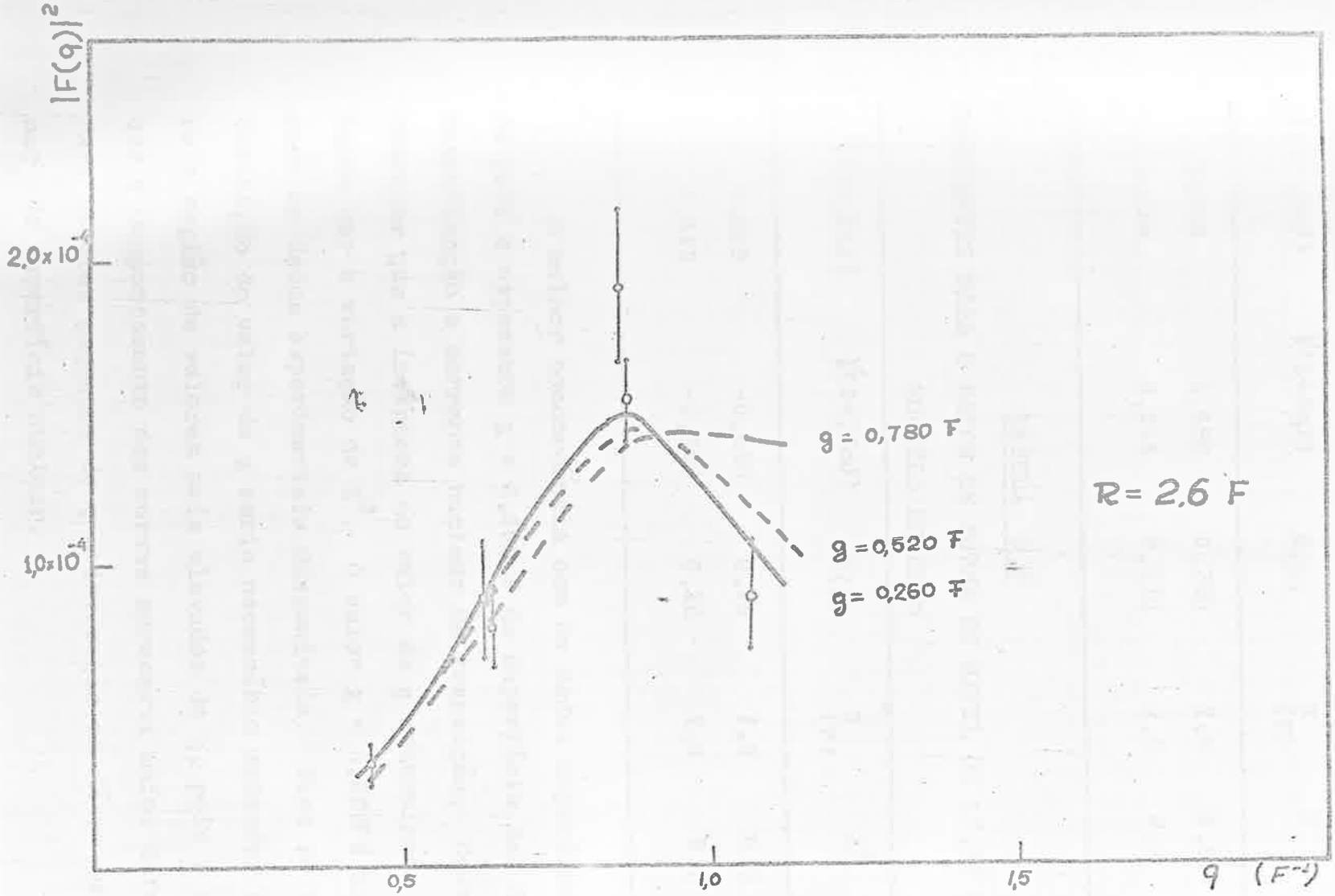


FIG. 28 FATOR DE FORMA DO NIVEL DE 17,5 MeV DO Be^9 (COMPARAÇÃO COM O MODÊLO DE HELM)

TABELA 5.7

CONSTANTES PARA O FATOR DE FORMA DO NÍVEL DE 14,35 MEV NO MODÊLO DE HELM

$\gamma(1-,JoJ)$	$\gamma(1+JoJ)$	$g_{(F)}$	R (F)	X^2	graus de liberdade
0,256	0,556	0,260	2,6	1,8	4
0,256	0,645	0,520	2,6	8,3	4

TABELA 5.8

CONSTANTES PARA O FATOR DE FORMA DO NIVEL DE 17,50 MEV NO MODEÊLO DE HELM

$\gamma(2-,JoJ)$	$\gamma(2+,JoJ)$	$g_{(F)}$	R (F)	X^2	graus de liberdade
0,509	-0,690	0,26	2,6	4,0	4
0,520	-0,580	0,26	2,6	9,7	4

A melhor concordância com os dados experimentais é obtida para a espessura g = 0,260 F da superfície das densidades de magnetização e corrente nuclear de transição. Convem entretanto observar que a incerteza no valor de g determinado é grande bastando ver a variação de X^2. O valor g = 0,520 F é ainda aceitável coms os dados experimentais disponíveis. Para se ter uma melhor definição do valor de g seria necessário estender as medidas para a região de valores mais elevados de q, pois é nesta região que o comportamento das curvas apresenta maior diferenciação. Para valores pequenos de q a interação se dá em uma espessura menor da superfície nuclear.

Podemos verificar também pelas Tabelas 5.7 e 5.8 que $\gamma(1-,J_0J)$ e $\gamma(2-,J_0J)$ são muito pouco sensíveis à variação de espessura g, não acontecendo o mesmo com $\gamma(1+, J_0J)$. Estes coeficientes ajustáveis; no modêlo representam os seguintes elementos de matriz :

$$\gamma(\lambda\mu, J_0 J) = 2M i^{\lambda} A \hat{J}_0^{-1} \langle J \| \mu_0 \cdot Y_{\lambda,\lambda+\mu}(\hat{R}) \| J_0 \rangle_{\text{médio}}$$

$$\mu = \pm 1$$

sendo que a média é tomada sôbre as direções de R.

Com os valores de $\gamma(1-,J_0J)$ e $\gamma(2-,J_0J)$ pode-se calcular as larguras radiativas dos níveis . Usando-se a fórmula (2.53), os valores obtidos são os da Tabela 5.9.

TABELA 5.9

LARGURA RADIATIVA

Energia do nível	$g\Gamma_{rad}$	Γ_W	$\frac{g\,\Gamma_{rad}}{\Gamma_W}$
14,35 Mev	6,7 eV	61,8 eV	0,11
17,50 Mev	0,11 eV	0,11 eV	1

Os valores da largura dos níveis são menores do que os obtidos em Darmstadt por Clerk, Wätzel e Spamer (Cl 66) que obtêm 10,5 eV e 0,7 eV respectivamente e Edge e Peterson que obtêm 18 eV para o nível de 14,35 Mev.

O valor obtido nesta experiência calculando-se B(M1,q) e extrapolando-se para q = 0, que foi o método usado nas duas medidas citadas acima, conduz ao valor de 8,6 eV para o nível de

14,35 Mev e do 0,164 eV para o nível de 17,50 Mev.

A comparação das larguras radiativas com as larguras de Weisskopf mostra que as transições não são coletivas. Desta forma um cálculo do fator de forma pelo modêlo de camadas provàvelmente dará bons resultados.

Outro resultado que se pode obter são os raios de transição. Os elementos de matriz podem ser desenvolvidos em série de potências de q^2. Este desenvolvimento feito originalmente por Crannell e Griffy (Cr 64), para transições longitudinais e estendido a transições transversais por Rosen, Raphael e Uberall (Ro 67) é o seguinte :

$$\left[\frac{B(M\lambda,q)}{B(M\lambda,0)}\right]^{1/2} = 1 - \frac{\lambda+3}{\lambda+1} R_M^2 \frac{1}{2(2\lambda+3)} q^2 + O(q^4) - O(q^6) \ldots$$

sendo

$$R_M^2 = \frac{\lambda+1}{\lambda+3} \frac{\langle J \| r^{\lambda+2} \| J_0 \rangle_\lambda^m}{\langle J \| r^{\lambda} \| J_0 \rangle_\lambda^m}$$

onde

$$\langle J \| r^{\lambda+l} \| J_0 \rangle_\lambda^m = \langle J \| \int d\tau \left[r^{\lambda+l} \underset{\sim}{j} \cdot \underset{\sim}{Y}_{\lambda\lambda}(\hat{r}) + \underset{\sim}{\mu} \cdot \underset{\sim}{\nabla} \times r^{\lambda+l} Y_{\lambda\lambda}(\hat{r}) \right] \| J_0 \rangle$$

Segundo Crannel êste desenvolvimento é válido para valores de $q^2 R_M^2 < 10$.

No modêlo de Helm generalizado R_M^2 é dado por (Ro 67):

$$R_M^2 = \frac{\lambda+1}{\lambda+3} \frac{2\lambda+3}{2\lambda+1} \left\{ \bar{R}^2 \left[1 - \frac{2}{2\lambda+3} \left(\frac{\lambda}{\lambda+1}\right)^{1/2} \frac{\gamma(\lambda+, J_0 J)}{\gamma(\lambda-, J_0 J)} \right] + (2\lambda+1) g^2 \right\}$$

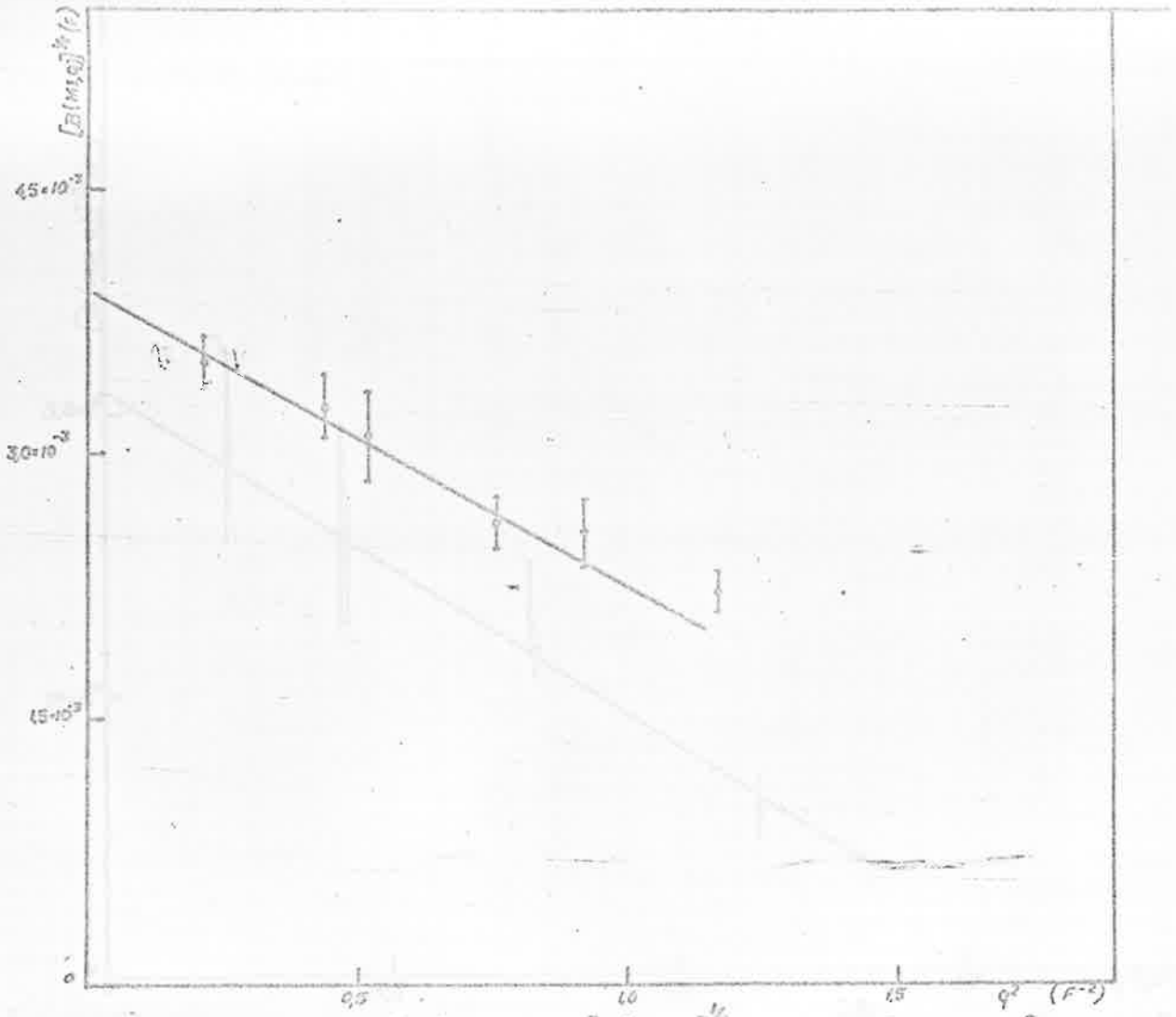


FIG. 29 GRÁFICO DE $[B(M1,q)]^{1/2}$ EM FUNÇÃO DE q^2.
NÍVEL DE 14,35 MeV

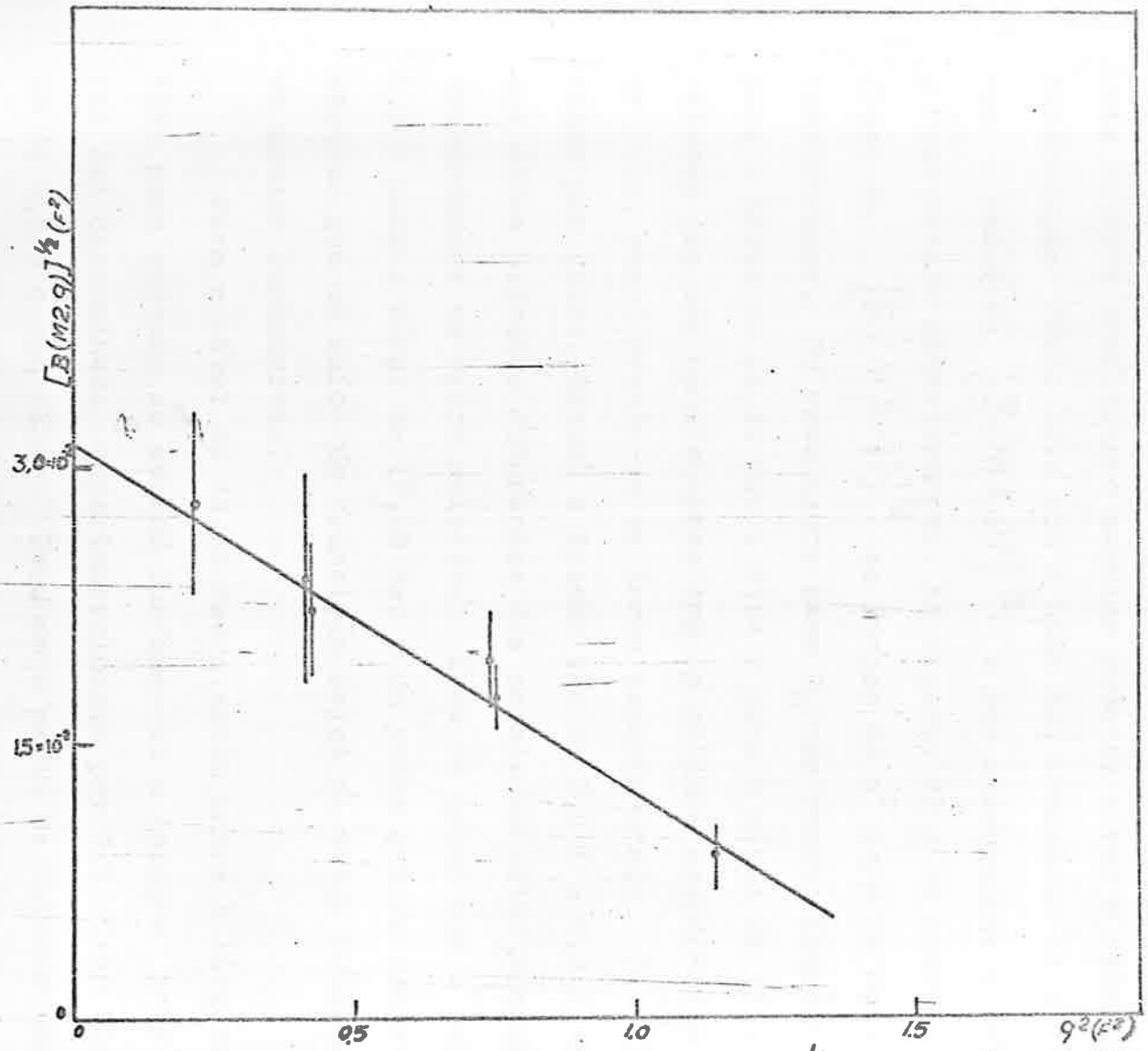


FIG. 30 GRÁFICO DE $[B(M2,q)]^{1/2}$ EM FUNÇÃO DE q^2
NIVEL DE 17,50 MeV

Os resultados desta experiência usando-se o modêlo de Helm são : 1,54 F para o nível de 14,35 Mev e 2,8 F para o nível de 17,50 Mev .

Outra forma de obter-se os raios de transição é fazer-se o gráfico de $[B(M\lambda, q)]^{1/2}$ em função de q^2 obtendo-se uma reta de cujo coeficiente angular pode-se tirar o valor de R_M .Da intersecção desta reta com o eixo das ordenadas (q = 0) tira-se o valor de $[B(M\lambda, 0)]^{1/2}$ e por conseguinte o valor de g rad citado anteriormente. As figuras 29 e 30 mostram os gráficos de $[B(M\lambda, q)]^{1/2}$ em função de q^2 para os dois níveis considerados. Os resultados para R_M são respectivamente 1,46 F para o nível de 14,35 Mev e 2,54 F para o nível de 17,50 Mev , valores que são consistentes com os obtidos usando-se o modêlo de Helm, considerando-se os êrros experimentais. Os valores obtidos por Clerc, Wetzel e Spamer são de 2,4 F e 4,3 F, resultados êstes bastante diferentes dos nossos em valor absoluto mas concordantes em valor relativo. É de se notar que o raio de 4,3 F para o nível de 17,50 Mev é um pouco grande sendo de se esperar que os raios de transição sejam de valor próximo ao raio do estado fundamental.

Para o nível de 14,35 Mev a razão entre a largura radiativa para emissão ao estado fundamental e largura total do nível foi determinada experimentalmente por Griffiths (Gr 65) sendo de 0,023 o seu valor. Tomando a média de valores por nós encontrados, isto é, 8,6 eV e 6,7 eVteremos uma largura total de 0,33 Kev.

O estado fundamental de Be^9 tem $J = \frac{3}{2}^-$ e spin isobárico $T = \frac{1}{2}$. O cálculo dos níveis feito por French, Halbert e Pandya (Fr 55) usando o modêlo de camadas com acoplamento intermediário

prevê a localização do primeiro nível de T =3/2 a cerca de aproximadamente 15 Mev do estado fundamental com spin $J = \frac{3}{2}^-$. Griffiths (Gi 65) identifica êste nível como sendo o de 14,35 Mev de Be^9.

Esta experiência é concordante com esta identificação pois o nível é de paridade negativa e de pequena largura. Trata-se portanto do nível análogo ao estado fundamental do Li^9 com $J = \frac{3}{2}^-$ e T = 3/2.

Já o nível de 17,50 Mev é de paridade positiva e tem uma largura grande da ordem de 100 Kev. Seu spin pelas regras de seleção para excitação de quadripolo magnéticos é $\leq 7/2$ e não pode ser identificado com nenhum dos outros níveis de T = 3/2.

O nível de energia 16,97 Mev do Be^9 é identificado como sendo o análogo ao primeiro nível excitado do Li^9 (por Woods e Wilkinson (Wo 65)), com $J = \frac{1}{2}^-$. Outros níveis acima desta energia não foram encontrados no Li (Middleton e Pullen (Mi 64)), o que está de acôrdo com os resultados para o Be^9, pois acima de 17 Mev não aparecem níveis estreitos, como indicam os espectros inelásticos. Desta forma para o nível de 17,50 Mev só se pode estabelecer que o spin é $\leq \frac{7}{2}$.

5.3.5 CONCLUSÃO

Para a determinação das multipolaridades das transições, spins e paridades dos níveis excitados, larguras radiativas e raios de transição, nem sempre é necessário medir-se os fatores de forma variando-se a transferência de momento em um intervalo muito grande. Mesmo para q pequenos, pode-se obter tais dados. Contudo, o objetivo das experiências de espalhamento de eletrons não é sòmente êste, havendo interêsse em estender-se as medidas para transferência de momento maiores com o intúito de examinar-se o comportamento do núcleo em condições mais rigorosas e verificar-se assim os cálculos baseados em modêlos nucleares de maneira mais precisa.

No presente trabalho êste objetivo é em parte atingido. As medidas dos fatores de forma foram estendidas até acima de 1 F^{-1}, o máximo que se podia atingir com o acelerador de Saskatoon. Foi feita uma comparação com o modêlo de Helm generalizado, sendo o ajuste das curvas satisfatório na região investigada. É de interêsse estender as medidas para q ainda maiores até atingir pelo menos um mínimo de difração e também obter medidas com menores êrros experimentais.

Com relação a comparação com o modêlo de Helm desejamos frisar que êste é um modêlo fenomenológico pois as densidades de transição de carga, corrente e magnetização nucleares são, em qualquer modêlo, grandes sòmente na região da superfície nuclear e esta é a suposição básica do modêlo de Helm. Devemos observar, entretanto, que os parâmetros $\gamma(\pm, J_0 J)$ são determinados a partir dos dados experimentais e se calculados a partir de diferentes modêlos nucleares os resultados também serão em geral diferentes.

Concluindo desejamos frisar que em vista dos resultados

experimentais obtidos nesta experiência um cálculo dos fatores de forma baseado no modêlo de camadas se afigura bastante promissor e seria a continuação natural dêste trabalho.

BIBLIOGRAFIA

(Ly 51) E.M. Lyman, A.O.Hanson and M.B.Scott
Phys. Rev., 79 (1950) 228

(Aj 66) T.Lauritsen and F.Ajzenberg-Selove
Nuc. Physics, 78 (1966) 85

(Ng 63) Nguyen-Ngoc, M.Hors and J.Perez-Jorba
Nuc. Physics, 42 (1962) 62

(Be 67) M.Bernheim, T.Stovall and D. Vinciguerra
Laboratoire de L'Accelerateur Linéaire
Orsay - Janvier 1967 - L.A.L. 1165

(Ed 62) R.D.Edge and G.A.Petersen
Phys. Rev., 128 (19620 2750

(Cl 66) H.G.Clerc, K.J.Wetzel and E.Spamer
Phys. Letters, 20 (1966) 667

(He 60) High Energy Electron Scattering Tables
R. Herman and R. Hofstadter
Stanford University Press - Stanford - California

(Ub 68) H.Uberall
Naval Research Laboratory
N.R.L. Report 6729, April 1968

(Be 66) G.A. Beer
Saskatchewan Accelerator Lab. - Report nº 6
Nov. 1966 - Saskatoon, Canada

(Dr 67) T.E. Drake
Saskatchewan Accelerator Lab. - Report nº 7
June 1967 - Saskatoon, Canada

(Al 56) K.Alder, A. Bhor, T.Huuns, B.Mottelson and A.Whinter
Reviews of Mod. Physics, 28 (1956) 432

(Wi 63) R.S.Willey
Nuc. Physics, 40 (1963) 529

(Fo 66) T. de Forest Jr. and J.D. Walecka
Advances in Physics, 15 (1966) 1

(Ba 62) W.C.Barber
Annual Review of Nuc. Science, 12 (1962) 1

(Go 66) J.Goldemberg and R.H. Pratt
Rev. of Modern Physics, 38 (1966) 311

(Gr 65) T.A. Griffy and D.U.L.Yn
Phys. Rev., 139 (1965) B880

(Ho 60) R. Hofstadter
High Energy Electron Scattering Tables
R. Herman and R. Hofstadter
Stanford University Press- 1960 - Stanford, California

(He 56) R.H.Helm
Phys. Rev., 104 (1956) 1466

(Ro 67) M.Rosen adn R.Raphael and H.Uberall
Phys. Rev., 163 (1967) 927

(Ho 56) R. Hofstadter
Rev. of Modern Physics, 28 (1956) 214

(Sc 49) J. Schwinger
Phys. Rev., 75 (1949) 898
Phys. Rev., 76 (1949) 790

(Is 63) D.B.Isabelle and G.R.Bishop
Nuclear Physics, 45 (1963) 209

(Ts 61) Yung Su Tsai
Phys. Rev., 122 (1961) 1898

(Br 64) H.Brener
Saskatchewan Accelerator Lab. - Report nº 4
Saskatoon, Canada

(Ma 64) L.C. Maximon and D.B.Isabelle
Phys. Rev., 133 (1964) B1344

(Me 59) U.Meyer-Berkhout, K.W. Ford and A.E.S. Green
Annals of Physics, 8 (1959) 119

(Ra 66) R.E.Rand, R. Frosch and M.R.Yearian
Phys. Rev., 144 (1966) 859

(Cr 64) H.L.Crannell and T.A. Griffy
Phys. Rev., 136 (1964) B 1584

(Gr 65) G.M.Griffiths
Nuc. Physics, 65 (1965) 647

(Fr 55) J.B.French, E.C.Halbert and S.Pandya
Phys. Rev., 99 (1955) 1387

(Wo 65) J.B. Woods and D.H. Wilkinson
Nuclear Phys., 61 (1965) 661

(Mi 64) R. Middleton and D.J. Pullen
Nuclear Phys., 51 (1964) 50