

José Carlos Sartorelli

SBI-IFUSP



305M810T2643



laboratório de Fenômenos Não-Lineares

Tese apresentada ao
Instituto de Física da
Universidade de São Paulo
para a obtenção do grau de
Livre-Docente

São Paulo
1997





Capa: Espaço de fase reconstruído, ilustrando o atrator "Libra", símbolo do laboratório.

Agradecimentos

Aos Professores Silvio R. A. Salinas, Iberê Luiz Caldas, Mário José de Oliveira e Constantino Tsallis (CBPF) pelo constante apoio e incentivo desde o início deste projeto.

Aos Professores Paulo Murilo de Castro Oliveira, Thadeu J. P. Penna, Suzana Moss de Oliveira (IF-UFF) e Joaquim Procópio de Araújo (ICB-USP) que ajudaram a ampliar os meus horizontes.

Aos Professores José Roberto Leite, Ernst W. Hamburger, Ivan Cunha Nascimento, Ricardo M. O. Galvão, Antonio Domingues dos Santos, Therezinha M. J. W. de Campos, Iuda D. G. Vel Lejbman pelo apoio em momentos decisivos.

Às Professoras Yassuko Hosoume e Elizabeth M. Yoshimura pela camaradagem e oportunidade na construção de um novo curso.

Ao grupo de Biofísica, Professores Amando S. Ito, Cecil C. Robillota, Maria Tereza L Freund, Maria Regina Kamamura que tão bem me acolheram.

Aos Professores Mauro S. D. Cattani, Carmem P. C. do Prado e Nestor F. Caticha Alfonso.

Aos Professores Alberto Luis da Rocha Barros e José R. Chiappin pelo prazer das eternas conversas...

Aos companheiros das primeiras horas Whilk e Reynaldo e aos estudantes Mário Sandro, Tufaile e Marcelo.

Ao Dr. Murilo da Silva Baptista pelo grande entusiasmo e alegria que sempre trouxe ao laboratório.

Aos funcionários que me honram com a amizade.

À Comissão de Pós-Graduação.

Ao CNPq, CAPES e FAPESP pelo apoio financeiro.

À minha família,

*...mata um, tem outro dentro dele,
dentro dele tem outro menorzinho,
procurando com jeito ainda encontra
dentro d'outro um outro morceguinho.*

João do Vale e José Candido
em o Rei da Natureza

RESUMO

Apresentamos a construção do "Laboratório de Fenômenos Não-Lineares", os principais resultados obtidos com a "Experiência da Torneira Gotejante", e as propostas dos experimentos "Formação de Bolhas em Líquidos" e "Oscilações em Chamas".

Discutimos a montagem e a evolução do aparato experimental visando a obtenção de dados com a melhor qualidade possível. Verificamos que o sistema é muito sensível às mais diversas fontes de ruído e de instabilidades, como vibrações mecânicas, controle da altura do nível d'água (parâmetro de controle), oscilações das gotas em queda.

Uma característica da "Experiência da Torneira Gotejante" é a forma naturalmente discreta dos sinais de saída; medimos o tempo (T_n) entre eventos (gotas) sucessivos. Com estes dados são construídas as séries de eventos (que chamamos de séries temporais). Caracterizamos os mais diversos tipos de comportamentos encontrados em sistemas dinâmicos caóticos com a reconstrução do espaço de fase (mapas de retorno) $T_{n+1} \times T_n$. Identificamos atratores periódicos, quase periódicos; bifurcações (flip, transcritical, de Hopf); intermitências (entre períodos ímpares e caos; e entre dois períodos pares); crises (de fronteira e interior); coexistência de atratores; lei de escala e atratores caóticos. Para vazões baixas também estudamos a evolução temporal da coluna d'água no bico da torneira através de gravações com uma câmera de vídeo. Mostramos que a formação de gotas se dá inicialmente em um regime quase linear (elástico) seguido de um movimento não linear (plástico).

Com o experimento "Formação de Bolhas em Líquidos", que ainda está em sua fase inicial, foram observados alguns movimentos periódicos e algumas bifurcações em função da pressão de saída de ar (parâmetro de controle).

ABSTRACT

We present the construction of the "Laboratory of Non-Linear Phenomena", the main results obtained with the "The Leaky faucet Experiment", and the proposal of the new experiments, "Formation of bubble in liquids", and "Oscillations in Flames".

We discuss the assembling and the evolution of the experimental apparatus in order to obtain the data with the best quality. We check that the system is very sensible to many noise sources and instabilities, as the mechanical vibrations, control of the water level (parameter of control), and the oscillations of the falling drops.

A characteristic of the "Leaky faucet experiment" is the natural discrete form of the output signal; we measure the time (T_n) between two successive events (drops). The different types of behavior found in chaotic systems were characterized by the reconstruction of the phase spaces (return maps) $T_{n+1} \times T_n$. We identified periodic and quasi-periodic attractors; bifurcations (flip, transcritical and Hopf); intermittencies (between odd periods and chaos; and between two even periods); crisis (boundary and interior); coexistence of attractors; scaling law and chaotic attractors. For low drop rates, we studied the evolution of the water column in the nipple faucet, by recording the water column with a video camera. We showed that the drop formation is given initially by a quasi linear (elastic) dynamics followed by a non-linear (plastic) movement.

In the experiment "Formation of bubble in liquids", that is still in development, we observed some periodic movements as well as some bifurcations as a function of the air pressure (parameter of control).

Índice

1	Introdução	3
1.1	Introdução	4
2	O aparato experimental e sua evolução	12
2.1	O primeiro aparato	13
2.1.1	Sistema hidráulico	14
2.1.2	Sistema de abertura da torneira	14
2.1.3	Sistema de aquisição de dados	15
2.2	O aparato atual	17
2.2.1	Sistema hidráulico e de abertura da torneira	18
2.2.2	Sistema de aquisição de dados	21
2.3	Gravações em vídeo	23
3	Resultados e discussão	26
3.1	Aspectos da dinâmica de formação de gotas	27
3.1.1	Baixa vazão	27
3.1.2	Alta vazão	35
3.2	Os primeiros resultados: séries SET, XET e XYZ	40
3.3	Crises	41
3.3.1	Crise interior	43
3.3.2	Crise de fronteira	46
3.4	Modulação do parâmetro de controle	50
3.5	Bifurcação de Hopf	53
3.6	Soma sobre séries e as componentes de Farey	61
3.7	Diagramas de bifurcação	64
3.8	Intermitências	74
3.9	Mapas combinados	80
3.10	Coexistência de atratores	85

<i>ÍNDICE</i>	2
4 Novos experimentos	91
4.1 Torneira gotejante	92
4.1.1 Aspectos experimentais	92
4.1.2 Caracterização do sistema dinâmico	93
4.2 Formação de bolhas em líquidos.	93
4.3 Oscilações em chamas	97
5 Conclusões	100
5.1 Conclusões	101
6 Bibliografia	105
A Construção de um curso experimental	110

Capítulo 1

Introdução

1.1 Introdução

Em fins do século passado, Poincaré (apud [1, 2, 3, 4, 5, 6]) estudando o movimento planetário com um modelo de três corpos percebeu que, apesar de conhecer as equações de movimento, as soluções podiam ser muito complicadas, duas trajetórias podiam diferir muito apesar da pequena diferença das condições iniciais. O tipo de divergência foi caracterizado por Lyapunov nos seus estudos de estabilidade das trajetórias.

Até a década de sessenta o desenvolvimento do estudo de sistemas dinâmicos não lineares foi muito lento, com trabalhos isolados de alguns pesquisadores. Com o acesso facilitado aos computadores modernos, este desenvolvimento tomou um grande impulso principalmente a partir dos trabalhos de Lorenz, que observou sensibilidade às condições iniciais quando simulava condições meteorológicas com um modelo simplificado para a convecção de Rayleigh-Bénard. As dificuldades encontradas por Lorenz para conseguir publicar os seus resultados foram descritas por James Gleick [5] no livro "*Caos: A criação de uma nova ciência*", nome cunhado por J. A. Yorke para caracterizar a desordem determinista. A rota para o caos via bifurcação de períodos foi estabelecida por Feigenbaum que mostrou que a universalidade do cenário não está restrita a uma forma especial do mapa logístico.

O advento dos microcomputadores no fim da década de setenta permitiu a popularização de estudos experimentais e de simulações de sistemas caóticos nas mais diversas áreas (física, química, sistemas biológicos, economia, etc.). Na década seguinte um grande avanço foi observado com o estabelecimento de novas rotas para o caos, desenvolvimento de algoritmos para o cálculo de expoentes de Lyapunov, das dimensões de uma série temporal, e permitindo uma grande revitalização da física clássica.

O desenvolvimento experimental aparentemente tem sido mais vagaroso. Além de serem relativamente poucos os sistemas que podem apresentar comportamento caótico, os sistemas reais necessitam grande estabilidade para que se possa coletar a quantidade de dados necessária com um mínimo de ruído possível a fim de verificar previsões teóricas.

Rössler [7] foi quem sugeriu, em 1977, que a dinâmica de formação de gotas poderia apresentar comportamento caótico; somente em 1984 foram reportados os primeiros resultados experimentais por R. Shaw [8] na monografia "*The dripping faucet as a model chaotic system*", cujos principais resultados foram publicados no ano seguinte [9]. A partir de 1989 começaram a surgir novos trabalhos para a investigação deste comportamento caótico.

Em 1989 descobrimos a "Experiência da Torneira Gotejante" montada por Shaw, descrita em um artigo de J. Gleick em uma revista popular de divulgação científica [10]. Nesta experiência, o estudo da dinâmica da formação de gotas é feito medindo-se o tempo entre gotas sucessivas (vide figura 1.1) formadas no bico de uma torneira conectada a um reservatório cuja altura do nível de água é um dos parâmetros de controle do experimento (um outro parâmetro é a abertura da torneira).

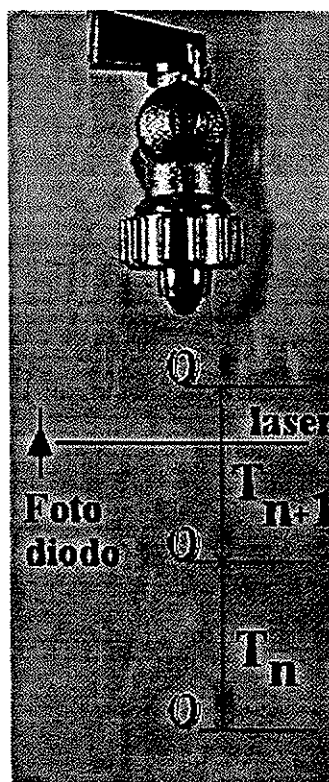


Figura 1.1: Formação de gotas no bico de uma torneira. T_n é o tempo entre duas gotas sucessivas.

Percebemos que poderíamos reproduzi-la rapidamente, uma vez que já tínhamos pronto um sistema de medida de intervalos de tempo computadorizado, que avaliamos como sendo a parte mais difícil de construir, bastando apenas montarmos o sistema hidráulico.

Este sistema foi desenvolvido para fins didáticos, para o estudo da dinâmica de rotação de um disco metálico, baseado numa das experiências tradicionais

de Física 2, conhecida como "Roda de Inércia" [11]. Nesta experiência, um disco metálico montado em um eixo horizontal que passa pelo seu centro é posto a girar pelo torque aplicado por um corpo em queda que traciona um cabo enrolado em um disco menor (de acrílico) fixado concentricamente ao disco metálico. O corpo é deixado cair a partir do repouso até que o cabo se desenrole totalmente e se desprenda do disco metálico. Supondo que o atrito seja constante, os movimentos tanto do corpo bem como do disco ocorrem de maneira uniformemente acelerada. O cabo se solta do disco metálico quando o corpo atinge uma velocidade que é o dobro da sua velocidade média, após um intervalo de tempo t_q . Medindo-se o tempo de queda e o espaço percorrido pelo corpo em queda, o momento de inércia pode ser obtido pela aplicação da conservação de energia,

$$I = mr^2\left(\frac{gt_q^2}{2h} - 1\right), \quad (1.1)$$

onde m é a massa do corpo tracionador, h a distância percorrida, r o raio do disco de acrílico.

Se o atrito não for desprezível, podemos supor que o sistema perde sempre a mesma energia por volta e fazer uma correção na que resulta na equação

$$I = mr^2\left(\frac{gt_q^2}{2h} - 1\right)\frac{t_p}{t_q + t_p}, \quad (1.2)$$

onde t_p é o tempo gasto pelo disco até parar.

Este procedimento dá bons resultados do ponto de vista didático para uma obtenção experimental do momento de inércia de um disco balanceado. A preocupação de explorar todos os aspectos dinâmicos do problema levou-nos a desenvolver um sistema de medidas computadorizado utilizando a porta de jogos de um microcomputador Apple, como mostrado na figura 1.2.

Com este arranjo experimental é possível abordar toda a dinâmica de rotação, obtendo as acelerações angulares, os torques envolvidos, coeficiente de atrito, desbalanceamentos, etc, medindo-se o tempo que o disco leva para descrever um ângulo de 45° . Para medir este tempo foram montadas 8 aletas separadas de 45° , conforme mostra a figura 1.2, que interrompem um feixe de luz focalizado em um fototransistor. Quando cada aleta começa a interromper o feixe de luz, um pulso de 5V é gerado e enviado a um pino de entrada da porta de jogos do microcomputador. Portanto, cada vez que a

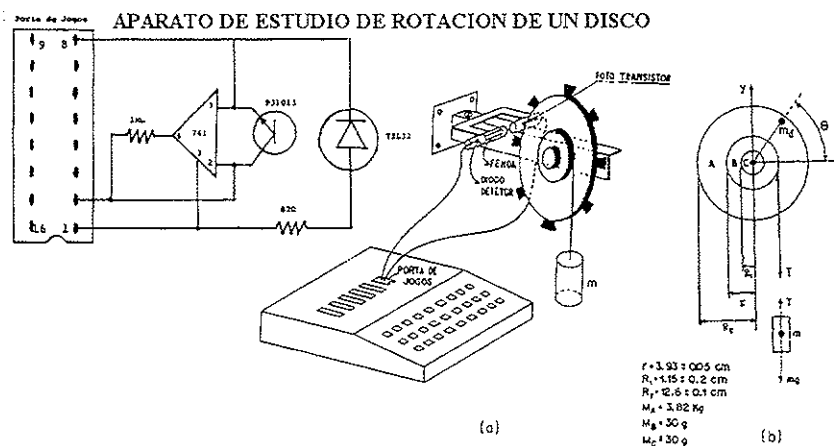


Figura 1.2: Sistema de aquisição de dados montado para a "Roda de Inércia".

transição claro → escuro é detetada, uma variável contadora c é zerada e incrementada a cada ciclo de um programa controlador até uma nova transição claro → escuro ser detetada. A calibração foi feita contando-se os ciclos de relógio de cada instrução assembler do processador CO6502 ($f \approx 1 \text{ MHz}$). O tempo é dado por

$$t(s) = (62 + 1551 * c) * 9.7885094 \times 10^{-7}, \quad (1.3)$$

onde c é o valor da variável contadora.

Este sistema básico computadorizado de medida de tempo foi utilizado para tentarmos reproduzir os resultados de Shaw e colaboradores.

Como os poucos trabalhos publicados até então não traziam maiores informações sobre as dimensões do aparato hidráulico, inicialmente montamos um sistema muito simples, com um balde d'água, cujo nível era grosseiramente mantido constante com uma bóia de caixa d'água residencial (que devido ao seu tamanho mais perturbava o nível d'água do que o regulava) e uma torneira de filtro d'água. Verificamos que o nosso sistema de medida de tempo funcionava, isto é, o espalhamento do feixe de luz por uma gota transparente era suficiente para escurecer o foto-detector a ponto de obtermos os níveis lógicos 0 e 1. No entanto, concluímos também que este nível de improvisação não seria adequado nem mesmo para os nossos objetivos didáticos.

Apesar de inicialmente vermos esta experiência mais como um trabalho

paralelo à nossa linha de pesquisa em RPE, em meados de 1990 começamos a fazer a primeira montagem mais adequada com os seguintes equipamentos: três caixas de amianto, impermeabilizadas, com capacidade de 50 litros cada, interconectadas com mangueiras; nível d'água mantido constante com uma válvula bóia de carburador; torneira (válvula de agulha para gases) comandada por um motor de passo; bomba de recalque em material plástico; filtro de $4 \mu m$; sistema de detecção mais rápido, com feixe de laser incidindo sobre um fotodiodo cujo tempo de resposta é da ordem de alguns nano-segundos. Alguns dos primeiros mapas de retorno obtidos com este sistema e com um microcomputador Apple-II podem ser vistos na figura 1.3.

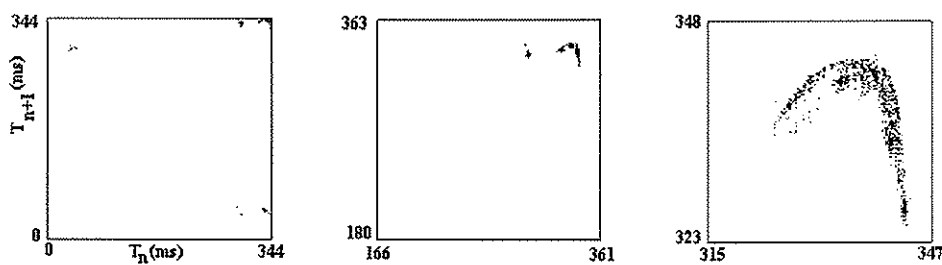


Figura 1.3: Mapas de primeiro retorno $T_{n+1} \times T_n$, onde T_n é o tempo entre gotas sucessivas. Dados obtidos com microcomputador Apple-II.

As limitações impostas por este microcomputador, pouca memória RAM, sem disco rígido, nos levaram a migrar para um computador mais moderno, para um PC-XT 4.77/12MHz, com 740Kb de memória RAM e disco rígido de 40 Mb. Após a adaptação da eletrônica e dos programas, iniciamos a caracterização sistemática do aparato montado, quanto à sua estabilidade, reprodutibilidade, etc, para estabelecermos um grau de confiança aceitável no sistema. Os primeiros resultados estão descritos no Capítulo 3.

O nosso aparato experimental difere dos encontrados na literatura principalmente quanto ao volume d'água dos reservatórios (utilizamos de 50l a 300l, garantindo uma grande estabilidade ao sistema hidrodinâmico) e quanto ao tipo de bico da torneira que estabelece o tamanho das gotas (diâmetro= $d \sim 6mm$).

Uma característica desta experiência é a forma naturalmente discreta do sinal de saída. Apesar de medirmos o tempo entre eventos (gotas) sucessivos, chamamos as séries de eventos obtidas de séries temporais. Em outros

experimentos (por exemplo, no circuito de Chua), o sinal de saída apresenta um forma contínua (analógica) da qual se pode gerar séries temporais com a escolha mais conveniente da taxa de digitalização.

Apesar de estarmos limitados à medida do tempo entre gotas (também temos medido o tempo de passagem de uma gota pelo feixe de laser) esta única variável tem sido suficiente para a observação dos mais diversos tipos de dinâmica previstos pela teoria do caos. Observamos atratores periódicos, quase-periódicos, bifurcações flip, transcíticas, de Hopf, intermitências (entre períodos ímpares e caos; e entre períodos pares), crises (de fronteira e interior), coexistência de atratores, leis de escala, e logicamente atratores caóticos. Estes resultados estão apresentados no capítulo 3.

O nosso principal objetivo tem sido o compromisso com a boa qualidade dos dados experimentais. Devido à forma discreta do sinal, e da sua relação sinal/ruído, encontramos dificuldades para a caracterização, pelos expoentes de Lyapunov, dos atratores observados. Só recentemente encontramos um algoritmo para o cálculo do maior expoente de Lyapunov com resultados preliminares satisfatórios. Por isso, temos procurado interpretar os resultados por comparação com o mapa logístico.

Para o estudo da dinâmica de formação de gotas encontramos dois modelos distintos:

1- Oscilador amortecido

Este modelo foi proposto por Shaw [8, 9] que considerou que a coluna d'água pendente do bico da torneira oscila com uma frequência decrescente com a massa aumentando até um ponto crítico (y_c) em que a coluna se rompe dando origem à uma gota e impondo as condições iniciais à gota seguinte, de acordo com a equação

$$\frac{d}{dt}\left(m\frac{dy}{dt}\right) = mg - ky - b\frac{dy}{dt}, \quad (1.4)$$

onde k é uma constante de mola, b é o termo dissipativo e m a massa da coluna pendente. A gota é ejetada com massa Δm proporcional à velocidade do ponto crítico y_c . Este modelo foi modificado por Salas-Brito e Sanchez-Ortiz [12, 13] que propuseram que a massa da gota ejetada além de ser proporcional à velocidade também é proporcional à massa da coluna no ponto crítico.

Em baixas vazões estudamos a formação de gotas gravando em vídeo com uma câmera VHS a evolução temporal da coluna d'água. Com esta técnica pudemos ver diretamente a sensibilidade às condições iniciais, a formação de

gotas satélites. Um dos nossos resultados experimentais foi mostrar que a deformação (crescimento) da coluna d'água pode ser dividida em uma parte elástica na qual a dinâmica é aproximadamente linear, e em uma parte plástica, na qual a dinâmica não linear é claramente estabelecida. Determinamos também o valor da constante de mola, $k \approx 365$ dinas/cm (capítulo 3).

2- Simulação do tipo modelo de Ising

Supondo que o perfil vertical da coluna d'água corresponda aos sítios preenchidos (*spin up*) e o ar aos sítios não preenchidos (*spin down*) em uma rede quadrada, Oliveira e Penna [14, 15] simularam a dinâmica de formação de gotas supondo que a força de atração de Van der Waals entre as moléculas d'água bem como a tensão superficial seriam dadas conjuntamente pelas interações ferromagnéticas entre primeiros e segundos vizinhos e que o efeito do campo gravitacional fosse simulado por um campo magnético externo. Para um dado volume o perfil da coluna d'água foi obtido minimizando-se a energia através de um processo de Monte Carlo. Com este modelo pode-se argumentar através das funções da auto-correlação das diferenças de tempos entre gotas, que a formação de gotas [16] obedece à mesma dinâmica de um coração saudável [17].

Na figura 1.4 temos o histograma dos trabalhos sobre o estudo de dinâmica de formação de gotas desde 1977 até março de 1997.

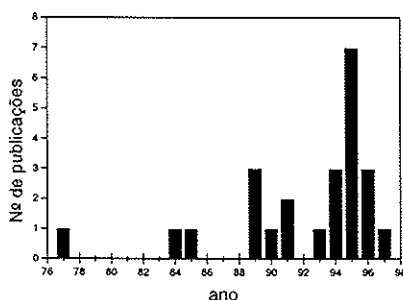


Figura 1.4: Número de publicações sobre a torneira gotejante. Dos 23 trabalhos publicados, (referências de 7 a 9, de 12 a 16, e de 18 a 32), 13 são experimentais, 5 são teóricos e 5 trabalhos apresentam dados experimentais juntamente com o desenvolvimento de algum aspecto da teoria de caos.

Nesta resenha apresentaremos a experiência adquirida com a construção do *Laboratório de Fenômenos Não-Lineares* bem como os resultados obtidos com a "Torneira Gotejante" e as perspectivas de novos experimentos.

No **Capítulo 2- O aparato experimental e sua evolução**, apresentaremos a montagem do aparato experimental e suas características e a busca constante pelo seu aperfeiçoamento com a diminuição das fontes de ruído. No **Capítulo 3 - Resultados e Discussão**, além dos novos dados, apresentaremos os resultados publicados numa ordem que permite a discussão da evolução da qualidade dos dados. No **Capítulo 4- Novos experimentos**, discutiremos novas modificações no aparato experimental como, por exemplo, o estudo da influência da temperatura nos atratores já conhecidos. Os novos experimentos, "Dinâmica de formação de bolhas em líquidos" e "Oscilações em chamas", serão apresentados e discutidos. Finalizamos a apresentação deste trabalho em sistema dinâmicos não lineares no **Capítulo 5- Conclusões**. No **Apêndice A**, é comentada a disciplina experimental "Introdução às Medidas em Física" para o curso de Licenciatura.

Capítulo 2

O aparato experimental e sua evolução

Por não ser uma aparato à venda comercialmente e não usar peças usualmente encontradas em equipamentos de pesquisa, descreveremos a montagem do aparato experimental bem como algumas dificuldades surgidas (e como foram sanadas, quando o foram) no desenvolvimento deste experimento não padronizado. Todas as partes do equipamento foram por nós projetadas e construídas, muitas vezes aproveitando-se de sucata de outros laboratórios.

As nossas primeiras tentativas de montar um aparato experimental para observar comportamentos caóticos na dinâmica de formação de gotas foram feitas em 1989. Os trabalhos experimentais publicados até então não traziam nenhuma informação sobre as dimensões adequadas para observar tais comportamentos. Inicialmente usamos improvisadamente um balde como reservatório e uma torneira de filtro d'água, um sistema de detecção com lâmpada de tungstênio e computador da linha Apple II com um programa de aquisição de dados escrito em linguagem de máquina do processador 6502 desenvolvido para outra experiência (vide capítulo 1).

2.1 O primeiro aparato

O primeiro aparato utilizado está esquematizado na figura 2.1¹ [24].

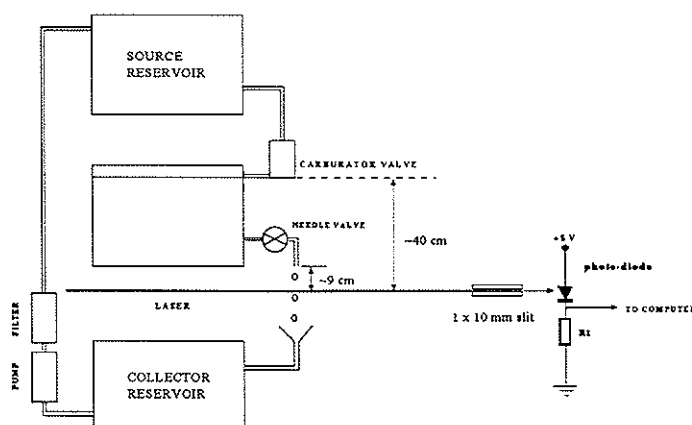


Figura 2.1: Diagrama do primeiro aparato experimental

¹As figuras que apresentam textos em inglês já foram publicadas; algumas delas foram reeditadas com adição de textos em português.

2.1.1 Sistema hidráulico

Foram utilizadas três caixas impermeabilizadas de amianto de 50 litros cada, montadas sobre uma prateleira de aço. As conexões entre as caixas foram feitas com mangueiras de plástico, sendo a caixa superior a fonte de alimentação, por gravidade, para a caixa intermediária (ou de medida) cujo nível de água era mantido constante com uma bóia de um carburador velho que regulava a alimentação. As gotas formadas eram recolhidas para um reservatório coletor e bombeadas de volta para o reservatório fonte passando por um filtro de celulose de porosidade de $4 \times 10^{-6}m$. O sistema operava com 100 litros de água deionizada. Tomou-se o cuidado de não utilizar peças de ferro em contato com a água para ela não ser contaminada por ferrugem (por exemplo, a bomba d'água utilizada é de plástico usada em máquinas de lavar roupas).

Por se tratar de um sistema hidráulico de baixa pressão ocorre facilmente o armadilhamento de pequenas bolhas de ar que vibram com a passagem d'água interferindo na dinâmica de formação das gotas. Colocamos respiros em pontos estratégicos para expulsão dessas bolhas de ar.

2.1.2 Sistema de abertura da torneira

A torneira utilizada é uma válvula de agulha para gás, com um bico de torneira de vidro (vide figura 2.2) acoplada a um motor de passo (DIGMO-

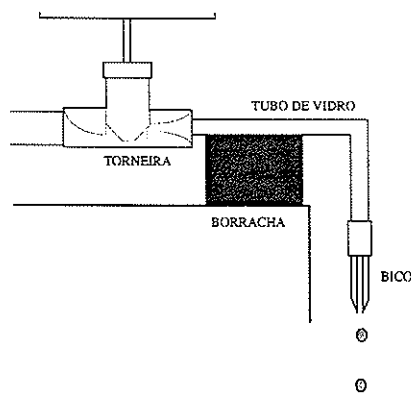


Figura 2.2: Diagrama da torneira, o registro é uma válvula de agulha para gases.

TOR, modelo DM27, 48 passos/volta) através de engrenagens de limpadores de para-brisa. O *driver* do motor de passo (vide referência [33] para detalhes) é comandado pelo microcomputador, cujo interfaceamento foi feito usando-se a porta de jogos do microcomputador Apple ou da placa paralela no caso de microcomputador PC.

Como o motor de passo não era de boa qualidade, vibrava quando energizado e introduzia muito ruído no sistema. Optamos então por desligá-lo durante o tempo de medida; porém, isto introduziu um novo problema: o motor de passo ao ser re-energizado dava um passo espúrio, ora no sentido de abrir a torneira, ora no sentido contrário. Como as tentativas de sanar eletronicamente este problema falharam, as engrenagens foram substituídas por uma correia de borracha (o'ring) que eliminou o passo espúrio, porém ocasionou a perda de precisão do ângulo de giro para cada passo do motor.

2.1.3 Sistema de aquisição de dados

Este sistema está esquematizado na figura 2.1. Um feixe de laser, colimado por uma fenda circular de 1mm de diâmetro por 10mm de comprimento, é focalizado em um fotodiodo TIL78 (na figura 2.3 temos as curvas características $V_{CE} \times \text{Intensidade}$ de luz) em série com um resistor $R_1 = 470\Omega$

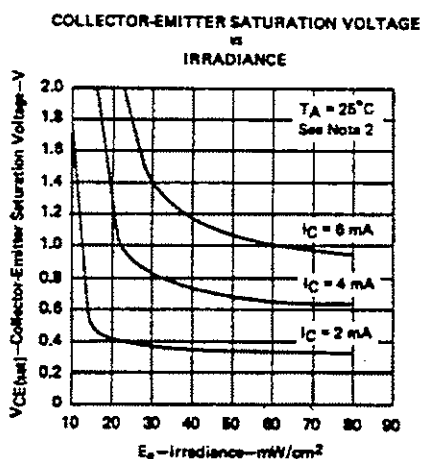


Figura 2.3: Tensão no fotodiodo em função da intensidade de luz.

e alimentado com 5V . Nesta condição o fotodiodo está conduzindo e uma tensão $V = 5\text{V}$, aproximadamente, é estabelecida sobre o resistor. O feixe de laser é espalhado quando uma gota começa a cruzar o feixe, o fotodiodo deixa

de conduzir e $V = 0$ é estabelecido. Assim os níveis lógicos TTL ($V > 2V$, nível 1, $V < 0.8V$, nível 0, e $0.8 < V < 2V$ faixa instável) são estabelecidos pela condição claro/escuro em uma entrada paralela do microcomputador. Na figura 2.4 vemos os pulsos induzidos no resistor R1, já condicionados (ver seção 2.2.2).

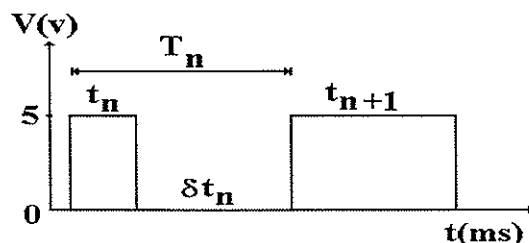


Figura 2.4: Pulsos induzidos no resistor R1 pela passagem da gota através do feixe de laser.

Ao detectar uma transição claro \longleftrightarrow escuro, uma variável contadora (c) é zerada e dentro de um ciclo do programa controlador é incrementada periodicamente até detectar novamente a transição claro \longleftrightarrow escuro, quando o valor da variável contadora (c) é armazenada numa dada posição de memória. Em seguida, o endereço da memória é incrementado e o ciclo se repete.

Podemos medir o tempo entre gotas (t_n), bem como o tempo de passagem (δt_n) das gotas pelo feixe do laser, ou ainda o tempo total ($T_n = t_n + \delta t_n$), com um programa de aquisição escrito em linguagem de máquina. O tempo (em ms) depende de uma calibração específica para cada modelo de microcomputador. As calibrações foram feitas aplicando-se na porta paralela sinais de onda quadrada, geradas por um microcomputador Apple, de $1Hz$ até $60Hz$, aproximadamente. A resolução obtida para um microcomputador PC-XT de $8MHz$ é de $10\mu s$ e o menor tempo de medida é de $45\mu s$. Para obter esta resolução foi necessário desabilitar todas as interrupções padrões (instrução CLI-processador 8086), como leitura de teclado, atualização de vídeo, relógio, etc, que têm duração da ordem de alguns ms .

O aparato foi montado em uma sala de aula, em uma câmara isolada de correntes de ar, na qual realizávamos os testes somente nas madrugadas dos fins de semana e feriados prolongados para minimizarmos os efeitos de vibração do prédio. Cada sessão de medidas iniciava-se a partir de uma dada vazão (em gotas/s). Estabelecíamos o número de intervalos de tempo para cada vazão, número de arquivos ou de séries temporais, número de

passos para a abertura da torneira, tempo de espera para iniciar a tomada de dados após cada abertura da torneira. Após diversas tentativas frustradas obtivemos a série SET que levou 25horas para ser completada em 5/9/1990, com os seguintes parâmetros:

Vazão Inicial= 1.4gotas/s, vazão final= contínuo, nº de arquivos= 418, nº de dados por arquivos =2048 (1024 t e1024 δt), tempo de espera =10s.

Infelizmente verificamos que os arquivos de número impar, acima do centésimo, estavam deteriorados. Na análise do programa de aquisição e controle não conseguimos detectar nenhum erro, fizemos nova alocação de memória e tentamos novamente em 7/9/90. Obtivemos a nova série XET que levou aproximadamente 12horas para ser completada, com os seguintes parâmetros:

Vazão Inicial=2.7gotas/s, vazão final= contínuo, nº de arquivos= 427, nº de dados por arquivos =2048 (1024 t e1024 δt), tempo de espera =10s.

Novamente os arquivos impares estavam deteriorados (este mistério persiste até hoje!). Então optamos por tomar medidas com arquivos numerados de 0 a 99 , rodando o programa em modo *batch* para a troca de nome de arquivo. Com isso obtivemos a primeira série totalmente confiável, XYZ. Os dados destas três séries serão apresentados no Capítulo 3.

2.2 O aparato atual

A partir de agosto de 1994, recebemos uma sala de 50m² no andar térreo do edifício Ala I, na qual foi contruida uma câmara isolada de correntes de ar. Pudemos então melhorar o equipamento de maneira sistemática, com o objetivo de obter não somente uma relação sinal/ruído maior mas também uma melhor estabilidade para longas sessões de medidas. Outros detalhes sobre o aparato foram descritos por Gonçalves [33].

As principais fontes de instabilidade e de ruído são: (a) vibrações mecânicas, (b) controle de nível d'água, que além da afetarem a relação sinal/ruído podem afetar fortemente a estabilidade dos atratores; e outras fontes de ruído que só deterioram a relação sinal/ruído: (c) alinhamento do feixe de laser, (d) ruído elétrico, flutuação da intensidade do laser, (e) oscilações da gota em queda.

2.2.1 Sistema hidráulico e de abertura da torneira

(a) Vibrações mecânicas

A caixa intermediária foi remontada sobre uma plataforma de concreto de $2m \times 1m \times 0.08m$, pesando $800kg$ aproximadamente, conforme mostra a figura 2.5. As vibrações são monitoradas observando-se a reflexão de um feixe de laser na superfície d'água em um recipiente colocado sobre a plataforma.

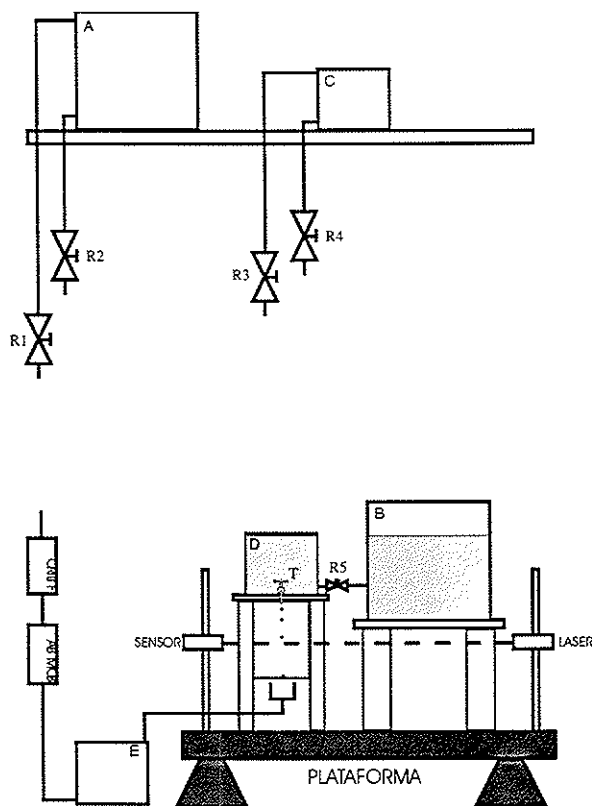


Figura 2.5: Diagrama do novo aparato hidráulico.

A caixa fonte foi colocada $1.3m$ acima da caixa intermediária e a caixa coletora no chão. A plataforma foi colocada sobre 4 pés em forma de pirâmide e cada pé formado por um sanduíche de 22 materiais diferentes. As conexões entre as caixas foram feitas usando-se mangueiras macias de silicone ancoradas em pedaços de viga de peroba.

Este sistema atenuou bastante as vibrações mecânicas do prédio porém não a ponto de podermos fazer medidas durante o dia. Estas vibrações têm diversas origens, como o tráfego de veículos e pessoas nas imediações, e a bomba de recalque da caixa d'água situada no subterrâneo do edifício. Montamos também a plataforma sobre uma caixa com $1m^3$ de areia que por sua vez estava sobre um sanduíche formado por borracha, madeira, papelão, isopor, espuma de densidade $28g/cm^3$, que também se mostrou ineficiente. Verificamos que estas vibrações se propagam principalmente pelo piso do prédio e que a plataforma suspensa por 4 cabos de aço, amarrados em 4 vigas de madeira chumbadas nas paredes, atenua fortemente as vibrações. O nível de atenuação obtido com este sistema mesmo durante o dia é muito melhor que durante as madrugadas com os sistemas anteriores, permitindo assim ampliar o horário de tomada de dados.

(b) O controle de nível d'água

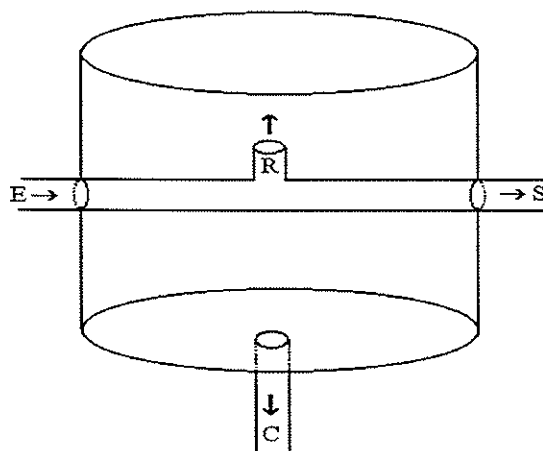


Figura 2.6: Diagrama do sistema de controle de nível d'água por transbordo.

O controle feito com uma bóia depende do ângulo de abaixamento para causar o rompimento do menisco que se forma na saída da válvula. Portanto, o fechamento/abertura da válvula ocorre periodicamente a cada N gotas, que

pode corresponder a uma variação de amplitude de alguns décimos de mm no nível d'água. Cada gota tem um volume aproximado de $100mm^3$ que corresponde a uma variação de $7 \times 10^{-4}mm/gota$ no nível d'água quando é utilizada apenas a caixa de 50 litros. Para aumentar o período N colocamos em série uma outra caixa com capacidade de 250 litros que nos dá uma variação de $1.7 \times 10^{-4}mm/gota$ (portanto, quase quadruplicamos o período).

Um controle de nível d'água mais preciso está esquematizado na figura 2.6. Um conector hidráulico tipo T montado dentro de uma caixa de acrílico, o lado E conectado ao reservatório fonte e o S no reservatório de medidas. A caixa de medidas está permanentemente sendo alimentada e o nível de água é controlado pelo transbordo do excesso d'água pelo lado R. Portanto, a altura do nível d'água é dada pela altura da saída R, que é regulável por um sistema de cremalheira.

O sistema da abertura da torneira foi melhorado com a troca do motor de passo por outro de melhor qualidade, retirado de um disco rígido avariado, que não vibra e com $400passos/volta$.

Temos utilizado três tipos diferentes de bico, como mostrado na figura 2.7: um de vidro e dois metálicos que têm ângulos de abertura de 45° (M45)

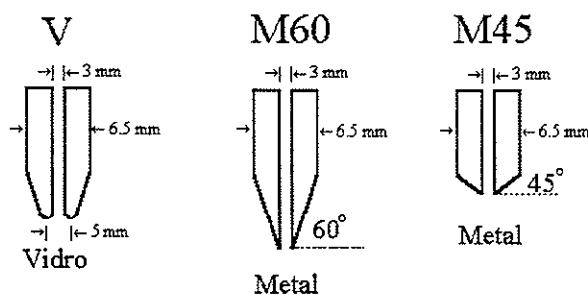


Figura 2.7: Bicos utilizados.

e 60° (M60), porém com os mesmos diâmetros internos e nas extremidades externas.

2.2.2 Sistema de aquisição de dados

(c) Alinhamento do feixe de laser

O alinhamento do conjunto laser+gota+fenda é feito com o fluxo contínuo, observando-se o máximo espalhamento da luz pela coluna d'água, (figura 2.8). Nestas condições, espera-se que este alinhamento se mantenha quando

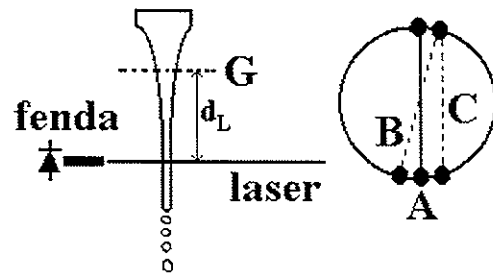


Figura 2.8: Alinhamento gota/laser e as possíveis trajetórias da gota através do feixe de laser.

a torneira estiver gotejando. No desenho à direita indicamos os possíveis pontos de contato entre o laser e a borda da gota nos quais temos as transições claro \longleftrightarrow escuro. O segmento A indica que o alinhamento está correto, B mostra que a gota foi lançada com uma pequena velocidade lateral e o segmento C indica que a gota foi lançada com um pequeno deslocamento lateral.

(d) Ruído elétrico e flutuação da intensidade do laser

Para o sistema de aquisição de dados ficar independente do modelo de microcomputador foi desenvolvido um circuito com relógio próprio baseado em um cristal de $8MHz$, independente de qualquer microcomputador da linha PC, de resolução de $1\mu s$, e correspondendo também ao menor intervalo de tempo que pode ser medido.

O ruído elétrico devido à faixa instável, $0.8 - 2V$, de tensões de entrada na porta paralela, que tanto podem ser interpretadas como sendo nível zero ou um. Se a gota for muito pequena, como no caso de gotas satélites, ou muito rápida, a tensão máxima induzida no resistor pode estar na faixa instável. Na figura 2.9 temos em (a) os pulsos induzidos no resistor R1, uma faixa escura correspondendo à faixa instável de reconhecimento dos níveis lógicos

0 e 1. Em (b) temos os correspondentes níveis lógicos TTL reconhecidos pela entrada paralela. No caso do pulso central a tensão induzida por uma pequena gota não é suficiente para ocasionar a mudança de nível. No caso do pulso à direita a tensão induzida cai dentro da faixa instável e o nível reconhecido pode ser tanto 0 como 1 (coluna escura).

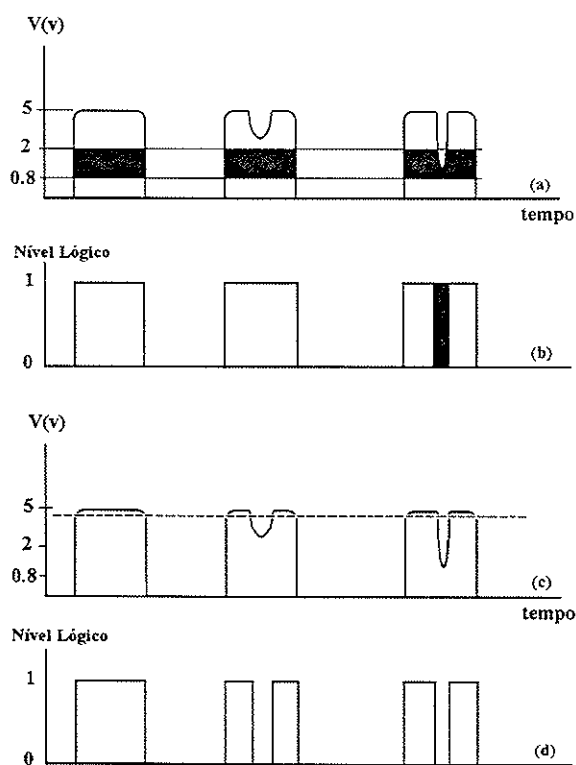


Figura 2.9: Pulsos induzidos em $R1$ e o efeito do circuito condicionador de sinais.

Para resolver este problema injetamos a tensão induzida em $R1$ em um circuito condicionador que compara a tensão induzida com uma tensão de referência (linha tracejada na figura 2.9 (c)). A saída condicionada está representada na figura 2.9 (d); desta maneira as mudanças nos níveis lógicos são corretamente estabelecidas.

Mesmo com o melhor alinhamento possível, a transição claro \longleftrightarrow escuro

pode não ser detectada no mesmo ponto devido à flutuação da intensidade do laser. Esperamos no futuro utilizar um laser He-Ne de frequência e intensidade controladas.

(e) Oscilações da gota em queda

As gotas são lançadas oscilando. Como tanto a amplitude de oscilação quanto a fase são dadas pela dinâmica de formação das gotas, estamos chamando os efeitos destas oscilações nas séries temporais de "ruído interno". Estes efeitos podem ser observados de acordo com a distância do feixe do laser ao bico da torneira (vide d_L na figura 2.8). As oscilações da gota em queda são atenuadas pelo atrito interno e pelo atrito com o ar, até que a gota atinja a forma de um elipsoide oblato. Portanto, quanto mais próximo o laser estiver do bico da torneira, maiores serão as incertezas do ponto de espalhamento do feixe de luz. Para diminuirmos os efeitos das oscilações deveríamos aumentar a distância bico/laser d_L . Porém, quanto maior a distância d_L maior é o comprometimento com o alinhamento fenda+laser+gota descrito acima.

2.3 Gravações em vídeo

Com a técnica de medidas de intervalos de tempo entre gotas vemos apenas os efeitos da dinâmica de formação de gotas. Para estudar a evolução temporal da coluna d'água que dará origem à gota podemos filmar esta coluna com câmeras de alta velocidade e obter as imagens digitalizadas de cada quadro filmado, a partir dos quais obtemos as evoluções temporais do centro de massa, volume, etc. Entretanto, esta técnica é restrita a umas poucas gotas devido à memória de computador requerida, e quanto maior a vazão maior a velocidade de filmagem requerida. A velocidade típica de filmagem [36] é de 500quadros/s , que dá uma resolução temporal de 2ms . Como ainda não temos um equipamento tão sofisticado, utilizamos uma câmera VHS Panasonic e uma placa digitalizadora Video-Maker(Vitec) e nos restringimos ao estudo da dinâmica apenas para baixas vazões. As principais características dos equipamentos utilizados são:

1. Câmera Panasonic- Modelo NV-M3000PN

Velocidade de gravação: 30quadros/s (ou 60campos/s).

Velocidades de obturação: 100, 250, 500, 1000, 2000, 4000 e 8000quadros/s .

Lente: 8 : 1 de zoom automático, distância focal 5 – 40mm.

2. Placa digitalizadora-Modelo Video-Maker

Resolução: 240 × 320 pixels.

Velocidade de digitalização: 15 quadros/s.

Formato de gravação: VSF (Video Sequence File), seqüência de quadros em imagens BMP (Bit MaP) compactadas, preto e branco.

Capacidade de digitalização: 270 quadros em 32Mbytes de RAM, 18s de gravação.

3. Videocassete: modelo NGV21BR.

Modo "pause" entrelaçado

Para conseguirmos digitalizar imagens a 60 quadros/s [34], utilizamos o modo "pause" do videocassete acima, que congela a imagem mostrando a trama (campo) par e ímpar alternadamente. Cada imagem estática foi digitalizada 5 vezes a 15quadros/s. Usamos a melhor imagem digitalizada.

Para obter um bom contraste da borda da coluna transparente d'água, esquematizado na figura 2.10, foi montado um sistema de iluminação formado por duas lâmpadas fluorescentes (15W cada) atrás de um vidro translúcido difusor de luz situado atrás da coluna d'água. O uso destas fontes frias de luz tem a vantagem de não aquecer a coluna d'água, porém a sua cintilação de 60Hz pode dificultar a definição da borda dependendo da vazão estudada.

O quadro à esquerda na figura 2.10 mostra um diagrama da coluna d'água e o sistema de eixos. O perfil da coluna d'água foi definido observando-se uma variação brusca no nível de cinza com um programa escrito em linguagem C [34]. Com isto foi possível calcular para cada quadro o centro de massa e o comprimento da coluna d'água. O volume foi obtido supondo-se que a coluna apresenta simetria cilíndrica em torno do eixo vertical.

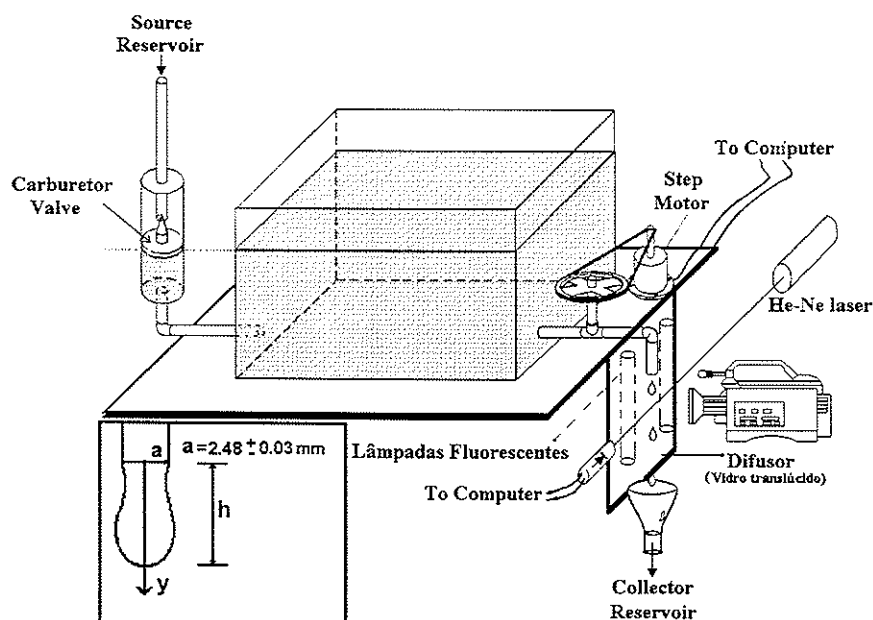


Figura 2.10: Diagrama que mostra o reservatório intermediário, a torneira com o respectivo sistema de abertura com motor de passo, definições dos parâmetros da gota, sistema de gravação em vídeo e o sistema de iluminação.

Capítulo 3

Resultados e discussão

3.1 Aspectos da dinâmica de formação de gotas

3.1.1 Baixa vazão

Começaremos a apresentação dos resultados obtidos pelo estudo da dinâmica de formação através da evolução temporal da coluna d'água [29, 34]. Na figura 3.1 (a) vemos a formação de uma gota a $f = 1.49 \text{ gotas/s}$, que mostra o caráter oscilatório do movimento da coluna d'água. Na figura 3.1 (b) temos a formação de duas gotas sucessivas a $f = 6.21 \text{ gotas/s}$, que mostra a formação de gotas secundárias ou satélites. Na figura 3.1 (c) temos uma situação em que a gota satélite é lançada lateralmente, $f = 6.21 \text{ gotas/s}$.

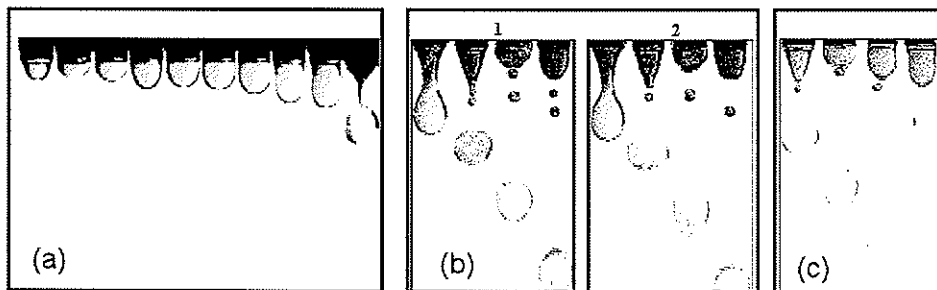


Figura 3.1: (a) A formação de uma gota mostrando o caráter oscilatório a $f=1.49 \text{ gotas/s}$. (b) A formação de duas gotas sucessivas a 6.21 gotas/s mostrando a ocorrência de gotas satélites. Em (c) uma gota satélite é lançada lateralmente a 6.21 gotas/s .

A formação de gotas satélites e o seu número dependem da vazão. Acima de $f \approx 10 \text{ gotas/s}$ não observamos a formação de qualquer gota satélite. Abaixo de $f \approx 2.6 \text{ gotas/s}$ observamos que para cada gota principal há a formação de uma única gota satélite. No intervalo $2.6 - 10 \text{ gotas/s}$ a formação bem como o seu número ocorrem de maneira intermitente.

O tempo de atraso (T_{Da}) entre a gota principal e a sua satélite no intervalo $0.1 - 3 \text{ gotas/s}$ aumenta quase linearmente com a vazão, ao passo que o tempo de passagem da gota satélite pelo feixe de laser alcança rapidamente um patamar $\delta t \approx 2.4 \text{ ms}$ a $f = 0.7 \text{ gotas/s}$, conforme mostra a figura 3.2.

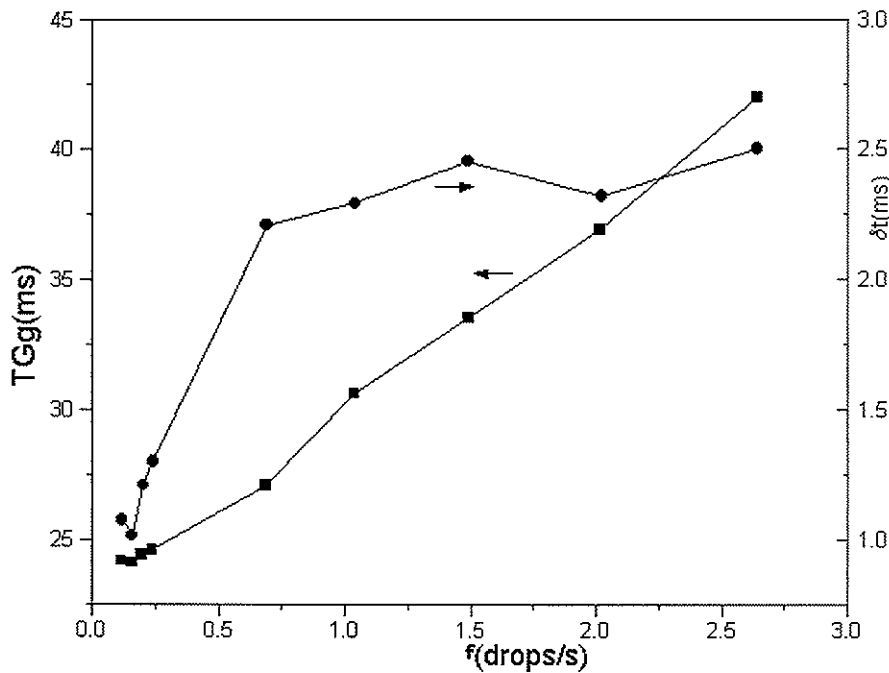


Figura 3.2: Tempo de atraso entre a gota principal e a sua satélite e os respectivos tempos de passagem (círculos) das gotas pelo feixe de laser. As linhas contínuas são apenas para auxiliar a visualização

Este patamar de 2.4 ms indica que as gotas satélites têm tempo de passagem muito próximo dos valores das gotas principais, dando a impressão que o desaparecimento da formação de gotas satélites ocorre devido ao crescimento do seu tamanho até atingir o tamanho das gotas principais.

Na figura 3.3 são mostrados os mapas de primeiro retorno, T_{n+1} vs T_n (vide seção 2.1.3), para as vazões $f = 0.24, 1.04$ e 1.49 gotas/s, juntamente com as respectivas séries temporais T_n vs n .

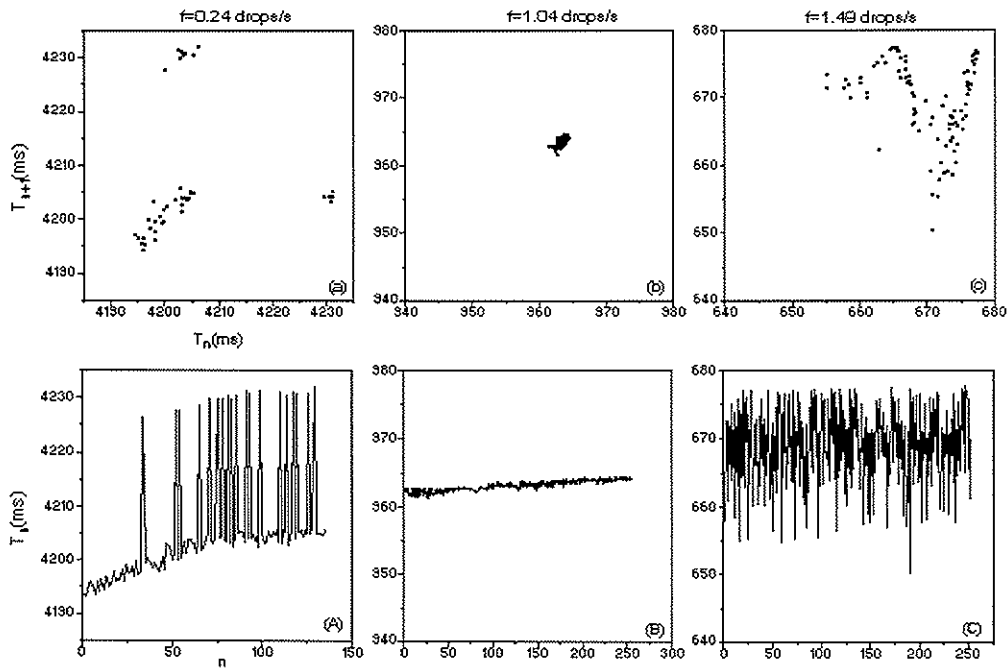


Figura 3.3: Em (a), (b) e (c), mapas de primeiro retorno T_{n+1} vs T_n construídos com os intervalos de tempo entre gotas principais. Em (A), (B) e (C), as respectivas séries temporais.

Os dois primeiros regimes são periódicos e o último não. Como para cada gota principal existe uma filhote somamos os tempos das gotas filhotes às suas respectivas gotas principais. Se nós não tivéssemos adotado este procedimento teríamos obtido um padrão de período-2 na figura 3.3(b). Como estas gotas satélites se formam da mesma coluna d'água da qual se formou a gota principal, não sabemos ainda se a ocorrência deste período-2 se trata de uma duplicação de períodos como as que temos observado em vazões nas quais só temos gotas principais.

Na figura 3.4 temos a evolução temporal do volume, onde incluímos os dados para $f \approx 10 \text{ gotas/s}$. O mesmo comportamento quase-linear (linear+uma pequena oscilação) é observado tanto para um movimento periódico como para o não-periódico. Portanto, a evolução temporal do volume médio pode ser escrita na forma

$$\langle V \rangle \approx V_o + \langle \Phi \rangle t, \quad (3.1)$$

onde V_o é o volume remanescente da coluna anterior e $\langle \Phi \rangle$ é o fluxo médio d'água.

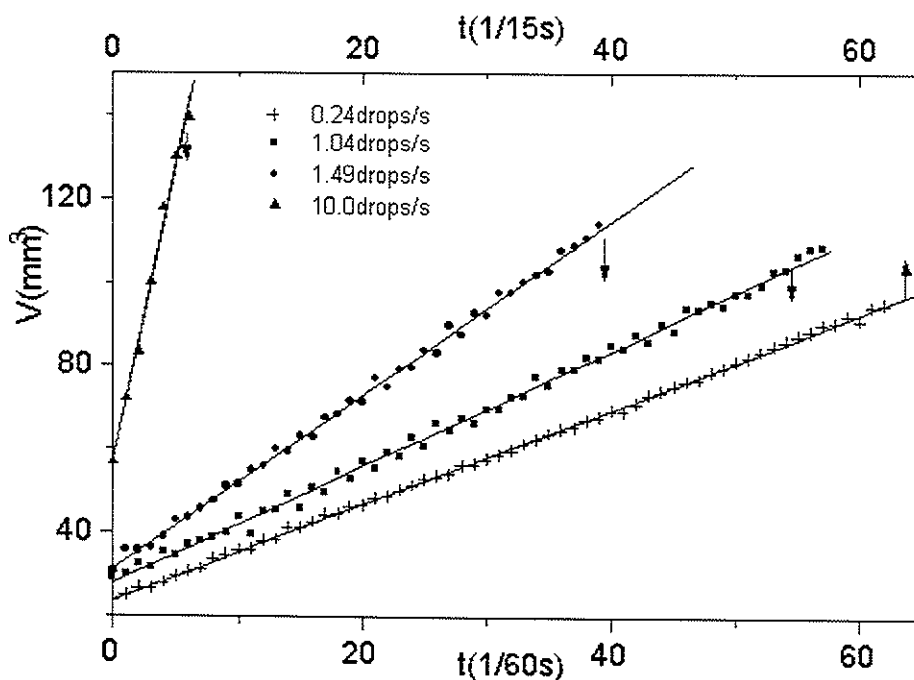


Figura 3.4: Evolução temporal do volume da coluna d'água para 4 vazões diferentes. As linhas contínuas são ajustes da equação 3.1 aos dados experimentais.

O caracter não-linear da dinâmica de formação de gotas pode ser mais bem entendido através da deformação do perfil da coluna. Esta deformação pode ser caracterizada pela evolução temporal (y) do centro de massa, como mostra a figura 3.5, onde em (a) temos os dados de 3 gotas sucessivas para $f = 1.49 \text{ gotas/s}$ e em (b) os dados de duas gotas sucessivas para $f = 1.04 \text{ gotas/s}$.

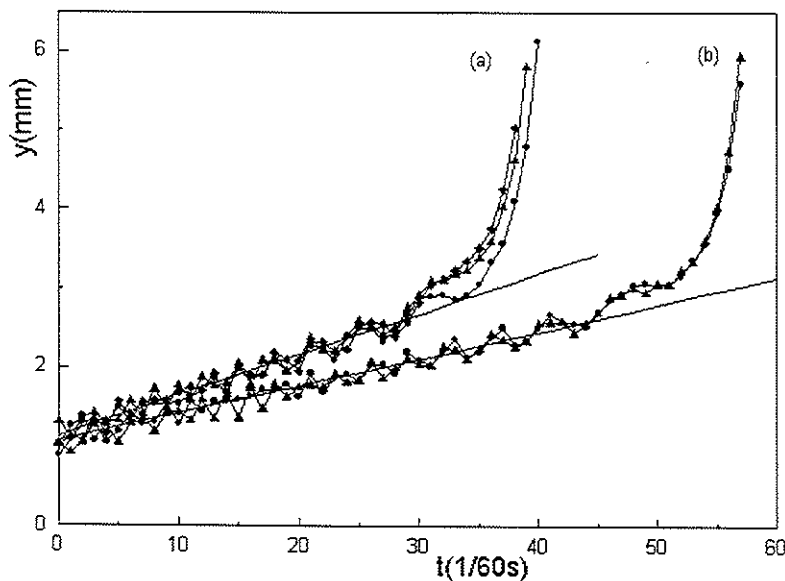


Figura 3.5: Evolução temporal do centro de massa. Em (a) o movimento é não periódico com $f=1.49 \text{ gotas/s}$, enquanto que em (b) o movimento é periódico a $f= 1.04 \text{ gotas/s}$

Em ambos os casos, o centro de massa oscila em torno de uma reta média ($\langle y(t) \rangle$), com um período crescente, até alcançar uma região crítica (quando o valor do centro de massa (y_c) é aproximadamente igual ao raio do bico da torneira), depois da qual cresce mais rapidamente, apesar do volume médio continuar a crescer linearmente com o tempo (ver figura 3.4). Estes resultados são consistentes com as experiências de Watanabe [36] com uma câmera de alta velocidade (500quadros/s), estudando as oscilações de uma gota suspensa em um tubo. Watanabe obteve uma expressão para o período

de oscilação

$$\tau = 4\sqrt{\frac{2\rho}{\sigma\pi}}h^{3/2}, \quad (3.2)$$

onde ρ é a densidade volumétrica d'água, σ a tensão superficial e h o comprimento da coluna, definida na figura 2.10. Tomando-se o valor médio do período dos dados mostrados na figura 3.5, obtivemos $\langle \tau \rangle \approx 0.07s$, que concorda razoavelmente com o valor $\tau \approx 0.09s$ calculado com a eq. 3.2, tomando-se os valores para a temperatura ambiente, $\rho = 1g/cm^3$, $\sigma = 72dyna/cm$ e $\langle h \rangle \approx 0.4cm$. O movimento mostrado na figura 3.5 (a) é não-periódico, as gotas sucessivas seguem a mesma trajetória na região linear e acima de y_c seguem diferentes trajetórias, mostrando a sensibilidade às condições iniciais quando o centro de massa está perto de y_c . Para o caso de movimento periódico da figura 3.5 (b), as gotas seguem a mesma trajetória.

Abaixo de y_c , o comportamento médio do centro de massa é dado pela reta

$$\langle y \rangle = \langle y_o \rangle + \langle v \rangle t, \quad (3.3)$$

onde $\langle v \rangle$ é a velocidade média do centro de massa.

O perfil da coluna d'água é descrito aproximadamente por um cilindro de comprimento h cuja seção reta tem raio a e meia esfera na extremidade. O volume da coluna é dado por

$$V \approx \pi a^2 (h - a/3). \quad (3.4)$$

O centro de massa $\langle y \rangle$ está aproximadamente a $h/2$. Portanto, a reta

$$\langle V \rangle = B + C \langle y \rangle, \quad (3.5)$$

ajustada aos dados na região linear, nos deve fornecer um coeficiente angular, independente da vazão, dado por

$$C = 2\pi a^2 = 38.6 \pm 0.9mm^2. \quad (3.6)$$

Na figura 3.6 são mostrados o volume com função do centro de massa juntamente com os ajustes feitos com a eq. 3.5, para $f = 0.24, 1.04, 1.49$ e 10.0 gotas/s, onde colapsamos respectivamente os dados de 132, 53, 132 e 29 gotas sucessivas. Na região crítica, $y=y_c \sim a \approx 3\text{mm}$ (vide figuras 3.4 e 3.6), começa o estrangulamento da coluna d'água. Abaixo de y_c temos um movimento elástico (dinâmica linear). Acima de y_c o movimento é plástico (dinâmica não linear). O fato de haver uma região quase-linear antes do estrangulamento, na qual aparentemente as gotas seguem a mesma trajetória, nos sugere que a imposição das condições iniciais, que uma gota transmite à gota seguinte, deve "tunelar" a região elástica até a região plástica. Portanto, um modelo melhor, do tipo massa-mola, deve levar em conta as regiões elástica e plástica.

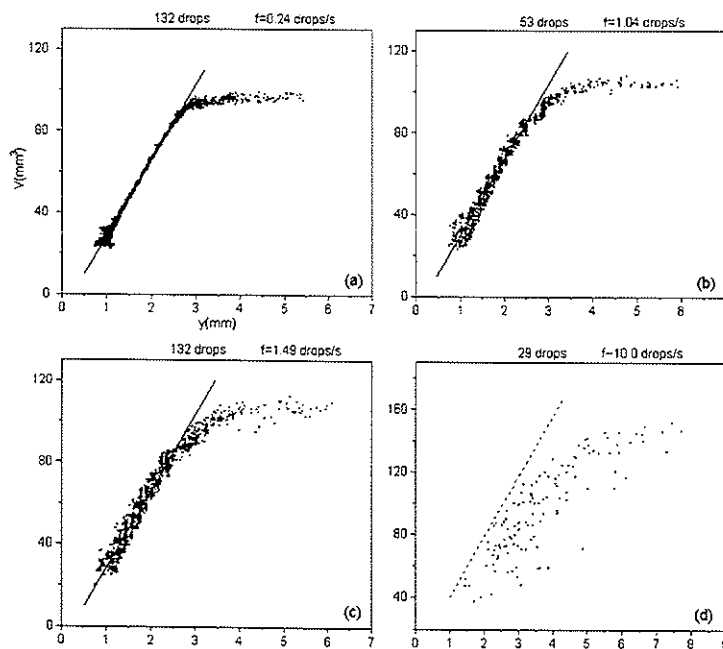


Figura 3.6: Volume em função do centro de massa. As linhas contínuas são ajustes aos dados experimentais.

Os parâmetros obtidos dos ajustes das equações 3.1, 3.3 e 3.5 às suas respectivas regiões lineares estão mostrados na tabela abaixo.

f	V_o	$\langle \Phi \rangle$	B	C	$\frac{V_o - B}{C}$ $\langle y_o \rangle$	$\frac{\langle \Phi \rangle}{C}$ $\langle v \rangle$
(drops/s)	(mm ³)	(mm ³ /s)	(mm ³)	(mm ²)	(mm)	(mm/s)
0.24	24.0	17.1	-9.1	37.3	0.89	-
1.04	28.1	83.5	-7.3	37.0	0.96	2.26
					{1.04}	{2.05}
1.49	31.4	124.8	-9.5	37.7	1.08	3.31
					{1.15}	{2.96}
10.00	57.4	850.8	-	-	-	-

Tabela 3.1: $\langle y_o \rangle$ e $\langle v \rangle$ - valores obtidos diretamente do ajuste da equação 3.3 aos dados experimentais.

A constante de mola do modelo de Shaw [8] pode ser estimada observando que

$$\frac{dm}{dt} \approx \rho \langle \Phi \rangle, \quad e \langle v \rangle = \frac{d \langle y \rangle}{dt} \approx \frac{\langle \Phi \rangle}{C}. \quad (3.7)$$

Com as equações 3.1, 3.5, o centro de massa médio será dado por

$$\langle y \rangle = \frac{V_o - B}{C} + \frac{\rho g \langle v \rangle C}{k} t. \quad (3.8)$$

Por comparação das equações 3.8 e 3.3, temos $k = \rho g C$. Portanto, dos dados da quinta coluna da tabela acima obtemos $\langle k \rangle \approx 365 \text{ dina/cm}$.

3.1.2 Alta vazão

Para altas vazões a resolução temporal da câmera VHS (máximo de $1/60$ s) não nos permite que obtenhamos dados em quantidade suficiente para uma boa caracterização da evolução temporal de uma dada gota. Apesar disso alguns resultados qualitativos podem ser obtidos e observamos a formação de 10 gotas para um regime periódico para $f=8.96$ gotas/s e 27 (serão 29?) gotas em um regime não-periódico para $f \approx 10$ gotas/s. Na figura 3.7 temos os mapas de primeiro retorno bem como as respectivas séries temporais para os dois movimentos. Para o movimento periódico nenhuma gota filhote foi observada dentre as 512 gotas coletadas (lembrando que abaixo de 10 gotas/s a formação de gotas satélites não se dá para todas as vazões).

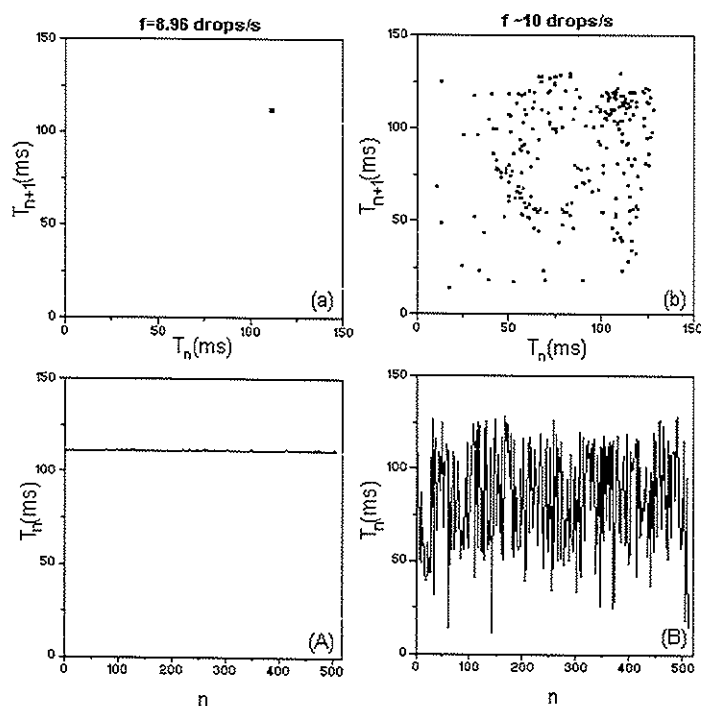


Figura 3.7: Em (a) e (b), mapas de primeiro retorno T_{n+1} vs. T_n construídos com os intervalos de tempo entre gotas principais. Em (A) e (B), as respectivas séries temporais.

Na figura 3.8 temos as imagens de formação de 10 destas gotas, mostrando um movimento regular.

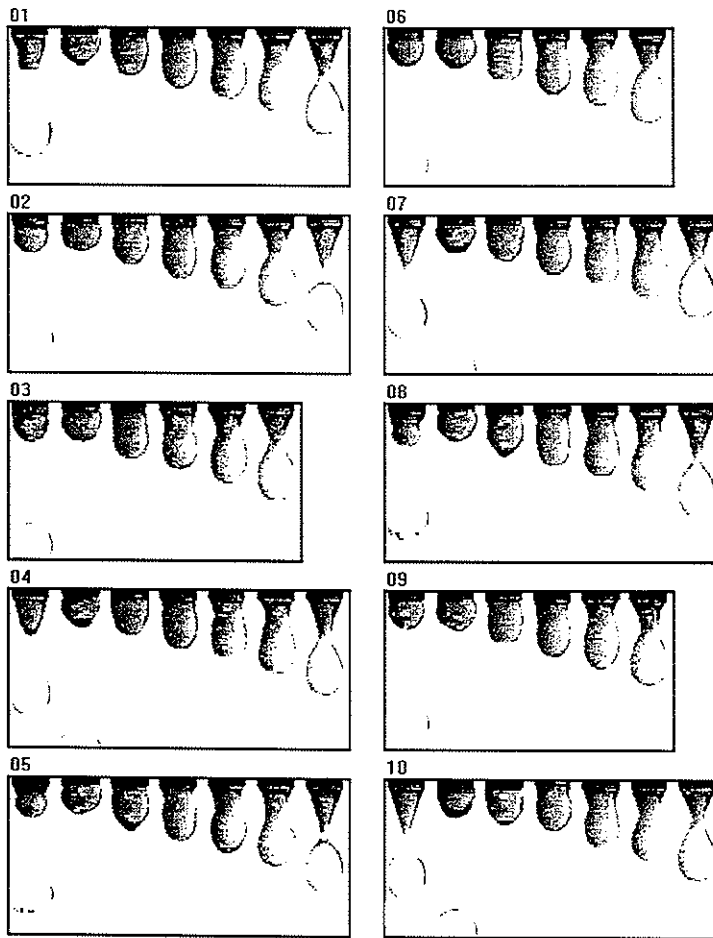


Figura 3.8: *Imagens de formação de 10 gotas sucessivas a $f=8.94$ gotas/s em um regime periódico.*

Para o caso do regime não-periódico ($f \approx 10 \text{ gotas/s}$), a dinâmica de formação apresenta um comportamento complexo, como ilustrado pelas seqüências de imagens nas figuras 3.9, 3.10 e 3.11.

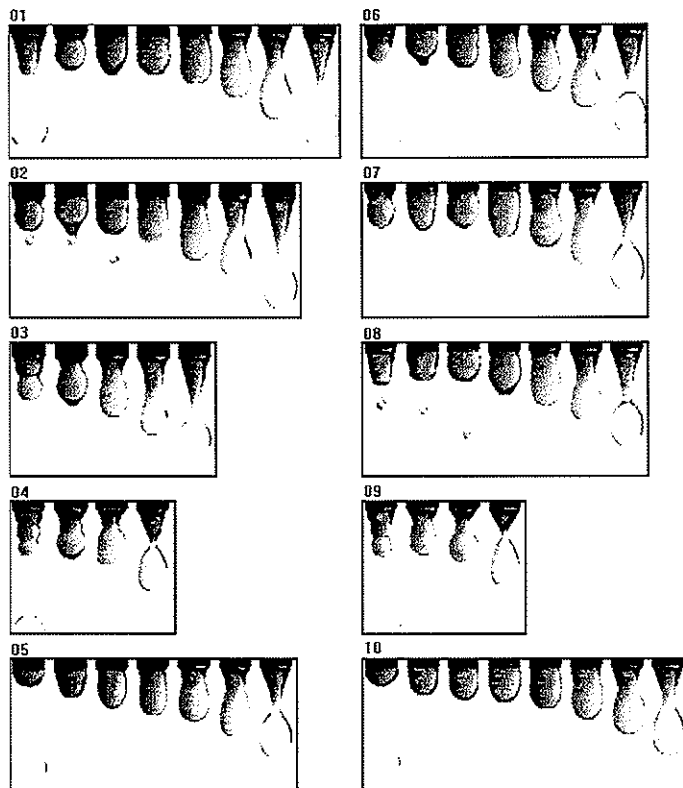


Figura 3.9: *Imagens de formação de 10 gotas sucessivas a $f=10 \text{ gotas/s}$ em regime não periódico. Em (2) e (8) pode ser observada a ocorrência de pequenas gotas satélites.*

No entanto, repetição de padrão ou estacionaridade [25] pode ser observada nas seqüências de quadros

$$15 \rightarrow 18 \text{ e } 25 \rightarrow 28.$$

O tempo de formação de uma gota pode ser tão curto quanto 50 ms ou tão

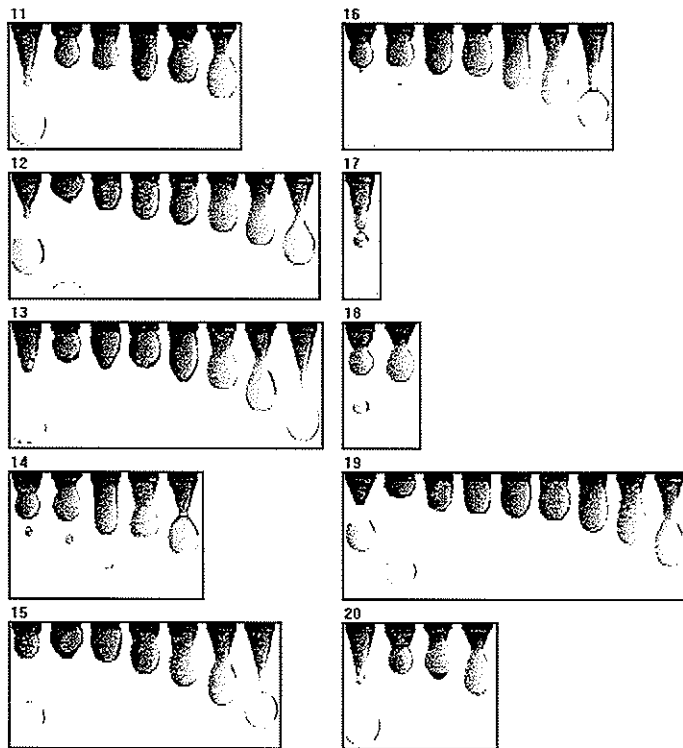


Figura 3.10: *Continuação da figura anterior com imagens de formação de mais 10 gotas. Em (14) e (16) pode ser observada a ocorrência de pequenas gotas satélites enquanto que em (17) e (18) há a formação de gotas satélites maiores.*

longo quanto 134ms. Algumas vezes ocorre a formação de pequenas gotas satélites (quadros 2, 8, 14, 16 e 24) ou de grandes gotas satélites (quadros 17, 18, 27 e 28). Como o sistema de detecção a laser detecta todas as gotas, a presença de gotas satélites dificulta a definição de vazão em *gotas/s*. Levando em conta as gotas satélites, obteremos valores não compatíveis com o tempo de formação da gota principal. Portanto, a vazão de 10gotas/s foi calculada retirando-se os dados de 92 gotas satélites ($t < 10\text{ms}$) de uma amostragem de 512 gotas.

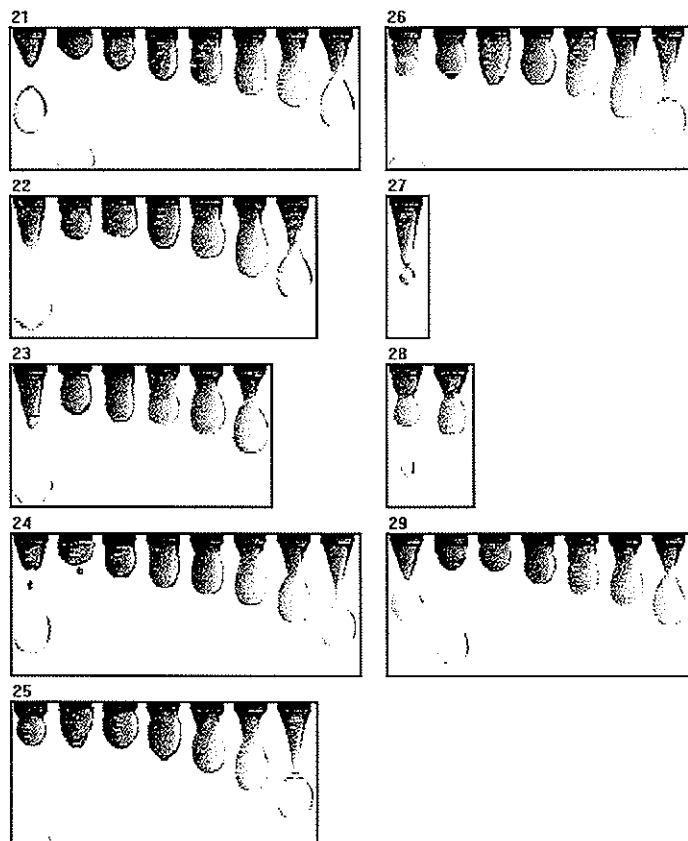


Figura 3.11: Continuação da figura anterior com imagens de formação de mais 10 gotas. Em (24) pode ser observada a ocorrência de pequenas gotas satélites enquanto que em (27) e (28) há a formação de gotas satélites maiores.

3.2 Os primeiros resultados: séries SET, XET e XYZ

Na tabela abaixo temos um sumário das condições experimentais estabelecidas para as três séries[24, 33], e nas figuras 3.12, 3.13 e 3.14 temos uma visão

série	SET	XET	XYZ
data	5/9/90	7/9/90	9/10/90
vazão inicial(gotas/s)	1.4	2.7	8.3
vazão final	contínuo	contínuo	contínuo
nº de arquivos	418	427	208
nº dados($t/\delta t$)	1024/1024	1024/1024	1024/1024
tempo espera(s)	10	10	10
duração(h)	25	12	6

Tabela 3.2: Características das séries SET, XET e XYZ.

geral de cada série pela junção de todas as séries temporais ($T_n \times n$) obtidas em cada sessão, respectivamente. Alguns dos pontos (ou regiões) marcados nestas figuras serão discutidos de acordo com o comportamento do sistema dinâmico de cada caso.

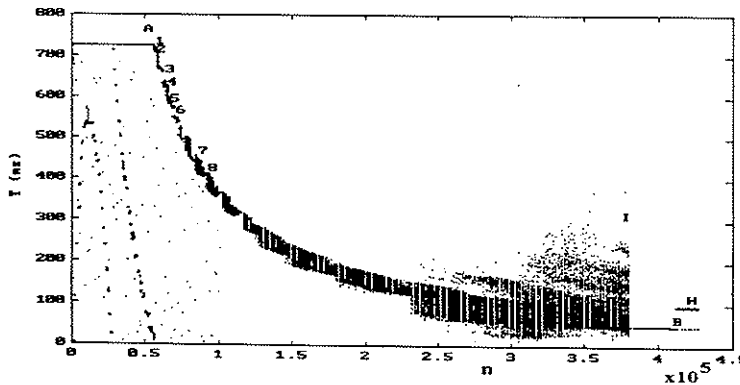


Figura 3.12: Série SET. Na região A ocorre a saturação do contador de tempo. Em B temos uma crise de fronteira e em I uma crise interior. Na região H temos a bifurcação de Hopf.

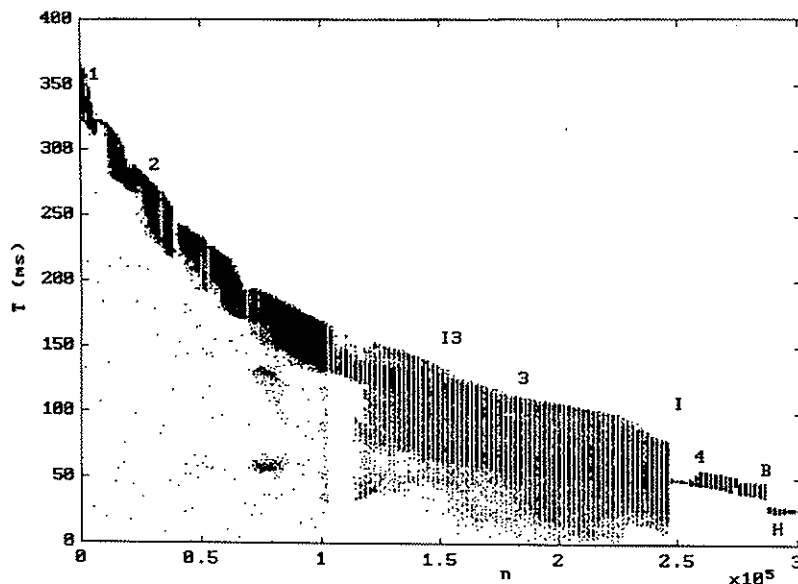


Figura 3.13: *Série XET* (427 arquivos/1024 dados). *I*, *B* e *H* com o mesmo significado da legenda anterior.

3.3 Crises

Grebogi, Ott e Yorke [37, 38] mostraram que em um mapa quadrático unidimensional,

$$x_{n+1} = C - x_n^2 = F(x_n, C), \quad (3.9)$$

para $C < -1/4$ não existe ponto fixo, e para $C = -1/4$ ocorre uma bifurcação tangente com o aparecimento de pontos fixos estáveis e instáveis. Para $C > -1/4$, os pontos fixos estáveis são dados por $x = -1/2 + (1/4 + C)^{1/2}$, e os instáveis por $x = -x_* = -1/2 - (1/4 + C)^{1/2}$. A partir de $C = -1/4$ os pontos fixos estáveis se bifurcam seguidos de caos. A bacia de atração destas órbitas para, $1/4 \leq C \leq 2$, é $|x| \leq x_*$. A órbita instável, $x = -x_*$, está na fronteira desta bacia de atração, onde x_* indica os pontos instáveis. A destruição do atrator caótico e de sua bacia em $C=2$ coincide com a intersecção da banda caótica com o ponto fixo instável. "Crise de Fronteira" foi definida como

"uma colisão entre uma órbita instável com um atrator caótico que está na fronteira de uma bacia de atração"; "Crise Interior" foi definida "quando há a colisão de uma órbita instável dentro de uma bacia de atração". "Crise Interior" é a causa de quase todas mudanças bruscas no tamanho do atrator; Crise de Fronteira é a causa de quase todas destruições e criações bruscas de bacias de atração.

Apesar das séries SET e XET apresentarem os arquivos ímpares, acima do centésimo, deteriorados podemos observar claramente a reprodutibilidade de duas crises, pontos I e B nas figuras 3.12 e 3.13 que podem ser vistas com mais detalhes na figura 3.14, onde temos separadamente t_n vs n e δt_n vs n .

A crise B foi por nós identificada como sendo uma crise de fronteira e a crise I foi identificada como sendo uma crise interior [24, 35]¹.

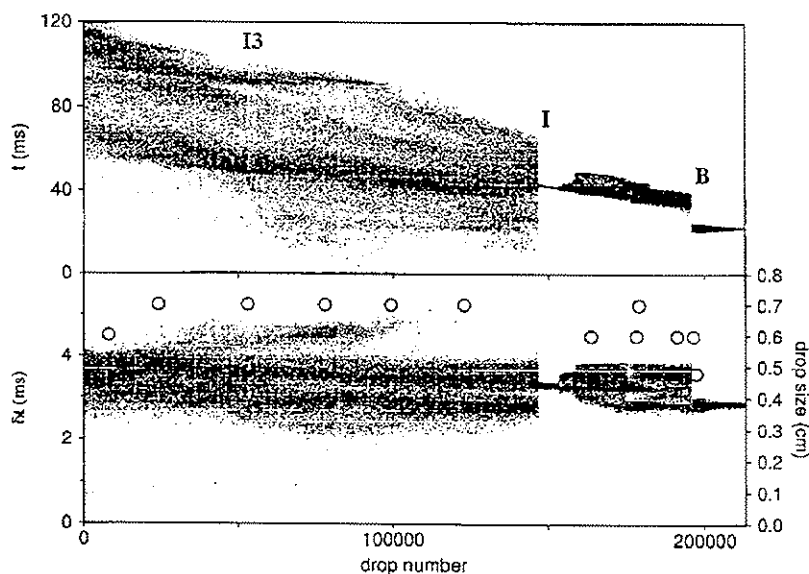


Figura 3.14: Seqüência de 208 arquivos com 1024 dados cada da Série XYZ..

¹Esta crise foi identificada como sendo uma crise interior por K. T. Alligood, T. D. Sauer e J. A. Yorke no livro "Chaos: An Introduction to Dynamical Systems", p. 441-445, Springer-Verlag, New York (1997), para o qual cedemos os direitos de reprodução dos dados experimentais.

3.3.1 Crise interior

A crise I ocorre entre um movimento não-periódico para período-1, para $f \approx 25.4$ gotas/s, conforme mostram as figuras 3.15 e 3.16 onde temos

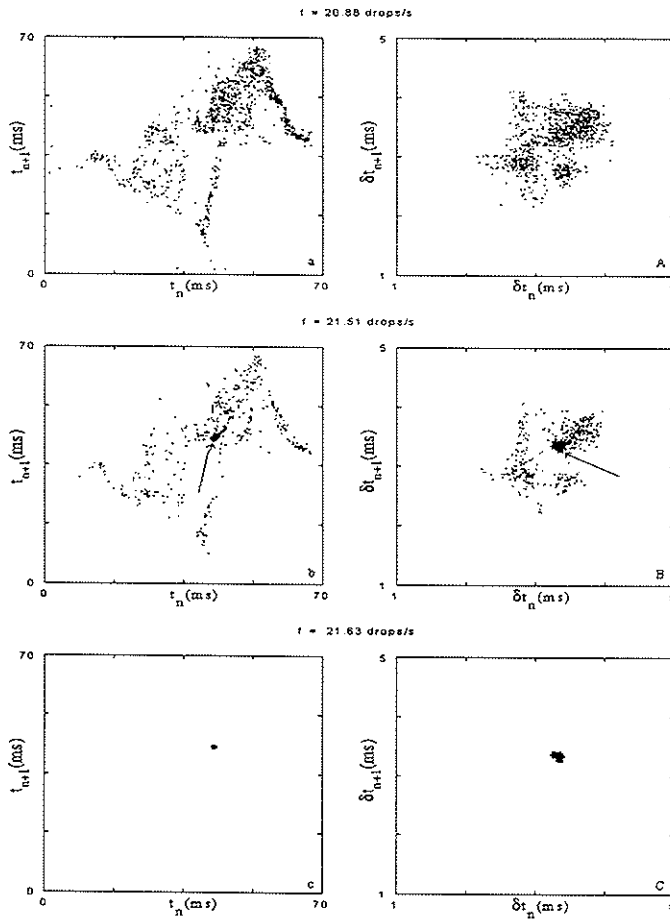


Figura 3.15: Mapas de primeiro retorno ao redor da crise I. Em (a), (b) e (c) temos t_{n+1} vs. t_n ; e em (A), (B) e (C) temos δt_{n+1} vs. δt_n . Em (b) e (B) temos a transição de um comportamento caótico para período-1.

respectivamente os mapas de retorno e as correspondentes séries temporais.

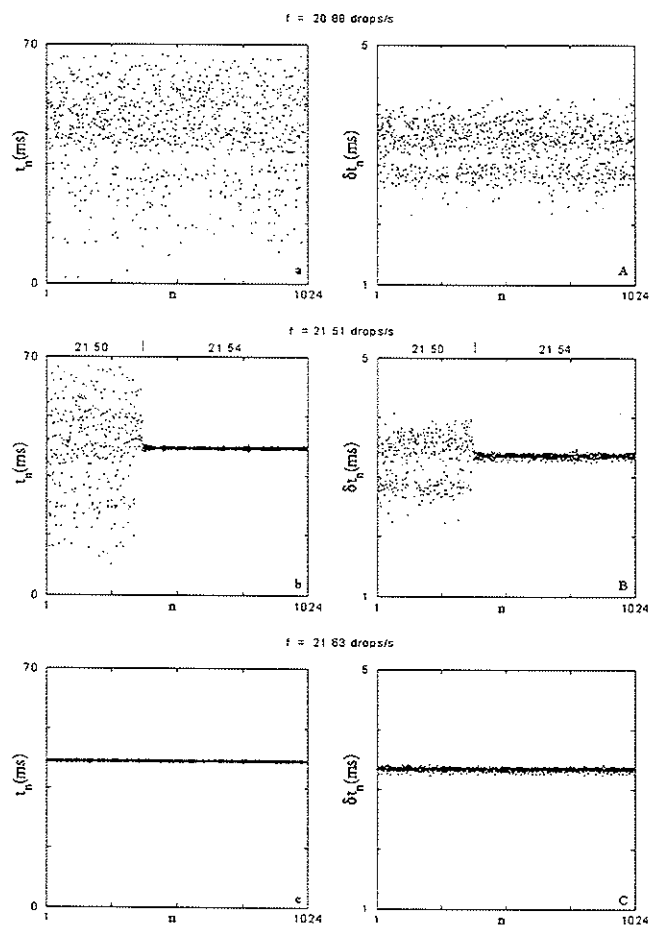


Figura 3.16: Séries temporais t_n vs. n e δt_n vs. n para 3 aberturas sucessivas da torneira. A crise de um movimento não periódico para período-1 é mostrada em (b) e (B).

Esta transição tem como característica apresentar aproximadamente a mesma vazão tanto no regime não-caótico, $f=21.54$ gotas/s, quanto no período-1, $f=21.50$ gotas/s. Verificamos que esta crise não apresenta histerese em ciclos de abertura e fechamento da torneira ao redor da crise, como mostra a figura 3.17, onde temos a vazão em função da abertura da torneira ao redor do ponto de transição.

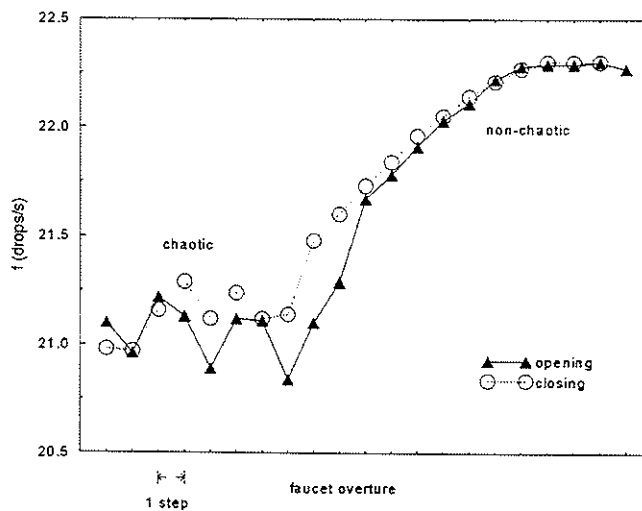


Figura 3.17: Vazão em função da abertura da torneira em torno da crise I. Cada ponto é a média de 4 ciclos. Neste caso não se observa histerese

O fato da frequência média ser praticamente a mesma nos dois regimes, sem a observação de histerese, é consistente com a interpretação de uma Crise Interior, na qual a bacia de atração não é destruída, apenas ocorrendo uma mudança brusca no tamanho do atrator.

3.3.2 Crise de fronteira

A crise B apresenta um comportamento bem diverso da anterior, ocorrendo entre um regime não-periódico, nas proximidades de 25.9 gotas/s, para um regime período-5, nas proximidades de 38.3 gotas/s, conforme mostram as figuras 3.18 e 3.19, onde temos mapas de retorno e as respectivas séries temporais.

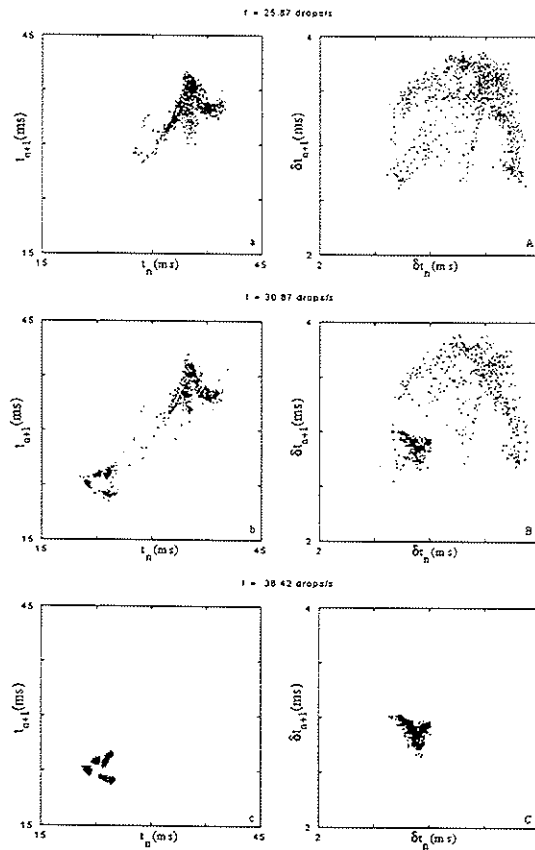


Figura 3.18: Mapas de retorno ao redor da crise B. Em (a), (b) e (c) temos t_{n+1} vs. t_n ; e em (A), (B) e (C) temos δt_{n+1} vs. δt_n . Em (b) e (B) temos a transição de um comportamento caótico para um de período 5

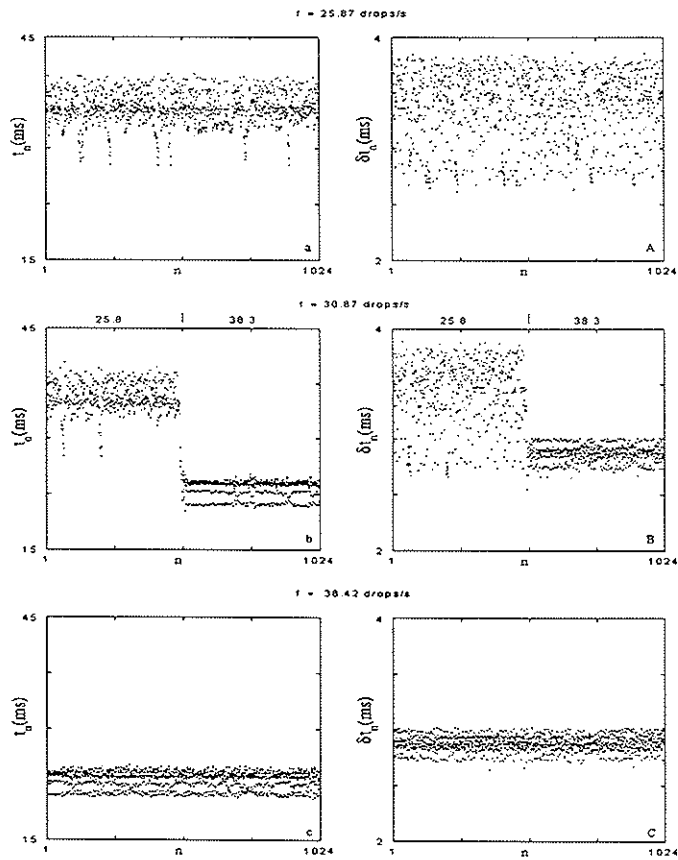


Figura 3.19: Séries temporais da seqüência mostrada na figura anterior

Esta crise apresenta histerese, como mostrado na figura 3.20, onde temos a vazão em função da abertura da torneira ao redor do ponto de transição. Verificamos também que o intervalo $25.9 \text{ gotas/s} < f < 38.3 \text{ gotas/s}$ repre-

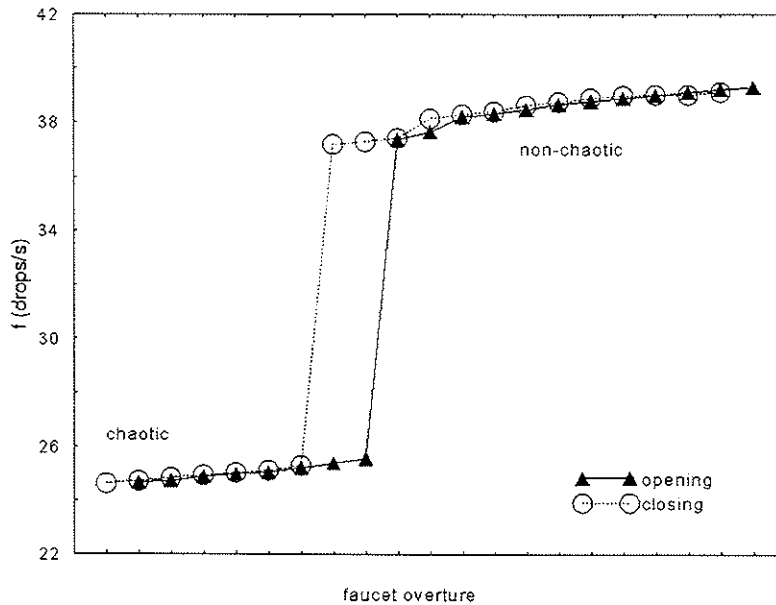


Figura 3.20: Vazão em função da abertura da torneira em torno da crise B. Cada ponto é a média de 4 ciclos. Neste caso se observa histerese

senta uma região proibida, isto é, não conseguimos obter nenhum atrator com vazão dentro deste intervalo. Esta crise foi filmada. Na figura 3.21 temos as imagens digitalizadas de dez quadros sucessivos, mostrando a transição do movimento não-periódico para o período-5. No regime não-periódico temos oscilações laterais da coluna d'água com o vértice do cone instável e as gotas sendo lançadas em diferentes pontos, ao passo que após a transição para período-5 as oscilações cessam e as gotas passam a ser lançadas de um cone estável. Portanto, parece que o sistema destruiu a bacia de um atrator caótico (não-caótico) e criou a bacia de um atrator não-caótico (caótico), consistente com uma Crise de Fronteira descrita por Grebogi, Ott e Yorke [37, 38].

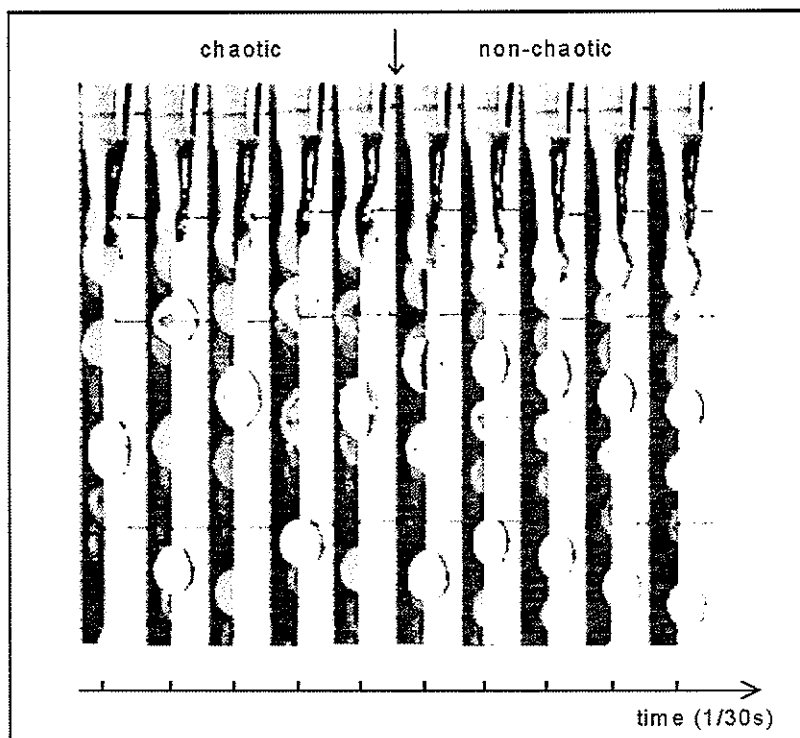


Figura 3.21: *Imagens das gotas quando ocorre a crise B*

3.4 Modulação do parâmetro de controle

O fluxo d'água no bico da torneira depende da altura da coluna d'água (H) no reservatório de medidas bem como da abertura da torneira. A variação deste fluxo pode ser feita de dois modos:

1- Variando-se a altura H da coluna, mas mantendo a torneira com uma abertura fixa.

Neste caso o parâmetro de controle é a altura H da coluna cuja variação é dada pela variação do volume da caixa causada pela queda de uma gota. Como o volume de cada gota é aproximadamente o mesmo devemos ter

$$H = H_0 - \frac{\delta V}{C}n, \quad (3.10)$$

onde H_0 é a altura inicial, δV o volume de cada gota, C uma constante e $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

Como a velocidade d'água no bico da torneira é dada aproximadamente por

$$v \approx \sqrt{2gH}, \quad (3.11)$$

o fluxo é dado por

$$\Phi = vA, \quad (3.12)$$

onde A é a área da secção reta da válvula da agulha. Portanto,

$$\Phi \sim H^{\frac{1}{2}}, \quad (3.13)$$

e o diagrama de bifurcações é obtido pelo gráfico t_n vs. n .

2- Mantendo a altura da coluna constante e abrindo a torneira.

A velocidade é fixa mas a variação da área A não é mesma para cada passo do motor. Devido ao formato cônico da válvula de agulha, ela apresenta uma abertura quadrática para cada passo,

$$A \sim k^2. \quad (3.14)$$

Então neste caso devemos ter

$$\Phi \sim k^2, \quad (3.15)$$

e o diagrama de bifurcações é obtido pela construção do gráfico $(t_n \text{ vs. } n)_k$ vs. k , onde t_n é o tempo entre a n -ésima gota e a sua anterior para um mesmo valor de k .

Como podemos comparar os diagramas de bifurcações obtidos com os parâmetros de controle acima, em princípio mensuráveis, com o diagrama do mapa logístico cujo parâmetro de controle é adimensional, não sendo diretamente mensurável?

Considerando-se um mapa unidimensional, da forma

$$y_{n+1} = F(y_n, p), \quad (3.16)$$

onde p é o parâmetro de controle, podemos observar o diagrama de bifurcações 3.16 em função deste parâmetro. Como experimentalmente os diagramas são obtidos em função de uma grandeza mensurável (p_e), como por exemplo o valor de um dado resistor em um circuito elétrico, a dependência funcional $p_e(p)$ pode não ser linear; a esta dependência damos o nome de modulação do parâmetro de controle.

Tufaile [39] estudou os efeitos das modulações abaixo em mapas logísticos,

$$p_e = p, \quad (3.17)$$

$$p_e = p^2,$$

$$p_e = \text{sen}(\pi p),$$

$$p_e = 1 + 0.3\text{sen}(\pi p), \quad (3.18)$$

$$p_e = p + 0.025\text{sen}(100\pi p),$$

$$p_e = p + 0.025\text{sen}(100\pi p),$$

e um caso onde o parâmetro de controle depende de dois outros parâmetros p e j ,

$$p_e(p, j) = 0.2p + 0.8\text{sen}\left(\frac{\pi}{100}pj\right). \quad (3.19)$$

Na experiência da torneira gotejante usamos a frequência média de formação de gotas,

$$f = \frac{1}{\langle t \rangle}, \quad (3.20)$$

onde $\langle t \rangle$ é o valor médio de formação de gotas, para caracterizar (localizar) de maneira global os diversos tipos de comportamento desde ~ 0.24 gotas/s

até ~ 40 gotas/s. Supondo que localmente o tempo entre-gotas seja dado por um mapa logístico,

$$\tau_n = p\tau_n(1 - \tau_n), \quad (3.21)$$

onde $\tau_n = \frac{t_n}{T_o}$ e $T_o = \text{máximo}(t_n)$, o valor médio de τ será dado por

$$\langle \tau \rangle = \frac{p \langle \tau^2 \rangle}{p - 1}, \quad (3.22)$$

que corresponde a uma modulação do parâmetro de controle que só pode ser utilizada em faixas muito estreitas de vazões nas quais $\langle \tau^2 \rangle$ não varie apreciavelmente.

3.5 Bifurcação de Hopf

As regiões cônicas H assinaladas nas figuras 3.12, 3.13 e 3.14 correspondem a uma bifurcação de Hopf [27, 32, 40]. Após a crise de fronteira, um toro T^2 evolui de um travamento de frequência de período-5 para um toro de menor tamanho com o aumento de vazão (em gotas/s). Esta bifurcação foi inicialmente analisada com dados da série XYZ (1024 gotas por arquivo) [27]. Uma vez que observamos o desalinhamento de dois pontos em relação às curvas ajustadas, 24 novas séries temporais foram obtidas, cada arquivo com dados referentes a 16384 gotas, a partir de $f \approx 39.27$ gotas/s até $f \approx 40.14$ gotas/s, um pouco antes do fluxo se tornar laminar na altura do nível do feixe de laser.

Um movimento quase-periódico evolui do período-5, como mostrado na figura 3.22, onde mostramos 16 mapas de primeiro retorno (T_{n+1} vs T_n) dentre os 24 obtidos.

Da primeira à quinta série temporal temos um movimento periódico. O movimento quase-periódico começa próximo de $f = 39.69$ gotas/s, na sétima série, dando origem a um ciclo limite cujo tamanho decresce com o aumento da vazão. Para $f = 39.93$ gotas/s o ciclo limite se fecha perto da décima nona série, e o tamanho da "mancha" continua a diminuir, com o aumento da vazão, atingindo um valor mínimo na vigésima série, caracterizando um movimento de período-1; apesar da razão (tamanho do atrator)/ruído se tornar cada vez menor, o perfil das "manchas" ainda mostra traços do movimento quase-periódico.

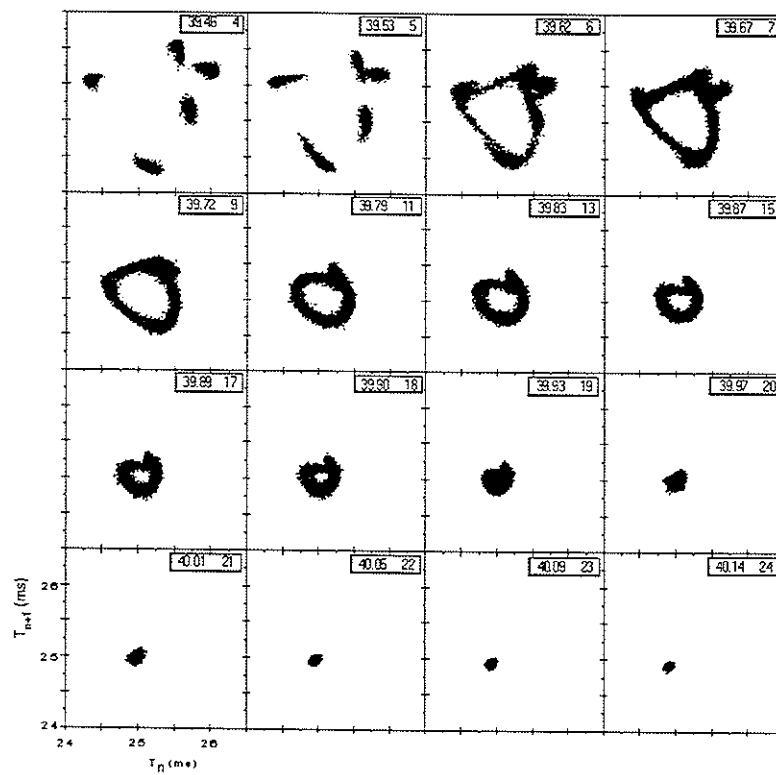


Figura 3.22: Mapas de primeiro retorno de 16 séries temporais dentre as 24 obtidas.

Os respectivos espectros de potência das séries temporais $T_n^* = T_n - \langle T \rangle$ são mostrados na figura 3.23.

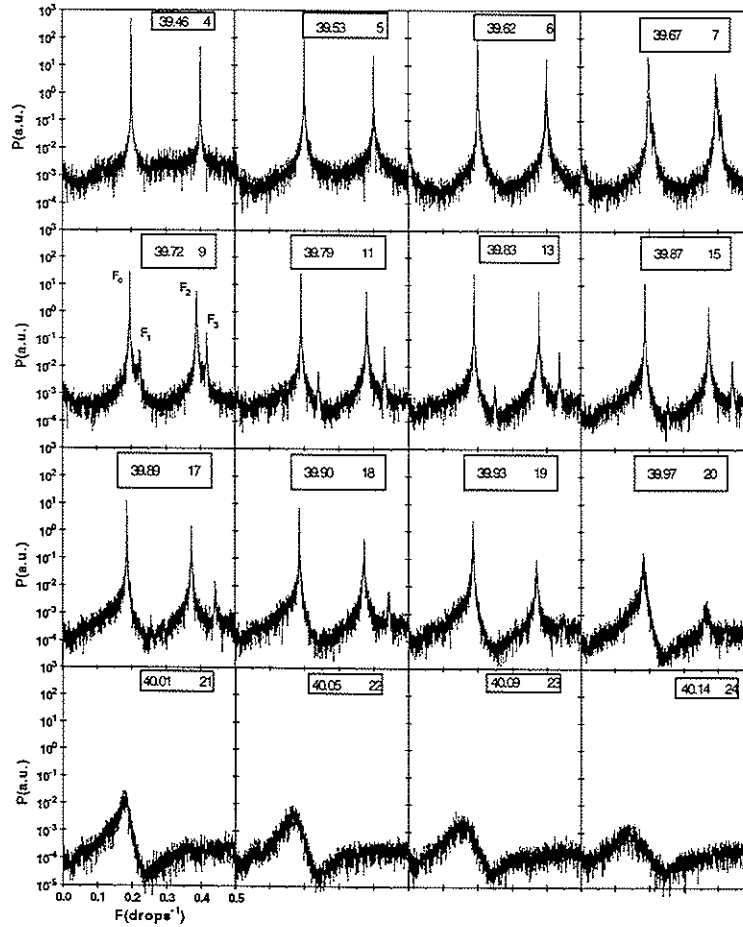


Figura 3.23: Potências espectrais dos dados mostrados na figura anterior. Cada curva corresponde à média de 4 curvas obtidas a partir da divisão de cada série temporal em 4 sub-séries de 4096 pontos.

As seis primeiras séries apresentam uma frequência fundamental F_0 e a sua primeira harmônica $F_2 = 2F_0$. Na sétima série ($f = 39.67$ gotas/s) começa a aparecer um segundo par de frequências F_1 e $F_3 = F_0 + F_1$ que persistem até a décima oitava série ($f = 39.90$ gotas/s). Os seis últimos

gráficos correspondem ao ciclo limite fechado, e a presença do pico de baixa intensidade em F_0 confirma que devemos ter uma movimento quase-periódico embebido em um aparente período-1.

Na figura 3.24 temos as intensidades dos 4 picos em em função da vazão que caracterizam três regiões de comportamentos distintos: período-5, quase-periódico e aparente período-1.

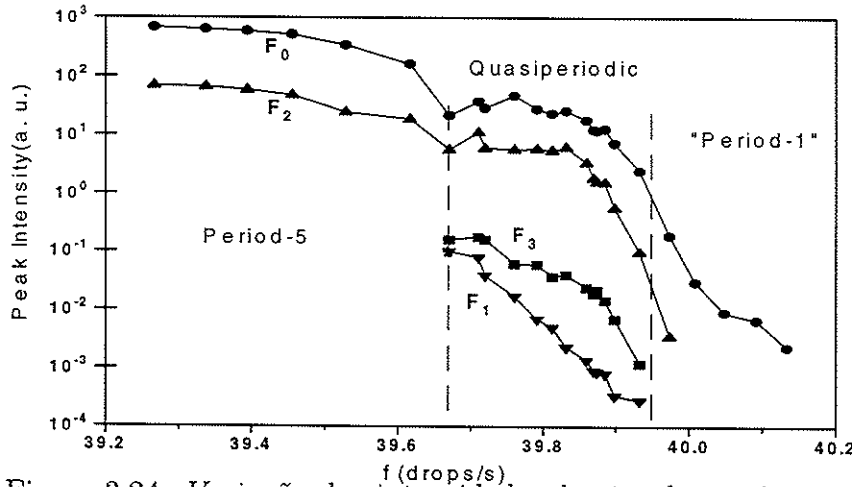


Figura 3.24: Variação das intensidades de pico das potências espectrais das 24 séries

A bifurcação de Hopf [41] é obtida a partir da equação uni-paramétrica (μ)

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = f(\vec{x}, \mu), \quad (3.23)$$

que expandida em série de Taylor até terceira ordem resulta nas equações

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= (d\mu + a(x^2 + y^2))x - (\omega + c\mu + b(x^2 + y^2))y, \\ \frac{dy}{dt} &= (\omega + c\mu + b(x^2 + y^2))x + (d\mu + a(x^2 + y^2))y, \end{aligned} \quad (3.24)$$

que podem ser reescritas em coordenadas polares como

$$\frac{dr}{dt} = (d\mu + ar^2)r, \quad (3.25)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega + c\mu + br^2,$$

onde a, b, c, d, ω são constantes e μ o parâmetro de controle.

Como a equação em r é separada da equação em θ , e como $\frac{dr}{dt} = 0$, para $\mu \geq 0$ as órbitas passam a ser periódicas, e circulares de raio $r = \sqrt{\left|\frac{d}{a}\mu\right|}$, caracterizando uma bifurcação de Hopf.

Para o caso em que o parâmetro μ tem um valor crítico diferente de zero, $\mu = \mu_o$, o mapa equivalente ao fluxo acima é tal que

$$(r, \theta) \longrightarrow (r(1 + d(\mu - \mu_o) + ar^2), \theta + c + br^2). \quad (3.26)$$

Os raios das órbitas fechadas são agora dados por $ar^2 + d(\mu - \mu_o) = 0$, com o número de rotação $\Omega = c + br^2 = c - b\frac{d}{a}(\mu - \mu_o)$.

Atribuímos a uma bifurcação de Hopf a diminuição no tamanho dos ciclos limites observados na figura 3.22. Para esta análise definimos o tamanho do raio da órbita como sendo $2r_o = (T_{\max} - T_{\min})$ onde $T_{\max}(T_{\min})$ é o valor médio calculado no último (primeiro) canal de um histograma de dez canais; $\mu = f$ é o parâmetro de controle local em gotas/s e f_o é a vazão crítica. Portanto,

$$r_o^2 = \frac{d}{a}(f - f_o), \quad (3.27)$$

onde $\frac{d}{a}$ é negativo, uma vez que a bifurcação ocorre para $f < f_o$ (bifurcação de Hopf inversa). O número de rotação, aqui identificado como sendo igual a $2\pi F_o$ foi relacionado com o parâmetro de controle através de

$$2\pi F_o = c + b \left| \frac{d}{a} \right| (f - f_o), \quad (3.28)$$

$$2\pi F_o = c + br_o^2, \quad (3.29)$$

onde F_o é a frequência fundamental obtida da análise de Fourier.

Na figura 3.25 (a) são mostrados os dados r_o^2 em função da vazão juntamente com o ajuste da equação 3.27 aos dados experimentais na região quase-periódica; e uma vazão crítica $f_o = 39.876$ gotas/s foi obtida. F_o em função de r_o^2 é mostrado na figura 3.25 (b) juntamente com o ajuste da equação 3.29 aos dados experimentais.

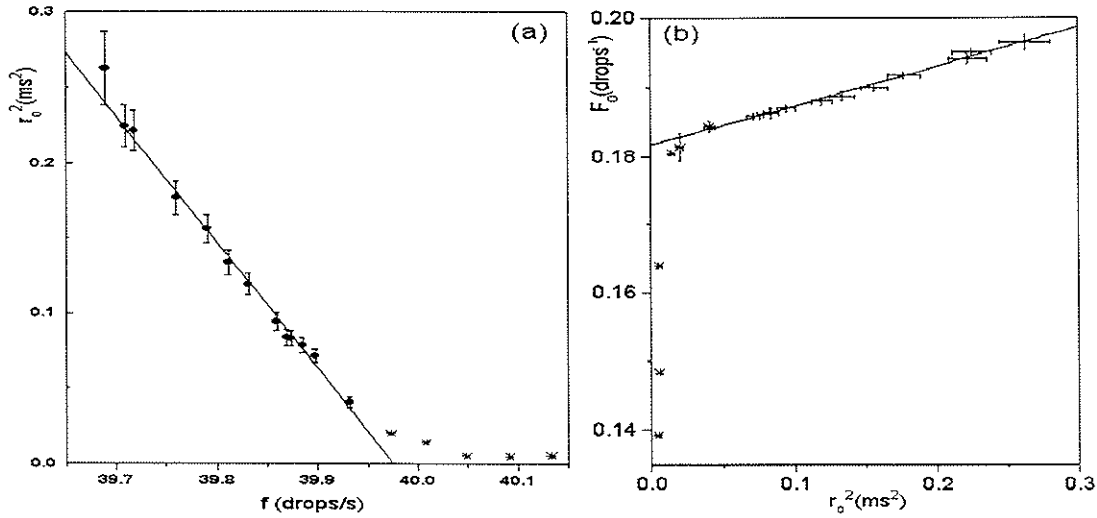


Figura 3.25: Número de rotação em função de r_o^2

Como podemos ver na figura 3.25, cinco ou seis pontos não seguem as leis de escala que descrevem a bifurcação de Hopf. Este pontos correspondem a uma outra dinâmica que foi caracterizada através da função de autocorrelação

$$G(k) = \frac{\sum_{i=1}^N T_i^* T_{i+k}^*}{\sum_{i=1}^N T_i^{*2}}. \quad (3.30)$$

As funções de auto-correlação calculadas para todas as 24 séries apresentaram comportamentos característicos, isto é, periódico ou quase-periódico, até a décima oitava série. Nas últimas seis séries (região de aparente período-1) as amplitudes das funções de auto-correlação decaem exponencialmente, como pode ser observado na figura 3.26. As curvas pontilhadas correspondem aos ajustes de $|G(k)|_{amp} = G_o e^{-k/\tau}$, onde τ é a gota de correlação.

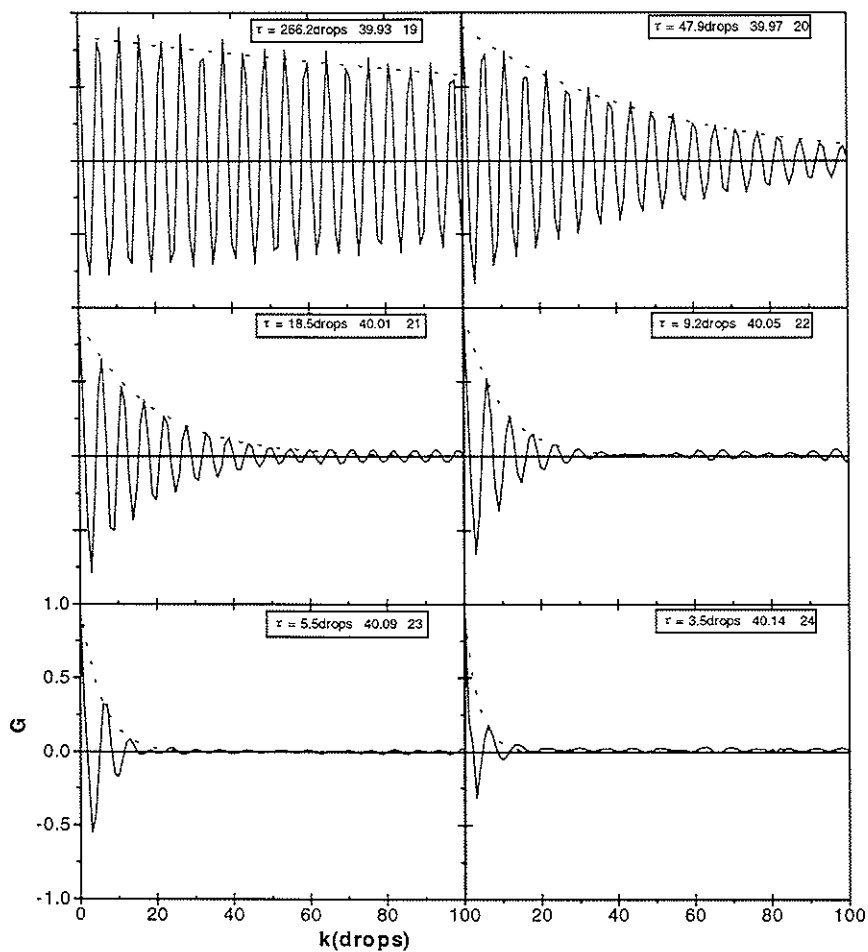


Figura 3.26: Funções de auto-correlação na região de aparente período-1. As curvas pontilhadas correspondem aos ajustes de um decaimento exponencial dos máximos de amplitude. O valor da gota de correlação está indicado em cada quadro.

Na figura 3.27 temos τ como função do parâmetro de controle reduzido $\left| \frac{f - f_c}{f_c} \right|$ em escala dilog, onde f_c é uma vazão crítica. A linha contínua é um ajuste empírico de uma lei de potências $\tau \propto \left| \frac{f - f_c}{f_c} \right|^\gamma$ com $f_c = 39.897$ gotas/s e $\gamma = -2.28 \pm 0.03$ que caracteriza a evolução da bifurcação de Hopf inversa para um comportamento de aparente período-1.

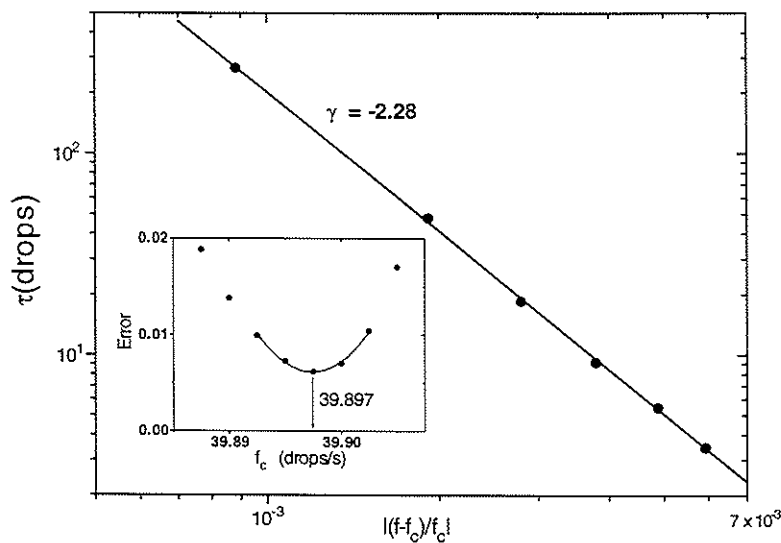


Figura 3.27: τ em função da vazão reduzida. O quadro interno mostra o erro quadrático do ajuste na escolha da vazão crítica.

3.6 Soma sobre séries e as componentes de Farey

A evolução de um travamento de frequência de um movimento de período-5 para um período-6 passando por um movimento quase-periódico sugere uma análise usando-se uma construção de árvore de Farey. Para isso desenvolvemos um algoritmo [27] para achar as componentes de Farey que nos darão os períodos racionais mais próximos dos períodos obtidos das potências espectrais. Tomando-se $\tau_0 = 5$ e $\tau_1 = 6$ construímos as frações

$$\tau_a(p, q) = (p\tau_0 + q\tau_1)/(p + q), \quad (3.31)$$

onde p e q são as componentes de Farey.

Para achar o melhor par (p, q) de uma dada série temporal t_n , ($n=1..N$), dividimos esta série em subséries de comprimento T e superpomos todas as sub-séries deslocando-as para o intervalo $[1, T]$. Somando-se todas elas obtemos uma nova série de comprimento T definida por

$$\bar{t}_\ell(T) = \frac{1}{K+1} \sum_{k=0}^K t_{kT+\ell}, \quad (3.32)$$

onde K é a parte inteira de $(N/T - 1)$ e N é o número total de gotas da série original. Para esta nova série calculamos a média

$$m(T) = \frac{1}{T} \sum_{\ell=1}^{T+1} \bar{t}_\ell(T), \quad (3.33)$$

e o desvio quadrático médio,

$$d(T) = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{\ell=1}^{T+1} [\bar{t}_\ell(T) - m(T)]^2}. \quad (3.34)$$

A função $d(T)$ mostra uma multitude de picos periódicos que podem ser de mesma amplitude para séries periódicas, conforme mostra a figura 3.28(a), ou de diferentes amplitudes, como mostrado na figura 3.28(b). Cada pico pode ser associado a um único par (p,q) . Escolhemos o primeiro pico de maior amplitude local próximo ao período dado pela análise de Fourier. Se existe mais de um pico com a mesma amplitude é escolhido o par de menor soma $(p+q=\text{mínimo})$.

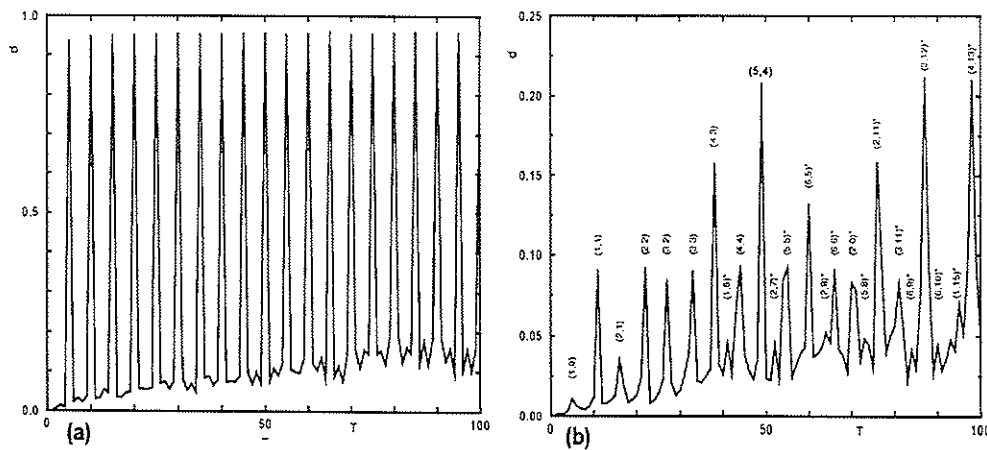


Figura 3.28: d em função de T para uma série temporal de (a) um movimento de período-5 e (b) um movimento quase-periódico.

Na tabela 3.3 temos as componentes de Farey juntamente com os períodos racionais calculados com a equação 3.31.

f(gotas/s)	τ (gotas) (± 0.03)	p	q	τ_a (gotas)
38.42	5.00	1	0	5
38.44	5.00	1	0	5
38.55	5.00	1	0	5
38.60	5.00	1	0	5
38.79	5.00	1	0	5
38.91	5.00	1	0	5
39.04	5.02	1	0	5
39.08	5.02	1	0	5
39.19	5.09	9	1	5.1
39.20	5.12	7	1	5.125
39.32	5.22	7	2	5.22...
39.40	5.30	5	2	5.285...
39.48	5.39	3	2	5.4
39.56	5.45	5	4	5.44..
39.58	5.48	1	1	5.5
39.65	5.75	1	3	5.75
39.69	5.79	1	4	5.8

Tabela 3.3: A segunda coluna mostra os valores de τ obtidos com a análise de Fourier como função da vazão. A terceira e a quarta coluna mostram os valores de p e q obtidos da análise da soma sobre série. Na última coluna os valores de τ obtidos com a eq. 3.25.

3.7 Diagramas de bifurcação

Uma das características mais marcante de sistemas dinâmicos não-lineares talvez seja o diagrama de bifurcações, que mostra duplicações de períodos em função da variação de um parâmetro de controle de um particular mapa. Uma boa observação experimental destas duplicações depende dos níveis de vibrações externas, do controle do nível d'água do reservatório de medidas, da razão sinal/ruído, do tipo de bico da torneira, além de depender da largura de uma janela de periodicidade e de quão finamente podemos variar o parâmetro de controle. As séries SET, XET e XYZ (bico de vidro) foram obtidas com o nível d'água mantido constante por uma bóia, variando-se a abertura da torneira comandada por um motor de passo. Cada passo do motor corresponde a uma variação relativamente grande do parâmetro de controle não nos permitindo observar claramente bifurcações (vide figuras 3.12, 3.13 e 3.14).

Entretanto, podemos variar lentamente a vazão cortando a alimentação de água para o reservatório de medidas e deixando a altura (H) do nível d'água diminuir naturalmente com o gotejamento. Para efetuarmos as medidas enchemos o reservatório e partimos da máxima vazão permitida (~ 40 gotas/s, $H=H_{\max}$), um pouco antes do fluxo se tornar laminar. Para variarmos ainda mais lentamente a altura do nível d'água, colocamos em paralelo com a caixa de medidas de 50 litros um segundo reservatório de capacidade de 250 litros e 74 centímetros de diâmetro. Com isto a taxa de variação do nível d'água é de apenas $\delta H \sim 1.7 \times 10^{-4}$ mm por gota.

Veremos as bifurcações obtidas com os dois diferentes bicos metálicos, M45 e M60, com a plataforma de concreto montada sobre pés piramidais, descritos no capítulo anterior. Na figura 3.29 temos o gráfico T_n vs n , com dados de 500.000 gotas, obtidos na primeira sessão de medidas com o bico M60, série AG, (cada sessão dura aproximadamente 5 horas com vazão inicial ≈ 43.38 gotas/s). No desenho superior, os detalhes mostram os tipos de atratores, em mapas de retornos tridimensionais, T_{n+2} vs T_{n+1} vs T_n , observados nas regiões A e B. Apesar da região A apresentar os mesmos tipos de ciclos limites observados na bifurcação de Hopf da série XYZ, trata-se de uma "bolha", isto é, o sistema em uma órbita periódica sofre uma bifurcação com a formação de novas órbitas que depois são destruídas, voltando o sistema ao tipo de órbita da qual originalmente partiu. Um tipo diferente de crise é observada (período-1 \longleftrightarrow período-2), isto é, ocorre uma crise acompanhada de uma bifurcação. As bifurcações T e F, mostradas com mais detalhe no

gráfico multicolorido inferior, aparentemente correspondem respectivamente a duas bifurcações transcíticas (uma em cada ramo), e a duas bifurcações flip. Na seção de mapas combinados retornaremos a estas bifurcações.

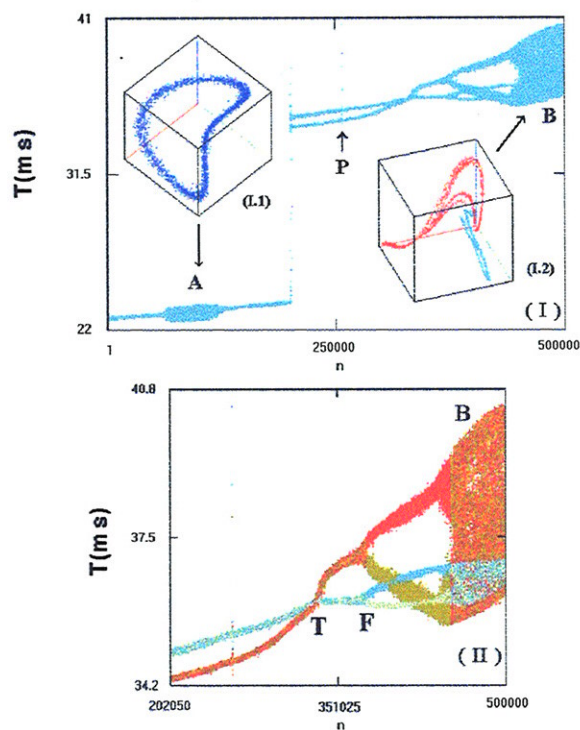


Figura 3.29: *Série AG* obtida com o bico M60 com 500000 dados. Na parte superior, além do diagrama de bifurcações, temos reconstruções em 3 dimensões, $T_{n+2} \times T_{n+1} \times T_n$, das regiões A e B. Na parte inferior temos uma ampliação do diagrama acima, mostrando aparentemente um bifurcação transcítica (T) e outra flip (F). Nível do reservatório diminuindo.

Na figura 3.30 temos o gráfico T_n vs n em continuação da sessão anterior, com dados de 309800 gotas, com vazão final de 19.5 gotas/s.

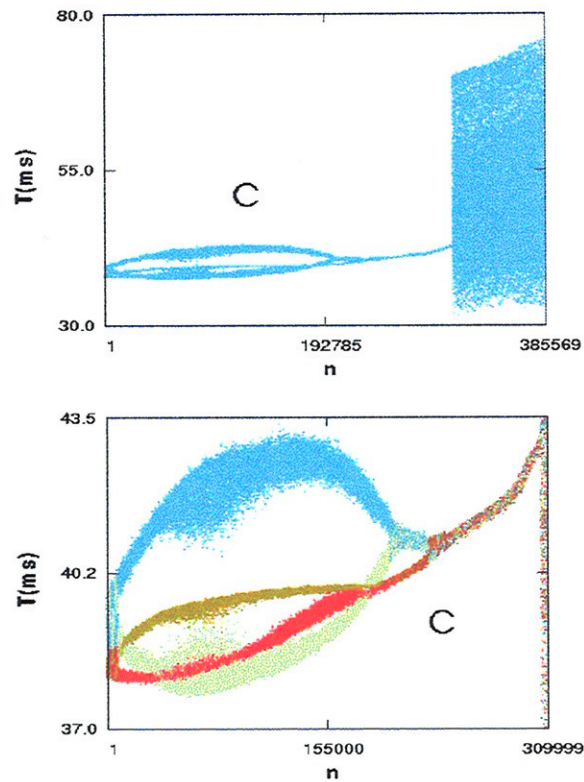


Figura 3.30: Na parte superior, a segunda sessão de aquisição da série AG com o surgimento de uma nova crise. Na parte inferior, ampliação da região C. Mesma seqüência de cores da figura anterior.

Na figura multicolorida inferior vemos que a "bolha", região C, ampliada é formada por duas outras "bolhas" que sofrem duas bifurcações cada. O sistema inicialmente em uma órbita de período-2 (azul+verde e creme+vermelho) se bifurca em duas "bolhas" (período-4) e a bolha creme +vermelho sofre uma bifurcação período-2→período-1 antes da "bolha" azul +verde sofrer o mesmo tipo de bifurcação. Mais adiante as duas bolhas se fundem em uma órbita periódica 1. Também pode ser observado um aparente período-3 (azul, creme e verde+vermelho).

Os dados obtidos nas sessões seguintes não se mostraram confiáveis, com aumento muito grande de ruído.

Este tipo de medida foi repetido com o bico metálico M45, série WH, desde a vazão máxima de 29 gotas/s, aproximadamente, até $f \sim 7$ gotas/s, sendo obtidos dados referentes a 481174 gotas, em duas sessões. Na figura 3.31 temos o diagrama de bifurcações obtido. Diversas crises, janelas periódicas e

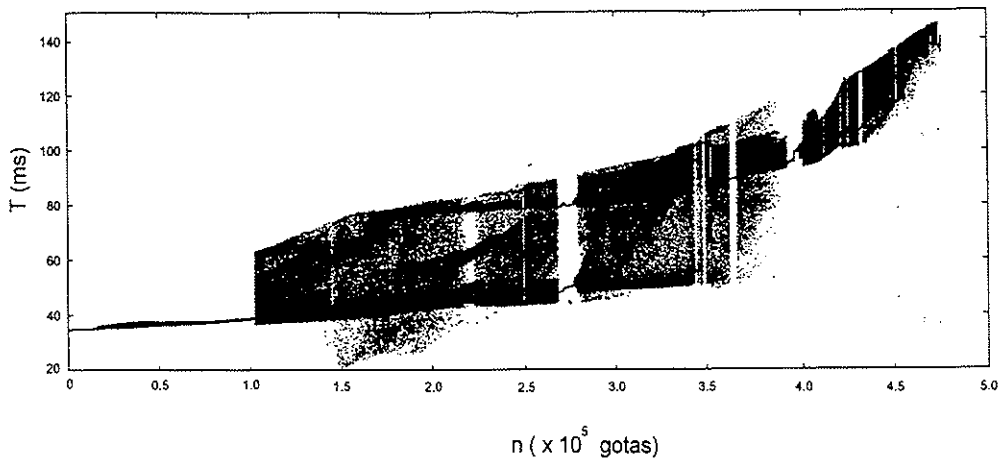


Figura 3.31: *Série WH obtida com bico metálico M45 e nível variável. As regiões B, I e I3 têm correspondentes nas séries SET, XET e XYZ.*

bifurcações são observadas. Para uma melhor visualização, este diagrama foi dividido em seis segmentos, mostrados sucessivamente nas figuras 3.32, 3.33 e 3.34.

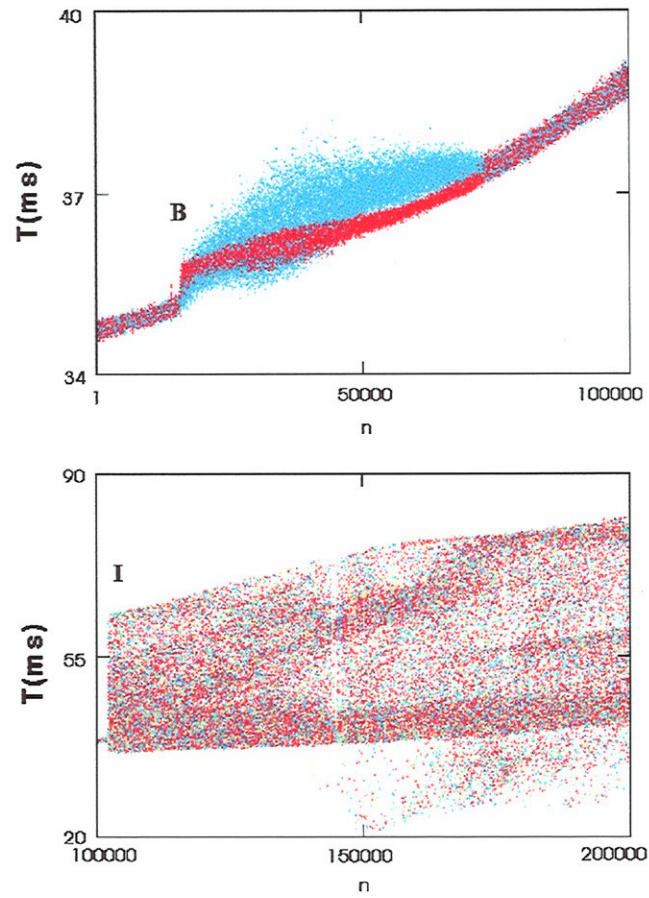


Figura 3.32: Primeiro e segundo segmentos da série WH.

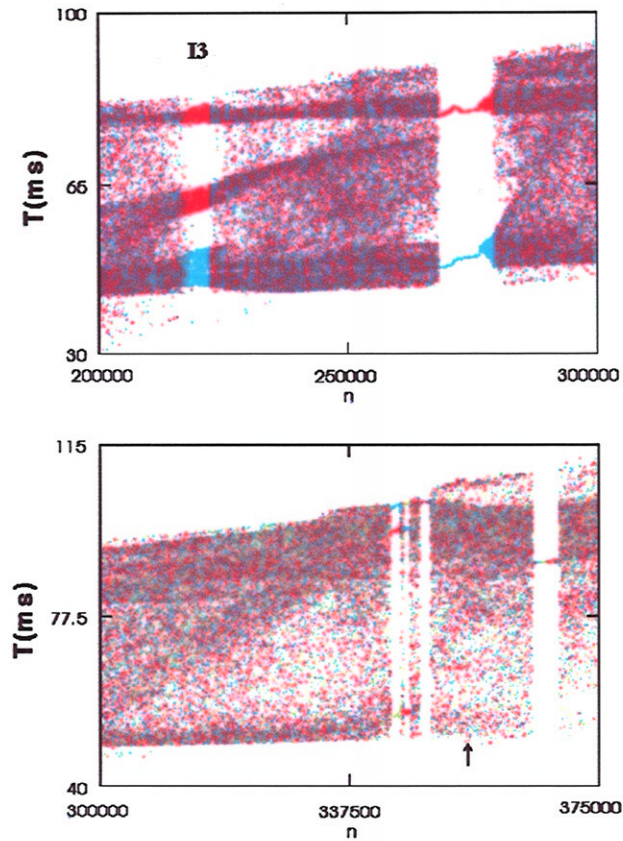


Figura 3.33: Terceiro e quarto segmentos da série WH. I3 corresponde a uma janela de período 3. A seta marca o ponto de união entre a primeira e a segunda sessões feitas em dias diferentes.

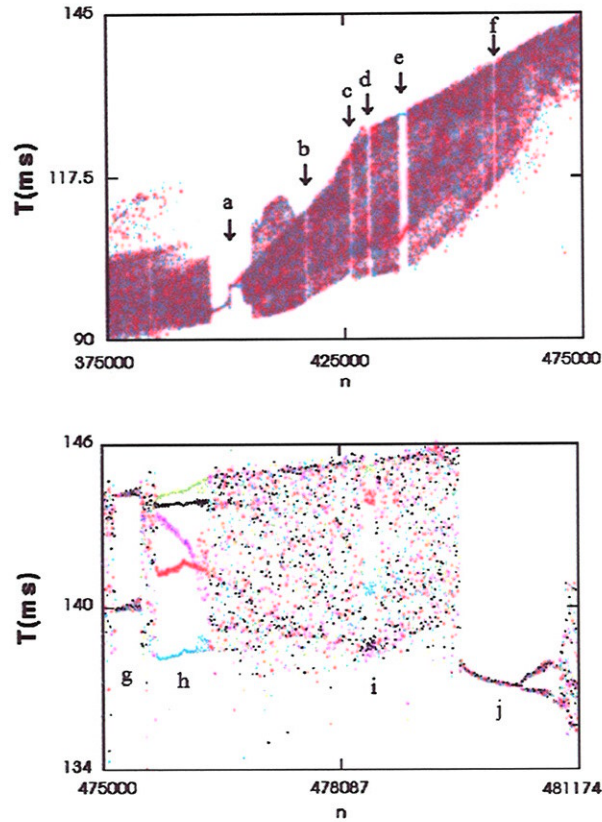


Figura 3.34: Quinto e sexto segmentos da série WH. Na parte superior: (a) Crise período-1-período-2; (b) a (f) Janelas de período 2. Na parte inferior: (h) e (i) Janelas de período 5; (g) bifurcação período-2-período-4 e em (j) bifurcação período-1-período-2 .

Os resultados das séries XYZ , AG e WH mostram que os diagramas de bifurcações dependem fortemente tanto da forma do bico da torneira bem como do modo como as medidas foram feitas, dificultando a comparação entre as séries. Podemos comparar as vazões máximas ~ 40 , ~ 43.4 e ~ 29 gotas/s, respectivamente, e a partir destas a primeira "bolha" que aparece na respectiva série: $XYZ \rightarrow$ Bifurcação de Hopf, $AG \rightarrow$ "Bolha quase-periódica". Em WH podemos ver, na figura 3.32 superior, que esta primeira "bolha" é de um período-2.

A sensibilidade em relação ao parâmetro de controle H (altura da coluna d'água) pode ser inferida com a ampliação do diagrama de bifurcações na região j da figura 3.34, inferior, onde ocorre uma bifurcação de período-1 para 2. Na figura 3.35 temos a região (j) ampliada.

O aumento das diferenças sucessivas $|T_{n+1} - T_n|$ mostra que o sistema é

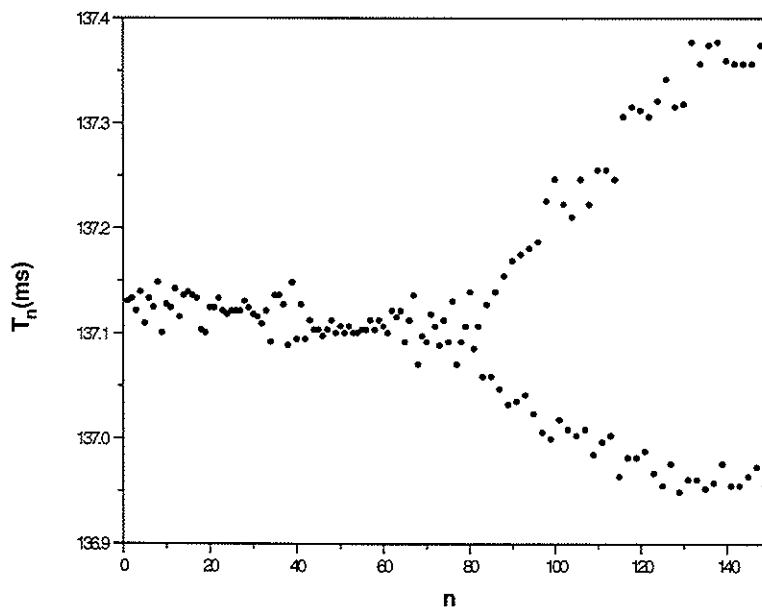


Figura 3.35: Ampliação da região (j) da figura anterior.

sensível a uma variação do parâmetro de controle (H) causada pela diminuição

do volume do reservatório referente apenas a uma ou duas gotas. Cada gota formada causa uma diminuição de $\delta H = 2 \times 10^{-4}$ mm em H. Portanto, para vermos esta bifurcação variando-se a vazão com abertura/fechamento da torneira com controle de nível constante, deve haver uma precisão da ordem de δH .

Na região de período-1, para $n < 80$ na figura 3.35, a flutuação máxima nas medidas de T_n é aproximadamente $25 \mu s$ (muito maior que a incerteza instrumental que está na faixa de 1 a $3 \mu s$) em torno do valor médio. Portanto, nesta região devemos ter uma relação ruído/sinal mínima de 2×10^{-4} . Para outros tipos de comportamento como o caótico ou quase-periódico é praticamente impossível estimar a relação ruído/sinal; portanto, este valor de 0.02% deve ser visto como um limite inferior ao ruído.

Ainda variando o parâmetro de controle pela abertura da torneira com motor de passo, com o nível de água mantido constante, com o bico metálico M45 e para cada abertura da torneira, tomamos dados referentes a 1024 gotas. Podemos ver na figura 3.36 que a evolução do sistema dinâmico pode ser caracterizada pelos diagramas de bifurcações de cada uma das variáveis t (tempo entre gotas) e δt (tempo de passagem das gotas pelo feixe do laser). Apesar de $t_{\max} \approx 4t_{\min}$, o maior tempo de passagem (δt_{\max}) é menor que o dobro do valor mínimo (δt_{\min}). O tempo de passagem da k ésima gota está relacionado com o seu tamanho, velocidade inicial e oscilação, estabelecidas pela $(k - 1)$ ésima gota; portanto, a medida do tempo de passagem está relacionada apenas a duas gotas. O k ésimo tempo entre-gotas é a medida de tempo entre a k ésima gota e a $(k + 1)$ ésima gota. Como é a $(k - 1)$ ésima gota que impõe as condições iniciais à k ésima e esta impõe as condições à $(k + 1)$ ésima gota, podemos dizer que a medida de tempo entre-gotas é uma medida relativa que depende de três gotas.

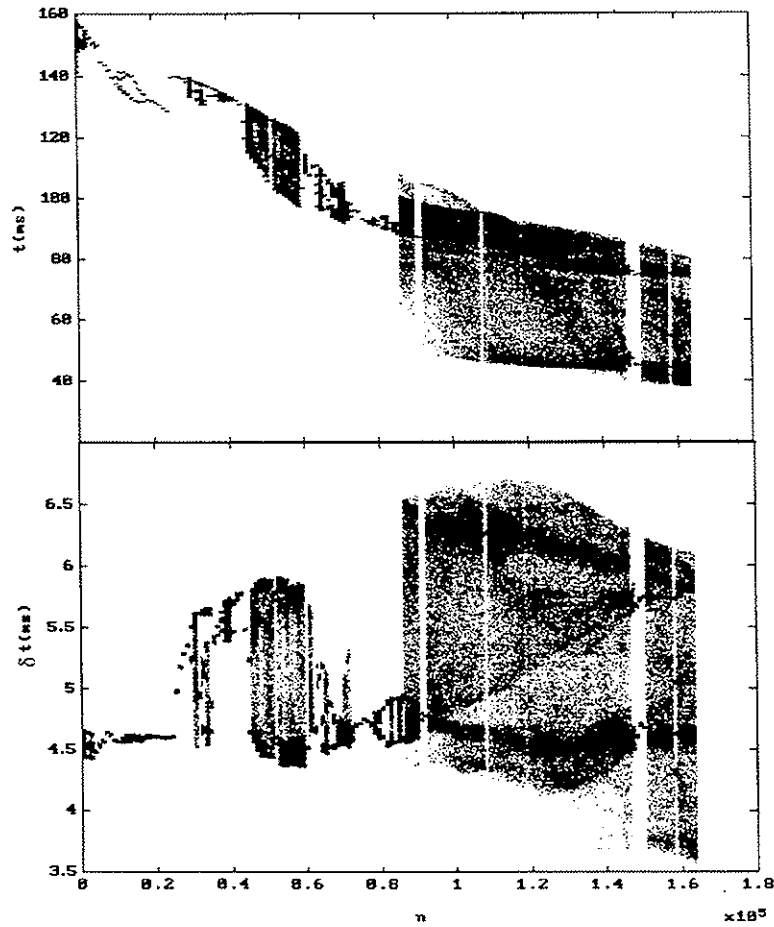


Figura 3.36: Diagramas de bifurcações contruídos respectivamente pelo tempo entre-gotas e tempo de passagem da gota pelo feixe do laser, bico M45.

3.8 Intermitências

Manneville e Pomeau [42] estudando o modelo de Lorentz observaram movimentos periódicos com explosões de caos, para valores do parâmetro de controle (p) próximos do valor inicial (p_c) do movimento periódico. O comportamento intermitente ocorre quando a curva parabólica intercepta, depois tangencia e perde contato com a primeira bissetriz, conforme ilustram os gráficos de $f_p^3(x) = f(f(f(x)))$ vs. x na figura 3.37, onde $f(x)$ é o mapa logístico $f(x) = px(1-x)$ (vide também figuras 11 e 12 da referência [42]).

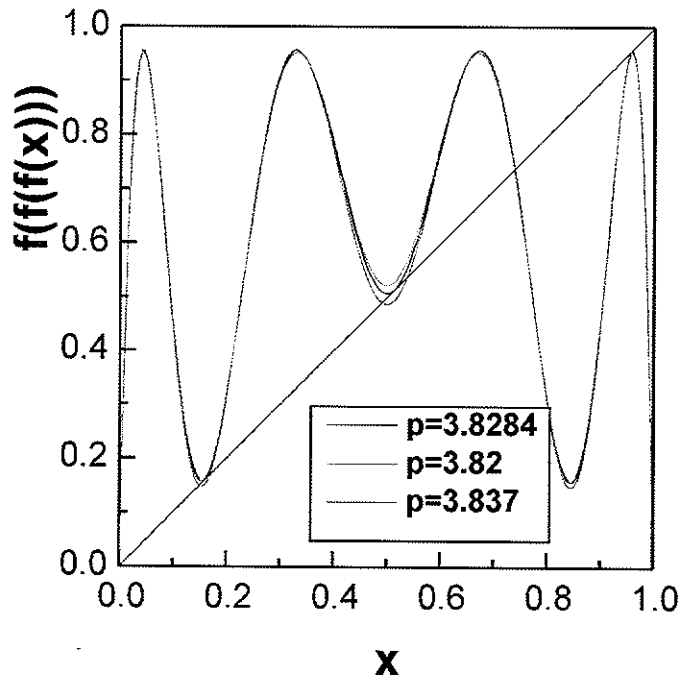


Figura 3.37: Gráficos de $f_p^3(x)$ para 3 valores de p ao redor do início de uma janela periódica 3.

Também se verifica que a duração média (τ) do movimento periódico é dada pela lei de escala

$$\tau \sim (p - p_c)^{-1/2}, \quad (3.35)$$

onde p_c é um valor crítico do parâmetro de controle, que corresponde ao início de uma janela periódica.

Intermitências foram observadas para baixa vazão ($f \approx 1.7 \text{ gotas/s}$, série SET), figura 3.38, bem como para vazões intermediárias ($f \approx 15.3 \text{ gotas/s}$, série XYZ), figura 3.39. O comportamento das séries temporais é similar ao comportamento da intermitência tangente obtida com o mapa logístico, para $p \lesssim 3.8284\dots = p_3$.

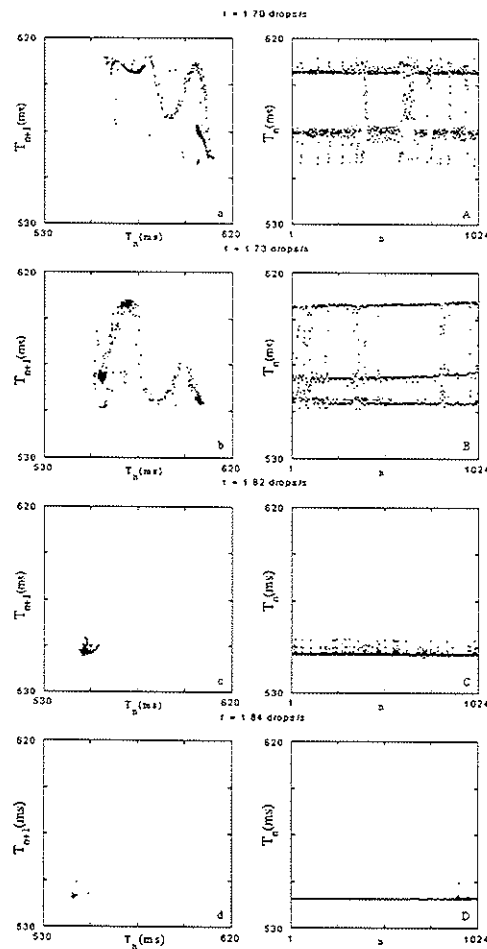


Figura 3.38: Sequência de 4 aberturas sucessivas da torneira mostrando comportamento intermitente entre um movimento periódico e caos a $f=1.7 \text{ gotas/s}$. Série SET.

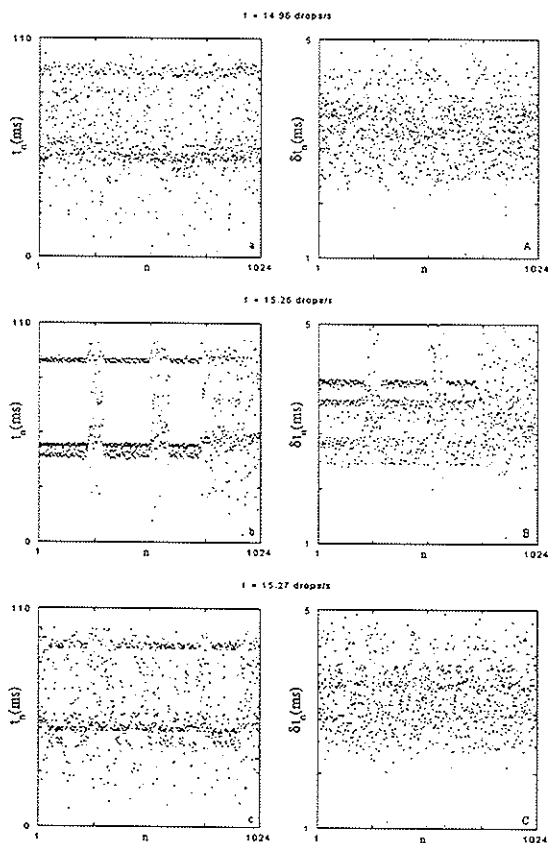


Figura 3.39: Sequência de 3 aberturas sucessivas da torneira mostrando comportamento intermitente entre um movimento periódico e caos a $f=15.26$ gotas/s. Série XYZ.

A variação da vazão feita com a abertura da torneira com motor de passo não dá uma variação do parâmetro de controle suficientemente fina para obtermos o tempo de duração médio (τ) do atrator periódico em função da vazão nas proximidades de uma janela periódica-3 para a verificação da lei de escala $\tau \sim |f - f_c|^{-1/2}$.

Outro tipo de comportamento observado, que aparentemente é uma intermitência entre períodos 2 e 4, pode ser visto nas figuras 3.40 ($f \approx 1.3 \text{ gotas/s}$) e 3.41 ($f \approx 1.6 \text{ gotas/s}$), da série SET.

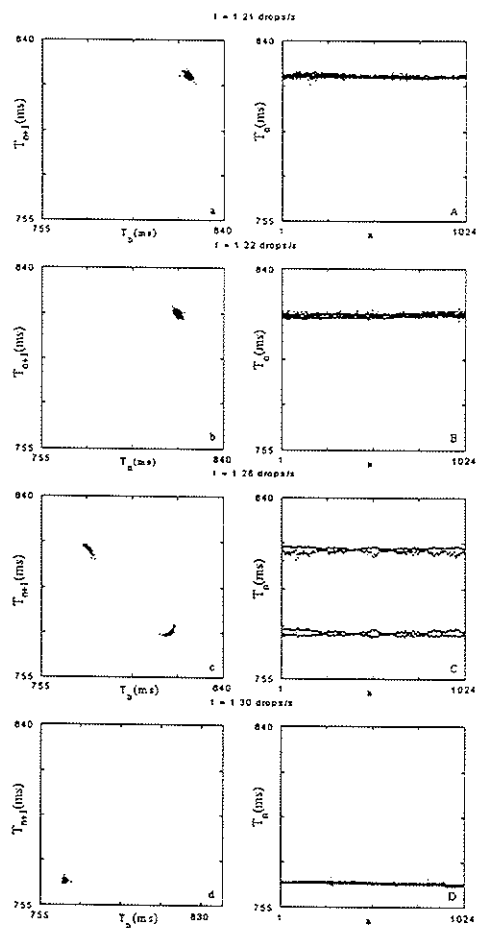


Figura 3.40: Mapas de primeiro retorno à esquerda e séries temporais à direita nas proximidades de 1.26 gotas/s. Esta sequência mostra a intermitência entre períodos pares

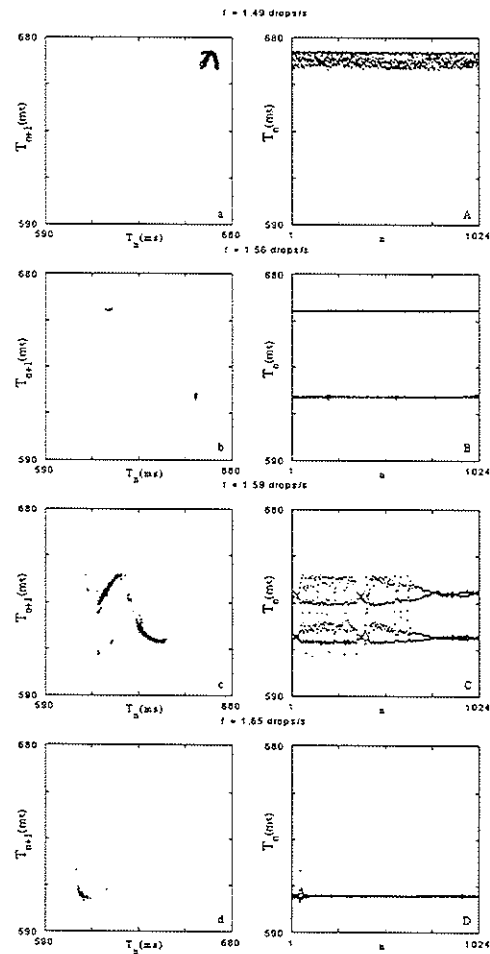


Figura 3.41: Mapas de primeiro retorno à esquerda e séries temporais à direita nas proximidades de 1.6 gotas/s. Esta sequência mostra a intermitência entre períodos pares similar à figura anterior.

Em 1994 atribuímos o aparecimento deste tipo de intermitência a um ruído no parâmetro de controle [24], originado por pequenas variações de temperatura ou devido a vibrações de pequenas bolhas de ar armadilhadas em algum lugar no circuito de água; ou ainda que poderia ser uma característica do sistema dinâmico uma vez que em ambos os casos a evolução destes atratores segue a mesma seqüência,

$$\textit{período} - 1 \rightarrow \textit{período} - 2 \rightarrow \textit{intermitência} \rightarrow \textit{período} - 1,$$

e corresponde aproximadamente à mesma seqüência de bifurcações observada, em alta vazão, na "bolha" da figura 3.30. Portanto, o que foi observado deve corresponder a "bolhas" de bifurcações a baixa vazão, e a intermitência deve ser de fato atribuída a flutuações no nível d'água do observatório de medidas.

3.9 Mapas combinados

O modelo do oscilador harmônico amortecido tem sido usado por diversos autores [8, 9, 12, 13, 30, 31] para simular a dinâmica de formação de gotas, sendo a aceleração da gravidade usualmente usada como parâmetro de controle (pela equação 3.11 vemos que é equivalente a variar a altura da coluna d'água). Oliveira e Penna [14, 15] desenvolveram um modelo baseado no modelo de Ising para mostrar que as auto-correlações de longo alcance das diferenças sucessivas dos tempos de entre-gotas obedecem as mesmas leis de escala obtidas por Stanley [17]. Mostraremos como combinações de mapas logísticos podem dar resultados qualitativos interessantes.

Da grande quantidade de bifurcações vistas na seção *Diagramas de Bifurcação* apenas aquelas mostradas na figura 3.29 (II) e 3.30 foram analisadas por Tufaile [39] usando combinações de mapas logísticos. Veremos aqui apenas as bifurcações da figura 3.29 (II).

Na figura 3.42 temos uma nova ampliação da figura 3.29 (II) (foram escolhidas outras cores para melhor clareza) que juntamente com o círculo de visitação nos permitem separar este diagrama em um ramo ímpar (amarelo +vermelho, figura 3.42 (B)) e outro par (verde+azul figura 3.42 (C)). Estes ramos se preservam tanto na bifurcação T, na F, bem como na região NP. Nesta última região o ramo par está confinado em um intervalo de tempo muito menor que o do ramo ímpar. A evolução dos ramos pares e ímpares com o parâmetro de controle apresenta um comportamento que só vimos neste sistema. Inicialmente os dois ramos formam um movimento de período 2, que colapsa em um período 1 no ponto T. Deste emerge como um período 2 com fase inversa ao do anterior (dada pela inversão de cores). Em seguida os dois ramos isoladamente se bifurcam em dois sub-ramos dando origem a um período 4; nos cruzamentos entre estes dois sub-ramos temos um aparente período 3.

A semelhança de cada ramo com o diagrama de bifurcações de mapa logístico nos sugere que este comportamento peculiar pode ser interpretado com a combinação de dois mapas com diferentes modulações (vide seção 3.4).

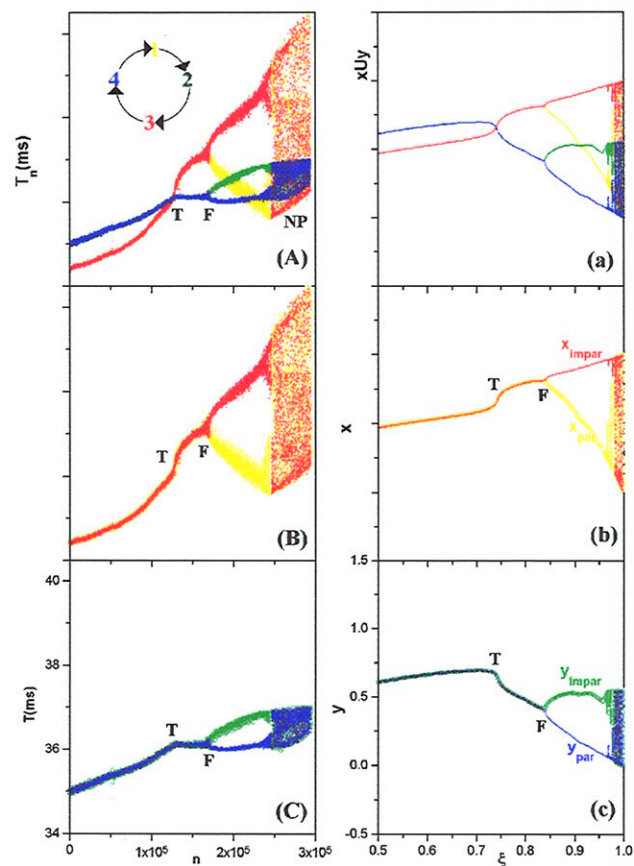


Figura 3.42: Em (A) temos o diagrama de bifurcações com quatro cores e o círculo de visitação correspondente. Em (B) o ramo ímpar e em (C) o ramo par. Em (a), (b) e (c) os resultados obtidos com a combinação Série de dois mapas logísticos com modulações diferentes. T =bifurcação transcritical, F =bifurcação flip.

A combinação série de mapas logísticos é definida por

$$\begin{aligned}x_{n+1} &= 4\xi y_n(1 - y_n), \\y_{n+1} &= 4\xi x_{n+1}(1 - x_{n+1}),\end{aligned}\quad (3.36)$$

onde ξ é o parâmetro de controle comum. Na figura 3.43 temos uma ilustração geométrica deste tipo de combinação.

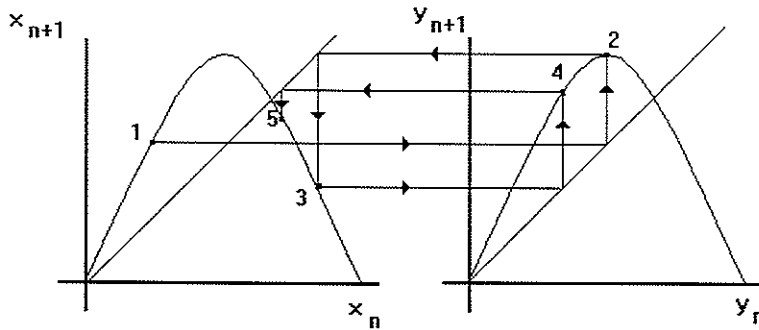


Figura 3.43: Representação geométrica da combinação série de mapas logísticos não modulados.

Para haver a separação em ramos distintos devemos usar dois mapas logísticos com modulações diferentes,

$$\begin{aligned}x_{n+1} &= 4\sqrt{\text{sen}(\xi\frac{\pi}{b})}y_n(1 - y_n), \\y_{n+1} &= 4\xi x_{n+1}(1 - x_{n+1}),\end{aligned}\quad (3.37)$$

onde

$$\begin{aligned}b &= 4 \text{ se } 0.5 \leq \xi \leq 0.8, \\b &= 1 \text{ se } 0.8 < \xi < 0.91, \\b &= 10 \text{ se } 0.91 \leq \xi \leq 1.\end{aligned}\quad (3.38)$$

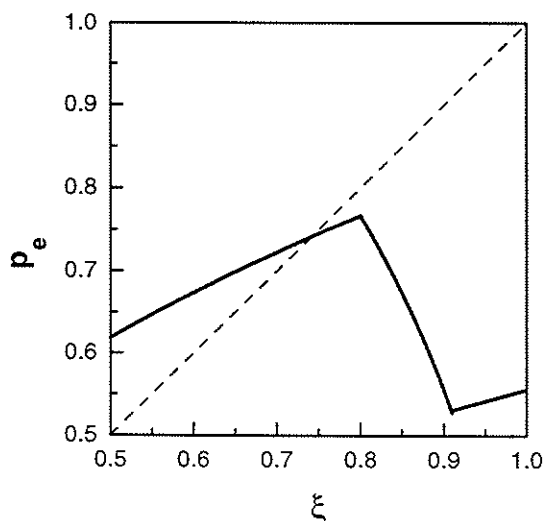


Figura 3.44: Representação gráfica das modulações. Linha tracejada, $p_e = \xi$, linha contínua, $p_e = (\text{sen}(\xi\pi/b))^{\frac{1}{2}}$.

As representações gráficas destas modulações estão mostradas na figura 3.44.

Os resultados obtidos com a combinação série dos mapas, figura 3.42 (quadros (a), (b) e (c)), podem ser comparados com os respectivos resultados experimentais, figura 3.42 (quadros (A), (B) e (C)). As semelhanças obtidas (separação em ramos pares e ímpares, diferentes faixas de tempo em cada ramo, preservação dos ramos nas bifurcações (T e P) e na faixa NP) têm caráter qualitativo.

Seja um mapa de um único parâmetro [1],

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_k, \mu), \quad \text{com } \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mu), \mathbf{x} \in \mathbf{R}^n \text{ e } \mu \in \mathbf{R}^1. \quad (3.39)$$

As bifurcações dos pontos fixos, (\mathbf{x}_s, μ_s) , da equação 3.39 são obtidos da condição

$$\mathbf{x}_s = \mathbf{f}(\mathbf{x}_s, \mu_s); \quad (3.40)$$

a estabilidade destes pontos depende de μ .

No caso de pontos fixos hiperbólicos, a estabilidade pode ser estudada linearizando-se o mapa, isto é, expandindo \mathbf{x} em torno de \mathbf{x}_s até primeira

ordem,

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_s + \boldsymbol{\eta}, \quad \boldsymbol{\eta} \ll 1, \quad (3.41)$$

O mapa perturbado é dado por

$$\boldsymbol{\eta}_{k+1} = \mathbf{D}(\mathbf{x}_s, \mu_s) \boldsymbol{\eta}_k, \quad \mathbf{D} = \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}_s, \mu_s}, \quad (3.42)$$

onde $\mathbf{D}(\mathbf{x}_s, \mu_s)$ é a matriz jacobiana do mapa no ponto fixo (\mathbf{x}_s, μ_s) .

Vamos considerar o caso simples de um mapa unidimensional. Ocorrerá uma bifurcação flip em μ_s se o auto-valor de $\mathbf{D}(\mathbf{x}_s, \mu_s) = \frac{\partial f}{\partial x}(x_s, \mu_s)$ for igual a -1. Se o auto-valor for igual a 1, a bifurcação será transcítica se as seguintes condições forem satisfeitas:

$$\begin{aligned} f(x_s, \mu_s) &= 0, \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x_s, \mu_s) &\neq 0, \\ \frac{\partial f}{\partial \mu}(x_s, \mu_s) &= 0, \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial \mu}(x_s, \mu_s) &\neq 0, \end{aligned} \quad (3.43)$$

e

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial \mu}(x_s, \mu_s) \neq 0. \quad (3.44)$$

Verificamos, com a combinação de mapas, que a bifurcação em $\xi_s \approx 0.75$ é um bifurcação transcítica (para $\xi_s = 0.75$ teríamos uma bifurcação flip em um mapa logístico). As curvas experimentais apresentam comportamento semelhante aos das respectivas curvas simuladas nas regiões assinaladas com T na figura 3.42. De onde concluímos que estamos observando experimentalmente uma bifurcação transcítica.

Estes resultados sugerem que devemos ter dois diferentes mecanismos de bifurcação. As oscilações da coluna d'água no bico da torneira se dão de maneira muito complexa, e acoplamentos de modos de excitação associados a cada mapa podem estar ocorrendo.

3.10 Coexistência de atratores

Alguns tipos de movimento não são claramente representados a partir de mapas de retorno ou séries temporais, como mostrado na figura 3.45. O movimento que vamos descrever foi evidenciado observando-se a dinâmica de visitação nas diversas regiões durante a construção lenta do mapa de primeiro retorno, $T_{n+1} \times T_n$, mostrado na parte superior figura 3.45. Observou-se a visitação dentro de duas regiões distintas, com os caminhos de passagem de uma região para outra. A série temporal, parte inferior da figura 3.45, mostra uma uniformidade que também não evidencia as visitas às duas regiões.

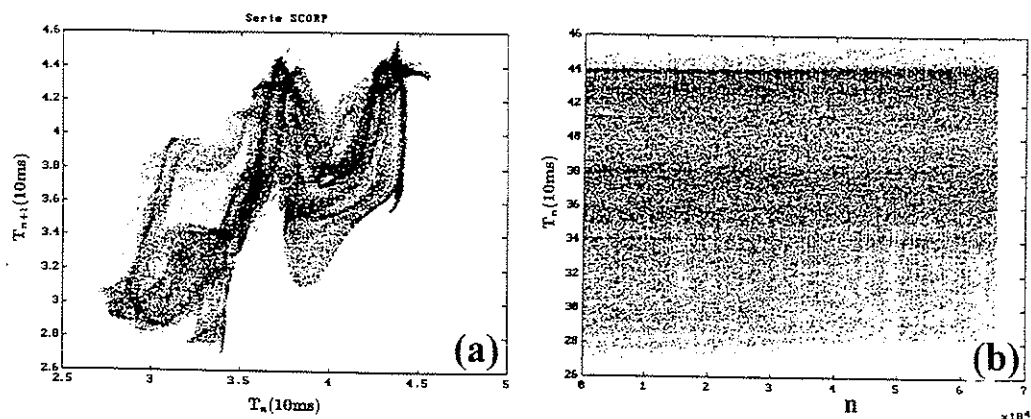


Figura 3.45: (a) Mapa de primeiro retorno onde são encontradas evidências de competição entre dois atratores durante a sua construção. (b) Série temporal que também não destaca a competição.

A caracterização deste tipo de movimento foi feita por Gonçalves [33] utilizando as técnicas de Dinâmica Simbólica. Para observar o completo desdobramento do atrator construímos mapas em 3 dimensões, $T_{n+2} \times T_{n+1} \times T_n$, e fizemos uma partição separando as duas regiões destacadas durante a construção do mapa, conforme mostra a figura 3.46. Às regiões azul (atrator R) e vermelho (atrator L) atribuímos respectivamente os símbolos "0" e "1" (palavras de comprimento 1). Uma série, chamada de seqüência simbólica, formada de símbolos "0" e "1" é construída substituindo cada trinca ($T_{n+2} \times T_{n+1} \times T_n$) da série temporal pelo símbolo correspondente, por exemplo,

$$\dots 0001110100110001110101\dots \quad (3.45)$$

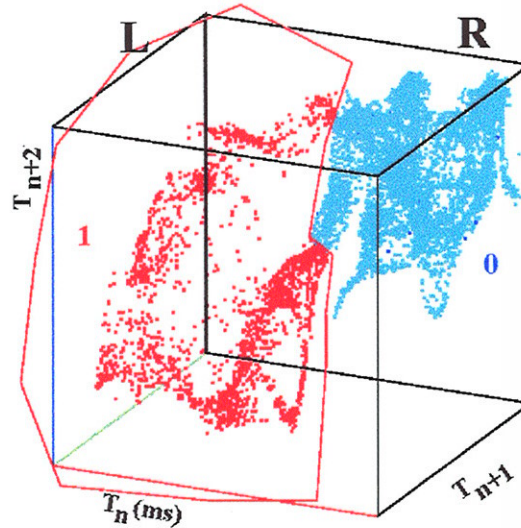


Figura 3.46: Mapa tridimensional, $T_{n+2} \times T_{n+1} \times T_n$ que mostra a partição entre as regiões "0" e "1" que correspondem respectivamente aos atratores R e L.

Com estes símbolos ("0" e "1") 4 palavras (A, B, C e D) de comprimento 2 podem ser construídas, como mostra a tabela 3.4.

Palavra	Substituição	Símbolo	Frequência(%)
0(1)	\Rightarrow	0(1)	3.1(3.0)
00	\Rightarrow	A	75.7
11	\Rightarrow	B	18.0
10	\Rightarrow	C	0.2
01	\Rightarrow	D	-

Tabela 3.4: Tabela de compressão que descreve a visitação dos atratores R e L.

Em seguida calcula-se a frequência de aparecimento de cada palavra na seqüência simbólica. Na tabela 3.4 vemos que a palavra de maior frequência é A que corresponde à visitação do atrator R (azul), e B é a palavra que aparece com a segunda maior frequência, que corresponde à visitação do

atrator L (vermelha). Portanto, estas frequências também correspondem ao tempo de permanência em cada atrator.

A permanência das palavras "0" e "1" na seqüência simbólica, com aproximadamente a mesma frequência de 3%, deve ser devida à incerteza da definição por inspeção visual das fronteiras entre as duas regiões tridimensionais. As frequências de A e B são aproximadas, porém manteremos o referenciamento aos números da tabela para efeito de maior clareza.

Compressão simbólica é a geração de uma nova seqüência simbólica de menor comprimento, a partir da seqüência simbólica de 0 e 1 pela substituição dada pela tabela 3.4. Abaixo temos um exemplo:

$$\dots AAA1AAABBBB1BBB0AAAAAABBBBBBBBAAA0AA\dots \quad (3.46)$$

As transições entre um atrator e outro são detetadas procurando duas novas palavras, $A' = AB$ e $B' = BA$. A probabilidade de transição de um atrator para outro depende de qual atrator está sendo visitado. Se a região R está sendo visitada, a probabilidade de transição será de 18% (=frequência de B) e se a região de visitação é L, a probabilidade é 75.7% (=frequência de A).

Uma forma de representar a dinâmica é através de grafos como observado na figura 3.47.

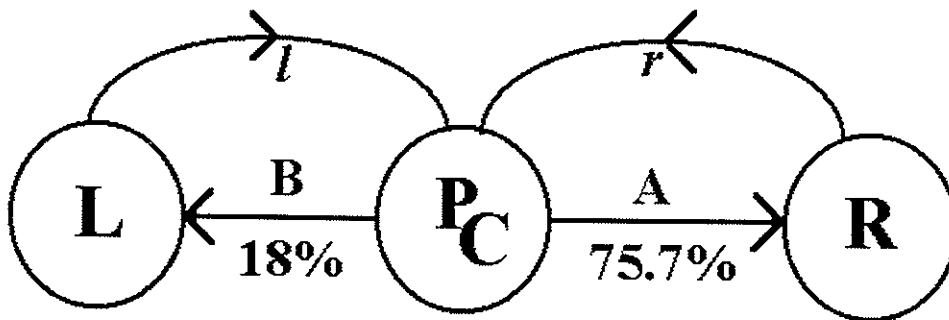


Figura 3.47: Grafo representando a dinâmica observada na coexistência de dois atratores. Cada círculo é definido como um nó.

A partir de um ponto central, temos a probabilidade de 75.7% (18%) do atrator R (L) ser visitado através da palavra A (B) e em seguida volta ao

ponto central pelo caminho $r(l)$ (figura 3.47). Novamente tem a probabilidade de 75.7% (18%) para voltar a R (L) e 18% (75.7%) para transitar para o atrator L (R). Enquanto a trajetória $Ar(Bl)$ estiver sendo percorrida o atrator R (L) estará sendo visitado.

Na figura 3.46 vemos que os atratores R e L apresentam estruturas diferentes; para analisar a complexidade de cada atrator foi tomada a projeção no plano do papel. Em cada região foi procurada a partição binária, vertical, de maior entropia topológica [33] que divide cada atrator em duas regiões "0" e "1". Na tabela 3.5 temos a regra de substituição para palavras de comprimento 2 em cada atrator e as respectivas freqüências de aparecimento na seqüência simbólica.

Palavra	Substituição	Símbolo	F_R	F_L
0	\Rightarrow	0	16.2	16.1
1	\Rightarrow	1	4.9	8.8
00	\Rightarrow	a	48.7	41.8
11	\Rightarrow	b	24.1	26.7
01	\Rightarrow	c	5.2	6
10	\Rightarrow	d	0.9	0.5

Tabela 3.5: Tabela de compressão que descreve a visitação aos atratores R e L. F_R (F_L) é a freqüência de aparecimento de palavra para o atrator R (L).

A representação da dinâmica de visitação em cada atrator incluída no grafo da figura 3.47 resulta em um grafo mais complexo mostrado na figura 3.48

Partindo do ponto central P_C e indo para o ponto central P_{CR} (P_{CL}) do atrator R (L), o sistema pode percorrer várias trajetórias de visitação, B_1, B_2, \dots (C_1, C_2, \dots), sendo que somente as 3 mais prováveis estão indicadas no grafo. Apesar do mapa apresentar diferentes estruturas nas regiões correspondentes aos dois atratores, estes têm as freqüências de substituição próximas para as trajetórias equivalentes a, b e \emptyset . Portanto, os sub-grafos apresentam uma grande semelhança entre si.

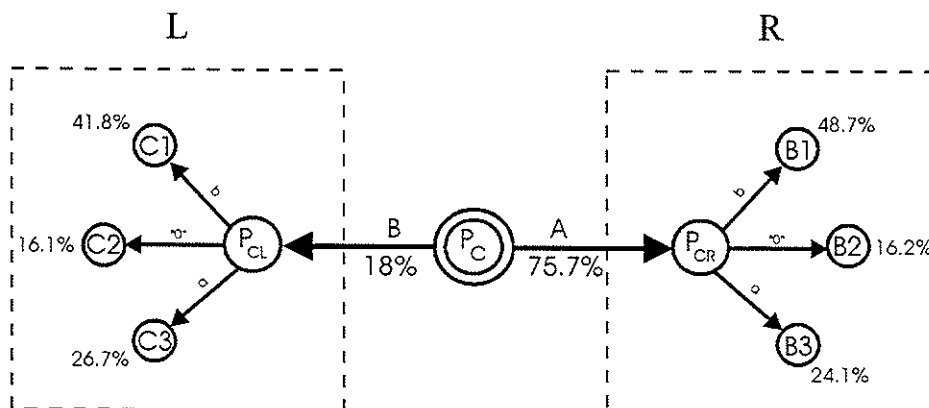


Figura 3.48: Grafo que representa a dinâmica de coexistência dos atratores R e L, conjuntamente com a representação da dinâmica interna de cada atrator. Os arcos das respectivas trajetórias de retorno não foram desenhados para não saturar a figura.

A complexidade de conjunto é dada por

$$CC = - \sum_{\text{nós}} p(i) \log(p(i)), \quad (3.47)$$

onde $p(i)$ são as probabilidades de percurso de cada arco.

Na tabela 3.6 estão os valores da complexidade de conjunto calculados para os atratores R e L e para R+L, que mostram que os atratores R e L têm aproximadamente o dobro da complexidade de R+L.

R	L	R+L
2.41	2.39	1.14

Tabela 3.6: Valores da Complexidade de Conjunto dos atratores R, L e R+L.

As complexidades também podem ser inferidas a partir da representação gráfica de cada seqüência simbólica gerada. Aos símbolos 0 e 1 são respectivamente associadas as cores azul e vermelho. Ao percorrer uma dada seqüência vamos graficando ao longo de um eixo horizontal um pequeno bloco da cor associada ao símbolo até preencher um determinado trecho no qual é possível

graficar N_1 dados. Em seguida, incrementamos o valor da ordenada e o processo se repete até o fim do arquivo. Na figura 3.49 temos as representações gráficas para $R+L$, R e L .

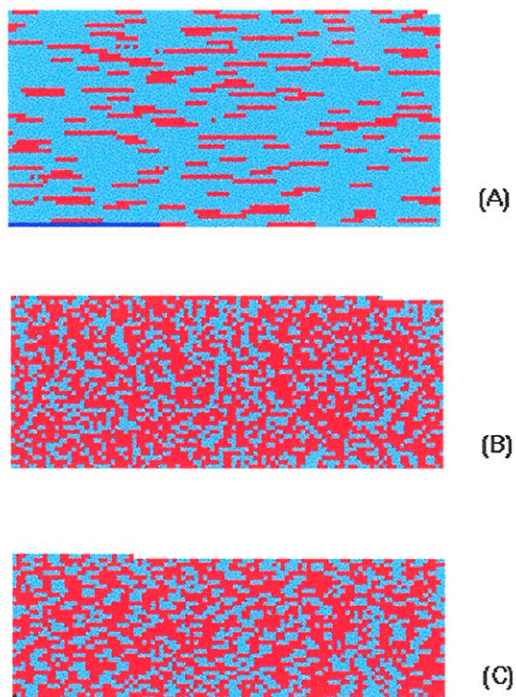


Figura 3.49: (A) Padrão gerado para $R+L$; (B) e (C) são padrões gerados para R e L , respectivamente, que mostram mais estruturas do que em (A).

Capítulo 4

Novos experimentos

4.1 Torneira gotejante

O estudo da dinâmica da formação de gotas na Experiência da Torneira Gotejante está longe de ser esgotado. Existem muitos aspectos que ainda não foram abordados, como descrito a seguir.

4.1.1 Aspectos experimentais

1. No intervalo de 0 a ~ 40 gotas/s, está razoavelmente bem conhecida a parte de altas vazões, acima de 39 gotas/s. Abaixo desta vazão a investigação foi feita através de diagramas de bifurcação. Ainda não foi possível analisarmos sistematicamente as diversas crises, bifurcações, etc.
2. Consideramos os resultados obtidos com diversos tipos de bico como preliminares. Portanto, o estudo da influência do formato do bico da torneira deve ser aprofundado.
3. Todos os dados foram obtidos com a água à temperatura ambiente. Portanto, toda a dependência com a temperatura ainda está para ser feita; na literatura só temos um caso descrito. Como a tensão superficial e a viscosidade d'água apresentam uma forte dependência com a temperatura, esperamos obter resultados promissores. Podemos ainda alterar controladamente a viscosidade d'água com adição de surfactantes.
4. Souza Vieira, Lazo e Tsallis [43] verificaram a existência de histerese em função do parâmetro de controle de mapas logísticos assimétricos. Há uma sugestão de que este tipo de histerese poderia explicar a mudança brusca de período-1 para período-2, observada na figura ??, bem como a observada no valor do tempo entre-gotas dentro de um movimento de período-1 (ponto **a** da figura 3.34). Portanto, pretendemos fazer as modificações necessárias no aparato experimental a fim de obter dados em função da variação da altura da coluna d'água (H), aumentando e diminuindo o valor de H .
5. Pretendemos estudar a formação de gotas simultâneas em dois bicos ligados à mesma torneira para verificarmos se há ocorrência de sincronização.

6. Verificamos que gotas de 1mm de diâmetro são carregadas eletricamente e que esta carga pode ser controlada [44]. Pretendemos ver se existe alguma relação entre a dinâmica de formação das gotas e a quantidade de carga induzida.
7. Controle de Caos. Esta é a parte mais difícil do ponto de vista experimental; será deixada para um futuro mais distante.

4.1.2 Caracterização do sistema dinâmico

Devido ao ruído do sistema, entre os parâmetros que caracterizam um sistema dinâmico apenas a dimensão subjacente (embedded) ($d_E = 3$) foi bem determinada, restando ainda a obtenção dos outros parâmetros, como os expoentes de Lyapunov e as entropias.

4.2 Formação de bolhas em líquidos.

Uma extensão natural do estudo de formação de gotas d'água em bicos de torneira imersos no ar consiste no estudo de formação de bolhas de ar em bicos imersos em fluidos, como a solução de água com glicerina. Na figura 4.1 temos um diagrama do aparato que estamos desenvolvendo. As bolhas de ar se formam em um bico disposto verticalmente dentro de um tubo de acrílico transparente, parcialmente preenchido com a solução água+glicerina. A alimentação de ar é feita por um compressor de ar comprimido, cujo reservatório tem aproximadamente 100 litros. A pressão de saída de ar, que é um dos parâmetros de controle, é primariamente regulada por uma válvula redutora de pressão do tipo diafragma; uma segunda regulagem mais fina será necessária, uma vez que a redução de pressão depende da pressão do reservatório.

O sistema de medida dos tempos entre-bolhas é o mesmo utilizado no caso das gotas d'água. Um alto-falante colocado na extremidade superior do tubo nos permite perturbar a dinâmica de formação de bolhas.

Uma das vantagens deste sistema parece ser o fato de poder variar a aceleração das bolhas controlando-se a altura da coluna da solução acima do bico injetor. Uma das desvantagens é uma relação sinal/ruído maior que no caso das gotas d'água.

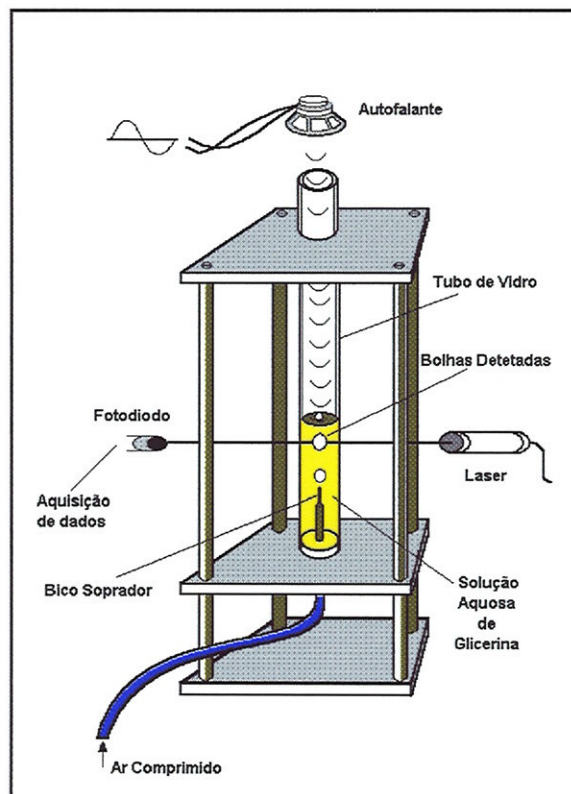


Figura 4.1: *Aparato experimental em desenvolvimento para o estudo de dinâmica de formação de bolhas de ar em fluidos.*

Este aparato ainda está na fase de dimensionamento, isto é, de escolha do diâmetro do bico injetor mais adequado para uma dada altura da coluna da solução, para um dado diâmetro do tubo de acrílico, da concentração de glicerina, etc. Os resultados preliminares nos apontam para uma experiência promissora.

Apesar de ainda não termos a regulação mais fina da pressão de saída, alguns resultados preliminares serão apresentados. Na figura 4.2 temos os tempos entre-bolhas. Nas faixas "compressor desligado", a diminuição da pressão foi obtida deixando-se aberta uma saída auxiliar de ar. Nas faixas "compressor ligado", a saída auxiliar continuou aberta, porém se permitiu que a pressão do reservatório fosse restabelecida, e conseqüentemente ocorrendo um pequeno aumento na pressão de saída. Dessa maneira, é possível

a observação de uma primeira bifurcação flip.

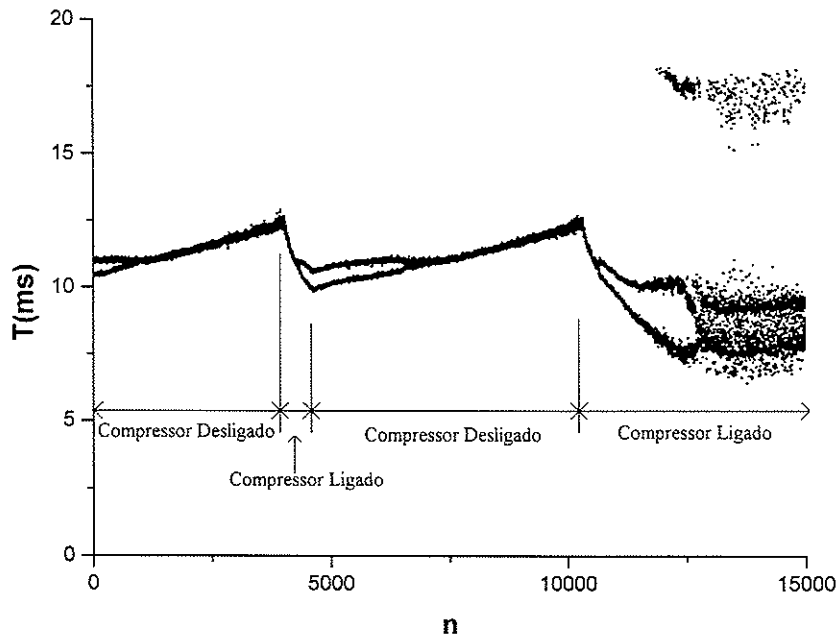


Figura 4.2: Diagrama de bifurcação obtido variando a pressão de saída do ar. Nas faixas "compressor desligado" a pressão diminui através de uma saída auxiliar. Nas faixas "compressor ligado" a pressão aumenta.

O efeito de ondas sonoras sobre a dinâmica de formação de bolhas pode ser vista na figura 4.3. Inicialmente procurou-se um movimento de período-1 (figura 4.3 (a)). Em seguida, aplicou-se uma onda sonora de ~ 28 Hz, sintonizada na ressonância do tubo e um pequeno ciclo limite começa a surgir (figura 4.3 (b)). Aumentando-se a frequência para 136 Hz, o atrator aumenta muito em tamanho (figura 4.3 (c)), porém volta a diminuir de tamanho para uma frequência de 680 Hz (figura 4.3 (d)).

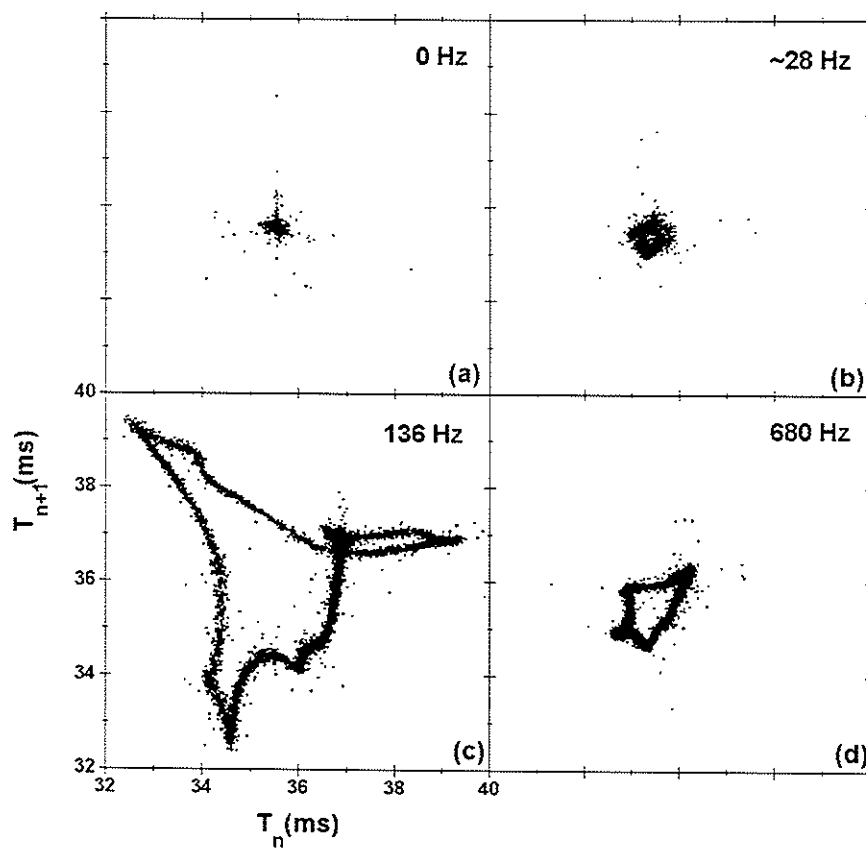


Figura 4.3: Em (a) o gerador de áudio está desligado; em (b) foi aplicada uma onda de 28 Hz, aproximadamente, que corresponde ao primeiro harmônico de ressonância no tubo; em (c) e (d) o sistema foi perturbado com ondas de 136 e 680 Hz, respectivamente.

4.3 Oscilações em chamas

Na figura 4.4 temos um esquema que mostra 4 velas situadas nos vértices de um quadrado de diagonal d .

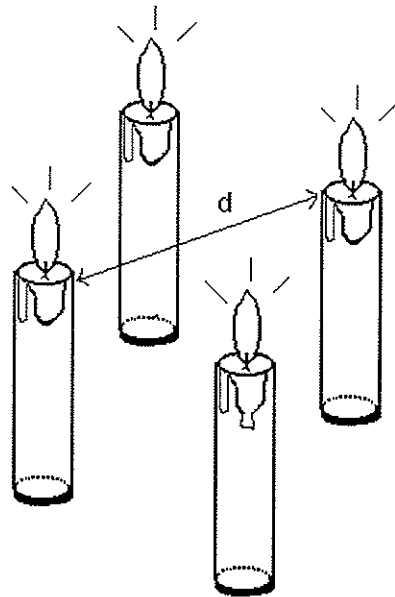


Figura 4.4: Esquema que mostra 4 velas que ao se aproximarem começam a oscilar devido à competição pelo oxigênio.

Para valores grandes de d as 4 chamas ardem estacionariamente, porque o espaço entre velas permite que seja estabelecido um fluxo de oxigênio adequado. Porém, à medida que diminuimos o valor de d o fluxo de oxigênio começa a ser insuficiente para todas as velas, ocorrendo uma diminuição no tamanho das chamas; o fluxo de oxigênio aumenta e, conseqüentemente, o tamanho das chamas volta a aumentar. Esta competição pelo oxigênio estabelece, portanto, uma oscilação no tamanho das chamas[45]. Pretendemos verificar se este sistema apresenta uma dinâmica não linear com duplicações de períodos, intermitências, movimentos caóticos, etc. Para isto estamos desenvolvendo um aparato experimental, como mostrado na Fig. 4.5

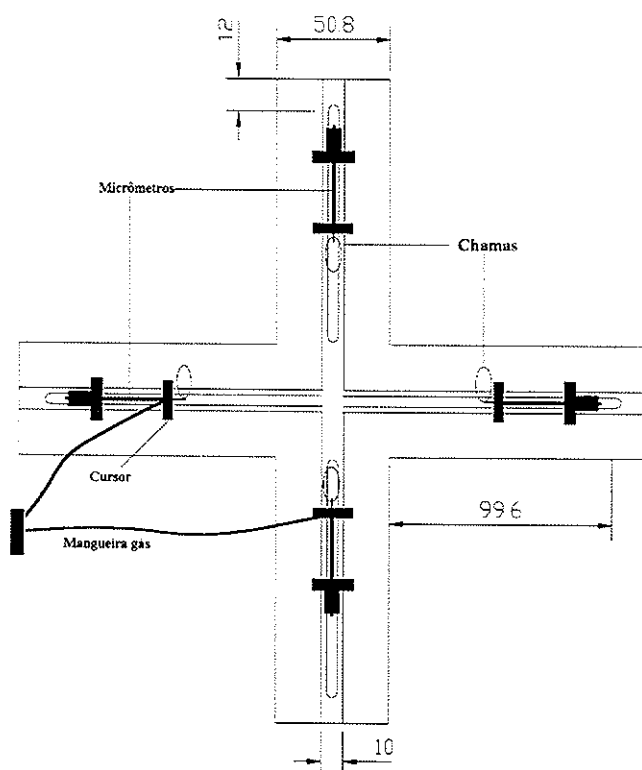


Figura 4.5: Diagrama do protótipo do aparato experimental que está sendo desenvolvido para o estudo de oscilações em chamas.

As chamas serão produzidas com GLP em bicos finos. Estes bicos serão montados em cursores que podem ser movidos micrometricamente para medidas precisas do parâmetro de controle, isto é, do espaçamento d . As oscilações das chamas serão detetadas com a variação da intensidade da luz que incidirá em um foto-transistor. A voltagem induzida será amplificada por um amplificador diferencial, tomando-se como referência a intensidade de luz com as chamas bem afastadas entre si. As séries temporais experimentais serão obtidas a partir da voltagem de saída do amplificador, digitalizada com um ADC de amostragem máxima de 1Mamostra/s. Os resultados serão interpretados com técnicas semelhantes às que temos utilizado na Experiência da Torneira Gotejante. Pretendemos ainda estudar estas oscilações através de

digitalização de imagens obtidas com uma câmera de vídeo VHS. O aparato experimental será montado sobre uma plataforma de concreto isolado de vibrações mecânicas externas, em uma câmara escura e isolada de correntes de ar.

Capítulo 5

Conclusões



5.1 Conclusões

O advento da teoria do Caos promoveu uma grande revitalização da física clássica. A tecnologia moderna de construção de microcomputadores a baixo custo permitiu o desenvolvimento de laboratórios para o estudo experimental de sistemas dinâmicos não lineares.

O desafio de construir todo o equipamento necessário, de custo financeiro muito baixo porém com grande investimento de tempo, tem sido muito estimulante. Como o tema Caos é muito vasto para uma abordagem experimental/teórica completa, direcionamos os nossos esforços para a construção da infra-estrutura do laboratório, visando a obtenção de dados com a melhor qualidade possível, para permitir a aplicação das técnicas de caracterização (como expoentes de Lyapunov, cálculos de dimensões, entropias, etc).

Uma característica da "Experiência da Torneira Gotejante" é a forma naturalmente discreta do sinal de saída, medimos o tempo entre eventos (gotas) sucessivos. Em sistemas elétricos, (por exemplo o circuito de Chua), vários sinais analógicos podem ser observados. Estes sinais podem ser digitalizados de acordo com o tipo de descrição que se pretende fazer da dinâmica do sistema. Para caracterizar a dinâmica por fluxo, a taxa de digitalização deve ser a mais alta possível. Na caracterização por mapas de uma única variável dinâmica, a digitalização pode ser feita com taxas adequadas ao que se pretende estudar. No caso das gotas, não há a opção de escolha de taxas de digitalização. A caracterização dos mais diversos tipos de comportamento só pode ser feita com a reconstrução do espaço de fases (mapas de retorno) com séries geradas a uma taxa dada pela própria dinâmica do sistema.

Geralmente, os métodos de caracterização requerem: (1) parâmetro de controle bem estabelecido e estável; (2) sinais isentos de ruído, ou com ruído controlado; (3) número de dados muito grande.

No presente caso, o parâmetro de controle mensurável ainda não está bem definido. Temos utilizado a frequência média de formação de gotas, que é adequada apenas em regiões em que ocorrem pequenas variações da vazão. A altura (H) do nível d'água é o parâmetro de controle quando pretendemos apenas obter um diagrama de bifurcação, porém ainda não foi possível desenvolvermos um sistema automático de medida de H com uma precisão

adequada.

Para a reconstrução do espaço de fase o parâmetro de controle é a abertura da torneira. Como vimos, apresenta uma abertura quadrática para cada passo de abertura. Não só a medida do parâmetro de controle com precisão apresenta dificuldades. A estabilidade depende de quão finamente conseguimos manter H constante. Portanto, a forma de realimentação contínua (por transbordo do excesso de água) da caixa d'água é de fundamental importância. A estabilidade de séries muito longas também é comprometida pela variação de temperatura.

Das diversas fontes de ruído discutidas, as mais importantes são as vibrações mecânicas, controle da altura do nível d'água e oscilações das gotas em queda. O sistema é muito sensível às vibrações mecânicas de origem externa (tráfego de veículos, pessoas caminhando pelo corredor, correntes de ar). Estas vibrações mecânicas foram minimizadas montando-se todo o aparato hidráulico em uma plataforma de concreto suspensa por quatro cabos de aço em uma câmara isolada. Observando uma bifurcação flip, estabelecemos um valor mínimo para o nível de ruído de 0.02% .

Dois fatores limitam o número máximo de dados que podemos obter, a quantidade de memória RAM do microcomputador e o programa gerenciador de memória. Mesmo que a quantidade de memória RAM permita uma grande quantidade de dados, o programa gerenciador limita esta quantidade; uma simples mudança de página de memória é suficiente para causar um atraso na medida de tempo, deteriorando assim o arquivo de dados. Verificamos que podemos, com segurança, coletar dados referentes a 500000 gotas.

Do estudo a baixa vazão mostramos que a evolução da coluna d'água pendente do bico da torneira pode ser dividida em um processo quase-linear (processo elástico) seguido de um não linear (processo plástico). Um modelo simples para a evolução da coluna d'água foi apresentado, e alguns valores de parâmetros foram determinados. Verificamos a sensibilidade às condições iniciais através das curvas de evolução do centro de massa da coluna d'água. Foi mostrado que para $f \lesssim 3$ gotas/s, cada gota principal é acompanhada por uma gota satélite. O tempo de atraso entre a gota principal e a sua satélite aumenta com o aumento da vazão. No intervalo $3 \text{ gotas/s} \lesssim f \lesssim 10 \text{ gotas/s}$, a formação de gotas satélites bem como o seu número ocorrem de maneira intermitente. Acima de 10 gotas/s não há formação de gotas satélites.

Apesar da limitação imposta pelo carácter discreto da única variável dinâmica, ela tem sido suficiente para a observação dos mais diversos tipos de dinâmica previstos pela teoria do caos. Identificamos atratores periódicos, quase-periódicos, bifurcações flip, transcricas, de Hopf, intermitências (entre períodos ímpares e caos; e entre períodos pares), crises (de fronteira e interior), coexistência de atratores, leis de escala, e atratores caóticos.

Nem todas identificações foram feitas por comparação de seus aspectos qualitativos com o mapa logístico; em alguns casos, análises quantitativas foram possíveis.

Os atratores periódicos são de identificação imediata observando-se o travamento de frequências. Os atratores quase-periódicos foram identificados usando as técnicas de análise de Fourier. Também foram obtidas as componentes de Farey, com a técnica desenvolvida de "Soma sobre Séries Temporais". Os atratores caóticos foram assim chamados por exclusão das características de outros atratores mais simples.

Da comparação direta com o mapa logístico as bifurcações flip, foram identificadas. Para o caso das bifurcações transcricas foi desenvolvido o modelo de mapas combinados com diferentes modulações.

A bifurcação de Hopf foi caracterizada pelos ajustes das leis de escala, previstas teoricamente, aos dados experimentais. Verificamos que o quadrado da amplitude do ciclo limite bem como o número de rotação são proporcionais a $f_o - f$, onde f_o é uma vazão crítica. Com o aumento da vazão, ocorre a transição da bifurcação de Hopf inversa para um aparente período-1. Nesta evolução, verificamos que as amplitudes das funções de auto-correção decaem exponencialmente, caracterizando a existência de uma gota de correlação (τ) para cada vazão. Uma lei de escala empírica, $\tau \sim \left| \frac{f - f_c}{f_c} \right|^\gamma$, foi ajustada com $f_c = 39.897$ gotas/s e $\gamma = -2.28 \pm 0.03$.

O tipo de intermitência entre períodos pares não foi determinado. Mas as intermitências entre períodos ímpares e caos foram identificadas como do tipo tangente por semelhança das séries temporais experimentais com as simulações das intermitências do mapa logístico.

Como na crise interior ocorre uma mudança brusca no tamanho do atrator (quando o parâmetro de controle atinge um valor crítico), sem a destruição da sua bacia, a visitação do atrator antes e depois da crise deve se dar em uma mesma região espacial do espaço de fases reconstruído. Experimentalmente esta crise foi observada com o colapsamento do atrator caótico em seu centro

de massa, isto é, não há uma variação brusca na vazão média. Como não há a destruição da bacia do atrator, não se observa histerese na vazão com a variação do parâmetro de controle ao redor do ponto crítico.

Na crise de fronteira ocorre a substituição de uma bacia de atração por outra, a visitação dos atratores devendo ocorrer em regiões distintas do espaço de fases reconstruído. Experimentalmente observamos esta crise com uma brusca mudança na posição do centro de massa, a vazão média muda significativamente de 25.9 gotas/s para 38.3 gotas/s. A substituição da bacia de atração também foi acompanhada na filmagem do movimento da coluna d'água pendente. Neste caso observamos histerese na vazão com a variação do parâmetro de controle ao redor de seu valor crítico.

Um outro comportamento intermitente entre dois atratores, que chamamos de coexistência de atratores, foi caracterizado usando as técnicas de dinâmica simbólica. A cada atrator foi atribuído um símbolo, e foi mostrado que um dos atratores é visitado com uma frequência relativa de 76% e o outro com 18%. Em cada atrator, com novas partições binárias, foi mostrado que apesar da grande diferença dos espaços de fase reconstruídos eles têm a mesma complexidade de conjunto.

Um dos motivos de termos hoje um sistema experimental que fornece dados de muito boa qualidade e com grande reprodutibilidade tem sido a nossa constante insatisfação. Portanto, a evolução da qualidade do aparato experimental tem permitido revelar toda a riqueza de um sistema aparentemente tão simples como a formação de gotas d'água.

Capítulo 6

Bibliografía

Bibliografia

- [1] J. Argyris, G. Faust and M. Haase, An Exploration of Chaos, North Holland, Amsterdam (1994).
- [2] N. B. Tufillaro, T. Abbott and J. Reilly, An Experimental Approach to Nonlinear Dynamics and Chaos, Addison-Wesley Publishing Company, Redwood City (1992).
- [3] J. L. McCauley, Chaos, Dynamics and Fractals, Cambridge University Press, New York (1993).
- [4] F. C. Moon, Chaotic Vibrations, John Wiley & Sons, New York (1976).
- [5] J. Gleick, Caos: A criação de uma nova ciência, Editora Campus, Rio de Janeiro (1990).
- [6] R. H. Abraham and C. D. Shaw, Dynamics: The Geometry of Behavior, Addison-Wesley Publishing Company, Redwood City (1992).
- [7] Rössler, O. E.: Synergetics: A Workshop, Springer-Berlag, Berlin (1977).
- [8] R. Shaw , The dripping faucet as a model chaotic system, Aerial Press, Santa Cruz (1984).
- [9] Martien, P., Pope, S. C., Scott, P. L. e Shaw, R. S., The chaotic behavior of a leaky faucet, Phys. Lett. A **110**, 399-404 (1985).
- [10] J. Gleick, A Face Oculta do Caos, Superinteressante, **9**, 18 (1989).
- [11] W. M. Gonçalves, A. F. Heinrich and J. C. Sartorelli, Rev. Ens. Fis. **13**, 64 (1991).

- [12] G. I. Sánchez-Ortiz and A. L. Salas-Brito, *Phys. Lett. A*, **203**, 300 (1995).
- [13] G. I. Sánchez-Ortiz and A. L. Salas-Brito, *Physica D*, **89**, 151 (1995).
- [14] P. M. C. de Oliveira and T. J. P. Penna, *J. Stat. Phys.*, **73**, 789 (1993).
- [15] P. M. C. de Oliveira and T. J. P. Penna, *Int. J. Mod. Phys. C*, **5**, 997 (1994).
- [16] T. J. P. Penna, P. M. C. de Oliveira, J. C. Sartorelli, W. M. Gonçalves and R. D. Pinto, *Phys. Rev. E*, **52**, R2168 (1995).
- [17] H. E. Stanley, S. V. Buldyrev, A. L. Goldeberger, Z. D. Goldeberger, S. Havlin, R. N. Mantegna, S. M. Ossadnik, C. K. Peng and M. Simons, *Physica A* **205**, 214 (1994).
- [18] H. N. N. Yépez, A. L. S. Brito, C. A. Vargas and L. A. Vicente, *Eur. J. Phys*, **10**, 99 (1989).
- [19] X. Wu and Z. A. Schelly, *Physica* **40D**, 433 (1989).
- [20] X. Wu, E. Tekle, and Z. A. Schelly, *Rev. Sci. Instr.* **60**, 3779-3782 (1989).
- [21] R. F. Cahalan, H. Leider-her and G. D. Cahalan, *Comp. Phys.*, **Jul/Aug**, 368 (1990).
- [22] K. Dreyer and F. R. Hickey, *Am. J. Phys.* **59**, 619 (1991).
- [23] J. Austin, *Phys. Lett. A* **155**, 148-154 (1991).
- [24] J. C. Sartorelli, W. M. Gonçalves and R. D. Pinto, *Phys. Rev. E*, **49**, 3963 (1994).
- [25] X. D. Shi, M. P. Brenner and S. R. Nagel, *Science*, **265**, 219 (1994).
- [26] X. Zhang and O. A. Basaran, *Phys. Fluids*, **7**, 1184 (1995).
- [27] R. D. Pinto, W. M. Gonçalves, J. C. Sartorelli, and M. J. de Oliveira, *Phys. Rev E* **52**, 6892-6899 (1995).
- [28] Z. Néda, B. Bakó and E. Rees, *Chaos*, **6**, 59 (1996).

- [29] M. S. F. da Rocha, J. C. Sartorelli, W. M. Gonçalves and R. D. Pinto, *Phys. Rev. E* **54**, 2378 (1996).
- [30] A. d 'Innocenzo and L. Renna, *Phys. Lett. A*, **220**, 75 (1996).
- [31] A. d 'Innocenzo and L. Renna, *Int. J. Theor. Phys.* **35**, 941 (1996).
- [32] J. G. M. da Silva, J. C. Sartorelli, W. M. Gonçalves and R. D. Pinto, *Phys. Lett. A* **226**, 269(1997).
- [33] W. M. Gonçalves, A experiência da torneira gotejante, Tese de Doutorado, IFUSP (1996).
- [34] M. S. F. da Rocha, Determinação da evolução temporal da formação de gotas, Dissertação de Mestrado, IFUSP (1995).
- [35] K. T. Alligood, T. D. Sauer and J. A. Yorke, *Chaos An Introduction to Dynamical Systems*, Spriger-Verlag, New York, (1997).
- [36] Y. Watanabe, *Japn. J. Appl. Phys.*, **24**, 351(1985).
- [37] C. Grebogi, E. Ott and J. A. Yorke, *Phys. Rev. Lett.* **48**, 1507 (1982).
- [38] C. Grebogi, E. Ott and J. A. Yorke, *Physica D* **7**, 181 (1983).
- [39] A. Tufaile, Mapas combinados e o experimento da torneira gotejante, Dissertação de Mestrado, IFUSP (1996).
- [40] J. G. M. da Silva, Caracterização da dinâmica de formação de gotas, Dissertação de Mestrado, IFUSP (1996).
- [41] J. Guckenheimer and P. Holmes, *Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems and Bifurcations of Vector Fields*, Springer-Verlag, New York (1986).
- [42] P. Manneville and Y. Pomeau, *Physica D* **1**, 219 (1980).
- [43] M. C. de Souza Vieira, E. Lazo and C. Tsallis, *Phys. Rev. A* **35**, 945 (1987).
- [44] J. A. Fornés, J. Procópio and J. C. Sartorelli, *J. App. Phys* **80**, 6021 (1996).

- [45] N. Caticha, Comunicação Particular, foi quem nos chamou a atenção para este experimento.
- [46] E. M. Yoshimura, J. C. Sartorelli & Y. Hosoume, Introdução às Medidas em Física, 145 pp, IFUSP (1993).

Apêndice A

Construção de um curso experimental

A experiência adquirida com a nova linha de pesquisa pôde ser retornada ao laboratório didático, como veremos a seguir.

Durante o ano de 1992, começou a ser discutida neste Instituto a necessidade de reformar os currículos tanto do curso de Bacharelado como de Licenciatura. A proposta era a de separar no vestibular em carreiras diferentes os candidatos ao Bacharelado e à Licenciatura, sendo que esta deveria ser reestruturada totalmente (usando um jargão de computação, para torná-la mais amigável ao estudante).

Entendendo que uma visão construtivista que parte do cotidiano de uma pessoa é uma maneira eficiente e amigável de transmissão de conhecimento, apresentamos, juntamente com as Professoras Y. Hosoume e E. M. Yoshimura, a proposta de construção de um laboratório de física básica para os futuros alunos da nova Licenciatura.

A partir da discussão inicial chegamos à conclusão de que o curso deveria ter as seguintes características básicas:

1. O cotidiano do estudante ingressante deve ser considerado, mesmo que a sua experiência com instrumentos de medida (régua, compasso etc.) ou de fenomenologia em física seja mínima. O ponto de partida deve ser a discussão dos conceitos envolvidos para que o aluno possa elaborar e re-elaborar os conceitos. Portanto, o professor deve exercer um papel importante nestas discussões. O objetivo do curso não deve se resumir a fazer o aluno apenas reproduzir uma experiência padrão apostilada.

2. O curso deve ser amigável ao estudante. Isto é, as atividades a serem desenvolvidas não deveriam apresentar barreiras de difícil transposição aos olhos do aluno como o uso intensivo de teoria de erros, mas discutir sempre os cuidados ao se efetuar uma medida e quais os possíveis fatores que afetam a sua precisão, desde a definição do objeto de medida até o tipo de instrumento que está sendo utilizado. O aluno deve concluir o curso com uma visão crítica sobre medidas e preparado para enfrentar a teoria de erros em um curso seguinte.
3. Equipamentos modernos como microcomputador devem ser utilizados.
4. As técnicas de análise de dados, tais como construções gráficas e derivadas numéricas, devem ser usadas intensivamente.
5. A avaliação deve ser feita com provas e relatórios, sendo que o peso destes não deve exceder 30%.

O curso de **Introdução às Medidas em Física** [46] foi dividido em 4 grandes blocos:

- I- Medidas de distância e comprimento,
 - II- Medidas de intervalos de tempo,
 - III- Medidas de velocidades,
 - IV- Medidas de temperatura,
- conforme mostra o diagrama A.1.

1. Bloco I-RPM: Régua, Paquímetro e Micrômetro

No início de cada bloco os alunos são estimulados a estimar valores de grandezas do seu cotidiano, como altura de um poste de rua, altura de uma mesa, altura de um prédio de cinco andares, e também devem estimar valores que não são do seu cotidiano, tanto distâncias muito grandes (distância entre Salvador e São Paulo, diâmetro da terra, distância Terra-Sol), bem como as muito pequenas (diâmetro de um glóbulo vermelho, tamanho de átomo).

Os métodos de medidas foram classificadas em diretos (RPM) e indiretos. As distâncias (ou dimensões) a serem medidas foram classificadas em pequenas e grandes (vide diagrama A.1). No caso das medidas indiretas além do método de triangulação introduzimos a difração como método de medida para pequenas dimensões.

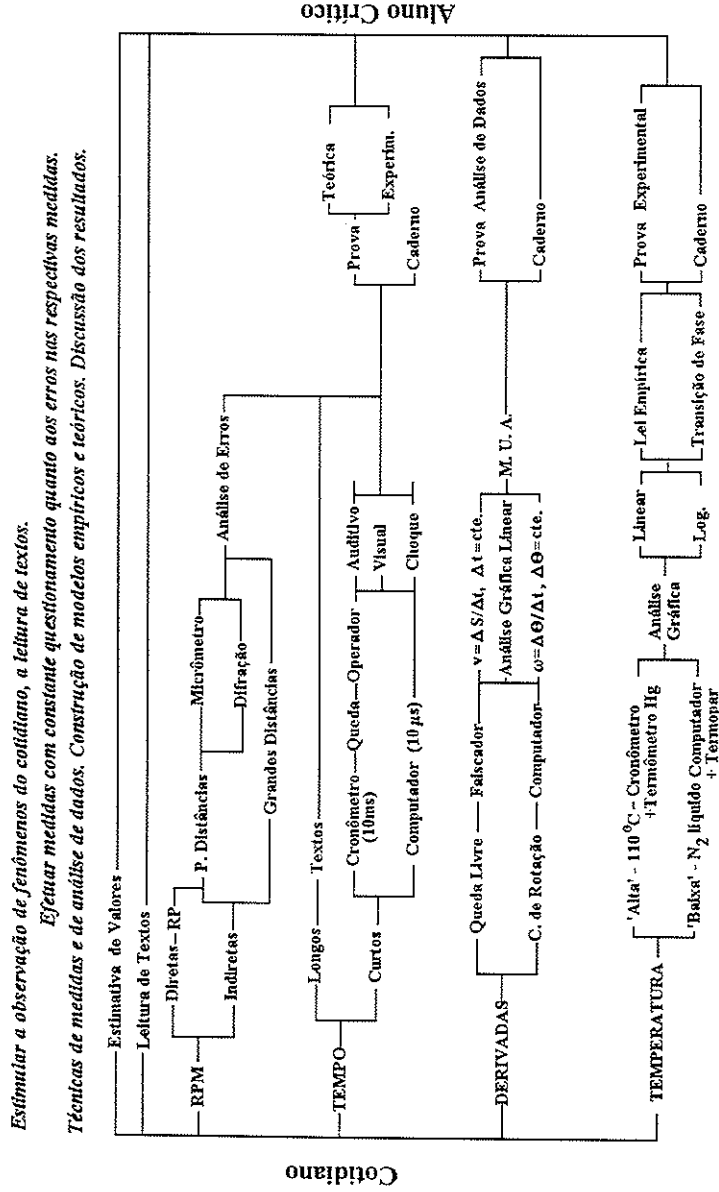


Figura A.1: Diagrama da estrutura do curso Introdução às Medidas em Física

2. Bloco II-Tempo

Neste bloco os tempos foram classificados como longos e curtos e os alunos devem fazer estimativas desde a idade do sistema solar até o tempo de queda de um corpo de uma mesa ao chão.

Para definirmos tempos curtos é pedido para os alunos cronometrar o tempo de queda de um corpo que cai da altura do tampo de uma mesa ao chão com um crômetro acionado manualmente. Os alunos percebem rapidamente que este tempo de queda é muito curto em relação à sua reação para acionar o cronômetro. Com a nossa experiência de medir intervalos de tempo com microcomputadores introduzimos aqui o computador como um relógio. O aluno faz experimentos para medir o seu tempo de reação a estímulos visuais e auditivos, mede a velocidade com a qual a sua mão se movimenta para fazer um risco. Definimos, então, como tempos curtos os tempos menores que os de reação a estímulos. Como exemplo de medida de tempos curtos o aluno mede a duração de um evento, cujo início e fim são estabelecidos através de chaves elétricas monitoradas pelo computador.

3. Bloco III: Derivadas ou Velocidades

Neste bloco o aluno deve estimar desde a velocidade de movimento de uma galáxia, passando pela velocidade de uma pessoa andando normalmente, da luz, do crescimento de um bebê.

O aluno estuda a cinemática de queda livre usando um equipamento tradicional cujo levantamento do espaço percorrido é feito com marcas deixadas por um faiscador em um papel encerado. Aqui também introduzimos o computador para a obtenção de dados para o estudo de cinemática de rotação, como descrito acima [11]. Também são introduzidos a análise gráfica linear e derivadas numéricas, bem como o modelo de movimento uniformemente variado.

4. Bloco IV: Temperatura

O aluno deve inicialmente fazer estimativas, desde a temperatura do Sol até a temperatura de um banho de chuveiro e do interior de um "freezer".

Neste caso estudamos a lei de esfriamento de Newton em dois casos: (a) Glicerina aquecida até 110°C e deixada esfriar com medidas de tempo

de esfriamento de grau em grau. A temperatura é medida com um termômetro de mercúrio e o tempo cronometrado manualmente. (b) Mercúrio esfriado da temperatura ambiente até $\sim -70^{\circ}C$; temperatura tomada com um termopar de cobre-constatan cuja tensão é medida com um conversor analógico-digital inserido em um dos "slots" do microcomputador que também mede o instante da leitura. A análise gráfica logarítmica é introduzida juntamente com a discussão de construção de modelos empíricos. Também é discutida a transição de fase líquido-sólido do mercúrio.

Em conclusão, um trabalho visando tão somente atividades didáticas avançou a construção um novo laboratório de pesquisa. As novas experiências obtidas por sua vez nos permitiram a construção de um curso moderno, "Introdução às Medidas em Física".