

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
INSTITUTO DE FÍSICA

SBI-IFUSP



305M810T2699

# APLICAÇÕES DAS REGRAS DE SOMA DA QCD À FÍSICA NUCLEAR

Marina Nielsen

Tese de Livre Docência submetida ao Instituto  
de Física da Universidade de São Paulo.



São Paulo. setembro de 1997.

SE PROCURAR BEM VOCE ACABA ENCONTRANDO  
NÃO A EXPLICAÇÃO (DUVIDOSA) DA VIDA.  
MAS A POESIA (INEXPLICÁVEL) DA VIDA.

CARLOS DRUMOND DE ANDRADE

# Agradecimentos

Aos meus amigos e colaboradores Fernando, Gastão, Mirian, Escobar e Rogério, com quem fazer física é um prazer e uma diversão.

Aos meus três homens, Ricardo, Alexandre e Fernando, pelo fato de vocês existirem.

Aos colegas do FINPE, pelo nosso adorável grupo e pelo vinho das terças.

E por último à minha mesa, pelo apoio sólido.

# Resumo

Neste trabalho nós revisamos algumas aplicações do método das regras de soma da QCD à Física Nuclear. O método das regras de soma da QCD relaciona as propriedades espectrais dos hadrons com elementos de matriz de operadores compostos da QCD (condensados). O formalismo das regras de soma no vácuo é generalizado para a densidade finita, e discutimos a estratégia e implementação da aproximação. Comparamos os resultados obtidos para as auto-energias dos bárions e híperons, com os sugeridos pela fenomenologia nuclear relativística. Discutimos também os efeitos dos instantons nas regras de soma, no vácuo, para o fator de forma do pión e para a diferença de massa neutron-próton, e apresentamos um exemplo particular de cálculo da função de correlação de três pontos.

# Abstract

Some applications of the QCD sum rules method to the nuclear physics are reviewed. The sum rule approach relates spectral properties of hadrons to matrix elements of QCD composite operators (condensates). The vacuum formalism for QCD sum rules is generalized to finite density, and the strategy and implementation of the approach is discussed. Predictions for baryon and hyperon self-energies are compared to those suggested by relativistic nuclear physics phenomenology. Instanton effects to the pion form factor and to the neutron-proton mass difference sum rules in vacuum are also discussed, and a particular example of a three point correlation function calculation is presented.

# Índice

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Regras de Soma para Bárions na Matéria Nuclear</b>	<b>6</b>
2.1	Fenomenologia Nuclear Relativística . . . . .	6
2.2	Formalismo . . . . .	7
2.3	OPE na Matéria Nuclear . . . . .	8
2.4	Relações de Dispersão . . . . .	14
2.5	Transformada de Borel e Regras de Soma . . . . .	17
2.6	Condensados na Matéria Nuclear . . . . .	21
2.7	Resultados . . . . .	25
2.8	Análise Qualitativa . . . . .	31
2.9	Discussão . . . . .	35
<b>3</b>	<b>Regras de Soma para Híperons na Matéria Nuclear</b>	<b>39</b>
3.1	Motivação . . . . .	39
3.2	Regras de Soma . . . . .	41
3.3	Resultados para a $\Sigma$ . . . . .	43
3.4	Resultados para a $\Lambda$ . . . . .	46
3.5	Resumo . . . . .	49
<b>4</b>	<b>Os Instantons nas Regras de Soma da QCD</b>	<b>51</b>
4.1	Introdução . . . . .	51
4.2	Função de Correlação para o Nucleon e Instantons . . . . .	52
4.3	Regras de Soma para o Nucleon com Violação de Isospin . . . . .	55
4.4	Análise Quantitativa das Regras de Soma do Nucleon . . . . .	57
4.5	O Fator de Forma Eletromagnético do Píon e Instantons . . . . .	61
4.6	Análise Quantitativa das Regras de Soma do Fator de Forma do Píon . . . . .	64
4.7	Resumo e Conclusões . . . . .	67
<b>5</b>	<b>Aplicação das Regras de Soma da QCD no Estudo do Decaimento <math>\Omega^- \rightarrow \Xi^- \gamma</math></b>	<b>69</b>
5.1	Introdução . . . . .	69
5.2	Operador Efetivo e Regras de Soma . . . . .	73
5.3	Análise Quantitativa das Regras de Soma . . . . .	77

**6 Resumo e Conclusões**

**82**

**Referências**

**84**

# Capítulo 1

## Introdução

A QCD tem agora mais de 20 anos de idade e, evidentemente alcançou uma certa maturidade. A QCD perturbativa está desenvolvida com muitos detalhes, com a maioria dos processos duros tendo sido calculados além da ordem dominante. Esses cálculos foram comparados com os dados e estão compilados em livros textos e artigos de revisão [1, 2, 3, 4]. Entretanto o desenvolvimento da QCD não perturbativa tem se mostrado uma tarefa bem mais difícil.

Esse fato não é surpreendente já que a QCD perturbativa pode se desenvolver baseada nos métodos desenvolvidos no contexto da QED. Por outro lado, não tínhamos nenhuma teoria previamente desenvolvida que nos fornecesse as estratégias para se lidar com aspectos não perturbativos de teorias de campo. A distância entre a fenomenologia hadrônica e modelos de teorias de campos exatamente solúveis é ainda imensa. Apesar do que já pode ser aprendido sobre a QCD não perturbativa (como por exemplo sobre a estrutura do vácuo) à partir de cálculos na rede e da fenomenologia hadrônica, muito trabalho tem ainda que ser feito a fim de que possamos entender verdadeiramente o fenômeno envolvido.

A fim de desenvolver uma estratégia eficaz nós precisamos primeiro verificar se o problema pode ser dividido em alguns setores distintos: como é usual na física, isso será possível se houver uma hierarquia de escalas. E de fato, observando-se o problema de diferentes ângulos, percebeu-se que é esse o caso. Historicamente a primeira idéia sobre escalas na física não perturbativa foi sugerida já no início dos anos 60. Nambu e Jona-Lasínio (NJL) [5] sugeriram um modelo, inspirado por uma analogia com a supercondutividade, no qual uma interação hipotética de quatro férmions foi introduzida para explicar a quebra da simetria quiral, a criação de píons como bósons de Goldstone e etc. A escala na qual esses fenômenos acontecem entra no modelo de NJL como um parâmetro de corte,  $\Lambda \sim 1 \text{ GeV}$ , e essa teoria efetiva (que contém quarks constituintes) trabalha no intervalo entre esta escala e alguma escala hadrônica mais baixa, provavelmente relacionada com o confinamento. Apesar do progresso no entendimento do confinamento ser ainda muito lento, o mecanismo fundamental da quebra da simetria quiral é agora entendido com bastante detalhes [6, 7, 8], e acredita-se [9] que as escalas da quebra de simetria e do confinamento sejam bem diferentes:  $\Lambda_{\chi SB} \gg \Lambda_{conf} \sim \Lambda_{QCD}$ , onde  $\Lambda_{QCD}$  é o parâmetro de escala da QCD,  $\Lambda_{QCD} \sim 200 \text{ MeV}$ . Essa separação nas escalas implica, em particular, que os quarks constituintes (e píons) devem ter



tamanhos menores do que o tamanho típico dos hadrons, explicando o sucesso dos modelos de quarks não relativísticos. Essa idéia foi desenvolvida de uma forma sistemática por Georgi e Manohar [10]: eles consideraram a razão entre essas duas escalas como o parâmetro natural de expansão nas Lagrangianas efetivas quirais. Eles também argumentaram que os píons e os quarks constituintes são os graus de liberdade naturais numa teoria efetiva no regime intermediário,  $\Lambda_{conf} < Q < \Lambda_{QCD}$ , no qual os modelos de estrutura hadrônica operam.

Ao longo dos anos muitos modelos hadrônicos tem sido desenvolvidos. Entretanto, a relação entre esses modelos e a teoria fundamental, QCD, não é clara. Por outro lado, o conhecimento da teoria fundamental tem tido um impacto muito pequeno, pelo menos até os dias de hoje, no estudo dos fenômenos nucleares de médias e baixas energias. Uma possível razão para isso é a não compatibilidade entre as escalas de energia entre a física nuclear e hadrônica. A escala característica da QCD para hadrons de quarks leves, que são os blocos de construção do núcleo, é de centenas de MeV até a alguns GeV. A dinâmica do núcleo, por outro lado, é um empreendimento delicado e sutil que envolve uma física numa escala de energia muito menor, se deparando com sensíveis cancelamentos. Observáveis nucleares típicos estão na escala de alguns MeV. Consideremos, por exemplo, o fenômeno da saturação da matéria nuclear. A energia de ligação por nucleon é de aproximadamente 16 MeV [11], o que é menos do que 2% da massa do nucleon. Um erro de uns poucos por cento na energia de ligação poderia facilmente levar a erros no nível da escala da física nuclear, o que tornaria qualquer cálculo inútil. Assim, uma descrição precisa da saturação da matéria nuclear, ou propriedades compatíveis, diretamente da QCD deve necessariamente envolver cálculos muito precisos.

Um tratamento alternativo seria fixar a atenção nas propriedades dos hadrons, ao invés da saturação da matéria nuclear. Se for possível descrever com sucesso as ressonâncias hadrônicas no vácuo usando a QCD, talvez seja possível estender essa descrição para as propriedades hadrônicas à densidades finitas. O tratamento mais completo para a descrição da física hadrônica à densidade zero usa simulações de Monte Carlo da QCD numa rede num espaço-tempo (Euclidiano) discretizado [12]. Como estender esses cálculos de rede para densidades finitas não é claro [13]. Alternativamente ao cálculo na rede pode-se também usar o método das regras de soma da QCD. O método das regras de soma da QCD tem sido usado com bastante sucesso na descrição das propriedades hadrônicas (massas, constantes de acoplamento, larguras de decaimentos, fatores de forma) à partir de parâmetros da QCD. O método foi originalmente introduzido por Shifman, Vainshtein e Zakharov em 1979 [14] para descrever propriedades mesônicas. A extensão para bárions foi feita por Ioffe [15] (ver também [16]). Existem várias revisões detalhadas sobre o assunto [17, 18, 19, 20].

O método das regras de soma da QCD se baseia no cálculo de funções de correlação (também chamadas de correlators) de operadores locais compostos. Cada operador composto é construído usando campos de quarks e/ou gluons, de tal forma a possuírem os mesmos números quânticos do hadron que queremos estudar. Em geral esses operadores são chamados de campos interpolantes. A suposição fundamental do método das regras de soma da QCD (RSQCD) é o princípio da dualidade, que assume que um hadron pode ser equivalentemente descrito em termos dos graus de liberdade hadrônicos e em termos dos graus de liberdade da QCD. Assim, o procedimento básico do método das RSQCD consiste de três pontos: 1)

calcula-se a função de correlação em termos dos graus de liberdade da QCD, empregando-se a expansão no produto de operadores (OPE) de Wilson [21], 2) calcula-se a mesma função de correlação em termos de estados intermediários físicos empregando-se relações de dispersão [22] que incorporam um ansatz simples para a densidade espectral e 3) compara-se, através de um procedimento adequado, essas duas descrições para se extrair informações sobre as propriedades hadrônicas em termos das quantidades fundamentais do vácuo da QCD.

A essência da OPE é a separação de todas flutuações de campos em escalas: pequenas e grandes distâncias ou, no espaço dos momentos, grandes e pequenos momentos (tipo espaço). Na QCD essa separação quase sempre corresponde à separação entre a física perturbativa e a não-perturbativa. Assim, na OPE, os coeficientes da expansão são calculados à partir da QCD usando-se a teoria de perturbação e portanto possuem informação sobre a física de pequenas distâncias (ou grandes momentos) enquanto que a física não perturbativa é parametrizada através dos elementos de matriz de uma série de operadores locais: os condensados. Em princípio, os condensados são calculáveis diretamente da QCD (usando-se, por exemplo, simulações na rede), mas na prática eles são usualmente determinados fenomenologicamente à partir de uma série de regras de soma, e aplicados à outras. Consequentemente, o sucesso do método depende crucialmente do fato de ser possível truncar essa série infinita num número finito e pequeno de termos.

Apesar dos condensados conterem informações não perturbativas, a OPE é basicamente uma expansão em curtas distâncias, e numa ordem finita só pode descrever precisamente a função de correlação à momentos (tipo espaço) suficientemente grandes. Por outro lado, nós queremos obter informações sobre as excitações de mais baixa energia da densidade espectral, que sabemos dominar a função de correlação sómente para momentos pequenos. Como será então possível comparar essas duas descrições? O segredo está na aplicação da transformada de Borel a essas duas representações [14]. As RSQCD são o resultado da identificação da transformada de Borel da função de correlação calculada na OPE com a transformada de Borel da função de correlação fenomenológica. A transformada de Borel melhora a convergência da OPE suprimindo a contribuição dos condensados de dimensões mais altas. No lado fenomenológico a transformada de Borel muda a supressão dos estados excitados de uma lei de potência para uma lei exponencial, além de eliminar os polinômios de subtração presentes na representação espectral do correlator.

É importante enfatizar que o método das RSQCD é aproximado. Ele requer uma certa quantidade de análise e não pode ser formalizado da mesma forma que, por exemplo, a solução da equação de Shrödinger. Por outro lado, ele não é um modelo. Qualquer modelo requer necessariamente suposições ad hoc, e a precisão das previsões correspondentes não pode ser controlada de dentro do modelo. No método das RSQCD, uma vez que os valores dos condensados forem estabelecidos, não existe mais nenhuma liberdade; eles próprios nos contam se este ou aquele problema em particular é solúvel. A virtude do método é que ele é analítico, simples e aberto para análises qualitativas onde se pode facilmente ver o que se relaciona com o que. Existem entretanto limitações definitivas ao método. O perigo básico está no fato de que as descrições fenomenológica e da OPE são aproximadas e, dependendo do problema, podem não casar bem o suficiente para que informações confiáveis possam ser extraídas.

Conscientes dessas limitações nós pretendemos fazer algumas aplicações das regras de soma da QCD à problemas relacionados com a física nuclear. No capítulo 2 nós discutimos a extensão das regras de soma para o nucleon à densidades finitas, numa formulação tal que as regras de soma no vácuo podem ser recuperadas no limite de densidade zero. No capítulo 3 nós estudamos os híperons no meio nuclear usando a formulação desenvolvida para o nucleon. No capítulo 4 nós discutimos certos problemas onde a inclusão dos instantons no vácuo da QCD pode melhorar bastante a estabilidade das regras de soma. No capítulo 5 nós discutimos o emprego das regras de soma para o cálculo de larguras de decaimentos, e finalmente no capítulo 6 nós apresentamos nossas conclusões.

# Capítulo 2

## Regras de Soma para Bárions na Matéria Nuclear

### 2.1 Fenomenologia Nuclear Relativística

Um dos sucessos mais significativos da física nuclear relativística tem sido a descrição de observáveis de spin em colisões próton-nucleon, à energias intermediárias, para uma grande quantidade de alvos nucleares. Este problema foi estudado tanto de uma forma puramente fenomenológica [23, 24, 25, 26], quanto num tratamento teórico [27, 28, 29, 30]. O ponto principal em ambos tratamentos é que a propagação do nucleon no meio nuclear é descrita por uma equação de Dirac envolvendo grandes potenciais óticos escalar e vetorial. Ou seja, a função de onda do nucleon,  $\psi$ , satisfaz a equação:

$$(E\gamma_0 - \vec{\gamma}\cdot\vec{q} - M_N - U)\psi = 0, \quad U = S + V\gamma_0, \quad (2.1)$$

onde  $S$  e  $V$  são os potenciais óticos escalar e vetorial,  $M_N$  é a massa do nucleon, e  $E$  sua energia.

Apesar das diferentes descrições fornecerem resultados um pouco diferentes, o comportamento qualitativo é muito similar [23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30]. Em ambos casos são encontrados um potencial escalar atrativo e um potencial vetorial repulsivo, com magnitudes atingindo algumas centenas de MeV na densidade de saturação da matéria nuclear. Existe um cancelamento significativo entre esses potenciais, de tal forma que se consegue um potencial central efetivo, atrativo, de apenas algumas dezenas de MeV, consistente com a física nuclear tradicional não-relativística. As partes imaginárias dos potenciais escalar e vetorial são significativamente menores do que as partes reais e também apresentam cancelamentos. As partes reais dos potenciais quase não apresentam dependência com a energia.

Esses resultados sugerem que o nucleon, à energias intermediárias, pode ser interpretado como uma quasi-partícula com auto-energias, escalar e vetorial, bastante grandes e opostas. Por outro lado, a parte imaginária do potencial ótico indica que a largura (em energia) do quasi-nucleon é relativamente pequena, nas escalas hadrônicas. Como no lado fenomenológico da regra de soma se faz uma média sobre a densidade espectral nessas es-

calas, esse resultado é essencial para justificar um ansatz de polo para o quasi-nucleon na matéria nuclear.

Um ansatz de polo covariante de Lorentz para o quasi-nucleon inclui, necessariamente, um outro polo com energia negativa, que corresponde a um antinucleon propagando na matéria nuclear. Entretanto, tem-se muito menos informações sobre um polo nucleônico com energia negativa, e espera-se, na realidade, que o polo do antinucleon seja significativamente mais largo do que o polo do nucleon, devido a processos de aniquilamento.

Nas refs. [31, 32] foi introduzido um ansatz na construção das regras de soma na matéria nuclear de tal forma a suprimir a contribuição do polo de energia negativa. Auto-energias escalar e vetorial grandes e com sinais opostos emergem naturalmente desse cálculo, refletindo as mudanças no condensado de quarks  $\langle \bar{q}q \rangle_{\rho_N}$  e na densidade de quarks  $\langle q^\dagger q \rangle_{\rho_N}$ . Tais auto-energias são consistentes com o previsto na fenomenologia nuclear relativística, como discutido acima. Entretanto, nesses cálculos não foi considerada a contribuição do condensado de quatro quarks. Dependendo das suposições feitas sobre a dependência com a densidade do condensado de quatro quarks, esses fatos qualitativos básicos podem, ou não, ser mantidos [33, 34, 35]. Assim, baseados na fenomenologia de Dirac, podemos usar as regras de soma do nucleon na matéria nuclear para estudar a dependência do condensado de quatro quarks com a densidade.

O trabalho pioneiro de aplicação das RSQCD à densidades finitas foi feito por Drukarev e Levin [36]. Entretanto esses autores se fixaram nas propriedades da matéria nuclear, como a curva de saturação. Pelo que foi discutido no Cap. 1, e devido à falta de conhecimento detalhado sobre a dependência dos condensados com a densidade, acreditamos que o método das RSQCD não é o mais indicado para tal estudo. Subsequentemente a esse trabalho, uma série de tratamentos [37, 38, 39, 40, 41] tem aparecido diferindo do nosso no foco e em detalhes técnicos. Discutimos a seguir os detalhes técnicos da nossa formulação.

## 2.2 Formalismo

As regras de soma para o nucleon na matéria nuclear se baseiam na função de correlação definida por

$$\Pi(q) \equiv i \int d^4x e^{iq \cdot x} \langle \Psi_0 | T \eta(x) \bar{\eta}(0) | \Psi_0 \rangle , \quad (2.2)$$

onde  $\eta(x)$  é um campo interpolante (corrente) branco, construído a partir dos campos dos quarks, e que possui os mesmos números quânticos do nucleon. O estado fundamental da matéria nuclear,  $|\Psi_0\rangle$ , é caracterizado pela quadri-velocidade no referencial de repouso,  $u_\mu$ , e pela densidade bariônica  $\rho_N$ . Nós assumimos que esse estado seja invariante por paridade e por reversão temporal.

Nós consideraremos campos interpolantes que não contenham derivadas e que se acoplem somente à estados com spin e isospin 1/2. Existem dois campos interpolantes, linearmente independentes, com essas características. Para o próton esses campos são dados por

$$\eta_1(x) = \epsilon_{abc} [u_a^T(x) C \gamma_5 d_b(x)] u_c(x) , \quad (2.3)$$

$$\eta_2(x) = \epsilon_{abc} [u_a^T(x) C d_b(x)] \gamma_5 u_c(x) . \quad (2.4)$$

onde  $T$  representa o campo de Dirac transposto e  $C$  é a matriz conjugação de carga. Os campos interpolantes para o neutron podem ser obtidos dos campos dados acima através de uma troca mútua dos campos dos quarks  $u$  e  $d$ .

O campo interpolante mais genérico para o próton é obtido através de uma combinação linear desses dois campos

$$\eta(x) = 2 [t\eta_1(x) + \eta_2(x)], \quad (2.5)$$

onde  $t$  é um parâmetro real arbitrário. O campo interpolante com  $t = -1$  é conhecido como corrente de Ioffe [15]. Em princípio, as predições das regras de soma são independentes da escolha da corrente. Entretanto, como na prática a OPE tem que ser truncada e como a descrição fenomenológica é aproximada, nós devemos escolher a corrente que, dentro dessas limitações, forneça um resultado mais estável. O critério que deve ser seguido na escolha do campo interpolante é o de maximizar o acoplamento desse campo com o estado de mais baixa energia (com relação aos estados no contínuo), e minimizar a contribuição dos termos de ordens mais altas na OPE. Aparentemente, a corrente de Ioffe é a melhor escolha para o campo interpolante do nucleon no vácuo [42]. Neste trabalho nós consideraremos correntes com  $t$  no intervalo  $-1.15 \leq t \leq -0.95$ , para avaliar a sensibilidade dos nossos resultados com o campo interpolante. Para  $t > -0.95$  nós observamos que a contribuição dos estados no contínuo se torna muito importante, e para  $t < -1.15$  as contribuições dos condensados de ordens mais alta na OPE se tornam muito importantes, em comparação com os condensados de ordem dominantes.

A função de correlação é uma matriz  $4 \times 4$  no espaço de Dirac e pode, portanto, ser expandida em termos da série completa usual das matrizes de Dirac. Entretanto, considerações de paridade, reversão temporal e covariância de Lorentz permitem decompor o correlator em apenas tres estruturas distintas [43]:

$$\Pi(q) \equiv \Pi_s(q^2, q \cdot u) + \Pi_q(q^2, q \cdot u)\not{q} + \Pi_u(q^2, q \cdot u)\not{u}. \quad (2.6)$$

No vácuo  $\Pi_s$  e  $\Pi_q$  tornam-se funções apenas de  $q^2$  e  $\Pi_u$  é nula. Por simplicidade nós trabalharemos no sistema de repouso da matéria nuclear onde as componentes da quadri-velocidade são  $(1, \mathbf{0})$ , e portanto  $\Pi_i(q^2, q \cdot u) \rightarrow \Pi_i(q_0, |\mathbf{q}|)$  ( $i = \{s, q, u\}$ ).

## 2.3 OPE na Matéria Nuclear

À densidades finitas adota-se, em geral, uma versão simplificada da OPE para expandir o produto temporalmente ordenado na Eq.(2.2) à curtas distâncias. No presente tratamento, a função de correlação na matéria nuclear é estudada no limite em que  $q_0$  se torna grande e imaginário, enquanto que  $|\mathbf{q}|$  permanece fixo (no referencial de repouso da matéria nuclear). Esse limite faz  $q^2 \rightarrow -\infty$  com  $|q^2/q \cdot u| \rightarrow \infty$ , que satisfaz as condições discutidas na Ref.[44] para uma expansão à curtas distâncias.

À densidades finitas o estado fundamental, que representa a matéria nuclear, não é mais um invariante de Lorentz, já que a matéria nuclear infinita tem um sistema referencial natural especificado pela quadri-velocidade da matéria,  $u_\mu$ . Nesse sistema referencial o valor esperado da corrente bariônica é zero para todas componentes espaciais, e a componente

temporal dessa corrente é simplesmente a densidade bariônica  $\rho_N$ . Assim, valores esperados de operadores locais com qualquer spin inteiro não são mais zero na matéria nuclear [33]. Como resultado, um grande número de novos condensados aparecem na OPE à densidades finitas. Além disso, os condensados já presentes na OPE no vácuo também se tornam dependentes da densidade.

A OPE para as funções invariantes do correlator do nucleon tem a forma geral

$$\Pi_i(q^2, q \cdot u) = \sum_n C_n^i(q^2, q \cdot u) \langle \hat{O}_n \rangle_{\rho_N}, \quad (2.7)$$

onde  $\langle \hat{O}_n \rangle_{\rho_N} \equiv \langle \Psi_0 | \hat{O}_n | \Psi_0 \rangle$  é o valor esperado do operador no meio.  $C_n^i(q^2, q \cdot u)$  ( $i = \{s, q, u\}$ ) são os coeficientes de Wilson, que dependem dos parâmetros da lagrangiana da QCD, tais como a massa dos quarks, e a constante de acoplamento forte. Os coeficientes de Wilson na OPE dependem apenas de  $q_\mu$ , e os valores esperados dos operadores no meio, são proporcionais a tensores construídos à partir da quadri-velocidade da matéria nuclear  $u_\mu$ , do tensor de métrica  $g_{\mu\nu}$ , e do tensor antissimétrico  $\epsilon_{\sigma\lambda\mu\nu}$ . Na Eq.(2.7), a dependência com o ponto de normalização  $\mu$  foi suprimida.

Os operadores  $\hat{O}_n$  são operadores compostos locais, construídos à partir dos campos de quarks e gluons. Exemplos de tais operadores são  $\bar{q}q$  e  $(\alpha_s/\pi)G^2$ . O valor esperado desses operadores no estado fundamental da matéria nuclear são os condensados no meio. Os operadores são definidos de tal forma que a dependência da função de correlação com a densidade, está unicamente no valor dos condensados no meio. Como a dimensão do correlator é fixa, os operadores,  $\hat{O}_n$ , de dimensões mais altas serão multiplicados por coeficientes,  $C_n^i(q^2, q \cdot u)$ , com potências cada vez maiores de  $1/Q^2$ . Assim, espera-se que para  $Q^2$  suficientemente grande, os operadores de dimensões menores dominem, e que a OPE possa ser truncada após um pequeno número de termos.

Como o campo interpolante do nucleon é um singlete de cor, a função de correlação do nucleon é invariante de gauge. Portanto, podemos avaliar o correlator em qualquer gauge. O gauge usualmente utilizado nas regras de soma da QCD [17] é o gauge do ponto fixo, que foi originalmente introduzido para uso na eletrodinâmica nas Refs. [45, 46], e reintroduzido para uso na QCD na Ref. [47]. O gauge do ponto fixo é definido por:

$$x_\mu \mathcal{A}^\mu(x) = 0, \quad (2.8)$$

onde  $\mathcal{A}^\mu \equiv A^{A\mu} t^A$ , sendo  $A^{A\mu}$  o campo do gluon, e  $t^A \equiv \lambda^A/2$  os geradores SU(3) de cor na representação fundamental. Neste gauge, o campo do gluon pode ser expresso diretamente em termos do tensor de campo gluônico  $\mathcal{G}_{\mu\nu}$  [17, 47, 48, 49]:

$$\mathcal{A}_\nu(x) = \int_0^1 d\alpha \alpha x^\mu \mathcal{G}_{\mu\nu}(\alpha x) = \frac{1}{2} x^\mu \mathcal{G}_{\mu\nu}(0) + \frac{1}{3} x^\lambda x^\mu (D_\lambda \mathcal{G}_{\mu\nu})_{x=0} + \dots, \quad (2.9)$$

onde  $\mathcal{G}_{\mu\nu} \equiv G_{\mu\nu}^A t^A \equiv D_\mu \mathcal{A}_\nu - D_\nu \mathcal{A}_\mu$ , e  $D_\mu \equiv \partial_\mu - ig_s \mathcal{A}_\mu$  é a derivada covariante.

No método do campo de fundo [17, 48, 49], a presença dos condensados de quarks e gluons é parametrizada pelo campo de fundo de quarks (que são variáveis de Grassmann),  $\chi_{a\alpha}^q$  e  $\bar{\chi}_{a\alpha}^q$ , e por um campo de fundo gluônico clássico  $F_{\mu\nu}^A$ . Neste método é mais conveniente

escrever o correlator no espaço das coordenadas, e depois transformá-lo para o espaço dos momentos. O propagador de quarks leves, no espaço das coordenadas, na presença de um campo de fundo, no gauge do ponto fixo, pode ser escrito como [17]:

$$\begin{aligned}
S_{ab,\alpha\beta}^q(x,0) &\equiv \langle T q_{a\alpha}(x) \bar{q}_{b\beta}(0) \rangle_{\rho N} \\
&= \frac{i}{2\pi^2} \delta_{ab} \frac{1}{(x^2)^2} [\not{x}]_{\alpha\beta} - \frac{m_q}{4\pi^2} \delta_{ab} \frac{\delta_{\alpha\beta}}{x^2} \\
&\quad + \chi_{a\alpha}^q(x) \bar{\chi}_{b\beta}^q(0) - \frac{ig_s}{32\pi^2} F_{\mu\nu}^A(0) t_{ab}^A \frac{1}{x^2} [\not{x} \sigma^{\mu\nu} + \sigma^{\mu\nu} \not{x}]_{\alpha\beta} + \dots, \quad (2.10)
\end{aligned}$$

onde os dois primeiros termos são a expansão do propagador de quarks livres em primeira ordem na massa do quark. O terceiro e quarto termos dão as contribuições devido ao campo de fundo de quarks e gluons respectivamente. A contribuição gluônica para a Eq.(2.10) vem de uma única inserção de gluon, onde se retém apenas o termo dominante numa expansão à curtas distâncias do campo do gluon (veja Eq.(2.9)).

O cálculo da função de correlação do nucleon usando o método do campo de fundo é semelhante à teoria de perturbação comum. O produto temporalmente ordenado na Eq.(2.2) é avaliado usando-se o teorema de Wick, e retendo-se apenas aquelas contribuições onde os campos dos quarks estão completamente contraídos. Entretanto, é o propagador de quarks no campo de fundo (Eq.(2.10)), que é usado em cada contração, ao invés do campo de quarks livres.

Trabalhando em primeira ordem na teoria de perturbação nós obtemos

$$\begin{aligned}
\Pi(q) &= -4i\epsilon_{abc}\epsilon_{a'b'c'} \int d^4x e^{iq\cdot x} \left[ \gamma_5 S_{aa'}^u(x,0) \gamma_5 \text{Tr}[S_{bb'}^d(x,0) C S_{cc'}^{uT}(x,0) C] \right. \\
&\quad + \gamma_5 S_{aa'}^u(x,0) C^T S_{bb'}^{dT}(x,0) C^T S_{cc'}^u(x,0) \gamma_5 + t \left( \gamma_5 S_{aa'}^u(x,0) \text{Tr}[S_{bb'}^d(x,0) \gamma_5 C S_{cc'}^{uT}(x,0) C] \right. \\
&\quad + \gamma_5 S_{aa'}^u(x,0) \gamma_5 C^T S_{bb'}^{dT}(x,0) C^T S_{cc'}^u(x,0) + S_{aa'}^u(x,0) \gamma_5 \text{Tr}[\gamma_5 S_{bb'}^d(x,0) C S_{cc'}^{uT}(x,0) C] \\
&\quad + S_{aa'}^u(x,0) C^T S_{bb'}^{dT}(x,0) C^T \gamma_5 S_{cc'}^u(x,0) \gamma_5 \left. \right) + t^2 \left( S_{aa'}^u(x,0) \text{Tr}[\gamma_5 S_{bb'}^d(x,0) \gamma_5 C S_{cc'}^{uT}(x,0) C] \right. \\
&\quad \left. + S_{aa'}^u(x,0) \gamma_5 C^T S_{bb'}^{dT}(x,0) C^T \gamma_5 S_{cc'}^u(x,0) \right) \left. \right]. \quad (2.11)
\end{aligned}$$

A integral sobre  $x$  pode ser feita usando as fórmulas [17]

$$\int \frac{d^4x}{x^2} e^{iq\cdot x} = -\frac{4\pi^2 i}{q^2}, \quad (2.12)$$

$$\int \frac{d^4x}{(x^2)^n} e^{iq\cdot x} = \frac{i(-1)^n 2^{4-2n} \pi^2}{\Gamma(n-1)\Gamma(n)} (q^2)^{n-2} \ln(-q^2) + P_{n-2}(q^2) \quad (n \geq 2), \quad (2.13)$$

e suas derivadas com relação a  $q_\mu$ .  $P_m(q^2)$  é um polinômio em  $q^2$  de grau  $m$  com coeficientes divergentes. A forma precisa desses polinômios não é importante já que eles serão eliminados pela transformada de Borel.



A contribuição perturbativa para a função de correlação do nucleon é obtida quando se usa apenas a parte correspondente ao propagador do quark livre na Eq.(2.10). As contribuições não perturbativas vão envolver produtos dos campos de fundo de quarks e campos de fundo gluônicos clássicos que correspondem aos operadores de quarks e gluons:

$$\begin{aligned}\chi_{a\alpha}^q(x)\bar{\chi}_{b\beta}^q(0) &= \langle q_{a\alpha}(x)\bar{q}_{b\beta}(0) \rangle_{\rho N} , & F_{\kappa\lambda}^A F_{\mu\nu}^B &= \langle G_{\kappa\lambda}^A G_{\mu\nu}^B \rangle_{\rho N} , \\ \chi_{a\alpha}^q \bar{\chi}_{b\beta}^q F_{\mu\nu}^A &= \langle q_{a\alpha} \bar{q}_{b\beta} G_{\mu\nu}^A \rangle_{\rho N} , & \chi_{a\alpha}^q \bar{\chi}_{b\beta}^q \chi_{c\gamma}^q \bar{\chi}_{d\delta}^q &= \langle q_{a\alpha} \bar{q}_{b\beta} q_{c\gamma} \bar{q}_{d\delta} \rangle_{\rho N} ,\end{aligned}\tag{2.14}$$

onde os campos estão avaliados em  $x = 0$ , a menos que especificado. Na Eq.(2.14) nós mostramos apenas os termos que são necessários para desenvolver a OPE até a ordem que vamos considerar. Assim, nós avaliamos os campos nos operadores de dimensões mais altas no mesmo ponto, uma vez que não-localidades só introduzirão condensados que têm dimensões mais altas do que aqueles que queremos considerar. Os operadores compostos na Eq.(2.14) estão, implicitamente, na ordem normal com respeito ao vácuo perturbativo na densidade zero. Nós podemos escrever esses elementos de matriz em termos de condensados locais escalares, através da projeção das estruturas de Dirac, Lorentz e cor, e através de se fazer uma expansão à pequenas distâncias, quando necessário. É através desse procedimento que introduziremos os condensados relevantes nos cálculos das regras de soma.

Projetando as estruturas de Dirac e de cor do elemento de matriz  $\langle q_{a\alpha}(x)\bar{q}_{b\beta}(0) \rangle_{\rho N}$ , nós obtemos

$$\langle q_{a\alpha}(x)\bar{q}_{b\beta}(0) \rangle_{\rho N} = -\frac{\delta_{ab}}{12} \left[ \langle \bar{q}(0)q(x) \rangle_{\rho N} \delta_{\alpha\beta} + \langle \bar{q}(0)\gamma_\lambda q(x) \rangle_{\rho N} \gamma_{\alpha\beta}^\lambda \right] ,\tag{2.15}$$

uma vez que a matéria nuclear é branca, e que o estado fundamental é invariante por paridade e inversão temporal. Podemos agora expandir  $q(x)$  numa série de Taylor:

$$q(x) = q(0) + x^\mu (\partial_\mu q)_{x=0} + \frac{1}{2} x^\mu x^\nu (\partial_\mu \partial_\nu q)_{x=0} + \dots .\tag{2.16}$$

Como o correlator é invariante de gauge, as derivadas ordinárias na Eq.(2.16) devem, necessariamente, ser transformadas em derivadas covariantes. Entretanto, no gauge do ponto fixo essa transformação é imediata. Usando a condição do gauge do ponto fixo dada pela Eq.(2.8), e expandindo o campo dos gluons, temos

$$x^\nu \mathcal{A}_\nu(0) + x^\mu x^\nu (\partial_\mu \mathcal{A}_\nu)_{x=0} + \frac{1}{2} x^\lambda x^\mu x^\nu (\partial_\lambda \partial_\mu \mathcal{A}_\nu)_{x=0} + \dots = 0 .\tag{2.17}$$

Uma vez que  $x$  é arbitrário, cada termo na Eq.(2.17) deve se anular independentemente dos demais. Usando esse fato, podemos mostrar que

$$x^\mu (D_\mu q)_{x=0} = x^\mu (\partial_\mu q)_{x=0} , \quad x^\mu x^\nu (D_\mu D_\nu q)_{x=0} = x^\mu x^\nu (\partial_\mu \partial_\nu q)_{x=0} ,\tag{2.18}$$

e equivalentemente para os demais termos. Assim, combinando esse resultado com a Eq.(2.16), podemos escrever a seguinte expansão de Taylor covariante

$$q(x) = q(0) + x^\mu (D_\mu q)_{x=0} + \frac{1}{2} x^\mu x^\nu (D_\mu D_\nu q)_{x=0} + \dots ,\tag{2.19}$$

que permite reescrever a Eq.(2.15) como

$$\begin{aligned} \langle q_{a\alpha}(x)\bar{q}_{b\beta}(0)\rangle_{\rho N} &= -\frac{\delta_{ab}}{12}[(\langle\bar{q}q\rangle_{\rho N} + x^\mu\langle\bar{q}D_\mu q\rangle_{\rho N} + \frac{1}{2}x^\mu x^\nu\langle\bar{q}D_\mu D_\nu q\rangle_{\rho N} + \dots)\delta_{\alpha\beta} \\ &\quad + \langle\bar{q}\gamma_\lambda q\rangle_{\rho N} + x^\mu\langle\bar{q}\gamma_\lambda D_\mu q\rangle_{\rho N} + \frac{1}{2}x^\mu x^\nu\langle\bar{q}\gamma_\lambda D_\mu D_\nu q\rangle_{\rho N} + \dots)\gamma_{\alpha\beta}^\lambda], \end{aligned} \quad (2.20)$$

onde todos campos e derivadas dos campos estão avaliados em  $x = 0$ .

Podemos notar que matrizes de Dirac envolvidas no cálculo dos coeficientes de Wilson de  $\langle\bar{q}D_{\mu_1}\dots D_{\mu_n}q\rangle_{\rho N}$  ou  $\langle\bar{q}\gamma_\mu D_{\mu_1}\dots D_{\mu_n}q\rangle_{\rho N}$ , são as mesmas que as matrizes de Dirac envolvidas nos cálculos dos coeficientes de Wilson de  $\langle\bar{q}q\rangle_{\rho N}$  ou  $\langle\bar{q}\gamma_\mu q\rangle_{\rho N}$ , respectivamente. Isso nos permite concluir que os coeficientes no espaço de coordenadas estão relacionados por

$$C_{\bar{q}D_{\mu_1}\dots D_{\mu_n}q}(x) = \frac{1}{n!}x^{\mu_1}\dots x^{\mu_n}C_{\bar{q}q}(x), \quad (2.21)$$

$$C_{\bar{q}\gamma_\mu D_{\mu_1}\dots D_{\mu_n}q}(x) = \frac{1}{n!}x^{\mu_1}\dots x^{\mu_n}C_{\bar{q}\gamma_\mu q}(x). \quad (2.22)$$

O que implica na seguinte relação entre os coeficientes de Wilson no espaço dos momentos:

$$C_{\bar{q}D_{\mu_1}\dots D_{\mu_n}q}(q) = \frac{(-i)^n}{n!}\left(\frac{\partial}{\partial q_{\mu_1}}\dots\frac{\partial}{\partial q_{\mu_n}}\right)C_{\bar{q}q}(q), \quad (2.23)$$

$$C_{\bar{q}\gamma_\mu D_{\mu_1}\dots D_{\mu_n}q}(q) = \frac{(-i)^n}{n!}\left(\frac{\partial}{\partial q_{\mu_1}}\dots\frac{\partial}{\partial q_{\mu_n}}\right)C_{\bar{q}\gamma_\mu q}(q). \quad (2.24)$$

Precisamos agora avaliar os condensados que aparecem na Eq.(2.20), em termos de valores esperados de operadores escalares multiplicados por quantidades que contem a estrutura de Lorentz dos condensados originais. No vácuo esses condensados podem ser expressos apenas em termos do tensor de métrica  $g^{\mu\nu}$  e do tensor antissimétrico  $\epsilon^{\kappa\lambda\mu\nu}$ . Assim, os condensados com um número ímpar de índices de Lorentz não contraídos devem se anular no vácuo. Já os condensados no meio podem ser expressos, também, em termos da quadri-velocidade da matéria nuclear,  $u_\mu$ , que permite a existência de novos condensados, e novas estruturas de Lorentz. O procedimento seguido para a avaliação dos condensados que aparecem na Eq.(2.20) é expressar cada um deles como uma soma de todas estruturas de Lorentz possíveis, com coeficientes desconhecidos. Esses coeficientes são determinados tomando-se traços sobre as estruturas de Lorentz apropriadas [33]. Seguindo esse procedimento obtem-se [33]

$$\langle\bar{q}\gamma_\mu q\rangle_{\rho N} = \langle\bar{q}\not{u}q\rangle_{\rho N}u_\mu, \quad (2.25)$$

$$\langle\bar{q}D_\mu q\rangle_{\rho N} = \langle\bar{q}u \cdot Dq\rangle_{\rho N}u_\mu = -im_q\langle\bar{q}\not{u}q\rangle_{\rho N}u_\mu, \quad (2.26)$$

$$\langle\bar{q}\gamma_\mu D_\nu q\rangle_{\rho N} = \frac{4}{3}\langle\bar{q}\not{u}u \cdot Dq\rangle_{\rho N}(u_\mu u_\nu - \frac{1}{4}g_{\mu\nu}) + \frac{i}{3}m_q\langle\bar{q}q\rangle_{\rho N}(u_\mu u_\nu - g_{\mu\nu}), \quad (2.27)$$

$$\langle\bar{q}D_\mu D_\nu q\rangle_{\rho N} = \frac{4}{3}\langle\bar{q}u \cdot D u \cdot Dq\rangle_{\rho N}(u_\mu u_\nu - \frac{1}{4}g_{\mu\nu}) - \frac{1}{6}\langle g_s \bar{q}\sigma \cdot \mathcal{G}q\rangle_{\rho N}(u_\mu u_\nu - g_{\mu\nu}) \quad (2.28)$$

$$\begin{aligned}
\langle \bar{q}\gamma_\lambda D_\mu D_\nu q \rangle_{\rho N} &= 2\langle \bar{q}\not{u} \cdot D u \cdot D q \rangle_{\rho N} [u_\lambda u_\mu u_\nu - \frac{1}{6}(u_\lambda g_{\mu\nu} + u_\mu g_{\lambda\nu} + u_\nu g_{\lambda\mu})] \\
&\quad - \frac{1}{6}\langle g_s \bar{q}\not{u} \sigma \cdot \mathcal{G} q \rangle_{\rho N} (u_\lambda u_\mu u_\nu - u_\lambda g_{\mu\nu}) .
\end{aligned} \tag{2.29}$$

Na obtenção das expressões acima foram desprezados termos da ordem de  $O(m_q^2)$ . Assim, a expansão de  $\langle q_{a\alpha}(0)\bar{q}_{b\beta}(x) \rangle_{\rho N}$  até dimensão cinco envolve condensados de quarks e condensados de quarks e gluons.

Outra fonte de condensados de quarks e gluons vem das contribuições da forma  $\chi_{a\alpha}^q \bar{\chi}_{b\beta}^q F_{\mu\nu}^A$  na Eq. (2.10). Os elementos de matriz correspondentes podem ser decompostos como [33]

$$\begin{aligned}
\langle g_s q_{a\alpha} \bar{q}_{b\beta} G_{\mu\nu}^A \rangle_{\rho N} &= -\frac{t_{ab}^A}{96} \left\{ \langle g_s \bar{q} \sigma \cdot \mathcal{G} q \rangle_{\rho N} [\sigma_{\mu\nu} + i(u_\mu \gamma_\nu - u_\nu \gamma_\mu) \not{u}]_{\alpha\beta} \right. \\
&\quad + \langle g_s \bar{q}\not{u} \sigma \cdot \mathcal{G} q \rangle_{\rho N} [\sigma_{\mu\nu} \not{u} + i(u_\mu \gamma_\nu - u_\nu \gamma_\mu)]_{\alpha\beta} \\
&\quad \left. - 4 \left( \langle \bar{q} u \cdot D u \cdot D q \rangle_{\rho N} + i m_q \langle \bar{q}\not{u} u \cdot D q \rangle_{\rho N} \right) [\sigma_{\mu\nu} + 2i(u_\mu \gamma_\nu - u_\nu \gamma_\mu) \not{u}]_{\alpha\beta} \right\} .
\end{aligned} \tag{2.30}$$

Os condensados de gluons de dimensão quatro surgem dos fatores  $F_{\kappa\lambda}^A F_{\mu\nu}^B$  na Eq. (2.10). Note que esse fator vem da inserção de uma única linha de gluon em dois dos propagadores de quarks. Em princípio poderíamos também considerar o caso em que duas linhas de gluon emergem de um único propagador de quark. Entretanto, essa contribuição é proporcional a  $m_q$  [50], e nós vamos desprezá-la no presente cálculo. O elemento de matriz  $\langle G_{\kappa\lambda}^A G_{\mu\nu}^B \rangle_{\rho N}$  pode ser escrito em termos de dois condensados de gluons independentes, que, no referencial de repouso da matéria nuclear, são proporcionais a:  $\langle \mathbf{E}^2 - \mathbf{B}^2 \rangle_{\rho N} = -\frac{1}{2}\langle G^2 \rangle_{\rho N}$  e  $\langle \mathbf{E}^2 + \mathbf{B}^2 \rangle_{\rho N}$ , onde  $\mathbf{E}^A$  e  $\mathbf{B}^A$  são os campos de cor elétrico e magnético. Contribuições do condensado  $\langle \mathbf{E}^2 + \mathbf{B}^2 \rangle_{\rho N}$  são pequenas [34] e serão desprezadas no que segue. Assim, podemos escrever

$$\langle G_{\kappa\lambda}^A G_{\mu\nu}^B \rangle_{\rho N} = \frac{\delta^{AB}}{96} \langle G^2 \rangle_{\rho N} (g_{\kappa\mu} g_{\lambda\nu} - g_{\kappa\nu} g_{\lambda\mu}) . \tag{2.31}$$

O único condensado de dimensão seis que nós consideraremos é o condensado de quatro quarks. Isso é devido ao fato de que a contribuição desse condensado à função de correlação do nucleon aparece a nível de árvore e, portanto, não é multiplicado pelos fatores de supressão associados aos loops. Assumindo que a fatorização usada no vácuo também seja válida no meio, podemos escrever [33]

$$\langle \bar{u}_{a\alpha} u_{b\beta} \bar{u}_{c\gamma} u_{d\delta} \rangle_{\rho N} \simeq \langle \bar{u}_{a\alpha} u_{b\beta} \rangle_{\rho N} \langle \bar{u}_{c\gamma} u_{d\delta} \rangle_{\rho N} - \langle \bar{u}_{a\alpha} u_{d\delta} \rangle_{\rho N} \langle \bar{u}_{c\gamma} u_{b\beta} \rangle_{\rho N} , \tag{2.32}$$

$$\langle \bar{u}_{a\alpha} u_{b\beta} \bar{d}_{c\gamma} d_{d\delta} \rangle_{\rho N} \simeq \langle \bar{u}_{a\alpha} u_{b\beta} \rangle_{\rho N} \langle \bar{d}_{c\gamma} d_{d\delta} \rangle_{\rho N} . \tag{2.33}$$

Os dois elementos de matriz nas Eqs. (2.32) e (2.33) podem ser simplificados usando a Eq. (2.15), e reescritos em termos de  $\langle \bar{q} q \rangle_{\rho N}^2$ ,  $\langle \bar{q} q \rangle_{\rho N} \langle \bar{q}\not{u} q \rangle_{\rho N}$ , e  $\langle \bar{q}\not{u} q \rangle_{\rho N}^2$  sem parâmetros extras.

No referencial de repouso da matéria nuclear as funções invariantes podem ser convenientemente separadas em pedaços que são par e ímpar em  $q_0 (= q \cdot u)$ :

$$\Pi_i(q_0, |\mathbf{q}|) \equiv \Pi_i^{\text{E}}(q_0^2, |\mathbf{q}|) + q_0 \Pi_i^{\text{O}}(q_0^2, |\mathbf{q}|) . \tag{2.34}$$

para  $i = \{s, q, u\}$ . O resultado dos nossos cálculos fornece

$$\begin{aligned} \Pi_s^E &= \frac{c_1}{16\pi^2} q^2 \ln(-q^2) \langle \bar{q}q \rangle_{\rho_N} + \frac{3c_2}{16\pi^2} \ln(-q^2) \langle g_s \bar{q} \sigma \cdot \mathcal{G}q \rangle_{\rho_N} \\ &\quad + \frac{2c_3}{3\pi^2} \frac{q_0^2}{q^2} (\langle \bar{q}i D_0 i D_0 q \rangle_{\rho_N} + \frac{1}{8} \langle g_s \bar{q} \sigma \cdot \mathcal{G}q \rangle_{\rho_N}) , \end{aligned} \quad (2.35)$$

$$\Pi_s^O = -\frac{c_1}{3q^2} \langle \bar{q}q \rangle_{\rho_N} \langle q^\dagger q \rangle_{\rho_N} , \quad (2.36)$$

$$\begin{aligned} \Pi_q^E &= -\frac{c_4}{512\pi^4} (q^2)^2 \ln(-q^2) + \frac{c_4}{72\pi^2} \left( 5 \ln(-q^2) - \frac{8q_0^2}{q^2} \right) \langle q^\dagger i D_0 q \rangle_{\rho_N} \\ &\quad - \frac{c_4}{256\pi^2} \ln(-q^2) \left\langle \frac{\alpha_s}{\pi} G^2 \right\rangle_{\rho_N} - \frac{c_1}{6q^2} \langle \bar{q}q \rangle_{\rho_N}^2 - \frac{c_4}{6q^2} \langle q^\dagger q \rangle_{\rho_N}^2 , \end{aligned} \quad (2.37)$$

$$\begin{aligned} \Pi_q^O &= \frac{c_4}{24\pi^2} \ln(-q^2) \langle q^\dagger q \rangle_{\rho_N} + \frac{c_5}{72\pi^2 q^2} \langle g_s q^\dagger \sigma \cdot \mathcal{G}q \rangle_{\rho_N} \\ &\quad - \frac{c_4}{12\pi^2 q^2} \left( 1 + \frac{2q_0^2}{q^2} \right) (\langle q^\dagger i D_0 i D_0 q \rangle_{\rho_N} + \frac{1}{12} \langle g_s q^\dagger \sigma \cdot \mathcal{G}q \rangle_{\rho_N}) , \end{aligned} \quad (2.38)$$

$$\begin{aligned} \Pi_u^E &= \frac{c_4}{12\pi^2} q^2 \ln(-q^2) \langle q^\dagger q \rangle_{\rho_N} - \frac{c_5}{48\pi^2} \ln(-q^2) \langle g_s q^\dagger \sigma \cdot \mathcal{G}q \rangle_{\rho_N} \\ &\quad + \frac{c_4}{2\pi^2} \frac{q_0^2}{q^2} (\langle q^\dagger i D_0 i D_0 q \rangle_{\rho_N} + \frac{1}{12} \langle g_s q^\dagger \sigma \cdot \mathcal{G}q \rangle_{\rho_N}) , \end{aligned} \quad (2.39)$$

$$\Pi_u^O = -\frac{5c_4}{18\pi^2} \ln(-q^2) \langle q^\dagger i D_0 q \rangle_{\rho_N} - \frac{c_4}{3q^2} \langle q^\dagger q \rangle_{\rho_N}^2 , \quad (2.40)$$

onde os termos proporcionais às massas dos quarks foram desprezados, e todos polinômios em  $q^2$  e  $q_0^2$  foram omitidos. Os coeficientes  $c_i$  que aparecem nessas equações são dados por

$$c_1 = 7t^2 - 2t - 5 , \quad c_2 = 1 - t^2 , \quad c_3 = 2t^2 - t - 1 , \quad (2.41)$$

$$c_4 = 5t^2 + 2t + 5 , \quad c_5 = 7t^2 + 10t + 7 , \quad (2.42)$$

onde  $t$  é o parâmetro que aparece na definição do campo interpolante Eq. (2.5).

## 2.4 Relações de Dispersão

Para obter as regras de soma nós precisamos construir uma representação fenomenológica para  $\Pi(q)$  usando um ansatz simples para a densidade espectral. A representação espectral da função de correlação é escrita em termos de uma integral na energia sobre as densidades espectrais calculadas num valor fixo do tri-momento. No vácuo, onde as funções invariantes dependem apenas de  $q^2$ , a separação de  $q^2$  em  $q_0$  e  $|\mathbf{q}|$  não é necessária, nem útil. Além disso, a invariância do vácuo por conjugação de carga exige que a densidade espectral para estados com energia negativa (correspondentes às anti-partículas) seja igual (a menos de um sinal) a densidade espectral dos estados de energia positiva. Essas propriedades permitem mudar a integração sobre a energia para uma integração sobre  $q^2$ . No meio, entretanto, a existência da quadri-velocidade faz essa distinção importante.

As propriedades analíticas de  $\Pi(q)$  podem ser estudadas através da representação de Lehmann [22], que mostra que todas singularidades de  $\Pi(q)$  em  $q_0$  ficam no eixo real de  $q_0$ . Para cada uma das funções invariantes  $\Pi_i$  nós podemos construir uma relação de dispersão da forma

$$\Pi_i(q_0, |\mathbf{q}|) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \frac{\Delta\Pi_i(\omega, |\mathbf{q}|)}{\omega - q_0}, \quad (2.43)$$

onde nós omitimos polonômios que podem surgir dos termos de subtração [51], e que serão eliminados pela transformada de Borel. Nós também omitimos os infinitésimos, que distinguem entre correlators ordenados temporalmente e retardados, uma vez que nós não vamos avaliar  $q_0$  no eixo real. A densidade espectral é proporcional à discontinuidade,  $\Delta\Pi_i$ , que é definida por

$$\Delta\Pi_i(\omega, |\mathbf{q}|) \equiv \lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} [\Pi_i(\omega + i\epsilon, |\mathbf{q}|) - \Pi_i(\omega - i\epsilon, |\mathbf{q}|)]. \quad (2.44)$$

De acordo com o ordenamento temporal na função de correlação, Eq.(2.2), existe dois tipos de singularidades contribuindo para a densidade espectral. Um caso inclui estados de quasi-partícula onde um quasi-bárion é adicionado ao meio nuclear, e portanto o estado intermediário fica com número bariônico  $B = +1$  com relação à  $|\Psi_0\rangle$ . O outro caso inclui estados de quasi-buraco onde um quasi-bárion é retirado do meio nuclear. Neste caso o estado intermediário fica com número bariônico  $B = -1$  com relação à  $|\Psi_0\rangle$ . Portanto, a densidade espectral contém informação sobre as quasi-partículas, quasi-buracos e estados de energias mais altas.

Nas aplicações das RSQCD deve-se parametrizar a densidade espectral com um número pequeno de parâmetros, que caracterizem as ressonâncias no canal de interesse. Como discutido acima, à densidades finitas, o estado fundamental não é mais invariante por conjugação de carga. Devido a isso, a densidade espectral para bárions e anti-bárions não estão relacionadas diretamente. Além disso, da fenomenologia nuclear relativística nós sabemos que a largura de excitações do quasi-nucleon é relativamente pequena, nas escalas hadrônicas, o que sugere que uma aproximação de polo para o quasi-nucleon de energia positiva é justificável.

Um ansatz concreto para  $\Delta\Pi_i$  pode ser motivado a partir de considerações do propagador do nucleon numa teoria tipo QHD [52], onde o propagador do nucleon é decomposto como

$$G(q) = G_s(q^2, q \cdot u) + G_q(q^2, q \cdot u)\not{u} + G_u(q^2, q \cdot u)\not{u}. \quad (2.45)$$

A auto-energia do nucleon,  $\Sigma$ , pode ser formalmente definida em termos da solução da equação de Dyson para o inverso do propagador

$$[G(q)]^{-1} = \not{u} - M_N - \Sigma(q), \quad (2.46)$$

e portanto, a auto-energia pode ser decomposta similarmente

$$\Sigma(q) = \tilde{\Sigma}_s(q^2, q \cdot u) + \tilde{\Sigma}_v^\mu(q)\gamma_\mu, \quad (2.47)$$

onde

$$\tilde{\Sigma}_v^\mu(q) = \Sigma_u(q^2, q \cdot u)u^\mu + \Sigma_q(q^2, q \cdot u)q^\mu. \quad (2.48)$$

Nós definimos também uma auto-energia escalar

$$\Sigma_s \equiv M_N^* - M_N, \quad M_N^* \equiv \frac{M_N + \tilde{\Sigma}_s}{1 - \Sigma_q}, \quad (2.49)$$

e uma auto-energia vetorial

$$\Sigma_v \equiv \frac{\Sigma_u}{1 - \Sigma_q}. \quad (2.50)$$

As combinações nas Eqs. (2.49) e (2.50) aparecem naturalmente quando se resolve teorias tipo QHD.

Em aproximações de campo médio,  $\Sigma_s$  e  $\Sigma_v$  são reais e independentes do momento, e  $\Sigma_q$  é nula [52]. Assim, numa aproximação de campo médio, o propagador do nucleon com auto-energias reais no referencial de repouso da matéria nuclear é

$$G(q) = \frac{1}{\not{q} - M_N - \Sigma(q)} \rightarrow \lambda^2 \frac{\not{q} + M_N^* - \not{v}\Sigma_v}{(q_0 - E_q)(q_0 - \bar{E}_q)}, \quad (2.51)$$

onde os polos de energia positiva,  $E_q$ , e negativa,  $\bar{E}_q$  são dados por

$$E_q = \Sigma_v + \sqrt{\mathbf{q}^2 + M_N^{*2}} \equiv \Sigma_v + E_q^*, \quad (2.52)$$

$$\bar{E}_q = \Sigma_v - \sqrt{\mathbf{q}^2 + M_N^{*2}} \equiv \Sigma_v - E_q^*, \quad (2.53)$$

com  $E_q^* = \sqrt{\mathbf{q}^2 + M_N^{*2}}$ . O Fator  $\lambda^2$  é um resíduo, que é unitário na QHD, mas que em uma aproximação mais geral inclui o fator  $(1 - \Sigma_q)^{-1}$ .

É claro pela Eq.(2.51) que os resíduos relativos nas estruturas  $\not{q}$ , escalar, e  $\not{v}$  determinam diretamente  $M_N^*$  e  $\Sigma_v$ . Essas são as duas quantidades independentes que queremos determinar usando as RSQCD. Devemos notar, entretanto, que na aproximação de campo médio essas quantidades são independentes do momento, enquanto que as auto-energias que extrairemos das regras de soma dependerão explicitamente de  $|\mathbf{q}|$ . Assim, as representações das funções invariantes (no referencial de repouso da matéria nuclear) são

$$\Pi_s(q_0, |\mathbf{q}|) = -\lambda_N^{*2} \frac{M_N^*}{(q_0 - E_q)(q_0 - \bar{E}_q)} + \dots, \quad (2.54)$$

$$\Pi_q(q_0, |\mathbf{q}|) = -\lambda_N^{*2} \frac{1}{(q_0 - E_q)(q_0 - \bar{E}_q)} + \dots, \quad (2.55)$$

$$\Pi_v(q_0, |\mathbf{q}|) = \lambda_N^{*2} \frac{\Sigma_v}{(q_0 - E_q)(q_0 - \bar{E}_q)} + \dots. \quad (2.56)$$

O resíduo global  $\lambda_N^{*2}$  fornece o acoplamento do campo interpolante com o estado físico do quasi-nucleon, e os pontos ( $\dots$ ) representam as contribuições dos estados de energias mais altas, que serão parametrizadas em termos dos resultados da OPE. Nesta aproximação as

discontinuidades das funções invariantes sobre o eixo real de  $q_0$ , para um valor, real, fixo de  $|\mathbf{q}|$ , são funções delta:

$$\Delta\Pi_s(q_0, |\mathbf{q}|) = -2\pi i \frac{M_N^* \lambda^2}{2E_q^*} [\delta(q_0 - E_q) - \delta(q_0 - \bar{E}_q)] + \dots, \quad (2.57)$$

$$\Delta\Pi_q(q_0, |\mathbf{q}|) = -2\pi i \frac{\lambda^2}{2E_q^*} [\delta(q_0 - E_q) - \delta(q_0 - \bar{E}_q)] + \dots, \quad (2.58)$$

$$\Delta\Pi_u(q_0, |\mathbf{q}|) = +2\pi i \frac{\Sigma_u \lambda^2}{2E_q^*} [\delta(q_0 - E_q) - \delta(q_0 - \bar{E}_q)] + \dots. \quad (2.59)$$

É claro, pelas Eqs. (2.52) e (2.53), que para reproduzir o fato empírico de que as energias de partícula única do quasi-nucleon são aproximadamente independentes da densidade no meio nuclear, nós precisamos encontrar cancelamentos significativos entre  $\Sigma_s$  e  $\Sigma_u$ . Em contra partida, esses cancelamentos predizem uma mudança significativa na posição do “polo” de energia negativa,  $\bar{E}_q$ , em função da densidade, uma vez que as auto-energias escalar e vetorial são ambas atrativas nesse canal. Na realidade nós esperamos uma distribuição larga, ao invés de uma excitação estreita para o “polo” de energia negativa. Portanto este tipo de ansatz é muito mais apropriado para o quasi-nucleon de energia positiva do que para o anti-nucleon. Por esse motivo nós vamos minimizar a sensibilidade a essa parte da densidade espectral construindo regras de soma que suprimam essa contribuição em relação ao polo de energia positiva.

## 2.5 Transformada de Borel e Regras de Soma

As regras de soma são obtidas através da identificação das representações fenomenológica e da OPE da função de correlação. À densidades finitas, nós usamos a relação de dispersão em  $q_0$  com o tri-momento fixo, Eq.(2.43). Como discutido anteriormente, no referencial de repouso da matéria nuclear as funções invariantes podem ser convenientemente separadas em pedaços que são par e ímpar em  $q_0$ :

$$\Pi_i(q_0, |\mathbf{q}|) \equiv \Pi_i^E(q_0^2, |\mathbf{q}|) + q_0 \Pi_i^O(q_0^2, |\mathbf{q}|), \quad (2.60)$$

para  $i = \{s, q, u\}$ .

Em princípio poderíamos derivar duas regras de soma para cada função invariante  $\Pi_i$ : uma para  $\Pi_i^E$  e outra para  $\Pi_i^O$ . Isso significa que teríamos um total de seis regras de soma. Como tanto o polo de energia positiva quanto o polo de energia negativa contribuiriam para essas regras de soma, e como  $\bar{E}_q^2 < E_q^2$ , as regras de soma resultantes tenderiam a enfatizar a contribuição do polo de energia negativa. Entretanto, como discutido anteriormente, o ansatz de polo é muito menos justificável para o estado de quasi-nucleon com energia negativa. Além disso, por razões dimensionais, são os condensados de ordens mais altas que contribuirão para as funções  $\Pi_i^O$ , e esses condensados são os menos confiáveis. Portanto, as regras de soma derivadas para as funções  $\Pi_i^O$  sozinhas não são confiáveis.

A estratégia que adotaremos é derivar apenas três regras de soma para uma combinação linear otimizada das funções  $\Pi_i^{\text{p}}$  e  $\Pi_i^{\text{o}}$ , para cada  $i$ . Queremos, com essa combinação suprimir a importância do polo de energia negativa em comparação ao polo de energia positiva. Isso pode ser obtido através da escolha  $q_0 = -\overline{E}_q$ . Assim, as regras de soma para o nucleon à densidades finitas são construídas como:

$$\mathcal{B}[\Pi_i^{\text{p}}(q_0^2, |\mathbf{q}|) - \overline{E}_q \Pi_i^{\text{o}}(q_0^2, |\mathbf{q}|)]_{\text{OPE}} = \mathcal{B}[\Pi_i^{\text{p}}(q_0^2, |\mathbf{q}|) - \overline{E}_q \Pi_i^{\text{o}}(q_0^2, |\mathbf{q}|)]_{\text{phen}}, \quad (2.61)$$

para  $i = \{s, q, u\}$ , onde o lado esquerdo é obtido à partir da OPE, e o lado direito das relações de dispersão fenomenológicas.  $\mathcal{B}$  representa o operador transformada de Borel definido por

$$\mathcal{B}[f(q_0^2, |\mathbf{q}|)] \equiv \lim_{\substack{-q_0^2, n \rightarrow \infty \\ -q_0^2/n = M^2}} \frac{(-q_0^2)^{n+1}}{n!} \left( \frac{\partial}{\partial q_0^2} \right)^n f(q_0^2, |\mathbf{q}|) \equiv \hat{f}(M^2, |\mathbf{q}|). \quad (2.62)$$

Usando essa definição podemos mostrar que

$$\mathcal{B}[(q_0^2)^k] = 0 \quad \text{for } k \geq 0, \quad (2.63)$$

$$\mathcal{B} \left[ \frac{1}{(a^2 - q_0^2)^k} \right] = \frac{1}{(k-1)!} \left( \frac{1}{M^2} \right)^{k-1} e^{-a^2/M^2} \quad \text{for } k \geq 0, \quad (2.64)$$

$$\mathcal{B}[(a^2 - q_0^2)^k \ln(a^2 - q_0^2)] = k! (-M^2)^{k+1} e^{-a^2/M^2} \quad \text{for } k \geq 0. \quad (2.65)$$

Pela Eq.(2.63) fica claro que qualquer polinômio em  $q_0^2$  é eliminado pela transformada de Borel. Conseqüentemente, os termos polinomiais que acompanham a relação de dispersão não contribuem para as regras de soma. Dessas equações fica também claro que a única diferença da Eq.(2.62) com a transformada de Borel usual em  $Q^2 = -q^2$  [15], é um fator  $e^{-a^2/M^2}$ , comum a todos termos, no lado da OPE.

Para ver que a escolha  $q_0 = -\overline{E}_q$  suprime o polo de energia negativa e, portanto, torna o ansatz apropriado, nós podemos reescrever a Eq.(2.43) como

$$\Pi_i(q_0, |\mathbf{q}|) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \omega \frac{\Delta \Pi_i(\omega, |\mathbf{q}|)}{\omega^2 - q_0^2} + \frac{q_0}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \frac{\Delta \Pi_i(\omega, |\mathbf{q}|)}{\omega^2 - q_0^2}, \quad (2.66)$$

que para  $q_0 = -\overline{E}_q$  fornece

$$\mathcal{B}[\Pi_i^{\text{p}}(q_0^2, |\mathbf{q}|) - \overline{E}_q \Pi_i^{\text{o}}(q_0^2, |\mathbf{q}|)]_{\text{phen}} = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega (\omega - \overline{E}_q) \Delta \Pi_i(\omega, |\mathbf{q}|) e^{-\omega^2/M^2}, \quad (2.67)$$

da onde é claro que a contribuição do polo de energia negativa fica suprimido pelo fator  $(\omega - \overline{E}_q)$ , que é nulo para  $\omega = \overline{E}_q$ . Por essa expressão também fica claro que a contribuição dos estados de energias mais altas é suprimida exponencialmente. Além disso, as regras de soma obtidas pela Eq.(2.61) fornecem as regras de soma usuais no vácuo, já que a densidade espectral no vácuo é ímpar em  $\omega$ , portanto, a contribuição proporcional a  $\overline{E}_q$  é nula no limite  $\rho_N \rightarrow 0$ .



A Eq.(2.61) pode também ser derivada considerando uma integral de Cauchy sobre  $\Pi_i$ , ponderada por uma função peso  $W(\omega) = (\omega - \bar{E}_q)e^{-\omega^2/M^2}$ . Os detalhes dessa derivação podem ser encontrados na Ref.[32].

No lado da OPE da função de correlação trabalha-se, em geral, na ordem mais baixa da constante de acoplamento  $\alpha_s$ . Correções perturbativas  $\sim \alpha_s^n$  podem ser levadas em conta através da consideração da dimensão anômala da corrente e dos operadores [14]. Após a transformada de Borel, o efeito dessas correções é multiplicar cada termo no lado da OPE das regras de soma por um fator [14, 15]

$$\mathcal{L}^{-2\Gamma_\eta + \Gamma_{O_n}} \equiv \left[ \frac{\ln(M/\Lambda_{\text{QCD}})}{\ln(\mu/\Lambda_{\text{QCD}})} \right]^{-2\Gamma_\eta + \Gamma_{O_n}}, \quad (2.68)$$

onde  $\Gamma_\eta$  é a dimensão anômala do campo interpolante  $\eta$ ,  $\Gamma_{O_n}$  é a dimensão anômala do operador local correspondente,  $\mu$  é o ponto de normalização da OPE, e  $\Lambda_{\text{QCD}}$  é o parâmetro de escala da QCD. Em geral, os resultados das regras de soma da QCD dependem da escolha dos valores de  $\mu$  e  $\Lambda_{\text{QCD}}$ . Entretanto, quando tomamos as razões dos resultados à densidade finitas e no vácuo, como faremos, os resultados são praticamente independentes de  $\Lambda_{\text{QCD}}$  no intervalo  $100 \text{ MeV} \leq \Lambda_{\text{QCD}} \leq 200 \text{ MeV}$  [34]. Neste trabalho nós usaremos  $\Lambda_{\text{QCD}} = 150 \text{ MeV}$  e  $\mu = 500 \text{ MeV}$ .

As dimensões anômalas  $\Gamma_\eta$  e  $\Gamma_{O_n}$  dependem de  $N_f$ , o número de sabores.<sup>1</sup> Neste trabalho nós adotaremos  $N_f = 3$ , uma vez que o efeito dos quarks pesados virtuais é desprezível [14]. O campo interpolante definido na Eq. (2.5) tem dimensão anômala  $\Gamma_\eta = \frac{2}{9}$  [53]. A dimensão anômala do operador  $\bar{q}q$  é  $\frac{4}{9}$  [14]. Como  $\bar{q}\gamma_\mu q$  é uma corrente conservada, a dimensão anômala desse operador é zero.

Para os operadores de dimensões quatro e cinco, nós adotaremos os valores dos condensados correspondentes na escala de 1 GeV, e ignoraremos as dimensões anômalas desses operadores (ou seja, assumiremos  $\Gamma_{O_n} = 0$ ) seja porque os operadores são invariantes pelo grupo de renormalização, ou porque a dimensão anômala é pequena, ou porque a contribuição do condensado correspondente é pequena, ou ainda porque a precisão com que conhecemos os elementos de matriz desses operadores no estado do nucleon é tão pequena que as correções de dimensão anômala representam um refinamento injustificável.

Os operadores de quatro quarks não são, em geral, invariantes pelo grupo de renormalização. No vácuo, os efeitos de dimensão anômala não violam a suposição de fatorização em mais do que 10% [14], e assim assume-se que a dimensão anômala de um operador de quatro quarks é igual a soma das dimensões anômalas dos operadores fatorizados [15]. Neste trabalho nós assumiremos que essa suposição também seja válida no meio.

Aplicando as Eqs. (2.61)–(2.67) ao ansatz nas Eqs. (2.57)–(2.59) e aos resultados da OPE

---

<sup>1</sup>O fator  $1/b$  ( $b = 11 - \frac{2}{3}N_f$ ) está incluído na definição de  $\Gamma_\eta$  e  $\Gamma_{O_n}$  (veja Refs. [15, 17]).

nas Eqs. (2.35)–(2.40), nós obtemos tres regras de soma:

$$\begin{aligned}
\lambda_N^{*2} M_N^* e^{-(E_q^2 - q^2)/M^2} &= -\frac{c_1}{16\pi^2} M^4 E_1 \langle \bar{q}q \rangle_{\rho_N} - \frac{3c_2}{16\pi^2} M^2 E_0 \langle g_s \bar{q} \sigma \cdot \mathcal{G}q \rangle_{\rho_N} L^{-4/9} \\
&\quad - \frac{2c_3}{3\pi^2} q^2 \left( \langle \bar{q} i D_0 i D_0 q \rangle_{\rho_N} + \frac{1}{8} \langle g_s \bar{q} \sigma \cdot \mathcal{G}q \rangle_{\rho_N} \right) L^{-4/9} \\
&\quad - \frac{c_1}{3} \bar{E}_q \langle \bar{q}q \rangle_{\rho_N} \langle q^\dagger q \rangle_{\rho_N}, \tag{2.69}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\lambda_N^{*2} e^{-(E_q^2 - q^2)/M^2} &= \frac{c_4}{256\pi^4} M^6 E_2 L^{-4/9} + \frac{c_4}{256\pi^2} M^2 E_0 \left\langle \frac{\alpha_s}{\pi} G^2 \right\rangle_{\rho_N} L^{-4/9} \\
&\quad - \frac{c_4}{72\pi^2} M^2 \left( 5E_0 - 8 \frac{q^2}{M^2} \right) \langle q^\dagger i D_0 q \rangle_{\rho_N} L^{-4/9} \\
&\quad + \frac{c_1}{6} \langle \bar{q}q \rangle_{\rho_N}^2 L^{4/9} + \frac{c_4}{6} \langle q^\dagger q \rangle_{\rho_N}^2 L^{-4/9} + \frac{c_4}{24\pi^2} \bar{E}_q M^2 E_0 \langle q^\dagger q \rangle_{\rho_N} L^{-4/9} \\
&\quad - \frac{c_4}{12\pi^2} \bar{E}_q \left( 3 - 2 \frac{q^2}{M^2} \right) \left( \langle q^\dagger i D_0 i D_0 q \rangle_{\rho_N} + \frac{1}{12} \langle g_s q^\dagger \sigma \cdot \mathcal{G}q \rangle_{\rho_N} \right) L^{-4/9} \\
&\quad + \frac{c_5}{72\pi^2} \bar{E}_q \langle g_s q^\dagger \sigma \cdot \mathcal{G}q \rangle_{\rho_N} L^{-4/9}, \tag{2.70}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\lambda_N^{*2} \Sigma_v e^{-(E_q^2 - q^2)/M^2} &= \frac{c_4}{12\pi^2} M^4 E_1 \langle q^\dagger q \rangle_{\rho_N} L^{-4/9} - \frac{c_5}{48\pi^2} M^2 E_0 \langle g_s q^\dagger \sigma \cdot \mathcal{G}q \rangle_{\rho_N} L^{-4/9} \\
&\quad + \frac{c_4}{2\pi^2} q^2 \left( \langle q^\dagger i D_0 i D_0 q \rangle_{\rho_N} + \frac{1}{12} \langle g_s q^\dagger \sigma \cdot \mathcal{G}q \rangle_{\rho_N} \right) L^{-4/9} \\
&\quad + \frac{5c_4}{18\pi^2} \bar{E}_q M^2 E_0 \langle q^\dagger i D_0 q \rangle_{\rho_N} L^{-4/9} + \frac{c_4}{3} \bar{E}_q \langle q^\dagger q \rangle_{\rho_N}^2 L^{-4/9}, \tag{2.71}
\end{aligned}$$

onde nós definimos as seguintes quantidades,

$$E_0 \equiv 1 - e^{-s_0^*/M^2}, \tag{2.72}$$

$$E_1 \equiv 1 - e^{-s_0^*/M^2} \left( \frac{s_0^*}{M^2} + 1 \right), \tag{2.73}$$

$$E_2 \equiv 1 - e^{-s_0^*/M^2} \left( \frac{s_0^{*2}}{2M^4} + \frac{s_0^*}{M^2} + 1 \right), \tag{2.74}$$

que levam em consideração a contribuição dos estados no contínuo, para as regras de soma. Nas Eqs. (2.72)–(2.74),  $s_0^* \equiv \omega_0^2 - q^2$ , onde  $\omega_0$  é a energia no limiar do contínuo. Em princípio, os limiares efetivos são diferentes para energias positivas e negativas, e também para regras de soma diferentes. Entretanto essas diferenças não são importantes neste caso. Além disso, os limiares não são determinados com muita precisão pelas regras de soma, e assim, os efeitos

devidos a limiares diferentes são facilmente absorvidos por uma pequena mudança nos outros parâmetros. Neste trabalho nós usamos um único limiar do contínuo para todas regras de soma.

## 2.6 Condensados na Matéria Nuclear

Para extrair o valor das auto-energias das regras de soma para o nucleon no meio, precisamos saber o valor dos condensados que aparecem nas Eqs. (2.69)–(2.71). Nós estimamos esses condensados em primeira ordem na densidade bariônica  $\rho_N$ . Assim, os valores dos condensados no meio serão dados por:

$$\langle \hat{O} \rangle_{\rho_N} = \langle \hat{O} \rangle_{\text{vac}} + \langle \hat{O} \rangle_N \rho_N, \quad (2.75)$$

onde  $\langle \hat{O} \rangle_{\rho_N}$  é o valor do condensado no meio,  $\langle \hat{O} \rangle_{\text{vac}}$  é seu valor no vácuo, e  $\langle \hat{O} \rangle_N$  é o valor esperado do operador no estado do nucleon:  $\langle \hat{O} \rangle_N = \langle N | \hat{O} | N \rangle$ , com  $|N\rangle$  representando o vetor de estado do nucleon em repouso.

No caso do condensado de quarks esse valor esperado é proporcional ao termo sigma do nucleon, definido como

$$\sigma_N = m_q \langle N | \bar{u}u + \bar{d}d | N \rangle = 2m_q \langle N | \bar{q}q | N \rangle, \quad (2.76)$$

onde  $m_q \equiv \frac{1}{2}(m_u + m_d)$  é a média das massas dos quarks  $u$  e  $d$ . O valor de  $\sigma_N$  pode ser extraído, após extrapolações teóricas não triviais, de dados de espalhamento  $\pi - N$ , e pode também ser calculado à partir das regras de soma da QCD [54].

Para um operador genérico,  $\hat{O}$ , não existe uma forma sistemática para se estudar contribuições para  $\langle \hat{O} \rangle_{\rho_N}$  em ordens maiores de  $\rho_N$ . Entretanto, no caso do condensado de quarks, correções de ordens mais altas em  $\rho_N$  podem ser estudadas através da aplicação do teorema de Hellman-Feynman [55], apesar do fato de que essas correções são necessariamente dependentes de modelo. Na Ref. [55] foi mostrado que a aproximação linear para  $\langle \bar{q}q \rangle_{\rho_N}$  é boa até a densidade de saturação da matéria nuclear (correções de ordens mais altas são aproximadamente 20% do termo linear). Neste trabalho nós assumimos que a aproximação linear é boa para todos condensados, até a densidade de saturação da matéria nuclear.

Os condensados mais importantes nas regras de soma para o nucleon à densidades finitas são os condensados de quarks de dimensão três  $\langle \bar{q}q \rangle_{\rho_N}$  e  $\langle q^\dagger q \rangle_{\rho_N}$ , que são dados por

$$\langle \bar{q}q \rangle_{\rho_N} = \langle \bar{q}q \rangle_{\text{vac}} + \frac{\sigma_N}{2m_q} \rho_N, \quad (2.77)$$

$$\langle q^\dagger q \rangle_{\rho_N} = \frac{3}{2} \rho_N. \quad (2.78)$$

O valor numérico do condensado de quarks no vácuo pode ser determinado pela relação de Gell-Mann–Oakes–Renner [56]

$$(m_u + m_d) \langle \bar{q}q \rangle_{\text{vac}} = -m_\pi^2 f_\pi^2 [1 + O(m_\pi^2)]. \quad (2.79)$$

onde  $m_\pi$  e  $f_\pi$  são respectivamente a massa e a constante de decaimento do pión. Como ambos lados da Eq. (2.79) são invariantes pelo grupo de renormalização [57], podemos usar o valor das massas dos quarks numa escala particular, e determinar o valor do condensado de quarks nessa mesma escala. Assim, usando  $m_\pi = 138 \text{ MeV}$ ,  $f_\pi = 93 \text{ MeV}$  e  $m_u + m_d = 14 \pm 4 \text{ MeV}$  na escala  $1 \text{ GeV}$  [58], temos

$$\langle \bar{q}q \rangle_{\text{vac}} \simeq -(0.225 \pm 0.025 \text{ GeV})^3, \quad (2.80)$$

na escala de renormalização de  $1 \text{ GeV}$ .

A estimativa mais recente do termo sigma é  $\sigma_N \simeq 45 \pm 10 \text{ MeV}$  [59]. Na Ref. [54] nós usamos as regras de soma da QCD no método do campo externo introduzido por Ioffe e Smilga [60], para avaliar o elemento de matriz da densidade de corrente escalar-isoescalar  $\bar{u}u + \bar{d}d$ . O valor obtido para o termo sigma usando as RSQCD é  $\sigma_N \simeq 36 \pm 5 \text{ MeV}$ , em boa concordância com o resultado da Ref. [59]. Assim, o condensado de quarks no meio, na densidade de saturação da matéria nuclear, é 30–40% menor do que no vácuo.

O condensado de gluons na matéria é dado por

$$\left\langle \frac{\alpha_s}{\pi} G^2 \right\rangle_{\rho_N} = \left\langle \frac{\alpha_s}{\pi} G^2 \right\rangle_{\text{vac}} + \left\langle \frac{\alpha_s}{\pi} G^2 \right\rangle_N \rho_N. \quad (2.81)$$

O condensado de gluons foi estimado primeiramente à partir de análises do decaimento leptônico dos mesons  $\rho_0$  e  $\phi_0$  [61], e de análises de regras de soma do espectro do charmonium [14]. O valor numérico do condensado de gluons no vácuo é [62] (veja também nessa referência uma discussão sobre a extração do condensado de gluons à partir da QCD na rede)

$$\left\langle \frac{\alpha_s}{\pi} G^2 \right\rangle_{\text{vac}} \simeq (0.33 \pm 0.04 \text{ GeV})^4. \quad (2.82)$$

O produto  $(\alpha_s/\pi)G^2$  é aproximadamente invariante pelo grupo de renormalização [57].

O valor de  $\langle (\alpha_s/\pi)G^2 \rangle_N$  pode ser estimado usando-se a anomalia do traço [36, 55]

$$\left\langle \frac{\alpha_s}{\pi} G^2 \right\rangle_N = -\frac{8}{9}(M_N - \sigma_N - S_N), \quad (2.83)$$

onde  $M_N$  é a massa do nucleon,  $\sigma_N$  é o termo sigma do nucleon, e  $S_N \equiv m_s \langle \bar{s}s \rangle_N$ . O elemento de matriz  $\langle \bar{s}s \rangle_N$  é em geral parametrizado em termos da quantidade adimensional

$$y \equiv \frac{\langle \bar{s}s \rangle_N}{\langle \bar{q}q \rangle_N}, \quad (2.84)$$

que mede o conteúdo de estranheza do nucleon. Cálculos que analisam o espectro de massa do octeto de bárions, no contexto de simetria de sabor do  $SU(3)$ , indicam que o termo sigma do nucleon está relacionado com  $y$  da seguinte maneira [59]

$$\sigma_N = \frac{\sigma_N^0}{1 - y}, \quad (2.85)$$

onde  $\sigma_N^0$  é o termo sigma no limite de conteúdo estranho nulo. Assim,  $S_N$  pode ser parametrizado como

$$S_N = \left( \frac{m_s}{m_u + m_d} \right) (\sigma_N - \sigma_N^0) . \quad (2.86)$$

Na Ref. [59], através de uma análise de  $\sigma_N^0$ , baseada em teoria de perturbação em  $m_s - m_q$ , obteve-se  $\sigma_N^0 \simeq 35 \pm 5$  MeV. Usando  $m_s/(m_u + m_d) \simeq 13$  [59], nós obtemos a seguinte estimativa para o elemento de matriz da Eq. (2.83):

$$\left\langle \frac{\alpha_s}{\pi} G^2 \right\rangle_N \simeq -0.650 \pm 0.150 \text{ GeV} . \quad (2.87)$$

Isso faz com que o condensado de gluons, na densidade de saturação da matéria nuclear, seja 5-10% menor do que no vácuo.

O outro condensado de dimensão 4 é dado por

$$\langle q^\dagger i D_0 q \rangle_{\rho_N} = \langle q^\dagger i D_0 q \rangle_N \rho_N , \quad (2.88)$$

onde o elemento de matriz  $\langle q^\dagger i D_0 q \rangle_N$  pode ser relacionado com as funções de distribuição de momentos dos partons, medidas em experiências de espalhamento inelástico profundo [36, 41]

$$\langle q^\dagger i D_0 q \rangle_N = \frac{3}{8} M_N A_n^q(\mu^2) \simeq 0.18 \pm 0.01 \text{ GeV} , \quad (2.89)$$

onde foi usada a escala de renormalização  $\mu = 1$  GeV. As funções de distribuição de momentos dos partons são definidas como [63, 64, 65]

$$A_n^q(\mu^2) = 2 \int_0^1 dx x^{n-1} [q(x, \mu^2) + (-1)^n \bar{q}(x, \mu^2)] , \quad (2.90)$$

onde  $q(x, \mu^2)$  e  $\bar{q}(x, \mu^2)$  são as funções de distribuição de quarks e anti-quarks no nucleon [66, 67].

O condensado de quarks e gluons no vácuo  $\langle g_s \bar{q} \sigma \cdot \mathcal{G} q \rangle_{\text{vac}}$  é expresso em termos do condensado de quarks no vácuo  $\langle \bar{q} q \rangle_{\text{vac}}$ :

$$\langle g_s \bar{q} \sigma \cdot \mathcal{G} q \rangle_{\text{vac}} \equiv 2 \lambda_q^2 \langle \bar{q} q \rangle_{\text{vac}} , \quad (2.91)$$

onde  $\lambda_q^2$  parametriza a intensidade média do campo do gluon no vácuo e a virtualidade média (momento quadrado) dos quarks no vácuo da QCD. A estimativa padrão das regras de soma da QCD para essa quantidade é  $\lambda_q^2 = 0.4 \pm 0.1 \text{ GeV}^2$  [68, 69]. Valores um pouco maiores tem sido obtidos à partir de cálculos na rede ( $\lambda_q^2 = 0.55 \pm 0.05 \text{ GeV}^2$ ) [70] e à partir de análises das regras de soma para o fator de forma do pión, usando condensados não locais de quarks e gluons ( $\lambda_q^2 = 0.7 \pm 0.1 \text{ GeV}^2$ ) [71]. Neste trabalho nós usaremos  $\lambda_q^2 = 0.4 \text{ GeV}^2$ .

Nós estimamos  $\langle g_s \bar{q} \sigma \cdot \mathcal{G} q \rangle_{\rho_N}$  por uma analogia ao tratamento dado a esse condensado no vácuo:

$$\langle g_s \bar{q} \sigma \cdot \mathcal{G} q \rangle_{\rho_N} \equiv 2 \lambda_q^2 (\rho_N) \langle \bar{q} q \rangle_{\rho_N} . \quad (2.92)$$

e, em vista das incertezas na determinação de  $\lambda_q^{*2}(\rho_N)$  [33, 34], nós assumiremos  $\lambda_q^{*2}(\rho_N) \sim \lambda_q^2$ . Assim, nós obtemos

$$\langle g_s \bar{q} \sigma \cdot \mathcal{G} q \rangle_N \sim \frac{2\lambda_q^2 \sigma_N}{m_u + m_d} \simeq 3 \text{ GeV}^2, \quad (2.93)$$

onde nós usamos  $\sigma_N \simeq 45 \text{ MeV}$  [59] e  $m_u + m_d \simeq 14 \text{ MeV}$  [58].

Os demais condensados de dimensão 5, que aparecem nas regras de soma das Eqs.(2.69)–(2.71), são dados por

$$\langle g_s q^\dagger \sigma \cdot \mathcal{G} q \rangle_{\rho_N} = \langle g_s q^\dagger \sigma \cdot \mathcal{G} q \rangle_N \rho_N, \quad (2.94)$$

$$\langle q^\dagger i D_0 i D_0 q \rangle_{\rho_N} + \frac{1}{12} \langle g_s q^\dagger \sigma \cdot \mathcal{G} q \rangle_{\rho_N} = \left( \langle q^\dagger i D_0 i D_0 q \rangle_N + \frac{1}{12} \langle g_s q^\dagger \sigma \cdot \mathcal{G} q \rangle_N \right) \rho_N, \quad (2.95)$$

$$\langle \bar{q} i D_0 i D_0 q \rangle_{\rho_N} + \frac{1}{8} \langle g_s \bar{q} \sigma \cdot \mathcal{G} q \rangle_{\rho_N} = \left( \langle \bar{q} i D_0 i D_0 q \rangle_N + \frac{1}{8} \langle g_s \bar{q} \sigma \cdot \mathcal{G} q \rangle_N \right) \rho_N. \quad (2.96)$$

O elemento de matrix  $\langle g_s q^\dagger \sigma \cdot \mathcal{G} q \rangle_N$  foi estimado nas Refs. [72, 73]. O intervalo de valores obtido nessas estimativas é  $-0.33 \text{ GeV}^2 \leq \langle g_s q^\dagger \sigma \cdot \mathcal{G} q \rangle_N \leq 0.66 \text{ GeV}^2$ . Neste trabalho nós usaremos  $\langle g_s q^\dagger \sigma \cdot \mathcal{G} q \rangle_N = -0.33 \text{ GeV}^2$ , que foi obtido de uma análise baseada em regras de soma da QCD [73].

A combinação que aparece na Eq. (2.95) foi estimada na Ref. [33] usando as funções de distribuição de partons [66, 67]. O resultado é:

$$\langle q^\dagger i D_0 i D_0 q \rangle_{\rho_N} + \frac{1}{12} \langle g_s q^\dagger \sigma \cdot \mathcal{G} q \rangle_{\rho_N} \simeq 0.031 \text{ GeV}^2 \rho_N. \quad (2.97)$$

No caso do elemento de matrix  $\langle \bar{q} i D_0 i D_0 q \rangle_N$ , uma estimativa simples baseada em modelos de bag [33] fornece  $\langle \bar{q} i D_0 i D_0 q \rangle_N = 0$ . Assim, usando o resultado da Eq. (2.93) nós temos

$$\langle \bar{q} i D_0 i D_0 q \rangle_{\rho_N} + \frac{1}{8} \langle g_s \bar{q} \sigma \cdot \mathcal{G} q \rangle_{\rho_N} \simeq 0.3 \text{ GeV}^2 \rho_N. \quad (2.98)$$

Apesar de nenhum dos condensados de dimensão 5 ter sido determinado com uma boa precisão, a contribuição deles para as regras de soma é bastante pequena, e portanto, os resultados das auto-energias do nucleon no meio não são muito sensíveis a essa imprecisão.

Os condensados de quatro quarks são numericamente importantes tanto nas regras de soma no vácuo, quanto na matéria, porque eles contribuem em diagramas tipo árvore e, portanto, não carregam os fatores de supressão numérica tipicamente associados aos loops. Nas regras de soma derivadas na Sec. 2.5, nós incluímos a contribuição dos condensados de quatro quarks no meio, de uma forma fatorizada. Entretanto, a aproximação de fatorização pode não ser justificável na matéria nuclear. No caso dos condensados de quatro quarks “escalar-vetorial”,  $\langle \bar{q} q \rangle_{\rho_N} \langle q^\dagger q \rangle_{\rho_N}$ , e “vetorial-vetorial”,  $\langle q^\dagger q \rangle_{\rho_N}^2$ , essas preocupações não são importantes já que esses condensados dão contribuições bastante pequenas às regras de soma. Entretanto, a contribuição do condensado de quatro quarks “escalar-escalar”,  $\langle \bar{q} q \rangle_{\rho_N}^2$ ,

é bastante importante. Na forma fatorizada, a dependência com a densidade do condensado de quatro quarks escalar-escalar, é muito forte, e não é claro se essa dependência com a densidade não é simplesmente um artefato do esquema de aproximação. Devido a isso, nós escolhemos parametrizar a dependência com a densidade do condensado de quatro quarks escalar-escalar, de tal forma a interpolar entre as formas fatorizada no vácuo e na matéria nuclear:

$$\langle \bar{q}q \rangle_{\rho_N}^2 \rightarrow \langle \widetilde{\bar{q}q} \rangle_{\rho_N}^2 = (1 - f) \langle \bar{q}q \rangle_{\text{vac}}^2 + f \langle \bar{q}q \rangle_{\rho_N}^2, \quad (2.99)$$

onde  $f$  é um parâmetro real. O condensado fatorizado  $\langle \bar{q}q \rangle_{\rho_N}^2$  que aparece na Eq. (2.70) será trocado por  $\langle \widetilde{\bar{q}q} \rangle_{\rho_N}^2$  nos nossos cálculos. Nós consideraremos valores de  $f$  no intervalo  $0 \leq f \leq 1.0$ ;  $f = 0$  corresponde ao caso em que o condensado de quatro quarks não depende da densidade, e  $f = 1$  corresponde à suposição de fatorização na matéria nuclear.

## 2.7 Resultados

Em princípio, os resultados das regras de soma deveriam ser independentes do parâmetro auxiliar  $M^2$ . Na prática, entretanto, nós truncamos a OPE, e usamos um ansatz fenomenológico aproximado para a densidade espectral. Assim, nós esperamos que as duas descrições tenham uma boa concordância pelo menos em alguma região limitada de  $M^2$ . Ou seja, esperamos que nessa região as grandezas extraídas das regras de soma sejam aproximadamente independentes de  $M^2$ , *i.e.*, exibam um platô. Estudos das regras de soma para o nucleon no vácuo, que incluem condensados até dimensão seis, não fornecem um platô particularmente estável [15, 42, 60], entretanto, assume-se que a concordância entre as regras de soma é aceitável, apesar de imperfeita. Neste trabalho nós iremos normalizar as predições das regras de soma à densidades finitas com as predições à densidade zero, esperando que esse processo diminua a dependência dos resultados com a massa de Borel  $M^2$ . Nós fixamos o valor do momento em  $|\mathbf{q}| = 270 \text{ MeV}$ . A dependência dos resultados com  $|\mathbf{q}|$  será analisada na Sec. 2.8. Todos resultados que apresentaremos serão calculados na densidade de saturação da matéria nuclear, que é dada por  $\rho_N = (110 \text{ MeV})^3$ .

Para analisar as regras de soma e extrair os valores das auto-energias, nós escolheremos uma região da massa de Borel onde a contribuição do quasi-nucleon para as regras de soma seja dominante em relação à contribuição dos estados no contínuo. Além disso, essa região também é escolhida de tal forma que a contribuição dos condensados de dimensões mais altas seja apenas uma fração da contribuição dos primeiros termos da OPE. Chama-se essa região da massa de Borel de região *fiducial*. Neste trabalho a região *fiducial* será escolhida de tal forma que no valor de  $M^2$  mínimo, a contribuição do condensado de dimensão mais alta não seja maior que 10% do que o lado direito das Eqs. (2.69)–(2.71), e no valor de  $M^2$  máximo a contribuição do contínuo seja menor do que 50% da contribuição fenomenológica total. Para quantificar a qualidade da concordância entre os lados direito e esquerdo das regras de soma, nós usaremos a medida logarítmica

$$\delta(M^2) = \ln \left[ \frac{\max\{\lambda_N'^2 e^{-(E_q^2 - \mathbf{q}^2)/M^2}, \Pi_s'/M_N^*, \Pi_q', \Pi_u'/\Sigma_v\}}{\min\{\lambda_N'^2 e^{-(E_q^2 - \mathbf{q}^2)/M^2}, \Pi_s'/M_N^*, \Pi_q', \Pi_u'/\Sigma_v\}} \right], \quad (2.100)$$

que será ponderada sobre 150 pontos igualmente espaçados na região *fiducial* de  $M^2$ . Nessa equação,  $\Pi'_s$ ,  $\Pi'_q$ , e  $\Pi'_u$  representam o lado direito das Eqs. (2.69)–(2.71) respectivamente. As previsões para  $M_N^*$ ,  $\Sigma_v$ ,  $s_0^*$ , e  $\lambda_N^{*2}$  são obtidas pela minimização de  $\delta$ . Este tratamento dá um peso maior para a região onde a contribuição do contínuo é mínima, e diminui a sensibilidade aos pontos extremos da região *fiducial*. Para obter a massa do nucleon no vácuo, nós aplicamos este mesmo procedimento para as regras de soma no limite de densidade nula.

Nesta seção nós estaremos usando os valores  $\langle \bar{q}q \rangle_{\text{vac}} \simeq -(245 \text{ MeV})^3$  e  $\langle (\alpha_s/\pi)G^2 \rangle_{\text{vac}} = (330 \text{ MeV})^4$ . Nós analisaremos primeiro as regras de soma no intervalo de Borel fixo em  $0.8 \leq M^2 \leq 1.4 \text{ GeV}^2$ , que foi identificado por Ioffe e Smilga [60] como a região *fiducial* para as regras de soma do nucleon no vácuo. Nós começaremos com o campo interpolante de Ioffe, ou seja,  $t = -1$  na Eq. (2.5). Os resultados otimizados para as razões  $M_N^*/M_N$ ,  $\Sigma_v/M_N$ , e  $E_q/M_N$  como funções de  $f$  estão mostrados na Fig. 2.1.

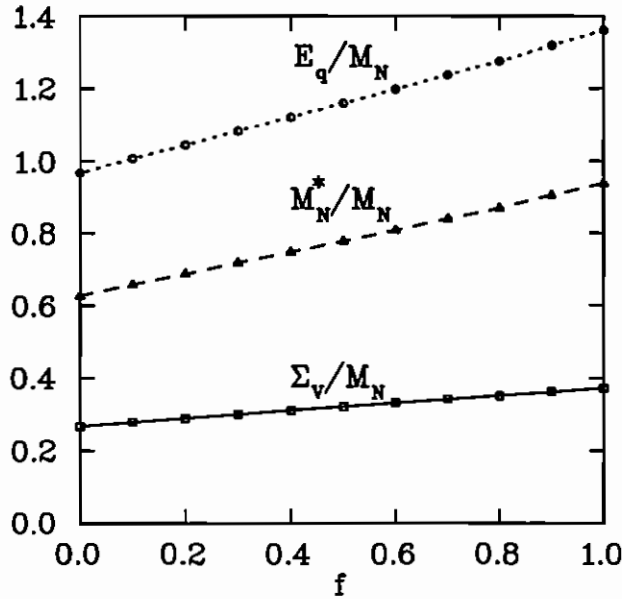


Figura 2.1: Previsões das regras de soma para  $M_N^*/M_N$ ,  $\Sigma_v/M_N$ , e  $E_q/M_N$  como funções de  $f$ , para o campo interpolante de Ioffe.

Podemos ver pela Fig. 2.1 que  $M_N^*/M_N$  e  $E_q/M_N$  variam rapidamente com  $f$ , enquanto que  $\Sigma_v/M_N$  é razoavelmente insensível a  $f$ . Portanto, as previsões das regras de soma para a auto-energia escalar dependem fortemente da dependência com a densidade do condensado de quatro quarks. Para valores pequenos de  $f$  ( $0 \leq f \leq 0.3$ ), as previsões são

$$M_N^*/M_N \sim 0.63 - 0.72, \quad (2.101)$$

$$\Sigma_v/M_N \sim 0.24 - 0.30, \quad (2.102)$$

que são comparáveis com valores típicos da fenomenologia relativística. Por outro lado, para



grandes  $f$  ( $0.7 \leq f \leq 1.0$ ), nós obtemos  $\Sigma_v/M_N \sim 0.34 - 0.37$ , que ainda é razoável. Porém, as previsões para  $M_N^*/M_N$  e  $E_q/M_N$  são  $M_N^*/M_N \sim 0.84 - 0.94$  e  $E_q/M_N \sim 1.24 - 1.36$  que implica  $\Sigma_s/M_N \sim 0.06 - 0.16$ , e uma mudança significativa na energia do polo do quasinucleon em relação à sua posição no vácuo (a auto-energia líquida é repulsiva). Assim, uma dependência forte com a densidade do condensado de quatro quarks leva a uma auto-energia escalar quase nula, e a uma auto-energia vetorial de algumas centenas de MeV de magnitude. As previsões para as razões  $\lambda_N^{*2}/\lambda_N^2$  e  $s_0^*/s_0$  também dependem de  $f$ . Para pequenos valores de  $f$ , o limiar do contínuo  $s_0^*$  fica perto do valor no vácuo, enquanto que o resíduo  $\lambda_N^{*2}$  cai aproximadamente 20% em relação ao seu valor no vácuo (note entretanto que essas quantidades são em geral determinadas com pouca precisão pelas regras de soma). Para grandes valores de  $f$ , o limiar do contínuo aumenta de 20 a 25% em relação ao seu valor no vácuo, e o resíduo aumenta aproximadamente 20%, implicando num razoável rearranjo do espectro. Para valores intermediários de  $f$ , tanto o limiar do contínuo quanto o resíduo ficam bem próximos dos valores correspondentes no vácuo.

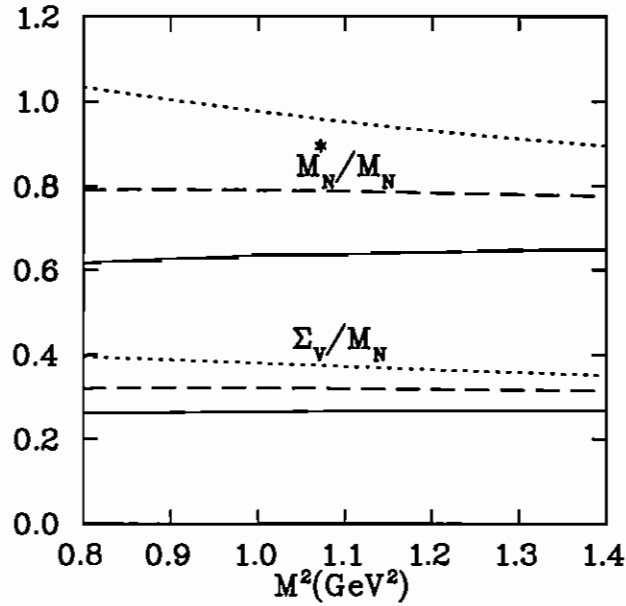


Figura 2.2: Razões  $M_N^*/M_N$  e  $\Sigma_v/M_N$  como funções da massa de Borel  $M^2$ . As linhas sólida, tracejada e pontilhada correspondem respectivamente a  $f = 0, 0.5$ , e  $1.0$ .

Das expressões das regras de soma nas Eqs. (2.69)-(2.71), é fácil observar que as razões  $\Pi'_s/\Pi'_q$  e  $\Pi'_u/\Pi'_q$  fornecem  $M_N^*$  e  $\Sigma_v$  como funções da massa de Borel  $M^2$ , e  $\Pi'_s/\Pi'_q$  no limite de densidade zero fornece a massa do nucleon no vácuo,  $M_N$ , como função de  $M^2$ . Na Fig. 2.2, as razões  $M_N^*/M_N$  e  $\Sigma_v/M_N$  estão plotadas como funções de  $M^2$  para três valores diferentes de  $f$ , com  $E_q$ ,  $\bar{E}_q$  e o limiar do contínuo fixos nos seus valores otimizados. As curvas para  $f = 0$  e  $f = 0.5$  (curvas com linhas sólida e tracejada respectivamente) são razoavelmente horizontais na região ótima, e isso implica numa dependência suave das quantidades plotadas em função de  $M^2$  (apesar das previsões das regras de soma individuais, antes de se tomar

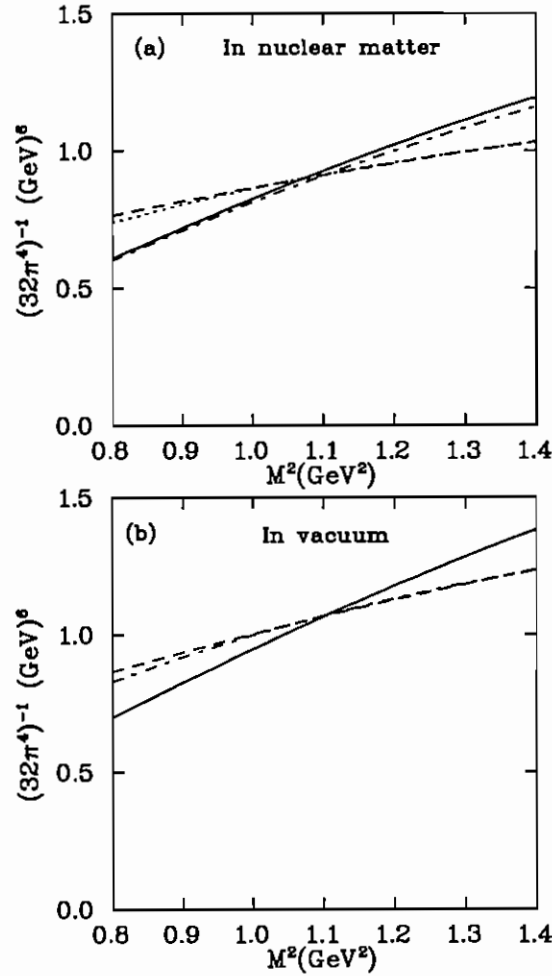


Figura 2.3: (a) Os lados direito e esquerdo das regras de soma à densidades finitas como função de  $M^2$  para  $t = -1$  e  $f = 0$ . As quatro curvas correspondem à:  $\Pi'_s/M_N^*$  (sólida),  $\Pi'_q$  (tracejada),  $\Pi'_u/\Sigma_v$  (ponto-tracejada), e  $\lambda_N^{*2} e^{-(E_q^2 - \bar{q}^2)/M^2}$  (pontilhada). (b) Os lados direito e esquerdo das regras de soma correspondentes no vácuo. As três curvas correspondem à:  $\Pi'_s/M_N$  (sólida),  $\Pi'_q$  (tracejada), e  $\lambda_N^{*2} e^{-M_N^2/M^2}$  (ponto-tracejada) no limite de densidade zero.

as razões, não serem suaves). Para  $f = 1$  (curva pontilhada), a razão  $\Sigma_v/M_N$  é horizontal, indicando novamente uma fraca dependência com  $M^2$ ; em comparação  $M_N^*/M_N$  muda significativamente na região de interesse.

Para testar quão bem as regras de soma à densidades finitas trabalham, nós plotamos  $\lambda_N^{*2} e^{-(E_q^2 - \bar{q}^2)/M^2}$ ,  $\Pi'_s/M_N^*$ ,  $\Pi'_q$ , e  $\Pi'_u/\Sigma_v$  como funções de  $M^2$ , para  $f = 0$ , na Fig. 2.3(a), usando os valores otimizados de  $M_N^*$ ,  $\Sigma_v$ ,  $s_0^*$ , e  $\lambda_N^{*2}$ . Se as regras de soma fossem perfeitas nós esperaríamos que as quatro curvas se superpusessem. Nós observamos que a dependência com  $M^2$  na região de interesse é da ordem de 15%.

A concordância entre as regras de soma correspondentes no vácuo (*i.e.*, no limite de densidade zero) é mostrada na Fig. 2.3(b). Podemos ver que a qualidade das regras de soma no meio é similar à das regras de soma no vácuo. É interessante mencionar que conforme o

valor de  $f$  aumenta, a superposição entre as regras de soma melhora. Entretanto, isso não quer necessariamente dizer que os resultados obtidos com  $f$  grande sejam mais confiáveis, porque outras correções, como por exemplo a consideração de condensados de dimensões maiores, irão mudar o comportamento dessas regras de soma.

Em todos os resultados fornecidos acima nós usamos o campo interpolante de Ioffe ( $t = -1$ ). Vamos agora considerar o campo interpolante geral dado pela Eq. (2.5). Na Fig. 2.4 nós mostramos os resultados obtidos para as razões  $M_N^*/M_N$  e  $\Sigma_v/M_N$  como funções de  $t$  para três valores diferentes de  $f$ . Podemos observar que a razão  $\Sigma_v/M_N$  aumenta com  $t$  (no intervalo de valores de  $t$  considerado) para os três valores considerados de  $f$ . Já a razão  $M_N^*/M_N$ , aumenta levemente com  $t$  para  $f = 0.2$ , permanece aproximadamente constante para  $f = 0.5$ , e diminui levemente com  $t$  para  $f = 1$ . Nossos resultados mostram que as contribuições do contínuo aumentam e que o resíduo diminui conforme  $t$  aumenta. Isso faz com que a superposição entre as regras de soma melhore conforme  $t$  aumenta. Os resultados obtidos para o limiar do contínuo, por outro lado, dependem fracamente de  $t$ .

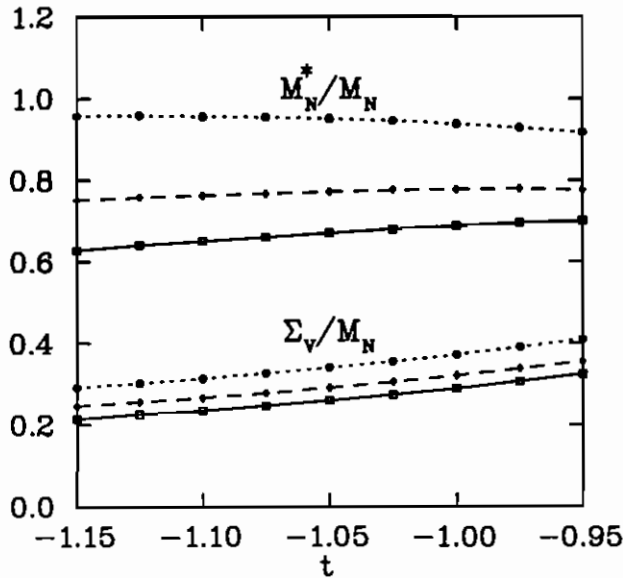


Figura 2.4: Valores obtidos para  $M_N^*/M_N$  e  $\Sigma_v/M_N$ , em função de  $t$ , a partir da otimização das regras de soma. As três curvas correspondem a  $f = 0.2$  (sólida),  $f = 0.5$  (tracejada) e  $f = 1$  (pontilhada).

Observamos também que para  $f < 0.2$  e  $-1.15 \leq t \leq -1.05$  a convergência do processo de otimização é muito lenta, e os valores obtidos para o limiar do contínuo e para o resíduo ficam muito abaixo dos obtidos para  $f > 0.2$ . Neste caso as contribuições do contínuo passam a ser dominantes nas regras de soma, e portanto as previsões para  $M_N^*$  e  $\Sigma_v$  deixam de ter significado.

Nós vamos agora passar a analisar as regras de soma mantendo um limite superior no valor da massa de Borel, de tal forma que a contribuição do contínuo fique sempre abaixo de 50%. O valor inferior da massa de Borel continuará fixo em  $M^2 = 0.8 \text{ GeV}^2$ , e isso é justificado

pelo fato de não estarmos incluindo na nossa análise condensados de dimensões superiores a seis. Estudos das regras de soma da QCD no vácuo [60] sugerem que as contribuições desses condensados de dimensões mais altas sejam pequenas para  $M^2 \geq 0.8 \text{ GeV}^2$ , e esperamos que isso permaneça assim no meio. As duas linhas sólidas na Fig. 2.5 são os resultados obtidos para  $M_N^*/M_N$  e  $\Sigma_v/M_N$ , com  $f = 0.5$ , impondo-se uma janela de Borel (para cada  $t$ ) tal que a contribuição do contínuo seja sempre menor que 50% (no limite superior). Nós usamos esse mesmo procedimento para extrair a massa do nucleon das regras de soma no vácuo. As duas curvas pontilhadas nessa figura correspondem aos valores de  $M_N^*/M_N$  e  $\Sigma_v/M_N$  obtidos usando uma janela de Borel fixa em  $0.8 \leq M^2 \leq 1.4 \text{ GeV}^2$ . Podemos observar que as curvas para  $\Sigma_v/M_N$  quase que se superpõe, mostrando que a mudança no limite superior de  $M^2$  tem um efeito muito pequeno no valor de  $\Sigma_v/M_N$ . Por outro lado esse efeito já não é desprezível no caso do valor obtido para  $M_N^*/M_N$ , principalmente para os valores menores de  $t$ . Mesmo assim a variação máxima observada é da ordem de 5-10%, e tende a zero conforme  $t$  cresce. Assim, podemos concluir que nossos resultados para as duas razões,  $M_N^*/M_N$  e  $\Sigma_v/M_N$ , são bastante estáveis, e muito pouco afetados pela escolha do limite superior da janela de Borel. Também os valores obtidos para o limiar do contínuo, e para o resíduo dependem fracamente do limite superior da janela de Borel. Observamos também que o tamanho da janela de Borel resultante diminui conforme  $t$  cresce.

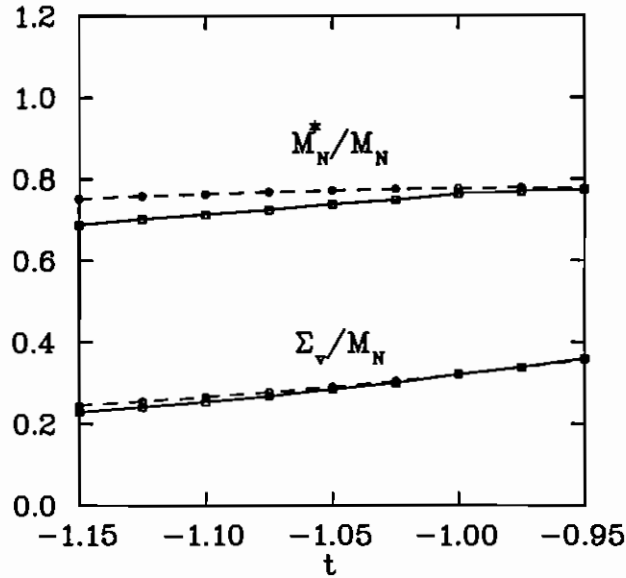


Figura 2.5: Resultados das regras de soma otimizadas para  $M_N^*/M_N$  e  $\Sigma_v/M_N$  como função de  $t$ , para  $f = 0.5$ . As linhas sólidas correspondem aos resultados obtidos impondo-se uma contribuição do contínuo  $\leq 50\%$ , enquanto que as linhas tracejadas mostram os resultados obtidos usando-se o intervalo fixo da janela de Borel  $0.8 \leq M^2 \leq 1.4 \text{ GeV}^2$ .

## 2.8 Análise Qualitativa

Para testar o efeito das predições das regras de soma em função dos outros parâmetros tais como o tri-momento  $\mathbf{q}$ , o valor escolhido de  $\overline{E}_q$ , e também a dependência com os vários condensados, nós vamos nos limitar ao uso da corrente de Ioffe ( $t = -1$ ), e manter a janela de Borel fixa em  $0.8 \leq M^2 \leq 1.4 \text{ GeV}^2$ . Sempre que um parâmetro ou um condensado for alterado, o resto dos parâmetros e condensados serão mantidos nos valores usados acima.

Vamos começar com a análise da dependência com  $\mathbf{q}$ . No nosso tratamento das regras de soma,  $\mathbf{q}$  caracteriza estados distintos de quasi-partícula com auto-energias diferentes. O tri-momento entra nas regras de soma sómente através de  $\overline{E}_q$ , da combinação  $E_q^2 - \mathbf{q}^2$ , e dos fatores  $\mathbf{q}^2$  que acompanham alguns dos condensados de dimensões mais altas. A dependência dos valores das razões  $M_N^*/M_N$  e  $\Sigma_v/M_N$  com o tri-momento está ilustrada na Fig. 2.6. O resultado para  $\Sigma_v/M_N$  é praticamente independente de  $\mathbf{q}$  para  $|\mathbf{q}| \leq 1.0 \text{ GeV}$ . O resultado para  $M_N^*/M_N$  depende apenas fracamente de  $\mathbf{q}$  para  $|\mathbf{q}| \leq 0.4 \text{ GeV}$ . Isso, se interpretado em termos da fenomenologia nuclear relativística, significa que as partes reais dos potenciais óticos escalar e veorial, vistos pelo nucleon espalhado, são fracamente dependentes da energia. Veja que a razão  $M_N^*/M_N$  muda significativamente na região  $0.5 \text{ GeV} \leq \mathbf{q} \leq 1.0 \text{ GeV}$ . Entretanto, nós não acreditamos que o ansatz de polo para a quasi-partícula seja razoável à momentos tão altos [30].

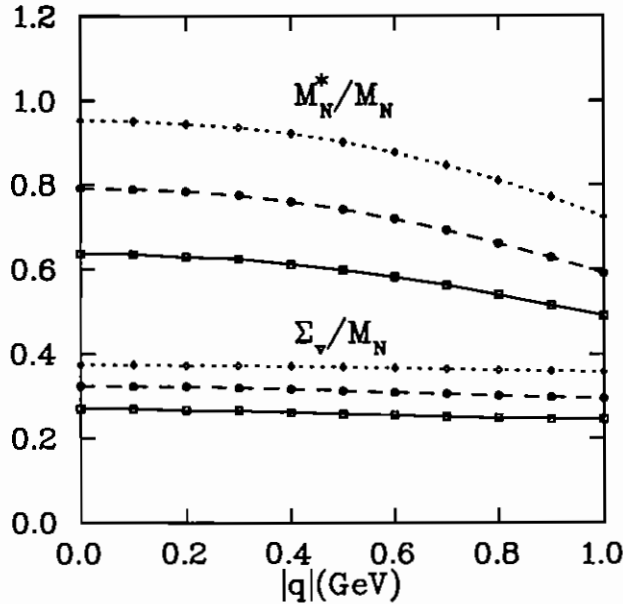


Figura 2.6: Dependência das razões  $M_N^*/M_N$  e  $\Sigma_v/M_N$  com o tri-momento. As três curvas correspondem a  $f = 0$  (sólida),  $f = 0.5$  (tracejada), e  $f = 1$  (pontilhada).

Como comentado na Sec. 2.4, a suposição de um polo de quasi-nucleon com energia positiva e a covariância de Lorentz levam à introdução de um polo com energia negativa em  $\overline{E}_q = \Sigma_v - \sqrt{\mathbf{q}^2 + M_N^{*2}}$ . Para suprimir a contribuição dessa excitação de energia negativa

das regras de soma, nós fizemos uma escolha particular do valor de  $q_0$  (veja Sec. 2.5) na transformada de Borel. A transformada de Borel feita dessa forma elimina a contribuição de um polo de energia negativa em  $\overline{E}_q$  e suprime fortemente uma excitação larga na vizinhança de  $\overline{E}_q$ . Assim, para que o presente tratamento seja confiável, nós devemos encontrar que as auto-energias determinadas sejam razoavelmente insensíveis ao valor preciso de  $\overline{E}_q$ . Para testar isso, nós designaremos valores arbitrários para  $\overline{E}_q$  nas regras de soma. Com isso, os valores resultantes de  $M_N^*$  e  $\Sigma_v$  não satisfarão, em geral, a Eq. (2.53). Na Fig. 2.7 as predições para  $M_N^*/M_N$  e  $\Sigma_v/M_N$  são plotadas como funções de  $\overline{E}_q$  no intervalo  $-0.7 \leq \overline{E}_q \leq -0.3$  GeV para três valores diferentes de  $f$ . Os valores que satisfazem a Eq.(2.53) são  $-0.38$  GeV,  $-0.45$  GeV, e  $-0.53$  GeV para  $f = 0, 0.5$ , e  $1.0$ , respectivamente. Nós vemos que  $M_N^*/M_N$  é razoavelmente independente de  $\overline{E}_q$ , e que  $\Sigma_v/M_N$  varia menos do que 15% nesse intervalo. Isso indica que nossas predições são razoavelmente estáveis.

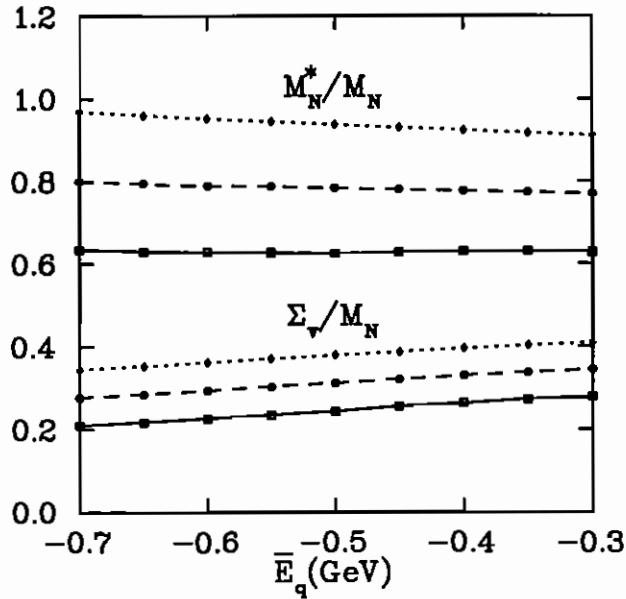


Figura 2.7: Resultados das regras de soma otimizadas para  $M_N^*/M_N$  e  $\Sigma_v/M_N$  como função de  $\overline{E}_q$ . As três curvas correspondem a  $f = 0$  (sólida),  $f = 0.5$  (tracejada), e  $f = 1$  (pontilhada).

Vamos agora estudar a sensibilidade das predições das regras de soma ao valor dos diversos condensados. O condensado de quarks no vácuo,  $\langle \overline{q}q \rangle_{\text{vac}}$ , aparece implicitamente nas regras de soma à densidades finitas através do condensado de quarks no meio,  $\langle \overline{q}q \rangle_{\rho_N}$ , que aparece em ordem dominante na OPE (veja Eq. (2.69)), e no condensado de quatro quarks fatorizado. Nós consideraremos o intervalo  $\langle \overline{q}q \rangle_{\text{vac}} \simeq -(225 - 250 \text{ MeV})^3$  ( $m_q \simeq 5 - 7 \text{ MeV}$ ), que inclui os valores tipicamente usados nas aplicações das regras de soma da QCD. Com um valor menor de  $\langle \overline{q}q \rangle_{\text{vac}}$ , as contribuições dos termos de ordens mais altas na OPE tornam-se mais importantes, em relação aos termos dominantes, e os valores previstos para a massa do nucleon no vácuo tornam-se menores. Na Fig. 2.8 nós apresentamos  $M_N^*/M_N$  e  $\Sigma_v/M_N$  como

função de  $\langle \bar{q}q \rangle_{\text{vac}}^{1/3}$ . Vemos que a razão  $M_N^*/M_N$  é relativamente insensível ao valor do condensado de quarks, enquanto que  $\Sigma_v/M_N$  varia em torno de uns 30% na região considerada. A massa do nucleon cresce e  $\Sigma_v$  decresce com o crescimento do condensado de quarks, e é isso que leva a uma grande variação de  $\Sigma_v/M_N$  com  $\langle \bar{q}q \rangle_{\text{vac}}$ .

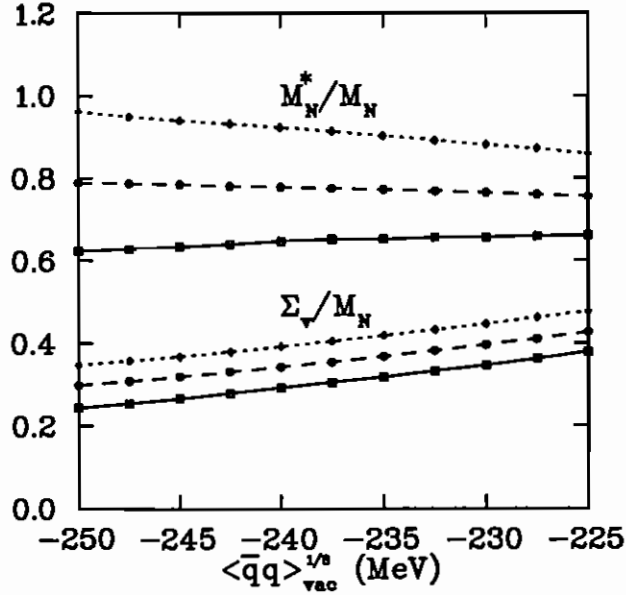


Figura 2.8: Dependência das razões  $M_N^*/M_N$  e  $\Sigma_v/M_N$  com o condensado de quarks. As três curvas correspondem a  $f = 0$  (sólida),  $f = 0.5$  (tracejada), e  $f = 1$  (pontilhada).

O termo  $\sigma$  do nucleon,  $\sigma_N$ , também entra nas regras de soma através do condensado de quarks no meio,  $\langle \bar{q}q \rangle_{\rho_N}$ , e do condensado de quatro quarks. Na Fig. 2.9 nós mostramos  $M_N^*/M_N$  e  $\Sigma_v/M_N$  como funções de  $\sigma_N$  na intervalo  $35 \leq \sigma_N \leq 55$  MeV, que cobre as incertezas dadas na ref. [59]. Os resultados obtidos para  $\Sigma_v/M_N$  são basicamente insensíveis ao valor de  $\sigma_N$ . Em contraste,  $M_N^*/M_N$  varia aproximadamente 15% na região considerada, o que implica num fator 2 na variação da auto-energia escalar. Isso reflete o papel importante dos termos envolvendo  $\langle \bar{q}q \rangle_{\rho_N}$  na determinação da auto-energia escalar. No limite superior  $\sigma_N = 55$  MeV, a auto-energia escalar é bastante grande para  $f \leq 0.5$ . Nós não conseguimos resultados estáveis para  $f < 0.1$  e  $52 \text{ MeV} < \sigma_N < 55$  MeV.

Nas Figs. 2.10 e 2.11 nós mostramos como os resultados dependem dos elementos de matriz  $\langle g_s q^\dagger \sigma \cdot \mathcal{G} q \rangle_N$  e  $\langle \bar{q} i D_0 i D_0 q \rangle_N + (1/8) \langle g_s \bar{q} \sigma \cdot \mathcal{G} q \rangle_N$  respectivamente. Nós fixamos o valor da combinação  $\langle q^\dagger i D_0 i D_0 q \rangle_{\rho_N} + \frac{1}{12} \langle g_s q^\dagger \sigma \cdot \mathcal{G} q \rangle_{\rho_N}$  no valor dado pela Eq.(2.97), uma vez que esse valor foi determinado com relativa confiabilidade à partir das funções de distribuição de partons. As previsões para  $M_N^*/M_N$  são insensíveis à variações nesses elementos de matriz. No caso de  $\Sigma_v/M_N$ , nossas previsões são insensíveis ao valor preciso de  $\langle \bar{q} i D_0 i D_0 q \rangle_N + (1/8) \langle g_s \bar{q} \sigma \cdot \mathcal{G} q \rangle_N$ , mas variam em torno de 20% no intervalo considerado para  $\langle g_s q^\dagger \sigma \cdot \mathcal{G} q \rangle_N$ . Isso mostra que as contribuições dos condensados de dimensão cinco são pequenas quando

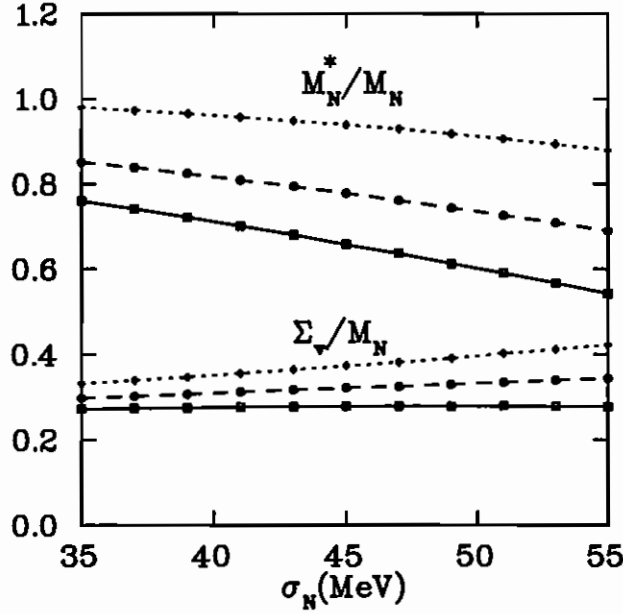


Figura 2.9: Resultados das regras de soma otimizadas para  $M_N^*/M_N$  e  $\Sigma_v/M_N$  como função do termo  $\sigma$  do nucleon  $\sigma_N$ . As três curvas correspondem a  $f = 0$  (sólida),  $f = 0.5$  (tracejada), e  $f = 1$  (pontilhada).

comparadas aos termos dominantes. Nós não consideramos variações independentes no condensado  $\langle g_s \bar{q} \sigma \cdot \mathcal{G} q \rangle_N$ , pois sua contribuição aparece multiplicada por  $c_2 = 1 - t^2$  na Eq. (2.69), que se anula para  $t = -1$ .

Para testar a sensibilidade dos resultados aos demais parâmetros e condensados, nós variamos os valores dos condensados individuais em aproximadamente 20% relativo aos valores dados na Sec. 2.6, e usamos também  $\Lambda_{\text{QCD}}$  no intervalo  $100 < \Lambda_{\text{QCD}} < 200$  MeV.

Tabela 2.1: Mudanças percentuais em  $M_N^*/M_N$  e  $\Sigma_v/M_N$  quando os condensado e parâmetros são alterados de 20% com relação aos valores dados na Sec. 2.6. Esses resultados foram obtidos com  $t = -1$  e  $f = 0.5$ .

Condensados e Parâmetros	$M_N^*/M_N$	$\Sigma_v/M_N$
$\langle q^\dagger i D_0 q \rangle_{\rho_N} \pm 20\%$	0%	$\mp 7\%$
$\langle (\alpha_s/\pi) G^2 \rangle_{\rho_N} \pm 20\%$	$\mp 2\%$	$\mp 2\%$
$\langle \bar{q} q \rangle_{\rho_N} \langle q^\dagger q \rangle_{\rho_N} \pm 20\%$	$\mp 1\%$	0%
$\langle q^\dagger q \rangle_{\rho_N}^2 \pm 20\%$	0%	0%
$\Lambda_{\text{QCD}}(100 \rightarrow 200 \text{ MeV})$	+2%	-9%

Finalmente vamos testar a sensibilidade global dos resultados a todos condensados de dimensão cinco que aparecem na OPE. Uma vez que esses condensados não são bem deter-



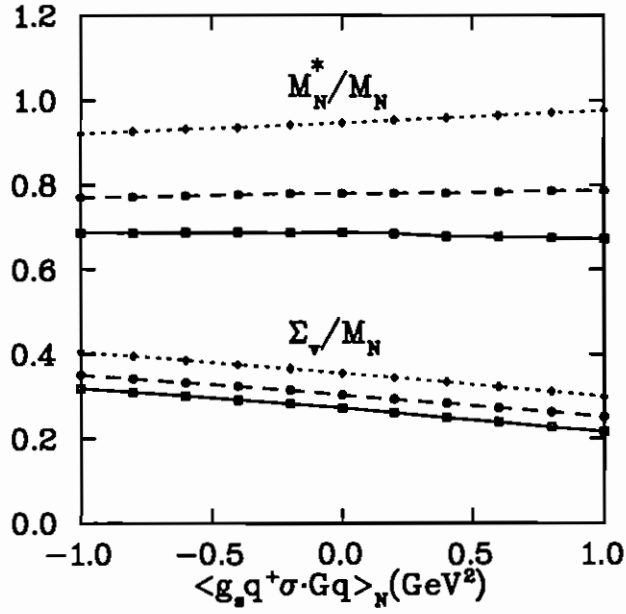


Figura 2.10: Resultados das regras de soma otimizadas para  $M_N^*/M_N$  e  $\Sigma_v/M_N$  como função do elemento de matriz  $\langle g_s q^\dagger \sigma \cdot \mathcal{G} q \rangle_N$ . As três curvas correspondem a  $f = 0$  (sólida),  $f = 0.5$  (tracejada), e  $f = 1$  (pontilhada).

minados, nós consideraremos os intervalos

$$-1 \text{ GeV}^2 \leq \langle g_s q^\dagger \sigma \cdot \mathcal{G} q \rangle_N \leq 1 \text{ GeV}^2, \quad (2.103)$$

$$-0.5 \text{ GeV}^2 \leq \langle \bar{q} i D_0 i D_0 q \rangle_N + \frac{1}{8} \langle g_s \bar{q} \sigma \cdot \mathcal{G} q \rangle_N \leq 0.5 \text{ GeV}^2, \quad (2.104)$$

e vamos variar o condensado  $\langle q^\dagger i D_0 i D_0 q \rangle_{\rho_N} + \frac{1}{12} \langle g_s q^\dagger \sigma \cdot \mathcal{G} q \rangle_{\rho_N}$  de  $\pm 20\%$  com relação ao valor dado na Sec. 2.6. Nós usamos 200 pontos aleatoriamente escolhidos nos intervalos combinados desses condensados. Os resultados máximos e mínimos de  $M_N^*/M_N$  e  $\Sigma_v/M_N$  determinam a incerteza global, que está mostrada como a área sombreada na Fig. 2.12. Para  $f < 0.2$  não conseguimos uma convergência satisfatória do processo de otimização.

## 2.9 Discussão

A conclusão mais concreta e importante que podemos extrair da nossa análise é que as regras de soma da QCD predizem uma auto-energia vetorial positiva, com uma magnetude de algumas centenas de MeV, para o quasi-nucleon na matéria nuclear. Este fato qualitativo é, na maioria dos casos, independente dos detalhes do cálculo e é estável com relação à variações nos condensados, e à escolha do campo interpolante. Para a corrente de Ioffe, e para valores típicos dos demais condensados relevantes e parâmetros, nós obtivemos  $\Sigma_v/M_N \sim 0.24 - 0.37$ , que é um intervalo compatível com o encontrado para a auto-energia vetorial na fenomenologia da física nuclear relativística. Por outro lado, as previsões para a auto-energia escalar dependem fortemente do valor do condensado de quatro quarks no meio, que não é bem conhecido, e do termo  $\sigma$  do nucleon. Isso quer dizer que não podemos extrair conclusões

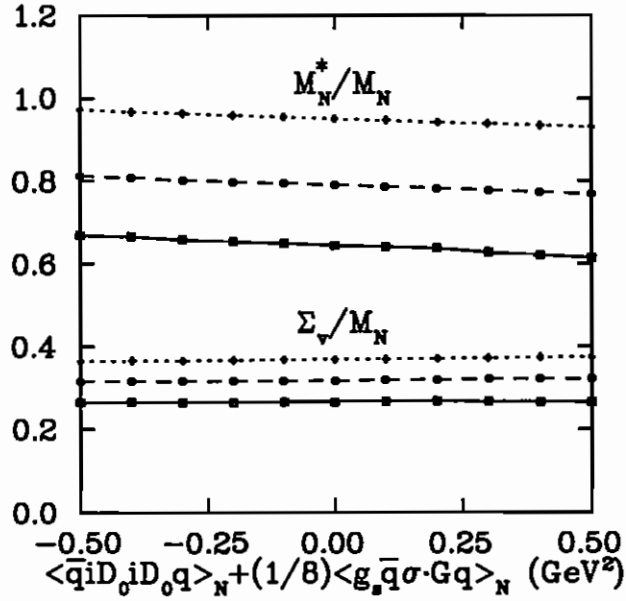


Figura 2.11: Resultados das regras de soma otimizadas para  $M_N^*/M_N$  e  $\Sigma_v/M_N$  como função do elemento de matriz  $\langle \bar{q}iD_0iD_0q \rangle_N + (1/8)\langle g_s \bar{q}\sigma \cdot Gq \rangle_N$ . As três curvas correspondem a  $f = 0$  (sólida),  $f = 0.5$  (tracejada), e  $f = 1$  (pontilhada).

definitivas sobre a auto-energia escalar do quasi-nucleon. De qualquer forma, notamos que a escolha da dependência do condensado de quatro quarks com a densidade tem um peso determinante no resultado obtido para a auto-energia escalar, e escolhas diferentes levam a resultados não necessariamente compatíveis com a fenomenologia nuclear relativística.

Se o condensado de quatro quarks depende fracamente da densidade nuclear (*i.e.*, para  $f$  pequeno), então  $M_N^*/M_N$  é relativamente estável em relação às variações da massa de Borel. O valor previsto para a auto-energia escalar nesse caso é negativo e da ordem de algumas centenas de MeV, compatível com a fenomenologia nuclear relativística. Assim, para valores pequenos de  $f$ , existe um grau significativo de cancelamento entre as auto-energias escalar e vetorial. Isso leva à uma energia do quasi-nucleon próxima ao valor da massa do nucleon no vácuo, e esse resultado é compatível com a observação empírica de que a energia do quasi-nucleon na matéria nuclear é modificada apenas levemente em relação ao seu valor no vácuo. O valor do limiar do contínuo também fica bem próximo do valor no vácuo, e o resíduo diminui apenas levemente. Esses fatos também são compatíveis com a experiência; não existe nenhuma evidência de um grande rearranjo do espectro na densidade de saturação da matéria nuclear.

Por outro lado, se o condensado de quatro quarks depende fortemente da densidade (*i.e.*, para  $f$  grande), a razão  $M_N^*/M_N$  apresenta uma grande variação em função da massa de Borel, e a magnitude de auto-energia escalar é da ordem de zero. Assim, a energia resultante do quasi-nucleon é significativamente maior do que a massa do nucleon no vácuo. Esse resultado é totalmente diferente do que é conhecido através da fenomenologia relativística. Além disso, tanto o limiar do contínuo, quanto o resíduo no polo do nucleon ficam bem acima dos valores respectivos no vácuo.

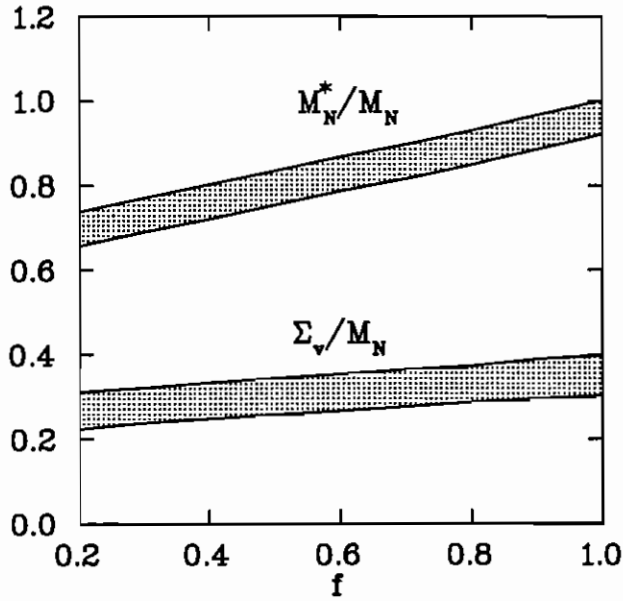


Figura 2.12: Resultados das regras de soma otimizadas para  $M_N^*/M_N$  e  $\Sigma_v/M_N$  como função de  $f$ . As áreas sombreadas representam as incertezas devido à variações de todos condensado de dimensão cinco, considerados dentro dos limites dados no texto.

Para valores intermediários de  $f$ , a auto-energia escalar é negativa, mas sua magnitude depende fortemente da escolha do campo interpolante, assim como dos valores dos condensados e parâmetros. Já o limiar do contínuo, e o resíduo ficam próximos dos seus valores no vácuo.

Os fatos qualitativos discutidos acima podem ser também extraídos de uma análise do comportamento dominante do lado da OPE das regras de soma. Da Eq. (2.70) nós vemos que  $\Pi'_q$  é determinado principalmente pelo termo perturbativo e pelo condensado de quatro quarks. Assim, para valores pequenos de  $f$ ,  $\Pi'_q$  fica próximo do seu valor no vácuo. Uma vez que  $\Pi'_s$  é dominado pelo condensado de quarks (veja Eq. (2.69)), a redução no valor de  $\langle \bar{q}q \rangle_{\rho_N}$  em relação ao seu valor no vácuo implica numa redução significativa no valor de  $M_N^*$  em relação a  $M_N$ . A auto-energia vetorial, por outro lado, segue a densidade nuclear, já que o termo dominante na Eq. (2.71) é proporcional a  $\langle q^\dagger q \rangle_{\rho_N}$ . Para  $f$  grande,  $\Pi'_q$  é fortemente reduzido em relação a seu valor no vácuo, e essa variação compensa a variação em  $\langle \bar{q}q \rangle_{\rho_N}$ , fornecendo um  $M_N^*$  muito perto de  $M_N$ . Como  $\Pi'_u$  não depende  $f$ , a auto-energia vetorial aumenta com a diminuição de  $\Pi'_q$ . Claramente estudos complementares sobre o condensado de quatro quarks no vácuo são muito importantes.

Nossos resultados são razoavelmente sensíveis à escolha do campo interpolante, refletindo a convergência da OPE em relação a essa escolha (veja Figs. 2.4 e 2.5). Nós vimos que os valores previstos para as razões  $M_N^*/M_N$  e  $\Sigma_v/M_N$  decrescem com o aumento de  $t$ . Entretanto, vale a pena enfatizar que conforme  $t$  aumenta (com relação a  $t = -1$ ), a contribuição dos condensados de dimensões maiores na OPE tornam-se mais importantes; conforme  $t$  diminui, a contribuição do contínuo cresce, e o resíduo diminui. Como existe menos informação sobre os condensados de dimensões maiores, e como estamos mais interessados no estado de menor

energia, concluímos que a corrente mais conveniente fica próxima da corrente de Ioffe, mesmo no caso das regras de soma no meio.

O termo  $\sigma$  do nucleon,  $\sigma_N$ , é um parâmetro fenomenológico crucial nas regras de soma da QCD à densidades finitas (veja Fig. 2.9). Seu valor determina o grau de restauração da simetria quirial no meio. A auto-energia escalar depende fortemente do valor de  $\sigma_N$  através do condensado de quarks,  $\langle \bar{q}q \rangle_{\rho_N}$ , e do condensado de quatro quarks. Auto-energias grandes e com sinais opostos que são obtidas para valores pequenos e moderados de  $f$ , dependem fortemente da razão  $\sigma_N/m_q$ .

No próximo capítulo nós investigaremos as regras de soma para os híperons na matéria nuclear, e vamos mostrar que valores pequenos de  $f$  também reproduzem a fenomenologia nesse setor.

# Capítulo 3

## Regras de Soma para Híperons na Matéria Nuclear

### 3.1 Motivação

Nos hipernúcleos os híperons podem ocupar as órbitas nas camadas mais baixas, e assim, o conhecimento das propriedades desses híperons dentro do núcleo serve como uma fonte de informações sobre os híperons na matéria nuclear uniforme. Dados experimentais sobre os níveis  $\Lambda$  hipernucleares são, até agora, a única fonte de informação sobre os híperons no meio nuclear. Existem dois fatos bem estabelecidos [74, 75]:

- 1) o potencial tem uma profundidade de aproximadamente 30 MeV.
- 2) a separação spin-órbita é menor do que a resolução experimental.

Com relação aos hipernúcleos com  $\Sigma$ , a situação experimental não é satisfatória devido à baixa estatística dos dados [76], apesar de que o modelo de troca de um bóson, com vínculos de SU(3) [77], fornece um potencial fortemente dependente de spin e isospin [78].

Baseados no sucesso dos modelos relativísticos para os nucleons, onde aparecem forças de spin-órbita intensas para o nucleon num núcleo finito, vários pesquisadores fizeram extensões da fenomenologia nuclear relativística para estudar a física hipernuclear [79]-[88]. A força de spin-órbita está relacionada com as derivadas dos potenciais óticos escalar e vetorial, que se somam construtivamente. Nesses modelos relativísticos, a propagação do híperon no meio nuclear é descrita por uma equação de Dirac com potenciais escalar e vetorial. A profundidade dos potenciais resultam do acoplamento dos híperons aos mesmos campos escalar e vetorial que se acoplam com o nucleon, mas com diferentes constantes de acoplamento. Resolvendo-se a equação de Dirac, obtém-se as energias de ligação e a separação spin-órbita para os diferentes estados hipernucleares, que podem ser comparados com os dados experimentais.

Em alguns tratamentos [79, 81, 86, 87, 88] a Lagrangeana básica é

$$\mathcal{L} = \bar{\psi} [\gamma_{\mu}(i\partial^{\mu} - g_{\omega Y}\omega^{\mu}) - m_Y + g_{\sigma Y}\sigma] \psi + \text{termos mesônicos} , \quad (3.1)$$

e uma força de spin-órbita pequena para a  $\Lambda$  é obtida assumindo-se constantes de acoplamento pequenas:  $\frac{g_{m\Lambda}}{g_{mN}} \sim 0.2 - 0.4$  onde  $m$  se refere ao meson (escalar ou vetorial). Nesse

caso, o modelo é entendido como completamente empírico, e não existe nenhuma tentativa de se assumir um acoplamento universal entre os mesons e os quarks no híperon. Baseados num modelo ingênuo de quarks, em que os mesons escalar e vetorial ( $\sigma$  e  $\omega$ ) se acoplam exclusivamente aos quarks constituintes  $u$  e  $d$ , nós teríamos que o acoplamento dos mesons com os híperons  $\Lambda$  e  $\Sigma$  deveria ser  $2/3$  do acoplamento com o nucleon.

Em outros tratamentos [82, 83, 84, 85] adiciona-se um acoplamento tensorial à Lagrangeana na Eq. (3.1):

$$\mathcal{L}_T = \frac{f_{\omega Y}}{2m_Y} \bar{\psi} \sigma^{\mu\nu} \psi \partial_\nu \omega_\mu, \quad (3.2)$$

e um acoplamento mesônico universal ( $g_{mY}/g_{mN} = 2/3$ ) é assumido. Usando a decomposição de Gordon [22] (que só é válida para os híperons na camada de massa), a interação total híperon-meson-vetorial pode ser reescrita como

$$\mathcal{L}_{\omega Y} \rightarrow \bar{\psi} \left[ -(g_{\omega Y} + f_{\omega Y}) \gamma_\mu \omega^\mu + f_{\omega Y} \frac{(p' + p)_\mu \omega^\mu}{2m_Y} \right] \psi. \quad (3.3)$$

Para o caso da  $\Lambda$ , assumindo um modelo ingênuo de quarks em que a  $\Lambda$  pode ser representada como um diquark ( $ud$ ) com spin e isospin zero acoplado a um quark  $s$ , e assumindo que não exista componente estranha nos mésons  $\sigma$  e  $\omega$ , temos automaticamente que  $f_{\omega\Lambda} = -g_{\omega\Lambda}$ , já que o méson-vetorial  $\omega$  não se acoplará com o quark  $s$  da  $\Lambda$ , que é quem carrega o spin da  $\Lambda$ . Nesse caso o modelo não tem parâmetros livres, e a pequena força de spin-órbita é uma consequência direta dos valores dados acima para as constantes de acoplamento.

Para a  $\Sigma$  a situação não é tão simples porque no modelo ingênuo de quarks a  $\Sigma$  tem o diquark ( $ud$ ) com spin e isospin 1 acoplado ao quark estranho, e assim existe um acoplamento entre  $\omega$  e  $\Sigma$ . Na ref. [84] foi usado um modelo de bag para avaliar a razão  $f_{\omega\Sigma}/g_{\omega\Sigma}$ , e a conclusão obtida é que a força de spin-órbita para a  $\Sigma$  é menor, porém comparável com a força de spin-órbita para o nucleon. Na ref. [86], o acoplamento tensorial entre o híperon e o méson vetorial foi omitido, e foi assumido um acoplamento universal para todos híperons. A razão entre a força de spin-órbita para a  $\Sigma$  e para a  $\Lambda$  obtida dessa forma foi da ordem de 0.9.

Em vista desses resultados, as previsões das regras de soma da QCD para as auto-energias escalar e vetorial dos híperons na matéria nuclear pode fornecer informações valiosas sobre essas constantes de acoplamento. É claro que não seremos capazes de obter informações sobre os acoplamentos tensoriais, já que nossos cálculos se restringem à matéria nuclear uniforme. Entretanto, podemos extrair informações indiretas sobre a força de spin-órbita, através do uso da fenomenologia de Dirac. Nesse caso, assume-se que os potenciais, no espaço das coordenadas, que entram na equação de Dirac para um nucleon espalhado por um núcleo finito, obedecem a uma distribuição de Fermi com duas intensidades de potencial gerais (escalar e vetorial), que são independentes do núcleo, e que podem ser associadas com as auto-energias na matéria nuclear infinita. A força de spin-órbita é então obtida quando se reescreve a equação de Dirac na linguagem de Schrödinger. O potencial de spin-órbita resultante é proporcional à soma das intensidades dos potenciais multiplicada pela derivada da distribuição de Fermi que foi assumida [52].

As regras de soma à densidades finitas para os híperons são obtidas seguindo-se os mesmos métodos discutidos no capítulo anterior. Assim nós nos concentraremos nas diferenças com o caso do nucleon, e omitiremos os detalhes dos cálculos.

## 3.2 Regras de Soma

As regras de soma para os híperons são obtidas através do estudo da função de correlação no meio

$$\Pi_Y(q) \equiv i \int d^4x e^{iq \cdot x} (\Psi_0 | T \eta_Y(x) \bar{\eta}_Y(0) | \Psi_0) , \quad (3.4)$$

onde  $\eta_Y$  é um campo interpolante branco com o mesmo spin, isospin e estranheza do híperon considerado. Como no caso do nucleon nós consideramos apenas campos interpolantes que não contenham derivadas, e que se acoplam apenas a estados de spin 1/2. Como no caso do nucleon, essas correntes não são únicas, e aqui nós consideraremos apenas os campos interpolantes que foram usados no estudo das regras de soma para os híperons no vácuo [17, 89, 90]

$$\eta_\Lambda = \sqrt{\frac{2}{3}} \epsilon_{abc} [(u_a^T C \gamma_\mu s_b) \gamma_5 \gamma^\mu d_c - (d_a^T C \gamma_\mu s_b) \gamma_5 \gamma^\mu u_c] , \quad (3.5)$$

$$\eta_{\Sigma^+} = \epsilon_{abc} (u_a^T C \gamma_\mu u_b) \gamma_5 \gamma^\mu s_c , \quad (3.6)$$

que são obtidos diretamente de uma transformação SU(3) da corrente de Ioffe.

O campo interpolante para a  $\Sigma^0$  pode ser obtido da Eq. (3.6) pela troca de um campo de quark  $u$  em um campo de quark  $d$ , e pela conseqüente simetrização entre os campos  $u$  e  $d$ , e pode ser reescrito como

$$\eta_{\Sigma^0} = \sqrt{2} \epsilon_{abc} [(u_a^T C \gamma_\mu s_b) \gamma_5 \gamma^\mu d_c + (d_a^T C \gamma_\mu s_b) \gamma_5 \gamma^\mu u_c] . \quad (3.7)$$

Veja que as expressões para  $\eta_\Lambda$  e  $\eta_{\Sigma^0}$  tem uma estrutura idêntica, exceto pelo acoplamento de isospin entre os campos de quarks  $u$  e  $d$ . Assumindo uma simetria de isospin entre os quarks  $u$  e  $d$  obtem-se os mesmos resultados para  $\Sigma^+$  e  $\Sigma^0$ . Assim, devido à simplicidade na estrutura, usaremos a Eq.(3.6) nos nossos cálculos.

Tanto a largura da  $\Lambda$  quanto a largura da  $\Sigma$ , no espaço livre, são pequenas nas escalas hadrônicas, e podem portanto ser desprezadas. A observação experimental da existência de estados de partícula única  $\Lambda$  em hipernúcleos, com energias bem definidas, é uma boa indicação de que a descrição da  $\Lambda$  como quasi-partícula é satisfatória. Na realidade, esses estados de partícula única  $\Lambda$  são quase que duas ordens de grandeza mais estreitos do que os do nucleon, e isso é atribuído por vários autores ao fato do potencial  $\Lambda - N$  ser fracamente dependente do spin [76]. Assim, assumiremos uma aproximação de polo para a quasilambda na matéria nuclear. No caso da  $\Sigma$ , existe predições teóricas para estados ligados  $\Sigma$  hipernucleares estreitos em hipernúcleos pesados [75]. Esses cálculos foram motivados por relatos de que uma estrutura estreita havia sido observada na camada  $p$  de hipernúcleos. porém, experimentos posteriores não confirmaram tão estrutura [76]. A existências de estados ligados estreitos dependem criticamente da supressão do forte acoplamento entre a  $\Sigma$  e a  $\Lambda$

através das conversões  $\Sigma N \rightarrow \Lambda N$ . Neste trabalho nós assumiremos que o alargamento dos estados ligados devido a essas conversões seja ainda pequeno, nas escalas hadrônicas, e portanto usaremos também uma descrição de quasi-partícula para a  $\Sigma$ . No contexto da fenomenologia relativística, assume-se que o híperon se acopla aos mesmos campos escalar e vetorial que o nucleon na matéria nuclear, e é tratado como uma quasi-partícula com auto-energias escalar e vetorial reais. Assim, adotaremos um ansatz de polo no nosso estudo, e usaremos a Eq. (2.61) para minimizar a sensibilidade das regras de soma às excitações de energia negativa.

A OPE para a função de correlação dos híperons é uma generalização direta da OPE para o nucleon e os detalhes podem ser encontrados nas refs. [91, 92, 93]. Nós apresentamos abaixo as expressões finais apenas para as regras de soma da  $\Sigma$  à densidades finitas. As expressões correspondentes para a  $\Lambda$  podem se encontradas na ref. [91]

$$\begin{aligned} \lambda_{\Sigma}^{*2} M_{\Sigma}^* e^{-(E_q^2 - \mathbf{q}^2)/M^2} &= \frac{m_s}{16\pi^4} M^6 E_2 L^{-8/9} - \frac{M^4}{4\pi^2} E_1 \langle \bar{s}s \rangle_{\rho N} \\ &+ \frac{m_s}{2\pi^2} \bar{E}_q M^2 E_0 \left( \langle q^\dagger q \rangle_{\rho N} - \langle s^\dagger s \rangle_{\rho N} \right) L^{-8/9} \\ &+ \frac{4m_s}{3\pi^2} \mathbf{q}^2 \langle q^\dagger i D_0 q \rangle_{\rho N} L^{-8/9} + \frac{4m_s}{3\pi^2} \langle \bar{q}q \rangle_{\rho N}^2 \\ &- \frac{4}{3} \bar{E}_q \langle \bar{s}s \rangle_{\rho N} \langle q^\dagger q \rangle_{\rho N}, \end{aligned} \quad (3.8)$$

$$\begin{aligned} \lambda_{\Sigma}^{*2} e^{-(E_q^2 - \mathbf{q}^2)/M^2} &= \frac{M^6}{32\pi^4} E_2 L^{-4/9} + \frac{M^2}{32\pi^2} \left\langle \frac{\alpha_s}{\pi} G^2 \right\rangle_{\rho N} E_0 L^{-4/9} \\ &+ \frac{m_s}{18\pi^2} M^2 \left( 5E_0 - 2 \frac{\mathbf{q}^2}{M^2} \right) \langle \bar{s}s \rangle_{\rho N} L^{-4/9} \\ &- \frac{4M^2}{9\pi^2} \left( E_0 - \frac{\mathbf{q}^2}{M^2} \right) \langle q^\dagger i D_0 q \rangle_{\rho N} L^{-4/9} \\ &- \frac{M^2}{9\pi^2} \left( E_0 - 4 \frac{\mathbf{q}^2}{M^2} \right) \langle s^\dagger i D_0 s \rangle_{\rho N} L^{-4/9} \\ &+ \frac{\bar{E}_q}{6\pi^2} M^2 E_0 \left( \langle q^\dagger q \rangle_{\rho N} + \langle s^\dagger s \rangle_{\rho N} \right) L^{-4/9} \\ &+ \frac{2}{3} \langle \bar{q}q \rangle_{\rho N}^2 L^{4/9} + \frac{4}{3} \langle q^\dagger q \rangle_{\rho N} \langle s^\dagger s \rangle_{\rho N} L^{-4/9}, \end{aligned} \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned} \lambda_{\Sigma}^{*2} \Sigma_{\nu} e^{-(E_q^2 - \mathbf{q}^2)/M^2} &= \frac{1}{12\pi^2} M^4 E_1 \left( 7 \langle q^\dagger q \rangle_{\rho N} + \langle s^\dagger s \rangle_{\rho N} \right) L^{-4/9} \\ &- \frac{\bar{E}_q}{9\pi^2} M^2 E_0 \left( m_s \langle \bar{s}s \rangle_{\rho N} - 16 \langle q^\dagger i D_0 q \rangle_{\rho N} - 4 \langle s^\dagger i D_0 s \rangle_{\rho N} \right) L^{-4/9} \\ &+ \frac{4\bar{E}_q}{3} \langle q^\dagger q \rangle_{\rho N} \left( \langle q^\dagger q \rangle_{\rho N} + \langle s^\dagger s \rangle_{\rho N} \right) L^{-4/9}. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Os fatos novos são as contribuições dos termos envolvendo o condensado de quarks estranhos,  $\langle \bar{s}s \rangle_{\rho N}$ , e dos termos proporcionais à massa do quark estranho,  $m_s$ . Como observamos



no capítulo anterior que a contribuição dos condensados de dimensão cinco é pequena, e como esses condensados envolvem grandes incertezas, nós não os consideramos no estudo das regras de soma para os híperons.

### 3.3 Resultados para a $\Sigma$

No caso da  $\Sigma$  o único condensado de dimensão seis presente é o condensado de quatro quarks,  $\langle \bar{q}q \rangle_{\rho N}^2$ , e usaremos a mesma parametrização dada na Eq.(2.99) para a sua dependência com a densidade. Como vimos que resultados compatíveis com a fenomenologia nuclear relativística só são conseguidos com valores pequenos de  $f$  (no caso do nucleon), nós limitaremos o valores de  $f$  ao intervalo:  $0 \leq f \leq 0.5$ .

O valor do condensado de quarks estranhos no meio será calculado de acordo com a expansão dada na Eq. (2.75):

$$\langle \bar{s}s \rangle_{\rho N} = \langle \bar{s}s \rangle_{\text{vac}} + \langle \bar{s}s \rangle_N \rho_N = \langle \bar{s}s \rangle_{\text{vac}} + y \frac{\sigma_N}{2m_q} \rho_N, \quad (3.11)$$

onde nós usamos as Eqs. (2.77) e (2.84). O valor de  $y$  não é bem determinado [59, 94, 95], e nós consideraremos  $y$  no intervalo  $0 - 0.6$ , que cobre os valores discutidos na literatura [59, 94, 95]. Quanto ao valor do condensado de quarks estranhos no vácuo, nós usaremos [17, 69]

$$\langle \bar{s}s \rangle_{\text{vac}} = 0.8 \langle \bar{q}q \rangle_{\text{vac}}. \quad (3.12)$$

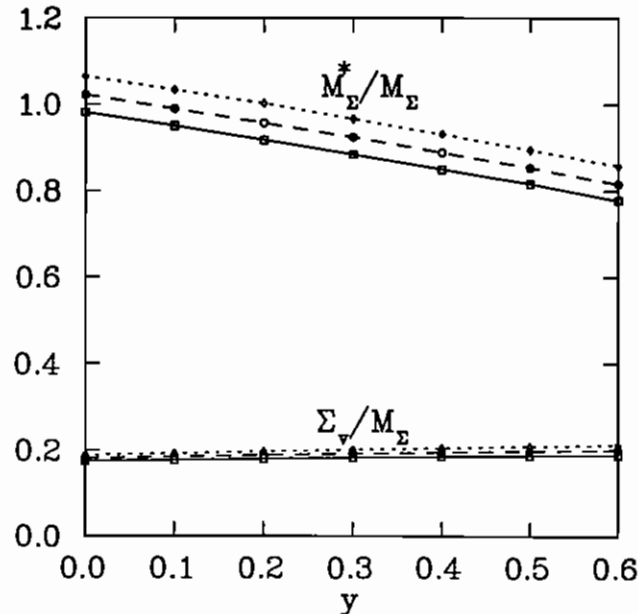


Figura 3.1: Resultados otimizados das regras de soma para  $M_{\Sigma}^*/M_{\Sigma}$  e  $\Sigma_v/M_{\Sigma}$  como funções de  $y$ . As três curvas correspondem a  $f = 0$  (sólida),  $f = 0.25$  (tracejada) e  $f = 0.5$  (pontilhada).

O outro condensado de dimensão quatro que aparece nos nossos cálculos é dado por [33]

$$\langle s^\dagger i D_0 s \rangle_{\rho_N} = \frac{m_s}{4} \langle \bar{s} s \rangle_{\rho_N} + (18 \text{ MeV}) \rho_N, \quad (3.13)$$

onde consideraremos a massa do quark estranho no intervalo de 100-200 MeV.

Os estudos das regras de soma para a  $\Sigma$  no vácuo [69, 96] sugerem que o intervalo da massa de Borel no qual as regras de soma são válidas é  $1.0 \leq M^2 \leq 1.6 \text{ GeV}^2$ , e nós usaremos esse intervalo como a região de otimização. Para quantificar a concordância entre os lados esquerdo e direito das regras de soma nós usaremos a mesma medida logarítima definida na Eq.(2.100).

Na Fig. 3.1, nós mostramos os resultados otimizados para as razões  $M_\Sigma^*/M_\Sigma$  e  $\Sigma_\nu/M_\Sigma$  como funções de  $y$  para  $m_s = 150 \text{ MeV}$ ,  $|q| = 270 \text{ MeV}$ , e três valores diferentes de  $f$ . Podemos notar que a razão  $\Sigma_\nu/M_\Sigma$  é praticamente independente de ambos,  $y$  e  $f$ , enquanto que  $M_\Sigma^*/M_\Sigma$  varia rapidamente com  $y$  e  $f$ . Isso significa que as predições das regras de soma para a auto-energia escalar da  $\Sigma$  dependem fortemente do conteúdo estranho do nucleon, e da forma como o condensado de quatro quarks varia com a densidade. Para  $f = 0$ , e para valores de  $y$  no intervalo  $0.4 \leq y \leq 0.6$ , nós obtemos

$$M_\Sigma^*/M_\Sigma \simeq 0.78 - 0.85, \quad (3.14)$$

$$\Sigma_\nu/M_\Sigma \simeq 0.18 - 0.19. \quad (3.15)$$

Por outro lado, para  $f = 0$  e valores de  $y$  no intervalo  $0 \leq y \leq 0.2$ , nós encontramos

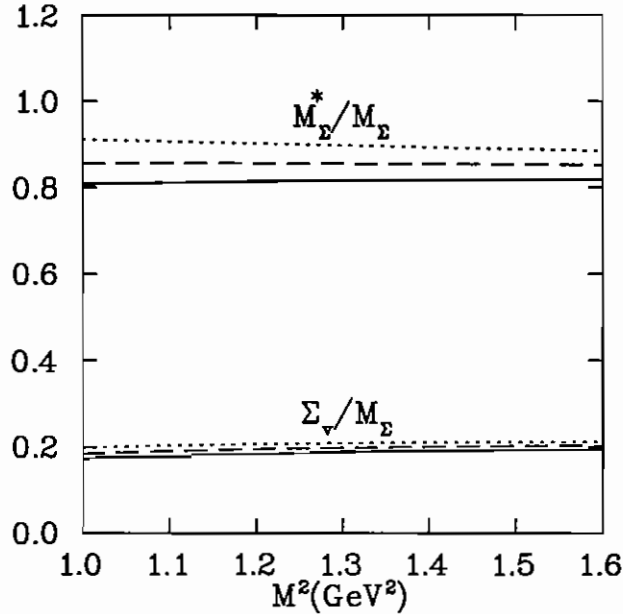


Figura 3.2: Resultados para  $M_\Sigma^*/M_\Sigma$  e  $\Sigma_\nu/M_\Sigma$  em função de  $M^2$  para  $y = 0$  e  $f = 0$ (sólida),  $f = 0.25$ (tracejada), e  $f = 0.5$ (pontilhada).

$\Sigma_\nu/M_\Sigma \sim 0.18$  e  $M_\Sigma^*/M_\Sigma \simeq 0.92 - 0.98$ . Conforme  $f$  aumenta,  $M_\Sigma^*/M_\Sigma$  também aumenta,

o que implica num valor ainda menor para a auto-energia escalar. Os valores obtidos para  $\lambda_\Sigma^{*2}/\lambda_\Sigma^2$  e  $s_0^*/s_0$  também dependem fortemente de  $y$  e  $f$ . Para  $f = 0$  e valores grandes de  $y$  ( $0.4 \leq y \leq 0.6$ ), tanto o limiar do contínuo, quanto o resíduo ficam próximos de seus valores no vácuo. Já para  $f = 0$  e valores pequenos de  $y$  ( $0 \leq y \leq 0.2$ ), o limiar do contínuo aumenta de aproximadamente 20% em relação a seu valor no vácuo, e o resíduo aumenta de aproximadamente 50%. Conforme  $f$  aumenta tanto o limiar do contínuo quanto o resíduo também aumentam.

Na Fig. 3.2 as razões  $M_\Sigma^*/M_\Sigma$  e  $\Sigma_\nu/M_\Sigma$  são mostradas como funções de  $M^2$  para  $y = 0.5$  e três valores diferentes de  $f$ . Podemos observar que ambas razões são praticamente independentes de  $M^2$  (apesar dos resultados das regras de soma individuais, antes de se tirar as razões, não ser [92]), o que mostra que nossos resultados são bastante estáveis no intervalo de massa de Borel considerado.

A sensibilidade dos nossos resultados ao valor da massa do quark estranho está mostrada na Fig. 3.3. Vemos que os resultados das regras de soma para  $M_\Sigma^*/M_\Sigma$  e  $\Sigma_\nu/M_\Sigma$ , são fracamente dependentes de  $m_s$  no intervalo  $m_s = 0.1 - 0.2$  GeV. Nossos resultados também são praticamente independentes do valor do tri-momento  $|\mathbf{q}|$  no intervalo  $|\mathbf{q}| = 0 - 500$  MeV [92].

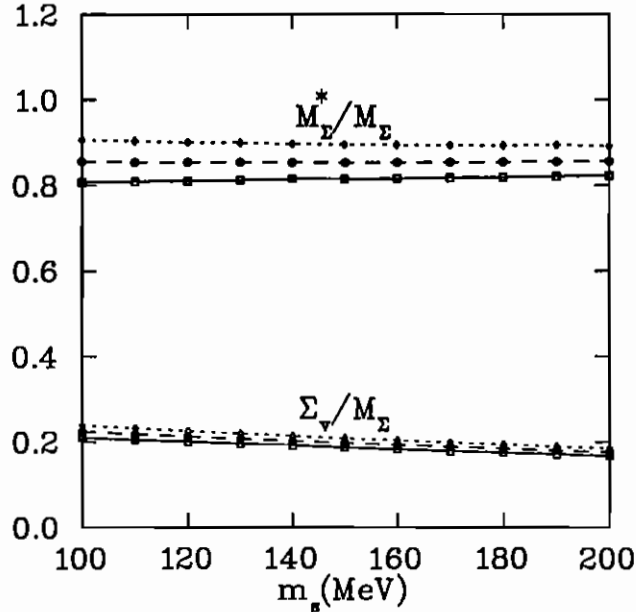


Figura 3.3: Previsões otimizadas para  $M_\Sigma^*/M_\Sigma$  e  $\Sigma_\nu/M_\Sigma$ , como função de  $m_s$ , para  $y = 0$  e  $f = 0$  (sólida),  $f = 0.25$  (tracejada), e  $f = 0.5$  (pontilhada).

Essa análise nos permite concluir que as previsões das regras de soma da QCD para a auto-energia escalar da  $\Sigma$  são muito sensíveis ao conteúdo de estranheza do nucleon, e à dependência com a densidade do condensado de quatro quarks. Por outro lado, nossas previsões para a razão  $\Sigma_\nu/M_\Sigma$ , são aparentemente insensíveis aos detalhes dos cálculos. Para valores típicos dos condensados e demais parâmetros nós obtivemos  $\Sigma_\nu/M_\Sigma \sim 0.18 - 0.21$ . No caso do nucleon, as regras de soma fornecem  $\Sigma_\nu/M_N \sim 0.25 - 0.30$ , o que nos permite prever  $(\Sigma_\nu)_\Sigma/(\Sigma_\nu)_N \sim 0.8 - 1.1$ .

Esse resultado, se interpretado em termos de modelos hadrônicos relativísticos, implicam que o acoplamento do méson vetorial com a  $\Sigma$  é da mesma ordem de grandeza do acoplamento do méson vetorial com o nucleon. Isso, se comparado à previsão do modelo ingênuo de quarks que supõe  $g_{mY}/g_{mN} = 2/3$ , quer dizer que existe uma grande quebra de simetria de SU(3) na matéria nuclear. Isso pode ser atribuído a duas fontes. A primeira é o fato do estado fundamental da matéria nuclear não ser um singlete de SU(3) devido a inexistência de uma estranheza líquida. Isso leva a um consequente desvio nos valores dos condensados, que já não são SU(3) simétricos no vácuo. A segunda fonte se origina nos campos interpolantes. Para a  $\Sigma$  nós usamos o campo interpolante dado na Eq. (3.6), que é composto de dois quarks  $u$  e um quark  $s$ , e esse quarks contribuem para as regras de soma diferentemente. Isso pode ser visto pelos termos dominantes nas regras de soma. Na Eq. (3.10) existe um fator 7 multiplicando  $\langle q^\dagger q \rangle_{\rho_N}$  em relação ao termo proporcional a  $\langle s^\dagger s \rangle_{\rho_N}$ . Uma vez que o quark estranho não se acopla à corrente vetorial nuclear (*i.e.*,  $\langle s^\dagger s \rangle_{\rho_N} = 0$ ) o termo dominante na Eq. (3.10), que fornece a escala para a auto-energia vetorial, fica bastante próximo do termo dominante correspondente para o nucleon (veja Eq. (2.71)).

A dependência da energia-escalar da  $\Sigma$  com  $y$  vem principalmente do termo dominante (proporcional a  $\langle \bar{s}s \rangle_{\rho_N}$ ) na Eq. (3.8), e da parametrização na Eq. (3.11). Se assumimos que o nucleon tem um grande conteúdo de estranheza (*i.e.*,  $y \sim 0.4 - 0.6$ ), e que o condensado de quatro quarks depende fracamente da densidade nuclear (*i.e.*, se  $f \sim 0$ ), então obtemos  $M_\Sigma^*/M_\Sigma \sim 0.77 - 0.84$ , que implica  $\Sigma_s/M_\Sigma \sim -(0.16 - 0.23)$ . No mesmo limite ( $f \sim 0$ ) as regras de soma para o nucleon fornecem  $M_N^*/M_N \sim 0.65 - 0.70$ , e portanto obtemos  $(\Sigma_s)_\Sigma/(\Sigma_s)_N \sim 0.6 - 1.0$ . Num modelo hadrônico isto implica novamente num acoplamento da  $\Sigma$  com um campo escalar da mesma ordem de grandeza que o acoplamento desse campo com o nucleon. Nestas condições existe um grande cancelamento entre as auto-energias escalar e vetorial, que é compatível com os modelos fenomenológicos. Porém, os valores mais recentes obtidos para o termo  $\sigma$  do nucleon [59] (veja Eq. (2.85)) parecem sugerir que  $0 \leq y \leq 0.45$ .

Assim, se  $y \sim 0.4 - 0.6$  e  $f \sim 0$ , podemos interpretar os resultados das regras de soma da QCD para a  $\Sigma$  como uma indicação de que a força de spin-órbita sentida pela  $\Sigma$  num núcleo é um pouco menor, mas comparável com a força sentida pelo nucleon, e isto é consistente com o resultado obtido nas refs. [84, 85]. Entretanto, é importante lembrar que nessas referências esses resultados foram obtidos através da introdução de um acoplamento tensorial adicional entre o híperon e o méson vetorial, e do uso de acoplamentos universais entre os mésons e os híperons. Nossos resultados sugerem, por outro lado, que as forças intensas de spin-órbita são uma consequência da quebra de simetria de SU(3) na matéria nuclear.

### 3.4 Resultados para a $\Lambda$

No caso da  $\Lambda$ , temos dois condensados de quatro quarks escalar-escalar contribuindo para as regras de soma:  $\langle \bar{q}q \rangle_{\rho_N}^2$  e  $\langle \bar{q}q \rangle_{\rho_N} \langle \bar{s}s \rangle_{\rho_N}$ . A dependência com a densidade do condensado  $\langle \bar{q}q \rangle_{\rho_N} \langle \bar{s}s \rangle_{\rho_N}$  será parametrizada como [91]

$$\langle \bar{q}q \rangle_{\rho_N} \langle \bar{s}s \rangle_{\rho_N} = (1 - f') \langle \bar{q}q \rangle_{\text{vac}} \langle \bar{s}s \rangle_{\text{vac}} + f' \langle \bar{q}q \rangle_{\rho_N} \langle \bar{s}s \rangle_{\rho_N} , \quad (3.16)$$

onde  $f'$  é um parâmetro real, cujos valores ficam no intervalo  $0 \leq f' \leq 1$ , de tal forma que o condensado interpola entre sua forma fatorizada no vácuo ( $f' = 0$ ), e sua forma fatorizada na matéria nuclear ( $f' = 1$ ).

O intervalo da massa de Borel no qual as regras de soma para a  $\Lambda$  são válidas no vácuo [69, 96] é  $0.8 \leq M^2 \leq 1.4 \text{ GeV}^2$ , e nós usaremos esse intervalo, como a região de otimização, também na matéria nuclear. Para quantificar a concordância entre os lados esquerdo e direito das regras de soma nós usaremos a mesma medida logarítima definida na Eq.(2.100).

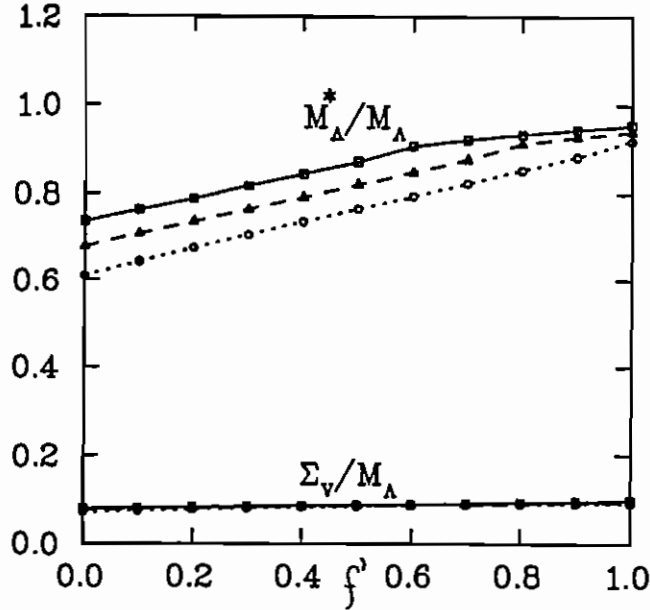


Figura 3.4: Valores otimizados de  $M_\Lambda^*/M_\Lambda$  e  $\Sigma_v/M_\Lambda$  como funções de  $f'$ . As três curvas correspondem a  $f = 0$ (sólida),  $f = 0.25$ (tracejada), e  $f = 0.5$ (pontilhada).

Na Fig. 3.4, os resultados otimizados para as auto-energias normalizadas  $M_\Lambda^*/M_\Lambda$  e  $\Sigma_v/M_\Lambda$  são mostradas como funções de  $f'$  para  $m_s = 150 \text{ MeV}$ ,  $y = 0.1$ ,  $|\mathbf{q}| = 270 \text{ MeV}$  e três diferentes valores de  $f$ . Podemos ver que  $\Sigma_v/M_\Lambda$  é bastante estável à variações tanto de  $f$  quanto de  $f'$ . Por outro lado,  $M_\Lambda^*/M_\Lambda$  varia rapidamente com  $f$  e  $f'$ , e portanto as previsões das regras de soma para a auto-energia escalar são fortemente dependentes da forma como o condensado de quatro quarks depende da densidade. Para  $f = 0.25$  e valores de  $f'$  no intervalo  $0.6 \leq f' \leq 1$ , as previsões são  $M_\Lambda^*/M_\Lambda \simeq 0.85-0.94$  e  $\Sigma_v/M_\Lambda \simeq 0.09$ . Por outro lado, para o mesmo valor de  $f$ , mas para valores pequenos de  $f'$  ( $0 \leq f' \leq 0.3$ ), nós obtemos  $\Sigma_v/M_\Lambda \simeq 0.08$  e  $M_\Lambda^*/M_\Lambda \simeq 0.68-0.76$ . Conforme  $f$  aumenta,  $M_\Lambda^*/M_\Lambda$  diminui, o que implica numa auto-energia escalar ainda maior (no caso do nucleon nós obtivemos que  $M_N^*/M_N$  aumenta com o aumento de  $f$ ). Assim, se ambos condensados de quatro quarks dependerem fracamente da densidade, as regras de soma levam a uma auto-energia vetorial pequena, e a uma auto-energia escalar bastante grande, resultando numa auto-energia grande e atrativa. Uma dependência forte com a densidade do condensado  $\langle \bar{q}q \rangle_{\rho_N}^2$ , também leva a uma auto-energia escalar grande.

Na Fig. 3.5 as razões  $M_\Lambda^*/M_\Lambda$  e  $\Sigma_v/M_\Lambda$  são mostradas como funções de  $M^2$ , para  $f =$

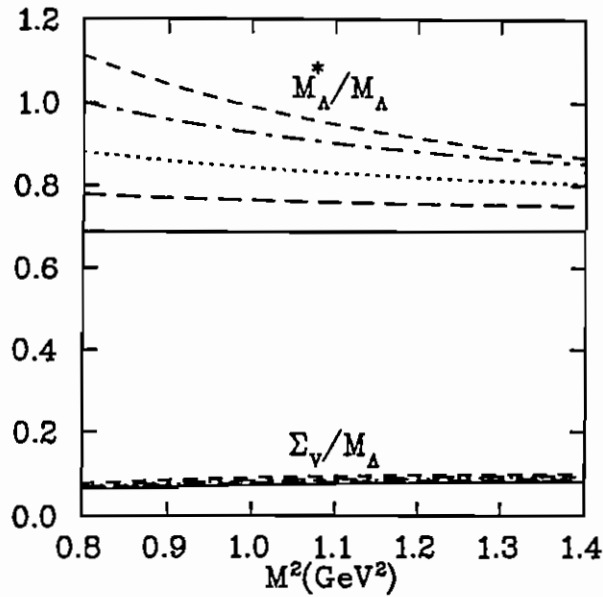


Figura 3.5: Valores otimizados de  $M_{\Lambda}^*/M_{\Lambda}$  e  $\Sigma_v/M_{\Lambda}$  como funções da massa de Borel para  $f = 0.25$ . As cinco curvas correspondem a  $f' = 0$  (sólida),  $f' = 0.25$  (tracejado longo),  $f' = 0.5$  (pontilhada),  $f' = 0.75$  (ponto-tracejada), e  $f' = 1$  (tracejada).

0.25 e valores diferentes de  $f'$ . A curva para  $\Sigma_v/M_{\Lambda}$  apresenta um platô muito bom e é completamente independente do valor de  $f'$  considerado. Já a curva para  $M_{\Lambda}^*/M_{\Lambda}$  apresenta uma boa estabilidade na região da massa de Borel considerada somente para valores de  $f'$  no intervalo  $0 \leq f' \leq 0.5$ . Porém, mesmo para valores grandes de  $f'$ , a estabilidade da curva  $M_{\Lambda}^*/M_{\Lambda}$  não é muito pior do que os resultados usuais das regras de soma.

Com relação às variações em  $m_s$ ,  $y$ , e  $|\mathbf{q}|$ , observa-se que as previsões das regras de soma tanto para  $\Sigma_v/M_{\Lambda}$ , quanto para  $M_{\Lambda}^*/M_{\Lambda}$ , são bastante insensíveis a esses parâmetros [91]. Assim, podemos dizer que a previsão das regras de soma para a razão  $\Sigma_v/M_{\Lambda}$  é completamente independente dos detalhes dos cálculos. Para valores típicos dos condensados relevantes e demais parâmetros,  $\Sigma_v/M_{\Lambda} \simeq 0.08-0.09$ . Para o nucleon nós obtivemos  $\Sigma_v/M_N \simeq 0.25-0.30$ . Portanto, as regras de soma às densidades finitas predizem  $(\Sigma_v)_{\Lambda}/(\Sigma_v)_N \simeq 0.3-0.4$ . A interpretação deste resultado em termos dos modelos hadrônicos relativísticos implica que o acoplamento do  $\Lambda$  com o campo mesônico vetorial é mais fraco do que o acoplamento do nucleon com esse campo, por essa mesma razão. Ou seja, as regras de soma às densidades finitas predizem uma razão para os acoplamentos  $\Lambda$ -meson-vetorial e nucleon-meson-vetorial, menor do que os 2/3 previstos pelos modelos ingênuos de quarks.

As previsões para a auto-energia escalar, por outro lado, são muito sensíveis à desconhecida dependência com a densidade dos condensados de quatro quarks. Se assumirmos que o condensado  $\langle \bar{q}q \rangle_{\rho_N}$  depende fracamente com a densidade, *i.e.*,  $f \sim 0$  (que é consistente com a fenomenologia nuclear relativística tanto no caso do nucleon quanto no caso do  $\Sigma$ ), e se assumirmos que o condensado  $\langle \bar{q}q \rangle_{\rho_N} \langle \bar{s}s \rangle_{\rho_N}$  tem uma forte dependência com a densidade, *i.e.*,  $f'$  é grande, encontramos  $M_{\Lambda}^*/M_{\Lambda} \simeq 0.85-0.94$ , o que implica  $\Sigma_s/M_{\Lambda} \simeq -(0.06-0.15)$ . O

resultado para o nucleon no mesmo limite ( $f \sim 0$ ) é  $M_N^*/M_N \simeq 0.65-0.70$ , e portanto obtemos  $(\Sigma_s)_\Lambda/(\Sigma_s)_N \simeq 0.2-0.4$ . Em termos de modelos hadrônicos isto quer dizer que o acoplamento da  $\Lambda$  com um campo mesônico escalar também é bem menor do que o acoplamento do nucleon com esse mesmo campo. Nesse caso existe um grau de cancelamento grande entre as auto-energia escalar e vetorial, que é um resultado compatível com a observação empírica de que a energia de partícula única  $\Lambda$  (a posição do polo de quasi-partícula) é mudada apenas levemente na matéria nuclear em relação à sua posição no vácuo, ou seja, que a  $\Lambda$  é fracamente ligada.

Por outro lado, se ambos condensados,  $\langle \bar{q}q \rangle_{\rho_N}$  e  $\langle \bar{q}q \rangle_{\rho_N} \langle \bar{s}s \rangle_{\rho_N}$ , dependem tanto fracamente quanto moderadamente com a densidade, a razão  $M_\Lambda^*/M_\Lambda$  prevista é significativamente menor que um, implicando numa auto-energia escalar grande e negativa. Porém, o valor previsto para a razão  $\Sigma_v/M_\Lambda$  continua sendo pequeno. Assim, neste caso, as regras de soma predizem um fraco cancelamento entre as auto-energias escalar e vetorial, resultando numa energia de ligação bastante grande, o que é inconsistente com a experiência.

Portanto, se  $f'$  é grande e  $f \sim 0$ , podemos interpretar os resultados das regras de soma da QCD para a  $\Lambda$  como uma indicação de que a força de spin-órbita sentida pela  $\Lambda$  num núcleo é bastante menor do que a força sentida pelo nucleon, e isto é consistente com o resultado obtido nas refs. [84, 85], onde foi introduzido um acoplamento tensorial adicional entre o híperon e o méson vetorial (e foi usado um acoplamentos universal entre os mésons e os híperons) para se chegar a esse resultado. Como no caso da  $\Sigma$ , nossos resultados sugerem, por outro lado, que as forças de spin-órbita são uma consequência da quebra de simetria de  $SU(3)$  na matéria nuclear.

### 3.5 Resumo

As regras de soma da QCD à densidades finitas discutidas aqui predizem que a auto-energia vetorial da  $\Lambda$  é sensivelmente menor do que a auto-energia vetorial do nucleon, enquanto que a auto-energia vetorial da  $\Sigma$  é da ordem da do nucleon. Porém, como no caso do nucleon, as previsões das regras de soma para as auto-energias escalar dos híperons, são completamente dependentes do comportamento desconhecido com a densidade dos condensados de quatro quarks, e, no caso da  $\Sigma$ , do conteúdo de estranheza do nucleon.

Apesar das incertezas, encontramos que as previsões das regras de soma para as auto-energias escalar e vetorial implicam numa força de spin-órbita para um híperon num núcleo, bem menor do que a sentida pelo nucleon no caso da  $\Lambda$ , e da ordem da sentida pelo nucleon no caso da  $\Sigma$ . Esses resultados são compatíveis com a experiência, e previsões de modelos fenomenológicos relativísticos que utilizam um acoplamento tensorial extra entre os híperons e o méson vetorial [82, 83, 84, 85]. Note entretanto que a magnetude da contribuição tensorial não pode ser estimada à partir das regras de soma na matéria nuclear uniforme.

Contrário ao assumido nas Refs. [82, 83, 84, 85], onde foi assumido acoplamentos com os mésons escalar e vetorial consistentes com  $SU(3)$ , as previsões das regras de soma da QCD sugerem que a fraca força de spin-órbita sentida pela  $\Lambda$ , e a intensa força de spin-órbita sentida pela  $\Sigma$  são uma consequência direta dos pequeno e grande acoplamentos existentes

entre o híperon em questão e os mésons escalar e vetorial.





# Capítulo 4

## Os Instantons nas Regras de Soma da QCD

### 4.1 Introdução

Ao longo dos anos tem-se coletado dados referentes ao papel desempenhado pelos instantons na estrutura dos hadrons. Os primeiros estudos nesse sentido são baseados em modelos construídos à partir da fenomenologia do vácuo [97, 98], que receberam recentemente apoio baseados em estudos de cálculos na rede, que são independentes de modelo [99]. Instantons são soluções de equações clássicas de movimento no espaço Euclidiano. Isso significa que, ao contrário dos sólitons, os instantons não são objetos físicos no espaço de Minkowski, mas trajetórias de tunelamento que conectam os diferentes vácuos da teoria. Um instanton é precisamente uma trajetória clássica através de uma barreira.

O fenômeno de tunelamento na mecânica quântica foi descoberto no final dos anos 20, no contexto do decaimento alfa do núcleo. Na mecânica quântica, assim como na mecânica clássica, a energia é conservada, e a equação de Schrödinger pode ser entendida como

$$E = \frac{\langle p^2 \rangle}{2m} + \langle V(x) \rangle. \quad (4.1)$$

Na região classicamente permitida,  $p^2$  é maior que zero e a função de onda é uma onda  $\psi \sim \exp(ipx)$  com  $p$  real. Entretanto, se estivermos na região classicamente proibida,  $E < V$ ,  $p$  deve ser imaginário.

Na mecânica quântica isso significa simplesmente que a função de onda decai com a distância,  $\psi \sim \exp(-|p|x)$ , e isso explica porque o tunelamento é um efeito tão raro. Mas se  $p$  é imaginário porque não podemos tentar entender isso como um movimento num tempo imaginário? Mudando  $t$  para  $\tau = it$ , nós temos uma nova equação clássica de movimento, com sinal oposto na força:

$$m \frac{d^2 x}{d\tau^2} = -F = -\frac{d(-V)}{dx}. \quad (4.2)$$

Isso tem o mesmo significado de inverter o potencial, e portanto trajetórias clássicas descrevendo o tunelamento de fato existem no tempo imaginário. Na teoria quântica de cam-

pos os instantons aparecem como trajetórias abaixo da barreira, sendo extremos da função de partição (euclidiana) da QCD. Uma revisão bem detalhada sobre o modelo do líquido de instantons para o vácuo da QCD pode ser encontrada na ref. [100].

Estudos analíticos da contribuição dos instantons à OPE e às regras de soma da QCD mostram a importância da consideração explícita das correções devido aos instantons tanto no canal do pión [101, 102] quanto no canal do nucleon [103, 104]. As correções no canal do nucleon mostram um padrão característico, que tem origem na quiralidade dos estados de modo zero do campo de fundo dos instantons: elas são pequenas na regra de soma correspondente à função de correlação do nucleon com quiralidade par, mas são significativas na regra de soma com quiralidade ímpar. De fato, as regras de soma com quiralidade par são estáveis, e estão de acordo com a fenomenologia mesmo quando a contribuição dos instantons é desprezada [15, 16, 69].

Um padrão análogo foi observado em dois cálculos das regras de soma da QCD para a diferença de massa próton-neutron,  $\delta M_N$  [105, 106], sem as correções dos instantons, que também mostram uma discrepância significativa entre os resultados das regras de soma com quiralidade par e ímpar. Novamente a primeira concorda bem com a fenomenologia ( $\delta M_N \simeq 2 \text{ MeV}$ ), enquanto que a segunda fornece um valor consistente com zero, e portanto coloca a consistência entre as duas regras de soma em questão.<sup>1</sup> Foi essa analogia com as regras de soma para o nucleon que nos levou a examinar o papel das correções dos instantons nas regras de soma do nucleon com violação de isospin.

Existe um outro cálculo de regras de soma para o nucleon com violação de isospin, sem correções de instantons [107], que usa um esquema diferente dos cálculos mencionados acima [105, 106]. Na Ref. [107], a diferença de massa  $\delta M_N$  é tomada da experiência (após a subtração da contribuição eletromagnética) e usada como parâmetro de entrada do cálculo, e os dois parâmetros relevantes de quebra de isospin - a diferença de massa entre os quarks  $u$  e  $d$ ,  $\delta m$ , e a diferença entre os condensados de quarks  $u$  e  $d$ ,  $\gamma$  - são estimados pelas regras de soma. Essa análise parece encontrar consistência entre as duas regras de soma, pelo menos se a diferença,  $\delta \lambda_N^2$ , entre os resíduos do neutron e próton é fitada. Esse fite requer, entretanto, um valor muito pequeno para  $|\gamma|$ , que não está de acordo com o valor estimado à partir da teoria de perturbação quiral, e também um valor muito grande para a contribuição do contínuo. Estes pontos serão mais discutidos nas seções seguintes, onde discutiremos também a importância da contribuição dos instantons no canal do pión.

## 4.2 Função de Correlação para o Nucleon e Instantons

O estudo das violações de isospin nas regras de soma da QCD para o nucleon podem se basear tanto na função de correlação do nucleon num campo externo escalar-isovetorial [106], quanto na diferença das funções de correlação do neutron e próton [105, 107]. Aqui nós adotaremos o segundo tratamento.

---

<sup>1</sup>Tentativas de reduzir essa discrepância pela adição de um termo, na OPE, atribuído à correções eletromagnéticas [105] requeririam um correspondente refinamento do lado fenomenológico das regras de soma, veja Ref. [107].

A função de correlação do próton no vácuo é caracterizada por duas amplitudes invariantes com quiralidade diferentes:

$$\Pi_p(q) = i \int d^4x e^{iq \cdot x} \langle 0 | T \eta_p(x) \bar{\eta}_p(0) | 0 \rangle = \not{q} \Pi_{q,p}(q^2) + \Pi_{1,p}(q^2), \quad (4.3)$$

onde  $\eta_p$  é o campo interpolante do próton que é dado genericamente pela Eq. (2.5). Para podermos comparar diretamente nossos resultados com os apresentados nas refs. [105, 106, 107], nós usaremos a escolha de Ioffe [15] para o campo interpolante do próton ( $t = -1$ ):

$$\eta_p(x) = \epsilon_{abc} \left[ u_a^T(x) C \gamma_\mu u_b(x) \right] \gamma_5 \gamma^\mu d_c(x). \quad (4.4)$$

A corrente do neutron é obtida através da troca dos campos de quarks  $u$  e  $d$ .

A contribuição dominante dos instantons para a função de correlação origina-se nos estados de quarks de modo zero num campo de fundo de instantons [108]

$$\psi_0^\pm(x) = \frac{\rho}{\pi} \frac{1 \pm \gamma_5}{(r^2 + \rho^2)^{3/2}} \not{r} U, \quad (4.5)$$

onde o os sinais  $\pm$  correspondem a um (anti-) instanton de tamanho  $\rho$  centrado em  $x_0$ . A matriz de spin-cor  $U$  satisfaz a relação:  $(\vec{\sigma} + \vec{\tau}) U = 0$  e  $r = x - x_0$ . As contribuições de modo zero entram no cálculo da função de correlação através do termo dominante do propagador do quark num campo de fundo [103]

$$S_q^\pm(x, y) = \frac{\psi_0^\pm(x) \psi_0^{\pm\dagger}(y)}{m_q^*(\rho)} + O(\rho m_q^*). \quad (4.6)$$

A massa efetiva do quark,  $m_q^*(\rho) = m_q - \frac{2}{3} \pi^2 \rho^2 \langle \bar{q}q \rangle$  (onde  $q$  representa os quarks  $u$  e  $d$ ), no denominador é gerada por interações com os campos do vácuo da QCD [17, 109]. A propagação dos quarks nos modos do contínuo no campo de fundo dos instantons será aproximada, como em [103], pelo propagador de quarks padrão da OPE Eq. (2.10).

Podemos notar que tanto o propagador dos modos zero quanto dos modos no contínuo são dependentes do sabor. Assim, a contribuição para a quebra de isospin se origina, neste tratamento, na diferença de massa entre os quarks  $u$  e  $d$

$$\delta m = m_d - m_u, \quad (4.7)$$

e na diferença nos valores dos condensados de quarks correspondentes

$$\gamma \equiv \frac{\langle 0 | \bar{d}d - \bar{u}u | 0 \rangle}{\langle 0 | \bar{u}u | 0 \rangle}. \quad (4.8)$$

O condensado de quarks isovetorial, que determina  $\gamma$ , é a fonte não perturbativa dominante de violação de isospin na OPE, já que está relacionado com o operador de ordem mais baixa. O valor de  $\gamma$  foi estimado em vários tratamentos [107, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116], com resultados variando em mais de uma ordem de grandeza,  $-1 \times 10^{-2} \leq \gamma \leq$

$-2 \times 10^{-3}$ . A análise da sensibilidade das regras de soma ao valor  $\gamma$  será usada como uma estimativa adicional a seu valor [107, 104]. Para a diferença na massa dos quarks nós usaremos o valor padrão [110]  $\delta m = 3.3 \text{ MeV}$ .

Nós usaremos o propagador de quarks no campo de fundo dos instantons, definido na Eq. (4.6), para calcular a contribuição dos instantons à função de correlação do próton e do neutron. Nosso primeiro resultado genérico é que as amplitudes com quiralidade par,  $\Pi_q$ , não recebem correções dominantes dos instantons. Isto generaliza o resultado da ref. [103] para o caso de quarks com massa e condensados diferentes, e é uma consequência do uso da corrente de Ioffe. As amplitudes ímpar na quiralidade, por outro lado, recebem contribuições consideráveis dos instantons, e a diferença nas contribuições para o próton e para o neutron permanece finita. A contribuição para a função de correlação do próton, em primeira ordem na massa do quark, no espaço Euclidiano, é dada por

$$\begin{aligned} \Pi_{1,p}^{inst}(q^2) = & - \frac{16}{\pi^4} \int d\rho \rho^4 \frac{n(\rho)}{m_0^{*2}(\rho)} \\ & \times \int d^4x e^{iqx} \left( \frac{1-\zeta}{N_c} \langle \bar{u}u \rangle - \frac{im_u}{\pi^2 x^2} \right) \int d^4x_0 \frac{1}{[(x-x_0)^2 + \rho^2]^3 [x_0^2 + \rho^2]^3}, \end{aligned} \quad (4.9)$$

onde  $N_c$  é o número de cores dos quarks. A parte isoescalar da massa efetiva dos quarks no limite quiral é definida como  $m_0^*(\rho) = -\frac{2}{3}\pi^2\rho^2\langle\bar{q}q\rangle_0$  com  $\langle\bar{q}q\rangle_0 \equiv (\langle\bar{u}u\rangle + \langle\bar{d}d\rangle)/2$ . Nós definimos também a quantidade adimensional  $\zeta = (m_u + m_d)/m_0^*$ .

Para avaliarmos a Eq. (4.9) nós precisamos de uma expressão para a distribuição de tamanhos dos instantons,  $n(\rho)$ , no vácuo. Essa distribuição pode ser obtida à partir do modelo de vácuo do líquido de instantons [117] e da análise das configurações (com temperaturas baixas) na rede [99]. A distribuição gaussiana estreita encontrada na Ref. [117] pode ser bem aproximada por [118]

$$n(\rho) = \bar{n} \delta(\rho - \bar{\rho}), \quad \bar{n} \simeq \frac{1}{2} \text{fm}^{-4}, \quad \bar{\rho} \simeq \frac{1}{3} \text{fm}, \quad (4.10)$$

que despreza a pequena largura à meia altura ( $\simeq 0.1 \text{fm}$ ) da distribuição original. Na Eq. (4.10) nós introduzimos o tamanho médio dos instantons  $\bar{\rho}$  e a densidade do número de instantons  $\bar{n}$ , que é igual à densidade de anti-instantons. A densidade do número de instantons está relacionada com o condensado de quarks isoescalar pela relação de auto-consistência [119]

$$\bar{n} = -\frac{1}{2} m_0^*(\bar{\rho}) \langle \bar{q}q \rangle_0, \quad (4.11)$$

que pode ser usada para eliminar  $\bar{n}$  na Eq. (4.10) em favor do condensado de quarks.

Com essa expressão para a densidade de instantons a integração sobre o tamanho dos instantons, na Eq. (4.9), torna-se trivial, e após fazer a transformada de Borel (dada pela Eq. (2.62)) a Eq. (4.9) pode ser reescrita como

$$\Pi_{1,p}^{inst}(M^2) = -\frac{3}{4\pi^2} \left[ \frac{1-\zeta}{N_c} \langle \bar{u}u \rangle M^4 I_1(M^2 \bar{\rho}^2) - \frac{1}{16\pi^2} m_u \bar{\rho}^4 M^{10} I_2(M^2 \bar{\rho}^2) \right], \quad (4.12)$$

em termos das integrais

$$I_1(z^2) = \int_{z^2/4}^{\infty} dx \frac{x^2}{(x - z^2/4)^2} e^{-x^2(x - z^2/4)^{-1}}, \quad (4.13)$$

$$I_2(z^2) = \int_0^{\infty} dx_1 \int_0^{z^{-2}} dx_2 \frac{x_2^2(z^{-2} - x_2)^2}{(x_1 + x_2 - z^2 x_2^2)^5} e^{-\frac{1}{4}(x_1 + x_2 - z^2 x_2^2)^{-1}}. \quad (4.14)$$

A amplitude análoga para o neutrão segue da Eq. (4.12) pela troca do quark  $u$  pelo quark  $d$ .

As integrais nas Eqs. (4.13) e (4.14) contém as correções dos instantons aos coeficientes de Wilson (já transformados em Borel) do operador unitário (em  $I_2$ ) e do condensado de quarks ( $\bar{u}u$ ) (em  $I_1$ ). A integral em  $I_2$ , entretanto, contém, além da contribuição ao operador unitário, uma parte “soft”. Essa parte se origina da região de loop no espaço dos momentos onde o momento externo  $Q^2$  é carregado exclusivamente pela linha de quark que não está participando da interação de modo zero induzida. Não existe uma contribuição desse tipo em  $I_1$ , já que nesse caso a terceira linha de quark interage com o condensado, e portanto não carrega momento.

Essa parte “soft” de  $I_2$  representa a contribuição dos instantons ao condensado de quatro quarks [103]. Para evitarmos uma contagem dupla, os termos proporcionais aos condensados de quatro quarks que aparecem na OPE e as contribuições dos instantons devem ser adaptadas, antes de se combinar os termos da OPE com  $\Pi_1^{inst}$ . Como na Ref. [103] nós desprezaremos a contribuição da OPE ao condensado de quatro quarks  $\langle \bar{u}u\bar{d}d \rangle$ , já que uma grande contribuição à esse condensado é induzida pelo vértice de 't Hooft no limite de momento externo nulo. Condensados de quatro quarks do tipo  $\langle \bar{u}u\bar{u}u \rangle$  e  $\langle \bar{d}d\bar{d}d \rangle$ , por outro lado, não recebem contribuição dos instantons (no nosso esquema de aproximação), e serão mantidos inalterados.

### 4.3 Regras de Soma para o Nucleon com Violação de Isospin

Após implementar a modificação discutida acima, a contribuição da OPE (já transformada em Borel) para as amplitudes invariantes do próton com quiralidade par e ímpar (que podem ser obtidas respectivamente das Eqs (2.70) e (2.69) no limite de densidade zero, acrescidas dos termos proporcionais à massa do quark) são dadas por

$$\begin{aligned} \Pi_{q,p}^{OPE}(M^2) &= \frac{M^6}{32\pi^4} + \frac{M^2}{32\pi^2} \left\langle \frac{\alpha_s}{\pi} G^2 \right\rangle + \frac{M^2}{4\pi^2} m_d \langle \bar{d}d \rangle + \frac{2}{3} \langle \bar{u}u \rangle^2 \\ &+ \frac{1}{24\pi^2} m_d \langle g_s \bar{u}\sigma \cdot \mathcal{G}u \rangle + \frac{1}{12\pi^2} m_u \langle g_s \bar{d}\sigma \cdot \mathcal{G}d \rangle - \frac{1}{6M^2} \langle \bar{u}u \rangle \langle g_s \bar{u}\sigma \cdot \mathcal{G}u \rangle, \end{aligned} \quad (4.15)$$

$$\Pi_{1,p}^{OPE}(M^2) = \frac{M^6}{16\pi^4} m_d - \frac{M^4}{4\pi^2} \langle \bar{d}d \rangle + \frac{4}{3} m_d \langle \bar{u}u \rangle^2. \quad (4.16)$$

As amplitudes para o neutron seguem dessas equações pela troca dos quarks  $u \leftrightarrow d$ .

Adicionando a contribuição dos instantons, Eq. (4.12), para a amplitude com quiralidade ímpar ( $\Pi_1$ ), tomando a diferença entre as regras de soma para o neutron e para o próton, e transferindo a contribuição do contínuo para o lado da OPE, nós obtemos

$$\left[ 2\lambda_N^2 \frac{M_N^2}{M^2} \delta M_N - \lambda_N^2 \delta M_N - \delta \lambda_N^2 M_N \right] e^{-M_N^2/M^2} - \frac{1}{4\pi^2} \langle \bar{q}q \rangle_0 s_1 e^{-s_1/M^2} \delta s_1 = \frac{M^6 \delta m}{16\pi^4} E_2 L^{-8/9} - \frac{\gamma}{4\pi^2} \langle \bar{q}q \rangle_0 M^4 E_1 + \frac{4}{3} \delta m \langle \bar{q}q \rangle_0^2 + \frac{\gamma}{4\pi^2} \langle \bar{q}q \rangle_0 M^4 I_1(z^2) - \frac{3}{64\pi^4} \delta m \bar{p}^4 M^{10} I_2(z^2) L^{-8/9}, \quad (4.17)$$

onde  $M_N = (M_p + M_n)/2$  e  $\lambda_N = (\lambda_p + \lambda_n)/2$  designam a massa isoescalar do nucleon e o acoplamento isoescalar do nucleon com o campo interpolante. As diferenças no limiar do contínuo, e no acoplamento que violam isospin são designadas por  $\delta \lambda_N^2 = \lambda_n^2 - \lambda_p^2$ ,  $\delta s_1 = s_{1n} - s_{1p}$ , e o fator  $L^{-8/9}$ , com  $L = \ln(M^2/\Lambda_{\text{QCD}}^2)/\ln(\mu^2/\Lambda_{\text{QCD}}^2)$ , corrigi a dimensão anômala dos operadores e do campo interpolante (veja discussão no Cap. 2). Na Eq. (4.17) nós também definimos o condensado isoescalar  $\langle \bar{q}q \rangle_0 = (\langle \bar{u}u \rangle + \langle \bar{d}d \rangle)/2$ .

As contribuições do contínuo, que começam no limiar  $s_1$ , estão descritas através das funções  $E_1 \equiv 1 - e^{-s_1/M^2} \left( \frac{s_1}{M^2} + 1 \right)$  e  $E_2 \equiv 1 - e^{-s_1/M^2} \left( \frac{s_1^2}{2M^4} + \frac{s_1}{M^2} + 1 \right)$  [15]. Essas definições são idênticas às apresentadas no Cap. 2. O termo proporcional a  $\delta s_1$  tem origem nos termos do contínuo das regras de soma individuais do neutron e do próton. Ele não corresponde à estrutura de corte (*i.e.*, ao comportamento dominante da OPE) da regra de soma da diferença, e portanto não é necessário para o acordo com o comportamento de grandes valores de  $s$  da OPE.

Usando as definições padrões  $a \equiv -4\pi^2 \langle \bar{q}q \rangle_0$ , e  $\tilde{\lambda}_N^2 \equiv 32\pi^4 \lambda_N^2$ , a regra de soma na Eq. (4.17) pode ser reescrita como

$$e^{M_N^2/M^2} \left[ M^8 \delta m E_2 L^{-8/9} + M^6 \gamma a E_1 + \frac{4}{3} \delta m M^2 a^2 - M^6 \gamma a I_1(z^2) - \frac{3}{4} \delta m \bar{p}^4 M^{12} I_2(z^2) L^{-8/9} \right] = \tilde{\lambda}_N^2 M_N^2 \delta M_N - \left( \frac{\tilde{\lambda}_N^2}{2} \delta M_N + \frac{\delta \tilde{\lambda}_N^2}{2} M_N \right) M^2 + a s_1 M^2 e^{-(s_1 - M_N^2)/M^2} \delta s_1. \quad (4.18)$$

A regra de soma correspondente na estrutura  $\not{q}$  não recebe contribuição dos instantons, e é então obtida diretamente da diferença das regras de soma para o neutron e para o próton nessa estrutura. Com as definições acima, e definindo também  $b = 4\pi^2 \left\langle \frac{\alpha_s}{\pi} G^2 \right\rangle$  e  $m_0^2 \equiv \langle g_s \bar{q} \sigma \cdot \mathcal{G} q \rangle_0$ , ela pode ser escrita como

$$e^{M_N^2/M^2} \left[ -a M^4 \delta m E_0 L^{-4/9} - \frac{4}{3} M^2 \gamma a^2 L^{4/9} + \frac{m_0^2}{6} \delta m M^2 a L^{-8/9} + \frac{m_0^2}{3} \gamma a^2 L^{-2/27} \right] = \tilde{\lambda}_N^2 M_N \delta M_N - \frac{\delta \tilde{\lambda}_N^2}{2} M^2 + \frac{1}{4} \left( s_q^2 + \frac{b}{2} \right) M^2 e^{-(s_q - M_N^2)/M^2} L^{-4/9} \delta s_q, \quad (4.19)$$

onde  $E_0 \equiv 1 - e^{-s_q/M^2}$ . É interessante chamar a atenção para o fato de que as regras de soma Eqs. (4.18) (sem a contribuição dos instantons) e (4.19) são exatamente iguais às obtidas na Ref. [106] usando o método do campo externo.

Neste ponto pode ser útil relembrarmos as principais hipóteses e aproximações usadas no lado da OPE dessas regras de soma, e na parametrização dos seus lados fenomenológicos. No cálculo da OPE nós consideramos os condensados de dimensões até seis, e calculamos os coeficientes de Wilson na ordem dominante em  $\alpha_s$ . Incertezas menos sistemáticas surgem da falta de conhecimento preciso do valor dos condensados, e do procedimento de fatorização do condensado de quatro quarks.

No lado fenomenológico a hipótese principal é a do princípio de dualidade entre as descrições hadrônica e de quarks e gluons do contínuo. Observou-se que essa hipótese é boa em vários estudos das regras de soma e também em simulações na rede de funções de correlação ponto a ponto [120]. No nosso contexto essa hipótese sofre um teste mais rigoroso já que nós consideramos a diferença de duas funções espectrais. Aqui, mais do que nas regras de soma para o nucleon, a supressão de Borel dos estados no contínuo é importante para aumentar a sensibilidade das regras de soma à contribuição do estado fundamental.

Como já discutido anteriormente, na análise numérica das regras de soma o limite superior da janela de Borel é determinado de tal forma que as contribuições do contínuo não excedam uma certa porcentagem da contribuição total da OPE. Caso contrário as regras de soma serão menos sensíveis à contribuição do polo, e um ajuste de boa qualidade passa a ser uma consequência trivial da dominação do contínuo (ao invés de ser um critério de consistência), uma vez que o contínuo é modelado pelo comportamento dominante da OPE. Contribuições moderadas do contínuo são então uma condição necessária para se obter regras de soma confiáveis. Na próxima seção nós analisaremos como a contribuição dos instantons afeta as contribuições do contínuo.

## 4.4 Análise Quantitativa das Regras de Soma do Nucleon

O objetivo da análise da violação de isospin nas regras de soma do nucleon é a determinação dos parâmetros de quebra de isospin no lado fenomenológico à partir do melhor ajuste com o lado da OPE. Usando para todos os outros parâmetros os valores obtidos nas regras de soma isossimétricas do nucleon, ou usando seus valores experimentais, nós ainda teríamos quatro parâmetros independentes:  $\delta M_N$ ,  $\delta \lambda_N^2$ ,  $\delta s_q$  e  $\delta s_1$  para determinar. Limitações na parametrização das densidades espectrais e aproximações no lado teórico fazem com que um tal procedimento forneça resultados instáveis com ou sem instantons.

Para diminuir o número de parâmetros a serem ajustados, nós podemos ou fixar o valor do único parâmetro conhecido fenomenologicamente,  $\delta M_N$ , no seu valor experimental, como feito em [107], ou fazer hipóteses para relacionar pelo menos dois dos outros parâmetros que violam isospin. Os autores da Ref. [105], por exemplo, assumiram  $\delta s_q = \delta s_1$  em sua análise, e posteriormente desprezaram as diferenças nos limiares do contínuo do neutron e do próton, *i.e.*, eles tomaram  $\delta s_q = \delta s_1 = 0$ . Como tal hipótese não tem uma base teórica, os erros associados não podem ser controlados nem estimados de uma forma confiável. Assim, nós preferimos seguir o tratamento da Ref. [107], e usaremos  $\delta M_N^{non-elm} = 2.05 \pm 0.30$  MeV como fornecido pela fenomenologia. Esse valor é deduzido da diferença de massa

experimental  $\delta M_N^{exp} = 1.29 \text{ MeV}$  [121] subtraída da contribuição eletromagnética  $\delta M_N^{elm} = -0.76 \pm 0.30 \text{ MeV}$  [58].

Nós usamos os valores convencionais da massa isoescalar do nucleon,  $M_N = 940 \text{ MeV}$ , do condensado de quarks,  $a = 0.55 \text{ GeV}^3$ , e do condensado de gluons,  $b = 0.5 \text{ GeV}^4$ . O resíduo do polo do nucleon isossimétrico,  $\tilde{\lambda}_N^2 = 1.8 \text{ GeV}^6$ , e a média no isospin do limiar do contínuo,  $s_0 = 2.2 \text{ GeV}^2$ , são extraídas do cálculo das regras de soma do nucleon com correções de instantons [103].

Os parâmetros de quebra de isospin  $\delta \tilde{\lambda}_N^2$ ,  $\delta s_1$  e  $\delta s_q$  são calculados através da minimização da diferença entre os lados direito e esquerdo das regras de soma Eqs. (4.18) e (4.19), sob a medida logarítmica  $\delta$  definida na Eq. (2.100), no intervalo de massa de Borel  $0.8 \text{ GeV}^2 \leq M^2 \leq 1.4 \text{ GeV}^2$ . Essa minimização foi feita para vários valores de  $\gamma$  no intervalo  $-1 \times 10^{-2} \leq \gamma \leq -2 \times 10^{-3}$ , e encontramos um melhor acordo entre ambas regras de soma para valores de  $\gamma$  no limite esquerdo desse intervalo (que são os valores mais convencionais), enquanto que o estudo análogo da Ref. [107], que não considera a contribuição dos instantons, encontra o valor não convencional  $\gamma = -2 \times 10^{-3}$ . Para  $\gamma = -1 \times 10^{-2}$ , em particular, nosso melhor ajuste, entre os lados esquerdo e direito de ambas regras de soma, fornece

$$\delta \tilde{\lambda}_N^2 = -2.1 \times 10^{-4} \text{ GeV}^6, \quad \delta s_1 = -1.7 \times 10^{-2} \text{ GeV}^2, \quad \delta s_q = 1.03 \times 10^{-3} \text{ GeV}^2. \quad (4.20)$$

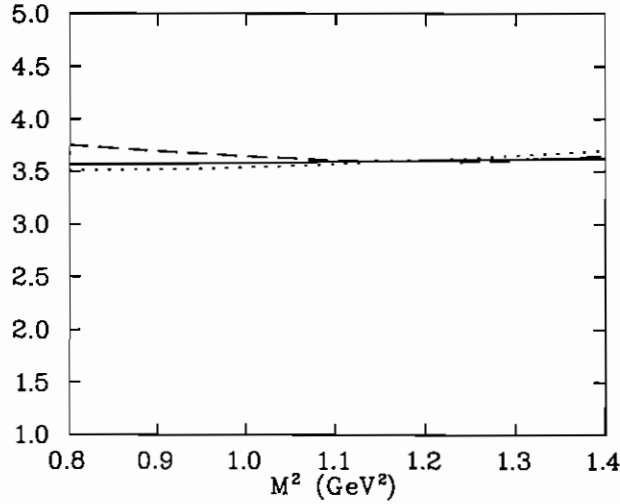


Figura 4.1: Melhor ajuste entre RHS (linha sólida) das regras de soma e os LHS de  $\Pi_q$  (linha pontilhada) e de  $\Pi_1$  (linha tracejada).

Nas figuras de 1 a 3 nós mostramos diferentes aspectos desse ajuste. Para poder comparar os ajustes otimizados das regras de soma  $\Pi_q$  e  $\Pi_1$ , nós transferimos todos menos os dois primeiros termos do lado direito da Eq. (4.19) para o lado esquerdo, e reescrevemos a regra de soma na Eq. (4.18) analogamente de tal forma que os mesmos dois termos  $\tilde{\lambda}_N^2 M_N \delta M_N - \frac{\delta \tilde{\lambda}_N^2}{2} M^2$ , permaneçam em seus lados direitos, e chamamos isso de RHS. os lados esquerdos



respectivos são chamados de LHS. Na Fig. 4.1 nós comparamos esse RHS (linha sólida) com o LHS de  $\Pi_q$  (linha pontilhada) e  $\Pi_1$  (linha tracejada). Vemos por essa figura que o acordo entre ambas regras de soma é bem melhor do que o acordo conseguido entre as regras de soma do nucleon no vácuo (veja Fig. 2.3b).

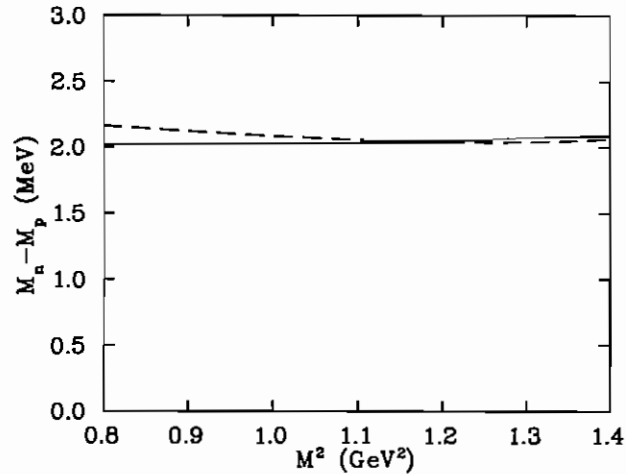


Figura 4.2: A diferença de massa neutron-próton como função da massa de Borel obtida à partir da otimização de  $\Pi_q$  (linha sólida), e de  $\Pi_1$  (linha tracejada).

Na Fig. 4.2 nós mostramos a diferença de massa neutron-próton resultante,  $\delta M_N$ , como função de  $M^2$ , obtida através da resolução de ambas regras de soma para  $\delta M_N(M^2)$ . Essas curvas mostram um excelente platô de estabilidade, que confirma o bom acordo entre as duas regras de soma. Na verdade, essa independência da massa de Borel é o critério mais seguro da consistência intrínseca entre as regras de soma.

Para podermos comparar o tamanho relativo e o comportamento das contribuições da OPE e dos instantons à regra de soma  $\Pi_1$ , Eq. (4.18) (lembre-se que  $\Pi_q$  não recebe contribuição dos instantons), nós mostramos na Fig. 4.3 essas contribuições separadas, e também a soma dessas contribuições comparada com o ajuste otimizado do RHS da Eq. (4.18). Podemos ver que a contribuição dos instantons é tão importante quanto à contribuição da OPE, e é portanto fundamental na determinação dos resultados. Assim, a prática usual de se desprezar essas contribuições não é de forma alguma justificável.

É também instrutivo comparar nossos resultados das Figs. 4.1 e 4.2 com as curvas análogas, mas calculadas sem as correções dos instantons. Lembremos que neste caso a parte  $\langle \bar{u}u\bar{d}d \rangle$  do condensado de quatro quarks tem que ser considerada na Eq. (4.18), isso muda o coeficiente de Wilson do operador  $\langle \bar{q}q \rangle^2$  de  $4/3$  para  $-2/3$ . Como já foi comentado, um valor absoluto menor de  $\gamma$  é favorecido neste caso. As curvas nas Figs. 4.4 e 4.5 foram obtidas pela otimização das regras de soma com  $\gamma = -2 \times 10^{-3}$ . A menos de correções pequenas devido ao fato de estarmos desprezando condensados de dimensão oito, essas regras de soma correspondem às analisadas em [107]<sup>2</sup>.

<sup>2</sup>As regras de soma na Ref. [107] contém um erro no coeficiente do condensado de quatro quarks que nós corrigimos.

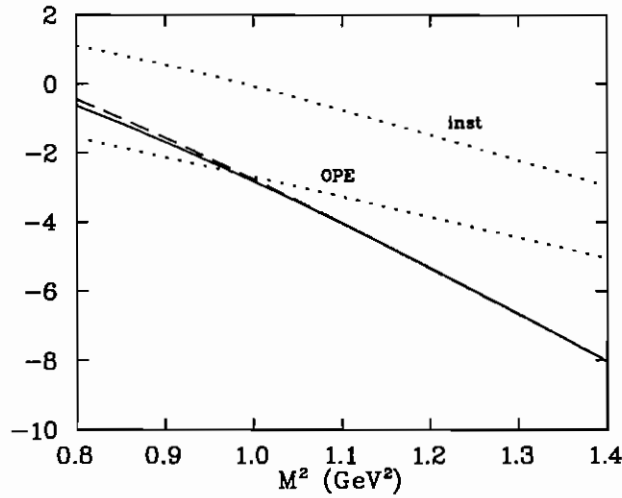


Figura 4.3: As contribuições dos instantons e da OPE ao lado esquerdo da regra de soma  $\Pi_1$ . A soma desses termos está representada pela linha tracejada, e o resultado otimizado do lado direito é dado pela linha sólida.

Da comparação entre as Figs. 4.1 e 4.4 fica bem claro que valores bem diferentes dos parâmetros de quebra de isospin ( $\delta\tilde{\lambda}_N^2 = 1.4 \times 10^{-2} \text{GeV}^6$ ,  $\delta s_q = 7.0 \times 10^{-3} \text{GeV}^2$ ,  $\delta s_1 = 1.2 \times 10^{-2} \text{GeV}^2$ ) são necessários para ajustar os lados fenomenológico e teórico das regras de soma, quando a contribuição dos instantons não é considerada. A diferença entre os resíduos do polo do nêutron e do próton, por exemplo, torna-se duas ordens de grandeza maior e muda de sinal.

Mais importante que isso, entretanto, é o fato de que o pequeno valor do módulo de  $\gamma$ , preferido pelas regras de soma, tem uma consequência desastrosa. Uma análise mais detalhada das regras de soma mostra que valores decrescentes de  $|\gamma|$  levam a contribuições crescentes dos modos no contínuo em relação à contribuição do polo. Na verdade, os valores dos parâmetros considerados acima correspondem à uma contribuição dos estados no contínuo de 90% da regra de soma com quiralidade ímpar (e aproximadamente 37% no caso da regra de soma com quiralidade par). Evidentemente essa dominação do contínuo coloca sérias dúvidas sobre a confiabilidade da regra de soma com quiralidade ímpar, mesmo que a qualidade e a estabilidade do ajuste pareçam satisfatórias (veja Fig. 4.5). Quando a correção dos instantons é considerada, a contribuição do contínuo é da ordem de 20% para ambas regras de soma.

É interessante notar que na análise feita na Ref. [106], que não considerou a contribuição dos instantons, a regra de soma equivalente à Eq. (4.18) foi descartada exatamente pelo fato de ser dominada pelo contínuo, e o resultado da análise considerando apenas a regra de soma Eq. (4.19) é consistente com os resultados obtidos aqui.

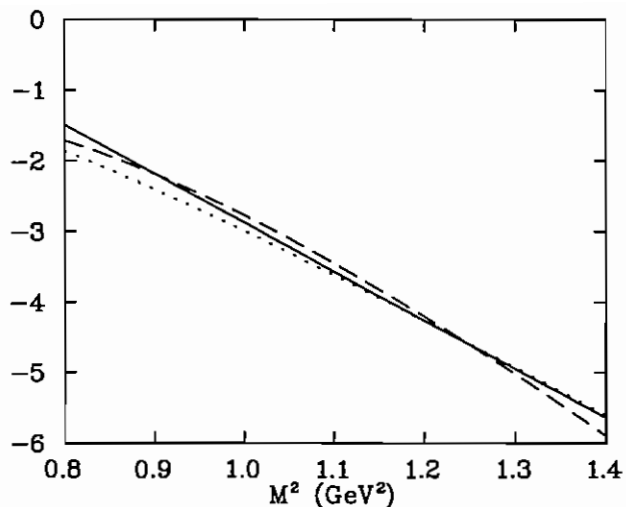


Figura 4.4: Mesmo que a Fig. 4.1 para as regras de soma otimizadas sem a contribuição dos instantons, e com  $\gamma = -2 \times 10^{-3}$ .

## 4.5 O Fator de Forma Eletromagnético do Píon e Instantons

Devido a natureza de bóson de Goldstone do píon, os cálculos das regras de soma das propriedades píônicas podem se basear em princípio (mas não na prática!) em duas funções de correlação correspondentes ao uso dos campos interpolantes pseudoescalar ou axial-vetorial. O píon se acopla fortemente a essas duas correntes, e portanto contribue para o correlator nesses dois canais.

O canal pseudoescalar tem algumas vantagens para cálculos de regras de soma. A precisão da parametrização padrão polo-contínuo da função espectral correspondente se beneficia da quase completa dominância do píon na região de massas pequenas [122, 123]. Além disso, funções de correlação envolvendo a corrente pseudoescalar tem uma estrutura tensorial bem mais simples, que torna mais fácil o cálculo de funções de três pontos.

Entretanto, todas aplicações das regras de soma no canal do píon [14, 17, 124, 125], com exceção de [101], são baseadas nas funções de correlação com corrente axial-vetorial. O uso da corrente pseudoescalar tem sido evitado porque é bem sabido que essa corrente recebe contribuições importantes dos instantons [122, 126]. De fato, essa contribuição é tão importante que ela sózinha é responsável pelo entendimento qualitativo do fato de que existe uma mistura muito grande de sabores nos mésons pseudoescalares (ao contrário do que existe com os mésons vetoriais por exemplo), e pela separação de massa  $\eta - \eta'$  [126].

Entretanto, o conhecimento insuficiente da distribuição de tamanhos dos instantons no vácuo, devido à inexistência de um esquema de aproximação consistente, evitou que se fizesse estimativas quantitativas das contribuições do instantons, por exemplo, à OPE nas regras de soma, e levou à mencionada preferência pela corrente axial-vetorial. Na última década, porém, informação consistente sobre a distribuição do tamanho dos instantons foi obtida de outras

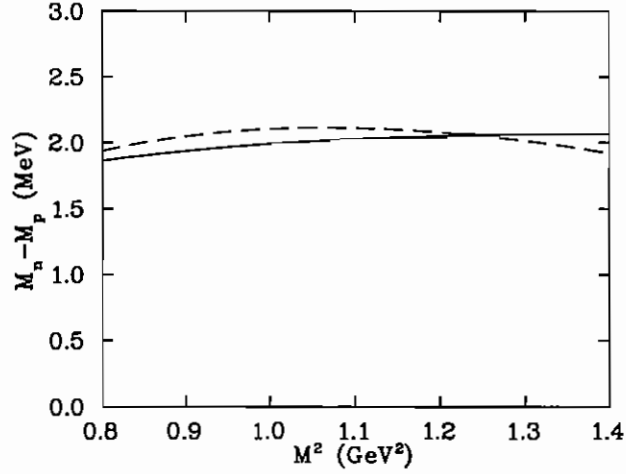


Figura 4.5: Mesmo que a Fig. 4.2 para as regras de soma otimizadas sem a contribuição dos instantons.

fontes, que inclui estimativas fenomenológicas [118], estudos variacionais [98], e simulações numéricas de modelos de líquido de instantons [117] assim como cálculos na rede [99]. As características da densidade  $n(\rho)$  de instantons de tamanho  $\rho$  no vácuo, que emergem desses estudos podem ser resumidas e parametrizada pela Eq. (4.10) [118].

Assim, conhecida a distribuição de tamanhos do instantons, nós calcularemos o fator de forma eletromagnético do pión, à partir das regras de soma da QCD, usando a corrente pseudoescalar. A contribuição dos instantons será avaliada semiclassicamente na aproximação do modo zero, como descrito na Sec. 4.2. Nosso estudo complementa o estudo anterior similar da regra de soma da massa do pión [101].

As técnicas das regras de soma para cálculos de fatores de forma hadrônicos à momentos transferidos na região de energias intermediárias foram desenvolvidas nas Refs. [124, 125]. A aplicação que eles fizeram ao fator de forma do pión, baseada no campo interpolante axial-vetorial, levou a uma boa concordância com os dados experimentais (na região de momentos transferidos  $0.5 < Q^2 < 3.0 \text{ GeV}^2$  [124, 125]. Assim, nosso cálculo fornece também uma possibilidade de se checar a consistência entre as regras de soma pseudoescalar e axil-vetorial.

Para obter a regra de soma para o fator de forma do pión, nós consideraremos a função de correlação de três pontos com duas correntes pseudoescalar  $j_5(x) = \bar{d}(x)i\gamma_5 u(x)$  e a corrente eletromagnética  $j_\mu^{el}(x) = e_u \bar{u}(x)\gamma_\mu u(x) + e_d \bar{d}(x)\gamma_\mu d(x)$ ,

$$\Gamma_\mu(p, p'; q) = - \int d^4x \int d^4y e^{i(p' \cdot x - q \cdot y)} \langle 0 | T \{ j_5^\dagger(x), j_\mu^{el}(y), j_5(0) \} | 0 \rangle, \quad (4.21)$$

com  $q = p' - p$ .  $\Gamma_\mu$  pode ser decomposta em duas estruturas vetoriais de Lorentz independentes,

$$\Gamma_\mu(p, p'; q) = \Gamma_1(p^2, p'^2, q^2)(p' + p)_\mu + \Gamma_2(p^2, p'^2, q^2)q_\mu, \quad (4.22)$$

As amplitudes invariantes  $\Gamma_{1,2}$  podem ser representadas na forma de uma relação de dispersão

dupla

$$\Gamma_i(p^2, p'^2, q^2) = \frac{1}{\pi^2} \int_0^\infty ds \int_0^\infty ds' \frac{\rho_i(s, s', q^2)}{(s-p^2)(s'-p'^2)} + \dots, \quad (4.23)$$

onde os pontos representam os polinômios de subtração em  $p^2$  e  $p'^2$ , que serão eliminados pela transformada de Borel.

Uma vez que a corrente pseudoescalar tem um elemento de matriz não nulo entre o vácuo e o estado de um pión:

$$\langle 0 | \bar{d} i \gamma_5 u | \pi^+ \rangle = \sqrt{2} f_\pi K, \quad K = \frac{m_\pi^2}{m_u + m_d}, \quad (4.24)$$

( $f_\pi = 93 \text{ MeV}$  é a constante de decaimento do pión, e  $m_{u,d}$  são as massas de corrente do quarks  $u$  e  $d$ ), a contribuição do pión para a densidade espectral é da forma

$$\langle 0 | j_5^\dagger | \pi(p') \rangle \langle \pi(p') | j_\mu^e | \pi(p) \rangle \langle \pi(p) | j_5 | 0 \rangle = 2 f_\pi^2 K^2 Q_\pi F_\pi(Q^2) (p' + p)_\mu, \quad (4.25)$$

onde  $Q^2 = -q^2$ ,  $Q_\pi$  é a carga do pión, e  $F_\pi(Q^2)$  é o fator de forma que queremos calcular.

Analisando a Eq. (5.15), vemos que o fator de forma será dado pela regra de soma para  $\Gamma_1$ , na qual nos concentraremos na discussão a seguir. Para as contribuições do contínuo nós adotaremos a forma padrão das Refs. [124, 125], que completa nossa parametrização da densidade espectral  $\rho_1$ :

$$\rho_1(s, s', Q^2) = 2 Q_\pi f_\pi^2 K^2 F_\pi(Q^2) \delta(s) \delta(s') + \theta(s + s' - s_0) \rho_0(s, s', Q^2), \quad (4.26)$$

onde  $\rho_0(s, s', Q^2)$  é a função espectral perturbativa a ser deduzida da OPE. O limiar do contínuo,  $s_0$ , define uma região triangular no plano  $(s, s')$ , e está relacionado com o limiar  $s_1$  da função de correlação de dois pontos correspondente por  $s_0 \simeq 1.5 s_1$  (veja Ref. [124] para detalhes).

Um ansatz alternativo para o contínuo com uma região de integração quadrática limitada por  $s_1$  foi considerada em [124] para a função de três pontos axial-vetorial. Similarmente ao encontrado em [124], nós observamos que o fator de forma resultante é praticamente independente da parametrização usada.

Nós calculamos a contribuição dominante dos instantons (e anti-instantons) para  $\Gamma_\mu$  na aproximação semi-clássica discutida na Sec. 4.2.

Usando o propagador de quark no campo de fundo dos instantons, Eq. (4.6), nós obtemos a seguinte expressão (após uma rotação de Wick para o espaço euclidiano) para a contribuição dos instantons à função de correlação Eq. (4.21):

$$\Gamma_\mu(p, p'; q) = -\frac{4Q_\pi}{\pi^6} \frac{\bar{n} \bar{\rho}^4}{m^{\ast 2}(\bar{\rho})} \int d^4x \int d^4y \int d^4z e^{ip' \cdot x} e^{-iq \cdot y} e^{i(p'-q) \cdot z} \times \left[ \frac{y^2 (y+z)_\mu - (y+z)^2 y_\mu}{(x^2 + \bar{\rho}^2)^3 y (y^2 + \bar{\rho}^2)^{3/2} (y+z)^4 z (z^2 + \bar{\rho}^2)^{3/2}} + \left( \begin{array}{l} z_\mu \leftrightarrow x_\mu \\ y_\mu \rightarrow -y_\mu \end{array} \right) \right] \quad (4.27)$$

onde nós integramos sobre as posições dos instantons e dos anti-instantons. A média sobre suas orientações no espaço da cor é trivial, uma vez que o correlator é invariante de gauge, e a média sobre a coordenada coletivas restante  $\rho$  foi ponderada com a distribuição Eq. (4.10).

Após fazer a transformada dupla de Borel (veja Ref. [124]) tanto em  $p^2$  quanto em  $p'^2$ , na Eq. (4.27), nós obtemos

$$\Gamma_1^{(in)}(M^2, Q^2) = -Q_\pi \frac{\bar{n} M^2}{m^{*2}(\bar{\rho})} I_{inst}(z, \bar{\rho}^2 Q^2), \quad (4.28)$$

em termos da integral adimensional

$$\begin{aligned} I_{inst}(z, \bar{\rho}^2 Q^2) = & \int_0^\infty d\alpha \int_0^{z^{-2}} d\epsilon e^{-\alpha \bar{\rho}^2 Q^2} e^{-(\alpha + \gamma')} e^{\frac{-z^2}{4(1-\epsilon z^2)}} \frac{\alpha \epsilon}{A^4(1-\epsilon z^2)} \times \\ & \left\{ H(\alpha') H(\gamma') \left[ \frac{\alpha + \epsilon}{z^2} \left( \alpha \bar{\rho}^2 Q^2 + \frac{\epsilon z^2 z^2 - 8(1-\epsilon z^2)}{16(1-\epsilon z^2)^2} - 3 \right) - \frac{\alpha \epsilon}{A} (4\alpha \epsilon - 2A) - \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{\alpha^3 \epsilon}{4z^2 A^2} \right] - \frac{\alpha \epsilon (\alpha + \epsilon)}{z^2 A} I_1(\alpha') H(\gamma') + \frac{\alpha^2 \epsilon^2}{A} H(\alpha') I_1(\gamma') \right\}, \quad (4.29) \end{aligned}$$

onde  $M$  é a massa de Borel e nós definimos  $z = M\bar{\rho}$ ,  $A = \frac{\alpha + \epsilon}{z^2} + \alpha \epsilon$ ,  $\alpha' = \frac{\alpha}{8A}$ ,  $\gamma' = \frac{1}{8zA}$ , e  $H(x) = I_1(x) - I_0(x)$  em termos das funções de Bessel modificadas  $I_n(x)$ .

A contribuição perturbativa para  $\Gamma_1$  foi avaliada na Ref. [124]<sup>3</sup>,

$$\Gamma_1^{(pert)}(M^2, Q^2) = \frac{3Q^2 M^2}{16\pi^2} I_{pert}(Q^2/M^2), \quad (4.30)$$

onde a contribuição do contínuo, obtida pela parametrização Eq. (4.26), foi subtraída da integral

$$I_{pert}(Q^2/M^2) = \int_0^{s_0/M^2} dx e^{-x} \int_0^x dy \frac{x^2 - y^2}{(Q^4/M^4 + 2xQ^2/M^2 + y^2)^{3/2}}. \quad (4.31)$$

Como notado na Ref. [124], as correções não perturbativas à  $\Gamma_1$  são pequenas<sup>4</sup> na região de  $Q^2$  considerada aqui, e serão também desconsideradas neste cálculo.

Somando as contribuições dos instantons (4.28) e perturbativa (4.30), e igualando-as ao lado fenomenológico, já transformado em Borel, nós obtemos a seguinte regra de soma

$$f_\pi^2 K^2 F_\pi(Q^2) = \left[ \frac{3Q^2 M^2}{16\pi^2} I_{pert}(Q^2/M^2) - \frac{\bar{n} M^2}{m^{*2}(\bar{\rho})} I_{inst}(z, Q^2) \right] L^{-8/9}. \quad (4.32)$$

O fator  $L^{-8/9}$  contém a dimensão anômala da corrente pseudoescalar.

## 4.6 Análise Quantitativa das Regras de Soma do Fator de Forma do Píon

Como mencionado anteriormente, o limiar do contínuo  $s_0$  pode ser relacionado com o limiar da função de correlação de dois pontos correspondente,  $s_1$ , pela relação  $s_0 \simeq 1.5 s_1$ . As

<sup>3</sup>Note que nós corrigimos um erro de impressão em [124]

<sup>4</sup>Veja também a discussão relacionada a este ponto para a função de correlação de dois pontos em [122].

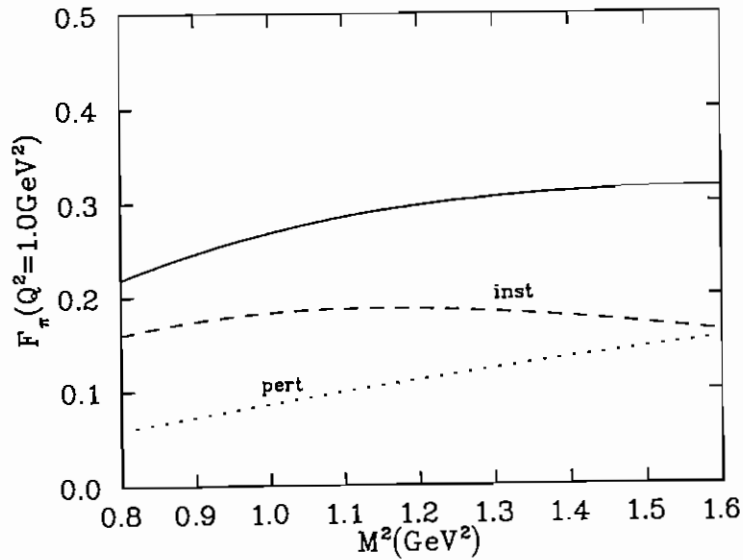


Figura 4.6: O fator de forma do pión dado pela Eq.(4.32) em  $Q^2 = 1 \text{ GeV}^2$  como função da massa de Borel (linha sólida). As linhas tracejada e pontilhada correspondem à contribuição dos instantons e da parte perturbativa respectivamente.

análises de [101] e [122] fornecem  $s_1 \simeq 2.0 \text{ GeV}^2$ , e nós usaremos  $s_0$  fixo em  $s_0 = 3.0 \text{ GeV}^2$ . A separação relativamente grande dos estados no contínuo com a ressonância de mais baixa energia no canal pseudoescalar (aproximadamente duas vezes o valor da separação existente nos canais vetorial e axial) favorece claramente a análise da regra de soma, já que isso melhora a precisão da parametrização Eq. (4.26).

Devido às incertezas na determinação das massas dos quarks leves, o valor fenomenológico do parâmetro de massa  $K(\Lambda)$  (que é dependente da escala  $\Lambda$ ), definido na Eq. (4.24), não é conhecido precisamente. Dos valores aceitos atualmente para as massas de corrente dos quarks  $u$  e  $d$  [58], e usando  $m_\pi = 138 \text{ MeV}$  nós obtemos  $1 \leq K(1 \text{ GeV}) \leq 2 \text{ GeV}$ . A fim de podermos comparar nossos resultados com a análise da função de correlação de dois pontos em [101], que usa  $K = 0.7 \text{ GeV}$ , nós fixaremos o valor de  $K$  no limite inferior da região fenomenologicamente aceitável,  $K = 1.0 \text{ GeV}$ . Finalmente, a massa efetiva  $m^*(\rho)$  é determinada como em [101, 103] à partir da relação de autoconsistência [97]  $\langle \bar{q}q \rangle = -2\bar{n}/m^*(\bar{\rho})$ .

A Fig. 4.6 mostra a dependência com a massa de Borel tanto da contribuição perturbativa quanto da contribuição dos instantons para o fator de forma do pión em  $Q^2 = 1 \text{ GeV}^2$ . Dois fatos da contribuição dos instantons são imediatamente aparentes: primeiro, e como esperado, ela é a contribuição dominante, quase um fator dois maior do que a parte perturbativa, pelo menos para pequenos valores de  $M^2$ . Segundo, ela melhora a estabilidade da regra de soma, *i.e.* ela reduz a dependência do fator de forma com  $M^2$ , e podemos ver que um platô de estabilidade surge para  $M^2 > 1.2 \text{ GeV}^2$ . Esse mesmo comportamento qualitativo é encontrado para todos valores de  $Q^2 \geq 0.5 \text{ GeV}^2$ .

Para podermos determinar a dependência de  $F_\pi(Q^2)$  com  $Q^2$  nós seguiremos o procedi-

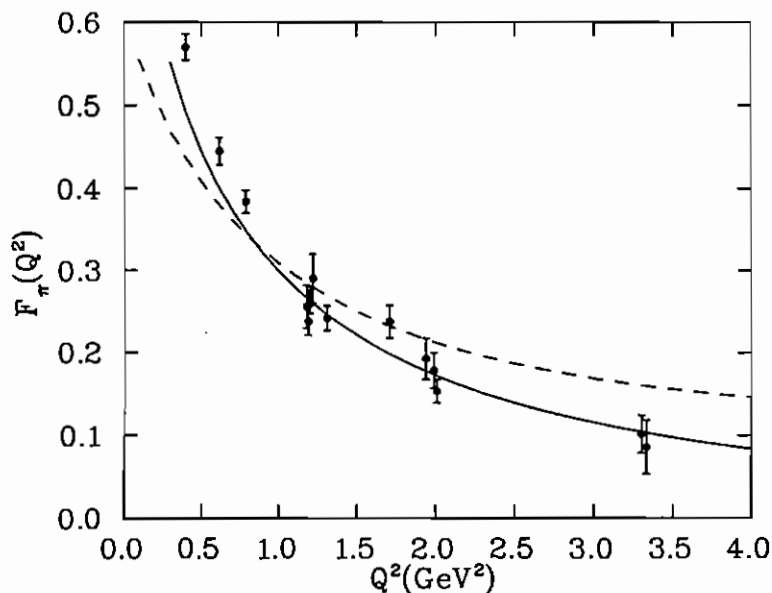


Figura 4.7: O fator de forma do pión dado pela Eq.(4.32) (linha sólida) em  $M^2 = 1.2 \text{ GeV}^2$ . A linha tracejada mostra, para comparação, o resultado da regra de soma axial-vetorial de [124]. Os dados experimentais são da Ref. [127].

mento da Ref. [124] e vamos avaliar a regra de soma, para diferentes valores de  $Q^2$ , num valor fixo da massa de Borel,  $M^2 = 1.2 \text{ GeV}^2$ . O valor resultante do fator de forma está mostrado na Fig. 4.7 e comparado com os dados experimentais extraídos de [127], na região de momentos tipo-espaço acessível ao nosso tratamento<sup>5</sup>,  $0.5 \leq Q^2 \leq 4.0 \text{ GeV}^2$ . A concordância dos nossos resultados com os dados experimentais é bastante boa, e até um pouco melhor do que os resultados obtidos com a regra de soma axial-vetorial [124], que nós também mostramos para comparação (linha tracejada). Na Ref. [125] a dependência de  $F_\pi(Q^2)$  com  $Q^2$  foi extraída em  $M^2 = 1.8 \text{ GeV}^2$ , e isso levou a um acordo um pouco melhor entre os dados experimentais e a regra de soma axial-vetorial, mas nenhuma razão convincente foi fornecida para esse procedimento.

A melhor concordância existente entre os resultados da regra de soma pseudoescalar e os dados experimentais em valores pequenos de  $Q^2$  (onde também os dados são mais confiáveis) talvez não seja acidental. O resultado obtido com a regra de soma axial-vetorial se baseia exclusivamente na OPE, que deixa de ser válida em valores pequenos de  $Q^2$ , já que a física de escala de distâncias maiores começa a determinar o comportamento da função de três pontos. A contribuição dos instantons, por outro lado, que domina nosso resultado, permanece confiável até distâncias não muito diferentes da separação ente os instantons, que correspondem à  $Q^2 \simeq 0.1 - 0.2 \text{ GeV}^2$ . A aplicabilidade da regra de soma à pequenos valores de  $Q^2$  fica assim principalmente limitada pela singularidade não física da contribuição perturbativa.

<sup>5</sup>A parte perturbativa domina a contribuição dos instantons para  $Q^2 \rightarrow \infty$  e mostra o comportamento esperado  $(Q^2)^{-2}$



## 4.7 Resumo e Conclusões

Neste capítulo nós estudamos o papel desempenhado pelos instantons na dinâmica da violação de isospin do nucleon, e no fator de forma eletromagnético do pión, como manifestação da expansão de curto alcance das funções de correlação.

No caso do nucleon, efeitos de quebra de isospin levam à diferenças entre as funções de correlação do próton e do neutron, que podem ser traduzidas, via relações de dispersão, em parâmetros que violam isospin do vácuo e do nucleon.

As correções dos instantons com quebra de isospin para a função de correlação do nucleon mostram várias características interessantes. Como consequência do uso da corrente de Ioffe, não temos contribuições dos instantons para as amplitudes pares na quiralidade. Além disso, a diferença entre essas amplitudes do neutron e do próton não é afetada pelas contribuições dos instantons para nenhuma escolha do campo interpolante.

A amplitude ímpar na quiralidade, por outro lado, recebe contribuição dos instantons que é aproximadamente da mesma ordem de grandeza dos termos da OPE usual, como no caso isossimétrico. A contribuição dos instantons corrige os coeficientes de Wilson do operador unidade, e do condensado de quarks. A diferença entre as amplitudes do neutron e do próton é, de fato, principalmente gerada pelos termos proporcionais ao condensado de quarks, *i.e.*, pelos modos de quarks que violam isospin no vácuo.

Isso confirma a expectativa geral de que os efeitos de quebra de isospin nos hadrons são fisicamente sutis não sómente porque são pequenos, mas porque eles dependem sensivelmente da física dos quarks não de valência. Este é um regime que apresenta um grande desafio, e que é pouco testado pelos modelos hadrônicos, que frequentemente desprezam os efeitos do vácuo como um todo, e portanto perdem importantes fontes assimétricas no isospin. A OPE corrigida pelos instantons contém a física do vácuo, em curtas distâncias, e fornece assim uma base independente de modelo mais segura para o estudo dos efeitos de quebra de isospin.

A ligação entre as funções de correlação e as propriedades hadrônicas é estabelecida através das relações de dispersão e toma a forma das regras de soma da QCD. As regras de soma resultantes, incluindo as correções dos instantons são bastante estáveis, tanto no caso do nucleon quanto no caso do pión. No caso do nucleon elas recebem contribuições moderadas dos estados no contínuo ( $\sim 20\%$ ), e isto é uma grande melhora sobre a análise análoga sem os termos dos instantons, onde o contínuo domina. Além disso, e talvez mais importante, a otimização das regras de soma com a contribuição dos instantons favorece valores do módulo do condensado de quarks isovetorial,  $|\gamma| \simeq 10^{-2}$ , que está de acordo com os valores encontrados em análises quirais.

No caso do pión, as correções dos instantons permite o uso da corrente pseudoescalar na determinação do fator de forma eletromagnético. O uso dessa corrente, em comparação com a corrente axial-vetorial, tem as vantagens da parametrização usual polo-contínuo ser muito mais precisa nesse canal, e da estrutura tensorial da função de correlação ser muito mais simples, permitindo uma identificação mais imediata de qual estrutura contribue para o fator de forma.

A contribuição dos instantons para o fator de forma eletromagnético do pión é da mesma

ordem de grandeza da contribuição perturbativa (as correções devido aos operadores de dimensões mais altas são desprezíveis no canal pseudoescalar), e é fundamental para produzir um platô de estabilidade na regra de soma. Os resultados obtidos para o fator de forma dessa regra de soma estão em melhor acordo com os dados experimentais do que os obtidos à partir da regra de soma axial-vetorial, e isso se deve ao fato da contribuição dos instantons estender o domínio de validade da regra de soma para valores menores de  $Q^2$ .

# Capítulo 5

## Aplicação das Regras de Soma da QCD no Estudo do Decaimento

$$\Omega^- \rightarrow \Xi^- \gamma$$

### 5.1 Introdução

Os decaimentos radioativos de híperons representam uma classe de decaimentos bariônicos raros para os quais contribuem tanto as interações eletromagnéticas quanto as fracas. Esses decaimentos tem sido extensivamente estudados nos últimos vinte anos, porém, apesar desse esforço, ainda não temos um entendimento global desses processos [128].

Existem oito decaimentos radioativos eletrofracos ( $\Delta s = 1$ ) envolvendo híperons:  $\Sigma^+ \rightarrow p\gamma$ ,  $\Lambda \rightarrow n\gamma$ ,  $\Sigma^0 \rightarrow n\gamma$ ,  $\Xi^- \rightarrow \Sigma^- \gamma$ ,  $\Xi^0 \rightarrow \Sigma^0 \gamma$ ,  $\Xi^0 \rightarrow \Lambda \gamma$  ocorrem dentro do octeto de spin 1/2,  $\Omega^- \rightarrow \Xi^- \gamma$  é uma transição de um estado do decuplete de spin 3/2 em um estado do octeto de spin 1/2, e  $\Omega^- \rightarrow \Xi^{*-}(1530)\gamma$  ocorre dentro do decuplete de spin 3/2.

O decaimento  $\Sigma^0 \rightarrow n\gamma$  não é acessível experimentalmente porque ele é encoberto pela transição puramente eletromagnética  $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda \gamma$ . O decaimento  $\Omega^- \rightarrow \Xi^{*-}(1530)\gamma$  será difícil de ser medido no futuro próximo porque ele tem um espaço de fase ainda menor do que o decaimento  $\Omega^- \rightarrow \Xi^- \gamma$ , que foi procurado numa experiência recente do Fermilab [129], mas que ainda não foi observado.

Na tabela 5.1 nós apresentamos os dados experimentais mais recentes [128] sobre as razões de ramificação (RR) e os parâmetros de assimetria ( $\alpha$ ) dos decaimentos radioativos dos híperons. A informação teórica mais confiável sobre as RR é a série de limites inferiores obtida com base no princípio de unitariedade, mostrada na tabela 5.2

Os limites inferiores unitários são calculados através da estimativa da parte imaginária da amplitude do estado intermediário que contém um pión. Para o decaimento  $\Sigma^+ \rightarrow p\gamma$ , foi mostrado que apesar da grande dispersão das estimativas, a contribuição da parte imaginária para a RR é pequena, e portanto o decaimento é dominado pela parte real da amplitude. Por outro lado, o limite inferior unitário da RR para os decaimentos  $\Lambda \rightarrow n\gamma$  e  $\Xi^- \rightarrow \Sigma^- \gamma$  está perto dos resultados experimentais. Podemos perceber também que o limite superior experimental para a RR do decaimento  $\Omega^- \rightarrow \Xi^- \gamma$ , está ainda significativamente acima do

Tabela 5.1: Dados experimentais mais recentes sobre razões de ramificação e assimetrias nos decaimentos radiativos de híperons.

Decaimento	Razão de Ramificação ( $10^{-3}$ )	Assimetria	Laboratório
$\Sigma^+ \rightarrow p\gamma$	$1.20 \pm 0.06 \pm 0.05$	$-0.720 \pm 0.086 \pm 0.045$	Fermilab
$\Xi^- \rightarrow \Sigma^-\gamma$	$0.127 \pm 0.023 \pm 0.006$	$1.0 \pm 1.3$	Fermilab
$\Xi^0 \rightarrow \Sigma^0\gamma$	$3.56 \pm 0.42 \pm 0.10$	$0.20 \pm 0.32 \pm 0.05$	Fermilab
$\Lambda \rightarrow n\gamma$	$1.75 \pm 0.15$		BNL
$\Omega^- \rightarrow \Xi^-\gamma$	$< 0.46$		Fermilab

Tabela 5.2: Razões de ramificação (em  $10^{-3}$ ) obtidas no limite de unitariedade para os diversos decaimentos radioativos.

referência	$\Sigma^+ \rightarrow p\gamma$	$\Lambda \rightarrow n\gamma$	$\Xi^- \rightarrow \Sigma^-\gamma$	$\Omega^- \rightarrow \Xi^-\gamma$
[130]	$0.07 \pm 0.04$	0.83	0.13	
[131]	0.007	0.85		
[132]	0.03		0.1	0.008

limite imposto por unitariedade.

A primeira tentativa fenomenológica de cálculo da RR e do parâmetro de assimetria para o decaimento radioativo dos híperons foi o modelo do polo [133, 134]. Nesse modelo o decaimento radioativo é separado num vértice fraco e num vértice eletromagnético, conectados por um estado intermediário envolvendo um híperon ou um bárion. Vários cálculos usam diferentes estados intermediários. Uma comparação entre as previsões do modelo do polo com os dados experimentais mostra que o modelo não fornece uma visão unificada dos decaimentos radioativos dos híperons. A maior fraqueza do modelo é que ele apresenta apenas uma descrição fenomenológica do processo, e seu poder de previsão sofre pela escolha arbitrária dos estados intermediários.

A primeira tentativa de se usar considerações baseadas em quarks para descrever esse tipo de decaimento foi feita por Gilman e Wise [135]. A suposição básica feita em [135] foi que os decaimentos radioativos se originam na transição  $s \rightarrow d\gamma$ , com a emissão do fóton num processo de curta distância (veja Fig 5.1b), *i.e.*, o fóton é emitido enquanto o  $W^-$  é trocado, e portanto as distâncias envolvidas são da ordem de  $1/M_W$ . Neste modelo os dois outros quarks do híperon são considerados espectadores no processo de decaimento. O resultado experimental do decaimento  $\Sigma^+ \rightarrow p\gamma$ . foi usado para se modular a contribuição da transição  $s \rightarrow d\gamma$ , que foi então usada para o cálculo das RR dos demais decaimentos radioativos. Como

os resultados obtidos dessa forma falham em reproduzir os dados experimentais, os autores de [135] concluíram que a transição única de quark não pode ser o mecanismo dominante nos decaimentos radioativos dos híperons.

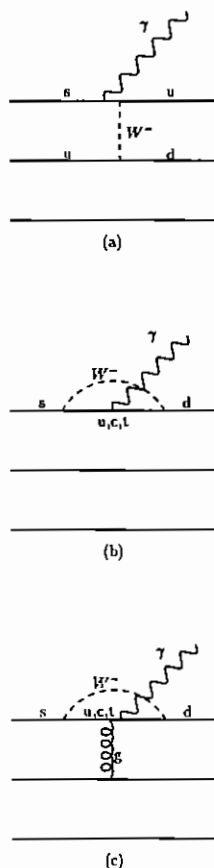


Figura 5.1: Diagramas típicos que contribuem para o decaimento radioativo dos híperons à nível dos quarks.

Em vista dessa incapacidade da transição efetiva de um quark explicar o quadro geral dos decaimentos radioativos dos híperons, as análises baseadas em modelos de quarks foram naturalmente estendidas para incluir transições de dois quarks com uma troca interna de  $W$  (veja Fig. 5.1a). Esse é um processo de longas distâncias, já que é possível separar os vértices fraco e eletromagnético. Dentro do tratamento do modelo padrão, o trabalho desenvolvido na Ref. [136] mostrou que as transições de dois quarks são as dominantes em  $\Sigma^+ \rightarrow p\gamma$  (apesar do valor muito pequeno para o parâmetro de assimetria,  $\alpha = -0.154$ , encontrado nesse trabalho).

Entre os decaimentos  $B' \rightarrow B\gamma$ , existe um sub-grupo consistindo de  $\Omega^- \rightarrow \Xi^-\gamma$ ,  $\Xi^- \rightarrow \Sigma^-\gamma$  e  $\Omega^- \rightarrow \Xi^{*-}\gamma$  que possuem a característica interessante de não poderem decair através do mecanismo da transição de dois quarks. Isso é devido ao fato de que os híperons nesses estados iniciais não contêm um quark  $u$  de valência, necessário para conservar a carga na troca do  $W^-$ . Consequentemente, somente transições de um quark, ou transições tipo pin-

guim (veja Fig. 5.1c), que são também procesos de curtas distâncias, podem contribuir ao nível de quarks à esses decaimentos.

Consideremos primeiro o decaimento  $\Xi^- \rightarrow \Sigma^- \gamma$ . Foi mostrado em [137] que a contribuição tipo pinguim para esse processo é desprezível. Na Ref. [138], foi calculada a contribuição  $s \rightarrow d\gamma$  para a RR desse decaimento e obteve-se  $BR^{s \rightarrow d\gamma}(\Xi^- \rightarrow \Sigma^- \gamma) = 1.8 \times 10^{-5}$ . Porém, apesar do processo de troca de  $W$  não contribuir diretamente para  $\Xi^- \rightarrow \Sigma^- \gamma$ , ele contribue para o decaimento  $\Xi^- \rightarrow \pi^- \Lambda$ , onde o estado final pode reespalhar como  $\pi^- \Lambda \rightarrow \Sigma^- \gamma$ . Essa contribuição de longas distâncias também foi calculada e obteve-se  $BR^{LD}(\Xi^- \rightarrow \Sigma^- \gamma) = 1.7 \times 10^{-4}$  [132], que é um resultado bastante próximo do experimental  $BR^{Exp}(\Xi^- \rightarrow \Sigma^- \gamma) = (1.27 \pm 0.23) \times 10^{-4}$  [121].

Isso nos deixa com o processo  $\Omega^- \rightarrow \Xi^- \gamma$  como o único candidato para investigar a transição  $s \rightarrow d\gamma$  nos decaimentos radioativos de híperons. Vamos resumir o que é conhecido, atualmente, sobre esse processo. Experimentalmente conhece-se apenas um limite superior para a RR desse decaimento [129]:

$$BR^{Exp}(\Omega^- \rightarrow \Xi^- \gamma) < 4.6 \times 10^{-4}. \quad (5.1)$$

Esse valor está bem acima do limite unitário [132]:

$$BR^{Unitarity}(\Omega^- \rightarrow \Xi^- \gamma) > 0.8 \times 10^{-5}. \quad (5.2)$$

A contribuição tipo pinguim foi avaliada em [137]:

$$BR^{Pinguim}(\Omega^- \rightarrow \Xi^- \gamma) \simeq 5 \times 10^{-6}. \quad (5.3)$$

Kogan e Shifman [132] também calcularam a contribuição de longas distâncias proveniente do estado intermediário dominante  $\Xi^0 \pi^-$ :

$$BR^{LD}(\Omega^- \rightarrow \Xi^- \gamma) = (1-1.5) \times 10^{-5}. \quad (5.4)$$

A contribuição da transição de um quark  $s \rightarrow d\gamma$  foi reavaliada recentemente em [139], e obteve-se:

$$BR^{s \rightarrow d\gamma}(\Omega^- \rightarrow \Xi^- \gamma) = 8.0 \times 10^{-7} \quad (5.5)$$

Esse resultado corrigiu um cálculo anterior [140], onde foi sugerido que a transição de um quark seria a dominante no decaimento radioativo do  $\Omega^-$ . Esses dois cálculos [139, 140] são baseados na estimativa do elemento de matriz hadrônico do operador efetivo que descreve a transição de um quark, usando funções de onda do modelo de quarks em  $SU(6)$  para a construção dos estados hadrônicos.

Devido à importância desse processo, nós acreditamos que é necessário fazer uma estimativa mais confiável sobre a contribuição da transição de um quark,  $s \rightarrow d\gamma$ , ao decaimento  $\Omega^- \rightarrow \Xi^- \gamma$ . Este é o objetivo deste capítulo, onde nós calculamos esse mesmo elemento de matriz usando as técnicas das regras de soma da QCD [14].

As RSQCD foram aplicadas, com sucesso, ao decaimento  $\Sigma^+ \rightarrow p\gamma$  por Balitsky e colaboradores [141], que calcularam, nesse método, a troca de  $W$  que é dominante nesse

decaimento. As regras de soma da QCD também foram aplicadas anteriormente para o cálculo da contribuição de um quark aos decaimentos radioativos [142] dos híperons  $\Sigma^+$  e  $\Xi^-$ . Apesar da transição de um quark não ser dominante nesses decaimentos, esse cálculo mostrou que as correções não perturbativas desempenham um papel importante na transição de um quark.

## 5.2 Operador Efetivo e Regras de Soma

A contribuição dos fótons de curtas distâncias para a amplitude de transição  $s \rightarrow d\gamma$  pode ser expressa em termos do operador de quarks local

$$\mathcal{O} = \frac{ie}{16\pi^2} m_s (\bar{d}_\alpha \sigma_{\mu\nu} P_R s_\alpha) F^{\mu\nu}, \quad (5.6)$$

onde  $P_{L,R} = \frac{1}{2}(1 \mp \gamma_5)$ ,  $\sigma_{\mu\nu} = i[\gamma_\mu, \gamma_\nu]/2$  e  $F^{\mu\nu}$  é o campo tensorial eletromagnético. O coeficiente de Wilson desse operador pode ser calculado perturbativamente, e foi reavaliado em [143]. Usando o resultado encontrado em [143] nós podemos escrever a Hamiltoniana efetiva para a transição  $s \rightarrow d\gamma$  como:

$$\mathcal{H}_{ef}^{s \rightarrow d\gamma} = (0.28) \frac{ieG_F}{16\pi^2} m_s (\bar{d}_\alpha \sigma_{\mu\nu} P_R s_\alpha) F^{\mu\nu}. \quad (5.7)$$

A priori, como a transição  $s \rightarrow d\gamma$  não ocorre ao nível de árvore no modelo padrão, o cálculo do coeficiente de Wilson associado ao operador  $\mathcal{O}$  na Eq. (5.6), poderia funcionar como um bom teste do modelo padrão à nível de um loop, e poderia, portanto, ser sensível à física nova. Entretanto, na Ref. [144], nós mostramos que usando os vínculos provenientes da transição observada  $b \rightarrow s\gamma$ , e do limite superior na mistura  $D^0 - \bar{D}^0$ , não se encontra uma contribuição significativa de física nova ao processo  $s \rightarrow d\gamma$ .

De posse da Hamiltoniana efetiva para a transição  $s \rightarrow d\gamma$ , Eq. (5.7), nós podemos prosseguir na avaliação das quatro amplitudes multipolares que aparecem no elemento de matriz relacionado ao decaimento  $\Omega^- \rightarrow \Xi^- \gamma$ , usando as regras de soma da QCD. Para tanto nós consideraremos a função de correlação de três pontos

$$\Pi_\mu(Q_i, Q_f) = -i \int d^4x d^4y e^{iQ_f y} e^{-iQ_i x} \langle 0 | T[\eta^\Xi(y) \mathcal{H}_{ef}^{s \rightarrow d\gamma}(0) \bar{\eta}_\mu^\Omega(x)] | 0 \rangle, \quad (5.8)$$

onde  $\mathcal{H}_{ef}^{s \rightarrow d\gamma}$  está dada na Eq. (5.7).

Como é usual nas regras de soma, nosso objetivo é fazer um casamento entre as duas representações da função de correlação (5.8), numa certa região  $Q_i^2 \sim 1 \text{ GeV}^2$ . Aqui também nós seguiremos a idéia básica de que considerando apenas os primeiros termos da OPE, e usando a parametrização usual (polo mais contínuo) da densidade espectral nós poderemos extrair informações confiáveis sobre as amplitudes de interesse.

Os campos interpolantes para os híperons  $\Omega^-$  e  $\Xi^-$  são dados por [17]

$$\eta^{\Xi^-}(x) = -\epsilon_{abc} \left( s_a^T(x) C \gamma_\mu s_b(x) \right) \gamma_5 \gamma^\mu d_c(x), \quad (5.9)$$

$$\eta_\mu^{\Omega^-}(x) = \epsilon_{abc} \left( s_a^T(x) C \gamma_\mu s_b(x) \right) s_c(x) . \quad (5.10)$$

Com essas definições, e trabalhando na ordem dominante da teoria de perturbação, nós obtemos para o ordenamento temporal que aparece na Eq. (5.8)

$$\begin{aligned} \langle 0 | T[\eta^\Xi(y) \mathcal{H}_{eff}^{s \rightarrow d\gamma}(0) \bar{\eta}_\mu^\Omega(x)] | 0 \rangle &= \frac{-ieG_F}{16\pi^2} 0.28 m_s \epsilon_{abc} \epsilon_{a'b'c'} F^{\alpha\beta} \gamma_5 \gamma^\nu S_{ce}^d(y) (1 + \gamma_5) \sigma_{\alpha\beta} S_{ec'}^s(-x) \times \\ &\left\{ \text{tr}[S_{bb'}^s(y-x) \gamma_\mu C (S_{aa'}^s(y-x))^T C \gamma_\nu] + 2\gamma_\mu C (S_{aa'}^s(y-x))^T C \gamma_\nu S_{bb'}^s(y-x) \right\} , \end{aligned} \quad (5.11)$$

onde o propagador de quarks no espaço das coordenadas foi definido na Eq. (2.10), mas no vácuo pode ser mais simplificada mente escrito como

$$S_{ab}^q(x) = \langle 0 | T[q_a(x) \bar{q}_b(0)] | 0 \rangle = \frac{i\delta_{ab} \not{x}}{2\pi^2 x^4} - \frac{\delta_{ab} m_q}{4\pi^2 x^2} - \frac{\delta_{ab}}{12} \langle \bar{q}q \rangle + \frac{i\delta_{ab}}{48} m_q \langle \bar{q}q \rangle \not{x} + \dots . \quad (5.12)$$

A amplitude  $\Pi_\mu(Q_i, Q_f)$  contém uma série de estruturas de Lorentz não triviais e independentes. Para cada uma dessas estruturas,  $\Pi_k(Q_i^2, Q_f^2)$ , nós podemos escrever uma relação de dispersão dupla na forma

$$\Pi_k(Q_i^2, Q_f^2) = \frac{1}{\pi^2} \int_0^\infty ds_1 \int_0^\infty ds_2 \frac{\rho_k(s_1, s_2)}{(s_1 + Q_i^2)(s_2 + Q_f^2)} + \dots , \quad (5.13)$$

onde os pontos representam os polinômios de subtração em  $Q_i^2$  e  $Q_f^2$ , que serão eliminados pela transformada dupla de Borel [124]. Assim, aplicando a transformada dupla de Borel à Eq. (5.13) nós obtemos

$$\Pi_k(M_1^2, M_2^2) = \frac{1}{\pi^2} \int_0^\infty ds_1 \int_0^\infty ds_2 \rho_k(s_1, s_2) e^{-s_1/M_1^2} e^{-s_2/M_2^2} . \quad (5.14)$$

No lado fenomenológico as diferentes estruturas de Lorentz podem ser obtidas pela consideração da contribuição dos híperons  $\Omega$  e  $\Xi$  ao elemento de matriz que aparece na Eq. (5.8):

$$\langle 0 | \eta^\Xi | \Xi(Q_f) \rangle \langle \Xi(Q_f) \gamma | \mathcal{H}_{eff}^{s \rightarrow d\gamma} | \Omega(Q_i) \rangle \langle \Omega(Q_i) | \bar{\eta}_\mu^\Omega | 0 \rangle , \quad (5.15)$$

onde a forma invariante de gauge mais geral para a amplitude do decaimento  $\Omega^- \rightarrow \Xi^- \gamma$  é dada por [140]

$$\begin{aligned} M(\Omega^- \rightarrow \Xi^- \gamma) &= \langle \Xi(Q_f) \gamma | \mathcal{H}_{eff}^{s \rightarrow d\gamma} | \Omega(Q_i) \rangle = ieG_F \bar{u}^{(\Xi)}(Q_f) [(a_1 + \gamma_5 a_2) (\not{q} g^{\mu\nu} - \gamma^\mu q^\nu) \\ &+ (b_1 + \gamma_5 b_2) (Q_i \cdot q g^{\mu\nu} - Q_i^\mu q^\nu) / M_\Omega] u_\nu^{(\Omega)}(Q_i) \epsilon_\mu , \end{aligned} \quad (5.16)$$

onde  $q = Q_f - Q_i$ ,  $\epsilon_\mu$  é a polarização do fóton e  $a_1, a_2, b_1$  e  $b_2$  são as quatro amplitudes que queremos avaliar. Os outros elementos de matriz na Eq. (5.15) são da forma

$$\langle 0 | \eta^\Xi | \Xi(Q_f) \rangle = \lambda_\Xi u^{(\Xi)}(Q_f) , \quad (5.17)$$

$$\langle \Omega(Q_i) | \bar{\eta}_\mu^\Omega | 0 \rangle = \lambda_\Omega \bar{u}_\mu^{(\Omega)}(Q_i) , \quad (5.18)$$



onde  $u_\mu(p)$  é o espinor de Rarita-Schwinger que satisfaz a equação

$$u_\mu^{(\Omega)}(p)\bar{u}_\nu^{(\Omega)}(p) = - \left( g^{\mu\nu} - \frac{1}{3}\gamma_\mu\gamma_\nu - \frac{2}{3M_\Omega^2}p_\mu p_\nu + \frac{\gamma_\mu p_\nu - \gamma_\nu p_\mu}{3M_\Omega} \right) (\not{p} + M_\Omega), \quad (5.19)$$

$u(p)$  é um spinor de Dirac, e  $\lambda_\Xi$ ,  $\lambda_\Omega$  dão os acoplamentos das correntes com os estados hadrônicos respectivos.

Saturando a função de correlação, Eq. (5.8), com os estados intermediários  $\Omega$  e  $\Xi$ , e usando as Eqs.(5.15), (5.16), (5.17), (5.18) e (5.19) nós obtemos

$$\begin{aligned} \Pi_\mu^{(phen)}(Q_i, Q_f) = & -ieG_F\lambda_\Xi\lambda_\Omega \frac{(\not{q} + \not{Q}_i + M_\Xi)}{Q_f^2 + M_\Xi^2} \left[ (a_1 + \gamma_5 a_2)(\not{q}\epsilon^\beta - \not{q}q^\beta) + (b_1 + \gamma_5 b_2) \times \right. \\ & \left. (Q_i \cdot q\epsilon^\beta - Q_i \cdot \epsilon q^\beta) \frac{1}{M_\Omega} \right] \left( g_{\beta\mu} - \frac{1}{3}\gamma_\beta\gamma_\mu - \frac{2}{3M_\Omega^2}Q_\beta^i Q_\mu^i + \frac{\gamma_\beta Q_\mu^i - \gamma_\mu Q_\beta^i}{3M_\Omega} \right) \frac{(Q_i + M_\Omega)}{Q_i^2 + M_\Omega^2} \end{aligned} \quad (5.20)$$

Neste trabalho nós derivaremos regras de soma para as estruturas de Lorentz

$$a : \not{q}(a_1 + \gamma_5 a_2)\sigma_{\alpha\beta}\gamma_\mu Q_i \epsilon^\alpha q^\beta, \quad (5.21)$$

$$b : \not{q}(b_1 + \gamma_5 b_2)(Q_i \cdot q\epsilon_\mu - Q_i \cdot \epsilon q_\mu). \quad (5.22)$$

Essa escolha se baseia no fato de que a estrutura  $a$  recebe tanto contribuição perturbativa (que é muito importante no caso da relação de dispersão dupla estudada aqui [124]) quanto contribuição dos condensados, e a estrutura  $b$  é a única que contribui independentemente para a amplitude  $b_1$  e  $b_2$ . Além disso, como veremos mais adiante, essas regras de soma são bastante estáveis como função da massa de Borel.

Para a contribuição do contínuo nós adotaremos a forma padrão da Ref. [124], que completa nossa parametrização da densidade espectral  $\rho_k$ :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\pi^2}\rho_a(s_1, s_2) = & \frac{-2}{3}eG_F\lambda_\Xi\lambda_\Omega\delta(s_1 - M_\Xi^2)\delta(s_2 - M_\Omega^2) \\ & + \theta(s_1 - s_\Xi)\theta(s_2 - s_\Omega)\rho_a^{(0)}(s_1, s_2), \end{aligned} \quad (5.23)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\pi^2}\rho_b(s_1, s_2) = & -ieG_F\lambda_\Xi\lambda_\Omega\delta(s_1 - M_\Xi^2)\delta(s_2 - M_\Omega^2) \\ & + \theta(s_1 - s_\Xi)\theta(s_2 - s_\Omega)\rho_b^{(0)}(s_1, s_2), \end{aligned} \quad (5.24)$$

onde  $s_\Xi$  e  $s_\Omega$  são, respectivamente, o limiar do contínuo de  $\Xi$  e  $\Omega$  determinados nas regras de soma para a massa, e  $\rho_k^{(0)}(s_1, s_2)$  é a função espectral do quark livre.

Vamos agora calcular o lado da QCD da regra de soma Eq. (5.14) usando a OPE. Nós consideraremos sómente os diagramas mostrados na Fig. 5.2. A contribuição perturbativa à regra de soma está mostrada na Fig. 5.2(a) e é obtida quando se usa apenas o primeiro termo do lado direito da Eq.(5.12) na Eq.(5.11). As expressões resultantes para as duas estruturas

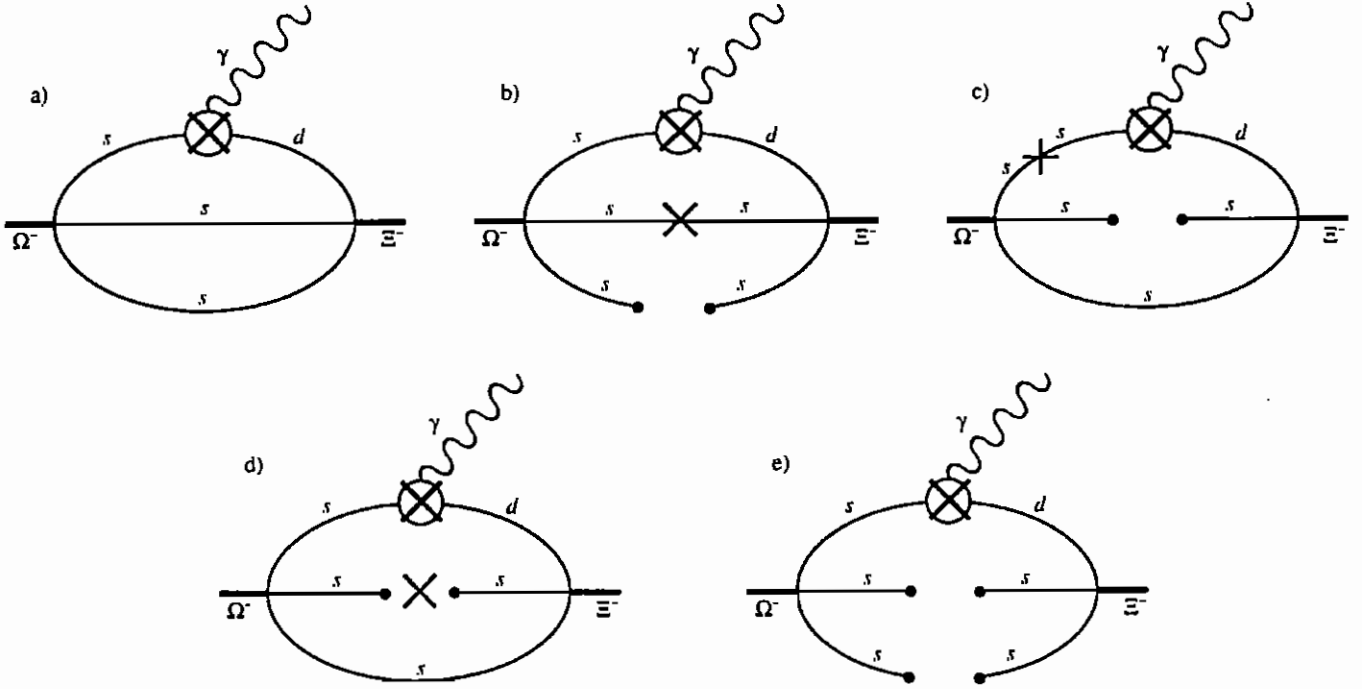


Figura 5.2: Diagramas considerados no cálculo dos coeficientes de Wilson da função de correlação. O círculo cruzado indica a transição fraca, com emissão do fóton, e a cruz na linha do quark  $s$  indica a correção de massa  $m_s$  ao propagador.

consideradas são

$$\Pi_{\mu}^{(a)}(M_1^2, M_2^2) = \frac{-3eG_F 0.28m_s}{2^9 \pi^6} \frac{M_1^6 M_2^6}{(M_1^2 + M_2^2)^3} \not{d}(1 - \gamma_5) \sigma_{\alpha\beta} \gamma_{\mu} Q_i \epsilon^{\alpha} q^{\beta}, \quad (5.25)$$

$$\Pi_{\mu}^{(b)}(M_1^2, M_2^2) = \frac{3ieG_F 0.28m_s}{2^8 \pi^6} \frac{M_1^6 M_2^8}{(M_1^2 + M_2^2)^4} \not{d}(1 - \gamma_5) (Q_i \cdot q \epsilon_{\mu} - Q_i \cdot \epsilon q_{\mu}). \quad (5.26)$$

Notando que a Eq.(5.14) é a transformada dupla de Laplace em  $1/M_i^2$ , a função espectral do quark livre,  $\rho_k^{(0)}(s_1, s_2)$ , pode ser obtido das Eqs.(5.25) e (5.26) aplicando-se a transformação inversa. Isso fornece

$$\frac{1}{\pi^2} \rho_a^{(0)}(s_1, s_2) = \frac{-3eG_F 0.28m_s}{2^{10} \pi^6} s_1 s_2 \delta(s_1 - s_2), \quad (5.27)$$

$$\frac{1}{\pi^2} \rho_b(s_1, s_2) = \frac{-ieG_F 0.28m_s}{2^9 \pi^6} s_2^3 \delta'(s_2 - s_1). \quad (5.28)$$

O termo seguinte na OPE é determinado pelas Figs. 5.2(b), (c) e (d). No caso da estrutura  $b$ , a contribuição da Fig. 5.2(d) cancela exatamente a contribuição das Figs. 5.2(b), (c). O resultado dos três diagramas para a estrutura  $a$  é

$$\frac{5eG_F 0.28m_s}{2^6 \pi^4} m_s \langle \bar{s}s \rangle \frac{M_1^2 M_2^2}{(M_1^2 + M_2^2)^2} \left[ M_2^2 + M_1^2 \ln \left( \frac{M_1^2 + M_2^2}{m_s^2} \right) \right] \not{d}(1 - \gamma_5) \sigma_{\alpha\beta} \gamma_{\mu} Q_i \epsilon^{\alpha} q^{\beta}. \quad (5.29)$$

O último diagrama que nós consideraremos está mostrado na Fig. 5.2(e). Ele não dá nenhuma contribuição para a estrutura  $b$ , e sua contribuição para a estrutura  $a$  é

$$\frac{-eG_F 0.28m_s}{12\pi^2} \langle \bar{s}s \rangle^2 \not{1} (1 - \gamma_5) \sigma_{\alpha\beta} \gamma_\mu \not{Q}; \epsilon^\alpha q^\beta. \quad (5.30)$$

Nós não consideraremos o condensado de gluons porque sua contribuição é suprimida com relação ao operador de mesma dimensão  $m_q \langle \bar{q}q \rangle$ , por um fator de loop extra  $1/16\pi^2$ .

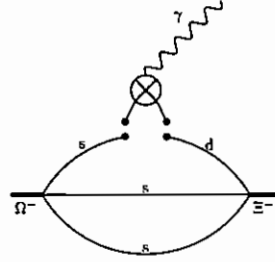


Figura 5.3: Um par  $\bar{q}q$  no vácuo, acoplado à corrente eletromagnética em distâncias longas.

Em geral, quando um fóton real é emitido, tem-se também que considerar diagramas como o mostrado na Fig. 5.3, que envolve um processo de longas distâncias no canal do fóton. Entretanto, esse diagrama fornece uma contribuição desprezível, já que é proporcional à parte da função de onda do fóton que se acopla a quarks de sabores diferentes [141, 145]. Assim, nós não consideraremos a contribuição desse diagrama neste trabalho.

Coletando todas contribuições obtidas, e transferindo a contribuição do contínuo para o lado da OPE, nós chegamos às seguintes expressões para as amplitudes

$$a_1 = -a_2 = \frac{3}{2\pi^2} \frac{e^{M_\Xi^2/M_1^2} e^{M_\Omega^2/M_2^2}}{\tilde{\lambda}_\Xi \tilde{\lambda}_\Omega} 0.28m_s \left[ \frac{3}{2^6} \int_0^{s_\Xi} ds_1 \int_0^{s_\Omega} ds_2 s_1 s_2 \delta(s_1 - s_2) e^{-s_1/M_1^2} e^{-s_2/M_2^2} \right. \\ \left. + \frac{5\pi^2}{16} m_s f a \frac{M_1^2 M_2^2}{(M_1^2 + M_2^2)^2} \left( M_2^2 + M_1^2 \ln \left( \frac{M_1^2 + M_2^2}{m_s^2} \right) \right) + \frac{1}{12} f^2 a^2 \right], \quad (5.31)$$

$$b_1 = -b_2 = \frac{1}{2^5 \pi^2} \frac{e^{M_\Xi^2/M_1^2} e^{M_\Omega^2/M_2^2}}{\tilde{\lambda}_\Xi \tilde{\lambda}_\Omega} 0.28m_s \int_0^{s_\Xi} ds_1 \int_0^{s_\Omega} ds_2 s_2^3 \frac{d}{ds_2} (\delta(s_2 - s_1)) e^{-s_1/M_1^2} e^{-s_2/M_2^2}, \quad (5.32)$$

onde  $\tilde{\lambda}_H = 4\pi^2 \lambda_H$ ,  $a = -4\pi^2 \langle \bar{q}q \rangle$ , e  $f = \langle \bar{s}s \rangle / \langle \bar{q}q \rangle$ .

### 5.3 Análise Quantitativa das Regras de Soma

Nós analisaremos as regras de soma na região de massas de Borel,  $M^2$ , que foi identificada em [146] como a região *fiducial* para as regras de soma de massa:

$$1.4 \leq M_1^2 \leq 2.0 \text{ GeV}^2 \quad \text{para } \Xi, \quad (5.33)$$

$$2.4 \leq M_2^2 \leq 3.2 \text{ GeV}^2 \quad \text{para } \Omega. \quad (5.34)$$

Os valores que usaremos para  $\tilde{\lambda}_H$  e  $s_H$  são os mesmos determinados à partir da análise das regras de soma de massa para esses híperons, nesse mesmo intervalo de massas de Borel. Para  $\Xi$ , nós obtemos da Ref.[146]  $\tilde{\lambda}_\Xi \simeq 1.6 \text{ GeV}^3$  e  $s_\Xi = 3.6 \text{ GeV}^2$ . Para  $\Omega$ , usando as regras de soma dadas em [147], nós obtemos  $\tilde{\lambda}_\Omega \simeq 3.8 \text{ GeV}^3$  e  $s_\Omega \simeq 7.5 \text{ GeV}^2$ . Os valores usados para os outros parâmetros são os mesmos usados nos capítulos anteriores, que só repetimos aqui por completeza:  $a = 0.55 \text{ GeV}^3$ ,  $m_s = 150 \text{ MeV}$ ,  $f = 0.8$ ,  $M_\Xi = 1.32 \text{ GeV}$  and  $M_\Omega = 1.67 \text{ GeV}$ .

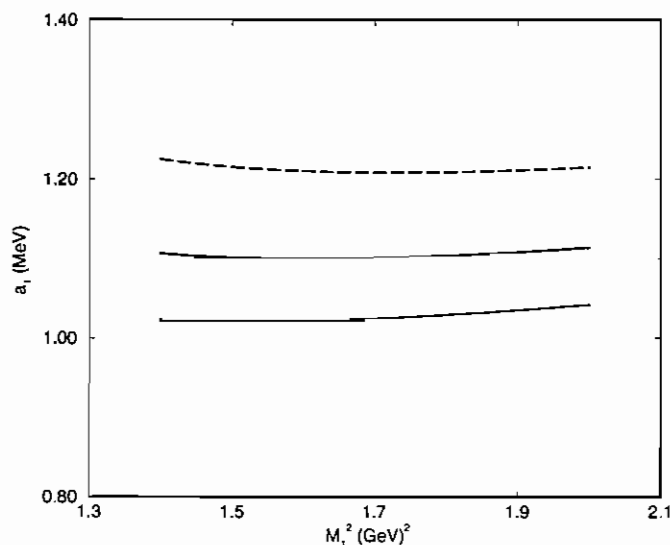


Figura 5.4: A amplitude  $a_1$  como função de  $M_1^2$  para  $M_2^2 = M_\Omega^2$  (linha sólida),  $M_2^2 = 2.4 \text{ GeV}^2$  (linha tracejada), e  $M_2^2 = 3.2 \text{ GeV}^2$  (linha pontilhada).

Na Fig. 5.4 nós mostramos os resultados obtidos para  $a_1$ , como função de  $M_1^2$  para diferentes valores de  $M_2^2$ . Podemos ver que  $a_1$  varia muito lentamente com  $M_1^2$ , mas não tão lentamente com  $M_2^2$ . No intervalo de Borel considerado, a amplitude  $a_1$  varia menos do que 20%. O mesmo comportamento pode ser observado na Na Fig. 5.5 onde  $a_1$  está mostrada como função de  $M_2^2$  para diferentes valores de  $M_1^2$ .

Para a amplitude  $b_1$  nós obtemos um resultado ainda mais estável. Como pode ser visto pelas Figs. 5.6 e 5.7,  $b_1$  varia muito lentamente com  $M_1^2$  e  $M_2^2$ . No intervalo de massas de

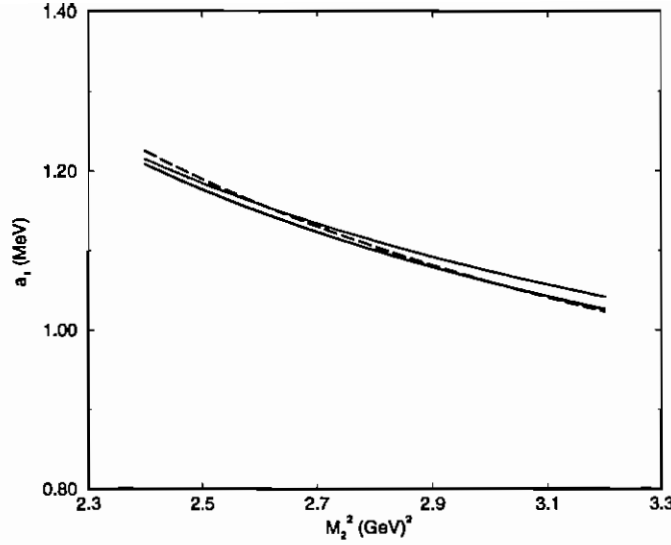


Figura 5.5: A amplitude  $a_1$  como função de  $M_2^2$  para  $M_1^2 = M_\Xi^2$  (linha sólida),  $M_1^2 = 1.4 \text{ GeV}^2$  (linha tracejada), e  $M_1^2 = 2.0 \text{ GeV}^2$  (linha pontilhada).

Borel considerado  $b_1$  muda menos do que 10%. Usando  $M_1^2 = M_\Xi^2$  e  $M_2^2 = M_\Omega^2$  nós obtemos

$$a_1 = -a_2 \simeq 1.10 \text{ MeV}, \quad (5.35)$$

$$b_1 = -b_2 \simeq -0.58 \text{ MeV}. \quad (5.36)$$

Conhecidos os valores dos fatores de forma  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$  e  $b_2$ , nós podemos calcular a largura do decaimento  $\Gamma(\Omega^- \rightarrow \Xi^- \gamma)$  [140]:

$$\Gamma(\Omega^- \rightarrow \Xi^- \gamma) = \frac{2}{3} \alpha G_F^2 q_0^3 H \quad (5.37)$$

onde

$$q_0 = \frac{(M_\Omega^2 - M_\Xi^2)}{2M_\Omega} \quad (5.38)$$

é a energia do fóton no referencial de repouso do  $\Omega$  e

$$H = \left[ \left(1 + \frac{p_\Omega \cdot p_\Xi}{M_\Omega^2}\right)(a_1^2 + a_2^2) + \left(\frac{p_\Omega \cdot p_\Xi}{M_\Omega^2}\right)(b_1^2 + b_2^2) + \right. \\ \left. \left(1 + \frac{p_\Omega \cdot p_\Xi}{M_\Omega^2}\right)(a_1 b_1 + a_2 b_2) + \frac{M_\Xi}{M_\Omega}(b_1^2 - b_2^2) + \frac{2M_\Xi}{M_\Omega}(a_1 b_1 - a_2 b_2) \right] \quad (5.39)$$

Assim, usando os valores dados acima para as amplitudes nós obtemos

$$\Gamma(\Omega^- \rightarrow \Xi^- \gamma) = 5.6 \times 10^{-11} \text{ eV} \quad (5.40)$$

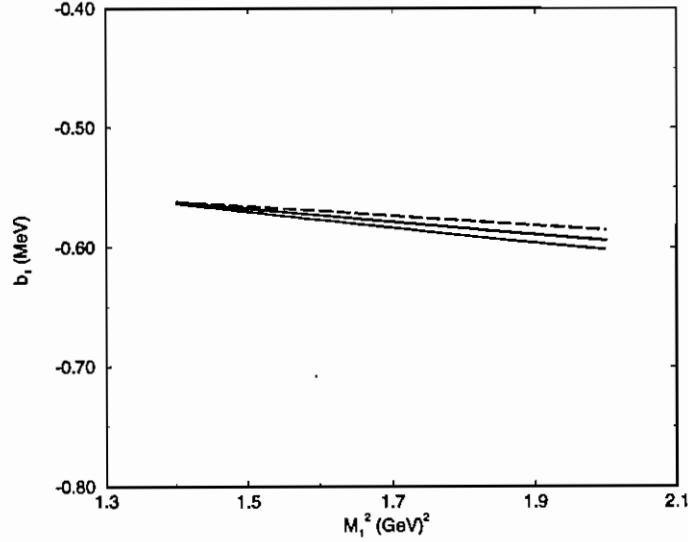


Figura 5.6: O mesmo que a Fig. 5.4 para  $b_1$ .

que resulta na seguinte razão de ramificação

$$\text{BR}(\Omega^- \rightarrow \Xi^- \gamma) = 7.0 \times 10^{-6}. \quad (5.41)$$

Como mencionado antes, a contribuição tipo pinguim à esse decaimento foi calculado usando os elementos de matriz do modelo de bag, para as transições fraca e eletromagnética à nível bariônico, e coeficientes tipo pinguim padrões, e forneceu [137]:

$$\text{BR}^{\text{Penguin}}(\Omega^- \rightarrow \Xi^- \gamma) \simeq 5 \times 10^{-6}. \quad (5.42)$$

Nosso resultado sugere que as diferentes contribuições para a razão de ramificação  $\text{BR}(\Omega^- \rightarrow \Xi^- \gamma)$ , provenientes da transição de um quark  $s \rightarrow d\gamma$ , Eq.(5.41), do diagrama tipo pinguim, Eq.(5.42), e do processo de longas distâncias, Eq.(5.4), são todas comparáveis. A fim de separar as contribuições desses diferentes processos, seria necessário estudar o parâmetro de assimetria associado a esse decaimento. É também interessante mencionar que o resultado dado na Ref.[139], Eq.(5.5), seria da mesma ordem do nosso, Eq.(5.41), se os autores desse trabalho tivessem usado o mesmo coeficiente de Wilson para o operador  $\mathcal{O}$ , Eq. (5.6), usado aqui. Na Ref.[139] eles também estimaram uma outra classe de contribuições de longas distâncias ao decaimento  $\Omega^- \rightarrow \Xi^- \gamma$ , usando a aproximação da dominância do méson vetorial, e eles encontraram que essa contribuição poderia saturar o limite superior experimental. Entretanto, o resultado de longas distâncias deles é proporcional a um coeficiente da QCD, cuja estimativa direta não é confiável, já que todo o cálculo está longe do limite perturbativo. Por essa razão nós decidimos citar aqui somente o resultado de longas distâncias mais tradicional dado na Ref.[132].

Nosso resultado é aproximadamente um fator 60 menor do que o limite superior experimental, Eq.(5.1). e seria extremamente interessante se novas experiências pudessem diminuir

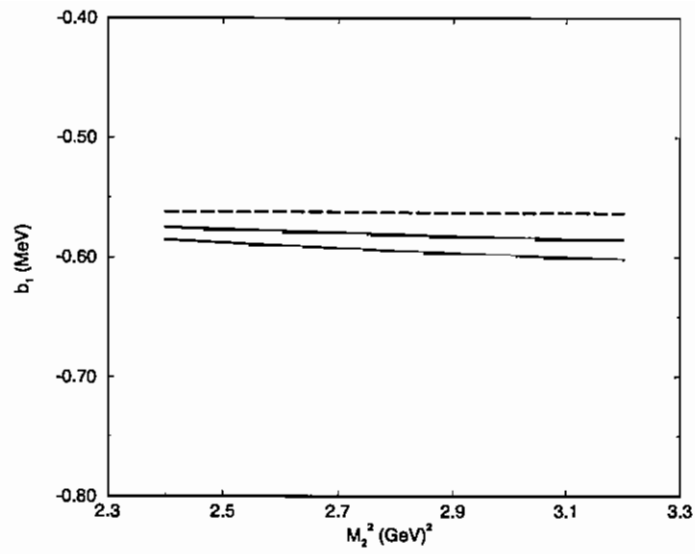


Figura 5.7: O mesmo que a Fig. 5.5 para  $b_1$ .

esse limite, já que mesmo somando todas contribuições nós obtemos um número que está ainda muito abaixo desse limite.

# Capítulo 6

## Resumo e Conclusões

A extensão das regras de soma da QCD à densidades finitas pode fornecer uma ponte entre a fenomenologia nuclear e a teoria fundamental da cromodinâmica quântica. Entretanto, ao se fazer ligações com a QCD, deve-se reconhecer que os observáveis nucleares mais familiares estão associados à escalas de energias muito menores do que aquelas associadas aos observáveis hadrônicos. Além disso, a maioria dos observáveis experimentais nucleares são o resultado de um cancelamento delicado.

A idéia básica das regras de soma da QCD é aproximar o problema do estado fundamental da QCD partindo do lado da liberdade assintótica, ou seja, começar com pequenas distâncias e se encaminhar para grandes distâncias através da inclusão de efeitos não perturbativos parametrizados pelos condensados. Assim, as RSQCD não podem ser usadas para resolver pequenas diferenças na energia que necessitem de um conhecimento muito mais preciso sobre o processo de confinamento. Portanto, não se pode ser muito ambicioso nas aplicações que podem ser feitas das RSQCD à densidades finitas. Previsões experimentais detalhadas de observáveis nucleares convencionais, tal como a energia de saturação da matéria nuclear, ou comprimentos de espalhamento nucleon-nucleon, serão mais apropriadamente estudados no contexto de modelos efetivos da QCD. A alternativa que propusemos é focalizar na fenomenologia que está associada com escalas de energia mais adequadas ao tratamento das regras de soma.

O resultado mais sólido que pudemos obter da análise das regras de soma à densidades finitas está associado ao comportamento do condensado quiral com a densidade. O resultado independente de modelo (Eq. (2.77)), que prediz uma dependência do condensado linear com a densidade, parece ser consistente, pelo menos até a densidade de saturação da matéria nuclear. Apesar de haver ainda incertezas significativas no valor do termo  $\sigma$  do nucleon, ele é conhecido bem o suficiente para indicar uma mudança substancial (30–40% de redução) do condensado quiral dentro do núcleo. Além disso, a mudança com a densidade foi convincentemente relacionada com a troca de dois píons [150], que fornece uma ligação natural com o méson escalar na fenomenologia da troca de mésons, e estabelece que o alcance é suficientemente grande, de tal forma que as correlações de curto alcance não devem causar mudanças drásticas. Esse último ponto é muito importante, já que se as correlações dominassem a física, então o valor *médio* do condensado não seria muito relevante.



Dada uma mudança grande em  $\langle \bar{q}q \rangle_{\rho_N}$ , poderíamos antecipar mudanças também grandes no espectro hadrônico. As regras de soma da QCD oferecem uma forma direta de se fazer a conexão entre essas propriedades do estado fundamental da QCD e as propriedades dos estados observados. No nosso estudo das regras de soma à densidades finitas nós observamos que mudanças em  $\langle \bar{q}q \rangle_{\rho_N}$  estão associadas com as mudanças da auto-energia escalar do quasi-nucleon. Similarmente, mudanças na auto-energia vetorial estão primeiramente associadas ao condensado vetorial  $\langle q^\dagger q \rangle_{\rho_N}$ . Assumindo que a dependência do condensado de quatro quarks com a densidade é pequena, as auto-energias resultantes estão em acordo qualitativo com a fenomenologia nuclear relativística.

O principal problema que encontramos para estabelecer conclusões quantitativas sólidas da nossa análise das RSQCD à densidades finitas foi a dependência com a densidade do condensado de quatro quarks. Nós enfatizamos várias vezes a importância desempenhada pelos elementos de matriz dos operadores de campos de quatro quarks nas RSQCD para os hádrons com quarks leves. Isso é tanto verdade no vácuo quanto em densidades finitas. No vácuo, a hipótese de fatorização tem um papel importante na redução dos parâmetros fenomenológicos que entrarão nas regras de soma. A validade da fatorização no vácuo parece não ser dependente do condensado particular de quatro quarks, e parece ser bastante razoável em todos os casos. Entretanto devemos lembrar que um fator dois de incerteza num condensado de dimensão seis se propaga como um fator raiz sextupla de dois de incerteza na previsão da massa de um hádron. Assim, a hipótese de fatorização determina apenas cruamente a escala de massa.

Entretanto, ao estendermos as RSQCD para densidades finitas nós estamos interessados na variação das propriedades hadrônicas com a densidade, e isso, evidentemente, requer um conhecimento preciso de como os condensados variam com a densidade. A hipótese de fatorização implica numa dependência muito forte com a densidade do condensado de quatro quarks, que leva a efeitos drásticos nas previsões das regras de soma. Analisando os resultados obtidos tanto para o nucleon quanto para os híperons no meio nuclear, nós podemos dizer que as predições das regras de soma à densidades finitas estão de acordo com a fenomenologia nuclear relativística se o condensado de quatro quarks variar lentamente com a densidade, e que portanto a hipótese de fatorização parece não ser justificada na matéria nuclear. Porém, é importante salientar que existe muitas incertezas associadas às RSQCD à densidade finitas para que afirmações mais conclusivas possam ser feitas. Nesse sentido, um estudo mais amplo sobre como os condensados de quatro quarks variam com a densidade seria extremamente útil.

Assim, muitos dos resultados das regras de soma à densidades finitas que obtivemos aqui, são um pouco indefinidos. Entretanto, é a natureza do tratamento das regras de soma que deve ser levado em consideração quando se considera seus resultados. Como no caso do vácuo, não são as previsões quantitativas para as massas dos hádrons, e outras propriedades, que são os aspectos mais importantes. De fato, os cálculos na rede irão, sem dúvida, fornecer informações muito mais precisas sobre o espectro hadrônico. São as relações quantitativas, e visões qualitativas as informações mais valiosas que podemos obter das regras de soma, e que continuarão a desafiar qualquer previsão numérica ou dependente de modelo. Sem sombra de dúvidas, o fato de obtermos, à partir das regras de soma no vácuo, as massas dos bárions

no octeto exatamente na mesma ordem crescente em energia que o espectro experimental, considerando que a única mudança no cálculo é a informação sobre o campo interpolante do bárion em questão, é um resultado qualitativo que não pode deixar de dar um apoio conceitual muito grande ao método das regras de soma.

Já foi dito que as regras de soma da QCD não teriam um poder previsivo, mas sim apenas uma capacidade de testar resultados experimentais. Essa afirmação é válida em certo sentido, apesar de ter notáveis exceções. Mais precisamente, pode-se dizer que a confiabilidade das aplicações das regras de soma, principalmente quando aplicadas a observáveis novos, ou novos domínios, não é garantida sem algum apoio experimental. O problema é que pequenos detalhes podem ser perdidos. Entretanto não se deve subestimar a utilidade da capacidade de testar resultados. No fim das contas, os resultados *são* medidos experimentalmente, e o que procuramos de fato é o entendimento do fenômeno. Isso é o que as regras de soma podem fornecer.

Por exemplo, poderíamos perguntar se a decomposição em partes escalar e vetorial feita na fenomenologia relativística não é artificial. Nossos resultados das regras de soma mostram que existe uma razão para se olhar para essas partes assim separadas: a física que contribui para cada um desses pedaços é diferente. Especificamente a auto-energia escalar está predominantemente associada à mudanças no condensado escalar. Já a auto-energia vetorial é grandemente determinada pela densidade dos quarks, que não é dinâmica.

Também, o estudo que fizemos da contribuição dos instantons às regras de soma se insere perfeitamente nesse quadro. Podemos dizer que os resultados mais importantes da nossa análise não são os números em si, mas sim a compreensão de que os instantons desempenham um papel importante no vácuo da QCD. Podemos usar as regras de soma sem contribuição dos instantons para se chegar aos mesmos resultados qualitativos apresentados aqui. Isso requer apenas uma análise preliminar que descartará uma das regras de soma (aquela que recebe contribuições significativas dos instantons), no caso da diferença de massa nêutron-próton, e que descartará o uso de um tipo de campo interpolante (aquele que recebe contribuições dos instantons), no caso do fator de forma do pión. Portanto o conhecimento preliminar dos resultados experimentais serve como orientação no uso das regras de soma. Mas o fato de que alguma regra de soma não funciona bem já é em si uma informação, que pode levar a um entendimento mais profundo do fenômeno envolvido, como nos exemplos estudados aqui.

Finalmente o uso que fizemos das regras de soma da QCD para extrair fatores de forma associados ao decaimento radioativo de híperons mostra, sem sombras de dúvidas, o poder do método. Novamente só pudemos extrair informações confiáveis das regras de soma após o estudo da estabilidade das mesmas. A existência de regras de soma não estáveis é, como dito acima, uma informação de que alguma física importante não foi considerada na análise.

Esperamos ter convencido o leitor, através dos exemplos estudados, do enorme potencial do método das regras de soma da QCD, e esperamos que o tratamento das regras de soma possa ser refinado conforme mais dados experimentais sejam acumulados.

# Bibliografia

- [1] W. Greiner, A. Schäfer, *Quantum Chromodynamics*, Springer-Verlag (1995).
- [2] F. J. Ynduráin, *The Theory of Quark and Gluon Interactions*, Springer-Verlag (1983).
- [3] T. Muta, *Foundations of Quantum Chromodynamics*, World Scientific (1987).
- [4] G. Sterman et al. (CTEQ group), *Rev. Mod. Phys.* **67** (1995) 158.
- [5] Y. Nambu, G. Jona-Lasinio, *Phys. Rev.* **122** (1961) 345.
- [6] S. Weinberg, *Physica* **A96** (1979) 327; *Phys. Lett.* **B251** (1990) 288.
- [7] J. Gasser, H. Leutwyler, *Ann. Phys.* **158** (1984) 142; *Nucl. Phys.* **B250** (1985) 465.
- [8] B. R. Holtein, *Chiral Perturbation Theory: a Primer*, hep-ph/9510344.
- [9] E. Shuryak, *Phys. Lett.* **B107** (1981) 103.
- [10] H. Georgi, A. Manohar, *Nucl. Phys.* **B234** (1984) 189.
- [11] M. A. Preston, R. K. Bhaduri, *Structure of the Nucleus* (Addison-Wesley, Reading, 1975).
- [12] para uma revisão veja T. Draper, S. Gottlieb, A. Soni, D. Toussaint, eds. *Lattice '93. Proceedings, International Symposium On Lattice Field Theory* (*Nucl. Phys. B, Proc. Suppl.* **34** (1994)).
- [13] J. B. Kogut. M. P. Lombardo, D. K. Sinclair, *Phys. Rev.* **D51** (1995) 1282.
- [14] M. A. Shifman, A. I. Vainshtein, V. I. Zakharov, *Nucl. Phys.* **B147** (1979) 385; **B147** (1979) 448; **B147** (1979) 519.
- [15] B. L. Ioffe. *Nucl. Phys.* **B188** (1981) 317; **B191** (1981) 591(E).
- [16] Y. Chung, H. G. Dosch, M. Kremer, D. Schall, *Phys. Lett.* **B102** (1981) 175; *Nucl. Phys.* **B197** (1982) 55.
- [17] L. J. Reinders. H. R. Rubinstein. S. Yazaki. *Phys. Rep.* **127** (1985) 1.

- [18] S. Narison, *QCD Spectral Sum Rules* (World Scientific, Singapore, 1989).
- [19] M. A. Shifman, ed., *Vacuum Structure and QCD Sum Rules* (North Holland, Amsterdam, 1992).
- [20] H. G. Dosch, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **33** (1994) 121.
- [21] K. G. Wilson, *On Products of Operators at Short Distance* (Cornell Report 1964); *Phys. Rev.* **179** (1969) 1499; para uma revisão veja J. C. Collins, *Renormalization* (Cambridge University Press, New York, 1984).
- [22] H. Lehmann, *Nuovo Cimento* **11** (1954) 342; a representação de Lehmann é discutida na maioria dos bons textos sobre teoria quântica de campos. Veja por exemplo, Itzykson and J.-B. Zuber, *Quantum Field Theory* (McGraw-Hill, New York, 1980).
- [23] B. C. Clark, S. Hama, R. L. Mercer, in *The Interaction Between Medium Energy Nucleons in Nuclei*, edited by H. O. Meyer (American Institute of Physics, New York, 1983).
- [24] B. C. Clark, R. L. Mercer, P. Schwandt, *Phys. Lett.* **B122** (1983) 211.
- [25] B. C. Clark, S. Hama, R. L. Mercer, L. Ray, B. D. Serot, *Phys. Rev. Lett.* **50** (1983) 1644.
- [26] S. Hama, B. C. Clark, E. D. Cooper, H. S. Sherif, R. L. Mercer, *Phys. Rev.* **C41** (1990) 2737.
- [27] J. A. McNeil, J. R. Shepard, S. J. Wallace, *Phys. Rev. Lett.* **50** (1983) 1439.
- [28] J. R. Shepard, J. A. McNeil, S. J. Wallace, *Phys. Rev. Lett.* **50** (1983) 1443.
- [29] J. A. Tjon, S. J. Wallace, *Phys. Rev.* **C36** (1987) 1085.
- [30] S. J. Wallace, *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.* **37** (1987) 267.
- [31] T. D. Cohen, R. J. Furnstahl, D. K. Griegel, *Phys. Rev. Lett.* **67** (1991) 961.
- [32] R. J. Furnstahl, D. K. Griegel, T. D. Cohen, *Phys. Rev.* **C46** (1992) 1507.
- [33] X. Jin, T. D. Cohen, R. J. Furnstahl, D. K. Griegel, *Phys. Rev.* **C47** (1993) 2882.
- [34] X. Jin, M. Nielsen, T. D. Cohen, R. J. Furnstahl, D. K. Griegel, *Phys. Rev.* **C49** (1994) 464.
- [35] T. D. Cohen, R. J. Furnstahl, D. K. Griegel, X. Jin, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **35** (1995) 221.
- [36] E. G. Drukarev, E. M. Levin, *Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **48** (1988) 307 [*JETP Lett.* **48** (1988) 338]; *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **95** (1989) 1178 [*Sov. Phys. JETP* **68** (1989) 680]; *Nucl. Phys.* **A511** (1990) 679; **A516** (1990) 715(E).

- [37] T. Hatsuda, H. Høgaasen, M. Prakash, Phys. Rev. **C42** (1990) 2212; Phys. Rev. Lett. **66** (1991) 2851.
- [38] C. Adami, G. E. Brown, Z. Phys. **A340** (1991) 93.
- [39] E. M. Henley, J. Pasupathy, Nucl. Phys. **A556** (1993) 467.
- [40] M. Asakawa, C. M. Ko, Nucl. Phys. **A560** (1993) 399; Phys. Rev. **C48** (1993) R526.
- [41] T. Hatsuda, S. H. Lee, Phys. Rev. **C46** (1992) R34.
- [42] B. L. Ioffe, Z. Phys. **C18** (1983) 67.
- [43] J. D. Bjorken, S. D. Drell, *Relativistic Quantum Fields* (McGraw-Hill, New York, 1965).
- [44] J. C. Collins, *Renormalization* (Cambridge University Press, New York, 1984).
- [45] V. Fock, Phys. Z. Sowjetunion **12** (1937) 404.
- [46] J. Schwinger, *Particles, Sources, and Fields* (Addison-Wesley, Reading, MA, 1970), Vol. I.
- [47] C. Cronström, Phys. Lett. **B90** (1980) 267.
- [48] V. A. Novikov, M. A. Shifman, A. I. Vainshtein, and V. I. Zakharov, Fortschr. Phys. **32** (1984) 585.
- [49] M. A. Shifman, Nucl. Phys. **B173** (1980) 13.
- [50] A. V. Smilga, Yad. Fiz. **35** (1982) 473 [Sov. J. Nucl. Phys. **35** (1982) 271].
- [51] M. Sugawara, A. Kanazawa, Phys. Rev. **123** (1961) 1895.
- [52] B. D. Serot and J. D. Walecka, Adv. Nucl. Phys. **16** (1986) 1; B. D. Serot, Rep. Prog. Phys. **55** (1992) 1855.
- [53] M. E. Peskin, PhysLett. **B88** (1979) 128.
- [54] X. Jin, M. Nielsen, J. Pasupathy, Phys. Lett. **B314** (1993) 163.
- [55] T. D. Cohen, R. J. Furnstahl, D. K. Griegel, Phys. Rev. **C45** (1992) 1881.
- [56] M. Gell-Mann, R. J. Oakes, B. Renner Phys. Rev. **175** (1968) 2195.
- [57] R. Tarrach, Nucl. Phys. **B196** (1982) 45.
- [58] J. Gasser and H. Leutwyler, Phys. Rep. **87** (1982) 77.
- [59] J. Gasser, H. Leutwyler, M. E. Sainio, Phys. Lett. **B253** (1991) 252. and references therein.

- [60] B. L. Ioffe, A. V. Smilga, Nucl. Phys. **B232** (1984) 109.
- [61] A. I. Vainshtein, V. I. Zakharov, M. A. Shifman, Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **27** (1978) 60 [JETP Lett. **27** (1978) 55].
- [62] E. V. Shuryak, *The QCD Vacuum, Hadrons, and the Superdense Matter* (World Scientific, Singapore, 1988).
- [63] J. C. Collins, D. E. Soper, Nucl. Phys. **B194** (1982) 445.
- [64] A. V. Efremov, A. V. Radyushkin, Riv. Nuovo Cimento **3**(2) (1980) 1.
- [65] G. Curci, W. Furmanski, R. Petronzio, Nucl. Phys. **B175** (1980) 27.
- [66] M. Glück, E. Reya, A. Vogt, Z. Phys. **C48** (1990) 471.
- [67] M. Glück, E. Reya, A. Vogt, Z. Phys. **C53** (1992) 127.
- [68] A. A. Ovchinnikov, A. A. Pivovarov, Yad. Fiz. **48** (1988) 1135 [Sov. J. Nucl. Phys. **48** (1988) 721].
- [69] V. M. Belyaev, B. L. Ioffe, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **83** (1982) 876 [Sov. Phys. JETP **56** (1982) 493]; **84** (1983) 1236 [**57** (1983) 716].
- [70] M. Kremer, G. Schierholz, Phys. Lett. **B194** (1987) 283.
- [71] A. P. Bakulev, A. V. Radyushkin, Phys. Lett. **B271** (1991) 223.
- [72] E. V. Shuryak, A. I. Vainshtein, Phys. Lett. **B105** (1981) 65; Nucl. Phys. **B199** (1982) 451.
- [73] V. M. Braun, A. V. Kolesnichenko, Nucl. Phys. **B283** (1987) 723.
- [74] A. Bouyssy, Nucl. Phys. **A290** (1977) 324.
- [75] D. J. Millener, C. B. Dover, A. Gal, Phys. Rev. **C38** (1988) 2700; D. J. Millener, A. Gal, C. B. Dover, R. H. Dalitz, Phys. Rev. **C31** (1985) 499; C. B. Dover, D. J. Millener, A. Gal, Phys. Rep. **184** (1989) 1.
- [76] B. F. Gibson, E. V. Hungerford III, Phys. Rep. **257** (1995) 349.
- [77] J. J. deSwart e outros. Springer Tracts in Modern Physics **60** (1971) 138.
- [78] C. B. Dover, H. Feshbach, Ann. Phys. **198** (1990) 321.
- [79] R. Brockmann, W. Weise, Phys. Lett. **B69** (1977) 167.
- [80] J. V. Noble, Phys. Lett. **B89** (1980) 325.

- [81] J. Cohen and R. J. Furnstahl, Phys. Rev. **C35** (1987) 2231; J. Cohen, Phys. Rev. **C48** (1993) 1346.
- [82] B. K. Jennings, Phys. Lett. **B246** (1990) 325.
- [83] A. O. Gattone, M. Chiapparini, E. D. Izquierdo, Phys. Rev. **C44** (1991) 548; M. Chiapparini, A. O. Gattone, B. K. Jennings, Nucl. Phys. **A529** (1991) 589.
- [84] J. Cohen, H. J. Weber, Phys. Rev. **C44**, (1991) 1181.
- [85] J. Mares, B. K. Jennings, Phys. Rev. **C49**, (1994) 2472.
- [86] N. K. Glendenning *et al.*, Phys. Rev. **C48** (1993) 889.
- [87] M. Rufa, J. Schaffner, J. Maruhn, H. Stöcker, W. Greiner, P.-G. Reinhard, Phys. Rev. **C42** (1990) 2469.
- [88] J. Schaffner, C. Greiner, H. Stöcker, Phys. Rev. **C46** (1992) 322.
- [89] L. J. Reinders, H. R. Rubinstein, S. Yazaki, Phys. Lett. **B120** (1983) 209.
- [90] C. B. Chiu, J. Pasupathy, S. L. Wilson, Phys. Rev. **D32** (1985) 1786.
- [91] X. Jin, R. J. Furnstahl, Phys. Rev. **C49** (1994) 1190.
- [92] X. Jin, M. Nielsen, Phys. Rev. **C51** (1995) 347.
- [93] X. Jin, R. J. Furnstahl, M. Nielsen, Nucl. Phys. **A585** (1995) 333c.
- [94] M. K. Banerjee, J. B. Cammarata, Phys. Rev. **D16** (1977) 1334.
- [95] P. M. Gensini, Nuovo Cim. **A60** (1980) 221.
- [96] D. B. Leinweber, Ann. Phys. **198** (1990) 203.
- [97] C.G. Callen, Jr., R. Dashen, D.J. Gross, Phys. Rev. **D17** (1978) 2717, E. V. Shuryak, Nucl. Phys. **B203** (1982) 93, 116, 140.
- [98] D. I. Diakonov, V. Yu. Petrov, Nucl. Phys. **B245** (1984) 259; Phys. Lett. **B147** (1984) 351; Nucl. Phys. **B272** (1986) 457.
- [99] M.-C. Chu, S. Huang, Phys. Rev. **D45**, (1992) 2446; M.-C. Chu, J. M. Grandy, S. Huang, J. W. Negele, Phys. Rev. **D49** (1994) 6039.
- [100] E. V. Shuryak, proceedings da VIII J.A. Swieca Summer School Nuclear Physics, World Scientific, Singapore, 1997.
- [101] E. V. Shuryak, Nucl. Phys. **B214** (1983) 237.
- [102] H. Forkel, M. Nielsen, Phys. Lett. **B345** (1995) 55.

- [103] H. Forkel, M. K. Banerjee, Phys. Rev. Lett. **71** (1993) 484.
- [104] H. Forkel, M. Nielsen, Phys. Rev. **D55** (1997) 1471.
- [105] K.-C. Yang, W.-Y.P. Hwang, E.M. Henley, L.S. Kisslinger, Phys. Rev. **D48** (1993) 3001.
- [106] X. Jin, M. Nielsen, J. Pasupathy, Phys. Rev. **D51** (1995) 3688; X. Jin, Phys. Rev. **D52** (1996) 2964.
- [107] C. Adami, E. G. Drukarev, and B. L. Ioffe, Phys. Rev. **D48**, 2304 (1993).
- [108] G. 't Hooft, Phys. Rev. Lett. **37** (1976) 8; Phys. Rev. **D14** (1976) 3432.
- [109] M. A. Shifman, A. I. Vainshtein, and V. I. Zakharov, Nucl. Phys. **B163** (1980) 46.
- [110] J. Gasser, H. Leutwyler, Nucl. Phys. **B250** (1985) 465.
- [111] N. Paver, Riazuddin, M. D. Scadron, Phys. Lett. **B197** (1987) 430.
- [112] P. Pascual, R. Tarrach, Phys. Lett. **B116** (1982) 443.
- [113] E. Bagan et al., Phys. Lett. **B135** (1984) 463.
- [114] C. A. Dominguez, M. Loewe, Phys. Rev. **D31** (1985) 2930.
- [115] C. A. Dominguez, E. de Rafael, Ann. Phys. (N.Y.) **174** (1987) 372.
- [116] S. Narison, Rev. Nuovo Cimento **10**, (1987) 1; *QCD Spectral Sum Rules*, World Scientific Lecture Notes in Physics Vol. 26 (World Scientific, Singapore, 1989).
- [117] E.V. Shuryak, J.J.M. Verbaarschot, Nucl. Phys. **B341** (1990) 1.
- [118] E. V. Shuryak, Nucl. Phys. **B203** (1982) 93; (1982) 116.
- [119] C. G. Callen, Jr., R. Dashen, D. J. Gross, Phys. Rev. **D17** (1978) 2717; D. G. Galdi, Phys. Rev. Lett. **19** (1977) 121.
- [120] M. Chu, J.M. Grandy, J.W. Negele, S. Huang, Phys. Rev. Lett **70** (1993) 255; Phys. Rev. **D48** (1993) 3340.
- [121] Review of Particle Properties, Particle Data Group, Phys. Rev. **D50** (1994).
- [122] V. A. Novikov, M. A. Shifman, A. I. Vainshtein, V. I. Zakharov, Nucl. Phys. **B191** (1981) 301.
- [123] E. V. Shuryak, Rev. Mod. Phys. **65** (1993) 1.
- [124] B. L. Ioffe, A. V. Smilga, Phys. Lett. **B114** (1982) 353; Nucl. Phys. **B216** (1983) 373.



- [125] V. A. Nesterenko, A. V. Radyushkin, Phys. Lett. **B115** (1982) 410; JETP Lett. **39** (1984) 707.
- [126] B. V. Geshkenbein, B. L. Ioffe, Nucl. Phys. **B166** (1980) 340.
- [127] C. Bebek et al., Phys. Rev. **D17** (1978) 1693.
- [128] Para uma revisão veja J. Lach, P. Zenczykowski, Int. J. Mod. Phys. **A10** (1995) 3817.
- [129] I.F. Albuquerque *et al.*, Phys. Rev. **D50**, (1994) R18.
- [130] V.I. Zakharov, Sov. J. Nucl. Phys. **5**, (1967) 259.
- [131] G.R. Farrar, Phys. Rev. **D4** (1971) 212.
- [132] Ya.I. Kogan, M.A. Shifman, Sov. J. Nucl. Phys. **38**, (1983) 628.
- [133] J. Pati, Phys. Rev. **130** (1963) 2097.
- [134] R. graham, S. Pakvasa, Phys. Rev. **B140** (1965) 1144.
- [135] F. Gilman, M.B. Wise, Phys. Rev. **D19** (1979) 976.
- [136] C.-H. Lo, Phys. Rev. **D26** (1982) 199.
- [137] S.G. Kamath, Nucl. Phys. **B198** (1982) 61; J.O. Eeg, Z. Phys. **C21** (1984) 253.
- [138] L. Bergstrom, P. Singer, Phys. Lett. **B169** (1986) 297; P. Singer, Phys. Rev. **D42** (1990) 3255.
- [139] G. Eilam, A. Ioannissian, R.R. Mendel, P. Singer, preprint Technion-PH-95-18, hep-ph/9507267.
- [140] R. Safadi, P. Singer, Phys. Rev. **D37** (1988) 697; **D42** (1990) 1856E; P. Singer, "Some Weak Hyperon Radiative Decays - A Possible Window to the  $s \rightarrow d\gamma$  Transition", Essays in honor of M. Roos (M. Chaichian and J. Maalapi, eds.), p143 (1991).
- [141] I.I. Balitsky *et al.*, Nucl. Phys. **B312** (1989) 509.
- [142] C. Goldman, C.O. Escobar, Phys. Rev. **D 40** (1989) 106.
- [143] M. Nielsen, L.A. Barreiro, C.O. Escobar, R. Rosenfeld, Phys. Rev. **D 53** (1996) 3620.
- [144] R. Rosenfeld, L.A. Barreiro, C.O. Escobar, M. Nielsen, Phys. Rev. **D54** (1996) 3620.
- [145] I.I. Balitsky, V.M. Braun, A.V. Kolesnichenko, Yad. Fiz. **44** (1986) 1582 [Sov. J. Nucl. Phys. **44** (1986) 1028].
- [146] B.L. Ioffe, A.V. Smilga, Phys. Lett. **B133** (1983) 436.

- [147] D. Espriu, R. Tarrach, Nucl. Phys. **B214** (1983) 285.
- [148] F.J. Gilman, M.B. Wise, Phys. Rev. **D20** (1979) 2392.
- [149] B. Guberina, R.D. Peccei, Nucl. Phys. **B163** (1980) 289.
- [150] M. C. Birse, J. Phys. **G20** (1994) 1537.