

FRANK P. MISSELL

N. T. 283

SBI-IFUSP



305M810T0283

ATENUAÇÃO MAGNETO - ACÚSTICA NA LIGA

SUPERCONDUTORA Nb-26% HF

Tese apresentada ao  
Instituto de Física  
da Universidade de  
São Paulo, para ob-  
tenção do Título de  
Livre-Docente



1975

SÃO PAULO

## MEUS AGRADECIMENTOS A

Dr. Nei F. Oliveira, Jr., pelo estímulo constante em todas as fases deste trabalho.

Dr. Yaacov Shapira, pela ajuda na fase inicial.

Prof. J.M.V. Martins e Dr. P. Donoho, pelas discussões proveitosas.

Srs. Rui F. Oliveira, Francisco de Paula Oliveira e Osvald Cappello, pela assistência técnica.

Dr<sup>a</sup> Sonia Frota Pessoa, pela assistência editorial e apoio constante.

Srta. Regina K. Obata, pelo auxílio na parte de da tilografia.

Srtas. Maria A. Santantônio e Alice A. Tanaka, pe los desenhos caprichados.

Srs. Perclides de Oliveira e Bruno Manzon, pelo auxílio na parte de impressão.

Este trabalho não seria possível sem o amparo financeiro da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo e do Conselho Nacional de Pesquisas, do Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico e da Financiadora de Estudos e Projetos.

## R\_E\_S\_U\_M\_O

Medimos a variação na atenuação do som com o campo magnético no estado mixto da liga Nb - 26% Hf , usando ondas longitudinais e transversais com frequências de 5 - 140 MHz e para  $T = 4,14$  K.

Os resultados experimentais foram comparados com as teorias microscópicas de Houghton e Maki e de Cerdeira e Houghton. Mostramos que nossos dados não podem ser entendidos em termos destas teorias.

Por outro lado, nossas medidas concordam bem com um modelo fenomenológico de Shapira e Neuringer para a atenuação no estado mixto. Fizemos uma comparação detalhada entre nossos dados experimentais e as previsões do modelo com respeito à dependência da atenuação com frequência e campo magnético. Mostramos haver uma concordância qualitativa excelente.

Finalmente, introduzimos uma modificação no modelo original de Shapira e Neuringer. Esta modificação melhora substancialmente o acordo com os dados experimentais da atenuação como função do campo magnético, para frequências altas e campos próximos a  $H_{C2}$  .

## ABSTRACT

We have measured the magnetic field dependence of the ultrasonic attenuation in the mixed state of Nb-26% Hf, using longitudinal and transverse waves with frequencies of 5 - 140 MHz and for  $T = 4.14$  K.

The experimental results were compared with the microscopic theories of Houghton and Maki and Cerdeira and Houghton. We have shown that our data cannot be understood in terms of these theories.

On the other hand, our measurements agree well with a phenomenological model of Shapira and Neuringer for the ultrasonic attenuation in the mixed state. We have made a detailed comparison between our experimental results and the predictions of the model with respect to the dependence of the attenuation on magnetic field and frequency and have shown them to be in excellent qualitative agreement.

Finally, we have modified the original model of Shapira and Neuringer. This modification substantially improves the agreement with experimental data for the magnetic field dependence of the attenuation, for high frequencies and for magnetic fields in the vicinity of  $H_{c2}$ .

# I N D I C E

	pág.
ÍNDICE DAS FIGURAS .....	i
ÍNDICE DA TABELA .....	iv
CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO .....	1
CAPÍTULO II - TEORIA: DEPENDÊNCIA DA ATENUAÇÃO COM CAMPO MAGNÉTICO .....	4
II.A - Cálculos Microscópicos da Atenuação no Estado Míxto .....	4
II.B - Escoamento de Fluxo .....	10
II.C - Teoria de Alpher e Rubin .....	19
1. Metais Normais .....	19
2. O Modelo de Shapira e Neuringer.	25
II.D - Discussão dos Modelos para a Atenua- ção no Estado Míxto .....	28
CAPÍTULO III - TÉCNICA EXPERIMENTAL .....	31
III.A - Medidas Ultrasônicas .....	31
III.B - Sistema Criogênico .....	35
III.C - Medidas de Resistividade e Corrente Crítica .....	36
III.D - Propriedades Físicas de Nb-26% Hf.	39
CAPÍTULO IV - RESULTADOS E DISCUSSÃO .....	49
IV.A - Discussão Qualitativa da Atenuação.	49
IV.B - Comparação com a Teoria Microscópi- ca .....	57
IV.C - Dependência da Atenuação com o Cam- po Magnético .....	63
IV.D - Dependência da Atenuação com a Fre- quência .....	69
IV.E - Modificação do Modelo de Shapira e Neuringer .....	73
CAPÍTULO V - CONCLUSÕES .....	82
REFERÊNCIAS .....	86

I N D I C E D A S F I G U R A S

	pág.
FIGURA 1. Atenuação Prevista pela Equação II.C.13, como Função do Parâmetro $\beta$ , para $H$ e $\omega$ <u>f</u> ixos .....	24
FIGURA 2. Atenuação Prevista pela Equação II.C.17, como função dos Parâmetros $\beta_f$ e $r$ , para $H$ e $\omega$ <u>f</u> ixos .....	26
FIGURA 3. Diagrama da Montagem Experimental .....	32
FIGURA 4. Determinação Experimental do Campo Crítico $H_{C2}$ .....	37
FIGURA 5. Determinação Experimental da Corrente Crítica $J_C$ .....	38
FIGURA 6. Diagrama de Fase da Liga Nb - 26% Hf .....	41
FIGURA 7. Comparação do Diagrama de Fase com as Previsões Teóricas de Maki e Werthamer, Helfand e Hohenberg .....	43
FIGURA 8. Corrente Crítica como Função de $H/H_{C2}$ .....	46
FIGURA 9. Dependência da Atenuação com Campo Magnético para Ondas Transversais com $f = 5,8$ MHz ...	50
FIGURA 10. Dependência da Atenuação com Campo Magnético para Ondas Transversais com $f = 20$ MHz ....	51
FIGURA 11. Dependência da Atenuação com Campo Magnético para Ondas Transversais com $f = 34,6$ MHz ..	53
FIGURA 12. Dependência da Atenuação com Campo Magnético para Ondas Transversais com $f = 61$ MHz ....	54

FIGURA 13.	Dependência da Atenuação com Campo Magnético para Ondas Longitudinais com $f = 15,6$ MHz ..	55
FIGURA 14.	Dependência da Atenuação com Campo Magnético para Ondas Longitudinais com $f = 45,3$ MHz ..	56
FIGURA 15.	Um Ajuste Típico de uma Curva Experimental à Relação $\alpha = mH^2$ .....	59
FIGURA 16.	Dependência com Frequência da Quantidade $\frac{\alpha_f^{-\alpha}}{\alpha_f}$ para Ondas Transversais .....	60
FIGURA 17.	Dependência com Frequência da Quantidade $\frac{\alpha_f^{-\alpha}}{\alpha_f}$ para Ondas Longitudinais .....	62
FIGURA 18.	Dependência com o Campo Magnético da Frequência de "Depinning" .....	64
FIGURA 19.	Comparação entre a Equação IV.C.1 e a Dependência com o Campo Magnético de $\frac{\alpha}{\alpha_f}$ para Ondas Transversais com $f = 15,1$ MHz .....	65
FIGURA 20.	Comparação entre a Equação IV.C.1 e a Dependência com o Campo Magnético de $\frac{\alpha}{\alpha_f}$ para Ondas Transversais com $f = 5,8$ MHz .....	66
FIGURA 21.	Comparação entre a Equação IV.C.1 e a Dependência com o Campo Magnético de $\frac{\alpha}{\alpha_f}$ para Ondas Transversais com $f = 25,1$ MHz .....	67
FIGURA 22.	Comparação entre a Equação IV.C.1 e a Dependência com o Campo Magnético de $\frac{\alpha}{\alpha_f}$ para Ondas Longitudinais com $f = 15,6$ MHz .....	68
FIGURA 23.	Comparação entre a Equação IV.C.1 e a Dependência com a Frequência de $\frac{\alpha}{\alpha_f}$ para Ondas Transversais .....	70

FIGURA 24. Comparação entre a Equação IV.C.1 e a Dependência com a Frequência de  $\frac{\alpha}{\alpha_f}$  para Ondas Longitudinais ..... 72

FIGURA 25. Comparação entre as Equações IV.C.1 (SN) e IV.E.8 (ART) e a Dependência com o Campo Magnético de  $\frac{\alpha}{\alpha_f}$  para Ondas Transversais com  $f = 100$  MHz ..... 78

FIGURA 26. Comparação entre as Equações IV.C.1 (SN) e IV.E.8 (ART) e a Dependência com o Campo Magnético de  $\frac{\alpha}{\alpha_f}$  para Ondas Transversais com  $f = 25,1$  MHz ..... 80



INDICE\_DA\_TABELA

	pág.
TABELA 1. <i>Propriedades Físicas de Nb-26% HF</i> .....	48

INTRODUÇÃO

Estudos da atenuação de som em supercondutores tem uma certa importância histórica, não somente em relação à teoria de supercondutividade, mas também para a acústica física. As medidas da atenuação de som no estado supercondutor em estanho <sup>1,2</sup> e chumbo <sup>1</sup> representam uma das primeiras aplicações de técnicas acústicas no estudo de sólidos. Por outro lado, a explicação dessas experiências em termos da teoria de Bardeen, Cooper e Schrieffer <sup>3</sup> (BCS) foi uma das primeiras confirmações das previsões desta teoria, principalmente com respeito ao gap de energia. Ainda hoje, um dos métodos mais convenientes de determinar a energia do gap é por meio de medidas da atenuação do som. Atualmente, porém, o interesse em estudar a propagação de som em supercondutores se prende mais ao problema de entender detalhadamente os processos físicos em situações diversas. Um estudo da atenuação de som fornece um bom teste do nosso entendimento sobre processos de transporte no estado supercondutor.

O problema central deste trabalho diz respeito às medidas de atenuação de som em supercondutores tipo II, na presença de um campo magnético. O assunto vem recebendo atenção durante muito tempo, <sup>4</sup> mas somente nos últimos anos surgiram tratamentos teóricos mais completos que permitem explicar detalhadamente os fenômenos observados. Nesse sentido, queremos mencionar principalmente os cálculos recentes de Houghton e Maki <sup>5</sup> (HM) e de Cerdeira e Houghton <sup>6</sup> (CH). Esses tratamentos fazem previsões sobre a dependência da atenuação com campo magnético, temperatura e pureza da amostra que tem sido substancialmente verificadas. Basicamente, os resultados de HM e CH fo

ram obtidos para materiais puros, no caso em que o campo magnético é próximo a  $H_{c2}$  e a temperatura reduzida  $t$  ( $\equiv T/T_c$ ) é muito pequena. As previsões desses cálculos tem sido comparadas com medidas de atenuação nos supercondutores tipo II Nb<sup>7</sup> e V,<sup>8</sup> nas ligas supercondutoras Mo - 25 at.% Re<sup>9</sup> e V - 5,6 at.% Ta.<sup>10</sup> É interessante notar que a teoria descreve bem a dependência da atenuação com campo magnético e temperatura, não somente perto de  $H_{c2}$  e  $t = 0$ , como previsto, mas também sobre faixas maiores de campo magnético e temperatura.<sup>8,10</sup> Mais interessante ainda é o fato de que a teoria aparentemente tem sido aplicada com sucesso em materiais de pureza intermediária<sup>10</sup> (V-5,6 at.% Ta) e baixa<sup>9,10</sup> (Mo-25 at.% Re) e não somente em materiais puros.

Nesse contexto queremos considerar nossas medidas da atenuação de som na liga Nb-26 at.% Hf. Como mostraremos mais adiante, Nb-26 at.% Hf é uma liga supercondutora que possui uma temperatura crítica  $T_c$  alta, com acoplamento elétron-fonon intermediário e que pode ser caracterizada como um material sujo. Nestes aspectos, é muito semelhante a Mo-25 at.% Re. No entanto, o comportamento da atenuação em função de campo magnético, medido em duas faixas diferentes de frequência, mostrou-se bastante diferente nos dois materiais. Mais precisamente, a variação da atenuação em Nb-26 at.% Hf para frequências baixas, na faixa de 5-140 MHz, difere substancialmente da variação da atenuação em Mo-25 at.% Re, para frequências de 700 - 2800 MHz. De fato, mostraremos que existem certas inconsistências entre nossas medidas e as previsões teóricas de HM e CH. Por outro lado, nossos resultados podem ser entendidos, pelo menos qualitativamente, em termos de um modelo fenomenológico proposto por Shapira e Neuringer<sup>11,12</sup> (SN) para a atenuação no estado mixto.

No modelo de SN supõe-se que o efeito dominante do campo magnético sobre a atenuação é por meio de interações magneto-hidrodinâmicas com os elétrons. Usando um modelo simples<sup>13-15</sup> para o comportamento das linhas de fluxo no estado mixto, junto com a teoria de Alpher e Rubin<sup>16</sup> que descreve efeitos magneto-hidrodinâmicos em metais normais, eles construíram o seu modelo fenomenológico e usaram-no para interpretar resultados experimentais em várias ligas supercondutoras.<sup>11,12</sup> Eles conseguiram explicar qualitativamente a forma das curvas de atenuação, bem como estimar o valor da atenuação no estado mixto. Os parâmetros necessários para calcular a atenuação podem ser determinados experimentalmente e, portanto, o modelo não envolve parâmetros ajustáveis. Queremos mencionar que Shapira e Neuringer não fizeram uma comparação detalhada entre seus dados experimentais e as previsões do modelo a respeito da dependência da atenuação com frequência e campo magnético. Essa comparação é feita em nosso trabalho e mostra que o modelo de SN está, pelo menos qualitativamente, de acordo com os resultados experimentais. Apresentamos, também, uma modificação por nós introduzida no modelo original de SN. Esta modificação melhora substancialmente o acordo com os dados experimentais da atenuação como função do campo magnético para frequências altas e campos próximos a  $H_{C2}$ .

Mostraremos mais tarde que a existência de inconsistências entre as teorias de HM e CH e os nossos dados experimentais não representa necessariamente uma contradição àquelas teorias. De fato, para as frequências de nossas medidas, os efeitos previstos por HM e CH devem ser muito pequenos em Nb-26 at.% Hf. Para essas frequências existem outros efeitos, associados com o movimento das linhas de fluxo, que são predominantes.

C A P Í T U L O    I I

TEORIA: DEPENDÊNCIA DA ATENUAÇÃO COM CAMPO MAGNÉTICO

Neste capítulo apresentaremos um resumo dos resultados teóricos a respeito da dependência da atenuação de som com campo magnético. Ao considerarmos as teorias microscópicas, mencionaremos somente os resultados de HM e CH, por serem os que melhor descrevem o comportamento da atenuação nas experiências mencionadas anteriormente. Para facilitar o entendimento do modelo fenomenológico de Shapira e Neuringer (SN), apresentaremos, em seguida, uma discussão dos efeitos associados com o escoamento de fluxo e calcularemos sua contribuição à condutividade. Depois de uma breve discussão dos efeitos magneto-hidrodinâmicos previstos por Alpher e Rubin, será apresentado o "ansatz" de SN e a expressão para a atenuação no estado mixto. Finalmente, serão comparadas as previsões dos vários cálculos da atenuação no estado mixto.

II.A - Cálculos Microscópicos da Atenuação no Estado Mixto

Em seus tratamentos da atenuação de ultrassom no estado mixto, HM e CH consideraram materiais puros e calcularam a atenuação para campos magnéticos próximos a  $H_{C2}$ . Utilizaram o formalismo de função de Green usando o propagador de uma partícula de Brandt et.al.<sup>17</sup> Os resultados finais somente tem uma forma simples para  $T = 0^{\circ}K$  e, nesse caso, a variação na atenuação com campo magnético é dada em termos de um único parâmetro:

$$\mu = \frac{2 \sqrt{\pi}}{\hbar^2} \left( \frac{\Delta}{k_C v_F} \right)^2 k_C \ell \quad (II.A.1)$$

onde  $\Delta$  é a média espacial do parâmetro de ordem,  $v_F$  é a velocidade de Fermi,  $k_c$  é o vetor da rede recíproca de vórtices, e  $\ell$  é o caminho livre médio eletrônico. HM calculam a grandeza  $\frac{\alpha_n - \alpha_s}{\alpha_n}$  para ondas longitudinais e transversais, propagando-se paralela e perpendicularmente ao campo. Aqui,  $\alpha_n$  é a contribuição eletrônica à atenuação no estado normal e  $\alpha_s$  é a contribuição eletrônica no estado supercondutor. Sendo  $\vec{\xi}$  o deslocamento iônico associado com a onda sonora e  $\vec{q}$  o vetor de onda do som, HM obtêm os seguintes resultados:

$$(\vec{q} \parallel \vec{\xi} \parallel \vec{H})$$

$$\frac{\alpha_n - \alpha_s}{\alpha_n} \equiv \frac{\Delta\alpha}{\alpha_n} = \frac{5}{2}\mu \left[ (4 - 12\mu^2 + 9\mu^4)J_1 - \frac{21}{16}\pi + 6\mu + \frac{9}{4}\pi\mu^2 - 9\mu^3 \right] \quad (\text{II.A.2})$$

$$(\vec{q} \parallel \vec{\xi} \perp \vec{H})$$

$$\frac{\Delta\alpha}{\alpha_n} = \frac{5}{16}\mu \left[ (8 - 24\mu^2 + 27\mu^4)J_1 - \frac{5}{16}\pi + 6\mu + \frac{27}{4}\pi\mu^2 - 27\mu^3 \right] \quad (\text{II.A.3})$$

$$(\vec{q} \parallel \vec{H} \perp \vec{\xi} \quad \text{ou} \quad \vec{q} \perp \vec{H} \parallel \vec{\xi})$$

$$\frac{\Delta\alpha}{\alpha_n} = 15\mu \left[ \mu^2(1 - \mu^2)J_1 + \frac{1}{16}\pi - \frac{1}{3}\mu - \frac{1}{4}\pi\mu^2 + \mu^3 \right] \quad (\text{II.A.4})$$

$$(\vec{q} \perp \vec{H}, \vec{\xi} \perp \vec{H}, \vec{q} \perp \vec{\xi})$$

$$\frac{\Delta\alpha}{\alpha_n} = \frac{15}{4}\mu \left[ \mu^4 J_1 + \frac{3}{16}\pi - \frac{2}{3}\mu + \frac{1}{4}\pi\mu^2 - \mu^3 \right] \quad (\text{II.A.5})$$

onde, para  $\mu < 1$ ,

$$J_1 \equiv \int_0^{\pi/2} \frac{\cos \theta \, d\theta}{\cos \theta + \mu} = \frac{\pi}{2} - \frac{\mu}{(1-\mu^2)^{1/2}} \ln \left\{ \frac{1 + \mu + \sqrt{1-\mu^2}}{1 + \mu - \sqrt{1-\mu^2}} \right\} \quad (\text{II.A.6})$$

Essas expressões mostram que o comportamento da variação relativa da atenuação com campo magnético tem duas regiões distintas. Para  $\mu$  muito pequeno,  $\frac{\Delta\alpha}{\alpha_n}$  é linear em  $\mu$ , mas, para  $\mu$  maior, o comportamento é mais complicado.

Num trabalho anterior,<sup>18</sup> Maki mostrou que o quadrado do parâmetro de ordem  $\tilde{\epsilon}$  é relacionado com a magnetização  $M$  por

$$\Delta^2 = - \frac{\hbar^3 4\pi^2 M}{m p_F} (H_{c2} - \frac{t}{2} \frac{dH_{c2}}{dt}) \quad (\text{II.A.7})$$

onde, para  $H \sim H_{c2}$ ,

$$- 4\pi M = \frac{H_{c2} - H}{1,16 (2\kappa_2^2 - 1) + n} \quad (\text{II.A.8})$$

Nessas equações,  $p_F$  é o momento de Fermi,  $\kappa_2$  é o segundo parâmetro de Ginzburg-Landau,<sup>18</sup> e  $n$  é o fator de desmagnetização. Portanto, próximo a  $H_{c2}$ , onde  $\frac{\Delta\alpha}{\alpha_n} \sim \mu$ , a dependência de  $\frac{\Delta\alpha}{\alpha_n}$  com o campo magnético é linear.

Segundo HM, as equações (II.A.2-5) estão sujeitas às seguintes restrições:

- $q\ell < 1$
- campos magnéticos próximos a  $H_{c2}$
- $\ell \gg \xi_0$  ( $\xi_0$  sendo a distância de coerência de BCS)
- $t$  próximo a 0

CH obtém essencialmente os mesmos resultados (para ondas longitudinais e  $\mu \ll 1$ ) impondo, além dessas, ainda a seguinte restrição:

$$\left(\frac{v_s}{v_F}\right) \left[ \frac{1}{\tau} + \pi^{1/2} \left(\frac{\Delta^2}{k_C v_F}\right) \right] < \omega \ll \frac{1}{\tau} + \pi^{1/2} \left(\frac{\Delta^2}{k_C v_F}\right)$$

onde  $\omega$  e  $v_s$  são a frequência e a velocidade da onda sonora e  $\tau$  é a vida média dos elétrons.

Podemos entender qualitativamente o comportamento da atenuação em função do campo magnético, considerando o parâmetro de ordem perto de uma linha de fluxo. Dentro de uma distância  $\xi_0$  do centro da linha de fluxo, o parâmetro de ordem é pequeno. Nas temperaturas em que as experiências são feitas, quase todos os pares de elétrons na região próxima à linha de fluxo estarão excitados termicamente e os pares quebrados. Portanto, as ondas sonoras nestas regiões serão atenuadas praticamente como se estivessem em um metal normal. Como o número de elétrons supercondutores no estado mixto é proporcional à magnetização  $M$ , a diferença entre a atenuação nos estados normal e supercondutor deve ser proporcional a  $M$ . Como  $M \sim H_{C2} - H$  para campos próximos a  $H_{C2}$ , esperamos que  $\frac{\alpha_n - \alpha_s}{\alpha_n} = \frac{\Delta\alpha}{\alpha_n} \sim M \sim H_{C2} - H$ , para  $H \sim H_{C2}$ .

Antes de comentar as experiências que foram interpretadas em termos dos resultados teóricos de HM e CH, queremos ressaltar certas consequências das equações (II.A.2-5):

1. As quantidades  $\alpha_s$  e  $\alpha_n$  se referem somente à contribuição eletrônica para a atenuação nos estados supercondutor e normal, respectivamente. A quantidade  $\alpha_n$  se refere à atenuação que existiria à temperatura  $T$  na presença do campo  $H$  se o material fosse normal. Mas esta quantidade não é acessível para a medida. De fato,  $\alpha_n$  é determinada <sup>7-10</sup> por meio de uma comparação entre a atenuação medida com  $T > T_C$  e  $H = 0$  e aquela determinada com  $T < T_C$  e  $H > H_{C2}$ . Geralmente (ver, por exemplo, ref. 8), essas duas determinações de  $\alpha_n$  resultam



idênticas, ou seja, a dependência com  $H$  é desprezível.

2. Notamos que a quantidade  $\frac{\Delta\alpha}{\alpha_n} = \frac{\alpha_n^{-\alpha_s}}{\alpha_n}$  é proporcional a  $\mu (H \sim H_{C2})$  que é uma grandeza positiva. Isto quer dizer que a atenuação no estado normal é sempre maior que no estado supercondutor. De fato, se nos basearmos em argumentos físicos, é de se esperar esse resultado para qualquer campo  $H < H_{C2}$  (embora este fato não seja aparente nas equações II.A.2-5).

3. Baseado nas equações II.A.2-6, esperamos que a grandeza  $\frac{\Delta\alpha}{\alpha_n}$  seja independente da frequência do ultrassom  $\omega$ . Essas equações sugerem que a dependência de  $\alpha_s$  em frequência é igual a de  $\alpha_n$  e que, portanto,  $\frac{\Delta\alpha}{\alpha_n}$  independe de  $\omega$ . Da mesma forma, o trabalho de CH indica que  $\frac{\Delta\alpha}{\alpha_n}$  independe de  $\omega$  quando  $\omega\tau \ll q\ell < 1$ .

Queremos considerar agora a comparação entre os resultados teóricos de HM e CH e medidas experimentais. Mencionaremos aqui somente certos aspectos dos trabalhos em Nb,<sup>7</sup> V,<sup>8</sup> Mo - 25 at.% Re<sup>9</sup> e V - 5,6 at.% Ta.<sup>10</sup> Experiências anteriores foram comparadas com versões anteriores da teoria e são discutidas na referência 4.

A teoria de HM e CH se aplica aos materiais puros, onde  $\ell \gg \xi_0$ . Essa condição era satisfeita nas experiências em Nb e V. Nessas experiências foi observado que há uma relação linear entre  $\frac{\Delta\alpha}{\alpha_n}$  e  $H_{C2} - H$  para campos próximos a  $H_{C2}$ . Waynert et.al.<sup>8</sup> tentaram aplicar a teoria quantitativamente no caso de V, mas não foram bem sucedidos. A dificuldade em fazer uma aplicação quantitativa da teoria reside no problema de calcular o caminho livre médio  $\ell$ . O valor de  $\ell$  necessário para descrever quantitativamente a dependência da atenuação com o campo magnético não concordava com outras estimativas feitas a partir de outros métodos. No entanto, tratando  $\ell$  como um

parâmetro, foi possível mostrar que a teoria descreve bem a variação de  $\frac{\Delta\alpha}{\alpha_n}$  para campos magnéticos na faixa  $0 < \Delta H = H_{C2} - H < 0,8 (H_{C2} - H_{C1})$ . Além disso, neste mesmo trabalho, ficou demonstrada uma concordância entre teoria e experiência para temperaturas  $1,6^\circ\text{K} < T < 4,814^\circ\text{K} = T_c$ , ou seja, para  $0,33 < t < 1,0$ . Essa concordância entre teoria e experiência para grandes faixas de temperatura e campo magnético é surpreendente, tendo em vista as restrições em que o cálculo foi feito. Entretanto, Tittman em seu trabalho sobre V-5,6 at.% Ta também mostrou boa concordância entre teoria e experiência para temperaturas reduzidas  $0,36 < t < 0,93$  e para campos magnéticos  $0,5 H_{C2} < H < H_{C2}$ . Mais interessante ainda é que Tittman estimou que sua amostra era de pureza intermediária ( $\ell \sim \xi_0$ ), o que viola outra das restrições da teoria feita para materiais puros ( $\ell \gg \xi_0$ ). Além disso, o mesmo autor, analisando dados de Ashkin et. al. (para Mo-25 at.% Re) mostrou que eram compatíveis qualitativamente com as previsões de HM e CH. Como Ashkin et. al. estimaram  $\ell < \xi_0$  para sua amostra, o que a classifica como um material sujo ou impuro, chega-se à conclusão de que os resultados teóricos de HM e CH descrevem, pelo menos qualitativamente, os resultados obtidos em supercondutores de pureza qualquer. É importante notar que em todas as experiências mencionadas, a concordância entre teoria e experiência não era quantitativa, presumivelmente por causa das dificuldades em determinar corretamente o valor de  $\ell$ . Entretanto, as dificuldades de concordância quantitativa observadas se apresentaram também e igualmente, nas faixas de temperatura, campo e pureza para as quais a teoria foi feita.

Finalmente, queremos considerar a restrição sobre a frequência do ultrassom que surge dos cálculos de CH. Usando os valores de  $v_F$ ,  $v_S$  e  $\ell$  citados para Mo-25 at.% Re, po-

demos usar a restrição sobre  $\omega$  citada anteriormente para calcular a faixa de frequências em que devemos esperar concordância entre teoria e experiência. Encontramos o intervalo de frequência  $\sim 80 \text{ GHz} < \nu = \frac{\omega}{2\pi} < \sim 8.000 \text{ GHz}$  (para  $H \sim H_{C2}$ ). No entanto, as curvas experimentais que foram comparadas com a teoria, foram obtidas para uma frequência de 700 MHz. Aparentemente, a restrição sobre a frequência de ultrassom também é pouco importante.

Em conclusão, a teoria de HM e CH que deve descrever o comportamento de  $\frac{\Delta\alpha}{\alpha_n}$  em materiais puros ( $\lambda \gg \xi_0$ ), para campos próximos a  $H_{C2}$ , temperaturas reduzidas próximas a 0 e para uma certa faixa de frequências, aparentemente descreve qualitativamente os resultados experimentais obtidos muito além dos limites de sua aplicabilidade.

## II.B - Escoamento de Fluxo

Ao tratar a teoria de supercondutores tipo II é de grande importância a caracterização por Abrikosov<sup>19</sup> do estado mixto como uma rede de linhas de fluxo quantizado. Como a estrutura de uma linha de fluxo é mais ou menos rígida, a linha toda reage quando o sistema de vórtices é perturbado. Este fato dá origem à idéia de movimento de vórtices, ou escoamento de fluxo, um conceito que tem sido muito útil em estudos de processos de transporte.

O modelo original de escoamento de fluxo é aquele usado por Kim et.al.<sup>13,20,21</sup> para interpretar fenomenologicamente certos resultados experimentais. Queremos considerar o efeito de uma corrente de transporte sobre as linhas de fluxo em um material supercondutor. Consideremos uma placa deste material com um campo magnético externo aplicado normal à sua superfície. Por

conveniência, tomamos uma placa de espessura fina, contida no plano  $x-y$ , com o campo externo na direção  $z$ . Para  $H \gg H_{c1}$ ,  $B = n \phi_0 \approx H$ , onde  $n$  é a densidade de linhas de fluxo e  $\phi_0 = \frac{hc}{2e}$  é o quantum de fluxo. Na presença de uma corrente  $\vec{J}$  na direção  $x$ , espera-se uma redistribuição na densidade de vórtices:

$$\frac{\partial H}{\partial y} = \frac{4\pi}{c} J \quad (\text{II.B.1})$$

(ou seja, aparece um gradiente de campo na direção  $y$ ). Como a pressão magnética é  $B^2/8\pi$ , o gradiente desta pressão (também na direção  $y$ ) dá origem a uma força por unidade de volume:

$$\frac{B}{4\pi} \frac{\partial H}{\partial y} = \frac{1}{c} BJ = n \frac{J\phi_0}{c} \quad (\text{II.B.2})$$

Supondo que o gradiente da pressão magnética é distribuída igualmente sobre todas as linhas de fluxo, a força Lorentziana por unidade de comprimento agindo sobre cada linha de fluxo é dada por

$$f_L = \frac{J\phi_0}{c} \quad (\text{II.B.3})$$

Em geral, além desta força Lorentziana, existem outras forças agindo sobre os vórtices. São forças relacionadas com imperfeições cristalinas ou impurezas, e normalmente denominadas forças de "pinning", pois estas imperfeições ou impurezas tendem a dificultar o movimento de uma linha de fluxo. Quando, porém, a força Lorentziana é maior que a força de "pinning"  $f_p$  os vórtices sofrerão um escoamento viscoso caracterizado pela relação

$$\eta v = f_L - f_p \quad (\text{II.B.4})$$

onde  $v$  é a velocidade da linha e  $\eta(H,T)$  é o coeficiente de

viscosidade do meio.

Com o movimento dos vórtices, um campo elétrico é observado na amostra na direção de  $J$ . Este campo elétrico é associado com o movimento dos vórtices pela relação

$$E = \frac{v}{c} B = \frac{v}{c} n\phi_0 \quad (\text{II.B.5})$$

Os efeitos associados com "pinning" podem ser eliminados, calculando as derivadas:

$$\frac{dv}{df_L} = \frac{c}{\phi_0} \frac{dv}{dJ} = \frac{1}{\eta} \quad (\text{II.B.6a})$$

$$\frac{dE}{dv} = \frac{B}{c} \quad (\text{II.B.6b})$$

e podemos definir uma resistividade de escoamento por

$$\rho_f = \frac{dE}{dJ} = \frac{\phi_0 B}{\eta c^2} \quad (\text{II.B.7})$$

Em uma determinação experimental da resistividade de escoamento, mantem-se o campo magnético e a temperatura fixos, enquanto a voltagem  $V$  na direção da corrente é medida em função da corrente  $J$ . Nenhuma voltagem aparece através da amostra até a corrente exceder uma corrente crítica  $J_c$ . Neste ponto, a voltagem aumenta com  $J$  e eventualmente chega a ser linear em  $J$ . O coeficiente linear da voltagem independe da corrente crítica e das forças de "pinning" e verifica-se que é uma propriedade intrínseca do material. Por outro lado, a corrente crítica depende não somente da temperatura e campo magnético, mas também da quantidade de defeitos e impurezas presentes no material. Nesse contexto, a resistividade de escoamento é interpretada como a resistividade que seria observada no estado mixto de um supercondutor tipo II, livre de defeitos.

Foi verificado que o comportamento da quantidade  $\rho_f/\rho_n$  (onde  $\rho_n$  é a resistividade no estado normal) em função de  $H/H_{C2}$  e  $T/T_c$  é o mesmo para várias ligas de Nb-Ta.<sup>13,23</sup> Para temperaturas baixas e  $H \sim H_{C2}$ , a dependência de  $\rho_f$  com campo magnético é simples:

$$\frac{\rho_f}{\rho_n} = \frac{H}{H_{C2}(0)} \quad (\text{II.B.8})$$

Para  $T = 0^\circ\text{K}$ , supõe-se que esta relação valha até  $H_{C2}(0)$ . Usando as equações II.B.7 e II.B.8, obtem-se uma relação para  $\eta$ :

$$\eta = \frac{\phi_0 H_{C2}(0)}{\rho_n c^2} \quad (\text{II.B.9})$$

Podemo entender qualitativamente o significado da equação II.B.8, considerando a estrutura central de um vortex como uma região normal de raio aproximadamente igual a  $\xi$ .<sup>22</sup> Neste caso,  $H_{C2} \sim \phi_0/\xi^2$ , e, usando  $H \sim B = n \phi_0 = \phi_0/d^2$  ( $d$  é a distância entre os vórtices), obtem-se  $H/H_{C2} \sim \xi^2/d^2$ . Obtemos a equação II.B.8 supondo que há dissipação de energia somente nas regiões centrais normais. Isto quer dizer que obteríamos esse resultado se a corrente de transporte passasse pelas regiões centrais normais.

No caso em que o campo crítico superior é limitado por efeitos paramagnéticos,<sup>24,25</sup> que pode ocorrer em supercondutores com valores altos de  $H_{C2}$ , a resistividade de escoamento não é dada pela equação II.B.8. Nesses materiais, o campo crítico observado,  $H_{C2}$ , pode ser menor que  $H_{C2}^*$ , o campo crítico superior previsto pela teoria de Ginzburg,<sup>26</sup> Landau,<sup>26</sup> Abrikosov<sup>19</sup> e Gor'kov<sup>27</sup> (GLAG) (Sempre usaremos a notação  $H_{C2}$  para o campo crítico observado e  $H_{C2}^*$  para o campo

crítico que seria observado na ausência de efeitos paramagnéticos.). Neste caso, espera-se que  $H/H_{C2}^*(0)$  represente a fração do volume ocupado pelos vórtices e, portanto, que a resistividade de escoamento seja dada por

$$\frac{\rho_f}{\rho_n} = \frac{H}{H_{C2}^*(0)} \quad (II.B.10)$$

Esta relação tem sido amplamente verificada e, em particular, em ligas de Ti-V onde o campo crítico é limitado por efeitos paramagnéticos.<sup>13,23</sup>

Finalmente, queremos mencionar o efeito pico,<sup>28,29</sup> ou seja, o fato de que, em certos materiais, um gráfico da corrente crítica  $J_c$  em função de  $H$  mostra um pico para campos próximos a  $H_{C2}$ . Um trabalho recente<sup>30</sup> sugere que o mecanismo responsável pelo efeito pico é essencialmente o mesmo que é responsável pela existência de uma corrente crítica: a interação das linhas de fluxo com imperfeições cristalinas.

Tendo introduzido relações de natureza fenomenológica, queremos examinar em mais detalhe seu fundamento teórico. O ponto de partida é a idéia de linha de fluxo como uma região normal de raio aproximadamente igual a  $\xi$  que vem do trabalho de Caroli et.al.<sup>22</sup> Estes autores mostraram que a densidade dos estados das quase-partículas próximas ao eixo de um vórtex pode ser obtida quase corretamente a partir desta idéia.

Utilizando um modelo local em que linha de fluxo é uma região normal de raio  $\xi$  e considerando  $T = 0^{\circ}K$ , Bardeen e Stephan<sup>31</sup> estudaram o movimento de um vórtex a partir de uma generalização da teoria de London. Considerando materiais relativamente puros ( $\ell > \xi_0$ ), estes autores estudaram a força sobre um vórtex devido a uma corrente de transporte  $J$ . Os cam-

pos elétricos produzidos pelo movimento dos vórtices forçam a corrente de transporte a passar pela região normal do vórtex, dando origem à dissipação de energia. Aproximadamente metade da dissipação ocorre na região normal central e metade na região de transição próxima à região normal. No limite em que o ângulo Hall  $\theta_H = \tan^{-1} \omega_c \tau$  (onde  $\omega_c$  é a frequência ciclotrônica) é pequeno, a resistividade no estado mixto, prevista por esses cálculos, é idêntica à relação empírica de Kim et.al. Além disto, os autores obtiveram um resultado para a viscosidade que concorda com o resultado empírico (equação II.B.9) para campos  $H < H_{c2}$ . Bardeen e Stephan estimaram que para materiais impuros ( $\lambda \ll \xi_0$ ) a expressão por eles obtida para a viscosidade ficaria multiplicada por um fator da ordem de 1 (um). Os resultados do cálculo de Nozières e Vinen,<sup>32</sup> baseado em um modelo hidrodinâmico, também concordam com a expressão de Kim et.al. (equação II.B.8) no limite em que  $\theta_H$  é pequeno.

Finalmente, Josephson<sup>33</sup> mostrou que a força Lorentziana sobre um vórtex é dada exatamente por  $\frac{1}{c} \vec{J} \times \vec{\phi}_0$  (onde  $\vec{\phi}_0$  é um vetor com magnitude  $\phi_0$  na direção  $\vec{B}$ ) quando  $\xi \ll \lambda$  (distância de penetração de London).

Os primeiros cálculos teóricos da resistividade de escoamento tratam o estado mixto de forma que é basicamente fenomenológica. Estes resultados, porém, justificam, dentro de seus limites, as equações II.B.3, II.B.8 e II.B.9. Antes de considerar os cálculos microscópicos recentes para a resistividade de escoamento, queremos considerar uma extensão fenomenológica, feita por Gittleman e Rosenblum,<sup>14,34</sup> das idéias de Kim et.al., estendendo os resultados destes autores para frequências finitas.

Mencionamos que a resistência no estado mixto é nula para correntes contínuas menores do que a corrente crítica. Is



to não é o caso, porém, para correntes alternadas com frequências na faixa de micro-ondas. A partir de medidas da resistência superficial em certas ligas supercondutoras,<sup>35,36</sup> foi constatado que, para frequências na região de micro-ondas, a resistência do material é igual àquela do material ideal (sem centros de "pinning"), mesmo para correntes muito menores do que a corrente crítica. Para explicar estes resultados, Gittleman e Rosenblum propuseram uma extensão das idéias de Kim et.al.

Notando que o potencial associado com as forças de "pinning" deve ser periódico em  $d = (\phi_0/B)^{1/2}$ , a distância entre os vórtices, Gittleman e Rosenblum usaram uma forma simples para este potencial:

$$P = A \left[ 1 - \cos \left( \frac{2\pi x}{d} \right) \right] \quad (\text{II.B.11})$$

onde  $x$  é o deslocamento do vórtex. Neste caso, a força sobre uma linha de fluxo é

$$F = - \frac{\partial P}{\partial x} = - \left( \frac{2\pi}{d} \right) A \sin \left( \frac{2\pi x}{d} \right) \quad (\text{II.B.12})$$

e a força máxima que deve ser igual à força Lorentziana sobre um vórtex para a corrente crítica é

$$F_{\text{max}} = \frac{2\pi A}{d} = \frac{J_c \phi_0}{c}$$

Assim, estes autores escreveram a seguinte equação de movimento para uma linha de fluxo:

$$m\ddot{x} + \eta\dot{x} + \frac{J_c \phi_0}{c} \sin \left( \frac{2\pi x}{d} \right) = \frac{J\phi_0}{c} \quad (\text{II.B.13})$$

Aqui  $m$  é a massa efetiva do tubo de fluxo,  $\eta$  é a viscosidade dada pela equação II.B.9, e  $J = J(\omega)$  é a corrente de trans

porte, orientada perpendicular ao campo magnético.

Para correntes pequenas ( $J = J_0 e^{i\omega t} \ll J_c$ ), o deslocamento de uma linha de fluxo  $x$  é certamente muito menor do que  $d$  e a equação II.B.13 pode ser linearizada. Escrevendo  $x = x_0 e^{i\omega t}$ , obtem-se

$$\left[ -\omega^2 m + i\omega\eta + k \right] x_0 = \frac{J_0 \phi_0}{c} \quad (\text{II.B.14})$$

onde  $k \equiv 2\pi J_c \phi_0^{1/2} B^{1/2} / c$ . Vários cálculos teóricos<sup>31,35</sup> mostraram que o termo envolvendo a massa efetiva é desprezível para frequências de micro-ondas. Desprezando esse termo, Rosenblum e Gittleman obtêm uma expressão para a resistividade

$$\rho = \frac{E}{J} = \frac{i\omega B \phi_0}{c^2 (i\omega\eta + k)} \quad (\text{II.B.15})$$

Usando as equações II.B.9 e II.B.10, esta relação pode ser escrita como

$$\rho = \rho_1 + i\rho_2 = \frac{B\rho_n}{H_{c2}^*(0)} \frac{(1 + ir)}{1 + r^2} \quad (\text{II.B.16})$$

onde  $r = k/\eta\omega \equiv \omega_0/\omega$ , e a frequência característica  $\omega_0$  é dada por

$$\omega_0 = 2\pi c \rho_n J_c B^{1/2} / \phi_0^{1/2} H_{c2}^*(0) \quad (\text{II.B.17})$$

Para campos magnéticos  $H \gg H_{c1}$ , a indução magnética  $B$  é quase igual a  $H$  e a resistividade pode ser escrita como

$$\rho = \rho_f \frac{(1 + ir)}{1 + r^2} \quad (\text{II.B.18})$$

onde  $\rho_f$  é a resistividade de escoamento, dada pela equação

II.B.10 . A frequência  $\omega_0$  é a frequência em que as forças de "pinning" são iguais às forças viscosas, e é conhecida<sup>11,13</sup> como a frequência de "depinning".

Gittleman e Rosenblum executaram medidas de resistência superficial em função da frequência, em amostras em que  $\omega_0 \sim 10$  MHz. Verificaram que suas curvas experimentais concordavam bem com cálculos feitos a partir da relação II.B.18. Além disso, os valores de  $\omega_0$ , determinados a partir de seus dados experimentais, concordavam, dentro de um fator de 2 ou 3, com os valores calculados usando a equação II.B.17. Considerando a simplicidade do modelo, este resultado é bastante razoável. Mais tarde, Possin e Shepard<sup>36</sup> mediram não somente a parte real da impedância superficial, mas também a parte imaginária e mostraram que, em ambos os casos, seus dados concordavam bem com o modelo de Gittleman e Rosenblum.

Agora queremos mencionar os cálculos microscópicos recentes da resistividade de escoamento. Em todos esses cálculos, foi considerado a região  $H \sim H_{c2}$  e efeitos associados com "pinning" (imperfeições cristalinas e impurezas) foram desprezados. Os resultados desses cálculos tem sido comparados com medidas experimentais da resistência superficial, feitas nas frequências de micro-ondas. É justamente nesta faixa de frequências que a resistência de um supercondutor é igual à de um material ideal, sem defeitos ou impurezas.

A primeira tentativa de calcular rigorosamente a resistividade de escoamento foi de Schmid,<sup>37</sup> usando uma equação de Ginzburg-Landau dependente do tempo. Para  $T \sim T_c$ , este autor calculou  $\rho_f$  na vizinhança de  $H_{c2}$ . Caroli e Maki fizeram dois cálculos da resistividade de escoamento. No primeiro,<sup>38</sup> eles calcularam a impedância superficial de um supercondutor tipo II, no limite impuro, considerando a dependência temporal das

flutuações no parâmetro de ordem. Mas seu resultado para  $\rho_f$  diverge no limite  $\omega \rightarrow 0$ , em contradição a todos os resultados experimentais. O segundo cálculo destes autores<sup>39</sup> é uma generalização do trabalho de Schmid para uma temperatura qualquer. Erros nos dois cálculos foram corrigidos por Thompson<sup>40</sup> e por Takayama e Ebisawa.<sup>41</sup> O resultado de Thompson concorda com o segundo cálculo de Caroli e Maki no limite  $T = 0^\circ\text{K}$ , mas difere deste para temperaturas finitas por um fator que depende fracamente da temperatura. Apesar da teoria de Thompson ser reconhecida como correta, experiências recentes<sup>42-44</sup> deixam dúvidas a respeito de quais dos cálculos (Thompson ou Caroli e Maki) descreve melhor os resultados experimentais.

## II.C - Teoria de Alpher e Rubin

### 1. Metais Normais

Queremos considerar aqui a teoria de Alpher e Rubin (AR) que descreve o efeito de um campo magnético sobre a atenuação e velocidade de som em metais normais. Apesar de ter sido associada com Alpher e Rubin,<sup>16</sup> a teoria foi proposta inicialmente por Anderson<sup>45</sup> em seu trabalho sobre a propagação de som em metais líquidos. Posteriormente, Alers e Fleury<sup>46</sup> verificaram as previsões da teoria a respeito das variações na velocidade de som, provocadas por um campo magnético externo. Shapira e Neuringer verificaram as previsões da teoria a respeito da variação da atenuação com campo magnético<sup>47,48</sup> e usaram a teoria para construir um modelo fenomenológico que descreve a propagação de som em supercondutores tipo II.<sup>11,12</sup> Rodriguez<sup>49</sup> mostrou que um tratamento microscópico da propagação de som em metais normais fornece resultados idênticos aos do tratamento fenomenológico de Alpher e Rubin. Ultimamente, a teoria de AR

tem sido aplicada a ressonância acústica nuclear<sup>50-52</sup> e efeitos de Haas-van Alphen.<sup>53</sup>

O efeito de um campo magnético sobre a propagação de som foi levado em conta por AR, adicionando uma força magnética  $\vec{F}_m$  à equação de movimento dos íons:

$$d \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = \frac{Y}{2(1+\nu)} \nabla^2 \vec{u} + \frac{Y}{2(1+\nu)(1-2\nu)} \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{u}) + \vec{F}_m \quad (\text{II.C.1})$$

Esta equação é válida para um material isotrópico e usamos  $d$  para densidade do material,  $Y$  para o módulo de Young,  $\nu$  para a razão de Poisson e  $\vec{u}$  para o deslocamento iônico. A força magnética é dada por

$$\vec{F}_m = \frac{1}{c} (\vec{J} \times \vec{B}') \quad (\text{II.C.2})$$

Nesta equação  $\vec{J}$  é a densidade de corrente associada com a onda e é dada por

$$\vec{J} = \sigma(\vec{E} + \frac{1}{c} \vec{V} \times \vec{B}') \quad (\text{II.C.3})$$

onde  $\sigma$  é a condutividade eletrônica,  $\vec{E}$  é o campo elétrico associado com a onda e  $\vec{V}$  é a velocidade iônica. A indução magnética  $\vec{B}'$  tem duas partes, a indução externa aplicada  $\vec{B}$ , e a indução associada com a onda sonora  $\vec{b}$ .

Ao levar em conta o efeito do campo magnético desta maneira, AR fizeram várias aproximações. Como a condutividade eletrônica é muito maior que a condutividade iônica, o campo magnético age, principalmente, sobre os elétrons. Neste caso, para que  $\vec{F}_m$  seja também a força agindo sobre os íons, é necessário que o sistema iônico esteja fortemente acoplado ao sistema eletrônico. Isto acontece quando há transferência de quantidade de movimento entre os elétrons e os íons, em uma distância

curta comparada com  $\lambda$  (comprimento de onda do som) e em um tempo curto comparado com  $1/\omega$ . Estas condições são satisfeitas quando  $q\ell \ll 1$  e  $\omega\tau \ll 1$ . Além disso, ao escrever a equação II.C.3, supõe-se que a velocidade dos íons é igual à velocidade eletrônica. Este é o caso, quando os dois sistemas estão fortemente acoplados ( $q\ell \ll 1$  e  $\omega\tau \ll 1$ ) e quando a componente da velocidade eletrônica na direção  $\vec{V} \times \vec{B}'$  é pequena comparada com  $\vec{V}$ , ou seja, quando  $\omega_c\tau \ll 1$ . Portanto, as aproximações feitas por AR ao escrever as equações II.C.1-3 são:

$$q\ell \ll 1, \quad \omega\tau \ll 1 \quad \text{e} \quad \omega_c\tau \ll 1 \quad (\text{II.C.4})$$

Baseado em seu cálculo microscópico, Rodriguez <sup>49</sup> mostrou que estas mesmas condições devem ser satisfeitas para que se possa observar os efeitos previstos por AR. Estas condições são satisfeitas em metais puros, em temperaturas altas, para  $\omega \ll 10^9$  Hz e  $H < 10^5$  Oe. Também são satisfeitas em ligas e metais impuros em baixas temperaturas.

Para obter a relação de dispersão da onda sonora, é necessário resolver as equações II.C.1-3 e as equações de Maxwell autoconsistentemente. Substituindo a equação II.C.3 na lei de Ampère e desprezando a corrente de deslocamento, obtém-se a seguinte relação

$$\frac{\partial \vec{B}'}{\partial t} = \frac{c^2 \nabla^2 \vec{H}'}{4\pi\sigma} + \vec{\nabla} \times (\vec{V} \times \vec{B}') \quad (\text{II.C.5})$$

No limite em que  $\sigma \rightarrow \infty$ , esta relação é a condição necessária para que as linhas de fluxo magnético sigam exatamente o movimento do material.<sup>54</sup> Isto quer dizer que existem correntes de Foucault no material que mantem constante o fluxo magnético através de uma área que se move acompanhando o movimento dos íons.

Em termos de propagação do som, ondas transversais propagando-se paralelamente ao campo magnético resultam em uma deformação das linhas de fluxo magnético. Por outro lado, ondas transversais propagando-se perpendicularmente ao campo não deformam as linhas de fluxo magnético. Um argumento análogo vale para ondas longitudinais. A única função do material em que o som se propaga é a de fazer o acoplamento entre a onda sonora e o campo magnético.

Resolvendo as equações II.C.1-3 juntamente com as equações de Maxwell, obtem-se, para ondas longitudinais, a seguinte relação entre  $\omega$  e  $q$  :

$$\omega^2 = q^2 \left[ V_\ell^2 + \frac{\mu H^2 \sin^2 \theta}{4\pi d \left(1 - \frac{ic^2 q^2}{4\pi\sigma\mu\omega}\right)} \right] \quad (\text{II.C.6})$$

onde  $V_\ell$  é a velocidade das ondas longitudinais para  $H = 0$ ,  $\mu$  é a permeabilidade do material, e  $\theta$  é o ângulo entre o vetor de propagação  $\vec{q}$  e o campo externo  $\vec{H}$ . Usando a equação II.C.6 podemos obter a variação com o campo magnético da atenuação e velocidade do som. O resultado para a atenuação é <sup>11</sup>

$$\alpha = \frac{\mu H^2 \omega}{8\pi d V_\ell^3} \frac{\beta_\ell \sin^2 \theta}{1 + \beta_\ell^2} \quad (\text{cm}^{-1}) \quad (\text{II.C.7})$$

onde

$$\beta_\ell = \frac{\omega c^2 \rho_n}{4\pi\mu V_\ell^2} \quad (\text{II.C.8})$$

e, para a velocidade

$$\frac{\Delta V_\ell}{V_\ell} = \frac{V_\ell(H) - V_\ell(H=0)}{V_\ell(H=0)} = \frac{\mu H^2 \sin^2 \theta}{8\pi d V_\ell^2 (1 + \beta_\ell^2)} \quad (\text{II.C.9})$$

Para ondas transversais, as relações correspondentes são

$$\alpha = \frac{\mu H^2 \omega}{8\pi d V_t^3} \frac{\beta_t \cos^2 \theta}{1 + \beta_t^2} \quad (\text{cm}^{-1}) \quad (\text{II.C.10})$$

onde

$$\beta_t = \frac{\omega c^2 \rho_n}{4\pi \mu V_t^2} \quad (\text{II.C.11})$$

e,

$$\frac{\Delta V_t}{V_t} = \frac{V_t(H) - V_t(=0)}{V_t(H=0)} = \frac{\mu H^2 \cos^2 \theta}{8\pi d V_t^2 (1 + \beta_t^2)} \quad (\text{II.C.12})$$

Nestas últimas equações  $V_t$  é a velocidade de ondas transversais na ausência de um campo magnético. Como na teoria de AR, a atenuação na ausência de um campo magnético é desprezada, a quantidade  $\alpha$  nas equações II.C.7 e II.C.10 representa a variação da atenuação devido ao campo magnético. Observe-se que as variações da atenuação e velocidade são máximas para ondas transversais propagando-se paralelamente ao campo e para ondas longitudinais propagando-se perpendicularmente ao campo. Neste trabalho, consideramos somente estas orientações onde as variações na atenuação e velocidade são máximas. Neste caso, a variação da atenuação devido ao campo magnético pode ser escrita como

$$\alpha = \frac{\mu H^2 \omega}{8\pi d V^3} \frac{\beta}{1 + \beta^2} \quad (\text{cm}^{-1}) \quad (\text{II.C.13})$$

onde

$$\beta = \frac{\omega c^2 \rho_n}{4\pi \mu V^2} \quad (\text{II.C.14})$$

e  $V$  é a velocidade do som

Examinando as equações II.C.13 e II.C.14, Obser-



va-se que  $\alpha$  é proporcional a  $\omega^2$  para frequências baixas ( $\beta \ll 1$ ) mas independe de  $\omega$  para frequências altas ( $\beta \gg 1$ ). É interessante considerar também a dependência da atenuação  $\alpha$  com a resistividade. Observe-se que o parâmetro  $\beta$  é proporcional à resistividade  $\rho_n$  do material e, portanto, a dependência de  $\alpha$  com a resistividade está contida no fator  $\beta/(1+\beta^2)$  que aparece na equação II.C.13. Quando a resistividade é pequena ( $\beta \ll 1$ ),  $\alpha$  é proporcional a  $\rho_n$  e quando a resistividade é grande ( $\beta \gg 1$ ) é inversamente proporcional a  $\rho_n$ . Mostramos esta dependência na Figura 1, com um gráfico da atenuação como função do parâmetro  $\beta$ , com  $H$  e  $\omega$  fixos. Observamos que a atenuação é máxima quando  $\beta = 1$ .

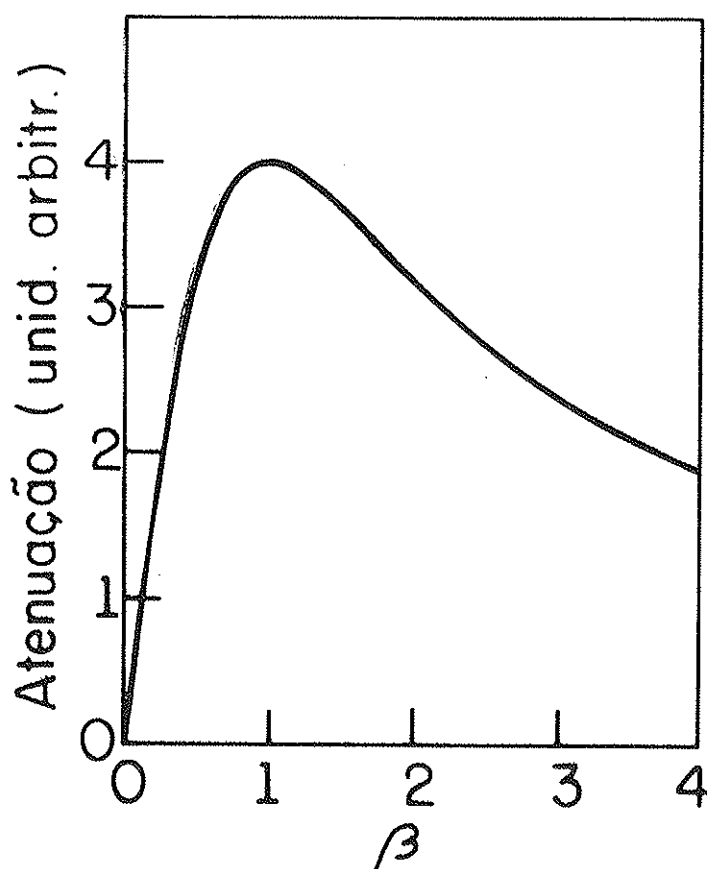


Figura 1. Atenuação prevista pela equação II.C.13, como função do parâmetro  $\beta$ , para  $H$  e  $\omega$  fixos.

## 2. O Modelo de Shapira e Neuringer

O modelo proposto por Shapira e Neuringer (SN) para a atenuação de som no estado mixto é baseado na teoria de AR. Um resultado importante desta teoria é a equação II.C.13, que descreve a variação da atenuação como função do campo magnético. Ao obter esta equação, a resistividade foi considerada como uma quantidade real. Para ligas ou metais impuros, onde o caminho livre médio eletrônico é muito curto, esta é uma boa aproximação, para frequências da ordem de 10 MHz. Por outro lado, no estado mixto de supercondutores tipo II, a frequência característica do material,  $\omega_0$ , pode ser da ordem de 10 MHz. Neste caso, a resistividade efetiva do material terá uma componente imaginária que não é desprezível e a equação II.C.13 deverá ser modificada. Considerando a resistividade como uma grandeza complexa,  $\rho = \rho_1 + i\rho_2$  obtem-se, em vez da equação II.C.13, a relação

$$\alpha = \frac{\mu H^2 \omega}{8\pi d V^3} \frac{\beta_1}{(1 + \beta_2)^2 + \beta_1^2} \text{ (cm}^{-1}\text{)} \quad \text{(II.C.15)}$$

onde

$$\beta_1 = \frac{\omega c^2 \rho_1}{4\pi \mu V^2} \quad \text{e} \quad \beta_2 = \frac{\omega c^2 \rho_2}{4\pi \mu V^2} \quad \text{(II.C.16)}$$

O "ansatz" de Shapira e Neuringer envolve o uso da resistividade efetiva para o estado mixto, obtida por Gittleman e Robenblum, nas equações II.C.15 e II.C.16. Shapira e Neuringer ainda supuseram que, no estado mixto,  $\mu = 1$ . Esta aproximação deve valer somente quando a magnetização da amostra é pequena comparada com  $H$ , ou seja, quando  $H \gg H_{c1}$ . Para materiais onde  $\kappa_1$  (primeiro parâmetro de Ginzburg-Landau<sup>18</sup>) é grande,  $H_{c2}$  é grande e  $H_{c1}$  é pequeno, e, portanto, esta a-

proximação ( $H \gg H_{c1}$ ) deve valer em grande parte do estado mixto.

Usando a equação II.B.18 para a resistividade no estado mixto, obtem-se a atenuação para  $H \gg H_{c1}$ ,<sup>11</sup>

$$\alpha = \frac{H^2 \omega}{8\pi d V^2} \frac{\beta_f (1 + r^2)}{[(1+r^2+r\beta_f)^2 + \beta_f^2]} \quad (II.C.17)$$

onde

$$\beta_f = \frac{\omega c^2 \rho_f}{4\pi V^2} \quad (II.C.18)$$

e  $\rho_f$  é a resistividade de escoamento, dada pela equação II.B.10.

Mostramos a atenuação, dada pela equação II.C.17, como função de  $\beta_f$  e  $r$ , para  $H$  e  $\omega$  fixos, na Figura 2. Ob-

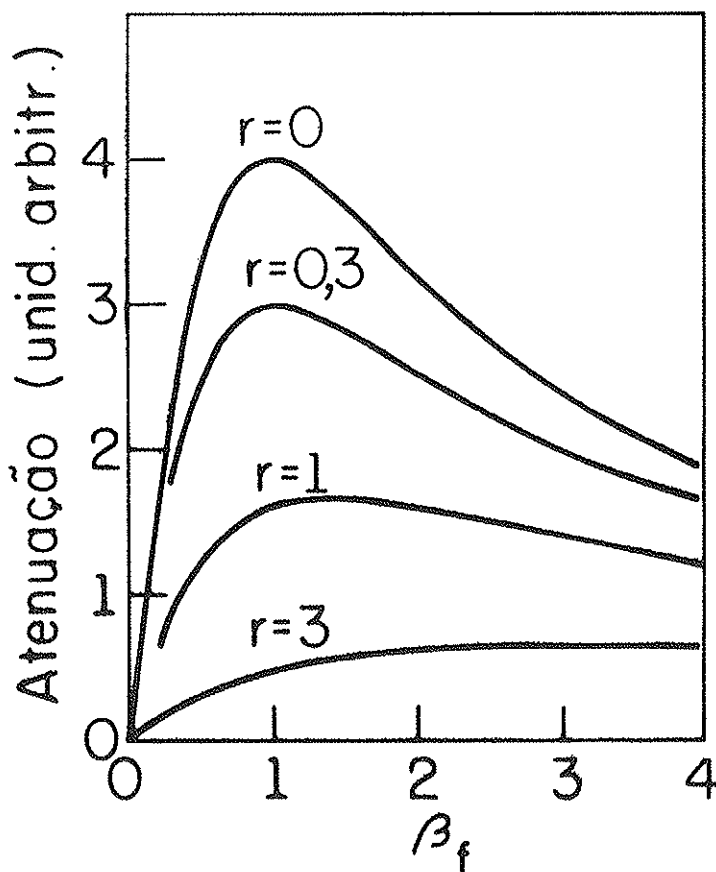


Figura 2. Atenuação prevista pela equação II.C.17, como função dos parâmetros  $\beta_f$  e  $r$ , para  $H$  e  $\omega$  fixos.

servamos que a atenuação sempre diminui quando  $\omega_0$  aumenta, ou seja, quando  $r$  aumenta. Portanto, um aumento nas forças de "pinning" resulta em um decréscimo na atenuação. Em certos casos, a atenuação, dada pela equação II.C.17, tem uma forma simples. Por exemplo, no limite em que  $\omega \rightarrow 0$  ou  $\omega_0 \rightarrow \infty$ , a atenuação no estado mixto não varia com o campo magnético. Isto quer dizer que quando as forças de "pinning" são fortes, a atenuação não varia com  $H$  para  $H \gg H_{C1}$ . Por outro lado, quando as forças de "pinning" são fracas, ou seja, quando  $r \ll 1$ , a equação II.C.17 reduz-se à equação II.C.13 com  $\beta_f$  no lugar de  $\beta$ . Devemos notar também que  $\rho_f$  é sempre menor que  $\rho_n$  e, portanto, a atenuação, calculada a partir da equação II.C.13 com  $\rho = \rho_f$ , pode ser maior que a atenuação calculada com  $\rho = \rho_n$ . Isto pode acontecer quando o parâmetro  $\beta$ , no estado normal, é maior do que 1. Neste caso, a atenuação no estado mixto pode ser maior do que a atenuação no estado normal, em um certo intervalo de campo magnético.

Finalmente, queremos ressaltar certas diferenças entre as previsões do modelo de SN e da teoria microscópica de HM e CH :

1. Mencionamos na secção II.A (pág. 8) que a teoria de CH e HM prevê que a atenuação no estado supercondutor é sempre menor do que a atenuação no estado normal. Vemos que no modelo de SN, é possível que  $\alpha_s$  seja maior do que  $\alpha_n$ , para certos intervalos de campo magnético.

2. A teoria de HM e CH prevê que  $\frac{\Delta\alpha}{\alpha_n}$  independe da frequência do ultrassom  $\omega$ . Por outro lado, no modelo de SN, a dependência com frequência de  $\alpha_s$  e  $\alpha_n$  é diferente. Portanto, esperamos que a grandeza  $\frac{\Delta\alpha}{\alpha_n}$  dependa da frequência. Esta dependência deve ser mais forte para  $\omega \sim \omega_0$ .

Neste trabalho, pretendemos examinar nossos resultados experimentais, prestando atenção especial a estes pontos.

#### II.D - Discussão dos Modelos para a Atenuação no Estado Mixto

Nas secções anteriores deste capítulo, apresentamos os principais resultados, não somente da teoria de HM e CH para a atenuação no estado mixto, mas também do modelo fenomenológico de SN. As previsões destes modelos com respeito à dependência da atenuação de som com campo magnético são bem diferentes e serão comparadas em detalhe com nossas medidas experimentais da atenuação no estado mixto. Antes, porém, queremos estimar a ordem de grandeza dos efeitos previstos pelas duas teorias, para ter uma idéia do que podemos esperar.

Segundo HM e CH, a atenuação no estado supercondutor  $\alpha_s$  é comparável com a atenuação no estado normal  $\alpha_n$  quando  $H \sim H_{C2}$ . Portanto, seria interessante calcular o valor de  $\alpha_n$ . Para estimar o valor de  $\alpha_n$ , usamos os resultados de Morse<sup>55</sup> para a atenuação eletrônica no limite  $q\ell < 1$ :

$$\alpha_n^L = \frac{2}{15} \frac{nmv_F\omega}{dV_L^2} q\ell \quad (\text{II.D.1})$$

$$\alpha_n^T = \frac{1}{10} \frac{nmv_F\omega}{dV_T^2} q\ell \quad (\text{II.D.2})$$

Aqui,  $\alpha_n^L$  e  $\alpha_n^T$  são a atenuação para ondas longitudinais e transversais, respectivamente, e  $n$  é a densidade eletrônica. Apesar destas equações serem baseadas no modelo do elétron livre, a concordância entre a atenuação calculada a partir destas equações e medidas experimentais é excelente no caso de Mo-25% Re,<sup>9</sup> e muito bom no caso de Nb.<sup>56</sup> Além disso, os resultados

de Morse para a atenuação eletrônica são idênticos aos de Pippard<sup>57</sup> e Steinberg.<sup>58</sup>

Usando os parâmetros apropriados à liga Nb - 26 % Hf (Ver secção III.D), calculamos, para uma frequência de 20 MHz,

$$\alpha_n^L \sim 9 \times 10^{-4} \text{ dB/cm} \quad (q\lambda \sim 3 \times 10^{-4})$$

$$\alpha_n^T \sim 8 \times 10^{-3} \text{ dB/cm} \quad (q\lambda \sim 6 \times 10^{-4})$$

Como mencionamos na secção III.D, nosso método de estimar  $n$  e  $v_F$  tende a exagerar o valor destas grandezas. Portanto, a contribuição eletrônica à atenuação provavelmente é menor do que os valores que calculamos. De qualquer modo, espera-se que as variações na atenuação previstas por HM e CH sejam da ordem ou menores do que os valores de  $\alpha_n^L$  e  $\alpha_n^T$ . Entretanto, uma variação na atenuação desta ordem de grandeza é muito menor do que o limite de definição do nosso sistema experimental (Ver secção III.A).

Por outro lado, as variações na atenuação que observamos experimentalmente para o Nb-26% Hf são muito maiores do que estes valores. Para ondas transversais, observamos variações na atenuação da ordem de 0,2 dB/cm (para  $H \sim H_{c2} = 52 \text{ kOe}$ ,  $T = 4,14^\circ\text{K}$  e  $f = 20 \text{ MHz}$ ) e, para ondas longitudinais, da ordem de 0,06 dB/cm. Estes valores concordam, dentro do erro experimental, com as variações na atenuação previstas pela equação II.C.13.

Podemos concluir que, em materiais onde o caminho livre médio é muito curto, efeitos como os previstos por HM e CH devem ser muito pequenos. Por outro lado, devido ao fato de que nestes materiais a resistividade no estado normal é grande, efeitos como os previstos pela teoria de SN podem ser importantes.

Mencionamos na secção II.C, que para frequências altas, a variação na atenuação devido ao campo magnético prevista pelo modelo de SN independe da frequência. Como a atenuação no estado normal, dada pelas equações II.D.1 e II.D.2, varia como  $\omega^2$ , espera-se que, para frequências  $\sim 1$  GHz,  $\alpha_n$  seja grande no Nb-26% Hf. Neste caso, efeitos como os previstos por HM e CH poderiam ser dominantes nesta liga.

Finalmente, é interessante estimar a ordem de grandeza dos efeitos previstos pelo modelo de SN para um material puro como, por exemplo, o cristal de Nb de Carsey e Levy.<sup>7,56</sup> Este cristal é caracterizado por uma razão de resistividade  $\rho_n(300K)/\rho_n(4K) = 7000$  e, portanto, é de alta pureza. Podemos estimar a resistividade deste material a 4K usando a razão de resistividade e supondo que  $\rho_n(300K) \approx 14\mu\Omega\text{-cm}$ . Calculamos, para este cristal,  $\rho_n(4K) \sim 2 \times 10^{-3} \mu\Omega\text{-cm}$ . Usando a equação II.C.13 e os parâmetros apropriados para o Nb,<sup>7,56</sup> estimamos que, para ondas longitudinais, a variação na atenuação devido ao mecanismo de SN é  $\sim 1,8 \times 10^{-7}$  dB/cm para uma frequência  $f = 45$  MHz e um campo magnético  $H \sim H_{c2}(0) = 4$  kOe. Comparado com o valor experimental  $\alpha_n = 0,95$  dB/cm para  $f = 45$  MHz, a variação na atenuação associada com o mecanismo de SN é completamente desprezível. Devemos notar que este fato é devido a dois fatores, o baixo valor da resistividade e, também, o baixo valor do campo crítico  $H_{c2}$ .

C \_ A \_ P \_ Í \_ T \_ U \_ L \_ O \_ \_ \_ \_ \_ I \_ I \_ I

TÉCNICA EXPERIMENTAL

Neste capítulo discutiremos as técnicas empregadas para realizar as medidas experimentais, com ênfase na parte por nós desenvolvida. Apresentaremos uma descrição dos métodos usados para medir variações na atenuação de som e o valor da velocidade. Um estudo de supercondutores requer uma série de medidas auxiliares para determinar as propriedades físicas dos materiais. Mencionaremos as técnicas desenvolvidas para este fim. Finalmente, será apresentada uma discussão das propriedades supercondutoras e eletrônicas da liga Nb-26% Hf.

III.A - Medidas Ultrasônicas

Para medir variações na atenuação de som usamos a técnica pulso-eco convencional,<sup>59</sup> que consiste em fazer propagar um pulso de som na amostra e, posteriormente, ampliar e detectar o trem de ecos sobre o qual serão realizadas as medidas.

Um diagrama da montagem experimental é mostrado na Figura 3 (uma lista dos equipamentos e seus fabricantes encontra-se na Tese de Mestrado do Sr. N.S. Wisnik,<sup>60</sup> feita sob nossa orientação). O gerador de pulsos emite um pulso quadrado que serve para disparar um oscilador de radio-frequência (rf). Este oscilador emite um pulso de rf cuja largura é variável desde  $\sim 0,5 \mu\text{seg}$ . Esta largura  $\Delta T$  é inversamente proporcional à largura do espectro de frequências  $\Delta \nu$  ( $\Delta \nu \sim \frac{1}{\pi \Delta T}$ ). Em situações em que o efeito sendo estudado depende fortemente da frequência é importante manter  $\Delta T$  o maior possível para que a incerteza na frequência ( $\Delta \nu$ ) seja minimizada. Em nossas medi



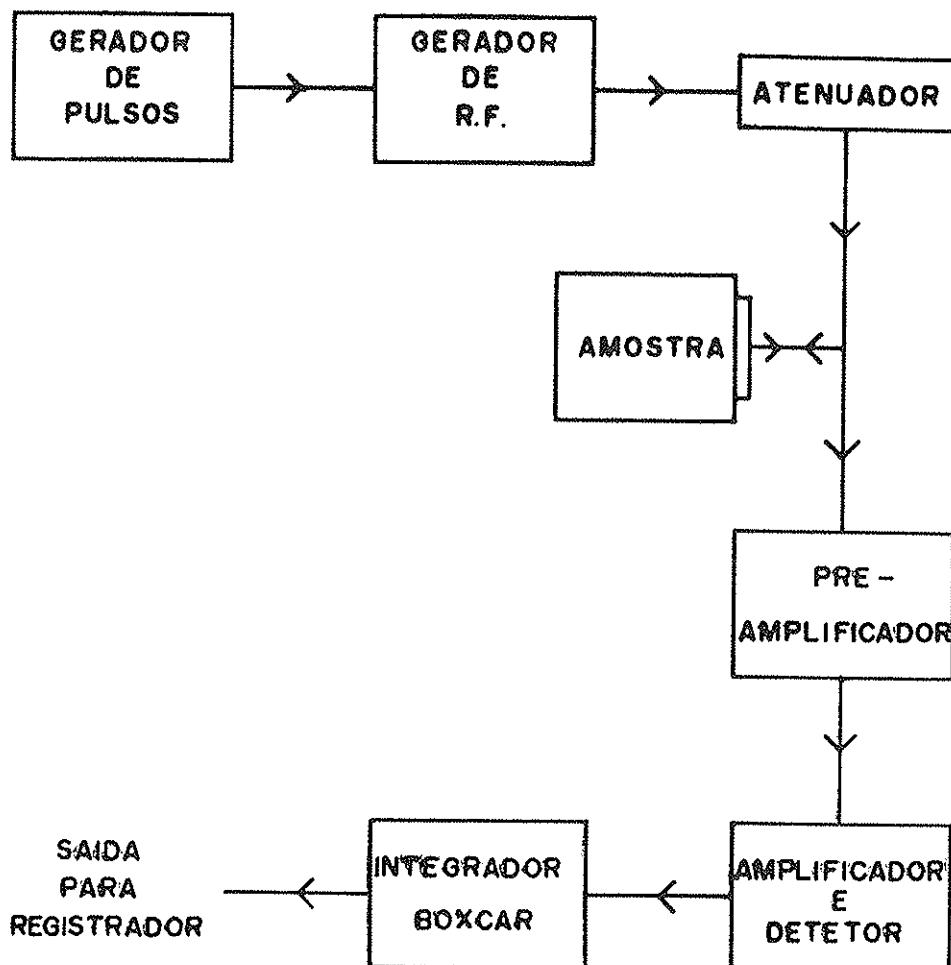


Figura 3. Diagrama da Montagem Experimental

das utilizamos sempre pulsos maiores do que 1  $\mu$ seg. o que quer dizer  $\Delta\nu < 0,3$  MHz.

O pulso de rf gerado pelo oscilador passa, em seguida, por um atenuador que serve não somente para regular a amplitude do pulso, mas também para calibrar as variações na atenuação. Depois de passar pelo atenuador, o pulso é aplicado a um transdutor de quartzo, em bom contato mecânico com a amostra. O contato mecânico é feito mediante uma graxa de silicone (Dow Corning 200 com viscosidade de 30.000 centistoke em 25 C.) que

se solidifica em baixas temperaturas. O transdutor de quartzo transforma o pulso de  $rf$  em um pulso de som que se propaga através da amostra.

A amostra é preparada com duas faces paralelas e altamente planas e o transdutor está colocado em uma dessas faces. Quando o pulso de som chega à face oposta, é refletido e volta para o transdutor. Ao chegar novamente à face onde está colocado o transdutor, uma parte da energia do pulso é transformada em um eco de  $rf$  e a outra parte é refletida, recomeçando o processo.

O pulso inicial e o trem de ecos proveniente da amostra, passam inicialmente por um pré-amplificador de banda estreita e em seguida por um amplificador de banda larga. Os ecos são amplificados e os envoltórios destes são injetados em um integrador "boxcar". No integrador "boxcar" um eco é selecionado e o envoltório deste é integrado. O sinal na saída do "boxcar" é proporcional à área sob o envoltório do eco. Como a largura do eco não varia, as variações no sinal saindo do "boxcar" são proporcionais às variações da amplitude do eco e, portanto, às variações da atenuação. Este sinal é registrado como função do campo magnético, a variável independente.

A calibração das medidas de atenuação é feita da seguinte maneira: um atenuador introduz uma variação na amplitude do pulso inicial; esta variação é medida em um osciloscópio e relacionada com a variação do sinal de saída do "boxcar". Estimamos que a precisão obtida com este procedimento é da ordem de 10%.

Finalmente, queremos fazer alguns comentários sobre a sensibilidade do sistema de medida às variações na atenuação. Estimamos que o sistema da Fig. 3 é capaz de detectar variações na atenuação de  $\sim 0,05$  dB/cm. No caso de uma experiência com

ondas longitudinais, onde é comum serem observados de 10 a 15 ecos, uma variação de  $\sim 0,05$  dB/cm na amplitude do 10º eco correspondente a uma variação na atenuação de  $\sim 0,005$  dB/cm. (É necessário lembrar que a variação observada no n-ésimo eco é n vezes maior do que a variação observada no primeiro eco). Por outro lado, com ondas transversais é comum serem observados de 3 a 5 ecos e a sensibilidade do sistema é 0,01 - 0,02 dB/cm.

Para calcular a variação na atenuação devido ao campo magnético é necessário conhecer o valor da velocidade de som. Esta velocidade  $V$  pode ser determinada através da separação de tempo  $\Delta t$  entre os ecos observados na tela do osciloscópio e fazendo uso da relação  $V = 2\ell/\Delta t$  onde  $\ell$  é o comprimento da amostra. A precisão deste método, porém, é de 1-3%. Como a variação na atenuação, dada pela equação II.C. , é proporcional a  $1/V^3$  , o erro introduzido no cálculo desta variação é muito grande.

Duas alternativas para este método são os métodos de Papadakis,<sup>61</sup> e McSkimin.<sup>62</sup> No primeiro, dois ecos adjacentes são justapostos na tela do osciloscópio. No segundo, dois ecos são superpostos fisicamente no transdutor. Em ambos, a separação entre ecos está relacionada à taxa de repetição de pulsos que pode ser medida com boa precisão. Um estudo destes dois métodos foi feito<sup>63-65</sup> pelos bolsistas Sr. A.A. Kerr e Srta. I. F.C. Oppenheim, sob nossa orientação, e o de Papadakis mostrou ser mais compatível com o nosso equipamento. Em nosso caso, o uso do método de Papadakis permitiu a determinação do tempo entre dois ecos com uma precisão de  $\sim 0,2\%$  . Esta não é, porém, a precisão na velocidade do som, pois o coeficiente de expansão térmica de nossa amostra é desconhecido. Estimamos que a contração da amostra entre temperatura ambiente e 4K seja da ordem

de  $\sim 0,3\%$  . A precisão na velocidade deve ser, então, da ordem de  $0,4\%$  .

### III.B - Sistema Criogênico

As medidas da atenuação como função do campo magnético foram efetuadas em uma bobina supercondutora capaz de produzir campos magnéticos de até 70 kOe. A homogeneidade do campo na região central da bobina é melhor do que  $0,01\%$  sobre um comprimento de 25mm. A corrente que a alimenta é determinada através da queda de voltagem em um resistor em série com a bobina. Esta corrente é relacionada com o campo magnético através da curva de calibração do fabricante. Estimamos que os campos magnéticos assim determinados tenham uma precisão de  $0,1\%$ .

Para a realização das medidas, a amostra é colocada no centro da bobina, dentro de um "antidewar" que é isolado do banho de  $\text{He}^4$  da bobina. A amostra fica mergulhada no seu próprio banho de hélio líquido e sua temperatura pode ser variada entre 4,14 e 1,2 K , fazendo vácuo sobre o banho. A temperatura é determinada por meio da pressão do vapor sobre o líquido com uma precisão de  $0,01$  K. Os "dewars", a bobina supercondutora e a montagem da amostra dentro da bobina foram descritos em detalhe na tese do Sr. Wisnik.<sup>60</sup>

Para medidas em temperaturas acima de 4,14 K, usamos um sensor capacitivo<sup>66</sup> (Modelo CS-400 GR de Lake Shore Cryotronics, Inc.) cuja capacitância depende da temperatura mas independe do campo magnético. Este sensor é também o elemento de controle da corrente que passa por um aquecedor montado próximo à amostra e que pode manter a temperatura constante automaticamente. Uma descrição detalhada deste sistema e seu funcionamento é encontrado na referência 67. Com o sensor capacitivo, a

temperatura é determinada com uma precisão de 0,03 K .

### III.C - Medidas de Resistividade e Corrente Crítica

As medidas de resistividade foram feitas usando o método convencional de quatro fios. Uma amostra foi cortada e polida para ter uma seção reta retangular e, em seguida, foi atacada com uma mistura de ácidos (40%  $\text{HNO}_3$  , 40%  $\text{H}_2\text{O}$  e 20%  $\text{HF}$ ) para limpar sua superfície. O resultado desses procedimentos foi um paralelepípedo com dimensões de 0,47mm  $\times$  1,39mm  $\times$  11mm. Os fios foram afixados, ou por meio de pressão, ou com uma solda de índio (Os resultados experimentais mostraram-se independentes do método usado). Conhecendo-se a separação entre os fios de voltagem, e a seção reta da amostra, a resistividade no estado normal  $\rho_n$  foi determinada para uma temperatura de 4,14 K , mantendo o campo magnético  $H > H_{C2}$  . Obtivemos  $\rho_n = (34 \pm 2)\mu\Omega\text{-cm}$  , onde o erro experimental é devido principalmente às incertezas na separação entre os fios de voltagem e na seção-reta da amostra.

Para levantar o diagrama de fase  $H_{C2} \times T$  , a amostra foi montada com a direção da corrente paralela ao campo magnético. Fixando a corrente, a voltagem é registrada como função do campo magnético. Na Figura 4, mostramos a resistência  $R$  como função de  $H$  . A transição resistiva é evidente nesta figura . Nosso critério para o campo  $H_{C2}$  foi escolhido como a interseção da linha  $R = 0$  com a parte linear da curva de resistência contra o campo. <sup>68</sup> Como a largura da transição é pequena ( $\sim 1,5$  kOe ) e não varia muito com a temperatura estamos certos de que qualquer outro critério conduziria essencialmente aos mesmos resultados para  $T_c$  ,  $H_{C2}^*(0)$  etc. De fato, um estudo de

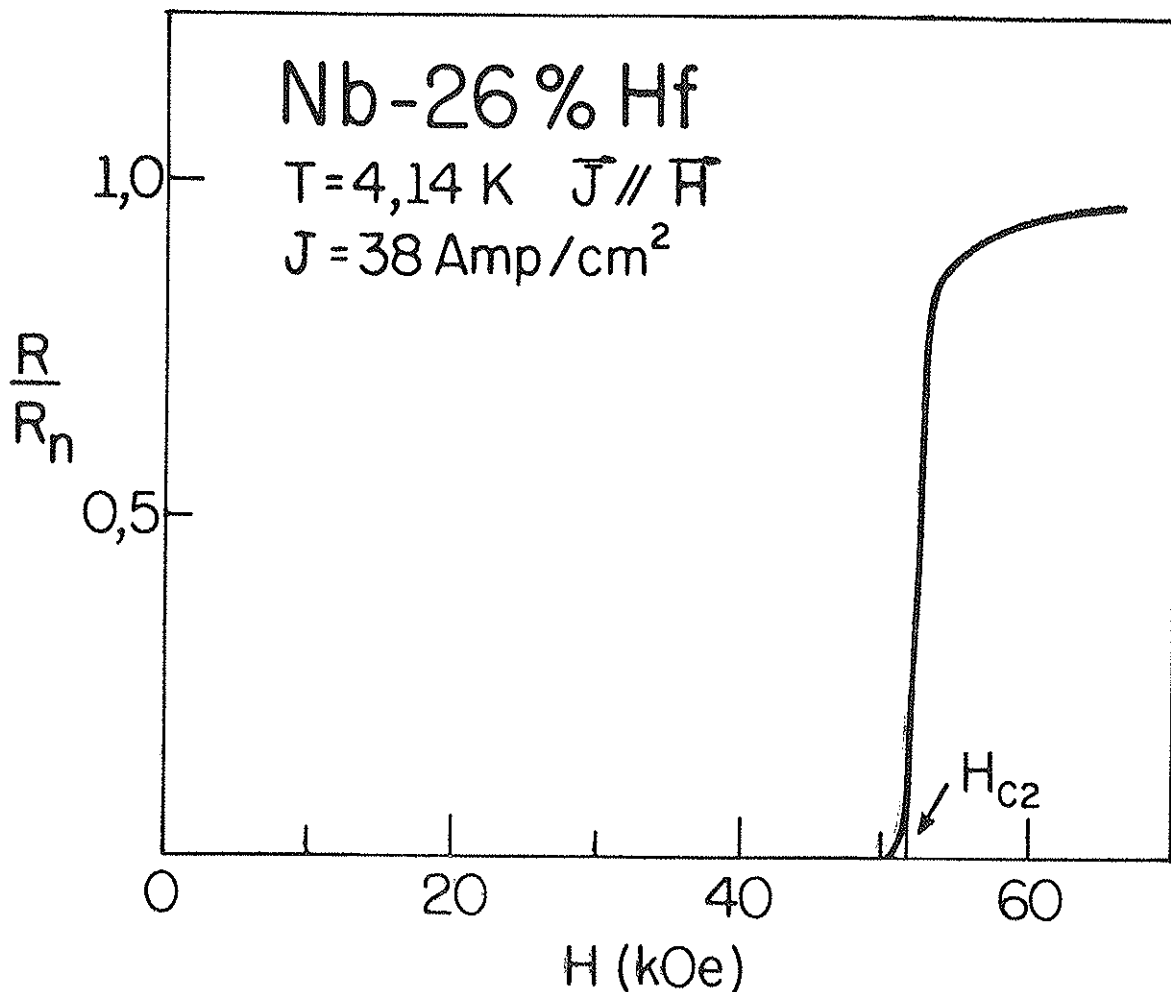


Figura 4. Determinação Experimental do Campo Crítico  $H_{c2}$ .

transições resistivas em ligas de Zr-Ta, feito pelo bolsista Sr. W.A. Ortiz,<sup>69</sup> sob nossa orientação, confirmou esta afirmação para estes materiais.

Em geral, o valor de  $H_{c2}$  depende fracamente do valor da corrente. No caso de Nb-26% Hf, observamos que  $H_{c2}$  independe da corrente para densidades de corrente abaixo de  $\sim 100$  Amp/cm<sup>2</sup>. Assim, usamos uma densidade de corrente de  $\sim 38$  Amp/cm<sup>2</sup> para determinar o valor do campo crítico. O diagrama de fase obtido será discutido na secção III.D.

Finalmente, queremos mencionar as medidas de corrente crítica  $J_c$ . Estas medidas foram efetuadas com a corrente  $\vec{J}$

perpendicular ao campo. Fixando a temperatura e o campo magnético, registra-se a voltagem na direção da corrente como função da corrente. Na Figura 5, mostramos uma curva experimental

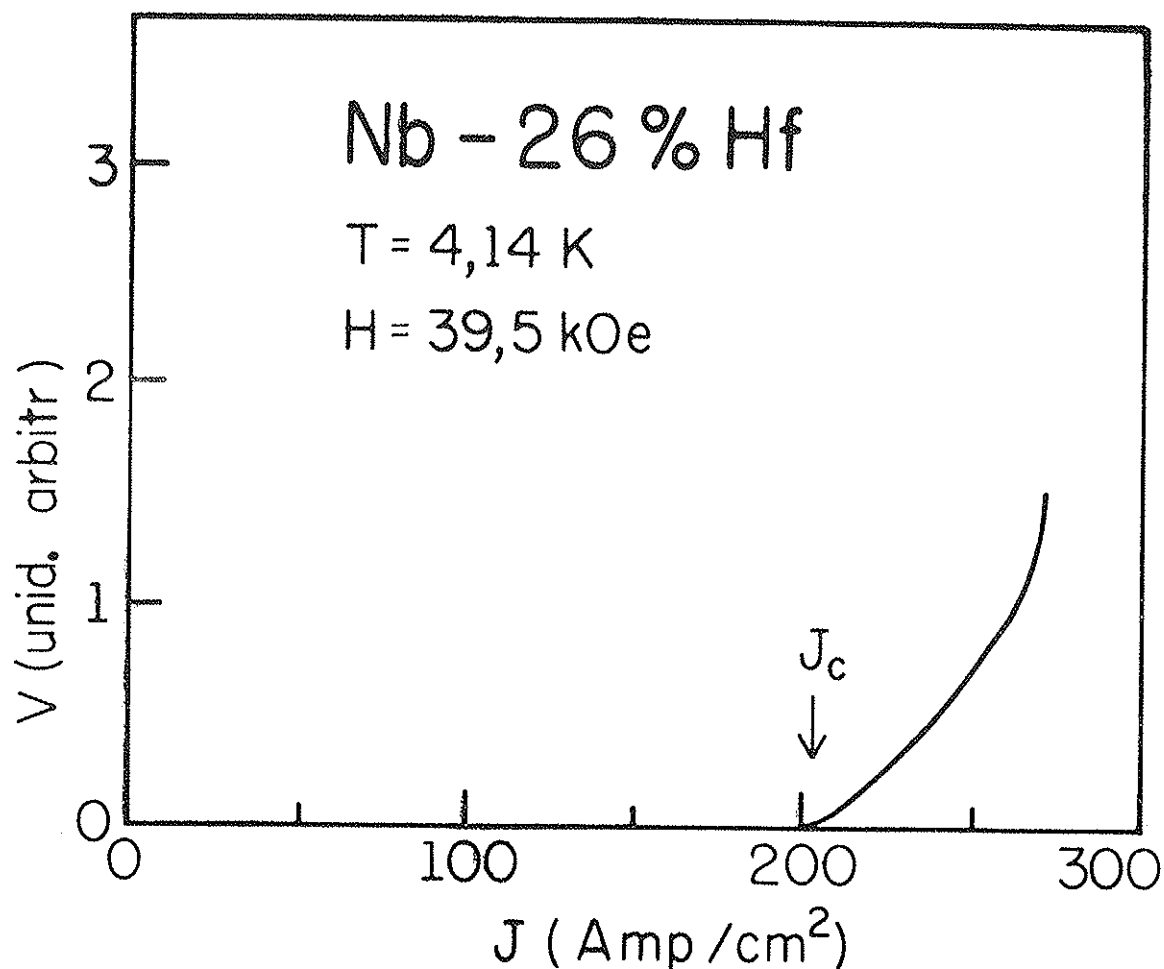


Figura 5. Determinação Experimental da Corrente Crítica  $J_c$ .

típica. A corrente crítica, que é definida como a corrente em que aparece uma voltagem através da amostra, é facilmente determinada na Figura 5. Na secção III.D discutiremos nossas medidas da corrente crítica como função da temperatura e campo magnético.

A geometria apropriada para medir corrente crítica ( $\vec{J} \perp \vec{H}$ ) é também a geometria para medidas da resistividade de

escoamento.<sup>13</sup> Esta grandeza é, em geral, determinada a partir de uma curva como, por exemplo, a da Figura 5. Nesta Figura notamos que há uma região, logo acima de  $J_c$ , onde  $V$  depende quase linearmente de  $J$ . Em seguida, instabilidades térmicas resultam em uma relação entre  $V$  e  $J$  que é decididamente não-linear. Em nosso caso, estas instabilidades são bastante sérias e a curva de  $V$  contra  $J$  não mostrou nenhuma região confiavelmente linear. Em consequência disso, não foi possível de terminar experimentalmente a resistividade de escoamento de nossa amostra.

### III.D - Propriedades Físicas de Nb-26% Hf

Nesta secção queremos apresentar e discutir as propriedades físicas da liga Nb-26% Hf. Nossa designação da liga como Nb-26% Hf refere-se à composição atômica. A composição por peso é aproximadamente 60% de Nb e 40% de Hf. Um bloco deste material nos foi cedido pelo Dr. L.J. Neuringer do Francis Bitter National Magnet Laboratory do M.I.T. e, deste bloco, foram cortadas todas as amostras usadas em nossas experiências. A liga havia sido preparada, combinando os elementos em um forno de arco elétrico, com posterior recozimento sob vácuo durante 16 horas à temperatura de 1800 C.

As propriedades supercondutoras das ligas binárias do sistema Nb - Hf são relativamente pouco estudadas. Hulm e Blaughner<sup>70</sup> determinaram as temperaturas críticas de ligas ricas em Nb. Berlincourt e Hake<sup>71</sup> mediram os campos críticos  $H_{c2}$ , à temperatura de 1,2 K, para certas ligas deste sistema. A influência da micro-estrutura sobre a supercondutividade em ligas de Nb-Hf foi estudada por Siemens et.al.<sup>72</sup> e as propriedades metalúrgicas foram estudadas por Carpenter et.al.<sup>73,74</sup>



Começaremos a discussão das propriedades de Nb-26% Hf com aquelas determinadas a partir de nossas medidas acústicas. Medimos as velocidades para ondas longitudinais e transversais para  $T = 4,14 \text{ K}$ , obtendo  $V_L = (4,56 \pm 0,02) \times 10^5 \text{ cm/seg.}$  e  $V_T = (2,006 \pm 0,007) \times 10^5 \text{ cm/seg.}$  Nesta mesma temperatura, a densidade, corrigida para a contração térmica da amostra, é  $d = (10,1 \pm 0,1) \text{ gm/cm}^3$ . A partir destas informações determinamos a razão de Poisson  $\nu = 0,380 \pm 0,001$ , o módulo de Young  $Y = (1,12 \pm 0,01) \times 10^{12} \text{ dina/cm}^2$  e a compressibilidade adiabática  $K_S = (6,43 \pm 0,08) \times 10^{-13} \text{ dina/cm}^2$ . Podemos calcular também a temperatura de Debye  $\theta_D$  utilizando a fórmula de Anderson<sup>75</sup> para materiais isotrópicos. Obtivemos, para  $T = 4,14 \text{ K}$ ,  $\theta_D = (254 \pm 2) \text{ K}$ .

Passaremos, em seguida, a considerar o diagrama de fase  $H_{c2} \times T$  obtido através de nossas medidas de resistividade elétrica e que apresentamos na Figura 6. Uma extrapolação dos pontos experimentais para  $H_{c2} = 0$  permitiu determinar a temperatura crítica. Obtivemos  $T_c = (9,3 \pm 0,1) \text{ K}$ , que concorda com Hulm e Blaugher. Podemos, então, usar a relação de Maki<sup>76,77</sup>

$$H_{c2}^*(0) = - 0,69 T_c \left( \frac{dH_{c2}}{dT} \right)_{T=T_c} \quad (\text{III.D.1})$$

para calcular  $H_{c2}^*(0)$  que é o campo crítico superior na ausência de efeitos paramagnéticos. Obtivemos  $H_{c2}^*(0) = (68,6 \pm 2) \text{ kOe}$ . Notamos, também, que para baixos valores da temperatura reduzida  $t = T/T_c$ , a dependência com  $t$  do campo crítico observado é parabólica. A relação empírica obtida pelo melhor ajuste dos dados experimentais para  $t \leq 0,26$ , é

$$H_{c2}(t) = H_{c2}(0) (1 - 1,89t^2)$$

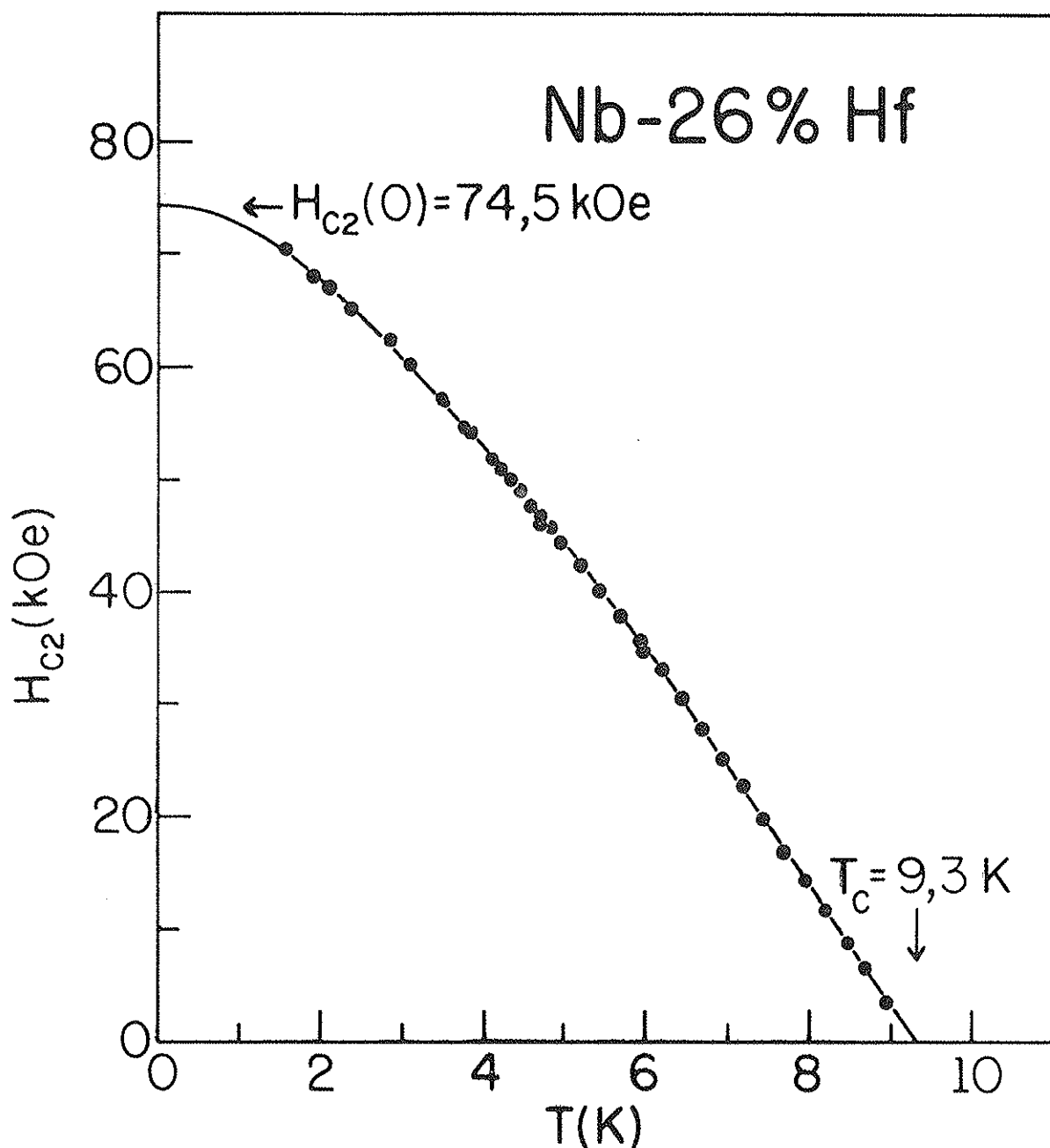


Figura 6. Diagrama de Fase da Liga Nb-26% Hf.

onde  $H_{c2}(0) = 74,5 \text{ kOe}$ .

Antes de comparar o diagrama de fase de Nb-26% Hf com teorias para a dependência de  $H_{c2}$  com a temperatura, queremos mencionar e comentar umas medidas da magnetização desta liga, feitas pelo Dr. Nei F. Oliveira Jr. As curvas de magnetização

mostraram-se altamente irreversíveis e, por isso, não foi possível determinar  $\kappa_1$ ,  $\kappa_2$ , etc a partir delas. Por outro lado, as curvas de magnetização, para  $T = 4,14$  K, indicaram inequivocamente uma transição para um valor do campo magnético que concorda muito bem com o campo  $H_{C2}$  determinado a partir de nossas medidas resistivas. Além disso, para campos baixos, foi observado um máximo na magnetização, que identificamos com  $H_{C1}$ . Para  $T = 4,14$  K, este máximo ocorre para um campo magnético de  $\sim 900$  Oe.

Queremos agora comparar o diagrama de fase do Nb-26% Hf com as teorias de Werthamer, Helfand e Hohenberg<sup>78</sup> (WHH) e Maki<sup>76,77</sup> que levaram em conta os efeitos do paramagnetismo de Pauli e espalhamento spin-órbita sobre a dependência de  $H_{C2}$  com  $T$ . Qualitativamente, o paramagnetismo de Pauli tende a reduzir o valor de  $H_{C2}$  a baixas temperaturas e o espalhamento spin-órbita tende a cancelar o efeito do paramagnetismo de Pauli. No limite impuro, as duas teorias prevêem essencialmente o mesmo comportamento para  $H_{C2}(T)$ .

Em ambas as teorias, a importância relativa do paramagnetismo de Pauli é caracterizada pelo parâmetro  $\alpha = \sqrt{2} H_{C2}^*(0)/H_p$  onde  $H_p = 18.400 T_c$  Oe e  $T_c$  é a temperatura crítica em K. Para Nb-26% Hf, obtivemos  $\alpha = 0,57$ . Para descrever os efeitos de espalhamento spin-órbita, WHH introduz o parâmetro  $\lambda_{SO} = \hbar/3\pi k T_c \tau_s$  (onde  $\tau_s$  é o tempo de relaxação spin-órbita), que geralmente é tratado como um parâmetro ajustável.

Para comparar nossos resultados com a teoria de WHH, apresentamos na Figura 7 um gráfico do campo reduzido  $h \equiv H_{C2}/H_0$  (onde  $H_0 \equiv - (dH_{C2}/dt)_{T=T_c}$ ) como função da temperatura reduzida  $t$ . Nesta figura, mostramos uma curva calculada a partir da Equação (28) do trabalho de WHH, para  $\alpha = 0,57$  (o valor por nós determinado experimentalmente) e  $\lambda_{SO} = 0$ , que corres-

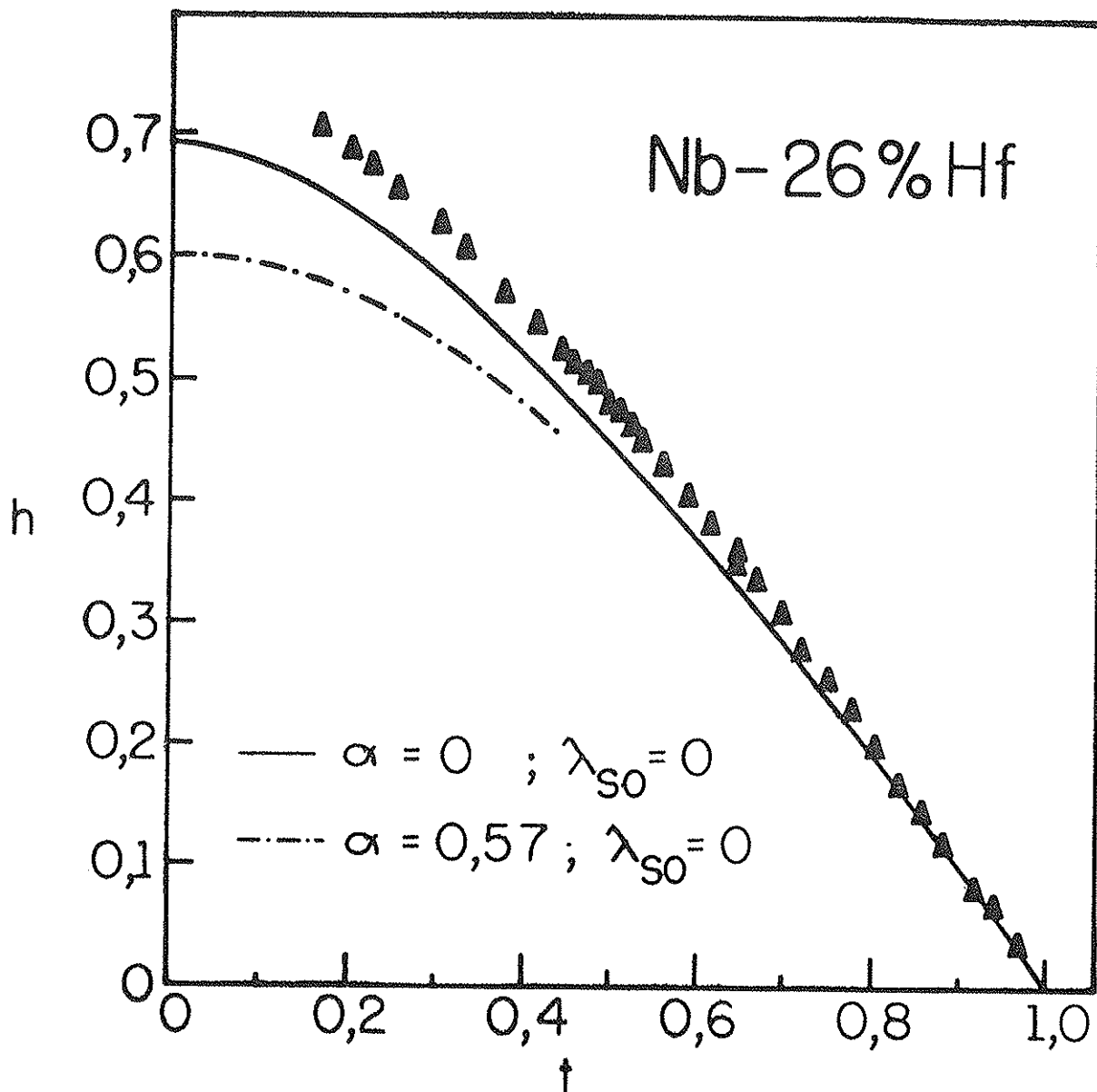


Figura 7. Comparação do Diagrama de Fase com as Previsões Teóricas de Maki e Werthamer, Helfand e Hohenberg.

ponde à ausência de espalhamento spin-órbita. Os pontos experimentais estão acima desta curva e, também, acima da curva para  $\alpha = 0$ . Esta última curva ( $\alpha = 0$ ) é também a curva para qualquer valor finito de  $\alpha$  quando  $\lambda_{SO} = \infty$ . Na realidade, esta

é a curva mais alta que se pode obter a partir da Equação (28) de WHH, com qualquer conjunto de parâmetros  $\alpha$  e  $\lambda_{s0}$ . É impossível, portanto, obter concordância entre nossos dados experimentais e a teoria de WHH com qualquer valor de  $\lambda_{s0}$ .

Notamos uma discrepância semelhante em um trabalho anterior <sup>79</sup> e outros autores <sup>80,81</sup> também tiveram esta mesma dificuldade ao tentar obter concordância entre seus dados e a teoria de WHH. Helfand e Werthamer <sup>82</sup> mostraram que  $h(0)$  pode subir até 0,73 para materiais puros (o que não é o caso aqui) devido às anisotropias na superfície de Fermi. Em um trabalho recente, entretanto, Somekh <sup>83</sup> mostrou que efeitos semelhantes aos previstos por Helfand e Werthamer podem ocorrer também em materiais impuros, e conseguiu explicar quantitativamente os dados de Ohtsuka e Kimura <sup>81</sup> para ligas de Nb-Ta, em que o valor observado de  $h(0)$  chega a 0,835. Isto sugere que talvez as discrepâncias entre nossos resultados e a teoria de WHH possam ser explicadas pelo mesmo mecanismo.

Para caracterizar melhor a supercondutividade na liga Nb-26% Hf, queremos estimar o valor de  $\frac{2\Delta}{kT_c}$  onde  $2\Delta$  é o "gap" de energia para  $T = 0$  K. Usamos a relação empírica de Laibowitz et.al. <sup>84</sup> para relacionar  $T_c/\theta_D$  com  $\frac{2\Delta}{kT_c}$ . Obtivemos  $\frac{2\Delta}{kT_c} = 3,7$  que é maior do que o valor previsto por BCS ( $\frac{2\Delta}{kT_c} = 3,52$ ) para esta mesma quantidade. Para efeito de comparação, vale notar que o nosso valor para  $\frac{2\Delta}{kT_c}$  fica entre os valores obtidos para o Nb, calculados a partir do "gap" medido nas direções  $[111]$  e  $[110]$ .

A partir de nosso valor para  $T_c/\theta_D$ , pudemos também estimar o valor do parâmetro  $\lambda$  que caracteriza o acoplamento elétron-fonon. McMillan <sup>86</sup> obteve uma relação entre  $T_c$ ,  $\theta_D$ ,  $\lambda$  e  $\mu^*$  (um parâmetro que caracteriza a interação Coulombiana

entre os elétrons). No limite de acoplamento fraco ( $\lambda \ll 1$ ), a Equação (15) de McMillan para  $T_C$  tem a forma da equação de BCS para  $T_C$ , com  $\lambda - \mu^*$  fazendo o papel de  $N(0)U$  (onde  $N(0)$  é a densidade de estados na energia de Fermi para um elétron e  $U$  é a energia de interação). Usando o valor  $\mu^* = 0,13$ , que é apropriado para metais de transição, e o nosso valor para  $T_C/\theta_D$ , obtivemos  $\lambda = 0,86$ , o que corresponde a um acoplamento elétron-fonon intermediário. Para comparação, note-se que McMillan calculou  $\lambda = 0,82$  para o Nb e  $\lambda = 0,34$  para o Hf. O trabalho recente de Hertel<sup>86</sup> sugere que  $\lambda$  deve ser menor do que o valor calculado a partir dos resultados de McMillan. Hertel, porém, não fornece uma equação explícita para calcular  $\lambda$ .

Queremos agora apresentar uma estimativa de certas grandezas ligadas à superfície de Fermi de Nb-26% Hf. A dificuldade encontrada neste ponto é que não existe nenhum cálculo das bandas eletrônicas desta liga e estamos forçados, portanto, ao uso do modelo do elétron livre. Há ainda a dificuldade de estimar a densidade eletrônica  $n$ . Fizemos a aproximação usual,<sup>10</sup> supondo que cada átomo contribui à densidade eletrônica com um número de elétrons igual ao número de elétrons de valência. Para Nb este número é 5 e para Hf é 4. Com estas aproximações, obtivemos  $n = 2,5 \times 10^{23}/\text{cm}^3$  e  $v_F = 2,3 \times 10^8$  cm/seg. Para comparação, fizemos também o mesmo cálculo para o Nb (usando elétron-livre), obtendo  $n = 2,7 \times 10^{23}/\text{cm}^3$  e  $v_F = 2,3 \times 10^8$  cm/seg. A partir de um cálculo de faixas de energia, Matthias<sup>87</sup> calculou o valor médio de  $v_F$  sobre a superfície de Fermi do Nb, obtendo  $v_F = 5,1 \times 10^7$  cm/seg., um resultado que concorda com os dados experimentais existentes. Isto sugere que o método de estimar  $n$  e  $v_F$  por nós usado tende a exagerar os valores destas grandezas.

Com estas reservas, podemos agora usar  $n$ ,  $v_F$  e o valor obtido para a resistividade no estado normal  $\rho_n = 34\mu\Omega\text{-cm}$ , para estimar  $\tau$ , o tempo de relaxação dos elétrons, e  $\ell$ , o caminho livre médio eletrônico. Usando  $\sigma = ne^2\tau/m$ , obtemos  $\tau \approx 4 \times 10^{-15}$  seg. e  $\ell = v_F\tau \approx 9 \times 10^{-7}$  cm. Estimamos o valor de  $\xi_0 = \frac{0,18hv_F}{kT_C} \approx 3 \times 10^{-5}$  cm. e concluímos que  $\xi_0/\ell \approx 30$ , o que classifica o Nb-26% Hf como um material impuro.

Finalmente, queremos apresentar as medidas da corrente crítica  $J_c$  para o Nb-26% Hf. Estes resultados são apresentados na Figura 8 como função de  $H/H_{c2}$ . Observamos que para campos reduzidos  $H/H_{c2} \lesssim 0,6$ , a corrente crítica é relati-

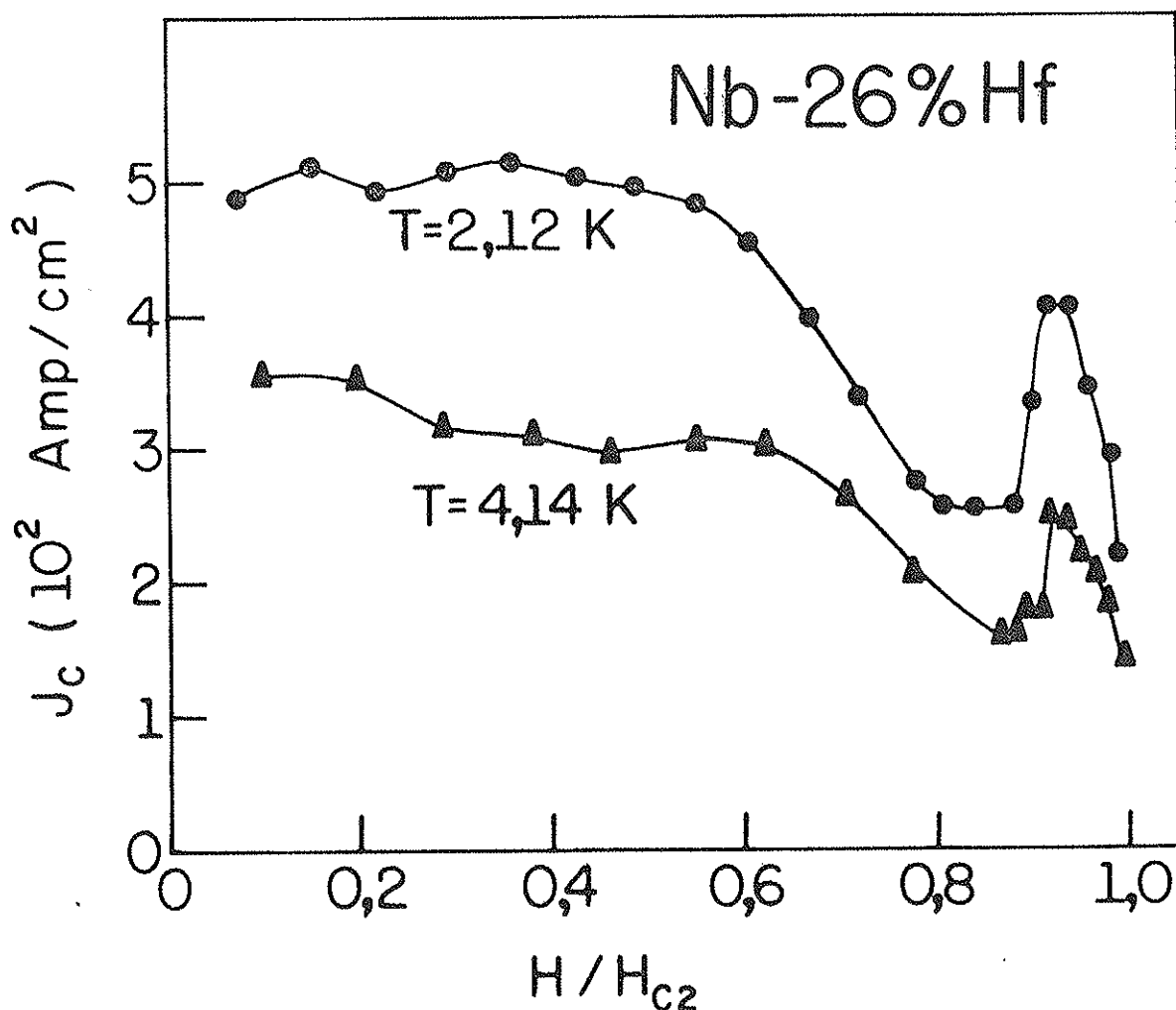


Figura 8. Corrente Crítica como Função de  $H/H_{c2}$ .

vamente constante para uma dada temperatura e que para  $H/H_{c2} \sim 0,9$   $J_c$  exibe um pico. Este efeito é comumente observado em ligas supercondutoras e conhecido como "efeito pico". Um trabalho recente de Kramer<sup>30</sup> sugere que a corrente crítica deve variar com a temperatura como  $[H_{c2}(T)]^m$ , onde o expoente  $m$  está geralmente entre 2 e 2,5. Usando os campos críticos  $H_{c2}$  por nós obtidos, concluímos que a corrente crítica deve aumentar entre  $T = 4,14$  K e  $T = 2,12$  por um fator  $[H_{c2}(2,12)/H_{c2}(4,14)]^{2,5} \approx 1,9$ . Observamos que nossos dados concordam razoavelmente bem com esta previsão para  $H/H_{c2}$  próximo a 1. Para campos reduzidos menores, o expoente mais apropriado é  $m = 2$ .

Na Tabela I, apresentamos um resumo das propriedades físicas da liga Nb-26% Hf.



TABELA I - Propriedades Físicas de Nb-26% Hf

---

$d$ (a)	$(10,1 \pm 0,1)$ gm/cm <sup>3</sup>
$V_L$ (a)	$(4,56 \pm 0,02) \times 10^5$ cm/seg.
$V_T$ (a)	$(2,006 \pm 0,007) \times 10^5$ cm/seg.
$v$ (a)	$0,380 \pm 0,001$
$Y$ (a)	$(1,12 \pm 0,01) \times 10^{12}$ dina/cm <sup>2</sup>
$K_S$ (a)	$(6,43 \pm 0,08) \times 10^{-13}$ cm <sup>2</sup> /dina
$\theta_D$ (a)	$(254 \pm 2)$ K
$T_c$	$(9,3 \pm 0,1)$ K
$-\left(\frac{dH_{c2}}{dT}\right)_{T=T_c}$	$(10,7 \pm 0,2)$ kOe/K
$H_{c2}^*(0)$	$(68,6 \pm 2)$ kOe
$H_{c2}(0)$	$74,5$ kOe
$H_{c1}$ (a)	$\sim 900$ Oe
$\frac{2\Delta}{kT_c}$	$3,7$
$\lambda$ (a)	$0,86$
$\rho_n$ (b)	$(34 \pm 2)$ $\mu\Omega$ -cm

---

(a)  $T = 4,14$  K(b)  $T = 4,14$  K e  $H > H_{c2}$

C A P Í T U L O    I V

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo apresentaremos nossas curvas experimentais para a atenuação como função do campo magnético, e discutiremos estes resultados qualitativamente em termos do modelo de SN. Em seguida, os dados da atenuação serão comparados com a teoria microscópica de HM e CH e mostraremos que existem con tradições sérias entre nossos resultados e esta teoria. Faremos uma comparação detalhada da atenuação em Nb - 26% Hf com as previsões do modelo de SN com respeito à dependência da atenuação com o campo magnético e frequência do som. Finalmente, apresentaremos uma modificação por nós introduzida no modelo original de SN. Esta modificação melhora substancialmente o acordo com os dados experimentais da atenuação como função do campo magnético para frequências altas e campos próximos a  $H_{c2}$ .

IV.A - Discussão Qualitativa da Atenuação

Começamos com uma discussão qualitativa dos dados da atenuação em termos do modelo de SN. Todos os dados a serem apresentados foram obtidos nas orientações para as quais o modelo de SN prevê a variação máxima da atenuação com o campo magnético. Como mencionamos na secção II.C, estas orientações correspondem a  $\vec{q}_T \parallel \vec{H}$  para ondas transversais e  $\vec{q}_L \perp \vec{H}$  para ondas longitudinais. Nas orientações para as quais o modelo de SN prevê que a atenuação independe do campo magnético ( $\vec{q}_T \perp \vec{H}$  e  $\vec{q}_L \parallel \vec{H}$ ), constatamos realmente não haver qualquer dependência da atenuação com o campo magnético, detetável dentro do limite de sensibilidade do nosso sistema de medida.

Na Figura 9, mostramos uma curva experimental típica, obtida usando ondas transversais de frequência  $f = 5,8 \text{ MHz}$ . Pa

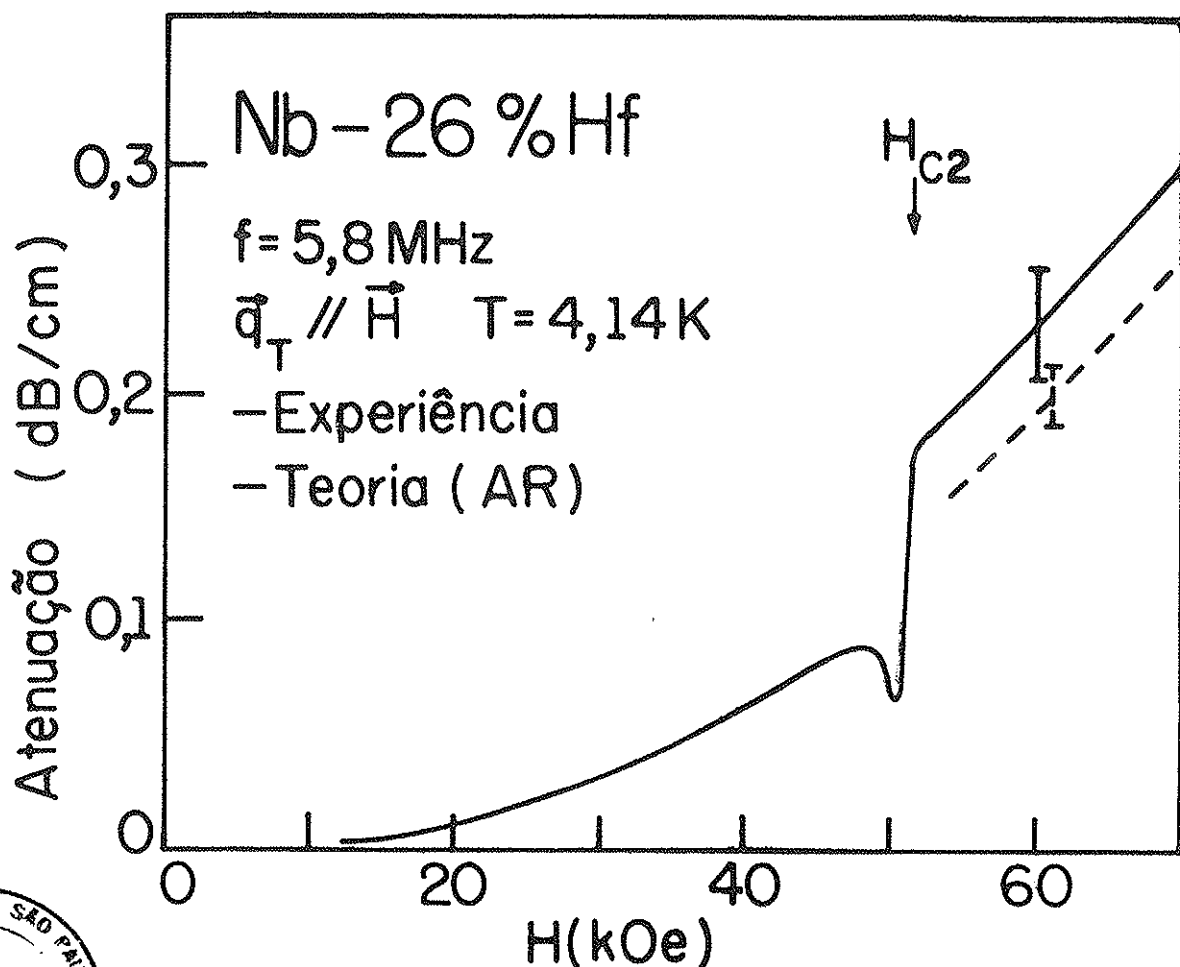


Figura 9. Dependência da Atenuação com Campo Magnético para Ondas Transversais com  $f = 5,8 \text{ MHz}$ .

ra campos magnéticos acima de  $H_{c2}$ , a curva experimental é com parada com a previsão da teoria de AR. A barra na curva experimental representa a incerteza associada à calibração da atenuação, e a barra na curva teórica representa a incerteza devido aos erros atribuídos aos valores das grandezas ( $\rho_r$ ,  $V_T$ , etc) usadas para calculá-la. Observamos que há concordância entre nossas medidas e as previsões da teoria de AR.

Para campos magnéticos abaixo de  $H_{c2}$ , notamos que a

atenuação na Figura 9 é menor do que a atenuação no estado normal. Segundo o modelo de SN, isto pode acontecer quando a frequência do som  $\omega$  é menor do que a frequência de "depinning"  $\omega_0$ . Notamos, também, que para campos magnéticos logo abaixo de  $H_{C2}$ , a atenuação apresenta um mínimo. Este mínimo está relacionado com o efeito pico. Um pico em  $J_c$  resulta em um pico em  $\omega_0$  que, por sua vez, causa um aumento em  $r$  ( $\equiv \frac{\omega_0}{\omega}$ ). As curvas da atenuação para vários valores de  $r$  na Figura 2, indicam que um aumento no valor de  $r$ , resulta em uma redução na atenuação. Isto deve ocorrer para frequências  $\omega$  na vizinhança de  $\omega_0$ .

Na Figura 10, mostramos uma curva experimental da atenuação

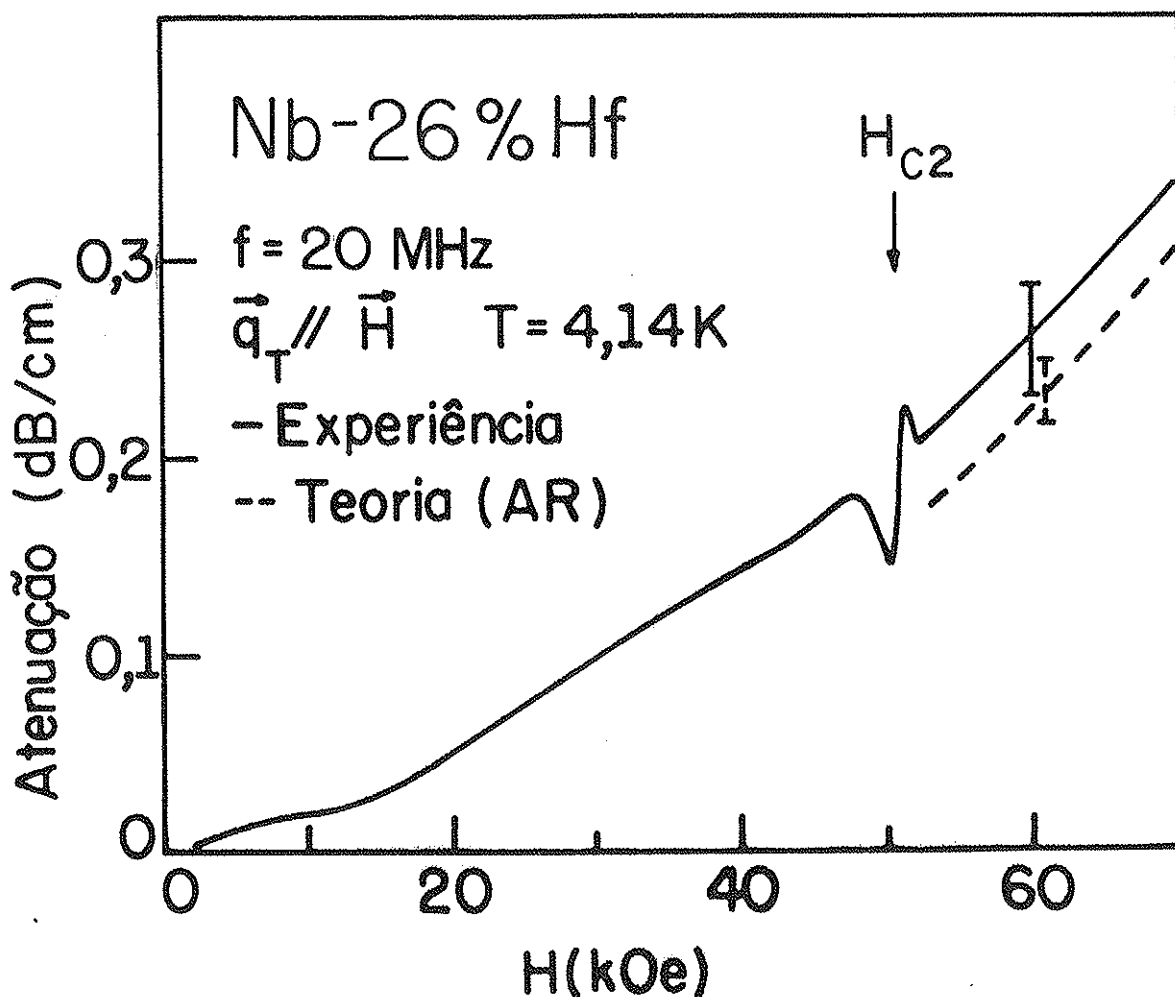


Figura 10. Dependência da Atenuação com Campo Magnético para Ondas Transversais com  $f = 20 \text{ MHz}$ .

nuação como função do campo magnético obtida com ondas transversais de frequência  $f = 20$  MHz . Acima de  $H_{C2}$  , a atenuação por nós medida concorda bem com as previsões da teoria de AR . Abaixo de  $H_{C2}$  , notamos que a atenuação no estado mixto é muito mais próxima do valor no estado normal do que para a curva da Figura 9. O mínimo na atenuação para campos logo abaixo de  $H_{C2}$  continua presente e, também, observamos um pico na atenuação para  $H \sim H_{C2}$  .

Para entender qualitativamente este pico, nos referimos às Figuras 2, 4 e 8. Na Figura 4, identificamos  $H_{C2}$  essencialmente como o campo em que começa a aparecer uma resistência no material. Observamos na Figura 8, que para campos magnéticos logo abaixo de  $H_{C2}$  , a corrente crítica sofre uma diminuição rápida e chega a ser nula para  $H = H_{C2}$  . Em termos de  $r$  ( $\equiv \omega_0/\omega$ ) , esta variação em  $J_c$  corresponde a  $r \rightarrow 0$  para campos logo abaixo de  $H_{C2}$  . Na Figura 2, observamos que uma variação em  $r$  de um valor finito até zero, resulta em um aumento brusco na atenuação. Na transição, entretanto, a resistividade do material deve mudar do valor  $\rho = \rho_r H_{C2}/H_{C2}^*$  para  $\rho = \rho_n$  ( $\rho_n$  sendo o valor da resistividade no estado normal) . Isto corresponde ao deslocamento do sistema ao longo da curva  $r = 0$  na Figura 2 na direção de valores maiores de  $\beta$  . Como  $\beta > 1$  (para  $f = 20$  MHz ,  $\beta_n = 8,5$ ) , este deslocamento corresponde a uma diminuição na atenuação. Tudo isso ocorre em um intervalo pequeno de campo magnético e resulta em um pico na atenuação para  $H \sim H_{C2}$  .

Na Figura 11, mostramos uma curva de atenuação para  $f = 34,6$  MHz . Observamos que o mínimo na atenuação associado com o efeito pico, desapareceu. No entanto, o pico na atenuação para  $H \sim H_{C2}$  permanece visível. O desaparecimento do mínimo associado com o efeito pico é esperado em termos do modelo

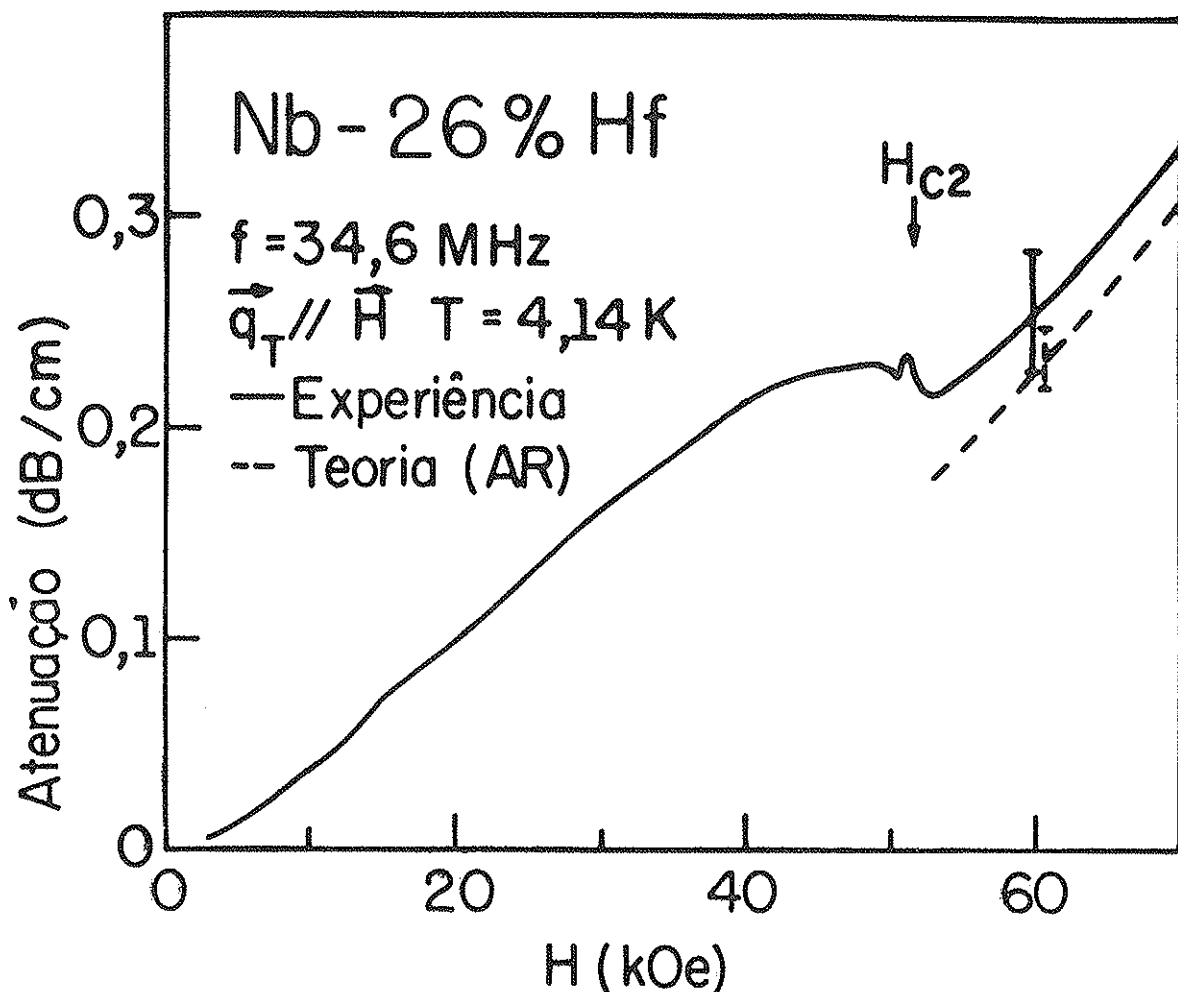


Figura 11. Dependência da Atenuação com Campo Magnético para Ondas Transversais com  $f = 34,6 \text{ MHz}$ .

de SN quando  $\omega \gg \omega_0$ , pois, neste caso,  $r$  será pequeno e as variações em  $r$ , associadas às variações em  $\omega_0$  terão pouca influência sobre a atenuação.

Notamos também na Figura 11 que há uma região no estado mixto ( $H < H_{c2}$ ) em que a atenuação é maior do que o valor no estado normal logo acima de  $H_{c2}$ . Como mencionamos na seção II.C., este fato é inteiramente consistente com o modelo de SN, mas contradiz as teorias de HM e CH. Voltaremos a este ponto na próxima seção.

Finalmente, na Figura 12, apresentamos uma curva da

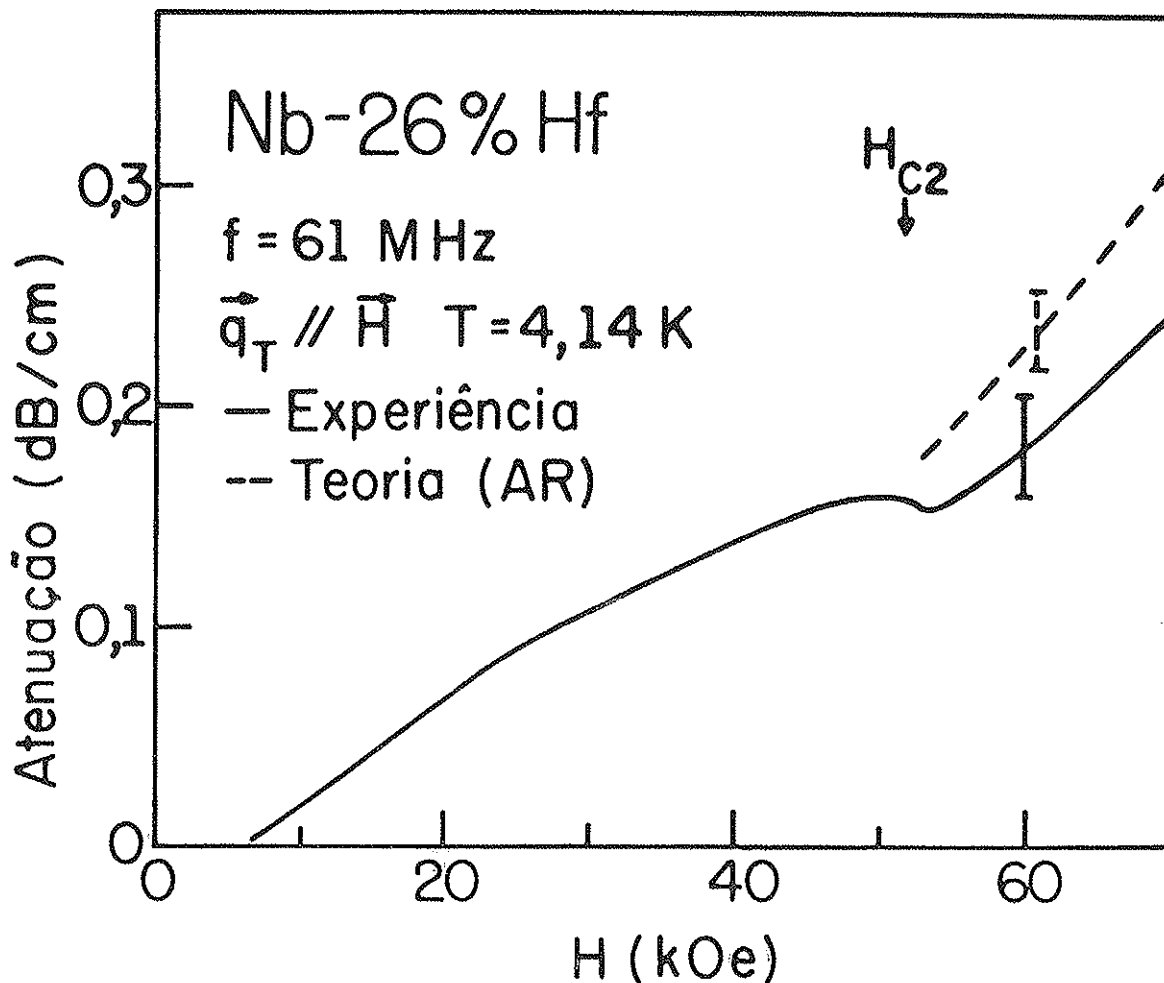


Figura 12. Dependência da Atenuação com Campo Magnético para Ondas Transversais com  $f = 61$  MHz .

atenuação como função do campo magnético para  $f = 61$  MHz . O pico na atenuação para  $H \sim H_{C2}$  desapareceu, mas a atenuação no estado mixto continua sendo maior do que a do estado normal para  $H \gtrsim H_{C2}$  . Curvas da atenuação para  $f = 100$  MHz e 140 MHz apresentam o mesmo aspecto que a curva da Figura 12.

Na Figura 13 apresentamos uma curva da atenuação como função do campo magnético obtida usando ondas longitudinais com  $f = 15,6$  MHz. Notamos que a atenuação é bem menor do que para ondas transversais, um resultado que é previsto pela teoria de SN . De resto, a curva da Figura 13 apresenta as mesmas carac-

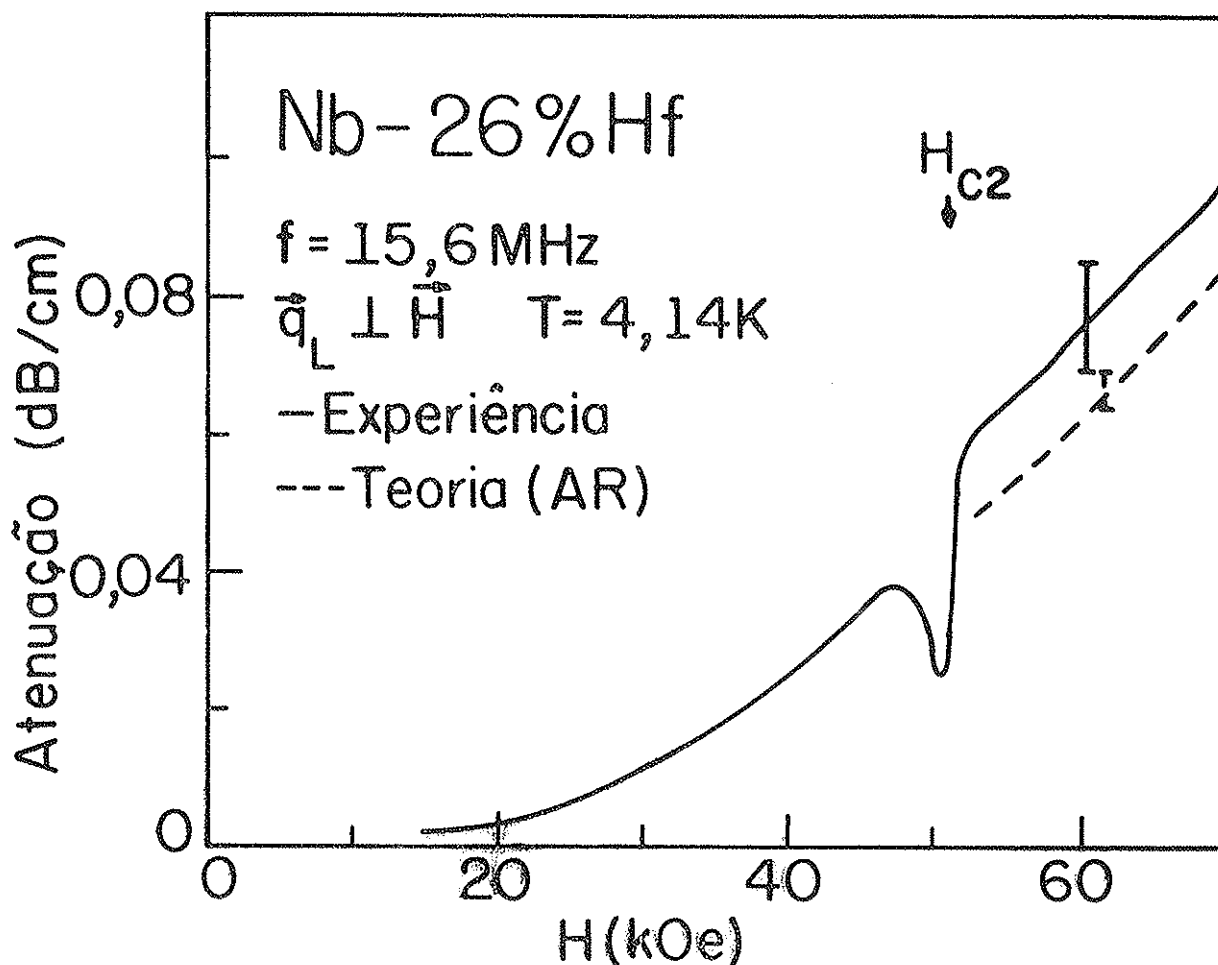


Figura 13. Dependência da Atenuação com Campo Magnético para Ondas Longitudinais com  $f = 15,6$  MHz.

terísticas qualitativas da curva da Figura 9 que foi obtida usando ondas transversais com  $f = 5,8$  MHz.

Na Figura 14, mostramos a atenuação como função de  $H$  para ondas longitudinais com  $f = 45,3$  MHz. A aparência desta curva é qualitativamente semelhante à da Figura 10, que foi obtida usando ondas transversais com  $f = 20$  MHz.

Como a existência de um mínimo em  $\alpha$  devido ao efeito-pico ou um máximo em  $\alpha$  para  $H \sim H_{c2}$  é determinada pela relação entre  $\omega$  e  $\omega_0$ , as curvas das Figuras 13 e 14 parecem sugerir que a frequência característica  $\omega_0$  para ondas longitu



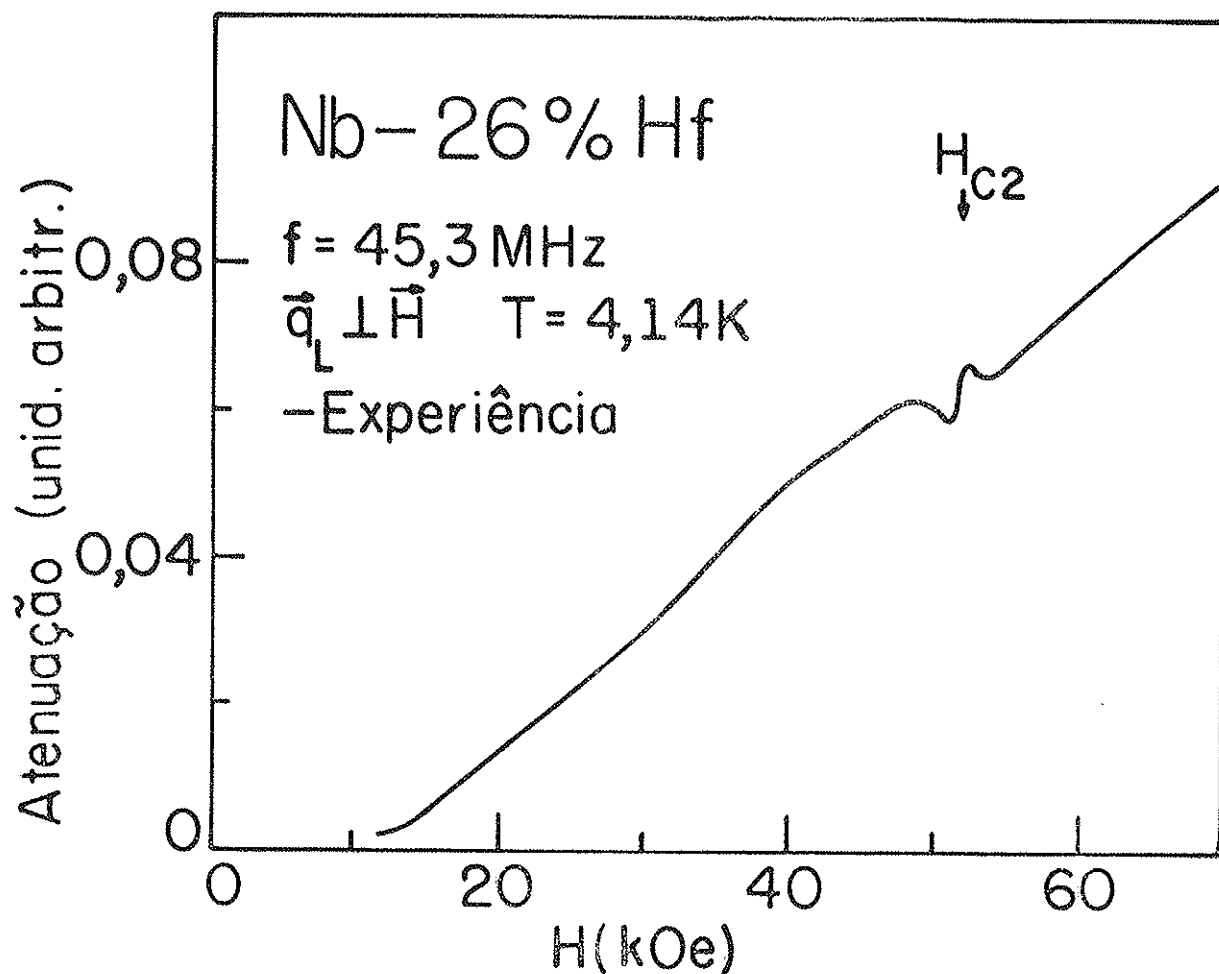


Figura 14. Dependência da Atenuação com Campo Magnético para Ondas Longitudinais com  $f = 45,3 \text{ MHz}$ .

dinais é diferente da referente a ondas transversais. Neste caso, seria fácil explicar, por exemplo, porque a curva da Figura 14, obtida usando ondas longitudinais com  $f = 45,3 \text{ MHz}$ , é qualitativamente semelhante à curva obtida com ondas transversais com  $f = 20 \text{ MHz}$  e difere dos resultados obtidos usando ondas transversais com  $f = 34,6 \text{ MHz}$  ou  $61 \text{ MHz}$ . Considerando a simplicidade do modelo, esta sugestão é bastante plausível. Esta possibilidade de haver um  $\omega_0$  para ondas transversais e outro para ondas longitudinais foi sugerido por Shapira e Neuringer,<sup>11,12</sup> que não fizeram, entretanto, uma comparação detalha-

da entre seus dados experimentais e seu modelo. Mostraremos, mais adiante, que os dados obtidos com ondas longitudinais e transversais, na realidade, podem ser entendidos com o mesmo valor de  $\omega_0$ . As diferenças observadas entre curvas obtidas com ondas transversais e longitudinais da mesma frequência estão ligadas ao fato de que o parâmetro  $\beta$  é bastante diferente nos dois casos.

#### IV.B - Comparação com a Teoria Microscópica

Nesta secção queremos comparar nossas medidas da atenuação como função do campo magnético com as previsões da teoria microscópica de HM e CH. Como mencionamos na secção II.A, HM e CH obtiveram equações explícitas para a variação da atenuação relativa  $\frac{\Delta\alpha}{\alpha_n} \equiv \frac{\alpha_n - \alpha_s}{\alpha_n}$ . Mencionamos anteriormente, também, que  $\alpha_n$  se refere à atenuação que existiria à temperatura T na presença do campo H se o material fosse normal. No caso em que a atenuação no estado normal na ausência de um campo magnético externo é muito menor do que as variações induzidas em  $\alpha$  por este campo externo, não há ambiguidade na determinação de  $\alpha_n$ . Este é o caso nas experiências citadas anteriormente.<sup>7-10</sup>

Em nosso caso, porém, existe uma certa dificuldade neste ponto. Na secção II.D estimamos o valor da contribuição eletrônica à atenuação para  $H = 0$ , obtendo o resultado de que esta quantidade é muito menor do que a sensibilidade de nosso sistema de medida. Por outro lado, observamos variações consideráveis na atenuação devido ao campo magnético. Como a teoria microscópica prevê que as variações em  $\alpha$  para campos abaixo de  $H_{c2}$  devem ser da ordem de  $\alpha_n$ , só não há uma contradição entre aquela teoria e nossas medidas se supuzermos que as nossas medi-

das devem ser comparadas com um número muito maior do que o valor que estimamos para  $\alpha_n$  ( $H = 0$ ) na secção II.D. Isto quer dizer que, se quisermos evitar uma contradição entre a teoria microscópica e nossas medidas, estas devem ser comparadas não com nossa estimativa da secção II.D, mas com um  $\alpha_n(H)$  que é muito maior do que  $\alpha_n(H = 0)$ . É necessário, portanto, fazer uma hipótese sobre a atenuação que existiria à temperatura  $T$  na presença do campo  $H$  se o material fosse normal. Tendo em vista que a atenuação acima de  $H_{c2}$  é dada em termos da teoria de AR, é natural supor que esta teoria também descreva a atenuação para qualquer valor do campo magnético se o material fosse normal.

Para determinar a atenuação que o material teria se fosse normal, fizemos uma extrapolação da atenuação medida acima de  $H_{c2}$  para  $H = 0$ , supondo que esta grandeza segue uma relação do tipo  $\alpha \sim H^2$ . Mais precisamente, fizemos um ajuste de mínimos quadrados à relação  $\alpha = mH^2$ , usando a atenuação medida para campos acima de  $H_{c2}$  e supondo  $\alpha = 0$  para  $H = 0$ . É importante notar que usamos a atenuação medida acima de  $H_{c2}$  e não a atenuação calculada a partir da teoria de AR para fazer o ajuste. Este procedimento é bastante razoável, pois queremos comparar a atenuação medida no estado mixto com a atenuação obtida do ajuste. Vale notar neste ponto que, embora o erro no valor absoluto da atenuação seja grande ( $\sim 10\%$ ) devido a incertezas na calibração, a precisão da variação relativa de  $\alpha$  é muito maior. Por isso é muito mais significativo comparar estas variações relativas com as previsões da teoria do que utilizar valores absolutos cujo cálculo através do modelo de SN também vem afetado de erro.

Na Figura 15, mostramos um ajuste típico da curva experimental da Figura 12 à relação  $\alpha = mH^2$ . Verificamos que

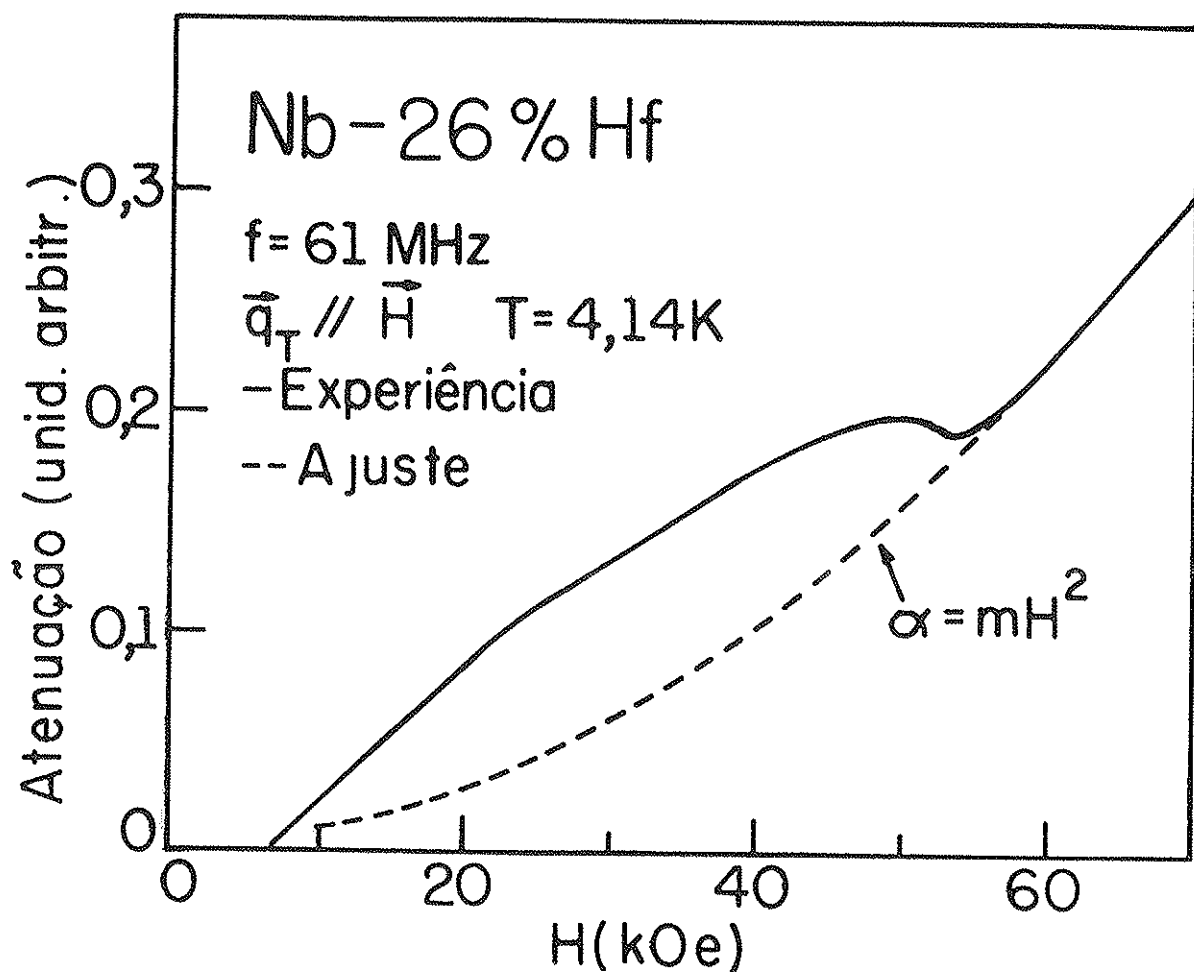


Figura 15. Um Ajuste Típico de uma Curva Experimental à Relação  $\alpha = mH^2$ .

a atenuação é, de fato, proporcional a  $H^2$  no estado normal como previsto pela teoria de AR. Em todos os casos, verificamos que a concordância entre a atenuação medida no estado normal e uma relação do tipo  $\alpha \sim H^2$  era excelente.

Usando o ajuste para determinar uma quantidade  $\frac{\alpha_f}{\alpha_n}$  (que identificamos com  $\alpha_n$ ), pudemos calcular  $\frac{\Delta\alpha}{\alpha_f} = \frac{\alpha_f - \alpha}{\alpha_f}$ , onde  $\alpha$  é a atenuação medida para campos abaixo de  $H_{c2}$ . Conforme a discussão anterior, identificamos  $\frac{\alpha_f - \alpha}{\alpha_f}$  com  $\frac{\alpha_n - \alpha_s}{\alpha_n}$ . Na Figura 16, mostramos o resultado deste cálculo

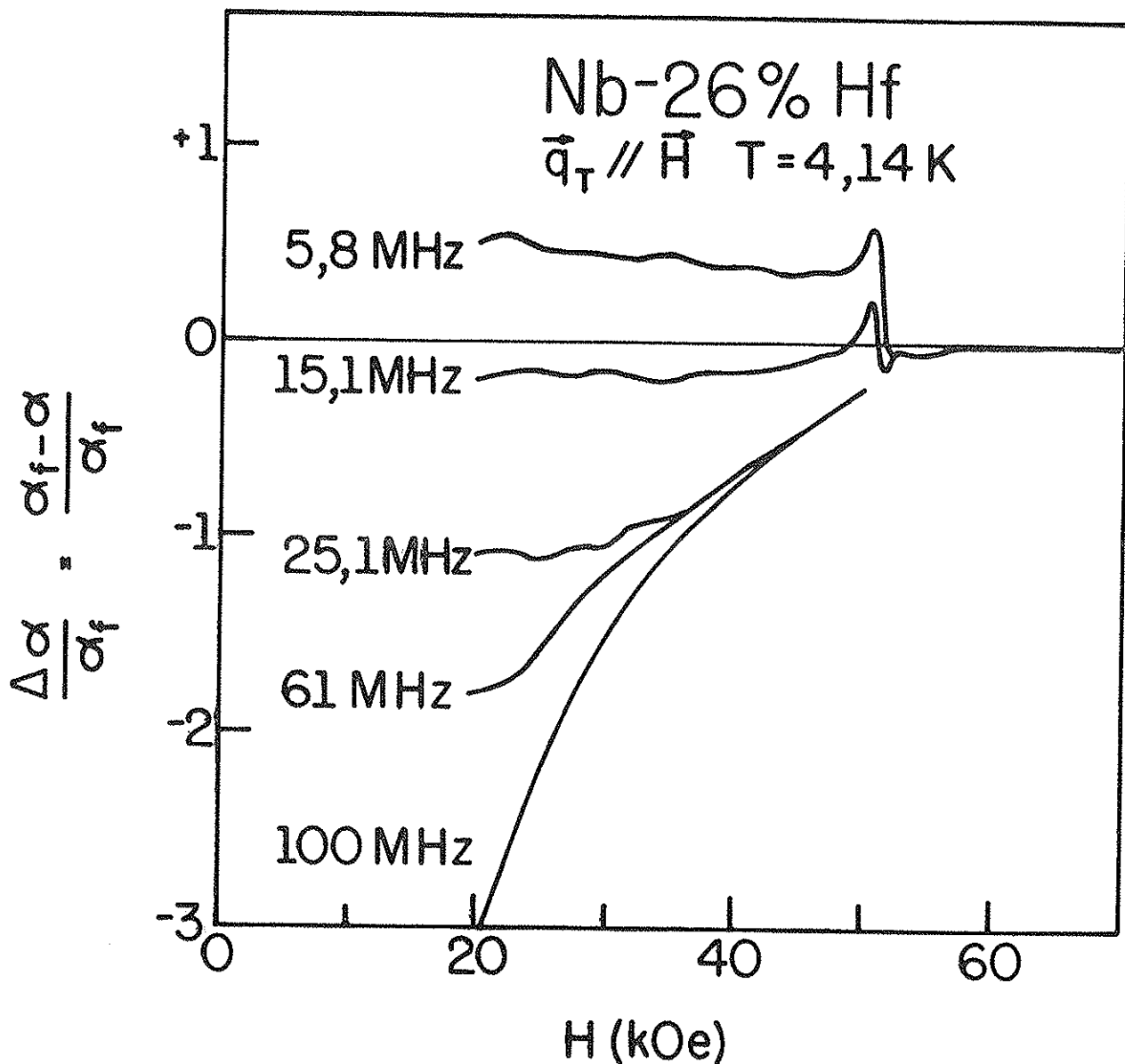


Figura 16. Dependência com Frequência da Quantidade  $\frac{\alpha_f - \alpha}{\alpha_f}$  para Ondas Transversais.

para dados obtidos usando ondas transversais. Observamos que  $\frac{\Delta\alpha}{\alpha_f}$  é positiva para  $f = 5,8$  MHz para qualquer valor do campo magnético. Para frequências maiores, porém,  $\frac{\Delta\alpha}{\alpha_f}$  é negativa para grandes faixas do campo magnético. De fato, para frequências igual ou maior do que 25,1 MHz (onde deixamos de observar o mínimo na atenuação associado com o efeito pico)  $\frac{\Delta\alpha}{\alpha_f}$

é negativa para qualquer valor do campo magnético abaixo de  $H_{C2}$ . Este fato representa uma inconsistência importante entre nossos dados experimentais e a teoria de HM e CH. Mostraremos mais adiante que este comportamento é previsto pelo modelo de SN.

Mencionamos também, na secção II.A, que a teoria de HM e CH prevê que a quantidade  $\frac{\Delta\alpha}{\alpha_n}$  independe da frequência para  $q\ell < 1$ . Observamos, porém, que na Figura 16  $\frac{\Delta\alpha}{\alpha_f}$  depende fortemente da frequência, especialmente para frequências baixas. O modelo de SN, por outro lado, prevê uma forte dependência com a frequência para a quantidade  $\frac{\Delta\alpha}{\alpha_n}$ , especialmente para frequências em torno de  $\omega_0$ . Na secção IV.C, mostraremos que no Nb-26% Hf, a frequência característica  $\nu_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$  está localizada na faixa 10 - 15 MHz para  $T = 4,14$  K.

Na Figura 17, mostramos curvas de  $\frac{\Delta\alpha}{\alpha_f}$  calculadas a partir de dados obtidos usando ondas longitudinais. Encontramos as mesmas inconsistências entre estes dados e a teoria de HM e CH: para frequências altas  $\frac{\Delta\alpha}{\alpha_f}$  é negativa e varia fortemente com a frequência.

Em resumo, observamos duas inconsistências sérias entre nossos dados experimentais e a teoria de HM e CH:

1. A teoria microscópica prevê que a grandeza  $\frac{\Delta\alpha}{\alpha_n}$  é positiva para campos magnéticos próximos a  $H_{C2}$  e argumentos físicos (baseados no mecanismo responsável pela atenuação segundo esta teoria) sugerem que isto deve ser o caso para qualquer valor de  $H$  no estado mixto. Observamos, porém, que  $\frac{\Delta\alpha}{\alpha_f}$  é frequentemente negativa para qualquer valor do campo abaixo de  $H_{C2}$ .

2. A teoria microscópica prevê que a quantidade  $\frac{\Delta\alpha}{\alpha_n}$  independe da frequência para  $q\ell < 1$ . Apesar desta condição ser satisfeita em nossas experiências, observamos que  $\frac{\Delta\alpha}{\alpha_f}$  depen

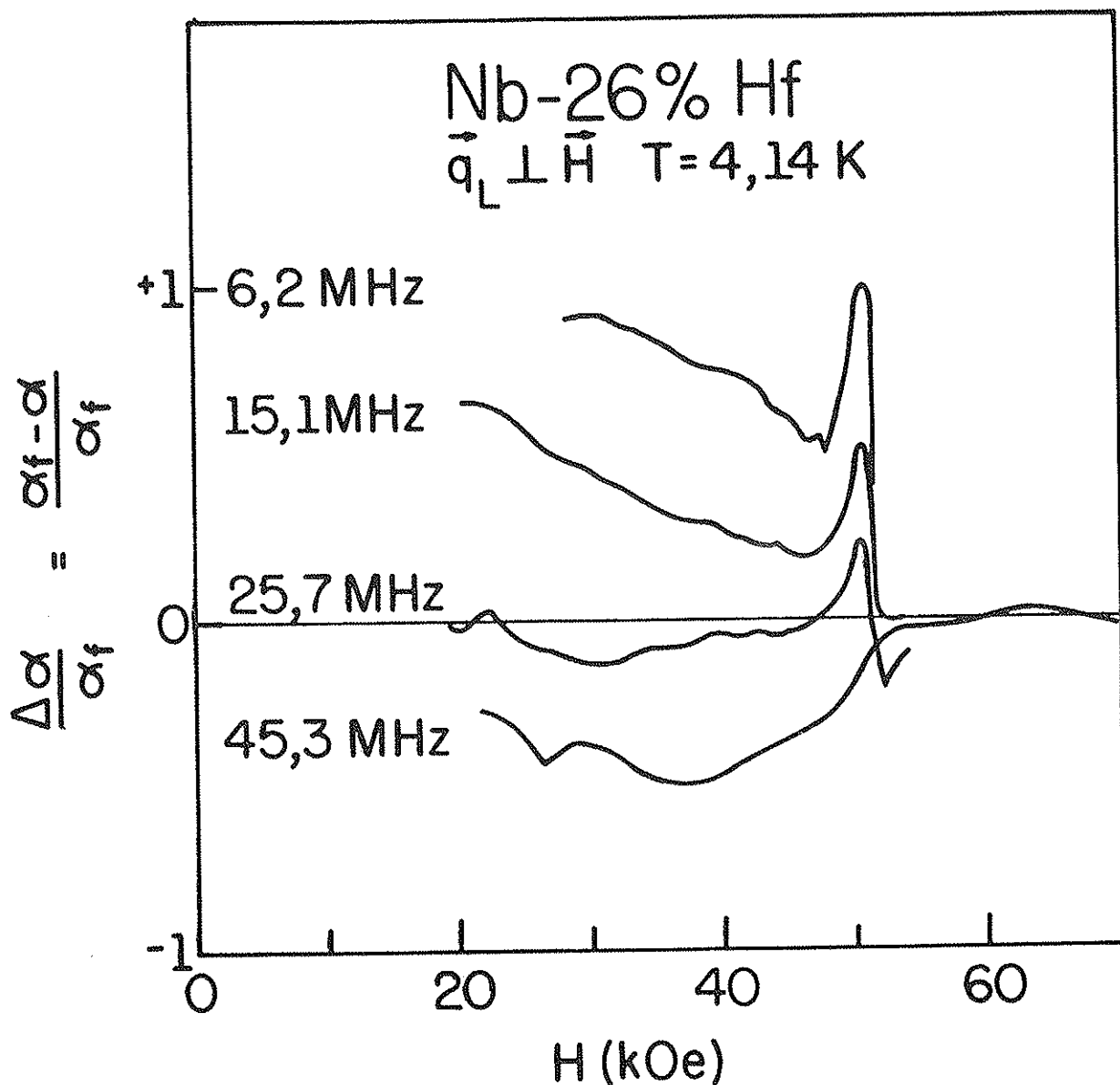


Figura 17. Dependência com Frequência da Quantidade  $\frac{\alpha_f - \alpha}{\alpha_f}$  para Ondas Longitudinais.

de fortemente da frequência, especialmente para frequências baixas.

Por estas razões, concluímos que a teoria microscópica não é apropriada para descrever nossos dados de atenuação no estado mixto.

IV.C - Dependência da Atenuação com o Campo Magnético

Nesta secção queremos comparar nossas medidas da atenuação no estado mixto com as previsões do modelo de SN . De novo, é conveniente considerar a quantidade  $\frac{\alpha}{\alpha_f}$ , onde  $\alpha$  é a atenuação no estado mixto, determinada experimentalmente, e  $\alpha_f$  é a atenuação que obtemos a partir do ajuste que descrevemos na secção anterior. Identificamos  $\frac{\alpha}{\alpha_f}$  com  $\frac{\alpha_s}{\alpha_n}$ , a atenuação reduzida, onde  $\alpha_s$  é a atenuação no estado mixto e  $\alpha_n$  é a atenuação que haveria à temperatura T na presença do campo H se o material fosse normal.

A grandeza  $\alpha_s$  é dada pela equação II.C.17, que é o resultado principal do modelo de SN . Supomos que  $\alpha_n$  é dada pela equação II.C.13, que é um resultado da teoria de AR. Dividindo  $\alpha_s$  por  $\alpha_n$  obtemos

$$\frac{\alpha_s}{\alpha_n} = \frac{\beta_f(1+r^2)(1+\beta^2)}{\beta[(1+r^2+r\beta_f)^2 + \beta_f^2]} \quad (IV.C.1)$$

Para uma comparação com os dados experimentais é necessário conhecer  $\omega_0$ , a frequência de "depinning", dada pela equação II.B.17. Calculamos  $\nu_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$  usando esta equação, os valores de  $J_c$  determinados experimentalmente (Ver Figura 8) e supondo que  $B \approx H$  para  $H \sim H_{C2}$ . Mostramos os resultados destes cálculos na Figura 18. Observamos que  $\nu_0(H)$  exibe um pico para campos magnéticos logo abaixo de  $H_{C2}$ , como era de se esperar.

Usando os valores experimentais de  $\omega_0$  é a equação



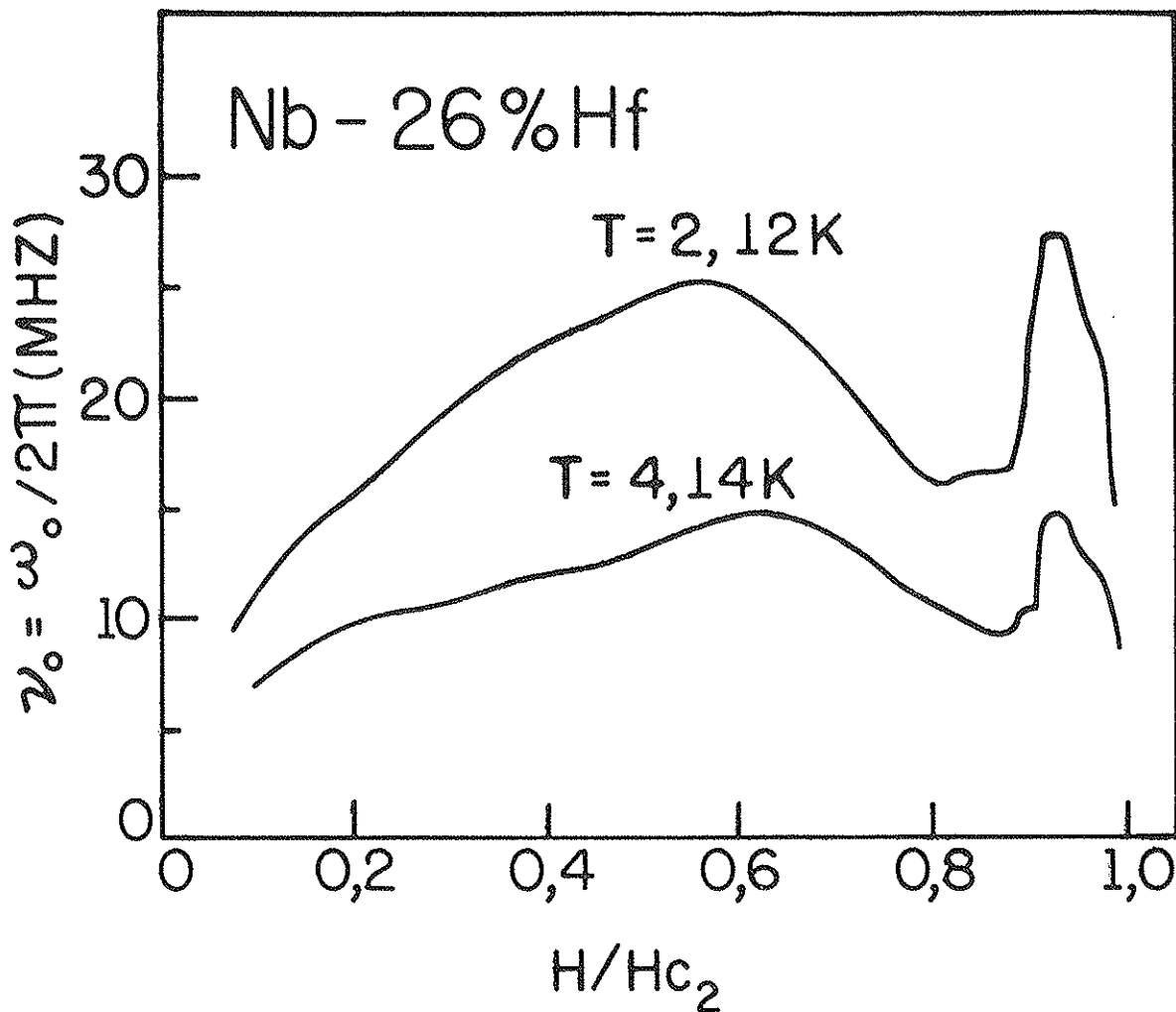


Figura 18. Dependência com o Campo Magnético da Frequência de "Depinning"

IV.C.1, calculamos  $\frac{\alpha_s}{\alpha_n}$ . Na Figura 19, mostramos o resultado deste cálculo. A curva sólida representa  $\frac{\alpha}{\alpha_f}$ , determinada a partir de nossas medidas de atenuação usando ondas transversais com  $f = 15,1$  MHz. A curva tracejada, designada por  $\omega_0$ , foi calculada a partir da equação IV.C.1, usando os valores de  $\nu_0(H)$  da Figura 18. Notamos que para campos próximos à  $H_{c2}$ , esta curva teórica concorda bem com os resultados experimentais. A teoria prevê, também, um mínimo em  $\frac{\alpha_s}{\alpha_n}$  para campos logo abaixo de  $H_{c2}$ . Apesar da forma e magnitude deste mínimo não

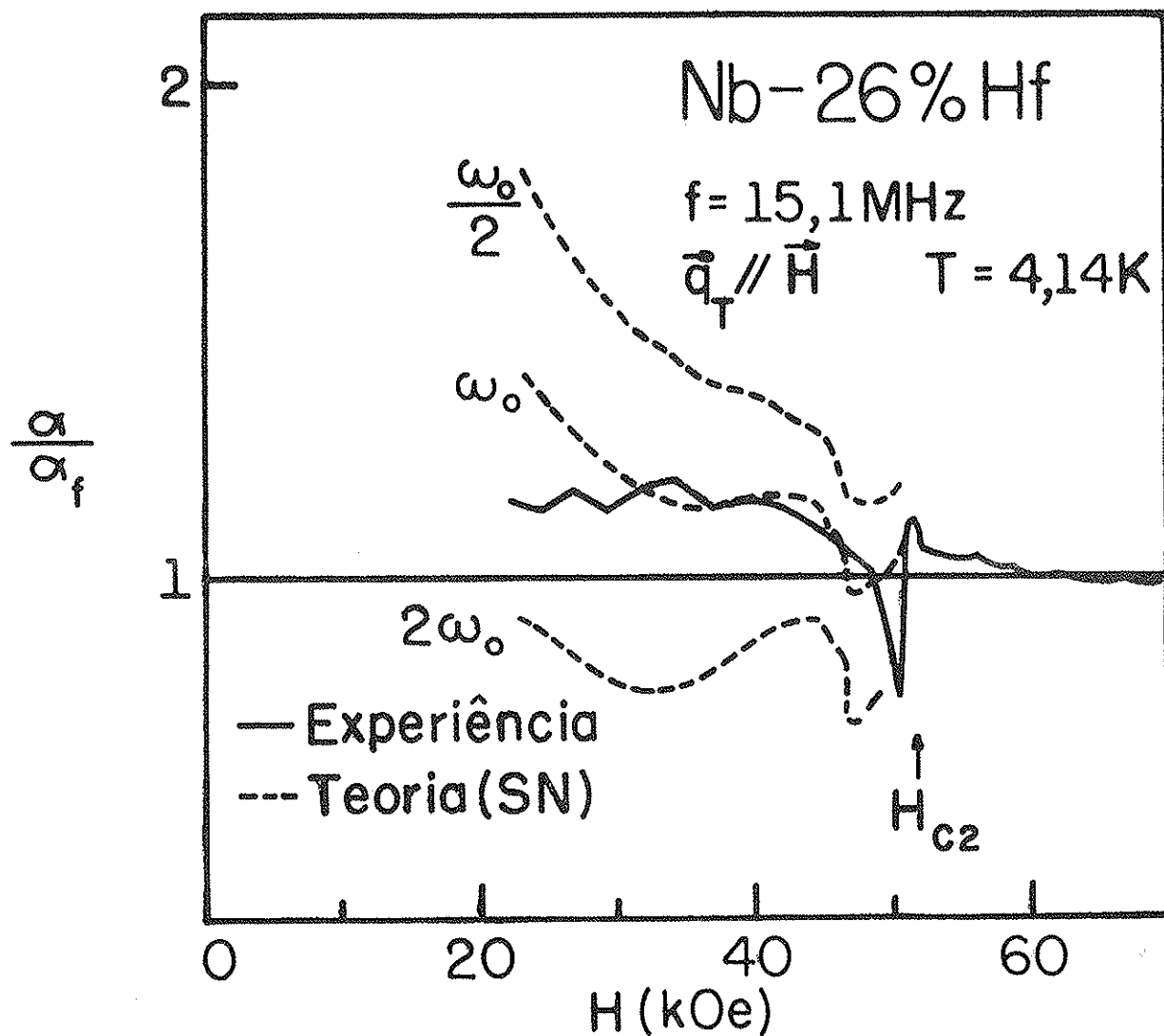


Figura 19. Comparação entre a Equação IV.C.1 e a Dependência com o Campo Magnético de  $\frac{\alpha}{\alpha_f}$  para Ondas Transversais com  $f = 15,1 \text{ MHz}$

coincidir exatamente com o resultado experimental, consideramos o acordo qualitativo um resultado excelente, considerando a simplicidade do modelo. Para comparação, calculamos  $\frac{\alpha_s}{\alpha_n}$  usando a equação IV.C.1 e valores de  $\omega_0$  que correspondem a duas vezes e a metade dos valores obtidos experimentalmente. Estas curvas, que são denominadas por  $2\omega_0$  e  $\omega_0/2$  respectivamente, tam

bém são mostradas na Figura 19.

Na Figura 20, mostramos  $\frac{\alpha}{\alpha_f}$  determinado a partir

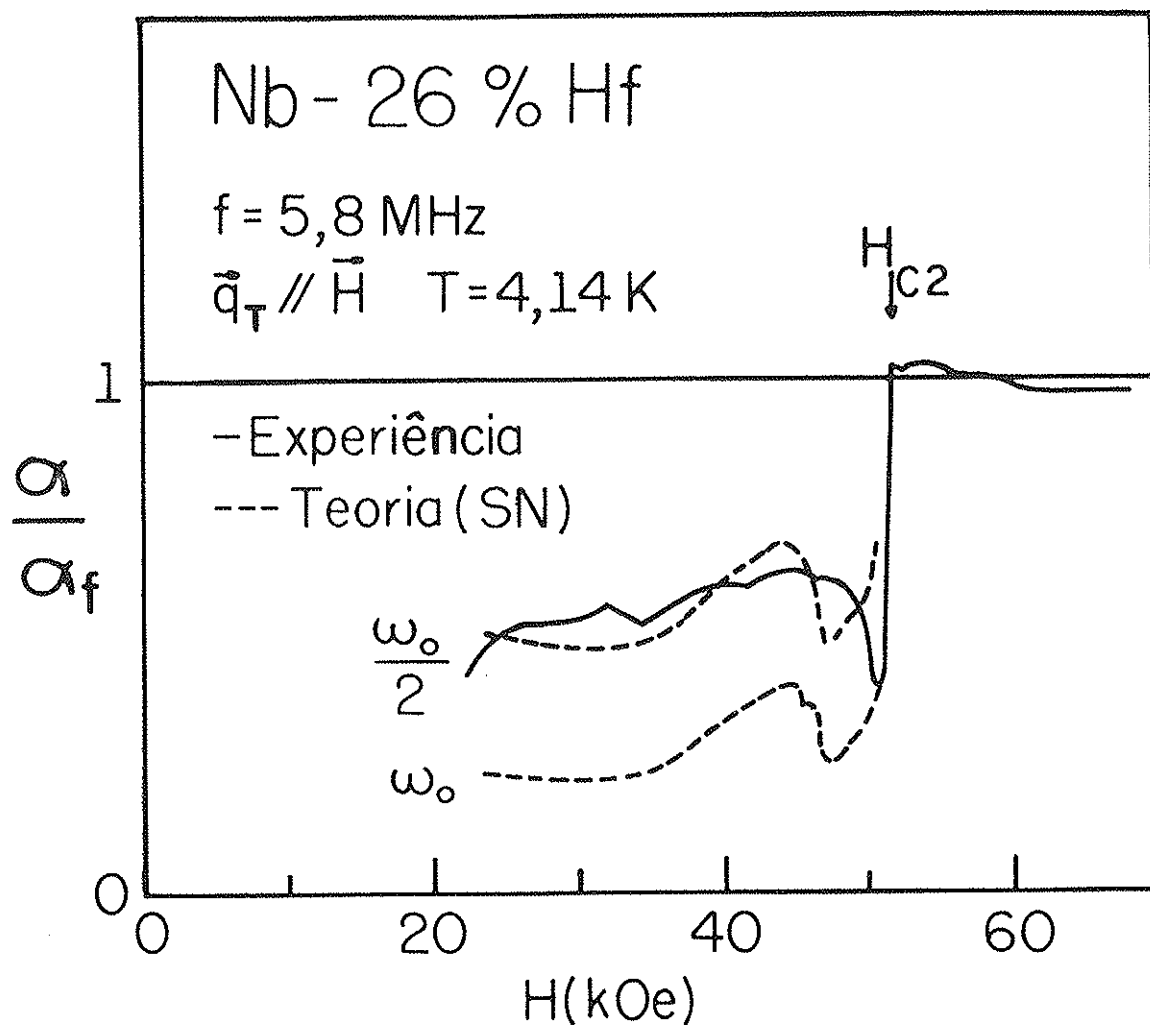


Figura 20. Comparação entre a Equação IV.C.1 e a Dependência com o Campo Magnético de  $\frac{\alpha}{\alpha_f}$  para Ondas Transversais com  $f = 5,8 \text{ MHz}$ .

de dados obtidos usando ondas transversais com  $f = 5,8 \text{ MHz}$ . Na mesma figura mostramos a curva de  $\frac{\alpha_s}{\alpha_n}$  obtida a partir da equação IV.C.1 usando o mesmo  $\nu_0(H)$  da Figura 18. Na Figura 20, a curva denominada  $\omega_0$ , não concorda muito bem com nossos dados experimentais. A curva teórica mostra um mínimo na atenuação para campos logo abaixo de  $H_{c2}$ , mas a magnitude de  $\frac{\alpha_s}{\alpha_n}$

difere bastante de  $\frac{\alpha}{\alpha_f}$  para campos na faixa 20 - 45 kOe. Por outro lado, obtemos uma concordância muito melhor, calculando  $\frac{\alpha_s}{\alpha_n}$  com um  $\nu_0$  (H) que corresponde à metade do valor experimental determinado da Figura 18. Esta curva teórica é denominada  $\omega_0/2$  na Figura 20.

Na Figura 21, mostramos  $\frac{\alpha}{\alpha_f}$  para ondas transver-

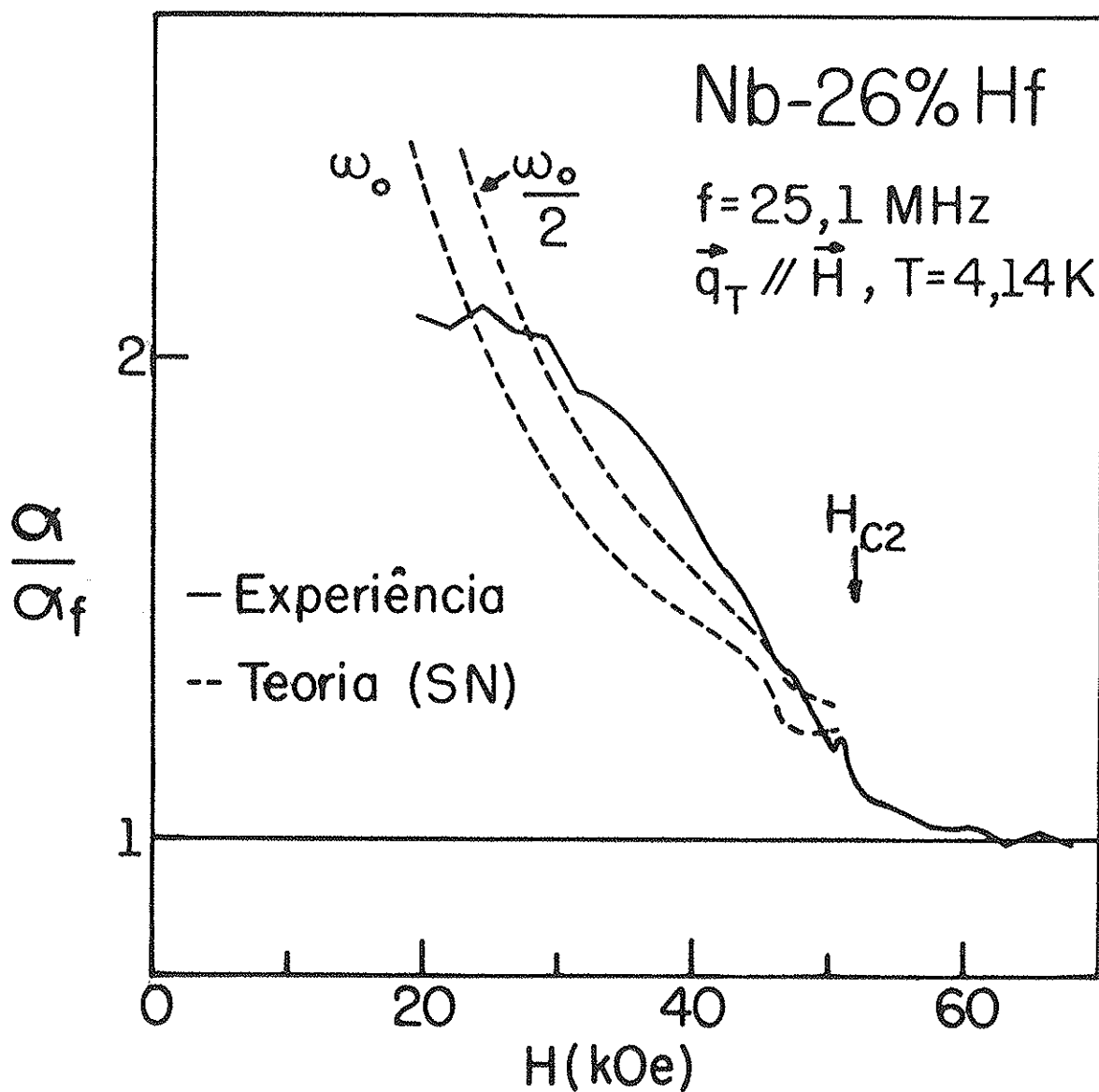


Figura 21. Comparação entre a Equação IV.C.1 e a Dependência com o Campo Magnético de  $\frac{\alpha}{\alpha_f}$  para Ondas Transversais com  $f = 25,1 \text{ MHz}$

sais com  $f = 25,1$  MHz. Neste caso, também, obtemos uma concor-  
dância melhor entre nossos resultados experimentais e a equação  
IV.C.1, reduzindo o valor de  $\omega_0$  que usamos para calcular  $\frac{\alpha_s}{\alpha_n}$ .  
É interessante notar, também, que a curva teórica denominada  $\omega_0$   
ainda mostra um ligeiro mínimo associado com o pico em  $J_c$ . Pa-  
ra a curva  $\omega_0/2$ , o efeito do pico em  $J_c$  é bastante reduzido.  
Para ondas transversais com frequências maiores do que 25,1 MHz,  
as curvas teóricas e experimentais são muito semelhantes às da  
Figura 21. Voltaremos a considerar  $\frac{\alpha_s}{\alpha_n}$  para frequências al-  
tas na secção IV.E.

Na Figura 22, apresentamos  $\frac{\alpha}{\alpha_f}$  para ondas longitu-

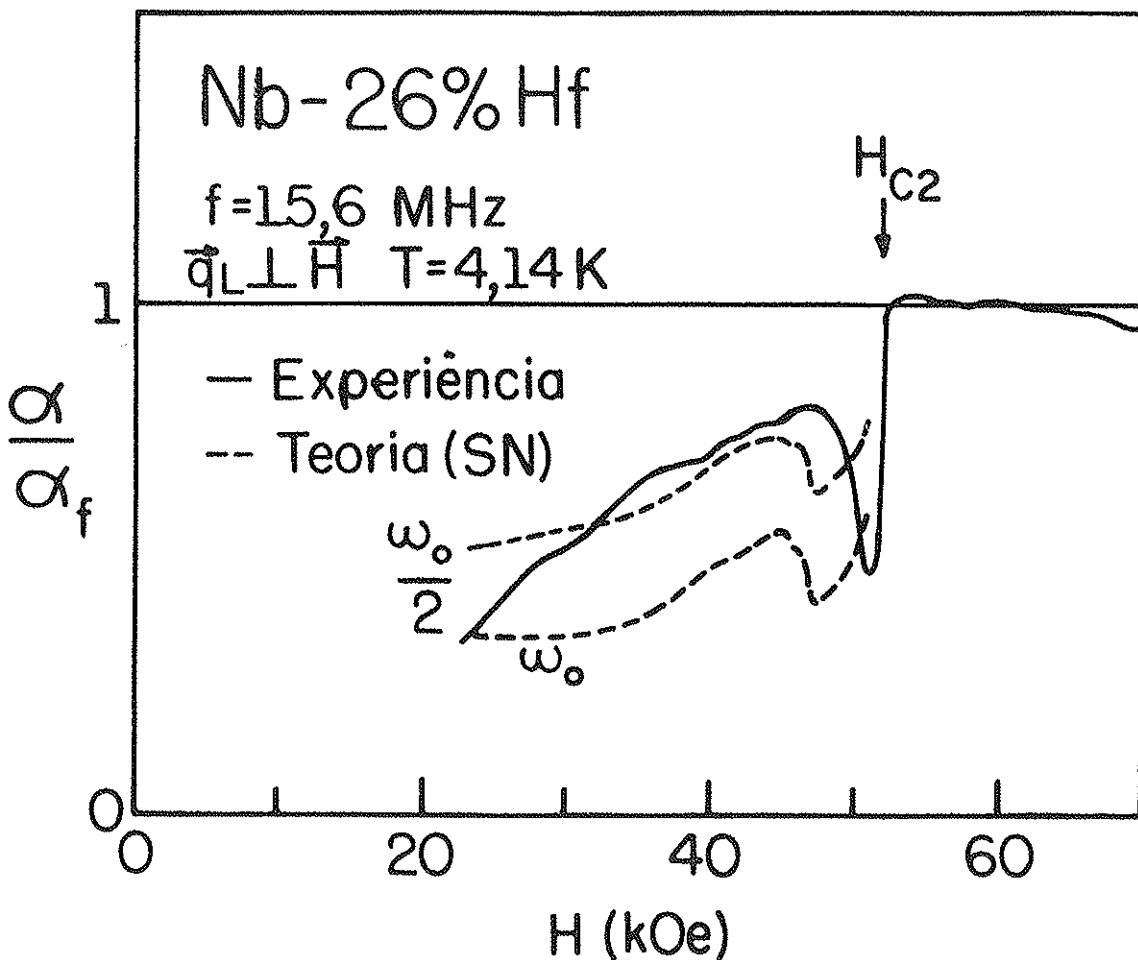


Figura 22. Comparação entre a Equação IV.C.1 e a De-  
pendência com o Campo Magnético de  $\frac{\alpha}{\alpha_f}$   
para Ondas Longitudinais com  $f = 15,6$  MHz

dinais com  $f = 15,6$  MHz . Observamos que aqui também a concordância entre nossos dados experimentais com a equação IV.C.1 é qualitativamente boa se usarmos em  $\frac{\alpha_s}{\alpha_n}$  os valores de  $v_0$  da Figura 18, reduzidos, porém, por um fator de 2.

Em resumo, podemos concluir que a concordância entre a equação IV.C.1 e nossos dados experimentais é qualitativamente boa. O mínimo observado na atenuação para campos logo abaixo de  $H_{c2}$ , e que foi identificado com o efeito pico por SN, é previsto pela equação IV.C.1 usando valores de  $\omega_0$  determinados experimentalmente. A magnitude de  $\frac{\alpha}{\alpha_f}$  concorda razoavelmente bem com  $\frac{\alpha_s}{\alpha_n}$ , calculado a partir da equação IV.C.1 quando usamos valores de  $\omega_0$  menores do que os determinados experimentalmente. A grosso modo, um cálculo de  $\frac{\alpha_s}{\alpha_n}$  feito com  $\omega_0(H)/2$  concorda com nossos dados para ondas transversais e longitudinais.

#### IV.D - Dependência da Atenuação com a Frequência

Nesta secção queremos comparar nossas medidas da atenuação no estado mixto com as previsões do modelo de SN sobre a dependência da atenuação com a frequência. Faremos esta comparação utilizando novamente  $\frac{\alpha}{\alpha_f}$ , que é determinado experimentalmente, e o  $\frac{\alpha_s}{\alpha_n}$  calculado a partir da equação IV.C.1.

Neste ponto, queremos considerar a equação IV.C.1 no limite de frequências altas. Neste limite,  $r$  tende a zero e  $\beta \gg 1$ , resultando em

$$\frac{\alpha_s}{\alpha_n} = \frac{\beta}{\beta_f} = \frac{H_{c2}^*(0)}{H} \quad (H \gg H_{c1}) \quad (\text{IV.D.1})$$

Isto quer dizer que, no limite de frequências altas, a grandeza

$\frac{\alpha_s}{\alpha_n}$  é determinada somente pela razão entre  $H_{c2}^*(0)$  e  $H$ , e independe de  $\omega_0$ . Para frequências baixas, porém,  $\frac{\alpha_s}{\alpha_n}$  deve depender de  $\omega_0$ .

Na Figura 23, comparamos  $\frac{\alpha}{\alpha_f}$ , determinado experimentalmente para um campo  $H = 45$  kOe, com  $\frac{\alpha_s}{\alpha_n}$ . A curva de-

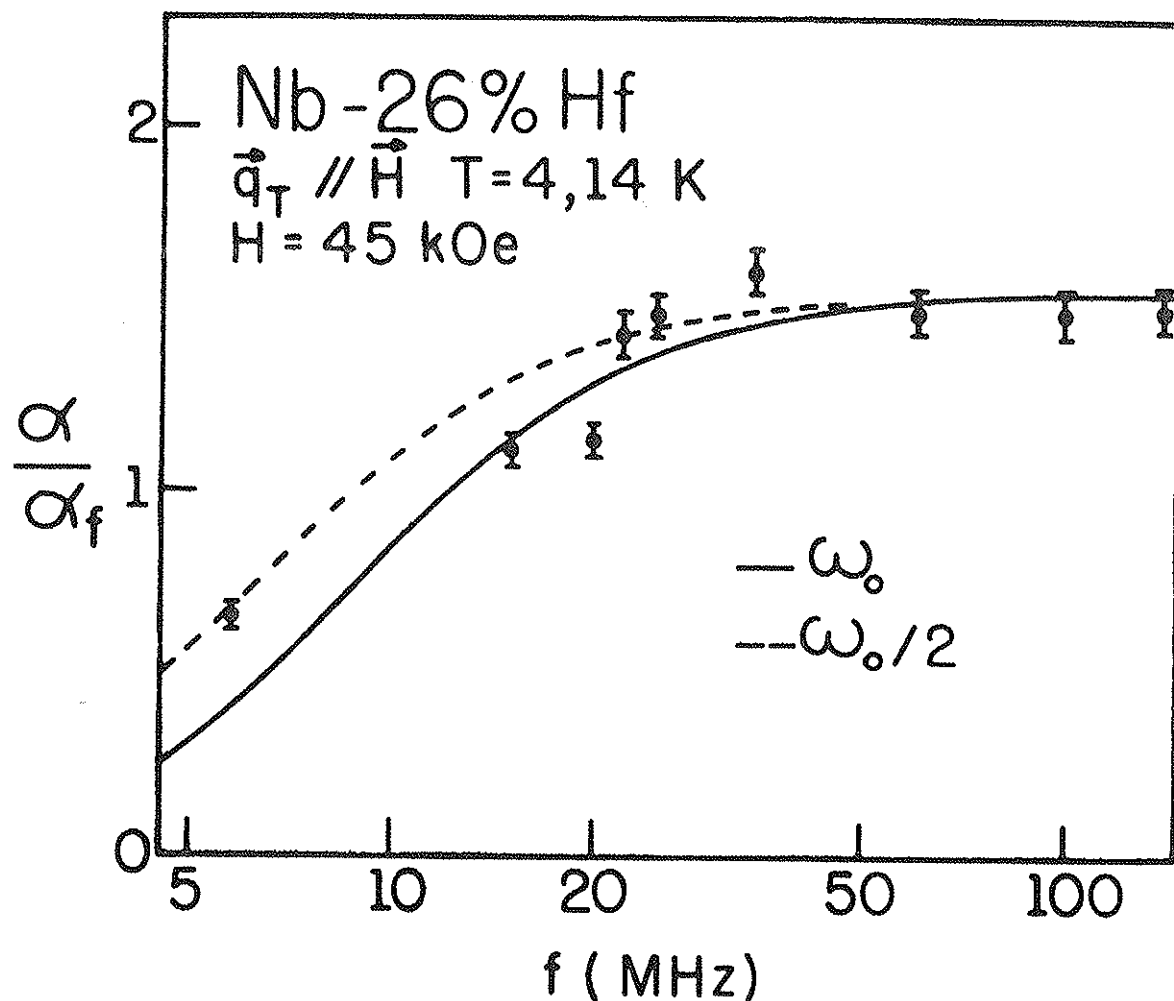


Figura 23. Comparação entre a Equação IV.C.1 e a Dependência com a Frequência de  $\frac{\alpha}{\alpha_f}$  para Ondas Transversais.

nominada  $\omega_0$  foi calculada usando os valores de  $v_0(H)$  da Figura 18, e a curva  $\omega_0/2$  foi calculada com  $v_0(H)$ , reduzido por um fator de 2.

Para frequências altas, as duas curvas se confundem como era de se esperar da equação IV.D.1. No cálculo destas curvas, usamos o valor  $H_{C2}^*(0) = 68,6 \text{ kOe}$ , determinado do diagrama de fase da Figura 6. Este valor resulta em uma concordância excelente entre a experiência e o modelo de SN para frequências altas.

Devemos notar, porém, que a segunda igualdade da equação IV.D.1 resulta do uso da equação II.B.10 para a resistividade de escoamento e que esta última foi obtida supondo que o campo crítico superior fosse limitado por efeitos paramagnéticos, ou seja,  $H_{C2}(0) < H_{C2}^*(0)$ . Na ausência de limitações paramagnéticas, a resistividade de escoamento é dada pela equação II.B.8 e temos  $\frac{\beta}{\beta_f} = \frac{H_{C2}(0)}{H}$  (para  $H \gg H_{C1}$ ). No caso do Nb-26% Hf, temos uma situação onde  $H_{C2}^*(0)$ , calculado a partir da teoria de GLAG é menor do que  $H_{C2}(0)$  (= 74,5 kOe), determinado experimentalmente. Isto parece sugerir que a resistividade de escoamento deva ser dada pela equação II.B.8, pois, neste caso, a fração do material ocupada pelos vórtices deve ser  $\sim H/H_{C2}(0)$ . No entanto, obtemos uma concordância melhor entre teoria e experiência usando  $H_{C2}^*(0)$  no cálculo de  $\frac{\alpha_s}{\alpha_n}$ . O uso de  $H_{C2}(0) = 74,5 \text{ kOe}$  neste capítulo aumentaria  $\frac{\alpha_s}{\alpha_n}$  em cerca de 10% para frequências altas, piorando a concordância entre teoria e experiência. Vale dizer aqui que o uso de  $H_{C2}^*(0)$  no cálculo de  $\frac{\alpha_s}{\alpha_n}$  também resulta em boa concordância com os dados experimentais para outros valores de  $H$ , embora a qualidade destes dados tenha permitido uma comparação com a teoria apenas para campos acima de 25 kOe.

Para frequências baixas notamos que  $\frac{\alpha_s}{\alpha_n}$  é sensível ao valor de  $\omega_0$  usado para calcular esta grandeza. Observamos entretanto na Figura 23, que obtemos uma concordância razoável



entre teoria e experiência, tanto usando  $v_o(H)$  como  $v_o(H)/2$  no cálculo de  $\frac{\alpha_s}{\alpha_n}$ .

Finalmente, na Figura 24, mostramos  $\frac{\alpha}{\alpha_f}$ , obtido

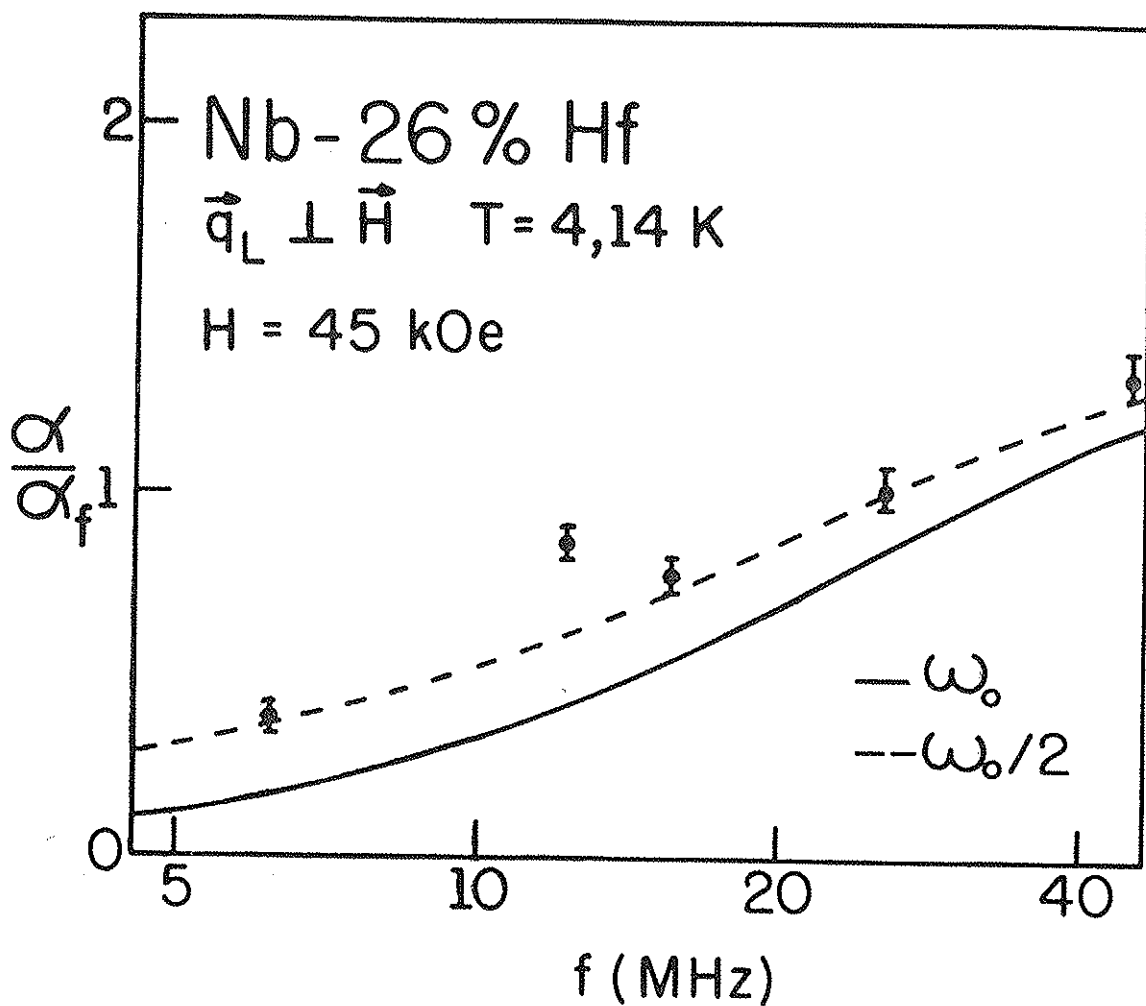


Figura 24. Comparação entre a Equação IV.C.1 e a Dependência com a Frequência de  $\frac{\alpha}{\alpha_f}$  para Ondas Longitudinais

usando ondas longitudinais. Observamos, nesta figura, que a concordância entre os pontos experimentais e a curva teórica calculada com  $\frac{v_o(H)}{2}$  é um pouco melhor do que com a calculada com  $v_o(H)$ .

Como conclusão, podemos alinhar os seguintes pontos:

1. De uma maneira geral, pudemos observar uma excelente concordância qualitativa entre nossas medidas e o modelo de SN ;

2. Embora as curvas teóricas de  $\frac{\alpha_s}{\alpha_n}$  se mostrem pouco sensíveis à escolha do conjunto de  $\omega_0$  (principalmente quando comparadas com as incertezas da determinação experimental de  $\frac{\alpha}{\alpha_f}$ ) o melhor ajuste quantitativo ocorre quando se usa  $\frac{\omega_0}{2}$ , sendo  $\omega_0$  o valor calculado a partir de  $J_c$  ;

3. Certamente os dados não são inconsistentes com uma escolha única de  $\omega_0$  para ondas longitudinais e transversais como mencionado na secção IV.A .

De fato, um exame cuidadoso da equação IV.C.1 mostra que, para uma frequência fixa,  $\frac{\alpha_s}{\alpha_n}$  independe de  $r = \frac{\omega_0}{\omega}$  quando  $\beta$  for muito grande. Como  $\beta \sim 1/V^2$  (onde  $V$  é a velocidade do som), o valor de  $\beta$  para ondas transversais é aproximadamente 5 vezes maior do que para ondas longitudinais da mesma frequência. É natural esperar, portanto, que  $\frac{\alpha}{\alpha_f}$ , para ondas transversais, dependa mais fracamente do  $r$  (e, portanto, de  $\omega_0$ ) do que para ondas longitudinais da mesma frequência . Isto explica, por exemplo, porque o mínimo na atenuação, associado com o efeito pico, ainda é visível para ondas longitudinais com  $f = 45,3$  MHz e, por outro lado, não é observado para ondas transversais com  $f = 34,6$  MHz .

#### IV.E - Modificação do Modelo de Shapira e Neuringer

Nesta secção queremos apresentar uma modificação do modelo de SN que descreve melhor o comportamento de  $\frac{\alpha}{\alpha_f}$  para frequências altas e campos próximos a  $H_{c2}$  . A necessidade de uma modificação deste modelo é óbvia uma vez que notamos que o

modelo prevê uma descontinuidade na atenuação para  $H \sim H_{C2}$ , que é, por sua vez, o resultado de uma aparente descontinuidade na resistividade do material para campos próximos a  $H_{C2}$ . Logo acima de  $H_{C2}$ , a resistividade no estado normal é  $\rho_n$ , mas, de acordo com a equação II.B.10, para campos logo abaixo de  $H_{C2}$ , a resistividade de escoamento é  $\rho_f \approx \rho_n \frac{H_{C2}(t)}{H_{C2}^*(0)}$ . De fato, vários autores<sup>88,89</sup> notaram que a equação II.B.10 não descreve corretamente a resistividade de escoamento para campos próximos a  $H_{C2}$ .

Na secção II.B, mencionamos que Thompson<sup>40</sup> obteve um resultado para a resistividade de escoamento  $\rho_f(\omega)$ , partindo da equação de Ginzburg-Landau dependente do tempo. Este resultado foi obtido considerando a região  $H \sim H_{C2}$  e desprezando os efeitos de "pinning". O resultado de Thompson concorda com o segundo cálculo de Caroli e Maki no limite de  $T = 0$  K, mas difere deste por um fator de 2 para  $T = T_c$ .

A idéia em que se baseia nossa modificação do modelo de SN é bastante simples. Como as forças de "pinning" não são importantes para frequências altas, devemos poder usar o resultado de Thompson para a resistividade de escoamento como uma resistividade efetiva na teoria de AR. Seguimos o esquema de SN, mas usamos uma equação para  $\rho_f$  que deve descrever melhor o comportamento da resistividade de escoamento para  $H \sim H_{C2}$  e frequências altas.

Thompson relacionou a corrente no supercondutor  $\vec{J}$  com o potencial vetor  $\vec{A}(t) = \vec{A}_\omega e^{-i\omega t}$  por meio de uma função de resposta  $Q$ , tal que  $\vec{J} = -Q\vec{A}$ . Neste caso, a condutividade do meio é dada por  $\sigma = iQ/\omega$ . Em seguida, calculou a correção mais importante  $Q'$  à função de resposta do estado normal  $Q_n$  para campos próximos a  $H_{C2}$ . No limite de baixas frequên-

cias,  $h\omega \ll \pi k(T_c - T)$  (que é satisfeito em nosso caso), obtive:

$$\frac{(\text{Re}Q')}{\omega} = 0 \quad (\text{IV.E.1})$$

$$\left(\frac{\text{Im}Q'}{\omega}\right) = \frac{ecML_D(t)}{2\pi kT\xi} \quad (\text{IV.E.2})$$

onde  $M$  é a magnetização da equação II.A.8 e  $\xi$  é dado por

$$\xi = \frac{eD H_{c2}(t)}{2\pi ckT} \quad (\text{IV.E.3})$$

onde  $D = \frac{1}{3} v_F \lambda$  é a constante de difusão. A diferença entre o resultado de Thompson e o de Caroli e Maki<sup>39</sup> está no fator  $L_D(t)$  que é dado por

$$L_D(t) = 2 + \frac{\xi \psi''\left(\frac{1}{2} + \xi\right)}{\psi'\left(\frac{1}{2} + \xi\right)} \quad (\text{IV.E.4})$$

onde  $\psi''$  e  $\psi'$  são derivadas da função "di-gamma"  $\psi$ . A função  $L_D(t)$  varia monotonicamente entre  $T = 0 \text{ K}$ , onde  $L_D(t)=1$ , e  $T = T_c$ , onde  $L_D(t) = 2$ .

Combinando os resultados anteriores, obtemos a condutividade no estado mixto para  $H \sim H_{c2}$ :

$$\begin{aligned} \sigma &= \sigma_n - \frac{c^2 M L_D(t)}{D H_{c2}(t)} \\ &= \sigma_n + \frac{c^2 L_D(t)}{4\pi D H_{c2}(t)} \left[ \frac{H_{c2}(t) - H}{1,16(2\kappa_2^2 - 1) + n} \right] \end{aligned} \quad (\text{IV.E.5})$$

onde  $\sigma_n$  é a condutividade no estado normal. Queremos usar es

ta condutividade como uma condutividade efetiva na equação II.C.15 da teoria de AR .

Para aplicar a equação IV.E.5 ao nosso caso é necessário estimar o valor de  $\kappa_2$  . Como mencionamos anteriormente, não foi possível determinar  $\kappa_2$  da curva de magnetização pois esta era altamente irreversível. Utilizamos as relações de Gor'kov, que devem valer para  $\kappa$  grande (as relações de Gor'kov são estritamente válidas para  $T \sim T_c$  e, neste caso, só existe um parâmetro de Ginzburg-Landau:  $\kappa$  ):

$$H_{c1} = \frac{H_c}{2\kappa} (\ln\kappa + 0,08) \qquad H_{c2} = \kappa \sqrt{2} H_c$$

onde  $H_c$  é o campo crítico termodinâmico. Usando os valores experimentais de  $H_{c1}$  e  $H_{c2}$ , obtemos  $\kappa \approx 6,2$  para  $T = 4,14$  K. Usaremos este valor de  $\kappa$  no lugar de  $\kappa_2$  na equação IV.E.5 .

Como  $L_D(t)$  varia monotonicamente entre os valores 1 e 2, fazemos a aproximação  $L_D(t) \approx 1,5$  para  $T = 4,14$  K. Também, como nossa amostra tem uma forma aproximadamente cúbica, usamos  $n = \frac{1}{3}$  .

Usando a equação IV.E.5, a resistividade efetiva para  $H \sim H_{c2}$  pode ser escrita como

$$\rho = \frac{\rho_n}{1 + \gamma \left(1 - \frac{H}{H_{c2}}\right)} \qquad \text{(IV.E.6)}$$

onde

$$\gamma = \frac{c^2 \rho_n L_D(t)}{4\pi D [1,16(2\kappa_2^2 - 1) + n]} \qquad \text{(IV.E.7)}$$

Com nossas aproximações para  $L_D(t)$  e  $\kappa_2$ , e usando os valores de  $\rho_n$ ,  $\ell$  e  $v_F$  da secção III.D calculamos  $\gamma \approx 0,67$  .

Notamos, porém, na secção III.D que nosso método de estimar  $n$  e  $v_F$  tende a exagerar o valor destas quantidades. Como  $D = \frac{1}{3} v_F \ell \sim n^{-1/3} \sim v_F^{-1}$ , é razoável esperar que  $\gamma$  seja maior do que 0,67. Considerando o caso de Nb, onde estimamos  $v_F = 2,3 \times 10^8$  cm/seg. e o valor experimental é  $v_F = 5,1 \times 10^7$  cm/seg., é razoável que  $\gamma$  possa chegar a ter o valor 3.

Substituindo  $\rho$  da equação IV.E.6 na equação II.C.15 e usando a equação II.C.13, obtemos:

$$\frac{\alpha_s}{\alpha_n} = \frac{m(1 + \beta^2)}{m^2 + \beta^2} \quad (\text{IV.E.8})$$

onde

$$m = 1 + \gamma \left(1 - \frac{H}{H_{c2}}\right) \quad (\text{IV.E.9})$$

No limite de altas frequências, onde  $\beta \gg 1$ , e para  $H \sim H_{c2}$ , temos

$$\frac{\alpha_s}{\alpha_n} \approx m = 1 + \gamma \left(1 - \frac{H}{H_{c2}}\right) \quad (\text{IV.E.10})$$

o que quer dizer que  $\frac{\alpha_s}{\alpha_n}$  deve depender linearmente da diferença  $H_{c2} - H$  para campos  $H$  próximos a  $H_{c2}$ .

Na Figura 25, comparamos  $\frac{\alpha}{\alpha_f}$ , determinado experimentalmente para ondas transversais com  $f = 100$  MHz, com  $\frac{\alpha_s}{\alpha_n}$ , calculado a partir da equação IV.C.1 (curva designada SN) e a partir da equação IV.E.8 (curvas designadas ART). A curva tracejada representa a determinação experimental de  $\frac{\alpha}{\alpha_f}$ .

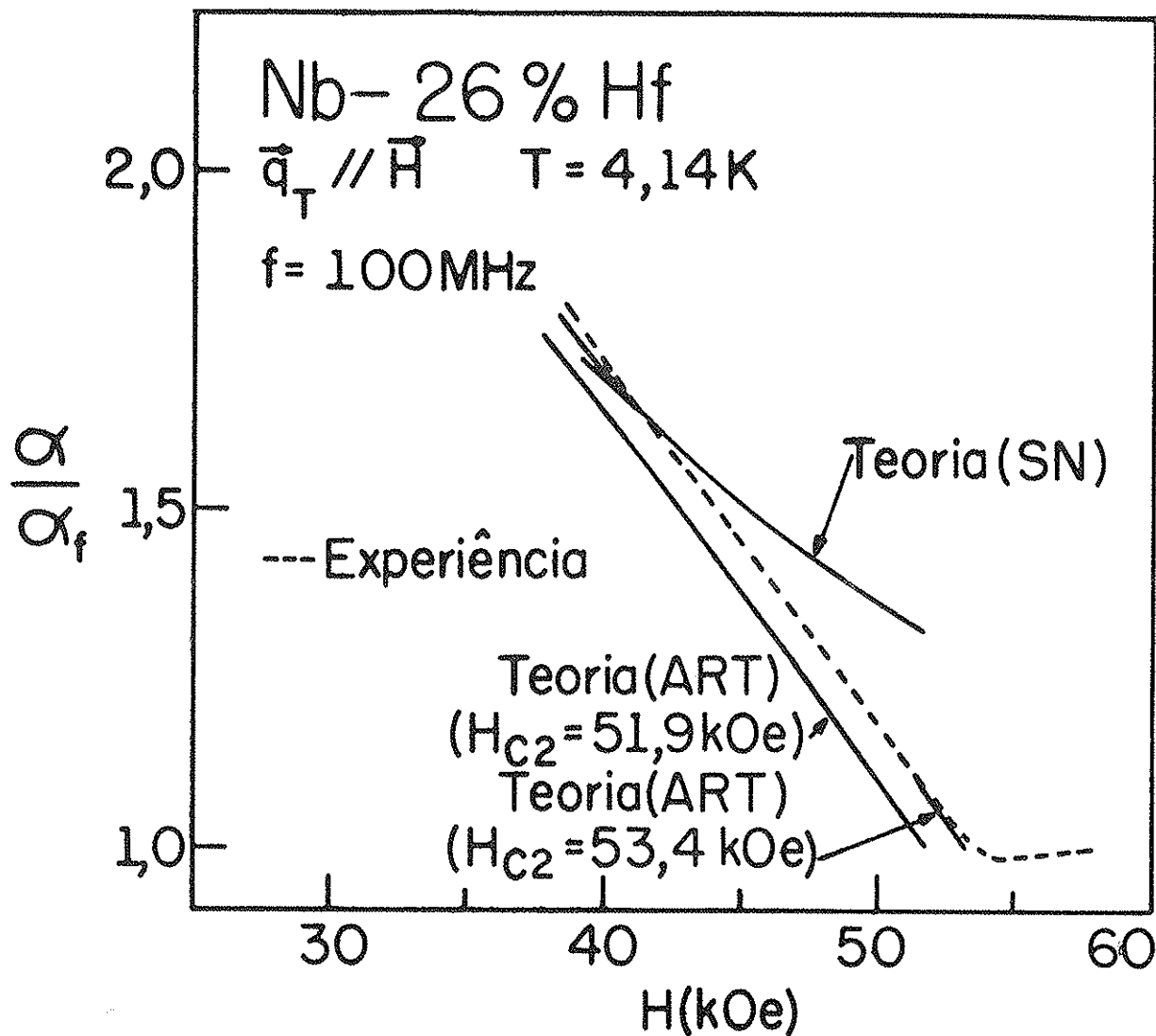


Figura 25. Comparação entre as Equações IV.C.1 (SN) e IV.E.8 (ART) e a Dependência com o Campo Magnético de  $\frac{\alpha}{\alpha_f}$  para Ondas Transversais com  $f = 100\text{ MHz}$ .

Como notamos na Figura 25, a previsão do modelo de SN (equação IV.C.1) falha de duas maneiras. Primeiro, esta equação prevê uma descontinuidade em  $\frac{\alpha}{\alpha_f}$ , para  $H = H_{c2}$ , que não é observada experimentalmente. Esta previsão não pode ser modificada variando  $\omega_0$ , pois, para frequências altas,  $\frac{\alpha_s}{\alpha_n}$ , calculado a partir da equação IV.C.1, independe de  $\omega_0$ . Como

mencionamos anteriormente, esta descontinuidade está ligada à descontinuidade em  $\rho$  prevista pela equação II.B.10. Observamos, em segundo lugar, que a curva prevista pelo modelo de SN exibe uma pequena curvatura e seu coeficiente angular difere da de  $\frac{\alpha}{\alpha_f}$ .

Nesta mesma figura, vemos  $\frac{\alpha_s}{\alpha_n}$ , calculada a partir da equação IV.E.8 com  $\gamma = 3,2$  e  $H_{c2} = 51,9$  kOe. Este valor de  $\gamma$  reproduz o coeficiente angular dos dados experimentais e é consistente com a discussão sobre o valor de  $\gamma$  feita anteriormente. Observamos, porém, que a curva calculada com  $H_{c2} = 51,9$  kOe está deslocada da curva experimental. Por outro lado, usando  $H_{c2} = 53,4$  kOe, a curva teórica obtida da equação IV.E.8 coincide exatamente com os dados experimentais.

O valor de 51,9 kOe para  $H_{c2}$  é resultado de se ter escolhido arbitrariamente como critério para  $H_{c2}$ , a interseção da linha  $R = 0$  com a parte linear da curva de resistência contra o campo na Figura 4. Como a largura da transição é  $\sim 1,5$  kOe, o valor de 53,4 kOe para  $H_{c2}$  corresponde, a grosso modo, à interseção da linha  $R = R_n$  com a parte linear da curva de resistência contra o campo (o que seria um critério tão razoável quanto o anterior). O uso de  $H_{c2} = 53,4$  kOe para calcular  $\frac{\alpha_s}{\alpha_n}$  é, portanto, inteiramente consistente com a determinação experimental de  $H_{c2}$ .

Para ver até que frequência a nossa modificação do modelo de SN é útil, apresentamos, na Figura 26, uma comparação entre  $\frac{\alpha}{\alpha_f}$ , determinado experimentalmente para ondas transversais com  $f = 25,1$  MHz, e  $\frac{\alpha_s}{\alpha_n}$ , calculado a partir das equações IV.C.1 e IV.E.8. Para esta frequência, a frequência de "depinning"  $\omega_0$  é menor, mas da mesma ordem do que  $\omega$ .

Como observamos nesta figura, a curva experimental (curva tracejada) concorda razoavelmente bem com a curva calcu-



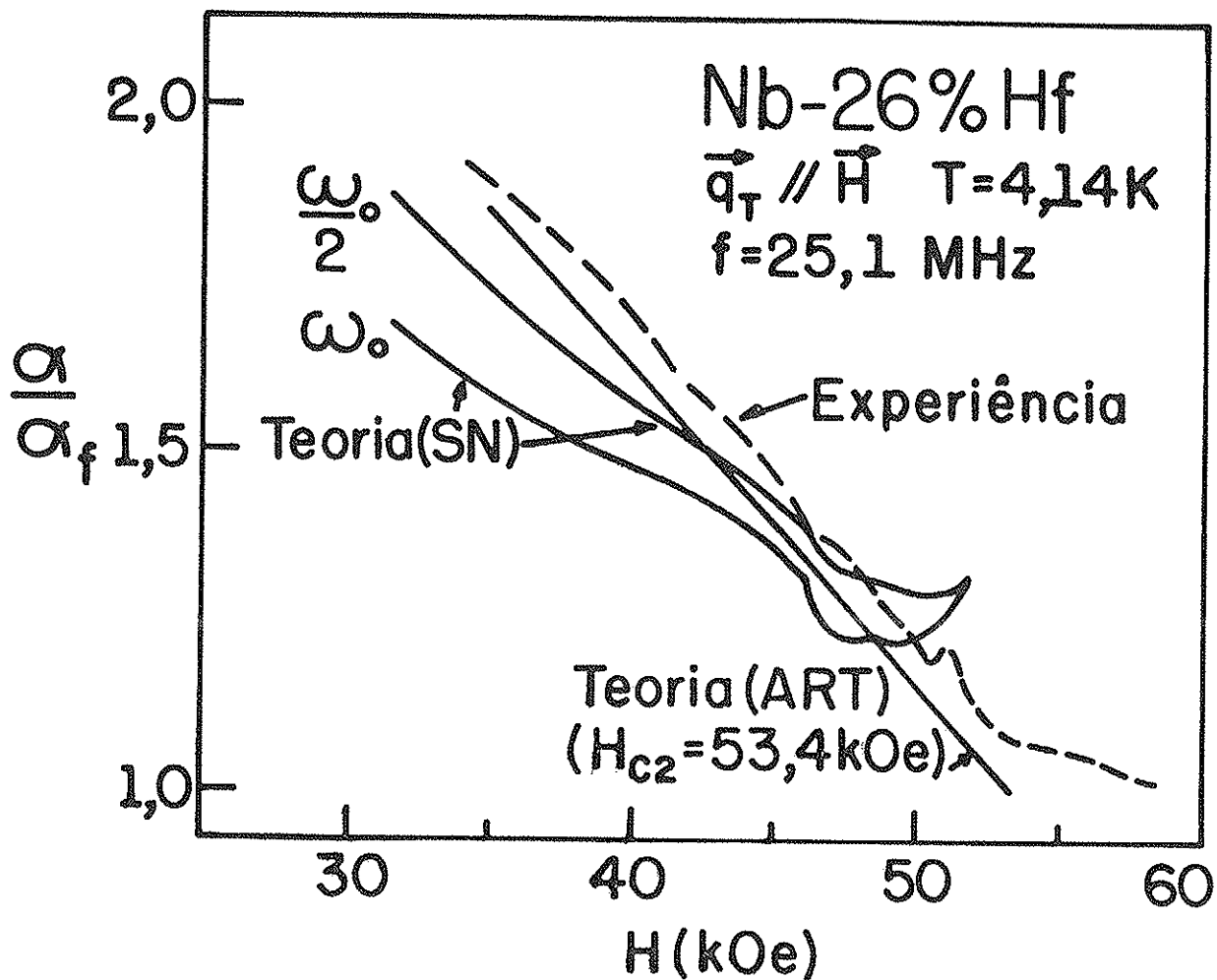


Figura 26. Comparação entre as Equações IV.C.1 (SN) e IV.E.8 (ART) e a Dependência com o Campo Magnético de  $\frac{\alpha}{\alpha_f}$  para Ondas Transversais com  $f = 25,1\text{ MHz}$ .

lada a partir da equação IV.E.8 (designada ART) usando  $\gamma = 2,6$  e  $H_{c2} = 53,4\text{ kOe}$ . Esta última curva reproduz as características gerais da curva experimental, inclusive a dependência quase-linear de  $\frac{\alpha}{\alpha_f}$  com  $H_{c2} - H$  para campos próximos a  $H_{c2}$ . Nesta mesma figura, mostramos curvas calculadas a partir da equação IV.C.1, usando  $\nu_0(H)$  e  $\nu_0(H)/2$ . A descontinuidade na transição está presente como anteriormente, bem como uma pequena curvatura para campos abaixo de  $H_{c2}$ .

Em conclusão, podemos dizer que a nossa modificação do modelo de SN melhora substancialmente a concordância com a experiência, em dois aspectos:

1. A descontinuidade em  $\frac{\alpha_s}{\alpha_n}$ , prevista pelo modelo de SN, foi eliminado. Isto resulta do uso de um resultado para  $\rho_f$  que descreve mais adequadamente seu comportamento para campos próximos a  $H_{C2}$ .

2. Observamos na Figura 25, que  $\frac{\alpha}{\alpha_f}$  é linear em  $H_{C2} - H$  para campos próximos a  $H_{C2}$ . Este comportamento é previsto pela equação IV.E.8, para  $\beta \gg 1$  e  $H \sim H_{C2}$ , e o coeficiente linear  $\gamma$  é consistente com nossa estimativa desta grandeza. De fato, para frequências altas ( $f = 60 - 140$  MHz), o valor  $\gamma = 3,2$  reproduz bem todas as curvas experimentais. Por outro lado, para  $f = 25,1$  MHz, é necessário usar  $\gamma = 2,6$  para obter uma concordância razoável com experiência. Esta diferença talvez esteja ligada ao fato de que, para frequências baixas, as forças de "pinning" não são completamente desprezíveis.

C A P Í T U L O VCONCLUSÕES

Neste último capítulo, queremos ressaltar os pontos principais deste trabalho e apresentar conclusões e sugestões para futuros trabalhos.

1. Utilizando, principalmente, medidas acústicas e resistivas, fizemos uma determinação experimental das propriedades supercondutoras do Nb-26% Hf. Um conhecimento destas propriedades, até então desconhecidas, permitiu a caracterização do Nb-26% Hf como um material impuro com acoplamento elétron-fonon intermediário. O diagrama de fase do Nb-26% Hf foi comparado com as teorias de WHH e Maki para a dependência de  $H_{C2}$  com a temperatura. As discrepâncias entre aquelas teorias e nossos resultados experimentais talvez possam ser explicadas em termos das anisotropias da superfície de Fermi.<sup>83</sup> De qualquer forma, o presente trabalho e outros trabalhos nossos<sup>69,79</sup> indicam a necessidade de estudos teóricos adicionais nesta área.

2. Medimos a variação da atenuação com o campo magnético no Nb-26% Hf para ondas transversais e longitudinais com frequências na faixa de 5 - 140 MHz e para  $T = 4,14$  K. Todas as características destas curvas foram explicadas qualitativamente em termos do modelo de SN.

3. Por outro lado, nossos dados da atenuação foram comparados com as teorias microscópicas de HM e CH para a atenuação no estado mixto. Estas teorias prevêem que a quantidade

$\frac{\Delta\alpha}{\alpha_n} \equiv \frac{\alpha_n - \alpha_s}{\alpha_n}$  é sempre positiva e independe da frequência do som quando  $q\ell < 1$ . Nossos dados para Nb-26% Hf (onde a

restrição acima é certamente satisfeita) mostram, porém, que  $\frac{\Delta\alpha}{\alpha_n}$  é frequentemente negativa, indicando uma atenuação maior no estado mixto do que aquela que existiria se o material fosse normal, e, também, que  $\frac{\Delta\alpha}{\alpha_n}$  depende fortemente da frequência. Estes resultados indicam que as teorias de HM e CH não são apropriadas para descrever a atenuação no estado mixto do Nb-26% Hf para frequências baixas.

Queremos notar que a comparação feita em nosso trabalho entre as teorias de HM e CH e medidas de atenuação em um material com altos valores de  $\rho_n$  e  $H_{c2}$  (onde os efeitos podem ser entendidos em termos do modelo de SN) é a primeira até hoje realizada. Esta comparação é importante pois elimina a possibilidade <sup>90</sup> de que medidas de atenuação que podem ser explicadas em termos do modelo fenomenológico de SN, possam, também, ser explicadas em termos das teorias microscópicas. De fato, as previsões do modelo de SN e das teorias de HM e CH são bem diferentes em certos aspectos.

A aplicabilidade de uma teoria ou outra, parece estar ligada à frequência do som e ao caminho livre médio eletrônico no material. Nossa estimativa da contribuição eletrônica à atenuação no Nb-26% Hf indicou ser esta menor do que a sensibilidade do nosso sistema de medida para frequências de 5 - 140 MHz (que foi o intervalo em que trabalhamos) e, também, menor do que as variações por nós observadas na atenuação devido ao campo magnético. Por outro lado, nas experiências de outros autores onde as teorias de HM e CH forneceram uma boa explicação dos resultados experimentais,<sup>7-10</sup> a atenuação eletrônica era sempre muito grande, sendo muito maior do que as variações induzidas pelo campo magnético na atenuação do estado normal. Este seria o caso para Nb-26% Hf (de acordo com a teoria de

AR) , para frequências altas da ordem de 1 - 10 GHz . Para frequências desta ordem de grandeza é possível que efeitos como os previstos por HM e CH sejam dominantes. Seria muito interessante, portanto, estender as presentes medidas para frequências altas para tentar verificar esta hipótese.

4. Fizemos, pela primeira vez, uma comparação detalhada entre o modelo de SN e medidas de atenuação em um material onde efeitos previstos por este modelo são dominantes. Mais precisamente, estudamos as previsões do modelo com respeito à dependência da atenuação com campo magnético e frequência. Em termos qualitativos, a concordância entre o modelo e nossos resultados experimentais é excelente, com o modelo prevendo todas as características das curvas experimentais.

Nossas medidas são consistentes com uma interpretação em termos de uma única frequência característica  $\omega_0$  para ondas longitudinais e transversais. De fato, um exame cuidadoso das equações do próprio modelo de SN indicam que a dependência da atenuação com  $\omega_0(H)$  é diferente para ondas longitudinais e transversais da mesma frequência. Por isso, mostramos que não é necessário recorrer a duas frequências características ( $\omega_0$ ) diferentes, uma para ondas transversais e a outra para ondas longitudinais, como sugeriram Shapira e Neuringer.<sup>11,12</sup>

A concordância excelente entre os dados da atenuação e o modelo de SN sugere que a variação na velocidade de som  $\frac{\Delta V}{V}$  no estado mixto, também, pode e deve ser estudada em termos deste modelo. De fato, Shapira e Neuringer<sup>91</sup> mediram a dependência da velocidade com campo magnético no Nb-25% Zr e discutiram seus resultados em termos do seu modelo. Estas medidas são, porém, bastante primitivas e estes autores não fizeram uma comparação detalhada.

Recentemente, construímos<sup>92,93</sup> um sistema para medir e registrar continuamente variações na velocidade de som de até uma parte em  $10^6$ . A sensibilidade deste sistema é mais do que suficiente para estudar as variações previstas pelo modelo de SN e estamos planejando experiências para medir  $\frac{\Delta V}{V}$  no Nb-26% Hf e outras ligas supercondutoras.

5. Fizemos uma modificação do modelo de SN que descreve melhor o comportamento da atenuação como função do campo magnético para frequências altas e para campos próximos a  $H_{C2}$ . Esta modificação consiste em usar a fórmula de Thompson para a resistividade de escoamento como uma resistividade efetiva na teoria de AR. Com esta modificação, não há descontinuidade em  $\frac{\alpha_s}{\alpha_n}$  na transição, como previsto pelo modelo de SN, e a dependência linear de  $\frac{\alpha}{\alpha_f}$  com  $(H_{C2} - H)$ , que observamos em frequências altas, é uma consequência natural do modelo. Outras consequências desta modificação, como, por exemplo, a dependência prevista para o parâmetro  $\gamma$  com a temperatura (através de  $\kappa_2$  e  $H_{C2}$ ) e o caminho livre médio eletrônico podem ser estudadas experimentalmente. Temos, finalmente, a esperança de que a concordância excelente que mostramos no caso do Nb-26% Hf sirva de estímulo para estudos teóricos que coloquem este modelo em bases mais rigorosas.

R\_E\_F\_E\_R\_E\_N\_C\_I\_A\_S

1. H.E. Bömmel, Phys. Rev. 96, 220 (1954).
2. R.W. Morse e H.V. Bohm, Phys. Rev. 108, 1094 (1957).
3. J. Bardeen, L.N. Cooper e J.R. Schrieffer, Phys. Rev. 108, 1175 (1957).
4. M. Gottlieb, M. Garbuny e C.K. Jones, em Physical Acoustics, Vol. VII, eds. Warren P. Mason e R.N. Thurston (Academic, New York, 1970) p. 1.
5. A. Houghton e K. Maki, Phys. Rev. B 4, 843 (1971).
6. H.A. Cerdeira e A. Houghton, Phys. Rev. B 3, 2997 (1971).
7. F. Carsey e M. Levy, Phys. Rev. Letters 27, 853 (1971).
8. J.A. Waynert, H. Salvo, Jr., e M. Levy, Phys. Rev. B 10, 1859 (1974).
9. M. Ashkin, D.W. Deis, M. Gottlieb e C.K. Jones, Physica 55, 631 (1971).
10. B.R. Tittman, Proc. 1974 I.E.E.E. Ultrasonics Symposium, p. 449.
11. Y. Shapira e L.J. Neuringer, Phys. Rev. 154, 375 (1967).
12. Y. Shapira, em Physical Acoustics, Vol. V, ed. W. P. Mason (Academic, New York, 1968) p. 1.
13. Y.B. Kim, C.F. Hempstead e A.R. Srnad, Phys. Rev. 139, A1163 (1965).
14. J.I. Gittleman e B. Rosenblum, Phys. Rev. Letters 16, 734 (1966).
15. Y.B. Kim e M.J. Stephan, em Superconductivity, Vol. 2, ed. R.D. Parks (Marcel Dekker, New York, 1969) p. 1107.
16. R.A. Alpher e R.J. Rubin, J. Acous. Soc. Amer. 26, 452 (1954).
17. U. Brandt, W. Pesch e L. Tewordt, Z. Phys. 301, 209 (1967).
18. K. Maki e T. Tsuzuki, Phys. Rev. 139, A868 (1965).

19. A.A. Abrikosov, Soviet Phys. JETP 5, 1174 (1957).
20. Y.B. Kim, C.F. Hempstead e A.R. Strnad, Rev. Mod. Phys. 36, 43 (1964).
21. Y.B. Kim, C.F. Hempstead e A.R. Strnad, Phys. Rev. Letters 12, 145 (1964).
22. C. Caroli, P.G. de Gennes e J. Matricon, Phys. Letters 9, 307 (1964).
23. Y.B. Kim, C.F. Hempstead e A.R. Strnad, Phys. Rev. Letters 13, 794 (1964).
24. A.M. Clogston, Phys. Rev. Letters 9, 266 (1962).
25. B.S. Chandrasekhar, Appl. Phys. Letters 1, 7 (1962).
26. V.L. Ginzburg e L.D. Landau, Zh. Eksperim. i Teor. Fiz. 20, 1064 (1950).
27. L.P. Gor'kov, Soviet Phys. JETP 10, 998 (1960).
28. S.H. Autler, E.S. Rosenblum e K.H. Gooen, Phys. Rev. Letters 9, 489 (1962).
29. S.H. Autler, E.S. Rosenblum e K.H. Gooen, Rev. Mod. Phys. 36, 77 (1964).
30. E.J. Kramer, J. Appl. Phys. 44, 1360 (1973).
31. J. Bardeen e M.J. Stephan, Phys. Rev. 140, A1197 (1965).
32. P. Nozières e W.F. Vinen, Phil. Mag. 14, 667 (1966).
33. B.D. Josephson, Phys. Rev. 152, 211 (1966).
34. J.I. Gittleman e B. Rosenblum, J. Appl. Phys. 39, 2617 (1968).
35. H. Suhl, Phys. Rev. Letters 14, 227 (1965).
36. G.E. Possin e K.W. Shepard, Phys. Rev. 171, 458 (1968).
37. A. Schmid, Phys. Kondens. Mater. 5, 302 (1966).
38. C. Caroli e K. Maki, Phys. Rev. 159, 306 (1967).
39. C. Caroli e K. Maki, Phys. Rev. 164, 591 (1967).
40. R.S. Thompson, Phys. Rev. B 1, 327 (1970).
41. H. Takayama e H. Ebisawa, Prog. Theor. Phys. 44, 1450 (1970).
42. R.J. Pedersen, Y.B. Kim e R.S. Thompson, Phys. Rev. B 7, 982



- (1973).
43. Y. Brunet, P. Monceau e G. Waysand, *Phys. Rev. B* 10, 1927 (1974).
  44. Y. Brunet, P. Monceau e G. Waysand, Proc. 13<sup>th</sup> Conf. Low. Temp. Phys., Vol. 3, eds. K.D. Timmerhaus, W.J. O'Sullivan e E.F. Hammel (Plenum, New York, 1974) p. 160.
  45. N.S. Anderson, *J. Acous. Soc. Amer.* 25, 529 (1953).
  46. G.A. Alers e P.A. Fleury, *Phys. Rev.* 129, 2425 (1963).
  47. Y. Shapira e L.J. Neuringer, *Phys. Letters* 20, 148 (1966).
  48. Y. Shapira, *Phys. Letters* 20, 604 (1966).
  49. S. Rodriguez, *Phys. Rev.* 130, 1778 (1963).
  50. P.A. Fedders, *Phys. Rev. B* 7, 1739 (1973).
  51. J.G. Miller, W.D. Smith, D.I. Bolef e R.K. Sundfors, *Phys. Rev. B* 3, 1547 (1971).
  52. J.J. Quinn, *J. Phys. Chem. Solids* 31, 1701 (1970).
  53. L.R. Testardi e J.H. Condon, em Physical Acoustics, Vol. VIII, eds. Warren P. Mason e R.N. Thurston (Academic, New York, 1971) p. 59.
  54. J.D. Jackson, Classical Electrodynamics (John Wiley, New York, 1962) p. 313.
  55. R.W. Morse, em Progress in Cryogenics, Vol. 1, ed. K. Mendelssohn (Heywood, London, 1959) p. 219.
  56. F. Carsey e M. Levy, *Phys. Rev. B* 7, 4123 (1973).
  57. A.B. Pippard, *Phil. Mag.* 46, 1104 (1955).
  58. M.S. Steinberg, *Phys. Rev.* 111, 425 (1958).
  59. R. Truell, C. Elbaum e B.B. Chick, em Ultrasonic Methods in Solid State Physics (Academic, New York, 1969) p. 53.
  60. N.S. Wisnik, Oscilações Quânticas na Velocidade do Som no Zinco, Tese de Mestrado, IFUSP, 1974.
  61. E.P. Papadakis, *J. Appl. Phys.* 35, 1474 (1964).
  62. H.J. McSkimin, *J. Acous. Soc. Amer.* 33, 12 (1961).

63. A. Kerr, I. Oppenheim e F.P. Missell, Ci. e Cul. 27, nº 7 , 39 (1975).
64. I. Oppenheim, A. Kerr e F.P. Missell, Ci. e Cul. 27, nº 7 , 39 (1975).
65. A. Kerr, I. Oppenheim e F.P. Missell, a ser publicado.
66. W.N. Lawless, Rev. Sci. Instr. 42, 561 (1971).
67. N.F. Oliveira, Jr., Cryogenics 15, 293 (1975).
68. R.R. Hake, Phys. Rev. Letters 15, 865 (1965).
69. W.A. Ortiz e F.P. Missell, Ci. e Cul. 27, nº 7, 40 (1975).
70. J.K. Hulm e R.D. Blaughter, Phys. Rev. 123, 1569 (1961).
71. T.G. Berlincourt e R.R. Hake, Phys. Rev. 131, 140 (1963).
72. R.E. Siemens, L.L. Oden e D.K. Deardorff, Rep. U.S. Bur. Mines 7258 (1969).
73. R.W. Carpenter, C.T. Liu e P.G. Mardon, Met. Trans. 2, 125 (1971).
74. R.W. Carpenter e C.T. Liu, Scripta Metall. 5, 255 (1971).
75. O.L. Anderson, J. Phys. Chem. Solids 24, 909 (1963).
76. K. Maki, Phys. Rev. 148, 362 (1966).
77. K. Maki, Physics 1, 127 (1964).
78. N.R. Werthamer, E. Helfand e P.C. Hohenberg, Phys. Rev. 147, 295 (1966).
79. F.P. Missell, N.F. Oliveira, Jr., e Y. Shapira, Phys. Status Solidi (b) 67, K11 (1975).
80. S.J. Williamson, Phys. Letters 23, 629 (1966).
81. T. Ohtsuka e Y. Kimura, Physica 55, 562 (1970).
82. E. Helfand e N.R. Werthamer, Phys. Rev. 147, 288 (1966).
83. R.E. Somekh, J. Phys. F: Metal Phys. 4, 2231 (1974).
84. R.B. Laibowitz, V. Sadagopan e P.E. Seiden, Phys. Letters 31A, 133 (1970).
85. W.L. McMillan, Phys. Rev. 167, 331 (1968).
86. P. Hertel, Z. Physik 248, 272 (1971).

87. L.F. Matthias, Phys. Rev. B 1, 373 (1970).
88. C.J. Axt e W.C.H. Joiner, Phys. Rev. 171, 461 (1968).
89. Y. Muto, K. Mori e K. Noto, Physica 55, 362 (1970).
90. M. Levy, comunicação particular.
91. Y. Shapira e L.J. Neuringer, Phys. Rev. Letters 15 , 724  
(1965).
92. J.M.V. Martins e F.P. Missell, Ci. e Cul. 27, nº 7, 39  
(1975).
93. J.M.V. Martins e F.P. Missell, a ser publicado.