Record of Sold of Sold

ANALISE DWBA DO STRIPPING DE DEUTERONS QUE LEVA A

RESSONÂNCIAS ANÁLOGAS

Elizabeth Farrelly Pessoa

Tese apresentada para obtenção do título de Livre-Docente jun to ao Instituto de Física da Universidade de São Paulo. A Antonio F.R. de Toledo Piza, pelo entusiasmo contagiante com que me introduziu em seu mundo mágico das ressonâncias análogas, pelo auxilio que me prestou na luta com muitos problemas técnicos e pelas discussões multifárias sobre o significado físico dos resultados.

Aos meus colegas de tantos dias e noites de coleta de dados, integrantes do Grupo de Tempo de Vôo, R.A. Douglas, H.R. Schelin, E.W. Cybulska, K. Nakayama, W.R. Wylie e L.M.F. Fagundes, pela amizade e apoio.

A Wolfgang Mittig, pelas discussões sobre a integração ra dial ao longo do eixo real, e a Mahir S. Hussein, pelos esclarecimentos sobre o codigo DWUCK4.

A Franz Osterfeld e Kasuo Ueta, por chamarem minha atenção para o artigo de Vincent e Fortune.

A Maria Lucia S. Teles e Mario D. Ferraretto, por sua inestimavel assistência na depuração dos códigos Fortran.

Aos membros do consultório do Centro de Computação Eletrônica da Escola Politécnica da USP e, especialmente, a Lucy Gruenwald, por seus conselhos referentes ao uso da linguagem WFL.

A Enio F. Silveira, por ter-me oferecido o programa SATURN.

A Oscar Sala, pela oportunidade de participar do Laboratorio Pelletron e pelo interesse de amigo que demonstrou por esta aventura científica.

A Marina Tokumaru, por seu talento datilográfico, e a Nancy Teresinha Morais, pela perfeição dos desenhos.

Ao CNPq, pelo financiamento de certas fases deste trabalho.

Ao Oswaldo, com minhas desculpas por não ter querido chamar <u>stripping</u> de desnudamento. Desenvolve-se um metodo de analise do <u>stripping</u> que leva a ressonâncias analogas isoladas e faz-se sua aplicação à distribuição angular, com energia  $E_d$  = 13,0 MeV, dos nêutrons oriundos da reação  $^{12}C(d,n_1)^{13}N$  associada com a ressonância estreita de proton, na energia de excitação de 2,365 MeV no  $^{13}N$ , que  $\tilde{e}$  o espelho não ligado do primeiro estado excitado do  $^{13}C$ .

Os dados foram obtidos pelo Grupo de Tempo de Vôo do Laboratório Pelletron e relatados por Schelin (Sc 79).

A análise usa um esquema básico DWBA com fatores de forma adequadamente modificados, obtidos através do formalismo de projeção análoga de A.F.R. de Toledo Piza (Pi 72), que permite uma separação explícita da par te ressonante, isolada da amplitude total de quebra. Embora todas as funções de onda que aparecem na integral radial DWBA sejam regulares, á convergência dessa integral é lenta para valores altos de r. Este problema técni co foi solucionado adotando-se o método de Vincent e Fortune (V6 70).

Exprimimos o fator de forma ressonante como a soma da função de onda do estado ressonante  $|A\rangle$  do  $^{13}N$ , com a nuvem do proton virtual, que aparece como resultado do acoplamento de  $|A\rangle$  com o continuo não ressonante.

Os resultados mostram que o termo importante do fator de forma ressonante é a função de onda do estado ascendente, o que permite uma enorme simplificação da análise teórica.

An analysis of stripping to isolated analog resonances has been developed and applied to the angular distribution at  $E_d$  = 13.0 MeV of the neutrons from the reaction  $^{12}\mathrm{C}(d,n_1)^{13}\mathrm{N}$  associated with the sharp proton resonance at 2.365 MeV excitation energy in  $^{13}\mathrm{N}$ , the unbound mirror of the first excited state of  $^{13}\mathrm{C}$ .

The data was obtained by the Time of Flight Group of the Pelletron Laboratory and reported by Schelin (Sc 79).

The analysis uses a standard DWBA scheme with suitable modified form factors obtained from the analog state projection formalism of A.F.R. de Toledo Piza (Pi 7?), which allows explicit separation of a resonant part from the total breakup amplitude. Although all the wave functions appearing in the DWBA radial integral are regular, the convergence of this integral for large values of r is slow. This technical problem was resolved with the method of Vincent and Fortune (Vf 70).

The resonant form factor is expressed as the sum of the wave function of the bound-like resonant state  $|A\rangle$  in  $^{13}N$  plus a virtual proton cloud which appears as the result of the coupling of  $|A\rangle$  to the non resonant continuum.

The results show that the term which dominates the resonant form factor is the parent state wave function. This fact allows an immense simplification to be introduced into the theoretical analysis.

## S U M A R I O

|                  |  | pāg.  |
|------------------|--|-------|
|                  |  |       |
| CAPITULO         | 1 INTRODUÇÃO   | 1     |
|                  |  | No.   |
| CAPTTULO         | 2 REVISÃO HISTÓRICA DA ANÁLISE DWBA:                     |       |
|                  | O CASO DO ESTADO LIGADO                                  | 8     |
|                  | Caso específico do stripping de dêuteron                 | 14    |
|                  |  |       |
| CAPITULO         | 3 REVISÃO HISTÓRICA DA ANÁLISE DWBA:                     |       |
|                  | O CASO DO ESTADO NÃO LIGADO                              | 22    |
| 8                | 1. O Método de Coker e Hoffman                           | 23    |
| M                | 2. O Método de Vincent e Fortune                         | 28    |
| 12               | A escolha do fator de forma F <sub>e,i</sub> de          |       |
| 74<br>***<br>*** | Vincent e Fortune  | 30    |
|                  |  | t ame |
| CAPITULO         | 4 METODOS: PRESCRIÇÃO DE A.F.R. DE TOLEDO PIZA           | 8     |
| E                | PARA O FATOR DE FORMA DO ESTADO ANALOGO NÃO              |       |
| 3 K              | LIGADO   | 33    |
|                  | Os estados análogos e o operador de projeção             |       |
| ,                | anālogo .  | 35    |
| 4 2              | Descrição do primeiro estado excitado do <sup>13</sup> N |       |
|                  | por meio da teoria do estado análogo                     | 39    |
|                  | 0 programa TABOO (Pi 71)                                 | 49    |
|                  | 0 termo-fonte PH A>                                      | 52    |
| 9                | As soluções das equações 4-67 e 4-68                     | 56    |
| 10               | A modificação da análise DWBA no programa                |       |
|                  | DWUCK4 (Ku 74)   | 59    |

|            |  | pāg. |
|------------|--|------|
|            | 26 <sub>14:</sub>  | 2    |
| CAPITULO 5 | METODOS: AVALIAÇÃO DA INTEGRAL RADIAL  | .62  |
| r x        | Crîtērios para escolher r <sub>p</sub><br>Avaliação dos integrandos ao longo de V <sup>†</sup> e V <sup>-</sup> :  | 68   |
|            | O programa TUNEL   | 69   |
|            | Os elementos de matriz do espalhamento nuclear no  | d 75 |
| a a        | Os desvios de fase Coulombianos o L  | 75   |
|            | A avaliação das integrais da equação 5-7   | 75   |
|            | O programa COULFN  | 76   |
| < A 11     |  |      |
| CAPITULO 6 | OS DADOS USADOS PARA A ANÁLISE   | 84   |
|            | Os potenciais nucleares  | - 87 |
| 2 6        | The state of the s |      |
| CAPITULO 7 | RESULTADOS   | 90   |
| 2          | O fator de forma do estado análogo   | 91   |
| V2         | A integração radial  | 94   |
|            | A seção de choque diferencial  | 100  |
| 4,         | Ajuste aos dados   | 104  |
| 2 2        | No.  |      |
| CAPITULO 8 | DISCUSSÕES E CONCLUSÕES  | 109  |
|            |  | 440  |
|            | RTRITOGRAFTA   | 113  |

1.

CAPITULO

INTRODUÇÃO

A necessidade de uma análise teórica do mecanismo de stripping que resulta em estados análogos não ligados sur giu das tentativas de interpretar os dados referentes à reação  $^{12}\text{C}(d,n)^{13}\text{N}$  obtidos pelo Grupo de Tempo de Vôo do Laboratório Pelletron da USP. Esses dados consistem em três distribuições angulares obtidas com energias incidentes de dêuterons no sistema do laboratório ( $\text{Ed}_{\text{Lab}}$ ) de 7,0 MeV, 9,1 MeV e 13,0 MeV, no caso de grupos de nêutrons  $n_0$ ,  $n_1$  e  $n_2$  +  $n_3$  (não resolvido), além das curvas de excitação desses grupos no  $\theta_{\text{Lab}}$  = 25°, no intervalo  $\text{Ed}_{\text{Lab}}$  = 10,6 MeV a  $\text{Ed}_{\text{Lab}}$  = 13,0 MeV.

Empreendeu-se uma análise extensa dos mecanismos responsáveis pela produção do grupo de nêutrons  $n_0$ , que deixam o núcleo residual  $^{13}{\rm N}$  no estado fundamental de momento angular total  ${\tt J}^{\pi}=1/2^-$ , ligado por 1,943 MeV. Para isso, usaram-se a teoria padrão de interação direta DWBA (Distorted Wave Born Approximation) e a teoria do núcleo composto de Hauser Feshbach (Sc 79). Deduziram-se potenciais ópticos de melhor ajustamento, bem como o fator espectroscópico e estimativas dos fatores de redução de Hauser-Feshbach.

Naquele trabalho, entretanto, não foi possível analisar as distribuições angulares dos outros grupos de nêutrons, pois tais grupos deixam o núcleo 13N em estados não ligados e não se dispunha na ocasião dos tratamentos teóricos indispensáveis para resolver tais casos. De então para cá, concentramos esforços para desenvolver uma análise apropriada a esses estados: sua descrição e os resultados conseguidos constituem o assunto desta tese.

Escolhemos especificamente como caso-teste a  $\operatorname{dis}$ 

tribuição angular  $n_1$  obtida sob  $E_{d_{Lab}} = 13.0 \text{ MeV}.$ 

O núcleo residual  $^{13}_{7}\rm{N}_{6}$  da reação  $^{12}\rm{C}(d,n)^{13}\rm{N}$  e o núcleo  $^{13}_{6}\rm{C}_{7}$  são núcleos especulares. Seus estados de baixa energia (Aj 59; Le 78), representados na Figura 1-1, são membros de uma dupla de spin isobárico T = 1/2, com T $_{3}$  =  $1/2(\rm{N}-\rm{Z})$  =  $\pm$  1/2. No modelo da particula única, o primeiro estado excitado do núcleo ascendente ("parent nucleus")  $^{13}_{6}\rm{C}_{7}$  consiste em um nêutron no nível  $2\rm{s}_{1/2}$  do modelo de camada, acoplado a um caroço par-par de  $^{12}\rm{C}$  no estado fundamental. O estado correspondente do núcleo análogo  $^{13}_{7}\rm{N}_{6}$  consiste em um próton no nível  $2\rm{s}_{1/2}$ , acoplado ao mesmo caroço.

A diferença em energia (massa) entre esses dois núcleos especulares, calculada a partir da diferença em energia Coulombiana e da diferença de massa nêutron-próton é 2,27 MeV. Isso deve ser comparado com um valor medido de 2,22 MeV, deduzido da energia cinética máxima do pósitron e com um valor de 2,221 MeV, deduzido dos valores de excesso de massa, dados por Lederer et al. (Le 78).

A energia de separação do nêutron do primeiro estado excitado do  $^{13}$ C para formar um caroço  $^{12}$ C no estado fundamental, calculado a partir das massas, é  $S_n = 1.85$  MeV. Isto indica que este estado de partícula única, formado por um nêutron  $2s_{1/2}$ , é ligado. Do mesmo modo, no caso do primeiro estado excitado do  $^{13}$ N, a energia de separação do próton para formar o caroço  $^{12}$ C no estado fundamental foi calculada como  $s_p = -0.421$  MeV. Isto mostra que este estado de partícula única é um próton do contínuo e que esse estado constitui uma ressonância no sistema  $^{12}$ C + p (veja Figura 1-1). A evidência

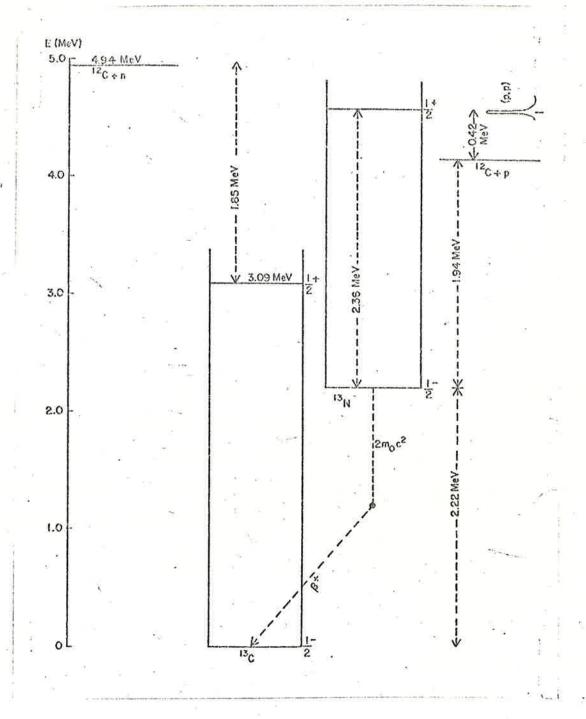


Figura 1-1 : Estados dos núcleos especulares  $^{13}\mathrm{C}$  e  $^{13}\mathrm{N}$ 

dessa ressonância emergiu dos experimentos do espalhamento elás tico de prótons pelo <sup>12</sup>C (Ja 53; Mi 54), dos quais se obteve uma largura parcial do próton de 32 keV.

A Figura 1-2 é um diagrama esquemático, que reresenta esses estados correspondentes, dos sistemas <sup>12</sup>C + n e <sup>12</sup>C + p. A natureza não ligada do primeiro estado excitado do <sup>13</sup>N exige que a descrição de uma ressonância de partícula única entre nos cálculos DWBA do processo de <u>stripping</u> que leva a esse estado residual.

Escolhemos as seguintes partes para a apresentação do assunto.

No Capitulo 2, faz-se uma revisão da análise padrão DWBA do stripping que resulta em estados ligados.

No Capítulo 3, apresentam-se métodos alternativos existentes na literatura para analisar o stripping que leva a estados não ligados.

O Capítulo 4 trata da teoria dos estados análogos de A.F.R. de Toledo Piza, aplicada à descrição do estado nu clear residual não ligado e passa, então, a deduzir as funções de onda de tal estado e sua incorporação no cálculo da amplitude DWBA de stripping.

O Capítulo 5 é devotado aos problemas técnicos referentes à convergência da integral radial que surge do DWBA e aos métodos adotados para resolver essas dificuldades.

No Capítulo 6, apresentam-se os dados usados para a análise.

Os resultados do método aplicado ao caso-teste

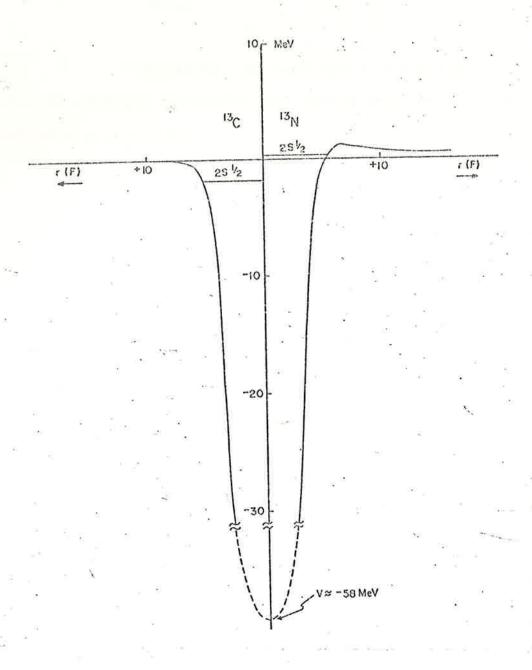


Figura 1-2: Primeiros estados excitados dos núcleos <sup>13</sup>C e <sup>13</sup>N, vistos como estados de particula única (nêutron e próton) em relação ao caroço <sup>12</sup>C, representado pelo poço tipo Wood-Saxon (volume) mais a barreira Coulombiana

 $^{12}\mathrm{C}(\mathrm{d,n_1})^{13}\mathrm{N}$  a  $\mathrm{E_{d_{Lab}}}=13.0~\mathrm{MeV}$  são apresentados no Capitulo 7.

Finalmente, no Capítulo 8, comentamos os tratamentos do problema propostos por outros autores a luz de nossos resultados e conclusões.

CAPITULO 2

REVISÃO HISTÓRICA DA ANÁLISE DWBA: O CASO DO ESTADO LIGADO O processo de stripping que produz estados residuais não ligados corre em paralelo com o que leva aos estados residuais ligados, de modo que seu tratamento teórico exige apenas que se introduzam certas modificações nos cálculos DWBA, já estabelecidos para o caso do estado ligado. Por isso, sentimos que é bom começarmos por uma revisão da teoria DWBA típica, para que fique mais fácil indicar onde as diferenças surgem e como se justificam.

Pretendemos apresentar essa teoria com simplicidade, sem demonstrações matemáticas rigorosas, embora salientando os pressupostos básicos que validam os cálculos, naquilo que é pertinente à física.

Para a reação nuclear A(a,b)B, a seção de choque diferencial no caso de projéteis não polarizados e núcleos-alvo não polarizados, é dada por (Sa 64; Au 64; Fr 70)

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\mu_a \mu_b}{(2\pi \hbar^2)^2} \frac{k_b}{k_a} \frac{1}{(2J_A+1)(2s_a+1)} \sum_{k_b} |T|^2 (2-1)$$

em que  $\mu_a$  e  $\mu_b$  são as massas reduzidas das respectivas partículas e o somatório é sobre os números quânticos da projeção dos spins  $M_A$ ,  $M_B$ ,  $m_a$ ,  $m_b$ .

A amplitude de transição T tem a forma (Sa 64)

$$T = \int d\vec{r}_a \int d\vec{r}_b \chi_b(\vec{k}_b \vec{r}_b) \langle Bb| V | Aa \rangle \chi'(\vec{k}_a \vec{r}_a) \qquad (2-2)$$

em que  $\vec{r}_a$  é o deslocamento de a em relação a A,  $\vec{r}_b$  é o deslocamento de b em relação a B e as funções  $\chi_a$  e  $\chi_b$  representam as ondas elásticas distorcidas dos canais de entrada e de saída, respectivamente.

Essas funções são soluções da equação de Schroedinger radial

$$\left[\frac{d^{2}}{dr^{2}} + k^{2} - L(L+1) + 2\mu (U+U_{e})\right] \chi_{I}(k,r) = 0$$
(2-3)

em que os potenciais ópticos U são considerados, por enquanto, como sendo independentes do spin, ou seja, não há acoplamento spin-órbita mesmo que as partículas a e b tenham spin.

Nas funções  $\chi_{\mbox{\scriptsize JL}}$ , as seguintes condições de contorno prevalecem:

$$\chi_{JL} = 0 \quad \text{no} \quad r = 0$$

$$\chi_{JL}(kr) \xrightarrow{r \to \infty} \frac{i}{2} \left[ H_{L}(k,r) - \eta_{L}^{J} H_{L}^{\dagger}(k,r) \right] e^{i\sigma_{L}}$$
(2-4)

em que  $H^{\pm}$  são as funções Coulombianas emergentes e entrantes,  $\eta_L^J$  é o elemento de matriz do espalhamento nuclear e  $\sigma_L$  são desvios de fase (phase shifts) Coulombianos.

O elemento de matriz para a interação nuclear <Bb | V | Aa> define-se por

$$\langle Bb|V|Aa \rangle = \int Y_B^* Y_b^* V Y_A Y_A d\xi$$
 (2-5)

em que  $\xi$  representa as coordenadas internas dos participantes da reação e é independente de  $\vec{r}_a$  e de  $\vec{r}_b$ .

Esse elemento de matriz pode ser expandido em termos que correspondem a uma transferência para o núcleo-al vo de um momento angular definido j, composto de uma parte

orbital  $\ell$  e de uma parte de spin s. Se as partículas a e b têm spin  $s_a$  e  $s_b$  e os spins do núcleo-alvo e do núcleo residual são  $J_A$  e  $J_B$ , então o acoplamento vetorial escreve-se

$$\vec{J} = \vec{J}_{B} - \vec{J}_{A}$$
  $\vec{S} = \vec{S}_{a} - \vec{S}_{b}$   $\vec{l} = \vec{J} - \vec{S}$  (2-6).

com as projeções sendo simbolizadas como

Em vista disso, a série multipolar resultante da expansão do elemento de matriz torna-se

em que  $f_{\ell sj}(r_a)$  é o chamado fator de forma e  $B_{\ell sj}$  representa a intensidade da interação, sendo que ambos têm formas explícitas que dependem do potencial de interação V. A presença da função  $\delta$  de Dirac significa que a hipótese de alcance nulo foi incorporada à avaliação do fator de forma  $f_{\ell sj}$ , para reduzir a integral de seis dimensões (eq. 2-2) a uma integral tridimensional.

Na situação mais geral, quando se levamem con ta as forças spin-órbita no cálculo das ondas distorcidas, as funções  $\chi^{(+)}$  e  $\chi^{(-)}$  tornam-se matrizes no espaço de spin e são representadas como  $\chi^{\pm}_{m,m}$  (kr). Entretanto, estas funções podem ser expandidas numa série  $\sum$  de  $\chi_{J,L}$  em que os coeficientes de série compreendem coeficientes de acoplamento de Clebsch Gordon e funções de ondas rotacionais:

$$\chi_{m'm}(kr) = \frac{\sqrt{4\pi c}}{kr} \sum_{JL} \text{ (coeficiente) } \chi_{JL}(kr)$$
 (2-8)

A amplitude de transição (eq. 2-2) escreve-se agora (Sa 64)

$$T^{0} = \sum_{m_{a}m_{b}} \chi^{(-)}_{m_{b}m_{b}} \langle J_{B}M_{B} S_{b}m_{b} | V | J_{A}M_{A} S_{a}m_{a} \rangle \chi^{(+)}_{m_{a}m_{a}} \qquad (2-9a)$$

Após substituição de acordo com 2-7 e 2-8, expressa-se, finalmente, 2-9a em sua forma condensada

em que

$$S_{lsj}^{mm_bm_b} = \sum_{l_b} S_{lsj;l_b} \sum_{l_b} S_{lsj;l_b} \sum_{l_b} S_{lsj;l_b} S_{lsj;l_b}$$
 (2-10)

 ${f L}_{f b}$   $f {f e}$  a onda parcial da partícula emergente e

$$\beta_{sj;lb}^{mm_{am_b}} = \sum_{J_{ala}J_{b}l_{b}}^{lsj} (G) \times J_{JalaJ_{b}l_{b}}^{lsj}$$
(2-11a)

em que G indica vários coeficientes de acoplamento de momen to angular, La é a onda parcial da partícula incidente e

$$I_{b_{1}b_{2}b_{3}}^{lsj} = \int dr_{a} \chi_{b_{1}b_{3}}(k, \underline{A}r_{a}) f_{(r_{a})} \chi_{(k, r_{a})} \qquad (2-11b)$$

é a integral radial que converge muito rapidamente no caso do estado ligado, mas, no caso do estado não ligado, apresenta sérios problemas de convergência, a serem discutidos deta lhadamente no Capítulo 5.

A expressão da seção de choque diferencial (eq. 2-1) torna-se agora

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{2J_{B}+1}{2J_{A}+1} \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{1}{E_{a}E_{b}} \frac{k_{b} (A)^{2} \frac{1}{25_{a}+1}}{|A|^{2} |A|^{2} |A|^{2}} \times \sum_{\substack{j m m_{a}m_{b} \\ j = 1}} \left| \sum_{k} \sqrt{2l+1} B_{ks} S_{ksj}^{mm_{a}m_{b}} \right|^{2}$$
(2-12)

Quando  $m_a \neq m_b$ , caso que se aplica à reação (d,n), o código desses cálculos, DWUCK4 (Ku 74), seleciona as normalizações convenientes e calcula a seção de choque "reduzida" definida como

$$\sigma_{DW}^{lsj} = \frac{1}{4\pi} \frac{1}{E_a E_b} \frac{k_b}{k_a} \left(\frac{A}{B}\right)^2 \frac{10 \times 10^4}{25 + 1} (2l + 1) \sum_{mm_a m_b}^{mm_a m_b} \left| \frac{S_{mm_a m_b}}{S_{lsj}} \right|^2 (2 - 13)$$

em que a seção de choque diferencial experimental se relacion na com a seção de choque calculada  $\sigma_{DW}^{\text{lsj}}$  por

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{(2J_5+1)}{(2J_4+1)} \frac{|B_{si}|^2}{1.0 \times 10^4} \frac{\sigma_{DW}^{lsj}}{(2j+1)}$$
(2-14)

Admitindo-se que o acoplamento entre o canal elástico e o canal da reação do stripping (d,n) é fraco, fica justificado o uso da teoria da perturbação para estimar o elemento de matriz de transição para o canal da reação (Ho 71).

No caso particular A(d,n)B da reação A(a,b)B,

$$T = \langle k_n, J_B M_B, s_n m_n | H' | k_d, J_A M_A, s_d m_d \rangle$$
(2-15a)

em que H' é a Hamiltoniana de perturbação que, em sua forma posterior, se torna

$$H' = V_{pn} + V_{nA} - V_{nB}$$
 (2-15b)

em que  $\overline{V}_{nB}$  é o potencial óptico do sistema nêutron-núcleo residual,  $V_{nA}$  é o potencial nêutron-alvo e  $V_{np}$  é o potencial da interação nêutron-próton. Como um postulado básico do processo de stripping (d,n) é que só o próton transferido interage com o alvo, adota-se a aproximação  $V_{nA} = \overline{V}_{nB}$ . Assim, pode-se escrever o elemento de matriz da transição como

$$T = \langle k_n, J_B M_B, s_n m_n | V_{pn} | k_d, J_A M_A, s_d m_d \rangle$$
(2-16)

Trataremos agora de avaliar o elemento de matriz no caso dos estados residuais ligados B e comparar o resultado com a forma geral (eq. 2-7) para obter expressões específicas do fator de forma  $f_{lsj}$  e da intensidade de intensidade de intensidade de intensidade.

ração B<sub>lsj</sub>.

Por definição, a equação 2-2 escreve-se

$$T = \int d\vec{r}_{n} \int d\vec{r}_{d} \chi_{n}^{(1)}(\vec{k}_{n}\vec{r}_{n}) \langle J_{8}M_{8}S_{n}m_{n}|V_{p_{n}}|J_{A}M_{8}S_{n}m_{n}\rangle \chi_{n}^{(1)}(\vec{k}_{n}\vec{r}_{n})$$
(2-17)

em que 
$$\langle J_{B}M_{B}S_{n}M_{n}|V_{pn}|J_{A}M_{A}S_{d}M_{d}\rangle = \int_{T_{0}M_{0}}^{T} \langle F_{A}, F_{p}, F_{A}\rangle V_{S_{n}M_{n}}^{T} \langle F_{n}\rangle V_{np} \langle F_{np}, F_{n}, F_{p}\rangle$$
(2-18)

Os símbolos d $\xi_A$ , d $\xi_n$  e d $\xi_p$  referem-se às co-ordenadas internas do alvo, ao nêutron emergente e ao próton transferido, respectivamente.

Considera-se o estado nuclear residual B como formado pelo próton transferido  $(j,\mu)$  ligado ao alvo ou caro ço  $A(J_A{}^M{}_A)$ , de modo que sua função de onda é expressa por uma expansão, em termos dos auto-estados do alvo A.

Como o potencial de interação  $V_{pn}$  não depende das coordenadas  $\vec{r}_{pA}$ , số um termo da  $\vec{J}_{A}^{'}M_{A}^{'}$  contribuirã pa

ra o elemento de matriz (eq. 2-19). Esse termo corresponde ao estado do núcleo-alvo  $J_A$ , =  $J_A$ ,  $M_A$ , =  $M_A$ . Portanto, podemos escrever

O fator  $\Omega_{j,\mu}$  pode ser considerado como a fum ção de onda do próton transferido. Ele pode ser expandido em harmônicos esféricos em  $\tilde{r}_{pA}$ , que é a coordenada do centro de massa do próton em relação ao centro de massa do sistema do alvo A:

Deve-se mencionar que, na transferência de um único núcleon, o somatório sobre  $\ell$ , s é, na verdade, supérfluo, pois só o termo s =  $\frac{1}{2}$  e  $\ell$  = j  $\pm$   $\frac{1}{2}$  (dependendo da mu dança de paridade) contribui para a soma acima. Além disso, é possível fatorar a função  $\frac{1}{2}$  neste caso em uma parte radial e outra de spin.

$$\oint_{Sm_s} (\gamma_{pA}, \xi_p) = \sqrt{Sl_j} R_{l_j} (\gamma_{pA}) \Psi_{sm_s}(\xi_p)$$
(2-22)

em que S<sub>l,j</sub> é o fator espectroscópico usual. Assim, a equação 2-20 torna-se

$$\mathcal{I}_{gM_3}^{*} = \sum_{\substack{l \text{min} \\ l \text{sj}}} \mathcal{I}_{J_{AM_A}(\xi_A)}^{*}(\xi_A) \left(-L\right)^{l} \mathcal{I}_{l}^{m}(\theta_{p_A}, \Phi_{p_A}) \sqrt{S_{lj}} R_{lj}(r_{p_A}) \mathcal{I}_{s,m_s}(\xi_F) \\
\times \left( \sum_{\substack{l \text{sm} \\ l \text{sm}}} \mathcal{I}_{J_{AM_A}}(\xi_A) \left(-L\right)^{l} \mathcal{I}_{l}^{m}(\theta_{p_A}, \Phi_{p_A}) \sqrt{S_{lj}} R_{lj}(r_{p_A}) \mathcal{I}_{s,m_s}(\xi_F) \right)$$
(2-23)

a qual, substituindo-se em 2-18, fica

Integrando-se sobre as coordenadas internas,  $\boldsymbol{\xi}_{\mathrm{A}},$  do alvo, temos

$$\int \Psi_{J_{A}M_{A}}^{*}(\xi_{A}) \Psi_{J_{A}M_{A}}^{*}(\xi_{A}) d\xi_{A} = 1 \qquad (2-25)$$

que leva a

$$\begin{array}{lll}
\left\langle J_{g}M_{g}s_{m}M_{l}V_{pn}IJ_{a}M_{a}s_{d}M_{d}\right\rangle \\
&= \sum_{\substack{n,m\\l s j}} (-i)^{l} y_{g}^{m}(\theta_{pn}\phi_{pn}) \sqrt{S_{l}}R_{lj}(r_{pn}) \left\langle ls_{m}m_{s}l_{j}\mu\right\rangle \left\langle J_{a}jM_{a}\mu IJ_{a}M_{b}\right\rangle \\
&\times \int Y_{sm_{s}}^{*}(\xi_{p}) Y_{sm_{n}}^{*}(\xi_{n}) V_{np}(r_{np};\xi_{n}\xi_{p}) Y_{sm_{d}}^{*}(r_{pn};\xi_{n}\xi_{p}) d\xi_{n}d\xi_{p} \\
&\times \int Y_{sm_{s}}^{*}(\xi_{p}) Y_{sm_{n}}^{*}(\xi_{n}) V_{np}(r_{np};\xi_{n}\xi_{p}) Y_{sm_{d}}^{*}(r_{pn};\xi_{n}\xi_{p}) d\xi_{n}d\xi_{p} \\
\end{array}$$

Desprezando-se as contribuições do estado-D do dêuteron, pode-se escrever

$$V_{np}(r_{np};\xi_n\xi_p) = V_{np}^{S}(r_{np})$$
 (2-28)

em que v<sup>S</sup> é o valor do potencial de interação do estado triplo-S do dêuteron. Assim,

$$\times \int_{5m_s}^{*} (\xi_p) Y_{5nm_n}^{*}(\xi_n) Y_{sdm_d} \xi_n \xi_p) d\xi_n d\xi_p \qquad (2-29)$$

$$= \sum_{\substack{lim \\ mn}} \sum_{lsj} (-i)^l y_{\mathcal{R}}^{m}(\theta_{pA} \phi_{pA}) \sqrt{S}_{2j} R_{lj}(r_{pA}) V_{np}(r_{np}) \phi_{l}(r_{np})$$

$$x \left\langle s_n s_m m_s | s_d m_d \right\rangle \qquad (2-30)$$

É usual escrever-se

$$V_{np}(r_{np}) \Phi_{d}(r_{np}) = D(r_{np})$$
(2-31)

Usa-se frequentemente uma aproximação de alcance nulo

$$D(r_{np}) = D_0 \delta(r_n - r_p)$$
 (2-32)

em que o valor de D $_{o}$  provém da normalização assintótica  $(r_{\rm pn} \to \infty)$  da função de onda do dêuteron e obtém-se a partir da análise do alcance efetivo dos dados de espalhamento nêutron-próton (Au 64).

Finalmente obtém-se

$$\times R_{lj}(r_{pn}) \delta(r_{n}-r_{p}) (-i)^{l} y_{l}^{m}(\theta,\phi)$$
 (2-33)

em que o somatório sobre os números quânticos projetados foi deixado de lado, por enquanto, visto já estar incluído na ex pressão da seção de choque diferencial (eq. 2-1). A compara ção da equação 2-33 com a equação 2-7 mostra que a intensida de de interação

$$\mathcal{B}_{lsj} = \sqrt{S}_{lj} \mathcal{D}_{o} \tag{2-34}$$

O fator de forma de alcance nulo  $f_{lsj}(r)$  torna-se  $R_{lj}(r)$ , que identifica o fator de forma de stripping com a função de onda radial da partícula transferida. Listagens deste fator de forma estão disponíveis no código DWUCK4.

Também se pode abandonar a aproximação de alcance nulo e usar uma expressão mais realistica, que inclui efeitos de alcance finito, para a função de onda interna do dêuteron. Uma escolha comum que, aliãs, usamos no presente trabalho, é a função de Hulthen para o dêuteron (Ho 71):

$$\phi_{d}(r_{pn}) = \left(\frac{\alpha \beta (\alpha + \beta)}{2\pi (\alpha - \beta)^{2}}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{e^{-\alpha r_{np}} - e^{-\beta r_{np}}}{r_{np}}\right)$$
(2-35)

Neste caso, o produto

$$V_{pn}(\vec{r}_{pn}) \phi_d(\vec{r}_{pn}) = \frac{D_o B^2 e^{-\beta r}}{4\pi r}$$
 (2-36)

em que

$$D_o^2 = \frac{8\pi B_d}{\alpha^3} \left(\frac{d+\beta}{\beta}\right)^3 \tag{2-37}$$

da para

o valor

$$\left(D_{0}/_{10^{2}}\right)^{2} = 1,55 \text{ MeV}^{2}-F^{3}$$
 (2-38)

Assim, as seções de choque oby calculadas

pelo programa DWUCK4 para o stripping (d,n) relacionam-se com as seções de choque diferenciais teóricas por

$$\frac{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^{lsj}}{\frac{d\sigma}{d\Omega}} = \frac{2J_B+1}{2J_A+1} \times \frac{SljD_0}{l_10\times10^4} \times \frac{\sigma_{DW}}{2j+1}$$
(2-39)

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) = 1.55 S_{g} \frac{2J_{B}+1}{2J_{A}+1} \frac{\sigma_{DW}}{2J+1}$$
(2-40a)

No presente caso, de nêutrons provenientes de  $^{12}\text{C}(\text{d},\text{n}_1)^{13}\text{N}$ , temos  $\text{J}_{\text{A}}=\text{J}_{\text{12}\text{C}}=0$ ,  $\text{J}_{\text{B}}=\text{J}_{\text{13}\text{N}}=1/2$  e j = 1/2, dando

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) = 1,55 S_{lj} \sigma_{lj} = S_{R'_{lj}} (1,55 \sigma_{lj}) \qquad (2-40b)$$

de modo que, usando nos cálculos o valor l para  $S_{\ell,j}$ , seu verdadeiro valor pode ser determinado pela comparação

$$S_{ij} = \frac{(d\sigma/d\Omega)_{\text{experimental}}}{(d\sigma/d\Omega)_{\text{teórico}}}$$
 (2-41)

CAPITULO 3

REVISÃO HISTÓRICA DA ANÁLISE DWBA: O CASO DO ESTADO NÃO LIGADO Há vários trabalhos na literatura sobre a aplicação da análise do stripping DWBA ao caso de ressonâncias de partícula única no núcleo residual (Hu 65, Bz 69, Vf 70, Co 63). Mais recentemente, as idéias gerais foram estendidas para explicar a forma da linha do espectro dos nêutrons nos processos (d,n) (Ba 78).

Embora os tratamentos variem muito, em todos os casos a preocupação básica é a substituição da função de onda do estado ligado da partícula transferida por alguma fum ção de onda do tipo ressonante. Esta função de onda ressonante representa o fator de forma no caso do stripping e, na parte que corresponde ao interior do núcleo, é usualmente construída usando-se um modelo específico. No exterior do núcleo, a função de onda assintótica depende exclusivamente do desvio de fase do espalhamento elástico (feito pelo núcleo-alvo) das partículas do tipo transferido.

Na literatura, dois ataques distintos ao problema parecem os mais populares; por essa razão vamos revis<u>ã</u> los aqui.

## 1. O METODO DE COKER E HOFFMAN

Mostrou-se (Ga 28, Si 39) que as funções de Gamow descrevem os auto-estados da energia complexa  $\tilde{E}=E-i\Gamma/2$  que obedecem à condição de contorno de ser, no infinito, uma onda puramente emergente. Por isso, parece natural escolher essas funções para representarem o estado de ressonância no núcleo residual.

No caso de um estado não ligado, a função de Gamow corresponde ao residuo da função de Green do sistema, no polo que corresponde à ressonância da particula única (Ma 69). Isso oferece analogia direta com o caso da função do estado ligado, que é o residuo da função de Green do sistema, no polo que corresponde ao estado ligado de particula única de um dado (j, l).

Faz-se da seguinte maneira a incorporação da função de Gamow à análise DWBA padrão. Consideremos o se-guinte processo de stripping (d,n):

$$A+d \rightarrow B+n$$

$$L\rightarrow A+p$$

em que o núcleo residual B permanece em um estado não ligado, o que significa que o sistema residual B pode ser considerado como um caroço A mais um próton do contínuo. A seção de choque do processo que coloca um próton no contínuo a uma energia entre  $E_{\rm p}$  e  $E_{\rm p}$  +  $dE_{\rm p}$ , quando o nêutron é observado dentro do ângulo sólido  $d\Omega_{\rm n}$ , é (Co 73):

$$\frac{d^{2}\sigma}{d\Omega_{n}dE_{p}} = \frac{2ManMadMap}{\pi^{2}k^{6}k_{d}k_{p}k_{n}} \left(\frac{B}{A}\right)^{2} \frac{(2J_{B}+1)}{(2J_{A}+1)} \sum_{jmm_{a}m_{n}} \left[\sum_{s} C_{s}\right] \frac{m_{m_{a}m_{n}}}{\beta_{s}}$$
(3-1)

em que os  $\tilde{\beta}$  correspondem à definição dada na equação 2-lla  $B^*=\Delta_{PP}$  e contêm as integrais radiais superpostas

$$\mathbb{I}_{n}^{lsj} = \left( \chi_{n}^{l} \left( \frac{A}{B} k_{n} r \right) \chi_{lsj}(k_{p} r) \chi_{ld}(k_{d} r) dr \right) \tag{3-2}$$

O fator de forma,  $\chi_{\text{lsj}}(k_{\text{p}}r)$ , em lugar de representar o próton ligado (partícula única) em um poço  $V_0$ , representa agora a função de estado radial do próton do contínuo com a condição de contorno usual (Sa 64). Junto de uma ressonância isolada, a função do próton do contínuo  $\chi_{\text{lsj}}(k_{\text{p}}r)$  tem a forma (Co 73)

$$\chi_{esj}(k_{pr}) = \frac{i(\sigma_{e} + 25_{e}^{j}) \Gamma_{e}^{j}/2}{E_{p} - E_{R} + i\Gamma_{e}^{j}/2} O_{ej}(k_{pr}) + \chi_{ej}^{NR}(k_{pr})$$
 (3-3)

Os O (k,j) relacionam-se com as funções de Gamow  $g_{\ell,j}^R$  ( $\tilde{k}_R$ ,r) através de

$$9_{2j}^{R}(\widetilde{k}_{R}r) \equiv \left(\frac{\mu\Gamma_{0}^{j}}{\hbar^{2}\widetilde{k}_{R}}\right)^{1/2}e^{i5\frac{j}{2}}O_{2j}(\widetilde{k}_{R}r)$$
(3-4)

em que o número de onda complexo  $\tilde{k}_R$  corresponde a  $\tilde{E}=E_R-\frac{i\,\Gamma}{2}$  e o  $\zeta_\ell^j$  é o desvio de fase de fundo (não-ressonante) ao qual corresponde a função de onda não-ressonante do contínuo  $\chi_{\ell,j}^{NR}$ . Perto da ressonância,  $\chi_{\ell,j}^{NR}$  pode ser desprezado, pois sua contribuição já foi aproximadamente subtraí da na análise dos dados. Os efeitos de interferência são tam bém desprezados. As  $O_{\ell,j}(\tilde{k}_R,r)$  são soluções da equação radial de Schroedinger no caso das energias  $\tilde{E}_R=E_R-\frac{i\,\Gamma_\ell^j}{2}$ . No caso de  $r=\infty$ , ela é puramente emergente.

No caso da ressonância em estudo, isto é, estreita e isolada,  $\Gamma_{\ell}^{j}$  são pequenos e, portanto, dentro do intervalo  $\pm \Gamma_{\ell}^{j}$  em torno de  $E_{R}$ , a dependência de energia de  $O_{\ell,j}^{(k_pr)}$ ,  $X_{I_dJ_d}^{(k_dr)}$  e  $X_{I_nJ_n}^{(k_nr)}$  é considerada des prezível. Assim, na expressão 3-1 da seção de choque, o

termo fortemente dependente da energia pode ser fatorado a partir da equação 3-2 e a integração sobre E<sub>p</sub> pode ser feita de acordo com

$$\frac{1}{4} \int_{E_{R}}^{E_{R}+\Delta} \frac{\Gamma^{2}}{(E_{p}-E_{R})^{2} + \frac{\Gamma^{2}}{4}} dE_{p} = \frac{\pi\Gamma}{2}$$

em que  $\Delta = \frac{\Gamma + \Gamma}{2}$ , sendo  $\Gamma$  a resolução da energia experimental. Assim, a expressão que dá a seção de choque diferencial torna-se:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_{n}} = \frac{2M_{Ad}M_{Bn}M_{AP}}{\pi^{2}h^{6}} \frac{1}{k_{A}^{3}k_{n}k_{p}} \left(\frac{\pi\Gamma_{0}}{2}\right) \left(\frac{B}{A}\right)^{2} \frac{\left(2J_{B}+1\right)}{\left(2J_{A}+1\right)}$$

$$\begin{array}{c|c}
X & \sum_{j \in S} \left| \sum_{s \in S} \left| \sum_{s$$

Existe uma notável semelhança entre a equação 3-5 e a forma da seção de choque, na análise usual DWBA (estado ligado), dada pela equação 2-12. Essa semelhança fica ainda mais patente colocando-se o fator  $\frac{\pi \, \Gamma_{\ell}^{\, j}}{2 k_p} \ \, dentro \ \, do \ \, soma \ \, tório \ \, dos \, \tilde{\beta}, \ \, de \ \, modo \, que \, a \, integral \, radial \, (eq. 3-2) \, fica \, sem \, do \, dada \, pela \, expressão$ 

$$\int \chi_{n} \tau_{n} \left( \frac{A}{B} k_{n} r \right) \left( \frac{\pi \Gamma_{k}}{2 k_{p}} \right)^{\frac{1}{2}} O_{0j}(k_{p} r) \chi_{L_{d} J_{d}}(k_{d} r) dr$$
(3-6)

Com referência à equação 3-4, vê-se facilmente que esta integral pode ser escrita assim:

$$\int \chi_{L_{n} J_{n}} \left( \frac{A}{B} k_{n}^{r} \right) \frac{g_{ij} \left( \tilde{k}_{p}^{R} r \right) \chi_{ij} \left( k_{d} r \right) dr}{r}$$
(3-7)

se 
$$k_p$$
 for substituido por  $(\tilde{k}_p^R)^2 = \frac{2\mu_{pA}\tilde{E}}{\hbar^2}$ 

ou 
$$k_p = \left(\frac{2\mu_{PA}\left(E_R - iV_2\right)}{\hbar^2}\right)^2$$
 (3-8)

o que mostra que o número de onda  $\tilde{k}_p^R$  é um número complexo da forma (a - bi) e o fator de forma é representado pela função de Gamow.

Assintoticamente, a função de Gamow  $g_{\ell,j}^R(\tilde{k}_p^R,r)$  comporta-se como

$$\exp\left\{i\left(k_{p}^{R}r - \eta \ln(2k_{p}^{R}r) - \frac{1}{2}\pi + 52\right\}\right\}$$
 (3-9)

que diverge exponencialmente, devido à natureza complexa de  $\tilde{k}^{R}_{\text{p}}$ 

Esta divergência exponencial da integral radial talvez seja o objeto da crítica mais séria a esse método, já que, em princípio, a integração radial não é numerica mente possível. Fica também em dúvida a validade dos fatores espectroscópicos obtidos da maneira usual, visto como, no caso de um estado de partícula único verdadeiro, este fator é considerado igual à unidade e, para isso, na prática, é preciso normalizar a função de onda.

The way then do the limit: e are

Use. Quadralic Interpolation:  $\forall n = n \neq 1$   $T(0) = 3 \left[T(\alpha_1) - T(\alpha_2)\right] + T(\alpha_3)$ 

Iteration using smaller and smaller starting values of of, until I(0) goes to same limit.

Typical values: d=.005/fm

or in general  $d = \frac{10}{R_{cuto}^2 + t}$ 

and they found Reutott = 40 km -> 100 fm

veja pg. 92-93 Piza form factor. They're getting
the coudant 1 compete cycle only!

Por outro lado, Berggren (Be 68, Be 70, Be 71) mostrou que as integrais que se baseiam nas funções de Gamow ficam bem definidas em termos de uma função Gaussiana de peso e e α nesse sentido, as funções de Gamow são ortonor mais. Por isso, a integral radial DWBA da equação 2-11b tor na-se

$$\lim_{\alpha \to 0} \int \chi_{L_{\eta} J_{\eta}} \left( \frac{A}{B} k_{\eta} r \right) \frac{g_{l_{j}}^{R} \left( \tilde{k}_{\rho} r \right) e^{-\alpha r^{2}}}{r} \chi_{LdJ_{d}} \left( k_{\sigma} r \right) dr \qquad (3-10)$$

Um código de computador denominado VENUS, produzido por Tamura e Coker (Ta 71), realiza essa integração.

Assim, os fatores espectroscópicos são extraídos pela maneira usual.

Esse método, entretanto, supõe que a cauda do fator de forma devida ao próton desempenha o papel mais importante na determinação da seção de choque. Voltaremos a este assunto na discussão do Capítulo 8.

## 2. O METODO DE VINCENT E FORTUNE

Nesta estratégia não se apresenta uma descrição especial do estado nuclear residual B, mas apenas se con sidera um estado de partícula única num poço cuja descrição é obtida empiricamente. O processo de transferência do núcleon único para o alvo (reação tipo d,n) resulta em uma que bra em três corpos:

Por isso, no caso em que não se observa a direção do próton p, a seção de choque diferencial se escreve (Ne 67) como:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = (2\pi)^{-5} h^{-2} m_d P_d \sum_{\text{2jm}} \int dk_{Ap} \sum_{\text{1T}} |\text{T}|^2 k_{Bn} \mu_{Bn}^{-1} k_{An}^2 k_{Ap}^2 \qquad (3-11)$$

em que:  $h\vec{k}_{Ap}$  é o momento relativo de A e p etc.;

T é a amplitude de transição;

μ são as massas reduzidas;

P<sub>d</sub> é o momento do dêuteron incidente.

Na equação 3-11, os indices do momento angular,  $\ell$ , j, m substituiram a integração sobre os ângulos de  $\vec{k}_{\rm Ap}$  e o somatório sobre a projeção do spin da particula p. Estabelecendo uma seção de choque ficticia  $\sigma^{\rm F}$  definida por

$$\frac{d\sigma_{l}^{F}}{d\Omega_{n}} = (2\pi)^{2} t^{-4} \mu_{Ad} \mu_{3n} k_{Bn} k_{Ad} \sum_{m} |T^{F}|^{2}$$
(3-12)

Vincent e Fortune chegaram a

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_n} = 2\pi^{-1} k^{-2} \mu_{AP} \sum_{ij} \int_{E_4}^{E_2} dE_{AP} k_{AP} \frac{d\sigma e_j}{d\Omega_n}$$
 (3-13)

em que  $E_1$  e  $E_2$  são os valores de  $E_{Ap} = \frac{1}{2} \; k_{Ap}^2/\mu_{Ap}$  que correspondem cinematicamente aos limites da dispersão das energias dos nêutrons considerada na análise dos dados.

A seção de choque ficticia de (3-12) tem a forma da seção de choque DWBA do <u>stripping</u> que leva a um es tado ligado com momentos angulares  $\ell$ , j (veja equação 2-1). Entretanto, ao contrário do caso do estado ligado, o estado final do próton em  $T^F$  não é normalizado: tem, em vez disso,

uma função de onda radial que se desenvolve como sen $(k_{
m Ap}^{} r + \gamma)/k_{
m Ap}^{} r$ .

Isso torna impossível extraírem-se diretamente os fatores espectroscópicos da análise. Além disso, como a parte da seção de choque observada que é devida ao fundo foi subtraída, admite-se também que o somatório sobre l, j se reduz a um único termo, que é o l, j do estado ressonante contribuinte.

Uma vez estabelecida a correspondência acima, as seções de choque diferenciais fictícias são calculadas por meio de um código DWBA padrão.

Restam, porém, duas tarefas. A primeira é de terminar o fator de forma ressonante  $F_{lj}$  e a segunda (que discutiremos no Capítulo 5) é avaliar a integral que aparece na equação 2-11b.

## A ESCOLHA DO FATOR DE FORMA F<sub>2</sub>, DE VINCENT E FORTUNE

O procedimento que leva à determinação de  $F_{\ell j}$  corre em paralelo com o que se emprega no caso do estado ligado convencional, no qual se fornecem valores para os parâmetros geométricos  $r_{0V}$ ,  $a_{V}$  do poço potencial central e para os parâmetros do potencial spin-órbita. A profundidade do poço  $V_0$  é, então, variada para ajustar-se à energia de ligação da partícula única ao caroço, que foi determinada experimentalmente. Existe, entretanto, para uma reação (d,n) no caso do estado não ligado, uma ressonância no sistema A + p caracterizada por uma energia  $E_{r}$ , uma largura  $\Gamma$  e momentos

angulares l,j. Admite-se que não há canais inelásticos aber tos perto de E<sub>Ap</sub> = E<sub>r</sub> e que, portanto, lotal = lp. Não se leva em conta excitação virtual do caroço A. Por isso o potencial da partícula única é determinado a partir dos dados de espalhamento elástico do sistema (A + p) e é escolhido de modo que reproduza o espalhamento de fundo observado no alcance de energia considerado. Além disso, este potencial deve produzir uma ressonância na onda parcial l,j que seja próxima da energia de ressonância real. Os fatores de forma foram calculados por meio do código de computador deno minado ABACUS (Au 62).

O caso-teste escolhido por Vincent e Fortune foi a reação  $^{16}\text{O}(\text{d,p})^{17}\text{O}$ , que leva ao estado  $\text{J}^{\pi}=\frac{3+}{2}$  a  $\text{E}_{\text{X}}=5,08$  MeV do  $^{17}\text{O}$ , que é não ligado contra o decaimento de nêutrons e aparece como uma ressonância no espalhamento elástico dos nêutrons produzido pelo  $^{16}\text{O}$ . A ressonância sur ge a uma energia de nêutrons  $\text{E}_{\text{R}}=1,0$  MeV (laboratório) e com uma largura  $\text{T}_{\text{n}}=90\pm5$  keV (CM).

Na verdade, eles usaram o fator de forma obtido por Alty et al. (Al 67) que, a partir dessa energia  $E_R$  e do desvio de fase  $d_{3/2}$  para o espalhamento do  $^{16}\mathrm{O}$  + n na região da ressonância, procuraram os parâmetros do poço  $V_0$ ,  $r_{0V}$ ,  $a_V$  e  $V_{s0}$ , capazes de reproduzir o desvio de fase. Usando estes parâmetros no programa ABACUS, Vincent e Fortune obtiveram o valor r = 86 ± 1 keV, que concorda bem com a largura medida citada acima, dando credibilidade aos valores destes parâmetros.

Os parâmetros do poço assim obtidos foram pos

tos no código de computador DWBA para calcular-se o fator de forma não ligado, na região interior do núcleo residual.

Na região exterior, a expressão do fator de forma é escrita como

em que  $H^{\pm}$  são as funções Coulombianas (emergente e entrante),  $\eta$  relaciona-se com o desvio de fase nuclear e  $\sigma_{\chi}$  são os desvios de fase Coulombianos. Esta expressão será discutida em detalhe no Capítulo 5. Basta dizer agora que, na integral radial (2-11b), ela converge vagarosamente. Por is so técnicas especiais que envolvem a deformação do contorno de integração no plano r complexo foram aplicadas no cálculo da integral no espaço exterior do núcleo.

Como no presente trabalho encontramos as mesmas dificuldades na avaliação da integral radial, deixamos para o Capítulo 5 uma discussão extensa das técnicas empregadas por Vincent e Fortune.

Após a avaliação da integral radial, o código DWBA utilizado por esses autores procede da maneira normal para chegar à seção de choque da equação 3-12.

CAPITULO 4

METODOS: PRESCRIÇÃO DE A.F.R. DE TOLEDO PIZA PARA O FATOR DE FORMA DO ESTADO ANALOGO NÃO LIGADO O interesse pelos estados análogos ressurgiu espetacularmente quando Anderson e Wong (An 62) demonstraram sua existência em um estudo sobre as reações (p,n). Daí para cã, eles foram encontrados em espalhamentos elásticos e não elásticos e numa grande variedade de reações de transferência de núcleons. A formação das ressonâncias análogas foi observada até em canais de dêuterons, por Hamburger (Ha 67), na reação 207Pb(d,p)208Pb.

No rastro dessas descobertas experimentais, surgiu um considerável número de publicações sobre a teoria da projeção do estado análogo, que estão sumarizadas na extensa revisão de Auerbach, Hüfner, Kerman e Shakin (Au 72). Em particular, Piza (Pi 66, Pi 67, Pi 69 e Pi 72) desenvolveu aspectos específicos da teoria geral.

Neste Capítulo, trataremos da teoria do estado análogo, para descrever o estado análogo residual não ligado, seguindo a formulação de A.F.R. de Toledo Piza, juntamente com conceitos básicos necessários ao seu entendimento,
extraídos da literatura citada acima.

O formalismo de projeção dos estados análogos decorre naturalmente do formalismo de Feshbach (Ho 71) para o tratamento pelo modelo óptico do problema do espalhamento nuclear. No caso dos estados análogos, entretanto, a física do problema sugere que o espaço de Hilbert seja subdividido em três compartimentos (em lugar de dois), descritos assim:

- a) espaço P ou espaço de canal aberto (continuo);
- b) espaço A, que contém os estados análogos;

c) espaço q, ou espaço composto, que contém o refugo dos espaços P e A que resta no espaço de Hilbert. Este espaço contém todos os estados complicados que dão origem aos efeitos estatísticos do núcleo composto, além de alguns modos mais simples, tais como as ressonâncias isoladas de Breit Wigner.

Os operadores de projeção P, A, q são designados para cada um desses espaços e a ortogonalidade mútua dos subespaços fica assegurada pela própria construção dos seus respectivos operadores de projeção. O vetor de estado completo | \$\psi\$> do problema de espalhamento escreve-se em termos desses operadores de projeção como

$$|\Psi\rangle = P|\Psi\rangle + A|\Psi\rangle + q|\Psi\rangle$$
 (4-1)

com o operador de identidade sendo escrito como

$$1 = F + A + q \tag{4-2}$$

OS ESTADOS ANALOGOS E O OPERADOR DE PROJEÇÃO ANALOGO

No caso de núcleos com o mesmo número de massa A, os estados de um núcleo de Z prótons e N nêutrons (Z + N = A) chamam-se estados ascendentes com funções de on da simbolizadas por  $|\pi_i\rangle$ . Os estados ascendentes são os au

to-estados da Hamiltoniana total H dos A-núcleons. Os estados do núcleo de (Z+1) prótons e (N-1) nêutrons cha mam-se estados análogos, com funções de onda designdadas por  $|A_i\rangle$ . Pode-se exprimir o estado análogo em termos do estado ascendente  $|\pi_i\rangle$  assim:

$$|A_{i}\rangle = \frac{T_{-}|\pi_{i}\rangle}{\langle \pi_{i}|T_{+}T_{-}|\pi_{i}\rangle / 2}$$
 (4-3a)

onde T. é o operador de aumento de carga e  $T_+$  é o operador de diminuição de carga. A quantidade  $<\pi|T_+T_-|\pi>$  chama-se Norma e demonstra-se (Au 72) que, se o isospin T é um bom número quântico no caso do estado ascendente  $|\pi>$ , o valor da Norma é

$$\langle \pi | T_{\bullet} T_{\bullet} | \pi \rangle = 2T \equiv N - Z$$
 (4-3b)

Ora, os estados  $|A_i\rangle$  têm o mesmo caráter es pacial dos estados ascendentes  $|\pi_i\rangle$ , embora não sejam auto estados da Hamiltoniana total H. Isto porque ocorrem os chamados termos violadores do isospin (Au 72), entre os quais o mais notório é a repulsão Coulombiana dos prótons, a qual gera elementos de matriz não diagonais na Hamiltoniana. É claro que se esses termos violadores do isospin não existissem, então  $|A_i\rangle$  também seriam auto-estados de H.

Os elementos de matriz não diagonais representam, simplesmente, o acoplamento dos estados análogos com os espaços P e q e podem ser escritos em termos das partes de H que violam o isospin. Para vermos que é assim, supo-

nhamos que temos um estado  $|\Phi\rangle$  situado no espaço contínuo (espaço P) ou no espaço do núcleo composto (espaço q). O acoplamento do estado análogo  $|A\rangle$  com o estado  $|\Phi\rangle$  é representado por  $|\Phi\rangle$  Calculando-se, temos

$$= \frac{\langle \text{DILHT.]}|\pi\rangle}{(\text{NORm})^{1/2}}$$
 (4-3c)

em que as chaves representam o símbolo comutador usual. Isto é fácil de justificar, pois  $H|\pi\rangle = E|\pi\rangle$  e

como consequência da ortogonalidade do espaço A em relação aos espaços P e q.

Então, no caso em que a Norma é 1,

$$\langle \Phi | H | A \rangle = \langle \Phi | E | T | T | T \rangle = \langle \Phi | V | T | T \rangle$$

e o comutador V = [HT\_] torna-se responsável pelo acoplamento e contém, como dissemos antes, vários termos entre os quais o principal é o potencial Coulombiano de dois corpos que existe entre os prótons. Portanto,

Encontram-se descrições completas dos outros termos violadores do isospin em (Au 72), mas, no presente tra balho, consideramos apenas o principal. Como a força Coulom biana é de grande alcance, espera-se que o acoplamento do es tado análogo com os espaços P e q seja em geral fraco.

Uma expressão explicita do operador A de projeção do espaço análogo é

$$A = \sum_{i,j} \frac{|Ai\rangle\langle Aj|}{\langle Ai|Aj\rangle}$$
(4-4)

em que o somatório sobre (i,j) contém os estados análogos de interesse. Assim, no caso de um estado análogo isolado |A>, o operador de projeção A escreve-se

$$A = 1A > \langle A |$$
 (4-5)

com as propriedades usuais dos operadores de projeção

$$A^2 = A = A^{\dagger} \tag{4-6}$$

е

$$AP = 0 \qquad Aq = 0 \tag{4-7}$$

que exprimem a ortogonalidade mútua dos espaços A, P e q.

DESCRIÇÃO DO PRIMEIRO ESTADO EXCITADO DO <sup>13</sup>N POR MEIO DA TEO RIA DO ESTADO ANÁLOGO

Partindo das premissas básicas da teoria do estado análogo sumarizadas acima, A.F.R. de Toledo Piza desenvolveu o seguinte formalismo para descrever o primeiro estado excitado do 13N, que é um estado de ressonância.

A teoria adota como hipótese mínima que existe uma Hamiltoniana para o sistema residual ( $^{12}\mathrm{C}$  mais um prosenton) tal que

$$H \Psi_{\varepsilon_{R}}^{\pm}(\xi, r_{\rho}) = E_{R} \Psi_{\varepsilon_{R}}^{\pm}(\xi, r_{\rho}) \qquad (4-8)$$

em que  $\xi$  indica coordenadas internas,  $r_p$  indica coordenadas relativas e  $\pm$  indica que  $\psi$  satisfaz as condições de conterno de ondas emergentes ou entrantes, respectivamente.

Para o caso em questão, admite-se que os canais compostos es tão fechados, o que parece uma suposição plausível quando se descrevem os estados baixos do núcleo residual. Assim, o es tado residual é compartilhado exclusivamente pelo espaço aná logo e pelo espaço contínuo. Portanto, 4-2 e 4-5 dão

$$1 = P + A \tag{4-9}$$

$$P = 1 - |A| < A|$$
 (4-10)

A função de onda do estado residual total pode ser escrita como /

$$|\Psi^{\pm}\rangle = P|\Psi^{\pm}\rangle + A|\Psi^{\pm}\rangle \qquad (4-11)$$

$$|\Psi^{\pm}\rangle = (1-|A\rangle\langle A|)|\Psi^{\pm}\rangle + |A\rangle\langle A|\Psi^{\pm}\rangle$$

$$= (4-12)$$
this is just a useful identity

. Substituindo-se em 4-8 o valor de  $\mathrm{H}\psi_{\mathrm{E}_{\mathrm{R}}}^{\pm}$  da-do em 4-11, tem-se

$$H\left(A|Y_{E_R}^{\pm}\rangle + P|Y_{E_R}^{\pm}\rangle\right) = E_R\left(A|Y_{E_R}^{\pm}\rangle + P|Y_{E_R}^{\pm}\rangle\right) \tag{4-13}$$

Operando 4-13 pela esquerda, primeiro por A e depois por P, chega-se às equações acopladas seguintes:

$$AHAI\Psi_{E_R}^{\pm}\rangle + AHPI\Psi_{E_R}^{\pm}\rangle = E_RA^2I\Psi_{E_R}^{\pm}\rangle + E_RAPI\Psi_{E_R}^{\pm}\rangle$$

$$PHAI\Psi_{E_R}^{\pm}\rangle + PHPI\Psi_{E_R}^{\pm}\rangle = E_RPAI\Psi_{E_R}^{\pm}\rangle + E_RP^2I\Psi_{E_R}^{\pm}\rangle$$

Com referência a 4-6 e 4-7,

$$A^2 = A = A^{\dagger}$$

$$P^2 = P = P^{\dagger}$$

$$PA = AP = 0$$

Portanto, as equações 4-14 reduzem-se a

$$(AHA)AIY_{ER}^{\pm}\rangle + (AHP)PIY_{ER}^{\pm}\rangle = E_RAIY_{ER}^{\pm}\rangle$$

$$(PHA)AIY_{ER}^{\pm}\rangle + (PHP)PIY_{ER}^{\pm}\rangle = E_RPIY_{ER}^{\pm}\rangle$$

$$(4-15)$$

Após rearranjos e adotando-se a convenção de que AHA =  $H_{AA}$ , PHA =  $H_{PA}$  etc., as equações acopladas podem ser escritas como

$$(E_R - H_{AA})AIY_{E_R}^{\pm} \rangle = H_{AP}PIY_{E_R}^{\pm} \rangle \qquad (4-16a)$$

$$(E_R - H_{PP}) P | \Psi_{ER}^{\pm} \rangle = H_{PA} A | \Psi_{ER}^{\pm} \rangle \qquad (4-16b)$$

Até aqui, definimos um espaço análogo e um espaço contínuo para o caso do próton único no campo do caroço 12C. A função do espaço análogo expressa em 4-3a contém o estado do próton único normalizado, associado com um orbital un idêntico ao estado correspondente do nêutron único do núcleo ascendente 13C. É bom notar que, neste caso, a Norma é igual a 1. O espaço contínuo é definido por estados não ressonantes que são estados ortogonais ao espaço análogo. A natureza ressonante do sistema próton único mais 12C revela-se no acoplamento do orbital normalizado un com o contínuo não ressonante, como impõem 4-16a e 4-16b.

Para ver isso explicitamente, "desliguemos" o estado análogo por enquanto. Isso equivale a obter as solu-

ções da contrapartida homogênea de 4-16b:

$$(E_R - H_{PP})P(Y_{E_R}^{\pm}) = 0$$
 (4-17)

$$\left(E_{R}-H_{PP}\right)\left(\Psi_{E_{R}}^{\pm}\right)=0 \tag{4-18}$$

e, para obter-se a solução total de 4-16b, adiciona-se a  $|\,\Psi_{E_R}^{\,\pm}\,\rangle\,\,\, \text{qualquer solução particular.} \quad \text{A mais obvia delas} \quad \tilde{\text{e}}$ 

$$PIY_{E_R}^{\pm} \rangle = \frac{1}{E_R^{\pm} - H_{PP}} H_{PA} A IY_{E_R}^{\pm} \rangle \tag{4-19}$$

em que  $E_{R}^{\pm}$  é o modo convencional de denotar os valores de energia complexa  $E_{R}$ . A solução completa pode agora ser escrita como

$$P(Y_{ER}^{\pm}) = (Y_{ER}^{\pm}) + \frac{1}{E_{R}^{\pm} - H_{PP}} H_{PA}(Y_{ER}^{\pm})$$
 (4-20)

em que se deve notar que  $\frac{1}{(E_R^{\frac{1}{2}}-H_{pp})}$  é a função de Green para  $H_{pp}$  (Fe 58).

O comportamento ressonante do segundo termo à direita de 4-20 torna-se agora aparente. Voltando à outra equação acoplada (4-16a) e introduzindo nela 4-20, temos

$$(E-H_{AR})AIY^{\pm}_{ER} > = H_{AP}IY^{\pm}_{ER} > + H_{AP}\frac{1}{E_{R}^{\pm}-H_{PP}}H_{PA}AIY^{\pm}_{ER} >$$

$$(4-21)$$

que pode ser reescrita assim

$$\left(E-H_{AB}-H_{BP}\frac{1}{E_{B}^{\pm}-H_{PB}}H_{PA}\right)A|Y_{E_{B}}^{\pm}\rangle = H_{AP}|Y_{E_{B}}^{\pm}\rangle$$
(4-22)

Introduzindo-se uma Hamiltoniana efetiva

$$\mathcal{H} \equiv H_{AA} + H_{AP} \frac{1}{E_R^+ - H_{PP}} H_{PA}$$
 (4-23)

a equação 4-22 torna-se

$$(E-H)AIY^{\pm}\rangle = H_{AP}IY^{\pm}\rangle \tag{4-24}$$

Substituindo | A><A | pelo operador A, temos

$$(E - \mathcal{X}) |A\rangle \langle A| \Upsilon_{ER}^{\pm} \rangle = H_{AP} |\Upsilon_{ER}^{\pm} \rangle$$
 (4-25)

Multiplicando a equação 4-24, pela esquerda, por <A|, obtém-se, para <A|A> = 1,

$$(E - \langle A|H|A\rangle \langle A|\Psi_{ER}^{\pm}\rangle = \langle A|H_{AP}|\Psi_{ER}^{\pm}\rangle$$
(4-26)

Por definição (Au 72),

em que  $E_{
m A}$  é a energia de ressonância, e

em que r<sub>A</sub> é a largura total da ressonância.

A equação 4-26 pode ser escrita agora como

Como  $|oldsymbol{\Psi}_{\mathrm{E}_{\mathrm{R}}}^{\pm}>$  jã é uma função de onda do espaço contínuo, então

$$\langle A|\Psi^{\pm}\rangle = \frac{\langle A|H_{AP}|\Psi^{\pm}_{ER}\rangle}{E - E_A \mp i\frac{\Gamma_A}{2}}$$

$$= \frac{\langle A|AHP|\Psi^{\pm}_{ER}\rangle}{E - E_A \mp i\frac{\Gamma_A}{2}}$$

ou, finalmente,

$$\langle A|Y_{ER}^{\pm}\rangle = \frac{\langle A|H|Y_{ER}^{\pm}\rangle}{E - E_A \mp i\frac{\Gamma_A}{2}}$$
(4-27)

Multiplicando a equação 4-27 pela esquerda por |A>, chega-se a uma expressão para a parte da função de onda total projetada no espaço análogo:

$$AI\Psi_{E_{R}}^{\pm} \rangle = \frac{IA \rangle \langle AIHI\Psi_{E_{R}}^{\pm} \rangle}{E - E_{A} \mp i \Gamma_{A}^{\dagger}}$$
(4-28)

Combinando-se 4-20 e 4-28, a função de onda total pode ser escrita como

ou

$$|\Psi_{ER}^{\pm}\rangle = |\Psi_{ER}^{\pm}\rangle + \frac{1}{(E_{R}^{\pm} - H_{pp})} \frac{H_{PA}|A\rangle\langle A|H|\Psi_{ER}^{\pm}\rangle}{(E_{R}^{\pm} - H_{pp})} + \frac{1}{(E_{R}^{\pm} - H_{pp})} \frac{1}{(E_{R}^{\pm} - H_{pp})} + \frac{1}{(E_{R}^{\pm}$$

E conveniente lembrar, a esta altura, que o espectro de nêutrons observado  $\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE_n} \ \ \text{versus} \ E_n \ \ \text{associa}$  do ao estado ressonante residual deve seguir um tipo de distribuição Lorentziana, devido à largura finita  $\Gamma_A$  do estado não ligado. Assim, esquecendo por enquanto a resolução experimental, a determinação da área do pico, feita para calcular a seção de choque  $\frac{d\sigma}{d\Omega} \ , \ \ \text{executa, efetivamente, uma integração sobre a variável } dE_n \ , \ de acordo \ com$ 

$$\int \frac{d^2\sigma \, dE_n}{dE_n \, d\Omega} = \frac{d\sigma}{d\Omega}$$

em que os limites  $(-\infty \to \infty)$  fazem supor que o nível é verdadeiramente isolado. Como esta integral sobre a energia de ressonância é obtida automaticamente no processamento de dados, ela deveria ser executada nos cálculos teóricos, antes de introduzir-se o fator de forma do estado não ligado na amplitude de stripping da DWBA.

Consegue-se isso usando-se a Regra de Ouro no 2 de Fermi para deduzir a expressão da taxa de transição T para um estado ressonante final descrito pela configuração or bital |A>, a partir de uma função de onda continua não ressonante entrante  $|\psi_{E_R}^->$ . Assim

$$T = \frac{2\pi}{\hbar} \left\langle Y_{\varsigma} | H_{int} | Y_{\varsigma} \right\rangle^{2} \rho(E)$$
 (4-30a)

em que ρ(E) é a densidade dos estados finais. Para uma res sonância isolada, a equação 4-30a torna-se

ou

$$\Gamma_{\Lambda} = 2\pi \left\langle A | H | \Upsilon_{ER}^{-} \right\rangle^{2}$$
 (4-30b)

Portanto,

$$\langle AIHI\Psi_{E_{R}}^{-}\rangle = \sqrt{\frac{r_{A}}{2\pi}}$$

$$\frac{\langle A|H| \Psi_{ER} \rangle}{E-E_A \mp i \Gamma_A} = \frac{\sqrt{\Gamma_A}}{E-E_A \mp i \Gamma_A}$$

$$(4-31)$$

Como este termo entrará na amplitude de transição DWBA e será subsequentemente elevado ao quadrado para se obter a seção de choque, temos

$$\frac{d^{2}\sigma}{d\Omega dE_{R}} = \frac{\Gamma_{A/2\pi\Gamma}}{(E_{R} - E_{A})^{2} + \Gamma_{A}^{2}} \times \left(\begin{array}{c} \text{resto do amplitude} \end{array}\right)^{2} (4-32)$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \int \frac{\Gamma_A/2\pi}{(E_N - E_A)^2 + \Gamma_A^2} \times \left( \frac{\text{resto do amplitude}}{\text{DWBA}} \right)^2 (4-33)$$

em que  $E_n$  são os valores das energias de nêutrons que o pi co abrange.

Chamando 
$$E_n - E_A = \varepsilon$$
,

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Gamma_{A/2,T}}{\epsilon^2 + \Gamma_{A}^2} \times \left( \frac{\text{rests da amplitude}}{\text{DWBA}} \right)^2 (4-34)$$

ou.

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(DWBA\right)^2 \frac{\Gamma_A}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\epsilon}{\epsilon^2 + \Gamma_A^2}$$
 (4-35)

Calculando-se, tem-se

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(DWBA\right)^2 \frac{\int_A^2 \times 2\pi}{\int_A^2} = \left(DWBA\right)^2$$

e pode-se concluir da integração de energia que

1) (AIP) 1 interpretation?

2.) 4 proportional wir) (or IA>)

(E-H) linear operator?

< 4 ((E-H) = & u = (r)

3.) Sylvinler) de & X ?

$$\frac{\langle A|H|Y_{E_R}\rangle}{E_-E_A+i\Gamma_A}=1 \qquad (4-36)$$

e a equação 4-29 torna-se

$$|\Psi_{ER}^{\pm}\rangle = |\Psi_{ER}^{\pm}\rangle + \frac{1}{E^{\pm} - H_{PP}} + |A\rangle + |A\rangle \qquad (4-37)$$

ou

$$|\Psi_{E_R}^{\pm}\rangle = |\Psi_{E_R}^{\pm}\rangle + \frac{1}{E^{\pm} - PHP} PHIA \rangle + IA \rangle$$
(4-38)

A função de onda do estado residual entra na amplitude do <u>stripping</u> DWBA como (veja equação 2-2)

$$T_{\text{DWBA}} = \left\langle Y_{\text{ER}} \chi_{\text{n}} \middle| V_{\text{pn}} \middle| \chi_{\text{d}}^{\dagger} Y_{\text{initial}} \right\rangle$$

$$4.99$$

Como  $|\psi^-\rangle$  é a função de estado que possui condições de contorno entrante e como  $|\psi^-\rangle^* \equiv \langle \psi^-| = \psi^+$ , o fator de forma que devemos introduzir na análise DWBA deve corresponder à função de estado  $\psi^+$  que obedece às condições de contorno emergentes. Por isso a função de estado calculada é

$$Y_{E_R}^{\dagger} = IY_{E_R}^{\dagger} + \frac{PHIA}{E_R^{\dagger} - PHP} + IA$$

$$= IY_{E_R}^{\dagger}$$

$$= IY_{E_R}^{\dagger}$$

$$= IY_{E_R}^{\dagger}$$

$$= IY_{E_R}^{\dagger}$$

em que  $V_{E_R}^+$  é a solução continua não ressonante com condições de contorno emergentes;

 $\begin{array}{c|c} PH \mid A> & \text{\'e a onda do pr\'oton virtual emergente, sim} \\ E^+_R - PHP & \text{bolizada por } \overline{\Psi}_p \text{ , que Piza pitorescamen} \\ & \text{te descreve como uma "onda de pr\'otons que} \\ & \text{se evapora do estado an\'alogo";} \end{array}$ 

|A> é o estado normalizado do próton único associa do com um orbital  $u_n(r)$ , idêntido ao estado ascendente do nêutron único no  $^{13}$ C. Assim,

$$\Psi_{E_R}^{\dagger}(r) = \Psi_{E_R}^{\dagger}(r) + \Psi_{P}^{\dagger}(r) + \psi_{P}(r)$$
(4-41)

O PROGRAMA TABOO (Pi 71)

Resta a tarefa prática de realmente calcular valores para os  $\psi_{E_R}^+$  da equação 4-41. Para ver como isto foi conseguido por Piza, reescrevemos as equações 4-16b, 40: (betto) - 40:

$$\left(\mathsf{E}_{\mathsf{R}} - \mathsf{PHP}\right) | \Psi_{\mathsf{E}_{\mathsf{R}}}^{\mathsf{T}} \rangle = 0 \tag{4-42}$$

sujeita à condição

e

$$(E_R - PHP)|\overline{\Psi}_{E_R}^+\rangle = PHIA\rangle$$
 (4-43)

sujeita a 
$$\langle A | \overline{\Psi}_{E_R}^+ \rangle = 0$$

em que  $\overline{\psi}_{E_R}^+$  é um símbolo agora adotado para a onda do próton do continuo que possui características ressonantes e PH|A> é o termo-fonte (source term) responsável pela evapo ração da nuvem de prótons.

Expressando-se o operador P como

a equação 4-42 torna-se

$$(E_R - (1-A) + (1-A)) | Y_{E_R}^+ > = 0$$
 (4-44)

Como (1 - A)H(1 - A) = (1 - A)(H - HA) = H - HA - AH + AHA, a substituição em 4-44 dá

$$(E_R - H + HA + AH - AHA) | V_{E_R}^+ = 0$$
 (4-45)

que, em virtude das propriedades ortogonais dos espaços A e P, se reduz a

$$(E_R - H + AH) | \Psi_{ER}^{\dagger} \rangle = 0$$
 com  $\langle A | \Psi_{ER}^{\dagger} \rangle = 0$  (4-46)

Considerações semelhantes tornam possível escrever 4-43 como

Rearranjando-se 4-46 e 4-47 leva-se final

mente a

$$\left(\mathsf{E}_{\mathsf{R}}^{-} \mathsf{H}\right) \left(\mathsf{P}_{\mathsf{E}\mathsf{R}}^{+}\right) = -\mathsf{A}\mathsf{H} \left(\mathsf{P}_{\mathsf{E}\mathsf{R}}^{+}\right) \tag{4-48}$$

$$(E_R - H) | \overline{\Psi}_{E_R}^{\dagger} = -AH | \overline{\Psi}_{E_R}^{\dagger} + PH | A \rangle$$
 (4-49)

Escrevendo-se o operador A como |A><A|, as equações 4-48 e 4-49 tornam-se

$$(E_R - H)|\psi_{E_R}^+\rangle = -|A\rangle\langle A|H|\psi_{E_R}^+\rangle = 0$$
 (4-50)

Como as integrais superpostas são números escolhidos para serem  $\,\alpha$  ou  $\,\alpha$  ", temos

$$\langle A|H|Y_{E_R}^{\dagger} \rangle \equiv \alpha$$
 (4-52)

$$\langle A|H|\overline{\Psi}_{E_{n}}^{+}\rangle \equiv \alpha''$$
 (4-53)

e, então,

$$(E_R - H) | \Psi_{ER}^+ \rangle = \alpha | A \rangle$$
 com  $\langle A | \Psi_{ER}^+ \rangle = 0$  (4-54)

$$(E_R - H) | \overline{\Psi}_{E_R}^+ \rangle = \alpha'' | A \rangle + PH | A \rangle com \langle A | \overline{\Psi}_{E_R}^+ \rangle = 0 (4-55)$$

O TERMO-FONTE PH | A>

Escrevendo-se

$$|A\rangle = T_{-}|\pi\rangle \tag{4-56}$$

temos

$$PHIA > = PHT_I\pi > = P[HT_I]\pi > (4-57)$$

em que [HT.] representa o comutador. A contribuição principal para isso vem do potencial Coulombiano  $V_{\mathbf{C}}$ , de modo que

$$PHIA\rangle \simeq P[V_cT_1]i\pi\rangle$$
 (4-58)

Como se demonstra (Au 72),  $[V_CT_-]$  é expresso como o somatório sobre a distribuição de núcleons de uma força tipo Coulombiano de dois corpos, a qual, por facilidade de cálculo, considera-se aproximada do potencial médio de um corpo,  $v^{Coul}$ , do caroço (12C, no presente caso). Então

$$PHIA > = PV^{CovI} | \pi \rangle \tag{4-59}$$

$$= (1 - |A\rangle\langle A|) V^{coul}|\pi\rangle \qquad (4-60)$$

$$= V^{\text{coul}} |\pi\rangle - |A\rangle \langle A| V^{\text{coul}} |\pi\rangle \qquad (4-61)$$

Portanto, o primeiro membro de 4-55 reduz-se

a

$$\alpha''|A\rangle + V^{coul}|\pi\rangle - \langle A|V^{coul}|\pi\rangle|A\rangle$$
 (4-62)

que é igual a

$$(\alpha'' - \langle A | V^{coul} | \pi \rangle) | A \rangle + V^{coul} | \pi \rangle$$
 (4-63)

ou, visto  $<A \mid V^{\text{Coul}} \mid \pi>$  ser um número, é também igual a

$$\alpha' |A\rangle + V^{coul} |\pi\rangle$$
 (4-64)

em que  $\alpha'$  é também um número.

Assim, as soluções das ondas de próton não ressonantes e ressonantes podem ser representadas nas formas se guintes, que são mais manipuláveis para fins de cálculo:

$$(E_R - H) | \Psi_{E_R}^{+(\alpha)} \rangle = \alpha | A \rangle$$
 com  $\langle A | \Psi_{E_R}^{+(\alpha)} \rangle = 0$  (4-65)

$$\langle E_R - H \rangle / \overline{\Psi}_{E_R}^{+(\alpha')} \rangle = \alpha' |A\rangle + V^{\text{Coul}} |\pi\rangle com \langle A | \overline{\Psi}_{E_R}^{+(\alpha')} \rangle = 0 \quad (4-66)$$

Como essas equações são radiais e como a descrição espacial de  $|A\rangle$  é idêntica à descrição do estado as cendente  $|\pi\rangle$ , denotado nas instruções do programa por u(r), temos

$$(E_R - H) | \Psi^{+(nc)} \rangle = \alpha u(r) com \int u(r) \Psi^{\dagger} dr = 0$$
 (4-67)

$$(E_R - H) | \overline{\Psi}^{+} \rangle = \alpha' u(r) + V(r) u(r) \int u(r) \overline{\Psi}^{+} dr = 0$$
 (4-68)

em que, por economia, omite-se agora o  $E_R$  como índice. A função u(r) é a função de onda radial do nêutron ligado, no potencial correspondente ao caroço  $^{12}C$  e  $^{12}C$  e  $^{12}C$  e campo Coulombiano do caroço  $^{12}C$ .

Pode-se perceber a filosofia em que se baseiam os métodos de cálculo usado na sub-rotina TABOO observando-se que

0

Chamando de ( $E_R$  - H), nas equações 4-67 e 4-68, o operador diferencial  $\pmb{\mathcal{L}}$  , cuja significação precisa é discutida abaixo, obtemos para a equação 4-48

$$\mathcal{L} \varphi^{\dagger} = \alpha u(r)$$
 com  $\int u(r) \varphi^{\dagger} dr = 0$  (4-71)

A sub-rotina TABOO (chamada pelo MAIN) fixa  $\alpha=0$  e chama a sub-rotina BDSTS (boundstates) para calcular u(r). Uma sub-rotina EQRIN (equação radial não homogênea) é, então, chamada para integrar a equação diferencial

$$\mathcal{L} \varphi^{\dagger} = \alpha u(r)$$
 (4-72)

e obter valores de  $\P^+(r)$  em pontos ao longo de uma rede préselectionada. A integral  $\Pi^+(r)u(r)dr$  é, então, calculada ao longo dessa rede por uma fórmula numérica de Simpson e verifica-se que ela é igual a um número, digamos B.

TABOO faz, então,  $\alpha=1$  e, de maneira semelhante, calcula novamente a integral  $\int \psi^+(r)u(r)dr$ , que, desta vez, será igual a um outro número, digamos C.

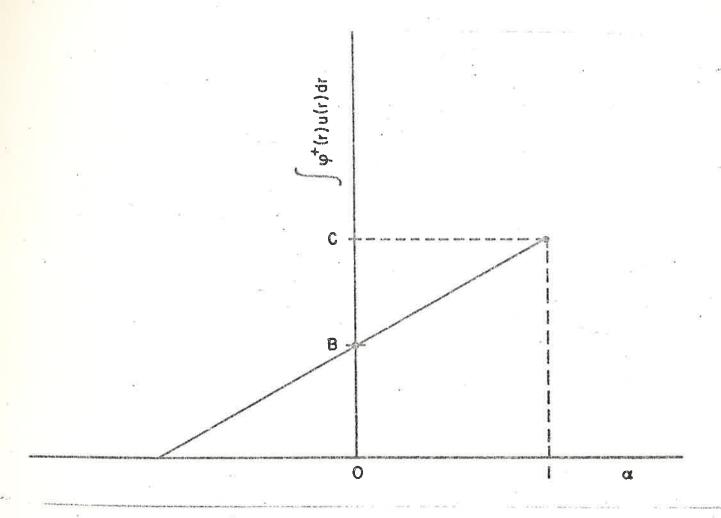


Figura 4-1 : Comportamento da integral  $\int {m q}^+(r) u(r) dr$  em relação ao parâmetro  $\alpha$ 

A Figura 4-1 mostra que a inclinação é igual a C-B e assim a integra I =  $\int \phi^+(r)u(r)dr$  pode ser expressa como I =  $(C - B)\alpha + B$ . Portanto, o valor de  $\alpha$  ne

cessário para I = 0, isto é, para satisfazer a condição de ortogonalidade, é obtido de

$$d = -B/(C-B) \tag{4-73}$$

Assim, o valor apropriado de α é facilmente determinado e resta uma integração adicional de

$$\mathcal{L} \varphi^{+(\alpha)} = \alpha u(r) \tag{4-74}$$

para chegar-se aos valores de  $\sqrt[4]{}^+$  que correspondem a este valor de  $\alpha$ . O mesmo procedimento é repetido para obter-se o valor  $\alpha$ ' e os  $\sqrt[4]{}^+$ (r) correspondentes da equação 4-68.

AS SOLUÇÕES DAS EQUAÇÕES 4-67 E-4-68

Para resolver as equações 4-67 e 4-68 nos casos de  $\Psi^+$  e  $\overline{\Psi}^+$ , a Hamiltoniana deve ser expressa em for ma funcional. Como, por definição,

$$H = \frac{\overrightarrow{P_{op}}}{2\mu} + V(|r|) \tag{4-75}$$

exprimindo-se  $\vec{P}_{0p}^2$  em coordenadas esféricas, a dependência radial de (E $_R$  - H) é

$$(E_R - H) = \mathcal{L} = \frac{d^2}{dr^2} + k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} - V_{ws}(r) - V_{so} \vec{l} \cdot \vec{s}$$
 (4-76)

em que  $V_{WS}$  representa os potenciais de Wood-Saxon de volume e de superfície; e  $V_{SO}$  representa a parte radial da interação spin-órbita. As formas funcionais usuais correspondentes são designadas na sub-rotina EQRIN. Os parâmetros geométricos desses potenciais são lidos como entrada no MAIN e as intensidades de interação constituem dados de entrada no MAIN ou são calculadas chamando-se a sub-rotina BECOPT (Be 69). Outros dados de entrada incluem o momento angular orbital  $\ell$  da ressonância e a energia incidente do laboratório (para obter-se  $\ell$ ).

O MAIN chama, então, a sub-rotina FRMFAC, que, por sua vez, chama duas outras sub-rotinas: a primeira  $\tilde{e}$  a BDSTS, que calcula u(r), e a segunda  $\tilde{e}$  COUL, que calcula  $v^{Coul}$ . Depois do retorno à FRMFAC, o termo-fonte  $v^{C}(r)u(r)$   $\tilde{e}$  calculado para cada ponto da rede.

Feito o retorno ao MAIN, a sub-rotina TABOO é chamada e os valores de  $\alpha$  e  $\alpha$ ' são determinados como se des creveu acima. Feito isto, EQRIN é chamada uma última vez e as equações diferenciais

$$\mathcal{L}\Psi^{+}=\alpha u(r)$$
 (4-77a)

$$Z = \alpha' u(r) + V^{c} u(r) \qquad (4-77b)$$

são integradas para determinar  $\mathbf{\hat{\gamma}}^{\dagger}(\mathbf{r})$  e  $\mathbf{\hat{\varphi}}^{\dagger}(\mathbf{r})$  em pontos ao longo da rede. A técnica de integração numérica empregada é a de Fox-Goodwin, cuja prescrição, no caso da função de onda no (n + 1) ésimo ponto da rede é

$$\chi_{n+1} =$$

$$\frac{(2-\frac{5}{6}h^{2}\chi_{n})\chi_{n}^{-}(1+h_{12}^{2}\chi_{n-1})\chi_{n-1}+\frac{7}{6}h^{2}U_{n}+\frac{1}{2}h^{2}(U_{n+1}U_{n+1})}{1+\frac{1}{2}h^{2}\chi_{n+1}}$$
(4-78)

em que

$$K = 2 - \frac{d^2}{dr^2} = k^2 + 2(2+1) - W(r) - V = 2 - 3$$

U é o termo não homogêneo apropriado, isto é,  $\alpha u(r) \quad \text{ou} \quad (\alpha' u(r) + V^C u(r)) \quad \text{e} \quad \text{h} \quad \text{\'e} \quad \text{comprimento constan}$  te do passo de integração em fermis e, naturalmente,  $\chi \quad \text{\'e} \quad \text{$\psi^+$ ou $$\overline{\psi}^+$ .}$ 

Esta sub-rotina faz os valores de  $\chi_1$  na origem sempre iguais a zero. No caso de ondas parciais 1=0 (o caso presente),  $\chi_2$  é estimada por meio de uma série de cinco termos em h (até h<sup>4</sup>) e, com esses valores, o uso repetido de 4-78 é iniciado para obter  $\checkmark$  e  $\checkmark$  em cada ponto da rede, de R = 0 até R = RMAX. Para assegurar o comportamento assintótico dessas funções de onda, faz-se, en tão, com que elas coincidam, em um raio exterior, além do al cance do potencial nuclear, com funções de onda Coulombianas emergentes  $^+$ , calculadas na sub-rotina COULFN (ver descrição detalhada no Capítulo 5).

A MODIFICAÇÃO DA ANÁLISE DWBA NO PROGRAMA DWUCK4 (Ku 74)

Com o auxílio da equação 2-30, a amplitude de transição DWBA da equação 2-2 pode ser escrita simbolicamen te como

$$T_{d,n} = \langle \chi_n Y(r) | V_{pn} | \chi_d^{\dagger} \varphi_d \rangle \qquad (4-79)$$

em que os somatórios sobre os coeficientes de momento angular foram omitidos, por enquanto, por simplicidade. O simbolismo também é válido no caso do estado residual não ligado, embora aí, como se conclui de 4-40 e 4-41,

$$\langle Y'(r)| = \langle Q_{ER}(r)| + \langle Q_{ER}(r)| + u(r)$$
 (4-80)

em que  $\Psi_{E_R}^-$  é a função de onda não ressonante. Assim, a amplitude do stripping é composta de uma contribuição não ressonante (de fundo)

$$T_{d,pn}^{B} = \langle \chi^{-} \varphi_{e_{R}}^{-} | V_{pn} | \chi_{d}^{+} \varphi_{d} \rangle$$
(4-81)

e de uma contribuição ressonante

$$T_{d,pn}^{R} = \langle \chi_{n}^{-} u_{n} | V_{pn} | \chi_{d}^{+} \varphi_{d} \rangle + \langle \chi_{n}^{-} \overline{\Psi}^{-} | V_{pn} | \chi_{d}^{+} \varphi_{d} \rangle$$
(4-82)

No presente caso, a incerteza experimental da energia excede a largura de ressonância e o fundo, que é mui to baixo, é subtraído durante a análise dos dados. Assim, a contribuição TB é considerada desprezível. O que resta é a

contribuição ressonante

$$T_{d,pn}^{R} = \langle \chi_{n}^{-}(u_{n} + \overline{\varphi}^{-}) | V_{pn} | \chi_{d}^{+} \varphi_{d} \rangle \qquad (4-83)$$

o que mostra que o código DWUCK4 é perfeitamente aplicável, se o fator de forma do estado não ligado é considerado como  $u_n + \sqrt{q}$ , o que é calculado pelo TABOO.

Todavia, foi preciso introduzir modificações na sub-rotina FORMF do código DWUCK4, para que o fator de forma do programa TABOO pudesse ser lido. Além disso, para evitar qualquer problema de normalização entre os dois programas, fizemos com que a entrada do DWUCK4 descrevesse a reação \$\frac{12}{C}(d,n)^{13}N\$, introduzindo no \$\frac{13}{N}\$ um estado ligado fictício, para descrever o orbital do nêutron do primeiro estado excitado no \$\frac{13}{N}\$C. O fator de forma assim calculado pelo DWUCK4 era então multiplicado pelo fator chamado DWFAC, definido como

$$\left(1+\frac{\overline{\varphi}}{\varphi}\right)$$
 (4-84)

que é calculado em uma sub-rotina adicionada ao TABOO, chama da DWFAC. Afortunadamente, a identidade da partícula transferida pode ser escolhida arbitrariamente no código DWUCK4. O novo DWUCK4, com as alterações acima, tomou o nome de DWUCK4SP.

Com este novo fator de forma, o programa continuou seus cálculos normalmente até o raio prefixado  $(r_p)$ , que foi escolhido para garantir que, na região acima dele,

as ondas distorcidas  $\chi_n$  e  $\chi_d$  e o fator de forma que faz parte da integral radial (equação 2-11b) tenham o comporta mento ondulatório que se espera em um sistema que corresponde a três estados do contínuo. Entretanto, como mencionamos no Capítulo 3, a convergência extremamente vagarosa dessa integral exige que ela seja calculada por meio das técnicas especiais que descreveremos no próximo Capítulo.

CAPITULO 5

METODOS: AVALIAÇÃO DA INTEGRAL RADIAL

Usamos a técnica de Vincent e Fortune (Vf 70) para conseguir avaliar a integral radial e, para isso, tive mos de escrever o programa TUNEL. É essencial, nesse método, representar o espaço r no plano r-complexo, com contornos de integração judiciosamente escolhidos para assegurar convergência rápida da integral radial DWBA. A Figura 5-1 mostra contornos adequados, os quais, essencialmente, dividem o espaço r, no ponto real  $r_p$ , em uma parte interna e outra externa. O ponto  $r_p$ , embora não seja único, é escolhido de modo que os potenciais nucleares sejam desprezíveis no espaço exterior (além de  $r_p$ ).

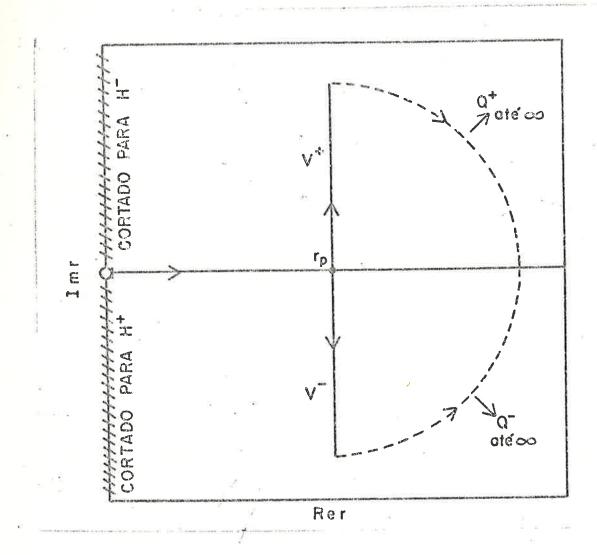


Figura 5-1: Plano r-complexo que mostra os contornos sugeridos por Vincent e Fortune para as integrais radiais da análise DWBA

A integração da parte interna (de zero a  $r_p$ ) é feita ao longo do eixo real que vai de r=0 a  $r=r_p$ , pelos métodos DWBA comuns, empregando o fator de forma do estado ressonante. O cálculo da integral, de  $r_p$  a  $\infty$ , é feita ao longo do contorno  $V^+$  (r - eixo imaginário positivo) com pletado por um arco  $Q^+$ , e do contorno  $V^-$  (r - eixo imaginário negativo), completado por um arco  $Q^-$ .

Para ver que, de fato, esses contornos são apropriados, escrevemos a integral radial DWBA aplicável à reação (d,n) (eq. 2-11b),

$$I(L_{n}^{J}, l_{j}, l_{d}^{J}) = \int_{0}^{\infty} dr \, \chi_{(cr)} \, F_{\ell j}(r) \, \chi_{(r)}$$

$$= \int_{0}^{\infty} dr \, \chi_{(cr)} \, F_{\ell j}(r) \, \chi_{(r)}$$

$$= \int_{0}^{\infty} dr \, \chi_{(cr)} \, F_{\ell j}(r) \, \chi_{(r)}$$

$$= \int_{0}^{\infty} dr \, \chi_{(cr)} \, F_{\ell j}(r) \, \chi_{(r)}$$

$$= \int_{0}^{\infty} dr \, \chi_{(cr)} \, F_{\ell j}(r) \, \chi_{(r)}$$

$$= \int_{0}^{\infty} dr \, \chi_{(cr)} \, F_{\ell j}(r) \, \chi_{(r)}$$

$$= \int_{0}^{\infty} dr \, \chi_{(cr)} \, F_{\ell j}(r) \, \chi_{(r)}$$

em termos das partes interna e externa:

$$I(L_nJ_n,l_j,L_dJ_d) = \int_0^\infty dr \chi(cr) F_j(r) \chi(r) + \int_0^\infty dr \chi(cr) F_j(r) \chi(r) + \int_0^\infty dr \chi(cr) F_j(r) \chi(r)$$

$$(5-2)$$

em que o fator de forma  $F_{\ell j}$  pode ser representado por  $\chi_{\ell j}(r)/k_{ff}r$ , sendo  $k_{ff}$  um número de onda associado com o fator de forma. Justamente pela escolha de  $r_p$ , sabemos que, para  $r > r_p$ , ficamos fora do alcance da interação nu clear e, portanto, todas as  $\chi$  são da forma

$$\chi_{LJ} \rightarrow \frac{1}{2} \left( H_L^{-}(kr) - \eta_L^{-} H_L^{+}(kr) \right) e^{i\sigma_L}$$
 (5-3)

em que

$$H \stackrel{\pm}{=} G_{L} \pm iF_{L} \tag{5-4}$$

são as funções Coulombianas entrantes e emergentes (Ab 65) ,  $\mathbf{n_L^J} \ \ \tilde{\mathbf{e}} \ \ o \ \ elemento \ \ de \ \ matriz \ \ do \ \ espalhamento \ \ da \ \ onda \ \ parcial \ \ e$   $\sigma_L \ \ \tilde{\mathbf{são}} \ \ os \ \ desvios \ \ de \ \ fase \ \ Coulombianos.$ 

Assim estamos justificados em emprimir a função de onda do dêuteron  $\chi_{\mbox{LdJ}_{\mbox{d}}}$  , na segunda integral (r  $_p$  +  $\infty$  ), como

$$\chi_{L_d J_d} = \frac{i}{2} \left( H_{L_d}^{\dagger}(kr) - \eta_{L_d}^{\dagger} H_{L_d}^{\dagger}(kr) \right) e^{i\sigma_{L_d}}$$
(5-5)

que, após substituição, desdobra esta integral em uma  $\mbox{ parte}$   $\mbox{H}^+_{L_{\vec{d}}}$  e outra  $\mbox{H}^-_{L_{\vec{d}}}$  , a saber:

$$I_{2}(L_{n}J_{n}, 2j, L_{d}J_{d}) = \frac{i}{2} \int_{p}^{\infty} dr \chi_{L_{n}J_{n}}^{(cr)} F_{2j}(r) \left(H_{L_{d}}^{-}(kr) - \eta^{2} H^{+}(kr)\right) e^{i\sigma_{L_{d}}}$$
(5-6a)

A primeira integral da equação 5-6, que contem H, converge quando calculada ao longo do contorno  $\mathbf{V}^-$ , em que  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_{\mathbf{p}} - i\mathbf{y}$ . A segunda, que contem  $\mathbf{H}^+$ , converge quando calculada ao longo do contorno  $\mathbf{V}^+$ , em que  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_{\mathbf{p}} + i\mathbf{y}$ . Por isso, podemos reduzir as integrais à seguin te forma:

$$I_{2}(L_{n}, l_{j}, L_{d}, l_{d}) = \frac{i\sigma_{Ld}}{i\sigma_{Ld}} \left[ \int_{0}^{\sqrt{max}} \chi_{(cr_{2})} F_{l_{2}}(r_{1}) H_{l_{d}}(r_{1}) + \eta_{Ld}^{T} \int_{0}^{\sqrt{max}} \chi_{(cr_{1})} F_{l_{2}}(r_{1}) H_{l_{d}}^{+}(r_{1}) \right]$$

$$+ \eta_{Ld}^{T} \int_{0}^{\sqrt{max}} \chi_{(cr_{1})} F_{l_{2}}(r_{1}) H_{l_{d}}^{+}(r_{1})$$

$$(5-7)$$

O comportamento dos integrandos da equação 5-7, que aparecem na Figura 7-3, é suave, tende para zero exponencialmente ao longo dos respectivos contornos, quando y é grande, e sofre apenas um pequeno número de oscilações, no intervalo em que são apreciáveis. Isso torna esses integrandos excelentes candidatos à quadratura numérica.

Os integrandos da equação 5-7 são exponencial mente pequenos em todos os pontos dos contornos correspondentes  $Q^{\pm}$ . Pode-se ver isso por inspeção das formas assintótiticas de  $H^{\pm}$ , que podem ser deduzidas das formas assintóticas das funções Coulombianas irregular e regular (Ab 65) dadas por

$$F_{L} = g\cos\theta_{L} + f\sin\theta_{L}$$

$$G_{L} = f\cos\theta_{L} - g\sin\theta_{L}$$
(5-8)

onde

$$\theta_L = kr - \eta \ln 2kr - L\pi + \sigma_L$$

Em geral

$$f \sim \sum_{i=0}^{\infty} f_i$$
 e  $g \sim \sum_{i=0}^{\infty} g_i$ 

o que, para a aproximação de ordem zero, pode ser escrito co

$$f = f_0 = 1$$
 e  $g = g_0 = 0$  (5-9)

que dá

ou

$$H^{\pm} \rightarrow e^{\pm i (kr+\delta)}$$
 $|r| \rightarrow \infty$ 
(5-10)

em que  $\gamma_{\rm L}$  é uma fase que contém um termo proporcional a l $\rm nr$  e, assim, varia lentamente com  $\rm r$ .

Ora, enquanto y aumenta,

Portanto, as contribuições de  $Q^+$  e  $Q^-$  desaparecem quando o raio |y| dos arcos tende para o infinito.

Na prática, os integrandos de 5-7 são avaliados ao longo dos contornos  $V^-$  e  $V^+$  ( $r_-$  e  $r_+$ ) pelo programa TUNEL. Os intervalos de rede ao longo dos quais os integrandos são calculados devem ser idênticos para cada contorno. Finalmente, os integrandos são somados em cada ponto da rede e executa-se uma integração numérica de Simpson de  $y_{max} \rightarrow 0$ , para se obter o valor de  $I_2(L_nJ_n, lj, L_dJ_d)$ . Este procedimento é executado para cada onda parcial de dêuteron. O número total de ondas parciais necessário depende do valor do raio  $r_p$  escolhido para dividir o espaço  $r_+$ 

Apresentaremos abaixo os critérios usados para escolher r e determinar, assim, o número total de valo res  $L_{\rm d}$  a serem considerados.

## CRITERIOS PARA ESCOLHER np

Um valor conveniente para  $r_p$  ê facilmente reconhecivel com base na listagem do fator de forma do estado ressonante disponível no programa DWUCKSP (Figura 7-1). É fácil identificar o ponto em que a interação nuclear é desprezível e as  $\chi$  são realmente da forma

$$\chi \longrightarrow \frac{1}{2} \left( H_{-}^{-} \eta_{-}^{J} H_{-}^{+} \right) e^{i\sigma_{L}}$$

$$(5-11)$$

Este ponto, embora correto, pode estar um pou co maior do que o necessário. Como um valor de  $r_p$  maior significa um número maior de ondas parciais contribuintes para a integral radial (e, portanto, para a seção de choque), é certamente uma vantagem usar raios de partição tão pequenos quanto possível. Entretanto, ocorre uma limitação na separação de  $\chi_{L_dJ_d}$  em uma parte  $H^+$  e outra  $H^-$ , visto como poderiam surgir erros numéricos, se os  $H^\pm$  são muito maiores que  $\chi_{L_dJ_d}$  em  $r_p$ . Por isso é melhor escolher um valor de  $r_p$  que não fique muito para dentro das barreiras Coulom biana e centrifuga.

AVALIAÇÃO DOS INTEGRANDOS AO LONGO DE V<sup>+</sup> E V<sup>-</sup>: O PROGRAMA TUNEL

- As funções 
$$x_{\mathbf{L_n}J_{\mathbf{n}}}$$
 e  $\mathbf{F}_{\mathbf{l}\mathbf{j}}$ 

Para calcular a função de onda de nêutron  $x_{L_nJ_n}$  e a função do fator de forma  $F_{\ell j}$ , ao longo dos contornos  $V^+$  e  $V^-$ , faz-se uma integração numérica Runge Kutta, de coeficientes padrão de cinco passos, da equação diferencial Coulombiana para partículas sem carga

$$\frac{d^2W}{dr^2} + \left[k^2 - L(L+1)\right]W = 0 \tag{5-12}$$

para a variável complexa r, em que

e

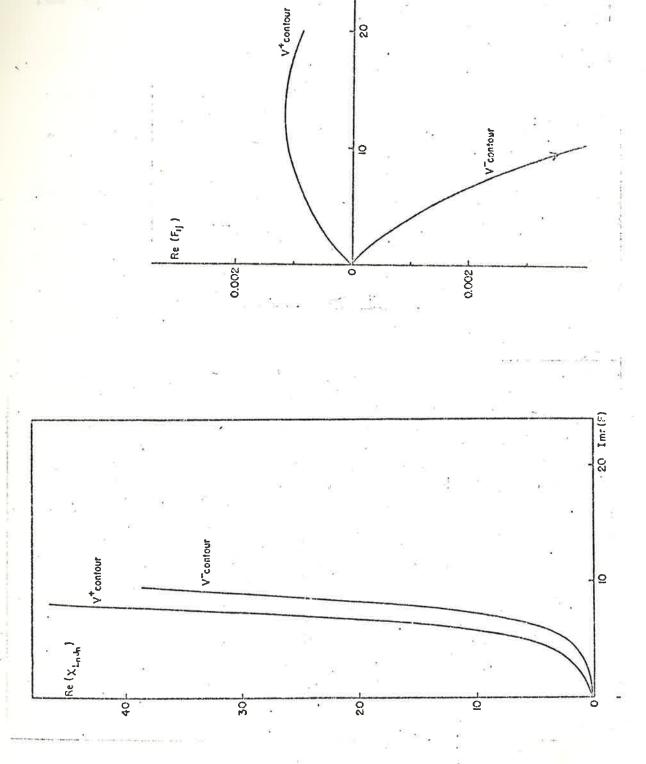
W representa as funções X<sub>Ln</sub>J ou F<sub>lj</sub> com os valores apropriados designados k e L.

A integração numérica dessas funções iniciase em  $r=r_p$  e os valores da função de onda do nêutron e do fator de forma neste ponto são obtidas a partir das listagens do programa DWUCKSP. Como não se dispunha de listagem de  $\chi^i_{L_nJ_n}$  ou  $F^i_{\ell j}$ , esses valores em  $r=r_p$  são calculados pelo programa TUNEL, usando a fórmula de seis pontos

$$\chi'_{p} = \frac{1}{h} \left[ \frac{1}{60} (\chi - \chi_{p+3h} + \frac{3}{20} (\chi - \chi_{p+2h} + \frac{3}{4} (\chi - \chi_{p+h} + \frac{3}{4} (\chi - \chi_{p+h}) + \frac{3}{4} (\chi - \chi_{p+h}) \right]$$
(5-13)

em que h é um intervalo arbitrariamente pequeno (constante) e os  $\chi_{r_p+3h}$  etc. são valores da função de onda do nêutron (ou fator de forma), também obtidos a partir das listagens DWUCKSP mencionadas acima. Com os valores iniciais conhecidos, a integração numérica vai de  $r=r_p$  para  $r=r_p+1$   $+iy_{max}$ , no contorno  $v^+$ , e de  $r=r_p$  para  $r=r_p-iy_{max}$ , no contorno  $v^-$ .

A Figura 5-2 mostra distribuições típicas de



Imr (F)

50

Figura 5–2 : Distribuições típicas das partes reais das funções  $\chi_{L\eta^J n}$  e  $F_{kj}$  ao longo dos contornos  $V^{\dagger}$  e  $V^{-}$ 

 $\chi_{L_nJ_n}$  e  $F_{\ell j}$  ao longo desses contornos. Embora essas funções tenham comportamento divergente ao longo dos contornos, o integrando do produto total converge, como mostra a Figura 7-3, devido à influência controladora das funções de dêuteron  $H_L^+$  (ao longo de  $V^+$ ) e  $H_L^-$  (ao longo de  $V^-$ ).

## - As funções de dêuteron H + e H -

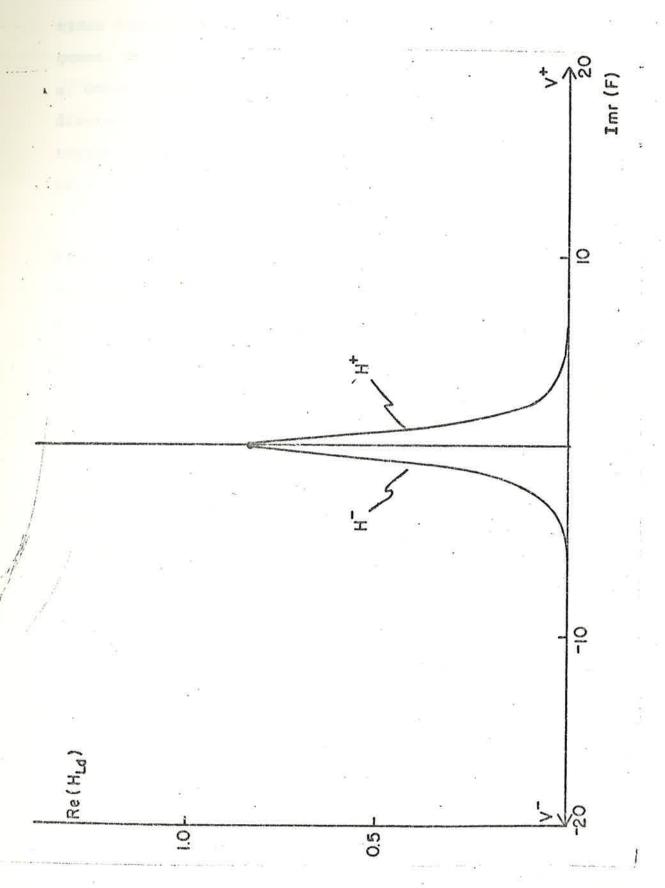
Para avaliar as funções de dêuteron  $H_L^+$  (ao longo de  $V^+$ ) e  $H^-$  (ao longo de  $V^-$ ), faz-se a mesma integração numérica de Runge Kutta da equação diferencial Coulombiana, que agora assume a forma, para partículas carregadas,

$$\frac{d\dot{H}_{L}^{\pm}}{dr^{2}} + \left[k^{2} + \frac{L(L+1)}{r^{2}} - \frac{2\eta k}{r}\right] H_{L}^{\pm} = 0$$
 (5-14a)

em que  $\, r \,$  continua a ser a variável complexa definida anteriormente, com os valores apropriados escolhidos para  $\, k \,$ , L e  $\eta \,$ .

Neste caso, entretanto, a integração no contorno  $V^+$  deve começar em  $r_+ = r_p + i y_{max}$  e, no contorno  $V^-$ , em  $r_- = r_p - i y_{max}$ . A justificativa disso será dada a seguir.

O comportamento de  $H^+$  ao longo do contorno  $V^+$  aparece na Figura 5-3. São necessários valores iniciais de  $H^+$  e suas derivadas para iniciar a integração Runge Kuta ao longo do eixo complexo. No ponto  $r=r_p$ , esses valores podem ser obtidos usando-se um programa denominado



e de H<sup>-</sup> ao longo do Figura 5-3 : Comportamento de  $H^+_{L^{\vec{d}}}$  (parte real) ao longo do contorno  $V^+$  contorno  $V^-$  . As curvas correspondem ao valor  $L_{\vec{d}}=0$  .

COULFN, que se discute abaixo. Entretanto, como os H<sup>+</sup> obtidos desta maneira resultam de cálculo numérico, o valor, digamos, de H<sup>+</sup> fica sujeito a uma ligeira contaminação de H<sup>-</sup> e, embora a contaminação seja muito pequena, as propriedades divergentes de H<sup>-</sup> ao longo de V<sup>+</sup> são suficientes para estourar a integração Runge Kutta. O mesmo argumento aplicase a H<sup>-</sup> ao longo de V<sup>-</sup>.

Encontramos, em nosso trabalho, tal situação. Para evitar essas catástrofes numéricas, usamos, como valores iniciais de H $^+$  (e sua derivada), ao longo de V $^+$ , e de H $^-$  (e sua derivada), ao longo de V $^-$ , os valores assintóticos (equação 5-10) calculados em r $_+$  ou r $_-$  na subrotina TOTIC do programa TUNEL. A integração da equação 5-14a procede, então, de r $_+$ max para r $_p$  (ao longo de V $^+$ ) e r $_-$ max para r $_p$  (ao longo de V $^-$ ). Tomando-se esse cuidado quanto à direção da integração, isto é, uma direção em que a função desejada aumenta e a "contaminante" diminui, o comportamento apropriado das funções H $^+$  ao longo de seus respectivos contornos pôde ser obtida, como mostra a Figura 5-3.

Em  $r=r_p$ , os valores de  $H^+$  e de  $H^-$ , obtidos pela integração Runge Kutta, são normalizados em relação aos valores respectivos obtidos pelo programa COULFN. Na verdade, para L=0, os dois programas dão resultados idênticos, embora a discrepância aumente com L. Como o programa COULFN é o instrumento mais poderoso para o cálculo dessas funções ao longo do eixo real (ver abaixo), os valores Runge Kutta nos diferentes intervalos da rede ao longo dos contornos foram ajustados por esse fator de normalização.

OS ELEMENTOS DE MATRIZ DO ESPALHAMENTO NUCLEAR nL

Obtêm-se esses elementos a partir da listagem

DWUCKSP das amplitudes de espalhamento elástico do dêuteron,

definidas por

Amp. = 
$$(\eta_L^d - 1)/2i$$
 (5-14b)

em que os  $\eta_{\ell}^{d}$  são extraídos por um pequeno programa SNUCL e lançados como entrada no programa TUNEL.

OS DESVIOS DE FASE COULOMBIANOS  $\sigma_{\mathbf{L_d}}$ 

O fator remanescente no integrando, constituí do pelos desvios de fase Coulombianos  $\sigma_{L_d}$ , são fornecidos, para as diferentes ondas parciais L, pelo programa COULFN e transferidas como entrada ao programa TUNEL.

### A AVALIAÇÃO DOS INTEGRAIS DA EQUAÇÃO 5-7

Uma vez obtidas as funções individuais que aparecem nos integrandos da equação 5-7 em pontos ao longo do caminho de integração, o integrando produto dos contornos  $V^+$  e  $V^-$  é calculado em cada ponto. Esses dois integrandos produtos são, então, somados a cada ponto da rede e realiza-se uma integração Simpson de  $y_{max}$  a y=0, para avaliar-se a integral da equação 5-7.

Os procedimentos acima são repetidos para cada onda parcial L de dêuteron que contribui para a integral radial da parte externa do espaço r. Essas contribuições da integral radial obtidas pelo programa TUNEL para cada onda parcial são injetadas no DWUCK4SP como correções da integral radial calculada por este programa de r=0 a  $r=r_p$ , ao longo do eixo real do espaço interno.

Esta versão nova e final da análise do stripping DWBA para estados análogos não ligados chama-se DWUCK4USP.
Na Figura 7-4, apresentam-se valores da integral radial cor
rigida para as várias ondas parciais. A convergência é cla
ramente reconhecível.

#### O PROGRAMA COULFN

Esse programa, retirado diretamente do programa TABOO, no qual aparece como uma sub-rotina, passou por pequenas modificações, que incidiram principalmente nos formatos de entrada e saída. Todavia, seu papel na obtenção dos valores das funções Coulombianas do dêuteron Hara para o programa TUNEL é tão importante que exige a descrição dos méto dos empregados.

Basicamente, COULFN calcula os desvios de fase Coulombianos  $\sigma_L^d$ , as funções Coulombianas irregulares  $G_L$ , as funções Coulombianas regulares  $F_L$  e suas derivadas (em relação a  $\rho$  = kr), no ponto prefixado  $r_p$  ao longo do eixo real. As entradas do programa são o parâmetro Coulombiano

n, o número de onda do dêuteron  $k_{
m d}$  e o valor LMAX da maior onda L-parcial a ser considerada. A filosofia dos cálculos é a seguinte.

# - Os desvios de fase Coulombianos o d

Para valores dados dos parâmetros  $\eta$  e LMAX, o desvio de fase Coulombiano para L=50 é aproximado por uma expansão em série de seis termos, que depende de  $\eta$  e L. Usando-se a fórmula de recorrência de Abramowitz (Ab 65),

$$\sigma_{L} = \sigma_{L+1} - \arctan(n/L+1)$$
 (5-15)

os desvios de fase  $\sigma_L$  são calculados a partir de L=50, passando pelo valor LMAX, até o desvio de fase L=0, isto é,  $\sigma_0^d$ . Todavia, reservam-se localizações na memória para os  $\sigma_L$ , apenas para L=0 até L=LMAX, inclusive, de modo que as listagens obtidas se restringem a este alcance. O valor máximo permissível é LMAX=50.

# - As funções GL e GL

Para facilitar a discussão que se segue, a Figura 5-4 apresenta um esboço do comportamento, tanto de  $G_L$  como de  $F_L$ , em função de L para um valor dado de  $\rho$  (ou r). Vê-se no gráfico que as  $G_{Ld}$  são pequenas, porém finitas em L=0, e tendem a divergir com o aumento de L. As

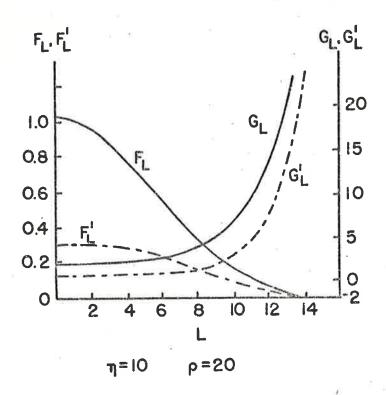


Figura 5-4 : Funções de onda Coulombianas  $F_L$  (regular) e  $G_L$  (irregular) e derivadas em função do momento angular orbital L

 $F_{L}$ , por outro lado, são nulas para L grandes e aumentam suavemente com a diminuição de L, até atingir um máximo em L = 0. Os comportamentos diversos dessas duas funções exiquem estratégias diferentes para calcular seus valores.

No cálculo de  $G_L$  e  $G_L^{'}$ , avaliam-se os valores de  $G_L=0$  e  $G_L^{'}=0$  em um raio assintótico grande  $r_A$ , selecionado pelo programa. Usam-se para isso as expansões assintóticas válidas para grandes valores de  $\rho_A=kr_A$  (ver Ab 65):

$$G_{L=0} = f \cos \theta_{L=0} - g \sin \theta_{L=0}$$

$$G_{L=0}' = f \cos \theta_{L=0} - g \sin \theta_{L=0}$$
(5-16)

em que

e a condição gf\* - fg\* = 1 deve ser satisfeita.

Os g, f, g\*, f\* são representados por séries in finitas

$$f = \sum_{i=0}^{\infty} f_i$$
,  $g = \sum_{i=0}^{\infty} g_i$ ,  $f = \sum_{i=0}^{\infty} f_i^*$   $g = \sum_{i=0}^{\infty} g_i^*$  (5-17a)

em que

$$f_{o}=1$$
,  $g_{o}=0$ ,  $f_{o}^{*}=0$ ,  $g_{o}^{*}=(1-\pi/\rho_{A})$  (5-17b)

$$g_{\kappa+1}^* = a_{\kappa} g_{\kappa}^* + b_{\kappa} f_{\kappa}^* - g_{\kappa+1}/\rho$$
 (5-18)

$$a_{\kappa} = \frac{(2\kappa+1)\eta}{(2\kappa+2)\rho}$$
 $b = \frac{L(L+1) - k(k+1) + \eta^2}{(2\kappa+2)\rho}$ 

O programa trunca as séries acima em k=24. Uma vez obtidos os valores de  $G_{L=0}$  e  $G_{L=0}^{\prime}$  em um raio grande  $r_a$ , faz-se uma integração numérica Fox Goodwin (eq. 4-78) da equação 5-14a para dentro desse raio assintótico, em direção ao raio desejado  $r_p$ , obtendo-se assim os valores de  $G_{L=0}$  e  $G_{L=0}^{\prime}$  no ponto  $\rho=k_d r_p$ 

A tarefa seguinte do programa é o cálculo de  $F_L(n, kr_p)$  e  $F_L(n, kr_p)$ , realizado graças ao método de Miller. Ele consiste em designar valores iniciais para  $F_L$  e  $F_L$  no ponto  $\rho = kr_p$ . Por inspeção (Figura 5-4), verifica-se que, se essas funções correspondem a L-valores al tos, constituem escolhas razoáveis

$$F = 0$$

$$F = 10^{-60}$$
(5-19)

Por isso, o programa impõe  $L_{inicial} \ge LMAX + 9$ . Com esses pontos de partida, os valores de  $F_{L}(\eta, kr_{p})$  e  $F_{L}'(\eta, kr_{p})$  para todos os L (desde  $L_{inicial} + 1$  até L = 0)

são calculados usando-se as relações de recorrência (Ab 65)

$$F_{L-1} = 2(L+1) \left( \eta + \frac{L(L+1)}{\rho} \right) F_L - L \left( (L+1)^2 + \eta^2 \right)^{\frac{1}{2}} F_{L+1}$$
 (5-20)

$$F'_{L} = \left(\frac{(L+1)^{2} + \eta}{\rho}\right) F_{L} - \left((L+1)^{2} + \eta^{2}\right)^{\frac{1}{2}} F_{L+1}$$
 (5-21)

Inclui-se também no programa uma normalização para garantir que a relação Wronskiana

$$F_{G_{1}} - F_{G_{1}} = 1$$
 (5-22)

seja satisfeita.

O programa entra, então, em seu estágio final, em que a variável  $ilde{ t F}_{
m L}$  é definida como

$$\overline{F}_{L} = F_{L}(\eta, kr_{p}) + iG_{L}(\eta, kr_{p})$$
 (5-23)

Como as funções  $F_L(n, kr_p)$ ,  $G_{L=0}(n, kr_p)$  e  $G_{L=0}(n, kr_p)$  já são conhecidas, todos os valores dessa no va variável  $\bar{F}_L$  podem ser calculados para L=0 até L=LMAX, depois de se obterem os valores de  $G_L$  que resultam das seguintes relações de recorrência (Ab 65):

$$L \frac{dG_{L_1}}{d\rho} = \left(\frac{L^2}{\rho} + \eta\right)G_{L_1} - \left(\frac{L^2 + \eta^2}{2}\right)^{\frac{1}{2}}G_L$$
 (5-24)

$$G_{L} = \frac{(L/\beta + \gamma/L)G_{L-1} - G_{L-1}}{(L^{2} + \gamma^{2})^{\frac{1}{2}}}$$
 (5-25)

Para obter as derivadas das variáveis  $ar{F}_L^{\dagger}$ , us $ar{a}$ se a mesma relação de recorrência da equação 5-24, na forma

$$L \frac{du_{L}}{d\rho} = (L^{2} + \eta^{2})u_{L-1} - (L^{2}/\rho + \eta)u_{L}$$
 (5-26)

que, sendo válida para  $u_L = F_L(\eta, kr_p)$  ou  $G_L(\eta, kr_p)$ , é obviamente válida para  $\bar{F}_L$ .

As partes reais e imaginárias das  $\vec{F}_L$  e as derivadas  $\vec{F}_L'$  fornecem as funções desejadas, isto é, as funções Coulombianas regular e irregular e as derivadas delas. Sendo que as derivadas são relativas à variável  $\rho = k_d r$  e o programa TUNEL precisa das derivadas relativas à variável r, a seguinte transformação foi executada:

$$\frac{dF_L(n,kr)}{dr} = k_d \frac{dF_L(n,kr)}{d\rho}$$
 (5-27)

$$\frac{dG_L(\eta,kr)}{dr} = k_d \frac{dG_L(\eta,kr)}{dp}$$
 (5-28)

O programa COULFN fornece listagens, para uso no programa TUNEL, destas partes reais e imaginárias, nas combinações apropriadas para descrever as seguintes funções Coulombianas e suas derivadas,

$$H_{L}^{+} = G_{L}(\eta, kr_{\beta}) + iF_{L}(\eta, kr_{\beta})$$

$$H_{L}^{-} = G_{L}(\eta, kr_{\beta}) - iF_{L}(\eta, kr_{\beta})$$

$$\frac{dH_{L}^{+}}{dr} = H_{L}^{+} = G_{L}^{+}(\eta, kr_{\beta}) + iF_{L}^{-}(\eta, kr_{\beta})$$

$$\frac{dH_{L}^{-}}{dr} = H_{L}^{-} = G_{L}^{-}(\eta, kr_{\beta}) - iF_{L}^{-}(\eta, kr_{\beta})$$
(5-29)

CAPITULO 6

. 1

OS DADOS USADOS PARA A ANĀLISE

Aplicamos o formalismo de projeção do estado análogo aos dados que constituiam a distribuição angular, à energia  $\rm E_d=13.0~MeV$ , dos nêutrons da reação  $^{12}{\rm C\,(d,n_1)}^{13}{\rm N}$ , obtidos em nosso laboratório (Sc 79), a qual deixa o núcleo residual no primeiro estado excitado ( $\rm E_X=2.365~MeV$ ). Este estado é o espelho não ligado do primeiro estado excitado do  $^{13}{\rm C}$  e aparece como uma ressonância no espalhamento elástico de prótons a  $\rm E_p=0.421~MeV$  (CM). Usando a descrição de partícula única, atribuímos a essa ressonância uma configuração  $\rm 2s_{1/2}$ .

Observou-se pouca estrutura na curva de excitação do grupo  $n_1$  a  $\theta_{\rm Lab}=25^{\rm O}$ , com  $E_{\rm d}$  variando de 10,6 MeV a 13 MeV, a intervalos de 200 keV, os quais se aproximam da resolução de energia experimental (Sc 79). Entretanto, embora comportamento semelhante tenha sido observado no caso dos nêutrons associados com o estado fundamental, a análise mostrou que eles eram produzidos, em parte, por um mecanismo tipo núcleo composto. Por isso, a distribuição angular medida no valor mais alto da energia de dêuterons incidentes foi selecionada para constituir os dados-teste, na expectativa de que ela seria menos influenciada pelo processo do núcleo composto.

A Figura 6-1 mostra um espectro típico de tem po de vôo de nêutrons (Sc 79) à  $E_{\rm d}=13$  MeV e  $\theta_{\rm Lab}=25^{\circ}$ . Nele, os nêutrons do contínuo, resultantes da quebra não ressonante de dêuterons (equação 4-81), revelam-se bem e puderam ser subtraídos do pico  $n_1$ , antes da análise dos dados.

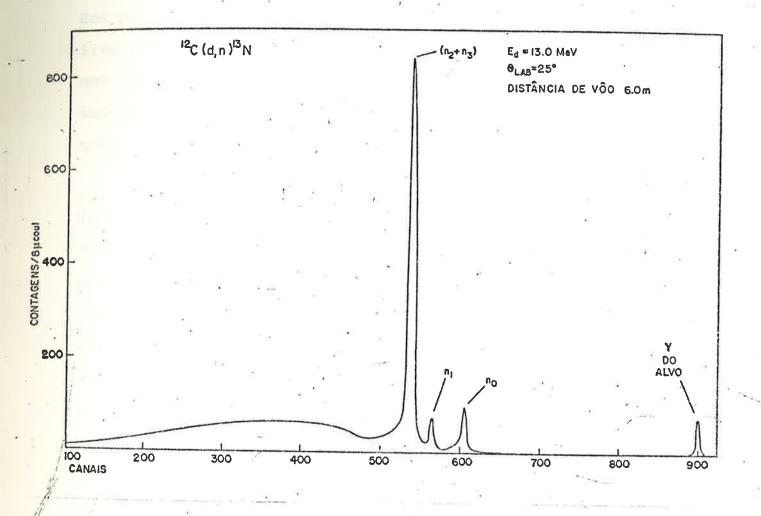


Figura 6-1 : Espectro de tempo de vôo dos nêutrons da reação  $^{12}C(d,n)^{13}N$  em  $^{0}Lab$  =  $^{25^{O}}$  e  $^{E}d$  =  $^{13}$ ,0 MeV

Consideramos os potenciais do modelo óptico usa dos para os canais elásticos como sendo os mesmos obtidos na aná lise DWBA das distribuições angulares dos nêutrons, associados com o estado fundamental, oriundos da reação  $^{12}\text{C}(d,n_0)^{13}\text{N}$  estudada (Sc 79). A Tabela 6-1 apresenta os parâmetros geométricos desses potenciais.

O potencial usado para o próton transferido ao interior do núcleo-alvo entra no formalismo do estado análogo (Capítulo 4) como um potencial do nêutron equivalente. Tratase de um potencial de partícula única, representado pelo poço 12C, a que um nêutron 2s<sub>1/2</sub> está ligado por 1,85 MeV, formando o estado ascendente | π > do 13C. A profundidade do poço foi calculada independentemente por dois dos programas, DWUCK4 (DWBA) e TABOO (formalismo do estado análogo), por meio da técnica usual de se fixar a energia de ligação da partícula e procurar o potencial capaz de promover a convergência assintótica apropriada das soluções da equação de Schroedinger para um dado njû.

No presente caso, obteve-se o valor de  $V_0 = -58,07$  MeV com ambos os programas. Inclui-se normalmente uma interação spin-órbita de Thomas-Fermi no potencial da partícula transferida; mas, como nesse caso o momento angular transferido é 1 = 0, a contribuição desse termo reduz-se a zero. Encontramse também na Tabela 6-1 os parâmetros do potencial que descrevem o poço  $^{12}$ C.

As funções de onda  $\chi_{lj}$ ,  $\chi_{L_dJ_d}$  e  $\chi_{L_nJ_n}$  foram corrigidas quanto aos efeitos de não localidade, por meio da

TABELA 6-1

Potenciais nucleares adotados na análise do stripping que leva ao estado ressonante análogo da reação  $^{12}$ Ç(d, $_{\mathrm{n_{_{1}}}}$ ) $^{13}\mathrm{N}$ 

|                | Wood-Se    | Wood-Saxon: volume<br>(Real) | ше              | Wood—Saz<br>(In | Wood-Saxon: superfície<br>(Imaginária) | fície           | Spir            | Spin-Órbita     | 8               | Coulombiana |
|----------------|------------|------------------------------|-----------------|-----------------|--|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-------------|
|                | VOR        | ror                          | a <sub>0R</sub> | MOI             | $r_{0W}$                               | a <sub>0W</sub> | V <sub>S0</sub> | rso             | a <sub>S0</sub> | roc         |
| 1.71           | МеV        | Įzų                          | Ľu              | МеV             | <u>[</u> ±(                            | Ŀι              | MeV             | î<br>Eu         |                 |             |
|                |            |                              |                 |                 | >                                      |                 |                 |                 |                 |             |
| 12C + d        | 118,0      | 118,0 0,900                  | 006'0           | 30,92           | 1,665                                  | 0,569           | 16,28           | 1,0             | 8'0             | 1,30        |
|                | ă <b>T</b> |                              |                 |                 |  | 4               |                 |                 | is <sup>e</sup> | 0           |
| 13N + n        | 45,0       | 1,32                         | 0,57            | 44,0            | 1,32                                   | 0,345           | ر<br>ان<br>()   | 1,15            | 0,57            | 1,25        |
| 55<br>50<br>80 | +3         |                              |                 |                 |  |                 | 3.5             |                 |                 |             |
| $^{12}C + n$   | 58,07 1,25 | 1,25                         | 0,65            | 1               | ŀ                                      | ř               | Fator           | Fator de Thomas | ıas             | 1,25        |
|                |            |                              | 72              | ***             |  |                 | para            | para poço real  | 1               |             |

aproximação da energia local de Perey e Saxon (Pe 64), em que o parâmetro não local (PNLOC), tanto para prótons como para nêutrons, foi 0,85, enquanto para dêuterons foi 0,54, de acor do com a sugestão de Kunz (Ku 74).

CAPITULO 7

RESULTADOS

Calculou-se o fator de forma, ou função de on da radial, da ressonância análoga do  $^{13}\mathrm{N}$ , no modelo da particula única, por meio do programa TABOO (Pi 71), no caso do espalhamento elástico  $^{12}\mathrm{C}$  + p, à energia  $\mathrm{E}_\mathrm{p}=0.421~\mathrm{MeV}$  (CM). As partes real e imaginária estão representadas nas Figuras 7-la e b (curvas cheias). A curva pontilhada da Figura 7-la representa o fator de forma obtido pelo DWUCK4 (DWBA) para o estado ligado correspondente do núcleo ascendente  $^{13}\mathrm{C}$ . As curvas mostram que a natureza ondulatória fica estabelecida em r = 34,0 F, o que torna esse valor a escolha natural para  $\mathrm{r}_\mathrm{p}$ , que é o ponto divisório do espaço r. Para r > r\_p, o comportamento convergente  $1/\mathrm{kr}$  também fica aparente. É esta convergência lenta que cria as dificuldades de integração radial das equações 2-11b e 5-1.

Dentro da região interior  $r < r_p$ , os fatores de forma do estado análogo e do estado ascendente são mui to semelhantes, exceto quanto à cauda mais larga que se observa no caso do próton.

No início do nosso trabalho, escrevemosum programa para tentar avaliar a integral exterior (equação 5-7) ao longo do eixo real r, de rp a . Isso exigia a avaliação de três funções de onda até distâncias muito grandes (500 F), ao longo das quais o integrando oscilava muitas vezes. Como as contribuições positivas e negativas se cancelam, reduzia-se muito a precisão do resultado. Além disso, o problema de levar em conta cada vez maior número de ondas parciais à medida que a distância aumentava tornou-se insupe

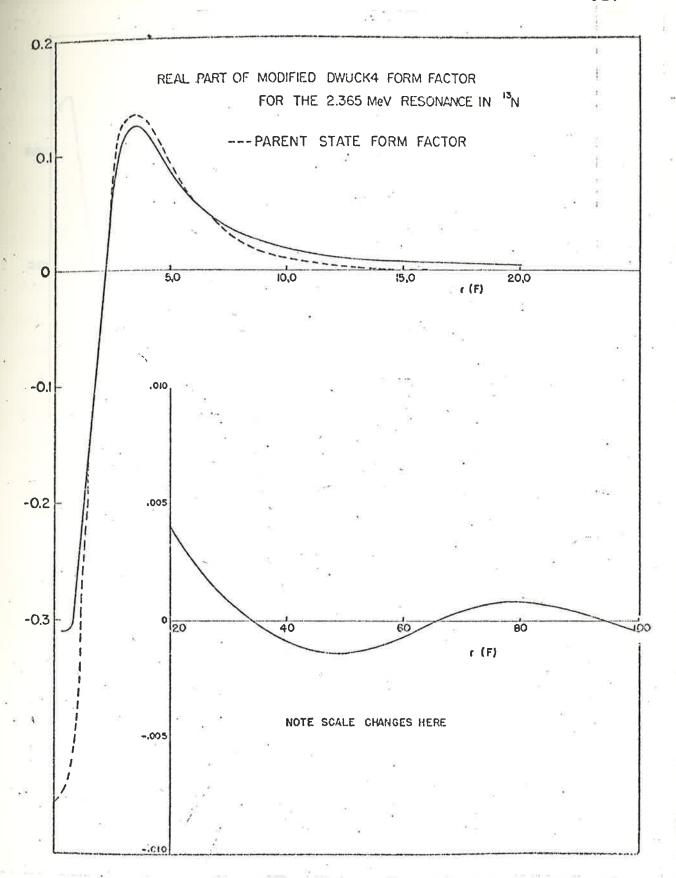


Figura 7-1a: Parte real do fator de forma do estado ressonante do  $^{13}\rm N$  a  $E_x$  = 2,365 MeV, calculada pela teoria de A.F.R.T. Piza (cur va cheia), e fator de forma do estado ascendente do  $^{13}\rm C$ , calculado pela análise DWBA (curva pontilhada)

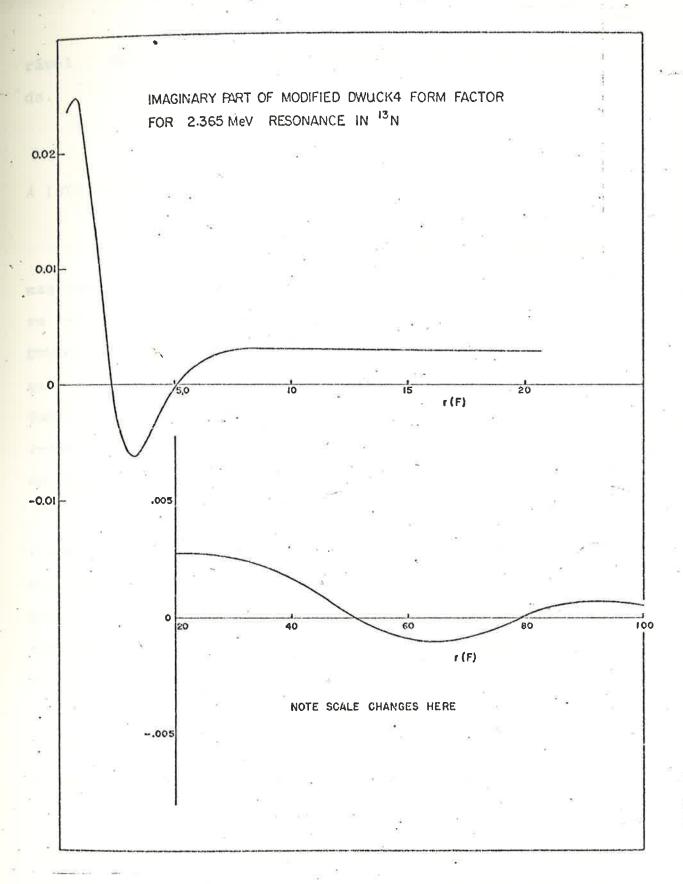


Figura 7-1b : Parte imaginária do fator de forma do estado ressonante do  $^{13}\mathrm{N}$ 

ravel. Em vista disso, essa abordagem teve de ser abandona da.

### A INTEGRAÇÃO RADIAL

O diagrama em blocos da composição dos programas necessários para o cálculo completo, apresentado na Figura 7-2, poderá servir de orientação para o leitor. Tanto o DWUCK4SP como o DWUCK4USP avaliam a integral radial na região interna do espaço, de r=0 até  $r=r_p=34,0$  F. A Tabela 7-1 contém valores da integral radial da equação 2-11b, referentes a esse intervalo, para cada onda parcial de nêutron  $L_n$  usada no cálculo.

Na região externa do espaço, de r=34.0 F a r=36, o programa TUNEL calcula a integral radial ao longo dos contornos  $V^\pm$  da Figura 5-1, de acordo com a equação 5-7, depois de receber as entradas necessárias, como mostra a Figura 7-2. A Figura 7-3 ilustra o decaimento exponencial sua ve da soma dos integrandos radiais típicos dos contornos  $V^\pm$ , no caso de  $L_n=0$ . A convergência para zero ficou bem estabelecida a uma distância de 20 F ao longo dos eixos imaginários. O intervalo de integração adotado foi 0,1 F.

Vale a pena mencionar que os valores da integral da equação 5-2 correspondentes à região exterior, obtidos pelo programa TUNEL, eram comparáveis em magnitude aos obtidos para a região interior pelo DWUCK4SP, para um  $L_n$  dado. Esses valores das integrais exteriores foram usados co

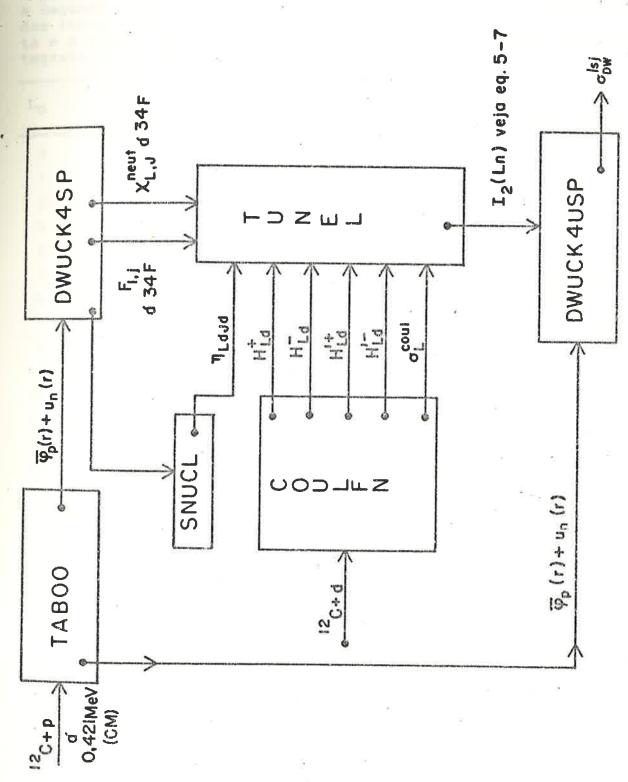


Figura 7-2 : Composição esquemática dos códigos de computador necessários para o cálculo completo da seção de choque de strippina que leva ao estado ressonante

#### TABELA 7-1

### Valor das Integrais Radiais

A primeira coluna dã os valores de L da onda parcial de nêutron. A segunda e a terceira colunas dão as partes reais e imaginárias das integrais do espaço interior, r=0 até r=34 F. A quarta e a quinta colunas dão as partes reais e imaginárias das integrais do espaço total, r=0 até  $r=\infty$ .

| L <sub>n</sub> | Espaço   | interior   | Espaço   | total      |
|----------------|----------|------------|----------|------------|
| -11            | Real     | Imaginário | Real     | Imaginārio |
| 0              | .984E-01 | .333E-02   | .105E-02 | .541E-02   |
| 1              | 107E-02  | 317E-01    | .536E-03 | 314E-01    |
| 2              | .127E-01 | 294E-01    | .130E-01 | 294E-01    |
| 3              | .149E-01 | .202E-01   | .147E-01 | .232E-01   |
| 4              | .218E-01 | .144E-01   | .227E-01 | .177E-01   |
| 5              | .953E-02 | .113E-01   | .903E-02 | .156E-01   |
| 6              | .697E-02 | .601E-02   | .600E-02 | .899E-02   |
| 7              | .454E-02 | .257E-02   | .326E-02 | .733E-02   |
| 8              | .247E-02 | .909E-03   | .121E-02 | .113E-02   |
| 9              | .369E-02 | 972E-03    | .130E-02 | .270E-02   |
| 1.0            | .244E-02 | 682E-03    | 110E-02  | .364E-02   |
| 11             | .265E-02 | 106E-02    | 153E-02  | .145E-02   |
| 12             | .392E-02 | 155E-02    | .967E-04 | .842E-03   |
| 13             | .228E-02 | 548E-03    | 168E-02  | .133E-02   |
| 14             | .154E-02 | 205E-03    | 193E-02  | .765E-04   |
| 15             | .249E-02 | 438E-03    | .278E-03 | 175E-02    |
| 16             | .752E-03 | .436E-03   | .644E-03 | 160E-02    |
| 17             | 286E-02  | .155E-02   | 946E-04  | 174E-02    |
| 18             | 404E-02  | .144E-02   | .316E-03 | 172E-02    |
| 19             | 222E-02  | .476E-03   | .103E-02 | 711E-03    |
| 20             | 339E-04  | 248E-03    | .825E-03 | .456E-03   |
| 21             | .860E-03 | 386E-03    | .124E-03 | .848E-03   |
| 22             | .711E-03 | 228E-03    | 293E-03  | .579E-03   |
| 23             | .310E-03 | 695E-04    | 291E-03  | .195E-03   |
| 24             | .571E-04 | .223E-05   | 139E-03  | 127E-04    |
| 25             | 260E-04  | .161E-04   | 272E-04  | 599E-04    |
| 26             | 301E-04  | .111E-04   | .131E-04 | 430E-04    |
| 27             | 168E-04  | .508E-05   | .157E-04 | 203E-04    |
| 28             | 698E-05  | .184E-05   | .900E-05 | 729E-05    |
| 29             | 238E-05  | .559E-06   | .383E-05 | 203E-05    |
| 30             | 694E-06  | .147E-06   | .134E-05 | 378E-06    |
|                |          |            |          |            |

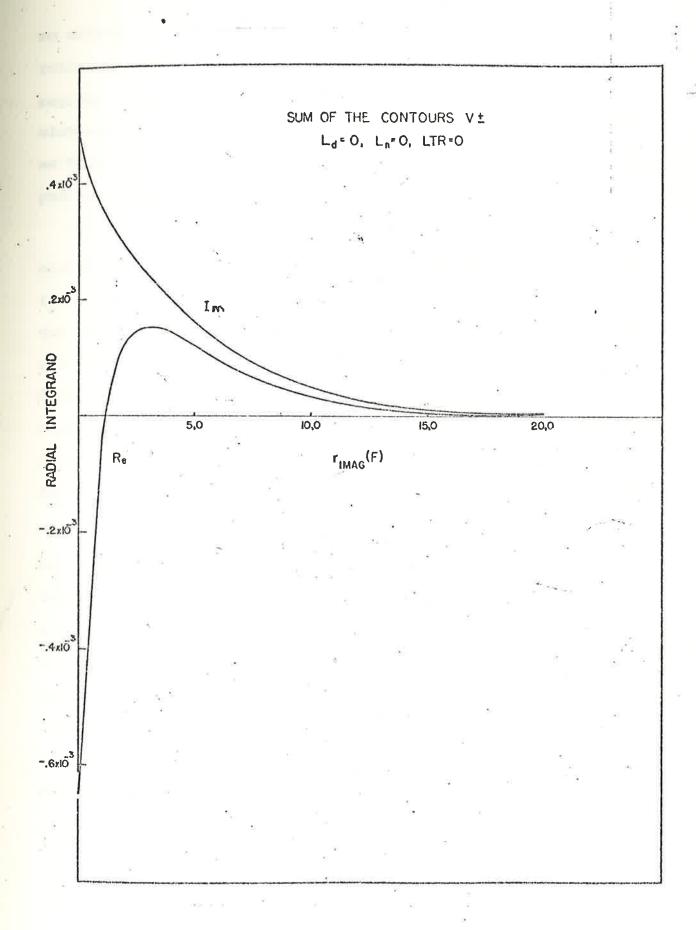


Figura 7-3 : Soma dos integrandos radiais típicos dos contornos  $\textbf{V}^{\pm}$  em função da distância ao longo dos contornos (veja equação 5-7)

mo entrada para o DWUCK4USP, depois de ter sido executada a sub rotina RADINI. Os valores da integral correspondentes à soma das regiões interior e exterior do espaço são referidos como sendo os elementos de matriz radial compensados e também estão incluidos na Tabela 7-1. Daqui em diante, o cálculo segue o código DWBA padrão de Kunz (Ku 74).

A Figura 7-4 é um gráfico da magnitude dos elementos de matriz radial compensados, em função de  $L_n$ . A contribuição relativa dos diferentes valores  $L_n$  à seção de choque nos ângulos anteriores é aproximadamente proporcional à variável posta no gráfico. Vê-se que a convergência da integral é obtida no valor  $L_n=30$ . Por isso, todas as quantidades de pendentes do valor de onda L-parcial, seja do nêutron seja do dêuteron, foram calculadas até LMAX = 30. Isso também concorda com a relação  $L_d=k_d r$  em r=34,0 F, para  $E_d=13,0$  MeV.

Foi vantajoso para nosso caso-teste que o valor de  $\ell$  transferido fosse zero. Isso significa que  $\ell_d = \ell_n$ , restrição que reduz consideravelmente a massa de cálculos necessários. Devido à enorme complexidade dos dados de entrada do programa, a interação spin-órbita nos canais elásticos (Tabela 6-1) tinha sido inicialmente fixada em zero. Acontece que, depois de obtidos os resultados, verificou-se ser possível incluir essa interação nos cálculos. Essa inclusão contribuiu para um melhor ajuste aos dados.

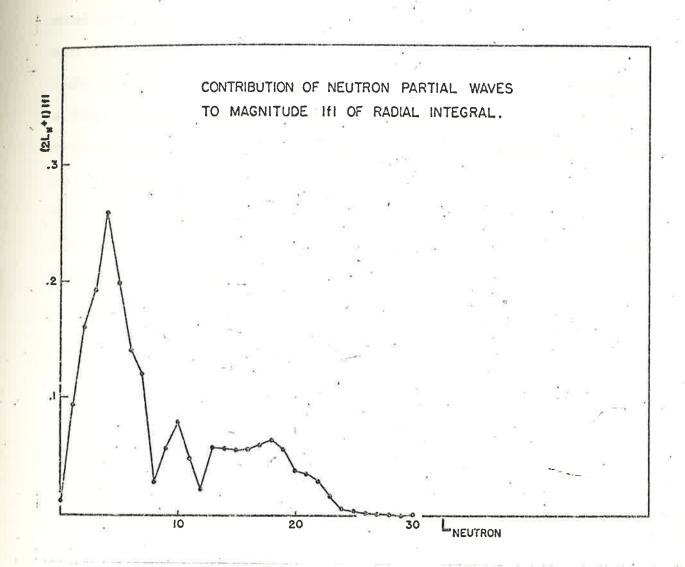


Figura 7-4 : Magnitude dos elementos de matriz radial compensados em função da onda parcial  $L_n$  do nêutron

## A SEÇÃO DE CHOQUE DIFERENCIAL

A Figura 7-5 apresenta a seção de choque diferencial correspondente à energia  $E_d=13.0~{\rm MeV}$ , que resultou do uso do programa DWUCK4USP (fator de forma de ressonância do estado análogo integrado sobre todo o espaço). Para comparação, a figura mostra também a seção de choque diferencial obtida por meio do DWUCK4SP, que usa o fator de forma de ressonância análoga, mas realiza a integração radial apenas na região interior do espaço (até  $r=r_p=34~{\rm F}$ ). A diferença entre as duas curvas convenceu-nos de que a contribuição do espaço exterior é significante e não pode ser desprezada.

Na Figura 7-6, vêem-se duas seções de choque diferenciais: uma relativa a  $r_{\rm p}=24.0~{\rm F}$  e a outra a  $r_{\rm p}=34.0~{\rm F}$ . Uscu-se, nos dois casos, o fator de forma de ressonância análoga, mas a integração só incluiu a região interior do espaço. A alteração radical que uma mera diferença de 10 F introduz na seção de choque calculada no limite superior da integração ilus tra novamente como é precário incluir-se apenas a região interior nas integrais radiais.

A Figura 7-7 mostra as mesmas duas seções de choque da Figura 7-6, mas agora estendendo-se a integração radial de modo a incluir as respectivas contribuições do espaço exterior, isto é,  $r=24.0~{\rm F}$  até  $\omega$ , em um caso, e  $r=34.0~{\rm F}$  até  $\omega$ , no outro. As seções de choque são extremamente semelhantes, o que dã apoio à hipótese de que o ponto  $r_{\rm p}$  não é realmente único, desde que se tomem as precauções mencionadas no Capítulo 5.

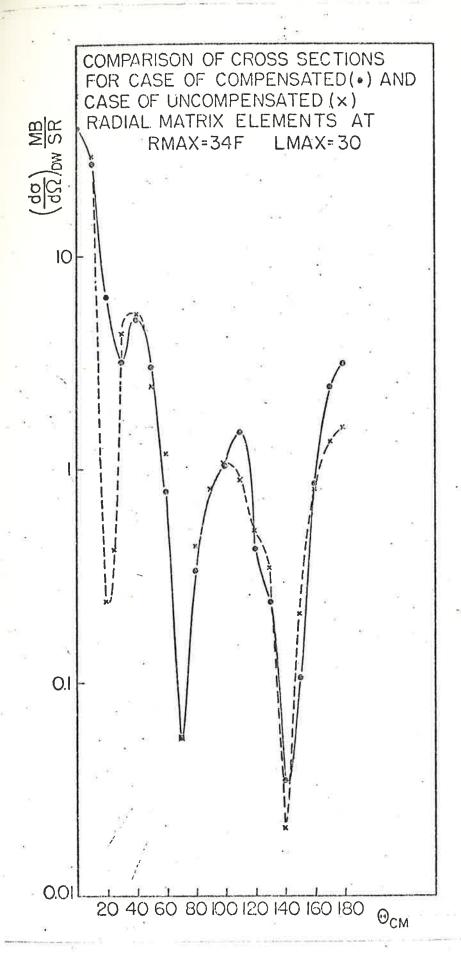


Figura 7-5 : Seção de choque diferencial o $_{DW}^{lsj}$  calculada para  $^{12}C(d,n_1)^{13}N$  usando o fator de forma do estado ressonante. A curva cheia representa o caso de integração radial em todo o espaço e a curva pontilhada, o caso de integração somente no espaço

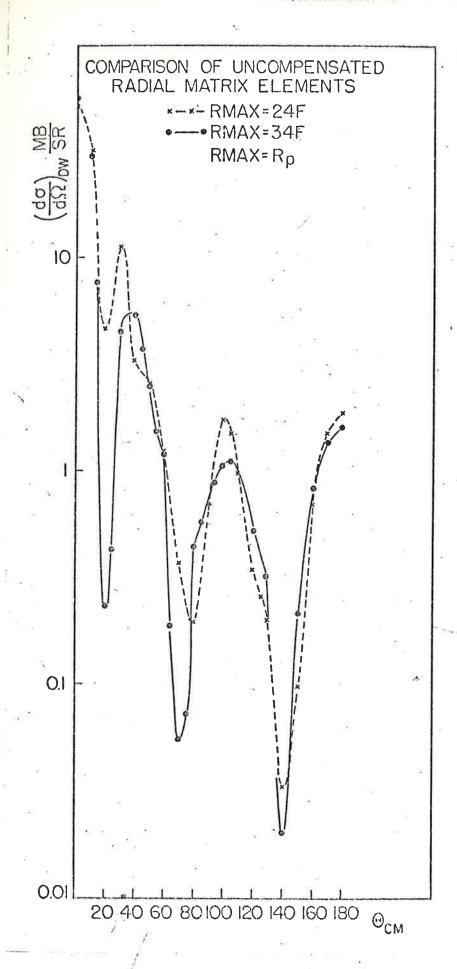


Figura 7-6: Ilustração da sensibilidade de integral radial (DWBA mais fator de forma ressonante) do limite superior (24 F e 34 F) quando somente o espaço interior é considerado

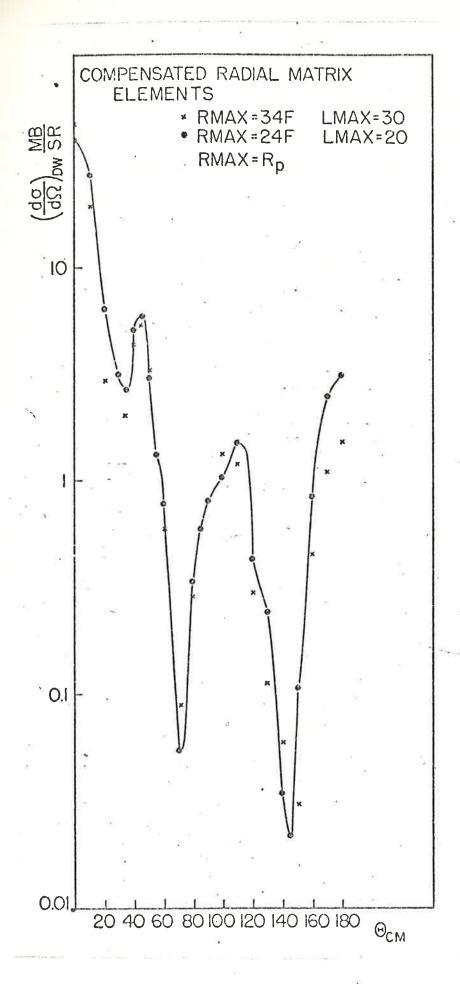


Figura 7-7 : Curvas semelhantes às da Figura 7-6, quando a integração inclui todo o espaço (r=0 até  $r=\infty$ )

Na Figura 7-8, a seção de choque diferencial predita, quando se usa o fator de forma de ressonância análoga e se integra de r=0 até  $r=\infty$ , é comparada com a que é predita pela análise DWBA usando-se o fator de forma do estado ligado ascendente. As duas curvas são nitidamente semelhantes, o que indica que a onda virtual do próton  $\overline{\Psi}_p(r)$  pouco contribui para o fator de forma, no qual prepondera a influência da função de onda do nêutron do estado ascendente.

Testamos a sensibilidade das seções de choque (calculadas com o fator de forma da ressonância análoga) a uma variação da energia de ligação do estado ascendente e verifica mos que, para um aumento de 10% da energia de ligação, os pontos calculados da seção de choque variaram entre 4% e 12%. Is so é comparável à variação experimental usual que ocorre nos da dos de tempo de vôo de nêutrons.

## AJUSTE AOS DADOS

Como os resultados mostram que o fator de forma do estado ligado ascendente basta para a descrição do processo de stripping (d,n) que leva à ressonância análoga isolada, o cálculo da seção de choque diferencial fica simplificado e reduz-se ao de um caso de estado ligado. Por isso, fica muito fácil incluir uma interação spin-órbita nos canais elásticos.

A esta altura devemos salientar que a seção de choque reduzida  $\sigma_{\rm DW}^{\ell {\rm sj}}$  das equações 2-13 e 2-40a deve ser multiplicada, antes de se fazer a extração do fator espectroscópico  ${\rm S}_{\ell {\rm j}}$ , por 1,55 , como vimos a propósito da equação 2-40b.

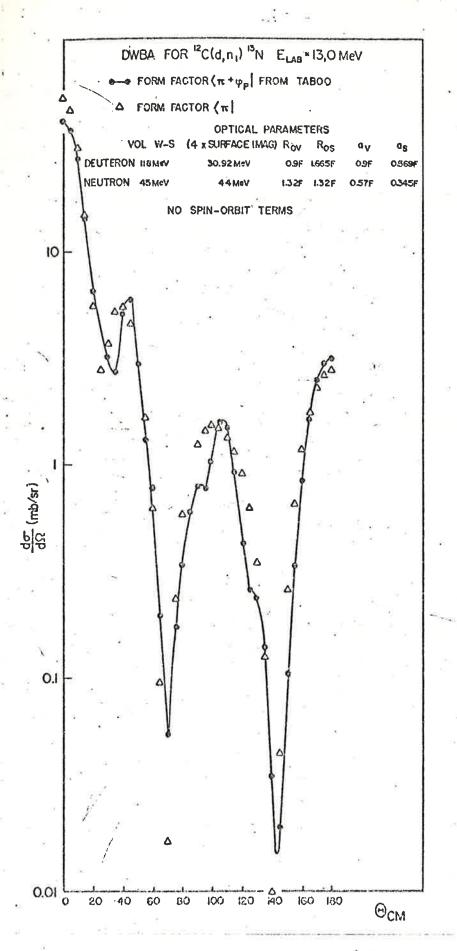


Figura 7-8: Seção de choque diferencial o DW obtida usando-se o fator de forma de ressonância análoga com integração radial (DWBA) em todo o espaço, comparada com a seção de choque obtida usando-se o fator de forma do estado ligado ascendente

A Figura 7-9 (curva cheia) apresenta os resultados de um cálculo, para o caso do estado ascendente, em que se usaram todos os potenciais da Tabela 6-1 e no qual se adotou um fator espectroscópico  $S_{lj} = 0,4$ .

cimento, além dos ângulos anteriores, das flutuações da seção de choque do stripping promoveria um melhor ajuste aos dados (Figura 7-10). Por isso, a seção de choque diferencial referente à formação do núcleo composto foi calculada, no caso da reação (d,n<sub>1</sub>), usando-se o programa Hauser-Feshbach (Wi 65). A totalidade dos canais abertos que contribuem para a formação e decaimento do núcleo composto foi descrita minuciosamente por Schelin (Sc 79). Os resultados estão ilustrados pela curva pontilhada da Figura 7-9.

Finalmente, com um fator espectroscópico  $S_{lj} = 0.4$ , obtivemos a curva teórica da Figura 7-10, combinando uma contribuição de 80% do mecanismo de stripping com outra, de 20%, do mecanismo de formação do núcleo composto. Os pontos experimentais e seus erros também aparecem na figura. O ajuste parece bom.

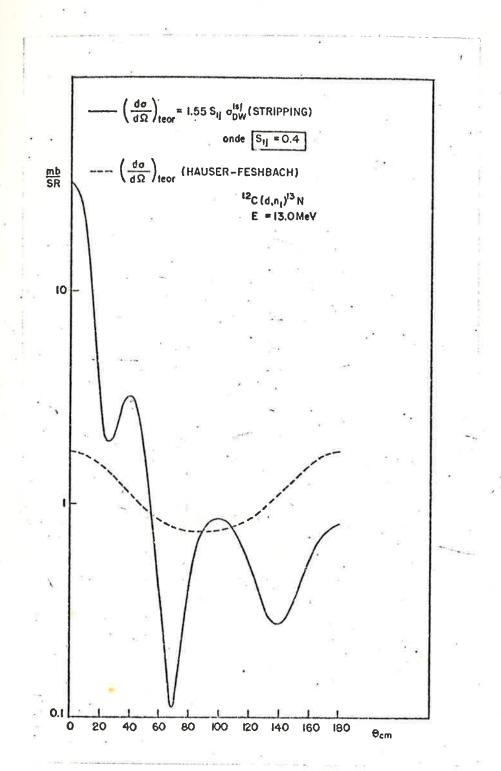


Figura 7-9 : Seções de choque DWBA para estado ascendente usando os potenciais da Tabela 6-1 e o mecanismo composto de Hauser-Feshbach da reação  $^{12}C(d,n_1)^{13}N$ 

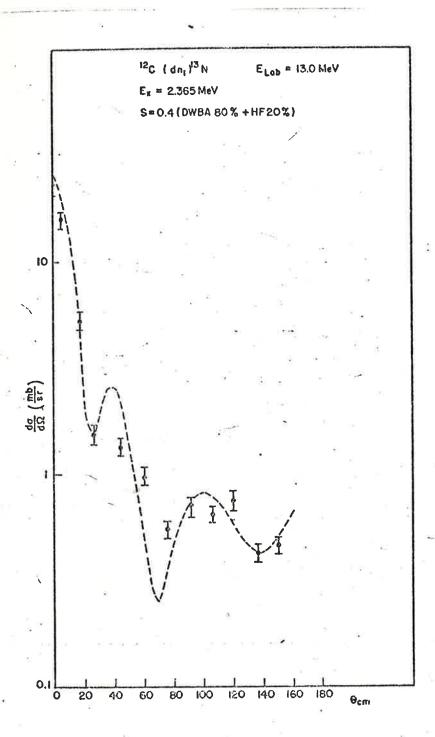


Figura 7-10 : Ajuste final aos dados da seção de choque diferencial  $^{12}C(d,n_1)^{13}N$  a  $E_d=13,0~{\rm MeV}$ 

CAPÎTULO 8

DISCUSSÃO E CONCLUSÕES

A análise do stripping que leva aos estados não ligados, realizada por meio do formalismo de Piza para calcular o fator de forma da ressonância, pela aplicação da técnica de integração de Vincent e Fortune e pelo uso do código DWBA, resultou em uma seção de choque diferencial que é a réplica da que obtivemos ao usarmos diretamente o fator de forma do estado ascendente no DWBA. Isso mostra que a contribuição do próton virtual  $\Psi_p(\mathbf{r})$  para o fator de forma da ressonância  $\Psi_p(\mathbf{r})$  +  $\mathbf{u}_n(\mathbf{r})$  é desprezível e que o que domina é a contribuição do estado ascendente  $\mathbf{u}_n(\mathbf{r})$ .

Outra maneira de exprimir este resultado é dizer que a contribuição assintótica da função de onda ressonante can cela a cauda mais pronunciada da função de onda do próton de tal modo que produz o retorno do fator de forma do estado ascendente. Isso introduz obviamente uma simplificação imensa na análise teórica desses estados.

Esta conclusão nos lança bem no meio das divergências de opinião que existem a respeito de saber-se em que re
gião do espaço a função de onda radial é importante para a descrição das ressonâncias análogas.

Os membros da escola de Coker e Hoffman (Ga 76) estão convencidos de que a inclusão da cauda do próton é suficiente para corrigir a integral DWBA. Como a descrição que fazem do estado ressonante se baseia em auto-funções de energia complexa (funções de Gamow), cujas propriedades de divergência exigem uma convergência Gaussiana forçada, as premissas que ado tam justificam o uso do mêtodo. Todavia, em contrapartida, a significação física da função de onda assintótica torna-se obscura.

No outro extremo fica o tratamento "independente de modelo" de Baur e Trautmann (Bt 76), que foi desenvolvido para reações de transferência sub-Coulombiana. Esse tratamento considera desprezíveis as contribuições do interior nuclear e usa apenas a forma assintótica da função de onda para descrever a reação nuclear. Esta forma assintótica é inteiramente determinada pelo desvio de fase do espalhamento elástico (12C + p), o qual precisa ser medido.

Baur et al. (Ba 78) estenderam o tratamento para além da região sub-Coulombiana tentando explicar as formas das linhas do espectro da reação  $^{12}\text{C}(d,n_1)^{13}\text{N}$  em  $\theta=0^\circ$  e à energia  $E_d=6$ ,3 MeV. Eles justificam essa abordagem mostram do que, quando se faz um corte inferior na integração em RMIN = 4,2 F, na integral radial DWBA, observa-se um efeito pequeno nas formas das linhas. Os autores chegaram à mesma conclusão partindo de uma distribuição angular (Te 76) da reação  $^{12}\text{C}(d,n_1)^{13}\text{N}$ , à energia  $E_d=6$ ,61 MeV, embora a distribuição angular tenha sido referida como atingindo apenas  $40^\circ$  (CM).

Nossa experiência com cortes inferiores (com Ed = 13 MeV) mostra que, de fato, as seções de choque nos ângu los anteriores são pouco afetadas por eles. Entretanto, quando o corte foi feito a 2,5 F, a região em torno de  $\theta_{\rm CM}=100^{\rm O}$  mostrou uma redução de 25% na magnitude da seção de choque prevista, embora a forma permanecesse praticamente inalterada. Com um corte em 5 F, processava-se uma drástica mudança tanto na magnitude como na forma além do ângulo  $\theta_{\rm CM}=50^{\rm O}$ .

Conclui-se que a hipótese "independente de modelo" não é vâlida em nosso caso, o que é realmente esperado a uma energia de dêuteron tão alta. Aliás, nossos resultados pendem ainda mais fortemente para a direção oposta, já que eles indicam que a função de onda do estado ascendente é que domina o espalhamento.

Talvez o tratamento, em princípio, mais semelhan te ao nosso seja o de Vincent e Fortune (Vf 70), que também leva em conta a função de onda espacial inteira. A diferença é que, na região interior, eles determinam a função de onda empiricamente, a partir das medidas do espalhamento elástico. Por isso eles ficam impossibilitados de extrair os fatores espectroscópicos usuais. O método tem, porém, a vantagem de não se restringir às ressonâncias análogas.

O especial mérito do método de análise que descrevemos aqui é obter o fator de forma, para o espaço inteiro, por meio de um cálculo unificado e integrá-lo sem necessidade de fazer aproximações. Além disso, os resultados permitem uma interpretação física definida, o que torna a análise consideravelmente mais simples.

Explicit forms that might be asked for.

Thomas Form:

Coulomb potential energy of a uniform sphere of charge (Raduis Pc)

## BIBLIOGRAFIA

- Ab 65 M. Abramowitz e I. Stegun Handbook of Mathematical Functions: Coulomb Wave Functions, p. 537. Dover Publications Inc., N.Y. (1965)
- Aj 59 F. Ajzenberg-Selove e T. Lauritsen Energy Levels of Light Nuclei VI. North Holland Publishing Co.,
  Amsterdam (1959)
- Al 67 J.L. Alty, L.L. Green, R. Huby, G.D. Jones, J.R. Mines e J.F. Sharpey-Schafer Nucl. Phys. A97, 541 (1967)
- An 62 J.D. Anderson e C. Wong Phys. Rev. Lett. <u>8</u>, 442 (1962)
- Au 72 N. Auerbach, J. Hüfner, A.K. Kerman e C.M. Shakin Reviews of Modern Physics, vol. 44, no 1, 48 (1972)
- Au 62 E.H. Auerbach Brookhaven National Laboratory Report no BNL-6362 (1962)
- Au 64 N. Austern, R.M. Drisko, E.C. Halbert e G.R. Satchler Phys. Rev. Vol. 133, no 113, B3-B16 (1964)
- Ba 78 G. Baur, F. Roesel e D. Trautmann J. Phys. G: Nucl. Phys. Vol. no 2, 275 (1978)
- Be 68 T. Berggren Nucl. Phys. Alog, 265 (1968)
- Be 70 T. Berggren Phys. Lett. 33B, 547 (1970)
- Be 71 T. Berggren Nucl. Phys. A169, 353 (1971)

- F.D. Becchetti Jr. Phys. Rev. <u>182</u>, 1190 (1969)
- G. Baur e D. Trautmann Phys. Reports 25, no 4,
- Bz 69 J. Bang e J. Zimanyi Nucl. Phys. A139, 534 (1969)
- co 73 W.R. Coker e G.W. Hoffman Z. Physik 263, 173-190 (1973)
- Fe 58 H. Feshbach Ann. Rev. of Nuclear Science Vol. 8, 49 (1958)
- Fr 70 W.E. Frahn IAEA-SMR 6/33, 34, 36, 37, 297 (1970)
- Ga 28 G. Gamow Z. Physik 51, 204 (1928)
- Ga 76 S. Gales, S. Fortier, H. Laurent, J.M. Maison e J.P. Schapira Nucl. Phys. A259 (1976)
- Ha 67 E.W. Hamburger Phys. Rev. Lett. <u>19</u>, 36 (1967)
- He 67 E.M. Henley e C.E. Lacy Phys. REv. 160, 835 (1967)
- P.E. Hodgson Nuclear Reactions and Nuclear Structure. Claredon Press, Oxford (1971)
- Hu 65 R. Huby e J.R. Mines Rev. Mod. Phys. <u>37</u>, 406 (1965)
- Ja 53 H.L. Jackson e A.I. Galonsky Phys. Rev. <u>89</u>, 370 (1953)
- Ku 74

  P.D. Kunz DWBA Code DWUCK4 University of Colorado

  Program Description Notes (1974)
- Le 78 C. Lederer e V. Shirley Table of Isotopes. 7th Edition, John Wiley and Sons Inc., N.Y. (1978)

- C. Mahaux, H.A. Weidenmuller Shell Model Approach to Nuclear Reactions. North Holland, Amsterdam (1969)
- Mi 54 E.A. Milne Phys. Rev. 93, 762 (1954)
- Ne 67
  R.G. Newton Scattering Theory of Particles and
  Waves. McGraw-Hill Book Company Inc., N.Y., p. 219
  (1967)
- Pe 64 F.G. Perey e D.S. Saxon Phys. Lett. 10, 107 (1964)
- Pi 66

  A.F.R. de Toledo Piza, A.K. Kerman, S. Fallieros e
  R.N. Venter Nucl. Phys. 89, 369 (1966)
- Pi 67 A.F.R. de Toledo Piza e A.K. Kerman Ann. of Phys. 43, 363 (1967)
- Pi 69

  A.F.R. de Toledo Piza II Simpósio Brasileiro de Física Teórica, Rio de Janeiro, Fascículo III, Parte I, 1 (1969)
- Pi 71

  A.F.R. de Toledo Piza TABOO Computer subroutine to solve a projected inhomogeneous Schrödinger equation in an optical model continuum. Publicação interna do Instituto de Física, USP (1971)
- Pi 72 A.F.R. de Toledo Piza Nucl. Phys. <u>A184</u>, 303 (1972)
- Sa 64 G.R. Satchler Nucl. Phys. <u>55</u>, 1 (1964)
- Sc 79

  H.R. Schelin Tese de Mestrado, Instituto de Física, USP (1979)
- **S1 39** A.F.J. Siegert Phys. Rev. <u>56</u>, 750 (1939)
- Ta 71

  T. Tamura, W.R. Coker e F.J. Rybicki Comp. Phys. Com. 2, 94 (1971)

- Te 76 R.K. Tenhaken e P.A. Quin Nucl. Phys. <u>A271</u>, 173 (1976)
- Vf 70 C.M. Vincent e H.T. Fortune Phys. Rev. C, vol. 2, no 3, 782 (1970)
- Wi 65 D. Wilmore Atomic Energy Research Establishment,
  Harwell AERE R5053. Este programa foi implantado
  no computador IBM/360 da USP por J.M. Cohenca.