UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA POLITÉCNICA

LUIZ CEZAR TRINTINALIA

**Análise de espalhamento eletromagnético
por corpos condutores e dielétricos**

São Paulo
2008

LUIZ CEZAR TRINTINALIA

Análise de espalhamento eletromagnético por corpos condutores e dielétricos

Tese apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção do
título de Professor Livre-Docente junto ao
Departamento de Engenharia de
Telecomunicações e Controle.

Especialidade: Eletromagnetismo aplicado a
telecomunicações

São Paulo
2008

Trintinalia, Luiz Cezar

Análise de espalhamento eletromagnético por corpos condutores e dielétricos

São Paulo, 2008

77p.

Tese (Livre-Docência) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Telecomunicações e Controle.

1. Antenas 2. Métodos numéricos I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Telecomunicações e Controle II.t

À minha esposa, Márcia, e às minhas filhas, Michelle e Débora, com amor e gratidão, por terem sido compreensivas e carinhosas ao longo do período de elaboração deste trabalho.

Agradecimentos

Ao Professor Jacyntho José Angerami por ter acreditado em mim e me apoiado durante todos esses anos.

Ao Professor Antonio Roberto Panicali por ter me ensinado a gostar de eletromagnetismo.

Ao Professor Hao Ling, pela contribuição para este trabalho com suas idéias e motivação.

Aos meus orientados de Doutorado, Mestrado e Iniciação Científica pela sua dedicação e persistência.

Aos colegas do Laboratório de Comunicações e Sinais pela amizade e companheirismo.

Ao CNPq pelos auxílios concedidos.

RESUMO

Neste trabalho é apresentada a implementação de algoritmos de análise numérica do espalhamento eletromagnético pelo método dos momentos. Um conjunto eficiente de funções de base para estruturas com formato arbitrário, discretizadas por faces triangulares, é introduzido. Essas funções de base são utilizadas para analisar duas classes de problemas: antenas monopolo de formato arbitrário e estruturas periódicas com múltiplas camadas dielétricas não planares. No primeiro, desenvolveu-se um programa para o cálculo da distribuição de corrente, impedância de entrada e diagrama de radiação de antenas do tipo monopolo sobre um plano de terra. Os monopolos a serem analisados podem ser de formato arbitrário. O plano de terra pode ser infinito ou finito com formato arbitrário. Tanto o monopolo como o plano de terra finito podem ser modelados com condutividade finita se desejado. Dois modelos de excitação foram implementados: “Magnetic Frill” e “Gaussian delta-gap”. Já para a segunda classe de problemas é apresentada uma formulação baseada em integral de fronteira para se analisar estruturas duplamente periódicas, com perdas, de geometria arbitrária. Cada camada dielétrica dessa estrutura é analisada separadamente utilizando-se funções de Green do espaço livre. Após a discretização, condições de fronteira periódicas são impostas em cada região e um esquema de conexão é utilizado para cascadeá-las uma a uma. A implementação realizada permite, também, incluir tiras metálicas entre as camadas dielétricas. Para ambos as classes de problemas, exemplos de simulação são apresentados e comparados com resultados experimentais ou teóricos.

Palavras-chave: Método dos Momentos. Monopolos. Antenas. Métodos numéricos. Estruturas seletoras de frequência.

ABSTRACT

Abstract—This work presents the implementation of numerical algorithms to analyze the electromagnetic scattering by the method of moments. An efficient set of basis functions is introduced to model arbitrary shaped structures with triangular meshing. This set is then used to analyze two classes of scattering problems: arbitrary shaped monopole antennas and multi-layered doubly-periodic lossy structures. For the first one, this work describes the implementation of a computer code to simulate arbitrarily shaped monopole antennas with a ground plane, calculating its current distribution, impedance and radiation pattern. The ground plane may be infinite or finite and arbitrarily shaped. Both monopole and finite ground plane may have a finite conductivity if desired. Two excitation models were implemented: magnetic frill and gaussian delta-gap. For the second class of problems, it is presented a boundary integral formulation to analyze multi layered doubly-periodic lossy structures with arbitrary geometry. Each individual layer of the structure is analyzed separately using the simple free-space Green's function. After discretization, periodic boundary conditions are imposed on each region and a connection scheme is used to connect the regions. Metallic patches between layers or on the periodic boundary are also included in the model. For both cases, simulation examples are presented and compared against theory or measurement results.

Keywords—Moment Method. Monopoles. Antennas. Numerical methods. Frequency selective structures.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1. Componentes lineares da corrente de dois triângulos adjacentes.....	19
Figura 2.2. Par de faces triangulares e seus parâmetros geométricos associados.....	20
Figura 2.3. Função de base de suporte triangular de primeira ordem (tipo 1): intensidade e direção.....	20
Figura 2.4. Representação de corrente senoidal utilizando funções de base de primeira ordem (b) e utilizando as funções de base originais RWG (c) sobre uma placa quadrada discretizada por 72 faces triangulares. Em (a) é mostrado o corte A-A' de ambas representações.....	22
Figura 2.5. RCS calculado para incidência normal em uma placa condutora quadrada de 1 m de lado ($\lambda=1\text{m}$), em função do número de funções de base utilizados.....	26
Figura 2.6. Nível de polarização cruzada para incidência normal em uma placa condutora quadrada de 1 m de lado ($\lambda=1\text{m}$), em função do número de funções de base utilizados.....	26
Figura 2.7. Magnitude da distribuição de corrente (componente x) sobre uma placa condutora perfeita quadrada de 1 m de lado ($\lambda=1\text{m}$), obtida utilizando-se 72 faces triangulares para (a) as funções de base RWG e (b) para as funções de base de primeira ordem.....	28
Figura 2.8. Distribuição de corrente (apenas a parte real) sobre uma esfera condutora de raio 0.4λ , obtida utilizando-se 160 faces triangulares com as funções de base RWG e com as funções de base de primeira ordem (TL), comparada com a solução exata de Mie. A onda incide na direção $\theta = 0^\circ$	29
Figura 2.9. Parte real da densidade de corrente total (magnitude do vetor) sobre uma esfera condutora de raio 0.4λ , obtida utilizando-se 160 faces triangulares com as funções RWG (a) e as funções de primeira ordem (b). A onda incide na direção $\theta = 0^\circ$	29
Figura 2.10. Erro quadrático médio da distribuição de corrente para uma esfera condutora de raio 0.4λ , obtida utilizando-se 160 faces triangulares com as funções RWG e as funções de	

primeira ordem, em função do número de faces triangulares utilizado.....	30
Figura 2.11. RCS calculado em função da frequência para uma esfera de raio 0.2 m, utilizando-se 424 faces triangulares (aresta $\cong 0.05$ m) para as funções de base RWG e as funções de base de primeira ordem (TL), comparadas com a solução exata de Mie.....	31
Figura 3.1. Modelo de excitação “Magnetic frill”.....	37
Figura 3.2. Admitância de entrada de monopolo de comprimento $h = 50$ cm e raio $a = 11,29$ cm em função da frequência, para diferentes modelos de excitação (Gaussian delta gap – dg, magnetic frill – mf), com plano de terra infinito, comparados com valores medidos (King [44]).....	42
Figura 3.3. Distribuição da corrente em monopolo de comprimento $h = 50$ cm e raio $a = 11,29$ cm, $h/\lambda = 0,5$, para excitação gaussian delta gap.....	43
Figura 3.4. Admitância de entrada de monopolo de comprimento $h = 50$ cm e raio $a = 4,23$ cm em função da frequência, para diferentes modelos de excitação (Gaussian delta gap – dg, magnetic frill – mf), com plano de terra circular de diâmetro 1 m, comparados com valores medidos (King[44]) e simulados pelo NEC.....	44
Figura 3.5. Distribuição da corrente em monopolo de comprimento $h = 50$ cm e raio $a = 4,23$ cm, $h/\lambda = 0,5$, com plano de terra de diâmetro 1 m, para excitação por magnetic frill.....	44
Figura 3.6. Impedância de entrada de monopolo “bow-tie” de comprimento $h = 50$ cm e ângulo de abertura de 90° , em função da frequência, para excitação por Gaussian delta gap (dg), com plano de terra infinito, comparados com valores medidos por Brown and Woodward [45](meas).....	45
Figura 3.7. Distribuição da corrente em monopolo “bow-tie” de comprimento $h = 50$ cm ($h/\lambda = 0,7$) e ângulo de abertura de 90° , para excitação por Gaussian delta gap (dg), com plano de terra infinito.....	45
Figura 4.1. Geometria do problema. (a) Vista tri-dimensional da estrutura, metalizada apenas	

na parte inferior e (b) vista lateral com paredes metalizadas e tiras metálicas.....	50
Figura 4.2. Região dielétrica homogênea a ser analisada pela formulação da equação integral de fronteira.....	51
Figura 4.3. (a) Funções de base em paredes opostas com condições de fronteira periódica. (b) Funções de base situadas nas junções de paredes com condições de fronteira periódica.....	55
Figura 4.4. Discretização da interface externa.....	60
Figura 4.5. Soluções equivalente para a região externa.....	61
Figura 4.6. Estrutura com duas camadas de material dielétrico com perdas (a) e a discretização utilizada (b).....	63
Figura 4.7. Coeficiente de reflexão de potência para a estrutura da Figura 4.6, com incidência TE-z, em função do ângulo de incidência θ . A incidência ocorre ao longo do eixo x ($\phi=0$)....	63
Figura 4.8. (a) Perfil triangular separando duas camadas dielétricas e (b) sua discretização. 65	
Figura 4.9. Coeficiente de reflexão de potência para a estrutura da Figura 4.8 em função da frequência para incidência TE-z normal ($\theta = 0^\circ$) comparado com resultado teórico para $\epsilon_1 = \epsilon_2 = (1,0 - j 0,1) \epsilon_0$ e $\mu_1 = \mu_2 = (9,0 - j 0,1) \mu_0$. Os valores de polarização cruzada são também mostrados.....	65
Figura 4.10. Coeficiente de reflexão de potência para a estrutura da Figura 4.8, em função da frequência, para incidência TM-z com $\theta = 30^\circ$, comparado com resultados do programa 2D Multicor para $\epsilon_1 = (16,010 - j 0,2756) \epsilon_0$, $\mu_1 = (3,4740 - j 0,1247) \mu_0$ e $\epsilon_2 = (1,000 - j 0,100) \epsilon_0$, $\mu_2 = (9,000 - j 0,100) \mu_0$. A discretização utilizada neste exemplo é de 2,5 cm.....	66
Figura 4.11. Discretização do absorvedor piramidal ECCOSORB® VHP-36 com m=4 faces triangulares por lado da base da pirâmide. As dimensões estão em metros e a região superior, preenchida com ar, está omitida.....	66
Figura 4.12. Coeficiente de reflexão de potência para a estrutura da Figura 4.10 excitada em	

guia de onda com incidência TE-z, em função da frequência. Os resultados, para dois níveis de discretização ($m=2$ e $m=4$) estão mostrados juntamente com os dados experimentais obtidos de [59].	68
Figura 4.13. Geometria com tiras metálicas distribuídas periodicamente.	68
Figura 4.14. Coeficiente de reflexão de potência para a estrutura da Figura 4.12 em função da frequência para incidência normal TE-z ($\theta = 0^\circ$). A potência radiada em direção não especular (modos de Floquet de ordem superior) é também mostrada (curvas inferiores acima de 30 GHz). Os resultados são exibidos para duas discretizações, 0,125 cm ($\lambda_c/8$) e 0,0625 cm ($\lambda_c/16$), juntamente com resultados obtidos por código para FSS (superfície seletora de frequência) plana para referência. λ_c é o comprimento de onda na frequência central (30 GHz) no vácuo.	69

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BWA.....	Broadband Wireless Access : Acesso sem fio de banda larga
ECCOSORB®.....	Marca registrada de Emerson & Cuming Microwave Products
EFIE.....	Electric Field Integral Equation : Equação integral do campo elétrico
FFT.....	Fast Fourier Transform : Transformada rápida de Fourier
FORTTRAN	FORmula TRANslation : Linguagem de programação
FSS.....	Frequency Selective Surfaces : Superfícies seletoras de frequência
MFIE.....	Magnetic Field Integral Equation : Equação integral do campo magnético
MoM.....	Method of Moments : Método do momentos
NEC.....	Numerical Electromagnetics Code : software usado para simulação de antenas.
PBC.....	Periodic Boundary Condition : Condição de fronteira periódica
PEC.....	Perfect Electric Conductor : Condutor elétrico perfeito
RAM.....	Random Access Memory : Memória de acesso randômico
RCS.....	Radar Cross Section : Área efetiva de radar
RWG.....	Rao, Wilton and Glisson : funções de base criadas por esses autores
TE.....	Transversal Elétrico
TE-z.....	Transversal Elétrico em relação à direção z
TEM.....	Transversal Eletro-Magnético
TM.....	Transversal Magnético
TM-z.....	Transversal Magnético em relação ao eixo z

LISTA DE SÍMBOLOS

$\cdot$	produto escalar
$\times$	produto vetorial
$\sim$	$\tilde{A}$ – indica transformada de Fourier bi-dimensional da função A
$\langle \cdot, \cdot \rangle$	produto escalar de duas funções vetoriais definidas sobre a superfície S .
$\mathbf{A}$	matriz
A	área do triângulo
$\vec{A}$	vetor potencial magnético
a, b	raios interno e externo da excitação coaxial (cap. 3) ou períodos nas direções x e y (cap. 4)
a, b, c	índices dos 3 vértices do triângulo
$\mathbf{B}$	matriz
$\mathbf{E}$	vetor de coeficientes do campo elétrico ponderado pelas funções de base
$E(n)$	n -ésimo elemento do vetor $\mathbf{E}$
$E(p)$	integral elíptica completa do primeiro tipo
$E(p)$	integral elíptica completa do segundo tipo
$\vec{E}$	campo elétrico
$\mathbf{EH}$	vetor de coeficientes dos campos ponderado pelas funções de base
f	frequência
$\vec{f}(\cdot)$	função de base
$G(\cdot)$	função de Green
$\vec{G}(\cdot)$	função de Green matricial
h	comprimento do monopolo
$\mathbf{H}$	vetor de coeficientes do campo magnético ponderado pelas funções de base
$H(n)$	n -ésimo elemento do vetor $\mathbf{H}$
$\vec{H}$	campo magnético
$\mathbf{I}$	vetor de coeficientes de densidade de corrente elétrica
i	índice inteiro
$\mathbf{I}_E$	matriz do método dos momentos relacionando densidade de corrente magnética com campo elétrico
$\mathbf{I}_H$	matriz do método dos momentos relacionando densidade de corrente elétrica com campo magnético
I_n	coeficientes utilizados na expansão da corrente
I^{pq}	integral auxiliar
I_ξ^{pq}	integral auxiliar
I_η^{pq}	integral auxiliar
I_ζ^{pq}	integral auxiliar
$\mathbf{J}$	vetor de coeficientes da densidade de corrente elétrica
j	unidade imaginária ou índice inteiro
$J(n)$	n -ésimo elemento do vetor $\mathbf{M}$
$\mathbf{JM}$	vetor de coeficientes das densidades de corrente
$\vec{J}_s$	densidade superficial de corrente elétrica
k	número de onda ou índice inteiro indicando número da região dielétrica (capítulo 4)
k_0	número de onda no vácuo
l	comprimento da aresta
$\mathbf{M}$	vetor de coeficientes da densidade de corrente magnética
$M(n)$	n -ésimo elemento do vetor $\mathbf{M}$

$\vec{M}_s$	densidade superficial de corrente magnética
n	índice inteiro
N	número de regiões dielétricas
n_E	numero de arestas
N_f	número de faces
n_T	numero de faces triangulares
$\vec{n}$	versor normal à superfície
p, q	índices inteiros
R	distância entre ponto de observação e fonte
$\vec{r}'$	vetor com coordenadas do ponto da distribuição de corrente (fonte)
$\vec{r}$	vetor com coordenadas do ponto de observação
$\mathbf{T}$	matriz de transformação entre funções de base triangulares e funções do tipo telhado
T	face triangular
$\mathbf{V}$	vetor de excitação por campo elétrico
V_n	campo incidente ponderado pelas funções de teste
x, y, z	coordenas cartesianas
$\mathbf{Y}$	matriz relacionando correntes com campos de forma geral ou especificamente corrente magnética com campo magnético
Y_{in}	admitância de entrada
$\mathbf{Z}$	matriz do método dos momentos relacionando densidade de corrente elétrica com campo elétrico
Z_{in}	impedância de entrada
Z_s	impedância superficial
α, β	variáveis no domínio transformado de Fourier (domínio espectral)
Δ	face triangular
δ	profundidade pelicular
ϵ	permissividade elétrica do meio
ϵ_0	permissividade elétrica do vácuo = $8,854 \cdot 10^{-12}$ F/m
η	impedância intrínseca do meio
η_0	impedância intrínseca do vácuo
θ	ângulo em relação ao zênite em coordenadas esféricas
λ	comprimento de onda
μ	permeabilidade magnética do meio
μ_0	permeabilidade magnética do vácuo = $4 \pi \cdot 10^{-7}$ H/m
ρ	distância ao eixo da alimentação coaxial
$\vec{\rho}$	vetor com origem no vértice oposto à aresta comum
Σ	superfície
σ	condutividade elétrica ou desvio padrão de gaussiana (seção 1.1.1.2)
φ	azimute em coordenadas esféricas
Φ	potencial escalar
ω	frequência angular

SUMÁRIO

RESUMO.....	4
ABSTRACT.....	5
LISTA DE FIGURAS.....	6
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS.....	10
LISTA DE SÍMBOLOS.....	11
1 INTRODUÇÃO.....	15
2 FUNÇÕES DE BASE.....	17
2.1 Introdução.....	17
2.2 Descrição do problema.....	18
2.3 Formulação da equação integral do campo elétrico.....	23
2.4 Resultados numéricos.....	25
2.5 Conclusões.....	31
3 ANTENAS MONOPOLO DE FORMATO ARBITRÁRIO.....	33
3.1 Introdução.....	33
3.2 Formulação.....	34
3.2.1 Plano de terra finito.....	35
3.2.2 Condutividade finita.....	35
3.2.3 Excitação.....	36
3.2.3.1 Magnetic frill.....	36
3.2.3.2 Gaussian delta gap.....	39
3.2.4 Determinação da impedância de entrada.....	40
3.2.5 Cálculo do campo distante.....	41
3.3 Resultados.....	41
3.4 Conclusão.....	46

4 ESTRUTURAS SELETORAS DE FREQUÊNCIA	47
4.1 Introdução	47
4.2 Descrição do problema	49
4.3 Discretização das regiões	50
4.4 Condições de Fronteira	53
4.5 Esquema de conexão	56
4.6 Conexão com o exterior	58
4.7 Formulação para a região externa	60
4.8 Resultados numéricos	62
4.9 Conclusões	69
5 CONCLUSÕES FINAIS	71
REFERÊNCIAS	73

1 INTRODUÇÃO

Uma parte considerável dos trabalhos de pesquisa realizados na área de antenas e propagação baseia-se no desenvolvimento ou utilização de ferramentas computacionais. Ferramentas para caracterização de antenas, de dispositivos guiados ou da propagação de ondas em interiores ou exteriores são, hoje, indispensáveis no projeto de sistemas de telecomunicações. Particularmente na análise de espalhamento eletromagnético de estruturas abertas, com dimensões de até alguns comprimentos de onda, o método dos momentos (MoM) ainda é o mais utilizado.

O método dos momentos (MoM) [1] deve seu nome ao processo de calcular momentos pela multiplicação por funções peso apropriadas e posterior integração. Ele é um processo bastante geral para resolver equações com operadores lineares (diferenciação, integração ou ambos), sendo um método numérico bastante poderoso que reduz uma equação integral/diferencial a uma simples equação matricial.

O uso do MoM em eletromagnetismo tornou-se bastante popular a partir dos trabalhos de Richmond [2] em 1965 e de Harrington [3] em 1967. O método tem sido aplicado, com sucesso, a uma grande variedade de problemas de interesse prático em eletromagnetismo, como, por exemplo, radiação por antenas filamentosas, problemas de espalhamento eletromagnético, análise de estruturas “microstrip” e em guias de onda. Uma revisão sobre o método pode ser encontrada em [4] e em [5].

Apesar desse método existir há muito tempo, novas aplicações e novos algoritmos para tornar o método mais eficiente surgem com muita frequência, mostrando que essa é, ainda, uma área de pesquisa muito rica. Em publicações mais recentes podemos encontrar aplicações na análise de antenas refletoras [6], de antenas “microstrip” [7,8], de antenas a ressonador

dielétrico [9] e no espalhamento por objetos dielétricos [10] e metálicos [11], além de técnicas para otimização das integrações envolvidas no método [12,13] e para extrapolação para altas frequências [14]. Mesmo artigos sobre o desenho de antenas filamentosares usando MoM, uma das mais antigas aplicações do método dos momentos [15], ainda são encontradas na literatura recente [16,17,18].

Essa extensa gama de aplicações evidencia a importância de se desenvolver programas e algoritmos novos utilizando-se o MoM, e para melhorar o desempenho dos já existentes. Mais ainda, é importante que se tenha, em nosso país, ferramentas que permitam a simulação e a otimização numérica de antenas, para que nossa indústria possa utilizar essas ferramentas para desenvolver as antenas necessárias à crescente demanda por sistemas de comunicação. Além disso, aplicações em compatibilidade e interferência eletromagnética têm demandado, também, o desenvolvimento de ferramentas numéricas de análise eletromagnética; e o MoM pode prover essas necessidades.

Dessa forma, este trabalho apresenta a aplicação do método dos momentos para a análise de antenas e de estruturas periódicas tridimensionais de formato arbitrário, utilizando funções de base de suporte triangular para a sua caracterização. Este trabalho foi realizado ao longo dos últimos sete anos e o texto apresentado nos capítulos que se seguem foi baseado nos trabalhos publicados pelo autor nesse período [19,20,21].

O capítulo 2 apresenta as funções de base de suporte triangular utilizadas na discretizações pelo método dos momentos dos problemas analisados. O capítulo 3 descreve a aplicação dessas funções de base ao problema de radiação de monopolos de formato arbitrário. Já o capítulo 4 apresenta a análise de estruturas seletoras de frequência multi-camada, não planares, através de um algoritmo de conexão, também utilizando as mesmas funções de base.

No capítulo 5 é apresentado um resumo das conclusões do trabalho, bem como novos temas de pesquisa dentro dessa áreas, a serem desenvolvidos.

2 FUNÇÕES DE BASE

2.1 Introdução

Desde a apresentação das funções de base de suporte triangular por Rao-Wilton-Glisson (RWG) [22], elas se tornaram as funções mais utilizadas para resolver problemas de espalhamento eletromagnético pelo método dos momentos. Essas funções de base apresentam as desejáveis propriedades de serem livres de linhas de carga e de conseguirem modelar qualquer superfície de formato arbitrário. Por essas razões, elas têm sido utilizadas por diversos autores [23-30] e várias modificações para melhorar o desempenho da formulação original foram apresentadas, como, por exemplo, o uso de faces triangulares curvilíneas [31] e a incorporação de condições de gume [32].

Alguns autores [33] verificaram que os resultados obtidos com o uso das funções RWG são, às vezes, muito dependentes do esquema de discretização utilizado (*meshing*). Além disso, é amplamente reconhecido o fato de que a distribuição de corrente resultante, freqüentemente, contém descontinuidades que impossibilitam o seu uso para a predição de campos próximos. Um esquema de filtragem foi proposto [34] para aliviar esse problema, mas ele acarreta a perda de resolução espacial. Esses problemas mencionados devem-se ao fato de que as funções de base RWG não conseguem representar uma distribuição de corrente arbitrária com variação linear em cada face triangular.

Wang e Webb [35] apresentaram um novo conjunto de funções de base hierárquicas, adequadas para um esquema de adaptação de ordem linear para ordens superiores. Eles demonstraram que pode-se obter resultados muito melhores, com a mesma discretização, utilizando-se funções de base de segunda ordem ou superiores. Para a utilização dessas

funções, no entanto, os códigos existentes precisam ser totalmente reescritos.

Neste capítulo é apresentado um conjunto de funções de base de suporte triangular modificadas, que possuem as mesmas qualidades das funções de base RWG padrão, mas que são capazes de representar qualquer distribuição linear de corrente sobre cada face triangular. Com essa modificação, essas funções tornam a solução de problemas pelo método dos momentos muito menos sensível à discretização utilizada, e permitem uma melhor representação da distribuição de corrente real, levando a uma convergência mais rápida na utilização desse método. Essas funções são equivalentes às funções de base de primeira ordem de Wang e Webb [35], mas são apresentadas aqui em uma formulação mais simples, que permite sua utilização em códigos que empregam as funções RWG, através de pequenas modificações.

2.2 Descrição do problema

Quando se discretiza uma superfície fechada utilizando-se N_f faces triangulares, obtém-se um conjunto de $3N_f/2$ arestas conectando esses triângulos. Deseja-se obter um conjunto de funções de base que possa representar qualquer distribuição linear de corrente sobre cada uma dessas faces triangulares. Para cada triângulo i , pode-se ter diferentes distribuições de corrente, descritas, genericamente, como

$$\vec{J}_{Si} = (a_{xi}x_i + b_{xi}y_i + c_{xi})\hat{x}_i + (a_{yi}x_i + b_{yi}y_i + c_{yi})\hat{y}_i \quad (2.1)$$

onde x_i e y_i são coordenadas locais, nas duas direções tangentes ao triângulo i . Como temos N_f triângulos, o número de graus de liberdade para esse problema é, portanto, igual a $6N_f$.

Nos problemas de eletromagnetismo, estamos interessados apenas em distribuições de corrente cujas componentes normais às arestas sejam contínuas, para evitar o aparecimento de linhas de carga “artificiais”. Na Figura 2.1 podemos ver que, impondo-se essa condição

adicional para cada aresta de nossa superfície, estamos adicionando duas restrições para cada aresta ($a_{ni} = a_{nj}$, $c_{ni} = c_{nj}$), reduzindo, então, o número de graus de liberdade de $6 N_f$ para $3 N_f$. Precisamos, portanto, de um conjunto de $3 N_f$ funções de base de divergência finita [36] para resolver esse tipo de problema adequadamente.

Figura 2.1. Componentes lineares da corrente de dois triângulos adjacentes.

Rao et al [22] propuseram um conjunto de funções de base (funções de base RWG) com apenas uma função de base associada com cada aresta, obtendo, então um conjunto de $3 N_f / 2$ funções de base. Claramente, esse conjunto não é capaz de representar uma distribuição linear arbitrária de corrente, como descrito anteriormente, isto é, esse conjunto não é completo nesse sentido. Esse fato já havia sido notado por Wang [35] e Graglia [36].

Para resolver esse problema, neste trabalho, utilizou-se um novo conjunto de funções de base lineares (de primeira ordem) que possui duas funções de base vetoriais associadas com cada aresta $b-c$, como mostrado na Figura 2.2.

Figura 2.2. Par de faces triangulares e seus parâmetros geométricos associados.

Figura 2.3. Função de base de suporte triangular de primeira ordem (tipo 1): intensidade e direção.

As expressões matemáticas dessas funções de base são dadas por

$$\vec{f}_1(\vec{r}) = \begin{cases} \frac{l}{(2A^+)^2} \|\vec{\rho}^+ \times \vec{\rho}_c\| \vec{\rho}_b^+ & \vec{r} \in T^+ \\ \frac{l}{(2A^-)^2} \|\vec{\rho}^- \times \vec{\rho}_c\| \vec{\rho}_b^- & \vec{r} \in T^- \end{cases} \quad \vec{f}_2(\vec{r}) = \begin{cases} \frac{l}{(2A^+)^2} \|\vec{\rho}^+ \times \vec{\rho}_b\| \vec{\rho}_c^+ & \vec{r} \in T^+ \\ \frac{l}{(2A^-)^2} \|\vec{\rho}^- \times \vec{\rho}_b\| \vec{\rho}_c^- & \vec{r} \in T^- \end{cases} \quad (2.2)$$

com $\vec{\rho}^+ = \vec{r} - \vec{r}_{a^+}$, $\vec{\rho}^- = \vec{r}_{a^-} - \vec{r}$ e $\vec{\rho}_{b,c}^\pm = \pm(\vec{r}_{b,c} - \vec{r}_{a^\pm})$. $A^\pm$ é a área do respectivo

triângulo e o símbolo " $\times$ " indica o produto vetorial. Cada uma dessas funções de base é paralela a uma das arestas externas e tem uma magnitude linearmente proporcional à distância à outra aresta externa, como mostrado na Figura 2.3. Essas funções de base de primeira ordem compartilham as seguintes propriedades com as funções de base RWG:

- A corrente não possui componente normal à fronteira da superfície formada pelos triângulos T^+ e T^- (arestas externas).
- A componente da corrente normal à aresta que une os dois triângulos (aresta interna) é contínua. Para as funções RWG ela era contínua e constante, já para estas funções de primeira ordem, ela apresenta uma variação linear sobre a aresta, indo de zero num dos vértices a um no vértice oposto.
- O divergente dessas funções, que é proporcional à densidade superficial de carga, é constante sobre cada triângulo, tendo mesma magnitude e sinais opostos nos dois triângulos.

De fato, pode-se demonstrar que a função RWG pode ser obtida adicionando-se as duas funções de base de primeira ordem correspondentes à mesma aresta. Devido a essas propriedades descritas, será demonstrado que a formulação pela equação integral do campo elétrico (EFIE na sigla em inglês) desenvolvida para as funções RWG [22] pode ser reaproveitada com pequenas modificações para essas funções de base de primeira ordem.

(a)

(b)

(c)

Figura 2.4. Representação de corrente senoidal utilizando funções de base de primeira ordem (b) e utilizando as funções de base originais RWG (c) sobre uma placa quadrada discretizada por 72 faces triangulares. Em (a) é mostrado o corte A-A' de ambas representações.

Como um exemplo da melhoria que pode ser obtida com o uso dessas funções de base lineares, a Figura 2.4 mostra a melhor representação possível (no sentido médio quadrático) de uma corrente senoidal sobre uma lâmina retangular, para as funções RWG e para as funções de primeira ordem, com o mesmo número de faces triangulares. Pode-se notar que a representação utilizando estas últimas é significativamente mais suave e mais próxima da exata do que utilizando-se as anteriores.

2.3 Formulação da equação integral do campo elétrico

Vamos apresentar, de forma resumida, a implementação da formulação da equação integral do campo elétrico utilizando as funções de base primeira ordem. Maiores detalhes podem ser obtidos, por exemplo, em [22]. Impondo-se que o campo elétrico total, soma do campo incidente, $\vec{E}^i$, com o campo espalhado, $\vec{E}^s$, sobre as superfícies condutoras seja nulo, e utilizando-se o método de Galerkin [1] obtém-se

$$\langle \vec{E}^i, \vec{f}_{m_{1,2}} \rangle = j\omega \langle \vec{A}, \vec{f}_{m_{1,2}} \rangle + \langle \nabla \Phi, \vec{f}_{m_{1,2}} \rangle, \quad (2.3)$$

onde $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \iint_S \vec{a} \cdot \vec{b} dS$ e $\vec{f}_{m_{1,2}}$ são as funções de base representadas pela equação (2.2)

na aresta m . O campo $\vec{A}$ é o potencial vetorial e Φ é o potencial escalar. Como demonstrado em [22], devido às propriedades de $\vec{f}_m$ nas arestas, o último termo de (2.3) pode ser reescrito como

$$\langle \nabla \Phi, \vec{f}_{m_{1,2}} \rangle = \nabla \cdot \vec{f}_{m_{1,2}}^+ \iint_{T_m^+} \Phi dS + \nabla \cdot \vec{f}_{m_{1,2}}^- \iint_{T_m^-} \Phi dS, \quad (2.4)$$

sendo

$$\nabla \cdot \vec{f}_{m_{1,2}}^\pm = \pm \frac{l_m}{2A^\pm}. \quad (2.5)$$

Já os outros termos podem ser calculados como

$$\langle \vec{A}, \vec{f}_{m_{1,2}} \rangle = \iint_{T_m^+} \vec{A} \cdot \vec{f}_{m_{1,2}}^+ dS + \iint_{T_m^-} \vec{A} \cdot \vec{f}_{m_{1,2}}^- dS, \quad (2.6a)$$

$$\langle \vec{E}^i, \vec{f}_{m_{1,2}} \rangle = \iint_{T_m^+} \vec{E}^i \cdot \vec{f}_{m_{1,2}}^+ dS + \iint_{T_m^-} \vec{E}^i \cdot \vec{f}_{m_{1,2}}^- dS. \quad (2.6b)$$

Uma diferença precisa ser ressaltada aqui. Enquanto que em [22] os valores dos termos envolvendo o vetor potencial e o campo incidente, em (2.6), foram aproximados pelos seus valores nos centróides do triângulos, com as novas funções de base deve-se utilizar uma aproximação diferente e mais precisa:

$$\iint_{T_m^\pm} \vec{A} \cdot \vec{f}_{m_{1,2}}^\pm dS \simeq \frac{A_m^\pm}{3} \sum_{i=1}^3 \left(\vec{A} \cdot \vec{f}_{m_{1,2}} \right) \Big|_{\vec{r}=\vec{r}_i}, \quad (2.7a)$$

$$\iint_{T_m^\pm} \vec{E}^i \cdot \vec{f}_{m_{1,2}}^\pm dS \simeq \frac{A_m^\pm}{3} \sum_{i=1}^3 \left(\vec{E}^i \cdot \vec{f}_{m_{1,2}} \right) \Big|_{\vec{r}=\vec{r}_i}, \quad (2.7b)$$

sendo

$$\vec{r}_1 = \frac{2}{3} \vec{r}_a + \frac{1}{6} \vec{r}_b + \frac{1}{6} \vec{r}_c; \quad \vec{r}_2 = \frac{1}{6} \vec{r}_a + \frac{2}{3} \vec{r}_b + \frac{1}{6} \vec{r}_c; \quad \vec{r}_3 = \frac{1}{6} \vec{r}_a + \frac{1}{6} \vec{r}_b + \frac{2}{3} \vec{r}_c; \quad (2.8)$$

Isso é necessário porque, agora, temos 3 graus de liberdade para cada triângulo, portanto precisamos de, pelo menos, 3 pontos de teste para que as equações sejam linearmente independentes. Além disso, essa aproximação leva a resultados exatos quando o potencial vetorial ou o campo incidente variam linearmente. Similarmente, o potencial escalar em (2.4) pode ser aproximado por

$$\iint_{T_m^\pm} \Phi dS \simeq \frac{A_m^\pm}{3} \sum_{i=1}^3 \Phi \Big|_{\vec{r}=\vec{r}_i}. \quad (2.9)$$

Os passos seguintes para se obter a equação matricial são similares àqueles apresentados em [22]. Em particular, as integrais relacionadas à determinação dos potenciais, após serem transformadas para um sistema de coordenadas locais, podem ser escritas como funções das integrais $I^{\rho q}$, $I_\zeta^{\rho q}$, $I_\eta^{\rho q}$ e $I_\zeta^{\rho q}$:

$$\Phi_{n_{1,2}}^{pq} = \frac{\mp l_n}{j 4 \pi \omega \varepsilon} I^{pq}, \quad (2.10)$$

$$\vec{A}_{n_{1,2}}^{pq} = \frac{\pm \mu l_n \vec{\rho}_{b,c}}{8 \pi A^q} \left[\|(\vec{r}_{1q} - \vec{r}_{a^+}) \times \vec{\rho}_{c,b}\| I_{\xi}^{pq} + \|(\vec{r}_{2q} - \vec{r}_{a^+}) \times \vec{\rho}_{c,b}\| I_{\eta}^{pq} + \|(\vec{r}_{3q} - \vec{r}_{a^+}) \times \vec{\rho}_{c,b}\| I_{\zeta}^{pq} \right] \quad (2.11)$$

sendo

$$\begin{aligned} I^{pq} &= \int_0^1 \int_0^{1-\eta} \frac{e^{-jkR}}{R} d\xi d\eta, \quad I_{\xi}^{pq} = \int_0^1 \int_0^{1-\eta} \xi \frac{e^{-jkR}}{R} d\xi d\eta, \\ I_{\eta}^{pq} &= \int_0^1 \int_0^{1-\eta} \eta \frac{e^{-jkR}}{R} d\xi d\eta, \quad I_{\zeta}^{pq} = I^{pq} - I_{\xi}^{pq} - I_{\eta}^{pq}, \\ R &= |\vec{r} - \vec{r}'|, \quad \vec{r} \in T^p, \quad \vec{r}' \in T^q \end{aligned} \quad (2.12)$$

Aqui, a notação $\Phi_{n_{1,2}}^{pq}$ ou $\vec{A}_{n_{1,2}}^{pq}$ significa o potencial (escalar ou vetorial) num ponto $\vec{r}$ do triângulo p , devido à função de base (1 ou 2) associada com a aresta n , fluído no triângulo q . As posições $\vec{r}_{1q}, \vec{r}_{2q}, \vec{r}_{3q}$ correspondem aos vértices do triângulo q (os mesmos para qualquer n) e os outros parâmetros estão especificados na Figura 2.2.

2.4 Resultados numéricos

Para comparar a convergência das funções de base de primeira ordem com as funções RWG, inicialmente analisamos o espalhamento de uma onda eletromagnética plana por uma placa condutora perfeita, de formato quadrado.

As Figuras 2.5 e 2.6 mostram a área efetiva de radar (do inglês radar cross section – RCS) de uma placa condutora de lado igual a 1λ , com incidência normal, traçada em função do número de funções de base utilizadas ($3 N_f/2$ para RWG e $3 N_f$ para as funções de primeira ordem). Podemos notar uma convergência muito mais rápida com as funções de base lineares do que com as funções RWG. Note que a comparação é feita para o mesmo número de funções de base, ou seja, a discretização para as funções RWG é duas vezes mais densa do que para as funções lineares.

Figura 2.5. RCS calculado para incidência normal em uma placa condutora quadrada de 1 m de lado ($\lambda=1m$), em função do número de funções de base utilizados.

Figura 2.6. Nível de polarização cruzada para incidência normal em uma placa condutora quadrada de 1 m de lado ($\lambda=1m$), em função do número de funções de base utilizados.

A Figura 2.7 mostra a distribuição de corrente na placa, obtida com uma discretização por 72 faces triangulares, para os dois conjuntos de funções de base. Pode-se observar variações abruptas da corrente ao longo da direção transversal para as funções RWG. Já para as funções de primeira ordem, o comportamento da corrente é mais suave, como esperado. Além disso, para as funções de primeira ordem, a solução obtida atinge valores mais altos próximo às arestas, como era de se esperar devido à condição de gume desse problema.

Como um segundo exemplo, foi examinado o espalhamento por uma esfera condutora. A Figura 2.8 mostra a distribuição sobre a superfície da esfera, usando-se uma discretização de 160 faces triangulares. Nessa figura, apenas a parte real da componente θ é mostrada, porém, resultados similares foram obtidos para a parte imaginária e para a outra componente. Pode-se notar que a concordância com a solução exata de Mie [37] é melhor para as funções de primeira ordem do que para as funções RWG. A Figura 2.9 mostra a parte real da densidade de corrente total na superfície da esfera. Note que a solução com as funções de primeira ordem apresenta um comportamento muito mais suave do que com as funções RWG. A Figura 2.10 mostra o erro quadrático médio total da distribuição de corrente, obtida com ambos os conjuntos de funções de base, em função do número de faces para esse mesmo problema. Pode-se ver, de novo, que a convergência das funções de primeira ordem é muito mais rápida que a das funções RWG.

(a)

(b)

Figura 2.7. Magnitude da distribuição de corrente (componente x) sobre uma placa condutora perfeita quadrada de 1 m de lado ($\lambda=1\text{m}$), obtida utilizando-se 72 faces triangulares para (a) as funções de base RWG e (b) para as funções de base de primeira ordem.

Figura 2.8. Distribuição de corrente (apenas a parte real) sobre uma esfera condutora de raio 0.4λ , obtida utilizando-se 160 faces triangulares com as funções de base RWG e com as funções de base de primeira ordem (TL), comparada com a solução exata de Mie. A onda incide na direção $\theta = 0^\circ$.

Figura 2.9. Parte real da densidade de corrente total (magnitude do vetor) sobre uma esfera condutora de raio 0.4λ , obtida utilizando-se 160 faces triangulares com as funções RWG (a) e as funções de primeira ordem (b). A onda incide na direção $\theta = 0^\circ$.

Figura 2.10. Erro quadrático médio da distribuição de corrente para uma esfera condutora de raio 0.4λ , obtida utilizando-se 160 faces triangulares com as funções RWG e as funções de primeira ordem, em função do número de faces triangulares utilizado.

Uma varredura em frequência foi, também, realizada para a predição da RCS de uma esfera de 0,2 m de raio, utilizando-se os dois conjuntos de funções de base. Os resultados, comparados com a solução de Mie, estão mostrados na Figura 2.11. Nota-se que, em baixas frequências (arestas menores que $0,2 \lambda$), ambos os conjuntos apresentam boa concordância com a solução exata. Já para frequências mais altas (arestas maiores que $0,3 \lambda$), ambos os modelos começam a divergir da solução exata, porém, a solução com as funções de primeira ordem comporta-se de forma mais estável do que a solução com as funções RWG a medida que a frequência aumenta.

Figura 2.11. RCS calculado em função da frequência para uma esfera de raio 0.2 m, utilizando-se 424 faces triangulares (aresta $\cong 0.05$ m) para as funções de base RWG e as funções de base de primeira ordem (TL), comparadas com a solução exata de Mie.

2.5 Conclusões

Neste capítulo foi introduzido um conjunto de funções de base que representa um aprimoramento do conjunto de funções de base tradicional de Rao, Wilton e Glisson, com suporte triangular. Essas funções de base são equivalentes às funções de base de primeira ordem descritas em [35], mas foram aqui apresentadas com uma formulação mais simples, que permite o seu uso em códigos que utilizam as funções RWG com modificações mínimas. Foi mostrado que essas novas funções permitem uma representação mais precisa das densidades de corrente do que as funções RWG, mantendo, porém, a mesma complexidade numérica. Nos exemplos analisados, sempre foram obtidos, para a mesma discretização, resultados melhores com as funções de primeira ordem do que com as funções RWG, para a predição da RCS.

Em relação à distribuição de corrente, o desempenho comparativo foi ainda melhor para essa nova formulação. Portanto, pode-se concluir que esse conjunto de funções de base realmente representa um avanço em relação ao conjunto de funções RWG tradicional. Além disso, a implementação de códigos utilizando a formulação com a equação integral do campo magnético, ou combinada elétrico/magnético, com essas funções de base, pode ser facilmente realizada, como será apresentado no capítulo 4.

3 ANTENAS MONOPOLO DE FORMATO ARBITRÁRIO

3.1 Introdução

Antenas cilíndricas grossas e monopolos de formatos arbitrários vem ganhando grande importância devido a suas características de largura de banda. Esses tipos de antenas podem alcançar altas relações de banda em termos de impedância de entrada [38,39], sendo, portanto, bastante atraentes para aplicações de banda larga como por exemplo “*Broadband Wireless Access*” (BWA). Enquanto antenas formadas por elementos filamentosares são hoje facilmente modeladas por ferramentas de software baseadas no Método dos Momentos, como o NEC, por exemplo, o mesmo não ocorre para essas estruturas mais complexas. Dessa forma, este capítulo descreve a implementação de um programa baseado no Método dos Momentos para a análise de antenas cilíndricas grossas, ou de outras geometrias arbitrárias discretizadas em faces triangulares, do tipo monopolo com plano de terra finito ou infinito. Embora trabalhos anteriores descrevam programas baseados em MoM para a análise de antenas de formato arbitrário discretizadas em faces triangulares [40,41], esses trabalhos utilizam as funções de base propostas por Rao et al [22] e excitação do tipo “delta-gap”. Já o presente trabalho apresenta uma formulação com outras funções de base, vistas no capítulo 2, que apresentam melhor convergência, e utiliza excitações do tipo “Magnetic-frill” [42] e uma extensão da excitação em “delta-gap” [43], proposta para antenas cilíndricas, e aprimorada, neste trabalho, para antenas de formato genérico.

3.2 Formulação

O código aqui implementado utiliza o Método dos Momentos padrão (MoM-Galerkin) com um conjunto de funções de base de suporte triangular. Essas funções de base, duas para cada aresta, são funções lineares definidas para cada par de triângulos, apresentando continuidade da componente normal à aresta comum.

As expressões dessas funções de base, já vistas no capítulo anterior, e repetidas aqui por conveniência, são:

$$\vec{f}_1(\vec{r}) = \begin{cases} \frac{l}{(2A^+)^2} \|\vec{\rho}^+ \times \vec{\rho}_c^+\| \vec{\rho}_b^+ & \vec{r} \in T^+ \\ \frac{l}{(2A^-)^2} \|\vec{\rho}^- \times \vec{\rho}_c^-\| \vec{\rho}_b^- & \vec{r} \in T^- \end{cases}, \quad (3.1a)$$

$$\vec{f}_2(\vec{r}) = \begin{cases} \frac{l}{(2A^+)^2} \|\vec{\rho}^+ \times \vec{\rho}_b^+\| \vec{\rho}_c^+ & \vec{r} \in T^+ \\ \frac{l}{(2A^-)^2} \|\vec{\rho}^- \times \vec{\rho}_b^-\| \vec{\rho}_c^- & \vec{r} \in T^- \end{cases}, \quad (3.1b)$$

onde $A^\pm$ é a área do respectivo triângulo, $\vec{\rho}^+ = \vec{r} - \vec{r}_{a^+}$, $\vec{\rho}^- = \vec{r}_{a^-} - \vec{r}$ e

$\vec{\rho}_{b,c}^\pm = \pm(\vec{r}_{b,c} - \vec{r}_{a^\pm})$. O gráfico dessas funções é apresentado na Figura 2.3 da página 20.

Dessa forma, a estrutura da antena deve ser discretizada em faces triangulares e terá 2 funções de base associadas com cada aresta que conecta dois ou mais triângulos. Assim, para uma estrutura formada por N_f faces triangulares, teremos um máximo de $3 N_f$ funções de base, e essa será a ordem do sistema linear a ser resolvido. O equacionamento utiliza a equação integral do campo elétrico (EFIE) e os detalhes dessa formulação, com as funções de base utilizadas, foram apresentados no capítulo 2. A seguir, são descritos alguns detalhes específicos da presente aplicação.

3.2.1 Plano de terra finito

Quando a antena do tipo monopolo estiver conectada a um plano de terra finito, deve-se discretizar esse plano de terra utilizando-se, também, faces triangulares. Esse plano de terra estará situado em $z = 0$.

Se a superfície de terra não for planar (por exemplo, esférica) a mesma formulação pode ser aplicada, porém, testes para validar esse tipo de estrutura ainda não foram realizados.

3.2.2 Condutividade finita

Se a estrutura da antena tiver condutividade finita, essa condição pode ser imposta às faces triangulares utilizadas em sua discretização. Para se impor essa condição, admite-se que a superfície da face é a fronteira entre o ar e o meio de condutividade finita. Admitindo-se, também, que a onda que penetra nesse meio seja bastante atenuada, e que essa onda se propaga dentro do meio na direção normal à superfície, pode-se determinar a impedância na superfície de separação como sendo

$$Z_s = \frac{E_{//}}{H_{//}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0 - j \sigma / \omega}} \simeq \sqrt{\frac{\mu_0}{-j \sigma / \omega}} . \quad (3.2)$$

Essas hipóteses são bastante razoáveis se a condutividade for elevada ($\sigma \gg \omega \epsilon_0$) e a espessura dos elementos da antena for também maior que a profundidade pelicular ($\delta = 1 / \sqrt{\pi f \mu_0 \sigma}$). Para a maioria das estruturas com superfícies fechadas (antenas cilíndricas, por exemplo) essas condições são válidas, já que a profundidade pelicular é da ordem de alguns microns para o cobre, em frequências de algumas centenas de MHz. Já para lâminas muito finas ou frequências mais baixas, essa pode não ser uma boa aproximação. Nesses casos, pode-se determinar outras expressões para a condutividade equivalente do material (eventualmente complexa) que podem então ser usadas com o código implementado.

É interessante chamar a atenção para o fato de que pode-se atribuir diferentes condutividades para cada face, se desejado.

Uma vez conhecidos os valores de Z_s para todas as faces, a equação do tipo EFIE resultante pode ser escrita como

$$\begin{aligned} \vec{E}^i + \vec{E}^s = Z_s \vec{J}_s \Rightarrow \vec{E}^s - Z_s \vec{J}_s = -\vec{E}^i \Rightarrow \\ \overline{\overline{G}}(\vec{J}_s) - Z_s \vec{J}_s = -\vec{E}^i \end{aligned} \quad (3.3)$$

que pode ser discretizada pelas funções de base/teste descritas no capítulo 2, resultando na seguinte equação matricial

$$\mathbf{Z} \mathbf{I} = \mathbf{V} \quad (3.4)$$

com

$$\begin{aligned} Z_{mn} &= \iint_{S_m} \overline{\overline{G}}(\vec{f}_n) \cdot \vec{f}_m dS + \iint_{S_m} Z_s \vec{f}_n \cdot \vec{f}_m dS \\ V_m &= - \iint_{S_m} \vec{E}^i \cdot \vec{f}_m dS \\ \vec{J}_s &= \sum_n I_n \vec{f}_n \end{aligned} \quad (3.5)$$

3.2.3 Excitação

Para a antena excitada através de um cabo coaxial, com raio externo b e raio interno a , dois modelos diferentes de excitação foram implementados: “Gaussian delta-gap” e “magnetic frill”, descritos a seguir.

3.2.3.1 Magnetic frill

Nesse modelo, admite-se que, na abertura coaxial, a distribuição do campo elétrico é idêntica a de uma onda TEM, sendo dada por

$$\vec{E}_a = \frac{1}{\rho \ln(b/a)} \vec{u}_\rho \quad (3.6)$$

Portanto, toda a estrutura de alimentação pode ser substituída por uma corrente magnética equivalente, dada por $\vec{E}_a \times \vec{n}$, e uma corrente elétrica equivalente, dada por $\vec{n} \times \vec{H}_a$, como mostrado na Figura 3.1.

Figura 3.1. Modelo de excitação “Magnetic frill”.

Como pode ser visto, apenas a corrente magnética (“magnetic frill”) precisa ser mantida quando se preenche a abertura coaxial com um condutor perfeito. Adicionalmente, se o plano de terra for infinito, pode-se eliminar toda a estrutura de aterramento, dobrando-se a corrente magnética (método das imagens).

O campo elétrico radiado por essa corrente magnética pode ser calculado pelas seguintes expressões:

$$\begin{aligned}
E_z^i(z, \rho) &= \frac{-1}{2 \pi \ln(b/a)} \int_0^\pi \int_a^b \frac{e^{-j k R}}{R} d \rho' d \varphi'; \\
E_\rho^i(z, \rho) &= \frac{-1}{2 \pi \ln(b/a)} \int_0^\pi \int_a^b \cos \varphi' \frac{\partial}{\partial z} \frac{e^{-j k R}}{R} d \rho' d \varphi'. \\
R &= \sqrt{z^2 + \rho^2 + \rho'^2 - 2 \rho \rho' \cos \varphi'}
\end{aligned} \tag{3.7}$$

Essas expressões podem ser aproximadas pelas expressões (18) e (20) dadas em [42] quando $R < \lambda / 10$.

Nos outros pontos ($R > \lambda/10$) as seguintes expressões podem ser usadas para calcular o campo elétrico:

$$E_\rho^i(z, \rho) = \frac{k(b^2 - a^2)}{8 r^4 \ln(b/a)} \frac{e^{-j k r} (k r - 2 j) \rho z}{}, \tag{3.8}$$

$$\begin{aligned}
E_z^i(z, \rho) &= \frac{e^{-j k R_a}}{2 \pi \ln(b/a) R_a} \times \\
&\left[(1 + j k R_a - \frac{k^2 R_a^2}{2} - \frac{j k^3 R_a^3}{6}) 2 K(p_a) + (k^2 R_a - j k + \frac{j k^3 R_a^2}{2}) R_a \pi - \right. \\
&\quad \left. - k^2 (R_a^2 + j k R_a^3) E(p_a) + \frac{j k^3 R_a \pi}{6} (a^2 + r^2) \right] - \\
&\quad - \frac{e^{-j k R_b}}{2 \pi \ln(b/a) R_b} \times \\
&\left[(1 + j k R_b - \frac{k^2 R_b^2}{2} - \frac{j k^3 R_b^3}{6}) 2 K(p_b) + (k^2 R_b - j k + \frac{j k^3 R_b^2}{2}) R_b \pi - \right. \\
&\quad \left. - k^2 (R_b^2 + j k R_b^3) E(p_b) + \frac{j k^3 R_b \pi}{6} (b^2 + r^2) \right].
\end{aligned} \tag{3.9}$$

$$R_a = \sqrt{z^2 + (\rho + a)^2}; \quad R_b = \sqrt{z^2 + (\rho + b)^2};$$

$$p_a = \frac{4 \rho a}{R_a^2}; \quad p_b = \frac{4 \rho b}{R_b^2};$$

$E(p)$ = integral elíptica completa do segundo tipo ;
 $K(p)$ = integral elíptica completa do primeiro tipo

Em todas essas expressões admite-se que $kb \ll 1$.

As expressões para a componente radial do campo próximo tornam-se numericamente instáveis para valores pequenos de z . Nesses casos, essa componente deve ser diretamente calculada como

$$E_{\rho}^i(z=0^{\pm}, \rho) = \begin{cases} \frac{\pm 1}{2 \rho \ln(b/a)} & a \leq \rho \leq b \\ 0 & \rho < a, \rho > b \end{cases}, \quad (3.10)$$

e seu valor deve ser interpolado entre (3.10) e o valor dado em [42] para $0 < |z| < (b-a)/100$.

Quando temos uma superfície de terra finita, deve-se considerar que o “magnetic frill” está situado no plano $z = 0^+$, portanto, a componente ρ do campo incidente sobre o plano de terra pode ser calculada simplesmente por

$$E_{\rho}^i(z=0, \rho) = \begin{cases} \frac{-1}{2 \rho \ln(b/a)} & a \leq \rho \leq b \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}. \quad (3.11)$$

3.2.3.2 *Gaussian delta gap*

Nesse modelo, admite-se que o campo incidente é uma função gaussiana da componente z , dada por

$$E_z^i(z) = \frac{e^{-z^2/2\sigma^2}}{\sigma \sqrt{2\pi}}; \quad \sigma = \frac{a}{2}. \quad (3.12)$$

Esse modelo foi proposto em [43] para ser usado com dipolos cilíndricos apenas.

Na presente implementação expandiu-se essa formulação adicionando-se uma componente radial e também uma variação axial, ou seja,

$$E_\rho^i(z, \rho) = \begin{cases} \frac{\left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{z}{\sigma\sqrt{2}}\right)\right] \operatorname{sign}(z)}{2\rho \ln(b/a)}; & a \leq \rho \leq b \\ 0 & \rho < a \\ & \rho > b \end{cases}$$

$$E_z^i(z, \rho) = \begin{cases} \frac{e^{-z^2/2\sigma^2} \ln(b/\rho)}{\sigma\sqrt{2\pi} \ln(b/a)} & a \leq \rho \leq b \\ \frac{e^{-z^2/2\sigma^2}}{\sigma\sqrt{2\pi}} & 0 \leq \rho \leq a \\ 0 & \rho > b \end{cases} \quad (3.13)$$

Novamente, quando tem-se um plano de terra finito, considera-se a excitação coaxial situada no plano $z = 0^+$, portanto, a componente axial do campo incidente pode ser calculada como

$$E_\rho^i(z=0, \rho) = \begin{cases} \frac{-1}{2\rho \ln(b/a)}; & a \leq \rho \leq b \\ 0 & \rho < a, \rho > b \end{cases} \quad (3.14)$$

3.2.4 Determinação da impedância de entrada

Para se determinar a impedância de entrada, utilizou-se a seguinte expressão para a potência complexa entregue pelo campo de excitação:

$$P = \iint_S \vec{E}^i \cdot \vec{J}_S dS = \sum_n I_n \iint_S \vec{E}^i \cdot \vec{f}_n dS = \sum_n I_n V_n^*, \quad (3.15)$$

onde I_n são os coeficientes utilizados na expansão da corrente e V_n é o campo incidente ponderado pelas funções de teste (que são as mesmas utilizadas como funções de base) como em (3.5).

Como essa potência pode ser, também, escrita em função da tensão e da corrente na entrada da antena, como

$$P = V_{in}^* I_{in} = |V_0|^2 Y_{in}, \quad (3.16)$$

obtem-se as seguintes expressões para a admitância e impedância de entrada da antena:

$$Y_{in} = \frac{\sum_n I_n V_n^*}{|V_0|^2} \Rightarrow Z_{in} = \frac{1}{\sum_n I_n V_n^*}, \quad (3.17)$$

já que estamos admitindo uma excitação de 1 V.

3.2.5 Cálculo do campo distante

As componentes, normalizadas, do campo elétrico distante podem ser calculadas por

$$\begin{aligned} E_\theta(\theta, \varphi) &= k_0 \eta_0 [\cos \theta (\cos \varphi A_x + \sin \varphi A_y) - \sin \theta A_z] \\ E_\varphi(\theta, \varphi) &= k_0 \eta_0 (\cos \varphi A_y - \sin \varphi A_x) \end{aligned}, \quad (3.18)$$

com

$$\begin{aligned} \vec{A}(\theta, \varphi) &= \iint_S \vec{J}_s(\vec{r}') e^{j \vec{k} \cdot \vec{r}} dS' = \\ &= \sum_n I_n \iint_S \vec{f}_n(\vec{r}') e^{j \vec{k} \cdot \vec{r}} dS' \\ \vec{k} &= k \sin \theta \cos \varphi \vec{u}_x + k \sin \theta \sin \varphi \vec{u}_y + k \cos \theta \vec{u}_z \end{aligned} \quad (3.19)$$

Essas integrais, envolvendo as funções de base, podem ser escritas numa forma analítica, portanto nenhuma integração numérica é necessária nesse cálculo.

3.3 Resultados

Inicialmente, simulamos um monopolo grosso com plano de terra infinito. O monopolo tem comprimento $h = 50$ cm e diâmetro 22,58 cm. A frequência foi variada desde $h/\lambda = 0,15$ até $h/\lambda = 0,5$. A alimentação coaxial tem diâmetro externo $2b = 26,8$ cm. Ambos modelos de excitação foram testados e os resultados obtidos para a admitância de entrada foram comparados com valores medidos por King [44], como mostrado na Figura 3.2.

Um exemplo da distribuição da corrente obtida para o monopolo está mostrado na Figura 3.3.

Vemos que, nas frequências mais baixas, ambas excitações produzem excelentes resultados. Em frequências mais altas, algumas discrepâncias podem ser notadas. Essas discrepâncias devem-se ao fato de que a abertura do “magnetic-frill” é, já na frequência de 120 MHz ($h/\lambda = 0.2$), da ordem de 0.1λ (perímetro = 0.68λ). Dessa forma, as expressões utilizadas, dadas em [42], não são mais válidas, já que elas foram derivadas admitindo-se $kb \ll 1$.

Para a excitação Gaussian delta gap [43] (que não depende do valor de b) os resultados são surpreendentemente mais próximos dos medidos que os do magnetic frill, em altas frequências.

Figura 3.2. Admitância de entrada de monopolo de comprimento $h = 50$ cm e raio $a = 11,29$ cm em função da frequência, para diferentes modelos de excitação (Gaussian delta gap – dg, magnetic frill – mf), com plano de terra infinito, comparados com valores medidos (King [44]).

Figura 3.3. Distribuição da corrente em monopolo de comprimento $h = 50$ cm e raio $a = 11,29$ cm, $h/\lambda = 0,5$, para excitação gaussian delta gap.

Como um segundo exemplo, simulamos um monopolo de comprimento $h = 50$ cm; raio $a = 4,23$ cm ($b = 5,02$ cm) sobre um plano de terra finito de 1 m de diâmetro. Os resultados obtidos, para ambas as excitações, estão mostrados na Figura 3.4, comparados com resultados obtidos pelo programa NEC e com medidas de King [44]. Novamente, vemos que os resultados são bastante próximos. Um exemplo da distribuição de corrente obtida está mostrada na Figura 3.5.

Como último exemplo, simulamos um monopolo do tipo “*bow-tie*” com ângulo de abertura de 90 graus, 50 cm de comprimento, sobre um plano condutor infinito. Os resultados obtidos estão comparados com os medido por Brown and Woodward [45] na Figura 3.6, e um exemplo de distribuição de corrente é apresentado na Figura 3.7. Mais uma vez, os resultados da simulação são bastante próximos dos medidos.

Figura 3.4. Admitância de entrada de monopolo de comprimento $h = 50$ cm e raio $a = 4,23$ cm em função da frequência, para diferentes modelos de excitação (Gaussian delta gap – dg, magnetic frill – mf), com plano de terra circular de diâmetro 1 m, comparados com valores medidos (King[44]) e simulados pelo NEC.

Figura 3.5. Distribuição da corrente em monopolo de comprimento $h = 50$ cm e raio $a = 4,23$ cm, $h/l = 0,5$, com plano de terra de diâmetro 1 m, para excitação por magnetic frill.

Figura 3.6. Impedância de entrada de monopolo “bow-tie” de comprimento $h = 50$ cm e ângulo de abertura de 90° , em função da frequência, para excitação por Gaussian delta gap (dg), com plano de terra infinito, comparados com valores medidos por Brown and Woodward [45](meas).

Figura 3.7. Distribuição da corrente em monopolo “bow-tie” de comprimento $h = 50$ cm ($h/\lambda=0,7$) e ângulo de abertura de 90° , para excitação por Gaussian delta gap (dg), com plano de terra infinito.

3.4 Conclusão

Um programa computacional para a análise de antenas metálicas de formato arbitrário foi implementado e validado para algumas estruturas. Esse programa permite a análise de antenas monopolo ou dipolo, com plano de terra finito ou infinito e com condutividade finita ou infinita. Dois modelos de excitação foram implementados, sendo um deles, o “Gaussian delta-gap”, um aprimoramento inédito de um modelo anterior. Esse programa provê como saída os valores de impedância de entrada das antenas, sua distribuição de corrente e seu diagrama de radiação.

4 ESTRUTURAS SELETORAS DE FREQUÊNCIA

4.1 Introdução

O problema de determinar as propriedades de reflexão e absorção de estruturas periódicas com perdas é de grande importância para a análise e projeto de absorsores eletromagnéticos. Muitas técnicas diferentes têm sido propostas na literatura para essa análise. Elas podem ser divididas em duas classes gerais: formulação volumétrica e formulação superficial. Exemplos das técnicas volumétricas incluem o método dos elementos finitos [46,47,48], método das diferenças finitas [49,50,51], e o método dos momentos volumétrico [52,53]. Embora essas técnicas possam modelar materiais não-homogêneos arbitrários, elas requerem o uso de funções de base volumétricas, cujo número pode ser significativamente maior que nas formulações superficiais.

A formulação superficial é baseada na equação integral de fronteira, e ela pode ser muito eficiente para estruturas planares e estratificadas, através do uso da função de Green periódica [54,55,56]. Para materiais com formatos arbitrários, no entanto, essa formulação torna-se bem menos eficiente. Exemplos de trabalhos nessa linha podem ser encontrados em [57,58,59,60]. Particularmente em [59,60], os autores analisaram uma estrutura duplamente periódica com regiões de formato arbitrário. As correntes equivalentes em todas as superfícies foram discretizadas com as funções de base de Rao-Wilton-Glisson (RWG) [22], e o procedimento de Galerkin foi aplicado no método dos momentos, tendo sido utilizada a função de Green periódica para cada camada homogênea, para impor-se a periodicidade da estrutura.

No trabalho apresentado neste capítulo, é desenvolvida uma formulação alternativa àquela apresentada em [59, 60] para analisar uma estrutura duplamente periódica, composta de

regiões de formato arbitrário. Ao invés de-se utilizar a função de Green periódica, cada região homogênea é analisada utilizando-se a função de Green do espaço livre. Em seguida, a condição de contorno periódica é imposta em cada região, após o processo de discretização numérica. Como a função de Green do espaço livre apresenta uma complexidade numérica menor que a função de Green periódica, este procedimento torna-se mais eficiente numericamente. Com essa formulação, tiras metálicas (perfeitas ou resistivas) inseridas na fronteira entre regiões homogêneas, podem ser facilmente modeladas. Para acelerar ainda mais a análise computacional, um esquema de conexão entre as regiões, similar ao apresentado em [61], é utilizado, permitindo a análise independente de cada uma das regiões homogêneas antes que a estrutura inteira seja cascadeada, sequencialmente. Finalmente, a discretização é implementada utilizando-se o conjunto de funções de base lineares (de primeira ordem) descrito em [19] e no capítulo 2, ao invés das funções de base RWG, permitindo, assim, uma melhor representação das correntes superficiais. Comparada com a formulação apresentada em [59,60], a formulação aqui descrita elimina o cálculo da função periódica de Green dentro da célula unitária, ao custo de se utilizar mais funções de base em cada camada (nas fronteiras periódicas), mas o esquema de conexão pode aliviar essa carga adicional, dependendo do número de camadas presentes. Mesmo com este novo método, é ainda necessária a utilização da função de Green periódica para a interface externa da estrutura, mas o número de incógnitas nessa interface é pequeno, e seu cálculo pode ser acelerado pelo uso da transformada rápida de Fourier, como apresentado em [62].

Este capítulo é organizado da forma descrita a seguir. Na seção 4.2 é apresentada a descrição do problema. Na seção 4.3 é apresentada a formulação integral de fronteira para cada região homogênea. Na seção 4.4 a aplicação das condições de contorno é detalhada. Na seção 4.5 é descrito o esquema de conexão para um eficiente cascadeamento das regiões. Na seção 4.6, são apresentados os resultados numéricos para validação e teste do algoritmo. As conclusões

deste capítulo são apresentadas na seção 4.7.

4.2 *Descrição do problema*

Considere a estrutura 3-D duplamente periódica, composta de N camadas de diferentes dielétricos com perdas, mostrada na Figura 4.1(a). A figura mostra um exemplo particular com $N=3$, e apenas um único período é mostrado. Essa estrutura repete-se periodicamente nas direções x e y , com períodos a e b , respectivamente. As diferentes regiões dielétricas são numeradas de 0 a N , e a região 0 é um espaço semi-infinito, preenchido com ar. A interface entre as regiões i e j será chamada de Σ_{ij} e ela não precisa ser plana, exceto a superior, denotada por Σ_{01} . Se, na estrutura real, a interface superior não for plana, uma camada adicional de ar deve ser incluída para satisfazer essa condição. A camada inferior será chamada de $\Sigma_{N,N-1}$, sendo uma superfície metálica, não necessariamente plana. A Figura 4.1(b) mostra a vista lateral, com um outro exemplo, mostrando que, adicionalmente, algumas regiões (2 e 3) podem ser limitadas por superfícies metálicas. Também tiras metálicas podem estar presentes entre duas regiões adjacentes, como mostrado entre as regiões 1 e 2.

A incidência de uma onda plana, propagando-se no ar, será considerada como excitação. A direção de propagação faz um ângulo θ com o eixo z e um ângulo ϕ com o eixo x .

Para analisar esse problema, cada região será examinada separadamente, começando de baixo, e serão conectadas utilizando-se um esquema de conexão, descrito na seção 4.5.

Figura 4.1. Geometria do problema. (a) Vista tri-dimensional da estrutura, metalizada apenas na parte inferior e (b) vista lateral com paredes metalizadas e tiras metálicas.

4.3 Discretização das regiões

A Figura 4.2 mostra uma região dielétrica homogênea de formato arbitrário, limitada pela superfície Σ . Parte dessa superfície faz fronteira com outras regiões dielétricas; parte faz fronteira com os períodos vizinhos da estrutura e parte pode ser metalizada. Apesar dessa diferença, podemos substituir todas as fontes externas a essa superfície pelas suas densidades superficiais de corrente elétrica ($\vec{J}_s$) e magnética ($\vec{M}_s$) equivalentes. Todos os cálculos serão realizados no domínio da frequência, e o termo comum de dependência temporal, $e^{j\omega t}$, será omitido por simplicidade.

Figura 4.2. Região dielétrica homogênea a ser analisada pela formulação da equação integral de fronteira.

Podemos escrever, então, as equações integrais do campo elétrico e magnético (EFIE e MFIE), para essa região, como

$$\vec{E}(\vec{r}) = - \iint_{\Sigma} \vec{\nabla} G(\vec{r} - \vec{r}') \times \vec{M}_s(\vec{r}') dS' + \frac{1}{j\omega\epsilon} \vec{\nabla} \left[\iint_{\Sigma} G(\vec{r} - \vec{r}') \vec{\nabla}' \cdot \vec{J}_s(\vec{r}') dS' \right] - j\omega\mu \iint_{\Sigma} G(\vec{r} - \vec{r}') \vec{J}_s(\vec{r}') dS', \quad (4.1a)$$

$$\vec{H}(\vec{r}) = \iint_{\Sigma} \vec{\nabla} G(\vec{r} - \vec{r}') \times \vec{J}_s(\vec{r}') dS' + \frac{1}{j\omega\mu} \vec{\nabla} \left[\iint_{\Sigma} G(\vec{r} - \vec{r}') \vec{\nabla}' \cdot \vec{M}_s(\vec{r}') dS' \right] - j\omega\epsilon \iint_{\Sigma} G(\vec{r} - \vec{r}') \vec{M}_s(\vec{r}') dS', \quad (4.1b)$$

sendo $\vec{r}$ um ponto de observação e $\vec{r}'$ um ponto da distribuição de corrente (fonte), μ e ϵ são a permeabilidade magnética e a permissividade elétrica complexas do meio, e $G(\cdot)$ é a função de Green do espaço livre dada por

$$G(\vec{r}) = \frac{e^{-j k \|\vec{r}\|}}{4 \pi \|\vec{r}\|}, \quad k = \omega \sqrt{\mu \epsilon}. \quad (4.2)$$

Movendo-se o ponto de observação sobre a superfície Σ , e tomando-se o limite, obtém-se

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}) = & \frac{\vec{n} \times \vec{M}(\vec{r})}{2} + \iint_{\Sigma} \vec{\nabla}' G(\vec{r} - \vec{r}') \times \vec{M}_s(\vec{r}') dS' + \\ & + \frac{1}{j\omega\epsilon} \vec{\nabla} \left[\iint_{\Sigma} G(\vec{r} - \vec{r}') \vec{\nabla}' \cdot \vec{J}_s(\vec{r}') dS' \right] - j\omega\mu \iint_{\Sigma} G(\vec{r} - \vec{r}') \vec{J}_s(\vec{r}') dS', \end{aligned} \quad (4.3a)$$

$$\begin{aligned} \vec{H}(\vec{r}) = & \frac{\vec{J}(\vec{r}) \times \vec{n}}{2} - \iint_{\Sigma} \vec{\nabla}' G(\vec{r} - \vec{r}') \times \vec{J}_s(\vec{r}') dS' + \\ & + \frac{1}{j\omega\mu} \vec{\nabla} \left[\iint_{\Sigma} G(\vec{r} - \vec{r}') \vec{\nabla}' \cdot \vec{M}_s(\vec{r}') dS' \right] - j\omega\epsilon \iint_{\Sigma} G(\vec{r} - \vec{r}') \vec{M}_s(\vec{r}') dS', \end{aligned} \quad (4.3b)$$

sendo $\vec{n}$ o vetor normal, apontando para o interior da superfície, e o superscrito " ' " no operador nabla indica derivadas com relação às coordenadas da fonte ($\vec{r}'$). As integrais do segundo termo, de ambas as equações, devem ser calculadas por seu valor principal de Cauchy.

Para resolver as equações (4.3), deve-se expandir as densidades de corrente superficiais como uma somatória das funções de base de suporte triangular de primeira ordem, $\vec{f}_n$, detalhadas no capítulo 2, e aplicar o método de Galerkin, obtendo-se, então, as seguintes equações matriciais:

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= \mathbf{A} \mathbf{J} + \mathbf{B} \mathbf{M} \\ \mathbf{E} &= \eta^2 \mathbf{B} \mathbf{J} - \mathbf{A} \mathbf{M} \end{aligned}; \quad \eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}, \quad (4.4)$$

onde os elementos das matrizes $\mathbf{A}$ e $\mathbf{B}$ são calculados como

$$a_{mn} = \iint_{\Delta_m} \left[\frac{\vec{f}_n(\vec{r}') \times \hat{n}}{2} + \iint_{\Delta_n} \vec{f}_n(\vec{r}') \times \vec{\nabla}' G(\vec{r} - \vec{r}') dS' \right] \cdot \vec{f}_m(\vec{r}) dS, \quad (4.5a)$$

$$b_{mn} = \iint_{\Delta_m} \left\{ \frac{1}{j\omega\mu} \vec{\nabla} \left[\iint_{\Delta_n} G(\vec{r} - \vec{r}') \vec{\nabla}' \cdot \vec{f}_n(\vec{r}') dS' \right] - j\omega\epsilon \iint_{\Delta_n} G(\vec{r} - \vec{r}') \vec{f}_n(\vec{r}') dS' \right\} \cdot \vec{f}_m(\vec{r}) dS. \quad (4.5b)$$

Detalhes de como calcular numericamente essas integrais podem ser encontrados em [59] e no capítulo 2, e serão omitidos aqui.

Na equação (4.4) $\mathbf{J}$ e $\mathbf{M}$ são vetores, compostos dos coeficientes utilizados para expandir as correntes na superfície Σ , e $\mathbf{E}$ e $\mathbf{H}$ são também vetores, contendo os valores dos campos

testados pelas funções peso (idênticas às funções de base). Se n_T faces triangulares são utilizadas para discretizar a superfície, as matrizes $\mathbf{A}$ e $\mathbf{B}$ terão um ordem $2 n_E$, $n_E = 3 n_T / 2$, sendo n_E o número de arestas conectando duas faces.

Esse processo deve ser aplicado, sucessivamente, a cada região, começando pelo fundo até o topo e, após a aplicação das condições de fronteira apropriadas, essa região pode ser conectada à parte inferior da estrutura, como descrito na seção 4.5.

4.4 Condições de Fronteira

Após a discretização da região atual, deve-se impor as condições de contorno (ou condições de fronteira) adequadas à sua superfície.

Para as faces triangulares que pertencem às paredes (ou seja, que não fazem fronteira com as outras regiões acima ou abaixo) tem-se duas possibilidades: ou elas são superfícies condutoras perfeitas (PEC) ou elas situam-se na interface com a célula do período vizinho, e devem satisfazer às condições de contorno de periodicidade (PBC – do inglês periodic boundary condition). Assim, os seguintes casos devem ser considerados:

1. Se uma função de base, $\vec{f}_n$, estende-se por duas faces PEC, então, a corrente magnética e o campo elétrico tangencial a essas faces devem ser nulos. Portanto, tem-se duas equações, $M(n) = 0$ e $E(n) = 0$, que permitem eliminar $M(n)$ e $J(n)$ da equação matricial (4.4) (pode-se, então, descartar $E(n)$ e $H(n)$ correspondentes a essa função de base).
2. Se uma função de base, $\vec{f}_n$, estende-se por dois triângulos PBC (Δ_1 e Δ_2), então, devido à periodicidade da estrutura e da excitação, deve haver outra função de base, $\vec{f}_{n'}$, que se estende por dois outros triângulos PBC (Δ'_1 e Δ'_2) na parede oposta, como mostrado na Figura 4.3(a), e as seguintes equações devem ser impostas para $\vec{r} \in \Delta_n$ e

$\vec{r}' \in \Delta'_n$:

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}) &= \vec{E}(\vec{r}') e^{j\vec{k} \cdot (\vec{r} - \vec{r}')} ; \vec{H}(\vec{r}) = \vec{H}(\vec{r}') e^{j\vec{k} \cdot (\vec{r} - \vec{r}')} ; \\ \vec{J}(\vec{r}) &= -\vec{J}(\vec{r}') e^{j\vec{k} \cdot (\vec{r} - \vec{r}')} ; \vec{M}(\vec{r}) = -\vec{M}(\vec{r}') e^{j\vec{k} \cdot (\vec{r} - \vec{r}')} ; \\ \vec{k} &= k (\sin \theta \cos \varphi \hat{u}_x + \sin \theta \sin \varphi \hat{u}_y + \cos \theta \hat{u}_z) ; \\ \vec{r}' &= \vec{r} + p a \hat{u}_x + q b \hat{u}_y ; p, q \in Z, |p| + |q| = 1 . \end{aligned} \quad (4.6)$$

Portanto, tem-se quatro equações para cada par de funções de base, dadas por

$$\begin{aligned} E(n) &= E(n') e^{j\vec{k} \cdot (\vec{r} - \vec{r}')} , H(n) = H(n') e^{j\vec{k} \cdot (\vec{r} - \vec{r}')} , \\ J(n) &= -J(n') e^{j\vec{k} \cdot (\vec{r} - \vec{r}')} , M(n) = -M(n') e^{j\vec{k} \cdot (\vec{r} - \vec{r}')} , \end{aligned} \quad (4.7)$$

que nos permitem eliminar $M(n)$, $M(n')$, $J(n)$ e $J(n')$ da equação matricial (4.4).

3. Uma condição especial ocorre, no caso anterior, se os triângulos Δ'_1 e Δ'_2 não são contíguos. Esse é o caso quando a função de base está na junção de duas paredes PBC, como mostrado na Figura 4.3(b).

Nesse caso, as equações de fronteira envolvem as quatro funções de base dos quatro cantos:

$$\begin{aligned} E(n) - E(n') e^{-j\vec{k} \cdot (a \hat{u}_x)} &= E(n'') e^{-j\vec{k} \cdot (b \hat{u}_y)} - E(n''') e^{-j\vec{k} \cdot (a \hat{u}_x + b \hat{u}_y)} ; \\ H(n) - H(n') e^{-j\vec{k} \cdot (a \hat{u}_x)} &= H(n'') e^{-j\vec{k} \cdot (b \hat{u}_y)} - H(n''') e^{-j\vec{k} \cdot (a \hat{u}_x + b \hat{u}_y)} ; \\ M(n) - M(n') e^{-j\vec{k} \cdot (a \hat{u}_x)} &= -M(n'') e^{-j\vec{k} \cdot (b \hat{u}_y)} = M(n''') e^{-j\vec{k} \cdot (a \hat{u}_x + b \hat{u}_y)} ; \\ J(n) - J(n') e^{-j\vec{k} \cdot (a \hat{u}_x)} &= -J(n'') e^{-j\vec{k} \cdot (b \hat{u}_y)} = J(n''') e^{-j\vec{k} \cdot (a \hat{u}_x + b \hat{u}_y)} . \end{aligned} \quad (4.8)$$

Tem-se, portanto, oito equações que nos permitem eliminar todas as oito incógnitas (J e M).

4. Se a função de base, $\vec{f}_n$, estende-se por um triângulo PEC (Δ_c) e outro triângulo PBC (Δ_i), deve haver outra função de base, $\vec{f}_{n'}$, que se estende sobre o triângulo oposto a Δ_i (Δ'_i) e sobre outro triângulo PEC (Δ'_c). Então, devido à continuidade das correntes, deve-se ter:

$$M(n) = 0 ; M(n') = 0 ; J(n) = -J(n') e^{j\vec{k} \cdot (\vec{r} - \vec{r}')} ; E(n) - E(n') e^{j\vec{k} \cdot (\vec{r} - \vec{r}')} = 0 . \quad (4.9)$$

Vista superior

(a)

(b)

Figura 4.3. (a) Funções de base em paredes opostas com condições de fronteira periódica. (b) Funções de base situadas nas junções de paredes com condições de fronteira periódica.

Esta última condição se origina porque $E(n)$ é o campo elétrico tangencial ponderado pela função $\vec{f}_n$; portanto, devido à periodicidade, $E(n) - E(n') e^{j\vec{k} \cdot (\vec{r} - \vec{r}')}$ é a integral do campo elétrico sobre os triângulos Δ_c e Δ'_c que deve se anular, já que eles são ambos PEC.

5. Se a função de base, $\vec{f}_n$, estende-se por um triângulo na parede lateral e outro triângulo numa abertura (interface com a camada superior ou inferior), então, essa função de base é considerada como pertencente à abertura, e será utilizada na conexão com as outras regiões, como mostrado na seção 4.5.

Após a aplicação das condições de fronteira, restam apenas equações e incógnitas relacionadas às funções de base nas aberturas (interfaces com a camada superior ou inferior), que serão utilizadas no esquema de conexão.

4.5 Esquema de conexão

O esquema de conexão utilizado é similar ao apresentado em [61]. Como as regiões são processadas da parte inferior para a superior, em cada estágio tem-se, sempre, uma matriz relacionando os campos e as correntes no topo da abertura da região anterior ($k+1$) e uma matriz relacionando os campos e correntes nas aberturas do topo e do fundo da região atual (k):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{EH}_{-}^{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}^{k+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{JM}_{-}^{k+1} \end{bmatrix}, \quad (4.10a)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{EH}_{-}^k \\ \mathbf{EH}_{+}^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{--}^k & \mathbf{Y}_{-+}^k \\ \mathbf{Y}_{+-}^k & \mathbf{Y}_{++}^k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{JM}_{-}^k \\ \mathbf{JM}_{+}^k \end{bmatrix}. \quad (4.10b)$$

Utiliza-se, aqui, o subscrito “+” para indicar a abertura do fundo e o subscrito “-” para indicar a abertura do topo.

Na abertura comum (fundo de k e topo de $k+1$), deve-se impor a continuidade das componentes tangenciais dos campos. Portanto, para uma função de base, $\vec{f}_n$, que se estende por duas faces triangulares nessa abertura, tem-se as seguintes equações:

$$E_+^k(n) = E_-^{k+1}(n); \quad H_+^k(n) = H_-^{k+1}(n); \quad M_+^k(n) = -M_-^{k+1}(n); \quad J_+^k(n) = -J_-^{k+1}(n). \quad (4.11)$$

O sinal de menos para as correntes deve-se à inversão de sinal da normal entre as duas regiões adjacentes. Com essas equações, pode-se eliminar todas as componentes de corrente na interface entre duas regiões da equação matricial resultante.

Já para as funções de base na borda da abertura (que se estendem por um triângulo na abertura e outra na parede), deve-se utilizar um equacionamento diferente, dependendo do tipo de borda, PEC ou PBC:

1. Se a função de base $\vec{f}_{n,k+1}$ e a função de base $\vec{f}_{n,k}$ estendem-se, ambas, por triângulos PEC, em suas paredes deve-se impor:

$$M_+^k(n) = -M_-^{k+1}(n) = 0; \quad J_+^k(n) = -J_-^{k+1}(n); \quad E_+^k(n) - E_-^{k+1}(n) = 0. \quad (4.12)$$

2. Se a função de base $\vec{f}_{n,k+1}$ e a função de base $\vec{f}_{n,k}$ estendem-se, ambas, por triângulos PBC em suas paredes, devem existir duas funções de base (uma em cada região) que fluem entre os triângulos correspondentes nas paredes opostas e os triângulos na mesma abertura comum, $\vec{f}_{n',k+1}$ e $\vec{f}_{n',k}$. Deve-se, então, impor:

$$\begin{aligned} M_+^k(n) &= -M_-^{k+1}(n); \quad J_+^k(n) = -J_-^{k+1}(n); \\ M_+^k(n') &= -M_-^{k+1}(n'); \quad J_+^k(n') = -J_-^{k+1}(n'); \\ J_+^k(n) &= -J_+^k(n') e^{j\vec{k} \cdot (\vec{r} - \vec{r}')} ; \quad M_+^k(n) = -M_+^k(n') e^{j\vec{k} \cdot (\vec{r} - \vec{r}')} ; \\ E_+^k(n) - E_-^{k+1}(n) &= (E_+^k(n') - E_-^{k+1}(n')) e^{j\vec{k} \cdot (\vec{r} - \vec{r}')} ; \\ H_+^k(n) - H_-^{k+1}(n) &= (H_+^k(n') - H_-^{k+1}(n')) e^{j\vec{k} \cdot (\vec{r} - \vec{r}')} , \end{aligned} \quad (4.13)$$

e essas equações permitem eliminar as componentes de corrente envolvidas.

3. Se a função de base $\vec{f}_{n,k+1}$ se estende por um triângulo PEC e a função de base $\vec{f}_{n,k}$ estende-se por um triângulo PBC, devem existir duas funções de base que fluem entre

os triângulos correspondentes nas paredes opostas e os triângulos na mesma abertura

comum, $\vec{f}_{n',k+1}$ e $\vec{f}_{n',k}$. Deve-se impor, então, as seguintes equações:

$$\begin{aligned} M_+^k(n) &= -M_-^{k+1}(n); \quad J_+^k(n) = -J_-^{k+1}(n); \\ M_+^k(n') &= -M_-^{k+1}(n'); \quad J_+^k(n') = -J_-^{k+1}(n'); \\ J_+^k(n) &= -J_+^k(n') e^{j\vec{k} \cdot (\vec{r} - \vec{r}')} ; \quad M_+^k(n) = -M_+^k(n') e^{j\vec{k} \cdot (\vec{r} - \vec{r}')} ; \quad M_-^{k+1}(n) = 0; \\ E_+^k(n) - E_-^{k+1}(n) &= (E_+^k(n') - E_-^{k+1}(n')) e^{j\vec{k} \cdot (\vec{r} - \vec{r}')} . \end{aligned} \quad (4.14)$$

Uma relação similar deve ser imposta, também, para o caso dual (PBC no topo de $k+1$ e PEC no fundo de k).

Após terem sido impostas todas as condições de continuidade dos campos na interface ($k+1$, k), a correspondente equação matricial para as seções de k em diante torna-se

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{bmatrix}_-^k = \begin{bmatrix} \mathbf{Y} \\ \mathbf{J} \end{bmatrix}_-^k \begin{bmatrix} \mathbf{J} \\ \mathbf{M} \end{bmatrix}_-^k, \quad (4.15)$$

que será utilizada na conexão com a região seguinte (acima dela), até que se chegue ao topo da estrutura.

4.6 Conexão com o exterior

Após a discretização e conexão da última camada (região 1) chega-se a uma equação matricial na forma

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{bmatrix}_-^1 = \begin{bmatrix} \mathbf{Z} & \mathbf{I}_E \\ \mathbf{I}_H & \mathbf{Y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{J} \\ \mathbf{M} \end{bmatrix}_-^1, \quad (4.16)$$

que relaciona os campos e correntes na abertura para a região externa à estrutura (espaço livre). Os vetores $\mathbf{J}$ e $\mathbf{M}$ contém os coeficientes que multiplicam as funções de base de suporte triangular para aproximar as distribuições de corrente nessa abertura, que é plana. Os vetores $\mathbf{E}$ e $\mathbf{H}$ contém os campos resultantes nessa abertura, ponderados por essas mesmas funções de base.

Antes de prosseguir, é necessário eliminar metade das funções de base da borda dessa abertura (aquelas que se estendem por faces na parede da região 1), impondo-se as condições de periodicidade da estrutura, ou seja:

$$\begin{aligned} J_{-}^1(n) &= -J_{-}^1(n') e^{j\vec{k} \cdot (\vec{r} - \vec{r}')} ; & M_{+}^1(n) &= -M_{-}^1(n') e^{j\vec{k} \cdot (\vec{r} - \vec{r}')} ; \\ E(n) &= E_{-}^1(n) - E_{-}^1(n') e^{j\vec{k} \cdot (\vec{r} - \vec{r}')} ; & H(n) &= H_{-}^1(n) - H_{-}^1(n') e^{j\vec{k} \cdot (\vec{r} - \vec{r}')} . \end{aligned} \quad (4.17)$$

Como resultado, as incógnitas $M(n')$ e $J(n')$ podem ser eliminadas e novas equações para os campos são criadas como combinação das equações anteriores. Nessas novas equações, a ponderação dos campos é feita apenas com triângulos pertencentes à abertura.

Embora faces triangulares tenham sido necessárias para modelar eficientemente o interior da estrutura, o uso de funções de base do tipo telhado (*rooftop*) é muito mais eficiente, numericamente, para modelar a interface plana Σ_{01} . Isso ocorre porque a transformada rápida de Fourier pode ser aplicada para acelerar o cálculo dos elementos da matriz, na expansão em modos de Floquet da região no espaço livre [62]. Portanto, torna-se conveniente uma mudança de funções de base nesse ponto (reduzindo-se o número de funções de base por um fator de aproximadamente 1,5).

Pode-se, assim, escrever as funções de base do tipo telhado como uma combinação linear das funções de base de suporte triangular utilizadas:

$$[f_{\text{roof-top}}] = \mathbf{T} [f_{\text{triangles}}] . \quad (4.18)$$

Note que cada função de base telhado pode ser obtida, de forma exata, como uma combinação linear de quatro funções de base de suporte triangular, desde que a discretização tenha sido feita como mostrado na Figura 4.4.

Figura 4.4. Discretização da interface externa.

Portanto, obtém-se uma nova equação matricial para a abertura, que pode ser reescrita como

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}_{in} \\ \mathbf{H}_{in} \end{bmatrix} = [\mathbf{Y}_{in}] \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{in} \\ \mathbf{M}_{in} \end{bmatrix}, \quad (4.19)$$

sendo

$$[\mathbf{Y}_{in}] = \begin{bmatrix} \mathbf{T}^T \mathbf{Z} \mathbf{T} & \mathbf{T}^T \mathbf{I}_E \mathbf{T} \\ \mathbf{T}^T \mathbf{I}_H \mathbf{T} & \mathbf{T}^T \mathbf{Y} \mathbf{T} \end{bmatrix}. \quad (4.20).$$

4.7 Formulação para a região externa

Na região externa (região 0) pode-se substituir toda a estrutura periódica por densidades de corrente superficiais na interface ($z = 0$), como mostrado na Figura 4.5.

Figura 4.5. Soluções equivalente para a região externa.

Como a estrutura/excitação é periódica, as distribuições de corrente equivalentes são, também, periódicas. Dessa forma, pode-se escrever o campo total em $z = 0$, de forma similar ao que foi feito em [62], ou seja,

$$\begin{aligned}\vec{E}_{xy}(x, y, 0) &= 2 \sum_{m, n} \bar{G}(\alpha_m, \beta_n) \vec{J}_0(\alpha_m, \beta_n) e^{j(\alpha_m x + \beta_n y)} + 2 \vec{E}_{xy}^{\text{inc}}(x, y, 0); \\ \vec{H}_{xy}(x, y, 0) &= 2 \frac{\epsilon_0}{\mu_0} \sum_{m, n} \bar{G}(\alpha_m, \beta_n) \vec{M}_0(\alpha_m, \beta_n) e^{j(\alpha_m x + \beta_n y)} + 2 \vec{H}_{xy}^{\text{inc}}(x, y, 0),\end{aligned}\quad (4.21)$$

sendo

$$\bar{G}(\alpha, \beta) = \begin{bmatrix} k_0^2 - \alpha^2 & -\alpha\beta \\ -\alpha\beta & k_0^2 - \beta^2 \end{bmatrix} \frac{1}{2j\omega\epsilon_0\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 - k_0^2}}, \quad \alpha_m = \frac{2\pi m}{a}, \quad \beta_n = \frac{2\pi n}{b}, \quad (4.22)$$

e $\vec{J}_0, \vec{M}_0$ as transformadas de Fourier das distribuições de corrente equivalentes sobre um período da abertura.

Discretizando-se essa equação com as funções de base do tipo telhado, e utilizando-se o procedimento de Galerkin, obtém-se a seguinte equação matricial:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}_{out} \\ \mathbf{H}_{out} \end{bmatrix} = [\mathbf{Y}_{out}] \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{out} \\ \mathbf{M}_{out} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{inc} \\ \mathbf{H}_{inc} \end{bmatrix}, \quad (4.23)$$

sendo

$$[\mathbf{Y}_{out}] = \begin{bmatrix} \mathbf{G} & 0 \\ 0 & \mathbf{G} \varepsilon_0 / \mu_0 \end{bmatrix}, \quad (4.24)$$

e os elementos da matriz $\mathbf{G}$ são dados por $G_{k,l} = 2 \sum_{m,n} \left[\bar{G}(\alpha_m, \beta_n) \tilde{f}_l(\alpha_m, \beta_n) \right] \cdot \tilde{f}_k^*(\alpha_m, \beta_n)$.

Se a discretização utilizada é aquela mostrada na Figura 4.4, o cálculo dessas somatórias pode ser acelerado pelo uso da transformada rápida de Fourier (FFT), como apresentado em [62].

Como as correntes equivalentes, para a parte interna e externa do problema, têm sinais opostos, pode-se, então, combinar as equações (4.23) e (4.19), obtendo-se a equação

$$-\begin{bmatrix} \mathbf{E}_{inc} \\ \mathbf{H}_{inc} \end{bmatrix} = ([\mathbf{Y}_{out}] + [\mathbf{Y}_{in}]) \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{out} \\ \mathbf{M}_{out} \end{bmatrix}, \quad (4.25)$$

que pode ser resolvida para a determinação das correntes equivalentes na abertura.

Tendo-se os coeficientes da expansão das correntes na abertura, a expressão (4.21) pode ser utilizada para calcular as amplitudes complexas de todos os modos de Floquet excitados e, assim, os coeficientes de reflexão para cada modo propagante pode ser determinado.

4.8 Resultados numéricos

O código, que implementa a formulação anterior, foi programado em FORTRAN 90, e todos os exemplos mostrados nesta seção foram processados em um computador pessoal com processador Pentium III-1GHz, com 1 GB de memória RAM.

Inicialmente, para a validação do código, foi analisada uma estrutura simples, composta de 2 canadas planas de dielétricos com perdas sobre uma placa condutora perfeita, como mostrado na Figura 4.6(a). Como, neste caso, os períodos na direções x e y são arbitrários, utilizou-se

um período de 0,1 m em ambas as direções, com a discretização mostrada na Figura 4.6(b).

Figura 4.6. Estrutura com duas camadas de material dielétrico com perdas (a) e a discretização utilizada (b).

Figura 4.7. Coeficiente de reflexão de potência para a estrutura da Figura 4.6, com incidência TE-z, em função do ângulo de incidência θ . A incidência ocorre ao longo do eixo x ($\varphi=0$).

Os resultados, para uma varredura angular de 0 a 80 graus, estão mostrados na Figura 4.7, juntamente com os resultados teóricos exatos. Pode-se notar uma concordância muito boa com os valores exatos, e um nível de polarização cruzada bastante baixo. A ordem da maior matriz que teve de ser invertida nesse problema foi 544, e o tempo de processamento para cada ponto desse gráfico foi de, aproximadamente, 30 s.

Como um segundo exemplo para validação, analisou-se duas regiões dielétricas com um perfil triangular, como mostrado na Figura 4.8. Essa geometria foi simulada para um ângulo de incidência de 0 graus (incidência normal) com frequências variando de 200 MHz a 400 MHz. Para que se pudesse comparar os resultados com uma solução exata, utilizou-se $\epsilon_1 = \epsilon_2 = (1,0 - j 0,1) \epsilon_0$ e $\mu_1 = \mu_2 = (9,0 - j 0,1) \mu_0$. Os resultados, comparados com a solução exata, estão mostrados na Figura 4.9. Mais uma vez, pode-se ver uma concordância muito boa com a solução exata, e um nível de polarização cruzada, também, bastante reduzido, como esperado. A ordem da maior matriz que teve de ser invertida nesse problema foi 456, e o tempo de processamento para cada ponto do gráfico foi de aproximadamente 45 s. Simulou-se, também, a mesma geometria com dois materiais diferentes, $\epsilon_1 = (16,010 - j 0,2756) \epsilon_0$, $\mu_1 = (3,4740 - j 0,1247) \mu_0$ e $\epsilon_2 = (1,000 - j 0,100) \epsilon_0$, $\mu_2 = (9,000 - j 0,100) \mu_0$, agora com um ângulo de incidência de 30 graus, e utilizando-se uma discretização de 2,5 cm. Os resultados, comparados com os obtidos com o programa Multicor [58], estão mostrados na Figura 4.10. Novamente, a concordância é muito boa.

Em mais um exemplo, comparou-se os resultados do programa desenvolvido neste trabalho com dados experimentais, obtidos graficamente de [59], para um absorvedor piramidal ECCOSORB® VHP-36 terminado por uma placa plana condutora perfeita. A geometria discretizada (para $m = 4$) está mostrada na Figura 4.11. Simulou-se, nesse caso, a incidência de uma onda TE_{01} em um guia de onda retangular, com frequência de corte de 40,66 MHz, para frequências entre 80 MHz e 180 MHz.

Figura 4.8. (a) Perfil triangular separando duas camadas dielétricas e (b) sua discretização.

Figura 4.9. Coeficiente de reflexão de potência para a estrutura da Figura 4.8 em função da frequência para incidência TE- z normal ($\theta = 0^\circ$) comparado com resultado teórico para $\epsilon_1 = \epsilon_2 = (1, 0 - j 0, 1)$ ϵ_0 e $\mu_1 = \mu_2 = (9, 0 - j 0, 1)$ μ_0 . Os valores de polarização cruzada são também mostrados.

Figura 4.10. Coeficiente de reflexão de potência para a estrutura da Figura 4.8, em função da frequência, para incidência TM-z com $\theta = 30^\circ$, comparado com resultados do programa 2D Multicor para $\epsilon_1 = (16,010 - j 0,2756) \epsilon_0$, $\mu_1 = (3,4740 - j 0,1247) \mu_0$ e $\epsilon_2 = (1,000 - j 0,100) \epsilon_0$, $\mu_2 = (9,000 - j 0,100) \mu_0$. A discretização utilizada neste exemplo é de 2,5 cm.

Figura 4.11. Discretização do absorvor piramidal ECCOSORB® VHP-36 com $m=4$ faces triangulares por lado da base da pirâmide. As dimensões estão em metros e a região superior, preenchida com ar, está omitida.

Os resultados, comparados com os valores medidos, estão mostrados na Figura 4.12 para dois níveis de discretização: $m = 2$ (4 triângulos por lado da base da pirâmide) e $m = 4$ (16 triângulos por lado da base da pirâmide). Pode-se notar uma boa concordância entre a solução com $m = 4$ e os dados medidos, que foram aproximadamente reproduzidos com base no gráfico de [59]. Mesmo para $m = 2$ os resultados não são tão ruins. O tempo de processamento de cada ponto do gráfico foi de, aproximadamente, 28 s para $m = 2$ e 23min30s para $m = 4$.

Como um exemplo final, decidiu-se mostrar a aplicação do presente código para o caso de estruturas com tiras metálicas entre camadas dielétricas. Para isso, analisou-se uma rede de tiras metálicas distribuídas periodicamente, mostrada na Figura 4.13. A região foi discretizada com triângulos de 0,125 cm e 0,0625 de lado, e uma camada dielétrica extra, preenchida com ar, foi utilizada no topo das tiras metálicas. A geometria foi simulada para incidência normal, com frequência entre 20 GHz e 40 GHz. Os resultados, para a polarização vertical, estão mostrados na Figura 4.14, comparados com a solução obtida utilizando-se um programa similar ao implementado em [62], para uma estrutura planar. Note que, para frequências acima de 30 GHz, aparecem modos de Floquet de ordem superior, também apresentados nesse gráfico. Analisando-se esses resultados, nota-se algumas discrepâncias acima de 30 GHz, mas deve-se lembrar que a discretização utilizada é igual a $0,25 \lambda_d$ e $0,125 \lambda_d$ para a frequência central, sendo λ_d o comprimento de onda na região dielétrica. Espera-se que os resultados nessas frequências sejam ainda melhores com discretizações menores ($< 0,1 \lambda_d$), como ocorreu para as frequência abaixo de 30 GHz.

Figura 4.12. Coeficiente de reflexão de potência para a estrutura da Figura 4.10 excitada em guia de onda com incidência TE-z, em função da frequência. Os resultados, para dois níveis de discretização ($m=2$ e $m=4$) estão mostrados juntamente com os dados experimentais obtidos de [59].

Figura 4.13. Geometria com tiras metálicas distribuídas periodicamente.

Figura 4.14. Coeficiente de reflexão de potência para a estrutura da Figura 4.12 em função da frequência para incidência normal TE- z ($\theta = 0^\circ$). A potência radiada em direção não especular (modos de Floquet de ordem superior) é também mostrada (curvas inferiores acima de 30 GHz). Os resultados são exibidos para duas discretizações, 0,125 cm ($\lambda_c/8$) e 0,0625 cm ($\lambda_c/16$), juntamente com resultados obtidos por código para FSS (superfície seletora de frequência) plana para referência. λ_c é o comprimento de onda na frequência central (30 GHz) no vácuo.

4.9 Conclusões

Neste capítulo foi apresentada a implementação de um código para a análise de estruturas periódicas em duas dimensões, compostas de um número arbitrário de camadas dielétricas com perdas, utilizando-se a equação integral de fronteira e o método dos momentos. Nesta implementação, foi utilizada a função de Green do espaço livre, e as condições de periodicidade da fronteira foram impostas em cada região após a sua discretização numérica. Com esse procedimento, pode-se ter, também, tiras metálicas inseridas entre as camadas dielétricas ou separando as células periódicas da estrutura.

Pôde ser observada uma boa concordância entre os resultados obtidos com este método e os resultados obtidos experimentalmente ou por formulações teóricas. Pelos dados obtidos, pôde-

se concluir que resultados precisos podem ser obtidos com discretizações da ordem de $0,1 \lambda$ (comprimento de onda no meio dielétrico, não no vácuo). Além disso, essa formulação provê grande flexibilidade em termos da geometria a ser analisada.

A complexidade computacional deste método é proporcional à área das regiões a serem analisadas (e não ao seu volume) e, em muitos casos, ela pode ser reduzida pela subdivisão das regiões em seções menores. Em princípio, um número arbitrário de camadas é permitido, mas a sensibilidade da precisão numérica deste método em função do número de camadas ainda precisa ser investigada. Esta formulação pode, também, ser facilmente estendida para analisar estruturas sem terminação condutora perfeita, para a determinação de seus coeficientes de transmissão e reflexão.

5 CONCLUSÕES FINAIS

Este trabalho apresentou a aplicação do método dos momentos para a análise de antenas e de estruturas periódicas tridimensionais de formato arbitrário, utilizando funções de base de suporte triangular para a sua caracterização.

Inicialmente, foi apresentado um conjunto de funções de base que representa um aprimoramento do conjunto de funções de base tradicional de Rao, Wilton e Glisson, com suporte triangular. Essas funções de base são equivalentes às funções de base de primeira ordem desenvolvidas anteriormente, mas foram aqui apresentadas com uma formulação mais simples, que permite o seu uso, com modificações mínimas, em códigos que utilizam as funções RWG. Foi mostrado que essas novas funções permitem uma representação mais precisa das densidades de corrente do que as funções RWG, mantendo, porém, a mesma complexidade numérica.

Em seguida, foi desenvolvido um programa computacional para a análise de antenas metálicas de formato arbitrário. Esse programa permite a análise de antenas monopolo ou dipolo, com plano de terra finito ou infinito e com condutividade finita ou infinita. Ele pode utilizar dois modelos de excitação: “Magnetic-frill” e o “Gaussian delta-gap”, um aprimoramento inédito de um modelo anterior. Esse programa provê como saída os valores de impedância de entrada das antenas, sua distribuição de corrente e seu diagrama de radiação.

Finalmente, foi implementado um código para a análise de estruturas periódicas em duas dimensões, compostas de um número arbitrário de camadas dielétricas com perdas, utilizando-se a equação integral de fronteira e o método dos momentos. Nessa implementação, foi utilizada a função de Green do espaço livre e as condições de periodicidade da fronteira foram impostas em cada região após a sua discretização numérica.

Com esse procedimento pode-se ter, também, tiras metálicas inseridas entre as camadas dielétricas ou separando as células periódicas da estrutura.

Pôde ser observada uma boa concordância entre os resultados obtidos com este método e os resultados obtidos experimentalmente ou por formulações teóricas, quando se utilizou discretizações da ordem de, no máximo, $0,1 \lambda$. Além disso, essa formulação provê grande flexibilidade em termos da geometria a ser analisada.

Pretende-se, em trabalhos futuros, desenvolver programas que permitam analisar, também, o espalhamento eletromagnético de corpos dielétricos/condutores com formato arbitrário, excitados por ondas planas ou por excitações coaxiais (antenas), utilizando o mesmo conjunto de funções de base.

Além disso, pretende-se adaptar os códigos já desenvolvidos para a análise de estruturas discretizadas por faces triangulares não planas, e também para a inclusão de condições de gume nas arestas, investigando o ganho em termos de redução do número de faces necessário para atingir a mesma precisão.

REFERÊNCIAS

- [1] HARRINGTON, R.F. **Field computation by moment methods**. New York, MacMillan, 1968.
- [2] RICHMOND, J.H. Digital computer solutions of the rigorous equations for scattering problems. **Proceedings of the IEEE**, v. 53, p. 796-804, Aug. 1965.
- [3] HARRINGTON, R.F. Matrix methods for fields problems. **Proc. IEEE**, v. 55, n. 2, p. 136-149, Feb. 1967.
- [4] NEY, M.M. Method of moments as applied to electromagnetics problems. **IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques**, v. 33, n. 10, p. 972-980, Oct. 1985.
- [5] SADIKU, M.N.O. **Numerical Techniques in Electromagnetics**. Boca Raton, CRC Press, 1992.
- [6] HANNINEN, I.; PITKONEN, M.; NIKOSKINEN, K.I.; SARVAS, J. Method of moments analysis of the backscattering properties of a corrugated trihedral corner reflector. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 54, n. 4, p. 1167-1173, Apr. 2006.
- [7] YEO, J.H.; MITTRA, R. An algorithm for interpolating the frequency variations of method-of-moments matrices arising in the analysis of planar microstrip structures. **IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques**, v. 51, n. 3, p. 1018-1025, Mar. 2003.
- [8] MAKAROV, S.N.; KULKARNI, S.D.; MARUT, A.G.; KEMPEL, L.C. Method of moments solution for a printed patch/slot antenna on a thin finite dielectric substrate using the volume integral equation. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 54, n. 4, p. 1174-1184, Apr. 2006.
- [9] LIU, Z.J.; CHEW, W.C.; MICHIELSEN, E. Numerical modeling of dielectric-resonator antennas in a complex environment using the method of moments. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 50, n. 1, p. 79-82, Jan. 2002.
- [10] NIE, X.C.; LI, L.W.; YUAN, N.; YEO, T.S.; GAN, Y.B. A fast analysis of electromagnetic scattering by arbitrarily shaped homogeneous dielectric objects. **Microwave and Optical Technology Letters**, v. 38, n. 1, p. 30-35, July 2003.
- [11] CHAO, H.Y.; ZHAO, J.S.; CHEW, W.C. Application of curvilinear basis functions and MLFMA for radiation and scattering problems involving curved PEC structures. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 51, n. 2, p. 331-336, Feb. 2003.
- [12] KLUSKENS, M.S. A new algorithm for the complex exponential integral in the method of moments. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 47, n. 5, p. 803-806, May 1999.

- [13] ZHOU, H.X.; HONG, W.; HUA, G. An accurate approach for the calculation of MoM matrix elements. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 54, n. 4, p. 1185-1191, Apr. 2006.
- [14] ALTMAN, Z.; MITTRA, R. A technique for extrapolating numerically rigorous solutions of electromagnetic scattering problems to higher frequencies and their scaling properties. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 47, n. 4, p. 744-751, Apr. 1999.
- [15] RICHMOND, J.H. Scattering by an arbitrary array of parallel wires. **IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques**, v.13, n. 4, p. 408-412, July 1965.
- [16] ALTSHULER, E.E.; LINDEN D.S. Wire-antenna designs using genetic algorithms. **IEEE-Antennas-and-Propagation-Magazine**, v. 39, n. 2, p. 33-43, April 1997.
- [17] PANDA,V.S.; KUMAR, G. Modeling of Yagi-Uda antenna using method of moments. **IETE Technical Review**, v. 17, n. 5, p. 283-291, Sept. 2000.
- [18] ANASTASSIU, H.T. Fast, simple and accurate computation of the currents on an arbitrarily large circular loop antenna; **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 54, n. 3, p. 860-866, Mar. 2006.
- [19] TRINTINALIA, L.C.; LING, H. First order triangular patch basis functions for electromagnetic scattering analysis. **Journal of Electromagnetic Waves and Applications**, v. 15, n. 11, p. 1521-1537, Nov. 2001.
- [20] TRINTINALIA, L.C.; LING, H. Integral equation modeling of multilayered doubly-periodic lossy structures using periodic boundary condition and a connection scheme. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 52, n. 9, p. 2253-2261, Sept. 2004.
- [21] TRINTINALIA, L. C. Análise numérica de monopolos de formato arbitrário com plano de terra finito. **XXII Simpósio Brasileiro de Telecomunicações (SBrT'05) – Anais**. p. 19-23, 2005.
- [22] RAO, S. M.; WILTON, D. R.; GLISSON, A. W. Electromagnetic scattering by surfaces of arbitrary shape. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 30, n. 9, p. 409-418, May 1982.
- [23] SONG, J. M.; LU, C. C.; CHEW, W. C. Multilevel fast multipole algorithm for electromagnetic scattering by large complex objects. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 45, n. 10, p. 1488-1493, Oct 1997.
- [24] HODGES, R. E.; RAHMAT SAMII, Y. The evaluation of MFIE integrals with the use

- of vector triangle basis functions,” **Microwave Optical Technology Letters**, v. 14, p. 9-14, Jan. 1997.
- [25] TRINTINALIA, L. C.; LING, H. Electromagnetic scattering from 3-D arbitrary coated cavities via a connection scheme using triangular patches. **Journal of Electromagnetic Waves and Applications**, v. 8, n. 11, p.1411-1423, Nov. 1994.
- [26] RAO, S. M. et al. Electromagnetic scattering from arbitrary shaped conducting bodies coated with lossy materials of arbitrary thickness. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 39, n. 5, p. 627-631, May 1991.
- [27] UMASHANKAR, K.; TAFLOVE, A.; RAO, S. M. Electromagnetic scattering by arbitrary shaped 3-dimensional homogeneous lossy dielectric objects. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 34, n. 6, p. 758-766, June 1986.
- [28] RAO, S. M.; WILTON, D. R. Transient scattering by conducting surfaces of arbitrary shape. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 39, n. 1, p. 56-61, Jan. 1991.
- [29] PETERS, T. J.; VOLAKIS, J. L. Application of a conjugate-gradient FFT method to scattering from thin planar material plates. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 36, n. 4, p. 518-526, Apr. 1988.
- [30] SARKAR, T. K.; RAO, S. M.; DJORDJEVIC, A. R. Electromagnetic scattering and radiation from finite microstrip structures. **IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques**, v. 38, n. 11, p. 1568-1575, Nov. 1990.
- [31] WILKES, D.; CHA, C. C. Method of moments solution with parametric curved triangular patches. In: PROCEEDINGS OF THE 1991 IEEE INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON ANTENNAS AND PROPAGATION, 1991. **Anais... IEEE**, 1991. p. 1512-1515.
- [32] BROWN, W. J.; WILTON, D. R. Singular basis functions and curvilinear triangles in

- the solution of the electric field integral equation. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 47, n. 2, p. 347-353, Feb. 1999.
- [33] KIM, J. S. et al. EMI analysis of finite sized image planes configuration using triangular patch model. **Electronics Letters**, v. 34, p. 1735-1736, Sept. 1998.
- [34] ALTMAN, Z. et al. Efficient representation of induced currents on large scatterers using the generalized pencil of function method. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 44, n. 1, p. 51-57, Jan. 1996.
- [35] WANG, J.; WEBB, J. P. Hierarchal vector boundary elements and p-adaption for 3-D electromagnetic scattering. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 45, n. 12, p. 1869-1879, Dec. 1997.
- [36] GRAGLIA, R. D.; WILTON, D. R.; PETERSON, A. F. Higher order interpolatory vector bases for computational electromagnetics. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 45, n. 3, p. 329-342, Mar. 1997.
- [37] STRATTON, J. A. *Electromagnetic Theory*. McGraw Hill, 1941. p. 563-572.
- [38] WONG, K. L.; WU, C. H.; SU, S. W. Ultrawide-band square planar metal-plate monopole antenna with a trident-shaped feeding strip. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 53, n. 4, p. 1262-1269, Apr. 2005.
- [39] AGRAWALL, N. P.; KUMAR, G.; RAY, K. P. Wide-band planar monopole antennas. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 46, n. 2, p. 294-295, Feb. 1998.
- [40] ANALOUI, M.; TSUBOI, H.; NAKATA, T. Numerical analysis of antenna by a surface patch modeling. **IEEE Transactions on Magnetics**, v. 26, n. 2, p. 905-908, Mar. 1990.
- [41] MAKAROV, S. MoM antenna simulations with Matlab: RWG basis functions. **IEEE Antennas and Propagation Magazine**, v. 43, n. 5, p. 100-107, Oct. 2001.
- [42] SAKITANI, A.; EGASHIRA, S. Simplified expressions for the near fields of a magnetic frill current., **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 34, n. 8, p. 1059-1062, Aug. 1986.
- [43] JUNKER, G. P.; KISHK, A. A.; GLISSON, A. W. A novel delta gap source model for center fed cylindrical dipoles. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 43, n. 5, p. 537-540, May 1995.

- [44] KING, R. W. P. Measured admittances of electrically thick monopoles. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 20, n. 6, p. 763-766, Nov. 1972.
- [45] BROWN, G. H.; WOODWARD, O. M. Experimentally determined radiation characteristics of conical and triangular antennas. **RCA Reviews.**, v. 13, n. 4, p. 425-452, Dec. 1952.
- [46] GEDNEY, S. D.; MITTRA, R. Analysis of the electromagnetic scattering by thick gratings using a combined FEM/MM solution,. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 39, n. 11, p. 1605-1614, Nov. 1991.
- [47] LUCAS, E. W.; FONTANA, T. P. A 3-D hybrid finite-element boundary-element method for the unified radiation and scattering analysis of general infinite periodic arrays. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 43, n. 2, p. 145-153, Feb. 1995.
- [48] EIBERT, T. F. et al. Hybrid FE BI modeling of 3-D doubly periodic structures utilizing triangular prismatic elements and an MPIE formulation accelerated by the Ewald transformation. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 47, n. 5, p. 843-850, May 1999.
- [49] HARMS, P.; MITTRA, R.; KO, W. Implementation of the periodic boundary-condition in the finite-difference time-domain algorithm for FSS structures. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 42, n. 9, p. 1317-1324, Sept. 1994.
- [50] SUN, W. M.; LIU, K. F.; BALANIS, C. A. Analysis of singly and doubly periodic absorbers by frequency-domain finite-difference method. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 44, n. 6, p. 798-805, June 1996.
- [51] HOLTER, H.; STEYSKAL, H. Infinite phased-array analysis using FDTD periodic boundary conditions - Pulse scanning in oblique directions. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 47, n. 10, p. 1508-1514, Oct. 1999.
- [52] YANG, C. F.; BURNSIDE, W. D.; RUDDUCK, R. C. A periodic moment method solution for tm scattering from lossy dielectric bodies with application to wedge

- absorber. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 40, n.6, p. 652-660, June 1992.
- [53] YANG, C. F.; BURNSIDE, W. D.; RUDDUCK, R. C. A doubly periodic moment method solution for the analysis and design of an absorber covered wall. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 41, n. 5, p. 600-609, May 1993.
- [54] JORGENSEN, R. E.; MITTRA, R. Scattering from structured slabs having 2-dimensional periodicity. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 39, n.2, p. 151-157, Feb. 1991.
- [55] KUSTER, E. J.; WANG, J. J. H.; TRIPP, V. K. Triangular surface-patch modeling for phased-arrays and other planar periodic structures with arbitrary elements. **Journal of Electromagnetic Waves and Applications**, v. 6, n. 12, p. 1607-1619, Dec. 1992.
- [56] KIPP, R. A.; CHAN, C. H. A numerically efficient technique for the method of moments solution for planar periodic structures in layered media. **IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques**, v. 42, n. 4, p. 635-643, Apr. 1994.
- [57] JANASWAMY, R. "Oblique scattering from lossy periodic surfaces with application to anechoic chamber absorbers," **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 40, n. 2, p. 162-169, Feb. 1992.
- [58] MOORE, J.; LING, H.; LIANG, C. S. The scattering and absorption characteristics of material-coated periodic gratings under oblique-incidence. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 41, n. 9, p. 1281-1288, Sept. 1993.
- [59] MARLY, N.; DEZUTTER D.; PUES, H. F. "A surface integral-equation approach to the scattering and absorption of doubly periodic lossy structures," **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**, v. 36, n.1, p. 14-22, Feb. 1994.
- [60] MARLY, N. et al. Integral-equation modeling of the scattering and absorption of multilayered doubly-periodic lossy structures. **IEEE Transactions on Antennas and**

Propagation, v. 43, n. 11, p. 1281-1287, Nov. 1995.

- [61] WANG, T. M.; LING, H. Electromagnetic scattering from 3-dimensional cavities via a connection scheme. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 39, n. 10, p. 1505-1513, Oct. 1991.
- [62] CWIK, T. A.; MITTRA, R. Scattering from periodic array of free standing arbitrarily shaped perfectly conducting or resistive patches. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 35, n. 11, p. 1226-1234, Nov. 1987.