HERNÁN PRIETO SCHMIDT

Engenheiro Eletricista, EPUSP, 1982

Mestre em Engenharia, EPUSP, 1989

Ph.D, University of London, 1994

**RECONFIGURAÇÃO DE REDES DE DISTRIBUIÇÃO
ATRAVÉS DE PROGRAMAÇÃO NÃO-LINEAR INTEIRA
MISTA**

Tese apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São
Paulo para obtenção do título de
Professor Livre Docente.

Área de Concentração:
Engenharia Elétrica

São Paulo

2005

HERNÁN PRIETO SCHMIDT

Engenheiro Eletricista, EPUSP, 1982

Mestre em Engenharia, EPUSP, 1989

Ph.D, University of London, 1994

**RECONFIGURAÇÃO DE REDES DE DISTRIBUIÇÃO
ATRAVÉS DE PROGRAMAÇÃO NÃO-LINEAR INTEIRA
MISTA**

Tese apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São
Paulo para obtenção do título de
Professor Livre Docente junto ao
Departamento de Engenharia de
Energia e Automação Elétricas.

São Paulo

2005

Agradecimentos

O autor deseja agradecer ao amigo de longa data Nelson Kagan, cuja colaboração na forma de comentários e discussões foi fundamental em vários momentos do desenvolvimento deste trabalho.

O Prof. Nathan Ida, da *The University of Akron* (Ohio, EUA), também é reconhecido pela sua grande amizade e colaboração durante o estágio pós-doutoral que fez parte do desenvolvimento desta pesquisa.

Ao amigo João Carlos Guaraldo o autor agradece pela inestimável ajuda na implementação orientada a objetos de todos os modelos desenvolvidos, e em especial pela incorporação dos módulos no sistema *Otimiza* (laboratório de desenvolvimento de software).

A Ana María García Cabezas pela sua valiosa ajuda na etapa de pesquisa bibliográfica.

À CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, ao PEA - Departamento de Engenharia de Energia e Automação Elétricas da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, e ainda ao Enerq - Centro de Estudos em Regulação e Qualidade da Energia da USP, o autor agradece pelo apoio financeiro e acadêmico recebido.

A Viviane, por tudo. A Gustavo e Rodrigo também por tudo, ainda que eles não saibam a magnitude de sua imensa contribuição.

RESUMO

No problema de reconfiguração de redes de Distribuição procura-se determinar o estado aberto ou fechado das chaves existentes na rede elétrica de forma a otimizar alguma função objetivo, tipicamente a perda total, a distribuição de carga nos trechos da rede ou o custo total da rede dentro de um horizonte de planejamento.

Neste trabalho o objetivo é a minimização da perda total. Este problema vem sendo estudado por pesquisadores nos últimos 30 anos através de diversas técnicas. A variedade de abordagens atesta a grande dificuldade do problema, a qual resulta do crescimento exponencial do número de soluções possíveis em função do número de variáveis binárias que descrevem o estado das chaves. Uma dificuldade adicional ao se tratar a função perda total é sua relação quadrática com as demais variáveis independentes do problema, contínuas, que representam a corrente nos trechos.

Neste trabalho as restrições da Primeira Lei de Kirchhoff e de carregamento máximo dos trechos são incorporadas à formulação do problema. O problema é então resolvido através de Programação Não-Linear Inteira Mista. A determinação das variáveis binárias é feita através de dois métodos, Busca em Profundidade e *Branch and Bound*. O primeiro não permite, em geral, determinar a solução ótima, mas apresenta tempos de processamento muito baixos e além disso fornece soluções sub-ótimas de alta qualidade. O segundo método permite determinar a solução ótima em redes de pequeno ou médio porte. Em redes de grande porte, com 100 ou mais chaves, o tempo de processamento torna-se proibitivamente elevado. Para cada um dos métodos foram desenvolvidas duas implementações distintas.

A determinação das variáveis contínuas é feita através do Método de Newton com Derivadas Segundas, o qual apresenta algumas vantagens importantes no caso de funções quadráticas como a função perda total. Além disso, em todos os casos estudados foi possível comprovar a inexistência de mínimos locais, eliminando assim a principal desvantagem do Método de Newton.

A metodologia desenvolvida neste trabalho foi aplicada a três redes primárias de Distribuição, duas delas de porte médio e a outra de grande porte, com 1128 trechos e 129 chaves.

ABSTRACT

The distribution system reconfiguration problem is concerned with finding the state of switches (open or closed) so as to optimize some objective function, typically the total loss, the load distribution among network sections, or the total cost within a planning period.

This work focuses on the minimization of total loss. This problem has been studied over the past 30 years through various techniques. The diversity of approaches underlines the great difficulty associated with this problem, which arises from the exponential growth of the number of possible solutions with the number of binary variables that describe the state of switches. An additional difficulty stems from the quadratic relationship between the total loss and the remaining continuous variables that represent the electrical current flowing through network branches.

Constraints such as Kirchhoff's Current Law and maximum branch loading are taken into account in the problem formulation. The problem is then solved through Mixed-Integer Non-Linear Programming. Binary variables are determined using both Depth-First Search and the Branch-and-Bound method. The first technique does not usually allow the identification of the optimal solution, but requires very low processing times. Moreover, it does provide high-quality sub-optimal solutions. The latter allows the identification of the optimal solution in small- or medium-size networks, but its application in large networks, with more than 100 switches, is prohibitively time consuming. Two different implementations were developed for both methods.

Continuous variables are computed through the standard Newton Method with second derivatives, which is particularly well suited for quadratic functions such as the total loss. In addition, in all study cases it was possible to verify the nonexistence of local minima, thus eliminating the main drawback of the method.

The proposed methodology was applied in three distribution systems, two of them with 28 and 37 switches and the third one with 1128 branches and 129 switches.

RECONFIGURAÇÃO DE REDES DE DISTRIBUIÇÃO ATRAVÉS DE PROGRAMAÇÃO NÃO-LINEAR INTEIRA MISTA

Índice

Resumo

Abstract

1.	Introdução	1
1.1	Apresentação do problema	1
1.2	Objetivos	3
1.3	Organização do documento	4
2.	Revisão Bibliográfica.....	6
2.1	Introdução	6
2.2	Principais trabalhos publicados.....	6
2.3	Resumo.....	13
3.	Bases Metodológicas	15
3.1	Introdução	15
3.2	Programação Não-Linear	16
3.3	Métodos baseados em trajetórias de estado	17
3.4	Distribuição de correntes para minimização de perdas - Método de Newton com Derivadas Segundas	22
3.4.1	Considerações gerais	22
3.4.2	Problema exemplo.....	23
3.4.3	Formulação do problema.....	28
3.4.3.1	Desenvolvimento	28
3.4.3.2	Cálculo do vetor gradiente	32
3.4.3.3	Cálculo da matriz Hessiana.....	33
3.4.3.4	Convexidade da função objetivo.....	35
3.4.4	Exemplo	35
3.4.5	Discussão.....	39
3.5	Programação Inteira	40
3.6	Busca em Profundidade.....	41
3.7	Algoritmo <i>Branch and Bound</i>	44
3.7.1	Considerações gerais	44
3.7.2	Árvore binária	44
3.7.3	Procedimento.....	46
3.7.4	Observação final.....	49

3.8	Resumo.....	50
4.	Reconfiguração de Redes de Distribuição Através de Busca em Profundidade Associada ao Método de Newton.....	51
4.1	Introdução	51
4.2	A restrição de radialidade no contexto de redes de Distribuição	52
4.3	Primeira Implementação	54
4.3.1	Considerações gerais	54
4.3.2	Metodologia	55
4.3.3	Exemplo - Rede A	59
4.4	Segunda Implementação	63
5.	Reconfiguração de Redes de Distribuição Através do Método <i>Branch and Bound</i> Associado ao Método de Newton.....	64
5.1	Introdução	64
5.2	Limitação da Busca em Profundidade.....	64
5.3	Ramificação da solução mais recente - Terceira Implementação	66
5.3.1	Considerações gerais	66
5.3.2	Metodologia	66
5.3.3	Exemplo - Rede A	69
5.4	Ramificação por busca em profundidade com retrocesso - Quarta Implementação	72
5.4.1	Considerações gerais	72
5.4.2	Metodologia	73
5.4.3	Exemplo - Rede A	76
5.5	Resumo.....	77
6.	Aplicação das Metodologias Desenvolvidas	78
6.1	Introdução	78
6.2	Rede B.....	79
6.2.1	Considerações gerais	79
6.2.2	Busca em Profundidade.....	80
6.2.3	<i>Branch and Bound</i>	85
6.3	Rede C.....	88
6.3.1	Considerações gerais	88
6.3.2	Busca em Profundidade.....	90
6.3.3	<i>Branch and Bound</i>	93
6.4	Rede D.....	97
6.4.1	Considerações gerais	97
6.4.2	Busca em Profundidade.....	99
6.4.3	<i>Branch and Bound</i>	102
6.5	Resumo e discussão	105
7.	Conclusão	106
7.1	Conclusões gerais.....	106
7.2	Principais contribuições do trabalho	107
7.3	Tópicos para ulterior desenvolvimento.....	108
	Referências Bibliográficas	109
	Anexo - Dados das Redes Elétricas	112

Capítulo 1

Introdução

1.1 Apresentação do problema

A energia elétrica produzida nos centros de geração, usualmente localizados a grandes distâncias dos centros de consumo, é transportada por linhas de transmissão que alimentam as subestações de subtransmissão, normalmente localizadas próximas aos centros urbanos. A partir desse ponto, o papel do sistema distribuidor de energia elétrica é o de levar a eletricidade a todos os consumidores do sistema, no local onde eles se encontram.

O universo de consumidores alimentados pelo sistema distribuidor é bastante diversificado. Assim, grandes consumidores industriais são normalmente alimentados em tensão de subtransmissão (69.000 e 138.000 V); consumidores industriais e comerciais de médio porte são alimentados pelas redes de distribuição primária (na tensão usual de 13.800V) e finalmente consumidores residenciais e pequenos comércios e indústrias são alimentados pelas redes de distribuição secundária (nas tensões típicas de 127 e 220 V). A variedade de tensões de alimentação está associada à quantidade de energia absorvida por cada consumidor e é ditada principalmente por considerações de custo. Evidentemente, as redes elétricas que alimentam consumidores tão diversos possuem características e problemas tecnológicos específicos de acordo com o nível de tensão. Neste trabalho serão consideradas as redes primárias de Distribuição.

Por questões fundamentalmente ligadas a custos de investimento e de operação, as redes primárias de Distribuição operam normalmente em configuração radial (sem fechamento de malha) [1]. Em uma rede radial cada nó de carga recebe energia de um único nó. Esta configuração simplifica bastante a operação e a proteção das redes elétricas, fornecendo também uma confiabilidade menor

do ponto de vista da continuidade do serviço recebido pelos consumidores. No sentido de melhorar a confiabilidade sem incorrer em gastos excessivos, as redes radiais são providas de chaves auxiliares que operam no estado normalmente aberto (NA) e normalmente fechado (NF), cuja operação permite a troca de carga entre circuitos primários em caso de defeito em algum ponto da rede. Assim, as redes radiais com chaves podem ser vistas como uma solução intermediária e conveniente entre os dois extremos, as redes radiais sem chaves e as redes em malha.

A reconfiguração de redes de Distribuição possui um papel importante dentro da automação da Distribuição. Em condições normais de operação pode-se operar a rede em uma configuração que reduza a perda total por efeito Joule, através da manobra das chaves NA e NF. Trechos de rede com carregamento crítico podem também ser aliviados através deste recurso (balanceamento de carga).

Uma segunda aplicação da reconfiguração de redes ocorre no estudo de contingências, no qual é necessário determinar quais chaves NF devem ser abertas para isolar um trecho de rede que tenha apresentado defeito permanente. O retorno da rede a seu estado original após o reparo do trecho defeituoso (normalização) exige também um planejamento cuidadoso da sequência de operação das chaves.

Uma terceira aplicação de reconfiguração ocorre no planejamento de sistemas de Distribuição, onde é preciso definir a topologia em que a rede irá operar no futuro dentro do horizonte do planejamento, tipicamente de 5 a 10 anos [2].

Neste trabalho será abordado o problema de reconfiguração de redes primárias de Distribuição como um problema de otimização cujo objetivo é minimizar a perda total por efeito Joule. Este problema é um exemplo de problema de Programação Não-Linear Inteira Mista (PNLIM), uma vez que:

- a função objetivo a ser minimizada (perda total, variável dependente) é uma função quadrática da corrente nas ligações da rede;
- o estado das chaves é descrito por variáveis independentes binárias que podem assumir somente dois valores: 0 (chave aberta) ou 1 (chave fechada);
- as demais variáveis independentes, que fornecem a corrente em cada ligação, são variáveis contínuas que podem assumir qualquer valor dentro de uma faixa de valores especificada.

Problemas de otimização onde pelo menos uma parte das variáveis são inteiras ou binárias são particularmente difíceis de serem tratados, principalmente quando o número destas variáveis é relativamente grande (acima de 50) [3]. Neste caso não é possível utilizar procedimento de Busca Exaustiva (análise de todas as soluções possíveis) para determinar a melhor solução, pois o número de soluções possíveis aumenta exponencialmente com o número de variáveis. Por exemplo, para uma rede elétrica com 10 chaves, haverá $2^{10} = 1024$ soluções possíveis; com 100 chaves este número sobe para um valor superior a 10^{30} . No trabalho será visto ainda que a restrição de radialidade da rede introduz uma dificuldade adicional ao problema.

1.2 Objetivos

O objetivo principal do presente trabalho é desenvolver metodologia inovadora para resolver o problema de reconfiguração de redes de Distribuição com a finalidade de reduzir a perda total por efeito Joule, no contexto da operação de sistemas de Distribuição.

A metodologia desenvolvida foi implementada na forma de diversos sistemas computacionais, com a finalidade de validar a metodologia e mostrar seu potencial para aplicação em tempo real, onde o requisito de baixo custo computacional (tempo de processamento) é fundamental.

É importante destacar que a metodologia desenvolvida permite determinar uma configuração adequada para redução da perda total de potência em um determinado instante (por exemplo, o instante de ponta do sistema elétrico). Em particular, o trabalho não aborda a redução de perda total de energia em um determinado período de operação, ainda que a adaptação para essa finalidade seja bastante simples.

Finalmente, cumpre destacar que na parte de Programação Inteira foram utilizados os métodos matemáticos de Busca em Profundidade e *Branch and Bound*, enquanto que na parte de programação contínua foi utilizado o Método de Newton com Derivadas Segundas.

1.3 Organização do documento

O presente Capítulo apresentou o problema elétrico a ser tratado no trabalho - a reconfiguração de redes de distribuição para redução da perda total - e especificou os objetivos a serem alcançados.

O Capítulo 2 descreve detalhadamente os resultados da etapa de pesquisa bibliográfica que antecedeu o desenvolvimento e a implementação da metodologia proposta. Esta etapa mostrou que a dificuldade do problema elétrico é grande, pela natureza binária do estado as chaves e pela restrição de radialidade das redes de Distribuição. A etapa permitiu ainda comprovar que as soluções propostas neste trabalho (utilização do Método de Newton com Derivadas Segundas em conjunto com os métodos de Busca em Profundidade e *Branch and Bound*) não foram anteriormente publicadas na literatura técnica.

O Capítulo 3 apresenta detalhadamente as bases metodológicas utilizadas no trabalho, destacando a boa adaptação do Método de Newton com Derivadas Segundas a problemas quadráticos, como é o caso do problema de minimização da perda em sistemas elétricos. É mostrado ainda que, neste problema em particular, a formulação desenvolvida conduz normalmente a problemas convexos (sem mínimos locais), o que elimina o principal inconveniente do Método de Newton. Neste Capítulo são também apresentados os principais conceitos relativos à Programação Inteira, com destaque para os métodos de Busca em Profundidade e *Branch and Bound*.

O Capítulo 4 descreve detalhadamente a resolução do problema de reconfiguração de redes de Distribuição através de Busca em Profundidade em conjunto com o Método de Newton. Inicialmente parte-se de uma configuração da rede elétrica com todas as chaves no estado fechado (rede operando em malha), e as chaves vão sendo abertas de forma que o aumento da perda total pela abertura de cada chave seja mínimo. Dois critérios foram desenvolvidos para indicar a próxima chave a ser aberta ao longo da busca inteira, a Primeira Implementação e a Segunda Implementação. A Primeira Implementação constitui um critério aproximado para determinar o aumento de perda que uma determinada chave irá causar, porém com custo computacional baixíssimo. A Segunda Implementação permite avaliar o aumento de perda com exatidão, às custas de um custo computacional maior.

Com a metodologia desenvolvida no Capítulo 4 não foi possível determinar a solução ótima em uma rede elétrica de porte médio (86 nós e 28 chaves). Foi desenvolvida pesquisa adicional para investigar as causas disto, o que permitiu identificar limitações da Busca em Profundidade e levou naturalmente a desenvolver outra forma de busca inteira, baseada no tradicional método *Branch and Bound*. Este desenvolvimento adicional é abordado detalhadamente no Capítulo 5. Duas variantes do método foram desenvolvidas: Terceira Implementação, utilizando estratégia de ramificação da solução mais recente, e Quarta Implementação, utilizando ramificação por busca em profundidade com retrocesso.

As metodologias apresentadas nos Capítulos 4 e 5 foram implementadas pelo autor e incorporadas ao sistema denominado *Otimiza*¹ - Métodos de Otimização Aplicados a Estudos de Sistemas Elétricos [4]. Todas as implementações foram escritas na linguagem C++ e exploram as principais características da programação orientada a objetos. O Capítulo 6 descreve a aplicação das metodologias em três redes elétricas, a saber:

- Rede B, com 3 circuitos, 3 nós de suprimento, 86 nós de carga e 28 chaves;
- Rede C, com 2 circuitos, 1 nó de suprimento, 32 nós de carga e 37 chaves. Esta rede foi definida por Baran e Wu em 1989 [5] e desde então tem sido utilizada por outros pesquisadores para validar as novas metodologias propostas;
- Rede D, com 5 circuitos, 5 nós de suprimento, 1.107 nós de carga e 129 chaves. Esta é uma rede real de Distribuição e com ela foram desenvolvidos alguns estudos importantes, sobretudo com relação ao impacto da restrição de máximo carregamento das ligações.

Finalmente, o Capítulo 7 apresenta as conclusões do trabalho, destaca as principais contribuições do mesmo e aponta algumas direções para desenvolvimento posterior.

¹ A versão didática do sistema *Otimiza* está disponível livremente em <http://www.pea.usp.br/enerq/> , opção **downloads**.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

2.1 Introdução

Este Capítulo relata os principais trabalhos publicados sobre o problema de reconfiguração de redes de Distribuição, os quais são apresentados em ordem cronológica de sua data de publicação. Será visto que o problema vem sendo estudado através de diversas técnicas nos últimos 30 anos, o que o caracteriza como um problema clássico.

Ao fim do Capítulo são apresentados um resumo da pesquisa bibliográfica realizada e uma avaliação em perspectiva da metodologia desenvolvida no presente trabalho, em relação aos demais trabalhos já publicados.

2.2 Principais trabalhos publicados

Em 1975 Merlin e Back [6] publicaram o que é considerado o primeiro trabalho no tema de reconfiguração de redes de Distribuição para minimização de perdas. Um dos grandes méritos deste trabalho é a demonstração de que o problema da determinação da solução de perda mínima em uma rede elétrica é equivalente ao problema de fluxo de potência clássico (aplicação das duas leis de Kirchhoff) quando o valor da impedância das ligações na segunda lei é substituído pela correspondente resistência (ou seja, desprezando-se a reatância das ligações). Deve-se notar, entretanto, que esta conclusão não leva em conta outras restrições impostas pela rede elétrica, como por exemplo o carregamento máximo das ligações. A metodologia proposta utiliza então um programa convencional de fluxo de potência para determinar a distribuição ótima de correntes em

cada configuração analisada. A metodologia parte da rede com todas as chaves fechadas (rede em malha) e utiliza o método *Branch and Bound* para alcançar uma solução final radial com perda total mínima.

Mais tarde, em 1988, Civanlar et al. [7] publicaram um interessante artigo que, partindo de uma configuração inicial radial, analisa combinações de fechamento de chaves normalmente abertas (NA) e abertura de chaves normalmente fechadas (NF), de forma a manter a radialidade da rede. Nesta técnica, denominada “troca de ligações” (“branch exchange”), parte-se de uma solução radial inicial e pesquisa-se todas as soluções radiais que podem ser geradas pelo fechamento de uma chave e a correspondente abertura de outra chave, de forma a manter a radialidade da rede. Para evitar a análise de um número excessivamente elevado de operações de abertura e fechamento, o artigo propõe um engenhoso critério para eliminação expedita de operações que conduziriam a um aumento da perda total na rede. Este critério é baseado na variação da perda total quando um bloco de carga é transferido de um circuito para outro através de uma operação de chaveamento, e é mostrado que é possível aplicar o critério de forma rápida e aproximada analisando-se apenas a tensão nas barras terminais da chave que será fechada, antes da operação. Para validação o artigo utiliza uma rede de 16 nós e 16 ligações. Entretanto, o artigo não fornece detalhes da implementação da metodologia nem de sua aplicação em redes de distribuição reais.

Em 1989, Liu et al. [8] desenvolveram dois algoritmos distintos para o problema de reconfiguração da rede. O primeiro algoritmo considera que a carga é uniformemente distribuída nas ligações da rede e o segundo considera que a carga é concentrada nas barras da mesma. No primeiro caso, sendo o problema contínuo, utiliza-se um processo iterativo para determinar os “pontos de corte” de cada ligação a ser aberta (o ponto de corte é um ponto ao longo da ligação que, uma vez determinado, em geral não corresponde à localização física da chave na rede). No segundo caso o algoritmo identifica o sinal da variação da perda total à medida em que a posição do ponto de corte é deslocada de uma barra terminal da ligação em direção à outra. Os algoritmos desenvolvidos foram aplicados a quatro redes de Distribuição com tamanhos variando de 18 chaves a 168 chaves. Os tempos de processamento exigidos pela implementação computacional foram da ordem de alguns segundos.

No mesmo ano, Baran e Wu [5] publicaram um artigo que veio a tornar-se uma das principais referências no tema. O trabalho propõe um método de reconfiguração de redes baseado na técnica de troca de ligações com o objetivo de reduzir perdas e aliviar sobrecargas. Através de uma

heurística simples - a troca de ligações que produz o menor aumento de perda - escolhe-se a configuração descendente da configuração inicial. Todas as configurações descendentes são armazenadas para análise posterior da forma idêntica, gerando assim novas configurações descendentes. A metodologia proposta foi aplicada a uma rede com 37 ligações e 5 chaves NA, mostrando bons resultados do ponto de vista de redução de perdas. O artigo não comenta, entretanto, o custo computacional do método.

Ainda no mesmo ano, Shirmohammadi e Hong [9] propuseram uma versão modificada da metodologia proposta por Merlin e Back [6]. Todas as chaves na condição inicial são fechadas e a rede é resolvida através de fluxo de potência CA. Todas as cargas são convertidas para o modelo de corrente constante, utilizando para tanto a tensão nodal calculada. Em seguida cada chave fechada é considerada um gerador independente de corrente variável; todos os geradores assim definidos são utilizados para determinar a distribuição de corrente que minimiza a perda total. A próxima chave a ser aberta é aquela que apresenta a menor corrente entre todas as chaves, e o procedimento é repetido até que se obtenha uma rede radial. Um inconveniente desta abordagem é que a discretização de uma solução ótima de um problema contínuo (por arredondamento) pode conduzir a uma solução não ótima ou, pior ainda, não viável. A metodologia proposta foi aplicada a diversas redes de distribuição, tendo a maior de todas 2401 ligações e 742 chaves.

A metodologia proposta por Goswami e Basu em 1992 [10] contém procedimentos inovadores tanto na busca inteira (seleção das chaves a serem operadas) quanto no cálculo elétrico da rede para uma dada configuração. Esta metodologia parte de uma rede radial e fecha uma chave por vez, de tal forma que resulte somente uma malha. Em seguida determina-se a “distribuição ótima de correntes” na malha, que é aquela que produz a perda mínima. Finalmente abre-se a chave cuja corrente é a menor de todas, retornando a rede à condição radial. Foram implementados três critérios para determinar a chave a ser fechada e três métodos de cálculo elétrico da rede (para determinar a distribuição ótima de correntes). A metodologia desenvolvida foi aplicada à mesma rede do trabalho de Baran e Wu [5], obtendo-se resultados bastante próximos dos resultados no trabalho original. Uma conclusão interessante do trabalho é que a precisão do cálculo de fluxo de potência não é fundamental para a escolha correta das chaves a serem operadas.

Em 1993 Chen e Cho [11] publicaram o primeiro trabalho sobre reconfiguração de redes de Distribuição com o objetivo de reduzir a perda de energia durante um determinado período, em vez do objetivo tradicional de reduzir a perda de potência. Naturalmente, para um estudo deste tipo a

carga é caracterizada através de uma curva diária, que no caso foi definida como sendo de 24 pontos (intervalo de integração de 1 hora). A curva diária de carga foi estabelecida a partir de dados colhidos em campo durante o período de 1 ano. A estratégia de reconfiguração da rede é estabelecida para um ano inteiro, com dois instantes de chaveamento: no início do verão e no início do inverno. Para alcançar este esquema, a reconfiguração da rede é feita em duas etapas: uma de curto prazo (de hora em hora durante 1 dia) e outra de longo prazo, onde as variações sazonais da carga são incorporadas ao problema.

No mesmo ano Hsu e Yi [12] abordaram a reconfiguração de redes de Distribuição sob a ótica do planejamento, tendo como objetivo a redistribuição de carga entre alimentadores (para eliminação de sobrecargas) e, principalmente, garantir que o sistema de proteção continue operando adequadamente mesmo depois da reconfiguração da rede.

Ainda em 1993 Cherkaoui et al. [13] publicaram um trabalho que utiliza métodos heurísticos para obter uma reconfiguração ótima de redes de Distribuição. O artigo fornece um panorama adequado das diversas abordagens para operação de chaves: destrutiva (as chaves estão inicialmente todas fechadas e vão sendo abertas uma a uma), construtiva (o contrário da destrutiva) e troca de ligações. Nos dois primeiros casos a radialidade é imposta através da condição de que o número de ligações condutoras seja igual ao número de nós de carga. O artigo deixa claro que esta condição é apenas necessária, mas insuficiente para garantir a radialidade da solução obtida. Por esta razão o artigo adota a última abordagem - troca de ligações - pois dessa forma pode-se garantir de maneira simples a radialidade de todas as soluções geradas. Nesta abordagem são desenvolvidas duas estratégias de geração de “configurações vizinhas”, que são configurações geradas a partir de uma configuração inicial à qual são aplicadas transformações elementares. Dentre as configurações vizinhas que são geradas procura-se escolher uma que implique redução da perda total.

Em 1997 Taleski e Rajicic [14] apresentaram um trabalho sobre reconfiguração de redes de Distribuição com o objetivo de reduzir a energia perdida (em vez de potência) durante um determinado período de tempo. O trabalho está muito bem organizado, possibilitando uma avaliação bem precisa do mesmo. A metodologia proposta está baseada na técnica de troca de ligações, tomando como base pares de alimentadores definidos pelas chaves NA que os interconectam (cada par é sempre formado por um alimentador que cede carga e outro que recebe carga). O artigo descreve detalhadamente o tratamento de situações complexas, por exemplo quando algumas ligações pertencem a mais de um laço na rede. A representação da carga através de curvas típicas

está claramente indicada (uma curva típica de carga representa o comportamento médio normalizado de um conjunto de consumidores com hábitos de consumo semelhantes). A metodologia proposta foi aplicada à mesma rede do trabalho de Baran e Wu [5].

Em 1999 Kagan e Oliveira [15] abordaram o problema de reconfiguração de redes com minimização de perdas através de algoritmos genéticos. No trabalho utiliza-se uma codificação apropriada que permite que só soluções viáveis, do ponto de vista topológico (radiais e conexas), sejam criadas durante o processo de busca no espaço de soluções. O artigo mostra que o tratamento de objetivos e restrições do problema com conjuntos *fuzzy*, de forma a se avaliar a solução que melhor atende ao conjunto de decisão *fuzzy* (agregação das funções de pertinência dos objetivos e restrições), coincide com a definição da função de avaliação do algoritmo genético. Isto permite com que sejam utilizados, no algoritmo genético, diferentes operadores de agregação (min, produto, fuzzy-and, etc.) para composição da função de avaliação.

Em 2000 Kashem et al. [16] desenvolveram uma complexa metodologia baseada em dois estágios para obter uma configuração com redução da perda total. No primeiro estágio seleciona-se a melhor alternativa de chaveamento dentro de um conjunto limitado de combinações possíveis, com a finalidade de estabelecer um valor inicial de referência para a perda total. No segundo estágio procede-se a uma busca mais detalhada procurando localizar soluções melhores. A metodologia proposta foi aplicada à rede de Baran e Wu [5] e os resultados indicam soluções muito próximas às soluções encontradas no trabalho original. O artigo resume de forma conveniente os resultados obtidos com esta rede por todos os pesquisadores que a utilizaram, o que reforça a importância do trabalho original de Baran e Wu.

Ainda em 2000 Chin e Huang [17] desenvolveram outra variante da técnica de troca de ligações. A vantagem da metodologia proposta, segundo os autores, é a simplicidade da escolha da chave a ser aberta para eliminar cada uma das malhas da rede. Esta escolha é baseada em um índice de mérito que leva em conta a queda de tensão e o fluxo de potência através das chaves candidatas. Além disso, com o intuito de indicar a priori o ponto mais adequado para abertura da malha, a metodologia utiliza o conceito de “conjunto de fronteira” (*boundary set*) como sendo a barra de menor tensão na malha, acrescida das duas ligações adjacentes. O artigo descreve a aplicação da metodologia em duas redes distintas, uma delas a proposta por Baran e Wu [5]. Os resultados obtidos nesta rede foram equivalentes aos do trabalho original.

Em 2003 Brown [18] desenvolveu metodologia para reconfiguração com o objetivo de melhorar a confiabilidade das redes de Distribuição. Para tanto o autor utiliza um modelo analítico de predição de confiabilidade, o qual fornece (i) o número esperado de interrupções momentâneas por ano, (ii) o número esperado de interrupções permanentes por ano, e (iii) o número esperado de horas de interrupção por ano. De acordo com o autor, métodos como o recozimento simulado e algoritmos genéticos têm sido empregados com sucesso em problemas de otimização envolvendo confiabilidade, mas no caso das redes de Distribuição ocorrem problemas devido às configurações não-radiais que ambos métodos normalmente fornecem. Para tanto, o autor utiliza uma busca por “recozimento local”, pela qual pequenas mudanças na topologia inicialmente radial da rede vão sendo introduzidas. Por exemplo, quando uma chave é fechada, abre-se a primeira chave fechada a montante da chave que foi aberta (*tie switch shift*). Desta forma a radialidade da rede é preservada nas novas configurações.

Nara e al. [19] publicaram um artigo de revisão bibliográfica no tema de reconfiguração de redes e balanceamento de carga. O artigo cobre o período de 1988 a 2002 e considera somente trabalhos publicados em *IEEE Transactions*. O principal interesse deste artigo é naturalmente a sistematização das 52 referências citadas, além de discutir as principais metodologias propostas no período.

Augugliaro et al. [20] propuseram ainda em 2003 uma abordagem inovadora do problema de reconfiguração, com o principal foco colocado na implementação prática de algoritmos de controle. A solução proposta permite que um sistema de distribuição com baixo nível de automação migre para uma condição mais sofisticada, com custos relativamente baixos, indicando que a implantação de uma solução deste tipo pode ser mais adequada que uma opção pela automação total do sistema em uma única instância. Em cada nó de carga a metodologia utiliza um controlador local com autonomia suficiente para determinar, dentre todas as ligações que se conectam ao nó de carga, quais devem permanecer abertas e quais devem permanecer fechadas. Na estratégia de controle são levadas em conta a necessidade de alimentar a carga e de manter a radialidade da rede. Para evitar a ocorrência de ilhas, a metodologia utiliza uma rede neural artificial para decidir sobre qual chave fechar e um algoritmo determinístico para decidir sobre qual chave abrir (esta decisão, baseada no ponto de inversão de fluxo na malha criada pelo fechamento da chave, determina que a chave mais próxima ao ponto de inversão seja aberta - arredondamento da solução contínua). A metodologia desenvolvida foi aplicada à mesma rede de Civanlar et al. [7].

Su e Lee [21] propuseram um algoritmo de reconfiguração de redes que utiliza Evolução Diferencial Híbrida Inteira-Mista (*Mixed-Integer Hybrid Differential Evolution* - MIHDE). Esta técnica pertence à classe de Algoritmos Evolutivos e permite uma modelagem bastante detalhada do problema, no qual são considerados o carregamento máximo das ligações e a máxima queda de tensão nos nós da rede. A metodologia foi aplicada à rede de Civanlar et al. [7] e a uma rede real de Distribuição com 11 circuitos primários, 83 chaves NF e 13 chaves NA. Neste último caso, a solução final é obtida em aproximadamente 36 segundos de processamento (processador com frequência de 266 MHz), um resultado significativamente mais rápido quando comparado a uma outra implementação baseada na técnica de recozimento simulado.

Em 2004 Venkatesh et al. [22] publicaram um trabalho no qual o objetivo a reconfiguração ótima é maximizar a folga de carregamento das ligações. Inicialmente é definido um índice de carregamento, que fornece uma estimativa da carga adicional que pode ser extraída de um determinado nó antes que o limite de estabilidade seja alcançado (folga de carga). Numa segunda etapa é desenvolvida uma metodologia para obter uma configuração de rede que maximize a folga total a rede. A finalidade é detectar situações potencialmente perigosas do ponto de vista de carregamento da rede e aliviá-las através da operação das chaves.

Também em 2004 López et al. [23] publicaram um artigo cujo maior mérito é estudar o problema de reconfiguração de redes considerando a variação da carga ao longo do dia. Para tanto a carga é representada por curvas diárias de 24 pontos (intervalo de 1 hora). A reconfiguração da rede em um determinado instante é obtida através de estratégia construtiva, devendo-se notar que, da mesma forma que em outros trabalhos, a imposição da radialidade da rede é feita através da igualdade entre o número de ligações condutoras e o número de nós de carga (condição necessária mas insuficiente). Uma conclusão interessante do trabalho é que o benefício da reconfiguração da rede em base horária em relação à reconfiguração para uma condição fixa da carga não é necessariamente garantido, devido ao elevado número de chaveamentos que são executados. Embora o artigo não analise esta questão em detalhe, ele aponta na direção de aprofundar o estudo à luz do custo operacional e de investimento dos equipamentos de chaveamento.

2.3 Resumo

Os principais trabalhos publicados sobre reconfiguração de redes de Distribuição mostram que o problema tem sido objeto de análise através de várias técnicas diferentes. Isso destaca o grau de dificuldade do problema, cuja natureza combinatória é responsável pelo crescimento exponencial do custo computacional em função do número de variáveis binárias (chaves existentes na rede). Algumas das técnicas propostas utilizam artifícios engenhosos para reduzir o número de soluções a serem inspecionadas durante a busca inteira. Além disso, técnicas diversas também têm sido empregadas na parte contínua do problema, a que determina a perda total para uma determinada configuração de chaves.

Muitos dos trabalhos analisados utilizam a técnica de “arredondamento” para determinar a solução inteira mais próxima da solução obtida através de uma formulação puramente contínua (por exemplo, abrindo a chave que resultar com a menor corrente na solução contínua). Este procedimento pode conduzir a soluções inviáveis ou então não-ótimas [3]. O ideal é que a característica binária das chaves existentes na rede seja incorporada à formulação do problema.

Uma questão relevante diz respeito à radialidade da rede na solução final obtida no processo de otimização. Em alguns dos trabalhos analisados esta restrição é imposta através de uma condição simples porém insuficiente: a igualdade entre o número de ligações condutoras e o número de nós de carga. Esta questão é fundamental no contexto de redes de Distribuição e será abordada em detalhe no Capítulo 4.

Uma outra constatação importante no contexto do presente trabalho é que nenhum dos artigos analisados utiliza o Método de Newton com Derivadas Segundas para determinar a distribuição de correntes que minimiza a perda total. Esta particularidade, aliada à utilização dos métodos de Busca em Profundidade e *Branch and Bound* na parte de Programação Inteira, contribui para destacar a inovação das soluções desenvolvidas no presente trabalho. A formulação do problema de determinar o estado da rede (corrente nas ligações) como um problema de otimização permite adicionar facilmente restrições físicas ao problema, tais como carregamento máximo de ligações e máxima queda de tensão nas barras, cuja inclusão através da abordagem clássica de fluxo de potência não é simples.

No próximo Capítulo será visto como o Método de Newton se adapta particularmente bem ao problema de minimização de perdas, devido à própria natureza quadrática do problema.

Capítulo 3

Bases Metodológicas

3.1 Introdução

Este Capítulo apresenta os métodos matemáticos que foram utilizados na resolução do problema de reconfiguração de redes de Distribuição. Inicialmente apresenta-se brevemente a Programação Não-Linear e são discutidos os métodos baseados em trajetórias de estado, colocando o Método de Newton - utilizado neste trabalho - em perspectiva com relação aos demais métodos.

Em seguida desenvolve-se o Método de Newton, inicialmente através de um exemplo simples e posteriormente através de sua formulação completa, incluindo o cálculo da matriz Hessiana e do vetor gradiente, ambos relativos à função objetivo que se deseja minimizar. O problema é formulado como um problema quadrático contínuo, onde as variáveis de decisão representam a corrente nas ligações e o objetivo é minimizar a perda total resultante na rede, respeitando as restrições da Primeira Lei de Kirchhoff (PLK) e de capacidade de condução de corrente das ligações. Neste caso considera-se que a rede pode operar em malha e, ainda, que ela possui configuração fixa (ou seja, a configuração não é alterada pelo processo de otimização).

Finalizando o Capítulo aborda-se a Programação Inteira, na qual introduz-se a restrição adicional de que as variáveis de decisão assumam valores inteiros (0, 1, 2, ...) ou binários (0 ou 1). Será visto que esta restrição aumenta sobremodo a dificuldade dos problemas de otimização. A consequência disto é que os principais algoritmos de Programação Inteira disponíveis atualmente possuem uma eficiência incomparavelmente menor que a dos algoritmos correspondentes nos problemas contínuos (Método Simplex, Método de Newton, etc.). Neste trabalho utiliza-se a Busca em Profundidade e o Método *Branch and Bound* para determinar o valor das variáveis binárias que

descrevem o estado aberto ou fechado das chaves existentes na rede elétrica. Ambos métodos serão apresentados brevemente neste Capítulo e detalhadamente nos Capítulos 4 e 5.

3.2 Programação Não-Linear

A Programação Não-Linear (PNL) aborda problemas onde a função objetivo e as restrições são representadas por funções não lineares. Devido às dificuldades próprias dos problemas não lineares, a PNL é uma área relativamente menos desenvolvida que a área de Programação Linear. Consequentemente, na PNL há relativamente menos opções ou então opções menos robustas de algoritmos destinados à solução de problemas.

De uma forma geral, a grande dificuldade dos problemas de minimização na PNL reside na existência de mínimos locais, o que dificulta consideravelmente a determinação do mínimo global desejado. A Figura 3.1 ilustra duas funções não-lineares, uma apresentando mínimos locais e a outra não.

(a) Função com mínimos locais

(b) Função sem mínimos locais

Figura 3.1 - Exemplos de funções não lineares

Métodos de otimização baseados no cálculo de derivadas, tais como o Método do Gradiente e o Método de Newton, normalmente apresentam desempenho insatisfatório no caso de funções com mínimos locais. Isto porque as derivadas, responsáveis pela atualização das variáveis de decisão ao longo da trajetória de estados, se tornam nulas nesses pontos, impedindo que a solução avance em direção ao mínimo global uma vez alcançado um ponto de mínimo local.

A Programação Quadrática constitui um subconjunto importante da PNL, no qual são tratados problemas em que a função objetivo e as restrições são representadas por funções quadráticas nas variáveis de decisão. Dentro da PNL, a Programação Quadrática é provavelmente a área mais desenvolvida, oferecendo alguns algoritmos eficientes para a solução de problemas.

Neste Capítulo será apresentado o Método de Newton e sua aplicação em um problema de minimização de perdas em redes de distribuição de energia elétrica com configuração fixa. A formulação desenvolvida é quadrática, o que permite explorar alguns aspectos interessantes do Método de Newton. A existência ou não de mínimos locais em problemas quadráticos pode ser verificada com relativa facilidade através da análise da *convexidade* da função objetivo. Será visto também que a formulação desenvolvida conduz normalmente a problemas convexos (sem mínimos locais), eliminando assim o principal inconveniente do Método de Newton. Cabe destacar que não é objetivo deste Capítulo esgotar os temas de Programação Não-Linear e Programação Quadrática. Para tanto, o leitor poderá consultar as referências selecionadas [24, 25].

3.3 Métodos baseados em trajetórias de estado

Um estado, ou solução, é qualquer conjunto de valores que as variáveis de decisão do problema de otimização podem assumir. Uma trajetória de estado é a seqüência de estados determinados pelo algoritmo de otimização em sua busca pela solução ótima, destacando que em tudo quanto se segue serão considerados problemas de minimização. No presente contexto são de particular interesse as trajetórias de estado discretas, já que os métodos apresentados a seguir são iterativos e assim estabelecem soluções parciais que são obtidas somando-se sucessivamente variações discretas a partir de uma solução inicial.

Uma trajetória é descrita pela seguinte regra geral de atualização das variáveis de estado:

$$\tilde{x}^{(k+1)} = \tilde{x}^{(k)} + \eta^{(k)} \cdot \tilde{d}^{(k)}, \quad (3.1)$$

em que:

$\tilde{x}^{(k)}$ indica o vetor coluna das variáveis de estado no passo (ou iteração) k ;

$\eta^{(k)}$ indica o valor do parâmetro de controle do tamanho das correções no passo k ;

$\tilde{d}^{(k)}$ indica o vetor coluna direção de deslocamento no passo k .

Cada método em particular é caracterizado por uma regra própria de atualização das variáveis de estado, conforme será visto a seguir.

a) Método do gradiente (maior aclave)

Neste caso o vetor direção é dado pelo negativo do vetor gradiente da função objetivo $E(\tilde{x}^{(k)})$ no passo k :

$$\tilde{d}^{(k)} = -\nabla E(\tilde{x}^{(k)}) , \quad (3.2)$$

onde o vetor gradiente é o vetor coluna dado por:

$$\nabla E(\tilde{x}^{(k)}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial E}{\partial x_1} & \frac{\partial E}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial E}{\partial x_n} \end{bmatrix}^t . \quad (3.3)$$

O vetor gradiente fornece a direção de maior crescimento da função objetivo e, como o problema é de minimização, o método utiliza a direção contrária à direção de máximo crescimento local.

b) Método de Newton

Neste caso a função objetivo em um determinado ponto é substituída por uma função aproximadora quadrática, e esta função aproximadora é minimizada exatamente. Para uma função $f(x)$ com uma única variável independente x , a expansão em série de Taylor em torno de um ponto x_0 qualquer fornece:

$$f(x) = f(x_0) + (x - x_0) \cdot f'_{x_0} + \frac{1}{2} \cdot (x - x_0)^2 \cdot f''_{x_0} + \dots, \quad (3.4)$$

em que os sobrescritos ' e '' indicam as derivadas primeira e segunda da função em relação a x , respectivamente. A função aproximadora quadrática, $g(x)$, é obtida a partir de $f(x)$ desprezando-se os termos de ordem superior a 2:

$$g(x) = f(x_0) + (x - x_0) \cdot f'_{x_0} + \frac{1}{2} \cdot (x - x_0)^2 \cdot f''_{x_0}. \quad (3.5)$$

O objetivo é determinar um valor para x tal que o valor da função aproximadora resulte mínimo (em vez do valor da função original). Isto é obtido derivando-se a função aproximadora em relação a x e igualando o resultado a zero:

$$\frac{d}{dx} g(x) = f'_{x_0} + (x - x_0) \cdot f''_{x_0} = 0. \quad (3.6)$$

Da Eq. (3.6) resulta finalmente a correção d procurada (minimização exata da função aproximadora):

$$d = x - x_0 = -\frac{f'_{x_0}}{f''_{x_0}}. \quad (3.7)$$

A generalização da Eq. (3.7) para uma função escalar $E(\tilde{x})$ com n variáveis independentes conduz a:

$$\tilde{d}^{(k)} = \tilde{x}^{(k)} - \tilde{x}_0 = -[\nabla^2 E(\tilde{x}^{(k)})]^{-1} \cdot \nabla E(\tilde{x}^{(k)}), \quad (3.8)$$

em que $\nabla^2 E(\tilde{x}^{(k)})$ indica a **matriz Hessiana** da função objetivo no passo k :

$$\nabla^2 E(\tilde{x}^{(k)}) = \nabla(\nabla E(\tilde{x}^{(k)}))^t = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 E}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 E}{\partial x_2 \partial x_1} & \cdots & \frac{\partial^2 E}{\partial x_n \partial x_1} \\ \frac{\partial^2 E}{\partial x_1 \partial x_2} & \frac{\partial^2 E}{\partial x_2^2} & \cdots & \frac{\partial^2 E}{\partial x_n \partial x_2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 E}{\partial x_1 \partial x_n} & \frac{\partial^2 E}{\partial x_2 \partial x_n} & \cdots & \frac{\partial^2 E}{\partial x_n^2} \end{bmatrix}. \quad (3.9)$$

O método de Newton apresenta convergência quadrática para pontos próximos do mínimo. No caso de funções quadráticas o método apresenta a importante propriedade teórica de convergir em uma única iteração (neste caso a função aproximadora coincide com a função objetivo original, e a minimização exata da função aproximadora é a própria minimização exata da função original).

c) Método de Newton amortecido

Uma das desvantagens do método de Newton é a possibilidade de a matriz Hessiana ser singular em algum ponto da trajetória, o que pode dificultar ou mesmo impedir a solução numérica do problema em análise. O método de Newton amortecido (ou regularização de Marquardt-Levenberg) busca eliminar essa dificuldade adicionando um termo positivo aos elementos da diagonal da matriz Hessiana:

$$\tilde{d}^{(k)} = -[\nabla^2 E(\tilde{x}^{(k)}) + \nu^{(k)} \cdot I]^{-1} \cdot \nabla E(\tilde{x}^{(k)}), \quad (3.10)$$

em que I indica a matriz identidade e $\nu^{(k)}$ é o termo adicionado, o qual deve ser não-negativo e deve tender a zero conforme as iterações se sucedem:

$$\begin{aligned} \nu^{(k)} &\geq 0 \\ \lim_{k \rightarrow \infty} \nu^{(k)} &= 0 \end{aligned} \quad (3.11)$$

d) Métodos “quasi” Newton

No método de Newton, o cálculo da matriz Hessiana pode introduzir algumas dificuldades computacionais, as quais são evitadas nos chamados métodos “quasi” Newton. A partir de informações obtidas do gradiente da função objetivo ao longo da trajetória, estes métodos utilizam uma aproximação para a inversa da matriz Hessiana, em vez de calculá-la diretamente:

$$\tilde{d}^{(k)} = -H^{(k)} \cdot \nabla E(\tilde{x}^{(k)}) , \quad (3.12)$$

em que $H^{(k)}$ indica uma matriz simétrica positiva definida que aproxima a inversa da matriz Hessiana. Dentre as variantes mais conhecidas deste método estão as denominadas BFGS e Banes-Rosen [26].

e) Métodos estocásticos

Todos os métodos descritos anteriormente apresentam a desvantagem de freqüentemente convergirem para mínimos locais da função objetivo, em vez do mínimo global desejado. Uma alternativa para resolver este problema é a utilização de métodos estocásticos [26], nos quais alterações aleatórias são introduzidas no vetor direção, através da seguinte modificação na função objetivo:

$$E'(\tilde{x}, N) = E(\tilde{x}) + c(t) \cdot \sum_i x_i \cdot N_i(t) , \quad (3.13)$$

em que:

$E'(\tilde{x}, N)$ é forma *perturbada* da função objetivo;

$N_i(t)$ indica fontes de ruído normais (Gaussianas) independentes (“ruído branco”);

$c(t)$ é o parâmetro de controle da perturbação, devendo tender a zero conforme o tempo tende a infinito.

Os termos $N_i(t)$ entram diretamente no cálculo do gradiente, significando que as correções resultantes no vetor direção possuem uma componente aleatória. Desta forma, a possibilidade de que mínimos locais sejam evitados aumenta consideravelmente.

Uma outra alternativa para evitar mínimos locais é o chamado *recozimento simulado* (“simulated annealing”) [26], através do qual uma temperatura computacional é introduzida na função objetivo. Correções aleatórias são também introduzidas no vetor direção, e a temperatura computacional permite controlar a taxa de aceitação daquelas correções que significam aumento (ou piora) da função objetivo. Desta forma o algoritmo apresenta a possibilidade de que a solução escape de mínimos locais.

3.4 Distribuição de correntes para minimização de perdas - Método de Newton com Derivadas Segundas

3.4.1 Considerações gerais

Neste item será apresentada em detalhe a aplicação do Método de Newton ao problema de determinar a distribuição de correntes em uma rede elétrica de tal forma que a perda total na rede resulte mínima, respeitando ainda as restrições da PLK e de carregamento das ligações. Neste problema considera-se que a rede pode operar em malha e que sua configuração é fixa (o estado das chaves não é alterado pelo processo de otimização). Nos Capítulos 4 e 5 esta aplicação será utilizada em conjunto com os métodos de Busca em Profundidade e *Branch and Bound*, respectivamente.

Inicialmente apresenta-se um problema exemplo cuja finalidade é destacar os principais aspectos conceituais do problema elétrico e do Método de Newton. Em seguida desenvolve-se a formulação completa do problema, enfatizando-se a montagem da matriz Hessiana e do vetor gradiente da função objetivo. Discute-se ainda a questão da convexidade da função objetivo e apresenta-se uma forma de verificar a convexidade em problemas reais. Finalmente é apresentada a resolução do problema na primeira rede elétrica utilizada para estudo neste trabalho (Rede A), cujos resultados são também discutidos.

3.4.2 Problema exemplo

A Figura 3.2 apresenta uma rede elétrica simples, com dois nós de geração (1 e 2) e um nó de carga (3). Neste caso deve-se determinar as correntes i_1 e i_2 que tornam mínima a soma das perdas nas ligações 1-3 e 2-3.

Figura 3.2 - Rede elétrica

Nesta Figura as correntes i_1 e i_2 e as resistências r_1 e r_2 são representadas através de valores por unidade (pu) [27]. Nestas condições, a perda total em pu é dada por:

$$p(i_1, i_2) = r_1 \cdot i_1^2 + r_2 \cdot i_2^2, \quad (3.14)$$

e a PLK aplicada ao nó 3 impõe o seguinte vínculo entre as correntes i_1 e i_2 :

$$i_1 + i_2 = i_C, \quad (3.15)$$

em que i_C representa a corrente de carga em pu, cujo valor é conhecido e fixo.

A Eq. (3.15) permite exprimir a corrente i_2 em função de i_1 e i_C ; substituindo o resultado na Eq. (3.14) obtém-se a expressão da perda total em função da única variável i_1 :

$$p(i_1) = (r_1 + r_2) \cdot i_1^2 - (2 \cdot r_2 \cdot i_c) \cdot i_1 + (r_2 \cdot i_c^2) . \quad (3.16)$$

A expressão (3.16) representa uma função quadrática em i_1 cujo valor mínimo é dado por:

$$p_{\min} = \frac{r_1 \cdot r_2}{r_1 + r_2} \cdot i_c^2 , \quad (3.17)$$

o qual ocorre para:

$$i_1 = \frac{r_2}{r_1 + r_2} \cdot i_c \quad \text{e} \quad i_2 = i_c - i_1 = \frac{r_1}{r_1 + r_2} \cdot i_c . \quad (3.18)$$

Para interpretar graficamente este problema observa-se inicialmente que, quando $r_1 = r_2$, a expressão (3.14) representa um parabolóide de rotação. No caso geral $r_1 \neq r_2$ e assim a superfície resultará “deformada” de acordo com o valor relativo das resistências. A Figura 3.3 apresenta graficamente a função perda total (expressão (3.14)) para o caso particular em que $i_c = 10$.

Figura 3.3 - Função perda total

Na mesma Figura está representado também o plano descrito pela restrição da PLK (Eq. (3.15)). A interseção entre a função perda total e o plano, destacada nas duas vistas da Figura 3.4, corresponde à parábola da expressão (3.16).

Figura 3.4 - Vistas da interseção entre a função perda total e o plano da Primeira Lei de Kirchhoff

Note-se que neste caso simples a incorporação da PLK na função perda total conduziu a uma função quadrática de uma variável, cujo valor mínimo é único e de fácil determinação. No caso geral haverá um elevado número de variáveis e de equações da PLK (uma para cada nó de carga), não sendo possível reduzir o problema a uma função quadrática de uma variável. Entretanto, conforme será visto mais adiante, a unicidade do valor mínimo da função perda total pode ser facilmente verificada analisando-se a convexidade da função objetivo.

Neste Capítulo, as restrições da PLK são incorporadas à função objetivo através do Método das Penalidades Externas [26]. Por este método, termos de penalização são adicionados ao objetivo principal, de forma que o não cumprimento das restrições aumente o valor da função objetivo que se deseja minimizar. O próprio procedimento de minimização conduz a solução a um ponto onde as restrições resultam satisfeitas. Em outras palavras, o Método das Penalidades Externas permite transformar um problema de otimização com restrições em um problema de otimização sem restrições, mais simples de resolver. Combinando as Eqs. (3.14) (objetivo principal) e (3.15) (restrição da PLK) acima, obtém-se a seguinte função objetivo a ser minimizada:

$$p(i_1, i_2) = r_1 \cdot i_1^2 + r_2 \cdot i_2^2 + K(i_1 + i_2 - i_c)^2, \quad (3.19)$$

em que K é uma constante positiva, usualmente de valor relativamente elevado.

Note-se que o termo da PLK aparece elevado ao quadrado. Isto foi feito para que o desvio da PLK contribua sempre com sinal positivo na função a ser minimizada (se o desvio pudesse ser negativo o problema de minimização conduziria a uma solução com o maior desvio negativo possível). Desta forma o menor valor possível para o termo de penalização é zero, condição que equivale ao cumprimento da PLK. Além disso, o artifício de elevar o desvio da PLK ao quadrado preserva a natureza quadrática da função objetivo, que é uma característica muito importante na aplicação do Método de Newton.

A seguir será abordada a aplicação do Método de Newton à formulação (3.19). Inicialmente supõe-se que valores iniciais para as correntes i_1 e i_2 sejam conhecidos e dados por:

$$i_1^{(0)} \quad e \quad i_2^{(0)},$$

em que o superescrito (0) indica valor na iteração 0 (inicial). Neste caso, o vetor gradiente da função objetivo (3.19) será dado por:

$$\nabla p^{(0)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial p}{\partial i_1} \\ \frac{\partial p}{\partial i_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2r_1 i_1^{(0)} + 2K(i_1^{(0)} + i_2^{(0)} - i_C) \\ 2r_2 i_2^{(0)} + 2K(i_1^{(0)} + i_2^{(0)} - i_C) \end{bmatrix}, \quad (3.20)$$

e a matriz Hessiana será dada por:

$$\nabla^2 p = \nabla[\nabla p]^t = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 p}{\partial i_1^2} & \frac{\partial^2 p}{\partial i_2 \partial i_1} \\ \frac{\partial^2 p}{\partial i_1 \partial i_2} & \frac{\partial^2 p}{\partial i_2^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2r_1 + 2K & 2K \\ 2K & 2r_2 + 2K \end{bmatrix}. \quad (3.21)$$

Note-se que a matriz Hessiana resultou constante (independente das variáveis de decisão i_1 e i_2). Esta propriedade decorre da formulação ser quadrática, e está relacionada com a propriedade já mencionada de o Método de Newton convergir em apenas uma iteração no caso de formulações quadráticas.

A atualização das variáveis i_1 e i_2 na iteração atual (0) é obtida através das correções especificadas pelo Método de Newton (Eq. (3.8)):

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta i_1^{(0)} \\ \Delta i_2^{(0)} \end{bmatrix} &= -[\nabla^2 p]^{-1} \cdot \nabla p^{(0)} \\ &= -\frac{1}{2(r_1 r_2 + r_1 K + r_2 K)} \cdot \begin{bmatrix} r_2 + K & -K \\ -K & r_1 + K \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2r_1 i_1^{(0)} + 2K(i_1^{(0)} + i_2^{(0)} - i_c) \\ 2r_2 i_2^{(0)} + 2K(i_1^{(0)} + i_2^{(0)} - i_c) \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Após alguma manipulação algébrica, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} \Delta i_1^{(0)} \\ \Delta i_2^{(0)} \end{bmatrix} = -\frac{1}{r_1 r_2 + r_1 K + r_2 K} \cdot \begin{bmatrix} r_2(r_1 i_1^{(0)} - K i_c) + (r_1 + r_2) K i_1^{(0)} \\ r_1(r_2 i_2^{(0)} - K i_c) + (r_1 + r_2) K i_2^{(0)} \end{bmatrix}. \quad (3.22)$$

O novo valor das variáveis (na iteração 1) é finalmente obtido através de:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} i_1^{(1)} \\ i_2^{(1)} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} i_1^{(0)} \\ i_2^{(0)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta i_1^{(0)} \\ \Delta i_2^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_1^{(0)} \\ i_2^{(0)} \end{bmatrix} - \frac{1}{r_1 r_2 + r_1 K + r_2 K} \cdot \begin{bmatrix} r_2(r_1 i_1^{(0)} - K i_c) + (r_1 + r_2) K i_1^{(0)} \\ r_1(r_2 i_2^{(0)} - K i_c) + (r_1 + r_2) K i_2^{(0)} \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{r_1 r_2 + r_1 K + r_2 K} \cdot \begin{bmatrix} i_1^{(0)} \cdot (r_1 r_2 + r_1 K + r_2 K) - r_2(r_1 i_1^{(0)} - K i_c) - (r_1 + r_2) K i_1^{(0)} \\ i_2^{(0)} \cdot (r_1 r_2 + r_1 K + r_2 K) - r_1(r_2 i_2^{(0)} - K i_c) - (r_1 + r_2) K i_2^{(0)} \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{r_1 r_2 + r_1 K + r_2 K} \cdot \begin{bmatrix} r_2 i_c K \\ r_1 i_c K \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (3.23)$$

A Eq. (3.23) mostra que as correntes na iteração 1 não dependem do valor delas na iteração anterior, o que significa que a convergência ocorre em uma iteração qualquer que seja o valor inicial adotado. Além disso, para K tendendo a infinito a solução tende a:

$$\begin{bmatrix} i_1^{(1)} \\ i_2^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{r_2}{r_1 + r_2} i_c \\ \frac{r_1}{r_1 + r_2} i_c \end{bmatrix}, \quad (3.24)$$

que é a mesma solução obtida anteriormente (Eq. (3.18)).

Para que a restrição da PLK seja satisfeita na solução final o termo de penalização dever resultar nulo. Teoricamente isto é conseguido através de valor infinito para o parâmetro K . Entretanto, devido aos erros de truncamento inerentes às máquinas de precisão finita (como é o caso dos computadores digitais), as operações numéricas envolvendo valores com ordens de grandeza muito distintas conduzem a soluções numéricas espúrias. Na prática isto impõe um valor máximo para o parâmetro K , o qual pode ser facilmente obtido através de algumas poucas tentativas e assegurando que o desvio da restrição da PLK seja suficientemente pequeno em relação ao valor da função objetivo completa. Esta análise será retomada no exemplo do item 3.4.4 adiante.

3.4.3 Formulação do problema

3.4.3.1 Desenvolvimento

A Figura 3.5 mostra a representação das ligações da rede e as grandezas que as descrevem.

Figura 3.5 - Representação das ligações da rede elétrica

O significado dos símbolos na Figura 3.5 é o seguinte:

$i_{12} = \frac{I_{12}}{I_{adm\ cabo}}$	corrente na ligação 1-2, em pu (por unidade) da corrente admissível do cabo existente na ligação;
I_{12}	corrente na ligação 1-2 (A);
$I_{adm\ cabo}$	corrente admissível do cabo existente na ligação 1-2 (A);
r_{12}	resistência da ligação 1-2 (pu);

$$c_{12} = \pm \frac{I_{adm\ cabo}}{I_{base}} \quad \text{fator de capacidade da ligação 1-2 (pu);}$$

$$I_{base} \quad \text{corrente de base (A).}$$

A corrente na ligação foi definida desta forma para que a expressão

$$-1 \leq i_{12} \leq 1 \quad \text{ou} \quad i_{12}^2 \leq 1 \quad (3.25)$$

traduza adequadamente a restrição de carregamento das ligações. O sinal do fator de capacidade da ligação indica se a corrente “entra” ou “sai” de cada um dos nós terminais da ligação (cf. PLK mais adiante).

Nestas condições, a corrente que atravessa a ligação 1-2 vale, em pu do sistema de normalização adotado:

$$c_{12} \cdot i_{12} = \frac{I_{12}}{I_{base}}, \quad (3.26)$$

e a perda em pu causada pela corrente i_{12} é dada por:

$$r_{12} \cdot (c_{12} \cdot i_{12})^2 = r_{12} \cdot c_{12}^2 \cdot i_{12}^2. \quad (3.27)$$

A partir da Eq. (3.27), a perda total em pu é calculada imediatamente através de:

$$P_t = \sum_{jk \in \Omega_L} r_{jk} \cdot c_{jk}^2 \cdot i_{jk}^2, \quad (3.28)$$

em que o símbolo Ω_L indica o conjunto de todas as ligações da rede.

A restrição da PLK é dada, para cada nó de carga p , por:

$$\sum_{jk \in \Omega_p} c_{jk} \cdot i_{jk} + I_p = 0, \quad (3.29)$$

em que o símbolo Ω_p indica o conjunto de todas as ligações das quais o nó de carga p faz parte, e I_p é a corrente em pu injetada na rede pela carga no nó p ($I_p < 0$ para carga). Nesta formulação considera-se que (i) as cargas são representadas pelo modelo de corrente constante [27], (ii) todas as cargas possuem o mesmo fator de potência, e (iii) o ângulo da tensão é o mesmo em todas as barras¹. Assim, todas as correntes na rede resultam com o mesmo ângulo e a soma de correntes na Eq. (3.29) pode ser feita considerando apenas a magnitude das mesmas.

Destaca-se que na Eq. (3.29) é de fundamental importância atribuir adequadamente o sinal do coeficiente c_{jk} . A corrente i_{jk} contribui positivamente (“entra”) no nó k e contribui negativamente (“sai”) no nó j . Assim, o sinal de c_{jk} será positivo quando for considerada a PLK para o nó k , e negativo quando for considerada a PLK para o nó j . A Figura 3.6 ilustra ambas situações. A vantagem de transferir o sinal das correntes das equações da PLK para os coeficientes c_{jk} é a simplicidade que se obtém no momento de calcular as derivadas em relação às correntes (não é mais necessário preocupar-se com o sinal das correntes; todas elas contribuem positivamente, conforme mostra a Eq. (3.29)).

Figura 3.6 - A corrente i_{jk} entra no nó k ($c_{jk} > 0$) e sai do nó j ($c'_{jk} = -c_{jk} < 0$)

Neste caso utiliza-se o Método das Penalidades Externas, do mesmo modo que foi feito no subitem precedente. Combinando as Eqs. (3.28) e (3.29), obtém-se a seguinte função objetivo:

$$\min E(\tilde{i}) = P \cdot \sum_{jk \in \Omega_L} r_{jk} \cdot c_{jk}^2 \cdot i_{jk}^2 + K \cdot \sum_p \left(\sum_{jk \in \Omega_p} c_{jk} \cdot i_{jk} + I_p \right)^2, \quad (3.30)$$

em que:

¹ Particularmente no caso de alimentadores primários de distribuição, pode-se demonstrar que pela natureza indutiva das cargas e pelos valores de resistência e reatância dos condutores tipicamente utilizados, a variação do ângulo de tensão nas barras é muito pequena e pode ser desprezada na maioria das situações, sem incorrer em erros significativos.

$E(\tilde{i})$ indica a função objetivo a ser minimizada;

$\tilde{i}$ indica o vetor de correntes (todas as ligações);

P, K são constantes positivas que permitem ajustar o peso relativo das parcelas de perdas e de restrições da PLK, respectivamente.

Da mesma forma que no caso da PLK, a restrição de capacidade de condução de corrente das ligações é incorporada através do Método das Penalidades Externas. A formulação do problema passa a ser:

$$\min E(\tilde{i}) = P \cdot \sum_{jk \in \Omega_L} r_{jk} \cdot c_{jk}^2 \cdot i_{jk}^2 + K \cdot \sum_p \left(\sum_{jk \in \Omega_p} c_{jk} \cdot i_{jk} + I_p \right)^2 + C \cdot \sum_{jk \in \Omega_L} f(i_{jk}), \quad (3.31)$$

em que:

C é uma constante não-negativa para ajuste do peso relativo da restrição de capacidade;

$f(i_{jk})$ é a função de penalização correspondente à restrição de capacidade:

$$f(i_{jk}) = \begin{cases} (i_{jk} + 1)^2 & \text{se } i_{jk} < -1 \\ 0 & \text{se } -1 \leq i_{jk} \leq +1 \\ (i_{jk} - 1)^2 & \text{se } i_{jk} > +1 \end{cases} . \quad (3.32)$$

Da forma como a restrição de capacidade foi introduzida, resulta que a formulação do problema mantém a sua característica quadrática.

É importante destacar que o parâmetro P é normalmente fixado no valor 1, já que isoladamente ele não tem nenhum significado. Os parâmetros K e C dependem do valor fixado para P e são determinados experimentalmente através de tentativa e erro. Esta determinação é muito rápida, bastando executar alguns poucos casos e verificando os desvios totais das restrições (PLK e capacidade das ligações) em relação à perda total. Os parâmetros K e C devem ser tais que na

solução final os desvios totais das restrições resultem desprezíveis face à perda total, que é o objetivo principal a ser minimizado.

3.4.3.2 Cálculo do vetor gradiente

A formulação (8.31) é composta por termos de perdas, da PLK e da restrição de capacidade, cujas contribuições no vetor gradiente serão apresentadas a seguir. O tamanho do vetor gradiente é o próprio número de ligações da rede elétrica.

a) Termos de perdas

$$\frac{\partial E}{\partial i_{jk}}: \quad g_{jk} += 2P \cdot r_{jk} \cdot c_{jk}^2 \cdot i_{jk}, \quad (3.33)$$

em que g_{jk} indica o elemento jk do vetor gradiente e o símbolo “+=” indica atribuição igual à soma do novo valor com o valor já existente no elemento do vetor.

b) Termos da PLK

$$\frac{\partial E}{\partial i_{jk}}: \quad g_{jk} += 2K \cdot c_{jk} \cdot \left(\sum_{mn \in \Omega_p} c_{mn} \cdot i_{mn} + I_p \right). \quad (3.34)$$

Para a inclusão da contribuição dos termos da PLK no vetor gradiente executa-se uma varredura no conjunto de nós de carga. Em cada nó de carga p a parcela entre parênteses na Eq. (3.34) é calculada uma única vez. A contribuição indicada pela Eq. (3.34) é calculada para cada uma das ligações jk que têm o nó p como extremidade (o conjunto de índices mn inclui o índice jk).

c) Termos da restrição de capacidade

Em cada iteração verifica-se alguma das ligações resultou em sobrecarga. Em caso afirmativo, é adicionado o correspondente termo de penalização na função objetivo. A contribuição destes termos no vetor gradiente é:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial i_{jk}}: \quad g_{jk} &= 2C \cdot (i_{jk} + 1) \quad , \quad \text{para } i_{jk} < -1 \\ \frac{\partial E}{\partial i_{jk}}: \quad g_{jk} &= 2C \cdot (i_{jk} - 1) \quad , \quad \text{para } i_{jk} > +1 \end{aligned} \quad (3.35)$$

3.4.3.3 Cálculo da matriz Hessiana

Pela definição da matriz Hessiana resulta que no caso de formulações quadráticas, como é o caso da Eq. (3.31), os termos da matriz são constantes (não dependem das variáveis de decisão). O número de linhas e colunas da matriz Hessiana é o próprio número de ligações da rede elétrica. A seguir é apresentada a contribuição dos termos de perdas, da PLK e da restrição de capacidade na matriz Hessiana.

a) Termos de perdas

$$\frac{\partial^2 E}{\partial i_{jk}^2}: \quad H_{jk,jk} = 2P \cdot r_{jk} \cdot c_{jk}^2 \quad , \quad (3.36)$$

em que $H_{jk,jk}$ indica o elemento da diagonal jk da matriz Hessiana.

b) Termos da PLK

$$\frac{\partial^2 E}{\partial i_{jk}^2}: \quad H_{jk,jk} = 2K \cdot c_{jk}^2 \quad (3.37)$$

$$\frac{\partial^2 E}{\partial i_{jk} \partial i_{mn}}: \quad H_{jk,mn} = 2K \cdot c_{jk} \cdot c_{mn} \quad , \quad (3.38)$$

em que $H_{jk,mn}$ indica o elemento da linha jk e coluna mn da matriz Hessiana. Para a inclusão da contribuição dos termos da PLK na matriz Hessiana executa-se uma varredura no conjunto de nós

de carga. Para cada cada nó de carga p executa-se uma varredura nas ligações jk que têm o nó p como uma extremidade:

1. Para a ligação jk inclui-se a correspondente contribuição na diagonal jk da matriz (Eq. (3.37));
2. Executa-se uma outra varredura nas ligações mn que têm o nó p como uma extremidade. Para cada ligação $mn \neq jk$ inclui-se a correspondente contribuição no elemento jk,mn da matriz (Eq. (8.38)). Esta contribuição é automaticamente adicionada ao elemento recíproco mn,jk quando os índices jk e mn resultarem intercambiados, respeitando desta forma a simetria da matriz Hessiana.

c) Termos da restrição de capacidade

Em cada iteração verifica-se alguma das ligações resultou em sobrecarga. Em caso afirmativo, é adicionado o correspondente termo de penalização na função objetivo. A contribuição destes termos na matriz Hessiana é:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial i_{jk}^2}: \quad H_{jk,jk} += 2C \quad , \quad \text{para } i_{jk} < -1 \quad \text{ou } i_{jk} > +1 . \quad (3.39)$$

Do exposto acima verifica-se que os elementos fora da diagonal na matriz Hessiana são gerados exclusivamente pela aplicação da PLK aos nós de carga (os termos de perdas e da restrição de capacidade contribuem somente na diagonal da matriz). Como a PLK reflete a topologia da rede, resulta que a estrutura da matriz Hessiana também reflete a topologia da rede. Normalmente, em redes elétricas reais cada nó se liga a no máximo 3 ou 4 outros nós, e assim a matriz Hessiana resulta esparsa (poucos elementos diferentes de zero em cada linha). Por esta razão, toda implementação computacional voltada para redes de médio ou grande porte deve incorporar técnicas computacionais de armazenamento e fatoração de matrizes que explorem esta característica.

3.4.3.4 Convexidade da função objetivo

Se uma função quadrática for convexa, então ela não possui mínimos locais - apenas o mínimo global que se deseja determinar [24, 28]. Para determinar a convexidade ou não de uma função basta analisar a correspondente matriz Hessiana. Se a matriz Hessiana for definida positiva (todos os autovalores estritamente positivos), a função será convexa e o mínimo global é único. Se a matriz Hessiana for definida semi-positiva (pelo menos um autovalor nulo e os demais positivos), a função não possuirá mínimos locais, mas o mínimo global não será único. A convexidade da função objetivo é portanto uma característica fundamental para o sucesso do método de Newton. No presente trabalho incluiu-se o cálculo dos autovalores da matriz Hessiana como ferramenta de verificação.

3.4.4 Exemplo

A Figura 3.7 apresenta uma rede elétrica simples, com 8 nós, 8 ligações e 4 chaves, identificada neste Capítulo como “Rede A”, a qual será utilizada para ilustrar o procedimento descrito nos subitens precedentes. Inicialmente as chaves serão consideradas todas fechadas sem possibilidade de manobra, conduzindo assim a uma rede em malha. Os dados de nós, ligações e cabos da Rede A são apresentados no Anexo.

Figura 3.7 - Rede A

Este problema foi resolvido através da formulação (3.31), utilizando-se os valores indicados na Tabela 3.1 para os principais parâmetros.

Tabela 3.1 - Principais parâmetros - aplicação à Rede A

Parâmetro	Valor
Tolerância do método de Newton (pu)	10^{-16}
Constante P	1
Constante K	10^4
Constante C	0
Potência de base (MVA)	100

A formulação resultante neste caso é:

$$\begin{aligned}
 \min E(\tilde{i}) = & r_{12}c_{12}^2i_{12}^2 + r_{16}c_{16}^2i_{16}^2 + r_{23}c_{23}^2i_{23}^2 + r_{34}c_{34}^2i_{34}^2 \\
 & + r_{45}c_{45}^2i_{45}^2 + r_{48}c_{48}^2i_{48}^2 + r_{67}c_{67}^2i_{67}^2 + r_{78}c_{78}^2i_{78}^2 \\
 & + 10^4 \cdot \left[\begin{aligned} & (c_{12}i_{12} + c'_{23}i_{23} + I_2)^2 + (c_{23}i_{23} + c'_{34}i_{34} + I_3)^2 \\ & + (c_{34}i_{34} + c'_{45}i_{45} + c'_{48}i_{48} + I_4)^2 \\ & + (c_{16}i_{16} + c'_{67}i_{67} + I_6)^2 + (c_{67}i_{67} + c'_{78}i_{78} + I_7)^2 \\ & + (c_{48}i_{48} + c_{78}i_{78} + I_8)^2 \end{aligned} \right], \quad (3.40)
 \end{aligned}$$

em que $c'_{jk} = -c_{jk} = -\frac{I_{admcabo\ jk}}{I_{base}}$ conforme discutido na definição dos fatores de capacidade.

Como a rede possui 8 ligações, o vetor gradiente tem 8 elementos. Considerando valores iniciais nulos para todas as correntes, o vetor gradiente é dado por:

$$\nabla E(\tilde{x}^{(0)}) = \left[\frac{\partial E}{\partial i_{12}} \quad \frac{\partial E}{\partial i_{16}} \quad \frac{\partial E}{\partial i_{23}} \quad \frac{\partial E}{\partial i_{34}} \quad \frac{\partial E}{\partial i_{45}} \quad \frac{\partial E}{\partial i_{48}} \quad \frac{\partial E}{\partial i_{67}} \quad \frac{\partial E}{\partial i_{78}} \right]^t, \quad (3.41)$$

com:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial E}{\partial i_{12}} &= 2 \cdot 10^4 \cdot c_{12} \cdot I_2 & \frac{\partial E}{\partial i_{16}} &= 2 \cdot 10^4 \cdot c_{16} \cdot I_6 \\
\frac{\partial E}{\partial i_{23}} &= 2 \cdot 10^4 \cdot (c'_{23} \cdot I_2 + c_{23} \cdot I_3) & \frac{\partial E}{\partial i_{34}} &= 2 \cdot 10^4 \cdot (c'_{34} \cdot I_3 + c_{34} \cdot I_4) \\
\frac{\partial E}{\partial i_{45}} &= 2 \cdot 10^4 \cdot c'_{45} \cdot I_4 & \frac{\partial E}{\partial i_{48}} &= 2 \cdot 10^4 \cdot (c'_{48} \cdot I_4 + c_{48} \cdot I_8) \\
\frac{\partial E}{\partial i_{67}} &= 2 \cdot 10^4 \cdot (c'_{67} \cdot I_6 + c_{67} \cdot I_7) & \frac{\partial E}{\partial i_{78}} &= 2 \cdot 10^4 \cdot (c'_{78} \cdot I_7 + c_{78} \cdot I_8)
\end{aligned} \tag{3.42}$$

A matriz Hessiana tem dimensão 8 x 8, e seus elementos são dados por:

$$\begin{aligned}
H_{12,12} &= 2 \cdot r_{12} \cdot c_{12}^2 + 2 \cdot 10^4 \cdot c_{12}^2 & H_{16,16} &= 2 \cdot r_{16} \cdot c_{16}^2 + 2 \cdot 10^4 \cdot c_{16}^2 \\
H_{23,23} &= 2 \cdot r_{23} \cdot c_{23}^2 + 2 \cdot 10^4 \cdot (c_{23}'^2 + c_{23}^2) & H_{34,34} &= 2 \cdot r_{34} \cdot c_{34}^2 + 2 \cdot 10^4 \cdot (c_{34}'^2 + c_{34}^2) \\
H_{45,45} &= 2 \cdot r_{45} \cdot c_{45}^2 + 2 \cdot 10^4 \cdot c_{45}'^2 & H_{48,48} &= 2 \cdot r_{48} \cdot c_{48}^2 + 2 \cdot 10^4 \cdot (c_{48}'^2 + c_{48}^2) \\
H_{67,67} &= 2 \cdot r_{67} \cdot c_{67}^2 + 2 \cdot 10^4 \cdot (c_{67}'^2 + c_{67}^2) & H_{78,78} &= 2 \cdot r_{78} \cdot c_{78}^2 + 2 \cdot 10^4 \cdot (c_{78}'^2 + c_{78}^2) \\
\\
H_{12,23} &= H_{23,12} = 2 \cdot 10^4 \cdot c_{12} \cdot c'_{23} & H_{23,34} &= H_{34,23} = 2 \cdot 10^4 \cdot c_{23} \cdot c'_{34} \\
H_{34,45} &= H_{45,34} = 2 \cdot 10^4 \cdot c_{34} \cdot c'_{45} & H_{34,48} &= H_{48,34} = 2 \cdot 10^4 \cdot c_{34} \cdot c'_{48} \\
H_{45,48} &= H_{48,45} = 2 \cdot 10^4 \cdot c'_{45} \cdot c'_{48} & H_{16,67} &= H_{67,16} = 2 \cdot 10^4 \cdot c_{16} \cdot c'_{67} \\
H_{67,78} &= H_{78,67} = 2 \cdot 10^4 \cdot c_{67} \cdot c'_{78} & H_{48,78} &= H_{78,48} = 2 \cdot 10^4 \cdot c_{48} \cdot c_{78}
\end{aligned} \tag{3.43}$$

A Tabela 3.2 apresenta os resultados obtidos pela aplicação do Método de Newton (3.8) à formulação (3.40).

Tabela 3.2 - Resultados para a Rede A

Ligação	Corrente (A)	Perda total (pu/kW)	Desvio total da PLK (pu)	Desvio total da restr. de capacidade (pu)	Função objetivo (pu)	Menor autovalor da matriz Hessiana
1 - 2	94,826	2,0887e-4 20,887	5,1896e-9	0	2,0888e-4	2,8058e-3
1 - 6	96,278					
2 - 3	52,989					
3 - 4	-9,765					
4 - 5	-112,208					
4 - 8	65,836					
6 - 7	54,442					
7 - 8	-24,000					

Observa-se que neste caso o desvio total da restrição de capacidade é nulo, indicando que nenhuma ligação resultou em sobrecarga (o que também pode ser verificado comparando-se as correntes calculadas com as correspondentes capacidades).

É importante esclarecer como foi fixado o valor da constante K na Tabela 3.1 (10^4). Este parâmetro foi fixado através de tentativa e erro, controlando o desvio total da PLK de forma que ele resultasse muito pequeno em relação à função objetivo, para que o Método das Penalidades Externas faça com que as restrições do problema sejam cumpridas (no caso, a PLK em cada nó de carga). Da Tabela 3.2 observa-se que a relação entre o desvio total da PLK e a função objetivo é aproximadamente $2,5 \cdot 10^{-5}$, valor considerado suficientemente pequeno.

Com o intuito de ilustrar o efeito da restrição de capacidade foi executado um novo caso, no qual a corrente admissível da ligação 4-5 foi fixada em 90 A, menor que a corrente de 112,208 A obtida no caso inicial. Ao mesmo tempo, o fator de ponderação dos desvios da restrição de capacidade dos trechos e chaves (constante C na Eq. (3.31)) foi fixado no valor 10. A Tabela 3.3 apresenta os resultados obtidos neste caso.

Tabela 3.3 - Resultados para a Rede A

Ligação	Corrente (A)	Perda total (pu/kW)	Desvio total da PLK (pu)	Desvio total da restr. de capacidade (pu)	Função objetivo (pu)	Menor autovalor da matriz Hessiana
1 - 2	108.633	2,2091e-4 22,091	8,7087e-9	2,3803e-10	2,2092e-4	3,7590e-3
1 - 6	104.676					
2 - 3	66.797					
3 - 4	4.042					
4 - 5	-90.000					
4 - 8	57.437					
6 - 7	62.840					
7 - 8	-15.602					

Da Tabela 3.3 observa-se que a nova restrição de capacidade da ligação 4-5 provocou uma redistribuição de todas as correntes na rede, com o conseqüente aumento na perda total, que passou de 20,887 kW para 22,091 kW.

3.4.5 Discussão

Conforme discutido anteriormente, o Método de Newton apresenta a interessante propriedade teórica de fornecer a solução em apenas uma iteração quando aplicado a funções quadráticas. Esta propriedade nem sempre se verifica na prática, uma vez que os cálculos numéricos são efetuados com aritmética de precisão finita, o que leva ao surgimento e à propagação de erros de truncamento. O acréscimo no número de iterações causado pelos erros de truncamento depende da tolerância adotada para interrupção do processo iterativo, mas raramente é superior a 1. No primeiro caso verificou-se que o programa computacional converge em uma iteração para tolerância igual ou superior a 10^{-11} pu para as correntes (o que já é uma tolerância muito pequena), e em duas iterações para valores menores.

O segundo caso converge em 2 iterações para tolerância igual a superior a 10^{-13} pu e em 3 iterações para valores menores. A iteração extra em relação ao primeiro ocorre devido à sobrecarga na

ligação 4-5, a qual só é detectada após a primeira iteração. A existência de pelo menos uma nova sobrecarga conduz à montagem e fatoração de uma nova matriz Hessiana e, conseqüentemente, à execução de mais iterações.

Tanto no primeiro quanto no segundo caso o menor autovalor da matriz Hessiana resultou positivo, indicando que as funções minimizadas são convexas e portanto não apresentam mínimos locais. Desta forma, em ambos casos o valor calculado da perda total é o valor mínimo global procurado.

3.5 Programação Inteira

A Programação Inteira trata dos problemas de otimização no qual pelo menos algumas variáveis possuem a restrição adicional de que seu valor na solução final seja representado por um número inteiro. Um subconjunto importante de problemas de Programação Inteira é constituído pelos problemas nos quais as variáveis inteiras são binárias; ou seja, variáveis que só podem assumir os valores 0 (zero) ou 1. Este tipo de restrição permite modelar uma ampla gama de problemas reais, entre os quais estão:

- problema do custo fixo, tipicamente encontrado no planejamento de sistemas elétricos (decisão de construir ou não um novo reforço na rede elétrica) [29];
- problemas onde a função objetivo não é proporcional às variáveis de decisão em toda a faixa de valores possíveis, os quais podem ser linearizados por partes controladas por variáveis binárias [3];
- problemas envolvendo decisões do tipo “sim-não” e problemas onde algumas decisões dependem do resultado de outras decisões [3];
- problemas onde alguns componentes podem operar em um número limitado de estados, como é o caso das chaves que podem operar abertas ou fechadas numa rede elétrica.

Um problema de Programação Linear, por exemplo, possui infinitas soluções dado que suas variáveis de decisão são contínuas. Em contraste, um problema de Programação Inteira Pura (todas as variáveis de decisão inteiras) possui um número finito de soluções, e esta propriedade pode induzir a conclusão (incorreta) de que um problema de Programação Inteira é mais fácil de resolver

pelo fato de possuir um número menor de soluções. Na verdade a situação é o oposto disso, pelas seguintes razões:

- a grande eficiência de algoritmos consagrados como o Simplex (Programação Linear) se deve justamente à existência de soluções não-inteiras que garantem a existência dos vértices pesquisados pelo algoritmo;
- embora o número de soluções de um problema de Programação Inteira Pura seja finito, na maioria dos problemas esse número chega a ser intratavelmente grande.

Com relação à segunda razão acima, basta lembrar que em um problema de Programação Binária Pura o número de soluções é 2^n , onde n é o número de variáveis binárias. Tomando-se por exemplo uma rede elétrica de Distribuição de porte médio com 100 chaves, o espaço de estados da rede terá mais de 10^{30} soluções possíveis. Tal número inviabiliza a pesquisa da configuração ótima através de busca exaustiva, por exemplo.

Conclui-se facilmente que os problemas de otimização envolvendo variáveis inteiras são geralmente difíceis de resolver. A pesquisa de novos algoritmos de Programação Inteira é uma das áreas mais ativas dentro da Pesquisa Operacional. Nos próximos itens serão apresentados os dois métodos utilizados neste trabalho para tratar problemas com variáveis binárias, as quais permitem representar as chaves existentes nas redes elétricas: a Busca em Profundidade e o Método *Branch and Bound*. Esta apresentação não tem a pretensão de estabelecer um panorama abrangente do estado da arte em Programação Inteira. Para tanto, sugere-se a leitura das referências indicadas [3, 30].

3.6 Busca em Profundidade

No estudo dos métodos de Programação Inteira é muito útil utilizar uma forma gráfica de representar as soluções e seu inter-relacionamento. Isto é conseguido através das chamadas *árvores de soluções*. Tome-se por exemplo a Rede A mostrada na Figura 3.7. Sendo o número de chaves igual a 4, o número de estados possíveis da rede (soluções) é $2^4 = 16$. Para esta rede, a Figura 3.8 mostra parcialmente a árvore de soluções que será utilizada no desenvolvimento do procedimento de Busca em Profundidade.

Figura 3.8 - Árvore de soluções utilizada na Busca em Profundidade (Rede A, parcial)

Na árvore da Figura 3.8 cada círculo representa uma solução. O número dentro do círculo indica o correspondente estado das chaves: 0 (zero) para chave aberta e 1 para chave fechada, sendo que as chaves aparecem na ordem 1-6, 2-3, 4-5 e 4-8. Note-se que cada solução pertence a um nível, o qual pode variar de 0 a 4. Um determinado nível pode ser visto como o número de chaves abertas em

todas as soluções desse nível. O arco que liga duas soluções quaisquer possui a indicação de qual chave foi aberta ao passar-se da solução no nível inferior à solução no nível superior. Note-se ainda que na árvore da Figura 3.8 há repetição de soluções, pois a ordem em que as chaves vão sendo abertas está representada na árvore (por exemplo, a solução 0011 pode ser obtida pela abertura da chave 1-6 e 2-3 nessa ordem ou na ordem contrária; ambas possibilidades estão explicitadas na árvore).

É importante destacar que a árvore da Figura 3.8 *não* é uma árvore binária. Em uma árvore binária a transição de um nível a outro ocorre pela operação de uma chave específica (cf. item 3.7 mais adiante). Consequentemente, de cada solução emergem somente 2 arcos, um conduzindo à solução gerada pela abertura da correspondente chave e outro à solução gerada pela manutenção dessa chave na posição fechada. Assim, numa árvore binária todas as soluções (16 no caso) aparecem no último nível. Nas implementações de Busca em Profundidade desenvolvidas neste trabalho é mais conveniente representar o espaço de soluções do problema através da árvore de soluções da Figura 3.8, e não através de uma árvore binária.

A Busca em Profundidade implementada neste trabalho é muito simples. Parte-se do estado inicial da rede, no qual todas as chaves estão fechadas (rede em malha). Esta condição inicial corresponde à solução única do nível 0 na árvore da Figura 3.8. Em seguida inicia-se um processo pelo qual avança-se a cada nível subsequente pela abertura de uma chave até que se obtenha uma rede radial conexa. Uma característica importante deste procedimento é que, uma vez determinada a primeira rede radial, a pesquisa de soluções é encerrada, não havendo possibilidade de pesquisar outras soluções. O critério de escolha da chave a ser aberta em cada transição de nível, bem como o procedimento para descartar soluções intermediárias que correspondam a redes desconexas, será abordado em detalhe no próximo Capítulo.

Pelo fato de a decisão de qual chave abrir ser tomada apenas com base em informações locais (no nível atual, sem considerar soluções pendentes em outros níveis), a Busca em Profundidade implementada neste trabalho não permite garantir que a solução final obtida seja de fato a solução ótima. Entretanto, como será visto nos Capítulos 4 e 6, as soluções sub-ótimas obtidas são geralmente de alta qualidade, muito próximas à solução ótima. A principal vantagem da implementação neste trabalho é seu baixíssimo custo computacional (ou seja, as soluções são sempre obtidas muito rapidamente).

Um recurso comum para evitar o problema acima é o chamado *retrocesso* (“backtrack”), pelo qual em determinadas circunstâncias a pesquisa na árvore de soluções muda para o sentido inverso (de um nível superior a um nível inferior). Naturalmente este recurso implica custo computacional maior, já que um número maior de soluções são analisadas. O recurso de retrocesso foi incorporado a uma das variantes do Método *Branch and Bound* que foram implementadas neste trabalho.

3.7 Algoritmo *Branch and Bound*

3.7.1 Considerações gerais

O Método *Branch and Bound* surgiu no final da década de 1960 e significou um grande avanço na área de Programação Inteira [3]. O método é na verdade um algoritmo bastante genérico que permitiu que inúmeras especializações fossem propostas ao longo do tempo. Neste trabalho foram implementadas as seguintes variantes do Método *Branch and Bound*:

- Ramificação da solução mais recente, identificada em tudo quanto se segue por Terceira Implementação, e
- Ramificação por busca em profundidade com retrocesso, identificada por Quarta Implementação.

Ambas implementações serão abordadas em detalhe no Capítulo 5. Neste item serão discutidos apenas os principais aspectos conceituais do método.

3.7.2 Árvore binária

A Figura 3.9 apresenta parcialmente uma árvore binária para a Rede A definida anteriormente. Esta árvore será utilizada para descrever o algoritmo básico de *Branch and Bound*.

Figura 3.9 - Árvore binária da Rede A (parcial)

Observa-se que, ao contrário do que ocorre com a árvore de soluções da Figura 3.8, neste caso:

- as soluções de um determinado nível não possuem todas o mesmo número de chaves abertas;
- no último nível há exatamente 16 soluções, sem repetição.

3.7.3 Procedimento

Em tudo quanto se segue considerar-se-á que o Método *Branch and Bound* será aplicado ao problema específico de reconfiguração de redes de Distribuição para minimização da perda total (a adaptação para um problema de maximização é muito simples e não será tratada aqui). Para determinar a perda total de cada solução gerada pelo algoritmo *Branch and Bound* será utilizado o Método de Newton aplicado à formulação (3.31), conforme abordado no item 3.4.

O procedimento parte de uma solução inicial, usualmente aquela que é obtida com todas as variáveis binárias fixadas no mesmo valor. No presente caso considera-se que o valor inicial de todas as variáveis binárias é igual a 1, conforme indicado no Nível 0 da Figura 3.9. Esta situação corresponde à configuração da rede elétrica com todas as chaves fechadas (rede operando em malha). Além disso, fixa-se o valor inicial da perda total da *melhor solução radial* em um valor suficientemente grande (maior que o maior valor possível entre todas as soluções do problema).

A partir da solução inicial o método executa iterações até que seja provado que não há mais soluções melhores que a atual melhor solução radial. Em cada iteração são executados os seguintes passos:

1. Escolhe-se uma das variáveis binárias (chaves) disponíveis na solução atual;
2. A solução atual é *ramificada* (“branch”), gerando duas soluções descendentes (ou filhas). Uma das filhas corresponde à solução original na qual a variável escolhida é definida igual a 1 (chave fechada); na outra filha a variável escolhida é definida igual a 0, ou chave aberta (v. Figura 3.9);
3. Obtém-se um limite inferior para cada uma das duas filhas (“bound”). O limite inferior de uma solução é um valor tal que a perda total de nenhuma solução descendente (neta, bisneta, etc.) será inferior a ele;
4. Para cada uma das soluções filhas determinadas no Passo 2 executa-se testes de descarte de soluções e de atualização da melhor solução radial;
5. Define-se uma nova solução atual e inicia-se uma nova iteração (Passo 1). Caso não haja mais soluções disponíveis, o processo iterativo é encerrado e a atual melhor solução radial é a solução ótima procurada.

Os passos 1 a 5 acima serão detalhados a seguir.

Passo 1 - Escolha da variável de ramificação

Existem vários critérios possíveis para escolha da próxima variável para ramificação (ou próxima chave a ser aberta). Neste trabalho escolhe-se a chave cuja abertura causa o menor aumento na perda total, em relação à perda total da solução atual. Este critério, também implementado na Busca em Profundidade, é abordado em detalhe no Capítulo 4.

Passo 2 - Ramificação

A solução atual gera duas soluções filhas, uma com a chave escolhida na posição fechada e a outra com a chave na posição aberta. A solução correspondente à chave na posição fechada é idêntica à solução atual (pai dela), de forma que a única operação neste caso é a cópia de todos os atributos da solução numa nova posição de memória. Já a solução correspondente à chave na posição aberta é analisada através dos seguintes passos:

- 2.1 Verifica-se a conexidade da rede resultante. Se a abertura da chave causar uma rede desconexa, a solução filha é classificada como inviável e é descartada de toda consideração futura (ela não terá sua perda total calculada e não será ramificada em iterações futuras);
- 2.2 Se a rede resultante não for desconexa, calcula-se a perda total da nova solução através do Método de Newton;
- 2.3 As chaves que ainda se encontram fechadas na solução filha (chaves candidatas a abertura em iterações futuras) são ordenadas em ordem crescente do aumento que sua abertura causará na perda total da solução.

Este passo gera uma ou duas soluções filhas para cada solução analisada. Desta forma as soluções são acumuladas em uma lista de soluções pendentes, as quais serão analisadas em iterações futuras.

Passo 3 - Obtenção de limite inferior para a perda total das soluções filhas

Qualquer chave que for aberta numa solução filha produzirá uma nova solução (neta) com perda total igual ou maior que a perda total da solução filha². Desta forma nenhuma solução descendente da solução filha terá perda total inferior à perda total da solução filha. Assim, o limite inferior para a perda total da solução filha é o próprio valor de sua perda total, e isto vale para as duas soluções filhas geradas no Passo 2.

O limite inferior de cada solução é usado para descartar soluções a priori, conforme descrito no Passo 4.

Passo 4 - Testes de descarte e de atualização da melhor solução radial

A cada uma das soluções filhas geradas no Passo 2 são aplicados os testes T1 e T3 descritos abaixo [3] (o teste T2 verifica a viabilidade da solução filha, que no presente caso é dada pela conexidade da rede, a qual já foi verificada no Passo 2.1).

Teste T1 - Descarte de solução filha e suas descendentes

Se a solução filha possui limite inferior da perda total maior ou igual à perda total da atual melhor solução radial, a solução filha é descartada de considerações posteriores. Qualquer solução descendente dela terá um valor de perda total igual ou superior ao da atual melhor solução radial; logo, a solução ótima certamente não se encontra entre as descendentes da solução filha.

Teste T3 - Atualização da melhor solução radial

Se a solução filha é radial e sua perda total é inferior à perda total da atual melhor solução radial, a melhor solução radial é atualizada com a solução filha e o teste T1 é reaplicado a todas as soluções pendentes, na esperança de que elas possam

² A abertura da chave significa uma restrição a mais para a distribuição de correntes e, em um problema de minimização, a função objetivo não pode ter seu valor reduzido quando é colocada uma restrição adicional.

ser descartadas numa segunda rodada à luz da redução da perda total na melhor solução radial.

Passo 5 - Definição de uma nova solução atual

A análise da solução atual está encerrada. Dentre as soluções pendentes escolhe-se uma para ser a nova solução atual, e uma nova iteração é iniciada no Passo 1 (há várias possibilidades para escolher a nova solução atual; no Capítulo 5 serão descritos os critérios adotados neste trabalho). Se não houver nenhuma solução pendente, o procedimento é encerrado e a atual melhor solução radial é a solução ótima procurada.

3.7.4 Observação final

O Método *Branch and Bound* representa uma busca com numeração implícita no espaço de soluções possíveis. Isto permite descartar a priori ramos inteiros da árvore binária aos quais a solução ótima certamente não pertence. Esta é provavelmente a principal característica do método, a qual será analisada em maior detalhe nos estudos de aplicação do Capítulo 6.

Para avaliar a eficiência de uma determinada implementação do Método *Branch and Bound* não basta apenas avaliar o tempo de processamento global gasto na resolução de um problema específico. É preciso analisar as duas componentes desse tempo, a saber:

- tempo para identificar a solução ótima;
- tempo para provar que a solução identificada é de fato a ótima.

O tempo para identificar a solução ótima pode ser medido pelo número de soluções analisadas desde o início do processo até a última atualização da solução ótima. O tempo para provar a otimalidade da solução pode ser medido pelo número de soluções analisadas (e descartadas) entre a última atualização da solução ótima e o término do processo.

3.8 Resumo

Neste Capítulo foram apresentadas as bases metodológicas do presente trabalho. A parte contínua do problema de reconfiguração de redes de Distribuição exige o cálculo da distribuição de correntes na rede para uma dada configuração. Este sub-problema foi formulado como um problema de otimização quadrática cuja resolução fornece a perda total mínima. A abordagem como problema de otimização permite incorporar facilmente restrições físicas tais como o carregamento máximo das ligações. A resolução do problema contínuo é obtida através do Método de Newton com Derivadas Segundas, o qual apresenta a importante propriedade de convergir em uma única iteração no caso de funções quadráticas. Foi visto ainda que na Rede A, utilizada para exemplificar o método, a matriz Hessiana resultou sempre definida positiva. Isto garante que a solução encontrada é de fato a solução ótima global do problema e elimina a possibilidade de existirem mínimos locais (condição que prejudicaria muito a aplicação do Método de Newton). No Capítulo 6 será visto que esta propriedade também é válida para as demais redes estudadas (Redes B, C e D).

A parte inteira do problema de reconfiguração de redes de Distribuição exige a determinação do estado de todas as chaves existentes na rede. No presente trabalho foram utilizados dois métodos para resolver o sub-problema inteiro: a Busca em Profundidade e o Método *Branch and Bound*. No próximo Capítulo será abordada a integração da Busca em Profundidade com o Método de Newton para resolver o problema de programação não-linear inteira mista. Nesta integração foram desenvolvidas duas variantes: Primeira Implementação e Segunda Implementação.

No Capítulo 5 será abordada a integração do Método *Branch and Bound* com o Método de Newton, também realizada através de duas variantes: Terceira Implementação e Quarta Implementação.

Capítulo 4

Reconfiguração de Redes de Distribuição Através de Busca em Profundidade Associada ao Método de Newton

4.1 Introdução

Este Capítulo descreve a primeira tentativa de resolver o problema de reconfiguração de redes de Distribuição com minimização de perdas. A Busca em Profundidade é utilizada para percorrer a árvore de soluções, sendo que em cada nó a perda mínima é determinada através do Método de Newton (ambos métodos foram abordados no Capítulo precedente).

Inicialmente é discutida a questão da radialidade da rede, a qual possui importância fundamental do ponto de vista construtivo e operacional das redes de Distribuição. Ao mesmo tempo, sua representação analítica através de modelos matemáticos possui complexidade muito elevada, o que favorece outras alternativas tais como a pesquisa binária.

Dentro da utilização conjunta da Busca em Profundidade e do Método de Newton, duas implementações foram desenvolvidas. A Primeira Implementação utiliza um critério aproximado (com baixíssimo custo computacional) para estimar o aumento na perda total que a abertura de uma determinada chave irá causar. Esta implementação produziu resultados insatisfatórios quando aplicada a redes de porte maior, conforme será discutido no Capítulo 6. Assim, a Segunda Implementação surgiu com o objetivo de eliminar as limitações da Primeira Implementação, com uma precisão maior e um custo computacional também maior. O restante do Capítulo descreve em detalhe ambas implementações.

4.2 A restrição de radialidade no contexto de redes de Distribuição

Conforme abordado no Capítulo 1, as redes radiais com chaves de socorro constituem uma solução adequada para o compromisso entre confiabilidade e custo, entre os dois extremos representados pelas redes radiais sem chaves (custo e confiabilidade baixos) e as redes em malha.

A Figura 4.1 apresenta exemplos de rede não radial e rede radial.

Figura 4.1 - Rede não radial e redes radiais

Uma rede radial com n_C nós de carga deve possuir exatamente n_C ligações condutoras (ligações sem chave somadas às ligações com chave fechada), para garantir que cada nó de carga receba energia elétrica proveniente de um único nó (nesta análise não são levados em conta os nós de suprimento, os quais podem ser vários ou apenas um). Esta propriedade permite obter facilmente o número necessário de chaves fechadas (n_{CF}):

$$n_{CF} = n_C - n_{jk} , \quad (4.1)$$

em que n_{jk} indica o número de ligações que não possuem chave. A Eq. (4.1) é frequentemente utilizada para garantir a radialidade da rede resultante em problemas de otimização em sistemas de distribuição de energia elétrica. Infelizmente, esta expressão é uma condição necessária mas não suficiente para garantir a radialidade da solução. Isto será ilustrado através da Rede B [31, 2], ilustrada na Figura 4.2 e cujos dados se encontram no Anexo.

Figura 4.2 - Rede B - exemplo para discussão da restrição de radialidade

Na rede da Figura 4.2 o número de nós de suprimento é 3, o número de nós de carga é 83, o número de ligações sem chave é 68 e o número total de chaves é 28. Da Eq. (4.1) resulta que o número de chaves que devem permanecer fechadas é $83 - 68 = 15$. Consequentemente, o número de chaves que devem permanecer abertas é $28 - 15 = 13$.

Um algoritmo de busca exaustiva foi implementado com o objetivo de avaliar a robustez da Eq. (4.1) e também para determinar as 1000 melhores soluções do problema de minimização de perdas (a solução ótima é a primeira deste conjunto). Os principais resultados obtidos por busca exaustiva são apresentados na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 - Principais resultados obtidos por busca exaustiva

Parâmetro	Valor
Número total de soluções	$2^{28} = 268.435.456$
Número de soluções viáveis	853.158
Perda total da solução ótima (kW)	1.250,34
Perda total da pior solução (kW)	70.211,84
Perda total média - todas as soluções viáveis (kW)	10.592,21
Perda total média - 1000 melhores soluções viáveis (kW)	1.541,14
Número de soluções com 13 chaves abertas e 15 chaves fechadas	$C_{13}^{28} = C_{15}^{28} = \frac{28!}{13!15!} = 37.442.160$
Tempo de processamento (processador de 3 GHz)	24min 40s

Na Tabela 4.1, “solução viável” corresponde a um estado da rede elétrica sem nós desconexos nem malhas (rede radial conexa). Todas as soluções viáveis (853.158) possuem 13 chaves abertas e 15 chaves fechadas de acordo com a condição necessária (4.1), mas elas correspondem a apenas 2,3% de todas as soluções com 13 chaves abertas e 15 chaves fechadas (37.442.160). Isto significa que as soluções restantes (36.589.002, ou 97,7%) correspondem a redes com nós desconexos e malhas.

A conclusão importante é que toda rede radial conexa possui um número de chaves fechadas dado pela Eq. (4.1), mas nem toda rede que possui n_{CF} chaves fechadas é radial. Representar a restrição de radialidade através da Eq. (4.1) é inadequado e assim outras alternativas devem ser formuladas.

4.3 Primeira Implementação

4.3.1 Considerações gerais

Neste item será apresentada em detalhe a primeira solução para o problema de reconfiguração de redes elétricas com minimização de perdas, utilizando a Busca em Profundidade em conjunto com o

Método de Newton [32]. Após a descrição da metodologia será apresentado o resultado de sua aplicação à Rede A, introduzida no Capítulo precedente.

4.3.2 Metodologia

Para incorporar a restrição de radialidade no Método de Newton o ideal seria determinar uma função auxiliar quadrática que impusesse a condição radial da rede elétrica, da mesma forma que foi feito com a PLK e com a restrição de carregamento das ligações. Infelizmente a obtenção de tal função é extremamente difícil, senão impossível. Por esta razão a restrição de radialidade será tratada de outra forma, através da interferência direta na abertura de chaves por um processo de busca em profundidade.

Inicialmente todas as chaves da rede são consideradas fechadas. As chaves são abertas uma a uma até que seja alcançado o número necessário de chaves para produzir uma rede radial, de acordo com a Eq. (4.1). Em cada passo (ou seja, em cada abertura de chave) determina-se a distribuição de correntes que minimiza a perda total, conforme descrito no Capítulo 3. Para cada chave candidata a ser aberta (chave que ainda se encontra fechada) estima-se o aumento na perda total que sua abertura irá causar. As chaves candidatas são então ordenadas em ordem crescente deste aumento. A lista de chaves candidatas é percorrida até que seja encontrada uma chave cuja abertura não cause uma rede desconexa, o que é determinado através de análise topológica e considerando-se cada chave candidata temporariamente aberta. Se existir uma chave candidata cuja abertura não causa uma rede desconexa, sua abertura é efetivada e um novo passo é iniciado.

Este procedimento, de natureza *destrutiva* porque as chaves vão sendo abertas uma a uma, é apresentado esquematicamente na Figura 4.3 e discutido logo a seguir.

1. Inicialização: todas as chaves são fechadas.
2. Teste de parada: se exatamente n_{CF} chaves ainda se encontram fechadas (Eq. (4.1)), encerra-se o procedimento. O estado atual da rede fornece a solução desejada.
3. Determina-se a distribuição de correntes que minimiza a perda total (Método de Newton aplicado à formulação 3.31).
4. Escolhe-se uma chave a ser aberta (o critério de escolha é detalhado a seguir).
5. Verificação de nós desconexos: se a abertura da chave escolhida conduz a uma rede com nós desconexos, retorna-se ao passo (4) para escolha de outra chave; caso contrário, o procedimento continua no passo (6).
6. Altera-se o estado da chave escolhida no passo (4) de “fechada” para “aberta”.
7. Retorna-se ao passo (2).

Figura 4.3 - Procedimento para abertura de chaves através de Busca em Profundidade

O número de chaves fechadas (n_{CF} no passo (2) do procedimento da Figura 4.1) é um valor necessário para se obter uma rede radial conexa, mas não suficiente (cf. discussão no item precedente). Entretanto, como a abertura de chaves é efetuada uma a uma, resulta muito simples verificar, em cada passo, se a abertura da chave escolhida conduz a uma rede com nós desconexos ou não. Ao fim do procedimento resulta uma rede com o número necessário de chaves fechadas e nenhum nó desconexo. Logo, a rede final é garantidamente radial e conexa.

O passo (4) no procedimento da Figura 4.3 tem por finalidade determinar a próxima chave a ser aberta. O critério para escolha da chave é bem simples: escolhe-se a chave que produz o menor

aumento na função objetivo (Eq. (3.31)). Conforme foi visto no Capítulo 3, a perda total em uma rede na qual foi aberta uma chave é sempre maior ou igual à perda total na rede antes de abrir a chave.

Para estimar o aumento na perda total que a abertura de uma chave irá causar, parte-se da solução na configuração atual e aproxima-se a variação da função objetivo pela sua expansão em série de Taylor, considerando apenas os termos de primeira e segunda ordem:

$$E(\tilde{i} + \Delta\tilde{i}) = E(\tilde{i}) + (\Delta\tilde{i}^t \cdot \nabla E) + \left(\frac{1}{2} \cdot \Delta\tilde{i}^t \cdot \nabla^2 E \cdot \Delta\tilde{i} \right), \quad (4.2)$$

em que:

- $\tilde{i}$ é o vetor de correntes (pu) (todas as ligações sem chave e todas as ligações com chave fechada);
- $\Delta\tilde{i}$ é vetor de variação de correntes (pu), resultante da abertura da chave mn (pu);
- $E(\tilde{i})$ é o valor atual da função objetivo (pu);
- $E(\tilde{i} + \Delta\tilde{i})$ é o valor da função objetivo após a abertura da chave mn (pu);
- ∇E é o gradiente da função objetivo na solução atual;
- $\nabla^2 E$ é a matriz Hessiana da função objetivo.

Para calcular o vetor de variação de correntes resultante da abertura da chave mn considera-se que somente a corrente na ligação mn teve seu valor alterado. Naturalmente este cálculo é aproximado, pois a corrente nas demais ligações também se altera por força da PLK (redistribuição das correntes na rede), mas estas outras variações serão desprezadas por enquanto. Assim, o vetor $\Delta\tilde{i}$ é um vetor com todos os elementos nulos exceto aquele correspondente à ligação mn , o qual vale:

$$\Delta i_{mn} = 0 - i_{mn} = -i_{mn}, \quad (4.3)$$

em que i_{mn} representa o valor inicial da corrente na ligação mn (com a chave ainda fechada) e 0 é o valor final da corrente nessa ligação (após a abertura da chave).

Nestas condições, a variação na função objetivo, causada pela abertura da chave mn , é dada por (substitui-se a Eq. (4.3) na Eq. (4.2)):

$$\begin{aligned}
 E(\tilde{i} + \Delta\tilde{i}) - E(\tilde{i}) &= (\Delta\tilde{i}^t \cdot \nabla E) + \left(\frac{1}{2} \Delta\tilde{i}^t \cdot \nabla^2 E \cdot \Delta\tilde{i} \right) = \begin{bmatrix} 0 & \dots & -i_{mn} & \dots & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} * \\ \dots \\ G_{mn} \\ \dots \\ * \end{bmatrix} \\
 &+ \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} 0 & \dots & -i_{mn} & \dots & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} * & \dots & * & \dots & * \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ * & \dots & H_{mn,mn} & \dots & * \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ * & \dots & * & \dots & * \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \dots \\ -i_{mn} \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} \\
 &= (-i_{mn} \cdot G_{mn}) + \left(\frac{1}{2} i_{mn}^2 \cdot H_{mn,mn} \right),
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

em que:

G_{mn} é o elemento mn do vetor gradiente na solução atual;

$H_{mn,mn}$ é o elemento da diagonal mn da matriz Hessiana.

A Eq. (4.4) mostra que os produtos vetor-vetor e matriz-vetor da Eq. (4.2) foram reduzidos a simples operações escalares, proporcionando uma redução significativa no custo computacional das operações aritméticas. Além disso, o vetor gradiente atual e a matriz Hessiana se encontram disponíveis praticamente sem nenhum custo adicional: o vetor gradiente foi avaliado na solução da rede no passo atual, e a matriz Hessiana foi calculada anteriormente e é constante se não foram detectadas sobrecargas em ligações.

O cálculo representado pela Eq. (4.4) é estendido a todas as chaves que ainda se encontram fechadas no passo atual (chaves candidatas a serem abertas). Em seguida as chaves candidatas são ordenadas em ordem crescente da variação calculada. Conforme explicado anteriormente, procura-se abrir a primeira chave na lista de chaves ordenadas, desde que ela não cause uma rede desconexa;

caso isso ocorra, abandona-se essa chave e seleciona-se a próxima na lista, até que seja encontrada uma chave cuja abertura não cause uma rede desconexa.

4.3.3 Exemplo - Rede A

O método apresentado no subitem precedente será aplicado à Rede A, já apresentada no Capítulo 3 e mostrada novamente por conveniência na Figura 4.4.

Figura 4.4 - Rede A

Devido ao pequeno tamanho desta rede todas as soluções possíveis foram determinadas por busca exaustiva (sendo 4 chaves, o total de estados possíveis é $2^4 = 16$). A Tabela 4.2 apresenta todas as soluções, onde pode ser observado que apenas 5 soluções correspondem a redes radiais conexas.

Tabela 4.2 - Espaço de soluções da Rede A (0 indica chave aberta, 1 indica chave fechada)

Solução	Estado das chaves				Perda total (kW)	Obs.
	1-6	2-3	4-5	4-8		
1	0	0	0	0	-	1
2	0	0	0	1	-	1
3	0	0	1	0	-	1
4	0	0	1	1	90,102	
5	0	1	0	0	-	1
6	0	1	0	1	231,740	
7	0	1	1	0	-	1, 2
8	0	1	1	1	-	2
9	1	0	0	0	-	1
10	1	0	0	1	192,564	
11	1	0	1	0	56,085	
12	1	0	1	1	-	2
13	1	1	0	0	56,740	
14	1	1	0	1	-	2
15	1	1	1	0	-	2
16	1	1	1	1	-	2
(1) Solução inviável - nós desconexos.						
(2) Solução inviável - fechamento de malha.						

Observa-se na Tabela 4.2 que as 5 soluções viáveis obedecem à condição necessária de radialidade (4.1):

$$n_{CF} = n_C - n_{jk} = 6 - 4 = 2 \text{ chaves fechadas,}$$

enquanto que a solução de número 7 também possui 2 chaves fechadas mas é inviável devido à existência de nós desconexos e fechamento de malha.

A Tabela 4.3 apresenta as 5 soluções viáveis ordenadas em ordem crescente da perda total.

Tabela 4.3 - Soluções viáveis da Rede A em ordem crescente da perda total

Índice	Solução	Estado das chaves				Perda total (kW)	Obs.
		1-6	2-3	4-5	4-8		
1	11	1	0	1	0	56,085	Solução ótima
2	13	1	1	0	0	56,740	
3	4	0	0	1	1	90,102	
4	10	1	0	0	1	192,564	
5	6	0	1	0	1	231,740	

A Tabela 4.4 apresenta os principais dados utilizados na aplicação do procedimento de busca em profundidade à Rede A, enquanto que a Tabela 4.5 apresenta os resultados alcançados no primeiro caso de estudo.

Tabela 4.4 - Dados da aplicação de Busca em Profundidade à Rede A

Dado	Valor
Tolerância do método de Newton (pu)	10^{-16}
Constante P	1
Constante K	10^4
Constante C	10

Tabela 4.5 - Resultados da aplicação de Busca em Profundidade - Primeira Implementação

Passo	Chave aberta	Menor autovalor da matriz Hessiana	Perda total (kW)	Desvio total da PLK (pu)	Função objetivo (pu)
1	-	0,0028058	20,887	5,1896e-9	0,00020888
2	2 - 3	0,0040079	31,473	1,3118e-8	0,00031474
3	4 - 8	42,7250600	56,085	5,1340e-8	0,00056090

A primeira linha da Tabela 4.5 contém a solução da rede com todas as chaves fechadas (rede em malha), que é a mesma solução determinada no Capítulo 3. A última linha contém a solução obtida após a abertura das chaves 2-3 e 4-8, que é a solução ótima do problema (cf. Tabela 4.3).

Da mesma forma que no Capítulo 3, com o objetivo de ilustrar o efeito da restrição de capacidade, foi realizado outro estudo no qual a corrente admissível da ligação 4-5 foi fixada em 90 A, menor que a corrente de 112,208 A obtida com a rede em malha. A Tabela 4.6 apresenta os resultados obtidos.

Tabela 4.6 - Resultados da aplicação da busca em profundidade - Primeira Implementação

Passo	Chave aberta	Menor autovalor da matriz Hessiana	Perda total (kW)	Desvio total da PLK (pu)	Função objetivo (pu)
1	-	0,0037590	22,091	8,7087e-9	0,00022092
2	4 - 8	0,0005157	47,081	4,5021e-8	0,00047085
3	4 - 5	42,7231100	56,740	5,2541e-8	0,00056745

Como a capacidade da ligação 4-5 (que possui uma chave) foi substancialmente reduzida, a solução encontrada foi abrir sua chave para evitar sobrecargas. Esta chave foi aberta em lugar da chave 2-3, conduzindo assim à segunda melhor solução do problema (cf. Tabela 4.3).

Finalmente observa-se que nos 2 casos estudados o menor autovalor da matriz Hessiana resultou positivo em todas as soluções determinadas pelo Método de Newton (soluções intermediárias e solução final). Conforme visto anteriormente, isto garante que o valor mínimo calculado de perda total é de fato o valor mínimo global em cada solução.

4.4 Segunda Implementação

Esta implementação surgiu naturalmente quando foi verificado que a Primeira Implementação era incapaz de determinar a solução ótima em redes maiores, como é o caso das Redes B e C que serão estudadas no Capítulo 6 [32].

Inicialmente pensou-se que a origem desta limitação fosse o cálculo aproximado do aumento de perdas no passo (4) do procedimento da Figura 4.3, representado pela Eq. (4.4). Assim, a solução adotada foi estimar o aumento de perdas através de cálculo exato de fluxo de potência, e não mais através da aproximação (4.4).

As chaves são ordenadas pelo mesmo critério da Primeira Implementação: aumento da perda total causado pela abertura de cada chave, calculado pela Eq. (4.4). As primeiras n chaves (n fixado a priori pelo usuário) são abertas uma de cada vez. Para cada chave temporariamente aberta determina-se a distribuição de correntes que minimiza a perda total, através de cálculo exato de fluxo de potência (aplicação do Método de Newton com Derivadas Segundas à formulação (3.31)). A diferença entre a perda total nesta configuração temporária e a perda na configuração atual (com todas as chaves candidatas fechadas) fornece o valor exato do aumento na perda causado pela abertura da chave candidata. A chave candidata com o menor aumento é selecionada para abertura permanente, desde que sua abertura não implique rede desconexa.

O parâmetro n pode variar entre 1 (situação na qual a Segunda Implementação equivale à Primeira Implementação) e o número de chaves candidatas em cada passo. Este parâmetro fornece um controle conveniente entre qualidade da solução e tempo de processamento (quanto mais alto o valor de n torna-se mais provável que uma solução melhor seja encontrada, às custas de um tempo de processamento maior).

A aplicação da Segunda Implementação à Rede A forneceu os mesmos resultados da Primeira Implementação; isto é, permitiu determinar a solução ótima. As diferenças entre ambas implementações ficam evidentes quando elas são aplicadas a redes maiores, como as Redes B e D que serão tratadas no Capítulo 6.

Capítulo 5

Reconfiguração de Redes de Distribuição Através do Método *Branch and Bound* Associado ao Método de Newton

5.1 Introdução

Neste Capítulo é abordada a aplicação do Método *Branch and Bound* ao problema de reconfiguração de redes de Distribuição. Inicialmente é discutida a principal limitação da Busca em Profundidade tal como apresentada no Capítulo anterior. Esta limitação conduziu naturalmente ao estudo do Método *Branch and Bound* e sua aplicação no problema elétrico em questão. Duas variantes do método foram desenvolvidas e implementadas:

- Ramificação da solução mais recente - Terceira Implementação, e
- Ramificação por busca em profundidade com retrocesso - Quarta Implementação.

Ambas implementações serão apresentadas em detalhe no restante do Capítulo.

5.2 Limitação da Busca em Profundidade

Durante a descida na árvore de soluções, a Busca em Profundidade descrita no Capítulo 3 pode descartar erroneamente o ramo que contém a solução ótima, impedindo que esta solução venha a ser selecionada. O exemplo da Figura 5.1 ilustra esta situação.

Figura 5.1 - Tomada de decisão na Busca em Profundidade (o número associado a cada arco indica o aumento na perda total causado pela abertura da correspondente chave)

Na Figura 5.1, a partir do nó mais à esquerda, a Busca em Profundidade decide abrir uma chave que produz um aumento de 4 unidades na perda total, não abrindo a chave que produziria um aumento de 6 unidades. No passo seguinte as opções disponíveis são piores em relação às opções que estariam disponíveis caso a chave de 6 unidades tivesse sido aberta: 7 unidades e 8 unidades de aumento. Mas neste ponto é tarde demais para “arrepender-se”, e então é escolhida a chave que produz um aumento de 7 unidades. Desta forma, em 2 passos a Busca em Profundidade acrescentou 11 unidades à perda total, enquanto que no percurso ótimo este acréscimo seria de apenas 9 unidades. Esta situação foi detectada no estudo desenvolvido com a Rede B, abordado no Capítulo 6.

A solução para este problema é não interromper a pesquisa de soluções quando a primeira solução radial é identificada, a menos que não haja nenhuma solução pendente a ser investigada. É isto que o Método *Branch and Bound* faz, conforme será abordado nos próximos itens.

5.3 Ramificação da solução mais recente - Terceira Implementação

5.3.1 Considerações gerais

Neste item será apresentada em detalhe a terceira solução para o problema de reconfiguração de redes elétricas com minimização de perdas. O Método *Branch and Bound* é utilizado em conjunto com o Método de Newton, sendo que o percurso na árvore de soluções é ditado pela regra de ramificação da solução mais recente [3]. Em seguida será apresentado o resultado da aplicação da metodologia à Rede A, introduzida no Capítulo 3.

5.3.2 Metodologia

Neste caso o Método *Branch and Bound* monta e inspeciona uma árvore binária de soluções, conforme ilustrado na Figura 5.2.

Figura 5.2 - Árvore binária - Terceira Implementação

Na Figura 5.2 o número dentro dos círculos indica a ordem em que cada solução foi gerada, e o nome dos arcos indica a chave que foi considerada para gerar as duas soluções filhas (toda solução gera sempre duas soluções filhas, uma com a chave escolhida na posição fechada e outra com a chave na posição aberta). Note-se que cada solução tem autonomia para escolher a chave que gerará suas duas filhas: a solução 1 escolheu a chave CH1, a solução 3 escolheu a chave CH8, etc. O critério para escolher a chave para divisão de uma determinada solução é o mesmo da Busca em Profundidade abordada no Capítulo precedente: escolhe-se a chave que causar o menor aumento na perda total, sendo que este aumento é calculado através da Eq (4.4).

As soluções geradas vão sendo colocadas em uma lista de soluções, a qual dita a ordem em que as soluções serão posteriormente analisadas. A Figura 5.3 ilustra a lista de soluções correspondente à árvore binária da Figura 5.2.

Solução	1	2	3	4	5	6	7	...
---------	---	---	---	---	---	---	---	-----

Figura 5.3 - Lista de soluções - Terceira Implementação

Nesta lista as soluções 2 e 3 foram geradas pela divisão da solução inicial 1. Como foi adotada a regra da solução mais recente, a próxima a ser subdividida é a solução 3 (a mais recente). Por sua vez, a solução 3 gera as soluções 4 e 5. Em seguida a solução 5 gera as soluções 6 e 7, e assim por diante.

Até encontrar a primeira solução inviável ou radial (as quais são indivisíveis, porque sua divisão conduz sempre a uma rede desconexa), a Terceira Implementação se comporta de maneira idêntica à Busca em Profundidade. Supondo que na árvore da Figura 5.2 a solução 7 seja indivisível, a próxima solução a ser dividida é a sua predecessora, a solução 6. Neste caso é a solução 6 que gerará as próximas soluções 8 e 9.

Resumindo, para escolher a próxima solução a ser dividida percorre-se a lista de soluções a partir do seu fim em direção a seu início, procurando localizar a primeira solução divisível. Se não houver nenhuma solução divisível, o procedimento de busca está encerrado.

Conforme discutido no item 3.7, toda vez que é gerada uma nova solução é aplicado o teste T1. Ele permite descartar a solução caso ela tenha um valor de perda total superior ao da atual melhor solução radial. Desta forma pode-se eliminar um ramo inteiro sem identificar suas soluções terminais (radiais). Se a solução gerada corresponder a uma rede radial, ela é comparada com a atual melhor solução radial, atualizando esta última se a nova solução for melhor (aplicação do teste T3). Se a solução ótima for atualizada, reaplica-se o teste T1 a todas as soluções pendentes na lista de soluções, na esperança de que elas possam ser descartadas antecipadamente devido à redução da perda total na melhor solução radial.

A Figura 5.4 apresenta um diagrama de blocos da Terceira Implementação que ilustra o procedimento acima descrito.

Figura 5.4 - Diagrama de blocos da Terceira Implementação

5.3.3 Exemplo - Rede A

O método apresentado no subitem precedente será aplicado à Rede A, mostrada novamente por conveniência na Figura 5.5.

Figura 5.5 - Rede A

A Tabela 5.1 apresenta os principais dados utilizados na aplicação da Terceira Implementação à Rede A, enquanto que a Tabela 5.2 apresenta os resultados alcançados.

Tabela 5.1 - Dados da aplicação da Terceira Implementação à Rede A

Dado	Valor
Tolerância do método de Newton (pu)	10^{-16}
Constante K	10^4

Tabela 5.2 - Resultados da aplicação da Terceira Implementação à Rede A

Parâmetro	Valor
Perda total da solução ótima (determinada por busca exaustiva) (kW)	56,085
Índice da solução obtida	1
Número de soluções geradas	10
Número de soluções válidas	8
Número de soluções inválidas	2
Número de soluções radiais	4
Número de soluções descartadas pela aplicação direta do teste T1 (item 3.7)	4
Número de atualizações da solução ótima	1
Número seqüencial da solução ótima	5

A Figura 5.6 apresenta o percurso seguido pelo algoritmo *Branch and Bound* na árvore de soluções. Nesta Figura as soluções radiais descartadas pelo teste T1 aparecem com o número de ordem 9999.

Figura 5.6 - Determinação da solução ótima - Terceira Implementação aplicada à Rede A

5.4 Ramificação por busca em profundidade com retrocesso - Quarta Implementação

5.4.1 Considerações gerais

Neste item será apresentada em detalhe a quarta solução para o problema de reconfiguração de redes elétricas com minimização de perdas. O Método *Branch and Bound* é utilizado em conjunto com o Método de Newton, sendo que o percurso na árvore de soluções é ditado por busca em profundidade com retrocesso. Em seguida será apresentado o resultado da aplicação da metodologia à Rede A.

5.4.2 Metodologia

Neste caso a principal diferença em relação à Primeira e à Segunda Implementação é a possibilidade de retroceder na árvore de soluções e pesquisar outros ramos que de outra forma não seriam visitados. Uma vez identificada uma solução radial ou uma solução não divisível (solução correspondente a uma rede desconexa), executa-se um retrocesso de apenas um nível e a pesquisa prossegue pelas soluções “irmãs” daquela que provocou o retrocesso. Se não houver nenhuma solução irmã disponível, executa-se um novo retrocesso. A busca termina quando a solução inicial é novamente alcançada e não há mais soluções a serem analisadas. A Figura 5.7 ilustra este procedimento.

Na Figura 5.7 o número dentro dos círculos indica a ordem em que cada solução foi visitada, e o nome dos arcos indica a chave que foi aberta ao passar da solução atual para a nova solução (filha). O critério para escolher a chave a ser aberta é o mesmo da Busca em Profundidade abordada no Capítulo precedente: escolhe-se a chave que causar o menor aumento na perda total, sendo que este aumento é calculado através da Eq (4.4). Neste exemplo a solução 4 corresponde a uma rede radial ou a uma rede desconexa. Em nenhum dos dois casos a solução poderá ser subdividida (isto é, ter mais uma chave aberta) porque disso resultará uma rede desconexa.

Se a solução 4 corresponder a uma rede radial, ela é comparada com a atual melhor solução radial, atualizando esta última se a solução 4 for melhor (aplicação do teste T3, cf. item 3.7).

Em seguida é efetuado um retrocesso, retornando à solução 3 já analisada. Se esta solução possuir outra chave livre para ser aberta, uma nova busca em profundidade é iniciada. No exemplo, a nova busca se inicia através da abertura da chave livre CH4, conduzindo à solução 5.

O conceito de “chave livre” é fundamental nesta implementação. Ele está associado a todas as chaves que ainda se encontram fechadas em uma determinada solução. Em particular, na solução inicial (nó inicial da árvore de buscas) todas as chaves são inicializadas na posição fechada e com o atributo “livre” ligado. Para gerar uma solução filha a partir da solução atual, escolhe-se a primeira chave livre na lista de chaves ordenadas (em ordem crescente do aumento na perda total que a abertura das chaves causará). Se existir uma chave livre, ela é aberta, gerando assim a solução filha. Além disso:

- o valor do atributo “livre” de todas as chaves na solução atual é copiado para a solução filha;
- o atributo “livre” é desligado nas duas soluções (atual e filha).

Chamando esta chave de CH_n , quando a solução atual for novamente alcançada no futuro, devido a um retrocesso, a chave CH_n estará fechada na solução, porém não estará livre para abertura, pois seu atributo “livre” foi desligado anteriormente. Desta forma evita-se a análise repetida de soluções que ocorreria se não houvesse o controle de chaves livres. Por exemplo, o ramo definido pelas chaves CH1-CH3-CH2 seria analisado indevidamente, dado que a mesma solução já foi analisada anteriormente através do ramo CH1-CH2-CH3, conforme ilustra a Figura 5.7 (cabe lembrar que na árvore desta figura há repetição de soluções).

Toda vez que é gerada uma solução não radial é aplicado o teste T1. Ele permite descartar a solução caso ela tenha um valor de perda total superior ao da atual melhor solução radial, conforme discutido no item 3.7. Desta forma pode-se eliminar um ramo inteiro sem identificar suas soluções terminais (radiais).

Finalmente observa-se que a principal vantagem desta implementação em relação à Terceira Implementação é a economia de memória. De fato, nesta implementação as soluções formam uma cadeia cujo tamanho máximo é o número necessário de chaves abertas para se ter uma rede radial (profundidade máxima da busca). Toda vez que é executado um retrocesso a solução de origem é eliminada para sempre da memória, pois a busca nunca mais voltará a ela. Na Terceira Implementação, ao contrário, as soluções pendentes são armazenadas em uma lista de soluções que, dependendo do tamanho do problema, pode exigir uma quantidade significativa de memória.

A Figura 5.8 apresenta um diagrama de blocos da Quarta Implementação que ilustra o procedimento acima descrito.

Figura 5.8 - Diagrama de blocos da Quarta Implementação

5.4.3 Exemplo - Rede A

O método apresentado no subitem precedente será aplicado à Rede A. A Tabela 5.3 apresenta os principais dados utilizados na aplicação da Quarta Implementação à Rede A, enquanto que a Tabela 5.4 apresenta os resultados alcançados.

Tabela 5.3 - Dados da aplicação de Quarta Implementação à Rede A

Dado	Valor
Tolerância do método de Newton (pu)	10^{-16}
Constante K	10^4

Tabela 5.4 - Resultados da aplicação da Quarta Implementação à Rede A

Parâmetro	Valor
Perda total da solução ótima (determinada por busca exaustiva) (kW)	56,085
Índice da solução obtida	1
Número de soluções geradas	10
Número de soluções válidas	9
Número de soluções inválidas	1
Número de soluções radiais	4
Número de soluções descartadas pela aplicação direta do teste T1 (item 3.7)	5
Número de atualizações da solução ótima	1
Número seqüencial da solução ótima	3

A Figura 5.9 apresenta o percurso seguido pelo algoritmo *Branch and Bound* na árvore de soluções.

Figura 5.9 - Determinação da solução ótima - Quarta Implementação aplicada à Rede A

5.5 Resumo

Em função das limitações da Busca em Profundidade na determinação da solução ótima, neste trabalho foi desenvolvida outra metodologia baseada no Método *Branch and Bound* com a finalidade de superar tal limitação. Neste Capítulo foram apresentadas duas variantes do Método *Branch and Bound* (Terceira e Quarta Implementação) no sentido de aprimorar a busca inteira. No próximo Capítulo serão apresentados e discutidos os resultados da aplicação da Busca em Profundidade e do Método *Branch and Bound* a 3 redes de distribuição (redes B, C e D).

Aplicação das Metodologias Desenvolvidas

6.1 Introdução

Este Capítulo apresenta e discute os resultados alcançados pela aplicação dos métodos desenvolvidos nos Capítulos anteriores (Busca em Profundidade e *Branch and Bound*) a três redes de Distribuição, redes B e C e D.

A Rede B já foi apresentada no Capítulo 4 e possui a importante característica de que seu tamanho, sendo não muito grande (86 barras e 28 chaves), permitiu determinar a solução ótima e as primeiras 1000 soluções sub-ótimas através de Busca Exaustiva. Este resultado é de fundamental importância para validar os métodos desenvolvidos e discutir os resultados alcançados através deles. Ao mesmo tempo, esta rede oferece um número relativamente elevado de configurações radiais viáveis, o que exige mais desempenho dos algoritmos de otimização.

A Rede C foi estabelecida por Baran e Wu em 1989 [5]. Sua importância decorre do fato de ela ter-se tornado uma rede padrão para validação de algumas das metodologias que têm sido propostas desde então por outros pesquisadores. Embora esta rede tenha 37 chaves, mais que a Rede B, ela possui um número muito pequeno de malhas possíveis, oferecendo portanto bem menos opções de configurações radiais viáveis.

A Rede D é uma rede real de Distribuição primária, contando com 5 circuitos, 5 nós de suprimento, 1.107 nós de carga e 129 chaves. Neste caso, o número de soluções possíveis (2^{129}) supera o valor 10^{38} , tornando inviável a determinação da solução ótima e das primeiras sub-ótimas através de Busca Exaustiva.

O Capítulo está organizado a partir das redes, o que facilita a comparação de desempenho entre os métodos em cada caso. Nos próximos itens serão apresentados os resultados obtidos com cada uma das três redes. Todos os itens possuem a mesma estrutura: inicialmente aborda-se a aplicação da Busca em Profundidade e em seguida a do Método *Branch and Bound*.

6.2 Rede B

6.2.1 Considerações gerais

A Rede B, já apresentada no Capítulo 4 por ocasião da discussão da restrição de radialidade das redes de Distribuição, possui 83 nós de carga, 68 ligações sem chave e 28 ligações com chave (os dados completos da rede se encontram no Anexo). A Figura 6.1 apresenta a Rede B em uma condição inicial radial arbitrariamente definida. Esta Figura é gerada pelo sistema *Otimiza* [4].

Figura 6.1 - Rede B em uma condição inicial radial (quadrado cheio indica chave fechada e quadrado vazio indica chave aberta)

Conforme visto no Capítulo 4, toda configuração radial nesta rede deve possuir 13 chaves abertas e 15 chaves fechadas. A Tabela 6.1 apresenta a configuração ótima da Rede B, determinada através de Busca Exaustiva.

Tabela 6.1 - Configuração ótima da Rede B (0 indica chave aberta, 1 indica chave fechada)

Chave	Estado	Chave	Estado	Chave	Estado	Chave	Estado	Chave	Estado
1 - 2	1	15 - 19	0	23 - 27	1	48 - 69	0	70 - 86	0
1 - 3	1	18 - 34	0	33 - 80	1	50 - 51	0	71 - 72	1
1 - 5	1	20 - 24	0	38 - 64	1	52 - 85	0	71 - 77	1
12 - 61	0	20 - 36	0	39 - 43	0	53 - 54	1	78 - 81	1
13 - 76	0	23 - 25	0	40 - 46	1	53 - 55	1	Perda total: 1.249,14 kW	
14 - 17	0	23 - 26	1	45 - 47	1	53 - 56	1		

No restante deste item serão apresentados os resultados obtidos para a Rede B com a metodologia de Busca em Profundidade (Primeira e Segunda Implementação) e de *Branch and Bound* (Terceira e Quarta Implementação).

6.2.2 Busca em Profundidade

Neste caso o procedimento de busca em profundidade conta com 14 passos: um para o cálculo da rede em sua condição inicial (todas as chaves fechadas) e mais 13 passos para abertura de chaves (uma abertura em cada passo). A Tabela 6.2 apresenta os principais dados do estudo.

Tabela 6.2 - Dados e resultados preliminares para a Rede B - Busca em Profundidade

Parâmetro	Primeira Implementação (Item 4.3)	Segunda Implementação (Item 4.4)
Tolerância em corrente - Método de Newton (pu)	10^{-12}	
Fator K (Eq. (3.31))	10^4	
Perda total na condição inicial (antes da otimização) (kW)	1.447,93	
Número de chaves para cálculo de fluxo de potência (Item 4.4)	-	4

Na Tabela 6.2 o número de chaves para cálculo de fluxo de potência (4) indica quantas configurações serão consideradas para cálculo exato do aumento de perda. Conforme descrito no item 4.4, este parâmetro caracteriza a Segunda Implementação e significa neste caso que serão consideradas as primeiras 4 configurações (cada configuração é determinada pela abertura temporária de uma chave candidata, sendo que as chaves candidatas já se encontram ordenadas pelo critério aproximado da Eq. (4.4)). O valor deste parâmetro foi determinado por tentativa e erro, não sendo obtida nenhuma solução melhor para valores acima de 4.

A Tabela 6.3 apresenta os principais resultados obtidos neste caso.

Tabela 6.3 - Resultados da otimização para a Rede B - Busca em Profundidade

Parâmetro	Primeira Implementação (Item 4.3)	Segunda Implementação (Item 4.4)
Perda total da solução ótima (determinada por busca exaustiva) (kW)	1.249,14	
Índice da solução obtida	19	2
Perda total da solução obtida (kW)	1.316,76	1.251,00
Diferença de perda com relação à solução ótima	67,62 kW 5,4%	1,86 kW 0,15%
Número de cálculos de fluxos de potência	14	66
Tempo de processamento (proc. 3 GHz) (s)	0,016	0,031
Chaves abertas incorretamente (com relação à solução ótima)	23 - 26 38 - 64	23 - 26
Chaves fechadas incorretamente (com relação à solução ótima)	20 - 36 23 - 25	20 - 36

Na Tabela 6.3 o índice da solução obtida indica a posição que a solução ocupa na lista de soluções ordenadas em ordem crescente da perda total (a solução ótima possui índice 1). A Primeira Implementação forneceu a 19ª solução (com uma diferença de 67,62 kW em relação à solução ótima), enquanto que a Segunda Implementação forneceu a segunda solução (com diferença de 1,86 kW). Devido ao tamanho relativamente pequeno da Rede B, o tempo de processamento em ambos casos é desprezível, embora na Segunda Implementação tenha sido executado um número maior de cálculos de fluxo de potência (66 contra 14 na Primeira Implementação).

Na Segunda Implementação foi executada a abertura incorreta da chave 23 - 26 no passo 12. Nesse passo, a chave que deveria ter sido aberta (20 - 36) ocupava o quarto lugar na lista ordenada de chaves temporariamente abertas, e assim não foi selecionada para abertura definitiva (deveria ter ocupado o primeiro lugar). Este fato destaca a principal limitação da Busca em Profundidade: como em cada passo a decisão de qual chave abrir é tomada baseado exclusivamente em informações

locais (isto é, o passo atual), ela não pode prever que uma decisão potencialmente incorreta está sendo tomada, ainda que o aumento na perda causado pela abertura de uma chave candidata seja calculado exatamente.

A análise acima mostra ainda que o maior erro cometido pela Primeira Implementação, ao ter determinado a solução 19, não se deve exclusivamente à aproximação utilizada para ordenar as chaves candidatas - a Busca em Profundidade teve também sua contribuição para o resultado. Esta hipótese, que creditava o fato de a Primeira Implementação não ter alcançado a solução ótima apenas ao critério aproximado, e que em última análise conduziu à proposição da Segunda Implementação, mostra-se portanto não necessariamente verdadeira. De todos modos, a Segunda Implementação apresenta a importante vantagem de ser capaz de fornecer soluções muito boas com um custo computacional baixo, como ficará evidente nos estudos com a Rede D, mais adiante.

A Figura 6.2 mostra a tela de resultados do programa computacional, na Segunda Implementação. A Figura 6.3 mostra parcialmente o correspondente relatório texto.

Figura 6.2 - Tela de resultados do programa computacional - solução 2

Solucao de referencia 1:

1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 0 1 1 0 0 0 1 1 1 0 1 1 1

Solucao de referencia 2:

1 1 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1 1 1 0 1 1 0 0 0 1 1 1 0 1 1 1

Estado inicial das chaves

1 1 1 0 0 0 0 0 1 0 1 1 1 0 0 0 1 1 0 0 0 1 1 1 0 1 1 1

Estado final das chaves

1 1 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1 1 1 0 1 1 0 0 0 1 1 1 0 1 1 1

*** ESTADO FINAL COINCIDE COM SOLUCAO DE REFERENCIA 2 ***

Chaves alteradas de FECHADA para ABERTA

20- 24 23- 25 23- 26

Chaves alteradas de ABERTA para FECHADA

20- 36 33- 80 38- 64

Trajectoria da solucao

Pass	N.it	H	Ch.aberta	D	R	Menor autov.	Perda total (pu)	PLK total (pu)	Capacidade (pu)	Objetivo (pu)
1	2	0				4.310871E-03	1.063934e-02	7.197437e-06	0.000000e+00	1.064654e-02
2	1	0	52- 85	0	1	4.310955E-03	1.063936e-02	7.195950e-06	0.000000e+00	1.064655e-02
3	1	0	50- 51	0	1	4.325186E-03	1.063966e-02	7.185210e-06	0.000000e+00	1.064685e-02
4	1	0	39- 43	0	1	4.370867E-03	1.064653e-02	7.145376e-06	0.000000e+00	1.065368e-02
5	1	0	48- 69	0	1	4.374879E-03	1.066263e-02	7.039185e-06	0.000000e+00	1.066967e-02
6	1	0	15- 19	0	1	4.385970E-03	1.069036e-02	7.154091e-06	0.000000e+00	1.069751e-02
7	1	0	12- 61	0	1	4.394205E-03	1.073875e-02	7.067193e-06	0.000000e+00	1.074582e-02
8	1	0	14- 17	0	1	4.397007E-03	1.080521e-02	7.076725e-06	0.000000e+00	1.081229e-02
9	1	0	18- 34	0	1	4.428392E-03	1.087707e-02	7.426152e-06	0.000000e+00	1.088450e-02
10	1	0	70- 86	0	1	4.453833E-03	1.102165e-02	7.647859e-06	0.000000e+00	1.102930e-02
11	1	0	13- 76	0	4	4.453990E-03	1.128442e-02	8.321351e-06	0.000000e+00	1.129274e-02
12	1	0	23- 26	0	1	6.495592E-03	1.150820e-02	9.366664e-06	0.000000e+00	1.151756e-02
13	1	0	23- 25	0	1	7.172083E-03	1.174368e-02	9.725912e-06	0.000000e+00	1.175341e-02
14	1	0	20- 24	0	1	3.112789E+00	1.250999e-02	1.122012e-05	0.000000e+00	1.252121e-02

Corrente nas ligacoes (A)

Passo 14 (ultimo) - Numero de ligacoes em sobrecarga (*): 0

2- 4	162.908	3- 6	108.739	4- 7	162.912	5- 8	196.444	6- 12	75.276
7- 9	4.177	7- 10	4.177	7- 11	133.646	8- 13	112.782	11- 14	-0.009
11- 15	-0.009	11- 16	121.123	12- 17	20.908	12- 18	20.908	13- 19	-0.016
13- 20	79.345	16- 21	4.172	16- 22	4.172	16- 23	100.240	24- 28	0.002
25- 29	-4.159	26- 30	0.021	27- 31	96.084	28- 32	20.916	28- 33	-20.911
29- 34	-0.024	29- 35	-29.213	30- 36	-45.915	30- 37	25.037	31- 43	-0.016
31- 44	-0.016	31- 45	75.212	35- 38	-112.734	35- 39	20.894	35- 40	62.651
37- 41	-0.022	37- 42	4.162	46- 48	41.783	47- 49	54.328	48- 50	20.891
49- 51	12.531	49- 52	20.898	54- 57	171.472	55- 62	271.634	56- 66	125.458
57- 58	41.829	57- 59	87.813	59- 60	41.821	59- 61	20.904	62- 63	41.830
62- 64	196.340	64- 65	83.649	66- 67	125.460	67- 68	125.468	68- 69	125.493
68- 70	-0.013	72- 73	33.469	72- 74	146.418	74- 75	83.669	74- 76	20.915
77- 78	284.343	77- 80	54.378	78- 79	33.457	81- 82	146.316	82- 83	87.787
82- 86	16.713	83- 84	41.813	83- 85	16.711	1- 2	162.908	1- 3	108.739
1- 5	196.443	12- 61	-----	13- 76	-----	14- 17	-----	15- 19	-----
18- 34	-----	20- 24	-----	20- 36	45.895	23- 25	-----	23- 26	-----
23- 27	100.253	33- 80	-41.828	38- 64	-112.712	39- 43	-----	40- 46	62.676
45- 47	75.230	48- 69	-----	50- 51	-----	52- 85	-----	53- 54	255.145
53- 55	355.308	53- 56	125.458	70- 86	-----	71- 72	221.723	71- 77	338.720
78- 81	209.060								

Figura 6.3 - Relatório de resultados da Busca em Profundidade - Segunda Implementação (solução 2)

No relatório da Figura 6.3 observa-se que nem todas as chaves estão fechadas no estado inicial da rede. Isto é apenas um recurso adicional do programa que permite avaliar a perda total na configuração normal da rede, se esta for conhecida. O procedimento de otimização se inicia sempre com todas as chaves fechadas, situação que corresponde ao Passo 1 da trajetória da solução.

O relatório da Figura 6.3 mostra ainda que o menor autovalor da matriz Hessiana resultou positivo em todas as soluções intermediárias e também na solução final, garantindo que o valor obtido de perda mínima é de fato o valor mínimo global procurado em cada solução. Este fato foi verificado também na Primeira Implementação.

6.2.3 *Branch and Bound*

A Tabela 6.4 apresenta os principais dados do estudo efetuado com o Método *Branch and Bound*. Estes dados são os mesmos para as duas implementações desenvolvidas: Terceira Implementação - Ramificação da solução mais recente, e Quarta Implementação - Ramificação por busca em profundidade com retrocesso.

Tabela 6.4 - Dados e resultados preliminares para a Rede B - *Branch and Bound*

Parâmetro	Valor
Tolerância em corrente - Método de Newton (pu)	10^{-12}
Fator K (Eq. (3.31))	10^4
Perda total na condição inicial (antes da otimização) (kW)	1.447,93

A Tabela 6.5 apresenta os principais resultados obtidos neste caso.

Tabela 6.5 - Resultados da otimização para a Rede B - *Branch and Bound*

Parâmetro	Terceira Implemen- tação	Quarta Implemen- tação
Perda total da solução ótima (determinada por busca exaustiva) (kW)	1.249,14	
Índice da solução obtida	1	1
Número de soluções geradas	732.431	732.431
Número de soluções válidas	517.079	580.487
Número de soluções inválidas	215.352	151.944
Número de soluções radiais	138	138
Número de soluções descartadas pela aplicação direta do teste T1 (item 3.7)	448.904	512.315
Número de atualizações da solução ótima	3	3
Número seqüencial da solução ótima	212	73
Tempo de processamento (proc. 3 GHz)	8min 15s	8min 50s

A Tabela 6.5 mostra que ambas implementações produziram a solução ótima do problema. A Terceira Implementação identificou a solução ótima após a geração e análise de 212 soluções e provou que ela era a ótima após 732.431 soluções. A solução ótima foi atualizada 3 vezes durante a otimização.

Já a Quarta Implementação identificou a solução ótima antes, após 73 soluções, e provou que era a ótima após 732.431 soluções (o mesmo número da Terceira Implementação). A solução ótima foi atualizada 3 vezes durante a otimização.

Os resultados acima mostram a boa capacidade da Busca em Profundidade (Quarta Implementação) em rapidamente identificar soluções sub-ótimas, e eventualmente a ótima também. O restante do tempo de processamento serve somente para demonstrar que a melhor solução encontrada é de fato a ótima. Por outro lado, a Quarta Implementação gerou mais soluções válidas (redes conexas, radiais ou não), 580.487 contra 517.079, cuja avaliação através do Método de Newton exigiu um maior tempo de processamento (8min 50s contra 8min 15s).

Outra observação interessante é o pequeno número de soluções radiais geradas em ambos casos: 138. Este número é muito inferior ao número total de soluções radiais determinado por busca exaustiva (853.158, conforme Tabela 4.1). Isto atesta a capacidade de o Método *Branch and Bound* descartar a priori soluções viáveis cujo valor da função objetivo é pior que o da melhor solução encontrada até o momento atual.

Na Terceira Implementação o teste T1 permitiu descartar 448.904 soluções radiais ou não radiais cujo valor da função objetivo era superior ao da melhor solução radial encontrada até o momento atual. Na Quarta Implementação este número é 512.315.

Finalmente cabe destacar a ordem de grandeza do tempo de processamento em ambas implementações, da ordem de 500 segundos. Este valor é aproximadamente 16.000 vezes o correspondente valor na Segunda Implementação (Busca em Profundidade, Tabela 6.3). Este fato reforça a grande vantagem da Busca em Profundidade, ao fornecer soluções sub-ótimas de alta qualidade com tempos de processamento muito baixos.

A Figura 6.4 mostra a solução ótima na tela de resultados do sistema *Otimiza*.

Figura 6.4 - Solução ótima da Rede B obtida por *Branch and Bound*

6.3 Rede C

6.3.1 Considerações gerais

A Rede C, estabelecida por Baran e Wu [5], possui 32 nós de carga e 37 ligações com chave (os dados completos da rede se encontram no Anexo). No trabalho original utiliza-se a técnica de troca de ligações, de forma que uma chave NA é fechada em troca da abertura de uma ligação qualquer, com chave NF ou sem chave. Como nas metodologias desenvolvidas no presente trabalho somente são operadas chaves previamente definidas na rede, e com o objetivo de permitir uma comparação direta dos resultados aqui obtidos com os resultados do trabalho original, todas as ligações sem chave da rede original foram definidas como chaves NF (não foi definida nenhuma ligação sem chave). A Figura 6.5 apresenta a Rede C em uma condição inicial radial arbitrariamente definida.

Figura 6.5 - Rede C em uma condição inicial radial

De acordo com a condição necessária para radialidade estabelecida no Capítulo 4 (Eq. (4.1)), nesta rede o número necessário de chaves fechadas (n_{CF}) deve ser

$$n_{CF} = n_C - n_{jk} = 32 - 0 = 32, \quad (6.1)$$

implicando portanto que o número necessário de chaves abertas seja $37 - 32 = 5$. Além disso, o número de soluções com 5 chaves abertas e 32 chaves fechadas é

$$C_5^{37} = C_{32}^{37} = \frac{37!}{5!32!} = 435.897. \quad (6.2)$$

Embora esta rede tenha 37 chaves, mais que as 28 da Rede B, a Eq. (6.2) mostra que neste caso o número de soluções com o número necessário de chaves abertas (435.897) é significativamente menor que o correspondente número na Rede B (37.442.160, conforme Tabela 4.1). Esta

comparação dá uma indicação geral das possibilidades de reconfiguração de ambas redes. Conforme será visto mais adiante, a obtenção da solução ótima na Rede C é muito mais rápida que na Rede B.

A Tabela 6.6 apresenta as chaves abertas na configuração ótima da Rede C, determinada através do método *Branch and Bound* (cf. subitem 6.3.3).

Tabela 6.6 - Chaves abertas na configuração ótima da Rede C

Chave aberta
6 - 7
8 - 9
13 - 14
24 - 28
30 - 31
Perda total: 139,03 kW

No restante deste item serão apresentados os resultados obtidos para a Rede C com a metodologia de Busca em Profundidade (Primeira e Segunda Implementação) e de *Branch and Bound* (Terceira e Quarta Implementação).

6.3.2 Busca em Profundidade

Neste caso o procedimento de busca em profundidade conta com 6 passos: um para o cálculo da rede em sua condição inicial (todas as chaves fechadas) e mais 5 passos para abertura de chaves (uma abertura em cada passo). A Tabela 6.7 apresenta os principais dados do estudo.

Tabela 6.7 - Dados e resultados preliminares para a Rede C - Busca em Profundidade

Parâmetro	Primeira Implementação (Item 4.3)	Segunda Implementação (Item 4.4)
Tolerância em corrente - Método de Newton (pu)	10^{-10}	
Fator K (Eq. (3.31))	10^5	
Perda total na condição inicial (antes da otimização) (kW)	194,53	
Número de chaves para cálculo de fluxo de potência (Item 4.4)	-	50

Na Tabela 6.7 o valor do número de chaves para cálculo de fluxo de potência foi fixado num valor propositadamente elevado (50, maior que 37 - o número total de chaves na rede) para que a Segunda Implementação calculasse através de fluxo de potência o valor exato do aumento na perda total causado pela abertura de cada uma das chaves candidatas, em cada passo. A Tabela 6.8 apresenta os principais resultados obtidos neste caso.

Tabela 6.8 - Resultados da otimização para a Rede C - Busca em Profundidade

Parâmetro	Primeira Implementação (Item 4.3)	Segunda Implementação (Item 4.4)
Perda total da solução ótima (determinada por <i>Branch and Bound</i> , subitem 6.3.3) (kW)	139,03	
Índice da solução obtida	2	2
Perda total da solução obtida (kW)	139,57	139,57
Diferença de perda com relação à solução ótima	0,54 kW 0,4%	0,54 kW 0,4%
Número de cálculos de fluxos de potência	6	129
Tempo de processamento (proc. 3 GHz) (s)	< 0,001	0,032
Chaves abertas incorretamente (com relação à solução ótima)	31 - 32	31 - 32
Chaves fechadas incorretamente (com relação à solução ótima)	30 - 31	30 - 31

Observa-se na Tabela 6.8 que tanto a Primeira como a Segunda Implementação produziram a segunda alternativa, com diferença de apenas 0,54 kW em relação à perda total da solução ótima. Devido ao tamanho relativamente pequeno da Rede C, o tempo de processamento em ambos casos é desprezível, embora na Segunda Implementação tenha sido executado um número bem maior de cálculos de fluxo de potência (129 contra 6 na Primeira Implementação).

Finalmente, cabe destacar que nas duas implementações o menor autovalor da matriz Hessiana resultou positivo em todas as soluções intermediárias e também na solução final, garantindo que o valor obtido de perda mínima é de fato o valor mínimo global procurado em cada solução.

6.3.3 *Branch and Bound*

A Tabela 6.9 apresenta os principais dados do estudo efetuado com o Método *Branch and Bound*. Estes dados são os mesmos para as duas implementações desenvolvidas: Terceira Implementação - Ramificação da solução mais recente, e Quarta Implementação - Ramificação por busca em profundidade com retrocesso.

Tabela 6.9 - Dados e resultados preliminares para a Rede C - *Branch and Bound*

Parâmetro	Valor
Tolerância em corrente - Método de Newton (pu)	10^{-10}
Fator K (Eq. (3.31))	10^5
Perda total na condição inicial (antes da otimização) (kW)	194,53

Com este método foi possível obter a solução ótima, nas duas implementações. Os resultados são apresentados na Tabela 6.10.

Tabela 6.10 - Solução ótima obtida para a Rede C através de *Branch and Bound*

Parâmetro	Terceira Implemen- tação	Quarta Implemen- tação
Perda total da solução ótima (kW)	139,03	
Número de soluções geradas	20.342	20.342
Número de soluções válidas	13.389	13.531
Número de soluções inválidas	6.953	6.811
Número de soluções radiais	3.358	3.358
Número de soluções descartadas pela aplicação direta do teste T1 (item 3.7)	12.452	12.596
Número de atualizações da solução ótima	2	2
Número seqüencial da solução ótima	803	429
Tempo de processamento (proc. 3 GHz) (s)	4,078	3,469

A Tabela 6.10 mostra que a Terceira Implementação identificou a solução ótima após a geração e análise de 803 soluções e provou que ela era a ótima após 20.342 soluções. A solução ótima foi atualizada duas vezes durante a otimização.

Já a Quarta Implementação identificou a solução ótima antes, após 429 soluções, e provou que era a ótima após 20.342 soluções (o mesmo número da Terceira Implementação). A solução ótima foi atualizada duas vezes durante a otimização.

Os resultados acima novamente mostram a boa capacidade da Busca em Profundidade (Quarta Implementação) em rapidamente identificar soluções sub-ótimas, e eventualmente a ótima também. O restante do tempo de processamento serve somente para demonstrar que a melhor solução encontrada é de fato a ótima. Nesta rede o número de soluções válidas geradas é praticamente o mesmo em ambas implementações: 13.389 e 13.531, fazendo com que o tempo de processamento também seja aproximadamente o mesmo (4,078 s e 3,469 s).

O tempo de processamento em ambas implementações é da ordem de 4 segundos. O fato deste valor ser muito menor que os cerca de 500 segundos que o Método *Branch and Bound* precisou para determinar a solução ótima na Rede B se deve às seguintes razões:

- a Rede C possui 37 ligações, enquanto que a Rede B possui 96 ligações. Desta forma o cálculo elétrico da Rede C é bem mais rápido que o da Rede B (aproximadamente 0,0001 s para a resolução de uma configuração da Rede C contra 0,0006 s na Rede B);
- conforme mencionado anteriormente, a Rede C apresenta uma flexibilidade operativa muito menor que a da Rede B, embora ela tenha mais chaves. Isto significa que há relativamente menos opções de configurações radiais na Rede C, sendo portanto mais rápida a determinação de sua solução ótima.

Cabe observar ainda que o valor de 4 segundos é aproximadamente 125 vezes o correspondente valor na Segunda Implementação (Busca em Profundidade, Tabela 6.8). Este fato mostra ainda que a relação entre o tempo de processamento exigido pelo Método *Branch and Bound* e o tempo de processamento exigido pela Busca em Profundidade é fortemente dependente da rede em consideração (aproximadamente 16.000 para a Rede B e 125 para a Rede C).

A Figura 6.6 mostra a solução ótima na tela de resultados do sistema *Otimiza*.

Figura 6.6 - Solução ótima obtida por *Branch and Bound* - Rede C

A Tabela 6.11 apresenta um resumo dos resultados obtidos neste trabalho e no trabalho original de Baran e Wu [5].

Tabela 6.11 - Comparação de resultados

Metodologia proposta neste trabalho		Metodologia proposta por Baran e Wu [5]	
Chaves abertas	Perda total (kW)	Chaves abertas	Perda total (kW)
6 - 7	139,03	7 - 20	143,91 ⁽¹⁾
8 - 9		8 - 14	
13 - 14		10 - 11	
24 - 28		27 - 28	
30 - 31		30 - 31	
(1) Calculada através do Método de Newton			

Observa-se inicialmente que a solução ótima determinada neste trabalho é bem diferente da solução ótima obtida no trabalho original de Baran e Wu (somente a chave 30 - 31 resultou aberta nos dois casos). A razão disto são as diferentes metodologias utilizadas para determinar a distribuição de correntes na rede elétrica. Conforme apresentado no Capítulo 3, o cálculo elétrico neste trabalho considera que todas as cargas possuem o mesmo fator de potência e que todas as tensões têm o mesmo ângulo. Por outro lado, no trabalho original cada carga possui um valor próprio para o fator de potência e a tensão nas barras é representada pelo seu valor complexo (modelo mais detalhado). Como as decisões tomadas pelo Método *Branch and Bound* para escolher as chaves a serem abertas dependem diretamente dos valores de perda total calculados para cada configuração da rede durante a busca inteira, resulta que qualquer diferença de modelagem na parte de cálculo elétrico irá refletir-se na solução final obtida.

A solução ótima no trabalho original possui o índice 41 na lista de soluções sub-ótimas determinadas através da Quarta Implementação. Isto não significa que esta solução seja exatamente a quadragésima primeira solução no conjunto de todas as soluções do problema, porque o Método *Branch and Bound* normalmente descarta soluções viáveis ao longo de sua busca. Prova disto é que na Terceira Implementação a solução ótima do trabalho original nem sequer pertence ao conjunto das 100 melhores soluções encontradas (por definição de programação, em ambas implementações são mantidas apenas as 100 melhores soluções encontradas durante a busca). Finalmente cabe destacar que o valor de perda total da solução no trabalho original (143,91 kW) é o valor calculado pelo Método de Newton para a solução especificada pela abertura das chaves na terceira coluna da Tabela 6.11. Este valor pode ser comparado diretamente ao valor da solução ótima determinada neste trabalho (139,03 kW). A diferença entre ambos valores é da ordem de 3,5%.

6.4 Rede D

6.4.1 Considerações gerais

A Rede D é uma rede real de Distribuição com 5 alimentadores primários. A Figura 6.7 mostra esta rede, enquanto que seus principais dados são apresentados na Tabela 6.12.

Figura 6.7 - Rede D

Tabela 6.12 - Principais dados da Rede D

Parâmetro	Valor
Número de nós de carga	1.107
Número de nós de suprimento	5
Número de ligações sem chave	999
Número de chaves	129
Número necessário de chaves fechadas	$1.107 - 999 = 108$
Número necessário de chaves abertas	$129 - 108 = 21$
Número de soluções com 21 chaves abertas e 108 chaves fechadas	$C_{21}^{129} = C_{108}^{129} = \frac{129!}{21!108!} \cong 7,35 \cdot 10^{23}$
Tensão nominal (kV)	13,8
Demanda máxima total (kW)	20.228,787

O número de soluções possíveis desta rede é 2^{129} ; este valor sendo superior a 10^{38} inviabiliza a determinação da solução ótima e das primeiras sub-ótimas através de busca exaustiva. Além disso, o número de soluções com 21 chaves abertas e 108 chaves fechadas ($7,35 \cdot 10^{23}$) também é intratavelmente grande, o que impediu a determinação da solução ótima através do Método *Branch and Bound*.

Neste item serão apresentados os resultados obtidos para esta rede com a metodologia de Busca em Profundidade (Primeira e Segunda Implementação) e de *Branch and Bound* (Terceira e Quarta Implementação).

6.4.2 Busca em Profundidade

Neste caso o procedimento de busca em profundidade conta com 22 passos: um para o cálculo da rede em sua condição inicial (todas as chaves fechadas) e mais 21 passos para abertura de chaves (uma abertura em cada passo). A Tabela 6.13 apresenta os principais dados do estudo.

Tabela 6.13 - Dados e resultados preliminares para a Rede D - Busca em Profundidade

Parâmetro	Primeira Implementação	Segunda Implementação
Tolerância em corrente - Método de Newton (pu)	10^{-10}	
Fator K (Eq. (3.31))	10^6	
Fator C (Eq. (3.31))	0	
Perda total na condição inicial (antes da otimização) (kW)	183,83	
Número de chaves para cálculo de fluxo de potência (Item 4.4)	-	15

Na Tabela 6.13, da mesma forma que no caso da Rede B, o número de chaves para cálculo de fluxo de potência foi fixado através de tentativa e erro, não obtendo-se soluções melhores para valores acima de 15.

A Tabela 6.14 apresenta os principais resultados obtidos, destacando-se que a solução ótima não é conhecida neste caso.

Tabela 6.14 - Resultados da otimização para a Rede D - Busca em Profundidade

Parâmetro	Primeira Implementação (Item 4.3)	Segunda Implementação (Item 4.4)
Perda total na condição inicial (kW)	183,83	
Perda total da melhor solução (kW)	144,96	129,74
Redução de perda em relação à condição inicial (%)	21,1	29,4
Número de cálculos de fluxos de potência	22	330
Tempo de processamento (proc. 3 GHz) (s)	4,062	28,907
Chaves abertas pela otimização (em relação à condição inicial)	3625-3634 3736-3779 3750-3751 4275-4303 4320-4354 4394-4400 4457-4539 4677-4678	3625-3634 3736-3779 4034-4231 4320-4354 4394-4400 4457-4539 4677-4678
Chaves fechadas pela otimização (em relação à condição inicial)	3584-4690 3600-3781 3616-3791 3641-4399 3724-4631 3847-4387 4024-4363 4313-4348	3584-4690 3600-3781 3616-3791 3641-4399 3724-4631 4024-4363 4313-4348

Na Tabela 6.14 observa-se que uma redução significativa na perda total foi obtida através da Primeira e da Segunda Implementação (21,1% e 29,4% respectivamente). Além disso, a melhor solução obtida com a Primeira Implementação é muito parecida com a melhor solução da Segunda Implementação (as chaves que foram operadas por apenas uma das implementações aparecem em negrito). Com relação ao tempo de processamento, a Segunda Implementação é significativamente

mais demorada, fato que não foi possível observar na Rede B devido ao seu tamanho relativamente pequeno.

Uma análise adicional foi desenvolvida a partir da solução fornecida pela Segunda Implementação. A corrente admissível no trecho de saída do circuito primário C5 foi reduzida do seu valor normal de 400 A para 250 A, com a finalidade de forçar a ocorrência de sobrecarga nesse trecho e verificar a solução encontrada pelo programa. Neste caso, a constante C da Tabela 6.13 (peso da penalização de carregamento das ligações) foi alterada de zero para 10^3 . A Tabela 6.15 mostra os resultados desta análise, onde é possível notar que a solução encontrada é praticamente a mesma: apenas uma chave a menos foi aberta e uma a menos foi fechada. A perda total aumentou de 129,74 kW para 136,38 kW, como esperado.

Tabela 6.15 - Resultados da otimização para a Rede D com restrição de carregamento - Busca em Profundidade (somente Segunda Implementação)

Parâmetro	Valor
Perda total na condição inicial (kW)	183,83
Perda total da melhor solução (kW)	136,38
Redução de perda em relação à condição inicial (%)	25,8
Número de cálculos de fluxos de potência	330
Tempo de processamento (proc. 3 GHz) (s)	40,172
Chaves abertas pela otimização (com relação à condição inicial)	3625-3634 3736-3779 4320-4354 4394-4400 4457-4539 4677-4678
Chaves fechadas pela otimização (com relação à condição inicial)	3584-4690 3600-3781 3616-3791 3641-4399 3724-4631 4313-4348

A Tabela 6.16 apresenta os valores de corrente de saída dos 5 circuitos nas 3 situações: condição inicial, otimização sem sobrecarga e otimização com sobrecarga. Verifica-se facilmente que a

restrição de carregamento fez com que um bloco de carga fosse transferido do circuito C5 para o circuito C4.

Tabela 6.16 - Resultados da otimização para a Rede D - Busca em Profundidade

Circuito		Condição inicial	Otimização SEM sobrecarga	Otimização COM sobrecarga
C1	Corrente de saída (A) →	163,18	221,40	221,40
C2		136,72	253,47	253,47
C3		79,47	79,47	79,47
C4		252,94	38,25	252,94
C5		267,98	307,72	93,02
	Perda total (kW) →	183,83	129,74	136,38

Finalmente destaca-se que em todos os casos processados com a Rede D o menor autovalor da matriz Hessiana resultou positivo em todas as soluções intermediárias e também na solução final, garantindo que o valor obtido de perda mínima é de fato o valor mínimo global procurado em cada solução.

6.4.3 *Branch and Bound*

A Tabela 6.17 apresenta os principais dados do estudo efetuado com o Método *Branch and Bound*. Estes dados são os mesmos para as duas implementações desenvolvidas: Terceira Implementação - Ramificação da solução mais recente, e Quarta Implementação - Ramificação por busca em profundidade com retrocesso.

Tabela 6.17 - Dados e resultados preliminares para a Rede D - *Branch and Bound*

Parâmetro	Valor
Tolerância em corrente - Método de Newton (pu)	10^{-10}
Fator K (Eq. (3.31))	10^6
Perda total na condição inicial (antes da otimização) (kW)	183,83

Com este método não foi possível obter a solução ótima, nas duas implementações, devido ao elevado tempo de processamento. Entretanto, foi possível identificar rapidamente algumas soluções radiais melhores que as soluções obtidas através de Busca em Profundidade. Alguns resultados parciais deste estudo são apresentados na Tabela 6.18.

Tabela 6.18 - Resultados parciais para a Rede D através de *Branch and Bound*

Parâmetro	Terceira Implemen- tação	Quarta Implemen- tação
Número de soluções geradas	4.510.000	3.610.000
Número de soluções válidas	2.630.993	2.401.682
Número de soluções inválidas	1.879.007	1.208.318
Número de soluções radiais	20.524	20.524
Número de soluções descartadas pela aplicação direta do teste T1 (item 3.7)	2.179.526	2.030.116
Perda total da melhor solução radial (kW)	126,14	126,14
Número de atualizações da melhor solução radial	6	6
Tempo de processamento até a obtenção da melhor solução radial (proc. 3 GHz) (s)	524,422	587,360
Tempo aproximado total de processamento (proc. 3 GHz)	2 dias e 21 horas	2 dias e 15 horas

Neste caso a melhor solução radial fornecida pelas duas implementações é a mesma, e representa uma redução adicional de 3,6 kW (aproximadamente 3%) em relação à melhor solução radial obtida com a Segunda Implementação (Tabela 6.14). Esta solução foi obtida rapidamente, mas não foi possível prová-la ótima em um intervalo de tempo razoável. De todos modos, ambas implementações armazenam as 100 melhores soluções radiais obtidas durante a busca, cujo conhecimento é muito importante em estudos práticos de reconfiguração.

6.5 Resumo e discussão

Neste Capítulo foi apresentada a aplicação das metodologias desenvolvidas (Busca em Profundidade e *Branch and Bound*) em 3 redes de Distribuição. A solução ótima foi determinada na Rede B através de busca exaustiva e na Rede C através de *Branch and Bound* (em particular, não foi possível utilizar o programa de busca exaustiva na Rede C devido ao limite de 32 bits para

representação de números inteiros - esta rede possui 37 chaves e assim seriam necessários 37 bits para utilizar o programa em sua versão atual).

O conhecimento da solução ótima nas Redes B e C permitiu avaliar com precisão o desempenho das metodologias desenvolvidas. A Busca em Profundidade permite obter soluções sub-ótimas de alta qualidade com tempos de processamento baixíssimos, e isto é particularmente verdadeiro para a Primeira Implementação. A Segunda Implementação pode então ser vista como um recurso que fornece soluções melhores que a Primeira Implementação, naturalmente com um custo computacional maior. Um aspecto interessante da Segunda Implementação é que ela possui um parâmetro de ajuste (número de chaves para cálculo exato de fluxo de potência) que permite controlar com facilidade o compromisso entre qualidade da solução e custo computacional.

O Método *Branch and Bound* permitiu identificar a solução ótima das Redes B e C. Nas duas implementações desenvolvidas (Terceira e Quarta) foi incorporado o recurso de salvar as 100 melhores soluções radiais identificadas durante a busca. O conhecimento destas soluções sub-ótimas é muito valioso no desenvolvimento de estudos práticos de reconfiguração de redes.

As duas implementações do Método *Branch and Bound* apresentaram desempenho equivalente nas 3 redes consideradas. Esta característica sugere a pesquisa de outras estratégias de geração e ordenação das soluções que vão sendo geradas durante o processo de busca.

Com relação à Rede D, a Busca em Profundidade mostrou ser uma técnica com grande potencial para implantação em Centros de Operação da Distribuição como ferramenta de análise em tempo real. Neste caso o Método *Branch and Bound* não foi capaz de identificar a solução ótima devido ao elevado número de chaves e à conseqüente explosão combinatória, tanto no número total de soluções como no número total de soluções com o número necessário de chaves abertas/fechadas. Neste sentido abre-se um campo bastante interessante para o desenvolvimento de novas pesquisas e aprimoramento do Método *Branch and Bound*, juntamente com o exposto no parágrafo precedente.

Capítulo 7

Conclusão

7.1 Conclusões gerais

Neste Capítulo são apresentadas as conclusões gerais do trabalho e são destacadas as principais contribuições. Finalmente, são apontadas algumas direções possíveis para continuação do trabalho.

Uma primeira conclusão diz respeito ao problema contínuo (determinação da distribuição de correntes em uma dada configuração). A formulação adotada neste trabalho, como problema de otimização no qual procura-se minimizar a perda total, permite incluir de maneira simples outras restrições importantes do ponto de vista da rede elétrica, tais como o carregamento máximo de ligações (característica incluída) e a queda máxima de tensão (característica não incluída). Alternativamente, como muitos trabalhos anteriores propõem, a distribuição de correntes na rede pode ser obtida a partir de uma formulação clássica de fluxo de potência. Nesse caso há várias opções possíveis, algumas inclusive aproveitando a condição radial da rede, mas a inclusão das restrições de rede acima mencionadas não é simples.

Neste trabalho utilizou-se o Método de Newton com Derivadas Segundas para determinar a distribuição de correntes que minimiza a perda total em uma dada configuração não radial (cabe lembrar que o Método de Newton também se aplica a redes radiais, mas nesse caso a distribuição de correntes é única e é determinada exclusivamente pela Primeira Lei de Kirchhoff). O método de Newton apresenta a importante vantagem de convergir em apenas uma iteração no caso de problemas quadráticos, como é o caso de todas as formulações desenvolvidas neste trabalho. Além disso, a principal desvantagem do método de Newton, que é a convergência para mínimos locais em

problemas não-convexos, não ocorreu em nenhum dos casos estudados: foi possível verificar que a matriz Hessiana resultou sempre definida positiva (todos os autovalores estritamente positivos).

A utilização da Busca em Profundidade permite obter soluções sub-ótimas muito próximas da solução ótima. Além disso, a determinação de tais soluções apresenta custo computacional muito baixo, tornando a metodologia desenvolvida uma opção muito atraente para aplicações em tempo real. Foi possível reconfigurar a Rede D, com 1128 ligações e 129 chaves, com apenas 4 segundos de processamento.

A necessidade de determinar a qualidade das soluções sub-ótimas produzidas pela Busca em Profundidade levou naturalmente à proposição e ao desenvolvimento da metodologia baseada no Método *Branch and Bound*, de forma que a solução ótima pudesse ser determinada de uma forma mais eficiente que através de busca exaustiva. Várias estratégias para percurso da árvore de soluções foram analisadas; de uma forma geral, o método *Branch and Bound* permite determinar rapidamente a solução ótima, mas a grande dificuldade reside em prová-la ótima de fato. No caso da Rede B (96 ligações, 28 chaves), o método foi capaz de identificar a solução ótima após a análise de 73 soluções, provando-a ótima após 580.000 soluções aproximadamente, dentro de um espaço de mais de 268.000.000 soluções. Entretanto, não foi possível determinar a solução ótima da Rede D através de *Branch and Bound* em um tempo razoável. Neste caso, o número total de soluções é superior a 10^{38} e o número de soluções com o número necessário de chaves fechadas é superior a 10^{23} . Com relação a este aspecto, no item 7.3 sugere-se uma direção para desenvolvimento futuro. De todos modos, o Método *Branch and Bound* apresenta a importante vantagem de permitir rapidamente a identificação de soluções sub-ótimas de alta qualidade, o que frequentemente pode ser considerado um resultado muito bom.

7.2 Principais contribuições do trabalho

Uma primeira contribuição deste trabalho está na utilização do Método de Newton com Derivadas Segundas para determinar a distribuição de correntes que minimiza a perda total para uma determinada configuração da rede elétrica. Este método adaptou-se muito bem ao problema de minimização de perdas e não foi utilizado em nenhum dos trabalhos anteriores pesquisados na etapa de revisão bibliográfica.

A principal contribuição é, provavelmente, a utilização conjunta da Busca em Profundidade com o Método de Newton. Com esta metodologia foi possível determinar soluções sub-ótimas de alta qualidade com tempos de processamento baixíssimos, considerando o tamanho das redes estudadas.

Finalmente, uma contribuição também importante é a tentativa de utilizar o Método *Branch and Bound* em conjunto com o Método de Newton, substituindo a Busca em Profundidade. Os resultados neste caso não podem ser considerados definitivos, destacando-se que há várias possibilidades de pesquisa adicional para aprimoramento da busca na árvore de soluções, com a finalidade de determinar a solução ótima em redes reais de Distribuição.

7.3 Tópicos para ulterior desenvolvimento

De acordo com exposto anteriormente, um tópico natural para desenvolvimento futuro é o aprimoramento do Método *Branch and Bound*, possivelmente incorporando regras heurísticas para reduzir ainda mais o número de soluções visitadas. O objetivo disto é tornar o método aplicável a redes de porte maior, como a Rede D. Uma estratégia possível é, dentro da árvore de soluções, avaliar o próximo nó (solução) a ser explorado, além de avaliar a próxima variável para ramificação (o que já é feito na implementação atual).

Outro tópico importante para estudo adicional é o aprimoramento da formulação do problema contínuo, incluindo as seguintes novas características: (i) incorporação da restrição de queda de tensão na função objetivo, (ii) incorporação de fator de potência individual para cada carga, em vez de um valor único para todas as cargas, e (iii) remover a hipótese de todas as tensões com o mesmo ângulo.

Finalmente, seria interessante considerar a adaptação da metodologia atual para reconfigurar as redes elétricas com o objetivo de minimizar a energia perdida (em vez da perda total em potência), conforme foi visto em alguns dos trabalhos pesquisados. Este recurso deveria ser incluído através das curvas típicas de carga que já se encontram disponíveis em muitos sistemas de Distribuição.

Referências Bibliográficas

- [1] N. Kagan, C. C. B. de Oliveira, E. J. Robba: *Introdução aos sistemas de distribuição de energia elétrica*. São Paulo, Brasil: Edgard Blücher, 2005. v. 1. 328 p.
- [2] N. Kagan: *Configuração de redes de distribuição através de algoritmos genéticos e tomada de decisão fuzzy*. São Paulo, 1999. 167p. Tese (Livre-Docência). Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
- [3] F. S. Hillier and G. J. Lieberman: *Introduction to operations research*, New York: McGraw-Hill, 1997.
- [4] N. Kagan, C. C. B. de Oliveira, H. P. Schmidt e H. Kagan: *Métodos de otimização aplicados a sistemas elétricos de potência*. São Paulo, 2005, 200 p, ISBN 85-905144-1-2.
- [5] M. E. Baran and F. F. Wu, "Network reconfiguration in distribution systems for loss reduction and load balancing", *IEEE Trans. Power Delivery*, Vol. 4, Issue 2, pp. 1401-1407, April 1989.
- [6] A. Merlin and H. Back, "Search for a minimal-loss operating spanning tree configuration in an urban power distribution system", in *5th Power Systems Computation Conference - PSCC*, Cambridge, UK, 1975, v. 1, pp.1-18.
- [7] S. Civanlar, J. J. Grainger, H. Yin and S. S. H. Lee, "Distribution feeder reconfiguration for loss reduction", *IEEE Trans. Power Delivery*, Vol. 3, Issue 3, pp. 1217-1223, July 1988.
- [8] C. C. Liu, S. J. Lee and K. Vu, "Loss minimization of distribution feeders: optimality and algorithms", *IEEE Trans. Power Delivery*, Vol. 4, Issue 2, pp. 1281-1289, April 1989.
- [9] D. Shirmohammadi and H. W. Hong, "Reconfiguration of electric distribution networks for resistive line loss reduction", *IEEE Trans. Power Delivery*, Vol. 4, Issue 2, pp. 1492-1498, April 1989.
- [10] S. K. Goswami and S. K. Basu, "A new algorithm for the reconfiguration of distribution feeders for loss minimization", *IEEE Trans. Power Delivery*, Vol. 7, Issue 3, pp. 1484-1491, July 1992.
- [11] S. Chen and M. Y. Cho, "Energy loss reduction by critical switches", *IEEE Trans. Power Delivery*, Vol. 8, Issue 3, pp. 1246-1253, July 1993.
- [12] Y.-Y. Hsu and J.-H. Yi, "Planning of distribution feeder reconfiguration with protective device coordination", *IEEE Trans. Power Delivery*, Vol. 8, Issue 3, pp 1340-1347, July 1993.

-
- [13] R. Cherkaoui, A. Bart and A. J. Germond, "Optimal configuration of electrical distribution networks using heuristic methods", in *11th Power Systems Computation Conference - PSCC*, Avignon, France, 1993, v. 1, pp.147-154.
- [14] R. Taleski, D. Rajcic, "Distribution network reconfiguration for energy loss reduction", *IEEE Trans. Power Systems*, Vol. 12, Issue 1, pp. 398-406, February 1997.
- [15] N. Kagan and C. C. B. de Oliveira, "Fuzzy decision model for the reconfiguration of distribution networks using genetic algorithms", in *13th Power Systems Computation Conference - PSCC*, Trondheim, Norway, 1999.
- [16] M. A. Kashem, V. Ganapathy, G. B. Jasmon, M. I. Buhari, "A novel method for loss minimization in distribution networks", *International Conference on Electric Utility Deregulation and Restructuring and Power Technologies 2000*, City University, London, UK, 4-7 April 2000, pp 251-256.
- [17] H. C. Chin, K.-Y. Huang, "A simple distribution reconfiguration algorithm for loss minimization", *Proceedings of the IEEE Conference on Power System Technology (Power Con 2000)* Vol. 2, 4-7 December 2000.
- [18] R. E. Brown, "Network reconfiguration for improving reliability in distribution systems", *2003 IEEE Power Engineering Society General Meeting*, Vol. 4, 13-17 July 2003.
- [19] K. Nara, Y. Mishima and T. Satoh, "Network reconfiguration for loss minimization and load balancing", *2003 IEEE Power Engineering Society General Meeting*, Vol. 4, 13-17 July 2003.
- [20] A. Augugliaro, L. Dusonchet, M. G. Ippolito, and E. R. Sanseverino, "Minimum losses reconfiguration of MV distribution networks through local control of tie-switches", *IEEE Trans. Power Delivery*, Vol. 18, Issue 3, pp 762-771, July 2003.
- [21] C.-T. Su and C.-S. Lee, "Network reconfiguration of distribution systems using improved mixed-integer hybrid differential evolution", *IEEE Trans. Power Delivery*, Vol. 18, Issue 3, pp 1022-1027, July 2003.
- [22] B. Venkatesh, R. Ranjan, and H. B. Gooi, "Optimal reconfiguration of radial distribution systems to maximize loadability", *IEEE Trans. Power Systems*, Vol. 19, Issue 1, pp 260-266, February 2004.
- [23] E. López, H. Opazo, L. García, and P. Bastard, "Online reconfiguration considering variability demand: applications to real networks", *IEEE Trans. Power Systems*, Vol. 19, Issue 1, pp 549-553, February 2004.
- [24] R. Fletcher: *Practical methods of optimization*, John Wiley & Sons, New York, 1980.
- [25] C. A. Floudas: *Nonlinear and mixed-integer optimization*, Oxford University Press, New York, 1995.
- [26] A. Cichocki, R. Unbehauen: *Neural networks for optimization and signal processing*, John Wiley and Sons, 1993.
-

- [27] C. C. B de Oliveira, H. Prieto Schmidt, N. Kagan, E. J. Robba: *Introdução a sistemas elétricos de potência - componentes simétricas*, 2^a edição, Ed. Edgard Blücher, São Paulo, 2000.
- [28] G. H. Golub, C. F. Van Loan: *Matrix computations*, 2nd edition, Johns Hopkins University Press, Baltimore, 1989.
- [29] N. Kagan: *Electrical power distribution systems planning using multiobjective and fuzzy mathematical programming*. London, 1992. 215p. Thesis (Ph.D.). Queen Mary & Westfield College, University of London.
- [30] G. L. Nemhauser, L. A. Wolsey: *Integer and combinatorial optimization*, John Wiley & Sons, New York, 1988.
- [31] C. C. B. de Oliveira: *Configuração de redes de distribuição de energia elétrica com múltiplos objetivos e incertezas através de procedimentos heurísticos*. São Paulo, 1997. 194p. Tese (Doutorado). Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
- [32] H. P. Schmidt, N. Ida, N. Kagan and J. C. Guaraldo: "Fast reconfiguration of distribution systems considering loss minimization". Trabalho aceito em dezembro de 2004 para publicação na revista *IEEE Transactions on Power Systems*.

Dados das Redes Eléctricas

1. Introdução

Neste Anexo são apresentados os dados completos das Redes A, B e C utilizadas no trabalho.

2. Rede A

A Figura 2.1 apresenta o diagrama unifilar da Rede A. A tensão nominal desta rede é 13,8 kV. Os dados de nós, ligações e cabos são apresentados nas Tabelas 2.1, 2.2 e 2.3, respectivamente.

Figura 2.1 - Rede A

Tabela 2.1 - Dados de nós da Rede A

Nó	Tipo	Potência ativa de carga (kW)	Pot. reativa de carga (kVAr) (1)
1	Geração (SE)	-	-
2	Carga	800	600
3	Carga	1200	900
4	Carga	700	525
5	Geração (SE)	-	-
6	Carga	800	600
7	Carga	1500	1125
8	Carga	800	600
Total		5800	4350
(1) Todas as cargas possuem fator de potência 0,8 indutivo.			

Tabela 2.2 - Dados de ligações da Rede A

Nó inicial	Nó final	Chave?	Comprimento (km)	Cabo
1	2	Não	0,5	336.4 MCM
1	6	Sim	0,7	336.4 MCM
2	3	Sim	0,8	336.4 MCM
3	4	Não	2,3	4/0 AWG
4	5	Sim	0,4	336.4 MCM
4	8	Sim	1,0	336.4 MCM
6	7	Não	3,0	336.4 MCM
7	8	Não	2,5	4/0 AWG

Tabela 2.3 - Dados de cabos da Rede A

Código da bitola	Resistência (Ω/km)	Reatância (Ω/km)	Corrente admissível (A)
336.4 MCM	0,2	0,4	400
4/0 AWG	0,4	0,4	250

3. Rede B

A Figura 3.1 apresenta o diagrama unifilar da Rede B. A tensão nominal desta rede é 13,8 kV. Os dados de nós, ligações e cabos são apresentados nas Tabelas 3.1, 3.2 e 3.3, respectivamente.

Figura 3.1 - Rede B

Tabela 3.1 - Dados de nós da Rede B

Nó	Tipo	Pot. ativa de carga (kW) (1)
2	Carga	0
3		0
4		0
5		0
6		800
7		500
8		2000
9		100
10		100
11		300
12		800
13		800
14		0
15		0
16		300
17		500
18		500
19		0
20		800
21		100
22		100
23		0
24		0
25		100
26		0
27		100
28		0
29		600
30		500
31		500
32		500
33		500
34		0
35		0
36		0
37		500
38		0
39		500
40		0
41		0
42		100
43		0
44		0
(1) Todas as cargas possuem fator de potência 1,0.		

Nó	Tipo	Pot. ativa de carga (kW) (1)
45	Carga	0
46		500
47		500
48		500
49		500
50		500
51		300
52		500
54		2000
55		2000
56		0
57		1000
58		1000
59		600
60		1000
61		500
62		800
63		1000
64		0
65		2000
66		0
67		0
68		0
69		3000
70		0
72		1000
73		800
74		1000
75		2000
76		500
77		0
78		1000
79		800
80		300
81	1500	
82	1000	
83	700	
84	1000	
85	400	
86	400	
1	Geração (SE)	-
53		-
71		-
	Total	42200

Tabela 3.2 - Dados de ligações da Rede B

Nó inicial	Nó final	Tipo	Compr. (km)	Cabo	Nó inicial	Nó final	Tipo	Compr. (km)	Cabo
2	4	Sem chave	2,0	Cabo_23	59	61	Sem chave	4,0	Cabo_23
3	6		6,0		62	63		2,0	
4	7		2,0		62	64		8,0	
5	8		6,0		64	65		4,0	
6	12		4,0		66	67		4,0	
7	9		2,0		67	68		4,0	
7	10		2,0		68	69		4,0	
7	11		2,0		68	70		6,0	
8	13		4,0		72	73		2,0	
11	14		4,0		72	74		2,0	
11	15		4,0		74	75		2,0	
11	16		2,0		74	76		3,0	
12	17		4,0		77	78		4,0	
12	18		4,0		77	80		2,0	
13	19		4,0		78	79		2,0	
13	20		4,0		81	82		6,0	
16	21		2,0		82	83		3,0	
16	22		2,0		82	86		4,0	
16	23		2,0		83	84		2,0	
24	28		2,0		83	85		2,0	
25	29		4,0		1	2	Com chave	0,1	
26	30		2,0		1	3			
27	31		2,0		1	5			
28	32		2,0		12	61			
28	33		4,0		13	76			
29	34		2,0		14	17			
29	35		2,0		15	19			
30	36		2,0		18	34			
30	37		4,0		20	24			
31	43		2,0		20	36			
31	44		2,0		23	25			
31	45		2,0		23	26			
35	38		2,0		23	27			
35	39		3,0		33	80			
35	40		2,0		38	64			
37	41		1,0		39	43			
37	42		1,0		40	46			
46	48		4,0		45	47			
47	49		4,0		48	69			
48	50		3,0		50	51			
49	51		2,0		52	85			
49	52		4,0		53	54			
54	57		4,0		53	55			
55	62		2,0		53	56			
56	66		2,0		70	86			
57	58		2,0		71	72			
57	59		8,0		71	77			
59	60		4,0		78	81			

Tabela 3.3 - Dados de cabos da Rede B

Código da bitola	Resistência (Ω/km)	Reatância (Ω/km)	Corrente admissível (A)
Cabo_23	0,19	0,38	530

4. Rede C

A Figura 4.1 apresenta o diagrama unifilar da Rede C. A tensão nominal desta rede é 12,66 kV. Os dados de nós, ligações e cabos são apresentados nas Tabelas 4.1, 4.2 e 4.3, respectivamente.

Figura 4.1 - Rede C

Tabela 4.1 - Dados de nós da Rede C

Nó	Tipo	Pot. ativa de carga (kW) (1)
1	Carga	99,154
2		83,739
3		122,623
4		57,036
5		53,774
6		190,120
7		190,120
8		53,774
9		53,774
10		45,984
11		59,060
12		59,060
13		122,623
14		51,718
15		53,774
16		53,774
17		83,739
(1) Todas as cargas possuem fator de potência 0,85 indutivo.		

Nó	Tipo	Pot. ativa de carga (kW) (1)
18	Carga	83,739
19		83,739
20		83,739
21		83,739
22		87,538
23		395,522
24		395,522
25		55,266
26		55,266
27		53,774
28		118,119
29		537,739
30		140,740
31		197,761
32		61,312
0	Geração (SE)	-
Total		3.867,361

Tabela 4.2 - Dados de ligações da Rede C

Nó inicial	Nó final	Tipo	Compr. (km)	Cabo
0	1	Com chave	1,0	00-01
1	2			01-02
1	18			01-18
2	3			02-03
2	22			02-22
3	4			03-04
4	5			04-05
5	6			05-06
5	25			05-25
6	7			06-07
7	8			07-08
7	20			07-20
8	9			08-09
8	14			08-14
9	10			09-10
10	11			10-11
11	12			11-12
11	21			11-21
12	13			12-13

Nó inicial	Nó final	Tipo	Compr. (km)	Cabo
13	14	Com chave	1,0	13-14
14	15			14-15
15	16			15-16
16	17			16-17
17	32			17-32
18	19			18-19
19	20			19-20
20	21			20-21
22	23			22-23
23	24			23-24
24	28			24-28
25	26			25-26
26	27			26-27
27	28			27-28
28	29			28-29
29	30			29-30
30	31			30-31
31	32			31-32

Tabela 4.3 - Dados de cabos da Rede C

Código da bitola	Resistência (Ω/km)	Reatância (Ω/km)	Corrente admissível (A)
00-01	0,0922	0,0470	500
01-02	0,4930	0,2511	500
02-03	0,3660	0,1864	500
03-04	0,3811	0,1941	500
04-05	0,8190	0,7070	500
05-06	0,1872	0,6108	500
06-07	0,7114	0,2351	500
07-08	1,0300	0,7400	500
08-09	1,0440	0,7400	500
09-10	0,1966	0,0650	500
10-11	0,3744	0,1238	500
11-12	1,4680	1,1550	500
12-13	0,5416	0,7129	500
13-14	0,5910	0,5260	500
14-15	0,7463	0,5450	500
15-16	1,2890	1,7210	500
16-17	0,7320	0,5740	500
01-18	0,1640	0,1565	500
18-19	1,5042	1,3554	500
19-20	0,4095	0,4784	500
20-21	0,7089	0,9373	500
02-22	0,4512	0,3083	500
22-23	0,8980	0,7091	500
23-24	0,8960	0,7011	500
05-25	0,2030	0,1034	500
25-26	0,2842	0,1447	500
26-27	1,0590	0,9337	500
27-28	0,8042	0,7006	500
28-29	0,5075	0,2585	500
29-30	0,9744	0,9630	500
30-31	0,3105	0,3619	500
31-32	0,3410	0,5302	500
07-20	2,0000	2,0000	500
08-14	2,0000	2,0000	500
11-21	2,0000	2,0000	500
17-32	0,5000	0,5000	500
24-28	0,5000	0,5000	500