UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE LORENA

WANESSA CRISTINE COSTA E SILVA

**Contribuições para o desenvolvimento de competências estatísticas no ensino médio
por meio dos registros de representação semiótica**

LORENA - SP

2018

WANEISSA CRISTINE COSTA E SILVA

**Contribuições para o desenvolvimento de competências estatísticas no ensino médio
por meio dos registros de representação semiótica**

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia
de Lorena da Universidade de São Paulo para a
obtenção do título de Mestre em Ciências do
Programa de Mestrado Profissional em Projetos
Educaçãoais de Ciências.

Orientador: Prof. Dr. Paulo Atsushi Suzuki

Coorientador: Prof. Dr. Antonio Sérgio Cobiauchi

Versão Corrigida

LORENA/SP

2018

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE

Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema Automatizado
da Escola de Engenharia de Lorena,
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Silva, Wanessa Cristine Costa e
Contribuições para o desenvolvimento de
competências estatísticas no ensino médio por meio
dos registros de representação semiótica / Wanessa
Cristine Costa e Silva; orientador Paulo Atsushi
Suzuki - Versão Corrigida. - Lorena, 2018.
143 p.

Dissertação (Mestrado em Ciências - Programa de
Mestrado Profissional em Projetos Educacionais de
Ciências) - Escola de Engenharia de Lorena da
Universidade de São Paulo. 2018

1. Ensino de matemática. 2. Ensino médio. 3.
Registros de representação semiótica. 4. Competências
estatísticas. I. Título. II. Suzuki, Paulo Atsushi ,
orient.

Dedico este trabalho à minha amada mãe Yvonete (*in memoriam*).

AGRADECIMENTOS

A Deus, que faz o possível, o impossível e cumpre todas as Suas promessas.

À minha filha Laís, pela ajuda, amor dedicado e aprendizado de viver sem mim em muitos momentos.

Ao meu namorado João, pela compreensão nos momentos de ausência, carinho e apoio nesse desafio que foi escrever esta dissertação.

Aos meus familiares e amigos, pelas palavras de motivação e incentivo.

Ao meu orientador Professor Doutor Paulo Atsushi Suzuki, pela paciência e orientações.

Ao meu amigo e coorientador Professor Doutor Antônio Sérgio Cobianchi, a quem admiro muito, pelos ensinamentos, por me incentivar a continuar e favorecer meu crescimento e amadurecimento.

Aos Professores Estaner Claro Romão e Graziela Zamponi, pelas valiosas sugestões concedidas no exame da qualificação.

A todos os Professores do Programa de Pós Graduação em “Projetos Educacionais de Ciências”, pelo conhecimento compartilhado.

Aos colegas do curso, pela união, esclarecimentos e apoio em diversos momentos. Em especial, agradeço a Juliana Freitas e o Homailson, pelo companheirismo e principalmente pela sincera amizade construída.

Aos funcionários da EEL – USP, pelo apoio técnico inestimáveis.

Aos professores Tiago Chinellato e Silvia Moreira, pela colaboração na constituição e aplicação da última sequência de ensino.

A escola estadual do município de Guaratinguetá que foi parceira nesse trabalho. Em especial, agradeço a coordenadora Juliana Silva e a professora Luana, por toda ajuda e amizade.

Aos queridos alunos que participaram com dedicação nessa pesquisa e me deram a oportunidade de pensar diferente.

A todos que de alguma forma me auxiliaram ao longo da trajetória.

“Ensinar exige compreender que a educação é uma forma de intervenção no mundo.”

Paulo Freire

RESUMO

SILVA, W. C. C. **Contribuições para o desenvolvimento de competências estatísticas no ensino médio por meio dos registros de representação semiótica.** 2018. 143 p. Dissertação (Mestrado em Ciências) – Escola de Engenharia de Lorena - Universidade de São Paulo, Lorena, 2018.

A escola hoje tem o desafio de atuar na formação de cidadãos capazes de consumir e pensar criticamente as informações que permeiam suas vidas diariamente, que saibam tomar decisões e participem positivamente na construção da sociedade em que vivem. Com o objetivo de colaborar nessa formação, apresenta-se uma proposta de ensino de Matemática, com foco nos conteúdos estatísticos, que possa contribuir no desenvolvimento das competências de letramento, raciocínio e pensamento estatísticos dos alunos. Para isso, utilizaram-se sequências de ensino, contextualizadas com temas do cotidiano selecionados pelo grupo de estudantes, elaboradas a partir de questionários que traçaram o perfil e conhecimentos prévios do grupo. A base para a formalização e análise das sequências foram os pressupostos dos registros de representação semiótica de Duval (2003). Ao final, investigaram-se as habilidades desenvolvidas e as impressões dos alunos por meio de questionários finais. O método utilizado foi pesquisa-ação e o trabalho realizado foi com alunos de duas turmas de 3º ano do Ensino Médio, de uma escola pública do interior do estado de São Paulo. A pesquisa desenvolvida mostrou a importância do ensino e aprendizagem de conceitos estatísticos durante toda a trajetória escolar. O desenvolvimento da proposta foi considerado positivo, pois os alunos participaram ativamente e responderam a ela de forma satisfatória.

Palavras-chave: Ensino de matemática. Ensino médio. Registros de representação semiótica. Competências estatísticas.

ABSTRACT

SILVA, W. C. C. Policy for the development of statistical competences in high school through registers of semiotic representation. 2018. 143 p. Dissertation (Master of Science) – Escola de Engenharia de Lorena – Universidade de São Paulo, Lorena, 2018.

The current school has the challenge of acting the formation of citizens who are able to consume and think critically the information that permeates their daily lives, who know how to make choices and participate positively in the construction of the society in which they live. With the objective of collaborating in this training, a proposal of Mathematics teaching is presented, with a focus on statistical content, which can contribute to the development of students' literacy, reasoning and statistical thinking skills. Therefore, teaching sequences were used, contextualized with themes of daily life selected by the group of students, elaborated from questionnaires that traced the profile and previous knowledge of the group. The basis for the formalization and analysis of the sequences were the Duval's (2003) assumptions of the semiotic representation records. At the end, student's skills and impressions were investigated through final questionnaires. The used method was action research and the work was carried out with students from two classes of 3rd year of High School, from a public school in a state of São Paulo small town. The developed research showed the importance of teaching and learning statistical concepts throughout the school trajectory. The development of the proposal was considered positive, since the students participated actively and responded to it in a satisfactory way.

Keywords: Mathematics teaching. High school. Semiotic representation records. Statistical skills.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Relação entre raciocínio, pensamento e letramento estatísticos.	33
Figura 2 – Tratamento e conversão na proposta com conteúdos estatísticos.	40
Figura 3 – Ciclo básico da pesquisa-ação	43
Figura 4 – Temas escolhidos pelos alunos	75
Figura 5 – Elaboração da tabela 1 pelo G3 da turma B – SE 1	76
Figura 6 – Tabela 1 da aluna do G2 da turma B – SE 1	77
Figura 7 – Tabela 1 do aluno do G4 da turma A – SE 1	78
Figura 8 – Cálculo de conversão da aluna do G2 da turma B	78
Figura 9 – Tabelas 2 e 3 do G4 da turma A – SE 1	79
Figura 10 – Gráficos de linhas do G4 da turma A – SE 1	80
Figura 11 – Gráfico de barras do G1 da turma B.	81
Figura 12 – Gráfico de setores do G4 da turma A.	82
Figura 13 – Alunos das turmas A e B na construção do gráfico de setores.	83
Figura 14 – Relatórios da SE 1, respectivamente de grupos das turmas A e B.	84
Figura 15 – G5 da turma A envolvidos no tratamento e análise dos dados.....	86
Figura 16 – Tabela 1 do G2 da turma A – SE 2.	86
Figura 17 – Tabela 2 do G2 da turma A – SE 2.	88
Figura 18 – Cálculo da mediana do G2 da turma A – SE 2.....	89
Figura 19 – Gráfico de linhas do G2 da turma A – SE 2.	90
Figura 20 – Tabela 3 do aluno do G1 da turma A – SE 2.	91
Figura 21 – Relatório da SE 2 do G5 da turma B.	93
Figura 22 – Relatório da SE 2 do G6 da turma A.	94
Figura 23 – Reprodução no Excel da tabela 2 da SE 1 do G4 da turma A.	95
Figura 24 – Reprodução no Excel da tabela 1 da SE 2 do G2 da turma A.	96
Figura 25 – Tabela 2 da SE 2 no Excel do G2 da turma A.	97
Figura 26 – Tabela e histograma no Excel do G2 da turma A.	97
Figura 27 – Alunos da turma A na realização das construções no Excel.	98
Figura 28 – Análise univariada no Geogebra da turma B.	99
Figura 29 – Análise univariada no Geogebra de um aluno da turma B.	100
Figura 30 – Análise bivariada no Geogebra de uma dupla da turma A.	101
Figura 31 – Análise multivariada no Geogebra do G2 da turma A.	102
Figura 32 – Resposta correta da questão 1a) do Questionário 3.	105

Figura 33 – Resposta equivocada da questão 1a) do Questionário 3.....	106
Figura 34 – Resposta correta da questão 1b) do Questionário 3.	106
Figura 35 – Resposta equivocada da questão 1b) do Questionário 3.	106
Figura 36 – Resposta correta da questão 1c) do Questionário 3.	107
Figura 37 – Resposta equivocada da questão 1c) do Questionário 3.....	107
Figura 38 – Resposta correta da questão 1d) do Questionário 3.	107
Figura 39 – Resposta equivocada da questão 1d) do Questionário 3.	108
Figura 40 – Resposta correta dos itens 2a) e 2b) do Questionário 3.....	108
Figura 41 – Resposta equivocada dos itens 2a) e 2b) do Questionário 3.....	109
Figura 42 – Resposta correta da questão 2c) do Questionário 3.	109
Figura 43 – Preenchimento correto da tabela da questão 3 do Questionário 3.....	110
Figura 44 – Resposta correta dos itens 3a), 3b) e 3c) do Questionário 3.....	111
Figura 45 – Resposta correta da questão 3d) do Questionário 3.	111
Figura 46 – Resposta da questão 3e) do Questionário 3.....	112

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Distribuição por idade e gênero das Turmas A e B	64
Tabela 2 – Atividades em outros turnos	64
Tabela 3 – Fontes de informação	65
Tabela 4 – Observação de gráficos e tabelas pelos alunos	66
Tabela 5 – Conhecimento prévio de Estatística	68
Tabela 6 – Conteúdos citados para aprendizagem de Estatística.....	69
Tabela 7 – Resultados do Questionário 2 – Instrumento diagnóstico.....	70
Tabela 8 – Resultados do Questionário 3 – Sondagem final	105
Tabela 9 – Conhecimento assimilado de Estatística	114
Tabela 10 – Utilidade dos conteúdos estatísticos	115
Tabela 11 – Opiniões com relação as sequências de ensino.....	116
Tabela 12 – Dificuldades mencionadas	117
Tabela 13 – Sugestões finais dos alunos.....	118

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Conteúdos e habilidades do EF II e EM.	29
Quadro 2 – Características das quatro funções cognitivas.....	36
Quadro 3 – Classificação dos diferentes registros mobilizáveis no funcionamento matemático	37
Quadro 4 – Organização da pesquisa-ação	45
Quadro 5 – Descrição do Questionário 2 – Instrumento diagnóstico	49
Quadro 6 – Organização para representação do consumo mensal por aluno.....	55
Quadro 7 – Organização dos cálculos de classes e frequências.....	55
Quadro 8 – Organização dos cálculos de medidas de dispersão.....	56
Quadro 9 – Descrição do Questionário 3 – Sondagem final.....	60
Quadro 10 – Habilidades retomadas no Questionário 3	61
Quadro 11 – Contribuição da Matemática na vida dos alunos	67

LISTA DE ABREVIACÕES

EF – Ensino Fundamental

EF I – Ensino Fundamental Ciclo I

EF II – Ensino Fundamental Ciclo II

EM – Ensino Médio

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

SARESP – Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo

AAP - Avaliação de Aprendizagem em Processo

PCN+ - Parâmetros Curriculares Nacionais Complementares do Ensino Médio

RRS - Registros de Representação Semiótica

SE – Sequência de Ensino

SEs – Sequências de Ensino

OBMEP – Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas

SAEB – Sistema de Avaliação da Educação Básica

PNLD – Programa Nacional do Livro Didático

ENEM – Exame Nacional do Ensino Médio

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	19
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	23
2.1 Estatística, cotidiano e educação	23
2.2 Estatística e Currículo	25
2.3 Competências Estatísticas	29
2.3.1 Letramento Estatístico.....	30
2.3.2 Raciocínio Estatístico.....	31
2.3.3 Pensamento Estatístico.....	31
2.4 Registros de Representação Semiótica.....	33
3 METODOLOGIA	42
3.1 A Pesquisa-Ação.....	42
3.2 Local e Participantes da Pesquisa.....	45
3.3 Procedimentos Metodológicos	46
3.3.1 Elaboração do Questionário 1 – Perfil do aluno	47
3.3.2 Elaboração do Questionário 2 – Instrumento diagnóstico	48
3.3.3 Enquete dos temas abordados nas Sequências de Ensino	49
3.3.4 Elaboração da Sequência de Ensino 1 (SE 1)	50
3.3.5 Elaboração da Sequência de Ensino 2 (SE 2)	53
3.3.6 Elaboração da Sequência de Ensino 3 (SE 3)	57
3.3.7 Elaboração do Questionário 3 – Sondagem final.....	59
3.3.8 Elaboração do Questionário 4 – Impressões finais dos alunos	62
4 RESULTADOS E DISCUSSÃO	63
4.1 Aplicação e análise do Questionário 1 – Perfil do aluno	63
4.2 Aplicação e análise do Questionário 2 – Instrumento diagnóstico.....	70
4.3 Aplicação e análise da Enquete dos temas abordados nas Sequências de Ensino	74
4.4 Aplicação e análise da Sequência de Ensino 1 (SE 1)	75
4.5 Aplicação e análise da Sequência de Ensino 2 (SE 2)	85
4.6 Aplicação e análise da Sequência de Ensino 3 (SE 3)	94
4.7 Aplicação e análise do Questionário 3 – Sondagem final	104
4.8 Aplicação e análise do Questionário 4 – Impressões finais dos alunos	113
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	120

REFERÊNCIAS	124
APÊNDICE A - Questionário 1 – Perfil do aluno	131
APÊNDICE B - Questionário 2 – Instrumento diagnóstico	132
APÊNDICE C - Termo de consentimento livre e esclarecido.....	137
APÊNDICE D - Planilha de pesquisa – SE 1	138
APÊNDICE E - Questionário 3 – Sondagem final.....	139
APÊNDICE F - Questionário 4 – Impressões finais	143

1 INTRODUÇÃO

Um dos principais desafios da educação hoje é atuar na formação do aluno para a vida. As práticas tradicionais de ensino já não são suficientes para suprir as necessidades do atual cenário educacional do Brasil. É preciso considerar que os estudantes necessitam desenvolver competências e habilidades suficientes no ambiente escolar para que sejam capazes de consumir e pensar criticamente as informações que permeiam suas vidas diariamente, de modo a tomar decisões acertadas na sociedade em que vivem.

Dessa forma, a Matemática é uma das disciplinas fundamentais para o desenvolvimento cognitivo do indivíduo, pois seus conhecimentos permitem auxiliar no aperfeiçoamento do pensamento e raciocínio, contribuindo para a preparação do aluno na interpretação de mundo e exercício da cidadania.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), destacam a importância do ensino de matemática e a necessidade da sua adequação para o desenvolvimento do aluno, ao criar condições para sua inserção num mundo em mudança e ao contribuir para desenvolver as capacidades que são exigidas na sua vida. Os PCN também salientam o valor formativo deste ensino, que ajuda a estruturar maneiras de pensar e raciocinar, apontando o seu papel instrumental como uma ferramenta que se adapta à vida cotidiana e às muitas atividades específicas da atividade humana (BRASIL, 2000).

A Estatística, com seus conteúdos e conceitos, possibilita criar formas para coletar, organizar e analisar diferentes informações, além de revelar-se como um eficiente aliado neste desafio atual, que é transformar a informação em dados que permitam realizar uma leitura e compreensão da realidade (LOPES, 2010).

Nos PCN do Ensino Fundamental Ciclo II (EF II), a Estatística está inserida em um bloco de conteúdos denominado Tratamento da Informação, que beneficia as necessidades de todo cidadão, ao oferecer um ensino direcionado para a construção de procedimentos de coleta, organização e comunicação de dados, utilizando diversas representações gráficas que aparecem frequentemente no dia-a-dia do aluno (BRASIL, 1998).

Os PCN do Ensino Médio (EM), segmento de ensino abordado nesta pesquisa, implementam o ensino de Estatística a que refere como o eixo de Análise de Dados e destaca que seu estudo nessa fase necessita viabilizar uma aprendizagem que leve o aluno a realizar questionamentos e ultrapassar a construção de procedimentos, ao refletirem criticamente sobre seus significados, atingindo a investigação sobre os dados construídos e a tomada de decisões (BRASIL, 2002).

Atualmente, as diversas mídias exercem importante influência na vida das pessoas, pois por meio delas tem-se alcance a muitas informações e torna-se viável a compreensão de uma dimensão social, cultural, política e econômica de um mundo moderno (CORRÊA, 2013). Assim, entende-se que a mídia integra a realidade do indivíduo e exige o desenvolvimento das capacidades crítica e reflexiva, considerando as inúmeras variáveis envolvidas nesse meio.

Nesse contexto, as tecnologias de informação e comunicação, que agregam esse meio midiático, podem ser aliadas no ensino ao destacar a presença de representações gráficas distintas, que exigem do indivíduo capacidades de pensamento, raciocínio e letramento estatísticos, pois geram habilidades que permitem conceituar, quantificar, interpretar, compreender e comunicar as informações.

Diante deste cenário, o professor tem papel fundamental no desenvolvimento das competências e habilidades estatísticas dos alunos, ao inseri-los em situações de aprendizagem construtivas nesse processo, ao mediar os debates em sala de aula, ao promover e participar do processo de ensino e aprendizagem com os alunos, dentre outras condições benéficas (COUTINHO; SILVA; ALMOULOU, 2012).

Com base nas reflexões aqui expostas, surgiu a questão norteadora dessa pesquisa: *“Considerando a necessidade de criar um ambiente motivador e eficaz para o ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos de estatística, como desenvolver competências e habilidades nos alunos do Ensino Médio acerca do meio estatístico?”*

Para responder a essa questão, definiu-se o objetivo geral, que propõe:

- Aplicar uma proposta envolvendo sequências de ensino, contextualizadas com temas do cotidiano e por meio dos registros de representação semiótica, analisar as possíveis contribuições para o desenvolvimento de competências estatísticas dos alunos do 3º ano do Ensino Médio.

Para tal efeito, esse objetivo subdividiu-se nos seguintes objetivos específicos:

- Identificar o perfil dos alunos com o propósito de favorecer a integração, verificar como atribuem a importância da matemática em suas vidas e auxiliar no direcionamento das sequências de ensino;
- Identificar por meio de um questionário, em quais habilidades estatísticas básicas do EF II os alunos apresentam baixo rendimento, para que os conceitos possam ser revisitados durante as sequências de ensino;

- Selecionar, com a participação dos alunos, temas motivadores para elaborar e desenvolver as sequências de ensino;
- Oportunizar, por meio das sequências de ensino, o desenvolvimento do letramento, raciocínio e pensamento estatísticos dos alunos;
- Elaborar as sequências de ensino com base na teoria dos registros de representação semiótica, com a finalidade de explorar representações diferenciadas de um mesmo objeto matemático;
- Apontar em que medida os recursos computacionais Excel e GeoGebra potencializam o ensino e aprendizagem de conteúdos estatísticos;
- Averiguar quais funções e operações cognitivas de aprendizagem foram preenchidas e demonstradas pelos estudantes no decorrer do desenvolvimento e das análises;
- Identificar, por meio de um questionário, se os alunos desenvolveram as habilidades relacionadas aos conteúdos estatísticos, exploradas em todas as etapas de investigação da pesquisa;
- Verificar, por meio de um questionário, as impressões finais dos alunos após a proposta envolvendo as sequências de ensino;
- Analisar, durante o desenvolvimento da proposta, as atitudes dos alunos, as quais envolvem disposição, motivação, interesse na busca de soluções e reconhecimento do trabalho em equipe.

Esta dissertação está dividida em 3 capítulos, além de uma introdução e considerações finais.

Na introdução apresenta-se o trabalho, que abordam o tema e a justificativa da escolha dele, a questão norteadora e os objetivos da pesquisa.

O primeiro capítulo é dedicado à fundamentação teórica, em que são apresentadas as reflexões sobre Estatística, cotidiano, educação e currículo; as competências estatísticas com uma distinção entre os termos letramento, raciocínio e pensamento estatísticos; e os registros de representação semiótica, que foram utilizados na elaboração das sequências de ensino, na elaboração do questionário de sondagem final e por fim, na análise qualitativa dos dados.

No segundo capítulo apresenta-se a metodologia de pesquisa adotada, com a pesquisa-ação; local e participantes; procedimentos metodológicos e a descrição da elaboração de cada questionário e sequência de ensino.

O terceiro capítulo retrata os resultados e discussão de cada instrumento descrito no capítulo anterior, em que se relata o desenvolvimento da aplicação e análise correlacionada com a teoria de registro de representação semiótica e as competências estatísticas.

Por fim, tem-se a apresentação das considerações finais, com levantamento de resultados importantes, conclusões e reflexões desta pesquisa.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo são apresentadas as reflexões teóricas que constituem o referencial deste trabalho.

2.1 Estatística, cotidiano e educação

O termo Estatística foi introduzido no século XVIII e estava associado a uma organização política – social (Estado), em que as decisões exigiam conhecimento numérico dos recursos disponíveis, visando de certa forma, à cobrança de impostos e registros de nascimento e morte da população (CRESPO, 2002; OLIVEIRA, 2007; SOUZA, 2007).

Com o tempo, a Estatística foi sendo aplicada em diferentes contextos, como testes relacionados a desempenho escolar, pesquisas, estudos financeiros, controle de qualidade, análise de crescimento ou decréscimo de doenças, índices de emprego, modelagem de fenômenos da natureza etc (OLIVEIRA, 2007).

Hoje, a Estatística auxilia também no planejamento para a obtenção, análise e interpretação de dados e na apresentação de resultados de modo a facilitar a tomada de decisões, em diferentes áreas do conhecimento. É considerada também uma ferramenta que auxilia nas respostas aos questionamentos e seu estudo acarreta o desenvolvimento de competências e habilidades, dentre elas, a organização, o senso-crítico e a análise (LOPES, 2010; SCHNEIDER; ANDREIS, 2013).

Segundo Lopes (2010), a Estatística, com os seus conceitos e métodos para coletar, organizar e analisar variadas informações, revela-se como um poderoso aliado no desafio atual, que é transformar a informação bruta em dados que permitam realizar uma leitura e compreensão da realidade.

Essa autora acrescenta que a Estatística se tornou presente no cotidiano de qualquer pessoa e considera que existe um consenso em torno da ideia de que o “letramento estatístico” deva ser uma prioridade na sociedade moderna, isto é, de uma cidadania com responsabilidade social.

Essas considerações direcionam à reflexão de que o estudo de conteúdos estatísticos necessita iniciar-se cada vez mais cedo no contexto escolar, pois o desenvolvimento do “raciocínio estatístico” permite que os indivíduos possuam maior desenvoltura diante das tomadas de decisões a que eles são submetidos no cotidiano, em

que a variabilidade e a incerteza estão sempre presentes (LOPES, 1998, 2008; SOUZA, 2007).

Diante disso, é necessário considerar o papel que a mídia exerce nesse contexto. Corrêa (2013) dialoga acerca da importância e da influência que a mídia exerce sobre as pessoas na atualidade, pois por meio dela torna-se viável a compreensão de uma dimensão social, cultural, política e econômica de um mundo moderno. Dessa forma, percebe-se que a mídia exige do indivíduo o desenvolvimento da capacidade crítica e reflexiva, sendo inúmeras as variáveis envolvidas nesse meio midiático.

Assim, nota-se que a mídia integra a realidade da qual o indivíduo participa por meio do que Corrêa (2013) denomina como intercâmbios cotidianos com outros sujeitos, passando a interpretar fatos baseando-se no senso comum.

Remetendo essa questão ao ensino da Educação Básica, mais diretamente aos saberes estatísticos que a mídia apresenta e que acarreta no “pensamento estatístico”, é possível observar nesse meio um conjunto de tabelas, gráficos e conceitos estatísticos, com destaque para a variabilidade dos dados (CORRÊA, 2013).

Entre esses saberes explorados pelos meios midiáticos, Cazorla (2004) e Santos e Coqueiro (2009) chamam a atenção para a representação gráfica que contribui para descrever, explorar e resumir um conjunto de dados. Os autores consideram essas informações quantitativas como uma das principais formas para a comunicação de informações, concluindo que o processo de aprendizagem na escola, envolvendo as representações gráficas, não deve se resumir apenas na construção desses registros, mas também na interpretação dos dados que constituem seus enfoques.

Flores e Moretti (2005) complementam que saber ler e interpretar dados e informações representadas graficamente vêm conquistando um lugar de destaque no ensino, alertando que a quantificação da diversidade de informações é cada vez mais necessária na sociedade atual.

Ao ponderar sobre os enfoques do ensino e aprendizagem de Estatística, Becker, Ferreira e Carvalho (2011), Ferreira e Santos (2012) e Corrêa (2013) destacam o computador como um recurso tecnológico que complementa, aperfeiçoa e qualifica a aprendizagem, considerando que na sociedade atual, o conhecimento e o tratamento das informações estão em constante mudanças e o computador acompanha como um dos recursos multimidiáticos nesse processo.

Nesse contexto, refletindo sobre o desenvolvimento das competências estatísticas no ambiente escolar, Cazorla (2004), Gesser (2012) e Corrêa (2013) complementam que o

uso das planilhas eletrônicas e de *softwares* educacionais facilita a elaboração de gráficos que auxiliam na análise e compreensão das informações, mas ressaltam que é um recurso que deve ser utilizado após a compreensão dos conceitos estatísticos, pois são ferramentas dinâmicas e as funcionalidades oferecidas são simplificadas e, sem o conhecimento anterior, os conceitos podem não permitir o desenvolvimento por completo das funções cognitivas do aluno para uma aprendizagem eficaz.

Por fim, as reflexões aqui expostas direcionam para ações que necessitam ser desenvolvidas no ambiente escolar, e em concordância com Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011), permitem compreender que para os alunos se tornarem bons cidadãos estatísticos, eles devem entender o suficiente para consumir as informações que permeiam suas vidas diariamente, sendo capazes de pensar criticamente sobre essas informações, de modo a tomar boas decisões com base nelas.

É por esse caminho que esta pesquisa percorre, visando ao desenvolvimento de competências estatísticas, por meio de temas do cotidiano, articulados com o ensino e aprendizagem e que, dessa maneira, seja possível contribuir para a preparação dos alunos em relação à interpretação de mundo e seu engajamento em uma missão maior de aperfeiçoar a sociedade em que vivem.

2.2 A Estatística e o Currículo

O Currículo do Estado de São Paulo para o ensino de Matemática é organizado em três amplos grupos de conteúdos: Números, Geometria e Relações, tanto no Ensino Fundamental Ciclo II (EF II) quanto no Ensino Médio (EM). Cada um desses três grupos está presente na lista de temas que devem ser ensinados em todas as séries/anos, porém com algumas diferenças, de acordo com cada segmento de ensino.

Em todos os assuntos estudados nesses grupos, almeja-se propiciar a representação dos dados disponíveis e um tratamento adequado das informações reunidas, considerando o mapeamento do que é relevante para a construção do conhecimento do aluno.

Com base nas orientações desse Currículo de Matemática, alguns assuntos são classificados como “Tratamento da Informação”, englobando as porcentagens, medidas de tendência central, tabelas, gráficos de diferentes tipos, dentre outros, ou seja, conteúdos pertinentes à Estatística. O documento curricular, apesar de reconhecer a importância desse destaque, evidencia o fato de que todos os conteúdos estudados na escola básica, em

todas as disciplinas, podem ser classificados como “Tratamento da Informação”, tendo em vista a necessidade da transformação da informação de todos os âmbitos em conhecimento.

Reconheceu-se, nas últimas décadas, a importância do ensino de Estatística para a formação integral do cidadão, fato esse identificado pela inclusão dos conteúdos de Estatística nos documentos curriculares para a disciplina de Matemática de vários países. Dentre esses, ressalta-se a Itália e a França no ano de 1985, Estados Unidos em 1988, Japão em 1989, Espanha e Portugal em 1991 e a Inglaterra em 1995 (LOPES, 1998).

No Brasil, a Estatística foi inserida nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) no final da década de noventa, em um bloco de conteúdos denominado “Tratamento da Informação”, com o destaque para a importância de sua utilização na sociedade moderna (WALICHINSKI; SANTOS JÚNIOR, 2013).

As Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2008) inserem a Estatística em um eixo denominado “Análise de dados”, justificando que o estudo desse eixo deve possibilitar aos alunos a ampliação e formalização dos seus conhecimentos sobre o raciocínio estatístico. Esse documento destaca também que o estudo da estatística nessa fase de ensino necessita viabilizar a aprendizagem da formulação de perguntas que podem ser respondidas com uma coleta de dados, organização e representação desses dados, aprimorando as habilidades adquiridas no EF II.

Os PCN, ao elucidarem o bloco Tratamento da Informação, esclarecem que

com relação à Estatística, a finalidade é fazer com que o aluno venha a construir procedimentos para coletar, organizar, comunicar dados, utilizando tabelas, gráficos e representações que aparecem frequentemente em seu dia-a-dia. Além disso, calcular algumas medidas estatísticas como média, mediana e moda com o objetivo de fornecer novos elementos para interpretar dados estatísticos. (BRASIL, 1998, p. 52)

Os PCN do EM, no que se refere ao eixo Análise de Dados, estabelecem como seus principais objetivos: capacitar o aluno a compreender e interpretar situações, apropriar-se de linguagens específicas, saber argumentar, analisar e avaliar, tirar suas próprias conclusões, tomar decisões e generalizar (BRASIL, 2002). Sobre essa abordagem, os PCN+¹ complementam que

a Matemática do ensino médio pode ser determinante para a leitura das informações que circulam na mídia e em outras áreas do conhecimento na

¹ Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio.

forma de tabelas, gráficos e informações de caráter estatístico. Contudo, espera-se do aluno nessa fase da escolaridade que ultrapasse a leitura de informações e reflita mais criticamente sobre seus significados.

Assim, o tema proposto deve ir além da simples descrição e representação de dados, atingindo a investigação sobre esses dados e a tomada de decisões. (BRASIL, 2002, p. 126).

Ao realizarem observações nos PCN sobre as orientações para o ensino de Estatística, Walichinski e Santos Júnior (2013) evidenciam que o trabalho em sala de aula necessita privilegiar situações que demandem construção de significados, visando à compreensão dos conceitos envolvidos. Os autores também concordam que os conteúdos estatísticos possibilitam o desenvolvimento de formas específicas de pensamento e raciocínio; afinal, o aluno deve ser levado a resolver situações em que será necessário coletar, organizar e apresentar dados, interpretar amostras e resultados, assim como comunicar tais resultados por meio da linguagem estatística.

Os PCN apontam que, por meio da exploração de situações de aprendizagem que apresentem significados aos alunos, os objetivos de ensino podem ser atingidos (BRASIL, 1998).

Lutz (2012) complementa também, com base no PCN do EM, que o cidadão está inserido em uma sociedade de constante informatização e globalização, sendo necessário cada vez mais desenvolver a capacidade de comunicação do indivíduo, de criar e aperfeiçoar conhecimentos e valores.

Nesse contexto, as tecnologias podem ser aliadas no desenvolvimento dessas capacidades. O avanço científico e tecnológico determina que a escola se posicione diante dos conhecimentos em constante transformação.

Ao refletir nesse aspecto sobre os desafios do Ensino Médio, as Diretrizes Curriculares da Educação Básica – BRASIL (2013b) afirmam que

a apropriação de conhecimentos científicos se efetiva por práticas experimentais, com contextualização que relacione os conhecimentos com a vida e oposição a metodologias sem significado para os estudantes. [...] as tecnologias da informação e comunicação modificaram e continuam modificando o comportamento das pessoas e essas mudanças devem ser incorporadas e processadas pela escola para evitar uma nova forma de exclusão, a digital. (BRASIL, 2013b, p.167)

Conforme aqui exposto, as recomendações oficiais dos PCN inserem o ensino de Estatística na disciplina de Matemática na Educação Básica com diversos enfoques, no entanto, esse ensino enfrenta algumas dificuldades, conforme relatado por alguns

pesquisadores como Souza (2007), Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011), Coutinho, Silva e Almouloud, (2012) e Barberino e Magalhães (2016).

Esses autores destacam: a formação estatística insuficiente dos professores de matemática, a falta de acesso das escolas aos resultados de pesquisas acadêmicas e os espaços nos currículos escolares, que na maioria das vezes inserem a Estatística no último bimestre de cada série/ano letivo, e muitas vezes, pelas outras demandas exigidas no ambiente escolar ou pelos professores apresentarem desconforto para o trabalho com conteúdos dessa área de conhecimento, não se privilegia o ensino com contextos que apresentam significado aos alunos.

Assim, considera-se como fundamental o papel do professor no desenvolvimento das competências e habilidades estatísticas dos alunos por meio das situações de aprendizagem que opera pela mediação dos debates em sala de aula, pela participação e valorização do trabalho em equipes, entre outras situações, conforme assinala Ortigão, Franco e Carvalho (2007) e Coutinho, Silva e Almouloud (2012).

Como orientação para o desenvolvimento de competências estatísticas, observa-se no Quadro 1 a descrição dos conteúdos estatísticos, as habilidades relacionadas e o bimestre indicado para a implementação desse ensino, conforme os principais documentos curriculares.

Os blocos/eixos foram organizados em função da necessidade de receberem um tratamento didático para propiciar um avanço contínuo na ampliação dos conhecimentos, tanto em extensão quanto em profundidade, pois o processo de aprendizagem dos alunos requer que os mesmos conteúdos sejam tratados de diferentes maneiras e em diferentes momentos da escolaridade, de forma a serem “revisitados” em função das possibilidades de compreensão que se alteram pela contínua construção de conhecimentos (BRASIL, 1998, 2000, 2002).

Diante de todo o contexto apresentado, é possível perceber que, para que os alunos desenvolvam competências e habilidades estatísticas, acredita-se ser necessário um trabalho em sala de aula com situações de aprendizagem que permitam que os alunos possam transpor os saberes escolares para sua vida cotidiana, como cidadãos e como profissionais (CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2011).

Assim, sentiu-se a necessidade de atuar como professora e ao mesmo tempo pesquisadora em sala de aula; e por meio do trabalho em equipe, desenvolver sequências de ensino com o propósito de contribuir para o desenvolvimento das competências e habilidades estatísticas dos alunos.

Quadro 1 – Conteúdos e habilidades do EF II e EM.

EF II		EM	
	Conteúdos	Habilidades	
4º BIMESTRE	Leitura e construção de gráficos e tabelas	Compreender e analisar informações transmitidas em tabelas e gráficos e propor soluções.	Descrição de dados
		Construir e interpretar gráficos elementares(barras, linhas, pontos) utilizando escala adequada	Representações e interpretações gráficas
	Medidas de tendência central (média aritmética, mediana e moda)	Saber calcular, interpretar e utilizar informações relacionadas às medidas de tendência central (média, mediana, moda)	Análise de dados: medidas de tendência central (média, mediana e moda) e medidas de dispersão (desvio médio e desvio padrão)
		Elaborar conclusões a partir da leitura, análise e interpretação de informações apresentadas em gráficos e tabelas	Obter médias e avaliar desvios de conjuntos de dados ou informações de diferentes naturezas.
			Reconhecer população, amostra e variáveis.

Fontes: Adaptado de Brasil (1998, 2002) e São Paulo (2010, 2016a).

2.3 Competências Estatísticas

Compreende-se por competências estatísticas o conjunto de habilidades de letramento, pensamento e raciocínio estatísticos.

De acordo com Jacobini *et al.* (2010), não é possível ensinar essas competências diretamente aos alunos, mas sim, favorecer o desenvolvimento contínuo desse conjunto de habilidades.

Silva (2007) e Walichinski e Santos Júnior (2013) explicam que embora exista uma diferença entre as competências estatísticas, elas se complementam. O nível de letramento depende do raciocínio e pensamento estatísticos. A medida que avança no raciocínio, o indivíduo pode desenvolver também o pensamento, assim como na situação contrária. Sob outra perspectiva, à medida que o nível de letramento estatístico aumenta, o pensamento e o raciocínio estatísticos tornam-se mais esclarecidos.

Descreve-se a seguir, cada uma das competências estatísticas, com o objetivo de melhor entendimento das relações estabelecidas.

2.3.1 Letramento Estatístico

O letramento estatístico refere-se à habilidade de comunicação estatística que abrange a leitura, escrita, demonstração e troca de informações estatísticas, encontradas em jornais e outras mídias, com capacidade de pensamento crítico sobre elas (GAL, 2002; WATSON; CALLINGHAM, 2003; CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2011).

Para Lopes (2010), o desenvolvimento dessa capacidade é uma das prioridades da sociedade atual, considerando que a complexidade de uma sociedade moderna conduz a necessidade de quantificar um grande volume de informações.

Segundo Gal (2002), Rumsey (2002) e Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011), o letramento estatístico integra também as capacidades de organizar dados, construir e registrar tabelas, assim como trabalhar com diferentes representações dos dados. Inclui ainda, entendimento dos conceitos estatísticos, vocabulário e símbolos. Esses mesmos autores entendem que o desenvolvimento do letramento estatístico acarreta a habilidade de interpretação para descrever o significado dos resultados alcançados de acordo com o contexto do problema, e a habilidade de comunicação básica para explicar os resultados a outros indivíduos.

Por fim, para desenvolver o letramento estatístico dos alunos, é necessário também inseri-los em situações de uso da Estatística como evidência nos argumentos encontrados em sua vida como trabalhadores, consumidores e cidadãos (LOPES, 2008; CAZORLA; SANTANA, 2010; CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2011).

2.3.2 Raciocínio Estatístico

Inicialmente, a definição de raciocínio, segundo Silva (2007), pode ser compreendida como um processo interno, mental, em que o argumento (ou o entendimento de uma explicação, ou uma ação em uma situação) permite realizar deduções.

Especificamente sobre o raciocínio estatístico, Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011) e Walichinski e Santos Júnior (2013) explicam que se configura na habilidade de se trabalhar com as ferramentas e com os conceitos estatísticos, e que nesse processo estão envolvidas situações como leitura e interpretação de dados e construção de tabelas e gráficos.

Segundo esses autores, o raciocínio estatístico está relacionado com a compreensão de um processo estatístico e com a interpretação por completo dos resultados de um problema.

Silva (2007) considera que para os alunos desenvolverem um raciocínio estatístico mais avançado, o professor deve oferecer condições para que os estudantes comparem conceitos, avaliem formas de analisar um conjunto de dados, modifiquem os modos de representação, dentre outras.

É apontado também por Silva (2007) a necessidade do desenvolvimento de pesquisas para descrever processos cognitivos e estruturas mentais que os estudantes desenvolvem durante o trabalho, assim como, para observar quais atitudes devem ser valorizadas para melhor progredir o raciocínio estatístico.

No ponto de vista de Lopes (2004) e Gesser (2012), o raciocínio estatístico auxilia o aluno na sua formação cidadã, ao compreender e explicar as pesquisas realizadas na sociedade, ao auxiliar no desenvolvimento da capacidade de tomar decisões e até mesmo ao promover pesquisas de próprio interesse.

Assim, o raciocínio estatístico envolve a capacidade de compreender e explicar os procedimentos estatísticos que são utilizados e uma extensa interpretação desses resultados.

2.3.3 Pensamento Estatístico

O pensamento estatístico é definido por Wild e Pfankuch (1999) e Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011) como a capacidade do indivíduo em relacionar dados

quantitativos com situações concretas, admitindo a presença da variabilidade e da incerteza, esclarecendo sobre o que os dados podem dizer sobre o problema exposto.

Esses mesmos autores reforçam que não se pode ensinar essa competência diretamente, mas sim, promovendo experiências que valorizem e reforcem os tipos de estratégias que se deseja que os alunos empreguem no tratamento de novas situações.

Para Cazorla (2004), o pensamento estatístico é compreendido como a capacidade de utilizar, de forma adequada, as ferramentas estatísticas na solução de problemas, de entender a natureza dos dados e de realizar inferências. A autora também considera que o pensamento estatístico é necessário para o exercício da cidadania, tanto quanto à capacidade de ler e escrever.

É relatado por Coutinho, Silva e Almouloud (2011) e Walichinski e Santos Júnior (2013), que pesquisas realizadas envolvendo pensamento estatístico vêm mostrando que esta competência desenvolve-se por meio de algumas etapas: a transnumeração – trabalho desenvolvido quando os dados brutos são convertidos para um registro tabelar e posteriormente, para registros gráficos; o desenvolvimento do raciocínio com modelos estatísticos – ocorre pela análise da forma, da dispersão e das medidas estatísticas, na busca da construção de uma linguagem própria; e por fim, a consideração da variação – realizada também pela análise da forma, dispersão e medidas, ou seja, os objetos utilizados são os mesmos para a identificação de diferentes propriedades, como simetria e amplitude.

Wild e Pfankuch (1999), Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011) e Oliveira Júnior (2013) reforçam que para o desenvolvimento do pensamento estatístico, as questões de ensino e aprendizagem necessitam ser contextualizadas para os alunos com dados reais e de preferência, obtidos por eles mesmos, devendo-se evitar situações que envolvam somente cálculos e a reprodução de algoritmos numéricos, sem que sua origem seja conhecida ou não se perceba a sua finalidade.

Como complemento, Gesser (2012) considera que o pensamento estatístico ajuda a aperfeiçoar o desenvolvimento de atividades em grupo e também o trabalho com diferentes representações que a análise de dados proporciona.

Sendo assim, o pensamento estatístico pode ser entendido como a habilidade de se compreender uma situação que envolve dados estatísticos, de modo a realizar inferências com base nas informações apresentadas e de provocar novos questionamentos (WALICHINSKI; SANTOS JÚNIOR, 2013).

A Figura 1 apresenta uma interpretação para a relação estabelecida entre as três competências estatísticas.

Figura 1 – Relação entre raciocínio, pensamento e letramento estatísticos.

Fonte: Silva (2007).

Em suma, Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011) esclarecem que as competências estatísticas se complementam e somente juntas, compreende-se de forma produtiva o ensino de conteúdos estatísticos. Nesse contexto, salientam que o letramento estatístico pode ser visto como o entendimento, interpretação e comunicação da informação estatística apresentada. O raciocínio estatístico caracteriza a habilidade para trabalhar com as ferramentas e os conceitos desenvolvidos, e por fim, o pensamento estatístico direciona o discente para um entendimento global da dimensão da questão que lhe permite interrogar espontaneamente a realidade observada por meio da aprendizagem estatística.

Dessa forma, a intenção da proposta para essa pesquisa foi permitir, por meio das sequências de ensino, que os alunos desenvolvessem as três competências estatísticas para promover um ensino e aprendizagem eficaz.

2.4 Registros de Representação Semiótica

Esta pesquisa baseia-se na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, com o objetivo de abordar aspectos cognitivos de aprendizagem e mobilização de estratégias desenvolvidas pelos alunos na resolução de questões envolvendo conteúdos estatísticos, que requerem desenvolver registros de variadas

representações de um objeto matemático. Esses registros são importantes por constituírem um sistema de comunicação e por possibilitarem a organização das informações sobre o objeto representado.

Raymond Duval, nascido em 1937, filósofo e psicólogo francês, desenvolveu estudos desde 1986, sobre o funcionamento cognitivo de pensamento, direcionado para a aprendizagem matemática, que levaram à publicação de diversos trabalhos e desde então; a teoria desenvolvida tem se mostrado um instrumento importante para avaliar e compreender as dificuldades apresentadas pelos alunos no ensino de matemática.

A teoria de Duval é referência para várias pesquisas, que demonstram preocupação com a construção do conhecimento e a maneira pela qual os indivíduos processam semioticamente a aprendizagem matemática.

Nesse contexto, Colombo *et al.* (2008) realizaram reflexões sobre o papel dos registros de representação semiótica no ensino e aprendizagem de matemática, pois perceberam que pesquisas passaram a ser realizadas no Brasil desde o início da década de 90, logo após as primeiras publicações de Duval no final da década de 80 e isto, como já mencionado, se deve ao fato dos educadores estarem também preocupados com o processo de construção do conhecimento matemático. Após analisarem diversas pesquisas realizadas, os autores apontam:

Ao pensarem nas sequências de ensino, a maioria dos pesquisadores investe na história dos conteúdos e, pela própria característica da noção teórica utilizada, buscam mapear os registros de representação possíveis para um mesmo conteúdo programático, assim como a articulação entre eles. Partindo desse cenário, aplicam as sequências e analisam os resultados, mostrando, quase sempre, que o caminho trilhado pode ser convertido em estratégias metodológicas para outros conteúdos, de séries anteriores ou posteriores. (COLOMBO *et al.* 2008, p. 60)

Sob o ponto de vista de Duval (2003, 2009), ensinar matemática é antes de tudo possibilitar o desenvolvimento geral das capacidades de raciocínio, de análise e de visualização. A atividade matemática, nesta abordagem, é caracterizada pela dependência das representações semióticas, bem como pela variedade destas representações. Isso porque as representações semióticas assumem um papel considerável, já que os objetos matemáticos, não sendo acessíveis pela percepção, só podem o ser por meio de suas representações. Um mesmo objeto matemático poderá ter representações diferentes, dependendo da necessidade e do uso (FLORES; MORETTI, 2005).

Fundamentado na teoria de Duval, Lutz (2012) explica que

[...] o acesso a um objeto matemático é necessariamente intermediado por registros de representação semiótica e propostas que requerem uma efetiva coordenação entre os objetos, ou seja, o conhecimento matemático é mobilizado por uma pessoa com o auxílio de uma representação. (LUTZ, 2012, p.22)

Duval (2006, 2009) considera que há três tipos de representações: as mentais – compostas pelo conjunto de concepções que um indivíduo pode ter sobre um objeto ou uma situação; as semióticas – que exteriorizam as representações mentais dos indivíduos, ou seja, percepções internas que foram exteriorizadas; e as representações internas ou computacionais – caracterizadas pela execução automática quando o indivíduo realiza uma tarefa.

Duval (2003, 2012) afirma que não se deve em nenhum momento confundir um objeto com sua representação, considerando que, operando em mais de um sistema de representação, é necessário que se entenda que nenhum dos registros dessas representações é o objeto matemático, mas eles apenas o representam para assim permitir o acesso a esses objetos. Por isso, a importância de estudar as representações utilizadas pelos alunos durante a construção do saber matemático, pois diferentes representações semióticas podem influenciar na atividade cognitiva do indivíduo de maneiras distintas (CARDOSO; ESPRISIGO; KATO, 2013).

Neto (2010) reforça que essa questão está intimamente ligada ao funcionamento cognitivo do pensamento, uma vez que diversos registros precisam ser mobilizados para que os objetos matemáticos não sejam confundidos com suas representações e talvez sendo reconhecidos em cada uma delas.

Segundo Duval (2003, 2009) são quatro as funções que as representações podem preencher: função de comunicação, função de tratamento, função de objetivação e função de identificação. Observam-se no Quadro 2 as características de cada função.

Essas funções cognitivas de representação são importantes para a aprendizagem de conteúdos estatísticos, que podem ser configurados de maneiras distintas de representações.

Para Flores e Moretti (2005), as representações gráficas constituem-se num importante recurso para a análise de dados e tratamento da informação. Ao observar os variados meios de comunicação, percebemos a variedade de quadros, tabelas, gráficos, ou seja, de uma linguagem semiotizada que permite a comunicação de dados e informações. Portanto, as noções estatísticas fazem parte do cotidiano atual de nossa sociedade e lidar

com essas noções implica numa análise do funcionamento representacional destas formas de representação.

Quadro 2 – Características das quatro funções cognitivas.

Funções Cognitivas	Características
Comunicação	*Consiste na transmissão de uma mensagem ou de uma informação entre indivíduos; *Requer a utilização de um código comum aos indivíduos.
Tratamento	*Transforma uma representação em outra, utilizando unicamente as possibilidades de funcionamento do sistema de representação mobilizado.
Objetivação	*Corresponde à descoberta pelo próprio sujeito do que até então, ele mesmo não supunha, mesmo se outros lhe houvessem explicado. *Exige trabalho consciente de interiorização e/ou exteriorização; *Corresponde a um uso privado de um registro de representação, mesmo se a produção é materialmente acessível a outra, apesar de ser independente dela, e pode parecer em uma produção para fins de comunicação ou às vezes de tratamento.
Identificação	*Permite organizar, encontrar, ou reencontrar, um dado ou uma informação dentre muitas outras; *É o trabalho cognitivo que permite a recuperação da memória, seja ela humana ou de um sistema informático, ou seja, é concernente à organização das informações da memória; *É importante por ser imediatamente solicitada quando é preciso ler e analisar uma tabela envolvendo muitos dados e informações estatísticas.

Fonte: Adaptado de Flores e Moretti (2005) e Duval (2009).

Flores e Moretti (2005) ressaltam o fato de que as representações gráficas devem preencher as quatro funções cognitivas do pensamento; identificação, como função fundamental para o tratamento dessas representações. Em relação à comunicação, basta abrir um jornal qualquer para perceber tal importância.

Percebe-se o papel de destaque que é dado à representação gráfica nos livros didáticos, considerando que existe um interesse crescente pelo recurso às novas tecnologias da informação. Sendo assim, no cotidiano dos alunos, há representações gráficas tais como, quadros, tabelas, gráficos cartesianos, gráficos elementares (barras, linhas e setores circulares) e outros tipos de gráficos. Nesse caso, a representação necessita preencher não

só o papel de comunicação, como é o caso por exemplo dos jornais, mas de objetivação e tratamento (FLORES; MORETTI, 2005).

Para o aluno, não é suficiente que ele saiba “ler” um gráfico, é necessário também que saiba organizar e operar de forma objetiva sobre os dados contidos neste modo de representação, ou seja, é necessária uma análise do funcionamento tanto cognitivo quanto semiótico nas representações gráficas na atividade matemática.

As representações semióticas, de acordo com Duval (2003, 2009), são formadas por quatro tipos de registros de representação: as figuras geométricas, as escritas algébricas e formais, as representações gráficas (cartesianas, tabelas e diagramas) e a linguagem natural, os quais possuem seus aspectos próprios de significado e funcionamento, conforme demonstra o Quadro 3.

Duval (2003) classifica os registros de representação em monofuncionais e multifuncionais e as representações em discursiva e não-discursiva. Esses registros são caracterizados pela forma de tratamento neles realizada: os monofuncionais possuem tratamentos algoritmizáveis, enquanto os multifuncionais não possuem. Por exemplo, uma figura geométrica plana é um registro multifuncional de representação não-discursiva, e um cálculo é um registro monofuncional de representação discursiva.

Quadro 3 – Classificação dos diferentes registros mobilizáveis no funcionamento matemático.

	REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA	REPRESENTAÇÃO NÃO DISCURSIVA
REGISTRO MULTIFUNCIONAL Os tratamentos não são algoritmizáveis.	Língua natural <ul style="list-style-type: none"> • associações verbais (conceituais). • forma de raciocinar; • argumentações a partir de observações, de crenças; • dedução válida a partir de definição ou de teoremas. 	Figuras geométricas planas ou em perspectivas <ul style="list-style-type: none"> • apreensão operatória e não somente perceptiva; • construção com instrumentos.
REGISTRO MONOFUNCIONAL Os tratamentos são principalmente algoritmos.	Sistemas de escritas <ul style="list-style-type: none"> • numéricas (binária, decimal, fracionária...); • algébricas; • simbólicas (línguas formais); • Cálculo. 	Gráficos Cartesianos <ul style="list-style-type: none"> • mudanças de sistemas de coordenadas; • interpolação, extrapolação.

Fonte: Duval (2003, p. 14).

Considerando todas essas variadas formas de representar um objeto, Gesser (2012) acentua que boa parte dos alunos não dominam algumas dessas representações,

apresentando dificuldades com situações que poderiam ser resolvidas mais facilmente se houvesse o conhecimento de uma representação mais eficiente para determinada situação e poderia substituir um registro por outro de igual valor, mas de fácil compreensão para a situação proposta. Neste cenário, Duval (2003) aponta que a substitutividade é uma propriedade inerente a todo registro semiótico de apresentação de uma ideia ou informação, e que trabalhar com diferentes representações é para muitos alunos uma operação muito difícil.

Segundo Duval (2003), para realizar com êxito uma atividade matemática é necessário mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação, ou na possibilidade de trocar a todo momento de registro de representação, pois a forma matemática de raciocinar e de visualizar está intrinsicamente ligada à utilização das representações semióticas.

Dessa forma, proporciona-se a visualização de um mesmo objeto matemático, porém de várias maneiras, permitindo que os alunos não vejam esse objeto matemático de apenas uma forma e consigam pensar de maneira diferente. (ARAÚJO; FLORES, 2005; COLOMBO *et al.* 2009).

No entanto, somente o conhecimento de diferentes representações não é eficaz, requisitando do aluno uma compreensão de quando utilizar determinada representação, dependendo das circunstâncias. Nesta conjunção, Duval (2003) propõe dois tipos de transformação semiótica: o tratamento e a conversão.

O tratamento e a conversão são possibilidades usadas para representar objetos matemáticos e são consideradas operações cognitivas relacionadas diretamente na construção dos conceitos matemáticos.

O tratamento de uma representação diz respeito às transformações dentro de um mesmo registro de representação (interna a um registro), por ser um tipo de transformação que corresponde a procedimento de justificação e que acarreta o desenvolvimento do raciocínio.

Como exemplo de tratamento, podemos apontar uma análise de dados, que se configura de diversas formas distintas, mas sempre utilizando regras de tratamento que não ultrapassem o próprio registro, podendo existir necessidade de pequenas reformulações ou produções internas.

Quando existe mudança no sistema de registro de representação, mantendo as mesmas características do objeto matemático, transcorre a conversão.

A conversão de uma representação diz respeito às operações em que o registro inicial é transformado em outro registro (transformação externa), mas se conserva a referência aos mesmos objetos. Pode ocorrer que as transformações levem ao não reconhecimento do mesmo objeto em outro registro, caracterizando desse modo o fenômeno de não-congruência.

Como exemplo de conversão, podemos citar na análise de dados, as transformações de registros de representação entre dados por meio de tabelas em algum tipo de gráfico elementar (linhas, barras ou setores), que mantém a ideia ou valor matemático inicial e apenas transforma para representar uma propriedade específica daquele tipo de representação.

Duval (2003) apresenta um problema ao abordar a conversão, ao relatar que no ensino, um sentido de conversão é privilegiado, pela ideia de que o treinamento realizado em um sentido estaria automaticamente treinando a conversão no outro sentido, fato esse que não corresponde à realidade, segundo a teoria.

De acordo com Gesser (2012), esse cenário fica demonstrado em muitos livros didáticos, que por meio de seus exemplos e exercícios, conduzem o aluno a exercitar com conversões de dados em tabelas para gráficos na maioria das vezes. Isso faz com que o aluno crie um vício ao treinar apenas um sentido de conversão, com poucos exemplos e exercícios que abordem situações contrárias.

É possível notar que uma das características importantes de um registro de representação semiótica é a possibilidade de ser convertido em diferentes representações, além de que, a conversão necessita ser congruente, ou seja, as unidades significativas nos dois registros devem ter correspondência semântica, univocidade semântica terminal e mesma ordem na composição dos registros de representações apresentados (CARDOSO; ESPRISIGO; KATO, 2013).

Atividades de diversas formas, com funções diferenciadas podem proporcionar uma aprendizagem mais efetiva e interativa, apresentando caráter motivador para os alunos nas aulas (LOPES; FREITAS, 2006). Incorporar nas atividades a análise do registro de representações semióticas permite desenvolver funções cognitivas e possibilidades de cada uma das representações usadas para a análise de dados (COLOMBO *et al.* 2009).

Assim, em toda a proposta desta pesquisa, nos questionários e sequências de ensino, procurou-se observar as funções cognitivas de aprendizagem e favorecer as atividades cognitivas relacionadas ao tratamento e conversão, contribuindo para o desenvolvimento do raciocínio e pensamento dos conteúdos estatísticos.

Nas sequências de ensino e no questionário 3, tomou-se por base a proposta de Gesser (2012), para privilegiar as operações cognitivas de tratamento e conversão. Embora o planejamento inicie com registros de tabelas de dados seguidos de registro e estudo de variados tipos de gráficos, propõe-se a conversão contrária. Pretendeu-se também privilegiar as conversões entre os gráficos, com o objetivo de criar um ciclo de conversões que beneficiasse da mesma forma todas as diferentes representações estatísticas. A operação cognitiva de tratamento foi outro componente observado ao adaptar em cada representação trabalhada, conforme observa-se na Figura 2.

O conhecimento adquirido sobre as mais diferentes representações permite que o tratamento e a conversão no processo de ensino sejam realizados de modo econômico. Duval (2003, 2009) enfatiza a economia na utilização de representações para evitar o acúmulo de etapas desnecessárias que o aluno poderá utilizar.

Sendo assim, em muitas situações, a operação cognitiva de tratamento é a mais recomendada, por não necessitar sair daquele tipo de representação. Em outras situações, há a necessidade de mudar de representação, ou seja, a operação cognitiva de conversão torna-se imprescindível, e assim, o aluno percebe em que momento utilizar a representação mais adequada (LOPES; FREITAS, 2006; GESSER, 2012).

Figura 2 – Tratamento e conversão na proposta com conteúdos estatísticos.

Fonte: Gesser (2012).

A proposta em toda a sequência desta pesquisa é o conhecimento das variadas representações e funções cognitivas no ensino e aprendizagem de conceitos e conteúdos estatísticos, considerando que na situação atual de ensino se favorece mais a leitura e identificação de dados pertencentes a representações gráficas para fins de comunicação, em detrimento de outras.

Assim, a intenção do trabalho envolvendo as diferentes representações no ensino de conteúdos estatísticos é permitir enriquecer os estudos sobre o funcionamento semiótico e a aprendizagem dos alunos.

3 METODOLOGIA

Neste capítulo, descreve-se a pesquisa-ação, local e participantes da pesquisa, os procedimentos metodológicos, bem como a descrição da elaboração das etapas e instrumentos de coleta de dados que constituem este trabalho.

3.1 A Pesquisa-Ação

O método de pesquisa utilizado neste trabalho é denominado como pesquisa-ação.

Segundo Franco (2005), existe unanimidade em atribuir a origem da pesquisa-ação às atividades desenvolvidas por Kurt Lewin²; em 1946, num contexto pós-guerra, em que suas pesquisas iniciais tinham por finalidade a mudança de hábitos e atitudes de um grupo, pautadas em um conjunto de ações envolvendo a construção de relações democráticas, a participação dos sujeitos nas resoluções de problemas e a consideração de que indivíduos mudam suas opiniões e comportamentos por influência de decisões grupais.

De acordo com Thiollent (2011), alguns fatos marcaram a evolução da pesquisa-ação nas duas últimas décadas e o método é aplicado em muitas áreas; dentre elas, uma das mais tradicionais é a educacional.

A pesquisa-ação é, hoje, amplamente aplicada na área de ensino, sendo analisada em vários aspectos, por diversos autores/pesquisadores, porém, em todos os estudos, define-se a pesquisa-ação como aquela que procura unir a pesquisa com uma ação, considerando a importância da participação ativa de todos os envolvidos, na tomada de decisões e na construção do próprio conhecimento.

Tripp (2005) representa a pesquisa-ação por meio de um processo cíclico básico (Figura 3), em que a prática é aperfeiçoada sistematicamente no ciclo, entre a ação e investigação desta prática. Inicia-se com um planejamento pós diagnóstico, implementa (ações), monitora (observação), descreve (registros) e avalia (resultados), para que ocorra a melhora da prática.

² Kurt Lewin (1890 – 1947) – psicólogo alemão-americano que formulou a teoria de campo. Suas ações foram desenvolvidas quando trabalhava junto ao governo norte-americano.

Figura 3 – Ciclo básico da pesquisa-ação.

Fonte: Tripp (2005).

Com base em Engel (2000) e Thiollent (2011), destacam-se algumas características essenciais da pesquisa-ação:

- Tem base empírica, ou seja, tem base na descrição, observação e ação das situações reais;
- O processo de pesquisa deve tornar-se um processo de aprendizagem para todos os participantes, assim como a separação entre sujeito (pesquisador) e objeto de pesquisa (pesquisado) deve ser superada;
- As interações entre todos os participantes da pesquisa são fortalecidas no decorrer da situação investigada;
- O objetivo da pesquisa-ação consiste em resolver ou esclarecer os problemas da circunstância observada;
- A pesquisa-ação é situacional: procura diagnosticar um problema específico em uma situação também específica, com o fim de atingir uma relevância prática dos resultados;
- A pesquisa-ação é também autoavaliativa: as modificações introduzidas na prática são constantemente avaliadas nos desdobramentos do processo de intervenção, e a resposta obtida do monitoramento da prática é traduzida em modificações, mudanças de direção e redefinições, conforme necessário, trazendo benefícios para o próprio processo, isto é, para a prática;
- A pesquisa-ação não se limita a uma única forma de ação, mas amplia o conhecimento de todos os participantes ou o grau de consciência dos sujeitos e grupos;

- Apresenta-se como cíclica: as fases finais são utilizadas para aprimorar os resultados das fases anteriores.

Dessa forma, a intenção desta pesquisa foi aplicar Sequências de Ensino visando ao desenvolvimento de competências estatísticas, por meio de temas do cotidiano dos alunos, articulados com funções cognitivas de aprendizagem e, no decorrer do processo, observar a interação com tomada de consciência da realidade, para possibilitar o desenvolvimento no estudo e na prática aplicada neste segmento de ensino.

Compreende-se, aqui, Sequência de Ensino (SE) como o termo que caracteriza o tipo de atividade que o professor conduz relacionado a um conteúdo e participa de todas as etapas propostas em conjunto com os alunos (CAZORLA; SANTANA, 2010).

Thiollent (2011) afirma que a pesquisa-ação, pode conter diversos métodos ou técnicas particulares em cada fase do processo de investigação, como questionários, entrevistas, documentações, diagnóstico da situação e resolução de problemas. Portanto, existem técnicas para coletar e interpretar dados, resolver problemas, organizar ações, desenvolver registros, de processamento e de exposição dos resultados.

Em relação aos registros, Baldissera (2001), Araújo e Flores (2005) e Franco (2005) consideram que é importante utilizar durante o ciclo todos os tipos de registros. Destaca-se entre estes, a utilização de um diário de bordo, para sistematizar a observação da realidade em seus diversos níveis.

Esses mesmos autores afirmam que é um momento de apreender, registrar no diário de bordo todo o desenrolar do projeto, incluindo questões e interrogações que surgem da participação. Faz parte de todo um processo de inserção na realidade e deve durar durante todo o tempo de realização, favorecendo a transformação em conhecimento durante toda a pesquisa.

O planejamento da pesquisa-ação é considerado flexível e contrário a outros tipos de pesquisa, pois não segue uma série de fases rigidamente ordenadas. A fase diagnóstica (exploratória) é o ponto de partida e a divulgação dos resultados é o ponto de chegada, mas os temas intermediários não precisam ser ordenados, pois imprevistos podem surgir e haverá caminhos a serem escolhidos (THIOLLENT, 2011).

Embora a característica da pesquisa seja flexível, esse trabalho empregou fases de atuação como forma organizativa (Quadro 4), conforme sugere Thiollent (2011), porém, essa organização também se tornou flexível, possibilitando reaver algumas fases conforme a necessidade no decorrer do processo.

Quadro 4 – Organização da pesquisa-ação.

Fases da pesquisa	Descrição
Fase 1	<p>Diagnóstico: estudo bibliográfico no tocante dos Registros de Representação Semiótica e das Competências Estatísticas.</p> <p>Dentre os estudos, observou-se uma concentração menor de trabalhos desenvolvidos no Ensino Médio e a identificação de um ensino tradicional de conteúdos estatísticos sem contextualização.</p> <p>Após esta constatação decidiu-se desenvolver um trabalho com o 3º ano deste segmento de ensino.</p>
Fase 2	<p>Planejamento: abrangeu a identificação dos conteúdos estatísticos, o diagnóstico da situação, a definição dos temas, dos grupos e uma projeção para o período de aplicação da proposta (maio a dezembro de 2016) envolvendo as sequências de ensino e os questionários.</p> <p>Adotou-se também uma perspectiva para as possibilidades de registros, assim como planejamento de questionários para averiguação dos resultados e impressões finais dos alunos.</p>
Fase 3	<p>Ação: aplicação e desenvolvimento das Sequências de Ensino (SE) com base nos Registros de Representação Semiótica (RRS).</p>
Fase 4	<p>Avaliação, aprendizado e resultados: desenvolveram-se durante a aplicação dos questionários e das sequências de ensino, por meio dos variados RRS e desenvolvimento das competências estatísticas, bem como a interação entre todos os participantes.</p>

Fonte: Próprio da autora, com base em Thiollent (2011, p. 55 – 82).

Portanto, a pesquisa-ação se ajusta ao propósito desse trabalho, pois:

- desempenha abordagem qualitativa em que a coleta de dados é relacionada a uma situação investigada que privilegia a construção de significados;
- permite a transformação das informações em conhecimento propiciando a participação ativa dos alunos;
- desenvolve o pensamento crítico dos alunos, coordenando o trabalho do professor às análises das características cognitivas da aprendizagem dos alunos;
- traz benefícios à formação do professor.

3.2 Local e Participantes da Pesquisa

Esta pesquisa, de abordagem qualitativa, desenvolveu-se em uma escola estadual do município de Guaratinguetá durante o ano de 2016, na região Valeparaibana do estado de São Paulo, com duas turmas do 3º ano do EM (turma A, com 30 estudantes e turma B, com 27 estudantes), totalizando 57 alunos, das quais a professora é participante e pesquisadora.

3.3 Procedimentos Metodológicos

O conjunto de dados coletados na pesquisa compõe-se de anotações feitas pela docente pesquisadora no diário de bordo, registros orais e escritos realizados pelos alunos, questionários e fotografias.

Como já mencionado anteriormente, para a realização desta investigação, conduzida por pesquisa-ação, desenvolveu-se um trabalho composto por diferentes estratégias, em que o objetivo foi promover e analisar o desenvolvimento de habilidades e competências estatísticas nos alunos, por meio dos RRS.

Utilizou-se principalmente de registros de representações de tabelas e gráficos, envolvendo conceitos de frequências (simples, acumulada e relativa), medidas de tendência central (média aritmética, mediana e moda) e medidas de dispersão (desvio médio e desvio padrão), por meio da utilização de dados reais coletados com a participação dos alunos.

A aplicação, no decorrer das fases, envolveu as seguintes etapas e instrumentos:

- Questionário 1 – Perfil do aluno;
- Questionário 2 - Instrumento diagnóstico;
- Enquete para a definição dos temas utilizados nas SE;
- Sequência de Ensino 1 (SE 1) - explorando conceitos de análise, interpretação e resolução de problemas envolvendo tabelas e gráficos, reconhecimento de gráficos elementares (linhas, barras e setores) e medidas de tendência central, estudados no EF II;
- Sequência de Ensino 2 (SE 2) - aprofundamento dos conteúdos da SE1 e explorando conceitos de medidas de dispersão, estudados no EM;
- Sequência de Ensino 3 (SE 3) – aprofundamento da análise de dados da SE 1, SE 2 e reconhecimento de gráficos por meio dos *softwares* Excel e GeoGebra;
- Questionário 3 - Sondagem final;
- Questionário 4 – Impressões finais dos alunos.

As etapas desta pesquisa corroboram com Chizzotti (2008), que considera que na pesquisa de característica qualitativa, o pesquisador pode adotar diversos instrumentos de investigação, de modo a buscar sentido e interpretar os significados, registrando por escrito esses significados que ocorrem por meio desse processo de investigação.

No decorrer das etapas, também foram analisadas as atitudes dos alunos, as quais envolveram disposição, motivação, interesse na busca de soluções e reconhecimento do trabalho coletivo, cujos fatores são importantes no processo de ensino e aprendizagem (WALICHINSKI; SANTOS JÚNIOR, 2013).

Simultaneamente à análise qualitativa dos resultados, em alguns momentos deste trabalho, são realizadas também análises quantitativas, a fim de organizar e facilitar a compreensão e análise das respostas dos questionários, comparando resultados e verificando se houve evolução na aprendizagem.

3.3.1 Elaboração do Questionário 1 – Perfil do aluno

O questionário pode ser definido como um instrumento de investigação composto por um conjunto de questões que são submetidas a pessoas, com o propósito de obter informações sobre conhecimentos, sentimentos, valores, interesses, expectativas, aspirações, comportamento presente ou passado, ou seja, é um instrumento de coleta de informações utilizado numa sondagem (GIL, 2008).

Com o apoio desta definição, a elaboração do Questionário 1 (Apêndice A) teve o objetivo de traçar o perfil dos alunos participantes da pesquisa, por meio de 10 perguntas que abrangeram gênero, idade, vida estudantil, interesses após a conclusão do EM, relação com a Matemática e conhecimento sobre tratamento da informação e Estatística.

Gil (2008) considera que, para a construção de um questionário, a linguagem utilizada deve ser simples e direta, para que o respondente compreenda com clareza o que está sendo perguntado. As perguntas devem ser específicas, breves e em vocabulário claro e correto (GUNTHER, 2003).

Com o intuito de delinear um questionário para traçar o perfil do aluno com linguagem objetiva, os estudos de Coutinho (1994), Costa (2003), Stella (2003), Gonçalves (2004), Bifi (2006) e Moraes (2006), foram utilizadas como inspiração na elaboração do questionário preliminar, pelo fato das investigações envolverem estratégias com questionários iniciais, a abordagem das pesquisas estar associada ao ensino e aprendizagem de conceitos estatísticos e o público-alvo ser semelhante ao desta investigação.

3.3.2 Elaboração do Questionário 2 – Instrumento diagnóstico

O objetivo deste instrumento diagnóstico foi verificar os conhecimentos prévios dos alunos acerca de conceitos estatísticos relacionados às habilidades básicas que estão descritas no Quadro 5.

Esse diagnóstico tem fundamento em Engel (2000), que afirma que a observação e verificação preliminar em sala de aula permitem ao professor descobrir o que está ocorrendo em relação à situação problemática e por conseguinte, realizar uma análise destes dados com o fim de interpretá-los, dando sequência a um levantamento das necessidades da clientela discente.

Para a seleção das questões do Questionário 2 (Apêndice B), foram analisados os diversos tipos de materiais e avaliações, utilizados e aplicados na Rede Estadual de Educação de São Paulo desde o ano de 2012 até 2015, do 5º ano do EF até o EM.

As questões foram selecionadas observando as habilidades dos documentos curriculares oficiais propostas para o ensino e aprendizagem de Estatística, relativas ao bloco Tratamento da Informação do EF e do eixo Análise de Dados do EM.

Foram selecionadas 10 questões envolvendo as habilidades básicas de todas as séries/anos citadas anteriormente e os resultados apresentados auxiliaram na elaboração inicial das SE.

O Quadro 5 demonstra cada questão do Instrumento diagnóstico, qual foi o material de que essa questão foi selecionada e o ano em que esse material foi recebido e passou a ser utilizado na Educação Básica, assim como a habilidade focalizada em cada série/ano em que a questão foi aplicada.

Quadro 5 – Descrição do Questionário 2 – Instrumento diagnóstico.

Questionário 2 – Instrumento diagnóstico				
Questão	Material pertencente	Ano que foi iniciada a utilização do material	Habilidade	Série/Ano que implementa a Habilidade
1	OBMEP	2013	Interpretar diversas informações representadas no gráfico e selecionar a informação relevante	6º e 7º ano EF II
2	SARESP	2012	Ler e/ou interpretar informações e dados apresentados em gráfico e reconhecer gráfico de colunas	5º ano do EF I
3	SARESP	2013	Associar informações apresentadas em listas e/ou tabelas simples aos gráficos que as representam e vice-versa	7º ano e 9º ano EF II
4	SARESP	2012	Resolver problemas que envolvam informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos.	8º ano e 9º ano EF II
5	Simulado SAEB	2015	Reconhecer um gráfico de linhas, bem como identificar e comparar as informações.	9º ano EF II
6	Simulado SAEB	2015	Compreender e analisar informações transmitidas em tabelas e gráficos e também reconhecer gráficos elementares (linhas, barras, setores).	9º ano EF II
7	AAP	2014	Saber calcular, interpretar e utilizar informações relacionadas às medidas.	9º ano EF II
8	Avaliação Diagnóstica SAEB	2013	Reconhecer e localizar dados numéricos e informações em uma tabela.	Séries do EF II e EM
9	Caderno de Atividades: Matemática - Especial ENEM	2014	Ler e interpretar dados e informações em diferentes linguagens e representações, na mídia ou em outros textos.	Séries do EM
10	Livro Didático do PNLD compreendido para o triênio 2015/2016/2017	2015	Reconhecer população, amostra e variáveis.	1º ano EM

Fonte: Adaptado de Brasil (2013a, 2013c) e São Paulo (2013a, 2013b, 2014a, 2014c, 2014d, 2015a, 2015b).

3.3.3 Enquete dos temas abordados nas Sequências de Ensino

Para a definição de temas que pudessem ser eficientes e motivadores para a elaboração e desenvolvimento das SE 1 e SE 2, o objetivo da enquete foi sugerir aos alunos temas presentes no cotidiano e de interesse investigativo, em que a estatística auxilia no esclarecimento e compreensão dos fatos que podem ser desenvolvidos nesses temas. Entre os assuntos sugeridos, os alunos escolheram 2 temas que consideraram interessantes e convenientes a suas vidas e realidade.

A elaboração das SE a partir dos temas escolhidos pelos estudantes amparou-se em Oliveira Júnior (2013), que considera que para se trabalhar com sequências de ensino, o ponto de partida é o interesse do aluno pelo tema, que acarreta compromisso e envolvimento com o problema, sendo essas condições importantes para que o pensamento estatístico se desenvolva no decorrer das atividades.

Sobre a definição de temas para o desenvolvimento do trabalho, Diniz (2015) afirma que uma vez que a escolha do tema parte do educando, ele desenvolve autonomia, criatividade, capacidade de síntese e poder de decisão.

Sendo assim, a ideia foi dividir os alunos em grupos para favorecer a coletividade, desenvolver o debate de ideias e trazer benefícios ao aprendizado dos estudantes. Os alunos ficaram livres para definir seus grupos e a divisão ficou distribuída da seguinte forma: Turma A, com 6 grupos de 5 alunos em cada e Turma B, com 5 grupos, sendo: 2 grupos com 6 alunos e 3 grupos com 5 alunos. A partir da formação de tais grupos, a intenção era que após um debate coletivo de ideias, os estudantes manifestassem os temas de interesse e a professora pesquisadora solicitasse que cada grupo escolhesse 2 desses temas.

A definição dos grupos nesta etapa da investigação possui alicerce em Franco (2005), que discorre que a construção do coletivo tem um destaque no início da pesquisa e necessita continuar em processo de melhoria e aprofundamento, até o final. Dessa forma, os grupos formados nesta fase permaneceram os mesmos no decorrer das sequências de ensino.

Os temas sugeridos inicialmente foram: alimentação, meios de transportes, educação e escola, comércio, consumo, programas de televisão e vestuário.

A seleção dos temas foi realizada em sala de aula por meio de votação e foram escolhidos 2 assuntos de interesse coletivo das turmas. Os resultados e as observações dessas aulas foram registrados no diário de bordo.

3.3.4 Elaboração da Sequência de Ensino 1 (SE 1)

A proposta para a SE 1 envolveu dois temas escolhidos pelas turmas na fase da “enquete”, assim como a retomada de habilidades do EF II observadas inicialmente no Questionário 2. Pretendeu-se, com essa forma de revisitar os conteúdos de séries anteriores, uma busca das possibilidades de compreensão que se alteram pela contínua construção dos conhecimentos.

O objetivo das etapas contidas nesta sequência foi envolver conceitos estatísticos associados à realidade dos alunos, para que pudessem relacionar situações presentes em suas vidas com os conteúdos escolares, privilegiando possibilidades de construção de significados e para que facilitasse a compreensão dos conceitos envolvidos.

Dessa forma, ao iniciar um processo de investigação, foi solicitada aos alunos uma pesquisa dos alimentos que são consumidos mensalmente em suas residências e ainda, um registro dos dados coletados (tipo de alimento, medida e quantidade por produto) para a ação posterior em sala de aula.

A ação do processo inicial de investigação tem apoio em Santos e Coqueiro (2009) que afirma que coletar dados é um procedimento fundamental em nossas vidas e que pesquisas de preços realizadas para adquirir bens, produtos e serviços são ações do cotidiano e envolvem conhecimentos matemáticos, por isso a importância dos conteúdos serem contextualizados na escola com situações da vida do educando.

Posteriormente, o trabalho em sala de aula objetivou oferecer outras situações que propiciassem a contínua participação dos alunos, favorecendo a cooperação e colaboração. Os estudantes se reuniram em grupos (os mesmos definidos na fase da enquete) para dar sequência à investigação. Cada grupo recebeu 2 jornais informativos contendo preços de produtos alimentícios de redes de diferentes supermercados da cidade. Esses jornais foram coletados pela professora pesquisadora nas redes de supermercados e fornecidos aos estudantes.

O uso de variados tipos de jornais na sala de aula também favorece a contextualização dos conteúdos com o cotidiano. A utilização destes recursos tem sido ressaltada por diversos autores.

Para Ortigão, Franco e Carvalho (2007), o uso de jornais informativos como recurso nas aulas de matemática, justifica-se em 2 aspectos principais: desenvolver o hábito da leitura, tornando os estudantes leitores críticos e informados, assim como

aproximar a matemática da realidade ao possibilitar a discussão entre o conteúdo e o tratamento das informações veiculadas.

Santos e Coqueiro (2009) relatam que muitos alunos não possuem uma visão crítica das informações vinculadas nos jornais e outras mídias, pois demonstram dificuldades na leitura e interpretação de dados estatísticos e que a escola necessita contextualizar os conteúdos com a realidade dos educandos, para mudar essa situação.

Sendo assim, na continuidade do trabalho, foi realizado um levantamento de dados pelos grupos. A proposta consistia em que cada integrante registrasse, em forma de tabela, os alimentos pesquisados na fase inicial, bem como a respectiva quantidade consumida e o valor de cada produto que foi coletado por meio das informações contidas nos jornais. A interpretação das informações obtidas pelos alunos, com base nos dados colhidos, objetivou favorecer o desenvolvimento do raciocínio estatístico.

Após o registro individual na tabela construída, cada grupo discutiu e comparou os resultados coletados e transcritos de cada membro e, a partir das observações e conclusões obtidas, uma nova tabela foi elaborada com as informações principais do grupo, observando as semelhanças de cada um e sintetizando esses dados de forma mais coerente possível, envolvendo os resultados dos gastos mensais de todos os membros. As conclusões dos grupos foram socializadas na sala de aula e mediadas pela professora pesquisadora, que auxiliou todos os grupos em relação à definição de uma tabela padrão.

A cada etapa elaborada e desenvolvida nesta SE, a docente pesquisadora observou o objeto que era representado e os diferentes registros de representações (aspectos relacionados ao referencial teórico desta pesquisa, no caso os RRS) e, dessa forma foram promovidas situações que conduzissem a uma análise do desenvolvimento cognitivo e das dificuldades encontradas na aprendizagem.

De acordo com Duval (2003, 2009), em cada fase de uma atividade, os fenômenos tornam-se interligados e relacionam-se à capacidade do indivíduo em diferenciar o objeto representado e seus registros, assim como a coordenação entre esses diferentes RRS.

Pesquisadores como Ortigão, Franco e Carvalho (2007) mostram que o uso de estratégias que valorizam o trabalho conjunto nas aulas de matemática favorece o aumento das chances de seleção de conteúdos estatísticos e essas propostas valorizam a troca de experiências, discussões e interações entre estudantes e professor.

Os mesmos pesquisadores salientam que o trabalho em conjunto permite que o professor conheça várias estratégias cognitivas utilizadas pelos alunos, que viabilizam trabalhar com eles o desenvolvimento de conceitos matemáticos.

Buscando essa valorização do trabalho, após a construção da segunda tabela, foram socializados os resultados com toda a turma, destacando as dificuldades encontradas na elaboração e em todas as fases da pesquisa desde o início do trabalho. Os resultados obtidos em conjunto foram registrados no diário de bordo.

Na sequência, foi proposto que os alunos determinassem as medidas de tendência central (média aritmética, mediana e moda) com os dados das tabelas construídas e observassem possíveis relações inicialmente envolvidas entre estas medidas. Nessa fase, foi necessário retomar os conceitos de medidas de tendência central previstos no EF II relacionando-os com os conceitos do mesmo tópico no EM.

Realizados os diferentes tipos de registros e análises, utilizando o ambiente papel e lápis³, parte-se para a fase da construção de gráficos elementares de linhas, colunas e setores, retomando-se, também nesta etapa, os conceitos e contextos que permitem reconhecer e construir cada gráfico.

Considerando a diversidade de informações presentes na sociedade, saber ler e interpretar gráficos e tabelas são requisitos que se fazem necessários e a variedade de registros produzidos nesta SE teve como o objetivo desenvolver e aprofundar o raciocínio estatístico, favorecendo essas leituras e interpretações.

Conforme Walichinski e Santos Júnior (2013), para que ocorra o raciocínio estatístico, o professor deve proporcionar condições para que os alunos estabeleçam ligações entre os conceitos estudados, avaliem maneiras de analisar um banco de dados, mudem os modos de representação, dentre outros aspectos.

A última etapa proposta desta SE foi a elaboração de um relatório final, com o objetivo de que os alunos promovessem uma reflexão e avaliação de tudo que foi realizado e que esse tipo de registro de representação auxiliasse no planejamento da próxima SE.

A professora pesquisadora buscou observar no decorrer da SE 1, se as etapas desenvolvidas favoreceram o desenvolvimento do letramento, raciocínio e pensamento estatísticos.

Alguns resultados e produções desta SE foram potencializados na SE 3.

³ O ambiente papel e lápis é definido por Cazorla e Santana (2010) como aquele que os alunos trabalham coletando seus dados, calculando as estatísticas e construindo gráficos, registrando essas informações no papel e realizando os cálculos à mão ou com ajuda da calculadora.

3.3.5 Elaboração da Sequência de Ensino 2 (SE 2)

A proposta para a SE 2 envolveu temas escolhidos pelas turmas na fase da Enquete, assim como a retomada de habilidades do EM observadas inicialmente no Questionário 2, o aprofundamento dos conteúdos da SE 1 e o desenvolvimento de habilidades pertinentes ao 3º ano do EM.

Esta SE teve como referência a proposta de Silva e Kataoka (2010), em que o tema foi o Planeta Luz e utilizou-se a conta de energia elétrica de residências como fonte de investigação, com algumas adaptações.

Considerando que os alunos utilizavam energia elétrica nas suas residências e possuíam demonstrativos dos consumos mensais, esta foi a fonte de investigação inicial desta SE. As variáveis quantitativas para os desdobramentos foram o consumo mensal de energia elétrica e o tempo decorrido em meses.

Com o objetivo de contextualizar os conteúdos estatísticos com a vida do aluno e auxiliar na conscientização do consumo para permitir que o educando analisasse e compreendesse melhor a razão da variabilidade dos dados que seriam tratados, a SE 2, em fase inicial, contou com a colaboração do professor de Biologia (Ciências) do 3º ano do EM. O docente solicitou aos alunos uma pesquisa sobre variadas fontes de energia (renováveis e não renováveis) e racionamento de energia. Em sala de aula, o professor promoveu um seminário para o compartilhamento das ideias e que envolveu também assuntos relacionados ao consumo de aparelhos domésticos e formas de economia.

Posteriormente à ação desta etapa, partiu-se para a investigação inicial. Foi solicitado aos alunos, pela professora pesquisadora, o histórico do consumo de energia elétrica das residências de cada estudante, relacionado ao período de 1 ano (12 meses) com o respectivo consumo médio mensal (em KWh). O intervalo escolhido pelos alunos foi o período mais recente, de novembro de 2015 a outubro de 2016, pois a fonte para a obtenção destes dados era o endereço eletrônico da empresa responsável pelo fornecimento de energia da região, a qual emitia um relatório anual para cada cliente, considerando sempre o período de 12 meses desejado para consulta.

Dessa forma, o trabalho em sala de aula contou com a cooperação e autonomia dos alunos ao se reunirem novamente com seus grupos para o prosseguimento da ação, envolvendo a observação, reflexão, tratamento e análise dos dados coletados.

Quadro 6 – Organização para representação do consumo mensal por aluno.

Aluno	MESES												
	2015		2016										
	N (11)	D (12)	J (1)	F (2)	M (3)	A (4)	M (5)	J (6)	J (7)	A (8)	S (9)	O (10)	Média
...													

Fonte: Adaptado de Silva e Kataoka (2010).

Na continuidade do trabalho, a proposta da docente pesquisadora foi que cada grupo confeccionasse uma tabela para o registro das informações dos integrantes, conforme demonstra no Quadro 6, contendo 14 colunas com a identificação do aluno na primeira coluna, os meses nas colunas seguintes (por exemplo: novembro – N – mês 11) com seus respectivos consumos e a média aritmética dos consumos por aluno. A quantidade de linhas foi equivalente ao número de alunos do grupo.

Na etapa posterior, a docente pesquisadora explicou a situação por meio de exemplos na lousa e orientou os alunos para os cálculos da amplitude, tratamento dos dados em intervalos de classes, frequência simples (F), frequência acumulada (Fa), frequência relativa (Fr) e cálculo da mediana. Foi proposta uma nova tabela para organizar esses registros dos integrantes de cada grupo e analisá-los, conforme demonstra o Quadro 7.

Quadro 7 – Organização dos cálculos de classes e frequências.

Consumo e Energia			
Classes (KWh)	F	Fa	Fr
...			
TOTAL		-----	

Fonte: Próprio da autora.

O objetivo desta etapa foi que os alunos discutissem as propriedades das medidas de tendência central, para que percebessem seus significados, considerando que a média aritmética já havia sido calculada e a possível repetição de consumo (moda) observada ao elaborarem a tabela anterior (Quadro 6), e nesta fase, calculada a mediana.

Após a sistematização da tabela construída, os integrantes de cada grupo interagiram e compararam os resultados transcritos e, a partir das observações e conclusões

obtidas, a proposta era construir o gráfico mais adequado, de acordo com as informações envolvidas no Quadro 6. Os alunos construíram um gráfico de linhas para analisar a trajetória de consumo dos colegas, assim como a análise da relação entre o padrão de comportamento das variáveis e suas medidas.

Para complementar e potencializar a observação da relação entre os dados tratados, novos cálculos foram realizados envolvendo os conceitos das medidas de dispersão (desvio médio, variância e desvio padrão), em que os alunos receberam explicações e orientações da professora pesquisadora em relação a estes conceitos, por meio de exemplos demonstrados na lousa. O momento foi conveniente para discutir conceitos muitas vezes usados como sinônimos: erro, desvio e incerteza.

Com o objetivo de organizar novamente os cálculos efetuados, a tabela retratada no Quadro 8 foi sugerida aos alunos para promover a sistematização e análise das medidas de dispersão. Nesta etapa, os estudantes efetuaram os cálculos de forma individual, porém as análises foram realizadas de forma coletiva.

Quadro 8 – Organização dos cálculos de medidas de dispersão.

Meses	Consumo de energia (kwh) (x_2)	Média* (x_1)	Desvios (consumo - média) ($x_2 - x_1$)	Valor absoluto dos Desvios	Quadrado dos Desvios
NOV/15					
DEZ/15					
JAN/16					
FEV/16					
MAR/16					
ABR/16					
MAI/16					
JUN/16					
JUL/16					
AGO/16					
SET/16					
OUT/16					
SOMA		-----			
MÉDIA*		-----	-----		
-----				Desvio Médio	Variância

Fonte: Silva e Kataoka (2010).

Após a organização das medidas de dispersão, cada grupo pôde complementar suas análises do gráfico de linhas, observando a relação entre o nível de consumo de cada integrante e sua média, assim como a relação entre a variabilidade do consumo e desvio padrão.

Em cada etapa elaborada e desenvolvida nesta SE, foi observado o trânsito entre os registros de representações semióticas, a fim de favorecer o processo de ensino e aprendizagem de todos os participantes.

De acordo com Lopes e Freitas (2006), a utilização de vários registros de representações de um determinado objeto matemático deve fazer parte dos recursos didáticos normalmente trabalhados pelos professores e, assim, quando o aluno é capaz de articular as representações dentro de um determinado registro ou entre os registros, certificasse que a aprendizagem é mais significativa.

Neste caso, por meio do desenvolvimento dos registros de representações de tabelas, gráficos e relatório em linguagem natural, foram observadas as funções cognitivas relacionadas à comunicação, tratamento, objetivação e identificação, assim como as atividades cognitivas de conversão. A conversão, neste caso, foi o resultado da observação da correspondência semântica entre os registros e se ela se manteve por meio da unidade semântica terminal e a ordem da representação. Conforme Duval (2006, 2009), se a conversão é congruente, a aprendizagem é maior quando comparada à conversão não congruente.

Na comunicação dos resultados, foi solicitado que os alunos elaborassem um relatório da SE 2 envolvendo o perfil do consumo de energia elétrica de suas residências, com o objetivo de analisar, interpretar e registrar suas conclusões, dando significado às estatísticas calculadas.

A docente pesquisadora procurou observar e analisar se as etapas propostas favoreceram o desenvolvimento do raciocínio, pensamento e letramento estatísticos.

Alguns resultados e registros produzidos nesta SE foram explorados na SE 3.

3.3.6 Elaboração da Sequência de Ensino 3 (SE 3)

A SE 3 foi elaborada com o objetivo de potencializar conceitos desenvolvidos nas SE 1 e SE 2, de acordo com as observações e percepções realizadas pela professora pesquisadora, acerca das dificuldades apresentadas pelos alunos na aprendizagem de alguns conceitos, no decorrer das etapas.

O diagnóstico por meio dessa observação participativa apontou, durante a SE 1 a necessidade de reforçar a relação entre os dados tratados por meio do histograma e polígono de frequências, assim como relacionar um gráfico com medidas de tendência central. A SE 2 indicou a necessidade de os alunos relacionarem as medidas de dispersão por meio de outros tipos de gráficos, complementando a percepção da variabilidade dos dados tratados.

Assim, percebeu-se que um apoio tecnológico por meio da utilização de um ambiente computacional, contribuiria como mais um recurso para a construção dos conceitos estudados. Os *softwares* Excel e GeoGebra foram escolhidos como os recursos de ensino.

Essa percepção corrobora com Gesser (2012), que demonstra, por meio de pesquisas, que quando uma sequência de estudos é organizada para analisar dados e representar as relações entre esses dados, as ferramentas tecnológicas contribuem para a construção dos conceitos estudados e assim enriquecem a aprendizagem.

Para Becker, Ferreira e Carvalho (2011), Ferreira e Santos (2012) e Corrêa (2013), o uso de *softwares* possibilita a elaboração de atividades no sentido de contextualizar o ensino de matemática e o ambiente computacional atua como instrumento prático de visualização e manuseio, auxiliando o desenvolvimento do aprendizado do aluno, que adquire conhecimento de forma mais prática e dinâmica, além de favorecer o fortalecimento das relações interpessoais.

O *software* Excel, apesar de não ser educacional, já estava instalado nos computadores da sala de informática da escola e colaborou, no início da aplicação, com o uso das planilhas eletrônicas para a visualização e análise de representações gráficas, principalmente do histograma e polígono de frequências, envolvendo os dados da SE 1 e SE 2.

O *software* GeoGebra foi escolhido por possuir características dinâmicas, por ser de livre acesso, gratuito e estar instalado nos computadores da escola. Este recurso educacional, dentre outras funções existentes, permite explorar diversos gráficos, pois não existe complexidade cognitiva presente em sua construção e interpretação, fato este apontado por Coutinho, Silva e Almouloud (2012).

Para a elaboração das etapas de aplicação da SE 3, a professora pesquisadora participou no 1º semestre do ano de 2016 de um curso de extensão que permitiu o conhecimento do ambiente GeoGebra. Este curso, intitulado “As potencialidades das tecnologias digitais em atividades investigativas de conteúdos matemáticos do Currículo

Estadual Paulista”, envolveu o desenvolvimento de atividades aplicadas na Educação Básica com o uso do GeoGebra, como consta em Chinellato e Javaroni (2017).

No dia da aplicação da SE 3, estavam presentes um doutorando (professor que ministrou o curso citado anteriormente) em Educação Matemática, da Universidade Estadual Paulista (UNESP) campus Rio Claro, que apoiou a professora pesquisadora no desenvolvimento das etapas e no esclarecimento de dúvidas com os alunos envolvendo os *softwares*, assim como a presença da professora coordenadora do núcleo pedagógico (PCNP) da Diretoria de Ensino de Guaratinguetá e a professora coordenadora da escola de aplicação desta pesquisa, que auxiliaram no acompanhamento da SE 3 e nos registros fotográficos.

O GeoGebra foi utilizado para explorar as medidas de tendência central, medidas de dispersão e ampliar a variedade dos gráficos analisados, para permitir que o aluno representasse as informações dadas em tabelas em gráficos de outra natureza, com a utilização de dados da SE 2.

Sendo assim, por meio dos *softwares* e dos estudos dos diversos tipos de gráficos relacionados com a análise da variabilidade dos conjuntos de dados, procurou-se observar as funções cognitivas de comunicação, tratamento, objetivação e identificação e; favorecer as atividades cognitivas relacionadas à conversão, assim como o desenvolvimento do raciocínio, pensamento e letramentos estatísticos.

3.3.7 Elaboração do Questionário 3 – Sondagem final

O objetivo do Questionário 3 foi verificar se os alunos desenvolveram as habilidades pertinentes aos conteúdos estatísticos explorados nas sequências de ensino, tanto aquelas que são propostas nos documentos curriculares oficiais para a 3ª série do EM, como as que foram diagnosticadas com baixo rendimento no instrumento diagnóstico, buscando ainda mapear os avanços dos estudantes em relação à leitura, análise e interpretação de dados contidos em diversos registros.

A elaboração deste instrumento de sondagem obteve apoio nas pesquisas de Almeida (2010), Lutz (2012) e Damin (2013) pelo fato de as estratégias de ensino adotadas para a investigação envolverem instrumentos finais de abordagem por meio de questões abertas e testes aplicados para verificar se houve aprendizagem pelos sujeitos da pesquisa após o trabalho envolvendo conceitos estatísticos.

Quadro 9 - Descrição do Questionário 3 – Sondagem final.

Questão		Conteúdos envolvidos	Habilidades relacionadas	Material pertencente	Período (ano) de utilização do material
1	a)	Tabela de variáveis, gráfico de frequências composto por 2 tipos clássicos: linhas e colunas	Interpretar informações representadas em gráficos.	Caderno do Aluno Matemática Volume 2	2014 - 2017
	b)	Valor mínimo e valor máximo	Relacionar informações veiculadas em diversas fontes e com diferentes linguagens		
	c)	Amplitude	Utilizar o instrumental matemático para realizar análise de dados registrados em tabelas e gráficos		
	d)	Média aritmética	estatísticos		
2	a)	Gráfico de frequências e histograma	Relacionar informações veiculadas em diferentes fontes e com diferentes linguagens	Caderno do Aluno Matemática Volume 2	2014 - 2017
	b)	Medidas centrais	Estabelecer critérios sobre procedimentos estatísticos e analisar a confiabilidade acerca das medidas envolvidas		
	c)	Frequências, média, mediana e desvio			
3	a)	Gráfico de frequências, histograma, curva normal e moda	Relacionar os valores da média aritmética e do desvio de uma distribuição de dados	Caderno do Aluno Matemática Volume 2	2014 - 2017
	b)	Mediana	Quantificar e interpretar a dispersão da variável analisada		
	c)	Média aritmética	Interpretar o resultado de uma probabilidade obtido a partir de dados estatísticos		
	d)	Relação entre medidas e desvios			
	e)	Probabilidade associada	Avaliar a validade de resultados estatísticos relacionando-os com valores padrão		
4		Tabela, frequências, medidas e gráfico de setores circulares	Resolver situações que envolvam informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos	Simulado SARESP	2016
5		Gráfico de setores, frequência relativa e moda	Interpretar e relacionar informações representadas em gráfico e reconhecer dados relevantes	Simulado SARESP	2016

Fonte: Adaptado de São Paulo (2014b, 2016b).

Para a seleção das questões (Apêndice E), foram analisados os materiais de apoio e avaliações do currículo da 3ª série do EM, utilizados e aplicados na Rede Estadual de Educação de São Paulo

O Quadro 9 descreve cada questão dessa sondagem final, os conteúdos envolvidos, as habilidades relacionadas, o material selecionado para a resolução desta questão, assim como o período ou ano em que foi utilizado.

Foram escolhidas 5 questões, 3 do tipo aberta e 2 de múltipla escolha, a partir da contextualização de conceitos estatísticos com as questões propostas, seja no âmbito da sociedade ou da natureza e também observando a possibilidade da variação dos registros de representações, para privilegiar as funções cognitivas de aprendizagem e atividades de conversões. Nos contextos das questões, os dados envolvidos associam-se à população, amostra e variáveis.

As habilidades relacionadas no Quadro 9 referem-se ao conteúdo curricular proposto para a 3ª série do EM, porém, ao selecionar as questões, tomou-se cuidado em observar as habilidades propostas para esta série do EM, mas que também aprofundavam os conteúdos explorados no Questionário 2 e que indicaram as habilidades que os alunos necessitavam revisar e aprimorar.

Quadro 10 – Habilidades retomadas no Questionário 3.

Habilidades com baixo rendimento no Questionário 2 - Instrumento diagnóstico	Complemento dessas habilidades no Questionário 3 - Sondagem Final
Interpretar diversas informações representadas no gráfico e selecionar a informação relevante	Selecionar mais de uma informação contida no gráfico
Resolver problemas que envolvam informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos	Relacionar informações e medidas em tabelas e gráficos
Reconhecer um gráfico, bem como identificar e comparar as informações	Analisar períodos nos gráficos (intervalos de classes)
Ler e interpretar dados e informações em diferentes linguagens e representações	Associar as variáveis para realizar os cálculos
Reconhecer população, amostra e variáveis	Reconhecer e distinguir população, amostra e variáveis nos contextos das questões

Fonte: Próprio da autora.

Todas as habilidades demonstradas com baixo rendimento no Questionário 2 – Instrumento diagnóstico relacionam-se com todas as habilidades exigidas nas questões no Questionário 3 – Sondagem final

O Quadro 10 exhibe, mais uma vez, todas as habilidades detectadas com baixo rendimento no instrumento diagnóstico e qual foi a ação complementar exigida do aluno para resolver as questões no Questionário 3, condizente com o estágio de ensino atual.

3.3.8 Elaboração do Questionário 4 – Impressões finais dos alunos

A elaboração do Questionário 4 (Apêndice F) objetivou coletar informações acerca das impressões finais dos alunos em relação ao trabalho desenvolvido e articulado por meio dos conteúdos estatísticos, o qual envolveu 5 questões de natureza aberta.

O propósito desta etapa final foi também verificar se algumas opiniões emitidas pelos alunos no Questionário 1 sofreram alguma alteração em relação às previamente abordadas, percebendo se o aluno relacionou o aprendizado produzido com ações que ocorrem no seu cotidiano.

As questões indagaram as considerações dos alunos sobre: o que aprenderam de Estatística e que anteriormente desconheciam, a utilidade dos conceitos desenvolvidos, as sequências de ensino, as dificuldades na realização da proposta e as sugestões.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo são apresentados os resultados das aplicações das etapas, análises e discussões.

4.1 Aplicação e análise do Questionário 1 – Perfil do aluno

O Questionário 1 foi aplicado no mês de maio de 2016. No dia da aplicação, foi explicado aos alunos que esse questionário dava início a um trabalho de pesquisa, realizado pela professora pesquisadora. Os alunos aparentavam tranquilidade no início e durante toda aplicação, mostraram-se dispostos e disseram que seria interessante participar de uma pesquisa que acrescentasse aprendizado aos estudantes. Na oportunidade desta aplicação, foi entregue aos alunos o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (Apêndice C), termo este que explicava a proposta do trabalho. Posteriormente, foi encaminhado aos responsáveis pelos alunos e a devolutiva realizada com êxito.

A aplicação consistiu na entrega da folha com as perguntas e na sequência, a leitura de cada questão. Neste momento, foi dito aos alunos que nenhuma explicação por parte da professora pesquisadora poderia ser dada no sentido de ajudar nas respostas mesmo o objetivo sendo conhecê-los um pouco mais e por meio das respostas nortear a sequência de atividades da pesquisa. Ao final de aproximadamente 40 minutos, todos os alunos haviam respondido as dez questões.

A maioria dos resultados deste Questionário foi organizado em tabelas, com o objetivo de compactar as informações e também facilitar a compreensão e análise das respostas, por meio de categorias.

As turmas participantes da investigação deste trabalho são constituídas conforme descreve a Tabela 1.

Percebe-se que quanto ao gênero (masculino ou feminino), a Turma A era distribuída proporcionalmente, diferente da Turma B. Com relação à faixa etária, a composição das Turmas se mantinha na média de 17 anos, os mais jovens com idade de 16 anos e o mais velho com 19 anos.

Tabela 1 – Distribuição por idade e gênero das Turmas A e B.

Idade	Turma A				Turma B			
	30 alunos				27 alunos			
	Masculino		Feminino		Masculino		Feminino	
	Frequência	%	Frequência	%	Frequência	%	Frequência	%
16 anos	6	20	5	16,7	1	3,7	6	22,2
17 anos	11	36,7	8	26,6	4	14,8	10	37,1
18 anos	0	0	0	0	3	11,1	2	7,4
19 anos	0	0	0	0	1	3,7	0	0
TOTAL	17	56,7	13	43,3	9	33,3	18	66,7

Fonte: Próprio da autora.

O número de casos de alunos que já reprovaram em séries anteriores na Turma B caracteriza a variedade das idades nesta turma. Na Turma A, apenas 2 alunos disseram ser repetentes (1 aluno repetente de EF I e outro do EM), já na Turma B eram 9 alunos repetentes (6 de EF I, 1 do EF II e 2 do EM).

Quando questionados se estudavam em outra instituição de ensino ou trabalhavam em outro turno, 21 alunos da Turma A disseram exercer alguma atividade além do EM – Educação Básica. Na Turma B, apenas 10 alunos relataram executar outra atividade. As respostas dos estudantes referentes às atividades exercidas em outros turnos e respectivas frequências constam na Tabela 2 e foi uma questão do tipo aberta⁴.

Tabela 2 – Atividades em outros turnos.

Além de estudar nesta instituição, exerce outra atividade?	Turma A Frequência	Turma B Frequência
Não	13	20
Atividade Remunerada	4	4
Estudante de Escola Técnica	14	2
Estudante de curso Pré Vestibular	1	0
Outras	1	4

Fonte: Próprio da autora.

Quanto a “outras” atividades, foram citadas música, artesanato e manicure, que são cursos oferecidos para a população em instituições públicas.

⁴ Segundo Gil (2008) uma questão é aberta quando se solicita para o respondente que ofereçam suas próprias respostas, fornecendo espaço para redigi-las. Esse tipo de questão possibilita liberdade na resposta.

Na Turma A, 3 alunos relataram também que estudavam em outra instituição e trabalhavam, ou seja, exerciam atividades nos três turnos do dia. Na Turma B, essa situação também se repetia com 3 alunos. Isso leva a crer que os estudantes com menor faixa etária dependiam financeiramente de seus familiares.

Em relação a como se mantinham informados no dia a dia, os alunos obtinham algumas opções de respostas (questão de natureza fechada⁵) e podiam assinalar mais de 1 (uma) opção. Também era possível complementar com outra informação em um espaço destinado para registro. As opções de respostas e suas respectivas frequências podem ser observadas na Tabela 3.

Tabela 3 – Fontes de informação.

Opções	Turma A	Turma B
	Frequência	Frequência
Jornais	12	10
Revistas	7	3
Internet	30	25
Rádio	7	10
TV	25	21
Outros:		
Escola	1	1
Redes Sociais	1	1
Amigos e família	1	3

Fonte: Próprio da autora.

Por meio da análise das respostas, pode-se notar que menos da metade dos alunos de cada Turma possuía o hábito de ler jornais e apesar de 2 alunos citarem a Rede Social como um instrumento de informação, é possível que outros alunos, em ambas as turmas, assinalaram a opção “Internet”, fazendo relação desse item com “Rede Social”. As opções “Rádio” e “TV” foram escolhidas por muitos alunos, pois seus familiares se dispunham do hábito de escutar os noticiários através de Rádio e TV. Essa informação foi coletada com os alunos em um diálogo após a professora pesquisadora recolher o Questionário Inicial.

Ao serem questionados se costumavam observar gráficos e tabelas nas suas leituras, 76,7% dos alunos da Turma A e pouco mais da metade dos alunos (55,6%) da Turma B responderam que “sim”.

⁵ Para Gil (2008) uma questão é de natureza fechada quando se pede aos respondentes que escolham uma ou mais alternativas dentre as que são apresentadas numa lista.

Nesta mesma questão (6) de natureza aberta, foram indagados em quais situações eles percebiam gráficos e tabelas com maior frequência. As respostas e respectivas frequências constam na Tabela 4.

Tabela 4 – Observação de gráficos e tabelas pelos alunos.

Respostas dos alunos	Turma A	Turma B
	Frequência	Frequência
Livros	6	1
Apostilas de Cursinhos	4	8
Televisão	1	3
Aulas de Matemática	3	0
Outras fontes na escola	5	1
Jornais e Revistas	4	2

Fonte: Próprio da autora.

Os alunos que disseram não observar gráficos e tabelas nas suas leituras, não responderam a questão de número 6.

Percebeu-se pelas respostas, que a maioria dos alunos não citou a observação de gráficos e tabelas vinculados às informações dos meios de comunicação; dos que observavam essas representações, associavam, na maioria das vezes, ao uso escolar e materiais didáticos. Esse diagnóstico se apoia no que foi evidenciado por Santos e Coqueiro (2009), quando relata que as representações dos conteúdos de estatística estão presentes em tudo que o ser humano realiza, mas que, na maioria das vezes, ele desconhece uma relação existente por não conseguir entender de forma clara as informações que estão sendo repassadas naquele meio.

As turmas também foram questionadas sobre o que pretendiam fazer quando concluíssem o Ensino Médio e 18 alunos da Turma A demonstraram o desejo de cursar uma faculdade, assim como 11 alunos disseram que queriam seguir carreira militar, somente 1 aluno respondeu que ainda não sabia o que queria, porém, grande parte dos alunos demonstravam o interesse da formação na Educação Básica para ingressar no mercado de trabalho. Na Turma B, 10 alunos manifestaram a vontade de cursar o ensino superior, 10 demonstraram interesse em trabalhar, 3 queriam seguir carreira militar e 4 ainda não sabiam. Segundo Oliveira Júnior *et.al.* (2013), essas escolhas estão ligadas a diversas influências, entre as quais estão as expectativas familiares, as situações sociais, culturais e

econômicas, as oportunidades educacionais, as perspectivas profissionais da região onde residem e as próprias motivações do indivíduo.

As respostas da questão 8: “De que modo a matemática contribui para sua formação até o presente momento?” complementa a questão 6 e mostra que mais da metade dos alunos de cada turma associou a matemática apenas à vida escolar.

Quadro 11 – Contribuição da Matemática na vida dos alunos.

Turma A
<i>"Me ajuda na formação do Ensino Médio"</i>
<i>"Me ajuda no curso técnico, pois lá temos aula de contabilidade"</i>
<i>"Me ajuda no curso e quando vou prestar alguma prova"</i>
<i>"Ela me ajudou no vestibulinho e me ajuda no curso também"</i>
<i>"Ajuda na minha formação como um profissional"</i>
<i>"Ela está no meu dia a dia, nos meus afazeres mais simples"</i>
<i>"Com ela eu ajudo meu pai a pagar as contas"</i>
<i>"Contribui para pagar contas e a receber troco"</i>
<i>"No momento não tenho usado muito, mas acredito que para muitas coisas que virão será útil"</i>
<i>"Em vários aspectos, pois a matemática está em tudo"</i>
<i>"Não contribui em nada"</i>
<i>"Não utilizo muito no meu dia a dia"</i>
Turma B
<i>"Serve para o dia a dia"</i>
<i>"Contribui para o aprendizado e qualificação profissional"</i>
<i>"Ela contribui com meu crescimento e ajuda nos deveres de casa, como ajudar minha mãe a pagar suas contas"</i>
<i>"Só para fazer contas mesmo"</i>
<i>"Contribui em tudo, pois tudo que irei fazer envolve a matemática"</i>
<i>"Não desenvolveu muita coisa na minha vida"</i>
<i>"É importante para meu serviço"</i>
<i>"A matemática é muito presente em minha vida; atualmente trabalho com vendas e uso diariamente a matemática"</i>
<i>"Em nada"</i>

Fonte: Próprio da autora.

Alguns alunos relacionaram tal disciplina à formação profissional e apenas 10 alunos da Turma A e 9 alunos da Turma B disseram que a matemática estava presente em diversas atividades diárias. Dois (2) alunos da Turma A e 1 aluno da Turma B manifestaram que a disciplina, por enquanto, não contribuía em nada para eles.

Agrupados os relatos das respostas da questão 8, foi possível organizá-los de acordo com a maior frequência redigida pelos alunos, como consta no Quadro 11, contendo as manifestações expressas e possibilitando a apreensão do pensamento coletivo quanto à forma que notavam a contribuição da matemática.

Os PCN (2000) do EM chamam a atenção para a importância da matemática, que tem um valor formativo nessa fase de ensino, que ajuda a estruturar o pensamento e é uma ferramenta que serve para a vida cotidiana e para muitas tarefas específicas em quase todas as atividades humanas.

Sabendo da importância da matemática na vida do aluno, a questão 9, do tipo aberta, indagava sobre o que os alunos aprenderam de Estatística nas séries anteriores. A intenção dessa pergunta foi verificar e considerar os conhecimentos prévios dos alunos, com o objetivo de elaborar e propor as SE, valorizando estes saberes e outros que os alunos necessitassem. A Tabela 5 agrupa e apresenta as respostas dos estudantes e respectivas quantidades.

É possível constatar que muitos não se lembravam dos conceitos básicos estatísticos abordados nas séries anteriores. Essa averiguação fica constatada também no momento da finalização e recolhimento do questionário, quando alguns alunos perguntaram à professora pesquisadora o que era Estatística e ao ser explicado por ela, esses estudantes reagiram e responderam do seguinte modo: “*Ah tá, isso eu sei*”, ou “*Não me lembro disso mesmo*”, e ainda “*Meus professores não passaram isso*”.

Tabela 5– Conhecimento prévio de Estatística.

Respostas dos alunos	Turma A	Turma B
	Frequência	Frequência
Gráficos, Tabelas e Porcentagens	13	10
Média Aritmética	1	0
Não lembro	10	13
Nenhum	6	4

Fonte: Próprio da autora.

O último questionamento foi: “O que você tem dificuldade e gostaria de aprender em Estatística?”. As respostas descritas na Tabela 6 e respectivas frequências, complementam a questão anterior e mostram que alunos que apontaram o fato de não lembrar os conteúdos estatísticos demonstram ser os mesmos que citaram na questão final, conteúdos diferentes dos relacionados na abordagem.

Tabela 6 – Conteúdos citados para aprendizagem de Estatística.

Respostas dos alunos	Turma A	Turma B
	Frequência	Frequência
Utilizar e analisar os diferentes tipos de gráficos	9	11
Tudo	9	7
Média Aritmética	1	1
Tabelas	5	6
Não sei	2	2
Fatoração, potência ou divisão	2	3
Não responderam	1	2

Fonte: Próprio da autora.

O resultado indicado no Questionário 1 demonstrou que as Turmas apresentavam níveis de conhecimentos e realidades equivalentes, porém a Turma A revelou mais uniformidade nas respostas apresentadas. Dessa forma, os dados constataram uma realidade existente: que a análise e interpretação de dados de conteúdos pertinentes à Estatística no ambiente escolar não estão sendo suficientes para desenvolver princípios básicos que auxiliem o reconhecimento e entendimento dos alunos das diversas representações presentes nas informações da vida real.

Esse fato sinalizou que a compreensão por parte dos alunos da importância da matemática como uma ferramenta que auxilia nas tarefas do cotidiano precisava ser enfatizada. Assim, as respostas apresentadas auxiliaram o direcionamento das SE, mostrando que era necessário utilizar-se de diferentes registros de representações nas atividades, propiciando a análise e interpretação ao explorar os conceitos estatísticos, principalmente de gráficos e tabelas, fazendo relação desse teor com situações presentes na vida dos estudantes.

4.2 Aplicação e análise do Questionário 2 – Instrumento diagnóstico

A aplicação do Questionário 2 realizou-se no mês de junho de 2016. Os alunos já sabiam que esse instrumento diagnóstico era parte integrante da pesquisa da qual consentiram em participar na etapa anterior.

Os estudantes das duas turmas demonstraram novamente disposição e responderam as questões com concentração e empenho. Mais uma vez, foi entregue a folha com as demandas e posteriormente, realizada a leitura de cada uma delas. Ao final de aproximadamente uma hora, todos os alunos já haviam respondido às 10 questões de múltipla escolha. Os resultados deste Questionário estão indicados na Tabela 7.

É notório que a Turma A apresentou desempenho melhor que a Turma B. A Turma A obteve desempenho insatisfatório (igual ou abaixo de 50%) em três questões (5, 9 e 10) enquanto a Turma B apresentou a mesma situação em cinco questões (1, 4, 5, 9 e 10). Chamam a atenção as 3 questões que as duas Turmas demonstraram atuações insatisfatórias: 5, 9 e 10.

Tabela 7 – Resultados do Questionário 2 – Instrumento diagnóstico.

Resultados do Questionário 2				
Questões	Turma A 30 alunos		Turma B 27 alunos	
	Acertos	%	Acertos	%
1	19	63%	11	41%
2	24	80%	19	70%
3	27	90%	21	78%
4	21	70%	7	26%
5	15	50%	7	26%
6	26	87%	16	59%
7	21	70%	19	70%
8	21	70%	16	59%
9	7	23%	4	15%
10	10	33%	11	41%

Fonte: Próprio da autora.

Após a correção, os resultados foram compartilhados com os alunos ainda no mês de junho de 2016 em 2 aulas de 50 minutos cada, visando trabalhar os principais erros cometidos, a fim de compreender o processo cognitivo do aluno ao responder cada questão, esclarecer dúvidas e estimular o desenvolvimento do raciocínio estatístico. Os comentários realizados pelos estudantes no dia da correção foram registrados no diário de bordo.

As respostas da questão 1 mostram que nem todos os alunos possuem a habilidade para interpretar e selecionar uma informação relevante entre diversas informações representadas no gráfico. Essa questão envolvia no mesmo gráfico os tipos barras e linhas e ainda o conceito de média, conteúdos presentes no Currículo do EF I e EF II. Ao serem indagados pela professora pesquisadora sobre essa questão, os alunos disseram que não entenderam a legenda e também não conseguiram comparar o “ponto mais alto” da linha e da barra, assim como comparar as três “coisas”. A resposta correta era a letra (D) que envolvia as três informações contidas no gráfico.

Na questão 2, que explorava conceitos estatísticos do EF I, ambas as turmas apresentaram bom desempenho, ainda assim, alguns alunos erraram a resposta. O item analisava a habilidade de leitura e interpretação de informações e dados apresentados, com reconhecimento de gráfico de colunas. Contudo, nessa questão, não foi exigida do aluno apenas a habilidade de identificar os dados, mas também, de realizar a operação de adição com eles (SÃO PAULO, 2013b). Os alunos relataram que a dificuldade foi a presença de uma segunda graduação no eixo vertical, cujo valor não era explicitado. A resposta correta era a letra (C).

A questão de número 3 mostrou que grande parte dos alunos demonstrou dominar a habilidade presente, que era associar os dados apresentados em uma tabela simples ao seu respectivo gráfico de colunas, em que a (A) era a alternativa correta. São Paulo (2014d) sugere que é necessário ampliar a variedade de tipos de gráficos trabalhados em sala de aula, para que os alunos saibam representar informações dadas em tabelas em outros tipos de gráficos.

Respondendo à questão de número 4, os alunos da Turma B revelaram não dominar a habilidade de resolver um problema envolvendo informações apresentadas em tabela, do 9º ano do EF II. O item caracteriza a evolução do pensamento em relação ao tratamento da informação esperado para a série considerada. Isso porque ele extrapola a ideia de uma leitura simples da tabela dada, exigindo uma comparação entre as afirmações abordadas. Em São Paulo (2013b), essa habilidade é considerada de extrema importância no Ensino

Médio. A alternativa correta era a (B). Os alunos disseram que confundiram as alternativas A e B, mas também consideraram a alternativa (C) semelhante à (A), pois ambas representavam 50%, porém os alunos encararam de forma completamente diferente os valores.

A Questão 5 envolvia domínio de habilidade para reconhecimento de um gráfico de linhas, bem como a identificação e comparação das informações contidas no gráfico. Essa questão foi contemplada no Simulado do SAEB para o 9º ano do EF II, no ano de 2015. Nela, o candidato A alcança, na preferência dos eleitores, o candidato B quando os gráficos se interceptam e pela figura representada é possível verificar que isso ocorre entre 1 de agosto e 1 de setembro, que corresponde ao período do mês de agosto. Logo, a alternativa correta era a (B). Ambas as turmas apresentaram resultado insatisfatório e ao serem questionados durante a correção, disseram que não entenderam que era “só ver onde cruzavam as linhas” dentro do período, mas acreditaram que a linha da vertical que associava e ligava ao mês no eixo horizontal era a resposta. A maioria dos alunos respondeu letra (C).

Sobre a questão 6, o aluno precisava compreender e analisar as informações transmitidas na tabela e associá-las ao gráfico que a representava. Cada alternativa apresentava uma representação gráfica diferente (barras, linhas, colunas e setores). No gráfico da alternativa (A), as barras apresentadas em cada mês correspondem aos valores da tabela. Já o gráfico da alternativa B, além de não ser indicado nesse contexto, pois indica uma variação contínua, informa no mês de dezembro, por exemplo, o valor de 850, quando na tabela a indicação é de 725 para esse mês. Nos gráficos das alternativas (C) e (D), os meses de agosto, novembro e dezembro não correspondem aos valores indicados na tabela. Essas correspondências foram analisadas coletivamente durante a correção e apesar da maioria dos alunos das turmas acertar essa questão, os estudantes que erraram disseram que não conseguiram realizar todas essas comparações.

Quanto ao entendimento em relação à questão 7, os alunos careciam de identificar situações de interdependência entre grandezas através da tabela, utilizar informações relacionadas às medidas e calcular. A resposta correta era a letra (A) e 70% dos estudantes das duas turmas acertaram essa questão. Os alunos que não acertaram disseram que não conseguiram iniciar os cálculos para a resolução.

Na questão de número 8, mais da metade dos alunos de ambas as turmas responderam corretamente a letra (C). Essa questão já foi abordada em anos anteriores no mesmo tipo de avaliação, que pertence ao SAEB e costuma repetir na avaliação de outras

séries. O aluno necessitava reconhecer e associar a linha com a coluna indicada na informação do enunciado e somar os dois valores considerados. Na Turma A, 30% dos alunos erraram, assim com 41% da Turma B. Durante a correção, alguns alunos disseram que se confundiram por ser uma tabela com muitos dados, outros disseram que consideraram muito simples o que estava sendo perguntado e na insegurança, selecionaram uma alternativa diferente e outros não realizaram corretamente a soma de dois números decimais.

Em relação à questão 9, que contemplava uma habilidade do Ensino Médio (1º e 2º anos), foi a que os alunos das duas turmas apresentaram maior falta de domínio. Era um gráfico com disposição das informações diferentes dos gráficos elementares (barras, linhas ou setores) e para verificar as variações, os estudantes necessitavam resolver subtração simples entre números decimais. Mais de 70% dos alunos de cada turma erraram a alternativa correta, que era a (D). Muitos disseram que não conseguiram associar os valores, outros relataram que não entenderam que precisava realizar um cálculo para a resolução. A dificuldade dos estudantes na leitura e interpretação dos dados e informações em linguagem e representação diferenciada, chamou a atenção pela falta dessa habilidade.

A última questão, de número 10, foi a segunda com maior dificuldade apontada pelos estudantes, que contemplava uma habilidade do 1º ano do EM, de reconhecer população, amostra e variáveis. Essa habilidade também é abordada em todos os anos (séries) nos livros didáticos de EM. Destaca-se, de forma negativa, uma boa parcela dos alunos que não soube responder a questão, relatando confundir o significado de quantitativo e qualitativo.

Os resultados das questões deste instrumento diagnóstico demonstraram que os alunos das turmas A e B não dominavam algumas habilidades básicas importantes do EF II e os conceitos envolvidos precisavam ser revisitados e aprimorados. Da mesma forma, que chamou a atenção a falta de conhecimento e dificuldade na leitura e interpretação das questões que envolviam habilidades do 1º e 2º anos do EM.

Sendo assim, as respostas deram direcionamento para a elaboração das SE, pois reforçaram a necessidade de utilizar diferentes registros de representações nas atividades e propiciar a identificação, análise e interpretação de dados e informações. Pretendeu-se, neste momento, explorar as habilidades em que os alunos apresentaram dificuldades do EF II na SE I e as habilidades do EM na SE 2, tanto aquelas demonstradas não atingidas no questionário 2 como aquelas pertinentes ao 3º ano do EM.

4.3 Aplicação e análise da Enquete dos temas abordados nas Sequências de Ensino

A aplicação da enquete ocorreu no mês de junho de 2016 e foram utilizadas duas aulas de 50 minutos cada para sua realização.

Segundo Franco (2005) é importante existirem fases preliminares na pesquisa, para a inserção do pesquisador no grupo, para uma ação coletiva, para o autoconhecimento do grupo em relação aos seus conhecimentos e expectativas, possibilidades e bloqueios.

Dessa forma, a aula iniciou-se com uma conversa informal sobre os últimos acontecimentos no país e no mundo. Os temas abordados envolviam: economia, *internet*, comércio, escola, educação, política, alimentação, esporte e população brasileira. Os assuntos eram sempre relacionados ao cotidiano dos alunos.

Na sequência, a professora pesquisadora sugeriu a ambas as turmas que fossem escolhidos temas de interesse coletivo para a realização das atividades envolvidas na pesquisa. Para isso, os alunos reuniram-se em grupos para favorecer o debate de ideias.

Observou-se que os temas relacionados aos assuntos do interesse e do cotidiano dos alunos despertaram a curiosidade. Assuntos comuns nos grupos das duas turmas foram: o preço de alimentos relacionados a consumo, escola, salário e emprego.

Os temas foram registrados na lousa pela docente pesquisadora, conforme os grupos iam citando-os, e ficaram definidas propostas relacionadas com esporte, música, alimentação, comércio, consumo, transporte, educação e escola, televisão e política.

Alguns alunos da turma A, lembraram-se de uma atividade realizada em outra disciplina, que relacionava diferentes tipos de consumo, e deram ênfase ao consumo de energia elétrica. Na oportunidade, esses estudantes disseram que usaram para desenvolver essa atividade as respectivas contas (demonstrativos de consumos) para análise e que não compreendiam o que estava escrito em relação aos consumos.

Após o debate de ideias e sugestões, iniciou-se a escolha dos temas e os resultados de ambas as turmas são apresentados no Figura 4. Cada aluno sugeriu 2 temas.

Como demonstra o gráfico, os temas mais escolhidos foram: alimentação, comércio e consumo. Considerando o resultado das sugestões dos alunos e também os argumentos e ideias explanados durante o diálogo na aula, definiu-se para a SE 1 os temas “consumo” e “alimentação” e para a SE 2, os temas “consumo” e “energia”.

Figura 4 – Temas escolhidos pelos alunos.

Fonte: Próprio da autora.

4.4 Aplicação e análise da Sequência de Ensino 1 (SE 1)

A aplicação da SE 1 ocorreu nos meses de agosto e setembro de 2016 e foram utilizadas 11 aulas de 50 minutos cada, para a realização com cada turma.

A SE foi iniciada com uma conversa sobre Estatística e no seu decorrer, foi perguntado aos alunos pela professora pesquisadora como eles acreditavam que esse ramo da matemática estava relacionado ao nosso dia a dia. Os estudantes citaram: a avaliação da turma em uma disciplina, a importância na economia do país, dentre outros aspectos pertinentes.

Na continuidade, foi explicado aos estudantes que seria desenvolvida uma sequência de trabalho envolvendo conceitos estatísticos associados ao cotidiano e que a proposta inicial englobava temas escolhidos na fase da enquete: consumo e alimentação.

Dessa forma, iniciando o processo de investigação, solicitou-se uma pesquisa dos alimentos consumidos mensalmente nas residências de cada aluno. Os estudantes de ambas as turmas (A e B) questionaram como poderiam registrar as informações obtidas e nesse momento foi sugerida a possibilidade de levar em conta as considerações de todos e assim a docente pesquisadora foi registrando as ideias na lousa.

Logo no início, alguns alunos citaram a organização de uma tabela e por fim, concluíram que nela deveriam registrar: o tipo de alimento consumido, a medida (massa, volume ou capacidade) do produto e a quantidade consumida mensalmente. Um (1) aluno da turma A disponibilizou-se e propôs construir um modelo de tabela (Apêndice D) no computador e reproduzi-lo para os demais colegas da classe.

Na turma B, o procedimento para a solicitação da pesquisa foi o mesmo, mas por não demonstrarem a mesma iniciativa nas ações durante a conversa, foi proposta pela professora pesquisadora a utilização da tabela construída na turma A, considerando que os dados cogitados pela turma B para a elaboração de uma tabela foram equivalentes ao da outra turma.

Posteriormente a essa proposta inicial, os alunos de ambas as turmas se reuniram em grupos na sala de aula para socializar os resultados com os integrantes. Da turma A, dois (2) alunos de grupos diferentes não realizaram a pesquisa solicitada e da turma B, apenas 1 aluno não a realizou.

Após o compartilhamento dos resultados, os grupos receberam os jornais informativos dos supermercados e prosseguiram para a pesquisa de preço dos alimentos citados. Cada aluno complementou a sua tabela inicial com os preços unitários e a somatória final. Na Figura 5 percebemos integrantes do grupo 3 (G3) da turma B redigindo suas tabelas em sala de aula a partir da pesquisa realizada em casa.

Figura 5 – Elaboração da tabela 1 pelo G3 da turma B – SE 1.

Fonte: Próprio da autora.

Dentre todas as tabelas construídas, as quais foram denominadas pelos alunos como tabela 1, temos, na Figura 6, a elaboração da tabela de uma aluna do grupo 2 (G2) da turma B na fase inicial.

A Figura 6 mostra que a aluna organizou as informações na fase inicial, mas não identificou alguns elementos e não denominou por escrito cada coluna.

Figura 7 – Tabela 1 do aluno do G4 da turma A – SE 1.

Número de pessoas que residem na mesma casa: 4				
Produto	Quantidade	Unidade	Valor unitário	valor total
Arroz	3	15 kg	R\$ 12,75	R\$ 38,25
Feijão	2	2 kg	R\$ 6,99	R\$ 13,98
Açúcar	1	1 kg	R\$ 2,49	R\$ 2,49
Achocolatado	1	500g	R\$ 2,50	R\$ 2,50
Trigo	1	1 kg	R\$ 11,49	R\$ 11,49
Farinha de mandioca	1	500g	R\$ 2,47	R\$ 2,47
Farinha de rosca	1	500g	R\$ 3,29	R\$ 3,29
pr de café	2	1 kg	R\$ 6,50	R\$ 13,00
Sal	4	2 kg	R\$ 2,20	R\$ 8,80
maizena (amido de milho)	1	500g	R\$ 5,99	R\$ 5,99
leite condensado	3	400g	R\$ 3,29	R\$ 9,87
óleo	2	2 L	R\$ 4,99	R\$ 9,98
azeite	1	750ml	R\$ 11,59	R\$ 11,59
macerão	5	2,50kg	R\$ 1,69	R\$ 8,45
Ketchup	1	500g	R\$ 3,99	R\$ 3,99
mostarda	1	400g	R\$ 4,99	R\$ 4,99
Ovos	48	42g	R\$ 10	R\$ 13
biscoito doce	2	250g	R\$ 1,78	R\$ 3,56
milho em conserva	5	2 kg	R\$ 1,29	R\$ 6,45
vinagre	2	2 L	R\$ 3,56	R\$ 7,12
frutas	20	3 kg	R\$ 7,99	R\$ 7,99
verduras	5	1 kg	R\$ 3,50	R\$ 10,50
legumes	3	2 kg	R\$ 4,50	R\$ 13,50
margarina/manteiga	4	2,50kg	R\$ 5,45	R\$ 21,80
Salsicha	20	2 kg	R\$ 5,45	R\$ 21,80
				R\$ 254,22

Fonte: Próprio da autora.

Na Figura 8 é possível identificar uma aluna do G1 da turma B realizando o cálculo de conversão.

Figura 8 – Cálculo de conversão da aluna do G2 da turma B.

Fonte: Próprio da autora.

Verifica-se, ao final desta construção, que as funções cognitivas relacionadas à comunicação, identificação e ao tratamento das representações tabulares foram realizadas, considerando a organização das informações e as operações efetuadas pelos alunos dentro desse mesmo registro de representação.

A partir das observações e conclusões obtidas pelos grupos ao final desta etapa, a sugestão da professora pesquisadora foi que os alunos elaborassem uma nova tabela, desta vez do grupo, envolvendo os resultados da somatória dos gastos mensais de todos os membros. Após o compartilhamento das ideias para esta elaboração, os estudantes de ambas as turmas, sentiram a necessidade de construir duas tabelas, denominadas tabela 2 e tabela 3.

Na tabela 2, construíram duas colunas, a primeira identificando os participantes do grupo e a segunda coluna a identificação das somatórias de cada membro do grupo. Para finalizar a tabela, calcularam a média (média aritmética) dos gastos mensais, com a intenção de obter melhor comparação nos resultados.

Sendo assim, a tabela 3 foi construída basicamente na mesma estrutura da anterior, mas para cada integrante fez-se média individual pensando-se no número de pessoas que convivem na mesma casa. Ao unir esses resultados e realizar a média individual do grupo, a tentativa era chegar mais próximo da realidade dos colegas, considerando que em algumas residências, consome-se mais alimentos que em outras, devido a diversos fatores: renda familiar, número de pessoas que convivem na mesma casa, incidência de refeições em casa diariamente, dentre outros.

Os alunos ainda observaram se alguma somatória se repetia entre os membros do grupo (conceito de moda) e qual era o valor central (mediana) destes resultados quando os dados eram organizados em ordem crescente (rol).

Todos os estudantes das turmas A e B demonstraram mais desenvoltura e agilidade para realizar esta etapa, favorecendo a troca de experiências e interações entre os alunos e a professora pesquisadora. Dentre todas as tabelas produzidas, a Figura 9 exibe as tabelas 2 e 3 construídas pelo grupo 4 (G4) da turma A, nas quais os alunos identificaram os participantes por números.

Figura 9 – Tabelas 2 e 3 do G4 da turma A – SE 1.

Aluno	Consumo individual
26	R\$ 354,06
36	R\$ 537,36
30	R\$ 254,27
13	R\$ 781,00
35	R\$ 433,96
Média	R\$ 468,19
Total	R\$ 2.340,99

Aluno	Consumo individual
36	179,23
26	88,52
30	63,57
13	152,26
35	68,49
Média por pessoa	118,91
Total	592,06

Fonte: Próprio da autora.

Realizada de diversas maneiras a análise dos dados e dessa forma, observado as funções cognitivas de objetivação e tratamento, os alunos partiram para a fase da construção de gráficos de linhas (pontos), colunas (barras) e setores circulares.

A cada construção, os alunos receberam orientações da docente pesquisadora em relação à escolha da escala adotada nos eixos dos gráficos de linhas e colunas, assim como os cálculos para as medidas dos ângulos e suas respectivas porcentagens no gráfico de setores.

Os estudantes perceberam e compreenderam os gráficos com mais facilidade nesta etapa, pois já haviam realizados cálculos semelhantes nas conversões das medidas dos alimentos na fase de construção da primeira tabela.

O primeiro gráfico construído foi o de linhas, e dentre todas as construções, a Figura 10 exibe os gráficos de linhas do G4 da turma A.

Figura 10 – Gráficos de linhas do G4 da turma A – SE 1.

Fonte: Próprio da autora.

Os alunos relacionaram os dados adotando escala adequada para a situação, nomeando os eixos e seus valores, assim como o título atribuído para o gráfico de acordo com suas respectivas tabelas. Perceberam que os gráficos construídos apresentavam os mesmos pontos de medição de forma ordenada e a mesma tendência nos dados em cada intervalo representado por segmento de reta.

Entre os gráficos de colunas construídos pelos grupos de ambas as turmas, na Figura 11 temos a construção deste tipo de gráfico, do grupo 1 (G1) da turma B. Após a construção, os alunos do G1 retrataram os dois tipos de gráficos já explorados nesta SE,

construídos em uma única representação e assim, complementaram o gráfico de colunas com o de linhas.

Os integrantes perceberam que a partir do ponto médio da parte superior de cada coluna era possível marcar os pontos e os segmentos de cada intervalo do gráfico de linhas, mas o primeiro e último intervalos foram demarcados equivocadamente pelos alunos, pois não estavam referenciados a valores da tabela que este grupo construiu anteriormente, assim como o título do gráfico não estava referenciado, o correto seria “Gráfico de barras – tabela 3”.

Figura 11 – Gráfico de barras do G1 da turma B.

Fonte: Próprio da autora.

Diante deste fato, sentiu-se a necessidade de conversar com as turmas sobre o tipo de gráfico histograma e o polígono de frequências. A professora pesquisadora explicou que o histograma é um gráfico similar ao de barras, em que os dados são visualizados em grupos (classes) e exibe a frequência que ocorre dentro de cada intervalo de classe, por meio de áreas que são representadas no gráfico. Explicou-se também que o polígono de frequências complementa esse tipo de gráfico, pois permite a elaboração de uma área ligando os pontos centrais do topo de cada coluna e que para obter as interseções do polígono com o eixo, cria-se em cada extremo do histograma uma classe com frequência nula, concluindo o polígono.

Como na SE 1 estava previsto explorar conceitos estatísticos de EF II e o histograma envolve conceitos pertinentes ao EM, após as explicações aos alunos e exemplos demonstrados na lousa, foi dito que este tipo de gráfico seria explorado posteriormente em outra SE.

O último gráfico construído da SE 1 foi o de setores circulares, diagnosticado também pelos alunos como gráfico de pizza. Esse gráfico foi considerado por alguns estudantes como o mais difícil de ser construído, atribuindo-se tal dificuldade aos cálculos envolvidos e ao uso do compasso e transferidor. Alguns alunos relataram que nunca haviam utilizados esses instrumentos na fase escolar e por este fato, demonstraram certa dificuldade e lentidão na execução da proposta.

Entre os gráficos de setores construídos por todos os grupos, a Figura 12 exibe o gráfico de setores circulares construído pelo grupo 4 (G4) da turma A e seus respectivos cálculos.

Figura 12 – Gráfico de setores do G4 da turma A.

Fonte: Próprio da autora.

Percebe-se no gráfico da Figura 12 que os integrantes deste grupo realizaram os cálculos para determinar a medida do ângulo, mas não realizaram os cálculos para as respectivas porcentagens dos setores, uma vez que o procedimento para o cálculo da porcentagem era o mesmo do ângulo. Registraram de forma equivocada uma legenda utilizando o valor numérico do ângulo com o símbolo da porcentagem.

A Figura 13 mostra alunos de ambas as Turmas, A e B, utilizando compasso e transferidor na construção dos gráficos de setores circulares.

Figura 13 – Alunos das turmas A e B na construção do gráfico de setores.

Fonte: Próprio da autora.

Após esta fase de construção dos gráficos, percebeu-se nas turmas A e B, que apesar de algumas dificuldades encontradas por alunos, ocorreram transformações de registros de representações semióticas de tratamento e conversão. É notório que se deu a operação cognitiva de tratamento a cada construção gráfica, pois a relação entre as características dos dados foi mantida dentro de um mesmo registro de representação.

Percebeu-se a operação cognitiva de conversão na elaboração dos gráficos a partir dos dados representados nas tabelas e ao estabelecer a relação entre eles, assim como as relações obtidas de um tipo de gráfico para outro, pois os alunos mantiveram os mesmos dados como referências.

Na última etapa da SE 1, os grupos elaboraram um relatório final utilizando, como registro, a linguagem natural, após a reflexão e avaliação dos registros e representações realizados. Dentre todos os relatórios, a Figura 14 exibe dois relatórios produzidos por grupos nas turmas A e B, respectivamente.

No relatório do G4 da turma A, os integrantes descrevem sucintamente a sequência de atividades desenvolvidas em cada etapa da SE 1 usando linguagem clara nas descrições, mas sem mencionar as relações estabelecidas em cada etapa e a conclusão após analisar os resultados.

Figura 14 – Relatórios da SE 1, respectivamente de grupos das turmas A e B.

Fonte: Próprio da autora.

O relatório produzido pelo G2 da turma B descreve as reflexões e conclusões que os componentes deste grupo puderam perceber a cada etapa realizada na SE, e também como estabeleceram relações das ideias estatísticas no dia a dia, porém mostra a relação confusa entre média e histograma.

Os relatórios produzidos por todos os grupos das Turmas A e B, apontaram que era necessário continuar o trabalho envolvendo conceitos estatísticos associados ao cotidiano, e que deveria ser explorado na próxima SE, bem como o aprofundamento dos conceitos relacionados às medidas de tendência central.

Apesar de algumas dificuldades dos alunos de ambas as turmas serem detectadas pela professora pesquisadora nas etapas da SE 1, percebeu-se que foram desenvolvidas durante a produção dos registros as funções cognitivas de comunicação, tratamento,

objetivação e identificação, assim como a operação cognitiva de conversão proposta pela teoria de Duval (2003, 2006, 2009).

A docente pesquisadora, por meio da participação em todas as etapas deste ciclo pôde explorar e perceber as diferentes representações (mentais, semióticas e internas) produzidas pelos alunos na análise e tratamento dos dados, notando que aspectos inerentes de coleta, organização, comunicação e interpretação são importantes para que ocorra o desenvolvimento da aprendizagem das representações semióticas.

Portanto, as ideias estatísticas tiveram conexões com a combinação dos dados, a situação desenvolvida favoreceu o pensamento estatístico e entendimento do contexto proposto, além das etapas se mostrarem necessárias para a compreensão dos conceitos estatísticos envolvidos e os alunos realizaram inferências a fim de apropriarem-se destes conceitos. Dessa forma, a SE 1 permitiu o desenvolvimento do raciocínio, pensamento e letramento estatístico.

4.5 Aplicação e análise da Sequência de Ensino 2 (SE 2)

A aplicação da SE 2 desenvolveu-se nos meses de outubro e novembro de 2016 e foram utilizadas 10 aulas com duração de 50 minutos cada, para a realização em cada turma. Os temas para contextualização na SE 2 foram: “consumo” e energia”.

A fase inicial da SE partiu do seminário envolvendo o tema Energia na aula de biologia (ciências) e após o compartilhamento de ideias entre alunos e professor, partiu-se para a investigação na aula de matemática, envolvendo os dados coletados do histórico de consumo de energia elétrica das residências de cada estudante, de ambas as turmas.

Conforme solicitado pela professora pesquisadora, todos os alunos levaram para a sala de aula seus respectivos registros impressos de histórico de consumo, contendo o período dos últimos 12 meses mais recentes e assim, iniciou-se a ação da análise dos dados. A Figura 15 mostra o grupo 5 (G5) da turma A envolvido na abordagem inicial de tratamento e análise dos dados coletados.

Os alunos denominaram o primeiro registro em sala de aula como tabela 1, contendo o consumo (em KWh) de todos os meses analisados no período e o consumo médio familiar mensal (média aritmética) de cada integrante do grupo.

Figura 15 – G5 da turma A envolvidos no tratamento e análise dos dados.

Fonte: Próprio da autora.

Dentre todas as tabelas construídas, visualiza-se a do grupo 2 (G2), da turma A na Figura 16.

Figura 16 – Tabela 1 do G2 da Turma A – SE 2.

*Tabela 1

Consumo e Energia - Grupo 2													
Aluno	J (1)	F (2)	M (3)	A (4)	M (5)	J (6)	J (7)	A (8)	S (9)	O (10)	N (11)	D (12)	MÉDIA
1	240	204	216	211	200	198	235	206	203	222	212	200	212,35
2	392	352	308	396	352	335	331	310	341	330	320	300	338,92
3	130	140	120	116	127	144	139	142	148	144	124	141	134,58
4	318	293	299	272	271	319	254	258	294	270	231	268	278,92

Fonte: Próprio da autora.

Percebeu-se que a tabela 1 do G2 da turma A foi preenchida somente por 4 alunos, pois 1 aluno estava afastado das atividades escolares no período da aplicação da SE 2. Os estudantes analisaram o consumo anual familiar, o consumo médio familiar e sentiram a necessidade de verificar o consumo médio diário por pessoa (consumo per capita diário).

Para isso, eles consideraram o número de pessoas que moravam na mesma casa e realizaram o cálculo de estimativa seguindo a modelagem construída (1):

$$\text{Consumo diário} = \frac{\text{consumo médio familiar mensal}}{30 \text{ dias} * \text{N}^{\circ} \text{ de pessoas da família}} \quad (1)$$

Os alunos refletiram sobre o significado do valor calculado, discutindo como estes dados coletados poderiam revelar de fato o consumo de energia elétrica de suas famílias, pois alguns passavam boa parte do dia fora de casa, seja trabalhando ou na escola e também devido aos tipos de aparelhos elétricos que consomem nas residências.

Os estudantes lembraram que o chuveiro elétrico e o ferro de passar gastam bastante energia e enriqueceram as discussões analisando o integrante com o maior consumo médio familiar mensal e outro com o menor, assim como o integrante com o maior número de pessoas na casa e outro com menor. De acordo com Cazorla e Santana (2010), essa discussão mostra como a “leitura de mundo” depende da informação disponibilizada ou da escolha da variável a ser utilizada.

Após as reflexões sobre o consumo médio, os alunos analisaram a moda e calcularam a mediana do consumo mensal da sua família e para isso, cada membro do grupo organizou seus dados em ordem crescente (rol) e como o número de meses era par (doze), a mediana calculada deu-se por meio da média dos valores que ocupavam o sexto e sétimo lugares do rol.

Interpretando em conjunto as três medidas de tendência central, os alunos perceberam que os resultados eram próximos. Por exemplo: o aluno 1 do G2 da turma A (Figura 16) obteve média igual a 212,25 KWh, mediana igual a 208,5 KWh e moda igual 200 KWh. Os integrantes desse grupo perceberam que estes resultados indicavam uma concentração de consumos mensais em torno de 200 a 213 KWh.

Na etapa posterior, os alunos calcularam os intervalos de classe, amplitude, frequências: simples, relativa e acumulada, bem como, novamente, o cálculo da mediana, para que pudessem conhecer outra forma de calcular esta medida. Estes dados foram organizados novamente em tabela a fim de facilitar a relação estabelecida entre os valores.

Dentre todas as tabelas construídas, denominada pelos alunos como tabela 2, apresenta-se na Figura 17 a organização e cálculos do grupo 2 (G2) da turma A.

Para a organização dos dados da tabela 2 (Figura 17), os alunos diagnosticaram na tabela 1 qual o menor e maior consumo mensal de cada família e assim, distribuíram os consumos em três classes (intervalos) com amplitude de 100 KWh. Para cada classe, verificaram na tabela 1, quantos consumos estavam compreendidos dentro de cada intervalo (frequência simples ou absoluta), determinaram a frequência acumulada, cujos valores orientaram a localização da mediana, e calcularam a frequência relativa, que representa a porcentagem da frequência de cada classe.

Figura 17 – Tabela 2 do G2 da turma A – SE 2.

* Tabela 2

Consumo e Energia			
Classes	F	Fa	For
100 — 200	13	13	27%
200 — 300	21	34	44%
300 — 400	14	48	29%
	48		100%

$$48 = 100\%$$

$$13 = x$$

$$48x = 13 \cdot 100$$

$$x = \frac{1300}{48}$$

$$x = 27$$

$$48 = 100\%$$

$$21 = x$$

$$48x = 21 \cdot 100$$

$$x = \frac{2100}{48}$$

$$x = 44$$

$$48 = 100\%$$

$$14 = x$$

$$48x = 14 \cdot 100$$

$$x = \frac{1400}{48}$$

$$x = 29$$

Fonte: Próprio da autora.

Dessa forma, os alunos analisaram as variáveis em intervalos de classes, percebendo, por meio da concentração de valores (frequências), quais consumos eram comuns aos integrantes do grupo. Cada grupo determinou a amplitude que seria definida para os intervalos das classes, porém como os consumos das turmas envolviam valores próximos, os resultados determinados para a amplitude ficaram em torno de 50 a 100 KWh, configurando mais ou menos intervalos de classes.

Os alunos também calcularam a mediana do grupo, realizando o cálculo, desta vez, por meio de uma expressão matemática para chegar ao resultado, conforme demonstra a Figura 18. O aluno 1 do G2 da turma A, por exemplo, comparou que o resultado da mediana do grupo era maior que a mediana de seu consumo.

O cálculo da mediana por meio de intervalos de classes não segue uma mesma análise para o cálculo da mediana quando os dados estão dispostos em rol. A proposta da professora pesquisadora neste caso era que os alunos discutissem entre os integrantes de

cada grupo, como representar uma expressão matemática para determinar a mediana por intermédio das classes definidas na tabela.

Figura 18 – Cálculo da mediana do G2 da Turma A – SE 2.

* Mediana referente a tabela (2)

$$\frac{\sum F}{2} = \frac{48}{2} = 24 \text{ elemento}$$

$ld: 200$
 $F_{ant}: 33$
 $ld: 300$
 $f_d: 21$

$$Md = 200 + \frac{(24 - 33) \cdot 300}{21}$$

$$Md = 200 + \frac{3300}{21}$$

$$Md = 200 + 52,38$$

$$Md = 252,38$$

Fonte: Próprio da autora.

Os grupos perceberam, por meio de tentativas e análises, que se dividissem o último valor da frequência acumulada (somatória das frequências simples) por 2, encontrariam a posição em que a mediana estava e, conseqüentemente, a classe pertencente, porém não conseguiram definir como calcular o valor da mediana neste caso.

Como os grupos apresentavam ritmos diferentes para produzir os registros, a professora pesquisadora, neste caso, observava e realizava as intervenções nos grupos conforme a necessidade, para explicar o procedimento para o cálculo da mediana no caso de análise por intervalos de classes. Essa intervenção ocorreu naturalmente em cada grupo e todos os grupos foram atendidos. Nessa etapa foi possível perceber que a interação entre alunos e docente pesquisadora já estava firmada.

Após as observações e conclusões obtidas pelos estudantes, de ambas as turmas, a docente pesquisadora propôs que os grupos refletissem sobre a escolha de um gráfico para complementar a análise da trajetória de consumo dos integrantes, padrão de comportamento das variáveis e medidas de tendência central.

No histórico de consumo anual familiar, pesquisado pelos alunos no início desta SE, já constava um gráfico de barras com a linha média (Figura 15) que verificava a situação do consumo de cada mês. Sendo assim, os estudantes escolheram com facilidade o

gráfico de linhas, percebendo que o tipo de gráfico que se utiliza depende da informação que se quer retratar, no caso, o consumo dos integrantes em função de um tempo.

Entre todos os gráficos de linhas que foram construídos, a Figura 19 retrata o gráfico do G2 da turma A.

Figura 19 – Gráfico de linhas do G2 da turma A – SE 2.

Fonte: Próprio da autora.

Os alunos observaram no gráfico de linhas a relação entre o nível de consumo e sua média, mas para entender o conceito de variabilidade, as turmas receberam orientações da professora pesquisadora, que utilizou exemplos simples e do contexto dos alunos para explicar os cálculos do desvio médio, variância e desvio padrão, sendo que os resultados foram sistematizados novamente pelos alunos em registro tabular, pois a quantidade de cálculos envolvidos foi extensa.

Nesta etapa os alunos realizaram os cálculos com os consumos individuais, porém as análises foram discutidas em grupos. Entre todas as tabelas produzidas pelos alunos das turmas A e B nesta etapa, denominada por eles como tabela 3, na Figura 20 temos representado o registro de um aluno do G1 da Turma A.

A tabela 3 foi construída da seguinte forma: a primeira coluna contendo os meses definidos desde o início pelos alunos para análise, a segunda coluna apresentando os respectivos consumos; na terceira coluna, repetiu-se a média aritmética calculada em todas as linhas, na quarta coluna, mostraram-se os desvios dos valores da variável (consumo) em relação à média (calculados como a diferença entre os valores da variável e a média), na quinta coluna, deu-se o valor absoluto dos desvios (desvio médio) e na sexta coluna, a variância: resultado do cálculo do quadrado dos desvios (SILVA; KATAOKA, 2010).

Figura 20 – Tabela 3 do aluno do G1 da turma A – SE 2.

Mes	Consumo (Kwh)	média	Desvios (C-m)	Quadrado dos desvios
J	313	303,5	9,5	90,25
F	294	303,5	-9,5	90,25
M	305	303,5	1,5	2,25
A	341	303,5	37,5	1406,25
M	295	303,5	-8,5	72,25
J	296	303,5	-7,5	56,25
J	287	303,5	-16,5	272,25
A	294	303,5	-9,5	90,25
S	284	303,5	-19,5	380,25
O	349	303,5	+45,5	2070,25
N	262	303,5	-41,5	1722,25
D	322	303,5	18,5	342,25
soma	3642		0	6595
média	303,5			549,58

1) Amplitude total
 $349 - 262 = 87$

2) Desvios
 0

3) Desvio padrão
 $\sqrt{549,58} = 23,44$ → cada elemento se afasta da média por volta de 23,44 unidades.

Fonte: Próprio da autora.

Os alunos perceberam que os desvios indicavam o quanto um valor se afastava da média. Se o resultado foi negativo, significou que o valor estava abaixo da média e se foi positivo, acima da média. Outra observação realizada nos grupos foi que os desvios negativos compensavam os positivos, ou seja, a somatória final era zero ou próximo de zero. Para contornar essa propriedade, foi calculado o valor absoluto dos desvios, gerando o desvio médio, que significava calcular a distância entre os valores das variáveis e a média.

Cazorla e Santana (2010) explicam que o cálculo da variância na tabela é um artifício, pois o fato de elevar os resultados ao quadrado inflaciona os desvios e para deflacionar, extrai-se a raiz quadrada e gera-se o desvio padrão. O desvio padrão é entendido como o valor que mede o grau de dispersão dos valores da variável e é definido como a raiz quadrada da variância.

A proposta da construção da tabela 3 pelos alunos foi com o objetivo de aprofundar os conhecimentos e conceitos estudados até essa etapa. Os alunos apresentaram dificuldades em relacionar todos os dados e desta forma, a professora pesquisadora transitava entre os grupos observando as discussões, realizando intervenções quando necessário e quando solicitada.

Para que os alunos compreendessem melhor a análise da variabilidade, a docente pesquisadora relacionou os dados de dois alunos de um dos grupos, em cada Turma, solicitando posteriormente que realizassem da mesma forma entre os outros integrantes para emitirem comparações, analisarem e avaliarem os resultados.

Os estudantes compararam o integrante do grupo com maior e outro com menor consumo, assim como as médias calculadas de cada um deles e observando o resultado do desvio padrão. Analisando toda a trajetória do consumo dos colegas do grupo, perceberam com mais facilidade a relação entre o comportamento da variável e suas medidas na situação proposta.

Após todo o estudo das variáveis e medidas propostas nesta SE, foi perceptível em ambas as Turmas, A e B, um favorecimento para que as funções e operação cognitiva de identificação, tratamento e conversão ocorressem.

Diagnosticou-se a função cognitiva de identificação, pois os alunos conseguiram ler e compreender, entre as variadas informações apresentadas nesta SE, quais eram relevantes em cada abordagem, tanto na leitura de uma tabela ou gráfico, como no trânsito entre esses registros de representações. Favoreceu-se a organização ao perceber que os alunos se direcionavam com segurança até a tabela ou gráfico construído para encontrar e reencontrar os consumos e medidas necessários para as análises.

A função e operação cognitiva de tratamento ficaram configuradas em cada sistema de registro de representação, pois os estudantes permaneceram na análise dos dados dentro de um mesmo registro, construindo os conceitos.

Os alunos representaram os dados através de diferentes registros: tabela com as informações do grupo, cálculos das medidas de tendência central, tabela de frequências do grupo, gráfico de linhas, cálculos das medidas de dispersão e tabela com informações

individuais. O trânsito entre estes diferentes registros de representações favoreceu uma leitura adequada das informações para que os alunos solucionassem os problemas de forma mais prática, ficando configurada a operação cognitiva de conversão.

Na observação da ocorrência da conversão foi perceptível uma correspondência semântica congruente, pois os alunos mantiveram a mesma ordem de representação entre os dados representados no registro de tabelas para o gráfico e vice versa.

A produção de um relatório final, registrado em linguagem natural, foi proposta também pela docente pesquisadora nesta SE, para que os alunos avaliassem as etapas e os resultados construídos, complementando os significados das estatísticas calculadas. Dentre todos os relatórios produzidos, as Figuras 21 e 22 ilustram dois destes relatórios; grupo 5 (G5) da turma B e grupo 6 (G6) da turma A respectivamente.

No relatório do G5 da turma B, os alunos não descrevem uma análise completa das etapas e não estabelecem relações significativas no tratamento das informações. No relatório do G6 da turma A, os integrantes descreveram todas as etapas desenvolvidas na SE 2 demonstrando atribuir importância às estatísticas calculadas e significados associados ao cotidiano.

De modo mais abrangente, em todas as etapas, a docente pesquisadora observou que, à medida que os alunos obtinham as informações por meio da leitura e interpretação, com base nos dados colhidos, refletiam de forma crítica e chegavam a conclusões importantes, conceituando as informações estatísticas envolvidas. Esse processo leva a crer que a SE 2 favoreceu uma continuidade no desenvolvimento do raciocínio, pensamento e letramento estatístico.

Figura 21 – Relatório da SE 2 do G5 da Turma B.

Fonte: Próprio da autora.

Figura 22 – Relatório da SE 2 do G6 da Turma A.

Relatório Final: Consumo e Energia

As atividades foram muito interessantes e não tínhamos noção de quanto cálculos e abstrações podíamos fazer com conta de luz. Sai legal porque todos do grupo participaram e cada um conseguiu enxergar uma informação diferente da outra.

Primeiro fizemos a tabela com os consumo da mês de todos do grupo e depois a média de cada um. Olhamos a moda de quem tinha e a nota da nota de cada frequência da nota. Vimos que os resultados eram sempre próximos, mas não foi possível que eles mudassem uma relação, quer dizer que não estão em nenhuma relação matemática.

Depois fizemos a amplitude e as classes e a frequência simples de cada uma, a frequência acumulada que somava todos os valores e as porcentagens, e vimos que os consumos que mais se repetiam ou estavam mais próximos aos dos colegas. O cálculo da média foi mais difícil, mas entendemos.

Então continuamos a gráfico que escolhemos, que foi o de barras, porque de barras já estava na conta de luz e a de pizza achamos que não combinava. O gráfico de barras foi demorado de montar, mas ficou bonito e mais fácil para análise.

Montamos outra tabela com os resultados da tabela dos dados e da variáveis. Fizemos muitos cálculos nesta fase final e achamos um pouco cansativa, porém vimos que todos os resultados indicavam alguma informação, como por exemplo a quanto a consumo estão afastados da média, por isso o nome dados.

Os resultados variaram bastante, mas sempre em torno de 150 kWh a 300 kWh.

Concluímos que todos os cálculos junto com as tabelas e gráficos foram importantes para entendermos as relações entre o consumo e também notamos como usamos e consumimos conscientemente as atividades que o ser humano precisa colocar em prática.

Fonte: Próprio da autora.

4.6 Aplicação e análise da Sequência de Ensino 3 (SE 3)

A aplicação da SE 3 ocorreu no mês de novembro de 2016 e foram utilizadas 2 aulas de 50 minutos com cada turma.

Os computadores da sala de informática foram previamente verificados quanto ao funcionamento e instalação dos *softwares* necessários para o desenvolvimento da SE. A sala possuía 18 computadores, dos quais um era a central que comandava os demais, ou seja, para o manuseio dos alunos, dezessete computadores estariam disponíveis, porém dois destes não estavam funcionando, restando quinze computadores para os estudantes.

Os alunos dividiram-se em duplas e os grupos organizaram-se lado a lado, para favorecer a continuidade na comunicação e as relações entre os integrantes mantidas desde a primeira SE.

Os professores que participaram e auxiliaram no desenvolvimento desta sequência de ensino apresentaram-se no início da aula aos alunos e todos foram bem recebidos.

A etapa inicial consistiu em mostrar o *software* Excel aos estudantes e solicitar a reprodução da tabela 2 na planilha eletrônica, construída no ambiente papel e lápis durante a SE 1, para que analisassem novamente os dados através de diferentes tipos de gráficos existentes neste recurso computacional.

Para gerar as tabelas e gráficos construídos nos *softwares*, os alunos recebiam as instruções dos comandos, os quais eram explicados e demonstrados pela professora pesquisadora a partir de exemplos construídos no computador central e reproduzidos em imagem na parede da sala, com utilização do recurso *Datashow*.

Na Figura 23 temos a tabela 2, da SE 1, do grupo 4 (G4) da turma A, que demonstra a visualização de alguns gráficos recomendados pelo próprio Excel de acordo com os tipos de dados da planilha editada.

Figura 23 – Reprodução no Excel da tabela 2 da SE 1 do G4 da turma A.

Fonte: Próprio da autora.

Os estudantes perceberam que os gráficos sugeridos eram equivalentes às construções realizadas no ambiente papel e lápis, reafirmando, neste caso, que estes registros gráficos eram mais adequados para o conjunto de dados da situação,

representados por variáveis discretas. Outros gráficos foram visualizados pelos alunos ao selecionarem a opção “Todos os Gráficos”, reforçando a comparação e dedução realizada anteriormente.

Na continuidade, a proposta era reproduzir a tabela de classes da SE 2 e solicitar a construção do histograma e polígono de frequências, entretanto os alunos apresentaram interesse em editar primeiro a tabela 1, com a intenção de realizar comparações com a tabela construída no ambiente papel e lápis, sendo assim, representaram no Excel a tabela 1 da SE 2, como vemos na Figura 24, a qual demonstra a construção do grupo 2 (G2) da turma A.

Nota-se que esse grupo registrou na coluna A todos os consumos, com valores que se repetiam e na coluna B, a respectiva frequência “1” para cada consumo, pois a intenção era construir inicialmente as classes e este era o primeiro comando para construir os intervalos no Excel. O grupo aproveitou a mesma planilha e registrou os consumos das famílias dos 4 alunos deste grupo (coluna D à coluna N), gerando o gráfico de linhas, no qual mantiveram as mesmas cores das linhas que realizaram na construção manuscrita (Figura 19).

Figura 24 – Reprodução no Excel da tabela 1 da SE 2 do G2 da turma A.

Fonte: Próprio da autora.

Após a comparação e reflexão sobre as construções realizadas, os alunos reproduziram a tabela 2 (Figura 25) da SE 2 com as classes e a frequência simples. Essa construção no Excel possui muitos comandos, consistindo em um procedimento mais lento na produção da planilha pelos estudantes.

Figura 25 – Tabela 2 da SE 2 no Excel do G2 da turma A.

Fonte: Próprio da autora.

Entre todas as planilhas construídas, observa-se na Figura 26 a tabela com as classes e gráficos do grupo 2 (G2) da turma A. Assim como o G2, todos os grupos construíram uma planilha com a mesma amplitude e quantidade de intervalos de classes da construção realizada na SE 2. Primeiro observaram os gráficos sugeridos pelo *software* e deduziram que o gráfico de linhas não era a opção mais adequada para dados com intervalos de classes. Depois exploraram os outros tipos de gráficos existentes e assim, foi solicitada a construção do histograma e polígono de frequências.

Figura 26 – Tabela e histograma no Excel do G2 da turma A.

Fonte: Próprio da autora.

Os alunos notaram que se o número de classes fosse maior, poderiam relacionar melhor os dados envolvidos, e dessa forma, construíram uma nova planilha com intervalos de classes e diminuíram o valor da amplitude de cada intervalo para 20, como demonstra na Figura 26, nas construções do grupo 2 (G2) da turma A.

Para a construção do histograma no Excel também é preciso seguir uma série de comandos. Os intervalos de classes (coluna A) recebem o nome de “Rótulos de Linha” e a frequência simples (coluna B), recebe o nome de “Soma de Frequência”, gerando uma tabela. Os dados destas duas colunas necessitam ser copiados fora desta tabela (colunas E e F) para que os comandos conduzam as construções dos gráficos corretamente.

Na Figura 26, observa-se que a partir do polígono de frequências foi gerada uma curva suavizada, para que os alunos visualizassem melhor a tendência da variação dos dados.

Os estudantes perceberam que o histograma era mais indicado para representar variáveis contínuas, assim como a forma da distribuição das barras não se alterava ao utilizar os dados da frequência simples ou a frequência relativa e que apesar da construção ser semelhante ao gráfico de colunas, as barras verticais ficavam unidas devido ao caráter contínuo dos valores da variável consumo.

A Figura 27 exhibe os alunos da turma A utilizando o Excel para a construção do histograma e polígono de frequências.

Figura 27 – Alunos da Turma A na realização das construções no Excel.

Fonte: Próprio da autora.

Na etapa posterior, foi apresentado para os estudantes o *software* GeoGebra e solicitou-se a reprodução dos dados da tabela 1 da SE 2 na tabela eletrônica, para que complementassem a percepção da variabilidade dos dados tratados através de outros tipos de gráficos existentes neste recurso.

No GeoGebra é possível relacionar os dados através de gráficos que envolvam uma análise univariada, bivariada ou multivariada. Assim, foi pedido inicialmente, que cada aluno realizasse uma análise individual (univariada), explorando os gráficos existentes no recurso.

O histograma foi o primeiro tipo de gráfico observado por uma dupla da turma B na análise univariada, como é possível ver na Figura 28. Os alunos escolheram o número de classes, assim como observaram os resultados dos cálculos gerados na coluna à esquerda do histograma, os quais compararam com os cálculos efetuados na SE 2 e mapearam outras medidas fornecidas nesta coluna.

Figura 28 – Análise univariada no Geogebra da turma B.

Fonte: Próprio da autora.

Um tipo de gráfico que chamou a atenção dos alunos na análise univariada foi o *boxplot* (diagrama de caixas), que é uma ferramenta gráfica utilizada para representar dados observados a partir de uma variável numérica por meio de quartis. Foi explicado aos alunos que os quartis são medidas de posição que dividem o conjunto de dados em 4 partes, a mediana é denominada segundo quartil, pois divide o número de observações em duas partes iguais.

O *boxplot* possui uma reta a partir da caixa, com a representação das variáveis em ordem crescente no eixo horizontal. Essa reta estende-se também verticalmente, indicando a variabilidade fora do quartil superior e do quartil inferior. Este tipo de gráfico identifica onde estão localizados 50% dos valores mais prováveis e os valores extremos (25% de cada lado).

Como os dados dos consumos foram apresentados em meses, trabalhou-se com 12 dados, então cada quartil envolveu 3 meses, organizados por ordem crescente de consumo. O quartil 1 estava entre o 3º e 4º meses e seu valor foi gerado a partir da média do consumo desses meses. A mediana encontrava-se no quartil 2 e foi a média dos 6º e 7º meses. E, para o quartil 3, a média foi gerada pelos consumos dos 9º e 10º meses.

A amplitude interquartílica (do início ao fim da caixa) é considerada uma medida de dispersão que informa a variação dos dados contidos entre o primeiro e terceiro quartil (quartil 3 – quartil 1).

Na Figura 29 observa-se a análise univariada do *boxplot*, de um aluno da turma B. Os estudantes perceberam que este tipo de gráfico era apropriado para comparar padrões entre grupos, neste caso, padrões de consumo de energia entre os alunos. Em ambas as turmas, disseram que seria muito cansativo se toda essa construção fosse realizada no ambiente papel e lápis, devido à quantidade de esforço e tempo para realizar todos os cálculos e gráfico.

Figura 29 – Análise univariada no Geogebra de um aluno da turma B.

Fonte: Próprio da autora.

Na análise bivariada, entre os gráficos sugeridos no recurso, as duplas interessaram-se pelo *scatterplot* (diagrama de dispersão), que é um tipo de gráfico que utiliza coordenadas cartesianas, como é possível observar na Figura 30 por meio dos dados gerados de uma dupla da turma A.

Figura 30 – Análise bivariada no Geogebra de uma dupla da Turma A.

Fonte: Próprio da autora.

Os dados são exibidos através de pontos, cada um com o valor de uma variável (consumo) que determina a posição no eixo horizontal e o valor da outra variável que determina a posição no eixo vertical. Como as variáveis contínuas eram independentes no caso em questão, o gráfico ilustra apenas o grau de correlação entre duas variáveis. Essas correlações podem ser positivas, negativas ou nulas.

No gráfico da Figura 29, os alunos observaram uma linha de tendência destacada na cor vermelha, que indicava uma correlação positiva entre as variáveis estudadas, pois o padrão de pontos inclinava-se de forma crescente. Uma equação para a correlação das variáveis consumo foi gerada pelo GeoGebra para ajustes da linha de tendência (modelo de regressão linear), que possui a função de garantir uma solução correta para os dados em um tempo finito.

Os alunos notaram que este tipo de gráfico era útil para ver como dois conjuntos de dados comparáveis, no caso o conjunto de meses da variável consumo de cada aluno, se ajustavam, obtendo uma comparação visual das variáveis tratadas.

Para a análise multivariada, os grupos perceberam que entre os gráficos sugeridos no GeoGebra, o *boxplot* aparecia novamente como opção de análise do estudo das variáveis e decidiram utilizar esse gráfico para comparação do conjunto dos consumos de cada um dos integrantes, como é possível notar na Figura 31, por meio dos dados de consumos gerados pelo Grupo 2 (G2) da Turma A.

Figura 31 – Análise multivariada no Geogebra do G2 da Turma A.

Fonte: Próprio da autora.

Os alunos notaram que o comprimento da caixa no gráfico indicava o grau de dispersão dos dados: quanto mais curta, mais homogêneos eram os dados e quanto mais comprida, mais dispersos eram os dados. Perceberam também que essa análise no *boxplot*, trouxe à tona novamente o conceito de variabilidade e o papel de valores fora de um padrão. Em relação ao consumo geral, os alunos concluíram que diante de um conjunto de dados dispersos, a variabilidade explica-se tanto pela variação de consumo dentre alunos, como pela variação interna de seus consumos.

Estes dados refletiram o padrão de vida dos alunos, relacionados principalmente ao poder aquisitivo, pois a maioria não possuía aparelhos de alto consumo de energia, como ar condicionado por exemplo, permitindo que os alunos reforçassem a compreensão por meio da análise, a razão da variabilidade dos dados relativos aos consumos de energia elétrica das residências dos estudantes.

No início da SE 3, havia uma preocupação por parte da professora pesquisadora, em relação a dificuldade dos alunos quanto ao uso do computador e os comandos dos

softwares, considerando que nenhum estudante conhecia as funcionalidades do GeoGebra e nem todos os alunos já haviam utilizado o Excel, mesmo sabendo da existência deste recurso computacional. No entanto, a maioria dos estudantes demonstrou habilidade para manusear o computador e compreender os comandos. Os alunos que apresentavam algum grau de dificuldade ou insegurança para prosseguir com as construções eram, muitas vezes, auxiliados pelos próprios colegas dos grupos. Os alunos da turma B sentiram um pouco mais de dificuldade do que os alunos da turma A.

Em cada etapa, todas as explicações aqui descritas e observadas, eram realizadas, demonstradas e discutidas com os alunos.

Durante as construções nos *softwares* pelos estudantes, a docente pesquisadora e o auxiliar que apoiava, circulavam pela sala observando em que estágio de registro os alunos estavam e estes solicitavam o acompanhamento e a verificação do que era produzido pelas duplas, assim como as observações realizadas nas análises.

Os estudantes estabeleceram relações com as sequências de ensino anteriores e trocaram informações com os colegas sem a intervenção da docente, todavia foi importante a observação e mediação realizada pela educadora, considerando que o tempo dedicado para o desenvolvimento da sequência era curto e deveria ser eficaz.

Os alunos relataram ao final da SE 3 e posteriormente em sala de aula, que gostaram muito de desenvolver as construções e análises utilizando os recursos computacionais e deixaram registrado que mais aulas deveriam ocorrer desta forma, por ser um ambiente mais dinâmico e por permitir explorar mais os gráficos sem o excesso de cálculos, mas notaram também que as sequências de ensino anteriores foram importantes para desenvolver os conceitos estatísticos que eram desconhecidos pela maioria.

As funções cognitivas de comunicação, identificação, objetivação e tratamento foram preenchidas durante os registros das representações das tabelas e gráficos, constituindo em um importante recurso para a análise dos dados e tratamento das informações envolvidas. Os estudantes souberam discernir a especificidade das tabelas em relação às outras representações gráficas.

Durante toda a SE 3 procurou-se trabalhar os registros de conversões entre os dados das tabelas e gráficos, iniciando com um padrão de estudo de tabelas de dados seguindo sempre para os estudos dos diversos tipos de gráficos que foram visualizados e explorados.

A capacidade dos alunos de reconhecer os tipos de dados, discretos ou contínuos e, a desenvoltura que apresentaram para perceberem que cada tipo de organização de dados conduzia a uma natureza específica de registro de representação, como tabelas ou gráficos

por exemplo, mostrou o desenvolvimento das habilidades inerentes neste processo, configurando mais uma vez o favorecimento das competências de raciocínio, pensamento e letramento estatísticos.

4.7 Aplicação e análise do Questionário 3 – Sondagem final

A aplicação deste Questionário realizou-se na última semana do mês de novembro de 2016 e o tempo de duração para a aplicação foram 2 aulas de 50 minutos cada, intervalo suficiente para que todos os alunos, individualmente e de ambas as Turmas, respondessem às cinco questões.

Os estudantes já sabiam que esse era um dos instrumentos finais da pesquisa e pretendia-se verificar a aprendizagem após o desenvolvimento das sequências de ensino.

As folhas com as questões foram entregues aos alunos, que receberam orientações da professora pesquisadora quanto ao preenchimento das respostas e material permitido para o uso nas resoluções, como régua e calculadora. Eles realizaram as leituras das questões individualmente, sem a interferência da educadora. Os estudantes efetuaram as resoluções com concentração, empenho e nenhum questionamento oral foi realizado durante a aplicação. Os resultados deste instrumento de sondagem estão indicados na Tabela 8.

É possível perceber que a Turma A apresentou desempenho melhor que a Turma B, porém nenhuma das Turmas obteve resultado insatisfatório (igual ou abaixo de 50%). Na Turma A os 30 alunos responderam o questionário, já na Turma B, dos 27 alunos da classe, 4 faltaram no dia da aplicação.

Após a correção das questões, os resultados foram compartilhados com os estudantes ainda na última semana do mês de novembro de 2016, com duração de 2 aulas de 50 minutos cada, visando discutir com os alunos sobre os erros cometidos, a fim de esclarecer dúvidas e compreender o motivo que acarretou na resposta. Os comentários feitos pelos estudantes no dia da correção foram registrados no diário de bordo.

Para a análise das questões, foram complementadas algumas respostas dos alunos, os quais estão caracterizados por uma sequência aleatória composta por 4 letras do alfabeto, de modo a preservar a identidade do estudante.

Tabela 8 – Resultados do Questionário 3 – Sondagem final.

Resultados do Questionário 3 – Sondagem II					
		Turma A		Turma B	
Questões		30 alunos		23 alunos	
		Acertos	%	Acertos	%
1	a)	21	70%	15	65%
	b)	27	90%	17	74%
	c)	26	87%	14	61%
	d)	30	100%	16	70%
2	a)	28	93%	19	83%
	b)	26	87%	14	61%
	c)	22	73%	14	61%
3	a)	25	83%	18	78%
	b)	23	77%	15	65%
	c)	28	93%	14	61%
	d)	23	77%	19	83%
	e)	21	70%	14	61%
4		23	77%	17	74%
5		30	100%	20	87%

Fonte: Próprio da autora.

A questão 1 envolvia uma análise comparativa de duas variáveis, por meio de um climograma e uma tabela apresentando os dados destas variáveis. No item 1a), o aluno necessitava perceber que o gráfico indicava que o volume de chuva era maior nos primeiros e nos últimos meses do ano e que, portanto, as estações primavera e verão eram as mais chuvosas, enquanto as estações outono e inverno eram as menos chuvosas. Na Figura 32, observamos a inferência correta do aluno MHSV da Turma B.

Figura 32 – Resposta correta da questão 1a) do Questionário 3.

Fonte: Próprio da autora.

Dentre os equívocos apresentados nas respostas, os estudantes disseram que se confundiram na interpretação do enunciado e responderam baseados nos conhecimentos de vida, e não nas informações da questão. Na Figura 33, observa-se o equívoco da aluna YCSO da Turma A.

Figura 33 – Resposta equivocada da questão 1a) do Questionário 3.

Fonte: Próprio da autora.

No item 1b), o aluno precisava identificar na tabela ou no gráfico de linhas, que a temperatura média máxima era de $23,5^{\circ}\text{C}$ e relacionar a ocorrência no mês de outubro, assim como a temperatura média mínima era de $19,5^{\circ}\text{C}$ e relacionar com o mês de junho. Observa-se na Figura 34 a resposta correta da aluna TJMC da Turma A.

Figura 34 – Resposta correta da questão 1b) do Questionário 3.

Fonte: Próprio da autora.

Entre os equívocos apresentados, os alunos relataram confundir a palavra “média” e também trocaram as representações das variáveis (mm e $^{\circ}\text{C}$), ou seja, ao observar o gráfico, não identificaram na legenda que o tipo linhas representava as temperaturas médias. É possível observar na Figura 35 a inferência equivocada da aluna ALMP da Turma B.

Figura 35 – Resposta equivocada da questão 1b) do Questionário 3.

Fonte: Próprio da autora.

Em relação ao item 1c), a solicitação era que se registrasse a amplitude de um dos dois conjuntos de dados, calculada pela diferença entre o maior e o menor valor desse conjunto; deveria ser relacionada a amplitude do conjunto das temperaturas médias. Na Figura 36 visualiza-se a resposta correta do aluno JMLP da Turma B.

Figura 36 – Resposta correta da questão 1c) do Questionário 3.

c) Qual foi a amplitude do conjunto das temperaturas médias mensais da cidade de Catalão?

$$\begin{array}{r} 23,5 - \\ 19,5 \\ \hline 4^{\circ}\text{C} \end{array}$$

Fonte: Próprio da autora.

Os alunos que não acertaram associaram os dados do conjunto do índice de chuvas para resolver a questão ou erraram o cálculo, conforme demonstra, na Figura 37, a resposta do aluno WCSP da Turma A.

Figura 37 – Resposta equivocada da questão 1c) do Questionário 3.

c) Qual foi a amplitude do conjunto das temperaturas médias mensais da cidade de Catalão?

$$A = 23,5 - 19,5 = 3,6?$$

Fonte: Próprio da autora.

No último item, 1d), pediu-se a temperatura média anual, ou seja, a média deveria ser obtida pela divisão entre a soma de todos os valores médios de temperatura e a quantidade de parcelas desta adição. Todos os alunos da Turma A responderam corretamente o item e na Figura 38 observamos a resolução da aluna APCS.

Figura 38 – Resposta correta da questão 1d) do Questionário 3.

d) Qual foi a temperatura média anual da cidade de Catalão?

$$\frac{265,5}{2} = 122,125^{\circ}\text{C}$$

Fonte: Próprio da autora.

Os alunos da Turma B que não acertaram efetuaram o cálculo incorretamente, uma vez que não tinham somado a quantidade de parcelas repetidas ou confundiram temperatura anual com o valor da maior temperatura. Podemos perceber essa situação na Figura 39, na resposta da aluna MLPS.

Figura 39 – Resposta equivocada da questão 1d) do Questionário 3.

Fonte: Próprio da autora.

Na questão 2, o tema apresentado era o mesmo da SE 2: consumo e energia. A proposta retratava inicialmente um histograma relacionando o consumo em KWh nas residências com a respectiva frequência do número de casas. No item 2a), pedia-se para calcular o total de residências pesquisadas, dessa forma era necessário apenas somar as frequências (162 residências). Dentre os equívocos exibidos, houve quem definiu como “total” a coluna mais alta e associou o resultado com o “maior valor”, e houve os que erraram no cálculo da soma.

Sobre o item 2b), o objetivo era quantificar o número de residências que consumiam 1400KWh ou menos. O aluno utilizaria a resposta do item 1a) e calcularia a diferença excluindo 5 (3+2) residências, obtendo o resultado de 157 residências. Dentre os equívocos apresentados, foram excluídas apenas 2 residências no cálculo, demonstrando a confusão na interpretação do aluno ao responder à pergunta.

Na Figura 40 visualiza-se a resposta correta do aluno BLQD da Turma A nos itens 2a) e 2b).

Figura 40 – Resposta correta dos itens 2a) e 2b) do Questionário 3.

Fonte: Próprio da autora.

A Figura 41 demonstra equívocos realizados nos itens a) e b) da questão 2, da aluna KDOS da Turma B.

Figura 41 – Resposta equivocada dos itens 2a) e 2b) do Questionário 3.

Fonte: Próprio da autora.

No item 2c), era necessário que o estudante relacionasse os dados do gráfico para preencher inicialmente a tabela proposta, envolvendo frequências, ponto médio, consumo médio e desvio médio.

Na Turma B, alguns alunos se confundiram nessa questão, porém como se tratava de uma tabela com conjuntos de dados, pode-se dizer que os estudantes se equivocaram apenas nas duas últimas colunas, relativas ao consumo médio e desvio médio. Os resultados mostraram que nas colunas preenchidas, os erros relacionavam-se aos cálculos e a justificativa para tal dada pelos alunos durante a correção foi o excesso desses cálculos.

Figura 42 - Resposta correta da questão 2c) do Questionário 3.

de eletricidade das famílias do condomínio.

Faixa de Consumo (kWh)	Frequência (nº de casas)	Frequência Acumulada	Ponto Médio da Classe	Consumo Médio	Desvios (Consumo - Média)
[200 - 400[	20	20	300	300	-300
[400 - 600[	68	88	500	500	-500
[600 - 800[	31	119	700	700	-300
[800 - 1000[	17	136	900	900	-100
[1000 - 1200[	12	148	1100	1000	-100
[1200 - 1400[	9	157	1300	1000	-300
[1400 - 1600[	3	160	1500	1000	-500
[1600 - 1800]	2	162	1700	1000	-700
SOMA	162	x	8000	1000	0
MÉDIA	—	x	1000	—	x

Handwritten calculations on the right side of the table:

- Variança = $\frac{1}{(n-1)} \sum (x_i - \bar{x})^2$
- 49 0000
- 25 0000
- 9 0000
- 10000
- 10000
- 9 0000
- 25 0000
- 49 0000
- 168 0000
- 1296,15
- DP = $\sqrt{1296,15} = 36$

Fonte: Próprio da autora.

Na Figura 42 temos a tabela preenchida corretamente pela aluna AMOT da Turma A e que chama a atenção pelos cálculos realizados como complemento. A estudante também determinou o resultado da variância e do desvio padrão.

A questão de número 3 também iniciava com um gráfico direcionando para a elaboração de uma tabela. O gráfico (histograma de frequências) exibia a variação sanguínea de uma população e destacava uma curva normal.

Durante o desenvolvimento das sequências de ensino, o termo “curva normal” não foi citado para os alunos, mas os conceitos relacionados aos desvios observados em gráficos e curva suavizada foram explorados, fato esse que forneceu condições do aluno compreender a questão proposta.

Ao preencherem a tabela com as frequências, a maioria dos estudantes construiu uma terceira coluna representando a frequência acumulada, pois perceberam que desta forma efetuariam os cálculos das medidas de tendência central com mais facilidade. Observa-se na Figura 43 a tabela preenchida corretamente pelo aluno LMFS da Turma B.

Figura 43 - Preenchimento correto da tabela da questão 3 do Questionário 3.

Pressão (mmHg)	Frequência (nº de pessoas)	FREQUENCIA ACUMULADA
50	5	5
60	5	10
70	5	15
80	10	25
90	20	45
100	50	95
110	90	185
120	140	325
130	140	465
140	140	605
150	100	705
160	75	780
170	50	830
180	40	870
190	15	885
200	10	895
210	5	900
220	0	900

MEDIANA *

Fonte: Próprio da autora.

No item 3a), os alunos precisavam determinar a moda, que não exigia cálculo algum, apenas o conhecimento do conceito para reconhecer a medida. A maioria dos alunos responderam corretamente, porém, como existiam 3 valores para a moda (multimodal), dentre os alunos que se equivocaram na resposta, alguns disseram que ficaram na dúvida se poderiam registrar mais de um valor e responderam o item de forma incompleta.

Para o cálculo da mediana, item 3b), os alunos dividiram o último valor da frequência acumulada (soma das frequências) por 2 e encontraram o resultado 450 ($900/2$). A partir deste resultado, deveriam observar na coluna da frequência acumulada, qual linha compreendia este valor (Figura 42), para associar à resposta correta: 130 mmHg. Todavia

os alunos que não acertaram este item, não relacionaram o último dado e responderam 450 mmHg.

O item 3c), solicitava a resolução da média aritmética, em que o estudante carecia de somar todos os valores da pressão (mmHg) e dividir por 900 (frequência total desta adição), obtendo 135,11mmHg. Entre os alunos que não acertaram este item, destacam-se 39% dos alunos da Turma B, que em sua maioria se equivocaram ao efetuarem os cálculos. A justificativa apresentada pelos alunos durante a correção foi novamente o excesso de cálculos da questão.

A Figura 44 mostra as resoluções concluídas corretamente pelo aluno OMPD da Turma A para os itens 3a), 3b) e 3c).

Figura 44 – Resposta correta dos itens 3a), 3b) e 3c) do Questionário 3.

Fonte: Próprio da autora.

Na pergunta seguinte, item 3d), os estudantes precisavam estabelecer uma relação entre os resultados das medidas de tendência central. Todos os alunos responderam que havia pouca diferença entre os valores apresentados, porém alguns não apontaram o reconhecimento dos dados como homogêneos e com a curva normal. A Figura 45 mostra uma das respostas, realizada pela aluna AGMQ da Turma A.

Figura 45 – Resposta correta da questão 3d) do Questionário 3.

Fonte: Próprio da autora.

No item 3e), solicitava-se o cálculo da probabilidade, de acordo com dados da tabela, de uma pessoa da população sorteada possuir pressão sanguínea menor ou igual a 100 mmHg. Para São Paulo (2014c), a possibilidade de os alunos tomarem contato com a interpretação estatística da probabilidade, a partir da curva normal, justifica-se ao relacioná-la à ideia de desvio padrão, mesmo que não calculem essa medida. Um pouco

mais da metade dos alunos, de ambas as Turmas, acertaram o cálculo deste item, pois disseram lembrar-se de cálculos semelhantes ao realizarem conversões na SE1 e outros que surgiram durante as SE. Dentre os erros apresentados, destaca-se mais uma vez a interpretação equivocada de “menor ou igual a 100 mmHg”.

A Figura 46 exibe a resolução da aluna TASF da Turma B, que associou a razão corretamente, mas não demonstrou o resultado em porcentagem.

Figura 46 – Resposta da questão 3e) do Questionário 3.

Fonte: Próprio da autora.

A questão de número 4 fornecia uma tabela, em que era necessário identificar os dados apresentados em três grupos, como também relacionar os resultados ao gráfico de setores circulares. Os alunos que não acertaram, relataram não interpretar corretamente os termos “maiores ou iguais”, “entre” e “menores ou iguais”. A resposta correta era a letra (B), pois o G1 agrupava 5 notas, o G2, 3 notas e o G3, 2 notas.

Na última questão, de número 5, os estudantes precisavam interpretar os dados do gráfico de setores circulares, associando a frequência relativa com a moda. Todos os alunos da Turma A acertaram essa questão e apenas 13% dos alunos da Turma B erraram, relatando confundir a moda com o valor apresentado no setor à frente do gráfico (nota 4). A resposta correta era a letra (D), em que a nota 5 representava 35%.

Considerando o rendimento dos alunos das Turmas A e B, demonstrados nas resoluções das questões, pode-se afirmar que o resultado apresentado foi satisfatório. Os estudantes, em sua maioria, mostraram que desenvolveram as habilidades relacionadas aos conteúdos estatísticos, exploradas em todas as etapas de investigação no decorrer da pesquisa, tanto aquelas que são propostas nos documentos curriculares oficiais para a 3ª série do EM, como as que foram detectadas com baixo rendimento no Instrumento diagnóstico.

A variedade das questões permitiu o desenvolvimento de registros de representações, em que foram averiguadas pela professora pesquisadora, as funções e

atividades cognitivas preenchidas e demonstradas pelos estudantes no decorrer das análises das resoluções.

Entre a leitura e compreensão das diversas informações envolvidas nas questões, os alunos precisavam diagnosticar quais eram relevantes para o registro da resposta para que assim, a função cognitiva de identificação se configurasse. A maioria dos estudantes reconheceram com facilidade os dados ou medidas necessárias para concluir a resolução, confirmando essa atividade semiótica.

A função cognitiva referente a objetivação foi demonstrada pelos alunos nas questões, pois para que as respondessem corretamente, era importante que encontrassem significado no contexto, ou seja, o conceito foi assimilado.

Ao permanecerem na análise dos dados das questões dentro de cada registro realizado, seja de tabelas, gráficos, cálculos ou linguagem natural, os alunos transformaram uma representação em outra, explicitando a função cognitiva de tratamento e atividade de transformação.

Por fim, eles realizaram o trânsito entre os registros (tabelar para gráfico, gráfico para tabelar, gráfico ou tabelar para linguagem natural, gráfico ou tabelar para resoluções de cálculos) favorecendo uma leitura adequada das informações e caracterizando a atividade cognitiva de conversão.

A diversidade dos registros evidenciada pela economia de tratamento, a variedade dos registros que se complementaram e a compreensão do conteúdo na coordenação entre pelo menos dois registros de representação, focalizadas nas questões 1, 2 e 3, indicam que a conversão ocorreu de forma congruente.

Os registros de representações semióticas desenvolvidos por meio de todo o conjunto de habilidades, mostram-se ligados diretamente com as competências estatísticas, pois a maioria dos estudantes reconheceram as informações relevantes nas bases de dados fornecidas nas questões, realizaram a leitura, interpretação, reflexão, conceituaram e obtiveram conclusões. Tais atividades indicam que o aluno demonstrou sua capacidade de coordenar todas as situações envolvidas, desenvolvendo o raciocínio, letramento e pensamento estatístico.

4.8 Aplicação e análise do Questionário 4 – Impressões finais dos alunos.

O Questionário 4 foi aplicado na primeira semana do mês de dezembro de 2016.

Foi explicado aos alunos que este era o instrumento final da investigação e pretendia-se conhecer as opiniões em relação ao trabalho desenvolvido.

Dentre todos os estudantes participantes da pesquisa, estavam presentes no dia da aplicação 25 alunos da Turma A e 24 alunos da Turma B, totalizando 49 estudantes que responderam o questionário.

Os alunos receberam as folhas com as questões e as responderam individualmente com interesse e atenção. Todos concluíram ao final de aproximadamente 40 minutos.

As respostas apresentadas no Questionário foram organizadas em tabelas com o objetivo de facilitar a compreensão e observação dos resultados. Foram também classificadas em categorias com a respectiva frequência de alunos que a mencionaram.

Em relação à primeira questão, as respostas associadas ao aprendizado de Estatística e que os alunos anteriormente desconheciam, estão representadas na Tabela 9. A maioria dos estudantes mencionaram mais de uma resposta entre as categorias.

Tabela 9 – Conhecimento assimilado de Estatística.

Categorias de respostas	Turma A Frequência	Turma B Frequência
Distribuição de frequências (simples, acumulada e relativa)	18	20
Medidas de Tendência Central (média, mediana e moda)	19	18
Construção de tabelas e gráficos	6	7
Análise de dados de tabelas e gráficos	18	12
Gráficos diferenciados com o uso dos <i>softwares</i>	20	12
Medidas de dispersão	17	12
A relação existente com o cotidiano	20	18
Rol, amostra, população e intervalos de classes	10	13
Cálculos variados	5	5
Tudo	5	4

Fonte: Próprio da autora.

Percebeu-se pelas respostas apresentadas, a mudança no vocabulário dos alunos em relação ao Questionário 1, pois citaram diversos conteúdos e termos relacionados à Estatística utilizando linguagem apropriada. Nenhum aluno associou o aprendizado ao uso de fórmulas.

A Tabela 10 registra as respostas dos alunos pertinentes à pergunta: “Você achou útil o que aprendeu em Estatística? Justifique”. A maioria dos estudantes mencionaram mais de uma resposta entre as categorias destacadas, ao relacionarem com situações presentes no dia a dia, apontaram: os consumos de diferentes naturezas, controle de gastos diversos, orçamentos e observação de gráficos nos meios de comunicação.

Os estudantes também relataram que o trabalho em grupo favoreceu a organização e interação nas etapas desenvolvidas, assim como os temas das sequências de ensino auxiliaram na leitura, interpretação e análise das ações produzidas.

Tabela 10 – Utilidade dos conteúdos estatísticos.

Categorias de respostas	Turma A Frequência	Turma B Frequência
SIM	25	24
NÃO	0	0
Justificativas apresentadas		
Os conteúdos relacionam-se com o cotidiano	21	20
Auxiliam na resolução de provas e vestibulares	8	3
Ações que favorecem a leitura, interpretação e análise de gráficos e tabelas	9	10

Fonte: Próprio da autora.

A terceira pergunta indagou as opiniões dos alunos com relação às atividades desenvolvidas nas sequências de ensino, as quais estão dispostas na Tabela 11. A maioria dos estudantes também apresentaram mais de uma resposta dentre as categorias para este questionamento.

Muitos alunos relataram novamente que as formações dos grupos auxiliaram de forma positiva o aprendizado, pois as relações estabelecidas com os integrantes do grupo permitiram o compartilhamento das aprendizagens.

Os alunos também se referiram de forma proveitosa à associação que foi estabelecida com a proximidade dos conteúdos e situações presentes na vida das pessoas. Em relação às dificuldades, declararam que o manuseio dos instrumentos compasso e transferidor foi desafiador, pois muitos não se recordavam do uso destas ferramentas de ensino em séries anteriores.

Foi também apontado que o excesso de cálculos na SE 2 foi cansativo e extenso, mas que achavam que isso ocorreu pelo fato da retomada de conteúdos de séries anteriores dos quais não se lembravam. A SE 3 foi caracterizada de forma cativante pelos alunos, destacando o fato das atividades desenvolvidas serem mais articuladas e interessantes pelo contato com os *softwares*.

Tabela 11 – Opiniões com relação as sequências de ensino.

Categorias de respostas	Turma A Frequência	Turma B Frequência
Favoreceu o trabalho em grupo e o compartilhamento do aprendizado entre os integrantes	10	12
Interessantes, dinâmicas, relevantes e produtivas	20	16
A cada sequência de ensino o grau de dificuldade foi aumentando	6	7
Dificuldade apenas no início das sequências desenvolvidas	4	6
Ajudaram no entendimento dos conteúdos	15	16
Beneficiou a proximidade dos conteúdos com situações do cotidiano	11	13

Fonte: Próprio da autora.

Na última pergunta, foi indagado dos alunos se sentiram dificuldades para a realização em algumas das etapas propostas nas sequências de ensino e a respectiva justificativa. A Tabela 12 exhibe as respostas manifestadas.

Dentre as categorias descritas, os alunos complementaram os relatos destacando a dificuldade na construção do gráfico de setores circulares, devido aos instrumentos utilizados na construção, mas que analisar esse tipo de gráfico não consideravam difícil, fato esse que corrobora com os resultados das questões 4 e 5 do Questionário 3, em que a maioria dos alunos responderam corretamente, mostrando o domínio da habilidade de analisar esse tipo de gráfico.

Os estudantes também apontaram a dificuldade na análise do gráfico de linhas com dados cruzados, ou seja, quando existem mais variáveis envolvidas em um mesmo gráfico ou as informações de tipos de gráficos diferentes misturam-se em um mesmo registro, ocorre dificuldade na interpretação, situação esta também diagnosticada nos instrumentos de ensino utilizados na pesquisa.

Tabela 12 – Dificuldades mencionadas.

Categorias de respostas	Turma A Frequência	Turma B Frequência
SIM	10	20
NÃO	4	2
Justificativas apresentadas		
Construção do gráfico de setores circulares	6	9
Construção dos gráficos e tabelas de modo geral	12	17
Cálculos da mediana, média e desvios	8	9
Manuseio do computador	2	3
Relacionamento de todos os dados e compreensão das frequências	2	5

Fonte: Próprio da autora.

Relataram ainda, que quando havia muitas informações envolvidas e era necessário relacionar os conjuntos de dados presentes, tornava-se mais cansativo e conseqüentemente levava-se mais tempo para desenvolver os registros tabulares e gráficos.

Por fim, foram solicitadas aos alunos sugestões a respeito de todo o trabalho desenvolvido. As respostas, classificadas em categorias encontram-se na Tabela 13.

Fica claro, na observação das respostas dos alunos, ao citarem que os conteúdos estatísticos necessitam ser explorados em outras séries e com maior tempo de dedicação, que o trabalho desenvolvido no ambiente escolar precisa ser suficiente para o entendimento desses estudantes.

Analisando toda a trajetória desta pesquisa, nos questionários 1 e 2, os alunos indicaram que careciam do conhecimento de princípios estatísticos básicos e após o desenvolvimento da aprendizagem por meio de diferentes estratégias de ensino, constatarem essa necessidade, ficando evidenciada essa percepção e consciência dos estudantes.

Tabela 13 – Sugestões finais dos alunos.

Categorias de respostas	Turma A Quantidade	Turma B Quantidade
Mais tempo dedicado aos conteúdos estatísticos	4	2
Necessidade de aprender os conceitos estatísticos em todas as séries, para que na 3ª série do EM possam aprofundar	6	6
Mais aulas envolvendo análise de gráficos e medidas utilizando os recursos computacionais	7	5
Adoção, por outras disciplinas, do mesmo método para ensinar e aprender	2	1
Que futuras aulas de matemática desenvolvam o mesmo trabalho com sequências de ensino para a aprendizagem de outros conteúdos	5	3
Não sugeriram, apenas elogiaram	1	7

Fonte: Próprio da autora.

Neste caso, fica certificado que o método adotado envolvendo as sequências de ensino foi bem aceito pelos alunos, pois trouxe benefícios ao aprendizado.

Os estudantes destacaram novamente de forma positiva a utilização do ambiente computacional para a aprendizagem dos conteúdos estatísticos e valorizaram a troca de

experiências e as interações estabelecidas com todos os participantes da pesquisa, principalmente, entre alunos e professora.

Dentre os elogios citados, destaca-se uma parcela de alunos que citaram os aspectos inerentes de coleta, organização, comunicação e interpretação como importantes para a aprendizagem dos conceitos estatísticos e que tais aspectos estavam associados ao cotidiano, tornando-se, dessa forma, mais interessante aprender matemática.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O conhecimento e o tratamento das informações estão em constante mudanças na sociedade atual, que requer indivíduos com capacidades para pensar e raciocinar de forma crítica e reflexiva. O ensino de Estatística é um aliado neste desafio, pois auxilia na transformação das informações, permitindo que se faça uma leitura, interpretação e compreensão da realidade. No entanto, nas escolas públicas, não se têm privilegiado um ensino capaz de desenvolver as competências e habilidades estatísticas necessárias nos educandos, por diversos fatores, dentre eles, o espaço que é destinado no currículo para tal abordagem no último bimestre do ano letivo e um ensino tradicional que não acompanha o crescimento tecnológico, pois este oferece recursos importantes para a comunicação das informações.

Este trabalho teve por objetivo oferecer uma proposta mais atrativa e motivadora envolvendo sequências de ensino com temas do cotidiano, por meio dos registros de representação semiótica, contribuir para o desenvolvimento das competências estatísticas dos alunos do 3º ano do EM. Tal proposta foi planejada e desenvolvida com base no método de pesquisa-ação, contribuindo para a construção do conhecimento de todos os envolvidos, por intermédio de suas fases.

Os questionários que anteciparam as sequências de ensino foram fundamentais no direcionamento da proposta, pois ao investigar o perfil dos alunos, ficou demonstrado não só a realidade que estavam inseridos, mas sinalizou que a matemática necessitava ser vista como uma ferramenta de auxílio nas atividades cotidianas extracurriculares. O instrumento inicial diagnóstico foi também importante para a elaboração das SEs, pois cada questão constituída investigava uma habilidade do currículo importante para o encaminhamento do trabalho, revelando quais habilidades de segmento de ensino anteriores necessitavam ser revisitadas e exploradas na proposta principal.

No percurso das SEs, que permitiu a construção do conhecimento, os alunos analisaram o padrão de comportamento das variáveis e suas medidas. A valorização dos registros foi efetivada pelos alunos, ao atribuírem significado às estatísticas calculadas.

A utilização dos recursos computacionais favoreceu o estudo das diferentes representações gráficas, relacionado com a análise da variabilidade dos dados, demonstrando que todas as funções cognitivas foram desenvolvidas.

A atividade cognitiva de tratamento foi realizada de forma econômica entre os registros tabulares e gráficos, demonstrando a conversão semântica neste processo. Esses

fatos indicaram que os conceitos estatísticos foram assimilados na trajetória com as SEs e os diversos registros de representações manifestados, comprovando o treinamento exercido pelos alunos pelas funções e atividades cognitivas.

Com relação às representações, ficou evidenciado que as mentais, semióticas e internas foram provocadas na execução da proposta, fato esse confirmado entre os estudantes, que revelaram compreender os conceitos estatísticos, interiorizaram suas percepções e exteriorizaram por meio também da comunicação dos dados.

A variedade dos registros mobilizados pelos alunos foram: tabular, gráfico, linguagem natural, sistemas de escritas algébricas e cálculos, construção com instrumentos e recursos computacionais. Esses registros preencheram as funções cognitivas de comunicação, objetivação, identificação e tratamento. Os alunos mobilizaram em muitos momentos mais de um registro de representação, assim como a troca entre eles.

Na análise de dados, os estudantes utilizaram regras de tratamento dentro do mesmo registro e na transformação externa (conversão). Esse reconhecimento ficou evidenciado na evolução da proposta com as SEs, permitindo que a conversão ocorresse nos dois sentidos. As conversões entre os gráficos beneficiaram a mobilização das diferentes representações.

Chamou a atenção a dificuldade e lentidão dos alunos na construção do gráfico de setores circulares, utilizando o ambiente papel e lápis. Essa complexidade foi atribuída pelos alunos ao fato do manuseio do transferidor e compasso não serem reconhecidos o uso em séries anteriores e também, aos cálculos manuais envolvendo regra de três simples, ângulos e porcentagens. Essa situação pode estar relacionada na aprendizagem de conteúdos estatísticos de séries passadas, em que nem todas as formas de representações, registros e uso de instrumentos foram desenvolvidas e desfrutadas.

Ao observar os relatórios produzidos em linguagem natural na SE 1 e SE 2, percebeu-se o avanço dos alunos mediante a leitura, análise e interpretação dos dados e informações, empregando também a relação das ideias estatísticas com situações da realidade dos estudantes. Perceberam que a “leitura” depende da informação disponibilizada ou da variável envolvida.

A proposta com as SEs foi enriquecida pela participação ativa de todos os envolvidos, alunos e professora. As interações foram fortalecidas no percurso da situação investigada. Desenvoltura e agilidade foram atitudes contempladas em cada etapa, beneficiando a tomada de decisões e também na construção e ampliação do conhecimento.

O questionário de sondagem final comparado ao questionário inicial (diagnóstico), validou que o desenvolvimento das habilidades relacionadas aos conteúdos estatísticos, tanto aos referentes do EM, como as revisitadas do EF II, foi satisfatório. A variedade das habilidades abordadas nas questões, permitiu o desenvolvimento dos alunos e as análises, relacionados ao RRS, que mostrou ser preenchido usando também formas econômicas de tratamento.

Finalizando a proposta, os estudantes refletiram sobre todo o trabalho realizado e opinaram. Valorizaram a troca de experiências e as interações entre todos os participantes, destacando principalmente a relação positiva entre alunos e professora. Mencionaram que mais aulas deveriam ocorrer desta forma. Notaram as defasagens dos conteúdos estatísticos de séries anteriores, indicando a importância desses estudos serem explorados em outras séries, com maior tempo de dedicação e ao longo da trajetória escolar da Educação Básica.

Os alunos ratificaram a dificuldade que tiveram na análise de gráficos com muitas informações e de diferentes tipos envolvidos, sinalizando que mais representações dessa natureza necessitam ser estudadas e investigadas. Esse relato pode estar relacionado ao fato de que representações gráficas diversas não foram privilegiadas nas séries anteriores.

Contudo, pode-se afirmar que a proposta desenvolvida com a incorporação das SEs favoreceu o aperfeiçoamento das competências estatísticas de letramento, pensamento e raciocínio. Na abordagem das informações estatísticas, os alunos contemplaram as habilidades de letramento, demonstrando entendimento, interpretação e comunicação; a habilidade de raciocínio, ao trabalhar com as ferramentas e os conceitos desenvolvidos; e a habilidade de pensamento, direcionado para o entendimento global das dimensões, que permitiram as interrogações espontâneas da realidade observada, por meio da aprendizagem estatística.

Ao finalizar, tem-se em mente a utilidade de uma contínua adequação da educação estatística às necessidades das diferentes escolas e alunos. A mudança de atitude dos docentes pode contribuir na formação de seus alunos, dentre as quais recomenda-se a utilização dos recursos computacionais como ferramentas tecnológicas que apoiam e potencializam a aprendizagem.

Assim, constata-se que a pesquisa desenvolvida apresentou resultados positivos e pode-se considerar que os objetivos desse trabalho foram atingidos, contribuindo para o ensino e aprendizagem de conceitos estatísticos.

Entende-se que essa proposta procurou oferecer uma nova abordagem sobre como as competências estatísticas podem ser desenvolvidas no ambiente escolar, assim como o

desenvolvimento de habilidades tão importantes relacionadas à formação do aluno para a vida, como autonomia, interesse, trabalho em equipe, respeito, organização, comunicação e senso crítico.

Recomenda-se a utilização de sequências de ensino e questionários investigativos nas aulas de matemática. O caminho trilhado nas sequências de ensino pode ser adaptado para outros conteúdos e em outras séries, proporcionando um ciclo para o processo de ensino e aprendizagem.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, C. C. **Análise de um instrumento de letramento estatístico para o ensino fundamental II**. 2010. 109f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo.
- ARAÚJO, E. G.; FLORES, C. R. **O tratamento da informação nas séries iniciais**: uma proposta de formação de professores para o ensino dos gráficos e tabelas. Sociedade Brasileira de Educação Matemática/Feiras de Matemática, 2005. Disponível em: <www.sbembrasil.org.br/files/ix_enem/Poster/Trabalhos/PO02436001944T.doc>. Acesso em: 18 set. 2015.
- BALDISSERA, A. Pesquisa-Ação: uma Metodologia do “conhecer” e do “agir” Coletivo. **Sociedade em debate**, v.7, n.2, p. 5-25, ago. 2001. Disponível em: <<http://revistas.ucpel.tche.br/index.php/rsd/article/viewFile/570/510>>. Acesso em: 15 mai. 2016.
- BARBERINO, M. R. B.; MAGALHÃES, M. N. Aprendizagem de Estatística por meio de projetos no Ensino Médio da escola pública. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 18, n. 3, p. 1223-1243, 2016.
- BECKER, J. A.; FERREIRA, F. I.; CARVALHO, S. K. Tratamento da Informação com o Geogebra. In: SIMPÓSIO DE ENSINO, PESQUISA E EXTENSÃO. EDUCAÇÃO E CIÊNCIA NA ERA DIGITAL, 2011, Rio Grande do Sul. **Anais eletrônicos...** Rio Grande do Sul: 2011. Disponível em:<http://www.unifra.br/eventos/sepe2012/consulta_anais.asp>. Acesso em: 16 jun. 2016.
- BIFI, C. R. **Estatística em um curso de administração de empresas**: mobilização dos conceitos estatísticos de base. 2006. 123 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2006.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretária de Ensino Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Ensino Fundamental (5ª a 8ª série): Matemática. Brasília: MEC, 1998.
- _____. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Ensino Médio: Matemática. Brasília: MEC, 2000.
- _____. Ministério da Educação. **PCN+ Ensino Médio**: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, 2002.
- _____. Ministério da Educação. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, 2008.
- _____. Ministério da Educação. **Conexões com a Matemática 1**. PNLD 2015/ 2016/ 2017. 2 ed. São Paulo: Moderna, 2013a.

_____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Currículos e Educação Integral. **Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica**. Brasília: MEC, SEB, DICEI, 2013b.

_____. Ministério da Educação. **9ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP)**. Avaliação Nível 1 - 6º e 7º ano do EF – 1ª fase, Brasília, 2013c.

CAMPOS, C. R.; WODEWOTZKI, M. L. L.; JACOBINI, O. J. **Educação estatística: teoria e prática em ambientes de modelagem matemática**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011.

CARDOSO, V. C.; ESPRISIGO, L. M.; KATO, L. A. As diferentes representações semióticas elaboradas por crianças do ensino fundamental utilizando jogos digitais. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, São Carlos, v. 7, n. 2, p. 9 - 22, 2013. Disponível em: <<http://www.reveduc.ufscar.br>>. Acesso em: 16 mar. 2016.

CAZORLA, I. **Educação estatística aplicada à educação**. Módulo de Estatística Aplicada a Educação. Salvador: Faculdade Jorge Amado, 2004.

CAZORLA, I; SANTANA, E. (Org.). **Do tratamento da informação ao letramento estatístico**. Itabuna, BA: Via Litterarum, 2010.

CHINELLATO, T. G.; JAVARONI, S. L. Percepções de professores de matemática sobre as potencialidades das tecnologias digitais na formação continuada. In: CONGRESSO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 8., 2017, Madrid. **Libro de Resúmenes...** Madrid: CIBEM, 2017. Disponível em: <http://www.cibem.org /imagenes /site/CIBEM_2017_4_Julio.pdf>. Acesso em: 25 nov. 2017.

CHIZZOTTI, A. **Pesquisa qualitativa em ciências humanas e sociais**. 2. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2008.

COLOMBO, J. A.; FLORES, R. A.; MORETTI, T. M. Registros de representação semiótica nas pesquisas brasileiras em Educação Matemática: pontuando tendências. **ZETETIKÉ – Cempem – FE – Unicamp**, v. 16, n. 29, p. 41-63, 2008. Disponível em: <<http://ojs.fe.unicamp.br/ged/zetetike/article/view/2397>>. Acesso em: 19 nov. 2015.

COLOMBO, J. A.; BUEHRING, R. S.; MORETTI, T. M. Registros de representação semiótica, tarefas e análise de dados: articulações em torno do currículo de matemática. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 4, n. 8, p. 90-113, 2009. Disponível em: <[file:///C:/Users/Wanessa/Downloads/13069-40324-1-PB%20\(2\).pdf](file:///C:/Users/Wanessa/Downloads/13069-40324-1-PB%20(2).pdf)>. Acesso em: 10 nov. 2015.

CORRÊA, A. B. Saberes docentes e o ensino da estatística: considerações sobre a ação pedagógica. **Espaço Pedagógico**, v. 20, n. 2, p. 351-367, 2013. Disponível em: <www.upf.br/seer/index.php/rep>. Acesso em: 15 fev. 2016.

COSTA, C. A. **As concepções dos professores de matemática sobre o uso da modelagem no desenvolvimento do raciocínio combinatório no ensino fundamental**. 2003. 151 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2003.

COUTINHO, C. Q. S. **Introdução ao conceito de probabilidade por uma visão frequentista**. 1994. 151 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 1994.

COUTINHO, C. Q. S.; SILVA, M. J. F.; ALMOULOU, S. A. Desenvolvimento do pensamento estatístico e sua articulação com a mobilização de registros de representação semiótica. **Bolema**, Rio Claro, São Paulo, v. 24, n. 39, p. 495-514, 2011. Disponível em: <<http://www.redalyc.org/pdf/2912/291222099009.pdf>>. Acesso em: 19 nov. 2015.

COUTINHO, C. Q. S.; ALMOULOU, S. A.; SILVA, M. J. F. O desenvolvimento do letramento estatístico a partir do uso do GeoGebra: um estudo com professores de matemática. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 07, n. 2, p. 246-265, 2012. Disponível em: <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n2p246>>. Acesso em: 09 nov. 2015.

CRESPO, A. **A Estatística Fácil**. 18 ed. São Paulo: Editora Saraiva, 2002.

DAMIN, W. Compreensão do Conceito de Média Aritmética por Alunos do 8º ano. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA, 6., 2013, Rio Grande do Sul. **Anais...** Rio Grande do Sul: ULBRA, 2013.

DINIZ, D. H. **Pedagogia por projeto**: influência do uso da técnica no aproveitamento acadêmico dos alunos do Ensino Médio do Colégio São Paulo. 2015. 89 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2015.

DUVAL, R. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.) **Aprendizagem em Matemática**: Registros de Representação Semiótica. Campinas: Papirus, 2003.

_____. **Semiósis e pensamento humano**: registros semióticos e aprendizagens intelectuais. Tradução: Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu de Silveira. 1. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

_____. A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. **Educational Studies in Mathematics**. New York: Springer, 2006. Disponível em: <http://www.edumatec.mat.ufrgs.br/artigos/esm_2008_v68/5semiotic.pdf>. Acesso em: 02 out. 2016.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Tradução: Mércles Thadeu Moretti. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 07, n. 2, p. 266 - 297, 2012.

ENGEL, I. G. Pesquisa-ação. **Educar**, Curitiba, n. 16, p. 181-191. 2000. Disponível em: <http://www.educaremvista.ufpr.br/arquivos_16/irineu_engel.pdf>. Acesso em: 20 jun. 2016.

FERREIRA, L. E.; SANTOS, A. F. Os recursos tecnológicos aplicados ao processo de ensino e aprendizagem da matemática no ensino fundamental. In: ESCOLA DE INVERNO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3., 2012, Rio Grande do Sul. **Anais eletrônicos...** Rio Grande do Sul, 2012. Disponível em: <http://w3.ufsm.br/ceem/eiemat/Anais/arquivos/RE/RE_Ferreira_Emanoel_Lopes.pdf>. Acesso em: 16 jun. 2016.

FLORES, C. R.; MORETTI, M. T. O funcionamento cognitivo e semiótico das representações gráficas: Ponto de análise para a aprendizagem – In: ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA EM EDUCAÇÃO, 28., 2005, Caxambu (MG). **Anais...** Minas Gerais: ANPED, 2005.

FRANCO, S. A. M. Pedagogia da Pesquisa-Ação. **Educação e pesquisa**. São Paulo, v. 31, n. 3, p. 483-502, 2005. Disponível em: < <http://www.scielo.br/pdf/ep/v31n3/a11v31n3.pdf>>. Acesso em: 20 jan. 2016.

GAL, I. Adults' Statistical Literacy: Meanings, Components, Responsibilities. **Internacional Statistical Review**, v. 70, n. 1, p. 1-38, 2002. Disponível em: < <http://iase-web.org/documents/intstatreview/02.Gal.pdf>>. Acesso em: 29 dez. 2015.

GESSER, N. J. **Registros de representação semiótica e análise de dados em ambiente informático**. 2012. 168 f. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica), Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2012.

GIL, C. A. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GONÇALVES, M. C. **Concepções de professores e o ensino de probabilidade na escola básica**. 2004. 148 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2004.

GUNTHER, H. **Como elaborar um questionário**. Laboratório de Psicologia Ambiental. Série: Planejamento de Pesquisa nas Ciências Sociais, n. 1, 2003. Universidade de Brasília. Brasília, DF, 2003. Disponível em: <http://www.ufsj.edu.br/portal2-repositorio/File/lapsam/Texto_11_-_Como_elaborar_um_questionario.pdf>. Acesso em: 10 fev. 2016.

JACOBINI, O. R.; et al. Temas contemporâneos nas aulas de estatística: um caminho para combinar a aprendizagem e reflexões políticas. In: LOPES, C. E.; COUTINHO, C. Q. S.; ALMOULOU, S. A. (Orgs) **Estudos e reflexões em educação estatística**. Campinas (SP): Mercado das Letras, 2010.

LOPES, C. A. E. **A probabilidade e a estatística no ensino fundamental**: uma análise curricular. 1998. 139 f. Dissertação (Mestrado em Educação), Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1998.

_____. Literacia estatística e o INAF 2002. In: FONSECA, M. C. F. R. (Org.). **Letramento no Brasil**: habilidades matemáticas: reflexões a partir do INAF 2002. São Paulo: Global; Ação Educativa Assessoria, Pesquisa e Informação. Instituto Paulo Montenegro, 2004. Disponível em: < <https://pactuando.files.wordpress.com/2015/04/lopes-c-literacia-estatistica-e-o-inaf-2002.pdf>>. Acesso em: 10 jun. 2016.

_____. O Ensino da Estatística e da Probabilidade na Educação Básica e a Formação dos Professores. **Cad. Cedes**, Campinas v. 28, n. 74, p. 57-73, 2008. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/ccedes/v28n74/v28n74a05.pdf>>. Acesso em: 09 abr. 2015.

_____. **A educação estatística no currículo de matemática**: um ensaio teórico Reunião Anual da ANPED, Caxambu (MG), 2010. Disponível em: <<http://33reuniao.anped.org.br/33encontro/app/webroot/files/file/Trabalhos%20em%20PDF/GT19-6836--Int.pdf>>. Acesso em: 04 jun. 2016.

LOPES, W. J. D.; FREITAS, M. L. J. Registros de Representação Semiótica na Compreensão de Função do 1º grau por alunos da 1ª série do Ensino Médio. In: ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PÓS – GRADUAÇÃO E PESQUISA EM EDUCAÇÃO, 28., 2006, Rio de Janeiro. **Anais eletrônicos...** Rio de Janeiro: UFRJ, 2006. Disponível em: <http://www.ufrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_28/registros.pdf>. Acesso em: 10 mai. 2016.

LUTZ, M. R. **Uma sequência didática para o ensino de estatística a alunos do ensino médio na modalidade PROEJA**. 2012. 152 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) Instituto de Matemática. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

MORAIS, T. M. R. **Um estudo sobre o pensamento estatístico**: componentes e habilidades. 2006. 136 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2006.

NETO, J. R. D. **Registros de representação semiótica e o GeoGebra**: Um ensaio para o Ensino de Funções Trigonométricas. 2010. 130 f. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica), Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2010.

OLIVEIRA, P. G. **Ensino-aprendizagem de probabilidade e estatística**: um panorama das dissertações do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC-SP. Pós-Graduação Latu-Sensu em Educação Matemática. Centro Universitário Fundação Santo André, 2007. Disponível em: <http://www.pucsp.br/~cileda/MONOGRAFIA_FINAL_PRISCILA_GLAUCE_FSA.pdf>. Acesso em: 10 jun. 2016.

OLIVEIRA JÚNIOR, A.; SILVA, J. S.; DUARTE, L. F. G.; ANJOS, R. C. **O ensino de estatística via projetos**: motivação de acesso ao ensino superior de alunos do 3º ano do ensino médio de escolas estaduais em Uberaba. Capítulo 2: Propuestas para la enseñanza de las matemáticas. Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A.C., Uberaba (MG) 2013. Disponível em: <<http://docplayer.com.br/8794354-O-ensino-de-estatistica-via-projetos-motivacao-de-aces-so-ao-ensino-superior-de-alunos-do-3o-ano-do-ensino-medio-de-escolas-estaduais-em-uberaba.html>>. Acesso em: 15 mai. 2015.

ORTIGÃO, R. I. M.; FRANCO, C.; CARVALHO, P. B. J. A distribuição social do currículo de matemática: quem tem acesso a tratamento da informação? **Educação Matemática Pesquisa**. v. 9, n. 2, p. 249-273, 2007. Disponível em: <<http://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/viewFile/904/597>>. Acesso em: 20 jun. 2016.

RUMSEY, D.J. Statistical Literacy as a Goal for Introductory Statistic Courses, **Journal of Statistics Education**. v. 10, n.3, 2002. Disponível em: <<http://www.amstat.org/publications/jse/v10n3/rumsey2.html>>. Acesso em: 12 mai. 2016.

SANTOS, G. I.; COQUEIRO, V. S. **Vivendo a estatística na escola através de gráficos e tabelas**. Projeto de Intervenção Pedagógica na Escola. PDE. Peabiru, 2009, p. 1 – 20. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1524-8.pdf>>. Acesso em: 10 nov. 2015.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. **Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e suas tecnologias / Coord. Maria Inês Fini e Nilson José Machado**. São Paulo: SEE, 2010.

_____. Secretaria da Educação. **Avaliação Diagnóstica SAEB**. Avaliação de Matemática – 3ª série do Ensino Médio. São Paulo, 2013a.

_____. Secretaria da Educação e Fundação para o Desenvolvimento da Educação (FDE). **Relatório Pedagógico 2012 SARESP: Matemática/ Coord. Governo do Estado de São Paulo**. ISSN 2236-8566. São Paulo: SEE, 2013b.

_____. Secretaria da Educação. **Avaliação da Aprendizagem em Processo: Matemática**. 8ª série/9º ano do EF. São Paulo, 2014a.

_____. Secretaria da Educação. **Caderno do Aluno: Matemática**. /Coord. Ghisleine Trigo Silveira. São Paulo: SEE, 2014b.

_____. **Matemática especial ENEM**. ISBN 978-85-02-22238-0. São Paulo: Saraiva, 2014c.

_____. Secretaria da Educação e Fundação para o Desenvolvimento da Educação (FDE). **Relatório Pedagógico 2013 SARESP: Matemática/ Coord. Governo do Estado de São Paulo**. ISSN 2236-8566. São Paulo: SEE, 2014d.

_____. Secretaria da Educação. **Simulado SAEB Matemática**. – 9º ano do Ensino Fundamental. São Paulo, 2015a.

_____. Secretaria da Educação. **Simulado SAEB Matemática**. – 3ª série do Ensino Médio. São Paulo, 2015b.

_____. Secretaria da Educação. **Matriz de Avaliação Processual: Matemática**. / Coord. Ghisleine Trigo Silveira e Regina Aparecida Resek Santiago. São Paulo: SEE, 2016a.

_____. **SARESP: Provas**. [on-line]. Disponível em: <<http://www.educacao.sp.gov.br/?s=simulado+saresp>>. Acesso em: 15 nov. 2016. São Paulo: SEE, 2016b.

SCHNEIDER, J. C.; ANDREIS, R. F. **Contribuições do ensino de estatística na formação cidadã do aluno da educação básica**. Curso de Pós-Graduação em Instrumentação Estatística. Universidade Comunitária da Região de Chapecó – UNOCHAPECO. 2013. p. 1 – 16. Disponível em: http://www.uniedu.sed.sc.gov.br/wp-content/uploads/2014/04/juliana_schneider.pdf. Acesso em: 28 de mar. 2016.

SILVA, B. C.; KATAOKA, V. Y. Sequência de ensino 3: Planeta Luz. **In:** CAZORLA, I.; SANTANA, E. (Orgs). Do Tratamento da informação ao letramento estatístico. Itabuna, BA: Via Litterarum, 2010.

SILVA, C. B. **Pensamento estatístico e raciocínio sobre variação:** um estudo com professores de matemática. 2007. 354 f. Tese (Doutorado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2007. Disponível em <[http://www.pucsp.br/pos/edmat/do/SILVA claudia borin.html](http://www.pucsp.br/pos/edmat/do/SILVA%20claudia%20borin.html)>. Acesso em: 20 mar. 2016.

SOUZA, A. C. **A Educação Estatística na Infância.** 2007. 208 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2007.

STELLA, C. A. **Um estudo sobre o conceito de Média com alunos do Ensino Médio.** 2003. 150f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2003.

THIOLLENT, M. **Metodologia da Pesquisa-Ação.** São Paulo: Cortez, 2011.

TRIPP, D. Pesquisa-ação: uma introdução metodológica. **Educação e pesquisa**, São Paulo, v. 31, n. 3, p. 443-466, 2005. Disponível em: < <http://www.scielo.br/pdf/ep/v31n3/a09v31n3>>. Acesso em: 20 jan. 2016.

WALICHINSKI, D; SANTOS JÚNIOR, G. A Estatística nos Anos Finais do Ensino Fundamental: contribuições de uma sequência de ensino contextualizada. **Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 6, n. 2, p. 81-111, 2013. Disponível em: <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/viewFile/37956/28984>>. Acesso em: 08 abr. 2015.

WATSON, J. M.; CALLIGHAN, R. Statistical literacy: a complex hierarchical construct. **Statistics Education Research Journal**. v. 2, p. 3-46, 2003. Disponível em: <[http://iase-web.org/documents/SERJ/SERJ2\(2\)_Watson_Callingham.pdf](http://iase-web.org/documents/SERJ/SERJ2(2)_Watson_Callingham.pdf)>. Acesso em 12 mai. 2016.

WILD, C.; PFANNKUCH, M. Statistical thinking in empirical enquiry. **International Statistical Review**, 67, 3, p.223-265, 1999. Disponível em: <iase-web.org/documents/intstatreview/99.wild.pfankuch.pdf>. Acesso em: 19 jun. 2016.

Apêndice A - Questionário 1 – Perfil do aluno

PÚBLICO-ALVO: Alunos da 3ª série do Ensino Médio. **TURMA:**

OBJETIVO: Orientar as atividades da pesquisa envolvendo conteúdos pertinentes à Estatística.

1. GÊNERO:
 - a) Feminino
 - b) Masculino

2. QUAL A SUA IDADE?
 - a) Menos de 16 anos
 - b) 16 anos
 - c) 17 anos
 - d) 18 anos
 - e) 19 anos ou mais

3. VOCÊ JÁ REPROVOU ALGUMA SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL E/OU ENSINO MÉDIO?
 - a) Não
 - b) Sim. Qual (is)? _____

4. VOCÊ ESTUDA EM OUTRA INSTITUIÇÃO DE ENSINO OU TRABALHA?
 - a) Estudo também em outra instituição. Onde? _____
 - b) Trabalho (Atividade Remunerada). Horário: _____
 - c) Não

5. COMO VOCÊ SE MANTÉM INFORMADO DO QUE ACONTECE NO MUNDO?
 - a) Jornais
 - b) Revistas
 - c) Internet
 - d) Rádio
 - e) TV
 - f) Outros:.....

6. VOCÊ COSTUMA OBSERVAR GRÁFICOS E TABELAS NAS SUAS LEITURAS? E ONDE VÊ COM MAIOR FREQUÊNCIA?

7. QUANDO CONCLUIR O ENSINO MÉDIO, O QUE PRETENDE FAZER?

8. DE QUE MODO A MATEMÁTICA CONTRIBUI PARA SUA FORMAÇÃO ATÉ O PRESENTE MOMENTO?

9. O QUE VOCÊ APRENDEU DE ESTATÍSTICA NAS SÉRIES ANTERIORES?

10. NO QUE VOCÊ TEM DIFICULDADE E GOSTARIA DE APRENDER NO ENSINO DE ESTATÍSTICA?

Apêndice B - Questionário 2 – Instrumento diagnóstico

PÚBLICO-ALVO: Alunos da 3ª série do Ensino Médio.

TURMA:

OBJETIVO: Orientar as atividades da pesquisa envolvendo Tratamento da Informação e Análise de Dados, verificando os conhecimentos prévios.

❖ Responda as questões a seguir, assinalando a alternativa correta e realizando os cálculos quando necessário.

1- (OBMEP – 2013/ Níveis: 1, 2 e 3) O gráfico mostra o número de casos notificados de dengue, a precipitação de chuva e a temperatura média, por semestre, dos anos de 2007 a 2010 em uma cidade brasileira. Podemos afirmar que:

- (A) O período de maior precipitação foi o de maior temperatura média e com maior número de casos de dengue notificados.
- (B) O período com menor número de casos de dengue notificados também foi o de maior temperatura média.
- (C) O período de maior temperatura média foi também o de maior precipitação.
- (D) O período de maior precipitação não foi o de maior temperatura média e teve o maior número de casos de dengue notificados.

2- (SARESP 2012 – EF II) Um funcionário de uma loja registrou em um gráfico como estava o estoque antes de a loja entrar em liquidação.

De acordo com o gráfico, o total dos produtos no estoque é:

- (A) 2550
- (B) 2600
- (C) 2700
- (D) 2750

3- (SARESP 2013 – EF II) As médias bimestrais de Matemática da turma do professor Fernando estão representadas na tabela a seguir:

Bimestre	Média
1º	5,0
2º	7,0
3º	6,0
4º	5,0

O gráfico que representa a situação descrita na tabela é:

4- (SARESP 2012– EF II) A tabela a seguir mostra o resumo de quatro pesquisas de opinião antes das eleições.

Pesquisa	Resultado
1	em cada 1200 leitores, 600 votarão no candidato A
2	55% dos eleitores votarão em A
3	1 em cada 2 eleitores votará em A
4	2 em cada 10 eleitores votarão em A

O resultado mais favorável ao Candidato A foi o resultado da:

- (A) Pesquisa 1
- (B) Pesquisa 2
- (C) Pesquisa 3
- (D) Todas as pesquisas mostram o mesmo resultado

5- (SIMULADO SAEB 2015 – 9º ano EF) O gráfico abaixo mostra a evolução da preferência dos eleitores pelos candidatos A e B.

Em que mês o candidato A alcançou, na preferência dos eleitores, o candidato B?

- (A) Julho (C) Setembro
(B) Agosto (D) Outubro

6- (SIMULADO SAEB 2015 – 9º ano EF) A tabela a seguir apresenta o consumo de água, em m^3 , em uma escola durante cinco meses.

Período (2006)	Consumo (m^3)
Agosto	1200
Setembro	975
Outubro	1100
novembro	850
dezembro	725

Esses dados podem ser representados pelo gráfico:

7- (AAP 2015 - 9º ano EF) A tabela mostra que o preço do quilo da batata numa barraca de feira está incompleto,

Kg	Preço (R\$)
1	1,50
1,5	2,25
2	3,00
2,5	3,75
3	
	9,00

O preço de 3Kg de batatas e a quantidade de batatas que se compra com 9 reais são, respectivamente:

- (A) R\$4,50 e 6Kg
- (B) R\$4,00 e 5Kg
- (C) R\$3,75 e 4,5Kg
- (D) R\$5,00 e 4Kg

8- (AV. DIAG. SAEB – 2013 – EF e EM) A tabela mostra a distribuição dos domicílios, por Grandes Regiões, segundo a condição de ocupação, no Brasil, em 1995.

Condição de Ocupação	Domicílios particulares (%)					
	Total	Grandes Regiões				
		Norte urbano	Nordeste	Sudeste	Sul	Centro-Oeste
Próprio	71,9	78,3	77,1	68,3	74,9	65,1
Alugado	14,5	13,1	9,8	17,9	12,4	16,2
Cedido	13,1	8,0	12,7	13,2	12,4	18,2
Outra	0,5	0,6	0,4	0,6	0,3	0,5
Total	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

Fonte: IBGE - Diretoria de Pesquisas - Departamento de Emprego e Rendimento - PNAD.

Em 1995, nos domicílios particulares do Nordeste, qual a porcentagem de domicílios alugados e cedidos?

- (A) 9,8%
- (B) 12,7%
- (C) 22,5%
- (D) 22,9%

9- (Especial ENEM 2014) O Gráfico a seguir compara a quantidade de desempregados no país, por grau de escolaridade, em dois momentos: 2002 e 2010. De acordo com o gráfico e com o contexto do país, é incorreto afirmar que:

- (A) O desemprego aumentou mais entre os mais escolarizados.
- (B) O nível de desemprego diminuiu entre as pessoas que possuem até o ensino fundamental 2.
- (C) O avanço da economia impulsionou, principalmente, os setores que contratam mão de obra com pouca qualificação.
- (D) A maior variação de desemprego aparece na faixa dos que possuem apenas o ensino fundamental 1.

10- (PNLD 2015/2016/2017 – 1º ano EM) Uma rede de supermercados, interessada em se instalar em certa região, resolve fazer uma pesquisa com a população local em que são apresentadas algumas variáveis, como: sexo, tempo de residência na região, satisfação com as redes já instaladas e frequência de compras por mês. As variáveis destacadas são respectivamente:

- (A) Quantitativa, quantitativa, quantitativa, qualitativa.
- (B) Quantitativa, quantitativa, qualitativa, qualitativa.
- (C) Qualitativa, quantitativa, qualitativa, quantitativa.
- (D) Qualitativa, quantitativa, quantitativa, quantitativa.

Apêndice C - Termo de consentimento livre e esclarecido

Escola de Engenharia de Lorena – EEL/USP

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Você está sendo convidado (a) a participar de uma investigação de título provisório: “Tratamento da Informação e sua Contextualização no Ensino de Estatística: avaliando o processo de ensino e aprendizagem para alunos do Ensino Médio”, desenvolvida pela Professora Wanessa Cristine Costa e Silva, mestranda pesquisadora do Programa de Pós Graduação em Projetos Educacionais de Ciências – PPGPE, da Escola de Engenharia de Lorena da Universidade de São Paulo – EEL- USP, sob a orientação do Professor Doutor Paulo Atsushi Suzuki e coorientador Professor Doutor Antônio Sérgio Cobiانchi.

Esse estudo tem como objetivo investigar as contribuições de sequências de ensino, que contemple temas de Tratamento da Informação e Análise de Dados, nos conteúdos de Estatística, de forma contextualizada e significativa para os alunos da 3ª série do Ensino Médio. Sua participação é voluntária e esse estudo só tem a acrescentar ao seu aprendizado. Sua participação é muito importante para a execução da pesquisa.

Os resultados da pesquisa serão analisados e publicados, mas sua identidade não será divulgada, sendo guardada em sigilo.

Os procedimentos adotados serão a aplicação de um questionário inicial, aplicação de um instrumento diagnóstico para verificação dos conhecimentos prévios, aplicação de sequências de ensino e instrumento de sondagem final, envolvendo temas de Tratamento da Informação e Análise de Dados, utilizando de informativos para dar ênfase na leitura e interpretação de gráficos e tabelas, com realização de cálculos.

Consentimento Pós-Informação

Eu, _____, fui informado sobre o que a pesquisadora quer fazer e porque precisa da minha colaboração e entendi a explicação. Por isso, eu concordo em participar do projeto.

Data: ____/____/2016

Assinatura do Participante

Assinatura do Responsável pelo Aluno

Assinatura do Pesquisador Responsável

Apêndice D - Planilha de pesquisa - SE 1

Produtos	Quantidade	Medida	Produtos	Quantidade	Medida
Arroz			frutas		
Feijão			verduras		
Acúcar			legumes		
Achocolatado			margarina/manteiga		
Trigo			queijo		
Farinha de mandioca			iogurte		
Farinha de rosca			requeijão		
pó de café			presunto		
sal			salsicha		
maisena (amido de milho)			linguiça		
fubá			doces		
creme de leite			atum		
leite condensado			sardinha/peixe		
sal			Outros:		
óleo					
azeite					
coco ralado					
leite de coco					
chá					
macarrão					
fermento					
adoçante					
molho de tomate					
ketchup					
mostarda					
caldo de carne/galinha					
tempero					
ovos					
batata palha					
pão de forma					
pão francês (sal)					
cereal					
gelatina					
azeitona					
maionese					
palmito					
bicarbonato de sódio					
biscoito doce					
biscoito salgado					
milho em conserva					
ervilha em conserva					
vinagre					
carne/frango					

Apêndice E - Questionário 3 – Sondagem final

PÚBLICO-ALVO: Alunos da 3ª série do Ensino Médio.

TURMA:

OBJETIVO: Verificar a aprendizagem após o trabalho com as sequências de ensino.

1 – A tabela abaixo apresenta dados baseados nas características do clima da cidade de Catalão, em Goiás. Nessa tabela, temos o índice de chuvas, em milímetros, e a temperatura média mês a mês, em grau Celsius. O gráfico seguinte foi gerado a partir dos dados da tabela, que representa o climograma da cidade pesquisada.

Mês	Índice de chuvas (mm)	Temperatura média (°C)
Janeiro	299	23
Fevereiro	259	23
Março	223	23
Abril	96	22,5
Mai	28	21
Junho	7	19,5
Julho	12	20
Agosto	7	21,5
Setembro	58	23
Outubro	155	23,5
Novembro	210	23
Dezembro	378	22,5

A respeito das informações, responda:

a) Como é possível relacionar as estações do ano ao índice de chuvas apresentado no gráfico?

b) Quais foram as temperaturas média máxima e mínima no ano? Em quais meses elas ocorreram?

c) Qual foi a amplitude do conjunto das temperaturas médias mensais da cidade de Catalão?

d) Qual foi a temperatura média anual da cidade de Catalão?

2 – O gráfico a seguir foi construído pelo síndico de um condomínio para analisar o consumo de energia dos proprietários.

- a) Qual é o número total de residências pesquisadas?
- b) Quantas residências consomem 1400 kWh ou menos?
- c) Considere que, em cada faixa, o consumo de todas as residências seja igual ao ponto médio entre os extremos do intervalo. Nessas condições, complete a tabela e, em seguida, com base nos valores tabelados, calcule o consumo médio e o desvio médio do consumo de eletricidade das famílias do condomínio.

Faixa de Consumo (kWh)	Frequência (nº de casas)	Frequência Acumulada	Consumo (Ponto Médio da Classe)	Média (Consumo Médio)	Desvios (Consumo - Média)
[200 - 400[					
[400 - 600[					
[600 - 800[					
[800 - 1000[					
[1000 - 1200[					
[1200 - 1400[					
[1400 - 1600[					
[1600 - 1800]					
SOMA					
MÉDIA		X			X

3 – Considerando, ao acaso, 900 pessoas de uma cidade qualquer para, em seguida, medir a pressão arterial de cada uma delas e desenhar um gráfico com os resultados, seria obtido algo parecido com o seguinte gráfico:

Com base nos dados apresentados nesse gráfico, temos na tabela abaixo os valores aproximados do número de pessoas da população com seu respectivo valor de pressão.

Pressão (mmHg)	Frequência (nº de pessoas)
50	5
60	5
70	5
80	10
90	20
100	50
110	90
120	140
130	140
140	140
150	100
160	75
170	50
180	40
190	15
200	10
210	5
220	0

De acordo com os dados apresentados, determine o que se pede:

- a) Moda b) Mediana c) Média Aritmética
- d) Observando os valores obtidos para moda, mediana e média aritmética, responda: há muita ou pouca diferença entre esses valores? O que isso significa?
- _____
- _____
- _____
- e) Se uma pessoa dessa população for sorteada, qual é a probabilidade, de acordo com os dados da tabela, de ela possuir pressão sanguínea menor ou igual a 100 mmHg?

4- As notas que os 10 alunos de uma classe tiveram em uma prova de Biologia foram transcritas pelo professor na tabela abaixo:

Número	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nota	9,2	7,0	5,2	6,3	2,7	4,5	8,5	3,2	7,8	5,8

Para visualizar melhor o desempenho da turma, o professor dividiu as notas em três grupos descritos a seguir, e construiu com eles um gráfico de setores:

- G1: notas maiores ou iguais a 6.
- G2: notas entre 4,0 e 6,0.
- G3: notas menores ou iguais a 4,0.

O gráfico que corresponde aos dados apresentados é:

5 – O gráfico abaixo mostra os resultados obtidos por uma empresa em uma pesquisa sobre a qualidade do atendimento on-line fornecido ao cliente. Esta pesquisa foi realizada após o atendimento e de acordo com o grau de satisfação deveria ser atribuída uma nota de 1 a 5.

Pode-se afirmar que a moda do conjunto de todas as notas atribuídas a esse atendimento foi:

- a) 2 b) 3 c) 4 d) 5

Apêndice F - Questionário 4 – Impressões finais

PÚBLICO-ALVO: Alunos da 3ª série do Ensino Médio.

OBJETIVO: Investigar quais foram as impressões finais dos alunos participantes acerca do trabalho desenvolvido na pesquisa.

1. O QUE VOCÊ APRENDEU DE ESTATÍSTICA E QUE ANTERIORMENTE DESCONHECIA?

2. VOCÊ ACHOU ÚTIL O QUE APRENDEU EM ESTATÍSTICA? JUSTIFIQUE.

3. QUAL SUA OPINIÃO EM RELAÇÃO ÀS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS NAS SEQUÊNCIAS DE ENSINO?

4. HOUVE DIFICULDADE AO REALIZAR ALGUMA DAS ATIVIDADES PROPOSTAS? JUSTIFIQUE.

5. SUGESTÕES