**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO E CONTABILIDADE DE
RIBEIRÃO PRETO
DEPARTAMENTO DE CONTABILIDADE**

**MODELOS MATEMÁTICOS EM FINANÇAS:
DESENVOLVIMENTO HISTÓRICO-CIENTÍFICO E RISCOS ASSOCIADOS ÀS
PREMISSAS ESTRUTURAIS**

Emerson Tadeu Gonçalves Rici

Orientador: Prof. Dr. Evandro Marcos Saidel Ribeiro

**RIBEIRÃO PRETO
2007**

Profa. Dra. Suely Vilela
Reitora da Universidade de São Paulo

Prof. Dr. Rudinei Toneto Júnior
Diretor da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto

Profa. Dra. Maisa de Souza Ribeiro
Chefe do Departamento de Contabilidade

EMERSON TADEU GONÇALVES RICCI

**MODELOS MATEMÁTICOS EM FINANÇAS:
DESENVOLVIMENTO HISTÓRICO-CIENTÍFICO E RISCOS ASSOCIADOS ÀS
PREMISSAS ESTRUTURAIS**

Dissertação apresentada ao Departamento de Contabilidade da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Mestre em Controladoria e Contabilidade.

Orientador: Prof. Dr. Evandro Marcos Saidel
Ribeiro

**RIBEIRÃO PRETO
2007**

FICHA CATALOGRÁFICA

RICI, Emerson Tadeu Gonçalves.

Modelos matemáticos em finanças: desenvolvimento histórico-científico e riscos associados às premissas estruturais / Emerson Tadeu Gonçalves Rici; orientador Prof. Dr. Evandro Marcos Saidel Ribeiro. — Ribeirão Preto, 2007.

99f. : il. 30cm

Dissertação (Mestrado — Programa de Pós-Graduação em Controladoria e Contabilidade da Universidade de São Paulo.

1. Distribuição de probabilidade.
2. Modelos Matemáticos em Finanças.
3. Hipótese de Mercados Eficientes.
4. Anomalias.

FOLHA DE APROVAÇÃO

Emerson Tadeu Gonçalves Rici

Modelos matemáticos em finanças: desenvolvimento histórico-científico e riscos associados às premissas estruturais.

Dissertação apresentada ao Departamento de Contabilidade da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Mestre em Controladoria e Contabilidade.

Área de concentração: Controladoria e Contabilidade.

Aprovado em:

Banca Examinadora

Prof. Dr. Evandro Marcos Saidel Ribeiro

Instituição: FEA-RP / USP

Assinatura: _____

Prof. Dr. _____

Instituição: _____ Assinatura: _____

Prof. Dr. _____

Instituição: _____ Assinatura: _____

DEDICATÓRIA

Dedico esse trabalho à Priscilla, minha esposa, por toda sua participação, do desenvolvimento da idéia até a formatação final do trabalho (mesmo não entendendo nada de finanças). Sua participação foi fundamental para a realização desse trabalho, pois sua compreensão em passar finais de semana em casa, além de dormir só por várias noites contribuíram muito para que eu pudesse avançar nos estudos e concluir essa etapa. Obrigado minha linda esposa!

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu orientador Prof. Dr. Evandro Marcos Saidel Ribeiro por todo apoio e dedicação na elaboração deste trabalho, suas idéias, seus conselhos e toda sua paciência foram peça central para os resultados obtidos.

Agradeço a todos os docentes do Departamento de Contabilidade, que direta ou indiretamente participaram e contribuíram para este trabalho, agradeço especialmente à Profa. Dra. Adriana Maria Procópio de Araújo, que fez a primeira orientação sobre leitura e motivou minha participação no processo de seleção do programa e continuidade no mesmo; ao Prof. Dr. Silvio Hiroshi Nakao, que com suas incertezas sobre a pesquisa e suas formas, muito inspirou este trabalho; ao Prof. Dr. Roberto Vatan dos Santos, por toda experiência de vida, de sala de aula e de ensino que nos foi transmitida; ao Prof. Dr. Marcelo Seido Nagano, pelas indicações metodológicas nos métodos quantitativos e pelas indicações de leituras na área estudada por mim; ao Prof. Dr. Alberto Borges Matias, pela organização teórica, indicações de leitura e orientações informais que muito contribuíram para a finalização desta dissertação; ao Prof. Dr. Vinicius Aversari Martins, pelos vários momentos de discussão conceitual, de orientações de leituras e encorajamento de pesquisa, validando o caminho escolhido para o desenvolvimento deste.

Agradeço aos membros da banca de qualificação, Prof. Dr. Mauricio Ribeiro do Valle, pelas considerações durante sua argüição e principalmente ao Prof. Dr. Milton Barossi Filho, por todas suas anotações, considerações escritas e faladas, bem como sugestões para análise e reconsideração durante todo o texto, sua participação foi fundamental para a conclusão do trabalho.

“Don’t play the game. Redefine the Game.”
Joel S.Demski - Accounting Horizons – june 2007

RESUMO

RICI, E. T. G. Modelos matemáticos em finanças: desenvolvimento histórico-científico e riscos associados às premissas estruturais. 2007. 99 f. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Economia e Administração de Ribeirão preto, Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto, 2007.

Este trabalho tem como objetivo estudar as origens dos estudos ligados à gestão do risco e suas aplicações no mercado de capitais, incluindo o mercado brasileiro. São destacadas importantes características estatísticas desses estudos, algumas premissas probabilísticas básicas e o questionamento do uso indiscriminado dos modelos matemáticos desenvolvidos para Finanças. Apresentamos alguns tipos de distribuições estatísticas que podem ser aplicadas ao mercado de capitais. Esta pesquisa apresenta, também, características de sistemas complexos, da Teoria da Utilidade de Bernoulli, da Teoria da Utilidade Esperada (TUE) de Von Neumann e Morgenstern (1944), da Hipótese de Mercados Eficientes (HME) organizado/sistematizado por Eugene Fama (1970), da Racionalidade Limitada, estudada por Simon (1959), das Finanças Comportamentais, tratada por Kahneman e Tverski (1979) e do uso de modelos, apresentado por Merton, (1994). É feito um estudo empírico, a título de ilustração, contemplando o mercado brasileiro, representado pelo índice BOVESPA (Ibovespa), comparado com resultados obtidos por Gabaix (2003), em estudo realizado no mercado americano, a fim de verificar a distribuição de probabilidade do retorno. Esta realização empírica é realizada no intento de reforçar a importância da reflexão acerca do uso indiscriminado dos modelos e das quebras de suas premissas.

Palavras-chave: Distribuição de probabilidade. Modelos Matemáticos em Finanças. Hipótese de Mercados Eficientes. Anomalias.

ABSTRACT

RICI, E. T. G. Mathematical models on finances: scientific historic development and the risks related to structural premises. 2007. 99 f. Thesis (Masters) – Faculdade de Economia e Administração de Ribeirão preto, Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto, 2007.

The objective of this work is to study the origins of the research related to risk and its implications to capital markets, including the Brazilian market. Important statistical characteristics, several basic probabilistic premises and the questioning of indiscriminate use of mathematical models developed by accountants and analysts in finances had been highlighted. There had been shown some kinds of statistical distribution which can be applied to capital markets. This research also presents characteristics of complex systems, Utility Theory, studied by Von Neumann and Morgenstern (1944), Efficient Markets Hypothesis (EMH), organized/systematized by Eugene Fama (1970), Limited Rationality, studied by Simon (1959), Behavioral Finance, dealt by Kahneman and Tveski (1979) and model's use by Merton (1994). In order to illustrate the work, there had been made an empirical study, contemplating Brazilian market and comparing it to Garbaix's (2003) results, obtained by American market study. This was made in order to verify the market return probability distribution to reinforce the importance of reflection in indiscriminate usage of models and its premises crack.

Key words: Probability distribution. Mathematical Models in Finance. Efficient Capital Markets. Anomalies.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	12
Problema de Pesquisa	12
Justificativa.....	14
Objetivo Geral	16
Objetivo Específico	17
Hipótese.....	17
Método Utilizado.....	18
Limitações do Trabalho	19
Estrutura do Trabalho	20
 CAPÍTULO 1 REFERENCIAL TEÓRICO	 22
 CAPÍTULO 2 A ESTATÍSTICA E OS MODELOS EM FINANÇAS.....	 27
2.1. Sistemas Complexos.....	31
2.1.1 A Ordem e o Caos	33
2.1.2 Fractais	36
2.2. Distribuição das leis de potência	38
2.3. Distribuição Normal	39
2.4. Distribuição Exponencial	41
2.5. Distribuição Log-Normal	42
2.6 Ilustração Empírica.....	45
 CAPÍTULO 3 A MODERNA TEORIA DE FINANÇAS.....	 49
3.1 Teoria da Utilidade Esperada	51
3.2 Hipótese de Mercados Eficientes	52
3.2.1 Expectativa de retorno.....	56
3.2.2 Forma Fraca de Eficiência	60
3.2.3 Forma Semi-forte de Eficiência	60
3.2.4 Forma Forte de Eficiência.....	61
3.2.5 Evidências sobre Anomalias	65
3.2.6 Efeito Tamanho	66
3.2.7 Anomalias Temporais	67
3.2.8 Efeito de Sobre-Reação.....	67

3.2.9 Bolhas Especulativas.....	68
3.2.10 Anomalias – Evidências e Justificativas	71
CAPÍTULO 4 FINANÇAS COMPORTAMENTAIS	74
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	79
REFERÊNCIAS	83
APÊNDICE	89

INTRODUÇÃO

Problema de Pesquisa

Ano a ano, agravam-se os problemas relativos a diversas questões de interesse dos estudiosos de algumas áreas de Finanças. Casos como a formação de bolhas especulativas, o comportamento dos agentes, que nem sempre agem de forma racional como pressupõem alguns modelos matemáticos, a dificuldade de atender algumas condições de certas distribuições de probabilidade para as variáveis que são estudadas. A maximização da utilidade esperada, que nem sempre ocorre conforme esperado por certos modelos conhecidos, que acabam por potencializar as dificuldades crescentes com as quais se deparam as instituições responsáveis pelos serviços de análise e divulgação financeira e contábil do desempenho. Estes fatos podem apontar para uma possível inadequação de alguns modelos adotados, o que pode, por sua vez, permitir o questionamento da competência das próprias instituições.

Para minimizar esses efeitos, buscaram-se, sem muito sucesso, ajustes e aperfeiçoamentos nos modelos empregados, dado que são ferramentas cruciais à capacidade dos agentes de gerenciar riscos e incertezas.

Devido à disseminação da adoção de modelos de gerenciamento de risco, devemos preventivamente analisar e reexaminar tais modelos à luz das novas perspectivas decorrentes do atual estágio do conhecimento científico e entender em quais condições ambientais foram

criados estes modelos, bem como as premissas utilizadas por eles, para evitar distorções nos resultados. Com este espírito em mente, esta dissertação defende a análise das premissas das bases intrínsecas aos modelos (a maioria deles utilizados por nós), como meio de conceber novas formas de abordar questões relacionadas à sua concepção e utilização. Tais premissas são os pilares dos conceitos e dos princípios sobre os quais se apóiam as teorias, a partir das quais, explícita ou implicitamente, se baseiam visões de mundo, e se constroem os modelos correspondentes.

Sem “bases” adequadas, especificação de processos ou dinâmica coerente, os modelos podem não conseguir cumprir os objetivos que lhes inspiraram a criação, transformando-se em “símbolos inacabados” do desejo de quem os concebeu e/ou os mantém, de resolver (ou parecer resolver) os problemas para os quais foram destinados. Visando contribuir para a concepção de novas abordagens para o trato dessas questões, este trabalho procura identificar contribuições teóricas relevantes para análise e discussão do tema. Assim, discutem-se, com base nas reflexões apresentadas, a análise da realidade por meio de hipóteses outras que não as que sempre são postas, sugerindo princípios que indiquem novos caminhos para a definição de novos modelos, estratégias e paradigmas.

Segundo Khun (2005), a ciência pode funcionar apesar de os cientistas serem humanos, e não “anjos”. O autor vê a ciência como um acúmulo e alívio de estresse que se auto-alimenta. Um trabalho científico pode revelar inconsistências e gerar algum estresse no *mainstream*. Quando esse estresse atinge certo estágio, a ciência em vigor pode ruir, ocorrendo, então, uma revolução. Novas idéias podem ser incorporadas e as anteriores abandonadas, provocando um desajuste semelhante ao deslocamento de placas continentais, por isso, revoluções científicas seriam parecidas com terremotos.

Toda perspectiva nova é como um grão de areia caindo sobre a pilha do conhecimento, em que cada artigo científico — um pacote de idéias — quando colocado na rede do conhecimento, desloca gradualmente a fronteira do conhecimento.

Nas palavras de Kuhn,

[...] os paradigmas orientam as pesquisas, seja modelando-as diretamente, seja através de regras abstratas. A ciência normal pode avançar em regras somente enquanto a comunidade científica relevante aceitar sem questionar as soluções de problemas particularmente já obtidas. Por conseguinte, as regras deveriam assumir importância e a falta de interesse que as cerca deveria desvanecer-se sempre que os paradigmas ou modelos pareçam inseguros. (KUHN, 2005, p.72).

Ademais, Krugman (*apud* GLERIA, 2004, p. 106) observa que “a maioria dos economistas de hoje acham que os mercados internacionais estão mais para a irracionalidade e instabilidade, descrita por Keynes, do que para o modelo de mercados eficientes de Finanças.”

Assim, a questão central de pesquisa desta Dissertação é a seguinte: os modelos utilizados em Finanças precisam ser atualizados em face das descobertas contínuas da ciência?

Justificativa

Considerando o avanço do conhecimento científico em diversas áreas, podemos perceber quão limitada tem sido a percepção predominante da realidade em nossa sociedade, e quão pouco, realmente, sabemos sobre as questões fundamentais que tratamos com abordagens conceituais que parecem funcionar apenas parcialmente. Certamente, as teorias e modelos que

usualmente empregamos possuem limitações que comprometem os resultados encontrados quando estes são confrontados com a complexidade das situações “reais”, ou na medida em que as condições de contexto mudam. Felizmente, diversos pesquisadores, com incontestável formação e conhecimento científico, vêm desenvolvendo novas visões da realidade e teorias (paradigmas) que podem ser especialmente úteis à construção destas novas estratégias e modelos.

Tais teorias permitem alternativas à atual visão corrente do mercado, mas, embora haja novas idéias e teorias, faz-se necessário, ainda, sistematizá-las sob a forma de um arcabouço ou um conjunto de princípios que facilite sua compreensão e aplicação prática, de forma a apoiar a concepção e desenvolvimento de alternativas às visões de mundo e modelos atualmente utilizados em nossa economia.

As situações de risco vêm aumentando à medida que crescem as necessidades do mundo atual; as soluções destas situações crescem na mesma intensidade. O mundo já enfrentou quase todos os tipos de riscos no passado, continua enfrentando uma gama deles no presente e, com certeza, novos riscos surgirão. Por isso, devemos estar preparados para enfrentá-los à medida que forem surgindo, independentes de sua intensidade. Dessa forma, “[...] para que a contabilidade seja capaz de auxiliar no processo informacional, é necessário que ela guarde estreita relação com a realidade econômica.” (MARTINS; LOPES, 2005, p.76), pois, caso contrário, ela perde a utilidade para seus usuários, ademais, “[...] a utilidade econômica da contabilidade está ligada à sua capacidade de alterar as crenças sobre os fluxos futuros de caixa dos ativos. [...] Podemos, então, supor que a capacidade da contabilidade de impactar o comportamento dos preços em bolsas de valores é uma aproximação válida de sua utilidade.”

Logo, para que as teorias de finanças na contabilidade possam efetuar, de forma precisa, a divulgação dos relatórios financeiros, elas devem ter condições de avaliar com maior nível de acuidade os riscos a que a empresa está exposta. Porém, muito ainda precisa ser feito para tal, mesmo após muitos anos do início dos estudos relacionados ao risco, pois, “Laplace acreditava que, no futuro, o homem dominaria todo conhecimento que fosse necessário sobre o risco, e que a certeza substituiria a incerteza” (BERNSTEIN, 1997, p.198), contudo, essa idéia não se concretizou. O que aconteceu foi uma explosão de mais conhecimentos e, cada vez mais, da necessidade de novos conhecimentos. Com o passar do tempo, parecia óbvio que haveria mais facilidades para se dominar as certezas e facilitar a vida de todos. O que na realidade aconteceu foi o contrário, vieram mais incertezas e um mundo mais difícil de entender e dominar. Essa perspectiva foi tratada por Kuhn quando ele afirma que “na ciência, assim como na experiência com as cartas do baralho, novidade somente emerge com dificuldade (manifestada através de uma resistência) contra um pano de fundo fornecido pelas expectativas.” (KUHN, 2005, p. 90).

Assim, esse trabalho busca contribuir para a reflexão sobre novos caminhos e aperfeiçoamentos das concepções e dos modelos utilizado no estudo de Finanças em Contabilidade. Para isso, ao longo da dissertação, são exploradas contribuições teóricas oriundas da evolução das ciências, que conduzem a novas compreensões e paradigmas.

Objetivo Geral

Tem-se como objetivo geral apresentar algumas contribuições científicas que possibilitem futuros ajustes e atualizações nos modelos de gestão de riscos, face ao estágio do desenvolvimento científico atual.

Objetivo Específico

Identificar contribuições científicas relevantes que levem ao aperfeiçoamento das hipóteses básicas inerentes à concepção e à elaboração de modelos para uso em Finanças, bem como na gestão de riscos.

Ilustrar a aplicação potencial de princípios estatísticos na definição de linhas gerais de um modelo conceitual de gestão de risco.

Apresentar um breve histórico do desenvolvimento da Estatística e também suas aplicações no mercado de capitais.

Hipótese

A compreensão moderna da realidade, resultado de avanços tecnológicos, fruto do conhecimento científico nos mais diversos campos do conhecimento, impacta significativamente na forma de conceber e de implantar um modelo. Portanto, partindo de uma “nova leitura”, resultado de integração e compreensão dos fundamentos dessa nova perspectiva, talvez sejam possíveis algumas aplicações práticas no mercado de capitais, reduzindo-se potencialmente os riscos. Além disso, a Hipótese de Mercados Eficientes, que muitas vezes torna-se a premissa fundamental para a utilização dos modelos em finanças, não considera a não completa racionalidade dos agentes, por exemplo, sendo que esta não totalidade racional está diretamente relacionada com as distribuições de probabilidade no mercado de capitais, o que pode mudar significativamente os resultados empíricos dos resultados teóricos esperados. Quando há ocorrência deste fato, a Teoria de Finanças,

debruçada sobre a Hipótese de Eficiência de Mercado, não possuindo ferramental suficiente para tratar alguns comportamentos divergentes de suas hipóteses, define como “anomalia” os resultados divergentes dos esperados, contudo, certas anomalias ocorrem com frequência, e o que seria uma exceção tende a se tornar regra.

uma maior familiaridade dá origem à consciência de uma anomalia ou permite relacionar o fato a algo que anteriormente não ocorreu conforme o previsto. Essa consciência da anomalia inaugura um período no qual as categorias conceituais são adaptadas até que o que inicialmente era considerado anômalo se converta no previsto. (KUHN, 2005, p. 91)

Nesta perspectiva, podemos invocar os estudos em filosofia da ciência, que já demonstraram repetidas vezes que um conjunto de dados pode ser aplicado a mais de uma construção teórica, qualquer que seja o caso considerado, e “a história da ciência indica que, sobretudo nos primeiros estágios de desenvolvimento de um novo paradigma, não é muito difícil inventar alternativas. Mas a invenção de alternativas é precisamente o que os cientistas raro empreendem.” (KUHN, 2005, p. 105).

Isso posto, esta dissertação empenha seus esforços em traçar um panorama do desenvolvimento dos modelos em Finanças, dos pressupostos inerentes a esses modelos, das descobertas científicas posteriores ao desenvolvimento dos modelos clássicos conhecidos e da perspectiva que se mostra dormente de novos campos de estudos para adaptação dos modelos utilizados em Finanças.

Método Utilizado

A metodologia pode ser entendida como as regras estabelecidas para o método científico. Neste caso, seguiu-se o processo de observação, análise e formulação de hipóteses que, por

sua vez, buscou manter a coerência com as idéias apresentadas na dissertação, em especial com relação à construção e apresentação das explicações científicas que alicerçam as afirmações apresentadas, já que o método é o caminho para chegar a determinado objetivo, dado que “a pesquisa em Ciências Sociais não pode excluir de seu trabalho a reflexão sobre o contexto conceitual, histórico e social, que forma o horizonte mais amplo, dentro do qual as pesquisas isoladas obtém o seu êxito.” (RICHARDSON, 1999, p.16).

Formalmente, do ponto de vista de sua natureza, esta dissertação classifica-se como uma pesquisa exploratória, pois segundo Gil (1996, p.45) “estas pesquisas têm como objetivo proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito [...] e têm como objetivo principal o aprimoramento de idéias ou descoberta de intuições.” Do ponto de vista da forma de abordagem do problema, o objetivo, para ser alcançado, partiu da interpretação de resultados de diversas fontes bibliográficas, de naturezas teóricas e empíricas, a fim de atingir o caráter amplo e significativo dessas análises, a partir de livros, dissertações, teses e artigos de periódicos.

Dessa forma, para a consecução dos objetivos desta dissertação, foi feita uma revisão da literatura nas áreas relacionadas ao tema proposto, abordando assuntos como: matemática, estatística, psicologia, economia e contabilidade.

Limitações do Trabalho

Este trabalho enfoca a identificação de premissas para uma mais ampla compreensão dos modelos utilizados em finanças, a partir das teorias aqui apresentadas. Tais premissas podem

e devem ser revisadas e, eventualmente, ampliadas, de forma a subsidiar outras abordagens em diferentes contextos de aplicação.

A partir dessas contextualizações, aplicações específicas podem ser desenvolvidas sob a forma de propostas integradoras, o que não constituiu foco desta dissertação.

Estrutura do Trabalho

Seguido a essa breve introdução, o texto desta dissertação é composto por 5 capítulos, nos quais são abordadas a fundamentação teórica dessa dissertação, a Hipótese De Mercados Eficientes e suas implicações, a Moderna Teoria de Finanças e suas premissas, Finanças Comportamentais (*Behaviour Finance*) e as conseqüências de seus estudos, assim como o uso de modelos matemáticos em finanças.

Uma segunda possibilidade de apresentação do trabalho seria a disposição cronológica dos eventos, porém, objetivando o encadeamento de idéias, optou-se pela apresentação das Teorias e suas utilizações conforme apresentado no parágrafo anterior.

Assim, no Capítulo 1, *Fundamentação Teórica*, são apresentados os conceitos básicos utilizados para o desenvolvimento a teoria de finanças atualmente utilizada, traçando-se um panorama do desenvolvimento dos modelos de gestão de riscos e abordando-se as limitações intrínsecas aos conceitos. Além disso, são também apresentados os conceitos básicos de riscos e gestão de risco, os impactos das estratégias alternativas de estudo das distribuições de probabilidade e estatística relacionada aos modelos.

O segundo Capítulo, intitulado *Hipótese dos Mercados Eficientes*, resume as principais conclusões obtidas a partir da análise das fundamentações teóricas abordadas no Capítulo 1 analisam-se potenciais contribuições de um conjunto de produções teóricas para uma reflexão sobre eventuais aperfeiçoamentos nos modelos que empregamos em nosso dia-a-dia, por meio da apresentação de diversas formas de distribuições estatísticas que podem ser encontradas no mercado financeiro, tais como sistemas complexos, fractais, distribuição de lei de potência, normal, exponencial, log-normal. Além disso, é apresentada uma ilustração com dados empíricos do Ibovespa.

São discutidos no Capítulo 3, os aspectos que cercam a *Moderna Teoria de Finanças*, tais como a teoria da utilidade esperada, a hipótese de mercados eficientes, as expectativas de retorno, as formas fraca, semi-forte e forte de eficiência, as anomalias à hipótese de mercados eficientes, tais como efeito tamanho, anomalias temporais, sobre-reação e bolhas especulativas.

O Capítulo 4 aborda as Finanças Comportamentais, *Behaviour Finance*, explicando brevemente a origem destes estudos, seus resultados, as possíveis aplicações dessa linha de pesquisa e as relevantes considerações que podem ser seguidas por pesquisadores.

O trabalho é encerrado com as *Considerações Finais* e sugestões para trabalhos futuros. Nesse capítulo discutimos os Modelos Matemáticos em Finanças, em que serão apresentadas a importância e as consequências do uso de modelos matemáticos em Finanças.

CAPÍTULO 1

REFERENCIAL TEÓRICO

Nos últimos anos, novas propostas e ferramentas vêm surgindo com forte questionamento às bases do ramo das Finanças Modernas que se apóiam na hipótese de eficiência de mercado. Elas visam auxiliar os usuários do mercado de Finanças em suas tomadas de decisão, principalmente aquelas ligadas à gestão de riscos.

Embora se saiba que uma boa decisão nem sempre culmina em resultados melhores, o desvelo em considerar as inúmeras possibilidades, mesmo reconhecendo a existência de variáveis de incerteza, geralmente, proporciona recompensa positiva. Sendo uma dessas possibilidades o comportamento humano, a tomada de decisão pode ser melhorada pelo conhecimento das variações do comportamento do homem e de seu processo cognitivo. Assim, é necessário um complexo mergulho em uma intrincada rede de conhecimentos que abarca as mais diversas áreas do conhecimento, dentre as quais, destacam-se a matemática, a psicologia, a estatística, a economia e a contabilidade.

Mesmo com a reunião das perspectivas dessas áreas, não se pode ignorar a limitação cognitiva do homem — doravante denominada “racionalidade limitada” — especialmente no que se refere a situações complexas e à limitação de espaço e de tempo para lidar com questões nas quais atuam inúmeras variáveis concomitantemente. Para Simon (1959), não se pode considerar que as pessoas sejam racionalmente perfeitas ou que tenham informação perfeita e aperfeiçoem a informação que recebem. De fato, suas informações são limitadas e não é

possível proceder à análise qualitativa e quantitativa dos dados para permitir uma reflexão ótima sobre os aspectos mais relevantes na influência do processo de escolha e, assim, obter resultado além do satisfatório na mensuração e na gestão do risco nas operações do mercado.

O agente é compelido a fazer escolhas, mas, por sua limitada capacidade cognitiva e pela quantidade exígua de informação, busca compensar sua incapacidade colocando em pauta todas as informações às quais tem acesso e, em seguida, optando pelas decisões que lhe soam absolutamente boas, sem, no entanto, se utilizar de soluções ótimas que já tenham sido utilizadas. Nesse sentido, poder-se-ia sintetizar as idéias de Simon (1959) afirmando que as pessoas são intencionalmente racionais, mas apenas de forma limitada.

No processo de análise do mercado financeiro, as escolhas são pautadas não apenas pela lógica e pelo conhecimento formal, mas, também, pelos aspectos afetivos e emocionais que, via de regra, permeiam o momento da decisão. São esses aspectos que acabam por influenciar a formação dos preços no mercado, pelo menos no curto prazo, pois a “mão invisível” faria com que os preços voltassem a seu valor justo no longo prazo. Essa hipótese da mão invisível se sustentaria devido à Lei dos Grandes Números, descrita pelo teorema de Bernoulli que enuncia que

[...] segmentos curtos de seqüências “absolutamente livres”, ou casualóides, mostrarão muitas vezes desvios relativamente grandes com referência a p e, assim, exibirão flutuações comparativamente grandes; ao passo que segmentos mais longos mostrarão, na maioria dos casos, à medida em que aumentam os comprimentos desses segmentos, desvios cada vez menores com respeito a p . Conseqüentemente, em segmentos suficientemente longos, a maioria dos desvios será tão pequena quanto desejemos. Dito de outra maneira, os grandes desvios tornar-se-ão tão raros quanto desejemos. (POPPER, 1980, p. 197).

Uma outra maneira de explicar o que foi colocado, escrevendo matematicamente o enunciado de Bernoulli, seria dizer que “se p é a probabilidade de um evento, se m é o número de ocorrências do evento em n experiências, se e é um número positivo arbitrariamente pequeno,

e se P é a probabilidade de que a desigualdade $\left| \frac{m}{n} - p \right| < e$ esteja satisfeita, então $\lim_{n \rightarrow \infty} P = 1$.” (BOYER, 1996, p. 289).

Assim, o teorema de Bernoulli assevera que os segmentos mais curtos de seqüências casualóides mostram, muitas vezes, grandes flutuações, enquanto que os segmentos longos sempre se comportam de modo que sugere constância ou convergência; diz o teorema, em suma, que encontramos desordem e aleatoriedade no pequeno, ordem e constância no grande. É a esse comportamento que expressão “*lei dos grandes números*” se refere (POPPER, 1980, p. 198, grifo meu).

Contudo, essa explicação de funcionamento da Lei dos Grandes Números, fornecida por Popper, havia sido formulada, em 1705, por Bernoulli e publicada em 1713 por este autor, em seu tratado *Ars Conjectandi* (Arte de Conjecturar), considerado um clássico. Esse é o mais antigo volume sobre teoria da probabilidade que se tem notícia (BOYER, 1996). Dada a informação de quando foi elaborada a teoria, voltada especificamente aos objetivos matemáticos de conjectura, aliado ao fato que Bernoulli era adepto do método de prova por indução matemática, dever-se-ia considerar esses aspectos ao se utilizar destas prerrogativas para os estudos contemporâneos em Finanças, principalmente pelos fatores que atualmente se conhecem e que, sabe-se, interferem nos mercados, especialmente aqueles comportamentais e, também, aos ligados à regularidade sem escala conhecida, como os fractais, que não atendem à condição de aleatoriedade das variáveis, propriedade conhecida como auto-similaridade, que diz que as variáveis são constantes em diferentes escalas, ou seja, não se alteram independentemente da freqüência dos dados.

Dessa forma, nos estudos de Finanças, poder-se-ia permutar o pressuposto da racionalidade do agente econômico, necessária à Hipótese dos Mercados Eficientes (HME), pelo da racionalidade limitada, pois, embora eminentemente humanas, essas limitações deveriam ser incorporadas à análise econômica, em suas premissas, estendendo os modelos atuais, uma vez

que está explícito que o equívoco do agente terá implicações no mercado financeiro. Além disso, o fato de as variáveis a serem trabalhadas terem, necessariamente, que serem aleatórias normais e contínuas, prejudica os resultados, que podem não encontrar esse comportamento nas variáveis, como no caso dos estudos desenvolvidos por Mandelbrot (1963 e 1965). Nesses estudos, o autor tratou, no primeiro artigo, da questão da descontinuidade e, no trabalho posterior, da concentração das variáveis, o que o levou a produzir um terceiro trabalho, em 1997, reunindo os resultados de concentração e de descontinuidade, agregando o conceito de risco. O fato mais importante de seu trabalho é que ao apresentar os fenômenos de descontinuidade e concentração, ele elimina as possibilidades de análise por meio de modelos lineares, alguns deles deterministas, como os que são amplamente usados nos estudos em Finanças, dado que os teoremas de probabilidade não admitem tal condição.

Com isso, pode-se perceber que uma análise mais precisa do cenário depende de uma estatística que é consequência não de premissas totalmente racionais, mas de uma elaboração cognitiva que busca relacionar dados sensoriais a fim de reduzir a incerteza, e construir o significado que auxiliará na tomada de decisão, dado o inter-relacionamento entre os agentes, o que conduz a uma estrutura de sistemas complexos, podendo apresentar-se como um sistema caótico, caracterizado com presença de “sensibilidade às condições iniciais”, que significa que o sistema evolui temporalmente, de forma significativa, como resposta às condições de partida e a pequenas variações dessas condições.

Para Mouck (1998), a extensão do paradigma de Finanças à contabilidade foi facilitada pela construção do Modelo de Apreçamento de Ativos (CAPM). O CAPM estabeleceu uma relação potencial entre os ganhos da contabilidade e as mudanças nos preços das ações. Em combinação com a teoria moderna do portfólio (TMP) que, teoricamente, demonstrou como

os investidores racionais podem tomar decisões que otimizem as possibilidades de consumo vitalícias, o CAPM e a HME permitiram aos pesquisadores de contabilidade articular uma ligação teórica de longo alcance entre a informação contábil e parte da teoria econômica neoclássica.

A ligação fornecida pelas teorias dos mercados de capital conecta o sistema de informações contábeis à sua função nos mercados de capital. Primeiro, ela cuida de estabelecer um conjunto de preços de seguridade de equilíbrio que afeta a alocação de recursos “reais” e as decisões de produtividade implementadas pelas companhias. Em segundo lugar, ela permite que os indivíduos troquem pedidos para consumos presentes e futuros em estados diferentes, ligando, assim, ambos os padrões preferidos de consumo vitalício e a participação dos riscos societários. Essa conceituação explícita do papel da informação no mercado de capitais parece fornecer a base operacional elusiva para a análise sistemática de sistemas alternativos de informação contábil. (LEV; OHLSON, 1982, *apud* MOUCK, 1998, p.190).¹

¹ *The link provided by capital market theories connects the accounting information system to its function in capital markets. Information has a dual role in these markets. First, it aids in establishing a set of equilibrium security prices that affects the allocation of “real” resources and the productive decisions implemented by firms. Second, it enables individuals to exchange claims to present and future consumption across different states, thereby attaining both preferred patterns of lifetime consumption and the sharing of societal risks. This explicit conceptualization of the role of information in capital markets appears to provide the elusive operational framework for the systematic analysis of alternative accounting information systems.*

CAPÍTULO 2

A ESTATÍSTICA E OS MODELOS EM FINANÇAS

A busca por clareza e precisão na formulação dos métodos, dos problemas e dos resultados na ciência tem como objetivo seu avanço seguro e uma crítica rigorosa do conhecimento. Assim, esclarece-se que não se propõe que haja abandono dos métodos embasados na estatística tradicional, mas que haja uma reflexão acerca destes e que se busque uma relação com o uso de estatística baseada na cognição e também na distribuição de probabilidade adequada, pois, considerando os modelos de Finanças que tentam explicar como se comporta o mercado financeiro, muitos partem do pressuposto da distribuição gaussiana de probabilidade e este nem sempre pode ser suportado, o que já deixa evidente que se pode pensar sobre estudar a distribuição de probabilidade analisada, aquela que melhor represente o conjunto de dados que serão estudados.

Considerando que o indivíduo seja extremamente competente para tomadas de decisão, seu caráter humano pode mantê-lo com “racionalidade limitada”, conforme estudo de (KAHNEMAN; TVERSKY, 1979), e, por isso, pode ser necessária a adoção de “regras empíricas denominadas de heurísticas de decisão, que deixam que as tendências influenciem suas decisões.” (MACEDO, et. al., 2003, p. 9). Durante o processo de tomada de decisão, são inúmeras as variáveis envolvidas e os balheiros que se impõem podem ir de informações desordenadas a percepções distorcidas. Mesmo assim, o tomador de decisão analisa o que se põe e, freqüentemente, opta por aquela que de pronto lhe servirá, porém, sem maximizar seus

resultados, apenas otimizando seus recursos. A busca pela maximização da função de utilidade² é vista pelos teóricos de Finanças Modernas como uma atitude racional do agente.

Já probabilidades objetivas, que são tratadas, pela Teoria da Utilidade Esperada (TUE), que supõe que o agente tem preferência binária na ordem de escolha dentre as diversas alternativas que lhe são postas — e que ele, invariavelmente, escolherá aquela cuja utilidade esperada ponderada por sua probabilidade de ocorrência for maior. Objetivando a simplificação do processo de decisão, os agentes tendem a fazer “atalhos mentais” (regras heurísticas) e, com isso, podem produzir erros sistemáticos graves, contrariamente ao que pregam as teorias neoclássicas de economia e de Finanças (KAHNEMAN; TVERSKY, 1979).

Para uma melhor localização temporal da estatística associada aos estudos voltados ao mercado financeiro e numa tentativa de estabelecer uma seqüência lógica do desenvolvimento e construção dos modelos atualmente utilizados, devemos retornar a 1900, quando Louis Bachelier defende sua Tese de Doutorado intitulada *Theory of Speculation*, pois foi esse trabalho que pioneiramente buscou modelar o mercado acionário utilizando a estatística. Nesse trabalho, o matemático francês afirma que o retorno de opções em mercados especulativos era descrito como um processo aleatório, desenvolvendo pela primeira vez o modelo de movimento Browniano. Outras tentativas de modelagem do mercado acionário só ocorreram na década de 50 do século passado, quando resultados empíricos sobre a correlação temporal das variações nos retornos dos ativos financeiros mostraram que elas eram desprezíveis e que o comportamento da série temporal de retornos dos ativos poderia ser

² O conceito de função de utilidade foi tratado, originariamente, na solução do paradoxo de São Petersburgo, por Daniel Bernoulli (1725) e a Teoria da Utilidade Esperada foi retomada por John von Newman e por Oscar Morgenstern (1944). (BERSTEIN, 1997).

marchas aleatórias não correlacionadas. A proposta de Bachelier era a de que as variações do retorno são gaussianamente distribuídas pelo modelo no qual os ativos seguem uma distribuição log-normal. Dessa maneira, o comportamento da variação dos retornos dos ativos sofreria movimento Browniano geométrico (nesse tipo de movimento, as diferenças dos logaritmos dos retornos são distribuídas gaussianamente) e, nesse momento, há o encontro da teoria do movimento Browniano e das Finanças Modernas.

Contudo, o uso do movimento Browniano em Finanças deve ser visto com cautela em sua aplicação, pois como este supõe uma distribuição normal de probabilidade no movimento do mercado, e essa condição nem sempre pode ser verificada, surge então um dos primeiros pontos a serem criticados para essa condição, além disso, a crítica pode ser tratada tanto pelo viés empírico quanto pelo teórico. Na primeira perspectiva, especialmente nos casos em que os intervalos de tempo são pequenos, a maior parte dos estudos rejeitou a hipótese de normalidade das séries estudadas (BOUTILLIER *apud* CAVALCANTI, 2003), corroborando com a definição da Lei dos Grandes Números. Na segunda, como salienta a crítica de Mandelbrot (1965), considerando a hipótese de que as mudanças nos retornos dos ativos financeiros são independentes e L-estáveis, cuja propriedade é baseada na característica da distribuição gaussiana de que a soma das variáveis aleatórias gaussianas independentes também é gaussiana. Cavalcanti afirma que

[...] o principal problema com relação aos processos L-estáveis não-gaussianos reside na sua utilização empírica, em decorrência da característica de variância infinita [...] como é o caso do método de “mínimos quadrados”. (CAVALCANTI, 2003, p. 6).

Em uma das áreas em que se estudam os sistemas financeiros, objetiva-se a caracterização estatística completa do processo estocástico das variações do retorno de um ativo financeiro,

analisando, por exemplo, a forma da distribuição de frequências destes valores e a memória temporal entre eles. Tome-se, como exemplo, o modelo de Mandelbrot (1963) de que as variações de retornos seguem a distribuição de Lévy — Fama (1965) também testou distribuições alternativas, como os processos L-estáveis, para entender a variação de preço de ativos financeiros que não possuíam uma distribuição simétrica pois, nesse caso, valores extremos possuem probabilidade considerável de ocorrência.

Uma variância finita dificulta, também, a mensuração do risco, o que leva à necessidade de seguir as distribuições de Lévy e de incluir um termo de encurtamento das caudas, tornando o segundo momento finito e possibilitando sua aplicação, por contadores e analistas, ao mundo prático das finanças.

Dessa forma, têm surgido nos últimos anos, pesquisas como a de Pisarenko e Sornette (2006) reconhecendo duplo comportamento nas distribuições de retorno, identificando um *cross-over*, ou mudança de regime nos retornos financeiros da DOW JONES e NASDAQ. Gabaix (2003), Gleria, Matsushita e Silva (2004) e Yamamoto e Miyazima (2004) indicaram que o comportamento dos mercados seguia leis de potência e que seria possível modelá-los com as mesmas ferramentas usadas na física de sistemas complexos. O trabalho de Mouck (1998) também aborda sistemas complexos e Teoria dos Fractais, esse artigo é publicado na *Accounting, Organization and Society* e traz a baila severas críticas aos pesquisadores de contabilidade e às suas crenças com relação às suposições de linearidade e análise racional.

Para melhor juízo e detalhamento dos aspectos acima, tomemos alguns casos em detalhe para exposição dos fatos.

2.1. Sistemas Complexos

Embora seja possível pensar em fenômenos de sistemas simples, com poucas variáveis e interações existindo num estado de equilíbrio constante, esse não seria um fenômeno do “mundo real”, onde se encontram fenômenos inseridos num sistema de equações diferenciais de ordem elevada, com muitas variáveis, fortes interações e em grandes quantidades. Seu comportamento é, portanto, não ordenado e não previsível, além de fortemente aleatório: uma evolução espaço-temporal pode revelar padrões e estruturas coerentes, desenvolvidas em escalas, sem relacionamento elementar entre si.

Esses sistemas, porém, apesar de manifestarem comportamento complexo, apresentam leis universais de comportamento, que seriam aplicáveis a todos os sistemas. Holland and Miller explicam que no mercado de capitais

[...] um sistema complexo [...]: (i) consiste em uma rede de interação entre os agentes — processos e elementos; (ii) exibe um comportamento agregado e dinâmico que emerge das atividades individuais dos agentes e (iii) seu comportamento agregado pode ser descrito sem um conhecimento detalhado do comportamento dos agentes individuais.(HOLLAND; MILLER, 1991, *apud* MOUCK, 1998, p. 191)³

Mouck também elucida que esse novo paradigma tem sido desenvolvido com sucesso pelo Instituto Santa Fé (ISF), onde a peça central de seus estudos é a simulação artificial de uma bolsa de valores em computadores, e os resultados encontrados mostram-se radicalmente contra a ordem e a racionalidade assumida pela HME.

³ *[A CAS] is complex [...] (i) it consists of a network of interacting agents (processes, elements); (ii) it exhibits a dynamic, aggregate behavior that emerges from the individual activities of the agents; and (iii) its aggregate behavior can be described without a detailed knowledge of the behavior of the individual agents.*

A comparação dos aspectos estatísticos com padrões gerais é confrontação relevante para qualquer trabalho científico e, portanto, igualmente para sistemas complexos. Considerando que a teoria da complexidade é de natureza estatística, dado que estuda fenômenos reais por meio de teorias probabilistas, por meio da confrontação entre teoria e experimentos ou observações, é possível usá-la na contabilidade, no que se refere ao estudo das finanças, já que estas também possuem natureza estatística, são fenômenos reais e podem ser descritos por meio de teorias probabilistas, fazendo a comparação das características estatísticas encontradas com padrões gerais.

Os resultados das simulações do ISF propõem alguns desafios ao paradigma da HME na contabilidade, pois enquanto o paradigma tradicional assume uma ligação fundamental entre a informação contábil e as mudanças nos preços das ações, os estudos simulados do ISF indicam que os preços das ações podem ser direcionados para longe dos valores fundamentais subjacentes, em casos de longos períodos de tempo. O ISF tem se destacado como centro de pesquisa em “teoria da complexidade” (i.e. a teoria dos “sistemas adaptativos complexos”). Deve-se enfatizar que a “teoria da complexidade” está fortemente ligada à teoria do caos.

Segundo Mouck (1998), a teoria do caos é completamente avessa à visão de mundo newtoniana, que pensa o universo como a representação de um relógio, como se ele pudesse ser precisamente medido, previsto e controlado. Além disso, o autor questiona a “legitimidade da metodologia positivista, das técnicas estatísticas e dos modelos teóricos que têm servido como material para o paradigma das Finanças Modernas em contabilidade.”⁴ (MOUCK, 1998, p. 190), e salienta que havia trabalhos, inspirados nas pesquisas de Mandelbrot, que estariam

⁴ *Furthermore, they raise profound questions about the legitimacy of the positivistic methodology, the statistical techniques, and the theoretical models that have served as building blocks for the CMR paradigm in accounting.*

sendo desenvolvidos para lidar com a questão do comportamento do preço das ações. Para Mouck isso constituía um novo desafio à validade dos modelos propostos pela HME, pelo CAPM, pela TMP e por outros modelos de pesquisa.

2.1.1 A Ordem e o Caos

A mistura de ordem e de caos dentro de um mesmo sistema determinista é claramente contraditória do ponto de vista newtoniano: ela perturba a pressuposição de que o determinismo necessariamente implica previsibilidade. Por conta disso, deve-se fazer uma importante distinção entre a predição, que é impossível por conta de considerações práticas e a previsão, que é impossível por princípio. A primeira é, freqüentemente, associada a situações que envolvem mais variáveis do que temos capacidade de rastrear. A última significa que a predição nem sempre é teoricamente possível. A impossibilidade teórica de prever valores de x_n para valores de a que estão na faixa caótica tem a ver com a concorrência de duas características inerentes do processo iterativo: (1) os números que se estendem a um número infinito de casas decimais devem ser arredondados em algum ponto dos cálculos; e (2) na faixa caótica, o resultado calculado é extremamente sensível a mudanças muito pequenas nas condições iniciais.

Muitos fenômenos dinâmicos do mundo real são muito mais complexos e, não surpreendentemente, muitos fenômenos do mundo real exibem sensibilidade às condições iniciais, comportamento determinista, porém, imprevisível, e eles progridem de comportamento regular ao comportamento caótico (manifestado pelos atratores estranhos). Em resumo, há boas razões para suspeitar que os sistemas que trabalham como um relógio, do ponto de vista newtoniano, são exceções. Mas a rota da ordem para o caos é apenas metade da história. A outra metade tem a ver com os processos que geram a ordem a partir do caos. (MOUCK, 1998, p.194).⁵

⁵ *Many real world dynamical phenomena are much more complex and, not surprisingly, many real world phenomena exhibit sensitivity to initial conditions, deterministic but unpredictable behavior, and they progress from orderly behavior (as manifested by the existence of fixed point attractors and periodic attractors) to chaotic*

Para demonstrar como surge a ordem a partir do caos, Mouck utiliza como ferramenta o comportamento de equações não-lineares e sistemas de equações, além de um diagrama de bifurcação, em que um determinado ponto a separa o diagrama em dois lados, o lado esquerdo ordenado (previsível) e o lado direito caótico (imprevisível). Quando a é usado como um nó de afinação sensível e aumentado em incrementos muito pequenos, pequenas “janelas de previsibilidade” emergem em certos pontos do lado direito do diagrama, essas janelas são geradas pela emergência de comportamentos cíclicos periódicos (de x_n) associados a faixas muito pequenas de valores para o parâmetro a . Em seu experimento, usando equação logística, depois de 57 iterações durante as quais nenhum valor anterior de x_n é repetido, o resultado começa a repetir para três valores fixos.

Gráfico 1. Auto-similaridade fractal no diagrama de bifurcação. Esses diagramas podem ser gerados pelo uso de programas desenvolvidos por Peitgen *et al* (1992, p.652) (MOUCK, 1998, p.195)⁶

behavior (manifested by strange attractors. In short, there are good reasons to suspect that the clockwork systems of the Newtonian worldview are the exception. But the route from order to chaos is only half of the story. The other half has to do with processes that generate order out of chaos.

⁶ *Fractal self-similarity in the bifurcation diagram. These diagrams can be generated by using the program provided by Peitgen et al. (1992, p. 652).*

Num sentido matemático mais preciso, as “janelas de previsibilidade” representam o emergir de uma ordem a partir do caos. Além disso, se uma dessas “janelas” é aumentada, será possível ver que o espectro inteiro do diagrama de bifurcação é repetido. Assim, além de representar a transição entre a ordem e o caos e *vice versa*, o diagrama de bifurcação também exhibe auto-similaridade fractal. Antes de apresentar as características dos fractais, convém apresentar as considerações tecidas por Mouck sobre as implicações dos resultados acima para o paradigma das Finanças Modernas e seus reflexos à pesquisa contábil.

A mais básica das suposições é a noção de que os sistemas deterministas necessariamente produzem comportamento previsível, ao menos em princípio. Essa noção é implícita nas prescrições metodológicas do “Relatório do Comitê da Construção e Verificação de Teoria em Contabilidade” (American Accounting Association, 1971). Esse relatório é reproduzido em Brown (1987) porque, “a abordagem usada é consistente com a metodologia que subjaz a maior parte dos estudos empíricos em economia” (Brown 1987, pp. v-vi). A suposição que os sistemas determinísticos são previsíveis também está implícita em influentes tratados metodológicos tais como o Abdel-khalik e Ajinkya (1979), Kinney (1986) e Watts e Zimmerman (1986). (MOUCK, 1998, p. 195).⁷

Até o desenvolvimento da teoria do caos, esse pressuposto tendia a ser visto como auto-evidente. Contudo, essa pressuposição não mais goza do *status* da validade de auto-evidência. Além disso, Mouck (1998, p. 196) afirma que “é amplo o uso da análise de regressão linear na pesquisa em mercados de capitais, e é altamente improvável, no entanto, que as relações causais não-lineares sejam detectadas por modelos lineares.”⁸

⁷ *Perhaps the most basic of these presumptions is the notion that deterministic systems necessarily produce predictable behavior, at least in principle. This notion is implicit in the methodological prescriptions of the “Report of the Committee on Accounting Theory Construction and Verification” (American Accounting Association, 1971). This report is reproduced in Brown (1987) because, “[t]he approach taken is consistent with the methodology that underlies most empirical studies in economics” (Brown, 1987, pp. v-vi). The presumption that deterministic systems are predictable is also implicit in such influential methodological treatises as Abdel-khalik and Ajinkya (1979) Kinney (1986) and Watts and Zimmerman (1986).*

⁸ *(...) the widespread use of linear regression analysis in capital markets research. It is highly unlikely, however, that non-linear causal relationships will be detected by linear models.*

Esses desafios às suposições de linearidade e previsibilidade estão influenciando o desenvolvimento de novos métodos analíticos que estão sendo cada vez mais adotados pelos pesquisadores em mercados financeiros.

2.1.2 Fractais

Segundo Mandelbrot, o termo fractal, que significa “fragmentado, irregular, quebrado”, foi usado para definir estruturas que apresentam formas geométricas caracterizadas por modelos básicos, que se repetem mesmo em escalas muito pequenas e invariantes e em diferentes escalas. As partes constituintes dos fractais, além de apresentarem auto-similaridade, lacunaridade, complexidade infinita e mesma dimensão em qualquer escala, relacionam-se entre si, alterando os limites formados.

Silva, Matias e Vieira, ressaltam que,

segundo Mehrling (2005) o trabalho de Mandelbrot (1963, 1965) identificou e tratou em separado, os processos L-estáveis [fenômenos que acontecem em momentos em que haja descontinuidade ou, ainda, em momentos de concentração nas séries financeiras], sendo que em 1963, apresentou um artigo com o estudo da descontinuidade e, em 1965, analisou a concentração das séries o que foi fundamental para o posterior desenvolvimento da HME por Eugene Fama. (SILVA; MATIAS; VIEIRA, 2006, p. 8)

Além disso, esses autores fazem uma extensa revisão dos trabalhos empíricos realizados por meio da Teoria de Fractais e a apresentam para validar a inserção dessa teoria na contabilidade financeira. Em 2007, estes autores apresentam um trabalho com observações diárias dos preços da commodity cobre nos últimos 32 anos e os resultados encontrados

também apresentam não-linearidade e evolução não-estacionária, e as variáveis possuem distribuição não-gaussiana. Eles concluem que “a despeito de algumas teorias estabelecidas permanecerem como referência importante para o entendimento histórico da evolução da ciência, faz-se mister que o comportamento de preços seja estudado sob novas perspectivas, como a teoria dos fractais” (SILVA; MATIAS; VIEIRA, 2007, p.11). Como forma de cálculo, os autores utilizaram a técnica que Peters (1989) adaptou para a avaliação de memória longa em retornos mensais da S&P500 — e conclui que o passeio aleatório não se aplica ao mercado de capitais, contradizendo a HME.

Os autores citam, também, os trabalhos de Corazza *et al.* (1997), que estudam os preços de *commodities* da Bolsa de Chicago e encontram uma série histórica com propriedades de fractais e de Barkoulas *et al.* (1997), que encontram a presença de fractalidade com indicação de processos não lineares e sugerem um debate sobre a eficiência e racionalidade do mercado, dentre outros.

Portanto, considerando-se as evidências apresentadas sobre a distribuição alfa-estável e as flutuações que podem ser acomodadas por essa distribuição, uma consequência prática de seu uso seria na direção de melhorar as estimativas dos parâmetros usados na Teoria de Finanças aplicados aos modelos de Markowitz, CAPM ou o modelo de Black e Scholes.

Como diversos trabalhos encontraram evidências empíricas de distribuições de probabilidade que não seguiam a distribuição gaussiana, apresentam-se a seguir algumas das distribuições encontradas.

2.2. Distribuição das leis de potência

Alguns sistemas complexos, devido à sua natureza interativa, podem apresentar comportamento destruidor, semelhante a um efeito dominó, em que uma parte do sistema pode influenciar outra. É o chamado mecanismo de realimentação positiva, no qual em um determinado evento há um elemento que aumenta sua magnitude. Esse comportamento adverso pode ser descrito por uma Lei de Potência.

Em situação antagônica à que ocorre com a distribuição normal, a assimetria se mostra presente nessa distribuição, a probabilidade $P(x)$ a partir de um valor máximo “cai” bem mais devagar do que se espera na distribuição normal, para valores crescentes de x . Sua representação gráfica constitui-se de uma cauda longa, descrita por Pareto em estudos envolvendo a distribuição de rendimentos pessoais (MANDELBROT, 1963). Pareto considerou que a distribuição se deve à realimentação positiva, ou seja, investidores com maiores investimentos conseguem em suas aplicações financeiras, maiores taxas de retorno e, dessa forma, seu investimento fica ainda maior. Em geral, a densidade de probabilidade dessa distribuição é dada por

$$P(x) = \frac{C \cdot P(x_m)}{C + (|x - x_m|)^{1+\alpha}}$$

Em que a probabilidade máxima de x é dada $\lim_{x \rightarrow x_m} P(x)$, C é uma constante de renormalização e $1+\alpha$ o expoente da Distribuição de Lei de Potência.

Um levantamento feito por Gleria *et al.* (2004) indica um crescimento nas descobertas da ocorrência de Leis de Potência em mercados financeiros. Alguns resultados como, por exemplo, o índice da S&P500, em que flutuações em seu índice são 16 vezes menos freqüentes se dobrarmos seu valor, assim como companhias individuais, apresentaram Leis de Potência similar para os preços das ações. Os autores, em 2002, encontraram evidências desta lei de Potência na bolsa de valores de São Paulo.

Yamamoto e Miyazima, afirmam que a distribuição de Leis de Potência não consegue ser explicada simplesmente com a introdução de parâmetros de ajuste, como nas distribuições Log-Normal ou Normal, eles ensinam que “distribuições de Leis de Potência explicam muitos problemas sociais e econômicos, tais como problemas de altas taxas de juros, classificação do tamanho da empresa, distribuição dos juros nas companhias, flutuações financeiras [...]”⁹ (2004, p. 757) e concluem que as atividades econômicas apresentam uma estrutura complexa, na qual devem ser considerados diversos fatores tal qual um sistema complexo.

2.3. Distribuição Normal

A distribuição normal é a distribuição contínua mais popular em todas as áreas que fazem uso da estatística, uma vez que representa, com boa aproximação, muitos fenômenos físicos naturais. Tem-se a distribuição normal de uma variável aleatória contínua x , se sua função densidade de probabilidade for dada por

⁹ *Power-law distributions explain many other examples of social and economical problems as well as in high-income ranking problems, such as the ranking of firm size, the income distribution of companies, fluctuations in finance (...).*

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu}{\sigma} \right)^2}, \text{ para } -\infty < x < \infty$$

Esse tipo de distribuição produz um gráfico semelhante a um sino, sendo, portanto, simétrica em torno da média μ . Essas curvas normais são infinitas, conforme mudança dos valores de σ e de μ . Ela foi considerada uma aproximação da distribuição binomial de Moivre e usada novamente por Laplace e por Gauss no século XIX, quando do desenvolvimento da teoria dos Erros de Observação. Por muito tempo, sob influência causada pelo uso dessa distribuição por Laplace e Gauss, considerava-se um axioma que as distribuições estatísticas se aproximavam da normal e quando houvesse desvio de alguma variável aleatória de sua média, esse fato era visto como um erro, sujeito à Lei dos Erros. A Teoria de Finanças Modernas apoiou-se sobre essa distribuição de probabilidade para desenvolver seus modelos, tais como a Teoria dos Portfólios de Markowitz, CAPM de Sharpe e Litner, modelo de precificação de derivativos de Black & Scholes, mesmo com os alertas lançados por Eugene Fama (1965), após realizar testes extensivos envolvendo informações das correlações de série entre mudanças sucessivas no log natural do preço para cada uma das trinta ações da Dow Jones Industrial Average.

Fama [1965] conclui que as distribuições estáveis não-normais são uma descrição melhor que a normal para as distribuições de retornos diários em ações comuns. Essa conclusão também é sustentada pelo trabalho empírico de Blume [1970] sobre ações comuns, e foi estendida às Contas do Tesouro Americano por Roll [1968]. (FAMA, 1970, p. 399).¹⁰

Além disso, o autor faz crítica ao *mainstream* acadêmico, dizendo que

¹⁰ Fama [1965] concludes that non-normal stable distributions are a better description of distributions on daily return on common stocks than the normal. This conclusion is also supported by the empirical work of Blume [1970] on common stocks, and it has been extended to U. S. Government Treasury Bills by Roll [1968].

Os economistas têm, contudo, sido relutantes em aceitar esses resultados, primeiramente por conta da riqueza das técnicas estatísticas disponíveis para lidar com variáveis normais e a relativa escassez dessas técnicas para variáveis estáveis não-normais. Mas, talvez a maior contribuição do trabalho de Mandelbrot tenha sido o estímulo à pesquisa sobre distribuições estáveis e aos procedimentos para estimação a serem aplicados a variáveis estáveis. (FAMA, idem, p. 399)¹¹

2.4. Distribuição Exponencial

Uma variável aleatória contínua x , assumindo valores apenas positivos, possui distribuição exponencial com parâmetro $\lambda > 0$ se a sua função densidade de probabilidade $P(x)$ é dada por

$$P(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{se } x \geq 0 \\ 0 & \text{se } x < 0 \end{cases}.$$

Um trabalho interessante, que expõe esse tipo de distribuição, foi apresentado por Pisarenko e Sornette, em 2006. Neste trabalho, os autores reforçam a tendência de a curva ser uma Lei de Potência, embora detectem desvios que sugerem que a estrutura da curva de distribuição dos retornos é mais complexa que uma simples Leis de Potência e ainda encontram evidências de que existe mais de uma curva em uma distribuição, dependendo da parte da curva analisada (3º ou 4º limite). Para alcançar os resultados, sugerem uma nova ferramenta estatística, que foi desenvolvida para descrever o comportamento da curva amostral quando comparada às curvas tipo Potência e tipo Exponencial. O resultado observado surpreende, uma vez que a parte central da amostra se aproxima de uma distribuição tipo Exponencial (TE), enquanto os limites extremos se aproximam de uma distribuição tipo Potência (TP). Conforme afirmam os autores, “as estatísticas TP e TE fornecem a possibilidade de localizar (claro que com alguma incerteza estatística) o valor do ‘cross-over’ ou ‘mudança de regime’ entre esses dois

¹¹ *Economists have, however, been reluctant to accept these results, primarily because of the wealth of statistics techniques available for dealing with normal variables and the relative paucity of such techniques for non-normal stable variables. But perhaps the biggest contribution of Mandelbrot's work has been to stimulate research on stable distributions and estimation procedures to be applied to stable variables.*

comportamentos limitantes para cada amostra correspondente.”¹² (PISARENKO; SORNETTE, 2006, p. 389).

2.5. Distribuição Log-Normal

Essa é outra distribuição cuja característica gráfica é uma longa cauda, e pode ser definida por

$$P(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\log x - \mu}{\sigma}\right)^2}$$

As estimativas de $\mu_{\log}$ e $\sigma_{\log}$ são dadas por

$$\mu_{\log} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \log(x_i) \quad \text{e} \quad \sigma_{\log} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\log x_i - \mu_{\log})^2}$$

E a média para x e o desvio padrão, por

$$\mu_x = e^{(\mu_{\log} + \sigma_{\log}^2)/2} \quad \text{e} \quad \sigma_x = e^{(\sigma_{\log}^2 + 2\mu_{\log})} \cdot (e^{\sigma_{\log}^2} - 1)$$

¹² TP- and TE-statistics provide the possibility of locating (of course with some statistical uncertainty) the value of the “cross-over” or “change-of-regime” between these two limiting behaviors for each corresponding sample.

Didaticamente, as caudas longas podem ser explicadas como uma distribuição de progressão que exige um bom resultado para diversos empreendimentos, nos quais o fracasso de um provocaria o fracasso do projeto. Ao se considerar a probabilidade de um pesquisador produzir um trabalho de sucesso em determinado tempo, isso seria o produto de um conjunto de probabilidades que provocaria o sucesso do empreendimento, ou seja, possuindo cada uma das habilidades necessárias, o sucesso seria o resultado de $p = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot p_4 \cdot p_5 \cdot p_6 \cdot p_7 \dots p_n$.

O aspecto log-normal torna-se aparente ao se considerar as probabilidades acima como logaritmos, obtendo-se: $\log P = \log p_1 + \log p_2 + \dots + \log p_n$.

Sendo $\log P$ a soma de um conjunto de variáveis, cada qual com sua própria função de distribuição, o teorema central do limite é aplicável de modo que a distribuição da função $\ln P$ poderia ser Gaussiana.

Além das distribuições anteriormente citadas, também foi usada uma alternativa às aplicações da distribuição de Levy, de Pareto e da Log-Normal, truncando essas distribuições, para evitar um desvio padrão infinito, que é conhecido como “Distribuição da Lei de Potência Gradualmente Truncada”. Esse método foi aplicado à distribuição da bolsa de valores de Nova Iorque (S&P 500) e ao faturamento de firmas dos EUA (GUPTA; CAMPANHA, 2000 e 2001). Em ambos os casos, houve concordância entre o modelo teórico e os dados empíricos.

Pesquisadores como Stanley (1999), Mandelbrot (1963) e Stanley *et al.* (1995) iniciaram trabalhos na área econômica e financeira, sendo que dois tópicos específicos geraram interesse entre eles:

- i) o comportamento estatístico sobre a evolução dos preços de mercado;
- ii) a distribuição do crescimento das empresas;
- iii) a dinâmica de desenvolvimento das empresas.

O crescimento do mercado financeiro tem várias características que o enquadram como um sistema complexo. São sistemas abertos onde muitos operadores interagem entre si, submetendo-se às informações externas na determinação do melhor preço de um dado ativo financeiro. Além disso, as regras deste mercado são estáveis e a evolução do número de transações, do volume e do preço dos ativos financeiros é monitorada continuamente, sendo, portanto, factível o desenvolvimento de modelos, assim como o teste de sua validade usando essa base de dados.

Porém, conforme entendimento de Cavalcanti,

[...] dentre os modelos estocásticos desenvolvidos até agora para o tratamento econométrico das séries financeiras, não se encontra um modelo capaz de lidar simultaneamente com todas as características estatísticas encontradas (não-normalidade, não-estacionaridade, autocorrelação dos resíduos e heterocedasticidade). (CAVALCANTI, 2003, p. 9).

Essa afirmação da autora contribui com nossa perspectiva de não existência de um modelo que consiga satisfazer aos desafios que se impõem, principalmente considerando-se as diversas possibilidades de aplicação e das mais recentes descobertas do comportamento do

mercado financeiro. Para não deixarmos de ilustrar uma aplicação possível, decidimos seguir uma das técnicas estatísticas expostas, aplicando-a ao Ibovespa.

2.6 Ilustração Empírica

Estimulando o desenvolvimento científico, Popper (*apud* THEÓPHILO 1998, p.5) afirma que “as observações exercem a função de testar as hipóteses levantadas na busca da solução de um problema, com o objetivo de refutá-la”. Considerando o exposto e, também, que a maioria dos trabalhos citados foram realizados fora do Brasil, a título de ilustração será apresentado um resultado obtido no Brasil, utilizando-se das mesmas técnicas aplicadas por Gabaix *et al.* (2003). A intenção da análise foi estudar a função de densidade de probabilidade (FDP) e a função distribuição acumulada (FDA) do retorno diário do índice da Bovespa (Ibovespa), analisando 5.150 observações diárias referentes ao valor de fechamento, no período de 01/01/1986 a 24/11/2006.¹³ Nos Gráficos 2 e 3 são apresentadas as distribuições obtidas empiricamente (círculos) bem como a curva teórica da distribuição normal que melhor se ajusta aos dados empíricos (linha cheia).

¹³ Os detalhes do procedimento estão apresentados no Apêndice 1.

Gráfico 2. Densidade de probabilidade do retorno r . Círculos representam resultados obtidos da análise de dados de 10 anos do Ibovespa; a linha cheia, densidade de probabilidade normal que melhor se ajusta aos dados empíricos.

Gráfico 3. Densidade de probabilidade do retorno r . Círculos representam resultados obtidos da análise de dados de 20 anos do Ibovespa; a linha cheia, densidade de probabilidade normal que melhor se ajusta aos dados empíricos.

Os gráficos estão apresentados na escala Linear-Log para evidenciar a discrepância entre a distribuição Normal e a distribuição empírica. A probabilidade de ocorrência de um valor alto de retorno pode ser obtida a partir da FDA, em particular, considerando variações de retorno em módulo, como em Gabaix *et al.* (2003), tem-se uma ferramenta para avaliar a lei de potência, pois na escala Log-Log a probabilidade $P(|r| > x)$ deve ser uma reta para valores

assintóticos de x . Os resultados obtidos para $P(|r| > x)$ são apresentados no Gráfico 4. Para comparação, no Gráfico 5 é apresentado o resultado de Gabaix *et al.* (2003) para o mesmo tipo de estudo, porém aplicado ao mercado americano e com valores obtidos a cada 15 minutos.

Os resultados encontrados para a distribuição de retorno do Ibovespa e os encontrados por Gabaix *et al.* no mercado americano são semelhantes, o que pode indicar similaridade nos comportamentos desses mercados, porém, estas análises carecem de maiores aprofundamentos, descartados deste trabalho, posto que este não é o foco da pesquisa.

O objetivo da ilustração empírica ao apresentar os resultados desta seção, foi lançar mão de novas perspectivas quanto às formas de se estudar o comportamento do mercado de capitais, principiando-se pelo cuidado de estudar o comportamento dos dados de uma determinada série, procurando, por exemplo, identificar a distribuição de probabilidade que melhor se ajusta aos dados analisados. No caso apresentado, fica evidente também para o mercado brasileiro, que valores extremos de retorno tem uma probabilidade de ocorrência subestimada quando se considera uma descrição através da distribuição normal. Para valores assintóticos de retorno observa-se um decaimento linear na escala Log-Log, característico de leis de potência.

Gráfico 4. Função probabilidade $P(|r| > x)$ para retorno r . Linha cheia, resultados obtidos da análise de dados de 20 anos do Ibovespa; a linha tracejada, probabilidade calculada pela distribuição normal que melhor se ajusta aos dados empíricos.

Gráfico 5 (GABAIX, 2003, p. 268)

CAPÍTULO 3

A MODERNA TEORIA DE FINANÇAS

As Finanças Modernas têm na composição de seu corpo teórico, diversas teorias de base neoclássica. Essencialmente, os estudos dessa área apregoam que o mundo é composto por agentes capazes de decidir unicamente de acordo com sua racionalidade ilimitada (*unbounded rationality*), estruturada sobre bases da Teoria da Utilidade Esperada.

As teorias consideram, também, que haja alguns indivíduos irracionais na sociedade, mas da homogeneidade entre os agentes é que seria possível haver a prática do preço justo (*Martingale*), pois as diversas transações anular-se-iam, mutuamente, umas às outras. Este conceito tornou-se uma fundação sólida para as pesquisas em Finanças.

Seguido ao trabalho de Markowitz (1952), o Modelo de Apreçamento de Ativos (*Capital Asset Pricing Model* – CAPM), formulado, por Sharpe (1964), é uma teoria de apreçamento de ativos, que por meio da avaliação do risco do ativo, estima o retorno deste. Essa teoria é usada também para determinar a taxa de desconto apropriada, ajustado ao risco, em modelos de avaliação de empresas e em decisões de orçamento de capital e, assim, poder mensurar os impactos da rentabilidade e do risco sobre o valor dos ativos, considerando que os investidores precisam construir expectativas homogêneas a respeito dos retornos esperados e do risco, uniformidade que levaria à prática do preço justo. Noutra pesquisa, resultado das condições aceitas pela Moderna Teoria de Finanças, Black e Scholes (1973) publicaram um trabalho que representa uma fórmula racional de cálculo do retorno de um contrato de opção

e, então, desenvolveram um modelo de apreçamento de derivativos. Esse tema, por conseguinte, é de extrema importância para os contadores, pois, como afirma a FIPECAFI,

[...] o conhecimento da sistemática operacional dos derivativos é extremamente importante para os profissionais da contabilidade, à medida que seus serviços são requisitados, tanto para a contabilização desses produtos, quanto para aspectos relacionados com seu gerenciamento. A própria gestão de riscos da organização, constitui assunto de extrema importância para os profissionais de contabilidade. (FIPECAFI, 2003, p. 538).

Todos esses resultados, validados pela academia em seus respectivos momentos, têm vital importância para os estudos em gestão de riscos, papel importante dos contadores e analistas, que possuem interesse nos aspectos de funcionamento dos mercados, pois, para Hendriksen e Van Breda (1999, p.116) “o mercado de títulos, no qual são negociados os direitos dos acionistas, é de interesse especial para contadores. Esse mercado é também, conhecido como mercado de capitais”.

Os autores prosseguem seu discurso afirmando que “os pesquisadores em contabilidade interessaram-se particularmente pelos mercados de capitais porque a observação das reações do mercado à informação contábil oferecia uma forma anteriormente inexistente de testar teorias contábeis.” (idem, p.116).

Generalizando, da pesquisa com enfoque no mercado, emergem dois objetivos à área contábil, sendo o primeiro, a necessidade de informações que permitam que os recursos sejam alocados de maneira eficiente e, o segundo, que essas informações possam ser utilizadas para que os preços dos ativos sejam auferidos, a fim de orientar os investidores na alocação que possa satisfazer suas preferências pelo risco e pelo retorno, posto que o segundo ponto é o pano de fundo desta dissertação.

A forma pela qual esses objetivos podem ser alcançados remonta dos estudos de Bachelier (1900), porém, o grande avanço dos estudos relacionados ao risco tem início com o trabalho de Markowitz (1952), quando são definidas as métricas estatísticas de média e variância, que serão usadas por todo o tempo seguinte como parâmetros para os estudos relacionados à gestão de riscos, entre outras aplicações.

Após a organização em um artigo, dos vários trabalhos empíricos realizados durante quase vinte anos após o feito de Markowitz, Eugene Fama (1970) sugere que os valores dos títulos refletiam todas as informações disponíveis no mercado e, dado esse fato, formula o conceito que conhecemos por Hipótese de Mercado Eficiente (HME). Essa hipótese assume, por exemplo, que nenhuma informação que fosse relevante, deixaria de ser incorporada aos títulos e, conseqüentemente, a seu valor. Para a definição da HME o autor classificou eficiência de mercado em três categorias amplas de intensidade, ou seja, forma fraca, semi-forte e forte, que serão tratadas detalhadamente *a posteriori*, porém, antes de entrar nesta seara, convém entender melhor os modelos que foram estudados, as formulações matemáticas destes e as conseqüências e condições para seu uso.

3.1 Teoria da Utilidade Esperada

Como já dito, a TUE é premissa fundamental para análise, na tomada de decisão e é a principal teoria a considerar probabilidades objetivas, assumindo uma ordem de preferência binária para as escolhas feitas pelos agentes, sendo que estes tendem a escolher alternativas cuja probabilidade esperada ponderada pela sua probabilidade de ocorrência for maior. Essa teoria tem sido aceita como um modelo normativo de escolha racional e largamente utilizado como modelo descritivo do comportamento dos agentes.

A decisão racional, ou seja, aquela que maximiza a sua função de utilidade, deve ser tomada segundo um sistema estruturado, único e absoluto, na qual a forma de decisão seja consistente com ele. Deve-se considerar que o conceito de utilidade esperada, descrito na TUE, refere-se ao valor psicológico que o agente da decisão associa a cada um dos resultados possíveis de sua decisão.

Essa teoria tem ligação com o trabalho de Von Newman e Morgenstein, (1944), conhecido como Teoria dos Jogos, que preconiza que os agentes mudam de posição frequentemente, visando confundir seu concorrente, para que este não lucre por conhecer seus movimentos. Logo, essa mudança constante a fim de manter a imprevisibilidade de seus atos, impossibilita as previsões econômicas.

Essa perspectiva sobre o comportamento dos agentes, tem forte influência nos estudos de Markowitz, que implicitamente incorpora os postulados de racionalidade dos agentes em sua teoria. Para se ter uma prova dessa correlação entre as teorias, considere a diversificação proposta por Markowitz (1952) para a composição da carteira e o pressuposto que os agentes mudam frequentemente de estratégias a fim de evitar que outros agentes conheçam suas táticas e ganhem com ela (MACEDO JR., 2003).

3.2 Hipótese de Mercados Eficientes

A eficiência dos mercados está ancorada na premissa de os preços dos ativos refletirem de forma imediata e não viesada todas as informações relevantes que estejam publicamente disponíveis no mercado. Para que isso aconteça, Fama (1970) aponta as seguintes condições:

- a) a concorrência deve ser perfeita, ou seja, deve haver participantes em número suficiente

nos mercados e nos ativos financeiros para impedir que uma decisão isolada afete os preços; b) as preferências dos investidores são estáveis, de forma que as expectativas racionais sejam formadas e, assim, se maximize as utilidades esperadas; c) as expectativas dos investidores são homogêneas, uma vez que se supõem os investidores racionais e com igual acesso às informações do mercado; d) como novas informações sobre os ativos financeiros surgem aleatoriamente, os ajustes nos portfólios dos investidores devem ser instantâneos; e) não há fricções, ou seja, os ativos são homogêneos, divisíveis e não envolvem custos de transação; e f) as informações disponíveis são processadas de maneira ótima pelos agentes. Porém, o autor pondera que

[...] assim como os custos de transações, a informação que não está gratuitamente disponível para todos os investidores, e o desacordo entre eles sobre as implicações de uma dada informação não são, necessariamente, fontes de ineficiência do mercado, elas são fontes potenciais. E as três existem, em alguma medida, nos mercados reais. Medir seus efeitos no progresso da formação de preços é, sem dúvida, o maior objetivo do trabalho empírico nessa área. (FAMA, 1970, p.388).¹⁴

Sob esses pressupostos, prevalecem os resultados do modelo de passeio aleatório (*random walk*), no qual as mudanças de preços nos ativos financeiros são imprevisíveis e independem dos preços passados.

Em seu trabalho, analisando os estudos empíricos que indicavam a eficiência dos mercados financeiros, Fama (1970) distingue os testes de eficiência de mercado em: teste da forma fraca, da forma semi-forte e da forma forte. Ele procede dessa forma, separando em níveis de eficiência, para justificar que com uma condição tão extrema sobre “refletir totalmente”, ele não espera que a condição seja totalmente verdadeira, mas que a categorização dos testes seja útil à detecção do nível de informação do mercado e em que ponto ele falha.

¹⁴ *But though transactions costs, information that is not freely available to all investors, and disagreement among investors about the implications of given information are not necessarily sources of market inefficiency, they are potential sources. And all three exist to some extent in real world markets. Measuring the effects on the process of price formation is, of course, the major goal of empirical work in this area*

No primeiro caso, se a eficiência for da forma fraca, considera-se que os preços refletem completamente as informações sobre o histórico do comportamento dos preços dos títulos. No segundo caso, forma semi-forte, os preços refletem além do histórico do comportamento dos preços, todas as informações publicamente disponíveis e, no terceiro tipo, forma forte de eficiência, além das informações históricas e públicas, ainda há o reflexo das informações privadas.

Para as verificações empíricas, foram também consideradas as condições de Jogo Justo (*Fair Game*), e os modelos *martingale* ou *submartingale*. Ou seja, na média, o retorno de um grande número de amostras deve ser igual ao retorno real (Jogo Justo) o que não implica, contudo, que o retorno seja sempre positivo, mas que as expectativas não sofram vieses. O preço futuro do Jogo Justo pode ser igual (*martingale*) ou maior (*submartingale*) que o preço presente (valor presente dos fluxos de caixa futuros), implicando retornos nulos (*martingale*) ou positivos (*submartingale*). Ocorre, no entanto, que a previsão dos comportamentos futuros dos preços e dos retornos não seria possível, pois não haveria diferença entre a distribuição condicional dos retornos para uma dada estrutura de informações e a distribuição sem a presença de informações estruturadas (passeio aleatório). Nesse modelo, ao contrário do *martingale* e do *submartingale*, a distribuição de probabilidades dos retornos não varia através do tempo, sendo a distribuição dos retornos sempre a mesma ao longo do tempo.

A forma semi-forte de eficiência é auferida por meio do método de Estudos de Evento, cujos testes procuram medir a velocidade de ajustamento dos preços dos títulos acerca de uma data específica, próxima à divulgação de informações relevantes (vencimento de opções, bonificações, subscrição de ações, pagamento de dividendos etc.). A forma forte de eficiência sofreu muitas críticas por Grossman e Stiglitz (1980) quando da validação da HME. Em seu

texto, os autores afirmam que, considerando-se os custos de obtenção de informações e a condição de equilíbrio geral e que as utilidades esperadas dos investidores informados e dos não informados sejam iguais, ainda assim, os preços das ações podem não refletir perfeitamente as informações disponíveis. Pois, caso contrário, haveria *trade-off* entre os incentivos para adquirir informações e a eficiência com que o mercado as propagam, já que não haveria motivação para que alguns agentes se tornassem informados.

Andersen (1984) também aponta para essa inconsistência, dizendo que as formas de eficiência de mercado dadas por Fama (1970) são necessárias, mas não suficientes. Ou seja, mesmo que não haja custos de transação, a informação deveria estar disponível sem custos para todos agentes e as expectativas deveriam ser homogêneas. O autor considera que a forma forte de eficiência perde o sentido, dado que não é possível definir com precisão se toda informação está refletida nos preços.

No entanto, “a relevância dos resultados contábeis também depende de condições gerais de funcionamento do mercado e do nível de eficiência do mesmo. [...] É importante ressaltar que para esses autores o resultado contábil perde relevância em mercados menos desenvolvidos”. (MARTINS: LOPES, 2005, p.79).

Quando o comportamento do mercado não atende às condições expostas para sua efetiva eficiência, considera-se que haja anomalias no mercado. A seção seguinte é dedicada à listagem de alguma dessas evidências, buscando validar a perspectiva de um direcionamento a pesquisas que captem melhor estas anomalias e as incorporem à HME.

Toda a explanação acima, acerca da HME foi feita de forma sumarizada para rápida visualização da Teoria, contudo, é necessária uma discussão mais detalhada destas condições, pois dela resultará grande parte da contenda aventada por seus pressupostos.

3.2.1 Expectativa de retorno

Supondo que as expectativas de retorno estão em função das condições de equilíbrio de mercado, Fama (1970) escreve a notação matemática de tal expectativa usando o modelo CAPM, fixando algumas condições num conjunto de informações relevantes, tal que o equilíbrio da expectativa de retorno sobre os títulos estão em função de seu risco. Para tal, Fama considera que toda informação passada está refletida no preço de um ativo, e os mercados respondem imediatamente a qualquer nova informação sobre o ativo, ajustando o seu preço. Logo, para o teórico, a Teoria de Expectativa de Retorno pode ser escrita como:

$$E(\tilde{p}_{j,t+1}|\Phi_t) = [1 + E(\tilde{r}_{j,t+1}|\Phi_t)]p_{jt}$$

(FAMA, 1970, p. 384)

em que:

E é o operador de valor esperado;

p_{jt} é o preço do título j no tempo t ;

$p_{j,t+1}$ é seu preço a $t+1$ (com reinvestimento de qualquer renda líquida do título);

$r_{j,t+1}$ porcentagem de retorno de um período $(p_{j,t+1} - p_{jt}) / p_{jt}$;

Φ_t símbolo geral de informação “totalmente refletida” ;

$(\sim)$ indicam que $p_{j,t+1}$ e $r_{j,t+1}$ são variáveis aleatórias a t .

O autor ressalta que o conceito matemático de valor esperado não implica na idéia geral de eficiência de mercado, somente que “O valor esperado é apenas uma em muitas possíveis medidas resumidas de uma distribuição de retornos, e a eficiência do mercado por si não o imbui com nenhuma importância especial.” (Fama, 1970, p. 385).¹⁵

O que de fato importa para a eficiência do mercado, segundo a teoria, é o conjunto de informações Φ_t , pois possuem uma implicação empírica maior — elas regulam a possibilidade dos sistemas de negociação baseados apenas na informação Φ_t , e prossegue apresentando o modelo de *Fair Game* (Jogo Justo), que foi a proposta inicial da tese de Bachelier (1900) ao desenvolver um modelo teórico de precificação de títulos assumindo que o comportamento do mercado é do tipo *martingale*, ou seja, a expectativa do valor do preço para o próximo período, projetado com base na informação Φ_t , será zero. Essa perspectiva foi posteriormente retomada nos trabalhos de Mandelbrot (1965) e Samuelson (1965 *apud* FAMA, 1970). Esses autores, baseando suas análises nos contratos futuros no mercado de commodities, mostram que se o preço de tal contrato em um certo tempo t é o valor esperado em um t (dada a informação Φ_t) do preço SPOT no término do contrato. Então, os preços futuros seguirão um *martingale* com respeito à seqüência de informações Φ_t , ou seja, a expectativa da mudança de preço de período a período será zero e as mudanças de preço serão um “Jogo Justo” e o próprio Fama (1970) afirma que devemos considerar que as propriedades do “Jogo Justo” do modelo são implicações das suposições que (i) as condições do equilíbrio de mercado podem ser definidas em termos de expectativa de retorno e (ii) a informação Φ_t é totalmente utilizada pelo mercado na formação do equilíbrio de expectativa de retorno. A sua representação em notação matemática é a que segue:

¹⁵ *The expected value is just one of the many possible summary measures of a distribution of returns, and market efficiency per se (...) does not imbue it with any special importance.*

$$x_{j,t+1} = p_{j,t+1} - E(p_{j,t+1}|\Phi_t)$$

(FAMA, 1970, p. 385)

Aqui, a sequência $x_{j,t+1}$ representa a expectativa de retorno do título, mas como esse sistema é baseado apenas na informação Φ_t , toda expectativa futura já esta refletida no valor do título, ou seja, não existe possibilidade de especulação:

$$E(\tilde{x}_{j,t+1}|\Phi_t) = 0$$

(FAMA, 1970, p. 385)

Porém, o comportamento do mercado pode ser do tipo *Submartingale*, ou seja, a expectativa do valor do preço para o próximo período, projetado com base na informação Φ_t , será igual ou maior que o preço atual, e sua notação matemática é:

$$E(\tilde{p}_{j,t+1}|\Phi_t) \geq p_{jt}, \quad \text{or equivalently,} \quad E(\tilde{r}_{j,t+1}|\Phi_t) \geq 0$$

(FAMA, 1970, p. 386)

Assim, entendendo o princípio fundamental para o comportamento dos preços proposto por Bachelier (1900) — embora suas contribuições tenham sido ignoradas por 60 anos — Samuelson (1965 *apud* FAMA, 1970) e por Mandelbrot (1965, 1965), verifica-se, pelo teste do modelo *random walk*, o papel dos modelos de expectativa de retorno “Jogo justo” na teoria dos mercados eficientes e, com o benefício da teoria moderna dos processos estocásticos, sabe-se hoje, que o processo implicado por esse princípio fundamental é um *martingale*.

Nesse momento vivido por Samuelson e Mandelbrot, o ímpeto das pesquisas para o desenvolvimento de uma teoria veio da acumulação de evidências da metade dos anos 50 e início dos 60 acerca do comportamento das ações comuns e outros preços especulativos e que estes poderiam ser bem aproximados por um *random walk*. Dessas evidências, resulta uma teoria de mercados eficientes definida em termos de *random walk*, mas implicando o modelo de “Jogo justo” de Bachelier (FAMA, 1970).

Aqui, vale destacar que o desenvolvimento da teoria foi posterior aos testes para verificá-la, subvertendo a lógica científica, donde primeiro se desenvolve a teoria para que, então, ela seja submetida a testes empíricos.

Fama (1965), ao definir as hipóteses para teste do modelo *random walk*, baseou-se em algumas condições, tais como: i) a covariância de séries de retorno é zero, assim, as variáveis são linearmente independentes; ii) as séries de retorno obedecem à mesma distribuição de probabilidade, ou seja, a série é estacionária através o tempo. Porém, a proposta de Bachelier (1900) de um modelo que implicasse mudanças de preço normalmente distribuídas não foi muito alterada, pois Fama supõe que as mudanças de preço de uma transação são independentes e as variáveis aleatórias identicamente distribuídas.

Portanto, devemos notar que a natureza da distribuição das séries de retorno afeta ambos os tipos de ferramentas estatísticas relevantes para testar a hipótese e a interpretação de qualquer resultado obtido, considerando esse teste para validar a hipótese dos mercados eficientes.

3.2.2 Forma Fraca de Eficiência

Essa forma de mensurar a eficiência do mercado, diz que os preços dos títulos refletem integralmente as informações passadas, ou seja, não se pode obter ganhos maiores, simplesmente por se conhecer os preços passados.

Para a contabilidade, “a importância dessa forma de HME [...] reside no fato de que novas informações são imediatamente incorporadas aos preços dos títulos.” (HENDRIKSEN: VAN BREDA, 1999, p.119), contudo, os autores afirmam que essa forma não tem relevância adicional à contabilidade, já que trabalham apenas com preços passados dos títulos.

3.2.3 Forma Semi-forte de Eficiência

Essa forma de mensurar a eficiência do mercado, diz que os preços dos títulos refletem todas as informações publicamente disponíveis, ou seja, as informações passadas e as correntes. Para que ela seja validada, é preciso que toda informação nova reflita imediatamente nos preços, sem viés.

A forma semi-forte, pelas suas condições, pressupõe que os índices financeiros calculados por meio de demonstrações contábeis — disponíveis ao usuário gratuitamente — que têm por objetivo identificar títulos sub-avaliados, não é uma atividade lucrativa. Essa atividade, conhecida como análise fundamentalista, ainda possui muitos adeptos no mercado financeiro, contradizendo a hipótese de ela não ser uma atividade lucrativa, o que culmina em negação à forma semi-forte de eficiência. Por outro lado, muitos trabalhos empíricos têm apresentado resultados favoráveis a essa forma de eficiência, reforçando sua validade teórica. Contudo,

alguns estudos têm identificado “anomalias” em seus resultados, fruto da condição tautológica imposta por Fama (1970) ao definir os níveis de eficiência e condição para seu aceite, o que abre um amplo e fértil campo de pesquisas.

As implicações para a contabilidade residem na divulgação de suas informações financeiras e se essas informações foram refletidas ou não no preço dos títulos e qual a velocidade que ocorreu. Contudo, deve ser salientado que a contabilidade é apenas uma fonte de informações, pois diversos outros meios podem proporcionar informações sobre as empresas, tais como as informações disponibilizadas pela própria empresa em jornais ou revistas, entrevista de representantes da empresa à mídia, etc.

3.2.4 Forma Forte de Eficiência

Essa forma de mensurar a eficiência do mercado, diz que os preços dos títulos refletem todas as informações disponíveis, ou seja, as informações publicamente disponíveis e as informações privilegiadas (privadas).

Os resultados encontrados para essa forma de eficiência ainda são poucos, até pelos seus pressupostos, que dificilmente podem ser provados.

Do aspecto teórico, poder-se-ia iniciar a discussão do ponto de vista da definição do termo de informação privada, pois se uma

[...] informação privada não está disponível ao público, é difícil, portanto, observá-la e estudá-la [...] e não está claro como a informação privada poderia refletir-se integralmente nos preços de mercado, pois está disponível somente a um pequeno segmento dos participantes no mercado. (HENDRIKSEN; VAN BREDA, *op. cit.*, p.119).

No aspecto empírico, o próprio Fama discorre sobre uma série de resultados inconsistentes com a teoria e termina colocando a forma forte de eficiência como um referencial teórico do que deveria ser um mercado eficiente, porém, sem satisfazê-la, pois, “[...] temos evidências suficientes para determinar que o modelo não é estritamente válido.”¹⁶ (FAMA, 1970, p. 410).

Portanto, a contabilidade tem papel fundamental nesta forma de eficiência, proporcionando ao usuário, o mais depressa possível, as informações financeiras que poderiam ser usadas de forma privilegiada.

Hendriksen e Van Breda, depois de exporem argumentos sobre os aspectos positivos e negativos da HME, afirmam que “a eficiência de mercado diz simplesmente que os preços são corretamente formados com base no conhecimento corrente; a evidência prática mostra que, em retrospecto, o mercado está sempre errado.” (HENDRIKSEN; VAN BREDA, 1999, p. 122).

Fama conclui seu trabalho afirmando que após a extensa revisão empreendida por ele, não havia indícios de desvios fortes do modelo que rejeitassem a HME. Ele diz, também, não ter encontrado evidências de que esses desvios permeassem a fundo a comunidade de investimento e termina afirmando que muito havia ainda a ser feito, e que o campo mais urgente para dedicação seria o desenvolvimento de modelos de equilíbrio de mercado, em condições de incerteza. Essa sugestão, feita em 1970, continua sendo fortemente válida, pois pouco avançamos desde a publicação de seu trabalho, no sentido de adicionar novas perspectivas teóricas às idéias vigentes. Atrelado a esse fato, a contabilidade tem também um compromisso muito forte em relação aos instrumentos financeiros derivativos, pois esses

¹⁶ [...] already have enough evidence to determine that the model is not strictly valid [...],

instrumentos já causaram — e podem ainda causar — grandes perdas financeiras, principalmente quando elas estão aliadas à forma de calcular o seu risco, pois, se considerada apenas a HME na utilização do modelo de precificação de Black e Scholes (1973), essa mensuração do risco pode não representar toda a dimensão de incerteza envolvida na operação, pois se pode mensurar erroneamente o risco e, assim, não contemplar todas suas características intrínsecas dos derivativos.

Atento a tal demanda, o FASB (*Financial Accounting Standards Board*) apresentou uma definição de derivativos por meio do SFAS nº. 133/138 (*Statement of Financial Accounting Standards n° 133*) para melhor entendimento deste instrumento financeiro. Para tal, destacou três características fundamentais de derivativos, a fim facilitar sua evidenciação contábil. São elas: i) existência de um ativo-base; ii) investimento inicial inexistente ou muito pequeno; iii) liquidação da operação em uma data futura. Vale destacar que, pela dinâmica do mercado e sua velocidade em criar novos produtos e serviços, a avaliação desses instrumentos financeiros exige atenção contínua dos profissionais ligados à área.

Não obstante, esses instrumentos ainda possuem características que os distingue da maioria dos produtos financeiros, tais como: i) alta velocidade em suas operações, pois com o uso de computadores e terminais eletrônicos de negociação as operações de compra e venda pode ser realizadas em questão de segundos; ii) alta alavancagem, como nos casos de opções de compra, em que o lançador deve vender um ativo pelo preço fixado no contrato, o que pode acarretar prejuízos ilimitados; iii) grande complexidade em sua estrutura financeira, “que são de difícil compreensão para a maioria dos profissionais envolvidos no mercado financeiro, mesmo os bem preparados tecnicamente.” (FIPECAFI, 2003, p.538).

Logo, o papel dos pesquisadores nesta área é de extrema importância para o bom funcionamento do mercado, porém, crer que a estrutura teórica que embasa os modelos de finanças pode ser utilizada em um ambiente totalmente distinto daquele em que foi concebido, principalmente ligado ao fato de termos, hoje, mercados descentralizados, tecnologia de informação e comunicação avançadas, agentes operando *full time* em diversos mercados ao mesmo tempo é, no mínimo, uma atitude ingênua por parte do pesquisador, dado que “produtos com essas características operacionais apresentam enormes desafios para a contabilidade [...] uma vez que as informações tornam-se obsoletas muito rapidamente” (FIECAFI, 2003, p. 538), necessitando pois, constante atualização e quebra de alguns paradigmas.

O ambiente de pesquisas que abordam as evidenciações contábeis destes instrumentos financeiros é muito recente, modelos e formas de mensurar o risco ainda estão sendo elaborados — embora ainda ligados aos modelos da década de 50 e 60. Por isso, uma forma de calcular riscos é sugerida pelo FASB, por meio do SFAS 133/138, que diz que os derivativos devem ser medidos pelo valor justo, e que para se medir o valor justo, pode-se utilizar modelos como o de valor presente dos fluxos de caixa ou o modelo de Black e Scholes (1973), porém, num ambiente de incerteza, esses modelos podem não representar o risco real do ativo e, conseqüentemente, prejudicar o usuário da informação contábil, desviando o papel social da contabilidade de tentar fazer com que a informação financeira relevante se torne publicamente disponível rapidamente e, assim, desviando-se da HME.

Vários trabalhos empíricos encontraram anomalias no mercado financeiro, essas anomalias ocorrem devido ao desvio do resultado esperado pela HME e os resultados auferidos com os dados empíricos trabalhados.

3.2.5 Evidências sobre Anomalias

Definindo formalmente anomalia, pode-se considerar que uma anomalia no comportamento esperado de um ativo é a diferença estatisticamente significativa entre o retorno médio observado de um ativo, associado a determinadas características próprias, e o retorno previsto através de um modelo específico para este mesmo ativo.

Como existem diversos resultados divergentes em relação a anomalias e os defensores da HME bem como os que questionam a HME não pacificam a discussão, consideremos que diante dos resultados empíricos destacados, também acreditamos na hipótese de que o que é anômalo em relação a um modelo pode ser consistente com as previsões de outros modelos de ativos.

Fechando ainda mais as possibilidades de desavença de critérios, adotemos a perspectiva seguida pela literatura sobre Finanças que acredita que os retornos observados dos títulos não apresentarão padrões de regularidade, e Fama (1970) adverte que quando os padrões regulares de comportamento de retornos de títulos não se enquadram em nenhuma das teorias que subjazem à eficiência de mercado, eles então são denominados anomalias.

Fama e French (1992) analisaram retornos mensais de ações norte-americanas no período de 1941 a 1990, visando a testar a hipótese conjunta da eficiência de mercado e o CAPM. Em seus resultados, não encontraram relação significativa entre os retornos e os riscos sistemáticos, mas houve significativa relação entre outras variáveis relacionadas a valor, além disso, “o trabalho de Fama e French (1992) foi bastante polêmico na comunidade científica porque, além de identificar retornos sistemáticos não previstos pelo CAPM, os autores

invalidaram o beta como medida de risco.” (NEVES, 2003, p.16). Além das pesquisas empíricas de Fama e French (1992), outras linhas de estudo também apresentaram resultados contrários, apesar de grande parte das evidências acadêmicas apoiarem a conclusão de que os mercados são eficientes. As seções a seguir evidenciam alguns desses resultados.

3.2.6 Efeito Tamanho

Os estudos feitos sobre esse enfoque mostram que em um mesmo período, ações de pequenas empresas tiveram um desempenho melhor que as ações de grandes empresas. Banz (*apud* Costa Jr, 1991) examinou a relação entre o retorno e o valor total de mercado das ações ordinárias da NYSE negociadas no período entre 1926 a 1975, encontrou que empresas de menor tamanho tinham tido maiores retornos que empresa de maior porte, mesmo após serem ajustadas ao risco. O efeito não linear era amplamente detectado nas empresas muito pequenas e com pouca diferença de retornos entre empresas médias e grandes. Banz não soube explicar se esse efeito era decorrente do tamanho da empresa ou de outros fatores correlacionados ao tamanho da empresa. Ele concluiu que o modelo não explicava totalmente os retornos.

Segundo Roll (*apud* Costa Jr, 1991), o efeito tamanho seria causado por um viés na estimativa do coeficiente beta das ações de empresas pequenas, conseqüentemente, a transação das ações com baixa frequência de negociação acaba compondo os dados e podem subestimar o risco real (beta).

A anomalia do tamanho e a do uso do razão P/L adversam a premissa do *Fair Game*, pois, para ambas, o retorno esperado das ações de empresas de pequeno porte e com baixo índice

P/L será maior que o calculado por medidas que consideram o risco específico de cada ação, divergindo, inclusive, do que é posto pelo CAPM (LEMOS; COSTA JR., 1995).

3.2.7 Anomalias Temporais

Contradizendo a teoria do *Random Walk*, as anomalias temporais sustentam a existência de correlação entre retornos passados e futuros, ou seja, que os retornos passados podem ser utilizados na predição dos retornos futuros. Sendo pública a informação disponível para a construção de índices financeiros, os resultados parecem contradizer a eficiência de mercado.

Em alguns estudos sobre anomalias temporais, os resultados têm demonstrado que os retornos do mês de janeiro são significativamente maiores que nos demais. Essa anomalia é chamada de “efeito janeiro”. Outro fenômeno ligado às anomalias temporais é a anomalia conhecida por “efeito fim de semana”. Este fenômeno tem demonstrado que os retornos têm sido significativamente negativos na segunda-feira, enquanto que nos outros dias isso não ocorre.

3.2.8 Sobre-Reação

Esse campo de estudo surgiu como alternativo aos dos modelos racionais, visto que surgiram na literatura pesquisadores interessados no comportamento do mercado e na psicologia de tomada de decisão buscando validar a hipótese de que o mercado tende a sobre-reagir, tanto para boas, como para más notícias. Esta anomalia foi detectada devido ao comportamento dos retornos de carteiras que apresentam um bom (ou mal) desempenho durante o período de

formação e reverterem essa tendência no período posterior. Assim, os investidores, por superestimarem os efeitos como, por exemplo, a divulgação dos lucros, tendem a ocasionar nos preços das ações, por um determinado período, um desvio do seu valor intrínseco.

Em estudo realizado no Brasil sobre esse efeito, Costa Jr. (1991) trabalhou os dados do período compreendido entre janeiro de 1972 a dezembro de 1989, seus resultados atestam que:

A hipótese sobre o efeito de sobre-reação dos investidores foi confirmada. A carteira denominada perdedora, durante o período de formação de carteiras, foi confirmada. A carteira denominada perdedora, durante o período de formação de carteiras, foi à carteira que durante o período de teste obteve o melhor desempenho. O oposto aconteceu com a carteira denominada ganhadora, que tendo o melhor desempenho durante o período de formação de carteiras, reverteu este comportamento durante o período de teste. (COSTA JR, 1991, p. 173)

3.2.9 Bolhas Especulativas

Os preços dos títulos, em determinados momentos, variam fortemente em torno de seus valores fundamentais, mas, eventualmente, podem retornar a seus valores originais e, com isso, causar grandes perdas aos investidores.

A compatibilidade entre o suposto tradicional de racionalidade dos agentes econômicos e a existência de bolhas é analisada por meio dos modelos de equilíbrio geral competitivos. Trabalho realizado por Oreiro (2001) apresenta e testa inúmeras condições para que ocorram as bolhas, segundo duas abordagens. Na primeira, o autor verifica a infinidade de agentes com um horizonte finito de planejamento, o que quer dizer que a existência de bolhas se dá apenas no contexto dos modelos de geração sobre pastas. Na segunda abordagem, Oreiro constata que há um número finito de agentes com horizonte finito de planejamento, de forma que essa abordagem permite a existência de bolhas com um número menor de agentes em relação à

primeira abordagem. Nenhuma das abordagens, pondera ele, apresenta uma proposta para a propagação das bolhas ao longo do tempo. Assim, supõe que a teoria neoclássica das bolhas especulativas é uma demonstração lógica da existência do fenômeno.

Shiller (2000), em seu livro *Exuberância Irracional*, afirma que a teoria econômica neoclássica não pode, por si só, explicar o comportamento do mercado de ações dos Estados Unidos nos últimos 20 anos. Nas palavras do autor, há sérios riscos “para a discussão política, pois estes [os riscos] só lidam com problemas que possam ser respondidos com precisão científica. Quando se tenta ser preciso, corre-se o risco de ser muito limitado, a ponto de se tornar irrelevante.” (SHILLER, 2000, p. XV). Kindleberger (1996) faz coro com Shiller ao defender a tese de que o comportamento dos preços dos ativos financeiros só pode ser explicado pelo reconhecimento de que os agentes econômicos agem de forma “irracional”.

Em suma, pode-se dizer que a determinação do preço de qualquer ativo é essencialmente dependente das expectativas, da capacidade dos agentes em prever a evolução futura do sistema, remetendo a discussão ao processo de formação de expectativas (especialmente as do mercado financeiro).

A base do conhecimento humano para o cálculo da provável renda para os próximos quinze anos, é muito limitada, devido à incerteza criada por previsões de prazo longo. Na verdade, como aponta Keynes (1983, p. 110), “aqueles que tentam, com seriedade, fazer um cálculo desta natureza constituem uma pequena minoria, cuja conduta não chega a influenciar o mercado”. Dessa maneira, considera o autor que a flutuação nos preços dos ativos é decorrente da operacionalização desempenhada pelos agentes econômicos, no contexto de um mercado repleto de incertezas. Não se trata, portanto, de um fenômeno exógeno ao

funcionamento do sistema, ele é endógeno, é um processo que parte de um comportamento especulativo dos agentes de mercado. Num contexto de limitação da racionalidade dos agentes, é possível que se tenha a imitação do comportamento de agentes considerados bem informados e, assim, podem surgir períodos de euforia durante os quais os preços tendem a subir de maneira contínua.

Nota-se, portanto, que os trabalhos de Keynes (1983) e de Kindleberger (1996) mostram que as flutuações nos preços dos ativos são derivadas do comportamento dos agentes e das ondas de excessivo otimismo ou pessimismo que podem afetar o sistema econômico.

Para a construção convencional baseada na utilização da hipótese de formação racional de expectativa dos agentes e na eficiência dos mercados há uma necessidade lógica de que o surgimento das bolhas nos mercados de ativos seja exógeno e eventual donde os desvios em relação ao preço fundamental não podem ser sistemáticos.

Logo, a idéia da coexistência da hipótese de expectativas racionais e da ocorrência de bolhas é plausível apenas em mercados que não são eficientes, pois a bolha existe “se a razão pela qual o preço está alto hoje for apenas porque os investidores acreditam que o preço de venda estará mais alto amanhã – quando fatores ‘fundamentais’ não parecem justificar tais preços.” (STIGLITZ, 2003, p. 13)..

3.2.10 Anomalias – Evidências e Justificativas

Fama (1965) é categórico ao afirmar que as séries de mudanças de preços não têm memória, ou seja, o passado não pode ser usado para predizer o futuro de nenhuma maneira significativa, assim como Jensen (1978) declara que nenhuma outra proposição em economia possuía evidência empírica mais sólida que a hipótese dos mercados eficientes. Em acordo com esses autores, pesquisadores como, Kothari, Shaken e Sloan (1995), Breen e Korajczyk (1993) posicionam-se contra as teorias das anomalias, estes, por exemplo, indicando que os resultados anômalos devem ser atribuídos não à ineficiência autêntica do mercado, mas a eventuais distorções nos bancos de dados utilizados. (COSTA Jr., 1991).

Grossman e Stiglitz (1980) demonstram que quando o custo de informação é suficientemente alto ou baixo, a média de variância das transações são zero, e que elas tendem a zero quando a precisão da informação dos agentes participantes vai para o infinito. Os autores também defendem que se deveria entender a inexistência de equilíbrio competitivo entre os mercados informacionalmente eficientes como o produto do colapso dos mercados competitivos, provocado pela ausência de transações. Com isso, Grossman e Stiglitz acabam por elucidar um contra-senso existente na Hipótese de Mercado Eficiente.

Como o homem tende a simplificar seu processo decisório, objetivando tornar mais simples e rápida sua tarefa, os processos heurísticos por ele acionados podem ter, como consequência, erros sistemáticos como os assinalados acima. Os defensores da HME sustentam que por meio dos erros incorridos, ou pela arbitragem, poder-se-ia eliminar as anomalias de mercado – na teoria sobre Finanças Comportamentais (KAHNEMAN; TVERSKY, 1979), ao contrário,

afirma-se que as anomalias são persistentes e devido aos limites da arbitragem, uma vez que podem ser provocadas por vieses de comportamento.

A conceituação teórica de “vieses de comportamento”, “vieses de cognição”, de “limites de aprendizado” e de “limites de arbitragem” têm sido capazes de organizar e explicar uma vasta gama de fenômenos financeiros que, aos olhos da teoria da HME são vistos como anomalias. Veja-se, por exemplo, a questão das bolhas especulativas, vistas pela HME como uma anomalia. É sabido que uma bolha especulativa é um “aumento nos preços causado pelo comportamento comprador dos investidores, e não por informações fundamentais e genuínas sobre as ações.” (SHILLER, 2000, p.3).

A questão das bolhas ilustra a hipótese de dissonância cognitiva. Em outras palavras, vê-se que os agentes não buscam a melhor opção possível dentre as opções disponíveis, e que há tendência de esses indivíduos interpretarem e adaptarem as informações ao seu modo de pensar e de agir e com limitadas informações acerca do futuro, as incertezas nos fundamentos sobre os quais nascem as informações que dão subsídios às decisões, promovem avaliações incoerentes. As interpretações que os agentes – cada um agindo de acordo com seus valores e suposições – fazem das informações disponíveis levam a hipóteses discrepantes, que podem ser percebidas como dissonância cognitiva.

Como as taxas de descontos variam de acordo com as percepções de risco que se alteram a respostas de eventos, não se pode afirmar que existe um “valor “justo” de um ativo, relacionado a valores derivados do desconto apropriado do fluxo de retornos esperados desses ativos. Ou seja, o “valor intrínseco” ou “fundamental” dos preços dos ativos pode não ser computado num ambiente complexo, em que as informações disponíveis aos agentes podem

não ser suficientes para a avaliação correta e para a suposição que a distribuição de probabilidade seja única e fidedigna.

Num mundo incerto, as avaliações sobre o futuro são sujeitas a repentinas alterações. Além disso, o futuro não é calculável e não pode ser considerado um reflexo estatístico do passado. Portanto, o conhecimento dos agentes fica mais inconsistente com o aumento do período a ser considerado, o que faz com que o valor de mercado de um ativo de longo prazo seja mais propenso a mudanças em função do conhecimento do indivíduo que atua no mercado. Esse é um dos motivos pelos quais Keynes (1983) se opõe ao cálculo de probabilidades para acontecimentos futuros, mas não o faz ao uso parcial de conhecimentos (Teorema de Bayes - também chamado de Teorema da Probabilidade a Posteriori. Ele relaciona uma das parcelas da probabilidade total com a própria probabilidade total), de maneira a tomar atitudes racionais sobre os acontecimentos futuros. O autor propunha que se analisasse uma economia monetária, na qual não haveria previsão ou certeza, de forma que o futuro não fosse conhecido e, tampouco, houvesse probabilidade que prognosticasse a existência de mercados futuros.

CAPÍTULO 4

FINANÇAS COMPORTAMENTAIS

As Finanças Comportamentais trabalham, principalmente, o conceito de aversão à perda, ancorando-se na percepção de que se sente mais pelo que eventualmente se perde do que se sente prazer pelo que, proporcionalmente, se ganha. Incorporadas aos estudos de Finanças nas últimas décadas, a *Behavioral Finance* contesta a idéia de que os agentes são sempre atores racionais, considerando-os seres humanos suscetíveis a erros como quaisquer outros, por exemplo, agir impulsiva e passionadamente e, com isso, explicar algumas anomalias financeiras não explicadas pelas Finanças Modernas.

Nas Finanças Comportamentais, ressalta-se o fato de haver no mercado pessoas preocupadas em designar a melhor forma de as demais pessoas pensarem e agirem, sem contudo, preocupar-se com a forma com que elas mesmas pensam e agem. Assim, em qualquer teoria que lide com as anomalias de mercado, há que se considerar os fatores psicológicos que permeiam os contextos de tomada de decisão e são, comumente, excluídos das bases teóricas tradicionais.

Segundo Fama (1970), os investidores agem racionalmente, os preços refletem as informações publicamente disponíveis no mercado e, por isso, o mercado é uma máquina de perfeito processamento de informações. As alterações de preços ocorrem, apenas, quando do aparecimento de notícias novas, sem a inclusão da psicologia das multidões.

Kahneman e Tverski (1979), em artigo ganhador do Prêmio Nobel de economia, no ano de 2002, criticam a TUE, afirmando que, em diversas categorias de problemas de escolha, seus axiomas são violados. Os autores a consideram, portanto, um modelo inadequado para prover descrições sobre incerteza dos indivíduos. Para eles, a aversão às perdas é uma constatação que se opõe à lógica da Teoria da Utilidade, na qual se supõe que um investidor avalia os riscos do investimento de acordo com a mudança que ela proporciona em seu patrimônio.

De acordo com a HME, o preço de um ativo financeiro reflete todas as informações disponíveis, sendo a melhor estimativa de seu “valor fundamental”. Caso o preço do ativo venha a distanciar-se desse valor, há operações de arbitragem que promovem a convergência. Tendo como escopo de estudo o *real* processo de decisão, a teoria de Finanças Comportamentais vem questionar tais suposições, visando explicitar e explicar conflitos existentes com as previsões da teoria tradicional. Partindo do pressuposto que os indivíduos não são ilimitadamente racionais, a Economia Comportamental explica esses conflitos baseando-se em um arcabouço teórico que combina princípios econômicos, psicológicos e sociológicos (THALER; MULLAINATHAN, 2000).

Essa última área do saber vem conquistando reputação nas pesquisas teóricas e empíricas em Finanças e contesta a teoria neoclássica ao assumir que as preferências dos indivíduos não são estáveis, mas influenciadas pelo contexto e, portanto, as decisões são tomadas com base em regras heurísticas e podem ter vieses heurísticos. No caso de decisões financeiras, o recurso heurístico combinado com a arbitragem pode levar a equívocos entre os preços dos ativos e dos valores que refletiriam as informações publicamente disponíveis sobre seus fundamentos econômicos. Dessa forma, algumas vezes seria possível prever o comportamento dos preços dos ativos, não ficando assegurada a eficiência dos mercados financeiros.

Kahneman e Tversky (1979) afirmam que, quando se trata de ganhos, o homem tem aversão ao risco e, quanto às perdas, tem propensão a ela e constroem um gráfico, a partir de uma função valor hipotética, cuja concavidade é alterada de acordo com a perspectiva. Assim, pode-se dizer que, de maneira geral, as pessoas sentem mais na perda que no ganho. A Teoria da Perspectiva argumenta que: (i) ganhos e perdas são avaliados relativamente à disponibilidade de eventos conhecidos; (ii) as escolhas são regidas por uma função de valor; (iii) a forma como o problema é apresentado pode alterar o ponto de referência; (iv) a aversão à perda é maior que o prazer associado ao ganho dos mesmos valores; (v) há uma tendência em super-avaliar eventos de pequena probabilidade e sub-avaliar eventos de média e grande probabilidade.

Gráfico 6 – Função valor hipotética (KAHNEMAN; TVERSKY, 1979, p. 279)

Para ampliar um pouco a idéia de Finanças Comportamentais, apresentamos as três heurísticas descritas por Kahneman e Tversky (1979). A primeira, diz respeito à representatividade, ou seja, para responder às perguntas faz-se uma estimativa das probabilidades em função do grau de semelhança entre A e B. A segunda, versa sobre a disponibilidade de exemplos e cenários que são frequentemente utilizados quando às pessoas é pedido que estimem a probabilidade ou a frequência de um evento. A terceira e última heurística é denominada de ajustamento e

ancoragem e diz respeito à tendência das pessoas em serem influenciadas pelo seu valor inicial, fazendo estimativas diferentes quando os valores iniciais são diferentes dos apresentados a seguir:

- Representatividade: princípio estatístico e lógico de inclusão de classes, possibilitando a ocorrência de uma avaliação da probabilidade de dois eventos conjuntos superiores à probabilidade de eventos isolados. Essa heurística pode levar as pessoas a uma avaliação errada da probabilidade de um evento ocorrer.
- Disponibilidade: ao julgar a probabilidade de um evento, as pessoas freqüentemente vasculham em suas memórias informações relevantes.
- Ancoragem: quando as pessoas calculam estimativas, freqüentemente começam com um valor inicial, possivelmente arbitrário, e fazem ajustes em relação à estimativa inicial.

Os testes para validar essa teoria, foram inicialmente realizados em laboratório, durante a construção da teoria, posteriormente, os próprios autores desenvolveram outros estudos validando seus pressupostos. No Brasil, estudos têm sido feitos à luz desta teoria, com o objetivo de validá-la em outro cenário, ou mesmo aplicá-la em situações não possíveis de serem explicadas à luz da teoria de finanças modernas.

Dentre os estudos realizados no Brasil, destacamos o trabalho de Lintz (2004), que estuda a dinâmica de bolhas especulativas no mercado de câmbio brasileiro, e busca identificar se os agentes cometem falhas cognitivas capazes de potencializar a dinâmica das bolhas e encontra resultados favoráveis à teoria. A maior parte dos outros trabalhos realizados no Brasil, buscou apenas a validação desta teoria, aplicado a outro ambiente.

Contribuindo para o avanço das pesquisas em finanças, modelos estão sendo desenvolvidos para incorporarem em suas variáveis, o comportamento dos agentes e já

podem ser encontrados alguns modelos desenvolvidos com base nos padrões de comportamento apresentados. Barberis, Shleifer e Vishny (1998) criaram um modelo que incorpora dois vieses: o conservadorismo – a tendência de atribuir menor peso às novas informações – e a versão particular da representatividade, a lei dos pequenos números – a tendência de os indivíduos considerarem pequenas amostras como representativas da população. Sob a ótica da modelagem, os retornos dos ativos podem seguir um dos dois regimes: reversão à média (conservadorismo em relação aos novos anúncios) e tendência (representatividade). Com este modelo, os autores confirmaram o efeito momento, a reversão de longo prazo e a possibilidade de previsão dos retornos de seção transversal a partir de índices baseados em preço. (NEVES, 2003, p. 26)

Verifica-se, então, que desenvolver modelos com presença de variáveis comportamentais é uma tarefa possível de se empreender, porém, resta muito ainda para ser feito em relação ao uso dessas variáveis e seu possível uso nos modelos de finanças modernas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O intento deste trabalho foi mostrar que vários campos da pesquisa em finanças surgem e se desenvolvem como um programa de pesquisa teórico e empírico norteado pela crítica à HME e pela busca de explicações para as decisões e comportamentos financeiros que essa hipótese não consegue explicar. Se válida, a HME implicaria, por exemplo, que mudanças nos preços refletiriam novas informações, que os preços dos ativos apresentariam uma trajetória aleatória e que os agentes diversificariam seus portfólios. Contudo, além de os portfólios serem pouco diversificados, os fundos de ações ativamente administrados, há discrepâncias tidas como anomalias que são persistentes entre preços de mercado e valores calcados em fundamentos dos ativos.

Sem dúvida, diversos estudos empíricos que questionam os paradigmas tradicionais vêm se acumulando nos últimos anos e revelam que as teorias mais bem aceitas de Finanças, baseadas no paradigma do agente perfeitamente racional, são incapazes de explicar satisfatoriamente diversos fenômenos financeiros observados na prática. Naturalmente, a dificuldade para explicar e, portanto, para prever os rumos dos mercados financeiros faz com que estas teorias se tornem defasadas e deficientes também no que concerne a prescrições práticas para investidores e afins.

Levando a cabo toda a complexidade de interações entre os agentes de mercado, não é possível analisar todo o conjunto de variáveis que agem no sistema e, com isso, não se pode determinar a tomada de decisão racional desses agentes. No intuito de melhorar essa relação, novas teorias buscam maneiras de se considerar relações lineares entre as variáveis

financeiras e sistemas complexos, com mecanismos de retroalimentação, pois os estudos indicam que existem séries temporais com comportamento determinista (relacionado a leis caóticas na estrutura de mercado) e comportamento randômico (relacionado às informações que os agentes recebem).

Portanto, considerando-se vários fatores citados nesta dissertação, o paradigma da HME é uma questão a ser analisada com maior esmero, exigindo dos pesquisadores grande dose de independência intelectual e confronto de suas crenças particulares para atingir respostas à questão levantada por pesquisadores que buscam dinamizar e atualizar a teoria moderna de Finanças aos conhecimentos científicos produzidos após sua criação. Essa constante busca por aperfeiçoamento das técnicas e formas de se pesquisar é o motivo dos avanços tecnológicos e científicos, por isso, devemos estar prontos para aceitar novos desafios em nossa estrada, como, claramente, pontua Russel, quando afirma:

O procedimento real da ciência consiste de uma alteração de observação, hipótese, experimento e teoria. A única diferença entre uma hipótese e uma teoria é subjetiva: o investigador acredita na teoria, enquanto que ele apenas pensa que a hipótese é suficientemente plausível para ser digna de teste. Uma hipótese deve concordar com todas as observações relevantes conhecidas, e sugerir experimentos ou observações que terão um resultado se a hipótese for verdadeira, e outro resultado se ela for falsa. Quando uma hipótese passou por um número suficiente de testes experimentais, torna-se uma teoria. Quando uma teoria se amolda a certo número de fatos mas se desvia levemente com relação a determinados outros fatos, acontece, geralmente, embora não sempre, que pode absorvê-la, por uma leve modificação, numa nova teoria que inclui fatos de outro modo discrepantes. (RUSSEL *apud* NASCIMENTO JR., 1998, p. 46).

Nesse sentido, este trabalho buscou identificar pontos divergentes da teoria de finanças para podemos avançar na criação de técnicas e modelos que possam refletir mais fielmente os problemas não abordados pelos modelos de finanças atuais. Kuhn (2005) constrói importante argumento acerca dos instrumentos criados sobre determinado paradigma, pois

Enquanto os instrumentos proporcionados por um paradigma continuam capazes de resolver os problemas que este define, a ciência move-se com maior rapidez e aprofunda-se ainda mais através da utilização confiante desses instrumentos. A razão é clara. Na manufatura, como na ciência – a produção de novos instrumentos é uma extravagância reservada para as ocasiões que a exigem. O significado das crises consiste exatamente no fato de que indicam que é chegada a ocasião para renovar os instrumentos. (KUHN, 2005, p.105).

Logo, em face das crises financeiras recorrentes que vem ocorrendo no mundo todo, pode ser que seja um indicativo que o momento de repensar e reformular teorias utilizadas em finanças seja breve, por isso, a importância de se considerar os principais trabalhos que foram desenvolvidos nos últimos 50 anos permanece constante nesta dissertação, para que outros estudos possam seguir, segundo a prescrição de Kuhn, o caminho para a renovação desses conceitos teóricos e seus instrumentos de medir o risco.

Essa necessidade de renovação dos modelos já era preceituada por Merton (1994), que argumentava sobre os modelos matemáticos utilizados em finanças e fazia um panorama do uso desses modelos no passado, no presente e como deveria ser seu uso no futuro. O autor conclui que “no futuro, modelos matemáticos terão um papel indispensável no funcionamento do sistema financeiro global, incluindo atividades de regulação e contabilidade.”¹⁷ (MERTON, 1994, p. 460). Isso posto, devemos considerar essa orientação acerca do uso dos modelos matemáticos em finanças, pois são esses modelos que poderão nos auxiliar, por exemplo, na mensuração do risco de uma operação que envolva instrumentos financeiros derivativos, a fim de permitir que a contabilidade possa informar mais precisamente seus usuários dos riscos que estes estão assumindo.

¹⁷ *In the future, mathematical models are likely to have an indispensable role in the functioning of the global financial system including regulatory and accounting activities.*

Em resumo, Merton (1994) apresenta algumas condições e cuidados que devem ser seguidos ao se adotar um determinado modelo, principalmente considerando o local que este será usado, o momento entre outros. Em suas palavras:

Qualquer virtude pode tornar-se um vício se levada ao extremo, e isso acontece com a aplicação de modelos matemáticos na prática de finanças. Eu, portanto, acrescento uma palavra a mais de precaução sobre seus usos. Algumas vezes a matemática dos modelos torna-se muito interessante e perdemos o foco na proposta fundamental dos modelos. A matemática dos modelos é precisa, mas os modelos não o são, sendo apenas aproximações do complexo mundo real. Sua acurácia como uma útil aproximação a esse mundo varia consideravelmente no tempo e no espaço. O usuário deve, assim, aplicar os modelos como tentativa, avaliando cuidadosamente suas limitações em cada aplicação.¹⁸ (MERTON, 1994, p. 460).

Como sugestão para trabalhos futuros, fica a possibilidade de estudar as aplicações, como mencionado por Neves (2003)¹⁹ e, assim, considerar a possibilidade do desenvolvimento de modelos matemáticos que contem também com a presença de variáveis comportamentais e verificar seus efeitos em mercados em desenvolvimento, aplicando-os à nossa economia.

¹⁸ *Any virtue can become a vice if taken to extreme, and just so with the application of mathematical models in finance practice. I therefore close with and added word of caution about their use. At times the mathematics of the models become too interesting and we loose sight of the models' ultimate purpose. The mathematics of the models are precise, but the models are not, being only approximations to the complex, real world. Their accuracy as a useful approximation to that world varies considerably across time and place. The practitioner should therefore apply the models only tentatively, assessing their limitations carefully in each application.*

¹⁹ O autor afirma que “Barberis, Shleifer e Vishny (1998) criaram um modelo que incorpora dois vieses: o conservadorismo – a tendência de atribuir menor peso às novas informações – e a versão particular da representatividade, a lei dos pequenos números – a tendência de os indivíduos considerarem pequenas amostras como representativas da população. Sob a ótica da modelagem, os retornos dos ativos podem seguir um dos dois regimes: reversão à média (conservadorismo em relação aos novos anúncios) e tendência (representatividade). Com este modelo, os autores confirmaram o efeito momento, a reversão de longo prazo e a possibilidade de previsão dos retornos de seção transversal a partir de índices baseados em preço.” (NEVES, 2003, p. 26)

REFERÊNCIAS

- ANDERSEN, T. M. Some implications of the efficient capital market hypothesis. **Journal of Post Keynesian Economics**, v.6, p. 281 – 293, 1983 – 1984.
- BACHELIER, L. Theory of speculation, 1900. In: COOTNER, P. (Ed.). **The random character of stock market prices**. Cambridge: MIT Press, 1964, p. 17–78.
- BERNSTEIN, P. L. **Desafio aos deuses**: a fascinante história do risco. Tradução Ivo Korylowski. Rio de Janeiro: Elsevier, 1997.
- BLACK, F.; SCHOLES, M. The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *Journal of Politics and Economy*, v. 81, p. 637-654, 1973.
- BOVESPA. Fórmula para cálculo de negociabilidade de ações. Disponível em: < www.bovespa.com.br/pdf/indices/ibovespa > Acesso em: 21 nov. 2006.
- BOYER, C. B. **História da matemática**. 2.ed. Tradução de Elza Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.
- CAVALCANTI, A. I. B. Instabilidade e Não-linearidades nos Mercados Financeiros. In: ENCONTRO NACIONAL DE ECONOMIA DA ANPEC, 31, 2003, Porto Seguro - BA. **Anais...** Porto Seguro - BA: Anpec, 2003. p. 1-20.
- CORRAR, L. J.; THEÓPHILO, C. R. **Pesquisa Operacional para decisão em Contabilidade e Administração**: contabilometria. São Paulo: Atlas, 2004.
- COSTA JR, N.C.A. **Um Estudo Empírico sobre algumas Anomalias encontradas no Mercado de Capitais Brasileiro**, 1991. 205p. Tese (Doutorado em Administração) – Escola de Administração de Empresas de São Paulo, Fundação Getúlio Vargas, São Paulo, 1991.
- FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. The cross-section of expected stock returns. **Journal of Finance**. v. 47, p.427-465, 1992.

FAMA, E. F. Efficient Capital Markets: A review of theory and empirical work. **Journal of Finance**, v. 25, p. 383 - 417, May, 1970.

_____. The Behavior of Stock-Market Prices. **Journal of Business**, v. 38, p. 31-105, Chicago, 1965.

FIPECAFI (Fundação Instituto de Pesquisa Contábeis, Atuariais e Financeiras). **Manual de contabilidade das sociedades por ações**: aplicável às demais sociedades. 6.ed. São Paulo: Atlas, 2003.

GABAIX, Xavier *et al.*. A theory of power-law distributions in financial market fluctuations. **Nature**, v.423, p. 267-270, 2003.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 3.ed. São Paulo: Atlas, 1996.

GLERIA, I.; MATSUSHITA, R.; DA SILVA, S. Sistemas complexos, criticalidade e leis de potência. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v.26, 2, p. 99-108, 2004.

GROSSMAN, S.; STIGLITZ, J. On the Impossibility of Informationally Efficient Markets. **American Economic Review**, v. 70, p. 393 - 408, 1980.

GUPTA, H. M.; CAMPANHA, J. R. **Gradually truncated log-normal distribution**: size distribution of firms. arXiv.org e-Print archive, v.1, 30 nov 2001. Disponível em: <<<http://arxiv.org/pdf/cond-mat/0111579>>> Acesso em: 21 jan. 2007.

GUPTA, H. M. The gradually truncated Lévy flight: stochastic process for complex systems. **Physica A**, New York, v. 275, p. 531- 543, 2000.

HANDRIKSEN, E. S.; VAN BREDÁ, M. F. **Teoria da Contabilidade**. Tradução Antonio Zoratto Sanvicente. São Paulo: Atlas, 1999.

DEMSKI, J.S.; Is Accounting an Academic Discipline? **Accounting Horizons**. v. 21, 2, p.153-157, jun. 2007.

KAHNEMAN, D; TVERSKY, A. Prospect Theory: an analysis of decision under risk. **Econometrica**. v. 47, 2, p. 263- 292, mar, 1979.

KEYNES, J. M. **Teoria geral do emprego, do juro e da moeda**. São Paulo: Abril Cultural, 1983.

KIMBLEBERGER, C. **Manias, pânico e crashes**> um histórico das crises financeiras. Nova Fronteira: Rio de Janeiro, 1996.

KUHN, T. S. **A estrutura das revoluções científicas**. Tradução Beatriz Vianna Boeira e Nelson Boeira. 9.ed. São Paulo: Perspectiva, 2005.

LEMOS, M. O.; CONSTA JR. N. C. A. O efeito de sobre-reação no curto prazo no mercado de capitais brasileiro. **Revista Brasileira de Administração Contemporânea**, v.1, 2, p.292 – 309, set. 1995.

LINTZ, A. C. **Dinâmica de bolhas especulativas e finanças comportamentais**: um estudo aplicado ao mercado de câmbio brasileiro. São Paulo: 2004, 246f. Tese (Doutorado em Administração) – Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004.

MACEDO, M. A da S; OLIVEIRA, M. A.; ALYRIO, R. D. (*et al.*). Heurísticas e vieses da decisão: a racionalidade limitada no processo decisório. In: ENCONTRO NACIONAL DOS CURSOS DE GRADUAÇÃO EM ADMINISTRAÇÃO, 14, 2003, Foz do Iguaçu - PR. **Anais...** Foz do Iguaçu - PR, p. 1 – 16.

MACEDO JR. J. S. **Teoria do Prospecto**: uma investigação utilizando simulação de investimentos. Florianópolis: 2003, 203f. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2003.

MANDELBROT, B. **Fractals and scaling in Finance**: discontinuity, concentration, risk. New York: Springer-Verlag, 1997.

_____. Une Classe de Processus Stochastiques Homothétiques à Soi: Application à la Loi Climatologique de H. E. Hurst, **Comptes Rendus Acad. Sci. Paris**, 260, p. 3274 - 3277, 1965.

_____. The Variation of certain speculative Prices. **Journal of Business**, v 26, 4, p. 394-419, 1963.

MARKOWITZ, H. Portfolio Selection. **The Journal of Finance**. p. 77 - 91, mar, 1952.

MARTINS, E.; LOPES, A. B. **Teoria da Contabilidade**: uma nova abordagem. São Paulo: Atlas, 2005.

MERTON, R. C. Influence of mathematical models in finance on practice: past, present and future. **Philosophical Transactions: Physical Sciences and Engineering**. v. 347, p. 451-463, 1994.

MOUCK T. Capital markets research and real world complexity: the emerging challenge of chaos theory. **Accounting, Organizations and Society**, v. 23, 2, p. 189-215, Feb, 1998.

NASCIMENTO JR., A. F. Fragmentos da construção histórica do pensamento neo-empirista. **Revista Ciência e Educação**, v.5, 1, p. 37 – 54, 1998.

NEVES, M. B. E. **Três ensaios em modelos de apressamento de ativos**. Rio de Janeiro: 2003, 132f. Tese (Doutorado em Administração) – Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ, Instituto COPPEAD de Administração, Rio de Janeiro, 2003.

OREIRO, J. L. Bolhas, Incerteza e Fragilidade Financeira: uma abordagem pós-keynesiana. **Revista de Economia Contemporânea**, v.5, 2, 2001.

PETERS, E. E. Fractal structure in the Capital Market. **Financial Analyst Journal**. v. 45, n. 4, jul/ago. 1989.

PISARENKO, V. F.; SORNETTE, D. New statistic for financial return distributions: power-law or exponential? **Physica A**, v. 366, p. 387 - 400, 2006.

POPPER, Karl. **A lógica da investigação científica**. São Paulo: Cultrix, 1980.

RICHARDSON, Roberto Jarry. **Pesquisa social**: métodos e técnicas. São Paulo: Atlas, 1999.

SHARPE, W. F. A theory of market equilibrium under conditions of risk. **Journal of Finance**, v. 19, p. 425 - 442, 1964.

SHILLER, R. **Exuberância Irracional**. Makron: São Paulo, 2000.

SIMON, H. A. Satisficing. In: EATWELL, J.; MILGATE, M.; NEUMANN, P. **The New Palgrave: a dictionary of economics**, v. 4. Londres: The Macmillan Press, p. 243 - 244, 1991.

_____. Theories of decision-making in economics and behavioral science. **The American Economic Review**, v. 49, 3, p. 253-283, jun, 1959.

SILVA, C. A. T.; MATIAS, A. B.; VIEIRA, L. Fractalidade em séries temporais: uma aplicação para uma série histórica de preços de minério de cobre. In: CONGRESSO USP- CONTROLADORIA E CONTABILIDADE, 7, 2007, São Paulo - SP. **Anais...** São Paulo - SP, 2007.

_____. A inserção da Teoria dos Fractais na contabilidade financeira: evidências teórico-empíricas. In: CONGRESSO USP- CONTROLADORIA E CONTABILIDADE, 6, 2006, São Paulo - SP. **Anais...** São Paulo - SP, 2006.

STANLEY, H.E. Scaling, universality, and renormalization: Three pillars of modern critical phenomena. **Reviews of Modern Physics**, v. 71, 2, p. 5358 - 5366, 1999.

STANLEY, M. H. R. et al.. Zipf plots and the size distribution of firms. **Economics Letters**, v. 49, p. 453 - 457, 1995.

STIGLITZ, J. E. **Os exuberantes anos 90**. Tradução Sylvia Maria S. Cristóvão dos Santos. São Paulo: Companhia das Letras, 2003.

THALER, R. H.; MULLAINATHAN, S. Behavioral Economics. **National Bureau of Economics Research**, working paper 7948, 2000.

THEÓPHILO, C. R. Algumas reflexões sobre pesquisa empírica em contabilidade. **Caderno de Estudos**. São Paulo, v.10, 19, p. 9 -15, setembro/dezembro, 1998.

VON NEUMANN, J.; MORGENSTERN, O. **Theory of Games and Economic Behavior**. New Jersey: Princeton University Press, 1944.

YAMAMOTO, K.; MIYAZIMA, S. Power-law behavior in social and economical phenomena. **Physica A**, v. 344, p. 757 - 763, 2004.

APÊNDICE 1

Mesmo sendo uma questão de grande interesse financeiro, a distribuição e o mecanismo de variação do retorno das ações e dos índices setoriais e de mercado da bolsa de valores ainda não são bem conhecidos. Profissionais ligados à área geralmente usam distribuição normal como premissa dessas variações, algumas vezes trocando parâmetros, o que resulta em diversas incertezas, considerando-se que essa premissa pode não ser verificada.

O objetivo deste estudo é analisar a função de distribuição de probabilidade (FDP) e função distribuição acumulada (FDA) do retorno relativo ao índice da Bovespa (Ibovespa), por meio de 5.150 observações referentes fechamento diário do período que vai de 01/01/1986 a 24/11/2006, e verificar se os dados empíricos estudados se ajustam à distribuição normal.

Muitos modelos que buscam explicar como se comporta o mercado financeiro, partem também do pressuposto de que o retorno, conforme definição de GABAIX *et al* (2003) que “define p_t como o preço de um dado título e o preço de ‘retorno’ do título r_t como sendo a mudança do logaritmo do preço do título num dado intervalo de tempo Δt , $r_t \equiv \ln p_t - \ln p_{t-\Delta t}$. A probabilidade de que um retorno tem um valor absoluto maior que x parece, empiricamente, ser : $\mathbf{P}(|r_t| > x) \sim x^{-\zeta_r}$ (veja a Figura 1)”. (GABAIX *et al* 2003, p. 267, grifo dos autores).

Figura A1. Distribuições cumulativas dos retornos absolutos 15 min. normalizados das 1.000 maiores companhias nas bases de dados da ‘Trades and Quotes’ para um período de 2 anos (1994-1995). Definimos o retorno normalizado como $r_{it} = (\tilde{r}_{it} - \tilde{r}_i) / \sigma_i$ onde $\tilde{r}_i$ e σ_i são o desvio médio e padrão do retorno não normalizado $\tilde{r}_{it}$ do ativo i . Obtém-se $P(|r_t| > x) \sim x^{-\xi_r}$ com $\xi_r = 3.1 \pm 0.1$.²⁰ (GABAIX, 2003, p. 268).

Para a análise dos dados coletados, foi desenvolvido o método conhecido como pesquisa descritiva que, segundo Gil (1996, p. 46), tem “como objetivo primordial a descrição das características de determinada população ou fenômeno ou, então, o estabelecimento de relações entre variáveis”.

A relevância deste estudo apresenta-se no convite à reflexão e nos esforços conjuntos para análises mais precisas do mercado financeiro, uma vez que grande parte dos modelos que tentam explicar seu comportamento, especialmente àqueles relacionados diretamente à área de risco, apresenta a normalidade dos retornos como premissa.

²⁰ Figure 1 (Cumulative distributions of the normalized 15-min absolute returns of the 1,000 largest companies in the ‘Trades and Quotes’ databases for the 2-yr period 1994-1995. We define the normalized return as $r_{it} = (\tilde{r}_{it} - \tilde{r}_i) / \sigma_i$ where $\tilde{r}_i$ and σ_i are the mean and standard deviation of the unnormalized return $\tilde{r}_{it}$ of stock i . We obtain $P(|r_t| > x) \sim x^{-\xi_r}$ with $\xi_r = 3.1 \pm 0.1$.

O acompanhamento da variação do retorno se faz necessário, pois uma análise temporal mais cuidadosa pode verificar mudanças bruscas em suas distribuições de frequência, uma vez que a média e o desvio-padrão podem se alterar significativamente quando ocorrem movimentos atípicos no mercado financeiro. Pois, embora seja possível pensar em fenômenos de sistemas simples, com poucas variáveis e interações existindo num estado de equilíbrio constante, esse não seria um fenômeno do “mundo real”, no qual se encontram fenômenos inseridos num sistema de equações diferenciais de ordem elevada, com muitas variáveis, fortes interações e em grandes quantidades. Seu comportamento é, portanto, não ordenado e não previsível, além de fortemente aleatório, com uma evolução espaço-temporal que revela padrões e estruturas coerentes, desenvolvidas em escalas, sem relacionamento elementar entre si.

A comparação dos aspectos estatísticos das variáveis estudadas com padrões gerais é confrontação relevante para qualquer trabalho científico e, portanto, igualmente para sistemas tidos como complexos (Mouck, 1998). Considerando que a teoria da complexidade é de natureza estatística, dado que estuda fenômenos reais por meio de teorias probabilísticas, por meio da confrontação entre teoria e experimentos ou observações, é possível usá-la na contabilidade, no que se refere ao estudo das finanças, já que estas também possuem natureza estatística, são fenômenos reais e podem ser descritas por meio de teorias probabilísticas, fazendo-se a comparação das características estatísticas encontradas com padrões gerais.

O crescimento do mercado financeiro tem várias características que o enquadram como um sistema complexo. São sistemas abertos onde muitos operadores interagem entre si, submetendo-se às informações externas na determinação do melhor preço de um dado ativo

financeiro. Além disso, as regras deste mercado são estáveis e a evolução do número de transações, do volume e do preço dos ativos financeiros é monitorado continuamente, sendo, portanto, factível o desenvolvimento de modelos, assim como o teste de sua validade usando essa base de dados.

Estudo Empírico

O índice Bovespa (Ibovespa) é o mais importante indicador do desempenho médio das cotações do mercado de ações brasileiro. Sua relevância advém do fato de ele refletir o comportamento dos principais papéis negociados na Bovespa, além de sua tradição, uma vez que o índice não sofreu modificações metodológicas desde sua construção. É obtido pelo índice de negociabilidade da ação, calculado pela seguinte fórmula:

$$Ibovespa_t = \sum_{i=1}^n P_{i,t} Q_{i,t}.$$

Onde:

$Ibovespa_t$ = índice Bovespa no instante t;

n = número total de ações componentes da carteira teórica;

$P_{i,t}$ = último preço da ação “i” no instante t;

$Q_{i,t}$ = quantidade teórica da ação “i” na carteira no instante t.

Fórmula para cálculo de negociabilidade de ações. (BOVESPA, 2006).

As ações que fazem parte do índice representam mais de 80% do número de negócios e do volume financeiro negociados no mercado à vista. Como as ações que fazem parte dessa carteira têm grande representatividade, pode-se dizer que se a maioria delas estiver subindo, o mercado, medido pelo índice Bovespa, está em alta e, se estiver caindo, está em baixa.

Para a obtenção da densidade de probabilidade foram considerados intervalos de classes não uniformes (CORRAR; THEÓPHILO, 2004) com os seus limites definidos por:

-0.3
-0.15
-0.075
-0.0375
-0.01875
-0.00938
-0.00234
0.00234
0.00938
0.01875
0.0375
0.075
0.15
0.35

Essa forma de construção de intervalos de classes possibilita a verificação de leis de potência, pois, se considerados os valores positivos da variável estudada e uma escala log-log, os intervalos tornam-se lineares.

Em seguida foram obtidas as ocorrências em cada intervalo. Dividindo-se as ocorrências de cada intervalo pelo número total de observações no período considerado e pelo tamanho do intervalo em questão, obtém-se a densidade de probabilidade naquele intervalo.

Nos gráficos seguintes (Gráficos A1 a A3) estão apresentadas as densidades de probabilidades para o retorno r definido anteriormente. A densidade de probabilidade empírica (símbolos) foi obtida com dados do Ibovespa nos períodos de 1, 10 e 20 anos, Gráficos A1, A2 e A3 respectivamente. A linha cheia é a densidade de probabilidade normal que melhor se ajustou aos dados empíricos.

Gráfico A1. Densidade de probabilidade do retorno r . Círculos indicam resultados obtidos da análise de dados de 1 ano do Ibovespa; a linha cheia, densidade de probabilidade normal que melhor se ajusta aos dados empíricos.

Gráfico A2. Densidade de probabilidade do retorno r . Círculos representam resultados obtidos da análise de dados de 10 anos do Ibovespa; a linha cheia, densidade de probabilidade normal que melhor se ajusta aos dados empíricos.

Gráfico A3. Densidade de probabilidade do retorno r . Círculos representam resultados obtidos da análise de dados de 20 anos do Ibovespa; a linha cheia, densidade de probabilidade normal que melhor se ajusta aos dados empíricos.

Observa-se que com uma quantidade maior de dados a densidade de probabilidade pode ser mais bem descrita, porém o padrão se mantém, o que ilustra os resultados da literatura nos quais se afirma que as leis de potência não dependem do mercado, nem do intervalo de tempo considerado. Para intervalos de tempo pequenos, o mesmo fenômeno (não normalidade) ocorre, porém, deve-se observar a escala. Para ilustrar, no Gráfico A4 é apresentado o resultado do Gráfico A1 com os eixos ajustados para observar os detalhes da distribuição. Mesmo para este período, observa-se que a distribuição normal teórica já não descreve bem os resultados extremos representados, por mais de uma ordem de grandeza.

Gráfico A4. Densidade de probabilidade do retorno r , escala Linear-Log. Círculos representam resultados obtidos da análise de dados de 1 ano do Ibovespa; a linha cheia, densidade de probabilidade normal que melhor se ajusta aos dados empíricos

A probabilidade de ocorrência de um valor alto de retorno pode ser obtida a partir da FDA, em particular, considerando variações de retorno em módulo, como em Gabaix *et al.* (2003), tem-se uma ferramenta para avaliar a lei de potência, pois na escala Log-Log a probabilidade $P(|r| > x)$ deve ser uma reta para valores assintóticos de x . Os resultados obtidos para $P(|r| > x)$ são apresentados no Gráfico A5. Deve-se comparar estes resultados com os obtidos por Gabaix *et al.* (2003) apresentados na Figura A1. Os resultados encontrados para a distribuição de retorno do Ibovespa e os encontrados por Gabaix *et al.* no mercado americano são semelhantes, o que pode indicar similaridade nos comportamentos desses mercados.

Gráfico A5. Função probabilidade $P(|r| > x)$ para retorno r . Linha cheia, resultados obtidos da análise de dados de 20 anos do Ibovespa; a linha tracejada, probabilidade calculada pela distribuição normal que melhor se ajusta aos dados empíricos.

No caso apresentado, fica evidente também para o mercado brasileiro, que valores extremos de retorno tem uma probabilidade de ocorrência subestimada quando se considera uma descrição através da distribuição normal. Para valores assintóticos de retorno observa-se um decaimento linear na escala Log-Log, característico de leis de potência.

A análise da função distribuição acumulada revela que valores altos de retorno negativo são bem mais prováveis do que descreveria uma distribuição normal. No Gráfico A6, estas discrepâncias podem ser observadas. Os valores empíricos mostram, por exemplo, que a probabilidade de ocorrência de um retorno menor ou igual a $-0,2$ é de aproximadamente $0,001$ enquanto que pela distribuição normal esta probabilidade é menor do que 10^{-13} .

Gráfico A6. Função probabilidade acumulada para retorno r . Os círculos, resultados obtidos da análise de dados de 20 anos do Ibovespa; a linha cheia, densidade de probabilidade normal que melhor se ajusta aos dados empíricos.

Considerações

Por necessitar da distribuição Normal em suas premissas, o modelo browniano foi incapaz de explicar essas variações. Esse modelo foi criticado em diversos trabalhos, a começar pelo de Mandelbrot (1965), que empenhou vigorosa disposição propondo modelos que tratassem a não-normalidade, como os L-estáveis que, posteriormente, permitiram o reconhecimento dos fenômenos de descontinuidade e, também, da concentração dos ativos nas séries financeiras estudadas. A descontinuidade, assim como a concentração nas séries, interfere consideravelmente na análise dos resultados obtidos por meios lineares de determinação, dado que os teoremas probabilísticos nem sempre permitem esse comportamento dos dados.

Pode-se, portanto, considerar prudente o estudo da distribuição de probabilidade dos dados empíricos que vierem a ser analisados por contadores e interessados em finanças, haja vista os resultados encontrados neste estudo empírico. Os resultados dos dados analisados, podem identificar a distribuição teórica que melhor se ajuste à distribuição de probabilidade do modelo a ser utilizado, possibilitando ao pesquisador, proceder aos ajustes necessários para a utilização de técnicas com maior acurácia em análises que venham a ser realizadas por eles, dado que os modelos atuais consideram a normalidade uma premissa necessária.