UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO E CONTABILIDADE DE
RIBEIRÃO PRETO
DEPARTAMENTO DE CONTABILIDADE
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CONTROLADORIA E CONTABILIDADE

NATÁLIA DINIZ MAGANINI

FGAMP: um novo método para previsão de séries temporais financeiras usando parâmetros multifractais

Orientador: Prof. Dr. Fabiano Guasti Lima

RIBEIRÃO PRETO
2017

Reitor da Universidade de São Paulo
Prof. Dr. Marco Antônio Zago

Diretor da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto
Prof. Dr. Dante Pinheiro Martinelli

Chefe do Departamento de Contabilidade de Ribeirão Preto
Profa. Dr. Fabiano Guasti Lima

Coordenadora do Programa de Pós-Graduação em Ciências Contábeis e Controladoria de
Ribeirão Preto
Profa. Dra. Maisa de Souza Ribeiro

NATÁLIA DINIZ MAGANINI

FGAMP: UM NOVO MÉTODO PARA PREVISÃO DE SÉRIES TEMPORAIS
FINANCEIRAS USANDO PARÂMETROS MULTIFRACTAIS

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação
em Controladoria e Contabilidade da Faculdade de
Economia, Administração e Contabilidade de
Ribeirão Preto da Universidade de São Paulo, para
obtenção do título de doutor em Ciências.

*Versão Corrigida. A original encontra-se
disponível na FEA-RP/USP*

ORIENTADOR: PROF. DR. FABIANO GUASTI
LIMA

RIBEIRÃO PRETO
2017

FICHA CATALOGRÁFICA

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Maganini, Natália Diniz

FGAMP: um novo método para previsão de séries temporais
financeiras usando parâmetros multifractais. Ribeirão Preto, 2017.
259 p. : il. ; 30 cm

Tese de Doutorado, apresentada à Faculdade de Economia
Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto/USP. Área de
concentração: Controladoria e Contabilidade.

Orientador: Lima, Fabiano Guasti.

1. Previsão. 2. FGAMP. 3. Parâmetros Multifractais. 4. Valor
Preditivo Positivo.

Nome: MAGANINI, Natália Diniz

Título: FGAMP: um novo método para previsão de séries temporais financeiras usando parâmetros multifractais

Tese apresentada à Faculdade de Economia,
Administração e Contabilidade de Ribeirão
Preto da Universidade de São Paulo, para
obtenção do título de Doutor em Ciências.

Aprovado em:

Banca Examinadora

Prof. Dr. _____

Instituição: _____ Assinatura: _____

Prof. Dr. _____

Instituição: _____ Assinatura: _____

Prof. Dr. _____

Instituição: _____ Assinatura: _____

Prof. Dr. _____

Instituição: _____ Assinatura: _____

Prof. Dr. _____

Instituição: _____ Assinatura: _____

Agradecimentos:

Ao finalizar esta etapa da minha vida só me vem em pensamento, uma palavra, gratidão!

Gratidão às boas energias do Universo, que muitos nomeiam de Deus, outros de Buda, outros de Jesus, outros de Alá, dentre tantos nomes e independente do nome, da crença, eu agradeço e agradeço muito por me conduzir neste caminho, me ajudando a encontrar pessoas tão especiais que fizeram dessa jornada uma história feliz.

Ao meu amigo imperativo, sempre pronto a ajudar, acalmar, um exemplo a ser seguido, mestre, direcionador, com um conhecimento e determinação admirável, que responde e-mails em 5 minutos ou menos! Hehehehe. Muito obrigada meu querido orientador Fabiano =) Obrigada por me incentivar, comprar as minhas ideias e pedir para “Mandar bala!”

Não sei se isso pode ser chamado de sorte ou de dádiva divina, mas na verdade, tive dois orientadores maravilhosos. O que dizer para alguém que me incentiva desde a graduação, meu pai acadêmico, uma mente brilhante cheio de ideias, onde cada frase que ele menciona, escreve-se tranquilamente uma tese hehehehe. Muito obrigada Antônio Carlos!

Fabiano e Antônio Carlos, se eu chegar na metade do que vocês são, ficarei extremamente feliz =) Vocês sonharam e realizaram este sonho comigo!

Quero agradecer também a todos os professores que participaram desta etapa, fazendo com que meus conhecimentos se enriquecessem. Em especial, aos professores Eliseu Martins, Alexandre Assaf e Maisa pelas aulas que tanto contribuíram para a minha formação. À professora Adriana Procópio que me indicou para várias aulas e sempre me apoiou.

Ao marido Danilo, amor da minha vida, que participou de noites mal dormidas, dúvidas, desesperos, alegrias, ansiedades, muito obrigada por ser esta pessoa única, companheira para todas as horas e maravilhosa, amo muito você.

Aos meus amados pais, Cléria e Deoclécio que sempre me apoiaram, deram forças, compreenderam com ternura minhas ausências, muito obrigada! Vocês estão sempre em meu coração aonde quer que eu vá.

Aos meus amados irmãos, Helena e Alexandre, que sempre falam com tanto orgulho da irmã que estuda na USP kkkkkkk. Que adoram falar do meu jeito “nerd” de ser e de agir pra me deixar meio irritada, porque na verdade eu gostaria de ser “descolada” kkkkkkkk. Existe um ponto em nossos corações que nos une e aumenta nossas forças individuais. Amoooo vocês! Irmão e querida Carol, muito obrigada pelo presente maravilhoso que chegou no fim desta

etapa, meu amorzinho mais lindo, que já me concedeu tanta alegria desde quando chegou, meu amado sobrinho Apolo.

Um muito obrigada especial à minha mãe e irmã de coração, Cidinha e Raytza, pelos cafés da tarde que acabaram no jantar, regados de boas histórias, que alegraram tanto meu coração. E falando em café da tarde... preciso lembrar de duas mulheres maravilhosas que estão sempre prontas a dar conselhos de luz e ajudar, Bete e Camila, vocês estão sempre em meu coração, amo vocês, muito obrigada =).

Ao meu primo, irmão e psicólogo particular, muito obrigada por participar desta etapa da minha vida, com fofocas e áudios intermináveis no watsap kkkkkkkkkk Adoro você primo!

Ao meu amigo Du, o meu muito obrigada, por me ensinar e auxiliar na etapa de escolha de compra de computadores, entendimento sobre hardware para que os programas funcionassem mais depressa, valeu! Acabei! hehehehe

Não poderia deixar de agradecer a um casal muito especial, Daniel e Helô, por abraçarem esta causa, transformarem minha casa em uma lan house, para que fosse possível eu terminar de rodar os resultados, muito obrigada amigos queridos S2 S2, amo muito vocês e desejo que estejamos sempre assim, unidos para o que der e vier. Ao meu amigo Du que também contribuiu para o final desta etapa me emprestando computador, muito obrigada =))))

O meu muito obrigada também a Rose, Lucila e Vanessa do departamento de contabilidade e ao pessoal do departamento de pós graduação, Thiago, Sílvio, Matheus e Erika, por sempre me auxiliarem com carinho e dedicação.

“Pensamos querer informação quando, na realidade, queremos conhecimento”.

Nate Silver

MAGANINI, N. D. **FGAMP: um Novo Método para Previsão de Séries Temporais Financeiras usando Parâmetros Multifractais.** 2017, 260 f. Tese (Doutorado). Departamento de Contabilidade. Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto, Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto, 2017.

RESUMO

Este trabalho fornece informações sobre uma questão importante que é a previsão de preços e apresenta um novo método para fazer previsão para o comportamento de séries temporais financeiras, que foi nomeado de FGAMP (*Forecasting with a general average of the multifractal parameters*). O novo método utiliza os parâmetros extraídos do momento 5 do método MF DFA (*Multifractal Detrended Fluctuation Analysis*) como marcador para reconhecer um padrão e realizar uma previsão. As séries temporais utilizadas para verificar a viabilidade do método consistiram de 6 cotações de preços de ativos de alta frequência - minuto a minuto - em um período de um ano, perfazendo aproximadamente 110.000 observações para cada ativo. Um deles é o índice Ibovespa e os outros 5 são ações de alta negociabilidade no mercado, que representam, aproximadamente 32% do próprio índice que é a principal carteira teórica de ações do mercado brasileiro. Um dos diferenciais deste método é que a previsão é realizada para um horizonte de tempo - chamado de janela posterior - aqui testada para 1 dia, 5 dias ou 10 dias. Procurou-se verificar se, em algum ou em alguns momentos, o preço do ativo irá subir - igual ou mais do que um percentual definido - em relação ao último ponto de um intervalo adjacente, chamado de janela anterior. A este percentual foi dado o nome de limiar. Os medidores de qualidade geralmente utilizados em finanças, como por exemplo, MAPE, MASE e RMSE, não são adequados para medir a qualidade deste tipo de previsão, pois verificam a dispersão do previsto em relação ao realizado, observando apenas um ponto. O medidor de qualidade aqui utilizado é o Valor Preditivo Positivo, amplamente difundido na área da saúde em tabelas de validação de diagnóstico e demonstra o grau de acerto do previsto acontecer em um horizonte de tempo determinado. O critério para a tomada de decisão foi baseado nos valores dos parâmetros numa primeira metade da série, aqui denominada de série de treinamento, sendo que os testes foram feitos na segunda metade da série, aqui denominada de série de teste. Os resultados encontrados apresentam 7 parâmetros que são bons marcadores para previsão: $H_q(9)$, $H_q(10)$, $H_q(11)$, $t_q(11)$, $h_q(7)$, $h_q(8)$ e $D_q(7)$, de acordo com a nomenclatura aqui adotada. Um tamanho de janela anterior - utilizada para o cálculo dos parâmetros - bastante eficiente é o de 540 pontos, sendo que são melhores para prever um horizonte de tempo de 10 dias (um tamanho também razoável encontrado para a janela posterior). O objetivo principal da pesquisa era o de estudar a viabilidade do uso destes parâmetros como marcadores do estado do sistema e verificar se conseguiam indicar o comportamento futuro com alguma eficiência. O resultado foi que o modelo FGAMP apresenta-se bastante viável, chegando a acertar até 97,54% das vezes quando afirma que o preço do ativo irá subir igual ou mais do que 1%, até 91,94% das vezes para uma subida de 2% ou mais e até 88,70% das vezes quando afirma uma subida de 3% ou mais. Foi definido como comparador de eficiência o percentual de acerto de quando é afirmado que o preço do ativo irá subir mais ou igual ao limiar em um ou alguns pontos para todas as janelas testadas (que seria uma solução trivial), sendo que aqui este percentual foi denominado de porcentagem real. Percebe-se que quanto maior o percentual que se quer prever (aqui testados 1%, 2% e 3%) maior é a eficiência do modelo FGAMP em relação à porcentagem real: o novo método chega a ser 128,65% mais eficiente. Isto demonstra a viabilidade do método e os resultados evidenciam que ele pode ser útil para investidores e analistas de mercado, no mínimo como uma nova ferramenta em Análise Técnica.

Palavras chave: Previsão, FGAMP, Parâmetros Multifractais, Valor Preditivo Positivo

MAGANINI, N D. **FGAMP: A New Method for Forecasting Financial Time Series Using Multifractal Parameters**. 2017, 260 f. Thesis. Department of Accounting. Faculty of Economics, Business Administration and Accounting of Ribeirão Preto. University of São Paulo. Ribeirão Preto, 2017.

ABSTRACT

This paper provides information about an important issue that is price forecasting and presents a new method to forecast financial time series behaviour, which was named FGAMP (Forecasting with a general average of the multifractal parameters). The new method uses the parameters extracted from moment 5 of the MFDFA (Multifractal Detrended Fluctuation Analysis) method as a marker to recognize a pattern and perform a prediction. The time series used to verify the viability of the method consisted of 6 quotes of prices of high frequency assets - minute by minute - in a period of one year, making approximately 110,000 observations for each asset. One of them is the Ibovespa index and the other 5 are highly tradable shares in the market, representing approximately 32% of the index itself, which is the main theoretical portfolio of shares in the Brazilian market. One of the differentials of this method is that the forecast is performed for a time horizon - called a posterior window - here tested for 1 day, 5 days or 10 days. We sought to verify whether the asset price will rise at any or in some moments - equal to or more than a defined percentage - in relation to the last point of an adjacent interval, called the previous window. This percentage was given the name of threshold. Quality meters generally used in finance, such as MAPE, MASE and RMSE, are not adequate to measure the quality of this type of forecast, as they verify the dispersion of the predicted relative to the realized, observing only one point. The quality measure used here is the Positive Predictive Value, widely diffused in the health area in diagnostic validation tables and demonstrates the degree of accuracy of what is expected to happen in a given time horizon. The criterion for decision making was based on the values of the parameters in the first half of the series, here called the training series, and the tests were done in the second half of the series, here called the test series. The results show 7 parameters that are good predictor markers: Hq (9), Hq (10), Hq (11), tq (11), hq (7), hq (8) and Dq (7), according to the nomenclature adopted here. A previous window size - used for the calculation of the parameters - very efficient is 540 points, and these windows are better to predict a time horizon of 10 days (a reasonable size also found for the posterior window). The main goal of the research was to study the feasibility of using these parameters as markers of the state of the system and to verify if they were able to indicate future behavior with some efficiency. The result was that the FGAMP model is quite feasible, reaching up to 97.54% accuracy when it affirms that the price of the asset will rise equal to or greater than 1%, up to 91.94% of the time for a rise Of 2% or more and up to 88.70% of the time when it affirms an increase of 3% or more. It was defined as efficiency comparator the percentage of correctness when it is stated that the price of the asset will rise more or equal to the threshold in one or some points for all the windows tested (which would be a trivial solution). That percentage was denominated, here, real percentage. It is noticed that the greater the percentage that is predicted (here tested 1%, 2% and 3%) the greater the efficiency of the FGAMP model in relation to the real percentage: the new method reaches more efficiency (till 128.65% more efficient). This demonstrates the feasibility of the method and the results evidence that it can be useful to investors and market analysts, at least as a new tool in Technical Analysis.

Keywords: Forecast, FGAMP, Multifractal Parameters, Positive Predictive Value

LISTAS DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AIC – Critério de informação akaike

AR – Modelo Auto Regressivo

ARCH – heterocedasticidade condicional auto-regressiva

ARIMA – Modelo Autorregressivo Integrado de Médias Móveis

ARMA – Modelo Auto Regressivo de Médias Móveis

BBDC4 – Ação preferencial Bradesco

BIC – Critério de informação Bayesiano

BOVESPA – Bolsa de Valores de São Paulo

BM&FBOVESPA – Bolsa de mercadorias e futuro da BOVESPA

CIEL3 – Ação ordinária Cielo

DFA – *Detrended Fluctuation Analysis*

EWMA – Suavização Exponencial

EWV – Volatilidade exponencialmente ponderada

FAC – Função de Autocorrelação

FACP – Função de Autocorrelação Parcial

FGAMP – *Forecasting with General Average of the Multifractal Parameters*

GARCH – heterocedasticidade condicional auto-regressiva generalizada

IBrX50 – Índice Brasil, desempenho das 50 ações mais negociadas no mercado à vista da BOVESPA

IBOV – Índice Ibovespa

ITUB4 – Ação preferencial do Itaú Unibanco

LM – multiplicadores de Lagrange

LB – teste de Box-Ljung

MA – Modelo de Médias Móveis

MAPE – Erro Percentual Absoluto Médio

MFDFA – *Multifractal Detrended Fluctuation Analysis*

NASDAQ – Bolsa de valores Americana

NK225 - Nikkei 225 , índice da bolsa de valores de Tóquio

PETR4 – Ação preferencial da Petrobrás

QMLE – Medidor de máxima verossimilhança

SPI – Bolsa Australiana

SHI – bolsa de valores de Shangai

SZBI –Bolsa de valores chinesa

SZI – Bolsa de valores chinesa

S&P - Índice de Mercado Americano, Standard and Poor's

S&P 500- Standard and Poor's , padrão de referência para avaliação de performance do mercado de ações norte americano

TAIEX – Índice da bolsa de Taiwan

TIC – Coeficiente de Desigualdade de Theil

TOPIX – Bolsa de Valores de Tóquio

TWSI – Bolsa de valores de Taiwan

r – Coeficiente de Correlação linear de Pearson.

RMSE – Desvio da raiz quadrada de erro

VAR – Perda Máxima de uma Carteira de Ativos

VALE5 – ação preferencial da empresa Vale do Rio Doce

VPP – Valor Preditivo Positivo

WTMM - *Wavelet Transform Modulus Máxima Method*

LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Parâmetros Multifractais utilizados nesta pesquisa	98
Tabela 2. Base de dados ações e índice escolhidos.....	107
Tabela 3. Análise descritiva das séries de retornos dos ativos analisados	112
Tabela 4. Teste de Normalidade Jarque-Bera.....	114
Tabela 5. Teste de Estacionariedade de Dickey Pantula – Existência 3 Raízes	117
Tabela 6. Teste de Estacionariedade de Dickey Pantula – Existência 2 Raízes	118
Tabela 7. Teste de Estacionariedade de Dickey Pantula – Existência Raiz Unitária.....	118
Tabela 8. Teste BDS para as séries dos log retornos minuto a minuto	119
Tabela 9. Resultado do teste de McLeod-Li para os log retornos minuto a minuto	121
Tabela 10. Resultados do teste AR(1) e ARCH para os log retornos minuto a minuto	122
Tabela 11. Teste de ARCH para os resíduos dos log retornos minuto a minuto	122
Tabela 12. Parâmetros multifractais, VPP maior que 60%, Série do Ibovespa, JP420, Lim. 1%.	134
Tabela 13. Parâmetros multifractais, VPP maior que 75%, Série do Ibovespa, JP2100, Lim. 1%.	138
Tabela 14. Parâmetros multifractais, VPP maior que 80%, Série do Ibovespa, JP4200, Lim. 1%.	141
Tabela 15. Parâmetros multifractais VPP maior que 60%, Série do índice Ibovespa, JP 2100, Lim 2%.	145
Tabela 16. Parâmetros multifractais, VPP maior que 75%, Série do índice Ibovespa, JP4200, Lim 2%.	147
Tabela 17. Parâmetros multifractais, VPP maior que 75%, Série do índice Ibovespa, JP4200 Lim. 3%.	151
Tabela 18. Resumo melhores parâmetros para a previsão de 10 dias, série do índice Ibovespa, Limiares 1,2 e 3	151
Tabela 19. Parâmetros multifractais, VPP maior que 85%, Série BBDC4, JP 2100, Lim 1%....	153
Tabela 20. Parâmetros multifractais VPP maior que 90%, Série BBDC4, JP 4200, Lim 1%....	155
Tabela 21. Parâmetros multifractais ,VPP maior que 65%, Série BBDC4, JP 2100, Lim 2%....	156
Tabela 22. Parâmetros multifractais, VPP maior que 77%, Série BBDC4, JP 4200, Lim. 2%...	157
Tabela 23. Parâmetros multifractais, VPP maior que 55%, Série BBDC4, JP 2100 observações, Lim. 3%.....	158
Tabela 24. Parâmetros multifractais,,VPP maior que 65%, Série BBDC4, JP 4200, Lim. 3%...	159
Tabela 25. Resumo melhores parâmetros para a previsão de 10 dias, série do BBDC4, Limiares 1,2 e 3.....	160
Tabela 26. Parâmetros multifractais, VPP maior que 87%, Série CIEL3, JP 2100, Lim. 1%....	162
Tabela 27. Parâmetros multifractais, VPP maior que 89%, Série CIEL3, JP 4200, Lim. 1%....	163
Tabela 28. Parâmetros multifractais, VPP maior que 65%, Série CIEL3, JP 2100, Lim. 2%....	164
Tabela 29. Parâmetros multifractais, VPP maior que 75%, Série CIEL3, JP 4200, Lim. 2%....	165
Tabela 30. Parâmetros multifractais, VPP maior que 50%, Série CIEL3, JP 2100, Lim. 3%....	166
Tabela 31. Parâmetros multifractais, VPP maior que 65%, Série CIEL3, JP 4200, Lim. 3%....	167
Tabela 32. Resumo melhores parâmetros para a previsão de 10 dias, série da CIEL3, Limiares 1,2 e 3.....	168
Tabela 33. Parâmetros multifractais, VPP maior que 85%, Série ITUB4, JP 2100, Lim. 1%....	170
Tabela 34. Parâmetros multifractais, VPP maior que 89%, Série ITUB4, JP 4200, Lim. 1%....	171
Tabela 35. Parâmetros multifractais, VPP maior que 70%, Série ITUB4, JP 2100, Lim. 2%....	172
Tabela 36. Parâmetros multifractais, VPP maior que 77%, Série ITUB4, JP 4200, Lim. 2%....	173
Tabela 37. Parâmetros multifractais, VPP maior que 55%, Série ITUB4, JP 2100, Lim. 3%....	174
Tabela 38. Parâmetros multifractais onde o modelo F-GAMP, obteve um VPP maior que 65%, Série ITUB4, Janela posterior 4200 observações, Limiar 3%.....	175
Tabela 39. Resumo melhores parâmetros para a previsão de 10 dias, série ITUB4, Limiares 1,2 e 3	176

Tabela 40. Parâmetros multifractais, VPP maior que 88%, Série PETR4, JP 2100, Lim. 1%....	178
Tabela 41. Parâmetros multifractais, VPP maior que 90%, Série PETR4, JP 4200, Lim. 1%....	179
Tabela 42. Parâmetros multifractais, VPP maior que 75%, Série PETR4, JP 2100, Lim. 2%....	180
Tabela 43. Parâmetros multifractais, VPP maior que 80%, Série PETR4, JP 4200, Lim. 2%....	181
Tabela 44. Parâmetros multifractais, VPP maior que 65%, Série PETR4, JP 2100, Lim. 3%...	182
Tabela 45. Parâmetros multifractais, VPP maior que 70%, Série PETR4, JP 4200, Lim. 3%....	184
Tabela 46. Resumo melhores parâmetros para a previsão de 10 dias, série da PETR4, Limiares 1,2 e 3.....	185
Tabela 47. Parâmetros multifractais, VPP maior que 85%, Série VALE5, JP 2100, Lim. 1%..	186
Tabela 48. Parâmetros multifractais, VPP maior que 88%, Série VALE5, JP 4200, Lim. 1%...	188
Tabela 49. Parâmetros multifractais, VPP maior que 75%, Série VALE5, JP 2100, Lim. 2%...	189
Tabela 50. Parâmetros multifractais, VPP maior que 78%, Série VALE5, JP 4200, Lim. 2%...	191
Tabela 51. Parâmetros multifractais, VPP maior que 60%, Série VALE5, JP 2100, Lim. 3%...	192
Tabela 52. Parâmetros multifractais, VPP maior que 65%, Série VALE5, JP 4200, Lim. 3%...	193
Tabela 53. Resumo melhores parâmetros para a previsão de 10 dias, série da VALE5, Limiares 1,2 e 3.....	194
Tabela 54. Melhores resultados para uma previsão de 10 dias, de 1%	196
Tabela 55. Melhores resultados para uma previsão de 10 dias, de 2%	197
Tabela 56. Melhores resultados para uma previsão de 10 dias, de 3%	199

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Curva de Koch	64
Figura 2. Floco de Neve de Koch	65
Figura 3. Gerador de 3 ondas.	69
Figura 4. Estrutura interna do trabalho	86
Figura 5. Fluxograma das estatísticas descritivas realizadas para os log retornos, adaptado de Lima (2004).	90
Figura 6. Design da Pesquisa – Rotina do Modelo FGAMP.	92
Figura 7. Gráficos do comportamento dos preços de fechamento por minuto	109
Figura 8. Gráficos dos comportamentos dos log retornos minuto a minuto	111
Figura 9. Histograma dos log retornos minuto a minuto	115
Figura 10. Quantis da curva normal dos log retornos dos índices	116
Figura 11. Logaritmos das funções de Escala de ordem F_q para as séries minuto a minuto.	124
Figura 12. Expoentes de escala, de ordem q para as séries minuto a minuto.	125
Figura 13. Expoentes de Hurst de Ordem q para as séries minuto a minuto.	126
Figura 14. Espectro Multifractal das séries minuto a minuto	127
Figura 15. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 1, (210,420) e (300,420) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.	131
Figura 16. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 1, (360,420) e (420,420) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.	132
Figura 17. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 1, (480,420) e (540,420) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.	133
Figura 18. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 1, (210,2100) e (300,2100) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.	135
Figura 19. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 1, (360,2100) e (420,2100) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.	136
Figura 20. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 1, (480,2100) e (540,2100) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.	137
Figura 21. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 1, (210,4200) e (300,4200) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.	139
Figura 22. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 1, (360,4200) e (420,4200) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.	140
Figura 23. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 1, (480,4200) e (540,4200) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.	141
Figura 24. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 2, janelas anteriores 210 e 540 para a janela posterior de 420 e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.	144
Figura 25. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 2, janelas anteriores 210 e 540 para a janela posterior de 2100 e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.	145
Figura 26. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 2, janelas anteriores 210 e 540 para a janela posterior de 4200 e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.	146
Figura 27. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 3, janelas anteriores 210 e 540 para a janela posterior de 420 e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.	148
Figura 28. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 3, janelas anteriores 210 e 540 para a janela posterior de 2100 e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.	149
Figura 29. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 3, janelas anteriores 210 e 540 para a janela posterior de 4200 e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.	150

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1. Espectro multifractal para o Índice Ibovespa.....	98
Gráfico 2. Valor Preditivo Positivo em relação ao tamanho das janelas analisadas.....	101
Gráfico 3. Demonstração dos resultados de previsão utilizando log retornos x série bruta	102
Gráfico 4. Porcentagem de afastamento da média geral em relação ao Valor Preditivo Positivo.	103
Gráfico 5. Faixa MG para o parâmetro 12, para a série do Ibovespa.	105
Gráfico 6. Composição do Índice Ibovespa.....	108
Gráfico 7. Espectro Multifractal para todas as séries analisadas em comparação com comportamentos padrões vistos na literatura.	128
Gráfico 8. Delta hq versus o ponto máximo das parábolas para as séries do índice Ibovespa, ITUB4, VALE5, BBDC4 e CIEL3.....	129
Gráfico 9. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 1, janela (540,2100) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.	153
Gráfico 10. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 1, janela (540,4200) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.....	154
Gráfico 11. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 2, janela (540,2100) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.....	156
Gráfico 12. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 2, janela (540,4200) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.....	157
Gráfico 13. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 3 janela (540,2100) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.....	158
Gráfico 14. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 3 janela (540,4200) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.....	159
Gráfico 15. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 1, janela (540,2100) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.....	162
Gráfico 16. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 1, janela (540,4200) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.....	163
Gráfico 17. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 2, janela (540,2100) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.....	164
Gráfico 18. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 2, janela (540,4200) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.....	165
Gráfico 19. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 3, janela (540,2100) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.....	166
Gráfico 20. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 3, janela (540,4200) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.....	167
Gráfico 21. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 1, janela (540,2100) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste – ITUB4.....	169
Gráfico 22. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 1, janela (540,4200) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste – ITUB4.....	170
Gráfico 23. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 2, janela (540,2100) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste – ITUB4.....	172
Gráfico 24. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 2, janela (540,4200) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste – ITUB4.....	173
Gráfico 25. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 3, janela (540,2100) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste – ITUB4.....	174
Gráfico 26. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 3, janela (540,4200) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste – ITUB4.....	175
Gráfico 27. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 1, janela (540,2100) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste – PETR4	177
Gráfico 28. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 1, janela (540,4200) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.....	179

Gráfico 29. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 2, janela (540,2100) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste – PETR4	180
Gráfico 30. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 2, janela (540,4200) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.	181
Gráfico 31. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 3, janela (540,2100) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.	182
Gráfico 32. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 3, janela (540,4200) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.	183
Gráfico 33. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 1, janela (540,2100) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste VALE5	186
Gráfico 34. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 1, janela (540,4200) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste VALE5	187
Gráfico 35. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 2 janela (540,2100) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste VALE5	189
Gráfico 36. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 2 janela (540,4200) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste VALE5	190
Gráfico 37. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 3 janela (540,2100) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste VALE5	192
Gráfico 38. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 3 janela (540,4200) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste VALE5	193

ÍNDICE DE FÓRMULAS

Fórmula 1 – Variação de preços entre os instantes $t-1$ e t	36
Fórmula 2 – Log retornos de uma série temporal	36
Fórmula 3 – Descrição teste de normalidade Jarque Bera	37
Fórmula 4 – Descrição teste de Dickey Pantula, 2 raízes	39
Fórmula 5 – Descrição teste de Dickey Pantula, raiz unitária	39
Fórmula 6 – Descrição teste de Dickey Fuller – processo gerador AR(1).....	40
Fórmula 7 – Descrição teste de Dickey Fuller - demonstração.....	40
Fórmula 8 – Teste de Dickey Fuller Aumentado	40
Fórmula 9 – Integral de correlação entre dois vetores de sucessões cronológicas	41
Fórmula 10 – Razão para o tamanho da sucessão cronológica igual a k	41
Fórmula 11 – Equação denotando a propriedade condicionada de n positivo	42
Fórmula 12 – Estatística BDS	42
Fórmula 13 – Modelo de ARCH de ordem r	45
Fórmula 14 – Modelo de GARCH (r,s).....	45
Fórmula 15 – Distribuição de Lévy simétrica de média zero	47
Fórmula 16 – Dimensão de Hausdorff-Besicovitch de um objeto	63
Fórmula 17 – Dimensão de Hausdorff-Besicovitch.....	63
Fórmula 18 – Comprimento da poligonal da curva de Koch em um nível k	65
Fórmula 19 – Limite do valor do nível k da curva de Koch	65
Fórmula 20 – Comprimento l_k do contorno do floco de neve de Koch	66
Fórmula 21 – Cálculo Expoente de Hurst	66
Fórmula 22 – Cálculo de um fractal em séries temporais	70
Fórmula 23 – Relação do expoente de Hurst com a dimensão de um fractal	70
Fórmula 24 – Série integrada da série dos log retornos	72
Fórmula 25 – Função de variância para cada segmento v	72
Fórmula 26 – Função de flutuação média para cada janela v de tamanho s	72
Fórmula 27 – Lei de potência $F_2(s)$ aumenta à medida que a janela s aumenta.....	73
Fórmula 28 – Método MFDFA	75
Fórmula 29 – Generalização do método MFDFA.....	75
Fórmula 30 – Lei de dependência entre $F_q(s)$ e a escala temporal s	75
Fórmula 31 – Relação de $h(q)$ com $t(q)$	75
Fórmula 32 – Dimensão multifractal generalizada	76
Fórmula 33 – Função de flutuação média para cada janela v de tamanho s	96

Fórmula 34 – Lei de potência $F_2(s)$ aumenta à medida que a janela s aumenta.....	96
Fórmula 35 – Método MFDFA	96
Fórmula 36 – Generalização do método MFDFA.....	97
Fórmula 37 – Lei de dependência entre $F_q(s)$ e a escala temporal s	97
Fórmula 38 – Relação de $h(q)$ com $\tau(q)$	97
Fórmula 39 – Dimensão multifractal generalizada	97
Fórmula 40 – Expoente de singularidade de ordem q	97
Fórmula 41 – Cálculo do Valor Preditivo Positivo	100

ÍNDICE APÊNDICES

APÊNDICE A – Histograma e teste de normalidade dos log retornos minuto a minuto	220
APÊNDICE B – Teste de estacionariedade – Dickey Pantula – Raíz unitária	222
APÊNDICE C – Teste BDS para os log retornos cotados minuto a minuto	224
APÊNDICE D – Correlogramas dos quadrados dos resíduos dos log retornos	227
APÊNDICE E – Resultados do teste de AR(1) e ARCH – Heterocedasticidade.....	230
APÊNDICE F – Função de Autocorrelação e Função de Autocorrelação Parcial dos Resíduos dos log retornos das séries minuto a minuto	232
APÊNDICE G – Efeitos de AR(1) e ARCH para os resíduos dos log retornos	235
APÊNDICE H – Resultados do método FGAMP para as janelas anteriores de 210 e 540 pontos – Série da CIEL3.....	238
APÊNDICE I – Resultados do método FGAMP para as janelas anteriores de 210 e 540 pontos – Série do ITUB4.....	242
APÊNDICE J – Resultados do método FGAMP para as janelas anteriores de 210 e 540 pontos – Série do BBDC4.....	246
APÊNDICE K – Resultados do método FGAMP para as janelas anteriores de 210 e 540 pontos – Série da PETR4.....	251
APÊNDICE L – Resultados do método FGAMP para as janelas anteriores de 210 e 540 pontos – Série da VALE5	255

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	23
1.1	JUSTIFICATIVA DA PESQUISA	27
1.2	PROBLEMA DE PESQUISA	27
1.3	OBJETIVOS	28
1.5	CONTRIBUIÇÃO E DIFERENCIAL DESSE ESTUDO	29
1.6	ESTRUTURA DO TRABALHO	30
2	RISCO, SÉRIES TEMPORAIS FINANCEIRAS E PREVISÃO	32
2.1	DEFINIÇÃO DE RISCO.....	32
2.2	RISCO E SÉRIES TEMPORAIS	33
2.3	SÉRIES TEMPORAIS	34
2.4	ANÁLISE DE SÉRIES TEMPORAIS	35
2.4.1	Cálculo dos retornos	36
2.4.2	Análise descritiva das séries de retornos	36
2.4.3	Aplicação do teste de normalidade	37
2.4.4	Aplicação do teste de estacionariedade	37
2.4.5	Relação de dependência temporal.....	41
2.4.6	Aplicação do teste de linearidade	43
2.4.7	Volatilidade.....	43
2.5	FATOS ESTILIZADOS DE SÉRIES TEMPORAIS FINANCEIRAS	46
2.5.1	Caudas Gordas	46
2.5.2	Volatilidade Clusterizada.....	48
2.5.3	Um novo fato estilizado – A Multifractalidade	48
2.6	MODELOS DE PREVISÃO DE SÉRIES TEMPORAIS	49
2.6.1	Trabalhos sobre Previsão de Séries Temporais Financeiras – alguns estudos importantes.....	51
2.7	PREVISÃO DE SÉRIES TEMPORAIS COM MULTIFRACTAIS	57
3	CARACTERIZAÇÃO FRACTAL OU MULTIFRACTAL	62
3.1	FRACTAIS: APLICAÇÕES EM SÉRIES TEMPORAIS FINANCEIRAS	62
3.1.1	Fractais.....	62
3.1.2	Expoente de Hurst.....	66
3.1.3	Fractais em séries temporais	68
3.2	<i>DETRENDED FLUCTUATION ANALYSIS</i> – DFA	72
3.3	<i>MULTIFRACTAL DETRENDED FLUCTUATION ANALYSIS</i> – MFDFA	73
3.4	CARACTERIZAÇÃO DE MULTIFRACTALIDADE PELO MFDFA.....	76
3.5	ESTADO DA ARTE DA PESQUISA – UM RESUMO DO MAIS IMPORTANTE PARA MULTIFRACTAIS	78
4	ASPECTOS METODOLÓGICOS	85
4.1	NATUREZA DA PESQUISA	88
4.2	DESIGN DA PESQUISA.....	89
4.2.1	Análise das séries temporais estudadas	89
4.2.2	Rotinas e critérios estabelecidos para a Previsão.....	91
4.2.2.1	<i>Operacionalização do modelo MFDFA</i>	96
4.2.2.2	<i>Parâmetros Multifractais utilizados para Previsão</i>	98
4.3	ESTATÍSTICA DE ERRO E CONFIANÇA PARA AS PREVISÕES	99
4.4	ESTABELECIMENTO DE CRITÉRIOS PARA PREVISÃO	101
4.4.1	Definição do tamanho das janelas	101

4.4.2 A questão dos log retornos.....	101
4.4.3 A faixa ao redor da Média Geral (MG) dos Parâmetros Multifractais	102
4.5 UM EXEMPLO PRÁTICO DE COMO FORAM FEITAS AS ROTINAS	103
5. RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	107
5.1 AMOSTRA, COLETA E TRATAMENTO DOS DADOS	107
5.2 CARACTERÍSTICA E APRESENTAÇÃO DAS SÉRIES ESTUDADAS	108
5.3 ANÁLISE DESCRITIVA DAS SÉRIES DE PREÇOS E DE RETORNOS	108
5.4 ANÁLISES DAS SÉRIES TEMPORAIS FINANCEIRAS ESTUDADAS	113
5.4.1 Teste de normalidade	114
5.4.2 Teste de estacionariedade	117
5.4.3 Teste de dependência temporal.....	119
5.4.4 Teste de Linearidade	120
5.4.5 Teste de Heterocedasticidade.....	121
5.5 ANÁLISE DA MULTIFRACTALIDADE	123
5.6 RESULTADO DAS PREVISÕES REALIZADAS COM O MODELO FGAMP	129
5.6.1 Resultados FGAMP para o índice Ibovespa	130
5.6.2 Principais resultados do modelo FGAMP para a BBDC4	152
5.6.3 Principais resultados do modelo FGAMP para a CIEL3	162
5.6.4 Principais resultados do modelo FGAMP para a ITUB4	169
5.6.5 Principais resultados do modelo FGAMP para a PETR4	177
5.6.6 Principais resultados do modelo FGAMP para a VALE5	185
5.7 PRINCIPAIS RESULTADOS PARÂMETROS E JANELAS	195
6. CONCLUSÕES.....	202
LIMITAÇÕES DO ESTUDO E	204
SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS	204
REFERÊNCIAS.....	205
APÊNDICES	220

1 INTRODUÇÃO

A inspiração para essa pesquisa surgiu do pensamento sobre a ânsia dos jovens de conquistar seu primeiro milhão antes dos 30 anos de idade. Sabe-se que existem muitas opções de investimento no mercado financeiro e que seus retornos estão muitas vezes atrelados ao risco e ao prazo de permanência do capital naquele investimento. O foco dessa pesquisa foi pensar em melhorar os desvios de previsões para aumentar a rentabilidade de um ativo.

Damodaran (2009) afirma que, as empresas bem sucedidas em qualquer ramo de atividade, alcançam esse status não evitando o risco, mas detectando-o e explorando-o em proveito próprio. Um investidor que busca rentabilidades diferenciadas não poderá obtê-las sem se expor ao risco. A questão principal a ser discutida neste trabalho não é aplicar recursos sem risco, mas sim, procurar detectá-lo e explorá-lo para utilizá-lo em favor do investidor.

Na prática, ao se observar o mercado financeiro brasileiro é possível verificar alguns fundos de investimento de renda variável subir em 50% ao ano, mas também o índice Ibovespa despencar 14% nesse mesmo ano! Ações de uma das empresas mais sólidas do mercado brasileiro, que é a Vale do Rio Doce, caírem 43% naquele ano e ao mesmo tempo ações da Fibria subirem quase 72% (dados do ano de 2015, coletados no economática). Damodaran (2009) diz que uma empresa que decide proteger-se contra todos os riscos, provavelmente não irá gerar lucros para seus acionistas. Contudo, uma empresa que se expõe aos tipos errados de risco pode se sair ainda pior.

A nítida “montanha russa” do mercado financeiro nos faz pensar sobre os fatos geradores de tanta oscilação, que não são poucos. Pode-se citar como exemplo: crises financeiras na economia, crises políticas, acidentes e catástrofes ambientais e sustentáveis, crises na política interna de empresas, investimentos realizados de forma errada, desvios de verbas, dentre outros fatores.

Uma das formas de tentar se precaver dessas oscilações é utilizar modelos de previsão de preços. Silver (2013) afirma que a previsão é indispensável em nossas vidas. Cada vez que escolhemos uma rota para o trabalho, que decidimos se vamos sair de novo com aquela pessoa que conhecemos ou reservamos dinheiro para épocas de vacas magras, estamos fazendo previsão sobre o futuro e sobre como nossos planos afetarão as chances de um resultado favorável.

Karl Popper afirmou que a previsão é importante porque conecta a realidade objetiva à subjetiva. É importante saber que sempre haverá pontos subjetivos, mas ganhará quem conseguir chegar o mais próximo possível do grau de objetivismo. Hoje existem muitos bons

modelos para se fazer previsão, mas nem a enorme presença dos referidos modelos na literatura foi capaz de explicar todas as oscilações existentes. Mesmo assim, é notório que, sem a presença deles seria muito pior, haja vista que os investidores precisam conhecer as previsões futuras para que possam analisar suas posições nos respectivos mercados futuros.

Outra questão interessante é que alguns autores afirmam que os modelos existentes precisam de ajustes e até mesmo de combinações de técnicas, com o intuito de auxiliar a capacidade dos mesmos em lidar com imprevistos (GOOIJER; HYNDMAN, 2006, p. 454). Isso ocorre principalmente pelo fato das séries temporais apresentarem comportamentos distintos ao longo do tempo, com períodos que melhor colaboram para as previsões por serem menos voláteis, bem como períodos onde ocorre o inverso.

Lux, Morales-Arias e Sattarhoff (2014) afirmam que modelar a volatilidade de séries temporais é de fundamental importância tanto para os profissionais de finanças como para os acadêmicos, pois permite desenvolver modelos aplicáveis para a gestão de riscos, precificação de ativos e alocação de uma carteira. Tradicionalmente, a volatilidade tem sido representada por modelos de volatilidade estocástica, ou seja, os métodos da família GARCH. No entanto, recentemente houve a disponibilidade de dados de alta frequência e assim abriram-se novas alternativas através de modelos mais desenvolvidos para entender a volatilidade nesse tipo de dados.

O aumento na disponibilidade de dados de alta frequência resultou em um extenso corpo de literatura sobre o seu uso, que permite o estudo dos comportamentos do mercado financeiro em escalas de tempo intraday. Muitos trabalhos, como Hallam e Olmo (2014), afirmam que a utilização de dados de alta frequência podem proporcionar melhorias significativas na modelagem e previsão da volatilidade do retorno diário em comparação aos modelos que utilizam apenas dados diários. Wang, Liu e Gu (2009), Zunino et al. (2009), Baviera et al. (2001), Schmitt et al. (1999) e Ivanova e Ausloos (1999) afirmam que os modelos ARCH e GARCH não são adequados para descrever dados de alta frequência, uma vez que tais modelos não conseguem descrever a lei de potência observada nas auto correlações desses dados, bem como não descrevem de forma correta suas propriedades estatísticas de escala.

Souza, Tabak e Cajueiro (2006) afirmam que a estimação da evolução temporal da memória de longo prazo dos retornos permite a avaliação da evolução da eficiência do mercado de ações e a identificação da reação dessa eficiência a eventos que podem afetar os mecanismos do processo gerador de preço. Além disso, permite a melhoria na avaliação do risco associado ao ativo analisado, pois a volatilidade é uma medida importante de risco.

Uma das formas de se entender a evolução temporal de uma série financeira se originou dos procedimentos analíticos desenvolvidos por Newton, Galileu e Descartes, denominado método reducionista clássico. Esse método afirma que todos os objetos, fenômenos, teorias e significados complexos podem ser sempre reduzidos, ou seja, dimensionados em unidades menores, a fim de explicá-los de forma mais simples.

A ideia de dimensionar um objeto em unidades menores foi também usada por Benoît Mandelbrot, que inicialmente, a aplicou na geometria, sendo um avanço em relação à geometria euclidiana. Tal concepção visava mostrar que as coisas podem ser vistas em escalas cada vez menores, aumentando os detalhes e melhorando sua visualização. O nome dado a essa técnica foi geometria dos fractais.

Mandelbrot (1972) define um fractal como "um sistema organizado para o qual a dimensão de Hausdorff-Besicovitch excede estritamente a dimensão topológica (número inteiro que caracteriza a geometria de um objeto euclidiano – por exemplo: zero para um ponto, um para uma linha, etc.). Os fractais são estruturas auto semelhantes, onde o todo forma a parte e a parte forma o todo”.

O comportamento de escala fractal foi observado em muitas áreas, tais como na física experimental, geofísica, fisiologia e até mesmo nas ciências sociais. No entanto, sabe-se que a maioria das bases de dados geradas na natureza e nas ciências sociais, como por exemplo, nos mercados financeiros, são sistemas complexos, que não estão em equilíbrio e desta forma não seria possível explicar seu comportamento através de um único expoente de escala.

Em muitos casos, o comportamento de escala pode ser observado por muitos subconjuntos de fractais entrelaçados na série de tempo. Assim, será necessário uma multidão de expoentes de escala para uma descrição completa do comportamento da série sendo este comportamento denominado multifractal. O comportamento de escala multifractal foi observado pela primeira vez por Mandelbrot em (1975) em seu livro “*Les Objets Fractals: forme, hasard et dimension*” e confirmado por Mantegna e Stanley (1996). Após essa data, vários autores testaram em várias áreas do conhecimento e constataram o comportamento multifractal em várias séries de tempo, sendo que sua aplicação se deu com mais sucesso no mercado financeiro e nas séries encontradas na natureza.

Com o passar do tempo foram criados vários modelos para se analisar as propriedades multifractais para séries temporais. Os mais utilizados são: o método *Multifractal Detrended Fluctuation Analysis* (MFDFA), que é uma generalização do método DFA, idealizado por Kantelhardt et al. (2002) e o método *Wavelet Transform Modulus Máxima Method* (WTMM),

uma extensão do modelo descrito por Holschneider (1988), idealizado por Calvet e Fisher (2001).

Kantelhardt, et al. (2002) desenvolveram a generalização do método Detrended Fluctuation Analysis (DFA), nomeado de método Multifractal DFA, ou seja, (MFDFA) para a caracterização multifractal de uma série temporal. Este método foi comparado ao *Wavelet Transform Modulus Máxima Method* (WTMM). Os autores perceberam que este novo método pode determinar com confiabilidade o comportamento de escala multifractal de séries temporais e possui resultados muito próximos ao WTMM, além de ser mais simples de ser aplicado.

Após constatar que o método MFDFA é mais simples de ser aplicado, muitos pesquisadores utilizaram o método para a análise da multifractalidade de diversas séries temporais financeiras; no entanto, o método ainda não foi utilizado como um marcador para realizar previsões para essas mesmas séries.

Mahmoud (1984) mostra que, de acordo com a literatura, em geral os métodos para previsão mais simples superam os métodos mais sofisticados e os métodos quantitativos superam os métodos qualitativos. Assim, surgiu a seguinte dúvida: será que através do estabelecimento de critérios para previsão, utilizando o modelo MFDFA como um marcador, os resultados obtidos seriam satisfatórios?

Após vários anos de teste e acerto de arestas, os critérios foram ajustados e alguns parâmetros multifractais calculados através do método MFDFA, mostraram-se bons marcadores para realizar previsão, para séries temporais financeiras de alta frequência, cotadas minuto a minuto. Desta forma surgiu o modelo, aqui proposto, FGAMP (*Forecasting method with a General Average of the Multifractal Parameters*).

Para concluir, o propósito desta pesquisa foi detectar e explorar os riscos inerentes à volatilidade de cinco ações e o índice Ibovespa, cotados minuto a minuto, com o intuito de se chegar a uma previsão para uma janela pré determinada de tempo. Os cálculos não foram realizados com métodos prontos: foram criados critérios próprios, descritos no item 4.2.2 e, através de regressões bem como com o auxílio dos parâmetros multifractais do método MFDFA chegou-se a resultados significativos, que indicam a viabilidade do uso de alguns destes parâmetros para fins de previsão.

1.1 Justificativa da pesquisa aos olhos da evolução da Teoria de Finanças

De acordo com Famá, Cioffi e Coelho (2008), a evolução da teoria de finanças pode ser dividida em três etapas. A primeira etapa abrange o período de 1930 a 1950, onde, a preocupação era com a captação de recursos, porque, sendo um período pós Primeira Guerra e incluindo a Segunda Guerra, as empresas precisavam de investidores para evitar a falência.

O segundo período abrange os anos de 1950 a 1990, quando surgem discussões importantes como Markowitz (1952) falando sobre a diversificação de carteira, e Modigliani e Miller (1958) contribuindo com a discussão de estrutura de capital. No ano de 1972, Black & Sholes criam um modelo para precificação de ativos, e surgem também hipóteses sobre eficiência de mercado.

O terceiro período abrange os anos de 1990 até hoje, em que as maiores preocupações da teoria de finanças estão focadas na discussão entre risco e retorno. Qual seria a remuneração ideal para o capital próprio investido em uma empresa? Qual é o valor ideal para determinada empresa? O quanto de risco tal investimento representa em minha carteira de ativos?

Observando o histórico da teoria de finanças, o presente trabalho é importante pois contribui para a evolução das ferramentas de mensuração do risco de um ativo financeiro, criando um modelo único para auxiliar analistas e usuários na tomada de decisão, buscando diminuir os erros de previsão, o que vem ao encontro do terceiro período.

1.2 Problema de pesquisa

Lux, Morales-Arias e Sattarhoff (2014) afirmam que modelar a volatilidade de séries temporais é de fundamental importância tanto para os profissionais de finanças como para os acadêmicos, pois permite desenvolver modelos aplicáveis para a gestão de riscos, precificação de ativos e alocação de uma carteira. Tradicionalmente, a volatilidade tem sido representada por modelos de volatilidade estocástica, ou seja, os métodos da família GARCH. No entanto, recentemente houve a disponibilidade de dados de alta frequência e assim abriram-se novas alternativas através de modelos mais desenvolvidos para entender a volatilidade nesse tipo de dados.

E através do estudo de vários autores como Lux, Morales-Arias e Sattarhoff (2014), Kantelhardt (2002), Richards (2004) dentre muitos outros, surgiu o seguinte problema de pesquisa: os parâmetros multifractais, calculados através do método MFDFA, podem ser bons indicadores para se fazer previsão de séries temporais financeiras de alta frequência?

1.3 Objetivos

O objetivo geral dessa pesquisa foi chegar a um novo modelo com maior precisão para previsão de séries temporais financeiras, e assim, contribuir para a evolução das ferramentas de mensuração do risco de um ativo financeiro, o que vem ao encontro do terceiro período da evolução histórica da teoria de finanças. Para atingir tal proposta, chegou-se ao método FGAMP (*Forecasting method with a General Average of the Multifractal Parameters*) que utiliza os parâmetros multifractais calculados através do método MFDFA como marcadores para se fazer previsão de dados de alta frequência, entendendo que, quanto melhor a qualidade da previsão, menor o risco de um ativo.

Como objetivos específicos, tem-se:

1. Entendimento do comportamento das séries temporais financeiras brasileiras de alta frequência, ou seja, verificar se obedecem um comportamento multifractal.
2. A identificação do tamanho de uma ou algumas janelas anteriores e outras posteriores, onde se tem melhores resultados (nomenclatura explicada no item 4.2.2).
3. A contribuição na área de gestão de riscos de investimentos, na parte de mercados à vista de ações, buscando:
 - (a) analisar séries temporais financeiras à luz da teoria dos multifractais, e
 - (b) observar e detectar sua volatilidade.
4. Definir quais critérios são melhores para se fazer previsão.
5. Observar se os resultados obtidos são confiáveis e significativos
6. Entender quais parâmetros multifractais, calculados através do método MFDFA, são bons marcadores para se fazer previsão.
7. Apresentar um novo medidor de qualidade da previsão, que é um dos mais utilizados na área da saúde, o Valor Preditivo Positivo (VPP), adaptado-o nesta tese para a área de finanças item (4.3).

As previsões para séries temporais financeiras sempre estão associadas a uma definição e tentativa de detectar e explorar o risco envolvido nas operações financeiras. O foco deste trabalho, foi realizar uma rotina de previsão, definida dentro de certo intervalo de confiança, que trará ao investidor mais tranquilidade ao assumir determinada posição no mercado, contribuindo, dessa forma, para um aperfeiçoamento dos modelos de gestão gerencial de contratos e aplicações futuras.

1.5 Contribuição e diferencial desse estudo

Toda decisão financeira racional, tem um grau de risco. Grandes empresas prosperaram, não por evitar o risco, mas sim por criar mecanismos que detectam e exploram o risco em benefício próprio. E quanto maior o risco assumido, maior será a possibilidade de retorno que se tem.

Um dos fatores que minimizam o fator risco, é procurar fazer previsões acuradas. A ânsia de se antever o futuro é algo motivador e fascinante para muitos. Trabalhos sobre multifractais e sobre previsão de preços no mercado de ações, foram analisados. Com isso, notou-se uma grande lacuna quanto à análise da série temporal de alta frequência. Outra lacuna encontrada refere-se à utilização dos parâmetros multifractais, calculados através do método MFDFA, não apenas como caracterizador de uma série temporal, mas, sim, como uma ferramenta de auxílio para previsões.

Pensando nessa questão e nas possibilidades de investimento do mercado financeiro, o intuito e diferencial desta pesquisa, foi criar um modelo novo, que foi nomeado de FGAMP, com o objetivo de detectar e explorar o risco no mercado de ações, bem como tirar proveito da melhor hora para investir em determinado ativo.

A grande maioria das pesquisas realizadas para previsão de preços geralmente são realizadas com o auxílio de modelos econométricos e por isso são necessárias transformações das séries em séries de retornos. Outro diferencial deste trabalho é que as previsões são realizadas com o auxílio de um modelo econofísico e as previsões são realizadas sem a necessidade da transformação da série em série de retornos.

De acordo com o que foi visto na literatura, este estudo buscou dar suporte para o desenvolvimento da área de contabilidade financeira, pois com os resultados obtidos, observou-se que existe uma enorme possibilidade de aprofundamento dos estudos feitos que vêm ao encontro das hipóteses propostas, descritas no capítulo 4. Fica claro que existem respostas inconclusivas e pouco testadas com séries temporais de alta frequência. Outra lacuna encontrada foi sobre o método MFDFA, que foi utilizado até agora, apenas como um caracterizador de uma série temporal financeira como multifractal ou mono fractal, mas ainda não foi utilizado como um marcador para se fazer previsão.

Um fato relevante que deve ser considerado é que muitos trabalhos já sinalizaram que os modelos da família GARCH não são adequados para realizar previsões de dados de alta frequência, sendo assim, com o surgimento desse tipo de dados, torna-se necessário criar novos mecanismos para trabalhar com a previsão para tais séries.

Outro diferencial deste estudo foi utilizar como medidor de qualidade das previsões, o Valor Preditivo Positivo (VPP). Este método é um dos mais utilizados na área da saúde e é uma consequência do teorema de Bayes, proposto por Thomas Bayes no século XVII. Esta escolha foi feita porque as previsões são realizadas para espaços determinados de tempo e não para apenas um ponto; assim ficaria inviável utilizar os medidores de qualidade mais utilizados em finanças que são MAPE, MASE, RMSE e Correlação porque a finalidade do medidor de qualidade, neste trabalho, não é medir o quanto você se afasta de determinado resultado, mas sim o quanto você acerta indicando que aquele resultado irá acontecer.

1.6 Estrutura do trabalho

O presente trabalho apresenta a seguinte organização:

- no capítulo 1 é apresentada a introdução e a contextualização do problema de pesquisa, sua definição, objetivos, hipóteses, argumentos sobre a importância do estudo, principais contribuições e lacunas a serem preenchidas e a forma como está organizado o texto;
- no capítulo 2 encontra-se uma breve definição de risco e séries temporais, que servirão de base para o entendimento de como são realizadas as análises preliminares de uma série temporal; também é abordado o comportamento da série de retornos, incluindo uma discussão de suas principais características, conhecidas como fatos estilizados, enfatizando o fenômeno das assimetrias de volatilidade dos retornos; e além desses assuntos, o capítulo 2 também trata brevemente dos modelos de previsão em séries temporais financeiras.
- no capítulo 3 encontra-se uma revisão de literatura e descrição de fractais, multifractais e a contextualização desses dois conceitos na área das ciências sociais; então são apresentados os modelos DFA e MFDFA e os principais trabalhos da área sobre esses modelos. Para finalizar no capítulo 3, é demonstrado um estado da arte dos principais trabalhos publicados ao longo do tempo, de grande valia para esta pesquisa;
- no capítulo 4, encontram-se os procedimentos metodológicos que foram utilizados para a realização do estudo, como a coleta e tratamento dos dados, os testes estatísticos aplicados e o design da pesquisa, ou seja, um passo a passo de como a pesquisa foi realizada, juntamente com as hipóteses que foram testadas e também como foram estabelecidos os critérios do método, além de um exemplo de aplicação.
- no capítulo 5, são apresentados e discutidos os principais resultados obtidos no estudo, incluindo os testes sobre a caracterização multifractal das séries utilizadas, os gráficos

que demonstram os melhores parâmetros multifractais e as melhores janelas anteriores e posteriores testadas;

- no capítulo 6, estão as conclusões e considerações finais do estudo, abordando também suas principais limitações e sugestões para pesquisas futuras;
- ao final, são listadas as referências bibliográficas utilizadas e os apêndices.

2 RISCO, SÉRIES TEMPORAIS FINANCEIRAS E PREVISÃO

Qualquer decisão de investimento que tomamos nos expõe a um determinado risco. Segundo Assaf Neto (2014) o risco é um custo sempre presente nos negócios, devendo, por conseguinte, ser quantificado. Esse risco pode ter maior ou menor grau e está vinculado com a volatilidade do retorno, ou seja, uma decisão de investimento que tem uma variabilidade menor em seus possíveis resultados, terá um menor risco.

Ao tomar uma decisão financeira racional, a relação entre o risco e o retorno do investimento deve ser levado em consideração; no entanto, isso não significa que os investimentos oferecerão bons resultados futuros, podendo gerar uma perda ou prejuízo.

Pensando nessas questões entre risco e retorno, o intuito desta pesquisa foi criar um mecanismo que detecte e explore o risco em proveito dos tomadores de decisão de investimento do mercado de ações. Para se chegar a esse fim, foi importante definir de forma clara, alguns conceitos e referenciais teóricos. Esse capítulo foi elaborado com o objetivo de definir e explorar fatos gerais sobre risco e séries temporais financeiras, com o propósito de criar subsídios para o objetivo final desse estudo.

Assim, o capítulo será iniciado com a definição de riscos e fará uma relação entre o risco em séries temporais financeiras. Será mostrado também, a importância de uma análise inicial com o intuito de conhecer a série a ser analisada, assim como os fatos estilizados das mesmas. E como o fator risco está totalmente atrelado ao passo de explorar e procurar antever o futuro, encerraremos o capítulo falando sobre a previsão de séries temporais financeiras.

2.1 Definição de Risco

De acordo com Damodaran (2009) o risco é parte de qualquer empreitada humana. Desde o instante em que despertamos pela manhã, que entramos em nosso carro ou usamos o transporte público para a escola ou trabalho, até voltarmos para a cama (e talvez mesmo depois), estamos expostos a riscos de diferentes intensidades. O mais interessante é que boa exposição ao risco que temos não é de todo voluntária, mas corremos riscos de livre arbítrio também: quando falamos ao celular no trânsito ou quando apostamos em jogos de azar e nos divertimos com isso.

Sabe-se que empresas se tornam bem sucedidas justamente por não evitar o risco, mas detectando-o e explorando-o em proveito próprio (Damodaran, 2009). O vínculo entre risco e recompensa motiva a tomada de riscos ao longo da história e uma empresa que decide se proteger de qualquer tipo de risco provavelmente não gerará lucro para os seus acionistas, assim

como uma empresa que se expõe aos tipos errados de risco pode ter prejuízos que comprometam sua saúde financeira. Então, a essência de uma gestão de sucesso está em escolher os melhores caminhos para lidar com diferentes tipos de risco da melhor maneira possível.

Assaf Neto (2010) define Risco como sendo: “a capacidade de se mensurar o estado de incerteza de uma decisão mediante o conhecimento das probabilidades de ocorrência de determinados resultados”. Esta definição seria a que melhor se encaixa aos olhos da teoria de finanças, entendendo que risco vai diretamente ao encontro do estado de incerteza de determinado resultado.

Desde o século XIII já se tinha uma noção de risco. Os mercadores aprenderam desde cedo a usar a diversificação para diminuir o risco de seus negócios. Antônio, o mercador de Veneza, na peça de Sheakespeare, já mencionava: “Todas as minhas cargas não estão confiadas a um só navio, nem as dirijo para um só ponto; nem o total de meus bens está à mercê dos contratempos do presente ano. Não são, pois, minhas especulações que me fazem ficar triste” (Ato I, Cena 1), (BERNSTEIN, 1997).

Ao mesmo tempo que pessoas físicas e jurídicas querem ter o menor risco possível em seus negócios, sabe-se que quanto menos expostos ao risco estamos, provavelmente menor retorno nos investimentos teremos. Esta pesquisa explora a volatilidade das séries temporais financeiras com o intuito de conhecê-las e entender sua tendência com o objetivo de diminuir os riscos inerentes à tomada de decisões de investimento.

2.2 Risco e Séries Temporais

Segundo Damodaran (2009) no âmbito das Finanças, o risco é definido em termos da variabilidade dos retornos observados de um investimento em comparação com o retorno esperado do investimento, mesmo quando esses retornos representam resultados positivos. Por outro lado, de acordo com Morettin (2002), uma série temporal é um conjunto de observações, de um fenômeno colhido sequencialmente ao longo do tempo.

Dessa forma, quando se fala de risco em séries temporais, o foco principal, é entender o comportamento dos preços dos retornos ao longo dessa série, identificando antecipadamente o cenário posterior àquele momento de análise, procurando proteger-se contra o risco ou explorá-lo para aproveitar as oportunidades inerentes àquela análise.

Esta pesquisa trata da análise das séries temporais financeiras com a combinação entre o termo “perigo” (crise) e “oportunidade”, que representa tanto o lado do risco como uma perda, como o lado do risco como uma oportunidade, fazendo uma análise e uma distribuição de probabilidades quanto à valorização e desvalorização dos preços futuros.

Para chegar a esse objetivo, a próxima seção deste trabalho detalhará a definição de séries temporais e como são feitas as análises preliminares para se trabalhar com elas, a fim de conhecê-las e classificá-las de acordo com os comportamentos iniciais identificados.

2.3 Séries Temporais

Box, Jenkins e Reinsel (1994) definem uma série temporal como o conjunto de observações dos resultados de um fenômeno colhido sequencialmente ao longo do tempo.

Qualquer grupo de observações ordenadas no tempo são denominadas séries temporais. São exemplos: os preços diários de determinada ação na bolsa de valores, os valores mensais da temperatura em determinada região do País, a produção anual de determinado produto anualmente no Brasil e os registros de marés no porto de determinada cidade litorânea do mundo.

Com um conjunto de observações colhidos ao longo do tempo, pode-se fazer uma abordagem matemática para a análise dos dados. Esta abordagem pode descrever a série por meio de equações que modelam os mecanismos necessários para a geração da série e demonstra como esse comportamento evolui.

Uma série temporal pode ser discreta ou contínua. Quando definimos o período de tempo de uma série temporal, por exemplo: índices diários do índice Ibovespa, índices minuto a minuto da NASDAQ, dizemos que a série temporal é discreta. Quando não definimos o período, apenas determinamos um conjunto de observações ordenadas no tempo como por exemplo: registro de marés no porto de Santos, dizemos que a série é contínua. Muitas vezes, uma série temporal discreta é obtida através da amostragem de uma série temporal contínua, dividida em intervalos de tempos iguais.

Além da determinação da série em relação ao seu intervalo de tempo, uma série temporal pode ser medida pelo número de parâmetros que ela contém. Quando se tem um número finito de parâmetros, ela é paramétrica, e se for delimitada por um domínio de frequências, é não paramétrica.

Muitas vezes, não há funções matemáticas que determinam a sequência de uma série temporal perfeitamente, mostrando apenas seu percurso em termos de uma distribuição probabilística; quando isso acontece, a série é não determinística. Já quando há uma função matemática que determina exatamente a série, ela é determinística.

Segundo a abordagem de componentes não observáveis, segundo Morettin e Toloi (2006) as séries temporais podem ser representadas como a combinação de quatro componentes que são: tendência, cíclica, sazonal, erro. As tendências são componentes que produzem

mudanças graduais ao longo do tempo. As componentes cíclicas são as que provocam oscilações de subida e queda nas séries, de forma suave e repetitiva, ao longo da componente tendência. As componentes sazonais são aquelas oscilações de subida e de queda em algum determinado período por algum motivo. A principal diferença entre as componentes cíclicas e sazonais é que a segunda possui movimentos facilmente previsíveis, ocorrendo em intervalos regulares, por exemplo: ano a ano, mês a mês. Já os movimentos cíclicos tendem a ser irregulares. A componente erro apresenta movimentos ascendentes e descendentes na série, após a ocorrência de um efeito de tendência, um efeito cíclico ou sazonal.

Moretin e Tolo (2006) ainda classificam uma série temporal quanto à variabilidade das observações, e classificam as séries em estacionárias ou não estacionárias, sendo uma série estacionária aquela que se desenvolve no tempo aleatoriamente ao redor de uma média constante, refletindo alguma forma de equilíbrio estável.

As séries temporais são utilizadas para análise com os objetivos de investigar o que gera a série temporal, fazer previsões de valores futuros da série, descrever o comportamento da série e procurar periodicidades relevantes nos dados. Para atingir tais objetivos, são descritos, no próximo tópico, alguns mecanismos para análise de uma série temporal.

2.4 Análise de Séries Temporais

Moretin e Tolo (2006) afirmam que, dentre os objetivos das análises de séries temporais, destacam-se: a investigação do mecanismo gerador da série temporal, fazer previsões de valores futuros da série, descrever apenas o comportamento da série e procurar periodicidades relevantes nos dados.

Neste trabalho, fez-se uma análise para se prever valores futuros da série e entender seu comportamento. A previsão utilizando métodos quantitativos pode ser feita através de vários modelos de regressão. O emprego de cada modelo depende basicamente do comportamento da série temporal que se deseja analisar (PELLEGRINI; FOGLIATTO, 2001).

De acordo com Enders (1995), existem alguns fatos estilizados sobre séries temporais que são: a maioria das séries apresentam uma tendência; algumas séries apresentam aleatoriedade; algumas séries apresentam comportamento correlacionado com outras séries; choques apresentam algum grau de persistência e a volatilidade de algumas séries não é constante ao longo do tempo.

Para se conhecer uma série temporal, é preciso fazer alguns testes, como, por exemplo: estacionariedade (para saber se a série se desenvolve no tempo ao redor de uma média constante); teste de heterocedasticidade condicionada (se a variância é constante no erro); teste

de normalidade (para saber se a série segue uma distribuição normal), e verificação se a série é estocasticamente independente. Essas verificações foram feitas para todas as séries analisadas e os modelos utilizados para esses fins, assim como a descrição das análises foram realizadas nos próximos tópicos.

Para iniciar a discussão, foi definido como se calculam os retornos de uma série temporal, porque na prática é preferível trabalhar com os retornos, que são livres de escala e assim possuem propriedades estatísticas mais interessantes.

2.4.1 Cálculo dos retornos

Um dos objetivos dessa pesquisa é a avaliação de riscos de um determinado ativo, para poder explorá-lo e analisá-lo. Em finanças, o risco é frequentemente medido em termos de variações de preço dos ativos.

Morettin e Toloi (2006) chamam por P_t o preço de um ativo no instante t , normalmente um dia de negócio. A variação de preços entre os instantes $t-1$ e t é dada por $\Delta P_t = P_t - P_{t-1}$ e o retorno líquido simples deste ativo, entre os mesmos instantes é definido por

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} = \frac{\Delta P_t}{P_{t-1}} \quad (1)$$

Denotando $p_t = \log P_t$ (sendo o logaritmo na base e), é definido o retorno composto continuamente ou simplesmente log retorno como:

$$r_t = \log \frac{P_t}{P_{t-1}} = \log(1 + R_t) = p_t - p_{t-1} \quad (2)$$

Esta definição é a que foi utilizada nessa pesquisa. Como foi dito anteriormente na prática é preferível trabalhar com os retornos, que são livres de escala, do que com preços absolutos, pois os retornos tem propriedades estatísticas mais interessantes (como estacionariedade e ergodicidade). Uma das preocupações da tese, foi então, modelar esses retornos aplicando testes de normalidade, estacionariedade, linearidade, dentre outros para entender suas características.

2.4.2 Análise descritiva das séries de retornos

Essa análise teve o objetivo de identificar as principais características das séries de retornos que foram analisadas nessa pesquisa. Para isso, foram calculados os seguintes valores

de cada uma das séries: média, desvio-padrão, mediana, valores de máximo e mínimo, assimetria e curtose.

Também foram analisados os gráficos do comportamento dos preços de fechamento de cada minuto e de seus retornos diários. Assim, foi possível identificar a ocorrência dos comportamentos típicos das séries financeiras, como os clusters de volatilidade.

2.4.3 Aplicação do teste de normalidade

Saber se a série de retornos segue uma distribuição normal é importante pois, dependendo do teste estatístico aplicado, uma série que não apresenta uma distribuição normal, pode gerar resultados distorcidos.

O teste escolhido para verificar se as séries de retornos, deste estudo, apresenta uma distribuição normal, foi o de Jarque-Bera (JARQUE e BERA, 1987). Este método calcula a assimetria e a curtose dos resíduos dos mínimos quadrados ordinários realizando o seguinte cálculo:

$$JB = n \left[\frac{S^2}{6} + \frac{(k - 3)^2}{24} \right] \quad (3)$$

Sendo que:

n = tamanho da amostra

S = coeficiente de assimetria

k = coeficiente de curtose

Gujarati (2006) afirma que para uma variável normalmente distribuída, teríamos $S = 0$, $k = 3$ e nesse caso, o valor da estatística de Jarque-Bera seria igual a zero. O valor da probabilidade p , precisa ser maior do que a probabilidade considerável (geralmente para as séries financeiras, considera-se 5%). Para aceitar a condição de normalidade da distribuição, ou seja, para valores p maiores que 0,05, considera-se pelo teste de Jarque-Bera que a distribuição é normal.

Assim, quando o valor da probabilidade p , for menor do que 5%, rejeita-se a hipótese nula de que a distribuição dos resíduos é normal.

2.4.4 Aplicação do teste de estacionariedade

Diz-se que uma série temporal é estacionária, quando ela se desenvolve no tempo aleatoriamente ao redor de uma média constante, refletindo alguma forma de equilíbrio estável

(Morettin e Toloi, 2006). A condição de estacionariedade é um dos importantes testes a serem feitos antes de aplicar qualquer teste econométrico em séries temporais financeiras. Essa importância se dá, pelo fato de que a grande maioria dos testes, pressupõe que o processo gerador dos dados seja um processo estacionário.

Segundo Morettin (2011) os processos estocásticos podem ser estritamente ou fracamente estacionários, sendo que um processo estocástico pode ser considerado estritamente estacionário se todas as distribuições finito dimensionais permanecerem as mesmas sob translações no tempo, implicando em média e variância constantes. E um processo estocástico é fracamente estacionário quando nem a esperança nem a autocovariância dependem do tempo. Nesse caso, a média e a variância da série são constantes em todo o período e o valor da covariância dependerá apenas da distância, do intervalo ou da defasagem entre os dois períodos de tempo, e não do próprio tempo em que a variância é calculada.

Para aplicação de testes econométricos em séries temporais financeiras, é suficiente que elas sejam fracamente estacionárias; por isso, para esse trabalho, a estacionariedade fraca das séries foi testada. De acordo com Gujarati (2006) uma série temporal fracamente estacionária Y_t apresenta as seguintes características:

$$\text{Média: } E(Y_t) = \mu$$

$$\text{Variância: } \text{var}(Y_t) = E(Y_t - \mu)^2 = \sigma^2$$

$$\text{Covariância: } \gamma_k = E[(Y_t - \mu)(Y_{t+k} - \mu)]$$

Sendo que,

γ_k é a covariância na defasagem k .

Assim, uma série temporal estacionária sempre tenderá a retornar para sua média e as flutuações ao redor da média, medidas por sua variância, terão amplitude próximas a uma constante.

Quando uma série temporal não é estacionária, é possível transformá-la em estacionária. Uma das ferramentas utilizadas para esse fim é a diferenciação; então, aplica-se a diferenciação até que se torne estacionária. Como todas as séries temporais estudadas aqui, apresentaram estacionariedade na forma fraca, não foi preciso aplicar nenhuma diferença e por isso esse assunto não será abordado com profundidade.

Existem muitos testes para identificar se o processo gerador de uma série temporal é ou não estacionário. Os mais famosos são o teste de Dickey e Fuller Aumentado (Dickey e Fuller, 1979), Phillips e Peron (1988), Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin – KPSS (Kwiatkowski et al., 1992) e o teste de Dickey e Pantula (1987).

Optou-se por aplicar o teste de Dickey e Fuller (1979) e o teste de Dickey e Pantula (1987). O teste de Dickey e Fuller (1979) foi escolhido por ser o mais utilizado na literatura e o teste de Dickey e Pantula (1987) foi aplicado por testar a existência de mais de uma raiz unitária. Os outros testes existentes na literatura verificam a presença apenas de uma raiz na série temporal, mas a não existência de uma raiz não implica a não existência de mais raízes e foi por isso que o teste de Dickey e Pantula (1987) também foi utilizado, testando a existência de 1, 2 e 3 raízes para as séries analisadas.

4.4.5.1 Teste de Dickey e Pantula

O teste de Dickey e Pantula pode ser descrito da seguinte forma: (Dickey e Pantula, 1987)

$$\nabla^2 y_t = \beta_1 \nabla y_{t-1} + u_t \quad (4)$$

Sendo que, em relação ao parâmetro β_1 , a hipótese nula é que a série de tempo representada por y_t seja integrada de ordem dois (I(2)), ou seja, existem duas raízes unitárias; assim, tem-se que $\beta_1 = 0$. A hipótese alternativa é de que y_t seja integrada de ordem um (I(1)), isto é, tenha somente uma raiz unitária; logo, de acordo com essa hipótese assume-se que $\beta_1 < 0$.

Caso a hipótese nula em relação à existência de duas raízes unitárias seja rejeitada, o próximo passo consiste em testar a hipótese da existência de uma raiz unitária (I(1)) contra a hipótese alternativa de que a variável é estacionária (I(0)). E então, nessa segunda etapa do teste de Dickey e Pantula o ponto de partida será a equação (5):

$$\nabla^2 y_t = \beta_1 \nabla y_{t-1} + \beta_2 \nabla y_{t-1} u_t \quad (5)$$

Nesse momento a hipótese adotada é que $\beta_1 < 0$ e $\beta_2 = 0$. Então, se o coeficiente estimado para β_1 for negativo e o coeficiente estimado para β_2 não for significativo estatisticamente, não se rejeita a hipótese nula de que existe raiz unitária, mas se ambos os coeficientes estimados forem significativamente negativos em termos estatísticos, ($\beta_1 < 0$ e $\beta_2 < 0$), então a hipótese nula é rejeitada e nesse caso a variável é estacionária em nível.

4.4.5.2 Teste de Dickey Fuller Aumentado

O teste de Dickey Fuller (DF) é válido quando o processo gerador da série temporal é um processo auto regressivo de ordem um (AR(1)) e seu termo de erro aleatório é um ruído

branco. Se o processo gerador da série for considerado um modelo AR(1) da forma dada pela expressão: (Dickey e Fuller (1979))

$$R_t = \alpha R_{t-1} + \varepsilon_t \quad (6)$$

Sendo:

$$\varepsilon_t \sim RBN(0, \sigma^2)$$

Podemos reescrever a equação acima como:

$$\Delta R_t = \alpha^* R_{t-1} + \varepsilon_t \quad (7)$$

Sendo:

$\alpha^* = \alpha - 1$. Com a utilização do método dos mínimos quadrados ordinários, tem-se a hipótese nula: $H_0: \alpha^* = 0$ e a hipótese alternativa $H_1: \alpha^* < 0$.

A representação dada pela equação 5, estabeleceu a nomenclatura de teste da raiz unitária, sendo que, uma vez que o polinômio autoregressivo é igual a um, todas as demais estarão fora do círculo de raio unitário para o processo gerador da série temporal.

Caso o processo gerador da série temporal for um processo autoregressivo de ordem superior, será preciso aplicar o teste de Dickey Fuller Aumentado (ADF), que é a estimação da equação a seguir (Dickey e Fuller, 1979):

$$\Delta R_t = \alpha R_{t-1} + \sum_{i=1}^{\rho} \varphi_i R_{t-i} + \varepsilon_t \quad (8)$$

Com isso o teste verifica se a série é estacionária no nível ou se é necessário fazer diferenças entre ela para se tornar estacionária, dessa forma as hipóteses testadas são:

$H_0: 1RU$: existe raiz unitária, ou seja, a série não é estacionária

$H_1: 0RU$: não existe raiz unitária, ou seja, a série é estacionária

Pode-se verificar que o teste ADF tem a mesma distribuição assintótica que a estatística DF, assim, podem ser usados os mesmos valores críticos.

2.4.5 Relação de dependência temporal

A relação de dependência temporal é importante pois investiga os desvios da série estudada, como: não estacionariedade, não lineariedade e caos determinístico. O teste utilizado para averiguar essa relação temporal em séries temporais financeiras é o teste BDS, que representa as iniciais dos nomes de seus criadores, Brock, Dechert e Sheinkman. Esse teste verifica se a série dos log retornos de uma série temporal são independentes e identicamente distribuídos, chamado i.i.d. O objetivo principal do teste é identificar a lineariedade ou não lineariedade determinística ou estocástica nos dados dos log retornos de uma série temporal financeira.

O teste de Brock, Dechert e Scheinkman (1996) apresenta as seguintes hipóteses a serem testadas:

H_0 : a série é estocasticamente independente

H_1 : a série é estocasticamente dependente

Segundo Brock, Dechert e Scheinkman (1996), para a consecução do teste os dados são organizados em vetores n-dimensionais como $\{R_t\}_{t=1}^n = \{R_{t-n+1}, \dots, R_t\}$, sendo que o parâmetro n é a dimensão de imersão.

Sabendo que T é o tamanho total da amostra, a estatística do teste BDS é baseada na integral de correlação entre dois vetores de sucessões cronológicas, definidas por meio das seguintes quantidades: Brock, Dechert e Scheinkman (1996)

$$C_n(k) \equiv \lim_{T \rightarrow \infty} C_{n,T}(k)$$

$$C_{n,T}(k) \equiv \frac{\sum_{s=1}^T \sum_{t=s}^T K_{st}}{T(T-1)/2}$$

$$k_{st} = \begin{cases} 1, & \text{se } \max |R_{s-i} - R_{t-1}| < k \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$
(9)

Sendo que k é o tamanho da sucessão cronológica então formamos a razão:

$$\frac{C_{n+1}(k)}{C_n(k)} = Pr(\max |X_{s-i_{i=0,1,\dots,n}} - X_{t-1}| < k | \max |R_{s-i_{i=0,1,\dots,n}} - R_{t-1}| < k)$$

$$= Pr(|R_s - R_t| < k | \max |R_{s-i_{i=0,1,\dots,n}} - R_{t-1}| < k)$$
(10)

E então essa equação pode ser interpretada como uma propriedade condicionada. Sendo que para todo n positivo, adota-se: $\frac{C_{n+1}(k)}{C_n(k)} = C_1(k)$, obtêm-se a equação:

$$C_n(k) = C_1^n(k) \quad (11)$$

E através do procedimento testado os autores propuseram a seguinte estatística que ficou conhecida como BDS:

$$BDS = J_{n,T}(k) = \sqrt{T} \frac{C_{n,T}(k) - C_{1,T}^n(k)}{\hat{\sigma}_{n,T}(k)} \quad (12)$$

Sendo que,

$$\hat{\sigma}_{n,T}(k) = \left[4 \left(w^n + 2 \sum_{j=1}^{n-1} w^{n-j} c^{2j} + (n-1)^2 c^{2n} - n^2 w c^{2n-2} \right) \right]^{\frac{1}{2}}$$

Considerando: $c = C_{1,n}(k)$:

$$w = \frac{6}{n(n-1)(n-2)} \sum_{t=1}^n \sum_{s=t+1}^n \sum_{r=s+1}^n h_k(R_t, R_s, R_r)$$

$$h_k(i, j, k) = \frac{1}{3} [k_{i,j} k_{j,w} + k_{i,w} k_{w,j} + k_{j,i} k_{i,w}]$$

Considerando ainda que $C_{n,T}(k)$ e $C_{1,T}(k)$ são as integrais de correlação amostral definidas em (1) e $\hat{\sigma}_{n,T}(k)$ é o estimador do desvio padrão assintótico de $C_{n,T}(k) - C_{1,T}^n(k)$.

Para ser afirmado um comportamento i.i.d para uma série temporal, o teste BDS deve ser executado da segunda até a sexta dimensão, portanto a hipótese nula poderá ser rejeitada, se e somente se, pelo menos um dos cinco níveis obtiverem um valor p , menores do que o nível de significância.

Após a não aceitação da hipótese nula pelo teste BDS será importante averiguar, por meio de outros testes, quais são as origens dessa não aceitação. Por isso os próximos passos desse estudo definem os testes de verificação da presença de não lineariedade na média ou na variância dos dados estudados.

2.4.6 Aplicação do teste de linearidade

Após os testes de normalidade, estacionariedade e relação de dependência temporal, o próximo passo foi observar a linearidade dos log retornos estudados. O fato de uma série temporal não ser identicamente distribuída quer dizer que ela possui intervalos de tempos diferentes para as distribuições de probabilidade dos log retornos. Essa característica mostra a presença de não linearidade dos log retornos.

A presença de não linearidade é verificada através do teste de McLeod-Li (1983). A partir desse teste que fica evidente a rejeição da hipótese de distribuição independente e idêntica, e a série estará mais fortemente ligada à existência de não linearidade nas séries dos retornos, em consonância com os chamados fatos estilizados observados em séries de retornos financeiros.

O teste de McLeod-Li (1983) é baseado na autocorrelação amostral dos quadrados dos resíduos de uma sucessão cronológica estacionária gaussiana. As hipóteses testadas são:

H_0 : a série temporal é linear

H_1 : a série temporal não é linear

Esse teste é feito após o ajuste de um modelo autoregressivo AR (1), que remova a dependência linear da série dos log retornos, e assim faz-se a análise dos resíduos dessa regressão.

Quando não se rejeita a hipótese nula, esse fato não exclui a possibilidade da dependência temporal não linear ser de ordem superior à quadrática. Por isso, é preciso fazer também o teste para os quadrados dos retornos. Se a série dos log retornos apresentar uma forte autocorrelação, será um indício da presença do comportamento heterocedástico na série dos log retornos estudada.

O comportamento heterocedástico é um fato estilizado nos log retornos das séries temporais financeiras, significa que a variância dos dados não é constante. Esse efeito acontece pelo fato de ocorrerem fortes oscilações no mercado que ocorrem quando o mesmo se comporta de forma inesperada e inconstante.

Após observar que existe não linearidade nos dados observados, é preciso identificar o tipo de não linearidade existente, se é na média ou na variância condicionada, mas antes é importante entender um pouco mais sobre volatilidade, cuja rotina é descrita a seguir.

2.4.7 Volatilidade

Uma das tarefas mais importantes em finanças, é a modelagem e previsão dos preços dos ativos. Para analistas, a volatilidade é uma variável chave para a compreensão das

flutuações do mercado, isto porque, as previsões precisas de volatilidade, são insumos indispensáveis para o gerenciamento de risco, alocação de carteira, avaliação de valor em risco e avaliação de preços futuros, dentre outros. Assim pode-se dizer que analisar a volatilidade de uma série temporal é um dos mecanismos importantes para evitar o risco ou aumentar a rentabilidade de determinado ativo.

Desta forma a volatilidade é compreendida como uma medida de risco para todos os ativos existentes nos mercados, sendo possível analisar alguns fatores que implicam e influenciam a existência de comportamentos diferentes em um determinado momento. Através destes comportamentos existentes nos mercados e, por sua vez, na volatilidade, é importante que sejam identificados os principais clusters, sendo também possível determinar qual a estabilidade ou não de um determinado título (Simões, 2014).

Um dos primeiros estudos sobre volatilidade foi de Kendall (1953) que afirmou que o comportamento do preço dos ativos apresentavam movimentos aleatórios. Então Bowerman e O'Connel (1979) chegaram à conclusão de que a volatilidade apresentava períodos com uma série de resíduos aleatórios, após reduzir os componentes de tendência, ciclos e sazonalidade, ao longo de determinado tempo, com uma média zero e variância uniforme.

E assim os estudos sobre volatilidade foram evoluindo e então Engle (1982) e Bollerslev (1986), chegaram à conclusão de que a existência da série de resíduos poderia não apresentar um comportamento aleatório puro. Assim, foi possível verificar que a volatilidade dos dados não é estável em praticamente todas as séries temporais, fazendo com que as séries não apresentem o comportamento homocedástico, ou seja, não apresentam desvios padrões constantes. Assim, o comportamento das séries financeiras estudadas são heterocedásticos e o tipo de volatilidade pode ser dividida em: volatilidade condicional e volatilidade incondicional.

A volatilidade condicional acontece quando as oscilações ao longo do tempo são observadas através dos modelos de análise de heterocedasticidade condicional e a volatilidade incondicional, seria de fato, constante.

Engle (1982) criou o modelo chamado ARCH (Autoregressive Conditional Heterocedasticity) ou modelo auto regressivo com heterocedasticidade condicional, com o objetivo de estimar a variância da inflação. O modelo mostra basicamente que o retorno X_t é não correlacionado serialmente, mas a volatilidade (variância condicional) depende de retornos passados por meio de uma função quadrática.

De acordo com Engle (1982) um modelo ARCH (r) é definido por:

$$X_t = \sqrt{h_t} \varepsilon_t ,$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2 + \dots + \alpha_r X_{t-r}^2 \quad (13)$$

Onde ε_t é uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas (i.i.d) com média zero e variância um, $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0$, $i > 0$.

De acordo com Moretin e Toloi (2006), se admitirmos que X_t siga um modelo de ARCH, as caudas serão mais pesadas do que as da normal, o que é uma propriedade vantajosa do modelo. Por outro lado, uma desvantagem do modelo é que trata retornos positivos e negativos de forma similar, já que quadrados dos retornos entram na formula da volatilidade. Na prática, nós sabemos que a volatilidade reage de modo diferente a retornos positivos e negativos. Outra questão é que, devido ao fato de termos retornos ao quadrado, alguns retornos grandes e isolados podem conduzir a super previsões.

Bollerslev (1986) construiu a generalização do modelo ARCH, chamado de modelo GARCH (generalized ARCH) que também pode ser usado para descrever a volatilidade com menos parâmetros do que um modelo ARCH.

De acordo com Bollerslev (1986) um modelo GARCH (r,s) pode ser definido por:

$$X_t = \sqrt{h_t} \varepsilon_t, \quad h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^r \alpha_i X_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^s \beta_j h_{t-j} \quad (14)$$

Em que ε_t i.i.d (0,1), $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0$, $\beta_j \geq 0$, $\sum_{i=1}^q (\alpha_i + \beta_i) < 1$, $q = \max(r, s)$.

Para os modelos GARCH temos as mesmas desvantagens e vantagens dos modelos ARCH, descritas anteriormente.

2.5.2.1 Verificação de Presença de Heterocedasticidade Condicionada

Existem dois testes para se verificar se uma série temporal apresenta heterocedasticidade condicionada: o teste de Box-Ljung (LB) para a série X_t^2 e o teste de multiplicadores de Lagrange (LM), sendo a hipótese nula $H_0: \alpha_i = 0$ para todo $i = 1, \dots, r$ na regressão $X_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2 + \dots + \alpha_r X_{t-r}^2$ para $t = r + 1, \dots, n$. A estatística de teste é $S = nR^2$, que segue uma distribuição assintótica $X^2(r)$ com r graus de liberdade, em que n é o tamanho da amostra e R^2 é o quadrado do coeficiente de correlação múltipla da regressão acima (MORETTIN, 2002).

O teste mostra se há correlação entre os resíduos quadrados. As respostas são dadas da seguinte forma:

H_0 : mostra que não há efeitos de ARCH no modelo analisado.

H_1 : mostra que há efeitos de ARCH no modelo analisado.

As séries temporais financeiras apresentam particularidades além das apresentadas acima, que são: as caudas gordas, volatilidade clusterizada e a multifractalidade. Assim, foram tratadas, no próximo tópico, essas características.

2.5 Fatos estilizados de Séries Temporais Financeiras

Com a disponibilidade de séries temporais de alta frequência para muitos mercados financeiros, suas propriedades estatísticas tornaram-se um tema muito explorado na literatura. Esse tema tem chamado muito a atenção de físicos, estatísticos e economistas.

As duas principais características universais que caracterizam praticamente todas as séries temporais financeiras, com frequência diária ou intra diária, são conhecidos sob as palavras chave: “caudas gordas” e “volatilidade clusterizada”.

O uso de modelos multifractais são motivados, em certa medida, pelo fato dessas propriedades existirem, mas a multifractalidade é uma característica sutil que gradualmente começou a ser estudada como um fato estilizado adicional desde meados dos anos noventa.

O formato dos dados utilizados para se analisar uma série temporal, é tipicamente o dos retornos, ou seja, a variação dos preços relativos $\tilde{r} = \frac{p_t - p_{t-1}}{p_{t-1}}$, e para os dados de alta frequência utilizamos os log retornos $r_t = \ln\left(\frac{p_t}{p_{t-1}}\right)$ com p_t sendo o preço no tempo t .

Com os log retornos das séries são observados os principais fatos estilizados de uma série temporal financeira que são: as caudas gordas, a volatilidade clusterizada e como fato estilizado adicional a multifractalidade.

2.5.1 Caudas Gordas

Esta propriedade, também chamada por muitos de “caudas mais pesadas”, está relacionada com a forma da distribuição dos dados de uma série de retornos ao longo do tempo. A cauda gorda, quando comparada a uma distribuição normal, ou gaussiana, apresenta uma quantidade muito maior de dados ao longo da cauda.

Historicamente, a primeira “hipótese” sobre a distribuição de preços foi formulada por Bachelier (1900), que em sua tese de doutorado intitulada "Théorie de la Spéculation" assumiu que os preços seguiam uma distribuição normal. Como tal trabalho ficou bem conhecido, muitas áreas aplicadas de economia e finanças como a opção de preços de (Black e Scholes, 1973) e a

teoria da carteira (Markowitz, 1952) seguiram esta suposição, pelo menos em seus estágios iniciais.

A justificativa para a suposição de que, os retornos de uma série temporal financeira seguem o comportamento de uma distribuição normal, é fornecida pela lei dos grandes números que diz o seguinte: “ a média aritmética dos resultados da realização da mesma experiência repetidas vezes, tende a se aproximar do valor esperado, à medida que mais tentativas se sucederem”.

Mandelbrot (1963) foi o primeiro a demonstrar que dados empíricos são distintamente não gaussianos exibindo excesso de curtose e uma maior massa de probabilidade no centro de suas caudas do que a distribuição normal. Como pode ser confirmado com qualquer registro suficientemente do mercado de ações, câmbio, e outros dados financeiros, a distribuição gaussiana pode sempre ser rejeitada com significância além de todos os registros usuais. Como as distribuições gaussianas não descreviam os problemas estudados por Mandelbrot, ele encontrou uma explicação mais real nas distribuições de Lévy, que de certo modo generalizam a distribuição de Gauss e obedecem um tipo de teorema do limite central generalizado (Mandelbrot 1963). A distribuição de Lévy simétrica e de média zero é descrita como:

$$P_L(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} e^{-\nu q^\alpha} \cos(qx) dq \quad (15)$$

E possui a propriedade de que, para valores grandes de $|x|$,

$$P_L(|x|) \approx |x|^{-\alpha}$$

Ou seja, há uma lei de potência, indicando que as distribuições de Lévy não apresentam escala característica. Pode-se assim afirmar que, a regularidade de qualquer lei de potência implica a ausência de escala típica, cuja geometria é então fractal ou multifractal. Os fractais ou multifractais podem aparecer por diversas dinâmicas caóticas, processos de crescimento ou evolução de um sistema complexo.

A pesquisa de Mandelbrot não foi bem aceita imediatamente, porque as distribuições de Lévy possuem a propriedade de ter o desvio padrão infinito e como em finanças, o desvio padrão é uma medida da volatilidade da série, torna-se difícil dar significado a essa grandeza se ela for infinita. Somente a partir dos trabalhos de Stanley e Mantegna (1995 e 2000) que se volta a considerar a possibilidade de que as distribuições de Lévy descrevem apropriadamente os problemas das séries temporais financeiras.

Além das caudas gordas, outro fato estilizado de uma série temporal financeira é a volatilidade clusterizada, que foi tratada como assunto chave do próximo tópico.

2.5.2 Volatilidade Clusterizada

Mandelbrot (1963) afirmou “*large changes tend to be followed by larges changes [...] and small changes tend to be followed by small changes*”. Tal afirmação mostra que observando uma série temporal financeira, pode-se concluir que existem determinados períodos de grande volatilidade que serão seguidos por outros períodos de iguais oscilações e por outro lado, períodos de menores oscilações podem ser seguidos por períodos de baixa volatilidade.

2.5.3 Um novo fato estilizado – A Multifractalidade

Vários estudos impulsionados por Mantegna e Stanley (1996), identificaram comportamento multifractal em séries temporais financeiras. São exemplos: Mantegna e Stanley (1996), Ghashghaie et al. (1996) e Czarnecki e Grech (2010), Zhang et al. (2015) para a taxa de câmbio ((Vandewalle e Ausloos (1998), Baviera et al. (2001), Schmit, Schertzer e Lovejoy (1999), Xu e Gençay (2003), Muniandy, Lim e Murugan (2001), Ausloos (2000), Souza, Tabak e Cajueiro (2008), Wang, Wu e Pan (2011), Lux, Morales-Arias e Sattarhoff (2014), Abounoori, Shahrazi e Rasekhi (2012), Oh, Kim e Eom (2007), Stosic, Silva e Stosic (2012) e Norouzzadeh e Rahmani (2006)), o preço do ouro ((Bolgarian e Gharli (2011), Ivanova e Ausloos (1999), Ghosh, Dutta e Samanta (2012), Oh et al. (2012) e Dutta, Ghosh e Chatterjee (2016)), o preço de commodities (Matia, Ashkenazy e Stanley (2003)), preços futuros de créditos de carbono ((Cao e Xu (2016)), para o preço de ações ((Turiel e Perez-Vicente (2003), Turiel e Perez-Vicente (2005), Oświęcimka et al. (2005), Kwapień et al. (2005), Norouzzadeh e Jafari (2005), Su, Wang e Huang (2009), Wang, Liu e Gu (2009), Dutta (2010), Benbachir e Alaoui (2011), Cajueiro, Gogas e Tabak (2009), Dutta, Ghosh e Chatterjee (2016) e Grech (2016)).

Como os trabalhos citados acima foram realizados com diversas séries temporais financeiras, de diferentes períodos de tempo e também de diferentes países, emergentes e desenvolvidos, pode-se dizer que o comportamento de escala multifractal é um fato estilizado de uma série temporal financeira. Como o assunto principal dessa pesquisa são parâmetros multifractais, falaremos com mais clareza de como observar comportamentos multifractais nas séries a serem analisadas ao longo desse trabalho.

2.6 Modelos de Previsão de Séries Temporais

A palavra previsão neste trabalho, é utilizada com o significado de planejar em condições de incerteza. Sugere exercer prudência e esforçar-se, para ajudar a planejar e a prever, de forma proveitosa, procurando ajudar o investidor.

De acordo com Silver (2013) a previsão é indispensável em nossas vidas. Cada vez que escolhemos uma rota para o trabalho, que decidimos se vamos sair de novo com aquela pessoa que conhecemos ou que reservamos dinheiro para épocas de vacas magras, estamos fazendo uma previsão sobre o futuro e sobre como nossos planos afetarão as chances de um resultado favorável.

A quantidade de esforço e tempo que a pessoa dedica para tomar cada decisão, dependerá do grau de importância com que ela classifica determinada decisão. E mesmo que as pessoas não se deem conta disso, pode-se afirmar que todo ser humano faz previsão várias vezes ao dia.

Vários estudos foram desenvolvidos e modelos foram criados para tentar explicar o comportamento, analisar e fazer previsão para séries temporais financeiras. Esses modelos são métodos sofisticados de ultrapassar os limites conhecidos dos dados que se têm inicialmente na série. Para escolher o modelo ideal para o que se quer, cabe ao usuário dos modelos saber escolher ou criar de acordo com seus objetivos.

Um modelo que descreve uma série não conduz, necessariamente, a um procedimento (ou fórmula) de previsão. Será necessário especificar uma função perda, além do modelo, para se chegar ao procedimento. (MORETTIN; TOLOI, 2006).

Esta função perda, ou seja, o erro do modelo de previsão, mostra o quanto a série normalmente se distorce em relação ao real. Esta estimativa é importante para que o analista se policie a uma possível oscilação da série.

A palavra previsão sugere que se tome presciência de algo, ou seja, saiba de algo que irá acontecer no futuro. Diniz, et al. (1998) afirmam que “Observar os dados passados de um fenômeno para antecipar o seu comportamento futuro constitui a essência da previsão.”

Para se prever algo antes que exista, ou seja, fazer uma previsão, existem muitos modelos probabilísticos; no entanto, é importante dizer que não existe algo 100% certo, por isso a palavra previsão utilizada neste trabalho é no sentido de fornecer mais informações para a tomada de decisões e não como uma certeza absoluta do que irá acontecer.

Na literatura, existem vários modelos para se prever preços. O mais simples é o desvio-padrão histórico, que considera um peso igual para todas as observações, em que todos os desvios quadráticos dos dados têm o mesmo peso em relação à média. Já a volatilidade

exponencialmente ponderada (Suavização exponencial) atribui um peso maior para as observações que são mais recentes. Entretanto, esta análise tem a falha de escolher arbitrariamente o peso usado. Os modelos da família GARCH não escolhem arbitrariamente o peso usado e dão ênfase nos passados mais próximos, por isso eles são muito utilizados na literatura para modelos de previsão (MOTA e FERNANDES, 2004).

Além dos modelos citados acima, temos também os sistemas inteligentes como por exemplo: Redes Neurais Artificiais, que são modelos computacionais inspirados nos mecanismos de aprendizagem do sistema nervoso dos seres vivos e a Lógica Fuzzy que é uma extensão da lógica booleana que admite valores lógicos intermediários entre 0 e 1 (falso e verdadeiro), como, por exemplo, o “talvez” representando logicamente um valor de 0,5.

Além dos modelos para se fazer previsão, existem modelos que podem auxiliar e melhorar a qualidade da previsão quando combinados. A prática de se utilizar dois ou mais modelos para se fazer previsões, ao invés de selecionar apenas um modelo mais apropriado, é defendida por muitos pesquisadores e profissionais desde meados da década de 1960. O principal ponto a ser discutido no momento de fazer uma previsão é a precisão e se a combinação de modelos pode aumentar a credibilidade interna para os modelos gerenciais das empresas (Bunn, 1988).

Essa combinação de modelos para prever algo, não é exclusivamente de uma área de estudos específica, mas aplicado em todas as áreas do conhecimento. Levins (1966), um biólogo, tornou-se respeitável nas ciências sociais por combinar resultados de diferentes abordagens. O autor afirmou que, ao invés de construir um modelo mestre, muitas vezes é melhor construir vários modelos mais simples, que entre eles são utilizadas todas as informações disponíveis e em seguida mediá-los.

Mahmoud (1984) resume resultados sobre o desempenho da precisão de diferentes técnicas de previsão. O autor mostra que de acordo com a literatura, em geral, os métodos mais simples superam os métodos mais sofisticados, os métodos quantitativos superam os métodos qualitativos e que combinações de modelos de previsão são frequentemente mais precisos, porque as mesmas, retêm mais informações sobre os dados que são analisados. Além de Mahmoud (1984), vários autores como Adhikari (2015); Andrawisa, Atiyaa e El-Shishiny (2011); Bates e Granger (1969); Dalrymple (1978); Freitas e Rodrigues (2006); Lessman et al., (2012); Makridakis et al., (1982); Mahmoud (1982); Makridakis e Winkler (1983); Deutsch et al. (1994); Menezes, Bunn e Taylor (2000) sugerem que usar uma combinação de modelos para se fazer previsão, pode ser mais preciso do que trabalhar com um modelo individualmente.

O próximo tópico apresenta alguns trabalhos estudados com os modelos para previsão de séries temporais financeiras mais aceitos na literatura que são os modelos da Família GARCH e Redes Neurais Recorrentes e também os auxiliares de previsão, tendo como destaque o filtro de *wavelets*.

2.6.1 Trabalhos sobre Previsão de Séries Temporais Financeiras – alguns estudos importantes

Muitos bons trabalhos já foram realizados para previsão de séries temporais financeiras. As pesquisas utilizam em sua grande parte, os modelos de GARCH e Redes Neurais recorrentes para realizar estas previsões. Os referidos modelos são em muitas vezes, mesclados com outros modelos que filtram ou suavizam as séries para melhorar a qualidade da previsão e geralmente são utilizados dados diários. Este tópico tem como principal função apresentar alguns trabalhos que representam um resumo de alguns estudos que utilizaram estes métodos.

2.6.1.1 Previsão com os modelos de GARCH

Galdi e Pereira (2007), estimaram a volatilidade de séries temporais de 3 maneiras: pela suavização exponencial (EWMA), o modelo de volatilidade condicional (GARCH) e o modelo de volatilidade estocástica (MVE). Após o cálculo da volatilidade, eles utilizaram as previsões para o cálculo do VaR, que é uma métrica utilizada para calcular a perda máxima de uma carteira de ativos. Este estudo foi feito para uma janela de 1.500 observações. Com o trabalho, os pesquisadores concluíram que o teste calculado pelo EWMA sofreu um menor número de violações do que para os outros modelos estudados.

Charles (2008) faz uma pesquisa sobre a previsão de preços nos retornos de 17 ações francesas, com o modelo de GARCH detectando e corrigindo, no entanto, retornos anormais (outliers). Este modelo de detecção foi proposto pela Franses e Ghijssels (1999) e estendido para outliers inovadores, em 2005, por Charles e Darné. Com o trabalho, o autor mostra que os parâmetros da equação que regem a dinâmica da volatilidade são tendenciosos quando não se levam em conta outliers aditivos¹ e inovadores². E mostram que a previsão é melhor quando os dados são limpos de outliers.

¹ *Outliers aditivos: Correspondem a um erro grosseiro de medição ou gravação afetando uma única observação. Eles são uma componente aleatória adicional, apresentando um comportamento de outliers.*

² *Outliers Inovadores: Ocorre um choque em um determinado período, e o efeito propaga-se para observações subsequentes. Apresentam ruídos ocasionais e variância maior que os restantes.*

Caporin e McAller (2006) propõem um modelo de GARCH assimétrico e dinâmico. Este modelo acomoda o tamanho e o sinal dos efeitos de choque e introduz algumas dinâmicas na assimetria de variância. Este modelo oferece um modelo mais flexível que o de Engle. Para mostrar a utilidade do modelo, este foi aplicado nos retornos diários do S&P, Nikkei 225, FTSE 100 e EuroStoxx 50. Os pesquisadores concluíram que esta introdução de dinâmica e de assimetria foi relevante para os índices analisados, uma vez que a análise mostra que o efeito multiplicador não está embasado em apenas uma “boa” ou “má” notícia, mas também sobre o tamanho da notícia, ou seja, a repercussão que ela pode causar.

Visser (2010), em uma pesquisa, generaliza o medidor de máxima verossimilhança (QMLE) e, por esse modelo tenta fazer previsões de volatilidade dos retornos do S&P 500, medição usada para estimar parâmetros de tempo discreto do modelo de GARCH. Com a pesquisa, o autor conclui que, escolhendo bem o fator de generalização (QMLE), ele reduz a volatilidade do modelo GARCH (1,1).

Feng (2004) propõe uma abordagem semiparamétrica de uma série temporal através da introdução de uma escala harmoniosa em função do modelo de GARCH. Os dados analisados são da S&P 500 e DAX 100. Usando os modelos juntos, o resultado foi significativo, ou seja, a volatilidade foi menor do que usando os modelos separadamente.

Adesi, Engle e Mancini (2008) propõem um novo método de precificação de opções utilizando o modelo GARCH com um filtro de resíduos históricos. Esse estudo é feito com as opções da base de dados da S&P 500. Com isso, os pesquisadores trazem a precificação de opções para a teoria da probabilidade com volatilidade, diferentemente do que se tinha anteriormente com o modelo Black and Sholes. O modelo mostra uma flexibilidade maior para a estimativa dos preços das opções com a estimativa de probabilidades.

Karlafits e Vlahogianni (2009) analisam o tráfego de transporte utilizando os modelos de ARIMA, GARCH e um modelo de memória longa, pois afirmam que muitos estudos são feitos com ARIMA GARCH, mas falta-lhes um modelo de memória longa (dual) para melhorar a previsão. Eles descobrem que este modelo de memória dual, juntamente aplicado com o de ARIMA GARCH melhoram a representação do tempo em relação à série original.

Tan et al. (2010) combinaram o modelo de GARCH e ondaletas para fazer a previsão com um dia de antecedência no preço de eletricidade no mercado espanhol. Metodologicamente, os autores transformam a série em várias subséries. Em seguida, para cada subsérie, é aplicado o modelo de previsão de GARCH e compõem-se os resultados obtidos em cada subsérie. Com a pesquisa, os autores concluíram que o modelo de ondaleta, combinado com o método de GARCH melhora bastante o método de previsão.

Hong e Lee (2001) testam o modelo de ARCH e o modelo de ondaletas juntos para tentar melhorar o erro de previsão. E concluem que o filtro por ondaleta ajuda na redução do erro por capturar picos espectrais que o modelo de ARCH não captura.

Nguyen e Nabbney (2010) fazem uma pesquisa para prever a demanda de energia elétrica com um dia de antecedência e a previsão do preço de gás, usando o método de ondaleta e de GARCH juntos. Os autores concluíram que o uso de um filtro antes de aplicar o modelo de GARCH melhora o erro, ou seja, torna a previsão mais próxima da realidade.

2.6.1.2 Previsão com modelos de Redes Neurais

Stasinakis et al. (2014) fizeram uma previsão de taxa de desemprego nos Estados Unidos utilizando filtro de kalman e comparando três tipos de Redes Neurais: a função de base radial, a perceptron multicamadas e a recorrente. Os dados para o estudo foram de 1972 a 2012, sendo que os últimos 7 anos foram para teste fora da amostra. Os autores concluíram que a Rede Neural de base radial tem uma performance melhor em relação aos outros dois tipos de redes para prever a taxa de desemprego nos Estados Unidos.

Claveria e Torra (2013) fazem um estudo sobre a previsão em relação à procura do turismo a nível de destino, e essa previsão foi feita comparando o modelo de médias móveis e Redes Neurais. Os dados utilizados foram a chegada de turistas de todas as origens para a Catalunha, na Espanha, de 2001 a 2009. Os autores comprovaram que o modelo de Redes Neurais é melhor para fazer previsão para esse fim.

Feng e Zhang (2014) utilizam uma Rede Neural Perceptron Multicamadas para prever o crescimento econômico da China, sendo os resultados apontados em comparação com outro estudo feito com o método GM. Os autores concluem que, nos anos de 1995, 1996 e 1997, a margem de erro para o método GM foi de 32,3%, 32,17% e 32,11%, enquanto a margem de erro da Rede Neural foi de 0,64%, -0,08% e -0,27%, mostrando uma eficiência maior das Redes Neurais.

Sanz et al. (2008) incluem redes neurais em um modelo de previsão da velocidade do vento a curto prazo. Esta previsão foi feita com cálculos de velocidade do vento medidos de hora em hora no sudeste da Espanha. Os pesquisadores obtiveram resultados animadores que mostram que a previsão por redes neurais conseguem prever a velocidade do vento em pontos específicos.

Serpini et al. (2012) fizeram uma pesquisa com a motivação de apresentar uma rede neural híbrida com inteligência coletiva. Eles usam modelos específicos de Rede Neural chamado de Rede Neural de Base Radial comparado com uma Rede Neural Recorrente.

Juntamente com esses modelos de Redes, as previsões feitas são mescladas com o modelo de ARMA, MA e um modelo simples de previsão apenas com a Rede Neural. As simulações foram feitas para prever taxas de câmbio do EUR / USD, EUR / GBP e EUR / JPY BCE no período de janeiro de 1999 a março de 2011, usando os últimos 2 anos para testes fora da amostra. Os autores concluíram que a Rede Neural RBF supera todos os modelos em termos de previsão estatística e eficiência de negociação para todas as taxas de câmbio.

Aminian et al. (2006) investigam o problema de prever fenômenos macroeconômicos com redes neurais, utilizando o Produto Interno Real e a produção industrial americana. Com o trabalho, os autores medem a precisão de testar modelos lineares e não lineares com o método. Assim, o trabalho oferece um embasamento de comparação entre a regressão linear e as redes neurais.

Titterington (2004) tenta alimentar redes neurais de forma fechada pelo método Bayesiano. O trabalho tenta diminuir ou acabar com os erros de previsão. Assim, ele analisa muitos métodos, como o de Gauss e de Monte Carlo para comparação, mas chega à conclusão de que o método bayesiano não serve para ser tratado juntamente com redes neurais.

Lu (2010) faz uma análise dos componentes independentes integrados (ICA) com base em redes neurais para a previsão de preços de ações. Primeiro, o ICA é utilizado sobre as variáveis de previsão para gerar componentes independentes (ICs); depois, os ICs que têm ruído são identificados e removidos, e o resto dos ICs são utilizados para fazer a previsão pelo método de redes neurais. Este método foi aplicado no índice de fechamento da TAIEX e abertura do índice Nikkei 225 como ilustração para testar o método proposto. Os resultados mostram que as séries filtradas por ondaletas apresentam melhor precisão.

Wang e Vachtsevanos (2001), em uma pesquisa, propõem um modelo de previsão para diagnosticar falhas iminentes no funcionamento de máquinas, assim como o cálculo de sua vida útil. Este modelo mistura o modelo de redes neurais e ondaletas. Para isso, eles utilizaram estruturas de rede, algoritmo de aprendizagem, análise de estabilidade, gestão de incerteza e avaliação de desempenho. A aplicação dos dois modelos juntos, para essa função, obteve sucesso, de acordo com a pesquisa.

Abiyev (2007) usa, em conjunto, o método de redes neurais e ondaletas com a integração da lógica fuzzy para a previsão de consumo de eletricidade. O autor usa as redes neurais e ondaletas para criar as regras fuzzy, e a funcionalidade do sistema fuzzy é testada pela estrutura de redes neurais. Os resultados demonstram que o uso deste método melhora a previsão de consumos futuros de energia elétrica.

2.6.1.3 Previsão com os modelos de GARCH e Redes Neurais

Cao et al. (2012) comparam a previsão da velocidade do vento entre os modelos: ARIMA e Redes Neurais Recorrentes. O estudo é feito para cinco alturas diferentes, com modelos univariados e multivariados de ARIMA e Redes Neurais. O estudo conclui que os modelos multivariados produzem previsões melhores que os modelos univariados, e o modelo de Redes Neurais é melhor para prever a velocidade do vento.

Yim (2002) analisa se o poder de previsão por redes neurais artificiais pode superar o modelo de GARCH no mercado de ações. Comparando várias estruturas dos dois modelos, a autora conclui que o modelo de redes neurais para a previsão no mercado de ações é superior ao modelo de GARCH. No entanto, ela conclui, também, que o modelo de GARCH é útil como complementação da rede neural no quesito de melhor calcular a volatilidade.

Kamitsuji e Shibata (2005) demonstram em sua pesquisa o poder de previsão do modelo de redes neurais juntamente com um algoritmo que eles desenvolveram para melhorar a probabilidade de previsão do método. A base de dados deles foram os índices da bolsa de Tóquio (TOPIX) com os dados de 1994-1996 e previram queda ou aumento para os períodos de 1997-2000. A precisão da previsão foi de 60,28%. O resultado foi muito satisfatório, pois o modelo GARCH, na mesma condição, teve a precisão de 50,02%; 51,38% e 57,21%.

Lima (2004), em sua tese de doutorado, explora a possibilidade de utilizar uma metodologia capaz de decompor uma série temporal via ondaletas, juntamente com os modelos econométricos e de redes neurais já existentes de previsão e de comparar a qualidade de previsões obtidas para sucessões cronológicas lineares e não lineares simuladas. Com o trabalho, o autor conclui que é importante fazer um fluxograma implementado para as previsões e o papel das previsões em separado, por ondaletas, reduz o erro das previsões, e assim como a implementação das bandas de previsões, para redes neurais recorrentes para séries temporais lineares e não lineares. Além disso, ele percebe que a capacidade das redes neurais de lidarem com sucessões cronológicas não lineares é uma grande vantagem, pois as previsões feitas com pré processamento convalidam uma indicação dessa característica.

Huang e Wu (2008) usam o método de relevance vector machine (RVM) e de ondaletas para fazerem previsões de séries temporais para os índices de ações. Para fazer a pesquisa, eles utilizaram os índices da bolsa de valores americana (NASDAQ), da japonesa NK225 (Nikkei), TWSI (Taiwan) e da KOSPI (Coreia do Sul). As ondaletas foram usadas para se extrair características da escala de tempo da série e o modelo de RVM para se fazer a previsão em si. Assim, eles compararam este modelo com o modelo puro de GARCH e depois com o puro

modelo de Redes Neurais e concluíram que este modelo do trabalho resulta em um erro menor do que com os de GARCH e Redes Neurais puramente usados.

2.6.1.4 Previsão com modelos de GARCH, Expoente de Hurst ou Fractais

Cajueiro e Tabak (2005) testam um modelo de previsão filtrando os dados pelo método de GARCH e submetendo os resíduos à análise clássica da estatística R/S. Segundo os autores, a filtragem é feita para se extrair dos elementos da série a parcela devida à ocorrência de memória curta e à variação das volatilidades dos retornos. Eles concluem que, se o Expoente de Hurst for calculado para retornos não ajustados em relação à volatilidade deles, eles são reconhecidos como persistentes em séries financeiras.

Power e Turvey (2009) analisam a natureza da dependência da memória longa na previsão de preços futuros de 14 commodities agrícolas. Para isso, eles usam o coeficiente de Hurst para a análise de previsão e ondaletas para a detecção da autossimilaridade e da hipótese H. Os resultados da pesquisa demonstram que, para todas as commodities, há evidências de memória longa, e 9 delas são não estacionárias.

Kyaw, Los e Zong (2005) estudam sobre as características de persistência no mercado de ações latino-americano. Com o estudo, eles descobrem que a série temporal dos preços das ações do mercado estudado não apresentam traços de normalidade, são não estacionários e apresentam traços de memória longa. Para estudar sobre tal assunto, eles utilizaram o expoente de Hurst, já que os dados apresentavam traços de memória longa e o filtro por ondaletas para perceber o grau de dependência da série ao longo do tempo. Com o estudo, eles descobriram que se deve ter muito cuidado ao se fazer previsões de preços em mercados subdesenvolvidos pelo fato de apresentarem alta volatilidade, e como a distribuição é não gaussiana, há maior possibilidade de acontecer uma mudança brusca no mercado.

Selvaratnam e Kirley (2006) fazem a previsão de séries temporais financeiras do índice australiano index on the Australian Stock Exchange (SPI). Para isso, eles analisam a série por Redes Neurais Artificiais, e para identificar as janelas adequadas para classificar o tempo da série, usam o expoente de Hurst. Eles concluem que os dois métodos usados para a predição em conjunto melhoram a previsão.

Lin, Yang e Song (2008) analisam os dados diários da S&P 500 com o objetivo de filtrar a série para se fazer melhor previsão. Para isso, os autores filtram a série com o cálculo do expoente de Hurst, inicialmente, para escolher subséries com maior previsibilidade no tempo. E para a memória a curto prazo, aplicam o método de redes neurais. Com o trabalho, eles concluem que este método é bastante eficaz para a filtragem dos dados de longo e curto prazos.

Neto (2014) estuda, em sua dissertação de mestrado, se existe relação entre memória e erro de previsão, a fim de utilizar o expoente de Hurst como forma de selecionar as séries temporais melhores candidatas a se fazer previsão. Para isso, ele utiliza a geometria fractal para séries temporais, expoente de Hurst e Redes Neurais. Com a pesquisa, ele conclui que o expoente de Hurst pode ser utilizado previamente para selecionar as séries temporais de retornos persistentes e com maiores expoentes de Hurst, evitando ativos com comportamento antipersistente classificados pelo expoente de Hurst.

2.7 Previsão de séries temporais com Multifractais

Na literatura existem inúmeros trabalhos que definem séries temporais financeiras de diversos estilos como multifractal e existem muito poucos trabalhos que utilizam os modelos multifractais como um dos auxiliares para se fazer previsão. Os trabalhos mais relevantes a respeito de previsão de séries temporais e multifractais encontrados estão resumidos abaixo.

Fillol (2005) estuda as propriedades multifractais na taxa de câmbio e conclui que essa série pode ser caracterizada como multifractal, o que permite que elas sejam modeladas. Ao fazer previsões, o autor afirma que as simulações de Monte Carlo são superiores às simulações dos modelos da família GARCH e FIGARCH.

Liu e Lux (2014) pesquisaram sobre a observação de altas e baixas frequências, comparando a teoria dos mutifractais e o modelo de GARCH. Os autores utilizaram diferentes classes de ativos financeiros e concluíram que o modelo com características multifractais é melhor para esse fim do que os da família GARCH.

Lux e Morales (2013) estudaram as análises de desempenho de vários modelos de volatilidade, via simulações de Monte Carlo, com dados sintéticos. As especificações de volatilidade foram feitas com os modelos de GARCH, FIGARCH, LMSV, SV e MSM, que foram utilizados separadamente e mesclados dois a dois. Eles concluíram que as combinações de modelos de previsão proporcionam melhorias sistemáticas sobre a maioria dos modelos utilizados individualmente e que o modelo de multifractal é uma importante ferramenta para observar o comportamento de séries.

Lux, Morales-Arias e Sattarhoff (2014) afirmam que modelar a volatilidade de séries temporais é de fundamental importância tanto para os profissionais de finanças como para os acadêmicos, porque permite desenvolver modelos aplicáveis para a gestão de riscos, precificação de ativos e alocação de uma carteira. Tradicionalmente a volatilidade tem sido representada por modelos de volatilidade estocástica, ou seja, os métodos da família GARCH;

no entanto, recentemente houve a disponibilidade de dados de alta frequência e assim abriram-se novas alternativas através de modelos mais desenvolvidos para se modelar a volatilidade em dados de alta frequência.

O aumento na disponibilidade de dados de alta frequência, resultou em um extenso corpo de literatura sobre seu uso. Estes dados permitem o estudo dos comportamentos do mercado financeiro em escalas de tempo intraday. Muitos trabalhos como Hallam e Olmo (2014) afirmam que a utilização de dados de alta frequência, podem proporcionar melhorias significativas na modelagem e previsão da volatilidade do retorno diário em comparação aos modelos que utilizam apenas dados diários. Wang, Liu e Gu (2009), Zunino et al. (2009), Baviera et al. (2001), Schmitt et al. (1999) e Ivanova e Ausloos (1999) afirmam que os modelos ARCH e GARCH não são adequados para descrever dados de alta frequência, uma vez que tais modelos não conseguem descrever a lei de potência observada nas autocorrelações desses dados e é afirmado também que não descrevem adequadamente as propriedades estatísticas de escala dos dados.

Richards (2004) com o trabalho intitulado “A fractal forecasting model for financial time series” utiliza contratos futuros da taxa de câmbio cotados de 15 em 15 minutos para entender como os parâmetros de fractalidade podem auxiliar no erro de previsão. O autor conclui que, o auxílio de parâmetros de fractalidade diminuem o erro de previsão em média em 7%. Para dados periféricos, essa melhora é ainda mais expressiva, podendo melhorar o erro de previsão em até 57%.

Lux, Morales-Arias e Sattarhoff (2014) propõe um novo mecanismo para modelar a dinâmica de volatilidade realizada, para isso, os autores adaptaram a chamada Markov-switching multifractal (modelo multifractal MSM) introduzido por Calvet e Fisher (2001) e compararam com outros 9 modelos existentes na literatura. O novo modelo foi estimado pelo método GMM (método dos momentos generalizados) e as previsões foram feitas através do algoritmo de Levinson-Durbin. Usando os principais índices das bolsas mundiais, cotados minuto a minuto, descobriu-se que o modelo ARFIMA ainda é mais bem sucedido para a maioria dos horizontes de previsão, mas o modelo multifractal utilizado, melhora a previsão em períodos de crise financeira.

Hallam e Olmo (2014) propõe uma nova abordagem para estimar e prever os momentos e função de densidade de probabilidade dos retornos financeiros diários, a partir de dados intraday. O método proposto é feito através de uma nova aplicação das leis de distribuição de escala multifractal. A análise foi realizada com índices da S&P500 e Nasdaq, além de taxas de câmbio EUR/USD e USD/JPY cotadas de 5 em 5 minutos. Os autores afirmam que o modelo

multifractal fornece grandes melhorias na capacidade de previsão sobre os modelos da família GARCH e é competitivo com os métodos existentes baseados na volatilidade.

Wang, Wu e Yang (2016) utilizam o modelo de volatilidade multifractal (MSM) proposto por Calvet e Fisher (2001) junto com o modelo de comutação de Markov para prever a volatilidade do preço bruto do petróleo. Para isso, foram utilizados dados diários em um período de janeiro de 1993 a setembro de 2013 para cotações americanas. Esse novo modelo foi comparado aos modelos: GARCH (1,1), IGARCH, GJR, EGARCH e FIGARCH. Os resultados mostram que os modelos MSM geram previsões mais precisas que os modelos da família GARCH.

O quadro 1 é um resumo de alguns trabalhos realizados de previsão com modelos GARCH e Redes Neurais e suas variações, além dos trabalhos desenvolvidos com multifractais que serviram como inspiração para esta pesquisa.

Quadro 1 – Estado da arte – Previsão de Séries Temporais, GARCH, Redes Neurais, Filtros, Fractais, Expoente de Hurst e Multifractais

TRABALHO	ANÁLISE FEITA	CONCLUSÕES
Andersen e Bollerslev (1998)	Análise da capacidade preditiva de GARCH <i>“Answering the skeptics: yes, standard volatility models do provide accurate forecasts”</i> .	Eles mostram que os modelos de volatilidade apresentam previsões precisas para o fator de volatilidade latente.
Lima (2004)	Previsão de STF utilizando RN - recorrentes, filtros de kalman.	O filtro melhora a capacidade preditiva com RN – recorrentes.
Richards (2004)	Utiliza contratos futuros da taxa de câmbio cotados de 15 em 15 minutos para entender como os parâmetros de fractalidade podem auxiliar no erro de previsão.	O auxílio de parâmetros de fractalidade diminuem o erro de previsão em média em 7%. Para dados periféricos, essa melhora é ainda mais expressiva, podendo melhorar o erro de previsão em até 57%.

<p>Wang, Liu e Gu (2009), Zunino et al. (2009), Baviera et al. (2001), Schmitt et al. (1999) e Ivanova e Ausloos (1999)</p>	<p>Modelos de ARCH e GARCH para descrever dados de alta frequência.</p>	<p>os modelos ARCH e GARCH não são adequados para descrever dados de alta frequência, uma vez que tais modelos não conseguem descrever a lei de potência observada nas autocorrelações desses dados e é afirmado também que não descrevem adequadamente as propriedades estatísticas de escala dos dados.</p>
<p>Feng e Zhang (2014)</p>	<p>Rede Neural Perceptron Multicamadas para prever o crescimento econômico da China, Os resultados são apontados em comparação com outro estudo feito com o método GM.</p>	<p>Mostra uma eficiência maior das Redes Neurais.</p>
<p>Neto (2014)</p>	<p>Relação entre memória e erro de previsão, a fim de utilizar o expoente de Hurst como forma de selecionar as séries temporais melhores candidatas a se fazer previsão.</p>	<p>O expoente de Hurst pode ser utilizado previamente para selecionar as séries temporais de retornos persistentes e com maiores expoentes de Hurst, evitando ativos com comportamento antipersistente classificados pelo expoente de Hurst.</p>
<p>Liu e Lux (2014)</p>	<p>Observação de altas e baixas frequências, comparando a teoria dos multifractais e o modelo de GARCH.</p>	<p>Concluíram que o modelo com características multifractais é melhor para esse fim do que os da família GARCH.</p>

Hallam e Olmo (2014)	Dados diários x dados intra day para a previsão da volatilidade	A utilização de dados de alta frequência, podem proporcionar melhorias significativas na modelagem e previsão da volatilidade do retorno diário em comparação aos modelos que utilizam apenas dados diários.
Wang, Wu e Yang (2016)	Utilizam o modelo de volatilidade multifractal (MSM) proposto por Calvet e Fisher (2001) junto com o modelo de comutação de Markov para prever a volatilidade do preço bruto do petróleo.	Esse novo modelo foi comparado aos modelos: GARCH (1,1), IGARCH, GJR, EGARCH e FIGARCH. Os resultados mostram que os modelos MSM geram previsões mais precisas que os modelos da família GARCH.

Como se percebe, quando o tema é previsão de preços, ainda há muito a ser explorado no que diz respeito a séries temporais financeiras de alta frequência e multifractais. E o modelo FGAMP é diferente de todos os outros métodos e combinações de métodos encontrados na literatura, tornando-o único e inovador.

O principal método utilizado para previsão pelo modelo FGAMP, são os parâmetros obtidos através do método MFDFA (*Multifractal Detrended Fluctuation Analysis*) idealizado por Kantelhardt et al. (2002).

Entender a dinâmica de uma série temporal tem fundamental importância para se fazer previsão e o modelo que define as séries como fractal ou multifractal tem exatamente essa função, ou seja, tenta descrever o comportamento da série através de um ou vários expoentes de escala. Assim, no próximo capítulo, serão descritos a mecânica estatística da caracterização fractal ou multifractal das séries temporais através do método MFDFA.

3 SISTEMAS COMPLEXOS E CARACTERIZAÇÃO FRACTAL OU MULTIFRACTAL

Quando se tem uma base de dados gerada por um sistema complexo, na maioria das vezes, encontramos dados em situações de desequilíbrio, que seguem relações de escala em várias ordens de grandeza. Essas relações de escala permitem uma caracterização dos dados e do complexo gerador dessa série por expoentes de escala fractal ou multifractal, que podem servir como características para comparações com outros sistemas e modelos.

O comportamento de escala fractal tem sido aplicado com sucesso a diversos campos do conhecimento, tais como: sequências de DNA, dinâmicas de frequência cardíaca, registros climáticos, geologia, etnologia, séries temporais financeiras, física do estado sólido, dentre outras (exemplo: Peng et al. (1994), Ossadnik et al. (1994), Buldyrev et al. (1995), Buldyrev et al. (1998), Blesic et al. (1999), Liu et al. (1999), Bunde et al. (2000), Talkner e Weber (2000), Ashkenazy et al. (2001), Abounoori, Shahrazi e Rasekhi (2012)).

Embora as causas subjacentes da escala possam não serem conhecidas em detalhes, a caracterização fractal ou multifractal pode ser utilizada para gerar dados para teste, modelando a série de tempo e derivando previsões sobre eventos extremos ou comportamento futuro.

A aplicação principal, entretanto, é ainda a caracterização de diferentes estados ou fases do sistema complexo com base no comportamento de escala observado. A fim de observar o comportamento de escala fractal e multifractal da série de tempo, várias ferramentas foram desenvolvidas e nesse trabalho utilizaremos o DFA (*Detrended Fluctuation Analysis*) e o MFDFA (*Multifractal Detrended Fluctuation Analysis*) que é a generalização do DFA. Esse método foi escolhido por ser um dos métodos mais utilizados na literatura.

Antes de discorrer sobre o método DFA (*Detrended Fluctuation Analysis*) e sua generalização, abordar-se-á uma breve explicação sobre os fractais e sua aplicação em séries temporais financeiras.

3.1 Fractais: conceito e aplicações em séries temporais financeiras

3.1.1 Fractais

Existe uma grande base matemática para os fractais. Os padrões fractais não aparecem apenas em séries temporais financeiras, mas também no formato dos contornos litorâneos que separam a terra do mar, na simples lei de formação de folhas e caules de muitas plantas com aparência complexa e até na distribuição de galáxias através do cosmos. E é por essa

justificativa que, inicialmente, será apresentado o conceito geral de fractal e, depois, falar-se-á dos fractais em séries temporais financeiras.

O termo fractal foi utilizado pela primeira vez pelo matemático polonês Benoît Mandelbrot. Esse termo foi criado a partir do adjetivo latino *fractus* do verbo *frangere*, que significa quebrar.

A maior contribuição de Mandelbrot para a ciência vai muito além da aplicação apenas na área de finanças. Na verdade toda a geometria que conhecíamos era aquela fundada pelo grego Euclides (linhas, pontos, esferas, cones), ou seja, tudo aquilo que as escolas ensinam. Mandelbrot (1972) afirma que se pararmos para pensar, todas essas formas euclidianas são artificiais, pois elas funcionam para traduzir uma harmonia matemática, mas não estão na natureza. Não existem montanhas em forma de cone, nuvens triangulares ou animais cúbicos. Do ponto de vista grego, a natureza é uma coisa “suja”, irregular, ou seja, nada platônica. Mandelbrot mostrou que essas irregularidades da natureza são de uma regularidade impressionante. Desvendou uma realidade além da imaginação, um lugar onde coisas infinitamente grandes podem caber em um espaço pequeno e limitado, uma terra com mais dimensões do que as três que a gente enxerga. Enfim, ele criou o mundo dos fractais.

Mandelbrot (1972) define um fractal como:

um sistema organizado para o qual a dimensão de Hausdorff-Besicovitch excede estritamente a dimensão topológica (número inteiro que caracteriza a geometria de um objeto euclidiano – por exemplo: zero para um ponto, um para uma linha, etc.), onde fractais cujas estruturas sejam auto semelhantes. Simplificando, o todo forma a parte e a parte forma o todo.

A dimensão de Hausdorff-Besicovitch de um objeto é definida como:

$$N = \varepsilon^{-D} \quad (16)$$

Em que,

N é o número de objetos auto semelhantes, resultantes após a divisão do objeto original no menor número de partes iguais;

D é a dimensão de Hausdorff-Besicovitch de um objeto;

ε é o fator de escala de ampliação ou redução do objeto.

A dimensão de Hausdorff-Besicovitch pode ser definida da seguinte forma:

$$D = -\frac{\ln N}{\ln \varepsilon} \quad (17)$$

Para melhor descrever o quesito de auto semelhança, Lorenz (1996) faz a seguinte definição: “A auto similaridade ou auto semelhança, em matemática, indica que parte do objeto ou estrutura em análise é semelhante e está de alguma forma relacionada com o todo a qual ela pertence. Isso implica que as partes de um sistema, em diferentes escalas espaciais ou temporais, são semelhantes ao sistema como um todo”.

Em sua definição, Mandelbrot afirma que uma reta tem dimensão de Hausdorff-Besicovitch (D) igual a 1 porque, ao dividi-la no menor número possível de retas iguais, resultam duas retas menores iguais ($N = 2$), que têm o comprimento igual a metade ($\varepsilon = \frac{1}{2}$) do comprimento da reta original, obtendo $D = -\frac{\ln 2}{\ln \frac{1}{2}} = 1$.

Intuitivamente, pode-se observar que um quadrado tem uma dimensão de Hausdorff-Besicovitch (D) igual a 2 porque, ao dividi-lo no menor número de quadrados iguais, resultam quatro quadrados menores e iguais ($N = 4$) que têm seus lados com a metade ($\varepsilon = \frac{1}{2}$) do tamanho dos lados do quadrado original, obtendo $D = -\frac{\ln 4}{\ln \frac{1}{2}} = 2$.

Um exemplo clássico de fractal é a curva de Koch, imaginada em 1904 pelo matemático alemão Helge Von Koch, muito simples em sua formação, mas esclarecedora no pensamento sobre a descrição de um fractal. Segue abaixo a figura que ilustra a curva de Koch.

Figura 1. Curva de Koch

Fonte: Karas (1997)

Pode-se observar através da figura que o Nível 0 é apenas um segmento de reta AB de comprimento unitário. Partindo-se para o Nível 1, observa-se que o segmento foi dividido em 3 partes iguais e suprimiu-se o terço médio, colocando-se em seu lugar os segmentos CD e DE, cada um com o comprimento de $1/3$, igual à parte da reta que foi removida. O Nível 2 representa a poligonal ACDEB, com o comprimento de $4/3$. Para o Nível 3, repete-se, com cada um dos 4 segmentos da poligonal ACDEB, a mesma operação feita com o segmento original e, por fim, obtém-se o Nível 4, que é uma poligonal de 16 lados, cada qual com o comprimento de $1/9$, que tem um comprimento total de $\left(\frac{4}{3}\right)^2$ ou de $16/9$.

E dessa forma continua-se esse processo indefinidamente, substituindo-se cada lado da última poligonal obtida por uma poligonal de 4 lados, semelhante a ACDEB. Assim, por indução, pode-se concluir que, em um nível k , o comprimento da poligonal vale:

$$l_k = \left(\frac{4}{3}\right)^k \quad (18)$$

E no limite, à medida que o valor do nível k cresce indefinidamente, é:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} l_k = \lim_{k \rightarrow \infty} \left(\frac{4}{3}\right)^k = \infty \quad (19)$$

Esse resultado mostra que a curva de Koch, construída em uma porção bem delimitada do plano, tem o comprimento infinitamente grande. Essa curva é uma importante classe dos fractais, denominada flocos de neve, que pode ser observada através da figura abaixo:

Figura 2. Floco de Neve de Koch

Fonte: Gleick (1987)

Através do esboço da figura, pode-se observar que, ao invés de um segmento de reta, Koch iniciou seu desenho com um triângulo equilátero de lado unitário. E no meio de cada

lado, acrescentou novo triângulo equilátero com um terço do tamanho, e assim por diante. Com o cálculo apresentado anteriormente para se obter o comprimento da curva de Koch no limite k , tendendo ao infinito, pode-se analogamente obter o comprimento l_k do contorno do floco de neve para um nível k tendendo ao infinito e será igual a:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} l_k = \lim_{k \rightarrow \infty} 3 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^k = \infty \quad (20)$$

O interessante é que, apesar de o comprimento do contorno da figura ser infinito, a área compreendida pelo contorno infinito do floco de neve é finita, já que tal área, mesmo com k tendendo ao infinito, nunca ultrapassará a área do círculo circunscrito ao triângulo original.

Após entender o que é um fractal, será apresentado no próximo tópico, um expoente, chamado expoente de Hurst que é utilizado para trabalhar com o cálculo dos fractais em séries temporais financeiras.

3.1.2 Expoente de Hurst

Ao estudar problemas de dimensionamento de reservatórios, ou seja, qual seria sua capacidade ideal, Hurst, analisou a vazão anual de algumas décadas da represa. A ideia básica era determinar os volumes máximo e mínimo no reservatório para precaver secagem ou transbordamento. Essa diferença entre o máximo e o mínimo de água do reservatório era o *range*, ou seja, a série de volumes do reservatório. Além deste cálculo, foram feitos os desvios-padrão das vazões de água, sendo que a estatística R/S é o resultado da divisão do *range* pelo desvio-padrão, que é um valor adimensional. Assim, Hurst percebeu que havia uma função relacionando o valor da estatística R/S ao número de observações que entram no cálculo (HURST,1951).

Mais tarde, este cálculo foi feito para outros fenômenos naturais e percebeu-se que ele funcionava. E Hurst descobriu, também, que a estatística R/S é igual à metade do número de observações elevado a um expoente “H”, que hoje é denominado Expoente de Hurst. Assim, pode-se afirmar que:

$$H = \frac{\log(R/S)}{\log N} \quad (21)$$

Em que:

R/S = diferença da amplitude entre a maior e a menor ocorrência registrada (R), pelo desvio-padrão encontrado na série (S);

N = número de observações;

H = fator da lei de potência que originalmente foi objeto de estudo de Hurst, nesta fórmula chamado de expoente de Hurst, variando entre zero e um.

Em 1969, Mandelbrot e Wallis verificam que há uma relação empírica entre o expoente de Hurst e o movimento browniano fracionário. A descoberta afirma que o coeficiente de Hurst apresenta a mesma forma do movimento browniano, no que se refere ao *rescaled range* (R/S), em função do período utilizado no cálculo (N). Isso indica que a estatística R/S e o expoente de Hurst " H " podem ser representados para mostrar as propriedades de memória de longo prazo para séries que apresentam um movimento browniano.

Os valores do expoente de Hurst são interpretados da seguinte forma: $0 < H < 0,5$: indica que a série é antipersistente, na qual uma tendência positiva no passado é mais provável de se converter em tendência negativa, e vice-versa. Para $H = 0$: a série representa *random walk*, ou seja, o movimento é puramente aleatório. E para $0,5 < H < 1$ a série é persistente, na qual uma tendência positiva no passado é mais provável de continuar positiva, e vice-versa, e o nível desta persistência é medido quanto maior for o resultado.

O cálculo do Expoente de Hurst por meio de análise R/S clássica é assintótico, o que resulta em erro, o qual será maior quanto menor for o tamanho da amostra submetida à análise (SELVARATNAM; KIRLEY, 2006). A análise clássica não prevê uma correção para a estatística R/S no caso de amostras pequenas. Por este motivo, neste trabalho, foi usada uma base de dados de pelo menos 5 anos em amostras diárias para que este erro não atrapalhe os resultados.

Tabak e Cajueiro (2004) desenvolvem também uma pesquisa sobre o comportamento de dependência a longo prazo da estrutura das taxas de juros japonesas. A pesquisa é realizada com o expoente de Hurst para saber se há uma persistência ou antipersistência dos dados. Eles percebem que há uma dependência nesta série e quanto maior o tempo, maior a taxa de juros, concluindo que existe um prêmio pelo prazo.

Matias (2006) realiza seu trabalho de mestrado com o objetivo de analisar a teoria dos fractais sob a ótica de precificação dos ativos, identificando um modelo matemático capaz de testar a eficiência desta teoria. Para isso, o autor utilizou 7.922 observações diárias de preços de minério de cobre, compreendendo um período entre 1994 e 2005. Foram realizados testes de normalidade, linearidade, estacionariedade e fractalidade, com o objetivo de identificar se a série apresentou comportamento de uma série temporal durante o período analisado. Com um resultado positivo, identificou-se o parâmetro fractal de Hurst correspondente à série. Dentro dos parâmetros e da janela de tempo utilizada para a comparação da série real projetada, o

trabalho concluiu que apenas esta análise do expoente de Hurst não é satisfatória para previsões, sendo que o expoente de Hurst apenas observa o comportamento da série como persistente e antipersistente.

Souza, Tabak e Cajueiro (2006) mediram a evolução da memória a longo prazo da taxa de câmbio diária, Real contra o Dólar americano, no período de 1995 a 2004. Esta medida foi feita através da estatística R/S, com a janela móvel dos dados. Com o trabalho, os autores perceberam que a medida de memória de longo prazo obtida para o período de regime cambial de bandas indicou antipersistência. Além disso, percebeu-se que o regime de bandas manteve as taxas de câmbio do país isoladas das crises que ocorreram no período, como as crises da Ásia e da Rússia.

Eom et al. (2008) investigam em seu trabalho a relação entre o grau de eficiência de mercado e a previsibilidade de séries temporais financeiras. Na pesquisa, o Expoente de Hurst foi usado como um medidor de grau de eficiência de mercado, para 60 índices de mercado de vários países. Assim, eles descobriram que existe forte relação entre o grau de eficiência de mercado (Expoente de Hurst) e a previsibilidade (taxa de sucesso), ou seja, quando o expoente de Hurst é maior, a taxa de sucesso tende a ser maior. Esse resultado mostra que o Expoente de Hurst é útil para observar a persistência e a não persistência de preços no mercado.

3.1.3 Fractais em séries temporais

Benoît Mandelbrot em seu trabalho publicado em fevereiro de 1999, afirma que as variações dos preços em finanças podem ser analisadas por um modelo derivado de seu trabalho com a geometria fractal.

Segundo Mandelbrot (1997):

Os movimentos das ações são muito parecidos quando vistos em gráficos de mercado que são ampliações ou reduções de um gráfico inicial. Um observador não consegue dizer qual dos dados corresponde a preços que variam de mês em mês, de semana em semana ou de dia em dia. Esta qualidade define os gráficos de ações como curvas fractais e torna disponível a utilização de novas ferramentas de matemática e análise computacional.

Para explicar a afirmação acima, Mandelbrot propôs a construção de um gráfico simples que insere mudanças de preço desde o instante de tempo $t = 0$ até $t = 1$ em passos sucessivos. Os intervalos de tempo entre 0 e 1 são escolhidos arbitrariamente, podendo representar um ano, um mês, um dia, uma hora ou um segundo.

O processo começa na figura que se segue:

Figura 3. Gerador de 3 ondas.

Fonte: Mandelbrot (1999)

Após observar a figura, pode-se notar que uma linha quebrada, chamada gerador, é usada para criar o padrão que corresponde à oscilação sobe e desce de algum preço cotado no mercado financeiro. O gerador consiste em três pedaços que são inseridos ou interpolados ao longo da linha de tendência anterior. Então, cada um dos três pedaços é fractalmente interpolado a outros três pedaços menores de mesmo padrão que o gerador. Esse processo pode ser repetido, reproduzindo-se sempre o mesmo formato do gerador, só que em menor escala.

Na figura, são mostrados apenas os primeiros três estágios, mas o processo descrito pode ser repetido indefinidamente. Dessa forma, cada pedaço acaba parecendo com a figura como um todo, havendo a auto semelhança. O interessante é que as curvas fractais exibem uma riqueza de estrutura com fundamentos tanto da geometria dos fractais como da teoria do caos.

As descobertas de Benoît Mandelbrot sugerem que um gerador fractal pode ser desenvolvido baseado em dados históricos do mercado. Seu modelo de análise de mercado é

um modelo mais realista das flutuações de preço, chamadas de *fractional brownian motion in multifractal trading time*.

O modelo desenvolvido para um fractal em séries temporais pode ser descrito da seguinte maneira:

$$F = cT^H \quad (22)$$

Sendo que,

F = variância do retorno do ativo;

c = constante;

T = intervalo de tempo, ou seja, o fator de escala que amplia ou reduz as flutuações ou variâncias da série temporal;

H = expoente de Hurst.

Greene e Fielitz (1977) desenvolveram uma fórmula que relacionava o Expoente de Hurst com a dimensão do fractal como uma medida de irregularidade (ruído), dada por:

$$D = 2 - H \quad (23)$$

Sendo que:

D corresponde à dimensão do fractal.

O Expoente de Hurst pode ser interpretado como a probabilidade de existência de memória na série temporal. Seu valor varia entre 0 e 1. Quando $H = 0,5$ ou $D = 1,5$ têm-se um processo de *random walk*, em que o termo de erro é um ruído branco; quando $H > 0,5$ quer dizer que existe uma probabilidade maior que 50% de que o retorno passado persista no futuro e quando $H < 0,5$ quer dizer que existe uma probabilidade menor que 50% de que o retorno passado persista no futuro, ou seja, que o cenário se reverta no futuro.

Silva, Matias e Vieira (2006) pesquisaram sobre a inserção da teoria dos fractais na contabilidade financeira e afirmam que há evidências empíricas de que as hipóteses de mercado eficiente precisam ser mais bem discutidas e que existe a presença de fractalidade, particularmente em séries temporais de ativos, que dão suporte para o desenvolvimento dessa área em contabilidade financeira, sendo o caminho da evolução da ciência contábil.

Lo (1991) modificou a estatística R/S e aplicou nos dados do mercado acionário entre 1962 e 1987, com 6.409 observações. O autor observou pouca evidência de memória nesses dados observados. Dando continuidade à pesquisa, Corazza et al. (1997) observaram preços

futuros de commodities entre 1981 e 1991 da bolsa de Chicago. Eles aplicaram quatro testes, dentre os quais a técnica de Hurst e a técnica de Hurst refinada por Lo (1991). Foi concluído que a série histórica tem propriedades de fractais.

Jin e Frechette (2002) afirmam que as variáveis econômicas são frequentemente governadas por processos dinâmicos e não lineares, e que podem gerar relações de dependência de longo prazo e padrões cíclicos não periódicos com mudanças abruptas de tendências. Eles afirmam ainda que a presença dessas características acaba gerando séries temporais com singularidades como a existência de estrutura fractal e a observação de uma ordem de integração fracionária, características que podem ser modeladas com os modelos autorregressivos fracionalmente integrados da família GARCH.

Muitos estudos econômicos identificaram que, além de algumas características comuns presentes em séries temporais de diferentes mercados, há também outras que se caracterizam como indícios de que estas séries podem ser estruturas fractais, tais como a observação de dimensão fractal e de padrões periódicos e não cíclicos com mudanças abruptas de tendência (JIN; FRECHETTE, 2002).

Mandelbrot (1963) afirma que as variações de preços de ativos não seguem uma distribuição normal. Através desse pensamento, Fama (1963) realizou um profundo estudo com o propósito de testar empiricamente o modelo de passeio aleatório (*random walk*) aplicado ao comportamento do preço de ações, o que está diretamente relacionado à distribuição normal e concluiu que a hipótese de Mandelbrot parece ser válida.

Mandelbrot e Hudson (2004), e Peters (1996) entre outros autores, afirmam que, apesar da observação de elementos comuns em séries temporais, eles continuam a adotar a hipótese de que os preços e também os retornos seguem alguma variante de passeio aleatório. Diante disso, a hipótese de que os mercados financeiros são fractais é concorrente à hipótese de que os mercados são eficientes.

Até o que foi visto agora, pode-se observar que, se a dinâmica é identificada por meio de um único expoente de escala, é dito que o processo é fractal. Neste caso, utiliza-se a estatística R/S de Hurst clássica, utilizada para o tratamento de fractais em séries temporais estacionárias.

Ainda no contexto de fractal, tem-se a técnica DFA, uma alternativa à estatística R/S clássica. Essa técnica é mais robusta quanto à detecção espúria de correlações de longo alcance, além da vantagem de poder ser aplicada em séries não estacionárias.

3.2 Detrended Fluctuation Analysis – DFA

O DFA é uma alternativa à análise de Hurst. Essa técnica foi proposta inicialmente com o objetivo de detectar correlações de longo alcance em sequências de DNA. Além disso, esta técnica tem sido utilizada para determinar propriedades de escala monofractal.

Essa técnica é calculada da seguinte maneira:

Seja $x_t = \{x_1, x_2, \dots, x_{N_0}\}$ uma série temporal de comprimento N_0 . Assim, transforma-se a série temporal x_t em uma série de log retornos.

Então, calcula-se a série integrada Y_i :

$$Y_i = \sum_{k=1}^i \{r_k - \bar{r}\}, \quad (24)$$

Em que $\bar{r}$ é a média da série de retornos de $i = \{1, \dots, N_0 - 1\}$. Para continuar, dividimos o Y_i em N segmentos não sobrepostos de tamanho s , em que $N = \text{int}\left(\frac{L}{s}\right)$. Cada segmento é chamado de v , com $v = \{1, 2, \dots, N\}$.

O próximo passo seria calcular, para cada segmento v , a função de variância:

$$F^2(s, v) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \{Y[(v-1)s + 1] - y_v^m(i)\}^2 \quad (25)$$

Nesse caso: $y_v^m(i)$ representa o ajuste polinomial de ordem m (tendência local) em cada segmento v .

Então, calcula-se a função de flutuação média para a janela v de tamanho s .

$$F_2(s) = \left(\frac{1}{N} \sum_{v=1}^N [F^2(s, v)] \right)^{\frac{1}{2}} \quad (26)$$

O próximo passo seria determinar a função escalar da função de flutuação média, ao analisar o gráfico log-log de $F_2(s)$ versus s . Esta relação é obtida ao repetir os passos de calcular a série integrada Y_i , calcular a função de variância e a flutuação média para a janela v de tamanho s , para diferentes tamanhos de janelas s . Se a série temporal x_t possui correlações de longo alcance, o valor de $F_2(s)$ aumenta à medida que o tamanho da janela s aumenta, de acordo com a lei de potência:

$$F_2(s) \sim s^\alpha \quad (27)$$

O parâmetro de α , chamado de correlação, representa as propriedades de correlação da série temporal, da seguinte maneira:

- Se $\alpha = 0,5$ – não existem correlações de longo alcance presentes na série.
- Se $0 < \alpha < 0,5$ – a série é antipersistente e possui correlação negativa.
- Se $0,5 < \alpha < 1$ – a série é persistente e possui correlação positiva.

A obtenção do parâmetro α utilizando as equações 26 e 27 representa o método de cálculo-padrão do DFA.

Nos últimos anos, o método *Detrended Fluctuation Analysis* (DFA) tornou-se uma técnica amplamente utilizada para a determinação de propriedades mono fractais para séries temporais não estacionárias. Assim este método tem sido aplicado com sucesso a diversos campos do conhecimento, tais como: sequências de DNA, dinâmicas de frequência cardíaca, registros climáticos, geologia, etnologia, séries temporais financeiras, física do estado sólido, dentre outras (exemplo: Peng et al. (1994), Ossadnik et al. (1994), Buldyrev et al. (1995), Buldyrev et al. (1998), Blesic et al. (1999), Liu et al. (1999), Bunde et al. (2000), Talkner e Weber (2000), Ashkenazy et al. (2001), Abounoori, Shahrazi e Rasekhi (2012) . Uma das razões para aplicar o método DFA é para evitar a detecção de correlações falsas que são artefatos da não estacionariedade das séries temporais.

Com a evolução dos estudos sobre os fractais, percebeu-se que a maioria das séries temporais estudadas, principalmente as encontradas na natureza, ou descritas por algum dado econômico, não apresentam um comportamento mono fractal, ou seja, a maioria delas, não podem ser explicadas por um único expoente de escala. Em muitos casos, o comportamento de escala pode ser observado por muitos subconjuntos de fractais entrelaçados na série de tempo. Neste caso, será necessário uma multidão de expoentes de escala para uma descrição completa do comportamento da série, ou seja, uma análise multifractal deve ser aplicada.

3.3 Multifractal Detrended Fluctuation Analysis – MF DFA

Assim os estudos sobre multifractais foram inicialmente pensados por Mandelbrot no ano de 1975 em seu livro intitulado “*Les Objets Fractals: forme, hasard et dimension*”. Neste livro, o autor entende que muitas séries analisadas na natureza não podem ser explicadas através de um único expoente de escala e afirma que há evidências de multifractalidade para vários casos. Stanley et al (1996) analisam a dinâmica do tamanho das empresas, tendo como

diferencial do trabalho, a análise dos dados ao longo de muitas escalas de tempo, em vez de apenas um único intervalo de tempo e Mandelbrot (1997) afirma que a análise multifractal é um novo tipo de geração de dados para analisar o retorno de ativos financeiros.

Vários estudos já relataram que muitas séries temporais financeiras possuem características multifractais como Mantegna e Stanley (1996), Ghashghaie et al. (1996) e Czarnecki e Grech (2010), Zhang et al. (2015) para a taxa de câmbio (Vandewalle e Ausloos (1998), Baviera et al. (2001), Schmit, Schertzer e Lovejoy (1999), Xu e Gençay (2003), Muniandy, Lim e Murugan (2001), Ausloos (2000), Souza, Tabak e Cajueiro (2008), Wang, Wu e Pan (2011), Lux, Morales-Arias e Sattarhoff (2014), Abounoori, Shahrazi e Rasekhi (2012), Oh, Kim e Eom (2007), Stosic, Silva e Stosic (2012) e Norouzzadeh e Rahmani (2006)), o preço do ouro (Bolgorian e Gharli (2011), Ivanova e Ausloos (1999), Ghosh, Dutta e Samanta (2012), Oh et al. (2012) e Dutta, Ghosh e Chatterjee (2016)), o preço de commodities (Matia, Ashkenazy e Stanley (2003)), preços futuros de créditos de carbono (Cao e Xu (2016)), para o preço de ações (Turiel e Perez-Vicente (2003), Turiel e Perez-Vicente (2005), Oświecimka et al. (2005), Kwapień et al. (2005), Norouzzadeh e Jafari (2005), Su, Wang e Huang (2009), Wang, Liu e Gu (2009), Dutta (2010), Benbachir e Alaoui (2011), Cajueiro, Gogas e Tabak (2009), Dutta, Ghosh e Chatterjee (2016) e Grech (2016)).

Existem vários modelos para se analisar as propriedades multifractais para séries temporais. Os mais utilizados são: o método *Multifractal Detrended Fluctuation Analysis* (MFDFA), que é uma generalização do método DFA, idealizado por Kantelhardt (2002) e o método *Wavelet Transform Modulus Máxima Method* (WTMM), uma extensão do modelo descrito por Holschneider (1988), idealizado por Calvet e Fisher (2001).

Kantelhardt, et al. (2002) desenvolveram a generalização do método detrended fluctuation analysis (DFA), nomeado de método *Multifractal DFA*, ou seja, (MFDFA) para a caracterização multifractal de uma série temporal. Este método foi comparado ao *Wavelet Transform Modulus Máxima Method* (WTMM). Os autores perceberam que este novo método pode determinar com confiabilidade o comportamento de escala multifractal de séries temporais e possui resultados muito próximos a WTMM além de ser mais simples de ser aplicado.

Oświecimka et al. (2006) também compararam e quantificaram o método WTMM com o método MFDFA, os resultados dos autores mostram que, na maioria dos casos, o MFDFA é recomendado porque o método WTMM muitas vezes oferece resultados tendenciosos para o movimento browniano fracionário com valores diferentes do expoente de Hurst.

Em concordância com os trabalhos descritos anteriormente Kantelhardt, et al. (2002) e Oświecimka et al. (2006), o método escolhido para ser utilizado nesse trabalho foi o MFDFA.

Essa decisão foi tomada pelo fato do método ser o mais utilizado na literatura e por ser o que apresenta mais resultados satisfatórios nos artigos que foram analisados para compor o referencial teórico dessa tese.

O MFDFA é uma metodologia padrão da área de econofísica (Wang, Liu e Gu (2009), Zunino et al. (2009), Zunino et al. (2008), Oświęcimka et al. (2006), Ying, Xin-Tian e Xiu (2009), Oświęcimka et al. (2005), Matia, Ashkenazy e Stanley (2003). Esse método já foi amplamente utilizado na literatura para análise da multifractalidade de séries temporais financeiras, mas muito pouco utilizado como auxiliar para previsão dessas mesmas séries.

A técnica do MFDFA pode ser descrita através da generalização da equação 26, chamada de função flutuação média generalizada, para momentos de ordem q , e é dada pela equação a seguir:

$$F_q(s) = \left(\frac{1}{N} \sum_{v=1}^N \left[\{F^2(s, v)\}^{\frac{q}{2}} \right] \right)^{\frac{1}{q}} \quad (28)$$

Em que a variável q (com sentido equivalente aos momentos de ordem q da estatística) pode assumir qualquer valor real, exceto zero. O valor de $F_q(s)$ não pode ser determinado diretamente quando $q = 0$, por causa do expoente divergente da equação 12. Este problema é resolvido ao utilizar a equação 13:

$$F_0(s) = \exp \left(\frac{1}{N} \sum_{v=1}^N \ln[F(s, v)] \right) \quad (29)$$

É importante observar que o interesse está em determinar o quanto a função de flutuação média generalizada $F_q(s)$ depende da escala temporal s , para diferentes valores de q . Assim como observado na equação 11, $F_q(s)$ deve seguir uma lei de potência:

$$F_q(s) \sim s^{H(q)} \quad (30)$$

Para séries temporais estacionárias, $H(2)$ é idêntico ao expoente de Hurst (H). Então, $H(q)$ é chamado de Hurst generalizado. O expoente de Hurst generalizado $H(q)$, definido na equação 14, relaciona-se com o expoente de escala $t(q)$, definido pela função de partição, no formalismo multifractal. Esta relação é computada por:

$$t(q) = qH(q) - 1 \quad (31)$$

É possível, ainda, relacionar $H(q)$ com a dimensão multifractal generalizada $D(q)$:

$$D(q) \equiv \frac{t(q)}{q-1} = \frac{qH(q) - 1}{q-1} \quad (32)$$

Neste trabalho, essa rotina será utilizada para separar a série em setores, observando-se que existem períodos em que as previsões são melhores.

Na próxima seção dessa pesquisa serão apresentados exemplos de trabalhos que utilizaram a técnica do MFDFA para caracterizar uma série temporal financeira como multifractal.

3.4 Caracterização de Multifractalidade pelo MFDFA

Os próximos parágrafos são exemplos dos trabalhos que foram publicados para analisar séries temporais financeiras de vários países, com o intuito de afirmar que os mesmos possuem características multifractais.

Matia, Ashkenazy e Stanley (2003) analisam as propriedades multifractais dos preços diários de 29 commodities e 2449 preços de ações, cada uma por um período de 15 anos. O método MFDFA foi utilizado como base para a análise e os autores constataram que todas as séries analisadas possuem características multifractais.

Oświecimka et al. (2005) aplicaram o método MFDFA para dados tick by tick do mercado de ações alemão, no período de novembro de 1997 a dezembro de 1999, perfazendo aproximadamente 250.000 observações. Os autores perceberam que as séries analisadas apresentam características multifractais.

Kwapien et al. (2005) analisaram as propriedades multifractais das séries cotadas de 5 em 5 minutos das 100 maiores empresas americanas. Para tal, utilizaram o método MFDFA e com isso os autores perceberam que há duas fontes fundamentais de multifractalidade: distribuições de probabilidade com caudas mais pesadas e correlações temporais não lineares.

Norouzzadeh e Jafari (2005) utilizaram vários modelos, dentre eles o DFA e o MFDFA, com o objetivo de analisar a multifractalidade dos índices de preços do Teerã. Para isso, os autores coletaram dados diários em um período de nove anos (20/05/95 – 18/03/04) perfazendo um total de 2342 valores. Como resultado, foi percebido que o TEPIX (Tehran price index) apresenta dependência de longo prazo, ou seja, há dependência na série analisada.

Norouzzadeh e Rahmani (2006) analisaram o comportamento e dimensionamento da taxa de câmbio da moeda iraniana com o dólar americano. Na pesquisa, o método MFDFA foi utilizado com uma série diária de preços no período de 24/09/89 a 15/11/2013 com 4369

observações. Os autores concluíram que a série analisada possui propriedades multifractais e que as principais fontes de multifractalidade são: distribuição de probabilidade com caudas mais pesadas e correlações temporais não lineares.

Su, Wang e Huang (2009) investigaram as características multifractais da bolsa de Taiwan através do método MFDFA, as séries utilizadas foram cotações minuto a minuto da TAIEX (*Taiwan stock exchange capitalization weighted stock index*). Os autores concluíram que as séries são multifractais e que a distribuição de probabilidade com caudas mais pesadas exercem um efeito mais dominante na multifractalidade.

Wang, Wu e Pan (2011) investigam o comportamento multifractal das taxas de câmbio do dólar americano e outras onze moedas, sendo sete países desenvolvidos e cinco países subdesenvolvidos. Todos os dados analisados foram diários e o modelo utilizado para tal, foi o MFDFA. Os autores perceberam que todas as séries analisadas possuem características multifractais.

Bolgorian e Gharli (2011) analisaram a cotação diária do preço do ouro, cotadas na London Metal Exchange ao longo de 40 anos (1968-2010). Através do método MFDFA, os autores perceberam que a série temporal analisada apresenta características multifractais e que a multifractalidade do preço do ouro se dá principalmente devido à correlação temporal.

Stosic, Silva e Stosic (2012) estudaram a dinâmica das propriedades multifractais da taxa de câmbio da moeda brasileira x dólar americano (BRL/US) antes e depois de janeiro de 1999, quando o sistema de troca foi substituído pelo regime flutuante. Essa análise foi realizada pelo método MFDFA e os autores concluíram que existe multifractalidade na série analisada e que o sistema flutuante tornou o mercado mais eficiente.

Ghosh, Dutta e Samanta (2012) analisaram o preço do ouro, cotado diariamente, desde o ano de 1973 em janelas de 5 em 5 anos e, através do método MFDFA, concluíram que as características multifractais são evidentes na série estudada. Além disso, os autores perceberam que o aumento da largura da abertura do gráfico em parábola, que indica multifractalidade, pode indicar uma possibilidade de grande flutuação do preço do ouro no futuro, mas o reverso não é verdade.

Oh, et al. (2012) realizaram uma pesquisa sobre o espectro multifractal das taxas de câmbio diárias para o Japão, Hong Kong, Coreia e Tailândia em relação ao dólar americano no período de 1991 a 2005. Os autores perceberam que os quatro casos apresentam claramente características multifractais. Além disso, foi verificado o grau de multifractalidade dos retornos das séries antes e depois da crise, sendo constatado que os retornos das séries coreanas e tailandesas aumentaram significativamente o grau de multifractalidade e que os retornos das

séries japonesas e de Hong Kong não foram afetadas. Para tentar explicar essa diferença de aumento no grau de multifractalidade, os autores afirmam que a Coreia e a Tailândia, sofreram mais com o período de crise, pois são países emergentes, Hong Kong tem uma taxa de câmbio fixa e assim quase não sofreu alteração e o Japão provavelmente introduziu políticas econômicas para ajudar a controlar as consequências da crise e, por ter um mercado mais maduro, absorve melhor os momentos de crise.

Lu et al. (2013) estudam as propriedades multifractais do mercado de ações Chinês através do método MFDFA. Os autores utilizaram cotações intraday de 10 em 10 minutos, entre 16/04/10 a 17/09/2010 totalizando 2.942 observações e perceberam que os índices de ações chineses possuem características multifractais bem como os modelos monofractais são insuficientes para descrever as flutuações no mercado de preços futuros chinês.

Dutta, Ghosh e Chatterjee (2016) utilizam o método MFDFA e uma extensão do mesmo, chamada MF-DXA, com o intuito de estudar a correlação entre a taxa de câmbio da rúpia indiana x dólar americano e o índice da bolsa de Bombaim na Índia. Os dados utilizados foram do período de janeiro de 1995 a dezembro de 2012. Foi verificado que as duas séries analisadas possuem características multifractais e são altamente correlacionadas.

Cao e Xu (2016) analisam as características de multi escala do mercado de preços diários dos direitos de emissão de carbono nos mercados futuros da EUA (European Union Allowances e CER (Certified Emission Reduction)), sendo este estudo realizado através da decomposição empírica (EMD) e do MFDFA. Os autores perceberam que existem características multifractais claras nesses mercados e essa multifractalidade está relacionada com a presença de altos retornos na série de preços.

Grech (2016) propõe um método alternativo para a análise de propriedades multifractais. O novo modelo leva em conta o perfil multifractal dos hursts generalizados para todo o momento de ordem q . A diferença entre esse método e o MFDFA é que ele não se limita apenas aos valores extremos que descrevem a variação entre o maior e o menor valor dos momentos de ordem q . As séries utilizadas foram séries sintéticas e séries reais S&P500, Nikkei e Nasdaq cotadas diariamente. O autor afirma que o método pode evitar problemas de interpretação do perfil multifractal de $h(q)$.

3.5 Estado da arte da pesquisa – um resumo do mais importante para Multifractais

O quadro 1 mostra um resumo dos principais autores e as principais contribuições dos seus trabalhos. Tais pesquisas foram de grande valia para o desenvolvimento desse estudo.

Quadro 2 – Estado da arte - Fractais, Expoente de Hurst, Multifractais e Previsão com Multifractais

TRABALHO	ANÁLISE FEITA	CONCLUSÕES
Bachelier (1900)	Assumiu que os preços seguiam uma distribuição normal.	Muitas áreas aplicadas de economia e finanças como a opção de preços de (Black e Scholes, 1973) e a teoria da carteira (Markowitz, 1959) seguiram esta suposição, pelo menos em seus estágios iniciais.
Hurst (1951)	Cria o modelo para se precaver transbordamentos e secagem de um reservatório.	Observa que o modelo de Hurst funciona para se identificar comportamento de série temporal.
Mandelbrot (1963)	Pesquisa sobre as variações dos preços de ativos.	Afirma que as variações de preços de ativos não seguem uma distribuição normal.
Fama (1965)	Profundo estudo com o propósito de testar empiricamente o modelo de passeio aleatório (<i>random walk</i>) aplicado ao comportamento do preço de ações.	Concluiu que a hipótese de Mandelbrot parece ser válida.
Mandelbrot (1975)	Cita no livro “Les objets Fractals: Forme, hasard et dimension” sobre a possível caracterização multifractal de séries temporais.	Afirma que nem todas as séries testadas assumem comportamento fractal e que possivelmente vários expoentes de escala podem ser necessários para a explicação do comportamento de determinadas séries.

Stanley et al. (1996) e Mantegna e Stanley (1996)	Analizam a dinâmica de séries temporais financeiras.	Concluem que uma análise com vários expoentes de escala deve ser realizada porque apenas um expoente não explica o comportamento da série.
Calvet e Fisher (2001)	Criam o modelo WTMM, para detectar o comportamento de escala multifractal para séries temporais financeiras. Além disso tratam do assunto de previsão de volatilidade de séries temporais financeiras utilizando multifractais.	O WTMM é um bom indicador do comportamento multifractal de séries temporais. E modelos multifractais utilizando parâmetros de Poisson são importantes para prever choques tecnológicos, ciclos de negócios e até ganhos. E preços passados podem inferir na volatilidade.
Kantelhardt et al. (2002)	Desenvolveram a generalização do método detrended fluctuation analysis (DFA), nomeado de método <i>Multifractal</i> DFA, ou seja, (MFDFA) para a caracterização multifractal de uma série temporal.	Os autores perceberam que este novo método pode determinar com confiabilidade o comportamento de escala multifractal de séries temporais e possui resultados muito próximos a WTMM além de ser mais simples de ser aplicado.
Stanley (2003)	Define a área para o qual se estuda multifractais.	O estudo de multifractais é enquadrado em econofísica, sendo que a maior parte dos estudos dessa área são

		tratados por estatísticos, físicos e economistas.
Czarnecki e Grech (2010), Zhang et al. (2015) (Vandewalle e Ausloos (1998), Baviera et al. (2001), Schmit, Schertzer e Lovejoy (1999), Xu e Gençay (2003), Muniandy, Lim e Murugan (2001), Ausloos (2000), Souza, Tabak e Cajueiro (2008), Wang, Wu e Pan (2011), Lux, Morales-Arias e Sattarhoff (2014), Abounoori, Shahrazi e Rasekhi (2012), Oh, Kim e Eom (2007), Stosic, Silva e Stosic (2012) e Norouzzadeh e Rahmani (2006)), (Bolgorian e Gharli (2011), Ivanova e Ausloos (1999), Ghosh, Dutta e Samanta (2012), Oh et al. (2012) e Dutta, Ghosh e Chatterjee (2016)), (Matia, Ashkenazy e Stanley (2003)), (Cao e Xu (2016)), (Turiel e Perez-Vicente (2003), Turiel e Perez-Vicente (2005), Oświęcimka et al. (2005), Kwapien et al. (2005),	Analisam as propriedades multifractais, através do método MF DFA, para várias séries temporais financeiras, divididas em diversos períodos de tempo.	Em todos os casos, são constatados que as séries temporais financeiras possuem características multifractais.

<p>Norouzzadeh e Jafari (2005), Su, Wang e Huang (2009), Wang, Liu e Gu (2009), Dutta (2010), Benbachir e Alaoui (2011), Cajueiro, Gogas e Tabak (2009), Dutta, Ghosh e Chatterjee (2016) e Grech (2016)</p>		
<p>Richards (2004)</p>	<p>Utiliza contratos futuros da taxa de câmbio cotados de 15 em 15 minutos para entender como os parâmetros de fractalidade podem auxiliar no erro de previsão.</p>	<p>O auxílio de parâmetros de fractalidade diminuem o erro de previsão em média em 7%. Para dados periféricos, essa melhora é ainda mais expressiva, podendo melhorar o erro de previsão em até 57%.</p>
<p>Silva, Matias e Vieira (2006)</p>	<p>A inserção da teoria dos fractais na contabilidade financeira.</p>	<p>Evidências empíricas de que as hipóteses de mercado eficiente precisam ser mais bem discutidas e que existe a presença de fractalidade, particularmente em séries temporais de ativos, que deem suporte para o desenvolvimento dessa área em contabilidade financeira, sendo o caminho da evolução da ciência contábil.</p>
<p>Wang, Liu e Gu (2009), Zunino et al. (2009), Baviera et al. (2001),</p>	<p>Modelos de ARCH e GARCH para descrever dados de alta frequência.</p>	<p>os modelos ARCH e GARCH não são adequados para descrever dados de alta frequência, uma vez que tais</p>

Schmitt et al. (1999) e Ivanova e Ausloos (1999)		modelos não conseguem descrever a lei de potência observada nas autocorrelações desses dados e é afirmado também que não descrevem adequadamente as propriedades estatísticas de escala dos dados.
Hallam e Olmo (2014)	Dados diários x dados intraday para a previsão da volatilidade	A utilização de dados de alta frequência, podem proporcionar melhorias significativas na modelagem e previsão da volatilidade do retorno diário em comparação aos modelos que utilizam apenas dados diários.
Silva, Filho, Crescencio, Papa, Gallo (2014)	Definem dois padrões de multifractalidade para separar pacientes infartados e não infartados.	Os autores concluem que os índices hq podem observar se os pacientes têm ou não chances de sofrer novo infarto.
Wang, Wu e Yang (2016)	Utilizam o modelo de volatilidade multifractal (MSM) proposto por Calvet e Fisher (2001) junto com o modelo de comutação de Markov para prever a volatilidade do preço bruto do petróleo.	Esse novo modelo foi comparado aos modelos: GARCH (1,1), IGARCH, GJR, EGARCH e FIGARCH. Os resultados mostram que os modelos MSM geram previsões mais precisas que os modelos da família GARCH.

De acordo com o que foi visto na literatura, esse estudo buscou dar suporte para o desenvolvimento da área de contabilidade financeira, pois, com as análises realizadas,

observou-se que existe uma enorme possibilidade de aprofundamento dos estudos feitos que vêm ao encontro das hipóteses propostas no início desse trabalho. Fica claro que existem respostas inconclusivas e pouco testadas com séries temporais de alta frequência. Outra lacuna identificada refere-se ao método MFDFA, que foi utilizado até agora apenas como um caracterizador de uma série temporal financeira como multifractal ou mono fractal, mas ainda não foi utilizado como um marcador para se fazer previsão.

Um fato relevante, já mencionado anteriormente, que deve ser considerado é que inúmeros trabalhos já sinalizaram que os modelos da família GARCH não são adequados para realizar previsões de dados de alta frequência. Sendo assim, com o surgimento desse tipo de dados, torna-se necessário criar novos mecanismos para trabalhar com a previsão para tais séries.

4 ASPECTOS METODOLÓGICOS

Nesta parte do trabalho, são apresentados: a classificação da pesquisa, os métodos empregados, o passo a passo dos procedimentos para a análise e como foram avaliados os resultados para o problema proposto inicialmente.

De acordo com Martins (2013), esta pesquisa enquadrar-se-á ontologicamente como realista, epistemologicamente como objetivista e seu paradigma será positivista, ou seja, procura-se prever o comportamento de uma série temporal financeira, aplicando modelos estatísticos.

Para Karl Popper, filósofo da ciência, uma hipótese é científica se for falsificável, no sentido de poder ser testada por meio de uma previsão. Silver (2013) afirma que a previsão é importante pois conecta a realidade objetiva à subjetiva.

Silva, Matias e Vieira (2006) afirmam que, no que diz respeito à previsão do comportamento de preços de ativos em mercados financeiros, existe uma real importância econômica que envolve o futuro de milhares de empresas e investidores em todo o mundo. A introdução de ferramentas que melhorem a capacidade de predição do comportamento de preços de ativos é um desafio para acadêmicos e práticos, e a discussão de novas abordagens para o estudo desses comportamentos, como a teoria dos fractais, é de suma importância para o seu desenvolvimento e posterior aplicação prática.

A literatura incentiva o desenvolvimento desta pesquisa à medida que se tem mostrado inconclusiva sobre a questão da contribuição do uso dos parâmetros multifractais como um auxiliar para a previsão de preços futuros. Assim, haverá um aperfeiçoamento dos modelos para a previsão do preço à vista de ações.

A figura 4 apresenta a estrutura interna deste trabalho:

Figura 4. Estrutura interna do trabalho

Como mostrado na figura 4, o objetivo geral desse trabalho foi entender se os parâmetros multifractais calculados através do método MFDFA, são bons indicadores para se fazer previsão de séries temporais financeiras de alta frequência. Sabendo que muitos autores como: Wang, Liu e Gu (2009), Zunino et al. (2009), Baviera et al. (2001), Schmitt et al. (1999) e Ivanova e Ausloos (1999) afirmaram que os modelos da família GARCH não são bons indicadores para fazer previsão para dados de alta frequência, abre-se uma lacuna e oportunidades para novas alternativas para previsão, com o objetivo de melhorar o desempenho dos resultados para séries de alta frequência.

Para se chegar ao objetivo principal, o primeiro passo foi estudar os fractais e os multifractais, assim como os modelos disponíveis na literatura para identificar a multifractalidade ou monofractalidade de séries temporais. Após os estudos, verificou-se quais eram os modelos mais aceitos na literatura para esse fim e, então, ao observar os estudos de SILVA et al. (2014), que trabalha com a multifractalidade para descrever o comportamento dos batimentos cardíacos através do método MFDFA, criou-se a expectativa que o modelo citado também fosse importante para auxiliar a previsão para séries temporais financeiras de alta frequência.

Dentro deste contexto, a hipótese 1 do trabalho foi criada, ou seja, uma das curiosidades dessa pesquisa é saber se a previsão feita com séries temporais financeiras de alta frequência, com o auxílio de multifractais, podem apresentar bons resultados.

Como vários trabalhos já haviam mencionado que os modelos de ARIMA GARCH não são bons para fazer previsão de séries temporais financeiras, a decisão de criar os próprios critérios para esse fim, foi tomada. Outro fator importante diz respeito ao estudo de Mahmoud (1984) afirmando que os métodos mais simples podem ser mais precisos do que os métodos mais sofisticados, e desta forma, os critérios estabelecidos para previsão foram criados através de regressões simples, confirmando, de fato, essa informação positivamente.

Sabe-se que quando aplicamos determinados modelos estatísticos, é necessário dividir a série a ser analisada em dois grupos, que são aqui denominados parte de treinamento e parte de teste. Diante disso a hipótese 2 foi criada com o objetivo de saber se o tamanho da série de treinamento e de teste influenciam na capacidade preditiva do modelo.

Com a evolução dos estudos sobre os multifractais e dos critérios a serem estabelecidos para a previsão de séries temporais financeiras, percebeu-se que o comportamento das séries de alta frequência são melhores delineados quando conseguimos fragmentá-la em janelas. Além da janela para calcular os parâmetros multifractais, foi identificado que seria preciso uma outra janela para entender o comportamento e assim realizar a previsão.

Dentro desse contexto as hipóteses 3 e 4 foram criadas, ou seja, será que o tamanho da janela definida para efetuar os cálculos dos parâmetros multifractais, influencia na capacidade preditiva da rotina criada? Outro ponto a ser observado diz respeito ao tamanho da janela definida para previsão, sendo esta janela chamada de janela posterior. Então surge o seguinte questionamento: Será que o tamanho da janela posterior influencia na capacidade preditiva da rotina criada para previsão?

Isto posto, esta pesquisa tem como objetivo identificar um comportamento para um período específico, ou seja, para o próximo dia, para os próximos cinco dias ou para os próximos 10 dias. Desta forma, é verificada a tendência para o próximo período da série que está sendo analisada. Optou-se por não fazer previsão de passos à frente pois estamos diante de dados minuto a minuto e prever passos para os próximos minutos pode ser inviável, visto que a tecnologia computacional existente pode demorar muito mais do que alguns minutos para fazer todos os cálculos pré definidos.

Diante do exposto, pelo fato de não haver pesquisas conclusivas sobre a utilização de dados de alta frequência e de parâmetros multifractais para previsão de preços, essa pesquisa se torna viável e importante para a área contábil por ser mais um novo indicador para se realizar previsões de preços no mercado. Sabe-se que mesmo com a quantidade significativa de modelos para realizar previsões, ainda não se tem uma resposta para qual é o melhor método para previsão de preços e nem quais são os melhores critérios que devem ser considerados para previsão de preços.

4.1 Natureza da Pesquisa

Segundo o entendimento de Beuren (2006), esta pesquisa pode ser classificada de acordo com seus objetivos, aos procedimentos adotados para se chegar ao constructo e à abordagem do problema.

Quanto aos objetivos, o trabalho apresentado pode ser classificado como exploratório, pois desenvolve uma visão geral dos grandes temas colocados em questão, tornando-os claros para a formulação de suas hipóteses. É também descritiva por buscar descrever as principais características presentes numa série temporal para se construir um modelo que rege ou, pelo menos, diminui o erro de previsão para o seu comportamento.

De acordo com os procedimentos adotados para se chegar ao constructo, pode-se dizer que esta pesquisa é bibliográfica, pois para dar suporte teórico e visualização do estado da pesquisa sobre modelos multifractais e outros modelos que permitem melhor adequação à previsão de séries temporais, foi necessário realizar uma pesquisa bibliográfica.

A pesquisa foi feita em portais disponibilizados pela faculdade, materiais disponibilizados pelo orientador e através de livros. A maioria das referências são internacionais, pelo fato de não existirem muitos trabalhos nacionais na área. Assim, selecionaram-se pesquisas que foram realizadas a nível mundial que tenham um índice de impacto na academia e que usaram os métodos ou combinaram métodos descritos no trabalho, nas mais diversas áreas do conhecimento, dando mais atenção para os realizados nas séries temporais financeiras.

Não houve a pretensão de se chegar a uma revisão completa de todos os inúmeros trabalhos realizados no mundo, mas buscou-se chegar o mais próximo possível de onde as técnicas estudadas estão sendo aplicadas e como isto está sendo feito, levando-se em consideração sua relevância acadêmica.

Quanto à abordagem do problema, a pesquisa realizada é quantitativa de base na econofísica, pelo fato de os modelos utilizados terem um desenvolvimento físico, estatístico e econômico. As análises contaram com ferramentas dos softwares *EViews*® 7, para a análise das séries temporais financeiras analisadas e *MatLab*®, para o cálculo da multifractalidade e criação da rotina de previsão.

4.2 Design da Pesquisa

Nesse tópico são apresentadas as rotinas realizadas para a consecução da pesquisa, assim como a importância de cada uma delas para se chegar ao objetivo final. O item 4.2.1 demonstrará a rotina básica da análise econométrica para qualquer pesquisa realizada para séries temporais financeiras.

Essa rotina básica é importante para se conhecer a série, entendendo suas estatísticas descritivas e realizando testes de normalidade, estacionariedade, dependência temporal, linearidade e heterocedasticidade.

O item 4.2.2 mostrará a rotina da pesquisa em si, sendo que, nesse item estão explicados todos os critérios estabelecidos e também a mecânica estatística que define o método *Multifractal Detrended Fluctuation Analysis* (MFDFA).

4.2.1 Análise das séries temporais estudadas

A análise descritiva dos dados, foi realizada no software *EViews*® 7, a fim de atingir os objetivos de entender os comportamentos de estacionariedade, linearidade, normalidade, dentre outros fatos estilizados dos log retornos das séries temporais financeiras.

A figura 5, mostra o passo a passo da análise dos log retornos que foi realizada para a análise preliminar das séries temporais financeiras estudadas.

Figura 5. Fluxograma das estatísticas descritivas realizadas para os log retornos, adaptado de Lima (2004).

Ao observar a figura é possível notar que inicialmente foram calculados os log retornos das séries temporais financeiras minuto a minuto. Após o cálculo dos log retornos foram verificadas as principais estatísticas descritivas das séries, tais como média, mediana, desvio padrão, máximo, mínimo, dentre outros aspectos importantes inerentes aos dados estudados.

O próximo passo foi verificar se a série segue uma distribuição normal. Esse cálculo foi realizado através do teste de Jarque e Bera (1987), sendo importante para a verificação da assimetria e curtose dos dados. O fato estilizado de caudas mais pesadas, também chamado de caudas gordas, é verificado nessa etapa.

Ademais através do teste de Dickey e Pantula (1987), foi analisado se as séries minuto a minuto seguiam um comportamento estacionário, ou seja, se as séries se desenvolvem no tempo aleatoriamente ao redor de uma média constante, refletindo alguma forma de equilíbrio estável.

Após o teste de estacionariedade, realizou-se o teste de Brock, Dechert e Scheinkman (1986), o famoso BDS, que verifica se a série tem um comportamento i.i.d (independente e identicamente distribuído). O objetivo principal do teste foi identificar a lineariedade ou não lineariedade determinística ou estocástica nos dados dos log retornos de uma série temporal financeira.

Através do teste de McLeod-Li foi observado se as séries seguiam ou não um comportamento linear, pois historicamente, sabe-se que as séries temporais não seguem um comportamento linear. Todos os resultados da estatística descritiva relacionados neste capítulo estão no capítulo 5, onde são comentados os resultados e as discussões.

Após a análise descritiva de todas as séries estudadas, partiu-se para a fase de entender o tipo de comportamento das séries analisadas, através do modelo de Kantelhardt (2002), chamado MFDFA. O objetivo foi constatar que as séries seguiam um comportamento multifractal para então dar sequência às rotinas de previsão, que foram descritas no próximo tópico.

4.2.2 Rotinas e critérios estabelecidos para a Previsão

Para a consecução da pesquisa, foram utilizadas programações próprias feitas no software MatLab®. Sendo que a rotina para o modelo MFDFA foi retirada do site <http://www.ntnu.edu/inb/geri/software>, indicado por Ihlen (2012).

As bases de dados utilizadas foram séries temporais financeiras, cotadas minuto a minuto, em um período de um ano, perfazendo aproximadamente 110.000 observações para cada ativo. As séries escolhidas foram as 5 ações (BBDC4, CIEL3, ITUB4, PETR4, VALE5) e o índice Ibovespa, que estão entre as mais negociadas da BM&F Bovespa.

A figura 6 demonstra o design da pesquisa assim como os critérios e procedimentos adotados:

Figura 6. Design da Pesquisa – Rotina do Modelo FGAMP.

A rotina do modelo FGAMP pode ser dividida entre dois grandes grupos, chamados de procedimento geral e critérios de decisão. O procedimento geral é a parte inicial da pesquisa, onde a série foi dividida em janelas e os parâmetros multifractais calculados, seguindo os seguintes passos:

Passo 1: A série temporal foi varrida com janelas adjacentes (a próxima janela se iniciou um ponto à frente do ponto que se iniciou a anterior).

Passo 2: A série temporal financeira, redefinida como uma série de janelas, foi dividida em duas partes (não necessariamente de mesmo tamanho). A primeira parte (as primeiras janelas) foi denominada série de treinamento (R) e a segunda parte (com as últimas janelas), foi denominada série de teste (T), sendo que:

- i) A série de treinamento (R): onde foram calculados os parâmetros e estabelecidas as médias que constituíram o critério de decisão deste método;
- ii) A série de teste (T): onde foi testado se o valor dos parâmetros obtidos nas janelas anteriores são ou não um bom indicador do comportamento futuro da série.

Passo 3: Cada janela foi, por sua vez, dividida em duas subjanelas (que podem ter tamanhos diferentes): uma primeira, que foi chamada de janela anterior e uma segunda, que foi chamada de janela posterior. Essas janelas tem a seguinte função:

- i) Janelas anteriores: onde foram calculados os parâmetros multifractais.
- ii) Janelas posteriores: foram utilizadas para verificar se, nelas o índice ou ativo subiu mais do que ou ficou igual a um valor em porcentagem (este valor foi chamado de Limiar) para algum ponto do seu interior (basta um). Independentemente da posição do ponto, o importante é ele existir e ocupar a janela. (Por exemplo: se o último ponto da janela anterior for 1,00 e o Limiar considerado for de 2%, foi verificado se na janela posterior existe um ou alguns pontos maiores ou iguais a 1,02 ($1+(1*2\%)$)).

Passo 4: Os parâmetros multifractais foram calculados para todas as janelas anteriores da fase de treinamento e estes valores foram separados em dois conjuntos:

- i) Conjunto (S): onde foram colocados os valores dos parâmetros associados a janelas posteriores onde o índice ou ativo subiu mais do que ou igual ao Limiar estabelecido.
- ii) Conjunto (NS): onde foram colocados os valores dos parâmetros associados a janelas posteriores onde o índice ou ativo não subiu mais do que ou igual ao Limiar estabelecido.

Passo 5: Calculou-se a média, para cada parâmetro, no conjunto (S), chamada (MS) e no conjunto (NS), chamada (MNS).

Passo 6: Calculou-se a média, entre MS e MNS, e chegou-se a uma média geral dos parâmetros multifractais (MG).

Passo 7: Construiu-se uma faixa ao redor de MG, com outros dois valores auxiliares, obtidos a partir de MG, um acima e outro abaixo de MG, da seguinte maneira:

- i) A faixa acima de MG: com valor igual a: $\left[MG + \left(\frac{porc}{100}\right) * abs(MG)\right]$, onde porc é um valor em porcentagem previamente escolhido e `abs` indica o valor absoluto do seu argumento;
- ii) A faixa abaixo de MG: com valor igual a: $\left[MG - \left(\frac{porc}{100}\right) * abs(MG)\right]$.

Após os passos acima, iniciaram-se os procedimentos dos critérios de decisão, que foram:

1) Analisar os valores dos parâmetros calculados, na fase de teste, em cada janela anterior e sua respectiva janela posterior, da seguinte maneira:

- i) Se o valor do parâmetro multifractal cai dentro da faixa construída no passo 7, nenhuma atitude é tomada, ou seja, não há evidências para observar se haverá ou não uma subida igual ou maior que o Limiar analisado;
- ii) Se o valor do parâmetro multifractal cai do lado onde está a média do conjunto (S), assumiu-se que, na janela posterior associada a esta janela anterior, o índice ou ativo irá subir mais do que ou igual ao Limiar;
- iii) Se o valor do parâmetro multifractal cai do lado onde está a média do conjunto (NS), assumiu-se que, na janela posterior associada a esta janela anterior o índice ou ativo não irá subir mais do que ou ficar igual ao Limiar.

2) Para verificar a acurácia das previsões realizadas construiu-se uma tabela de validação de diagnóstico, considerando, para esta tabela, o total de janelas da fase de teste cujos parâmetros caem fora da faixa central estabelecida no passo 7.

3) Usando a tabela de validação, extraiu-se o Valor Preditivo Positivo (VPP), que é a porcentagem de acerto do método, ou seja, é a porcentagem dos casos em que o método diz que o índice vai subir mais do que ou igual ao Limiar e isso realmente ocorre (equivalente aos verdadeiros positivos).

4) Os VPPs foram comparados às seguintes porcentagens de referência:

- i) Porcentagem Real (porcreal): fração do total de janelas posteriores da fase de teste onde o índice ou ativo realmente sobe ou fica igual ao Limiar.
- ii) Porcentagem condicionada (porccond): fração do total de janelas posteriores (excluídas as janelas posteriores dos casos que caem na faixa central) da fase de teste onde o índice ou ativo realmente sobe mais do que ou fica igual ao Limiar.

Com o objetivo de se chegar a valores ótimos para :

- i) A quantidade de pontos para a série de treinamento e a série de teste;
- ii) Os tamanhos das janelas anteriores e posteriores;
- iii) Os valores do Limiar;
- iv) O valor do percentual (Porc) calculado para a construção da faixa do Passo 7.

Foram realizadas várias simulações, que são:

- a) Tamanhos testados para a série de treinamento: 10.000; 20.000; 30.000; 40.000; 50.000 e total da série (que pode variar de seis meses a um ano);
- b) Tamanhos testados para a série de teste: 10.000; 20.000; 30.000; 40.000; 50.000 e total da série. Cada um destes casos podem ser feitos direto (sem pular nenhum valor) ou pulando valores, por exemplo: pulando 10.000; pulando 20.000; pulando 30.000; pulando 40.000; pulando 50.000;
- c) Os tamanhos para janelas anteriores testados foram: 210, 300, 360, 420, 480, 540 e 600 pontos;
- d) Os tamanhos para as janelas posteriores testados foram: 210, 420, 480, 1260, 1680, 2100, 2520, 2940, 3360, 3780 e 4200 pontos;
- e) Os valores testados para o Limiar foram: 1%, 2%, 3%, 4% e 5%.
- f) Os valores do porc para a construção da faixa ao redor de MG testados foram: de 1% até 30% (aumentando de 1% em 1%).

A escolha dos itens acima é melhor explicada no item 4.4.

Após estes procedimentos chegou-se a resultados melhores com metade da série de janelas sendo usada para treinamento e a outra metade sendo usada para teste. Da mesma forma, os melhores tamanhos de janelas anteriores são 210, 300, 360, 420, 480 e 540, bem como para as janelas posteriores 420, 2100 e 4200.

Além disso percebeu-se que com os limiares 1%, 2% e 3% obtêm-se melhores resultados. Para o valor da construção da faixa ao redor de MG o percentual que obtido com os melhores resultados foi o de 25%.

Percebe-se que todos os critérios estabelecidos para previsão foram realizados com regressões simples e médias aritméticas, sendo que o único método utilizado para caracterizar as janelas anteriores para a série temporal financeira analisada foi o método MFDFA. Dessa forma no próximo tópico será apresentado a operacionalização do modelo MFDFA.

4.2.2.1 Operacionalização do modelo MFDFA

Seja $x_t = \{x_1, x_2, \dots, x_s\}$ uma série temporal de comprimento S . Então, calcula-se a função de flutuação média para a janela v de tamanho s .

$$F_2(s) = \left(\frac{1}{N} \sum_{v=1}^N [F^2(s, v)] \right)^{\frac{1}{2}} \quad (33)$$

O próximo passo será determinar a função escalar da função de flutuação média, ao analisar o gráfico log-log de $F_2(s)$ versus s . Essa relação é obtida ao repetir os passos de calcular a série integrada Y_i , calcular a função de variância e a flutuação média para a janela v de tamanho s , para diferentes tamanhos de janelas s . Se a série temporal x_t possui correlações de longo alcance, o valor de $F_2(s)$ aumenta à medida que o tamanho da janela s aumenta, de acordo com a lei de potência:

$$F_2(s) \sim s^\alpha \quad (34)$$

O parâmetro de α , chamado de correlação, representa as propriedades de correlação da série temporal da seguinte maneira:

- Se $\alpha = 0,5$ – não existem correlações de longo alcance presentes na série.
- Se $0 < \alpha < 0,5$ – a série é antipersistente e possui correlação negativa.
- Se $0,5 < \alpha < 1$ – a série é persistente e possui correlação positiva.

A obtenção do parâmetro α utilizando as equações acima representa o método de cálculo-padrão do DFA. Sua generalização é chamada de função flutuação média generalizada, e para momentos de ordem q , é dada pela equação a seguir. Este método é chamado *Multifractal Detrended Fluctuation Analysis* ou MFDFA (KANTELHARDT, 2002):

$$F_q(s) = \left(\frac{1}{N} \sum_{v=1}^N [F^2(s, v)]^{\frac{q}{2}} \right)^{\frac{1}{q}} \quad (35)$$

A variável q pode assumir qualquer valor real, exceto zero. O valor de $F_q(s)$ não pode ser determinado diretamente quando $q = 0$, por causa do expoente divergente da equação 43. Esse problema é resolvido ao utilizar a equação 44:

$$F_0(s) = \exp\left(\frac{1}{N} \sum_{v=1}^N \ln[F(s, v)]\right) \quad (36)$$

É importante observar que o interesse está em determinar o quanto a função de flutuação média generalizada $F_q(s)$ depende da escala temporal s , para diferentes valores de q . Assim como observado na equação 42, $F_q(s)$ deve seguir uma lei de potência:

$$F_q(s) \sim s^{H(q)} \quad (37)$$

Para séries temporais estacionárias, $H(2)$ é idêntico ao expoente de Hurst (H). Então, $H(q)$ é chamado de Hurst generalizado.

O expoente multifractal de Hurst generalizado, $H(q)$, definido na equação 46, relaciona-se com o expoente de escala $t(q)$, definido pela função de partição, no formalismo multifractal. Essa relação é computada por:

$$t(q) = qH(q) - 1 \quad (38)$$

É possível, ainda, relacionar $H(q)$ com a dimensão multifractal generalizada $D(q)$:

$$D(q) \equiv \frac{t(q)}{q-1} = \frac{qH(q)-1}{q-1} \quad (39)$$

Finalmente, podemos definir o expoente de singularidade de ordem q , $h(q)$, como a taxa de variação de $t(q)$ em relação a q . Assim,

$$h(q) = \frac{dt(q)}{dq} \quad (40)$$

O gráfico de Dq contra hq é o espectro multifractal. Nele podemos visualizar o parâmetro Δhq .

A Figura abaixo mostra um exemplo do espectro multifractal para a série do índice Ibovespa.

Gráfico 1. Espectro multifractal para o Índice Ibovespa

O parâmetro Δhq é a diferença entre o maior valor de hq em relação ao menor valor de hq , sendo que esses valores não são necessariamente os valores do hq na posição (-5) e hq na posição (5), pode ser que estes valores estejam localizados nos hq s intermediários.

No próximo tópico serão apresentados os parâmetros multifractais que foram utilizados como marcadores para a previsão realizada.

4.2.2.2 Parâmetros Multifractais utilizados para Previsão

Os parâmetros multifractais utilizados neste trabalho foram extraídos das equações 37 a 40 mencionadas anteriormente, abrangem um total de 44 e são os seguintes:

Tabela 1. Parâmetros Multifractais utilizados nesta pesquisa

Número do Parâmetro	Parâmetro	Número do Parâmetro	Parâmetro
1	Δhq	23	$tq(10)$
2	DHq	24	$tq(11)$
3	$Hq(1)^*$	25	$hq(1)$
4	$Hq(2)$	26	$hq(2)$
5	$Hq(3)$	27	$hq(3)$
6	$Hq(4)$	28	$hq(4)$
7	$Hq(5)$	29	$hq(5)$
8	$Hq(6)$	30	$hq(6)$

9	$Hq(7)$	31	$hq(7)$
10	$Hq(8)$	32	$hq(8)$
11	$Hq(9)$	33	$hq(9)$
12	$Hq(10)$	34	$hq(10)$
13	$Hq(11)$	35	$Dq(1)$
14	$tq(1)$	36	$Dq(2)$
15	$tq(2)$	37	$Dq(3)$
16	$tq(3)$	38	$Dq(4)$
17	$tq(4)$	39	$Dq(5)$
18	$tq(5)$	40	$Dq(6)$
19	$tq(6)$	41	$Dq(7)$
20	$tq(7)$	42	$Dq(8)$
21	$tq(8)$	43	$Dq(9)$
22	$tq(9)$	44	$Dq(10)$

* onde $Hq(n) = H(q)_{(n)}$; $n = 1, \dots, 2q + 1$ e de modo semelhante para os outros.

Todos os 44 parâmetros multifractais utilizados foram extraídos das equações 37 a 40, sendo que o momento utilizado para q foi igual a 5. Isso implica que os valores de q variaram entre -5 e 5. Este momento foi escolhido por ser o proposto por Ihlen (2012).

O primeiro parâmetro é o Δhq , sendo a diferença entre o hq máximo e o hq mínimo.

O segundo parâmetro é a derivada do expoente Hq , obtido na equação 37.

Os parâmetros de 3 a 13 são os expoentes Hq obtidos na equação 37, sendo que temos 11 valores para q (-5,-4,-3,-2,-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5), onde $Hq_{(n)} = Hq_{(q=n)}$.

Os parâmetros de 14 a 24 são os valores de t_q obtidos através da equação 38, com os valores de q , também variando de (-5 a 5).

Os parâmetros 25 a 34 são os valores de hq obtidos através da equação 40, neste caso temos apenas 10 parâmetros porque a fórmula é uma derivada.

Os parâmetros 35 a 44 são os valores de Dq obtido através da equação 39, como também são derivadas, temos para este caso, 10 valores ao invés de 11.

4.3 Estatística de Erro e Confiança para as previsões

Para verificar a eficácia do método utilizado nesta pesquisa consideramos o Valor Preditivo Positivo (VPP). Esta escolha foi feita porque as previsões são realizadas para espaços determinados de tempo e não para apenas um ponto, assim ficaria inviável utilizar os medidores de qualidade mais utilizados em finanças que são MAPE, MASE, RMSE e Correlação porque a finalidade do medidor de qualidade, neste trabalho, não é medir o quanto você se afasta de determinado resultado, mas sim o quanto você acerta indicando que aquele resultado irá acontecer.

Este parâmetro surge como uma consequência do teorema de Bayes, proposto por Thomas Bayes no século XVII e bastante utilizado, especialmente na área da saúde.

Quando uma previsão de preços de determinado ativo é realizada, têm-se, por exemplo, as seguintes possibilidades (onde positivo é um aumento no valor do ativo e negativo é o oposto):

Quadro 2 : Possibilidades de resultados ao se realizar uma previsão

		Realidade	
Previsão		Positivo	Negativo
	Positivo	VP	FP
	Negativo	FN	VN

VP = Verdadeiro Positivo, VN = Verdadeiro Negativo, FP = Falso Positivo e FN = Falso Negativo

Sendo que as representações para as siglas VP, FP, FN e VN são:

- ✓ VP é o verdadeiro positivo, ou seja, é o fato da previsão realizada ter como resposta que o preço do ativo irá subir e na realidade o preço do ativo subir.
- ✓ FP é o falso positivo, ou seja, é o fato da previsão realizada ter como resposta que o preço do ativo irá subir e na realidade o preço do ativo não subir.
- ✓ VN é o verdadeiro negativo, ou seja, é o fato da previsão realizada ter como resposta que o preço do ativo não irá subir e na realidade o preço do ativo não subir.
- ✓ FN é o falso negativo, ou seja, é o fato de ser afirmado que o preço do ativo não irá subir e na realidade o preço do ativo subir.

O Valor preditivo positivo é descrito da seguinte forma:

$$VPP = \frac{VP}{(VP + FP)} \quad (41)$$

O VPP significa, então, a porcentagem de acerto da previsão, considerados apenas os casos em que a previsão diz que o preço do ativo irá subir.

4.4 Estabelecimento de critérios para previsão

4.4.1 Definição do tamanho das janelas

Vários testes para tamanhos de janelas foram feitos, para as janelas anteriores partiu-se do tamanho de 210 observações que é aproximadamente a metade de um dia, até 600 observações.

A figura abaixo exibe um dos testes realizados para o tamanho das janelas. Neste caso, as anteriores estão variando (210, 300, 360, 420, 480, 540, 600) e a posterior está fixa (4200).

Gráfico 2. Valor Preditivo Positivo em relação ao tamanho das janelas analisadas

Após vários testes foi resolvido que trabalharíamos com as janelas anteriores de 210, 300, 360, 420, 480 e 540 pontos, para a comparação do grau de acerto entre as janelas testadas. Essa decisão foi tomada em função do tempo computacional exigido, pois quanto maior a janela anterior, maior o tempo computacional exigido. Para trabalhos futuros testaremos a qualidade de outros tamanhos de janelas.

Para as janelas posteriores, fixou-se em janelas de aproximadamente 1 dia (420 observações), aproximadamente 5 dias (2100 observações) e aproximadamente 10 dias (4200 observações).

4.4.2 A questão dos log retornos

Após alguns testes foi verificado que os resultados das previsões eram melhores com a série bruta dos dados do que com os log retornos. Portanto para as previsões, utilizou-se os valores reais das séries.

A figura abaixo é uma demonstração dos resultados das previsões com e sem log retornos. Esta previsão foi realizada para uma janela anterior de 540 pontos, onde são calculados os parâmetros multifractais e uma janela posterior de 4200 pontos, onde são realizadas as previsões, para o limiar de 1%, ou seja, para fazer a previsão se, na janela posterior, o valor do ativo irá subir ou não mais do que 1% em relação ao último valor da janela anterior.

Gráfico 3. Demonstração dos resultados de previsão utilizando log retornos x série bruta

A linha vermelha é a porcentagem real, que representa a probabilidade de acerto, caso consideremos que em todas as janelas analisadas o preço do ativo sempre irá subir. Os parâmetros multifractais estão calculados no eixo das abscissas.

A linha verde são os cálculos das previsões realizados com os log retornos e a linha azul são os cálculos das previsões realizadas com os dados brutos, ou seja, sem a transformação dos mesmos em log retornos. Com a análise da figura fica evidente que os resultados são bem melhores considerando a série bruta. E assim, foi definido que não utilizaríamos os log retornos para a previsão.

4.4.3 A faixa ao redor da Média Geral (MG) dos Parâmetros Multifractais

Para o estabelecimento da faixa ao redor da média geral dos parâmetros multifractais, foram testados valores de 1% até 30%. Após os testes com todos os “*spreads*” ao redor da média geral, chegou-se ao percentual de 25% como bastante razoável.

A figura abaixo mostra os valores preditivos positivos em relação ao percentual de afastamento da média geral do modelo. O exemplo apresenta a série do índice Ibovespa, anual

com um tamanho de janela anterior de 540 pontos e janela posterior 4200 pontos, levando em consideração o Limiar de 1%.

Gráfico 4. Porcentagem de afastamento da média geral em relação ao Valor Preditivo Positivo.

Através do gráfico fica evidente que a partir de 20% os valores começam a se dispersar, e em 30% os valores são bem piores. Após uma análise de muitos gráficos e resultados chegou-se a porcentagem de afastamento da média geral de 25% como razoável.

4.5 Um exemplo prático de como foram feitas as rotinas

Como exemplo prático vamos pensar na série anual do índice Ibovespa, cotada minuto a minuto, que corresponde a 109.672 observações. É preciso definir também o tamanho de uma janela, que será de 4740 pontos e essa janela será subdividida em uma janela anterior de 540 pontos e outra janela posterior de 4200 pontos, perfazendo os 4740 pontos. Vamos também definir que queremos fazer uma previsão de 1%, aqui chamado de Limiar, para o preço do ativo.

O primeiro passo é dividir as 109.672 observações em janelas de 4740 pontos, onde a próxima janela se iniciou um ponto à frente do ponto que se iniciou a anterior.

Então vamos supor que a primeira janela foi do ponto 1 ao ponto 4740, a segunda janela será do ponto 2 ao ponto 4741, a terceira janela será do ponto 3 ao ponto 4742 e assim em diante.

Dessa forma, teremos 104.933 janelas de 4740 observações cada.

Então essas janelas foram subdivididas em

- A série de treinamento (R): onde foram calculados os parâmetros e estabelecidas as médias que constituíram o critério de decisão deste método;

- A série de teste (T): onde foi testado se o valor dos parâmetros obtidos nas janelas anteriores são ou não um bom indicador do comportamento futuro da série nas janelas posteriores correspondentes.

Após alguns testes foi decidido alocar 50% da série de janelas para testes e 50% para treinamento.

Neste exemplo, temos, uma janela anterior de 540 pontos, onde foram calculados os parâmetros multifractais, sendo que calculam-se todos os parâmetros multifractais para todas as janelas anteriores da série.

Quanto às janelas posteriores, as mesmas foram utilizadas para verificar, levando em consideração o último ponto da janela anterior, se na janela posterior existe algum ou alguns pontos em que o valor do índice ou ativo sobe mais do que ou fica igual ao Limiar de 1% . Independentemente da posição do ponto, o importante é ele existir e dentro da janela. (Por exemplo: se o último ponto da janela anterior for 1,00 e o Limiar considerado for de 1%, foi verificado se na janela posterior existe um ou alguns pontos maiores ou iguais a $1,01$ ($1+(1*1\%)$)).

Então através do critério de existir, na janela posterior, um ou alguns pontos iguais ou maiores do que o limiar de 1%, levando em consideração o último ponto da janela anterior, dividiu-se as janelas de 4740 pontos da fase de treinamento em dois grandes grupos:

- Conjunto (S): onde foram colocados os valores dos parâmetros associados a janelas posteriores onde o índice ou ativo subiu mais do que ou igual a 1%. No caso para exemplo obtivemos 36.917 janelas para o conjunto (S).
- Conjunto (NS): onde foram colocados os valores dos parâmetros associados a janelas posteriores onde o índice ou ativo não subiu mais do que ou igual a 1%. No caso para o exemplo obtivemos 15.549 janelas para o conjunto (NS).

Sendo assim, calculou-se a média, para cada parâmetro, no conjunto (S), chamada (MS) e no conjunto (NS) e uma média geral entre os conjuntos (S) e (NS), para todos os parâmetros.

Para facilitar o entendimento, vamos considerar apenas o parâmetro 12 (lembrando que se tem 44 parâmetros, conforme explicado no item 4.2.2.2)

Calculou-se a média dos valores do parâmetro 12, obtidos em todas as janelas associadas ao conjunto (S) e também a média dos valores dos parâmetro 12, obtidos em todas as janelas associadas ao conjunto (NS).

Após este passo, calculou-se a média geral, que é a média (MG) do conjunto (S) e do conjunto (NS)

Construiu-se uma faixa ao redor de MG, com outros dois valores auxiliares, obtidos a partir de MG, um acima e outro abaixo de MG, da seguinte maneira:

A faixa acima de MG: com valor igual a: $\left[MG + \left(\frac{25}{100} \right) * abs(MG) \right]$, onde porc é um valor em porcentagem previamente escolhido e `abs` indica o valor absoluto do seu argumento;

A faixa abaixo de MG: com valor igual a: $\left[MG - \left(\frac{25}{100} \right) * abs(MG) \right]$.

O gráfico 2 é a demonstração do passo acima.

Gráfico 5. Faixa MG para o parâmetro 12, para a série do Ibovespa.

Ao calcular a média do parâmetro 12, que corresponde ao Hq(10) obtido na equação 37, para todas as 52.466 janelas da fase de treinamento do índice Ibovespa, obtivemos um resultado igual a 1,4, sendo que 25% a mais que essa média corresponde a um valor de 1,75 e um valor 25% abaixo desta média corresponde a 1,05.

Observa-se que, um percentual muito pequeno de janelas da fase de treinamento são usadas com o parâmetro para fazer a previsão na fase de testes, neste caso específico 0,73%, que equivalem a aproximadamente 380 janelas.

Um dos resultados da pesquisa será exatamente este, ou seja, quanto menor a frequência da quantidade de janelas onde o parâmetro é usado na fase de testes, melhor os resultados da previsão, mas essa questão será melhor apresentada no capítulo 5.

Após os passos acima, iniciaram-se os procedimentos dos critérios de decisão, que foi analisar os valores dos parâmetros calculados, na fase de teste, em cada janela anterior e sua respectiva janela posterior, da seguinte maneira:

1. Se o valor do parâmetro multifractal cai dentro da faixa construída, nenhuma atitude é tomada, ou seja, não há evidências para observar se haverá ou não uma subida igual ou maior que 1% ;
2. Se o valor do parâmetro multifractal cai do lado onde está a média do conjunto (S), assumiu-se que, na janela posterior associada a esta janela anterior, o índice ou ativo irá subir mais do que ou igual a 1%;
3. Se o valor do parâmetro multifractal cai do lado onde está a média do conjunto (NS), assumiu-se que, na janela posterior associada a esta janela anterior o índice ou ativo não irá subir mais do que ou ficar igual ao Limiar.

Levando em consideração o parâmetro 12 e os critérios estabelecidos acima, acerta-se 97,33% das vezes, quando é afirmado que o índice ou ativo irá subir mais do que ou igual a 1%.

A porcentagem de referência para comparação é a porcentagem real, que é definida como fração do total de janelas posteriores da fase de teste onde o índice ou ativo realmente sobe ou fica igual ao Limiar, sendo que, neste caso a porcentagem real foi de 70,36%. Isso demonstra que o modelo FGAMP acertou 38,34% mais vezes do que a porcentagem real.

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo abordar-se-á inicialmente a análise da estatística descritiva dos dados, a fim melhor caracterizar os dados minuto a minuto que são trabalhados na pesquisa. Então, serão descritos os testes econométricos de normalidade, estacionariedade, dependência temporal, linearidade e heterocedasticidade, para a verificação dos fatos estilizados das séries de retornos.

Após os testes econométricos, será apresentada a análise de multifractalidade dos dados e por fim apresentar-se-á os resultados da previsão para o método FGAMP, assim como os parâmetros ótimos, dentre os 44 analisados, as janelas ótimas, dentre as 18 analisadas, e o percentual de acerto do método levando em consideração uma previsão para 1%, 2% e 3%.

5.1 Amostra, coleta e tratamento dos dados

Para atingir os objetivos propostos, os dados que foram utilizados nesse trabalho são os preços, minuto a minuto, listados na BM&FBOVESPA, no total de 5 ações e o índice Ibovespa, perfazendo 6 bases de dados.

O período analisado foi do dia 01/12/2014 a 30/11/2015, sendo que esse período coletado possui aproximadamente 110.000 observações para cada base de dados.

As ações e o índice escolhidos para a pesquisa se encontram na tabela abaixo:

Tabela 2. Base de dados ações e índice escolhidos

Empresa	Código
Índice Ibovespa	IBOV
Itaú/ Unibanco	ITUB4
Bradesco	BBDC4
Petrobrás	PETR4
Cielo	CIEL3
Vale do Rio Doce	VALE5

As ações escolhidas representam aproximadamente 32% da composição do índice Ibovespa e estão entre as mais negociadas da BM&FBOVESPA. (conforme carteira teórica do índice Ibovespa do período do primeiro quadrimestre de 2017).

Os dados foram coletados através da base da CMA – Consultoria, Métodos, Assessoria e Mercantil S/A e complementados com a base de dados da Thomson Reuters.

Como os preços a serem analisados são cotados minuto a minuto, não foram necessários ajustes de dividendos.

5.2 Característica e apresentação das séries estudadas

Nesta pesquisa foram analisadas séries de alta frequência, cotadas minuto a minuto, no período de 01/12/2014 a 30/11/2015, de 5 ações do mercado brasileiro e o índice Ibovespa. Essa escolha foi feita porque o índice Ibovespa é o indicador de desempenho médio das cotações dos ativos de maior negociabilidade e representatividade do mercado brasileiro sendo que as ações escolhidas representam, aproximadamente, de 32% do índice Ibovespa. O gráfico abaixo mostra a distribuição dessas ações em relação à totalidade do índice.

Gráfico 6. Composição do Índice Ibovespa

Fonte: <http://www.bmfbovespa.com.br/>, dados de janeiro de 2017.

Como se pode observar, a ação preferencial do Itaú/Unibanco representa 11% do total do índice Ibovespa, enquanto as ações do Bradesco (BBDC4), Petrobrás (PETR4), Vale do Rio Doce (VALE5) e Cielo (CIEL3) representam respectivamente, 8%, 6%, 5% e 2%.

Essa informação é de extrema importância pois mostra que foram analisados preços de ativos que podem representar o comportamento do mercado brasileiro, sendo que, essas empresas formam um percentual bastante relevante em relação à negociabilidade e representatividade nesse mercado.

No próximo tópico será apresentada uma análise descritiva dos dados, a fim de resumir e identificar os preços que foram trabalhados e resumir estatisticamente seu comportamento.

5.3 Análise descritiva das séries de preços e de retornos

Esta análise teve o objetivo de descrever e resumir os dados que foram analisados nessa pesquisa. A figura 7 mostra o comportamento dos preços de fechamento de cada minuto das séries testadas.

Figura 7. Gráficos do comportamento dos preços de fechamento por minuto

Com a análise da figura é possível observar que, com exceção da CIEL3, todas as séries analisadas fecharam o período com cotações menores do que o início do período, mostrando que foi um ano difícil para o mercado de ações brasileiro. Importante observar que, a maior alta para todas as séries foi próxima aos 50.000 pontos e, com exceção da CIEL3, todas as outras ações despencaram após esse período.

Em relação ao valor de mercado das empresas para o período analisado, a Vale foi a empresa com ações negociadas na Bovespa que mais perdeu valor de mercado em 2015, segundo um levantamento do Economática. A empresa perdeu R\$ 45,9 bilhões em valor de mercado, sendo que, esse valor representa uma perda de 42% do seu valor de mercado total.

A PETR4 foi a empresa com a terceira maior queda, perdendo R\$ 26,1 bilhões em valor de mercado, o que representa aproximadamente 20% do seu valor de mercado. Com a crise no

mercado financeiro do país, os bancos também foram as empresas que tiveram uma perda expressiva no ano. O BBDC4 perdeu R\$ 45,1 bilhões, sendo que essa queda representa aproximadamente 30% do seu valor de mercado e o ITUB4 perdeu R\$ 31,7 bilhões, com desvalorização de aproximadamente 17% do seu valor.

A figura 8 mostra o comportamento dos retornos minuto a minuto das seis séries temporais durante o período de 01 de dezembro de 2014 a 30 de novembro de 2015. Verifica-se que, os gráficos dos retornos apresentam uma oscilação em torno de zero. Observa-se também a presença de agrupamento de volatilidade, os chamados clusters, em vários momentos, que condiz com o fato estilizado das séries temporais financeiras descritas no item 2.5.2. Os clusters representam incertezas presentes nos mercados e geralmente resultam em expressivas oscilações nos preços dos ativos e em seus retornos em um curto intervalo de tempo. O mais significativo é que esteve presente em todos os índices foi no último período (após 75.000 pontos), quando a crise econômica do país atingiu seu ápice, levando em consideração apenas o período analisado. Existem também outros clusters de volatilidade que podem ser identificados em cada índice isoladamente, indicando algum evento mais específico que tenha afetado o mercado de forma local.

Figura 8. Gráficos dos comportamentos dos log retornos minuto a minuto

A tabela 3 apresenta as principais estatísticas descritivas das séries de retornos logarítmicos do índice Ibovespa e ações das empresas Bradesco, Cielo, Itaú, Petrobrás e Vale do Rio Doce, cotados minuto a minuto, no período de 01 de dezembro de 2014 a 30 de novembro de 2015. As séries temporais de cada ativo tiveram entre 101.892 e 114.771 observações, cotados no fechamento de cada minuto. Na tabela, estão descritas também a média, mediana, os valores máximos e mínimos, o desvio-padrão e as medidas de assimetria e curtose.

Tabela 3. Análise descritiva das séries de retornos dos ativos analisados

	IBOV	CIEL3	BBDC4	ITUB4	PETR4	VALE5
Média	-1.83E-06	-1.66E-07	-3.83E-06	-2.79E-06	-5.87E-06	-5.58E-06
Mediana	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
Máximo	0.012834	0.044606	0.030367	0.030006	0.089916	0.062738
Mínimo	-0.023052	-0.031950	-0.046640	-0.109920	-0.09074	-0.076349
Desvio-padrão	0.000661	0.001215	0.001281	0.001230	0.001976	0.001556
Assimetria	-1.264694	0.177547	-1.663003	-7.648932	-1.161599	0.146751
Curtose	51.75530	60.43821	108.7901	687.1645	175.6933	198.1841
Soma	-0.200689	-0.016947	-0.398227	-0.29079	-0.67327	-0.589042
Σ (Desvios) ²	0.047855	0.150504	0.170424	0.157557	0.448163	0.255331
Observações	109672	101892	103935	104161	114771	105490

Como o ano de 2015 foi um ano de várias turbulências políticas e econômicas no Brasil, os ativos analisados tiveram valores expressivos de máximo e mínimo. Percebe-se que a ação PETR4 apresentou o maior retorno do minuto, sendo que em um minuto seu preço chegou a variar 8,9%. O preço da VALE5 não ficou muito atrás, chegando a um retorno máximo de 6,27%, seguido pela CIEL3 com 4,46%, BBDC4 e ITUB4 com aproximadamente 3%, e o índice Ibovespa com o menor valor de máximo, apresentando a maior variação do minuto sendo 1,28% no período analisado.

Em relação aos valores mínimos, a ação do ITUB4 teve a maior queda no período de um minuto, chegando a oscilar negativamente em 10,99%, seguido pela PETR4 que chegou a cair 9,07%, a VALE5 7,63%, o BBDC4 4,66%, a CIEL3 3,19% e o índice Ibovespa em 2,3%. Essas fortes oscilações dos bancos se deram, no mês de maio de 2015, quando o ministro da Fazenda Joaquim Levy estava em busca do ajuste fiscal. As empresas estatais Vale do Rio Doce e Petrobrás, sofreram junto com a crise política e econômica do país, além de escândalos ambientais e de corrupção. Mesmo com essas empresas de grande expressividade, no índice Ibovespa, sofrendo grandes oscilações em um minuto, sua menor variação foi de 2,3% no período analisado.

Os resultados do desvio-padrão de cada ativo foram compatíveis com seus valores de máximo e mínimo, com a PETR4 apresentando um índice maior, seguido pela VALE5, depois

o BBDC4, ITUB4 e CIEL3 com valores bem próximos e com o menor desvio, o índice Ibovespa, mostrando a importância da diversificação de uma carteira. Como o índice Ibovespa é o indicador de desempenho médio das cotações dos ativos de maior representatividade e negociabilidade do mercado brasileiro, seu risco acaba se diversificando e sendo o menor apresentado.

Quanto à assimetria, sabe-se que uma distribuição é perfeitamente simétrica, quando esse valor é igual a zero, e, quanto mais longe de zero, mais assimétrica é a distribuição. Os valores de assimetria apresentados na tabela indicam que as distribuições dos retornos das séries analisadas não são simétricas. No entanto, pode-se considerar que a distribuição da VALE5 e da CIEL3 são razoavelmente simétricas, uma vez que apresentam coeficientes na faixa de -1 e 1. As outras distribuições apresentam valores bem distantes de zero. Quando a assimetria é caracterizada por um deslocamento para a esquerda, pode-se afirmar que essa caracterização se dá por retornos negativos, que é o caso da PETR4, o índice Ibovespa, o BBDC4 e o ITUB4. O contrário também é verdadeiro, ou seja, quando a assimetria é caracterizada por um deslocamento para a direita, pode-se afirmar que essa caracterização se dá por retornos positivos, que é o caso da CIEL3 e da VALE5.

Os valores de curtose indicam que as séries de retornos não são normais, já que o valor da curtose de uma distribuição normal é igual a 3. Nas séries apresentadas na tabela, os valores variam entre 51.75530 e 687.1645. Isso significa que há um excesso de curtose ($K > 3$) em todas as distribuições, ou seja, são mais altas (afuniladas) e concentradas do que a normal. Elas também são chamadas de leptocúrticas e são caracterizadas pelas típicas caudas gordas ou “caudas pesadas” das séries financeiras de retornos, um conhecido fato estilizado comentado no item 2.6.1.

5.4 Análises das séries temporais financeiras estudadas

Para se conhecer uma série temporal, é preciso fazer alguns testes, como, por exemplo: estacionariedade (para saber se a série se desenvolve no tempo ao redor de uma média constante); teste de heterocedasticidade condicionada (se a variância é constante no erro); teste de normalidade (para saber se a série segue uma distribuição normal), e verificação se a série é estocasticamente independente. Essas verificações foram feitas para todas as séries estudadas e os resultados dos testes são descritos nos próximos tópicos.

5.4.1 Teste de normalidade

Com o objetivo de verificar se as séries temporais dos retornos minuto a minuto seguiam uma distribuição normal, o teste Jarque-Bera foi aplicado. Esse teste compara os valores de curtose e assimetria das séries para fazer tal verificação. Conforme foi comentado no item 4.4.4, quando uma série apresenta uma distribuição normal, o valor de assimetria é igual a zero e o valor da curtose igual a 3.

A tabela 4 mostra os valores de assimetria, curtose, da estatística de Jarque-Bera e o valor p das séries analisadas.

Tabela 4. Teste de Normalidade Jarque-Bera

	Assimetria	Curtose	Jarque-Bera	Valor p
IBOV	-1.264694	51.75530	10891694	0.0000
BBDC4	-1.663003	108.7901	48514295	0.0000
CIEL3	0.177547	60.43821	14007070	0.0000
ITUB4	-7.648935	687.1645	2.03e+09	0.0000
PETR4	-1.161599	175.6933	1.43e+08	0.0000
VALE5	0.146751	198.1841	1.67e+08	0.0000

Pelos resultados apresentados na tabela 4 nenhuma série temporal minuto a minuto, apresentada nesse estudo, apresenta distribuição normal, isso porque considerando um nível de 5% ou de até 1% de significância, todas elas apresentam um valor p menor que esse valor, rejeitando-se, portanto a hipótese nula, que é a de confirmação de normalidade das séries. Este resultado já é esperado e conhecido como um fato estilizado das séries de retornos financeiros, conforme comentado no item 4.4.4.

A figura 9 apresenta os histogramas dos retornos dos seis índices. É visível que as distribuições não são normais. Percebe-se, também, que os valores de média são próximos de zero e existe uma elevada concentração de retornos na região central, com a presença de alguns outliers, especialmente nos índices que tiveram uma volatilidade maior. Além disso pode-se observar também o excesso de curtose existente, caracterizando as caudas gordas, ou seja, o comportamento leptocúrtico, conforme comentado no item 4.4.4. Outra característica clara, possível de observar pela figura é a existência de assimetria bastante acentuada.

Figura 9. Histograma dos log retornos minuto a minuto

A figura 10 mostra os gráficos dos quantis da curva normal teórica contra os quantis da distribuição real de cada um dos índices em estudo. O perfeito alinhamento dos pontos caracteriza uma distribuição normal. Em todos os gráficos observa-se que a curva é côncava na parte inicial, cruza a linha reta na região central e torna-se convexa na parte final: essa é a caracterização de uma distribuição leptocúrtica, que é um fato estilizado das séries de retornos financeiros.

Figura 10. Quantis da curva normal dos log retornos dos índices

Para uma melhor análise, no próximo tópico, será verificado a estacionariedade dos log retornos minuto a minuto, sendo um teste para verificar se o processo gerador dos dados da série temporal é ou não estacionário.

5.4.2 Teste de estacionariedade

Diz-se que uma série temporal é estacionária, quando ela se desenvolve no tempo aleatoriamente ao redor de uma média constante, refletindo alguma forma de equilíbrio estável. (Morettin e Toloi, 2006). A condição de estacionariedade é um dos importantes testes a serem feitos antes de aplicar qualquer teste econométrico em séries temporais financeiras. Essa importância se dá, pelo fato de que a grande maioria dos testes pressupõe que o processo gerador dos dados seja um processo estacionário.

Por esse motivo, essa etapa da pesquisa mostra o teste de estacionariedade de Dickey Pantula para testar se existe presença de raiz unitária nos log retornos das séries analisadas. Serão testadas as hipóteses de existência de três, duas e uma raiz unitária para todos os log retornos aqui analisados.

A tabela 5 testa a presença de três raízes unitárias nas séries dos log retornos minuto a minuto. É importante salientar que pelo método de Dickey Pantula, esse teste verifica a presença de três raízes unitárias contra duas raízes unitárias.

Nesse caso, as hipóteses testadas são:

H_0 : 3 RU: existem três raízes unitárias

H_1 : 2 RU: podem existir duas raízes unitárias

Tabela 5. Teste de Estacionariedade de Dickey Pantula – Existência 3 Raízes

	Coefficiente	Estatística t	Valor p
IBOV	-1.6598	-731.24	0.0000
BBDC4	-1.6851	-745.72	0.0000
CIEL3	-1.6879	-742.27	0.0000
ITUB4	-1.6764	-734.55	0.0000
PETR4	-1.6809	-777.54	0.0000
VALE5	-1.6751	-737.45	0.0000

Pode-se observar que todos os coeficientes são menores do que zero. Sempre que os coeficientes estimados forem significativamente negativos, a hipótese nula é rejeitada.

Os resultados apresentados demonstram a rejeição da hipótese nula, identificando que a série não possui três raízes unitárias. Dado que a hipótese nula em relação à existência de três raízes foi rejeitada, o próximo passo consiste em testar a hipótese da existência de duas raízes unitárias (I(2)) contra a hipótese de que a série possui uma raiz unitária.

A tabela 6 testa a presença de duas raízes unitárias nas séries dos log retornos minuto a minuto, contra uma raiz unitária

Nesse caso, as hipóteses testadas são:

H_0 : 2 RU: existem duas raízes unitárias

H_1 : 1 RU: pode existir uma raiz unitária

Tabela 6. Teste de Estacionariedade de Dickey Pantula – Existência 2 Raízes

	Coefficiente	Estatística t	Valor p
IBOV	-1.9546	-396.0001	0.0000
BBDC4	-2.0871	-411.1692	0.0000
CIEL3	-2.0919	-407.4484	0.0000
ITUB4	-2.0460	-403.8355	0.0000
PETR4	-2.0571	-425.3780	0.0000
VALE5	-2.0581	-409.9215	0.0000

Ao observar a tabela 6, verifica-se que a hipótese nula também não foi aceita para a presença de duas raízes unitárias em todas as séries dos log retornos minuto a minuto. A hipótese alternativa é de que as séries sejam integradas de ordem um ($I(1)$), isto é, tenha somente uma raiz unitária. Assim, o próximo passo consiste em testar a hipótese da existência de uma raiz unitária ($I(1)$) contra a hipótese alternativa de que a variável é estacionária.

Sendo assim, a tabela 7 testa a presença de uma raiz unitária nas séries dos log retornos minuto a minuto, contra a hipótese alternativa de que a variável é estacionária. Nesse caso, as hipóteses testadas são:

H_0 : 1 RU: existe raiz unitária, ou seja, a série não é estacionária

H_1 : 0 RU: não existe raiz unitária, ou seja, a série é estacionária

Tabela 7. Teste de Estacionariedade de Dickey Pantula – Existência Raiz Unitária

	Coefficiente	Estatística t	Valor p
IBOV	-0.8809	-178.4408	0.0000
BBDC4	-1.1102	-194.0544	0.0000
CIEL3	-1.1817	-200.2638	0.0000
ITUB4	-1.0794	-193.1719	0.0000
PETR4	-1.0933	-203.7971	0.0000
VALE5	-1.0771	-193.3669	0.0000

Verifica-se que a hipótese nula foi rejeitada com um nível de confiança maior do que 5%, em todos os casos, isso indica que todas as séries dos log retornos estudadas são estacionárias.

5.4.3 Teste de dependência temporal

Para analisar a dependência temporal das séries dos log retornos estudadas, usou-se o teste de Brock, Dechert e Scheinkman (1996). O objetivo desse teste é verificar se a série dos log retornos são independentes e identicamente distribuídos, chamado i.i.d, ou seja, analisa-se se todos os termos têm a mesma distribuição de probabilidade.

As hipóteses testadas são:

H_0 : a série é estocasticamente independente

H_1 : a série é estocasticamente dependente

A tabela 8, apresenta o teste BDS para todas as séries analisadas, de duas a seis dimensões, lembrando, que como dito no item 2.4.5, o teste BDS deve ser executado da segunda até a sexta dimensão. Portanto uma série temporal financeira rejeitará a hipótese nula se, e somente se, pelo menos um dos cinco níveis descritivos no teste forem menores do que o nível de significância adotado no teste com uma distribuição normal padrão.

Tabela 8. Teste BDS para as séries dos log retornos minuto a minuto

BBDC4				
Dimensão	BDS	Erro Padrão	Estatística z	Valor p
2	0.020876	0.0003	69.61612	0.0000
3	0.040006	0.0005	84.19178	0.0000
4	0.053056	0.0006	94.02177	0.0000
5	0.060196	0.0006	102.6183	0.0000
6	0.062604	0.0006	110.9514	0.0000
CIEL3				
2	0.026192	0.0003	80.03574	0.0000
3	0.049735	0.0005	95.64253	0.0000
4	0.065405	0.0006	105.6028	0.0000
5	0.074070	0.0006	114.7028	0.0000
6	0.077132	0.0006	123.8025	0.0000
IBOV				
2	0.018131	0.0003	63.31434	0.0000
3	0.036211	0.0005	79.68949	0.0000
4	0.049499	0.0005	91.60188	0.0000
5	0.057566	0.0006	102.1600	0.0000
6	0.061141	0.0005	112.8450	0.0000
ITUB4				

2	-1.84E-10	5.95E-08	-0.003099	0.9975
3	-5.53E-10	1.33E-07	-0.004157	0.9967
4	-1.11E-09	2.23E-07	-0.004969	0.9960
5	-1.84E-09	3.26E-07	-0.005658	0.9955
6	-2.77E-09	4.41E-07	-0.006268	0.9950
PETR4				
2	0.022685	0.0003	73.30188	0.0000
3	0.043447	0.0005	94.65049	0.0000
4	0.057748	0.0005	105.9493	0.0000
5	0.065670	0.0006	115.9165	0.0000
6	0.068673	0.0005	126.0383	0.0000
VALE5				
2	0.020068	0.0003	67.75008	0.0000
3	0.037836	0.0005	80.56.258	0.0000
4	0.050118	0.0006	89.80526	0.0000
5	0.056469	0.0006	97.277.91	0.0000
6	0.068331	0.0006	104.4018	0.0000

A tabela 8, mostra que o teste BDS rejeitou a hipótese nula em todas as dimensões, para todas as séries analisadas, com exceção da série dos log retornos do ITUB4. Isso significa que, para os log retornos da PETR4, VALE5, IBOV, BBDC4 e CIEL3 não há um comportamento i.i.d (independente e identicamente distribuído).

Dizer que a série não apresenta um comportamento i.i.d, é o mesmo que dizer que existe uma dependência temporal entre os log retornos, ou seja, os retornos futuros são influenciados pelos retornos passados. Para o fato de não serem identicamente distribuídos, pode-se dizer que os intervalos de tempo possuem diferentes distribuições de probabilidade para os log retornos, essa característica mostra a presença de não lineariedade nos log retornos.

A hipótese nula não é rejeitada para a série do ITUB4, como visto na figura 9. Como a série dos log retornos minuto a minuto do ITUB4 também não apresenta uma distribuição normal, pode-se dizer que a distribuição de probabilidade dessa série é uma distribuição caótica. Assim, os retornos futuros não são influenciados pelos retornos passados. Esse fato, aconteceu apenas para a série do ITUB4, devido à forte influência de fatores externos, sendo que o período analisado foi de grande turbulência para o mercado financeiro.

5.4.4 Teste de Linearidade

Para verificar a presença de não lineariedade nas séries dos log retornos minuto a minuto, aplicou-se o teste de McLeod-Li (1983), que é baseado na autocorrelação amostral dos

quadrados dos resíduos de uma sucessão cronológica estacionária gaussiana, conforme comentado no item 2.4.6.

As hipóteses testadas são:

H_0 : a série temporal é linear

H_1 : a série temporal não é linear

O teste foi feito após ajustar um modelo autoregressivo AR(1), que removeu a dependência linear dos log retornos. A tabela 9, mostra os valores obtidos pelo teste de McLeod-Li para os log retornos estudados.

Tabela 9. Resultado do teste de McLeod-Li para os log retornos minuto a minuto

Série	Estatística F	Valor p
IBOV	521.22	0.0000
BBDC4	811.84	0.0000
CIEL3	1288.9	0.0000
ITUB4	299.69	0.0000
PETR4	452.00	0.0000
VALE5	346.15	0.0000

Obs* Os correlogramas completos estão no apêndice dessa pesquisa.

Considerando um grau de significância de 5%, o teste de McLeod-Li, para cinco defasagens, rejeitou a hipótese nula. Isto indica que todos os log retornos das séries minuto a minuto utilizadas possuem um comportamento não linear.

5.4.5 Teste de Heterocedasticidade

O teste de heterocedasticidade é importante para verificar se as variâncias são constantes ou desiguais nos erros. O modelo utilizado para esse fim é o ARCH-LM demonstrado no item 2.5.2.1 que mostra se há correlação entre os resíduos quadrados. As respostas são dadas da seguinte forma:

H_0 : mostra que não há efeitos de ARCH no modelo analisado.

H_1 : mostra que há efeitos de ARCH no modelo analisado.

Dizer que há efeitos de ARCH é o mesmo que dizer que há efeitos de heterocedasticidade condicional, ou seja, as variâncias dos erros não são constantes. E o contrário também é verdadeiro, quando é afirmado que não há efeitos de ARCH é o mesmo que dizer que não há efeitos de heterocedasticidade condicional, ou seja, as variâncias dos erros são constantes.

A Tabela 10 mostra os resultados do teste AR(1) e ARCH para os log retornos cotados minuto a minuto das séries analisadas.

Tabela 10. Resultados do teste AR(1) e ARCH para os log retornos minuto a minuto

Série	Coefficiente	Desvio padrão	Estatística z	Valor p
IBOV	0.021393	0.000963	22.22218	0.0000
BBDC4	-0.110319	0.001120	-98.53030	0.0000
CIEL3	-0.177042	0.000972	-182.0546	0.0000
ITUB4	-0.065630	0.001676	-39.15497	0.0000
PETR4	-0.086912	0.001703	-51.03385	0.0000
VALE5	-0.061265	0.001199	-51.07970	0.0000

Como é mostrado na tabela, a série dos log retornos do índice Ibovespa apresenta o coeficiente positivo, o que sugere que a volatilidade foi alta no período anterior e continuará alta no período corrente, sendo tendenciosa para o positivo. Já os outros coeficientes apresentaram-se negativos o que sugere também uma volatilidade alta no período anterior, que continuará alta no período corrente, sendo tendenciosa para o negativo.

A hipótese nula foi rejeitada em todas as séries dos log retornos minuto a minuto analisadas, indicando que há efeitos de ARCH em todos os casos. Essa afirmação significa que os retornos da série não são correlacionados serialmente, mas a volatilidade depende de retornos passados por meio de uma função quadrática, ou seja, a variância dos erros não é constante, apresenta heterocedasticidade.

Se a equação da variância obtida nos modelos de ARCH é corretamente especificada, não haveria efeito de ARCH remanescente nos resíduos padronizados. Para testar tal afirmação foi aplicado o teste de ARCH-LM (multiplicadores de Lagrange), aos quadrados de seus resíduos, para verificar a presença da característica de heterocedasticidade condicional nas séries temporais estimadas pelos modelos de ARCH.

As hipóteses testadas são:

H_0 : Não há efeitos de heterocedasticidade condicional

H_1 : Há efeitos de heterocedasticidade condicional remanescente

A tabela 11 apresenta os resultados do teste dos efeitos de ARCH nos resíduos dos log retornos minuto a minuto.

Tabela 11. Teste de ARCH para os resíduos dos log retornos minuto a minuto

Série	Estatística F	Valor p
IBOV	0.685485	0.4077
BBDC4	0.711725	0.3989

CIEL3	1.142943	0.2850
ITUB4	0.009414	0.9227
PETR4	0.236247	0.6269
VALE5	0.248517	0.6181

Para os log retornos dos resíduos das séries cotadas minuto a minuto, verificou-se que a hipótese nula não foi rejeitada, identificando que não há efeitos de ARCH nos resíduos. Essa afirmação indica que a volatilidade dos resíduos não depende dos resíduos passados por meio de uma função quadrática.

Esses resultados demonstram que a estatística do teste é maior do que o nível de significância de 5% para todas as séries dos resíduos dos log retornos cotados minuto a minuto, o que demonstra que não existe heterocedasticidade condicional nos resíduos das séries estudadas, indicando que os modelos de volatilidade são bem ajustados.

Até o momento foram verificadas as estatísticas descritivas e os testes econométricos dos fatos estilizados de séries temporais financeiras para que pudéssemos conhecer mais a fundo as séries que são trabalhadas nesta pesquisa. A partir do próximo tópico serão analisadas todas as características de multifractalidade das séries e posteriormente serão apresentados os principais resultados do modelo FGAMP.

5.5 Análise da Multifractalidade

Como neste trabalho são analisadas as séries minuto a minuto, separadas em janelas de tempo, onde o método MFDFA é calculado para uma janela específica de tempo e não para a série como um todo, para demonstrar a multifractalidade dos dados, foi utilizado o período de um mês, que corresponde a pouco mais de 8.000 observações para cada ativo, do mês de dezembro de 2014.

A figura 11 apresenta os logaritmos das funções de escala em relação aos tamanhos dos segmentos das amostras.

Figura 11. Logaritmos das funções de Escala de ordem F_q para as séries minuto a minuto.

Ao observar a figura 11 é possível verificar que para cada valor de q foi feita uma regressão linear, com a inclinação da reta de regressão fornecendo o valor de H_q . A única série temporal que está com uma inclinação mais distorcida é a série temporal da PETR4, o que pode ser um caso para ser estudado em trabalhos futuros, sendo que existem muitas questões políticas e econômicas do país que interferem muito mais no seu comportamento do que no comportamento dos outros ativos estudados.

Como analisa-se o momento $q = 5$, percebe-se que são obtidos onze parâmetros, entre os momentos $q = -5$ até $q = 5$, esses parâmetros são os de número 3 a 13 utilizados como critérios para previsão, descritos como $H_q(1)$ a $H_q(11)$ e obtidos através da fórmula 37.

A figura 12 apresenta os expoentes de escala de ordem q para as séries analisadas.

Figura 12. Expoentes de escala, de ordem q para as séries minuto a minuto.

Os expoentes de escala, também chamados de expoentes de massa, de ordem q , são obtidos através da fórmula 38. Através do momento $q = 5$ são obtidos 11 valores para t , entre os valores de $q = -5$ e $q = +5$, estes valores são os parâmetros multifractais de 14 a 24 utilizados para previsão.

Ao observar a figura é verificado que são obtidos valores próximos de t para todas as séries, apenas para os valores de $Hq(-5)$ a $Hq(0)$ que é observado um NaN (*not a number*) para a série da PETR4 o que indica mais uma vez a grande influência política e econômica sobre tal ativo (este resultado mostra que há uma tendência para o infinito dos valores encontrados).

A próxima figura apresenta os expoentes de Hurst de ordem q .

Figura 13. Expoentes de Hurst de Ordem q para as séries minuto a minuto.

Através da Figura 13 é possível observar que os valores de $H_q(-5)$ variam entre 11,62 para a CIEL3 e 4,58 para o índice Ibovespa, os valores de $H_q(0)$ estão em média em um valor de 1,55 e os valores de $H_q(5)$ resultam aproximadamente 1,32.

Isto evidencia que neste período a ação da CIEL3 apresentou maior variabilidade e que a ação do índice Ibovespa apresentou menor variabilidade, indicando que, provavelmente, o grau de multifractalidade do índice Ibovespa será o menor dentre os ativos analisados e o grau de multifractalidade da CIEL3 será o maior entre os ativos analisados.

O caso da PETR4 poderá ser melhor explorado em trabalhos futuros, pois demonstra que os fatos externos, interferem e muito, no comportamento das séries financeiras.

A figura 14 indica o espectro multifractal das séries minuto a minuto.

Figura 14. Espectro Multifractal das séries minuto a minuto

A figura 14 apresenta o espectro multifractal das séries estudadas. Este gráfico identifica o parâmetro hq máximo e o parâmetro hq mínimo da amostra. A largura (diferença entre os parâmetros máximos e mínimos) identifica um comportamento multifractal dos dados.

Os valores de hq são obtidos através da fórmula 40 e variando do momento -5 a 5, perfazem 10 parâmetros multifractais, que são os de número 25 a 34, apresentados na tabela 1 do item 4.2.2.2.

A gráfico 7 apresenta o espectro multifractal para todas as séries analisadas em comparação com comportamentos padrões, propostos e disponibilizados por Ihlen (2012) em <http://www.ntnu.edu/inb/geri/software>.

Gráfico 7. Espectro Multifractal para todas as séries analisadas em comparação com comportamentos padrões vistos na literatura.

Observa-se que a curva preta, representa um ruído branco e que caso as séries analisadas representassem um ruído branco, a largura das parábolas seria bem menor do que o que foi representado. A curva azul representa o comportamento fractal, e pode-se observar que nenhuma das séries analisadas possuem esse tipo de comportamento. A série da PETR4 apresenta um resultados próximo ao comportamento fractal, este fato pode ter acontecido devido ao momento em que a empresa estava passando em relação a escândalos, dentre outros fatores.

Um indicador que a série temporal possui um comportamento multifractal é a largura da parábola para a série, sendo que um padrão multifractal é a curva vermelha, estas curvaturas devem ser maiores ou iguais à largura da curva vermelha do gráfico 7. Verifica-se que a série do índice Ibovespa é representada pela linha pontilhada preta, a linha pontilhada verde é o ITUB4, a linha pontilhada azul clara é o BBDC4 e por fim a linha lilás é a CIEL3, deixando claro que estas séries são representadas por uma parábola com a largura da abertura (Δhq) muito maior do que a parábola vermelha, evidenciando um alto grau de multifractalidade.

Dessa forma, o comportamento de escala multifractal, fica evidente para as séries do índice Ibovespa, BBDC4, CIEL3, ITUB4 e VALE5 e outra questão é que o grau de multifractalidade dos ativos individuais demonstram-se muito maiores do que o grau de multifractalidade do índice Ibovespa.

As análises da PETR4 continuarão neste trabalho porque não é uma obrigatoriedade, para o método FGAMP, a série apresentar multifractalidade em todas as janelas estudadas.

O gráfico 8 apresenta o Δh_q com o ponto máximo de cada parábola. Como para a série da Petrobrás a parábola não pode ser construída devido aos poucos pontos, não aparecerá neste caso.

Gráfico 8. Delta h_q versus o ponto máximo das parábolas para as séries do índice Ibovespa, ITUB4, VALE5, BBDC4 e CIEL3

Este gráfico é proposto para que se possa observar com mais clareza o grau de multifractalidade das séries apresentadas. O comportamento multifractal fica evidente para todas as séries, sendo que a CIEL3 apresenta um maior grau de multifractalidade do que as outras séries analisadas, para este período.

5.6 Resultado das Previsões realizadas com o modelo FGAMP

Este tópico apresenta os principais resultados obtidos através do método FGAMP, em relação ao principal comparador de viabilidade do método, aqui chamado de porcentagem real, que pode ser denominado como o percentual de acerto, caso fosse considerado que em todas as janelas de previsão o valor do ativo sempre irá subir igual ou mais do que o Limiar estabelecido.

Para simplificar a escrita as janelas anteriores e posteriores serão descritas da seguinte forma: (210, 420) onde a leitura será janela anterior no tamanho de 210 observações e janela posterior de 420 observações.

Em relação às janelas da fase de teste utilizadas para a previsão, observou-se que o número delas é inversamente proporcional ao grau de acerto das previsões, desta forma, para ter mais confiabilidade nos dados apresentados, levar-se-á em consideração os casos em que há pelo menos 0,5% das janelas da fase de teste sendo consideradas para a previsão. Isto porque há mais ou menos 50.000 janelas na fase de teste para cada ativo e 0,5% correspondem a

aproximadamente 250 janelas, que equivale por volta de duas janelas por dia, este valor foi considerado razoável para aplicação no mercado.

5.6.1 Resultados FGAMP para o índice Ibovespa

Este item tem o objetivo de apresentar os principais resultados obtidos para a previsão do índice Ibovespa, cotado minuto a minuto. Esta apresentação mostrará os principais gráficos obtidos e serão identificados os Valores Preditivos Positivos que é o grau de acerto do modelo FGAMP, comparado à porcentagem real. Serão observadas também as porcentagens das janelas utilizadas na fase de teste para previsão.

5.6.1.1 Previsões realizadas para o Limiar 1%

5.6.1.1.1 Análise das janelas posteriores de 420 pontos para o índice Ibovespa, resultados bons mas não considerados como significantes.

O propósito deste tópico é demonstrar o valor preditivo positivo e as janelas da fase de teste que foram utilizadas na previsão. Além do valor preditivo positivo, é também importante destacar o percentual das janelas utilizadas na fase de teste.

Neste momento será explicado que alguns bons VPPs não serão considerados, pois muitas vezes, são dados esparsos, ou seja, raros em, que existem apenas um ou dois pontos, em que o parâmetro como medidor, acerta a previsão. Esta medida pode ser verificada no percentual de janelas utilizadas na fase de teste para a previsão.

A figura 15 apresenta os gráficos para a série do índice Ibovespa, levando em consideração o limiar 1. O primeiro caso é para uma janela (210, 420), o segundo caso é para uma janela (300, 420).

Como já dito anteriormente, calculam-se os parâmetros multifractais nas janelas anteriores e as janelas posteriores são utilizadas para a previsão. Por isso, neste caso, quando é considerada uma janela posterior de 420 observações, está sendo considerada a previsão para um dia à frente. O Limiar fixado é de 1%. Desta forma, analisa-se a precisão do método FGAMP em fazer uma previsão de que o preço do ativo irá subir igual ou mais do que 1% em 1 dia.

Figura 15. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 1, (210,420) e (300,420) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.

A linha vermelha representa as porcentagens reais e a linha azul é o valor preditivo positivo para o método FGAMP. Com o exposto é possível observar que para a janela (210, 420) porcentagem real é aproximadamente 40% e os parâmetros 2, 8, 9, 30, 42, 43 e 44 obtiveram um percentual de acerto acima da porcentagem real. Neste caso, os acertos do método FGAMP foram pouco superiores a 50%.

Para a janela (300, 420) um número maior de parâmetros tiveram resultados mais significativos que a porcentagem real; são eles: 2, 8, 9, 30, 42, 43, 44. Sendo que o parâmetro 8 obteve um grau de acerto de aproximadamente 80% sendo o mais representativo.

A linha verde representa a porcentagem das janelas da fase de testes onde o parâmetro é usado, verifica-se que, na maioria das vezes, o valor preditivo positivo é inversamente proporcional a este percentual. Como foi dito no capítulo 4, é preciso observar essa frequência de janelas usadas e empiricamente, neste trabalho, foi levado em consideração os casos em que há pelo menos 0,5% das janelas da fase de teste sendo consideradas, como já foi mencionado no tópico anterior.

A figura 16 demonstra os gráficos para a série do índice Ibovespa, levando em consideração o limiar 1, o primeiro caso é para uma janela (360, 420), o segundo caso é para uma janela (420, 420).

Figura 16. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 1, (360, 420) e (420, 420) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.

Com o exposto é possível observar que, para a janela (360, 420), a porcentagem real é aproximadamente 40% e os parâmetros 2, 9, 10, 30, 38, 42, 43 e 44 obtiveram um percentual de acerto acima da porcentagem real.

Para a janela (420, 420) um número maior de parâmetros tiveram resultados mais significativos que a porcentagem real, são eles: 2, 9, 10, 21, 30, 38, 42, 43 e 44. Sendo que o parâmetro 10 obteve um grau de acerto de aproximadamente 60% sendo o mais representativo entre os dois casos observados.

A figura 17 apresenta os gráficos para a série do índice Ibovespa, levando em consideração o limiar 1, o primeiro caso é para uma janela (480, 420) o segundo caso é para

uma janela (540, 420), analisa-se a precisão do método em fazer previsão de que o preço do ativo irá subir em 1% em uma janela de 1 dia.

Figura 17. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 1, (480, 420) e (540, 420) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.

Com o exposto é possível observar que a porcentagem real é aproximadamente 40%.

Para a janela (480, 420) e os parâmetros 2, 9, 10, 20, 30, 38, 42, 43 e 44 obtiveram um percentual de acerto acima da porcentagem real. Para a janela (540, 420) os parâmetros 2, 11, 20, 38, 42, 43 e 44, obtiveram um percentual de acerto acima da porcentagem real.

Neste caso, a janela de 480 observações, parece ser mais eficiente nos resultados do que a janela de 540 observações, pode-se observar que os VPPs para os parâmetros 9 e 30 da janela de 480 pontos foram aproximadamente 75%.

Em relação à porcentagem das janelas da fase de testes onde o parâmetro é usado, verifica-se também que na maioria das vezes, o valor preditivo positivo é inversamente proporcional a este percentual. A tabela abaixo apresenta os principais valores preditivos

positivos do modelo FGAMP, em relação ao percentual das janelas usadas e o percentual de acerto do modelo FGAMP em relação à porcentagem real.

Tabela 12. Parâmetros multifractais, VPP maior que 60%, Série do índice Ibovespa, JP 420 observações, Lim. 1%.

Parâmetro	Janela Anterior	Porcentagem real	F-GAMP	Porcentagem das janelas usadas	% acerto F-GAMP maior % real
8	300	38,83	78,95	0,08	103,32%
9	360	38,85	84,21	0,10	116,76%
30	360	38,85	84,21	0,10	116,76%
9	420	38,87	100,00	0,24	157,27%
10	420	38,87	61,11	0,27	57,22%
30	420	38,87	100,00	0,24	157,27%
9	480	38,89	75,00	0,01	92,85%
30	480	38,89	75,00	0,01	92,85%

Nota: A primeira coluna da tabela apresenta os números dos parâmetros que obtiveram o melhor resultado no horizonte de tempo de 1 dia, a segunda coluna identifica a janela anterior relacionada ao parâmetro, na terceira coluna é identificado o percentual de acerto de quando é determinado que, em algum momento em todas as janelas posteriores o preço do ativo irá subir pelo menos 1%, e o fato realmente acontece, também chamado de porcentagem real; a quarta coluna apresenta o valor preditivo positivo do modelo FGAMP, ou seja, o percentual de acerto do modelo FGAMP. A coluna 5 apresenta a porcentagem de janelas da fase de teste onde o parâmetro é utilizado para previsão. A coluna 5 apresenta $(\text{Coluna4}/\text{Coluna3}) - 1 = \text{percentual em que o FGAMP é superior a porcentagem real}$, representando a chance que o FGAMP tem de acertar mais do que a porcentagem real.

É possível observar que o modelo FGAMP apresenta muitos bons resultados para a previsão de um dia; no entanto, o percentual de janelas usadas na fase de testes para previsão são menores do que 0,5% e como foi descrito anteriormente estes dados não podem ser levados em consideração por serem dados muito raros e esparsos.

Assim, não se pode apenas analisar o percentual de acerto para o modelo, é importante também, observar as porcentagens das janelas da fase de testes que foram utilizadas para a previsão.

O objetivo deste tópico foi demonstrar os dados que não serão utilizados, a partir deste momento, serão evidenciados valores do FGAMP considerando o valor do VPP e também o valor da porcentagem das janelas na fase de teste para previsão.

5.6.1.1.2 Análise dos melhores resultados para um panorama de 5 e 10 dias.

A figura 18 demonstra os gráficos para a série do índice Ibovespa, levando em consideração o limiar 1, o primeiro caso é para uma janela (210, 2100) o segundo caso é para uma janela (300, 2100), analisa-se a precisão do método em fazer previsão de que o preço do ativo irá subir em 1% em uma janela de 5 dias.

Figura 18. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 1, (210, 2100) e (300, 2100) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.

É possível observar que a porcentagem real é aproximadamente 65%.

Para a janela (210, 2100) os parâmetros 8 a 13, 21, 22, 30, 31 e 41 obtiveram um percentual de acerto acima da porcentagem real.

Para a janela (300, 2100) os parâmetros 8, 9, 11, 12 e 13, 20 a 24, 30 a 34 e 41, obtiveram um percentual de acerto acima da porcentagem real.

Neste caso, a janela de 300 observações, parece ser mais eficiente nos resultados do que a janela de 210 observações.

Em relação à porcentagem das janelas da fase de testes onde o parâmetro é usado, verifica-se também que na maioria das vezes, o valor preditivo positivo é inversamente proporcional a este percentual. A tabela 13 apresentará com mais clareza este percentual para que se possa analisar se são significativos ou não.

A figura 19 evidencia os gráficos para a série do índice Ibovespa, levando em consideração o limiar 1, o primeiro caso é para uma janela (360, 2100) o segundo caso é para uma janela (420, 2100).

Figura 19. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 1, (360, 2100) e (420, 2100) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.

Nota-se que porcentagem real é aproximadamente 65% e para a janela (360, 2100) os parâmetros 2, 9 a 13, 21 a 24, 30 a 34, 41 e 42 obtiveram um percentual de acerto acima da porcentagem real. Os parâmetros 9 e 30 que obtiveram um percentual de acerto de aproximadamente 95%, mas é preciso verificar o percentual de janelas utilizadas na fase de teste para verificar a veracidade dos resultados.

Para a janela (420, 2100) os parâmetros 2, 9 e 10, 13, 21 a 24, 30, 32 a 34, 41 e 42, obtiveram um percentual de acerto acima da porcentagem real. Em relação à porcentagem das janelas da fase de testes onde o parâmetro é usado, verifica-se também que, na maioria das vezes, o valor preditivo positivo é inversamente proporcional a este percentual e assim teremos que verificar se os resultados obtidos são ou não significativos.

A figura 20 evidencia os gráficos para a série do índice Ibovespa, levando em consideração o limiar 1, o primeiro caso é para uma janela (480, 2100) o segundo caso é para uma janela (540, 2100).

Figura 20. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 1, (480, 2100) e (540, 2100) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.

É possível observar que a porcentagem real é aproximadamente 65%. Para a janela (480, 2100) os parâmetros 9, 11, 12, 24, 30, 32 a 34, 38, 41 e 42 obtiveram um percentual de acerto acima da porcentagem real.

Para a janela (540, 2100) os parâmetros 2, 9 a 13, 20, 22 a 24, 30, 32 a 34, 42 a 44, obtiveram um percentual de acerto acima da porcentagem real.

A tabela 13 resume os principais resultados para a janela posterior de 2100 pontos, da série do índice Ibovespa, levando em consideração a previsão para um percentual de subida de 1% ou mais. Nesta tabela estão apresentados os resultados dos parâmetros e janelas onde o valor preditivo positivo foi maior do que 75% e a porcentagem das janelas usadas na fase de testes para a previsão foi maior do que 0,5%.

Tabela 13. Parâmetros multifractais, VPP maior que 75%, Série do índice Ibovespa, JP 2100, Lim. 1%.

Parâmetro	Janela Anterior	Porcentagem real	F-GAMP	Porcentagem das janelas usadas	% acerto F-GAMP maior % real
8	210	64,3	87,72	0,72	36,42%
41	210	64,3	77,61	3,97	20,60%
12	300	64,36	75,22	2,79	16,87%
41	300	64,36	93,94	2,82	45,96%
10	360	64,39	95,83	0,513	48,83%
14	360	64,39	76,45	37,85	18,73%
31	360	64,39	96,00	1,93	49,09%
42	360	64,39	94,54	38,43	46,82%
41	420	64,43	97,09	2,05	50,69%
13	480	64,46	75,95	1,44	17,82%
41	480	64,46	83,33	1,75	29,28%
13	540	64,5	78,05	1,08	21,01%

Após verificar a tabela 13 é possível observar que os maiores percentuais de acerto do modelo FGAMP em relação a um horizonte de tempo de 5 dias e o Limiar 1% se dá para a janela de 360 pontos, com as previsões realizadas com os parâmetros 10, 31 e 42, sendo que neste caso o modelo FGAMP chega a ser 50,69% mais eficiente do que a porcentagem real. O parâmetro 41 também parece ser um bom indicador, sendo que, utilizado junto com as janelas anteriores de 300 e 420 apresentou um grau de acerto de mais de 93%.

A partir deste ponto analisaremos todas as janelas anteriores (210, 300, 360, 420, 480 e 540) para a janela posterior de 4200 observações, com o Limiar 1%.

A figura 21 apresenta os gráficos para a série do índice Ibovespa, levando em consideração o limiar 1, o primeiro caso é para uma janela (210, 4200) o segundo caso é para uma janela (300, 4200).

Figura 21. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 1, (210, 4200) e (300, 4200) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.

É possível observar que, para as janelas (210, 4200) e (300, 4200) a porcentagem real é aproximadamente 70% e os parâmetros 8 a 13, 21 a 24, 30, 31 e 41 obtiveram um percentual de acerto acima da porcentagem real.

A figura 22 evidencia os gráficos para a série do índice Ibovespa, levando em consideração o limiar 1, o primeiro caso é para uma janela (360, 4200) o segundo caso é para uma janela (420, 4200).

Figura 22. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 1, (360, 4200) e (420, 4200) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.

Nota-se que para as janelas (360, 4200) e (420, 4200) a porcentagem real é aproximadamente 70% e os parâmetros 9 a 13, 20 a 24, 30 a 38 e 41 obtiveram um percentual de acerto acima da porcentagem real.

A figura 23 apresenta os gráficos para a série do índice Ibovespa, levando em consideração o limiar 1. O primeiro caso é para uma janela (480, 4200) o segundo caso é para uma janela (540, 4200).

Figura 23. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 1, (480, 4200) e (540, 4200) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.

É possível observar que para as janelas (480, 4200) e (540, 4200) a porcentagem real é aproximadamente 70% e os parâmetros 9 a 13, 20 a 24, 30 a 38, 41 e 42 obtiveram um percentual de acerto acima da porcentagem real.

A tabela 14 resume os principais resultados para um horizonte de tempo de 10 dias de previsão, da série do índice Ibovespa, levando em consideração a previsão para um percentual de subida de 1% ou mais. Nesta tabela estão apresentados os resultados dos parâmetros e janelas onde o valor preditivo positivo, definido na coluna 4 como FGAMP, foi maior do que 80%.

Tabela 14. Parâmetros multifractais, VPP maior que 80%, Série do índice Ibovespa, JP. 4200, Lim. 1%.

Parâmetro	Janela Anterior	Porcentagem real	F-GAMP	Porcentagem das janelas usadas	% acerto F-GAMP maior % real
8	210	70,45	87,57	0,73	24,30%
9	210	70,45	84,08	1,27	19,35%
10	210	70,45	83,98	2,51	19,21%
30	210	70,45	83,83	1,27	19,00%
10	300	70,42	83,33	0,86	18,34%

11	300	70,42	84,25	1,76	19,63%
12	300	70,42	86,16	2,8	22,35%
13	300	70,42	84,46	3,8	19,94%
21	300	70,42	83,76	5,88	18,94%
22	300	70,42	83,39	5,6	18,42%
23	300	70,42	82,19	6,36	16,71%
24	300	70,42	82,16	7	16,68%
31	300	70,42	85,94	2,54	22,04%
32	300	70,42	81,70	7,31	16,02%
41	300	70,42	84,81	2,88	20,43%
10	360	70,41	85,56	0,51	21,51%
11	360	70,41	89,85	1,35	27,61%
12	360	70,41	89,49	2,19	27,10%
13	360	70,41	90,17	3,00	28,06%
21	360	70,41	89,94	4,05	27,73%
22	360	70,41	88,45	4,03	25,62%
23	360	70,41	87,94	4,76	24,90%
24	360	70,41	86,80	5,43	23,28%
31	360	70,41	88,06	1,93	25,07%
32	360	70,41	86,52	6,11	22,88%
33	360	70,41	83,46	8,39	18,53%
34	360	70,41	82,84	8,90	17,65%
41	360	70,41	95,51	2,63	35,65%
11	420	70,39	97,12	0,82	37,97%
12	420	70,39	91,55	1,50	30,06%
13	420	70,39	91,78	2,05	30,38%
21	420	70,39	92,85	2,42	31,90%
22	420	70,39	92,59	2,64	31,54%
23	420	70,39	91,82	3,26	30,45%
24	420	70,39	91,38	3,81	29,83%
31	420	70,39	93,85	1,26	33,32%
32	420	70,39	91,11	4,70	29,44%
33	420	70,39	89,06	6,59	26,53%
34	420	70,39	87,16	6,91	23,82%
41	420	70,39	98,92	2,10	40,54%
12	480	70,37	94,34	1,00	34,06%
13	480	70,37	96,05	1,45	36,50%
20	480	70,37	83,15	11,31	18,16%
21	480	70,37	91,94	1,25	30,65%
22	480	70,37	93,90	1,66	33,44%
23	480	70,37	95,28	2,28	35,40%
24	480	70,37	95,34	2,76	35,48%
31	480	70,37	85,05	0,72	20,86%
32	480	70,37	95,89	3,83	36,26%
33	480	70,37	89,63	5,54	27,37%
34	480	70,37	87,65	5,74	24,56%
12	540	70,36	97,33	0,73	38,34%
13	540	70,36	97,54	1,11	38,63%
20	540	70,36	85,68	8,86	21,77%
21	540	70,36	96,93	0,68	37,77%
22	540	70,36	97,96	1,12	39,23%
23	540	70,36	96,91	1,69	37,74%
24	540	70,36	96,04	2,11	36,49%
31	540	70,36	96,97	0,44	37,82%
32	540	70,36	96,07	3,24	36,54%
33	540	70,36	90,69	4,95	28,89%
34	540	70,36	88,00	5,08	25,06%

Em destaque os VPPs com resultado maior que 90%

Observa-se que os parâmetros que mais aparecem na tabela são os de número 12, 13, 21 e 31, sendo os considerados como ótimos para o limiar 1 do índice Ibovespa. Em relação às janelas ótimas, nota-se que a janela anterior de 360 observações apresenta um valor preditivo positivo para 13 parâmetros, sendo a de maior frequência. E com os maiores valores preditivos positivos, pode-se destacar a janela de 540 pontos, onde são apresentados 9 parâmetros com VPP maior que 90%.

Ao analisar todas as janelas do índice Ibovespa, para o Limiar 1%, percebe-se que quanto maior a janela posterior, maiores são as porcentagens reais obtidas. Este fato é esperado porque quanto maior o horizonte de tempo que se tem, maior a probabilidade de obtermos em algum ponto da janela posterior, um momento em que, o preço do ativo sobe mais ou igual a 1%, ou seja, a probabilidade de, em algum momento, o preço do ativo subir 1% em uma janela de 10 dias é maior do que a probabilidade de, em algum momento, o preço do ativo subir 1% em uma janela de 1 dia.

Quanto aos resultados do método FGAMP, também pode-se verificar que quanto maior a janela de previsão, maior o grau de acerto do método, sendo que o tamanho da janela anterior, onde são calculados os parâmetros multifractais para serem marcadores para a previsão, também influenciam no valor preditivo positivo, sendo que os resultados mais significativos originaram-se das janelas anteriores de 540 observações. Este fato coloca a janela (540, 4200) como sendo ótima para fazer previsão, até este momento.

Em relação às janelas usadas com os parâmetros na fase de testes, observa-se que seu percentual é, em muitas vezes, inversamente proporcional ao valor preditivo positivo do método, entendendo que quanto menor a frequência de janelas usadas para previsão, melhores são os resultados do método FGAMP. Como, já mencionado, são muitas janelas, mais de 50.000; caso sejam utilizadas pelo menos 2 por dia, que representa 0,5%, este fato não será um agravante para os resultados.

5.6.1.2 Previsões realizadas para o Limiar 2% - índice Ibovespa - Janelas extremas

Como são muitos casos para serem analisados, 18 janelas para cada ativo, mais três limiares, perfazendo um total de 54, a partir deste ponto, serão evidenciados, os gráficos das janelas extremas, que são as janelas anteriores de 210 e 540 observações, percebe-se que através delas identificam-se padrões. As tabelas demonstrarão os melhores resultados para todas as janelas estudadas.

A figura 24 apresenta os gráficos para a série do índice Ibovespa, levando em consideração o limiar 2, para as janelas (210, 420) e (540, 420).

Figura 24. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 2, janelas anteriores 210 e 540 para a janela posterior de 420 e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.

Com o exposto é possível observar que a porcentagem real é aproximadamente 15% e para a janela (210, 420) os parâmetros 2, 9, 30, 42, 43 e 44 obtiveram um percentual de acerto acima da porcentagem real, no entanto os acertos não foram muito significativos porque não passaram de 25% .

Para a janela (540, 420), um número maior de parâmetros tiveram resultados mais significativos que a porcentagem real, são eles: 2, 12, 13, 18, 20 a 24, 38 e 42 a 44. Sendo que os parâmetros 20 e 21 apresentaram um grau de acerto maior, perto dos 30%, o que também não foi muito significativo, porém foi um acerto bem acima da porcentagem real.

A linha verde representa a porcentagem das janelas da fase de testes onde o parâmetro é usado. Verifica-se que, na maioria das vezes, o valor preditivo positivo é inversamente proporcional a este percentual. Para a previsão de 2% em uma janela de 1 dia, para o índice Ibovespa, não obtivemos nenhum resultado significativo, pois todos os valores preditivos positivos maiores estavam relacionados ao percentual das janelas utilizadas na fase de teste para previsão menor que 0,5%.

A figura 25 demonstra os gráficos para a série do índice Ibovespa, levando em consideração o limiar 2, para as janelas (210, 2100) e (540, 2100).

Figura 25. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 2, janelas anteriores 210 e 540 para a janela posterior de 2100 e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.

Nota-se que a porcentagem real é aproximadamente 45% e para a janela (210, 2100) os parâmetros 8 a 10, 30 e 41 obtiveram um percentual de acerto acima da porcentagem real.

Para a janela (540, 2100), um número maior de parâmetros tiveram resultados mais significativos que a porcentagem real, são eles: 9, 10, 12, 13, 20 a 24, 30, 32, 38 e 41.

A tabela 15 apresenta os casos mais importantes para a previsão de 2% em um horizonte de tempo de 5 dias, levando em consideração todas as janelas que foram propostas.

Tabela 15. Parâmetros multifractais VPP maior que 60%, Série do índice Ibovespa, JP 2100, Lim 2%.

Parâmetro	Janela Anterior	Porcentagem real	F-GAMP	Porcentagem das janelas usadas	% acerto F-GAMP maior % real
8	210	43,5	70,78	0,70	62,71%

10	360	43,56	64,29	0,50	47,58%
12	540	43,63	66,67	0,71	52,80%
13	540	43,63	70,64	1,01	61,91%

Em destaque VPP maior que 70%

Ao testar todas as janelas fica evidente que as janelas anteriores de 210 e 540 observações, para uma previsão de subida de 2% em um horizonte de 5 dias, obtiveram resultados significativos, dando destaque aos os parâmetros 8 e 13 com um valor preditivo positivo por volta de 62% maior do que a porcentagem real.

Os resultados apontam 4 casos com um grau de acerto do modelo FGAMP entre 47,58% e 62,71% maior do que a porcentagem real.

A figura 26 apresenta os gráficos para a série do índice Ibovespa, levando em consideração o limiar 2, e as janelas (210, 4200) e (540, 4200).

Figura 26. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 2, janelas anteriores 210 e 540 para a janela posterior de 4200 e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.

Com o exposto é possível observar que a porcentagem real é aproximadamente 50% e para janela (210, 4200) os parâmetros 8 a 13, 20 a 24, 30, 31, 35 a 38 e 41 obtiveram um percentual de acerto acima da porcentagem real.

Para a janela (540, 4200), um número maior de parâmetros tiveram resultados mais significativos que a porcentagem real, são eles: 9 a 13, 20 a 24, 30 a 38, 41 e 42.

Outra questão que fica evidente é que quanto maior a janela anterior, que representa a janela onde os parâmetros multifractais são calculados e assim são os marcadores para a previsão, maior o grau de acerto do método FGAMP.

A tabela 16 apresenta os resultados mais importantes do modelo FGAMP para uma previsão de 2%, levando em consideração um horizonte de tempo de 10 dias.

Tabela 16. Parâmetros multifractais, VPP maior que 75%, Série do índice Ibovespa, JP 4200 observações, Lim 2%.

Parâmetro	Janela Anterior	Porcentagem real	F-GAMP	Porcentagem das janelas usadas	% acerto F-GAMP maior % real
8	210	51,77	77,01	0,73	48,76%
10	300	51,74	80,42	0,85	55,44%
11	300	51,74	77,70	1,75	50,18%
10	360	51,71	84,00	0,50	62,45%
11	360	51,71	82,02	1,33	58,62%
12	360	51,71	75,09	2,18	45,21%
21	360	51,71	80,50	4,01	55,67%
31	360	51,71	76,66	1,92	48,25%
11	420	51,68	85,26	0,82	64,98%
12	420	51,68	77,16	1,51	49,30%
13	420	51,68	76,32	2,03	47,67%
21	420	51,68	81,75	2,4	58,19%
22	420	51,68	79,77	2,63	54,34%
23	420	51,68	79,69	3,25	54,20%
24	420	51,68	77,80	3,78	50,53%
31	420	51,68	77,92	1,24	50,78%
32	420	51,68	76,31	4,66	47,66%
12	480	51,65	88,66	1,00	71,64%
13	480	51,65	87,59	1,46	69,57%
20	480	51,65	75,89	11,11	46,91%
21	480	51,65	82,09	1,25	58,92%
22	480	51,65	84,71	1,63	63,99%
23	480	51,65	85,95	2,24	66,39%
24	480	51,65	84,78	2,74	64,13%
32	480	51,65	84,60	3,8	63,78%
12	540	51,64	91,94	0,73	78,03%
13	540	51,64	88,70	1,12	71,75%
20	540	51,64	80,37	8,7	55,63%
21	540	51,64	82,12	0,70	59,02%
22	540	51,64	80,70	1,11	56,27%
23	540	51,64	84,78	1,69	64,18%
24	540	51,64	86,44	2,10	67,39%
32	540	51,64	85,89	3,26	66,33%
41	540	51,64	75,54	1,39	46,27%

Em destaque, acertos de mais de 85%.

Percebe-se que existem muitas janelas anteriores significativas ao considerar uma previsão para os próximos 10 dias, levando em consideração o limiar 2%, com um percentual de acerto acima de 75%. Para estes casos o destaque se dá para os parâmetros 11, 12, 13, 23, 24 e 32 que obtiveram em uma ou em algumas janelas um valor preditivo positivo de mais de 85%

Como resumo da previsão de 2% para todas as janelas testadas temos como destaque os parâmetros 11, 12 e 21 tiveram maior frequência na tabela. Além disso pode-se destacar as janelas de (420, 4200) e (540, 4200) como as que obtiveram um maior número de VPPs acima de 75%.

5.6.1.3 Previsões realizadas para o Limiar 3% - índice Ibovespa - Janelas extremas

A figura 27 evidencia os gráficos para a série do índice Ibovespa, levando em consideração o limiar 3, para as janelas (210, 420) e (540, 420).

Figura 27. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 3, janelas anteriores 210 e 540 para a janela posterior de 420 e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.

Nota-se que a porcentagem real é aproximadamente 5% e, para a janela (210, 420), os parâmetros 9 a 13, 21 a 24, 30 a 34 e 41 obtiveram um percentual de acerto acima da porcentagem real. No entanto os valores preditivos positivos não passaram de 15%, não sendo significantes.

Para a janela (540, 420) apenas os parâmetros 20, 41 e 43 obtiveram um percentual de acerto acima da porcentagem real, mas também não houve nenhum resultado significativo.

A figura 28 apresenta os gráficos para a série do índice Ibovespa, levando em consideração o limiar 3, o primeiro caso é para as janelas (210, 2100) e (540, 2100).

Figura 28. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 3, janelas anteriores 210 e 540 para a janela posterior de 2100 e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.

Observa-se que a porcentagem real é aproximadamente 30% e para a janela (210, 2100) os parâmetros 8, 9 e 30 obtiveram um percentual de acerto acima da porcentagem real. No entanto os valores preditivos positivos não passaram de 40%.

Para a janela (540, 2100) ao parâmetros 3 a 5, 9, 10, 13 a 16, 20 a 28, 30 e 38 obtiveram um percentual de acerto acima da porcentagem real.

Ao analisar os percentuais das janelas que foram utilizadas para previsão de 3% em um horizonte de tempo de 5 dias, não se obteve nenhum caso significativo.

A figura 29 evidencia os gráficos para a série do índice Ibovespa, levando em consideração o limiar 3, para as janelas (210, 4200) e (540, 4200).

Figura 29. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 3, janelas anteriores 210 e 540 para a janela posterior de 4200 e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.

Nota-se a porcentagem real é aproximadamente 38% e que para a janela (210, 4200) os parâmetros 1, 3 a 13, 18, 20 a 32 e 41 obtiveram um percentual de acerto acima da porcentagem real.

Para a janela (540, 4200) praticamente todos os parâmetros obtiveram um valor preditivo positivo maior que a porcentagem real. Sendo que as únicas exceções foram os parâmetros 38, 43 e 44 que se mantiveram com VPP abaixo da porcentagem real.

A tabela 17 apresenta os principais resultados do método FGAMP para uma previsão de 3% em um horizonte de tempo de 10 dias, levando em consideração todas as janelas anteriores testadas.

Tabela 17. Parâmetros multifractais, VPP maior que 75%, Série do índice Ibovespa, JP 4200 observações, Lim. 3%.

Parâmetro	Janela Anterior	Porcentagem real	F-GAMP	Porcentagem das janelas usadas	% acerto F-GAMP maior % real
41	420	38,75	78,49	2,10	102,55%
12	480	38,77	77,89	1,00	100,89%
13	480	38,77	77,54	1,46	99,97%
41	480	38,77	75,76	1,81	95,38%
12	540	38,80	88,71	0,73	128,65%
13	540	38,80	86,96	1,12	124,13%
21	540	38,80	81,12	0,68	109,09%
22	540	38,80	78,44	1,11	102,19%
23	540	38,80	78,07	1,68	101,23%
24	540	38,80	79,66	2,10	105,33%
32	540	38,80	78,02	4,90	101,09%

Em destaque os VPPs maiores que 80%.

Percebe-se que, existem 11 janelas anteriores significativas, ao se considerar uma previsão para os próximos 10 dias, para o limiar de 3%, com um percentual de acerto acima de 75%. Para estes casos, o destaque se dá para os parâmetros 12, 13 e 21 na janela (540, 4200) que obtiveram um valor preditivo positivo maior que 80%.

Além disso, os parâmetros 12, 13 e 41 e a janela de (540, 4200) foram os que obtiveram maior frequência.

Analisando todos os limiares e todas as janelas testadas para o índice Ibovespa, um fato interessante é que quanto maior o percentual da previsão que se faz, maior o percentual de acerto do FGAMP em relação a porcentagem real, neste último caso, o FGAMP chegou a acertar até 128,65%, mais do que a porcentagem real, sendo um resultado bastante significativo.

Como podemos perceber a janela de previsão para 10 dias é a que apresenta melhores resultados. A próxima tabela apresenta um resumo de todas as janelas anteriores e limiares testados, para a previsão em um horizonte de 10 dias para o índice Ibovespa, identificando os parâmetros que obtiveram bons VPPs para a previsão para os três limiares.

Tabela 18. Resumo melhores parâmetros para a previsão de 10 dias, série do índice Ibovespa, Limiares 1,2 e 3

Janela ótima	Parâmetros ótimos	Limiar
(210, 4200)	Não há	1
(300, 4200)	12, 13, 21, 22, 23, 24, 32, 41	1
(360, 4200)	12, 13, 21, 22, 23, 24, 32	1

(420, 4200)	12, 13, 21, 22, 23, 24, 32	1
(480, 4200)	12, 13, 21, 22, 23, 24, 32	1
(540, 4200)	12, 13, 21, 22, 23, 24, 32	1
(210, 4200)	Não há	2
(300, 4200)	12	2
(360, 4200)	12, 21	2
(420, 4200)	12, 13, 21, 22, 23, 24, 32	2
(480, 4200)	12, 13, 21, 22, 23, 24, 32	2
(540, 4200)	12, 13, 21, 22, 23, 24, 32, 41	2
(210, 4200)	Não há	3
(300, 4200)	Não há	3
(360, 4200)	Não há	3
(420, 4200)	41	3
(480, 4200)	12, 13, 41	3
(540, 4200)	12, 13, 21, 22, 23, 24, 32, 41	3

A primeira coluna da tabela apresenta as janelas testadas, a segunda coluna apresenta os parâmetros que obtiveram melhores VPPs do que a porcentagem real em todos os limiares, e a terceira coluna representa o limiar.

Os parâmetros 12, 13, 21, 22, 23, 24, 32 e 41 apresentam melhores valores preditivos positivos do que a porcentagem real, para todos os limiares. Percebe-se que quanto maior a janela anterior testada maior é a quantidade de parâmetros ótimos que se tem.

Para o limiar de 1% as janelas com seus respectivos parâmetros obtiveram um valor preditivo positivo, até 40,54%, maior do que a porcentagem real. Para o limiar de 2% esta probabilidade foi até 78,03% maior e para o limiar de 3% até 128,65%. Identificando a característica de que quanto maior o percentual a ser previsto maior a amplitude entre a probabilidade de acerto do método FGAMP em relação a porcentagem real.

O próximo passo será verificar os principais resultados do modelo proposto para a série do BBDC4. Como são muitos resultados, apresentar-se-ão os principais resultados obtidos, sendo que outros resultados estão descritos nos apêndices.

5.6.2 Principais resultados do modelo FGAMP para a BBDC4

O gráfico 9 apresenta a janela (540, 2100) para a série do BBDC4, levando em consideração um limiar de 1%.

Gráfico 9. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 1, janela (540,2100) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.

Nota-se que a porcentagem real para a janela (540,2100) do BBDC4 é em torno de 80% e os parâmetros que parecem ser significativos são os de número 32 a 36 e 41.

A tabela 19 descreve os principais resultados obtidos para a previsão de 1% em um horizonte de tempo de 5 dias, para todas as janelas testadas, da série do BBDC4.

Tabela 19. Parâmetros multifractais, VPP maior que 85%, Série BBDC4, JP 2100, Lim 1%.

Parâmetro	Janela Anterior	Porcentagem real	F-GAMP	Porcentagem das janelas usadas	% acerto F-GAMP maior % real
8	210	80,37	87,97	1,37	9,46%
10	210	80,37	85,94	3,25	6,93%
11	210	80,37	86,74	5,44	7,93%
12	210	80,37	86,73	7,4	7,91%
13	210	80,37	86,80	8,94	8,00%
21	210	80,37	85,24	16,53	6,06%
22	210	80,37	85,40	14,12	6,26%
23	210	80,37	85,11	14,4	5,90%
24	210	80,37	85,63	14,36	6,55%
31	210	80,37	86,51	6,89	7,64%
32	210	80,37	85,13	13,21	5,92%
33	210	80,37	85,70	16,19	6,63%
34	210	80,37	86,18	17,23	7,23%
41	210	80,37	89,64	3,69	11,54%
12	300	80,35	85,14	4,55	5,96%
13	300	80,35	85,83	5,96	6,82%
31	300	80,35	85,14	3,96	5,96%
32	300	80,35	85,91	10,15	6,92%
33	300	80,35	86,03	13,37	7,07%
34	300	80,35	86,19	14,29	7,27%
41	300	80,35	91,43	3,36	13,79%
42	300	80,35	85,90	38,9	6,91%
33	360	80,34	86,00	12,46	7,05%
34	360	80,34	86,39	13,27	7,53%
41	360	80,34	89,59	3,22	11,52%
31	420	80,33	85,32	2,16	6,21%
32	420	80,33	85,26	8,05	6,14%

33	420	80,33	86,44	11,13	7,61%
41	420	80,33	91,01	2,75	13,29%
33	480	80,31	86,00	10,10	7,09%
34	480	80,31	85,81	10,71	6,85%
41	480	80,31	89,66	2,20	11,64%
32	540	80,3	86,46	6,18	7,67%
33	540	80,3	87,37	9,30	8,80%
34	540	80,3	86,27	9,87	7,43%
41	540	80,3	90,06	1,81	12,15%

Em destaque valores de VPPs maiores do que 90%.

O parâmetro 41 aparece como significativo para todas as janelas sendo que o valor preditivo positivo deste parâmetro, é mais de 10% maior do que a porcentagem real. Muitos outros parâmetros aparecem como mais significativos do que a porcentagem real e outro destaque é para o parâmetro 33 que também aparece como significativo para todos os casos.

O gráfico 10 apresenta a janela (540, 4200), para a série do BBDC4, levando em consideração um limiar de 1%.

Gráfico 10. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 1, janela (540,4200) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.

Neste caso, é possível verificar que a porcentagem real, para a janela (540, 4200) é acima de 85%, isto quer dizer que caso se afirmasse para todas as janelas posteriores da amostra que o preço do ativo subiria em algum momento dentre aqueles 4200 pontos, acertar-se-ia mais de 85% das vezes na série do BBDC4.

Ao utilizar os parâmetros 2, 24, 32 a 37, 41 e 42 o modelo FGAMP obteve um valor preditivo positivo maior do que a porcentagem real.

A tabela 20 apresenta os principais resultados obtidos para a previsão de 1%, em um horizonte de tempo de 10 dias, da série do BBDC4.

Tabela 20. Parâmetros multifractais VPP maior que 90%, Série BBDC4, JP 4200, Lim 1%.

Parâmetro	Janela Anterior	Porcentagem real	F-GAMP	Porcentagem das janelas usadas	% acerto F-GAMP maior % real
10	210	85,14	91,38	3,31	7,33%
11	210	85,14	90,66	5,51	6,49%
31	210	85,14	91,00	7,01	6,88%
41	210	85,14	90,16	3,86	5,90%
11	300	85,22	91,94	2,95	7,89%
12	300	85,22	92,53	4,63	8,57%
13	300	85,22	91,88	6,08	7,81%
24	300	85,22	90,02	10,47	5,63%
31	300	85,22	93,79	4,02	10,06%
32	300	85,22	91,68	10,48	7,58%
33	300	85,22	90,51	13,80	6,21%
34	300	85,22	90,53	14,76	6,24%
41	300	85,22	95,42	3,52	11,96%
31	360	85,27	90,08	3,10	5,64%
32	360	85,27	91,30	9,47	7,07%
33	360	85,27	90,89	12,86	6,59%
34	360	85,27	91,01	13,75	6,73%
41	360	85,27	94,90	3,32	11,29%
31	420	85,32	90,43	2,19	5,99%
32	420	85,32	92,14	8,13	8,00%
33	420	85,32	91,72	11,51	7,50%
34	420	85,32	91,62	12,22	7,39%
41	420	85,32	94,02	2,82	10,20%
32	480	85,27	92,19	7,05	7,99%
33	480	85,27	92,34	10,4	8,16%
34	480	85,27	91,75	11,07	7,48%
41	480	85,27	95,34	2,25	11,68%
32	540	85,4	91,38	6,3	7,00%
33	540	85,4	91,79	9,58	7,48%
34	540	85,4	91,13	10,2	6,71%
41	540	85,4	92,31	1,86	8,09%

Em destaque os valores maiores que 93,50%

Com os resultados é possível observar que os parâmetros 31 e 41 com as janelas de 300, 360 e 480 observações são os percentuais mais significativos de acerto do modelo FGAMP, chegando a acertar quase 12% a mais do que a porcentagem real.

A janela de 300 pontos ganha destaque nestes resultados, pois aparece 9 vezes, com valor preditivo positivo acima de 90%.

O gráfico 11 apresenta a janela (540, 2100), para a série do BBDC4, levando em consideração um limiar de 2%.

Gráfico 11. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 2, janela (540,2100) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.

Nota-se que a porcentagem real, para este, caso é pouco menos de 60% e os valores preditivos positivos maiores do que este percentual são para os parâmetros 2 e de 41 a 44, levando em consideração a janela (540, 2100).

A tabela 21 resume os principais resultados para todas as janelas anteriores, para uma previsão de 2% e um horizonte de tempo de 5 dias da série do BBDC4.

Tabela 21. Parâmetros multifractais ,VPP maior que 65%, Série BBDC4, JP 2100, Lim 2%.

Parâmetro	Janela Anterior	Porcentagem real	F-GAMP	Porcentagem das janelas usadas	% acerto F-GAMP maior % real
41	300	59,12	72,73	3,37	23,02%
33	360	59,09	66,51	12,44	12,57%
34	360	59,09	66,58	13,25	12,67%
41	360	59,09	74,61	3,22	26,27%
41	420	59,07	78,02	2,76	32,08%
41	480	59,04	79,46	2,20	34,59%
41	540	59,02	79,52	1,82	34,73%

Em destaque valores de VPP maiores do que 75%.

Observa-se que o parâmetro 41 destaca-se por apresentar VPPs significativos levando em consideração a porcentagem real. A probabilidade de acerto do método FGAMP também se destaca, sendo quase 35% melhor do que a porcentagem real.

O gráfico 12 evidencia a janela (540, 4200), para a série do BBDC4, levando em consideração um limiar de 2%.

Gráfico 12. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 2, janela (540, 4200) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.

Nota-se que a porcentagem real, para a previsão de 2%, para a ação do BBDC4, em uma janela de 10 dias, é 70%. O modelo FGAMP obteve um resultado de VPP maior do que a porcentagem real para o cálculo das previsões com os parâmetros 2, 23, 24, 32 a 34 e 41 a 43.

A tabela 22 apresenta os principais resultados obtidos para um horizonte de tempo de 10 dias, da série do BBDC4, com limiar 2%.

Tabela 22. Parâmetros multifractais, VPP maior que 77%, Série BBDC4, JP 4200, Lim. 2%.

Parâmetro	Janela Anterior	Porcentagem real	F-GAMP	Porcentagem das janelas usadas	% acerto F-GAMP maior % real
41	300	69,44	79,04	3,52	13,82%
33	360	69,48	77,15	12,84	11,03%
34	360	69,48	77,28	13,73	11,22%
41	360	69,48	80,21	3,33	15,44%
13	420	69,52	77,97	3,98	12,15%
22	420	69,52	78,98	5,39	13,60%
23	420	69,52	77,80	6,61	11,91%
24	420	69,52	78,07	7,45	12,30%
31	420	69,52	78,73	2,20	13,25%
32	420	69,52	79,75	8,18	14,71%
33	420	69,52	79,89	11,47	14,91%
34	420	69,52	79,57	12,20	14,46%
41	420	69,52	85,71	2,83	23,29%
32	480	69,57	77,88	7,11	11,95%
33	480	69,57	78,74	10,38	13,18%
34	480	69,57	78,26	11,03	12,49%
41	480	69,57	86,55	2,24	24,40%
32	540	69,61	77,02	6,3	10,64%
33	540	69,61	77,90	9,56	11,90%
34	540	69,61	77,89	10,15	11,89%
41	540	69,61	84,15	1,85	20,88%

Em destaque os VPPs maiores que 80%

Observa-se que os parâmetros que aparecem com maior frequência, neste caso, são os de número 33, 34 e 41. Dando destaque para o parâmetro 41 que tem um valor preditivo positivo

de mais de 80% para as janelas anteriores de 360, 420, 480 e 540 observações. O método FGAMP chega a ser 24,4% mais eficiente do que a porcentagem real.

O gráfico 13 apresenta a janela (540, 2100), para a série do BBDC4, com o limiar 3%.

Gráfico 13. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 3 janela (540,2100) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.

A porcentagem real, neste caso, é próximo a 45% e como para o limiar 2, levando em consideração a janela (540, 2100), para o limiar 3, os parâmetros que parecem ser significativos são os de número 2 e 41 a 44.

Para maiores esclarecimentos, a tabela 23 apresenta os principais resultados obtidos com a janela posterior de 2100 pontos levando em consideração todas as janelas anteriores (210, 300, 360, 420, 480, 540), para a série do BBDC4, limiar 3%.

Tabela 23. Parâmetros multifractais, VPP maior que 55%, Série BBDC4, JP 2100 observações, Lim. 3%.

Parâmetro	Janela Anterior	Porcentagem real	F-GAMP	Porcentagem das janelas usadas	% acerto F-GAMP maior % real
41	300	46,1	64,95	3,36	40,90%
32	360	46,13	56,37	9,30	22,20%
33	360	46,13	57,72	12,43	25,12%
34	360	46,13	57,22	13,25	24,04%
41	360	46,13	66,67	3,24	44,52%
41	420	46,16	74,51	2,75	61,42%
41	480	46,18	76,06	2,20	64,70%
42	480	46,18	55,30	43,08	19,75%
41	540	46,18	78,85	1,81	70,74%
42	540	46,18	56,06	43,12	21,40%

Em destaque, VPPs maiores do que 70%.

Observa-se que como para o limiar 2%, para a previsão em um horizonte de tempo de 5 dias, o parâmetro 41 continua a resultar em VPPs significativos. A probabilidade de acerto do

método FGAMP também se destaca, chegando a ser mais de 70% melhor do que a porcentagem real.

O gráfico 14 evidencia a janela (540, 4200), para a série do BBDC4, com o limiar 3%.

Gráfico 14. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 3 janela (540, 4200) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.

Percebe-se que a porcentagem real, para a previsão de 3%, para a ação do BBDC4, em um horizonte de tempo de 10 dias, é próximo a 55%. O modelo FGAMP obteve um resultado de VPP maior do que a porcentagem real para o cálculo das previsões com os parâmetros 13, 22 a 24 e 42.

A tabela 24 descreve os principais resultados obtidos para a previsão de 3% em um horizonte de tempo de 10 dias da série do BBDC4.

Tabela 24. Parâmetros multifractais,,VPP maior que 65%, Série BBDC4, JP 4200, Lim. 3%.

Parâmetro	Janela Anterior	Porcentagem real	F-GAMP	Porcentagem das janelas usadas	% acerto F-GAMP maior % real
41	210	57	67,53	3,86	18,48%
41	300	57,04	72,84	3,52	27,69%
22	360	57,08	65,31	7,13	14,42%
23	360	57,08	65,57	8,25	14,87%
24	360	57,08	65,62	9,00	14,96%
32	360	57,08	68,14	9,50	19,38%
33	360	57,08	68,50	12,75	20,01%
34	360	57,08	67,71	13,59	18,63%
41	360	57,08	75,27	3,34	31,86%
12	420	57,11	66,99	2,81	17,31%
13	420	57,11	69,34	4,00	21,41%
21	420	57,11	66,62	4,98	16,65%
22	420	57,11	70,10	5,41	22,74%
23	420	57,11	69,64	6,62	21,93%
24	420	57,11	70,04	7,45	22,64%

31	420	57,11	68,83	2,20	20,52%
32	420	57,11	71,93	8,21	25,95%
33	420	57,11	72,17	11,44	26,37%
34	420	57,11	71,04	12,13	24,39%
41	420	57,11	79,72	2,84	39,59%
23	480	57,15	68,91	5,33	20,58%
24	480	57,15	69,47	6,13	21,56%
32	480	57,15	71,47	7,13	25,05%
23	540	57,18	68,36	4,32	19,56%
24	540	57,18	68,88	5,15	20,47%

Em destaque, VPPs maiores que 75%

Observa-se que os parâmetros que aparecem com maior frequência, neste caso, são os de número 24 e 41. Dando destaque para o parâmetro 41 que tem um valor preditivo positivo de mais de 75% para as janelas anteriores de 360 e 420 observações.

O método FGAMP chega a ser 39,6% mais eficiente do que a porcentagem real.

5.6.2.1 Um resumo do mais importante para os resultados da Série do BBDC4

Como um resumo para a previsão da série do BBDC4, levando em consideração um horizonte de previsão para 5 e 10 dias, pode-se dizer que:

Para um horizonte de 5 dias, observa-se que os parâmetros 33, 34 e 41 obtiveram valores preditivos positivos significativamente maiores do que a porcentagem real para todos os limiares. Dando destaque para o parâmetro 41, que aparece praticamente para todas as janelas testadas, com probabilidades de acerto do modelo FGAMP bem maiores do que a porcentagem real. A diferença entre a probabilidade de acerto do modelo proposto em relação à porcentagem real chega a 13,8% para o limiar de 1%, 34,73% para o limiar de 2% e mais de 70% para o limiar 3%, evidenciando que, quanto maior o limiar, maior a eficiência do método em relação à porcentagem real.

Para as janelas de 10 dias, pode-se observar que os parâmetros 13, 24, 31, 32, 33, 34 e 41 obtiveram valores preditivos positivos maiores do que a porcentagem real, para todos os limiares, cada um com um tamanho de janela. Desta forma, a tabela 25 apresenta um resumo destes parâmetros e as janelas ótimas, onde os resultados foram melhores.

Tabela 25. Resumo melhores parâmetros para a previsão de 10 dias, série do BBDC4, Limiares 1,2 e 3

Janela ótima	Parâmetro	Limiar
(210, 4200)	31, 41	1
(300, 4200)	13, 24, 31, 32, 33, 34, 41	1
(360, 4200)	31, 32, 33, 34, 41	1
(420, 4200)	31, 32, 33, 34, 41	1

(480, 4200)	32, 33, 34, 41	1
(540, 4200)	32, 33, 34, 41	1
(210, 4200)	Não há	2
(300, 4200)	Não há	2
(360, 4200)	33, 34, 41	2
(420, 4200)	13, 24, 31, 32, 33, 34, 41	2
(480, 4200)	32, 33, 34, 41	2
(540, 4200)	32, 33, 34, 41	2
(210, 4200)	41	3
(300, 4200)	41	3
(360, 4200)	24, 32, 33, 34	3
(420, 4200)	13, 24, 31, 32, 33, 34, 41	3
(480, 4200)	24, 32	3
(540, 4200)	24	3

A primeira coluna da tabela apresenta as janelas testadas, a segunda coluna apresenta os parâmetros que obtiveram melhores VPPs do que a porcentagem real em todos os limiares, e a terceira coluna representa o limiar.

Observa-se que para a previsão de 1% em um horizonte de tempo de 10 dias, para a série do BBDC4 o parâmetro 41 aparece como ótimo para todas as janelas e a janela de 300 pontos é a que está em maior evidência. Para este caso, a probabilidade de acerto do modelo FGAMP foi melhor que a porcentagem real entre 5,9% e 11,3%.

Para a previsão de 2% os parâmetros 33, 34 e 41 aparecem como significativas para as janelas anteriores de 360, 420, 480 e 540 pontos, sendo que as janelas anteriores de 210 e 300 pontos não foram significativas em nenhum caso. Para este caso, a probabilidade de acerto do modelo FGAMP foi melhor que a porcentagem real entre 10,64% e 24,4%.

Para a previsão de 3%, a janela de 420 pontos é significativa para todos os parâmetros ótimos sendo que o parâmetro que aparece com maior frequência é o de número 24. Para este caso, a probabilidade de acerto do modelo FGAMP foi melhor que a porcentagem real entre 14,42% e 39,6%.

Observa-se que existem 7 parâmetros significativos e a janela que tem a maior frequência é a de 420 pontos, seguida da de 480 e 540. Fica evidente que quanto maior o limiar de previsão maior é a probabilidade do modelo FGAMP em relação a porcentagem real. Outra característica é que quanto maior a janela anterior, onde os parâmetros são calculados para a previsão, melhores são os valores preditivos obtidos com o método.

5.6.3 Principais resultados do modelo FGAMP para a CIEL3

O gráfico 15 demonstra a janela (540, 2100) para um Limiar de 1% considerando a série da CIEL3.

Gráfico 15. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 1, janela (540, 2100) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.

Para este caso, observa-se que a porcentagem real é por volta de 80% e que existem muitos parâmetros multifractais com a probabilidade de acerto maior do que este valor, são eles: 3 a 8, 9 a 18 e 22 a 32. Para verificar a veracidade das informações a tabela 26 detalha os principais resultados para o limiar 1%, levando em consideração o horizonte de tempo de 5 dias para a série da CIEL3.

Tabela 26. Parâmetros multifractais, VPP maior que 87%, Série CIEL3, JP 2100, Lim. 1%.

Parâmetro	Janela Anterior	Porcentagem real	F-GAMP	Porcentagem das janelas usadas	% acerto F-GAMP maior % real
11	480	79,1	86,23	0,80	9,01%
12	480	79,1	85,71	1,77	8,36%
13	480	79,1	85,77	2,65	8,43%
31	480	79,1	87,01	1,19	10,00%
11	540	79,1	92,51	0,52	16,95%
12	540	79,1	87,90	1,21	11,12%
13	540	79,1	87,84	1,96	11,06%
23	540	79,1	85,23	3,37	7,75%
31	540	79,1	91,87	0,79	16,14%

Em destaque VPP maiores do que 90%

Percebe-se que os parâmetros que aparecem com maior frequência, neste caso, são os de número 11, 12 e 13. Dando destaque para os parâmetros 11 e 31 utilizados juntamente com a janela anterior de 540 pontos, onde chegam a ser quase 17% mais eficientes do que a porcentagem real

O gráfico 16 apresenta a janela (540, 4200) para um Limiar de 1% considerando a série da CIEL3.

Gráfico 16. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 1, janela (540, 4200) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.

Neste caso, é possível verificar que a porcentagem real, para a janela (540, 4200) é acima de 85%. Ao utilizar os parâmetros 8 a 13, 22 a 24, 30 a 34 e 41 o modelo FGAMP obteve um valor preditivo positivo maior do que a porcentagem real.

A tabela 27 mostra os principais resultados obtidos, com a janela posterior de 4200 pontos, para a série da CIEL3, limiar 1%.

Tabela 27. Parâmetros multifractais, VPP maior que 89%, Série CIEL3, JP 4200, Lim. 1%.

Parâmetro	Janela Anterior	Porcentagem real	F-GAMP	Porcentagem das janelas usadas	% acerto F-GAMP maior % real
8	210	84,89	94,51	3,62	11,33%
9	210	84,89	89,23	2,56	5,11%
30	210	84,89	89,20	1,45	5,07%
8	300	84,87	99,02	0,85	16,67%
8	360	84,86	97,88	0,85	15,35%
41	420	84,86	89,10	2,42	5,00%
11	480	84,85	93,63	0,78	10,35%
12	480	84,85	92,74	1,76	9,30%
13	480	84,85	91,88	2,59	8,29%
31	480	84,85	94,97	1,19	11,93%
41	480	84,85	93,62	1,95	10,33%
11	540	84,84	94,74	0,50	11,67%
12	540	84,84	93,47	1,20	10,18%
13	540	84,84	92,45	0,80	8,97%
23	540	84,84	91,10	3,42	7,38%
24	540	84,84	90,34	4,37	6,49%
31	540	84,84	95,38	0,80	12,42%
32	540	84,84	90,56	5,28	6,74%
41	540	84,84	95,51	1,65	12,58%

Em destaque acertos acima de 93,5%

Nota-se que o parâmetro 8 com as janelas de 300 e 360 observações são os percentuais mais significativos de acerto do modelo FGAMP, chegando a acertar quase 17% a mais do que a porcentagem real.

A frequência das janelas utilizadas na fase de testes continuam em evidência e demonstram que, quanto mais baixa a sua frequência, melhores são os resultados obtidos. A janela de 540 pontos ganha destaque nestes resultados sendo que, aparece 5 vezes, com valor preditivo positivo acima de 90%.

O gráfico 17 apresenta a janela (540, 2100), considerando um Limiar de 2% para a série da CIEL3.

Gráfico 17. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 2, janela (540, 2100) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.

Levando em consideração o gráfico acima, nota-se que praticamente todos os parâmetros tem um VPP mais significativo do que a porcentagem real. Para verificar a veracidade dos dados, a tabela 28 apresenta os principais resultados obtidos com a janela posterior de 2100 pontos, para a série da CIEL3, com limiar 2%.

Tabela 28. Parâmetros multifractais, VPP maior que 65%, Série CIEL3, JP 2100, Lim. 2%.

Parâmetro	Janela Anterior	Porcentagem real	F-GAMP	Porcentagem das janelas usadas	% acerto F-GAMP maior % real
8	210	59,35	87,42	3,63	47,29%
30	210	59,35	72,65	2,42	22,41%
8	300	59,37	97,74	1,41	64,63%
8	360	59,36	97,92	0,82	64,95%

Em destaque, valores do VPP maiores do que 85%

Neste caso observa-se que o parâmetro 8 é o destaque, sendo até 64,95% mais eficiente do que a porcentagem real, e nos resultados, aparece também uma particularidade que são as janelas anteriores menores, nos tamanhos de 210,300 e 360 sendo melhores.

O gráfico 18 apresenta a janela (540,4200), considerando um Limiar de 2% para a série da CIEL3.

Gráfico 18. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 2, janela (540,4200) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.

Neste caso, é possível verificar que a porcentagem real, para a janela (540,4200) é por volta de 70%. Ao utilizar os parâmetros 2, 8, 12, 13, 23,24, 32 a 34 e 41 o modelo FGAMP obteve um valor preditivo positivo maior do que a porcentagem real

A tabela 29 demonstra os principais resultados obtidos para a previsão de 2%, e um horizonte de tempo de 10 dias, para a série da CIEL3, com limiar 2%.

Tabela 29. Parâmetros multifractais, VPP maior que 75%, Série CIEL3, JP 4200, Lim. 2%.

Parâmetro	Janela Anterior	Porcentagem real	F-GAMP	Porcentagem das janelas usadas	% acerto F-GAMP maior % real
8	210	70,9	89,13	3,58	25,71%
8	300	70,9	97,78	1,43	37,97%
41	300	70,9	74,52	4,07	5,15%
8	360	70,86	98,07	0,85	38,40%
41	360	70,86	80,53	3,29	13,65%
41	420	70,84	82,56	2,41	16,55%
41	480	70,82	85,78	1,94	21,12%
24	540	70,8	74,78	4,4	5,62%
32	540	70,8	76,44	5,28	7,97%
33	540	70,8	74,64	9,05	5,43%
34	540	70,8	74,27	10,12	4,89%
41	540	70,8	88,29	1,61	24,70%

Em destaque valores acima de 97%

Nota-se que os parâmetros significativos são os de número 8 e 41 e o parâmetro 8 com as janelas de 300 e 360 observações são os percentuais mais significativos de acerto do modelo FGAMP, chegando a acertar mais que 38% a mais do que a porcentagem real.

O gráfico 19 evidencia a janela (540, 2100) para a série da CIEL3, considerando um Limiar de 3%.

Gráfico 19. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 3, janela (540, 2100) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.

Identifica-se muitos parâmetros com a probabilidade de acerto maior do que a porcentagem real. Para verificar a veracidade dos dados a tabela abaixo apresenta os principais resultados obtidos com a janela posterior de 2100 pontos, para a série da CIEL3, limiar 3%.

Tabela 30. Parâmetros multifractais, VPP maior que 50%, Série CIEL3, JP 2100, Lim. 3%.

Parâmetro	Janela Anterior	Porcentagem real	F-GAMP	Porcentagem das janelas usadas	% acerto F-GAMP maior % real
8	210	42,47	76,10	3,56	79,18%
8	300	42,51	93,96	1,46	121,03%
8	360	42,54	96,07	0,83	125,83%
18	540	42,54	50,05	74,92	17,66%

Em destaque VPPs maiores que 93%

Observa-se que o parâmetro 8 obtêm, com as janelas de 300 e 360 pontos, resultados de VPP de até 96,07%, sendo estes valores até 125,83% mais eficientes do que a porcentagem real.

O gráfico 20 demonstra a janela (540, 4200) para a série da CIEL3, considerando um Limiar de 3%.

Gráfico 20. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 3, janela (540, 4200) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.

Neste caso, a porcentagem real, para a janela (540, 4200) é por volta de 60%.

Ao utilizar os parâmetros 1, 3 a 6, 8, 11 a 15, 22 a 28, 31 a 34, 36 a 38 e 41, o modelo FGAMP obteve um valor preditivo positivo maior do que a porcentagem real.

A tabela 31 evidencia os principais resultados obtidos com a janela posterior de 4200 pontos, para a série da CIEL3, limiar 3%.

Tabela 31. Parâmetros multifractais, VPP maior que 65%, Série CIEL3, JP 4200, Lim. 3%.

Parâmetro	Janela Anterior	Porcentagem real	F-GAMP	Porcentagem das janelas usadas	% acerto F-GAMP maior % real
8	210	58,38	86,27	3,54	47,77%
9	210	58,38	65,31	2,55	11,87%
38	210	58,38	65,03	42,3	11,39%
8	300	58,34	97,49	1,42	67,11%
38	300	58,34	65,14	12,55	11,65%
41	300	58,34	66,28	4,08	13,61%
8	360	58,32	98,12	0,84	68,25%
41	360	58,32	69,75	3,29	19,60%
8	420	58,29	98,91	0,40	69,69%
41	420	58,29	73,04	2,41	25,30%
8	480	58,27	93,75	0,22	60,89%
41	480	58,27	76,54	1,95	31,35%
11	540	58,24	67,34	0,50	15,62%
12	540	58,24	67,47	1,21	15,84%
31	540	58,24	68,26	0,80	17,21%
32	540	58,24	65,23	5,34	12,01%
41	540	58,24	80,29	1,60	37,87%

Em destaque VPP acima de 80%

Nota-se que os parâmetros mais significativos são os de número 8 e 41 e o parâmetro 8 com as janelas anteriores de 300, 420 e 480 observações são os percentuais mais significativos de acerto do modelo FGAMP, chegando a ser 70% a mais significativo do que a porcentagem real.

A janela de 540 pontos também ganha destaque aparecendo 5 vezes com percentuais de valor preditivo positivo maior do que a porcentagem real.

5.6.3.1 Um resumo do mais importante para os resultados da Série da CIEL3

Em relação a análise da série da CIEL3, pode-se verificar que para um horizonte de previsões de 5 dias, o parâmetro 8 aparece como melhor para fazer previsão em todos os limiares, sendo que, neste caso, há uma particularidade onde as janelas anteriores menores pareceram ser mais eficientes.

Em relação ao grau de acertabilidade, o modelo FGAMP mostrou-se melhor que a porcentagem real até 16,95% para o limiar 1, até 64,95% para o limiar 2 e até 125,83% para o limiar 3. Concordando com o fato, visto anteriormente para as séries do BBDC4 e do índice Ibovespa, de que quanto maior o limiar, maior é a probabilidade de acerto do modelo em relação a porcentagem real.

Para um horizonte de previsão de 10 dias, pode-se dizer que os parâmetros ótimos são os de número 8, 32 e 41 que aparecem em todos os limiares de previsão e as janelas anteriores maiores ganham mais destaque porque aparecem com mais frequência. A tabela 32 apresenta um resumo dos parâmetros e as janelas ótimas, onde os resultados foram melhores para a série da CIEL3.

Tabela 32. Resumo melhores parâmetros para a previsão de 10 dias, série da CIEL3, Limiares 1,2 e 3

Janela ótima	Parâmetro	Limiar
(210, 4200)	8	1
(300, 4200)	8	1
(360, 4200)	8	1
(420, 4200)	41	1
(480, 4200)	41	1
(540, 4200)	32, 41	1
(210, 4200)	8	2
(300, 4200)	8, 41	2
(360, 4200)	8, 41	2
(420, 4200)	41	2
(480, 4200)	41	2
(540, 4200)	32, 41	2
(210, 4200)	8	3
(300, 4200)	8, 41	3

(360, 4200)	8, 41	3
(420, 4200)	8, 41	3
(480, 4200)	8, 41	3
(540, 4200)	32, 41	3

A primeira coluna da tabela apresenta as janelas testadas, a segunda coluna apresenta os parâmetros que obtiveram melhores VPPs do que a porcentagem real em todos os limiares, e a terceira coluna representa o limiar.

A frequência das janelas utilizadas na fase de testes para previsão, continua em evidencia e demonstra que quanto mais baixa melhores são os resultados do método FGAMP. Outra questão que se mantém é o fato de quanto maior o limiar a ser observado, maior a diferença percentual entre o acerto do modelo FGAMP e da porcentagem real, para o limiar de 1% temos uma diferença a favor do FGAMP de até 16,67%, para o limiar de 2% de até 38,4% e para o limiar 3 salta para até 69,7%.

5.6.4 Principais resultados do modelo FGAMP para a ITUB4

O gráfico 21 demonstra a janela (540, 2100) para a série ITUB4, considerando um Limiar de 1%.

Gráfico 21. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 1, janela (540, 2100) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste – ITUB4

Verifica-se que a porcentagem real é por volta de 75% e os parâmetros 1, 3 a 7, 14 a 17, 21 a 29, 31 a 34 e 41 parecem ser mais eficientes. Estes fatos serão comprovados na tabela 33, onde são apresentados, os principais resultados, para o limiar 1%, em um horizonte de previsão de 5 dias para a série ITUB4.

Tabela 33. Parâmetros multifractais, VPP maior que 85%, Série ITUB4, JP 2100, Lim. 1%.

Parâmetro	Janela Anterior	Porcentagem real	F-GAMP	Porcentagem das janelas usadas	% acerto F-GAMP maior % real
8	210	77,06	95,85	2,51	24,38%
9	210	77,06	86,55	2,06	12,32%
30	210	77,06	90,56	1,95	17,52%
41	210	77,06	87,89	5,07	14,05%
8	300	77,04	99,33	0,86	28,93%
9	300	77,04	89,44	0,57	16,09%
30	300	77,04	95,04	0,53	23,37%
41	300	77,04	90,19	4,35	17,06%
8	360	77,02	96,88	0,51	25,78%
41	360	77,02	93,47	4,04	21,36%
10	420	77,01	89,12	0,64	15,72%
41	420	77,01	88,79	3,36	15,30%
10	480	77	86,87	0,40	12,82%
21	480	77	85,67	3,03	11,26%
41	480	77	88,69	2,66	15,18%
21	540	77	87,59	2,43	13,76%

Em destaque os valores de VPP maiores do que 95%

Nota-se que os parâmetros mais significativos são os de número 8 e 30, sendo que utilizados com as janelas de 210, 300 e 360 observações obtêm os percentuais mais significativos de acerto no modelo FGAMP, chegando a acertar quase 30% a mais do que a porcentagem real. O parâmetro 41 também apresenta bons resultados sendo o de maior frequência.

O gráfico 22 apresenta a janela (540, 4200) para a série ITUB4, para a previsão de 1%.

Gráfico 22. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 1, janela (540, 4200) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste – ITUB4

Neste caso, é possível verificar que a porcentagem real é por volta de 80%, levando em consideração o limiar 1% para a série do ITUB4.

Ao utilizar os parâmetros 1 a 7, 10 a 18, 21 a 29, 32 a 34, 41 e 42 o modelo FGAMP obteve um valor preditivo positivo maior do que a porcentagem real.

A tabela 34 descreve os principais resultados para a previsão de 1%, em um horizonte de tempo de 10 dias, para a série ITUB4.

Tabela 34. Parâmetros multifractais, VPP maior que 89%, Série ITUB4, JP 4200, Lim. 1%.

Parâmetro	Janela Anterior	Porcentagem real	F-GAMP	Porcentagem das janelas usadas	% acerto F-GAMP maior % real
8	210	81	96,78	2,58	19,49%
30	210	81	92,01	2,02	13,59%
41	210	81	94,91	5,07	17,18%
8	300	81,06	99,36	0,88	22,58%
9	300	81,06	89,73	0,59	10,69%
30	300	81,06	95,20	0,54	17,44%
41	300	81,06	91,83	4,44	13,28%
8	360	81,11	97,44	0,53	20,13%
41	360	81,11	94,66	4,14	16,70%
41	420	81,16	89,83	3,41	10,69%
10	480	81,21	89,11	0,41	9,73%
32	480	81,21	93,70	6,9	15,38%
33	480	81,21	93,35	9,34	14,95%
34	480	81,21	93,40	9,6	15,01%
41	480	81,21	89,42	2,71	10,11%
21	540	81,26	89,52	2,48	10,17%
23	540	81,26	90,18	4,02	10,98%
24	540	81,26	91,17	4,79	12,19%
32	540	81,26	91,27	6,33	12,32%
33	540	81,26	91,89	8,90	13,08%
34	540	81,26	92,08	9,13	13,32%

Em destaque VPPs maiores do que 95%

Nota-se que os parâmetros mais significativos são os de número 8 e 41 e o parâmetro 8 com as janelas de 210, 300 e 360 observações são os percentuais mais significativos de acerto do modelo FGAMP, chega a acertar quase 22,5% a mais do que a porcentagem real.

A janela de 540 pontos também ganha destaque aparecendo 7 vezes com percentuais de valor preditivo positivo maiores do que a porcentagem real.

O gráfico 23 apresenta a janela (540, 2100) para a série ITUB4, considerando um Limiar de 2%.

Gráfico 23. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 2, janela (540, 2100) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste – ITUB4

Observa-se que a porcentagem real é por volta de 65% e os parâmetros 1, 3 a 7, 14 a 18, 20 a 29 e 31 a 38 parecem ser mais eficientes do que a porcentagem real. Estes fatos serão comprovados na tabela 35, onde são apresentados, os principais resultados, para o limiar 2%, em um horizonte de previsão de 5 dias para a série ITUB4.

Tabela 35. Parâmetros multifractais, VPP maior que 70%, Série ITUB4, JP 2100, Lim. 2%.

Parâmetro	Janela Anterior	Porcentagem real	F-GAMP	Porcentagem das janelas usadas	% acerto F-GAMP maior % real
41	210	63,63	75,95	5,06	19,36%
38	300	63,59	70,99	27,90	11,64%
41	300	63,59	79,24	4,35	24,61%
8	360	63,6	82,76	0,53	30,12%
38	360	63,6	71,43	32,61	12,32%
21	420	63,6	71,70	4,25	12,73%
38	420	63,6	71,71	37,90	12,76%
21	480	63,58	74,13	3,02	16,59%
21	540	63,56	77,30	2,42	21,61%

Em destaque VPPs maiores que 75%

Nota-se que os parâmetros mais significativos são os de número 8, 21 e 41 e o parâmetro 8 com a janela de 360 observações, o parâmetro 21 com a janela de 540 observações e o parâmetro 41 com as janelas de 210 e 300 observações, ganham destaque, por serem os percentuais mais significativos de acerto do modelo FGAMP, chegando ser mais de 30% a mais do que a porcentagem real.

O gráfico 24 demonstra a janela (540, 4200) para a série ITUB4, considerando um Limiar de 2%.

Gráfico 24. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 2, janela (540, 4200) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste – ITUB4

Verifica-se que a porcentagem real, para a janela (540, 4200) é por volta de 70%, levando em consideração o limiar 2% para a série ITUB4.

Ao utilizar os parâmetros 1, 2 a 7, 14 a 18, 20 a 29, 32 a 38 e 41 o modelo FGAMP obteve um valor preditivo positivo maior do que a porcentagem real.

A tabela 36 mostra os principais resultados obtidos para um horizonte de tempo de 10 dias, para a série ITUB4, limiar 2%.

Tabela 36. Parâmetros multifractais, VPP maior que 77%, Série ITUB4, JP 4200, Lim. 2%.

Parâmetro	Janela Anterior	Porcentagem real	F-GAMP	Porcentagem das janelas usadas	% acerto F-GAMP maior % real
38	210	69,96	79,42	20,63	13,53%
41	210	69,96	87,40	5,08	24,92%
38	300	70,02	77,83	28,62	11,15%
41	300	70,02	86,13	4,45	23,00%
8	360	70,07	80,65	0,53	15,09%
31	360	70,07	80,84	3,34	15,37%
38	360	70,07	78,62	33,54	12,20%
41	360	70,07	88,65	4,13	26,52%
10	420	70,11	79,26	0,65	13,04%
31	420	70,11	80,64	2,30	15,01%
38	420	70,11	78,53	39,35	12,01%
41	420	70,11	81,03	3,41	15,57%
21	480	70,15	77,26	3,08	10,13%
38	480	70,15	77,20	45,83	10,05%
41	480	70,15	79,30	2,72	13,04%
20	540	70,19	79,71	14,95	13,56%
23	540	70,19	78,02	4,01	11,16%
24	540	70,19	77,52	4,76	10,45%
41	540	70,19	78,31	2,30	11,56%

Em destaque VPPs maiores que 85%

Nota-se que o parâmetro mais significativo é o de número 41 com as janelas de 210, 300 e 360 observações, chegando a acertar quase 27,5% a mais do que a porcentagem real. O

parâmetro 30 com a janela anterior de 360 observações também tem um grau de acerto quase 35% maior do que a porcentagem real.

A janela de 360 pontos também ganha destaque aparecendo 5 vezes com percentuais de valor preditivo positivo maior do que a porcentagem real.

O gráfico 25 demonstra a janela (540, 2100) para a série ITUB4, considerando um Limiar de 3%.

Gráfico 25. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 3, janela (540, 2100) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste – ITUB4

Neste caso, é possível verificar que a porcentagem real, para a janela (540, 2100) é por volta de 45%, levando em consideração o limiar 3% para a série ITUB4.

Ao utilizar os parâmetros 1, 3 a 7, 14 a 18, 25 a 29 e 35 a 38 o modelo FGAMP obteve um valor preditivo positivo maior do que a porcentagem real.

A tabela 37 descreve os principais resultados obtidos para a série ITUB4 em um horizonte de tempo de 5 dias, com limiar 3%.

Tabela 37. Parâmetros multifractais, VPP maior que 55%, Série ITUB4, JP 2100, Lim. 3%.

Parâmetro	Janela Anterior	Porcentagem real	F-GAMP	Porcentagem das janelas usadas	% acerto F-GAMP maior % real
38	360	47,61	56,15	31,78	17,94%
38	420	47,63	55,55	36,61	16,63%
18	540	47,69	55,38	66,53	16,13%

Observa-se que os acertos mais significativos do modelo proposto, foram por volta de 55%. Sendo os parâmetros 18 e 38 os mais eficientes.

O gráfico 26 demonstra a janela (540, 4200) para a série ITUB4, considerando um Limiar de 3%.

Gráfico 26. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 3, janela (540, 4200) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste – ITUB4

Verifica-se que a porcentagem real, para a janela (540, 4200) é por volta de 60%.

Ao utilizar os parâmetros 1, 3 a 7, 14 a 18, 22 a 29 e 32 a 38 o modelo FGAMP obteve um valor preditivo positivo maior do que a porcentagem real.

A tabela 38 demonstra os principais resultados obtidos para um horizonte de tempo de 10 dias, para a série ITUB4, com limiar 3%.

Tabela 38. Parâmetros multifractais onde o modelo F-GAMP, obteve um VPP maior que 65%, Série ITUB4, Janela posterior 4200 observações, Limiar 3%.

Parâmetro	Janela Anterior	Porcentagem real	F-GAMP	Porcentagem das janelas usadas	% acerto F-GAMP maior % real
41	210	58,63	74,57	5,08	27,19%
33	360	58,71	70,82	12,00	20,63%
34	360	58,71	70,24	12,59	19,63%
24	420	58,75	70,94	6,52	20,76%
32	420	58,75	71,15	7,82	21,10%
23	480	58,79	70,88	4,63	20,57%
24	480	58,79	73,54	5,39	25,09%
23	540	58,82	71,18	4,02	21,01%
24	540	58,82	73,87	4,76	25,59%

Em destaque janelas com VPP maior do que 72%

Observa-se que os parâmetros mais significativos são os de número 24 e 41 e o parâmetro 41 com a janela de 210 observações chega a acertar quase 27,5% a mais do que a

porcentagem real. O parâmetro 24, com as janelas anteriores de 480 e 540 também tem um grau de acerto quase 26% maior do que a porcentagem real.

5.6.4.1 Um resumo do mais importante para os resultados da Série ITUB4

Em relação a análise da série do ITUB4, pode-se verificar que, para um horizonte de previsões de 5 dias, os parâmetro 8, 21, 38 e 41 aparecem como melhores para previsão, sendo que, neste caso, os parâmetros 8 e 41 geralmente aparecem com bons VPPs para as janelas anteriores de 210, 300 e 360 observações e os parâmetros 21 e 38 geralmente aparecem com bons VPPs para as janelas anteriores de 420, 480 e 540 pontos.

Em relação ao grau de acertabilidade, o modelo FGAMP mostrou-se melhor que a porcentagem real até 22,58% para o limiar 1, até 30% para o limiar 2 e até aproximadamente 18% para o limiar 3.

Em relação à análise da série ITUB4 para um horizonte de tempo de 10 dias, pode-se verificar que os parâmetros ótimos podem ser considerados os de números 23, 24 e 41 que aparecem em todos os limiares de previsão e as janelas anteriores maiores ganham mais destaque porque aparecem com mais frequência. A tabela 39 evidencia este resultado para os três limiares e as suas janelas ótimas.

Tabela 39. Resumo melhores parâmetros para a previsão de 10 dias, série ITUB4, Limiares 1,2 e 3

Janela ótima	Parâmetro	Limiar
(210, 4200)	41	1
(300, 4200)	41	1
(360, 4200)	41	1
(420, 4200)	41	1
(480, 4200)	41	1
(540, 4200)	23, 24	1
(210, 4200)	41	2
(300, 4200)	41	2
(360, 4200)	41	2
(420, 4200)	41	2
(480, 4200)	41	2
(540, 4200)	23, 24, 41	2
(210, 4200)	41	3
(300, 4200)	Não há	3
(360, 4200)	Não há	3
(420, 4200)	24	3
(480, 4200)	23, 24	3

(540, 4200)	23, 24	3
-------------	--------	---

Para uma previsão de um horizonte de 10 dias para a série ITUB4, nota-se que a janela ótima é a de 540 pontos, aparecendo como significativa para os três limiares, utilizadas com os parâmetros 23 e 24 para previsão.

Em relação ao percentual de acerto do FGAMP em relação a porcentagem real, para o limiar 1 o FGAMP chega a acertar 22,6% mais, para o limiar 2, como evidenciado para a previsão dos outros ativos, essa melhora salta para até 26,5% e para o limiar 3, para até 27,19%, comprovando que quanto maior o limiar para previsão, maior a probabilidade de acerto do FGAMP em relação a porcentagem real.

5.6.5 Principais resultados do modelo FGAMP para a PETR4

O gráfico 27 apresenta a janela (540, 2100) do Limiar 1, para a série da PETR4.

Gráfico 27. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 1, janela (540, 2100) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste – PETR4

Neste caso, é possível verificar que a porcentagem real, para a janela (540, 2100) é pouco acima de 80%. Ao utilizar os parâmetros 9 a 13, 20 a 24, 30 a 36, 41 e 42 o modelo FGAMP obteve um valor preditivo positivo maior do que a porcentagem real.

A tabela 40 apresenta os principais resultados obtidos com a janela posterior de 2100 pontos, para a série da PETR4, limiar 1%.

Tabela 40. Parâmetros multifractais, VPP maior que 88%, Série PETR4, JP 2100, Lim. 1%.

Parâmetro	Janela Anterior	Porcentagem real	F-GAMP	Porcentagem das janelas usadas	% acerto F-GAMP maior % real
10	300	80,31	88,49	1,17	10,18%
10	360	80,35	93,19	0,74	15,98%
11	360	80,35	88,93	1,69	10,68%
31	360	80,35	88,60	2,48	10,26%
41	360	80,35	89,50	2,84	11,38%
11	420	80,39	93,31	1,11	16,07%
12	420	80,39	90,31	2,07	12,34%
13	420	80,39	89,57	3,07	11,42%
20	420	80,39	88,62	18,96	10,23%
31	420	80,39	94,05	1,63	17,00%
41	420	80,39	95,32	2,32	18,58%
11	480	80,43	94,54	0,61	17,54%
12	480	80,43	92,49	1,14	14,99%
13	480	80,43	90,92	1,94	13,04%
20	480	80,43	91,24	15,36	13,44%
22	480	80,43	88,21	2,54	9,68%
31	480	80,43	95,38	0,90	18,58%
41	480	80,43	96,63	1,85	20,14%
11	540	80,42	98,67	0,47	22,69%
12	540	80,42	92,09	0,93	14,52%
13	540	80,42	89,64	1,56	11,46%
20	540	80,42	91,79	13,30	14,14%
31	540	80,42	97,41	0,74	21,12%
32	540	80,42	88,77	4,68	10,38%
41	540	80,42	97,63	1,61	21,40%

Em destaque VPPs maiores do que 95%

Verifica-se que os parâmetros mais significativos são os de número 11, 31 e 41 e o parâmetro 41 com as janelas de 420, 480 e 540 observações tem o percentual mais significativo de acerto do modelo FGAMP, chegando a acertar quase 23% a mais do que a porcentagem real. O parâmetro 11 com a janela anterior de 540 também tem um grau de acerto quase 23% maior do que a porcentagem real.

O gráfico 28 apresenta a janela (540, 4200) do Limiar 1, para a série da PETR4.

Gráfico 28. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 1, janela (540,4200) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.

Neste caso, é possível verificar que a porcentagem real, para a janela (540, 4200) é acima de 85%. Ao utilizar os parâmetros 8 a 12, 20, 30 e 31 o modelo FGAMP obteve um valor preditivo positivo maior do que a porcentagem real.

A tabela 41 mostra os principais resultados obtidos para um horizonte de previsão de 10 dias, para a série da PETR4, com limiar 1%.

Tabela 41. Parâmetros multifractais, VPP maior que 90%, Série PETR4, JP 4200, Lim. 1%.

Parâmetro	Janela Anterior	Porcentagem real	F-GAMP	Porcentagem das janelas usadas	% acerto F-GAMP maior % real
8	300	85,71	90,71	2,64	5,84%
8	360	85,7	92,26	1,96	7,65%
10	360	85,7	91,36	0,78	6,61%
8	420	85,7	94,69	1,34	10,48%
11	420	85,7	91,68	1,18	6,98%
31	420	85,7	91,38	1,69	6,63%
8	480	85,69	96,04	1,02	12,08%
20	480	85,69	91,43	15,14	6,70%
8	540	85,68	96,34	0,85	12,45%
11	540	85,68	94,17	0,50	9,91%
20	540	85,68	93,25	13,10	8,84%
31	540	85,68	92,68	0,79	8,17%

Em destaque VPP acima de 94,5%

Com os resultados é possível observar que o parâmetro 8 com as janelas de 420, 480 e 540 observações são os percentuais mais significativos de acerto do modelo FGAMP, chegando a acertar mais de 12% a mais do que a porcentagem real.

A frequência das janelas utilizadas na fase de testes continua em evidencia e demonstra que quanto mais baixa melhores são os resultados do método FGAMP. As janelas de 420 e 540

pontos ganham destaque nestes resultados sendo que aparecem 4 vezes, com valor preditivo positivo acima de 90%.

O gráfico 29 apresenta a janela (540, 2100) do limiar 2, para a série da PETR4.

Gráfico 29. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 2, janela (540, 2100) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste – PETR4

Neste caso, é possível verificar que a porcentagem real, para a janela (540, 2100) é acima de 65%. Ao utilizar os parâmetros 9 a 13, 20, 30, 31 e 41 o modelo FGAMP obteve um valor preditivo positivo maior do que a porcentagem real.

A tabela 42 mostra os principais resultados obtidos, para um horizonte de tempo de 5 dias, para a série da PETR4, limiar 2%.

Tabela 42. Parâmetros multifractais, VPP maior que 75%, Série PETR4, JP 2100, Lim. 2%.

Parâmetro	Janela Anterior	Porcentagem real	F-GAMP	Porcentagem das janelas usadas	% acerto F-GAMP maior % real
10	360	67,53	88,27	0,73	30,71%
11	360	67,53	77,66	1,68	15,00%
31	360	67,53	75,48	2,49	11,77%
11	420	67,56	83,30	1,11	23,30%
12	420	67,56	75,87	2,09	12,30%
20	420	67,56	76,34	18,98	13,00%
31	420	67,56	82,08	1,63	21,50%
41	420	67,56	80,57	2,31	19,26%
11	480	67,6	89,00	0,61	31,66%
12	480	67,6	81,96	1,13	21,25%
20	480	67,6	77,68	15,33	14,90%
31	480	67,6	89,63	0,90	32,59%
41	480	67,6	86,64	1,85	28,17%
11	540	67,61	94,64	0,47	39,98%
12	540	67,61	85,95	0,92	27,12%
13	540	67,61	76,86	1,57	13,68%
20	540	67,61	78,33	13,30	15,85%

31	540	67,61	94,24	0,74	39,38%
41	540	67,61	89,96	1,61	33,05%

Em destaque VPPs maiores que 85%

É possível observar que os parâmetros 10, 11, 12, 31 e 41 com as janelas anteriores de 360, 480 e 540 observações são os percentuais mais significativos de acerto do modelo FGAMP, chegando a ser 40% a mais eficiente do que a porcentagem real.

A frequência das janelas utilizadas na fase de testes continua em evidencia e demonstra que quanto mais baixa, melhores são os resultados do método FGAMP. As janelas de 480 e 540 pontos ganham destaque nestes resultados sendo que aparecem 5 e 6 vezes respectivamente, com valor preditivo positivo acima de 85%.

O gráfico 30 evidencia a janela (540, 4200) do limiar 2, para a série da PETR4.

Gráfico 30. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 2, janela (540, 4200) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.

Neste caso, verifica-se que a porcentagem real, para a janela (540, 4200) é por volta de 75%.

Ao utilizar os parâmetros 8 a 12, 20, 21, 30, 31, 35, 36 e 41 o modelo FGAMP obteve um valor preditivo positivo maior do que a porcentagem real.

A tabela 43 apresenta os principais resultados obtidos com a janela posterior de 4200 pontos, para a série da PETR4, com limiar 2%.

Tabela 43. Parâmetros multifractais, VPP maior que 80%, Série PETR4, JP 4200, Lim. 2%.

Parâmetro	Janela Anterior	Porcentagem real	F-GAMP	Porcentagem das janelas usadas	% acerto F-GAMP maior % real
8	360	74,19	82,43	2,05	11,10%
10	360	74,19	85,83	0,75	15,69%
8	420	74,18	85,38	1,44	15,10%

11	420	74,18	83,76	1,17	12,92%
21	420	74,18	81,30	3,72	9,60%
31	420	74,18	81,51	1,70	9,89%
8	480	74,17	87,56	1,09	18,06%
10	480	74,17	85,71	1,21	15,56%
11	480	74,17	83,81	0,66	13,00%
21	480	74,17	82,69	2,33	11,49%
31	480	74,17	83,90	0,98	13,12%
8	540	74,15	88,24	0,90	19,00%
11	540	74,15	91,63	0,50	23,58%
12	540	74,15	82,30	1,01	10,99%
20	540	74,15	80,01	13,03	7,90%
21	540	74,15	88,80	1,61	19,76%
31	540	74,15	90,24	0,80	21,70%

Em destaque VPPs maiores que 85%

Nota-se que os parâmetros 8, 11, 21 e 31 com as janelas de 480 e 540 observações são os percentuais mais significativos do modelo FGAMP, chegando a acertar , até 91,63%, isto representa uma probabilidade de 23,58% maior do que a porcentagem real.

O gráfico 31 apresenta a janela (540, 2100) do limiar 3, para a série da PETR4.

Gráfico 31. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 3, janela (540, 2100) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.

Neste caso, a porcentagem real para a janela (540, 2100) é por volta de 55%. Ao utilizar os parâmetros 8 a 13, 20 a 23, 30 a 32, 41 e 42 o modelo FGAMP obteve um valor preditivo positivo maior do que a porcentagem real.

A tabela 44 mostra os principais resultados obtidos para uma previsão de 2%, em um horizonte de tempo de 5 dias, para a série da PETR4.

Tabela 44. Parâmetros multifractais, VPP maior que 65%, Série PETR4, JP 2100, Lim. 3%.

Parâmetro	Janela Anterior	Porcentagem real	F-GAMP	Porcentagem das janelas usadas	% acerto F-GAMP maior % real
-----------	-----------------	------------------	--------	--------------------------------	------------------------------

9	210	55,6	68,24	1,74	22,74%
30	210	55,6	68,89	1,55	23,90%
10	360	55,67	69,81	0,71	25,40%
11	360	55,67	67,56	1,69	21,36%
31	360	55,67	65,10	2,51	16,95%
41	360	55,67	65,66	2,93	17,94%
11	420	55,7	70,78	1,10	27,08%
31	420	55,7	70,67	1,64	26,88%
41	420	55,7	70,73	2,37	26,99%
11	480	55,73	83,92	0,60	50,58%
12	480	55,73	75,15	1,15	34,85%
13	480	55,73	65,72	1,98	17,93%
20	480	55,73	66,65	15,32	19,60%
31	480	55,73	84,63	0,90	51,87%
41	480	55,73	79,07	1,87	41,88%
10	540	55,75	90,91	0,12	63,07%
12	540	55,75	80,10	0,92	43,67%
13	540	55,75	69,18	1,57	24,09%
20	540	55,75	67,39	13,31	20,88%
21	540	55,75	75,20	1,56	34,89%
31	540	55,75	89,94	0,73	61,33%
41	540	55,75	82,23	1,63	47,50%

Em destaque VPPs acima de 75%

Através dos resultados acima observa-se que os parâmetros 10, 11, 12, 31 e 41 com as janelas de 480 e 540 observações são os percentuais mais significativos do modelo FGAMP, chegando a acertar , até 90,91%, isto representa uma probabilidade de até 63,07% maior do que a porcentagem real.

O gráfico 32 apresenta a janela (540, 4200) do limiar 3, para a série da PETR4.

Gráfico 32. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 3, janela (540, 4200) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste.

Neste caso, é possível verificar que a porcentagem real, para a janela (540, 4200) é por volta de 65%.

Ao utilizar os parâmetros 8 a 13, 20, 21, 30, 31 e 41 o modelo FGAMP obteve um valor preditivo positivo maior do que a porcentagem real.

A tabela 45 descreve os principais resultados obtidos para a previsão de 3%, em um horizonte de tempo de 10 dias, para a série da PETR4.

Tabela 45. Parâmetros multifractais, VPP maior que 70%, Série PETR4, JP 4200, Lim. 3%.

Parâmetro	Janela Anterior	Porcentagem real	F-GAMP	Porcentagem das janelas usadas	% acerto F-GAMP maior % real
30	210	64,47	70,07	1,46	8,68%
8	360	64,42	70,95	2,09	10,14%
8	420	64,4	76,67	1,48	19,05%
21	420	64,4	73,96	3,67	14,85%
8	480	64,38	77,30	1,11	20,07%
11	480	64,38	78,43	0,66	21,83%
12	480	64,38	71,21	1,24	10,61%
21	480	64,38	71,62	2,29	11,24%
31	480	64,38	79,25	0,98	23,10%
8	540	64,36	75,70	0,91	17,62%
11	540	64,36	85,53	0,50	32,90%
12	540	64,36	76,46	1,00	18,80%
21	540	64,36	81,95	1,57	27,34%
31	540	64,36	85,63	0,77	33,05%
41	540	64,36	73,09	1,84	13,57%

Em destaque VPPs maiores que 80%

Observa-se que os parâmetros 11, 21 e 31 com a janela de 540 observações são os percentuais mais significativos do modelo FGAMP, e chega a acertar , até 85,53%, isto representa uma probabilidade de 32,9% maior do que a porcentagem real.

5.6.5.1 Um resumo do mais importante para os resultados da Série da PETR4

Em relação à análise da série da PETR4 em geral, pode-se verificar que para um horizonte de previsão de 5 dias, os parâmetros 10, 11, 12, 13, 20, 31 e 41 aparecem como melhores, sendo que, neste caso, aparecem como significativos para pelo menos uma janela em todos os limiares testados. Em relação aos tamanhos das janelas anteriores utilizadas para o cálculo dos parâmetros multifractais, observa-se que as janelas de tamanhos 480 e 540 observações exibem melhores resultados para o FGAMP.

Para o grau de acertabilidade, pode-se afirmar que, o modelo FGAMP mostrou-se melhor que a porcentagem real até 23% para o limiar 1, até 40% para o limiar 2 e até aproximadamente 64% para o limiar 3. Identificando que quanto maior o percentual a ser previsto, melhor é o grau de acertabilidade do modelo FGAMP em relação à porcentagem real.

Para a análise da PETR4 para um horizonte de tempo de 10 dias, pode-se verificar que os parâmetros ótimos podem ser considerados os de números 8, 10, 11 e 31. A tabela 46 evidencia este resultado para os três limiares e as suas janelas ótimas.

Tabela 46. Resumo melhores parâmetros para a previsão de 10 dias, série da PETR4, Limiares 1,2 e 3

Janela ótima	Parâmetro	Limiar
(210, 4200)	Não há	1
(300, 4200)	8	1
(360, 4200)	8, 10	1
(420, 4200)	8, 11, 31	1
(480, 4200)	8	1
(540, 4200)	8, 11, 31	1
(210, 4200)	Não há	2
(300, 4200)	Não há	2
(360, 4200)	8, 10	2
(420, 4200)	8, 11	2
(480, 4200)	8, 10, 11, 31	2
(540, 4200)	8, 11, 31	2
(210, 4200)	Não há	3
(300, 4200)	Não há	3
(360, 4200)	8	3
(420, 4200)	8	3
(480, 4200)	8, 11, 31	3
(540, 4200)	10, 11, 12, 31	3

Nota-se que os parâmetros 8, 10, 11 e 31 são significativos em pelo menos uma janela para todos os limiares, sendo que as janelas anteriores maiores, apresentam melhores resultados, demonstrando a importância do cálculo dos parâmetros multifractais para se fazer a previsão.

Em relação ao percentual de acerto do FGAMP e da porcentagem real, para o limiar 1 o FGAMP chega a acertar 12,45% mais, para o limiar 2 essa melhora salta para até 23,58% e para o limiar 3 para até 33,05%, comprovando que quanto maior o limiar para previsão, maior a probabilidade de acerto do FGAMP em relação a porcentagem real.

5.6.6 Principais resultados do modelo FGAMP para a VALE5

O gráfico 33 apresenta a janela (540, 2100) para a série da VALE5, considerando o limiar de 1%.

Gráfico 33. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 1, janela (540, 2100) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste VALE5

É possível verificar que a porcentagem real é por volta de 75%. Ao utilizar os parâmetros 9 a 13, 20 a 24, 30 a 38 e 41 o modelo FGAMP obteve um valor preditivo positivo maior do que a porcentagem real.

A tabela 47 mostra os principais resultados obtidos para a previsão de 1%, em um horizonte de tempo de 5 dias, para a série da VALE5.

Tabela 47. Parâmetros multifractais, VPP maior que 85%, Série VALE5, JP 2100, Lim. 1%.

Parâmetro	Janela Anterior	Porcentagem real	F-GAMP	Porcentagem das janelas usadas	% acerto F-GAMP maior % real
9	210	76,47	95,15	2,16	24,42%
10	210	76,47	85,35	4,10	11,61%
30	210	76,47	94,86	2,00	24,04%
10	300	76,45	87,82	1,60	14,87%
11	300	76,45	86,60	3,40	13,28%
12	300	76,45	87,98	5,30	15,08%
13	300	76,45	87,76	6,87	14,79%
21	300	76,45	85,90	8,80	12,35%
22	300	76,45	85,86	9,12	12,31%
23	300	76,45	85,77	10,40	12,19%
24	300	76,45	85,33	11,40	11,61%
31	300	76,45	86,91	4,84	13,68%
10	360	76,44	94,70	1,12	23,88%
11	360	76,44	89,60	2,87	17,22%
12	360	76,44	88,56	4,65	15,86%
13	360	76,44	88,02	6,09	15,15%
21	360	76,44	86,84	6,54	13,60%
22	360	76,44	86,42	7,50	13,06%
23	360	76,44	86,63	9,04	13,33%
24	360	76,44	86,74	10,24	13,47%
31	360	76,44	87,94	4,08	15,04%
32	360	76,44	86,07	11,90	12,59%
10	420	76,44	91,88	0,63	20,23%
11	420	76,44	89,25	1,91	16,79%
12	420	76,44	88,71	3,52	16,08%

13	420	76,44	87,86	4,86	14,96%
20	420	76,44	86,02	21,30	12,56%
21	420	76,44	90,52	4,38	18,45%
22	420	76,44	87,03	5,69	13,88%
23	420	76,44	86,32	7,19	12,95%
24	420	76,44	86,17	8,33	12,76%
31	420	76,44	88,99	2,91	16,45%
32	420	76,44	85,46	10,64	11,83%
11	480	76,41	94,12	1,00	23,17%
12	480	76,41	88,86	2,21	16,30%
13	480	76,41	88,92	3,28	16,38%
20	480	76,41	88,63	16,44	16,00%
21	480	76,41	92,34	2,54	20,85%
22	480	76,41	88,97	3,83	16,44%
23	480	76,41	87,18	5,19	14,10%
24	480	76,41	86,69	6,26	13,45%
31	480	76,41	92,53	1,68	21,09%
32	480	76,41	86,07	8,87	12,65%
33	480	76,41	86,00	12,27	12,54%
34	480	76,41	86,28	12,54	12,92%
11	540	76,4	91,03	0,72	19,16%
12	540	76,4	85,22	1,69	11,55%
20	540	76,4	87,07	13,9	13,97%
21	540	76,4	89,45	1,65	17,08%
22	540	76,4	86,28	2,85	12,93%
31	540	76,4	89,38	1,15	16,99%

Em destaque VPPs maiores que 90%

Observa-se que os parâmetros 9, 10, 11, 21 e 30 com as janelas de 210, 360, 420, 480 e 540 observações são os percentuais mais significativos de acerto do modelo FGAMP, chegando a até 95,15%, isto representa uma probabilidade de acerto de 24,42% maior do que a porcentagem real. As janelas anteriores maiores que 300 observações também estão em evidencia sendo identificadas como significativas para vários parâmetros.

O gráfico 34 demonstra a janela (540, 4200) para a série da VALE5, considerando o limiar de 1%.

Gráfico 34. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 1, janela (540, 4200) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste VALE5

A porcentagem real, para a janela (540, 4200) é acima de 80%. Ao utilizar os parâmetros 9 a 13, 20 a 24, 30 a 38 o modelo FGAMP obteve um valor preditivo positivo maior do que a porcentagem real.

A tabela 48 apresenta os principais resultados obtidos para um horizonte de 10 dias, para a série da VALE5, limiar 1%.

Tabela 48. Parâmetros multifractais, VPP maior que 88%, Série VALE5, JP 4200, Lim. 1%.

Parâmetro	Janela Anterior	Porcentagem real	F-GAMP	Porcentagem das janelas usadas	% acerto F-GAMP maior % real
9	210	82,38	96,48	2,22	17,12%
10	210	82,38	88,71	4,12	7,68%
30	210	82,38	96,45	2,08	17,08%
10	300	82,36	88,06	1,62	6,92%
12	300	82,36	89,86	5,3	9,11%
13	300	82,36	89,65	6,85	8,85%
21	300	82,36	88,82	8,67	7,85%
22	300	82,36	88,52	9,02	7,48%
23	300	82,36	88,47	10,27	7,42%
31	300	82,36	89,04	4,84	8,11%
10	360	82,35	94,36	1,14	14,59%
11	360	82,35	90,08	2,88	9,38%
12	360	82,35	89,70	4,65	8,93%
13	360	82,35	89,36	6,08	8,52%
23	360	82,35	88,37	9	7,31%
24	360	82,35	88,73	10,19	7,74%
31	360	82,35	88,73	4,07	7,74%
32	360	82,35	88,52	11,9	7,50%
10	420	82,34	91,88	0,64	11,58%
11	420	82,34	89,18	1,93	8,30%
12	420	82,34	88,78	3,54	7,82%
13	420	82,34	88,34	4,87	7,29%
21	420	82,34	90,54	4,4	9,96%
31	420	82,34	89,02	2,92	8,12%
10	480	82,33	96,15	0,28	16,79%
11	480	82,33	94,12	1,0	14,32%
12	480	82,33	88,81	2,24	7,87%
13	480	82,33	89,30	3,31	8,47%
20	480	82,33	89,18	17,27	8,32%
21	480	82,33	92,26	2,6	12,06%
22	480	82,33	89,24	3,88	8,39%
31	480	82,33	92,49	1,71	12,35%
34	480	82,33	88,31	12,64	7,27%
11	540	82,32	90,97	0,73	10,51%
21	540	82,32	89,77	1,73	9,04%
31	540	82,32	90,31	1,17	9,71%

Em destaque VPPs acima de 94%.

Verifica-se que os parâmetros 9 e 30 com a janela de 210, observações são os percentuais mais significativos de acerto do modelo FGAMP, chegando a acertar mais de 17% a mais do que a porcentagem real. As janelas de 480 e 540 pontos ganham destaque nestes

resultados sendo que aparecem 4 e 3 vezes, com valor preditivo positivo acima de, ou próximo a 90%.

O gráfico 35 demonstra a janela (540, 2100) para a série da VALE5, considerando o limiar de 2%.

Gráfico 35. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 2 janela (540, 2100) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste VALE5

Neste caso, a porcentagem real, para a janela (540, 2100) é por volta de 60%. Ao utilizar os parâmetros 2, 9 a 13, 20 a 24, 30 a 34 e 41 a 44 o modelo FGAMP obteve um valor preditivo positivo maior do que a porcentagem real.

A tabela 49 apresenta os principais resultados obtidos para a previsão de 2% em um horizonte de tempo de 5 dias, para a série da VALE5.

Tabela 49. Parâmetros multifractais, VPP maior que 75%, Série VALE5, JP 2100, Lim. 2%.

Parâmetro	Janela Anterior	Porcentagem real	F-GAMP	Porcentagem das janelas usadas	% acerto F-GAMP maior % real
9	210	61,64	89,94	2,16	45,91%
10	210	61,64	79,61	4,08	29,15%
11	210	61,64	77,38	6,45	25,53%
30	210	61,64	89,69	2,05	45,51%
10	300	61,61	79,38	1,58	28,83%
11	300	61,61	76,09	3,36	23,50%
12	300	61,61	76,76	5,21	24,59%
13	300	61,61	76,65	6,80	24,41%
21	300	61,61	75,25	8,64	22,14%
10	360	61,59	82,86	1,11	34,53%
11	360	61,59	76,89	2,81	24,84%
12	360	61,59	75,13	4,61	21,98%
21	360	61,59	75,12	6,40	21,97%
31	360	61,59	75,46	4,04	22,52%
10	420	61,56	81,11	0,61	31,76%
11	420	61,56	76,71	1,90	24,61%
12	420	61,56	77,35	3,50	25,65%
13	420	61,56	75,48	4,82	22,61%
20	420	61,56	75,26	20,58	22,25%

21	420	61,56	78,28	4,22	27,16%
22	420	61,56	75,34	5,59	22,39%
31	420	61,56	78,49	2,84	27,50%
11	480	61,54	83,82	0,99	36,21%
12	480	61,54	78,96	2,19	28,31%
13	480	61,54	78,11	3,26	26,93%
20	480	61,54	77,87	15,80	26,53%
21	480	61,54	83,05	2,42	34,96%
22	480	61,54	78,20	3,73	27,07%
23	480	61,54	76,13	5,11	23,71%
24	480	61,54	75,52	6,13	22,71%
31	480	61,54	85,15	1,63	38,36%
11	540	61,52	78,79	0,72	28,07%
20	540	61,52	77,18	13,45	25,45%
21	540	61,52	77,88	1,55	26,60%
31	540	61,52	76,34	1,12	24,08%

Em destaque VPPs maiores que 85%

É possível observar que os parâmetros 9, 10, 30 e 31 com as janelas de 210, 360 e 480 observações são os percentuais mais significativos do modelo FGAMP, sendo até 89,94% eficientes, isto representa uma probabilidade de acerto de 45,91% maior do que a porcentagem real.

O gráfico 36 evidencia a janela (540, 4200) para a série da VALE5, considerando o limiar de 2%.

Gráfico 36. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 2 janela (540, 4200) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste VALE5

Ao se observar o gráfico para o limiar 2 da janela (540, 4200) da VALE5, nota-se uma porcentagem real pouco acima de 70%. Os parâmetros 9 a 13, 20 a 24, 30 a 38 e 41 apresentam VPPs maiores do que a porcentagem real.

A tabela 50 apresenta os principais resultados obtidos para a previsão de 2%, em um horizonte de tempo de 10 dias, para a série da VALE5.

Tabela 50. Parâmetros multifractais, VPP maior que 78%, Série VALE5, JP 4200, Lim. 2%.

Parâmetro	Janela Anterior	Porcentagem real	F-GAMP	Porcentagem das janelas usadas	% acerto F-GAMP maior % real
9	210	71,5	93,89	2,22	31,31%
10	210	71,5	84,58	4,09	18,30%
11	210	71,5	81,81	6,44	14,42%
12	210	71,5	78,65	8,63	10,00%
30	210	71,5	94,24	2,12	31,81%
10	300	71,48	80,85	1,59	13,11%
11	300	71,48	80,10	3,37	12,06%
12	300	71,48	81,25	5,20	13,67%
13	300	71,48	80,66	6,77	12,85%
21	300	71,48	79,77	8,50	11,60%
22	300	71,48	78,35	8,81	9,61%
23	300	71,48	78,42	10,03	9,70%
31	300	71,48	79,57	4,80	11,32%
10	360	71,46	87,15	1,13	21,95%
11	360	71,46	81,47	2,83	14,01%
12	360	71,46	79,87	4,60	11,77%
13	360	71,46	78,97	6,01	10,51%
20	360	71,46	78,37	26,96	9,67%
21	360	71,46	78,52	6,33	9,88%
23	360	71,46	78,14	8,80	9,35%
31	360	71,46	79,72	4,04	11,55%
10	420	71,44	87,91	0,62	23,06%
11	420	71,44	81,38	1,92	13,91%
12	420	71,44	80,40	3,53	12,54%
13	420	71,44	78,67	4,83	10,11%
20	420	71,44	78,50	21,34	9,88%
21	420	71,44	80,85	4,24	13,18%
22	420	71,44	78,28	5,58	9,58%
31	420	71,44	81,02	2,86	13,41%
11	480	71,43	85,29	1,01	19,41%
12	480	71,43	80,84	2,22	13,17%
13	480	71,43	80,69	3,30	12,96%
20	480	71,43	79,65	16,74	11,51%
21	480	71,43	84,50	2,49	18,29%
22	480	71,43	80,65	3,78	12,90%
23	480	71,43	79,37	5,14	11,11%
24	480	71,43	78,60	6,19	10,04%
31	480	71,43	87,19	1,65	22,06%
11	540	71,41	78,79	0,73	10,33%
20	540	71,41	78,34	14,23	9,71%
21	540	71,41	78,36	1,59	9,73%

Em destaque VPPs maiores que 87%

Como para o limiar de 1%, os parâmetros 9 e 30 com a janela anterior de 210 se destaca por apresentarem um VPP maior do que 93,8%. O parâmetro 10 com as janelas 360 e 420 e o parâmetro 31 com a janela de 480 apresentam VPPs acima de 87%.

O gráfico 37 demonstra a janela (540,2100) para a série da VALE5, considerando o limiar de 3%.

Gráfico 37. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 3 janela (540,2100) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste VALE5

Observa-se que a porcentagem real para o limiar 3, considerando a janela (540, 2100), para a série da VALE5, resulta em pouco menos de 50%. Os parâmetros 2, 9 a 13, 20 a 24, 30 a 34, 36 a 38 e 41 a 44 possuem um valor preditivo positivo maior do que a porcentagem real.

A tabela 51 evidencia os principais resultados obtidos para a previsão de 3%, em um horizonte de 5 dias para a série da VALE5.

Tabela 51. Parâmetros multifractais, VPP maior que 60%, Série VALE5, JP 2100, Lim. 3%.

Parâmetro	Janela Anterior	Porcentagem real	F-GAMP	Porcentagem das janelas usadas	% acerto F-GAMP maior % real
9	210	49,23	74,18	2,15	50,68%
10	210	49,23	66,19	4,09	34,44%
11	210	49,23	65,11	6,40	32,26%
12	210	49,23	62,91	8,58	27,80%
30	210	49,23	74,24	2,00	50,80%
31	210	49,23	61,54	8,17	25,00%
9	300	49,18	69,44	1,60	41,20%
11	480	49,09	61,46	0,98	25,20%
20	480	49,09	63,52	15,50	29,40%
21	480	49,09	61,13	2,36	24,53%
31	480	49,09	61,58	1,60	25,44%
11	540	49,09	66,39	0,71	35,25%
20	540	49,09	66,32	13,14	35,09%
21	540	49,09	66,80	1,53	36,08%
31	540	49,09	64,92	1,10	32,25%
41	540	49,09	60,89	3,04	24,04%

Em destaque VPPs acima de 68%

Nota-se que para o limiar 3, considerando um período de previsão de 5 dias, para a VALE5, os parâmetros de destaque são os de número 9 e 30 com a janela posterior de 210 e 300 observações, chegando a um percentual de acerto, para o modelo FGAMP em 50,8% maior do que a porcentagem real

O gráfico 38 demonstra a janela (540, 4200) para a série da VALE5, considerando o limiar de 3%.

Gráfico 38. Valor preditivo positivo versus porcentagem real para o Limiar 3 janela (540, 4200) e a porcentagem de janelas usadas na fase teste VALE5

Observa-se que a porcentagem real resulta em pouco mais de 60%. Os parâmetros 9 a 12, 20, 21, 31, 32 e 34 a 34 possuem um valor preditivo positivo maior do que a porcentagem real.

A tabela 52 mostra os principais resultados obtidos com a janela posterior de 4200 pontos, para a série da VALE5, limiar 3%.

Tabela 52. Parâmetros multifractais, VPP maior que 65%, Série VALE5, JP 4200, Lim. 3%.

Parâmetro	Janela Anterior	Porcentagem real	F-GAMP	Porcentagem das janelas usadas	% acerto F-GAMP maior % real
9	210	61,44	82,35	2,22	34,04%
10	210	61,44	73,65	4,10	19,88%
11	210	61,44	72,74	6,42	18,38%
12	210	61,44	70,68	8,61	15,04%
13	210	61,44	67,54	10,35	9,93%
20	210	61,44	66,69	45,18	8,55%
21	210	61,44	68,17	16,78	10,96%
22	210	61,44	66,79	15,09	8,70%
30	210	61,44	82,70	2,06	34,60%
31	210	61,44	68,98	8,22	12,27%
20	300	61,4	66,65	32,62	8,55%
21	300	61,4	66,14	8,45	7,72%
20	360	61,38	66,08	26,72	7,66%
10	420	61,36	67,05	0,62	9,27%
34	420	61,36	65,47	13,95	6,70%
11	480	61,33	69,70	1,00	13,64%
12	480	61,33	65,11	2,22	6,16%
20	480	61,33	66,44	16,41	8,33%
21	480	61,33	65,64	2,43	7,02%
31	480	61,33	68,30	1,64	11,36%
33	480	61,33	65,16	12,04	6,24%
34	480	61,33	67,02	12,29	9,27%
11	540	61,31	69,60	0,73	13,52%

20	540	61,31	67,97	14,10	10,87%
21	540	61,31	69,14	1,57	12,77%
31	540	61,31	69,48	1,12	13,32%

Nota-se que os parâmetros de destaque são os de número 9,10 ,11, 12 e 30 com a janela posterior de 210 observações, chegando a um percentual de acerto, para o modelo FGAMP 34,6% maior do que a porcentagem real.

5.6.6.1 Um resumo do mais importante para os resultados da Série da VALE5

Em relação à análise da série da VALE5, pode-se verificar que para um horizonte de previsões de 5 dias, os parâmetros 9, 10, 11, 12, 20, 21, 30 e 31 aparecem como melhores para previsão, sendo que, neste caso, aparecem como significativos para pelo menos uma janela em todos os limiares testados. Em relação aos tamanhos das janelas anteriores, utilizadas para o cálculo dos parâmetros multifractais, observa-se que as janelas de tamanhos maiores que 300 observações exibem melhores resultados para o FGAMP.

Em relação ao grau de acertabilidade, o modelo FGAMP mostrou-se melhor que a porcentagem real até 24,42% para o limiar 1, até 45,91% para o limiar 2 e até aproximadamente 51% para o limiar 3. Identificando que quanto maior o percentual a ser previsto, melhor é o grau de acertabilidade do modelo FGAMP em relação à porcentagem real.

Para a análise da VALE5 para um horizonte de tempo de 10 dias, pode-se verificar que os parâmetros ótimos podem ser considerados os de números 9, 10, 12, 13, 20, 21, 22 e 31 que aparecem em todos os limiares de previsão e as janelas anteriores maiores ganham mais destaque porque aparecem com mais frequência.

A tabela 53 apresenta um resumo dos parâmetros ótimos para todos os limiares analisados para a série da VALE5.

Tabela 53. Resumo melhores parâmetros para a previsão de 10 dias, série da VALE5, Limiares 1,2 e 3

Janela ótima	Parâmetro	Limiar
(210,4200)	9, 10, 30	1
(300,4200)	10, 12, 13, 21, 22, 31	1
(360,4200)	10, 11, 12, 13, 31	1
(420,4200)	10, 11, 12, 13, 21, 31	1
(480,4200)	10, 11, 12, 13, 20, 21, 22, 31	1
(540,4200)	11, 21, 31	1
(210,4200)	9, 10, 11, 12, 30	2
(300,4200)	10, 11, 12, 13, 21, 22, 31	2

(360,4200)	10, 11, 12, 13, 20, 21, 31	2
(420,4200)	10, 11, 12, 13, 20, 21, 22, 31	2
(480,4200)	11, 12, 13, 20, 21, 22, 31	2
(540,4200)	11, 20, 21	2
(210,4200)	9, 10, 11, 12, 13, 20, 21, 22, 30, 31	3
(300,4200)	20, 21	3
(360,4200)	20	3
(420,4200)	10	3
(480,4200)	11, 12, 20, 21, 31	3
(540,4200)	11, 20, 21, 31	3

Os parâmetros 9, 10, 11, 12, 13, 20, 21, 22, 30 e 31 aparecem em pelo menos uma janela para todos os limiares. Para os limiares 1 e 2 as janelas intermediárias, entre 300 e 480 observações tem muitos parâmetros que resultam em previsões significativas. Já para o limiar 3, parece que as janelas de 210, 480 e 540 observações são melhores.

A diferença da probabilidade de acerto das previsões entre o FGAMP e a porcentagem real variam, positivamente para o FGAMP, em até, 17,12%, 31,8% e 34,6% para os limiares 1,2 e 3, respectivamente.

5.7 Principais Resultados Parâmetros e Janelas

Percebe-se que os melhores resultados para o método FGAMP foram para o horizonte de tempo de tempo 5 e 10 dias. Sendo que os resultados são, ainda mais significativos, para o horizonte de tempo de 10 dias. Vários parâmetros mostraram-se significantes para todos os limiares, que podem ser considerados como ótimos para o modelo, são os de número 11, 12, 13, 23 24, 31, 32 e 41.

A tabela 54 apresenta os parâmetros ótimos e janelas onde o modelo FGAMP foi pelo menos 10% mais eficiente do que a porcentagem real, levando em consideração o limiar 1%, para todos os ativos analisados. Além disso estão listados os parâmetros que foram significativos, pelo menos para 4 ativos para o limiar 1 e pelo menos para 3 ativos para os limiares 2 e 3.

Tabela 54. Melhores resultados para uma previsão de 10 dias, de 1%

Ativo	Parâmetro	Janela Anterior	Porcentagem real	F-GAMP	Porcentagem das janelas usadas	% acerto F-GAMP maior % real
IBOV	11	300	70,42	84,25	1,76	19,63%
IBOV	11	360	70,41	89,85	1,35	27,61%
IBOV	11	420	70,39	97,12	0,82	37,97%
CIEL3	11	480	84,85	93,63	0,78	10,35%
VALE5	11	480	82,33	94,12	1	14,32%
VALE5	11	540	82,32	90,97	0,73	10,51%
PETR4	11	540	85,68	94,17	0,5	10,00%
IBOV	12	300	70,42	86,16	2,8	22,35%
IBOV	12	540	70,36	97,33	0,73	38,34%
IBOV	13	300	70,42	84,46	3,8	19,94%
IBOV	13	360	70,41	90,17	3	28,06%
IBOV	13	540	70,36	97,54	1,11	38,63%
IBOV	23	420	70,39	91,82	3,26	30,45%
IBOV	23	480	70,37	95,28	2,28	35,40%
ITUB4	23	540	81,26	90,18	4,02	10,98%
IBOV	24	300	70,42	82,16	7	16,68%
IBOV	24	420	70,39	91,38	3,81	29,83%
IBOV	24	540	70,36	96,04	2,11	36,49%
IBOV	31	300	70,42	85,94	2,54	22,04%
IBOV	31	420	70,39	93,85	1,26	33,32%
CIEL3	31	480	84,85	94,97	1,19	11,93%
IBOV	31	540	70,36	96,97	0,44	37,82%
IBOV	32	300	70,42	81,7	7,31	16,02%
IBOV	32	420	70,39	91,11	4,7	29,44%
IBOV	32	480	70,37	95,89	3,83	36,26%
ITUB4	32	480	81,21	93,7	6,9	15,38%
ITUB4	32	540	81,26	91,27	6,33	12,32%
ITUB4	41	210	81	94,91	5,07	17,18%
IBOV	41	300	70,42	84,81	2,88	20,43%
BBD4	41	300	85,22	95,42	3,52	11,96%
ITUB4	41	300	81,06	91,83	4,44	13,28%
IBOV	41	360	70,41	95,51	2,63	35,65%
ITUB4	41	360	81,11	94,66	4,14	16,70%
BBD4	41	420	85,32	94,02	2,82	10,20%
ITUB4	41	420	81,16	89,83	3,41	10,69%

CIEL3	41	480	84,85	93,62	1,95	10,33%
CIEL3	41	540	84,84	95,51	1,65	12,58%

Com o exposto observa-se que os parâmetros 11, 12, 13, 23, 24, 31, 32 e 41 foram significativos para pelo menos 4 dos ativos analisados e também foram significativos para todos os limiares analisados, como veremos a seguir.

A frequência das janelas também fica evidente, identificando as janelas de 300, 420, 480 e 540 mais predominantes. Outra questão interessante é que os melhores resultados são para o índice Ibovespa, onde o modelo obtém um grau de acerto até 38,63% maior. A janela de 540 pontos é identificada como a que geralmente apresenta resultados mais significantes, demonstrando a importância dos parâmetros multifractais para a previsão.

A tabela 55 apresenta os parâmetros ótimos e janelas onde o modelo FGAMP foi pelo menos 10% mais eficiente do que a porcentagem real, levando em consideração o limiar 2%, para todos os ativos analisados.

Tabela 55. Melhores resultados para uma previsão de 10 dias, de 2%

Ativo	Parâmetro	Janela Anterior	Porcentagem real	F-GAMP	Porcentagem das janelas usadas	% acerto F-GAMP maior % real
VALE5	11	210	71,5	81,81	6,44	14,42%
IBOV	11	300	51,74	77,7	1,75	50,18%
VALE5	11	300	71,48	80,1	3,37	12,06%
IBOV	11	360	51,71	82,02	1,33	58,62%
VALE5	11	360	71,46	81,47	2,83	14,01%
IBOV	11	420	51,68	85,26	0,82	64,98%
PETR4	11	420	74,18	83,76	1,17	12,92%
VALE5	11	420	71,44	81,38	1,92	13,91%
PETR4	11	480	74,17	83,81	0,66	13,00%
VALE5	11	480	71,43	85,29	1,01	19,41%
PETR4	11	540	74,15	91,63	0,5	23,58%
VALE5	11	540	71,41	78,79	0,73	10,33%
VALE5	12	210	71,5	78,65	8,63	10,00%
VALE5	12	300	71,48	81,25	5,2	13,67%
IBOV	12	360	51,71	75,09	2,18	45,21%

VALE5	12	360	71,46	79,87	4,6	11,77%
IBOV	12	420	51,68	77,16	1,51	49,30%
VALE5	12	480	71,43	80,84	2,22	13,17%
IBOV	12	540	51,64	91,94	0,73	78,03%
PETR4	12	540	74,15	82,3	1,01	10,99%
VALE5	13	360	71,46	78,97	6,01	10,51%
IBOV	13	420	51,68	76,32	2,03	47,67%
BBDC4	13	420	69,52	77,97	3,98	12,15%
VALE5	13	420	71,44	78,67	4,83	10,11%
IBOV	13	480	51,65	87,59	1,46	69,57%
VALE5	13	480	71,43	80,69	3,3	12,96%
IBOV	13	540	51,64	88,7	1,12	71,75%
IBOV	23	420	51,68	79,69	3,25	54,20%
BBDC4	23	420	69,52	77,8	6,61	11,91%
IBOV	23	480	51,65	85,95	2,24	66,39%
VALE5	23	480	71,43	79,37	5,14	11,11%
IBOV	23	540	51,64	84,78	1,69	64,18%
IBOV	24	420	51,68	77,8	3,78	50,53%
VALE5	24	480	71,43	78,6	6,19	10,04%
IBOV	24	540	51,64	86,44	2,1	67,39%
ITUB4	24	540	70,19	77,52	4,76	10,45%
VALE5	31	300	71,48	79,57	4,8	11,32%
IBOV	31	360	51,71	76,66	1,92	48,25%
ITUB4	31	360	70,07	80,84	3,34	15,37%
VALE5	31	360	71,46	79,72	4,04	11,55%
IBOV	31	420	51,68	77,92	1,24	50,78%
BBDC4	31	420	69,52	78,73	2,2	13,25%
ITUB4	31	420	70,11	80,64	2,3	15,01%
VALE5	31	420	71,44	81,02	2,86	13,41%
PETR4	31	480	74,17	83,9	0,98	13,12%
VALE5	31	480	71,43	87,19	1,65	22,06%
PETR4	31	540	74,15	90,24	0,8	21,70%
IBOV	32	420	51,68	76,31	4,66	47,66%
BBDC4	32	420	69,52	79,75	8,18	14,71%

IBOV	32	480	51,65	84,6	3,8	63,78%
BBDC4	32	480	69,57	77,88	7,11	11,95%
IBOV	32	540	51,64	85,89	3,26	66,33%
BBDC4	32	540	69,61	77,02	6,3	10,64%
ITUB4	41	210	69,96	87,4	5,08	24,92%
ITUB4	41	300	70,02	86,13	4,45	23,00%
BBDC4	41	360	69,48	80,21	3,33	15,44%
CIEL3	41	360	70,86	80,53	3,29	13,65%
BBDC4	41	420	69,52	85,71	2,83	23,29%
CIEL3	41	420	70,84	82,56	2,41	16,55%
ITUB4	41	420	70,11	81,03	3,41	15,57%
BBDC4	41	480	69,57	86,55	2,24	24,40%
CIEL3	41	480	70,82	85,78	1,94	21,12%
ITUB4	41	480	70,15	79,3	2,72	13,04%
IBOV	41	540	51,64	75,54	1,39	46,27%
CIEL3	41	540	70,8	88,29	1,61	24,70%
ITUB4	41	540	70,19	78,31	2,3	11,56%

Com o exposto observa-se que os parâmetros 11, 12, 13, 23, 24, 31, 32 e 41 foram significativos para pelo menos 3 ativos.

A frequência das janelas também fica evidente, identificando as janelas de 420, 480 e 540 mais predominantes. Outra questão interessante é que os melhores resultados são para o índice Ibovespa, onde o modelo obtém um grau de acerto até 79,03% maior. A janela de 540 pontos é identificada como a que geralmente apresenta resultados mais significantes, demonstrando a importância dos parâmetros multifractais para a previsão.

A tabela 56 apresenta os parâmetros ótimos e janelas onde o modelo FGAMP foi pelo menos 10% mais eficiente do que a porcentagem real, levando em consideração o limiar 3%, para todos os ativos analisados.

Tabela 56. Melhores resultados para uma previsão de 10 dias, de 3%

Ativo	Parâmetro	Janela Anterior	Porcentagem real	F-GAMP	Porcentagem das janelas usadas	% acerto F-GAMP maior % real
CIEL3	11	540	58,24	67,34	0,5	15,62%

PETR4	11	540	64,36	85,53	0,5	32,90%
VALE5	12	210	61,44	70,68	8,61	15,04%
BBDC4	12	420	57,11	66,99	2,81	17,31%
PETR4	12	480	64,38	71,21	1,24	10,61%
IBOV	12	480	38,77	77,89	1	100,89%
CIEL3	12	540	58,24	67,47	1,21	15,84%
PETR4	12	540	64,36	76,46	1	18,80%
IBOV	12	540	38,8	88,71	0,73	128,65%
BBDC4	13	420	57,11	69,34	4	21,41%
IBOV	13	480	38,77	77,54	1,46	99,97%
IBOV	13	540	38,8	86,96	1,12	124,13%
ITUB4	23	480	58,79	70,88	4,63	20,57%
BBDC4	23	480	57,15	68,91	5,33	20,58%
BBDC4	23	540	57,18	68,36	4,32	19,56%
ITUB4	23	540	58,82	71,18	4,02	21,01%
BBDC4	24	360	57,08	65,62	9	14,96%
ITUB4	24	420	58,75	70,94	6,52	20,76%
BBDC4	24	420	57,11	70,04	7,45	22,64%
BBDC4	24	480	57,15	69,47	6,13	21,56%
ITUB4	24	480	58,79	73,54	5,39	25,09%
BBDC4	24	540	57,18	68,88	5,15	20,47%
ITUB4	24	540	58,82	73,87	4,76	25,59%
IBOV	24	540	38,8	79,66	2,1	105,33%
VALE5	31	210	61,44	68,98	8,22	12,27%
BBDC4	31	420	57,11	68,83	2,2	20,52%
VALE5	31	480	61,33	68,3	1,64	11,36%
PETR4	31	480	64,38	79,25	0,98	23,10%
PETR4	31	540	64,36	85,63	0,77	33,05%
BBDC4	32	360	57,08	68,14	9,5	19,38%
ITUB4	32	420	58,75	71,15	7,82	21,10%
BBDC4	32	420	57,11	71,93	8,21	25,95%
BBDC4	32	480	57,15	71,47	7,13	25,05%
CIEL3	32	540	58,24	65,23	5,34	12,01%
IBOV	32	540	38,8	78,02	4,9	101,09%

BBDC4	41	210	57	67,53	3,86	18,48%
ITUB4	41	210	58,63	74,57	5,08	27,19%
CIEL3	41	300	58,34	66,28	4,08	13,61%
BBDC4	41	300	57,04	72,84	3,52	27,69%
CIEL3	41	360	58,32	69,75	3,29	19,60%
BBDC4	41	360	57,08	75,27	3,34	31,86%
CIEL3	41	420	58,29	73,04	2,41	25,30%
BBDC4	41	420	57,11	79,72	2,84	39,59%
IBOV	41	420	38,75	78,49	2,1	102,55%

Com o exposto observa-se que os parâmetros 11, 12, 13, 23, 24, 31, 32 e 41 foram significativos para pelo menos 3 ativos.

A frequência das janelas também fica evidente, identificando as janelas de 420, 480 e 540 mais predominantes. Outra questão interessante é que os melhores resultados são para o índice Ibovespa, onde o modelo obtém um grau de acerto até 128,65% maior. A janela de 540 pontos é identificada, também neste caso, como a que geralmente apresenta resultados mais significantes.

6. CONCLUSÕES

Antigamente, sofria-se com a falta de informação; hoje, com o desenvolvimento da internet e a globalização, existem tantas informações disponíveis que, muitas vezes, não se sabe o que fazer com elas. Destaca-se quem consegue utilizar de forma mais livre de ruído e racional possível as milhões de informações disponíveis no mercado. Há alguns anos, foram disponibilizados dados de alta frequência para séries temporais financeiras e foi sinalizado que os modelos mais aceitos na literatura não eram adequados para descrever este tipo de dados.

Esta pesquisa fornece informações sobre uma questão importante em relação a entender e descrever o comportamento de séries temporais financeiras, que é a previsão. Para isso, teve como objetivo geral chegar a um novo modelo com maior precisão para a previsão de preços, e assim, contribuir para a evolução das ferramentas de mensuração do risco de um ativo financeiro, o que vem ao encontro do terceiro período da evolução histórica da teoria de finanças. Para atingir tal proposta, o método FGAMP (*Forecasting method with a General Average of the Multifractal Parameters*) que utiliza os parâmetros multifractais calculados através do método MFDFA como marcadores para se fazer previsão, foi apresentado, utilizando como exemplo de aplicação, séries temporais financeiras, cotadas minuto a minuto. Os ativos analisados foram 6, sendo 5 ações que abrangem aproximadamente 32% do Índice Ibovespa, principal carteira teórica de ações do mercado brasileiro e o próprio índice Ibovespa.

Um dos grandes diferenciais do modelo FGAMP é que não se faz previsões para pontos específicos, mas sim para um horizonte de tempo, identificando um padrão onde se tem melhores resultados para a venda de determinado ativo.

A primeira hipótese que foi apresentada foi verificar se a previsão feita com séries temporais financeiras de alta frequência, com o auxílio de multifractais, através do passo a passo do modelo FGAMP, pode apresentar bons resultados e com o exposto pode-se afirmar que sim.

Outra hipótese que foi testada diz respeito ao tamanho da janela definida para realizar o cálculo dos parâmetros multifractais (chamada de janela anterior): dentre as utilizadas na pesquisa, as que apresentaram melhores resultados foram as de tamanho 420, 480 e 540 observações, identificando que seu tamanho é de grande relevância para se obter resultados mais significativos, também apresentando uma resposta positiva para esta hipótese.

Quanto aos resultados do método FGAMP, é importante salientar que quanto maior a janela de previsão, maior o grau de acerto do método, sendo que, obtivemos resultados mais significativos para as janelas de 4200 observações, que equivale a um horizonte de tempo de aproximadamente 10 dias. Este fato, coloca a janela (540,4200) como sendo bastante razoável, para todos os casos analisados.

Para esta janela específica, o modelo FGAMP chega a acertar até 97,54% das vezes, quando afirma que o preço do ativo irá subir igual ou mais do que 1%, até 91,94% das vezes, quando afirma que irá subir igual ou mais do que 2% e até 88,70% das vezes quando afirma uma subida de preço de 3% ou mais.

Foi definido como principal comparador de eficiência para o modelo FGAMP, o percentual de acerto quando é afirmado que o preço do ativo sempre irá subir mais ou igual ao limiar em um ou em alguns pontos das janelas posteriores, aqui chamado de porcentagem real. E mais um fato relevante do método, se diz respeito a porcentagem real, observa-se que quanto maior o percentual que se deseja prever, maior é a probabilidade de acerto do modelo FGAMP em relação a porcentagem real, o novo método chega a ser 128,65% mais eficiente. Demonstrando que o método pode ser útil para investidores e analistas de mercado e estimulam uma nova forma para se fazer previsão, para um intervalo de tempo e não apenas um ponto específico.

Em relação ao valor da faixa ao redor da Média Geral (MG) dos Parâmetros Multifractais, pode-se dizer que 25% para este percentual, pode gerar bons resultados para a previsão em um horizonte de tempo de 5 e 10 dias, respondendo positivamente à outra hipótese testada.

Neste trabalho foram testados 44 parâmetros multifractais, obtidos através do momento 5 do modelo MFDFA. Uma hipótese testada era se existem alguns parâmetros multifractais, extraídos do modelo MFDFA, melhores que outros no sentido de auxiliar na previsão de séries temporais financeiras e os parâmetros $H_q(9)$, $H_q(10)$, $H_q(11)$, $t_q(11)$, $h_q(7)$, $h_q(8)$ e $D_q(7)$ correspondem aos melhores parâmetros multifractais para serem marcadores da previsão, ao se realizar os procedimentos do modelo FGAMP, respondendo positivamente à hipótese testada.

Outro resultado importante é em relação às janelas usadas como marcadoras na fase de testes para a previsão: observa-se que seu percentual é, muitas vezes, inversamente proporcional ao Valor Preditivo Positivo do método, entendendo que quanto menor a frequência de janelas usadas para previsão, melhores são as previsões realizadas pelo método FGAMP.

Outra questão importante é que os medidores de qualidade, geralmente utilizados em finanças, como por exemplo, MAPE, MASE e RMSE, não são adequados para medir a qualidade deste tipo de previsão, pois verificam a dispersão do previsto em relação ao realizado, observando apenas um ponto. Assim o medidor de qualidade, aqui utilizado, bastante utilizado na área Biomédica, chamado Valor Preditivo Positivo, que exhibe corretamente o grau de acerto do previsto acontecer no horizonte de tempo determinado.

O Valor Preditivo Positivo apresentou-se um bom medidor de qualidade da previsão, para o método, identificando o grau de acerto em um determinado intervalo de tempo. Assim demonstra-se eficiente para ser utilizado para outros trabalhos que trabalhem com previsão.

Para concluir, ao observar os resultados apresentados, fica evidente que o método FGAMP é viável para a previsão de séries temporais financeiras cotadas minuto a minuto e sua eficiência é maior para um horizonte de tempo de 10 dias, para prever entre 1% e 3%, com os parâmetros $Hq(9)$, $Hq(10)$, $Hq(11)$, $tq(11)$, $hq(7)$, $hq(8)$ e $Dq(7)$, sendo um novo mecanismo com uma nova abordagem para previsão de séries temporais financeiras.

LIMITAÇÕES DO ESTUDO

O presente estudo identificou a viabilidade do modelo FGAMP em relação à porcentagem real. Uma das limitações é que não foram incluídos custos de aplicação e venda do ativo, que são as taxas administrativas, custódia, imposto de renda, dentre outros.

Outra limitação que se pode destacar é que foram realizadas previsões apenas do preço de subida do ativo, não se realizou previsão para o momento em que o preço do ativo irá cair.

Foram testados 6 ativos e esse fato ocorreu devido à dificuldade em se conseguir dados minuto a minuto e também ao tempo computacional dispendido para efetuar todos os cálculos. Naturalmente é preciso testar mais ativos e diferentes frequências de cotações.

SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS

Várias pesquisas futuras ainda serão realizadas para o método FGAMP, sendo que neste momento testou-se apenas a viabilidade do método. O próximo passo será testá-lo para outros ativos e outras frequências de cotações, podendo ser diárias, cotadas de 5 em 5 minutos, 10 em 10 minutos, 30 em 30 minutos, hora em hora, para verificar o grau de variabilidade na significância do método.

Outra curiosidade é observar o desempenho do modelo FGAMP em tempo real no mercado, para entender a real contribuição que ele pode trazer para o mercado de investimentos. E também sobre as previsões contrárias, ou seja, de previsão em que o preço do ativo irá cair, determinando o momento de investir não só comprando mas, também vendendo.

Pode-se, também, investigar outros valores para “q”. Por exemplo, ao se utilizar $q=10$ haverão 84 parâmetros para serem investigados.

Outra extensão seria a análise do tamanho da série de treinamento, bem como a confiabilidade dos valores nela encontrados quanto a fase de testes e localizada uma certa quantidade de pontos à frente, por exemplo, deixando um mês entre as duas.

REFERÊNCIAS

- ABOUNOORI, E.; SHAHRAZI, M.; RASEKHI, S. An investigation of Forex market efficiency based on detrended fluctuation analysis: A case study for Iran. **Physica A**, v. 391, p.3170-3179, 2012.
- ADESI, G. B.; ENGLE, R. F.; MANCINI, L. A GARCH Option Pricing Model with Filtered Historical Simulation. **Review of Financial Studies**. Oxford university. V.21, No. 3. p.1223-1258. Março-2008.
- ADHIKARI R. A neural network based linear ensemble framework for time series forecasting. **Neurocomputing**, v. 157, 231-242, 2015.
- ANDERSEN, T. G.; BOLLERSLEV, T. Answering the skeptics: yes, standard volatility models do provide accurate forecasts. **International Economic Review**. v.39. p.885-905. 1998.
- ANDERSEN, T. G.; BOLLERSLEV, T.; DIEBOLD, F. X.; LABYS, P. The distribution of realized exchange rate volatility. **Journal of the American Statistical Association**. v.96. p.42-55. 2001.
- ANDRAWISA R.R.; ATIYAA A.F.; EL-SHISHINY H. Combination of long term and short term forecasts, with application to tourism demand forecasting. **International Journal of Forecasting**, v. 27, 870-886, 2011.
- AUSLOOS, M. Statistical physics in foreign exchange currency and stock markets. **Physica A**, v.285, p.48-65, 2000.
- ASSAF NETO, A. Finanças Corporativas e Valor. 7ª Ed. São Paulo: **Atlas**, 790p. 2014.
- ASHKENAZY, Y.; IVANOV, P. C.; HAVLIN, S.; PENG, C-K.; GOLDBERGER, A. L.; STANLEY, H. E. Magnitude and sign correlations in heartbeat fluctuations. **Physical Review Letters**, v.86, n.9, p.1900-1903, 2001.
- BACHELIER, L. Théorie de la Spéculation, **Annales de l'Ecole Normale Supérieure** 3, Paris: Gauthier Villars, p. 21-86, 1900.
- BATES J. M.; GRANGER C. J. The combination of forecasts. **Operational Research Quarterly**, v. 20, 451-461, 1969.
- BAVIERA, R.; PASQUINI, M.; SERVA, M.; VERGNI, D.; VULPIANI, A. Correlations and multi-affinity in high frequency financial datasets. **Physica A**, v.300, p. 551-557, 2001.
- BENBACHIR, S.; ALAOUI, M, E. A multifractal detrended fluctuation analysis of the Moroccan stock exchange. **International Research Journal of Finance and Economics**, v. 78, p. 6-15, 2011.
- BEUREN, I. K. Como elaborar trabalhos monográficos em contabilidade. 3ed. São Paulo: **Atlas**, 195p. 2006.

BERNSTEIN, P. L.; Desafio aos deuses: a fascinante história do risco, Tradução de: Ivo Korylowski, 23ª ed. Rio de Janeiro: **Elsevier** 1997.

BLACK, F.; SCHOLES, M. The pricing of options and corporate liabilities. **The journal of political economy**, v.81, n.3, p. 637-654, may-jun, 1973.

BLESIC, S.; MILOSEVIC, S.; STRATIMIROVIC, Dj.; LJUBISAVLJEVIC, M. Detrended Fluctuation Analysis of time series of a firing fusimotor neuron. **Physica A**, v.268, n.3, p.275-282, 1999.

BOLGORIAN, M.; GHARLI, Z. A multifractal detrended fluctuation analysis of gold price fluctuations. **Acta Physica Polonica B**. v.42, n.1, p. 159-169, 2011.

BOLLERSLEV, T. A conditional heteroscedasticity time series model for speculative process and rates of return. **Review of Economics and Statistics**, v.69, p. 542-547, 1987.

BOLLERSLEV, T. Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity. **Journal of Econometrics**. v.31, p.307-327, 1986.

BOLLERSLEV, T.; CHOU, R.; KRONER, K. ARCH modeling in finance: a review of the theory and empirical evidence. **Journal of Econometrics**. v.52, p.5-59, 1992.

BOLLERSLEV, T., e MIKKENLESEN, H.O. Modeling and Pricing Long Memory in Stock Market Volatility. **Journal of Econometrics**. v. 73, p. 151-184, 1996.

BOROVKOVA, S e MAHAKENA, D. News, volatility and jumps: the case of natural gas futures. **Quantitative Finance**. 2015.

BOX, G. E. P., JENKINS, G. M., REINSEL, G. C. Time series analysis: forecasting and control. 3. ed. New York: **Prentice Hall**, 1994.

BOX, G. E. P., JENKINS, G. M. Time series analysis: forecasting and control. 3 ed. New York: **Prentice Hall**, 1994.

BOWERMAN, B. L.; O'Connell, R. T. Time series and forecasting. Boston M.A: **Duxbury Press**, 1979.

BROCK, W.; HSIEH, D.; SCHEINKMAN, J. A test for independence based on the correlation dimension. **Econometric Reviews**. V.15. P.197-235. 1996.

BULDYREV, S. V.; GOLDBERGER, A. L.; HAVLIN, S.; MANTEGNA, R. N.; MATSA, M. E.; PENG, C-K.; SIMONS, M.; STANLEY, H. E. Long-range correlation properties of coding and noncoding DNA sequences: GenBank analysis. **Physical Review B**, v.51, n.5, p. 5084-5091, 1995.

BULDYREV, S. V.; DOKHOLYAN, N.V.; GOLDBERGER, A. L.; HAVLIN, S.; PENG, C-K.; STANLEY, H. E.; VISWANATHAN, G. M. Analysis of DNA sequences using methods of statistical physics. **Physica A**, v.249, n. 1-4, p. 430-438, 1998.

BUNDE, A.; HAVLIN, S.; KANTELHARDT, J. W.; PENZEL, T.; PETER, J-H.; VOIGT, K. Correlated and uncorrelated regions in heart-rate fluctuations during sleep. **Physical Review Letters**, v.85, n.17, p. 3736-3739, 2000.

BUNN D.W. Combining Forecasts. **European Journal of Operational Research**, v. 33, 223-229, 1988.

CALVET, L.; FISHER, A. Forecasting multifractal volatility. **Journal of Econometrics**. v.105, p. 27-58. 2001.

CALVET, L.; FISHER, A. J.; THOMPSON, S. B. Volatility comovement: a multifrequency approach. **Journal of Econometrics**. v.131, p. 179-216. 2006.

CAJUEIRO, D. O.; TABAK, B. M. Long-range dependence and market structure. **Chaos Solitons & Fractals**. Elsevier. p.995-1000. Outubro-2005.

CAJUEIRO, D. O.; GOGAS, P.; TABAK, B. M. Does financial market liberalization increase the degree of market efficiency? The case of the Athens stock exchange. **International Review of Financial Analysis**, v.18,p.50-57, 2009.

CAJUEIRO, D. O.; TABAK, B. M. The Hurst exponent over time: testing the assertion that emerging markets are becoming more efficient. **Physica A**. Elsevier. p.521-537. Outubro-2003.

CAO, G.; XU, W. Multifractal features of EUA and CER futures markets by using multifractal detrended fluctuation analysis based on empirical model decomposition. **Chaos, Solitons and Fractals**, v.83, p.212-222, 2016.

CAO, Q.; EWING, B. T.; THOMPSON, M. A. Forecasting wind speed with recurrent neural networks. **European Journal of Operational Research**. p. 148-154. 2012.

CAPORIN, M.; McALLER, M.. Dynamic Asymmetric GARCH. **Journal of Financial Econometrics**. Vol.4, No.3. p.385-412. 2006.

CATALANO, L.; FIGLIOLA, A. Analysis of the nonlinear relationship between commodity prices in the last two decades. **Quality and Quantity**. October 2014.

CLAVERIA, O.; TORRA, S. Forecasting tourism demand to catalonia: Neural Networks vs time series models. **Economic Modelling**. v.36, p.220-228. 2013.

CORAZZA, M. et. al. Searching for fractal structure in agricultural future markets. **The Journal of Future Markets**. v.17, n. 4. p.433-473. 1997.

CZARNECKI, L.; GRECH, D. Multifractal dynamics of stock markets. **Acta Physica Polonica A**, v. 117, p.623-629, 2010.

DAMODARAN, A. Avaliação de Investimentos. 7. Reimpressão São Paulo : **Qualitymark** Editora 2005.

DAMODARAN, A. Gestão Estratégica do risco: uma referência para a tomada de riscos empresariais. Tradução: Félix Nonnenmacher. Porto Alegre: **Bookman**, 384p. 2009

DALRYMPLE D. J. Using Box-Jenkins techniques in sales forecasting. **Journal of Business Research**. p. 133-145, 1978.

DE OLIVEIRA, M. A. Previsão de Sucessões Cronológicas econômico-financeiras por meio de redes neurais artificiais recorrentes de tempos real e de processos ARMA GARCH: um estudo comparativo quanto a eficiência de previsão. **Dissertação Mestrado**. FEA – Faculdade de Economia Administração e Contabilidade, São Paulo, 2003.

Department of Neuromedicine and Movement Science for the Norway.
<http://www.ntnu.edu/inb/geri/software>, 2012 (acesso em 30.01.2017)

DE SOUZA, S. R. S.; TABAK, B. M.; CAJUEIRO, D. O. Long-range dependence in Exchange rates: the case of the European Monetary System. **International Journal of Theoretical and Applied Finance**, v.11, n.2, p.199-223, 2008.

DEUTSCH M.; GRANGER C. W. J.; TERÄSVIRTA T. The combination of forecasts using changing weights. **International Journal of Forecasting** v. 10, 47-57, 1994.

DICKEY, D. A.; FULLER, W. A. Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root. **Journal of the American Statistical Association**. V.74, p.427-431, 1979.

DICKEY, D. A.; PANTULA, S. Determining the order of differencing in autoregressive processes. **Journal of business and economic statistics**, n.5, p. 455-461, 1987.

DINIZ, H. A. L.; CARVALHO, A.; ANDRADE, M. Previsão de séries temporais utilizando redes neurais artificiais e modelos de Box e Jenkins. Proceedings of the **V Brazilian Symposium on Neural Networks**, Belo Horizonte: p. 173-178, dez. 1998.

DURBIN, J. e KOOPMAN, S. Time Series Analysis by State Space Methods. **Oxford Statistical Science Series**: Oxford. 2001.

DUTTA, S. Multifractal detrended fluctuation analysis of SENSEX fluctuation in the Indian Stock Market. **Canadian Journal of Physics**. v.88, p.545-551, 2010.

DUTTA, S.; GHOSH, D.; CHATTERJEE, S. Multifractal detrended cross correlation analysis of foreign exchange and SENSEX fluctuation in Indian perspective. **Physica A**. v. 463, p. 188-201, 2016.

EL ALAOUI, M.; BENBACHIR, S. Comparing multifractality among Czech, Hungarian and Russian stock exchanges. **International Journal of Applied Decision Sciences**. p.313-323. 2013.

ENGLE, R. F. Autorregressive conditional heterocedasticity with estimates of the variance of united kingdom inflation. **Econometrica**. Vol. 50. n. 4. Pp 987-1007. 1982.

EOM, C.; CHOI, S.; OH, G.; JUNG, W.S.. Hurst exponent and prediction based on weak-form efficient market hypothesis of stock markets. **Physica A**. Elsevier. p.4630-4636. Abril-2008.

ENDERS, W. Applied Econometric Time Series. New York. **John Wiley & Sons**, 433p. 1995.

- ENDERS, W. Applied econometric time series. 2. ed. New York. **John Wiley & Sons**, 2003.
- FAMA, E. F. Mandelbrot and the stable paretian hypothesis. **The Journal of Business**. v.36, p. 420-429. 1963.
- FAMA, E. F. Efficient Capital Markets: a review of theory and empirical work. **Journal of Finance**, v. 25, p.383-417, 1970.
- FAMÁ, R; CIOFFI, P. L.M.; COELHO, P. A. R. Contexto das Finanças Comportamentais: Anomalias e Eficiência do Mercado de Capitais Brasileiro. **Revista de Gestão USP**, São Paulo, v. 15, n. 2, p. 65-78, abril/junho 2008.
- FENG, Y. Simultaneously modeling conditional heteroskedasticity and scale change. **Econometric Theory**. Vol.20. Estados Unidos, p.563-596. 2004.
- FILLOL, J. Modelisation Multifractale du taux de change dollar/euro. **Economie Internationale**. V. 104. p. 135-150. 2005.
- FREITAS P. S. A.; RODRIGUES A. J. L. Model combination in neural-based forecasting. **European Journal of Operational Research** , v. 173, 801-814, 2006.
- GALDI, F. C.; PEREIRA, L. M. Valor em Risco (VaR) utilizando modelos de previsão de volatilidade: EWMA, GARCH e Volatilidade Estocástica. **Brazilian Business Review**. Vol.4, No.1. Jan/Ab-2007. Vitória-ES, Brasil. p.74-95. 2007.
- GHASHGHAIE, S.; BREYMAN, W.; PEINKE, J.; TALKNER, P.; DODGE, Y. Turbulent cascades in foreign exchange markets. **Nature**, v.381, p. 767-770, 1996.
- GHOSH D.; DUTTA, S.; SAMANTA, S. Fluctuation of gold price: a multifractal approach. **Acta Physica Polonica B**, v.43, n.6, p.1261-1274, 2012.
- GLEICK, J. Caos: A criação de uma nova ciência. 2. Ed. Rio de Janeiro: **Campos**, Elsevier. 1987.
- GOOIJER, J. G.; HYNDMAN, R. J. 25 years of time series forecasting. **International Journal of Forecasting**. vol. 22, 2006.
- GOSSE, L. Analysis and short-time extrapolation of stock market indexes through projection onto discrete wavelet subspaces. **Nonlinear Analysis: Real World Applications**. Elsevier, Itália, p. 3139-3154. 2009.
- GRANÉ, A.; VEIGA, H. Wavelet-based detection of outliers in financial time series. **Computational Statistics and Data Analysis**. Elsevier. p.2580-2593. Janeiro-2010.
- GRECH, D. Alternative measure of multifractal content and its application in finance. **Chaos, Solutions and Fractals**, v.88, p.183-195, 2016.
- GREENE, M.; FIELITZ, B. Long-term dependence in common stock returns. **Journal of financial economics**, v. 4, p. 339-349, 1977.
- GRIMMENT, G. R., STIRZAKER D. R. Probability and Random Process. **Oxford**. University Press: Nova York, 1982.

GUJARATI, D. N. *Econometria Básica*. 4. Ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2006.

HALLAM, M.; OLMO, J. Forecasting daily return densities from intraday data: A multifractal approach. **International Journal of Forecasting**, v.30, p-863-881, 2014.

HASTIE, T., TIBSHIRANI, R., FRIEDMAN, J.H. The elements of statistical learning: data mining, inference and prediction. **Springer** Verlag, Berlin. 2009.

HANSELMAN, D; LITTLEFIELD, B. *MatLab 6 – Curso Completo*. São Paulo: **Prentice Hall**, 676 p. 2003.

HAYASHI, A. D. *Aplicação dos fractais ao Mercado de capitais utilizando-se as Elliott waves. Dissertação de Mestrado*. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2002.

HENDRIKSEN, E. S.; VAN BREDA, M. F. *Teoria da Contabilidade*. Tradução por Antonio Zoratto Sanvicente. 5ª ed. São Paulo: **Atlas**, 1999.

HISIEH, D. Testing for nonlinear dependence in daily foreign Exchange rates. **Journal of Business**. V.62, n.3, p.339-368. 1989.

HODGKIN, A. L., HUXLEY, A. F. A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve. **Journal of Physiology**. Vol. 117, pp. 19-32. 1952.

HOLSCHNEIDER, M. On the wavelet transformation of fractals objects. **Journal of Statistical Physics**. v. 50, n.5, p. 963-993, 1988.

HU, S.; CHENG, Q.; WANG, L.; XIE, S. Multifractal characterization of urban residential land in space and time. **Applied Geography**. P. 161-170. 2012.

HUANG, Shian-Chang; WU, Tung-Kuang. Combining wavelet-based feature extractions with relevance vector machines for stock index forecasting. In: **Expert Systems**. Vol. 25 No. 2, Taiwan, p. 133-149. Maio-2008.

HURST, E. Long term storage capacity of reservoirs. **Transactions of the American society of civil engineers**. V.116, p.770-799, 1951.

HURST, E., BLACK, R., & SIMAIKA, Y. *Long term Storage: A Experimental Study*. London: **Constable & Co. Ltd**. 1965.

IHLEN, E. A. F. Introduction to multifractal detrended fluctuation analysis in MatLab. **Frontiers in Physiology**. v. 3. 2012.

IUDÍCIBUS, S. de; LOPES, A. B. *Teoria Avançada da Contabilidade*. São Paulo, Editora **Atlas**. 2008.

IVANOVA, K.; AUSLOOS, M. Low q-moment multifractal analysis of Gold Price, Dow Jones Industrial and BGL-USD exchange rate. **The European Physical Journal B**, n.8, p. 665-669, 1999.

JACOBSEN, B. Long Term Dependence in Stock Returns. **Journal of empirical Finance**, p. 393-417 Amsterdam, 1996.

JARQUE, C.; BERA A. A test for normality of observations and regression residuals. **International statistical review**, v.55, p.163-172, 1987.

JIN, H. e FRECHETTE, D. L. Fractal Geometry in Agricultural Cash Price Dynamics. **Annual Meeting of the American Agricultural Economics Association**. Long Beach. 2002.

KANTELHARDT, J. W.; ZSCHIEGNER, S. A.; KOSCIELNY-BUNDE, E.; HAVLIN S.; BUNDE A.; STANLEY, H. E. Multifractal detrended fluctuation analysis of nonstationary time series. **Physica A**. v. 316. p 1-18. 2002.

KARAS, E.; SERRA, C. P. Fractais gerados por sistemas dinâmicos complexos. Curitiba: **Champagnat**. 1997.

KARLAFTIS, M. G.; VLAHOIANNI, E. I. Memory properties and fractional integration in transportation time-series. **Transportation Research Part C**. Elsevier. p.444-453. Março-2009.

KENDALL, M. G. The analysis of economic time-series, Part I: prices. **Journal of the royal statistical society**. Series A (general). v.116, n.1, p.11-34, 1953.

KING, D.; BOTHA F. Modelling stock return volatility dynamics in selected African Markets. **Economic Modelling**. Elsevier. Pp 50-73. 2014.

KYAW, N. A.; LOS, C. A.; ZONG, S. Persistence Characteristics of Latin American financial markets. **Journal Multinational Financial Management**. Elsevier. p.269-290. Agosto-2005.

KLEIN, J.L. Statistical visions in time: a history of time series analysis, New York: **Cambridge University Press**, p. 1662-1938. 1997.

KWAPIEŃ, J.; OŚWIECIMKA, P.; DROŹDŹ S. Components of multifractality in high-frequency stock returns. **Physica A**, v.350, p.466-474, 2005.

KWIATKOWSKI, D.; PHILLIPS, P. C. B.; SCHIMIDT, P. SHIN, Y. Testing the null hypothesis of stationary against the alternative of unit root. **Journal of Econometrics**. v.54, p. 159-178, 1992.

LAMOUNIER, W. M. Comportamento dos preços no Mercado spot de café no Brasil: Análise dos domínios do tempo e da frequência. **BM&F. São Paulo**, 125p. 2003.

LESSMAN S.; SUNG M.C.; JOHNSON J. E. V.; MA T. A new methodology for generating and combining statistical forecasting models to enhance competitive event prediction. **European Journal of Operational Research**, v. 218, p.163-174, 2012.

LEVINS R. The strategy of model building in population biology. **American Scientist**, v. 54, p. 421-431, 1966.

- LIMA, F. G. Um método de análise e previsão de sucessões cronológicas unidimensionais lineares e não lineares. **Tese Doutorado**. Universidade de São Paulo. Ribeirão Preto, 2004.
- LIMA, F. G. Modelos de previsão de séries temporais financeiras com combinação de filtros de kalman e wavelets. **Tese Livre Docência**. FEARP/USP. Ribeirão Preto, 2011.
- LIN, X.; YANG, Z.; SONG, Y. The Application of Echo State Network in Stock Data Mining. **Verlag Berlin Heidelberg**. Springer. Berlin. p.932-937. 2008.
- LIU, R.; LUX, T. Non-homogeneous volatility correlations in the bivariate multifractal model. **European Journal of Finance**. 2014.
- LIU, Y.; GOPIKRISHNAN, P.; CIZEAU, P.; MEYER, M.; PENG, C-K.; STANLEY, H. E. Statistical properties of the volatility of price fluctuations. **Physical Review E**, v. 60, n.2, p. 1390-1400, Agosto, 1999.
- LO, A. W. Long term memory in stock market prices. **Econometrica**. v.59. p.1279-1313. 1991.
- LOS, C. A.; YU, B. Persistence Characteristics of the Chinese stock markets. **IRFA International Review of Financial Analysis**. Elsevier. p.64-82. 2008.
- LORENZ, E. N. Deterministic Nonperiodic Flow. **Journal of Atmospheric Sciences**., v. 20, p. 130-141, 1963.
- LORENZ, E. D. Predictability: A problem partly solved, **Proceeding of the ECMWF Seminar on Predictability**. (4-9 september), 1995, Reading, UK. ECMWF, p. 1-18. 1996.
- LU, X.; TIAN, J. ZHOU, Y.; LI, Z. Multifractal detrended fluctuation analysis of the chinese stock index futures Market. **Physica A**. v. 392, p.1452-1458, 2013.
- LUX, T.; MORALES-ARIAS, L. Relative forecasting performance of volatility models: Monte Carlo evidence. **Quantitative Finance**. V.13. p. 1375-1394. 2013.
- LUX, T.; MORALES-ARIAS, L.; SATTARHOFF, C. Forecasting Daily Variations of Stock Index Returns with a Multifractal Model of Realized Volatility. **Journal of Forecasting**, v. 33, p.532-541, 2014.
- LYE, C. T.; HOOY, C. W. Multifractality and efficiency: evidence from Malaysiam sectorial indices. **International Journal of Economics and Management**. v.6. p.278-294. 2012.
- MAHMOUD E. Accuracy in forecasting: a survey. **Journal of Forecasting**, v. 3, 139-159, 1984.
- MAHMOUD E. Short-term forecasting: matching techniques to tasks. An integrated framework and empirical investigation. **Phd. Thesis**, State University of New York at Buffalo, June, 1982.
- MAKRIDAKIS, S. G.; WHEELWRIGHT, S. C.; HYNDMAN, R. J. Forecasting: methods and applications. 3ed. New York: **John Wiley & Sons**, 1998.

MAKRIDAKIS S.; ANDERSEN A.; CARBONE R.; FILDES R.; HIBON M.; LEWANDOWSKI R.; NEWTON J.; PARZEN E.; WINKLER R. The accuracy of extrapolation (time series) methods: results of a forecasting competition. **Journal of Forecasting**, v.1, 111-153, 1982.

MAKRIDAKIS S.; WINKLER R. L. Averages of forecasts: some empirical results. **Management Science**. v. 29, 987-996, 1983a.

MANDELBROT, B. Les Objets Fractals: forme, hazard et dimension. 2ed. **Première Édition. Paris: Flammarion**, 190p. 1975.

MANDELBROT, B. The variation of certain speculative prices. **The Journal of Business**, 59 pp. 394-419, 1963.

MANDELBROT, B. The variation of some other speculative prices. **The Journal of Business**. 40 (4), pp. 393-413. 1967.

MANDELBROT, B., VAN NESS, J. W., Fractional Brownian motions, fractional noises and applications, **SIAM Review**. v.10, n.4, p. 422-437, 1968.

MANDELBROT, B. B.; WALLIS, J. R. Robustness of the rescaled range R/S in the measurement of noncyclic log run statistical dependence. **Water Resources Research**, v.5, p.967-988, 1969.

MANDELBROT, B. Statistical Methodology For Nonperiodic Cycles: From The Covariance to RS Analysis. **Annals of economic and social measurement**, 1, 259-290. 1972.

MANDELBROT, B. Fractals and scaling in finance: discontinuity, concentration, risk. **New Haven: Springer**. 1997.

MANDELBROT, B. A multifractal walk down wall street. **Scientific American**. v.298, p.70-73. 1999.

MANDELBROT, B., & HUDSON, R. L. The (mis) behavior os markets: a fractal view of risk, ruin and reward. **New York: Basic Books**. 2004.

MANIMARAN, P.; PANIGRAHI, P. K.; PARIKN, J. C. Difference in nature of correlation between NASDAQ and BSE indices. **Physica A**. Elsevier. p.5810-5817. Junho-2008.

MANTEGNA R. N.; STANLEY, H. E. Scaling behaviour in the dynamics of na economic index. **Nature**, v.376, p. 46-49, 1995.

MANTEGNA R. N.; STANLEY, H. E. Turbulence and financial markets. **Nature**, v.383, p.587-588, 1996.

MANTEGNA R. N.; STANLEY, H. E. An introduction to econophysics: correlations and complexity in finance. Cambridge: **Cambridge University Press**, 147p. 2000.

MATIAS, M. A. Análise do Comportamento de Preços da Commodity Cobre: Uma abordagem sob a ótica da teoria dos fractais. **Dissertação de Mestrado**. Universidade de Brasília, UnB. Brasília. 94p. 2006.

MATIA, K.; ASHKENAZY, Y.; STANLEY, H.E. Multifractal properties of price fluctuations of stocks and commodities. **Europhysics Letters**, v. 61, n.3, p. 422-428. 2003.

MATHWORKS. Garch Toolbox User's Guide. Disponível em: www.mathworks.com/access/helpdesk/help/pdf_doc/garch/garch.pdf. Acesso em 20 de Novembro de 2009.

MARCEK, D. Forecasts Generating for ARCH-GARCH Processes Using the MATLAB Procedures. **Institute of Computer Science**, Faculty of Philosophy and Science, The Silesian University Opava. 2000.

MARKOWITZ, H. Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments. **The Journal of Finance**, 7(1), pp. 77-91. 1952.

MARTINS, C. M. F. A volatilidade nos preços futuros do café brasileiro e seus principais elementos causadores. **Dissertação (Mestrado em Administração)**. UFLA. Lavras-MG, 2005.

MARTINS, E. A. Pesquisa contábil brasileira: uma análise filosófica. **Tese de Doutorado**. 268p. São Paulo. 2012.

MCLEOD, A.J.; LI W.K. Diagnostic cheking ARMA time series models using squared residuals correlations. **Journal of time series analysis**, n.4, p.269-273. 1983.

MENDONÇA NETO, J. N. de. Fractais e Redes Neurais Artificiais Aplicados à previsão de retorno de ativos financeiros brasileiros. **Dissertação de Mestrado**. Universidade de São Paulo. 179p. 2014.

MENEZES L.M.; BUNN D. W.; TAYLOR J. W. Review of guidelines for the use of combined forecasts. **European Journal of Operational Research**, v. 20, 190-204, 2000.

MILLER, M. B., Y MODIGLIANI, F. (1961): Dividend Policy, Growth, and the Valuation Shares, **Journal of Business**, vol. 34, n." 4, p. 411-433. October 1961.

MISITI, M. et al. Ondaleta Toolbox: for use with MATLAB. **The Math Works**, Inc. 1997.

MODIGLIANI, F.; MILLER, M. "The Cost of Capital, Corporate Finance, and the Theory of Investment: Reply ". **American Economics Review**. v. 49. n.4. p. 655 –669. 1958.

MORETTIN, P. A. Ondas e Ondaletas. São Paulo: **EDUSP**, 1999.

MORETTIN, P. A. Séries temporais em finanças. São Paulo. 156p. (**Texto para um curso na Universidade Católica de Lima**, Peru). 2002.

MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. C. Análise de Séries Temporais. 1ª ed. São Paulo: **Egard Blucher**, 2004.

MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. C. *Análise de Séries Temporais*. 2ª ed. São Paulo: **Egard Blucher**, 2006.

MORETTIN, P. A. *Econometria Financeira: um curso em séries temporais financeiras*. 2. Ed. São Paulo: **Bluchner**. 383 p. 2011.

MOTA, B. de Sá; FERNANDES, M. Desempenho de Estimadores de Volatilidade na Bolsa de Valores de São Paulo. **Revista Brasileira de Economia**, v.58, n.3, 2004.

MUNIANDY, S. V.; LIM, S. C.; MURUGAN, R. Inhomogeneous scaling behaviors in Malaysian foreign currency exchange rates. **Physica A**, v.301, p. 407-428, 2001.

NELSON, D. B. Conditional heteroskedasticity in asset returns. **Econometrica**, v. 59, p. 347-370, 1991.

NGUYEN, H. T.; NABBNEY, I. T. Short-term electricity demand and gas price forecasts using wavelet transforms and adaptive models. **Energy**. Elsevier. Junho-p.3674-3685. 2010.

NOURELDIN, D. SHEPHARD, N e SHEPHARD, K. Multivariate high frequency based volatility (HEAVY) models. **Journal Applied Economics**. v. 26(6). 907-933. 2012.

NOROUZZADEH, P.; JAFARI, G. R. Application of multifractal measures to Tehran price index. **Physica A**, v. 356, p. 609-627, 2005.

NOROUZZADEH, P.; RAHMANI, B. A multifractal detrended fluctuation description of Iranian rial – US dollar exchange rate. **Physica A**, v.367, p.328-336, 2006.

OH, G.; EOM, C.; HAVLIN, S.; JUNG, W, -S.; WANG, F.; STANLEY, H. E.; KIM, S. A multifractal analysis of Asian foreign exchange markets. **The European Physical Journal B**, v. 85. p. 214-219, 2012.

OH, G.; KIM, S.; EOM, C. Market efficiency in foreign exchange markets. **Physica A**, v.382, 209-212, 2007.

OSSADNIK, S. M.; BULDYREV, A. L.; GOLDBERGER, A. L.; HAVLIN, S.; MANTEGNA, R. N.; PENG, C-K.; SIMONS M.; STANLEY, H. E. Correlation approach to identify coding regions in DNA sequences. **Biophysical Journal**, v.67, p.64-70, 1994.

OŚWIĘCIMKA, P.; KWAPIEŃ, J.; DROŹDŹ S. e RAK, R. Investigating multifractality of stock market fluctuations using wavelet and detrending fluctuation methods. **Acta Physica Polonica B**, v.36, n.8, p.2447-2457. 2005.

OŚWIĘCIMKA, P.; KWAPIEŃ, J.; DROŹDŹ S. Multifractality in the stock market: price increments versus waiting times. **Physica A**, v.347, 626-638, 2005.

OŚWIĘCIMKA, P.; KWAPIEŃ, J.; DROŹDŹ S. Wavelet versus Detrended Fluctuation Analysis of multifractal structures. **Physical Review E**, v.74, n.1, 2006.

PELLEGRINI, F. R.; FOGLIATTO, F., S.; Passos para implementação de Sistemas de previsão de demanda – Técnicas e Estudos de Caso. **Revista Produção**. v.11, n.1, Novembro de 2001.

PEÑA, D.; TIAO, G. C.; TSAY, R. S. A Course in Time Series Analysis, New York: **John Wiley and Sons**, 2001.

PENG, C-K.; BULDYREV, S. V.; HAVLIN, S.; SIMONS, M.; STANLEY, H. E.; GOLDBERGER, A. L. Mosaic organization of DNA nucleotides. **Physical Review E**, v. 49, n.2, p. 1685-1689, 1994.

PETERS, E. E. Chaos and order in the capital markets. 2. Ed. **New view of cycles, prices and market volatility**, 336 p. 1996.

PHILLIPS, P. C. B.; PERRON, P. Testing for a unit root in time series regression. **Biomètrika**, v.75, p.335-346, 1988.

PINDYCK, R. S.; RUBINFELD, D. L.; Econometria, Modelos & Previsões. 4a. ed., Rio de Janeiro, Ed. Campos, **Elsevier**, 710p. 2004.

PINDYCK, R. S., RUBINFELD, Daniel L. Econometric models and economic forecasting. 4.ed. New York: **McGraw-Hill International**, 1997.

PINDYCK, R. S., RUBINFELD, D. L. Econometria. 4^a ed. Rio de Janeiro: **Elsevier**, 710p. 2004.

POWER, G. J.; TURVEY, C. G. Long-range dependence in the volatility of commodity futures prices: Wavelet-based evidence. **Physica A**. Elsevier. p.79-90. Setembro-2009.

RICHARDS, G. R. A fractal forecasting model for financial time series. **Journal of Forecasting**, v.23, p. 587-602, 2004.

RIZVI, S. A. R.; DEWANDARU, G.; BACHA, O. I.; MASI, M. An analysis of stock Market efficiency: developed vs Islamic stock markets using MF-DFA. **Physica A**, v.407, p. 86-99, 2014.

SANTOS, A. G. Estrutura fractal em séries temporais: uma investigação quanto à hipótese de passeio aleatório no mercado à vista de commodities agrícolas brasileiro. **Dissertação de mestrado**. Fundação Getúlio Vargas. 151 p. 2013.

SCHMITT, F.; SCHERTZER, D.; LOVEJOY S. Multifractal analysis of foreign exchange data. **Applied Stochastic Models and Data Analysis**, v. 15, p. 29-53, 1999.

SEGNON, M.; LUX, T. Multifractal models in finance: their origin, properties and applications. **Working Paper n. 1860, Kiel Institute for the World Economy**, 60 p., August, 2013.

SELVARATNAM, S.; KIRLEY, M. Predicting Stock Market Time Series Using Evolutionary Artificial Neural Networks with Hurst Exponent Input Windows. **Verlag Berlin Heidelberg**. Springer. Berlin. p.617-626. 2006.

SERMPINIS, G.; THEOFILATOS, K.; KARATHANASOPOULOS, A.; GEORGOPOULOS, E. F. e DUNIS, C. Forecasting foreign exchange rates with adaptive neural networks using radial basis function and particle swarm optimization. **European Journal of Operational Research**. p.528-540. 2013.

SHEFERD, G. M. The Synaptic organization of the brain. **Oxford University Press**, 3. Ed. New York. USA. 1990.

SHEPHARD, N. e SHEPHARD, K. Realising the future: forecasting with high frequency based volatility (HEAVY) models. **Journal Applied Economics**. v.25. pp 197-231. 2010.

SILVA, C. A. T.; MATIAS, M. A.; VIEIRA, L.; A inserção da teoria dos fractais na contabilidade financeira: evidências teórico empíricas. **Trabalho apresentado no congresso USP**. 2006.

SILVA, F. M. H. S.; SILVA FILHO, A. C. da.; CRESCENCIO, J. C.; PAPA, V.; GALLO JÚNIOR, L. The Loss of multifractality as evidence of impaired left ventricular ejection fraction in patients after acute myocardial infarction. **Computing in Cardiology** v. 41. p. 413-426. 2014.

SILVER, N. O sinal e o ruído: por que tantas previsões falham e outras não. Tradução: Ana Beatriz Rodrigues, Claudio Figueiredo. 1.a ed. Rio de Janeiro: **Intrínseca**, 544p, 2013.

SIMÕES, C. C. Clusters de volatilidade no mercado de taxas de câmbio USD/GBP. **Dissertação de Mestrado**, Instituto Superior de Contabilidade e Administração de Lisboa, 99 p. 2014.

SOUZA, S. R. S. de; TABAK, B. M.; CAJUEIRO, D. O. Investigação de Memória de Longo Prazo da Taxa de Câmbio do Brasil. **Departamento de Estudos e Pesquisas do Banco Central do Brasil**, Trabalhos para discussão. p.37. Agosto-2006.

SOUZA, S. R. S.; TABAK, B. M.; CAJUEIRO, D. O. Long-range Dependence in Exchange Rates: the case of the European Monetary System. **International Journal of Theoretical and Applied Finance**, v.11, n.2, p.199-223, 2008.

STASINAKIS, C.; SERMPINIS, G.; THEOFILATOS, K.; KARATHANASOPOULOS, A. Forecasting US unemployment with radial basis neural networks, kalman filters and support vector regressions. **Computational Economics**. v.47, n.4, p.569-587, 2016.

STENGEL, R. F. Stochastic Optimal Control: Theory and Application. 1ed. New York: John **Wiley & Sons Inc**, 1986.

STOSIC, I.; SILVA, J. R. S.; STOSIC, T. Multifractal analysis of pegged and floating Dollar-Real Exchange rates. CMAC, **Anais do Congresso de Matemática Aplicada e Computacional**, 2012.

STANLEY, M. H. R.; AMARAL, L. A. N.; BULDYREV, S. V.; HAVLIN, S.; LESCHHORN H.; MAASS, P.; SALINGER, M. A.; STANLEY, E. Can statistical physics contribute to the science of economics?. **Fractals**, v.4, n.3, p.415-425, 1996.

SU, Z. Y.; WANG, Y. T.; HUANG, H. Y. A Multifractal Detrended Fluctuation Analysis of Taiwan's Stock Exchange. **Journal of the Korean Physical Society**, v.54, n. 4, p. 1395-1402, 2009.

TABAK, B. M.; CAJUEIRO, D. O. The long-range dependence behavior of the term structure of interest rates in Japan. **Physica A**. Elsevier. p.418-426. Dezembro-2004.

TALKNER, P.; WEBER, R. O. Power spectrum and detrended fluctuation analysis: application to daily temperatures. **Physical Review E**, v.62, n.1, p.150-160, 2000.

TSAY, R. Analysis of financial time series. **Wiley series in probability and statistics**. 2.ed, 2005.

TSAY, R. S. Analysis of financial time series. **Wiley series in probability and statistics**, 2002.

TUBINO, D. F. Manual de Planejamento e Controle da Produção. 2ed. São Paulo: **Atlas**, 2000.

TURIEL, A.; PÉREZ-VICENTE, C. J. Multifractal geometry in stock Market time series. **Physica A**, v.322, p. 629-649, 2003.

TURIEL, A.; PÉREZ-VICENTE, C. J. Role of multifractal sources in the analysis of stock Market time series. **Physica A**, v. 355, p. 475-496, 2005.

VANDEWALLE, N.; AUSLOOS, M. Sparseness and roughness of foreign exchange rates. **International Journal of Modern Physics C**, v.9, n.5, p. 711-719, 1998.

VASCONCELLOS, M. A. S., ALVES, D. Manual de econometria. São Paulo: **Atlas**, 2000.

VISSER, M. P. GARCH Parameter Estimation Using High-Frequency Data. **Journal of Financial Econometrics**. p.1-36. Junho-2010.

XU, J.; CHEN, Y.; LI, W.; DONG, S. Long-Term Trend and Fractal of Annual Runoff Process in Mainstream of Tarim River. **Chinese Geography Academic of Sciences**. Shangai Academic Discipline Project. Shangai, China. p.77-84. 2007

XU, X.; QI, Y.; HUA, Z. Forecasting demand of commodities after natural disasters. Expert Systems with Applications. Elsevier. p.4313-4317. 2009.

XU, Z.; GENÇAY, R. Scaling, self-similarity and multifractality in FX markets. **Physica A**, v. 323, p.578-590, 2003.

ZHANG L.; LIU Chun-yan. Multifractal analysis of Japan and China stock markets in different economy periods[J]. **Systems Engineering - Theory & Practice**, 33(2): 317-328. 2013.

ZHANG, A.; LI, X.; SU, G.; ZHANG Y. A multifractal detrended fluctuation analysis of the ising financial markets model with small world topology. **Chinese Physics Letters**, v.32, n.9, p. 1-4, 2015.

ZIVOT, E. e WANG, J., Modelling Financial Time Series With SPLUS. First Edition. Nova Iorque: **Springer**, 2005.

ZUNINO, L.; TABAK, B. M.; PÉREZ, D.G.; GARAVAGLIA, M.; ROSSO, O. A. Inefficiency in Latin-American market indices. **The European Physical Journal B**. Springer-Verlag. p.111-121. 2007.

ZUNINO, L.; TABAK, B. M.; FIGLIOLA, A.; PÉREZ, D. G.; GARAVAGLIA, M.; ROSSO, O. A. A multifractal approach for stock Market inefficiency. **Physica A**, n. 387, p. 6558-6566, 2008.

ZUNINO, L.; FIGLIOLA, A.; TABAK, B. M.; PÉREZ, D. G.; GARAVAGLIA, M.; ROSSO, O. A. Multifractal structure in Latin-American Market indices. **Chaos, Solutions and Fractals**, v.41, p. 2331-2340, 2009.

YIM, J. A Comparison of Neural Networks with Time Series Models for Forecasting Returns on a Stock Market Index. **Springer-Verlag Berlin Heidelberg**. Berlin, p. 25-35. 2002.

YING, Y.; XIN-TIAN, Z.; XIU, J. Measuring multifractality of stock price fluctuation using multifractal detrended fluctuation analysis. **Physica A**, v. 388, p. 2189-2197. 2009.

WANG, Jui-Lin; KUO, Ju-Hsiu; CHOU, Shih-Yu; WANG, Sheng-Zhi. A comparison of bullwhip effect in a single-stage supply chain for autocorrelated demands when using correct, MA, and EWMA methods. **Expert Systems with Applications**. Elsevier. p.4726-4736. Setembro-2009.

WANG, P.; VACHTSEVANOS, G. Fault Prognostics using dynamic wavelet neural networks. Artificial Intelligence for Engineering Design, Analysis and Manufacturing. **Cambridge University Press**. Estados Unidos, p.349-365. 2001.

WANG, K.; HUANG, S. Using fast adaptive neural network classifier for mutual fund performance evaluation. **Expert Systems with Applications**. Elsevier. p.6007-6011. Fevereiro - 2010.

WANG, Y.; WU, C.; PAN, Z. Multifractal detrending moving average analysis on the US Dollar exchange rates. **Physica A**, v.390, p. 3512-3523, 2011.

WANG, Y.; WU, C.; YANG, L. Forecasting crude oil market volatility: A Markov switching multifractal volatility approach. **International Journal of Forecasting**, v. 32, p. 1-9, 2016.

WANG, Y.; LIU, L.; GU, R. Analysis of efficiency for Shenzhen stock market based on multifractal detrended fluctuation analysis. **International Review of Financial Analysis**, v.18, p. 271-275. 2009.

WONG, H.; IP, W.; XIE, Z.; LUI, X. Modelling and forecasting by wavelets and the application to exchange rates. **Journal of Applied Statistics**, v.30, n.5, 2003. P537-553.

APÊNDICES

APÊNDICE A: Histograma e teste de normalidade dos log retornos minuto a minuto.

ÍNDICE IBOVESPA

Series:	IBOV
Sample 1	109672
Observations	109672
Mean	-1.83e-06
Median	0.000000
Maximum	0.012834
Minimum	-0.023052
Std. Dev.	0.000661
Skewness	-1.264694
Kurtosis	51.75530
Jarque-Bera	10891694
Probability	0.000000

BBDC4

Series:	BBDC4
Sample 1	103935
Observations	103935
Mean	-3.83e-06
Median	0.000000
Maximum	0.030367
Minimum	-0.046640
Std. Dev.	0.001281
Skewness	-1.663003
Kurtosis	108.7901
Jarque-Bera	48514295
Probability	0.000000

CIEL3

Series:	CIEL3
Sample 1	101892
Observations	101892
Mean	-1.66e-07
Median	0.000000
Maximum	0.044606
Minimum	-0.031950
Std. Dev.	0.001215
Skewness	0.177547
Kurtosis	60.43821
Jarque-Bera	14007070
Probability	0.000000

ITUB4

Series: ITUB4
 Sample 1 104161
 Observations 104161

Mean -2.79e-06
 Median 0.000000
 Maximum 0.030006
 Minimum -0.109920
 Std. Dev. 0.001230
 Skewness -7.648935
 Kurtosis 687.1645

Jarque-Bera 2.03e+09
 Probability 0.000000

PETR4

Series: PETR4
 Sample 1 114771
 Observations 114771

Mean -5.87e-06
 Median 0.000000
 Maximum 0.089916
 Minimum -0.090742
 Std. Dev. 0.001976
 Skewness -1.161599
 Kurtosis 175.6933

Jarque-Bera 1.43e+08
 Probability 0.000000

VALE5

Series: VALE5
 Sample 1 105490
 Observations 105490

Mean -5.58e-06
 Median 0.000000
 Maximum 0.062738
 Minimum -0.076349
 Std. Dev. 0.001556
 Skewness 0.146751
 Kurtosis 198.1841

Jarque-Bera 1.67e+08
 Probability 0.000000

APÊNDICE B: Teste de estacionariedade – Dickey Pantula – Raíz unitária BBDC4

Dependent Variable: D(BBDC4,3)

Method: Least Squares

Date: 01/19/17 Time: 19:12

Sample (adjusted): 4 103935

Included observations: 103932 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(BBDC4(-1),2)	-1.002838	0.003102	-323.3004	0.0000
D(BBDC4(-1),1)	-0.976874	0.007186	-135.9362	0.0000
BBDC4(-1)	-1.110199	0.005721	-194.0544	0.0000
R-squared	0.955996	Mean dependent var		3.07E-08
Adjusted R-squared	0.955995	S.D. dependent var		0.006079
S.E. of regression	0.001275	Akaike info criterion		-10.49123
Sum squared resid	0.169031	Schwarz criterion		-10.49095
Log likelihood	545190.3	Hannan-Quinn criter.		-10.49115
Durbin-Watson stat	1.999964			

CIEL3

Dependent Variable: D(CIEL3,3)

Method: Least Squares

Date: 01/19/17 Time: 17:40

Sample (adjusted): 4 101892

Included observations: 101889 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(CIEL3(-1),2)	-1.025505	0.003132	-327.4474	0.0000
D(CIEL3(-1),1)	-0.910227	0.007330	-124.1750	0.0000
CIEL3(-1)	-1.181684	0.005901	-200.2638	0.0000
R-squared	0.957410	Mean dependent var		-9.93E-08
Adjusted R-squared	0.957410	S.D. dependent var		0.005846
S.E. of regression	0.001206	Akaike info criterion		-10.60219
Sum squared resid	0.148304	Schwarz criterion		-10.60191
Log likelihood	540126.4	Hannan-Quinn criter.		-10.60211
Durbin-Watson stat	2.001056			

IBOV

Dependent Variable: D(IBOV,3)

Method: Least Squares

Date: 01/19/17 Time: 19:45

Sample (adjusted): 4 109672

Included observations: 109669 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(IBOV(-1),2)	-0.979351	0.003022	-324.0936	0.0000
D(IBOV(-1),1)	-1.073752	0.006576	-163.2721	0.0000
IBOV(-1)	-0.880882	0.004937	-178.4408	0.0000
R-squared	0.945721	Mean dependent var		-8.18E-08
Adjusted R-squared	0.945720	S.D. dependent var		0.002826
S.E. of regression	0.000658	Akaike info criterion		-11.81325
Sum squared resid	0.047551	Schwarz criterion		-11.81299
Log likelihood	647776.6	Hannan-Quinn criter.		-11.81317
Durbin-Watson stat	1.998614			

ITUB4

Dependent Variable: D(ITUB4,3)
 Method: Least Squares
 Date: 01/19/17 Time: 20:04
 Sample (adjusted): 4 104161
 Included observations: 104158 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(ITUB4(-1),2)	-1.008567	0.003098	-325.5046	0.0000
D(ITUB4(-1),1)	-0.966675	0.007080	-136.5438	0.0000
ITUB4(-1)	-1.079370	0.005588	-193.1719	0.0000
R-squared	0.953571	Mean dependent var	2.42E-08	
Adjusted R-squared	0.953570	S.D. dependent var	0.005699	
S.E. of regression	0.001228	Akaike info criterion	-10.56689	
Sum squared resid	0.157054	Schwarz criterion	-10.56662	
Log likelihood	550316.2	Hannan-Quinn criter.	-10.56681	
Durbin-Watson stat	2.000065			

PETR4

Dependent Variable: D(PETR4,3)
 Method: Least Squares
 Date: 01/19/17 Time: 22:03
 Sample (adjusted): 4 114771
 Included observations: 114768 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(PETR4(-1),2)	-1.010481	0.002952	-342.3428	0.0000
D(PETR4(-1),1)	-0.963819	0.006779	-142.1870	0.0000
PETR4(-1)	-1.093253	0.005364	-203.7971	0.0000
R-squared	0.954534	Mean dependent var	2.95E-08	
Adjusted R-squared	0.954533	S.D. dependent var	0.009246	
S.E. of regression	0.001971	Akaike info criterion	-9.620099	
Sum squared resid	0.446034	Schwarz criterion	-9.619846	
Log likelihood	552042.7	Hannan-Quinn criter.	-9.620023	
Durbin-Watson stat	2.000118			

VALE5

Dependent Variable: D(VALE5,3)
 Method: Least Squares
 Date: 01/19/17 Time: 21:27
 Sample (adjusted): 4 105490
 Included observations: 105487 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(VALE5(-1),2)	-1.000259	0.003079	-324.9108	0.0000
D(VALE5(-1),1)	-0.981148	0.007045	-139.2727	0.0000
VALE5(-1)	-1.077077	0.005570	-193.3669	0.0000
R-squared	0.953744	Mean dependent var	-2.95E-08	
Adjusted R-squared	0.953743	S.D. dependent var	0.007220	
S.E. of regression	0.001553	Akaike info criterion	-10.09749	
Sum squared resid	0.254339	Schwarz criterion	-10.09722	
Log likelihood	532580.2	Hannan-Quinn criter.	-10.09741	
Durbin-Watson stat	1.999961			

APÊNDICE C: Teste BDS para os log retornos cotados minuto a minuto

BBDC4

BDS Test for BBDC4
Date: 01/19/17 Time: 19:09
Sample: 1 103935
Included observations: 103935

Dimension	BDS Statistic	Std. Error	z-Statistic	Prob.
2	0.020876	0.000300	69.61612	0.0000
3	0.040006	0.000475	84.19178	0.0000
4	0.053056	0.000564	94.02177	0.0000
5	0.060196	0.000587	102.6183	0.0000
6	0.062604	0.000564	110.9514	0.0000

Raw epsilon 0.001407
Pairs within epsilon 7.58E+09 V-Statistic 0.701780
Triples within epsilon 6.07E+14 V-Statistic 0.540833

Dimension	C(m,n)	c(m,n)	C(1,n-(m-1))	c(1,n-(m-1))	c(1,n-(m-1))^k
2	2.77E+09	0.513384	3.79E+09	0.701789	0.492508
3	2.08E+09	0.385639	3.79E+09	0.701787	0.345633
4	1.60E+09	0.295613	3.79E+09	0.701784	0.242557
5	1.24E+09	0.230416	3.79E+09	0.701782	0.170220
6	9.83E+08	0.182060	3.79E+09	0.701781	0.119457

CIEL3

BDS Test for CIEL3
Date: 01/19/17 Time: 17:37
Sample: 1 101892
Included observations: 101892

Dimension	BDS Statistic	Std. Error	z-Statistic	Prob.
2	0.026192	0.000327	80.03574	0.0000
3	0.049735	0.000520	95.64253	0.0000
4	0.065405	0.000619	105.6028	0.0000
5	0.074070	0.000646	114.7028	0.0000
6	0.077132	0.000623	123.8025	0.0000

Raw epsilon 0.001342
Pairs within epsilon 7.30E+09 V-Statistic 0.703238
Triples within epsilon 5.78E+14 V-Statistic 0.546774

Dimension	C(m,n)	c(m,n)	C(1,n-(m-1))	c(1,n-(m-1))	c(1,n-(m-1))^k
2	2.70E+09	0.520744	3.65E+09	0.703244	0.494552
3	2.06E+09	0.397539	3.65E+09	0.703253	0.347804
4	1.61E+09	0.309995	3.65E+09	0.703250	0.244590
5	1.28E+09	0.246075	3.65E+09	0.703248	0.172006
6	1.03E+09	0.198092	3.65E+09	0.703245	0.120960

ÍNDICE IBOVESPA

BDS Test for IBOV

Date: 01/19/17 Time: 19:43

Sample: 1 109672

Included observations: 109672

Dimension	BDS Statistic	Std. Error	z-Statistic	Prob.
2	0.018131	0.000286	63.31434	0.0000
3	0.036211	0.000454	79.68949	0.0000
4	0.049499	0.000540	91.60188	0.0000
5	0.057466	0.000563	102.1600	0.0000
6	0.061141	0.000542	112.8450	0.0000

Raw epsilon 0.000798

Pairs within epsilon 8.45E+09 V-Statistic 0.702934

Triples within epsilon 7.14E+14 V-Statistic 0.541533

Dimension	C(m,n)	c(m,n)	C(1,n-(m-1))	c(1,n-(m-1))	c(1,n-(m-1))^k
2	3.08E+09	0.512261	4.23E+09	0.702944	0.494131
3	2.31E+09	0.383554	4.23E+09	0.702942	0.347342
4	1.77E+09	0.293657	4.23E+09	0.702939	0.244158
5	1.38E+09	0.229091	4.23E+09	0.702936	0.171625
6	1.09E+09	0.181792	4.23E+09	0.702946	0.120652

ITUB4

BDS Test for ITUB4

Date: 01/26/17 Time: 09:21

Sample: 1 104161

Included observations: 104161

Dimension	BDS Statistic	Std. Error	z-Statistic	Prob.
2	-1.84E-10	5.95E-08	-0.003099	0.9975
3	-5.53E-10	1.33E-07	-0.004157	0.9967
4	-1.11E-09	2.23E-07	-0.004969	0.9960
5	-1.84E-09	3.26E-07	-0.005658	0.9955
6	-2.77E-09	4.41E-07	-0.006268	0.9950

Raw epsilon 0.069963

Pairs within epsilon 1.08E+10 V-Statistic 0.999981

Triples within epsilon 1.13E+15 V-Statistic 0.999971

Dimension	C(m,n)	c(m,n)	C(1,n-(m-1))	c(1,n-(m-1))	c(1,n-(m-1))^k
2	5.42E+09	0.999962	5.42E+09	0.999981	0.999962
3	5.42E+09	0.999942	5.42E+09	0.999981	0.999942
4	5.42E+09	0.999923	5.42E+09	0.999981	0.999923
5	5.42E+09	0.999904	5.42E+09	0.999981	0.999904
6	5.42E+09	0.999885	5.42E+09	0.999981	0.999885

PETR4

BDS Test for PETR4

Date: 01/20/17 Time: 09:46

Sample: 1 105490

Included observations: 105490

Dimension	BDS Statistic	Std. Error	z-Statistic	Prob.	
2	0.020068	0.000296	67.75008	0.0000	
3	0.037836	0.000470	80.56258	0.0000	
4	0.050118	0.000558	89.80526	0.0000	
5	0.056469	0.000580	97.27791	0.0000	
6	0.058331	0.000559	104.4018	0.0000	
Raw epsilon		0.001675			
Pairs within epsilon		7.81E+09	V-Statistic	0.702266	
Triples within epsilon		6.35E+14	V-Statistic	0.541280	
Dimension	C(m,n)	c(m,n)	C(1,n-(m-1))	c(1,n-(m-1))	c(1,n-(m-1))^k
2	2.86E+09	0.513238	3.91E+09	0.702261	0.493170
3	2.14E+09	0.384180	3.91E+09	0.702267	0.346344
4	1.63E+09	0.293340	3.91E+09	0.702264	0.243222
5	1.26E+09	0.227272	3.91E+09	0.702262	0.170803
6	9.92E+08	0.178277	3.91E+09	0.702260	0.119947

VALE5

BDS Test for VALE5

Date: 01/19/17 Time: 21:24

Sample: 1 105490

Included observations: 105490

<u>Dimension</u>	<u>BDS Statistic</u>	<u>Std. Error</u>	<u>z-Statistic</u>	<u>Prob.</u>	
2	0.020068	0.000296	67.75008	0.0000	
3	0.037836	0.000470	80.56258	0.0000	
4	0.050118	0.000558	89.80526	0.0000	
5	0.056469	0.000580	97.27791	0.0000	
6	0.058331	0.000559	104.4018	0.0000	
Raw epsilon		0.001675			
Pairs within epsilon		7.81E+09	V-Statistic	0.702266	
Triples within epsilon		6.35E+14	V-Statistic	0.541280	
<u>Dimension</u>	<u>C(m,n)</u>	<u>c(m,n)</u>	<u>C(1,n-(m-1))</u>	<u>c(1,n-(m-1))</u>	<u>c(1,n-(m-1))^k</u>
2	2.86E+09	0.513238	3.91E+09	0.702261	0.493170
3	2.14E+09	0.384180	3.91E+09	0.702267	0.346344
4	1.63E+09	0.293340	3.91E+09	0.702264	0.243222
5	1.26E+09	0.227272	3.91E+09	0.702262	0.170803
6	9.92E+08	0.178277	3.91E+09	0.702260	0.119947

APÊNDICE D: Correlogramas dos quadrados dos resíduos dos log retornos minuto a minuto.

BBDC4

Date: 01/19/17 Time: 19:11
Sample: 1 103935
Included observations: 103935

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.088	-0.088	811.84	0.000
		2 -0.009	-0.017	820.77	0.000
		3 -0.000	-0.003	820.79	0.000
		4 -0.004	-0.004	822.22	0.000
		5 0.003	0.002	823.13	0.000
		6 -0.005	-0.005	825.56	0.000
		7 0.003	0.003	826.82	0.000
		8 -0.008	-0.008	834.08	0.000
		9 -0.001	-0.003	834.25	0.000
		10 -0.007	-0.007	839.01	0.000
		11 -0.006	-0.007	842.87	0.000
		12 0.004	0.003	844.73	0.000
		13 -0.006	-0.005	847.94	0.000
		14 -0.008	-0.009	855.16	0.000
		15 0.001	-0.001	855.19	0.000
		16 0.003	0.003	856.11	0.000
		17 -0.002	-0.002	856.73	0.000
		18 -0.002	-0.003	857.24	0.000
		19 -0.003	-0.004	858.17	0.000
		20 0.004	0.003	859.95	0.000

CIEL3

Date: 01/19/17 Time: 17:38
Sample: 1 101892
Included observations: 101892

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.112	-0.112	1288.9	0.000
		2 -0.023	-0.036	1341.4	0.000
		3 -0.018	-0.026	1376.2	0.000
		4 -0.015	-0.021	1398.6	0.000
		5 -0.005	-0.010	1400.7	0.000
		6 -0.004	-0.008	1402.5	0.000
		7 -0.001	-0.003	1402.5	0.000
		8 -0.011	-0.012	1414.2	0.000
		9 0.002	-0.002	1414.5	0.000
		10 -0.002	-0.003	1414.7	0.000
		11 -0.007	-0.008	1419.1	0.000
		12 0.002	-0.000	1419.5	0.000
		13 0.003	0.002	1420.4	0.000
		14 -0.008	-0.008	1427.4	0.000
		15 -0.002	-0.004	1427.7	0.000
		16 0.002	0.001	1428.3	0.000
		17 -0.006	-0.006	1431.5	0.000
		18 -0.001	-0.003	1431.6	0.000
		19 -0.006	-0.008	1435.9	0.000
		20 0.004	0.002	1437.3	0.000

ÍNDICE IBOVESPA

Date: 01/19/17 Time: 19:44
 Sample: 1 109672
 Included observations: 109672

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.069	0.069	521.22	0.000
		2	0.038	0.034	682.72	0.000
		3	0.025	0.021	753.34	0.000
		4	0.017	0.012	783.60	0.000
		5	0.019	0.015	822.02	0.000
		6	0.006	0.003	826.45	0.000
		7	0.006	0.004	831.08	0.000
		8	0.003	0.001	831.92	0.000
		9	-0.000	-0.002	831.93	0.000
		10	0.000	-0.000	831.95	0.000
		11	-0.003	-0.003	833.03	0.000
		12	-0.006	-0.006	836.99	0.000
		13	-0.004	-0.003	838.40	0.000
		14	-0.005	-0.004	841.38	0.000
		15	-0.001	-0.000	841.56	0.000
		16	0.008	0.008	847.85	0.000
		17	-0.002	-0.003	848.50	0.000
		18	-0.005	-0.005	851.75	0.000
		19	-0.005	-0.004	854.11	0.000
		20	0.006	0.007	858.08	0.000

ITUB4

Date: 01/19/17 Time: 20:03
 Sample: 1 104161
 Included observations: 104161

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	-0.054	-0.054	299.69	0.000
		2	-0.013	-0.016	316.78	0.000
		3	-0.007	-0.009	321.89	0.000
		4	-0.003	-0.004	322.79	0.000
		5	0.003	0.002	323.58	0.000
		6	-0.003	-0.002	324.27	0.000
		7	-0.005	-0.005	326.66	0.000
		8	-0.003	-0.004	327.63	0.000
		9	-0.007	-0.007	332.23	0.000
		10	-0.002	-0.003	332.53	0.000
		11	-0.009	-0.009	340.40	0.000
		12	0.003	0.002	341.38	0.000
		13	-0.005	-0.005	343.68	0.000
		14	-0.003	-0.004	344.86	0.000
		15	-0.005	-0.005	347.18	0.000
		16	0.007	0.006	352.40	0.000
		17	0.002	0.003	352.95	0.000
		18	-0.001	-0.001	353.13	0.000
		19	-0.008	-0.008	359.25	0.000
		20	0.004	0.003	361.18	0.000

PETR4

Date: 01/26/17 Time: 16:14

Sample: 1 108352

Included observations: 108352

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.065	-0.065	452.00	0.000
		2 -0.011	-0.015	464.59	0.000
		3 -0.008	-0.010	472.39	0.000
		4 -0.007	-0.009	477.87	0.000
		5 -0.002	-0.003	478.22	0.000
		6 0.003	0.002	479.11	0.000
		7 -0.003	-0.003	479.97	0.000
		8 -0.001	-0.001	480.06	0.000
		9 0.000	0.000	480.08	0.000
		10 -0.001	-0.001	480.27	0.000
		11 -0.004	-0.004	482.10	0.000
		12 -0.000	-0.001	482.11	0.000
		13 -0.002	-0.002	482.49	0.000
		14 -0.002	-0.002	482.82	0.000
		15 0.001	0.000	482.87	0.000
		16 0.002	0.002	483.42	0.000
		17 0.002	0.002	483.79	0.000
		18 -0.001	-0.001	483.94	0.000
		19 -0.003	-0.003	484.65	0.000
		20 0.005	0.004	487.05	0.000

VALE5

Date: 01/19/17 Time: 21:26

Sample: 1 105490

Included observations: 105490

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.057	-0.057	346.15	0.000
		2 -0.015	-0.018	369.77	0.000
		3 0.002	-0.000	370.06	0.000
		4 -0.010	-0.010	380.99	0.000
		5 0.004	0.003	382.86	0.000
		6 0.008	0.008	389.92	0.000
		7 -0.001	-0.000	390.16	0.000
		8 -0.008	-0.008	396.66	0.000
		9 -0.000	-0.001	396.66	0.000
		10 0.002	0.001	396.94	0.000
		11 0.001	0.001	397.03	0.000
		12 -0.005	-0.005	399.66	0.000
		13 0.001	0.000	399.69	0.000
		14 -0.004	-0.004	401.36	0.000
		15 -0.004	-0.005	403.09	0.000
		16 0.003	0.002	403.75	0.000
		17 -0.000	-0.000	403.76	0.000
		18 -0.003	-0.003	404.91	0.000
		19 -0.001	-0.001	404.95	0.000
		20 0.001	0.001	405.01	0.000

APÊNDICE E: Resultados do teste de AR(1) e ARCH – Heterocedasticidade

ÍNDICE IBOVESPA

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(1)	0.021393	0.000963	22.22218	0.0000
Variance Equation				
C	3.31E-07	3.88E-10	854.2044	0.0000
RESID(-1) ²	0.250899	0.002024	123.9385	0.0000
R-squared	0.002486	Mean dependent var	-1.82E-06	
Adjusted R-squared	0.002486	S.D. dependent var	0.000661	
S.E. of regression	0.000660	Akaike info criterion	-11.88963	
Sum squared resid	0.047735	Schwarz criterion	-11.88937	
Log likelihood	651976.8	Hannan-Quinn criter.	-11.88955	
Durbin-Watson stat	1.904325			

BBDC4

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(1)	-0.110319	0.001120	-98.53030	0.0000
Variance Equation				
C	1.15E-06	9.16E-10	1258.032	0.0000
RESID(-1) ²	0.391189	0.001138	343.7966	0.0000
R-squared	0.007319	Mean dependent var	-3.83E-06	
Adjusted R-squared	0.007319	S.D. dependent var	0.001281	
S.E. of regression	0.001276	Akaike info criterion	-10.58345	
Sum squared resid	0.169177	Schwarz criterion	-10.58318	
Log likelihood	549993.2	Hannan-Quinn criter.	-10.58337	
Durbin-Watson stat	1.959944			

CIEL3

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(1)	-0.177042	0.000972	-182.0546	0.0000
Variance Equation				
C	9.96E-07	1.12E-09	888.1910	0.0000
RESID(-1) ²	0.408949	0.002030	201.5010	0.0000
R-squared	0.008481	Mean dependent var	-1.77E-07	
Adjusted R-squared	0.008481	S.D. dependent var	0.001215	
S.E. of regression	0.001210	Akaike info criterion	-10.71438	
Sum squared resid	0.149226	Schwarz criterion	-10.71410	
Log likelihood	545852.6	Hannan-Quinn criter.	-10.71430	
Durbin-Watson stat	1.884889			

ITUB4

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(1)	-0.065630	0.001676	-39.15497	0.0000
Variance Equation				
C	1.16E-06	2.50E-10	4625.366	0.0000
RESID(-1)^2	0.319080	0.001077	296.2846	0.0000
R-squared	0.002727	Mean dependent var	-2.79E-06	
Adjusted R-squared	0.002727	S.D. dependent var	0.001230	
S.E. of regression	0.001228	Akaike info criterion	-10.63324	
Sum squared resid	0.157128	Schwarz criterion	-10.63296	
Log likelihood	553782.0	Hannan-Quinn criter.	-10.63315	
Durbin-Watson stat	1.978085			

PETR4

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(1)	-0.086912	0.001703	-51.03385	0.0000
Variance Equation				
C	3.16E-06	1.52E-09	2083.879	0.0000
RESID(-1)^2	0.246530	0.001055	233.7882	0.0000
R-squared	0.003987	Mean dependent var	-5.84E-06	
Adjusted R-squared	0.003987	S.D. dependent var	0.001976	
S.E. of regression	0.001972	Akaike info criterion	-9.667717	
Sum squared resid	0.446365	Schwarz criterion	-9.667464	
Log likelihood	554784.9	Hannan-Quinn criter.	-9.667640	
Durbin-Watson stat	1.961640			

VALE5

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(1)	-0.061265	0.001199	-51.07970	0.0000
Variance Equation				
C	1.84E-06	9.35E-10	1971.841	0.0000
RESID(-1)^2	0.341155	0.001105	308.8637	0.0000
R-squared	0.003251	Mean dependent var	-5.53E-06	
Adjusted R-squared	0.003251	S.D. dependent var	0.001556	
S.E. of regression	0.001553	Akaike info criterion	-10.16265	
Sum squared resid	0.254474	Schwarz criterion	-10.16238	
Log likelihood	536026.8	Hannan-Quinn criter.	-10.16257	
Durbin-Watson stat	1.994350			

APÊNDICE F: Função de Autocorrelação e Função de Autocorrelação Parcial dos Resíduos dos log retornos das séries minuto a minuto.

BBDC4

Autocorrelation		Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
				1	-0.003	-0.003	0.7118
				2	0.005	0.005	3.1875 0.074
				3	0.007	0.007	8.0352 0.018
				4	0.004	0.004	10.026 0.018
				5	0.006	0.006	13.670 0.008
				6	0.004	0.004	15.038 0.010
				7	0.003	0.003	15.773 0.015
				8	0.006	0.006	19.461 0.007
				9	0.003	0.003	20.401 0.009
				10	0.007	0.006	24.842 0.003
				11	0.002	0.002	25.455 0.005
				12	0.003	0.003	26.345 0.006
				13	0.003	0.003	27.205 0.007
				14	0.005	0.004	29.481 0.006
				15	0.005	0.005	31.983 0.004
				16	0.005	0.005	35.057 0.002
				17	0.004	0.003	36.368 0.003
				18	0.007	0.007	41.559 0.001
				19	0.003	0.003	42.434 0.001
				20	0.007	0.007	47.635 0.000
				21	0.005	0.004	50.021 0.000
				22	0.003	0.002	50.711 0.000

CIEL3

Autocorrelation		Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
				1	-0.003	-0.003	1.1430
				2	0.012	0.012	15.492 0.000
				3	0.013	0.013	32.386 0.000
				4	0.014	0.014	51.641 0.000
				5	0.010	0.010	62.664 0.000
				6	0.007	0.006	67.515 0.000
				7	0.009	0.009	75.990 0.000
				8	0.009	0.008	83.972 0.000
				9	0.007	0.006	88.844 0.000
				10	0.011	0.011	101.65 0.000
				11	0.009	0.009	110.29 0.000
				12	0.006	0.005	113.82 0.000
				13	0.007	0.006	118.92 0.000
				14	0.011	0.010	132.11 0.000
				15	0.006	0.005	135.70 0.000
				16	0.008	0.007	142.70 0.000
				17	0.009	0.008	150.50 0.000
				18	0.005	0.004	153.42 0.000
				19	0.009	0.008	161.13 0.000
				20	0.006	0.005	164.47 0.000

ÍNDICE IBOVESPA

Autocorrelation		Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
				1	-0.002	-0.002	0.6750
				2	0.035	0.035	138.28 0.000
				3	0.016	0.016	166.72 0.000
				4	0.010	0.009	178.18 0.000
				5	0.018	0.017	213.15 0.000
				6	0.014	0.013	233.58 0.000
				7	0.010	0.009	244.38 0.000
				8	0.014	0.013	266.60 0.000
				9	0.010	0.009	277.43 0.000
				10	0.007	0.006	283.09 0.000
				11	0.006	0.005	287.67 0.000
				12	0.005	0.004	290.90 0.000
				13	0.014	0.012	311.37 0.000
				14	0.006	0.005	315.81 0.000
				15	0.006	0.004	319.77 0.000
				16	0.008	0.006	326.47 0.000
				17	0.004	0.003	328.69 0.000
				18	0.005	0.004	331.71 0.000
				19	0.008	0.006	338.14 0.000
				20	0.006	0.005	342.73 0.000

ITUB4

Autocorrelation		Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
				1	-0.000	-0.000	0.0094
				2	0.000	0.000	0.0158 0.900
				3	0.001	0.001	0.0599 0.971
				4	0.000	0.000	0.0847 0.994
				5	0.000	0.000	0.0992 0.999
				6	0.000	0.000	0.1031 1.000
				7	0.000	0.000	0.1166 1.000
				8	0.000	0.000	0.1171 1.000
				9	0.000	0.000	0.1259 1.000
				10	0.000	0.000	0.1273 1.000
				11	0.000	0.000	0.1305 1.000
				12	0.001	0.001	0.2722 1.000
				13	0.000	0.000	0.2821 1.000
				14	0.000	0.000	0.2918 1.000
				15	0.000	0.000	0.3019 1.000
				16	0.000	0.000	0.3060 1.000
				17	0.000	0.000	0.3102 1.000
				18	0.000	0.000	0.3123 1.000
				19	0.000	0.000	0.3133 1.000
				20	0.001	0.001	0.3490 1.000

PETR4

Autocorrelation				Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
					1	-0.001	-0.001	0.2363
					2	0.004	0.004	2.3071 0.129
					3	0.004	0.004	4.4236 0.110
					4	0.003	0.003	5.6524 0.130
					5	0.004	0.003	7.0739 0.132
					6	0.003	0.003	8.0419 0.154
					7	0.003	0.003	8.8514 0.182
					8	0.002	0.002	9.3206 0.230
					9	0.001	0.001	9.4068 0.309
					10	0.002	0.002	9.6904 0.376
					11	0.001	0.001	9.7995 0.458
					12	0.002	0.002	10.128 0.519
					13	0.001	0.001	10.249 0.594
					14	0.001	0.001	10.424 0.659
					15	0.001	0.001	10.555 0.721
					16	0.001	0.000	10.586 0.781
					17	0.001	0.001	10.671 0.829
					18	0.001	0.001	10.909 0.861
					19	0.001	0.001	11.018 0.894
					20	0.000	0.000	11.018 0.923

VALE5

Autocorrelation				Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
					1	-0.002	-0.002	0.2485
					2	0.004	0.004	1.5920 0.207
					3	0.003	0.003	2.6192 0.270
					4	0.002	0.002	2.9395 0.401
					5	0.004	0.004	4.6134 0.329
					6	0.002	0.002	4.8958 0.429
					7	0.001	0.001	5.0004 0.544
					8	0.002	0.001	5.2469 0.630
					9	0.001	0.001	5.2884 0.726
					10	0.002	0.002	5.7958 0.760
					11	0.000	0.000	5.8215 0.830
					12	0.000	0.000	5.8419 0.884
					13	0.001	0.001	5.9333 0.919
					14	0.000	0.000	5.9360 0.948
					15	0.001	0.001	6.0543 0.965
					16	0.000	0.000	6.0724 0.979
					17	0.003	0.003	7.1510 0.970
					18	0.001	0.001	7.2374 0.980
					19	-0.000	-0.000	7.2391 0.988
					20	0.001	0.001	7.3363 0.992

APÊNDICE G: Efeitos de AR(1) e ARCH para os resíduos dos log retornos minuto a minuto

BBDC4

Heteroskedasticity Test: ARCH

F-statistic	0.711725	Prob. F(1,103931)	0.3989
Obs*R-squared	0.711734	Prob. Chi-Square(1)	0.3989

Test Equation:

Dependent Variable: WGT_RESID^2

Method: Least Squares

Date: 01/19/17 Time: 19:34

Sample (adjusted): 3 103935

Included observations: 103933 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.002218	0.031839	31.47803	0.0000
WGT_RESID^2(-1)	-0.002617	0.003102	-0.843638	0.3989

R-squared	0.000007	Mean dependent var	0.999602
Adjusted R-squared	-0.000003	S.D. dependent var	10.21555
S.E. of regression	10.21556	Akaike info criterion	7.485721
Sum squared resid	10846001	Schwarz criterion	7.485905
Log likelihood	-389004.7	Hannan-Quinn criter.	7.485777
F-statistic	0.711725	Durbin-Watson stat	1.999972
Prob(F-statistic)	0.398874		

CIEL3

Heteroskedasticity Test: ARCH

F-statistic	1.142943	Prob. F(1,101888)	0.2850
Obs*R-squared	1.142953	Prob. Chi-Square(1)	0.2850

Test Equation:

Dependent Variable: WGT_RESID^2

Method: Least Squares

Date: 01/26/17 Time: 17:54

Sample (adjusted): 3 101892

Included observations: 101890 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.003284	0.027192	36.89616	0.0000
WGT_RESID^2(-1)	-0.003349	0.003133	-1.069085	0.2850

R-squared	0.000011	Mean dependent var	0.999935
Adjusted R-squared	0.000001	S.D. dependent var	8.621986
S.E. of regression	8.621979	Akaike info criterion	7.146526
Sum squared resid	7574204.	Schwarz criterion	7.146713
Log likelihood	-364077.8	Hannan-Quinn criter.	7.146583
F-statistic	1.142943	Durbin-Watson stat	1.999920
Prob(F-statistic)	0.285034		

ÍNDICE IBOVESPA

Heteroskedasticity Test: ARCH

F-statistic	0.685485	Prob. F(1,109668)	0.4077
Obs*R-squared	0.685494	Prob. Chi-Square(1)	0.4077

Test Equation:

Dependent Variable: WGT_RESID^2

Method: Least Squares

Date: 01/19/17 Time: 19:52

Sample (adjusted): 3 109672

Included observations: 109670 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.002565	0.019854	50.49592	0.0000
WGT_RESID^2(-1)	-0.002520	0.003043	-0.827940	0.4077
R-squared	0.000006	Mean dependent var		1.000052
Adjusted R-squared	-0.000003	S.D. dependent var		6.497737
S.E. of regression	6.497746	Akaike info criterion		6.580806
Sum squared resid	4630260.	Schwarz criterion		6.580981
Log likelihood	-360856.5	Hannan-Quinn criter.		6.580859
F-statistic	0.685485	Durbin-Watson stat		1.984416
Prob(F-statistic)	0.407706			

ITUB4

Heteroskedasticity Test: ARCH

F-statistic	0.009414	Prob. F(1,104157)	0.9227
Obs*R-squared	0.009414	Prob. Chi-Square(1)	0.9227

Test Equation:

Dependent Variable: WGT_RESID^2

Method: Least Squares

Date: 01/19/17 Time: 20:11

Sample (adjusted): 3 104161

Included observations: 104159 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.003444	0.101365	9.899314	0.0000
WGT_RESID^2(-1)	-0.000301	0.003099	-0.097026	0.9227
R-squared	0.000000	Mean dependent var		1.003142
Adjusted R-squared	-0.000010	S.D. dependent var		32.69866
S.E. of regression	32.69882	Akaike info criterion		9.812574
Sum squared resid	1.11E+08	Schwarz criterion		9.812757
Log likelihood	-511031.9	Hannan-Quinn criter.		9.812630
F-statistic	0.009414	Durbin-Watson stat		2.000000
Prob(F-statistic)	0.922706			

PETR4

Heteroskedasticity Test: ARCH

F-statistic	0.236247	Prob. F(1,114767)	0.6269
Obs*R-squared	0.236251	Prob. Chi-Square(1)	0.6269

Test Equation:

Dependent Variable: WGT_RESID^2

Method: Least Squares

Date: 01/19/17 Time: 22:07

Sample (adjusted): 3 114771

Included observations: 114769 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.001972	0.042776	23.42352	0.0000
WGT_RESID^2(-1)	-0.001435	0.002952	-0.486053	0.6269
R-squared	0.000002	Mean dependent var		1.000537
Adjusted R-squared	-0.000007	S.D. dependent var		14.45696
S.E. of regression	14.45701	Akaike info criterion		8.180253
Sum squared resid	23986878	Schwarz criterion		8.180421
Log likelihood	-469417.7	Hannan-Quinn criter.		8.180303
F-statistic	0.236247	Durbin-Watson stat		1.999988
Prob(F-statistic)	0.626931			

VALE5

Heteroskedasticity Test: ARCH

F-statistic	0.248517	Prob. F(1,105486)	0.6181
Obs*R-squared	0.248521	Prob. Chi-Square(1)	0.6181

Test Equation:

Dependent Variable: WGT_RESID^2

Method: Least Squares

Date: 01/19/17 Time: 21:32

Sample (adjusted): 3 105490

Included observations: 105488 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.000858	0.045922	21.79481	0.0000
WGT_RESID^2(-1)	-0.001535	0.003079	-0.498514	0.6181
R-squared	0.000002	Mean dependent var		0.999324
Adjusted R-squared	-0.000007	S.D. dependent var		14.88134
S.E. of regression	14.88139	Akaike info criterion		8.238119
Sum squared resid	23360492	Schwarz criterion		8.238301
Log likelihood	-434509.4	Hannan-Quinn criter.		8.238174
F-statistic	0.248517	Durbin-Watson stat		1.999989
Prob(F-statistic)	0.618123			

APÊNDICE H: Resultados do método FGAMP para as janelas anteriores de 210 e 540 pontos – Série da CIEL3.

Gráficos Janelas (210,420); (210, 2100); (210,4200) – Lim 1 - CIEL3

Gráficos Janelas (540,420); (540, 2100) – Lim 1 - CIEL3

Parâmetros multifractais onde o modelo F-GAMP, obteve um VPP maior que 70%, Série CIEL3, Janela posterior 420 observações, Limiar 1%.

Parâmetro	Janela Anterior	Porcentagem real	F-GAMP	Porcentagem das janelas usadas	% acerto F-GAMP maior % real
8	300	57,41	72,09	1,42	25,58%
8	360	57,39	81,08	0,81	41,28%
11	420	57,38	72,16	1,51	25,76%
12	420	57,38	70,67	2,60	23,15%
31	420	57,38	71,40	2,14	24,44%
11	480	57,37	75,25	0,75	31,17%
12	480	57,37	73,91	1,71	28,84%
13	480	57,37	73,17	2,54	27,54%
31	480	57,37	75,43	1,19	31,49%
11	540	57,35	79,59	0,50	38,78%
12	540	57,35	74,78	1,17	30,39%
13	540	57,35	74,75	1,87	30,35%
31	540	57,35	80,26	0,81	39,95%

Em destaque valores do VPP maiores que 80%

Gráficos Janelas (210,420); (210, 2100); (210,4200) – Lim 2 - CIEL3

Gráficos Janelas (540,420); Lim 2 - CIEL3

Parâmetros multifractais onde o modelo F-GAMP, obteve um VPP maior que 50%, Série CIEL3, Janela posterior 420 observações, Limiar 2%.

Parâmetro	Janela Anterior	Porcentagem real	F-GAMP	Porcentagem das janelas usadas	% acerto F-GAMP maior % real
8	300	26,36	52,11	1,53	97,70%
8	360	26,38	60,49	0,83	129,32%
8	420	26,39	57,75	0,41	118,82%

Gráficos Janelas (210,420); (210, 2100); (210,4200) – Lim 3- CIEL3

Gráficos Janelas (540,420)– Lim 3 - CIEL3

Parâmetros multifractais onde o modelo F-GAMP, obteve um VPP maior que 40%, Série CIEL3, Janela posterior 420 observações, Limiar 3%.

Parâmetro	Janela Anterior	Porcentagem real	F-GAMP	Porcentagem das janelas usadas	% acerto F-GAMP maior % real
8	360	10,32	40,99	0,83	297,23%
8	420	10,32	41,43	0,42	301,44%

APÊNDICE I: Resultados do método FGAMP para as janelas anteriores de 210 e 540 pontos – Série do ITUB4.

Gráficos Janelas (210,420); (210, 2100); (210,4200) – Lim1 - ITUB4

Gráficos Janelas (540,420); (540, 2100) – Lim1 - ITUB4

Parâmetros multifractais onde o modelo F-GAMP, obteve um VPP maior que 75%, Série ITUB4, Janela posterior 420 observações, Limiar 1%.

Parâmetro	Janela Anterior	Porcentagem real	F-GAMP	Porcentagem das janelas usadas	% acerto F-GAMP maior % real
9	300	54,62	83,87	0,55	53,55%
30	300	54,62	84,31	0,52	54,36%
10	420	54,68	86,49	0,65	58,17%

Gráficos Janelas (210,420); (210, 2100); (210,4200) – Lim2 - ITUB4

Gráficos Janelas (540,420)– Lim2 - ITUB4

Parâmetros multifractais onde o modelo F-GAMP, obteve um VPP maior que 50%, Série ITUB4, Janela posterior 420 observações, Limiar 2%.

Parâmetro	Janela Anterior	Porcentagem real	F-GAMP	Porcentagem das janelas usadas	% acerto F-GAMP maior % real
10	420	31,48	53,28	0,65	69,27%

Gráficos Janelas (210,420); (210, 2100); (210,4200) – Lim3 - ITUB4

Gráficos Janelas (540,420) – Lim3 - ITUB4

Para as Janelas posteriores de 420 pontos, Limiar 3 do ITUB4, o Naive foi de aproximadamente 15% e não houve nenhum caso em que o F-GAMP foi maior do que 40%.

APÊNDICE J: Resultados do método FGAMP para as janelas anteriores de 210 e 540 pontos – Série do BBDC4.

Gráficos Janelas (210,420); (210, 2100); (210,4200) – Lim1 – BBDC4

Gráficos Janelas (540,420) – Lim1 - BBDC4

Parâmetros multifractais onde o modelo F-GAMP, obteve um VPP maior que 70%, Série BBDC4, Janela posterior 420 observações, Limiar 1%.

Parâmetro	Janela Anterior	Porcentagem real	F-GAMP	Porcentagem das janelas usadas	% acerto F-GAMP maior % real
8	210	56,54	78,64	1,41	39,09%
10	420	56,65	72,73	0,48	28,38%
11	420	56,65	72,02	1,54	27,13%
31	420	56,65	71,83	2,16	26,80%
33	480	56,69	70,77	11,07	24,84%
34	480	56,69	70,23	11,75	23,88%
41	480	56,69	70,54	2,80	24,42%

Gráficos Janelas (210,420); (210, 2100); (210,4200) – Lim2 – BBDC4

Gráficos Janelas (540,420) – Lim2 - BBDC4

Parâmetros multifractais onde o modelo F-GAMP, obteve um VPP maior que 50%, Série BBDC4, Janela posterior 420 observações, Limiar 2%.

Parâmetro	Janela Anterior	Porcentagem real	F-GAMP	Porcentagem das janelas usadas	% acerto F-GAMP maior % real
32	420	32,71	50,32	9,21	53,85%
41	420	32,71	55,31	3,26	69,08%
41	480	32,73	55,25	2,25	68,80%
41	540	32,75	57,69	1,84	76,16%

Gráficos Janelas (210,420); (210, 2100); (210,4200) – Lim3 – BBDC4

Gráficos Janelas (540,420); (540, 2100) – Lim3 - BBDC4

Parâmetros multifractais onde o modelo F-GAMP, obteve um VPP maior que 45%, Série BBDC4, Janela posterior 420 observações, Limiar 3%.

Parâmetro	Janela Anterior	Porcentagem real	F-GAMP	Porcentagem das janelas usadas	% acerto F-GAMP maior % real
41	540	16	49,54128	1,86	2,09633

APÊNDICE K: Resultados do método FGAMP para as janelas anteriores de 210 e 540 pontos – Série da PETR4.

Gráficos Janelas (210,420); (210, 2100); (210,4200) – Lim1 – PETR4

Gráficos Janelas (540,420); (540, 2100) – Lim1 - PETR4

Parâmetros multifractais onde o modelo F-GAMP, obteve um VPP maior que 75%, Série PETR4, Janela posterior 420 observações, Limiar 1%.

Parâmetro	Janela Anterior	Porcentagem real	F-GAMP	Porcentagem das janelas usadas	% acerto F-GAMP maior % real
10	300	62,74	77,41	1,17	23,39%
10	360	62,72	83,90	0,71	33,77%
11	360	62,72	76,21	1,67	21,51%
31	360	62,72	75,52	2,47	20,41%
31	420	61,7	75,59	1,61	20,55%
21	480	62,68	75,48	2,29	20,42%
31	480	62,68	78,09	0,89	24,58%
31	540	62,66	79,29	0,72	26,54%
41	540	62,66	78,34	1,66	25,02%

Gráficos Janelas (210,420); (210, 2100); (210,4200) – Lim2 – PETR4

v

Gráficos Janelas (540,420)– Lim2- PETR4

Parâmetros multifractais onde o modelo F-GAMP, obteve um VPP maior que 60%, Série PETR4, Janela posterior 420 observações, Limiar 2%.

Parâmetro	Janela Anterior	Porcentagem real	F-GAMP	Porcentagem das janelas usadas	% acerto F-GAMP maior % real
10	360	41,08	61,54	0,70	49,80%
21	420	41,05	61,05	3,63	48,72%
30	420	41,05	100,00	1,61	143,61%
31	420	41,05	62,28	7,24	51,72%
11	480	41,02	62,09	0,59	51,37%
31	480	41,02	65,48	0,90	59,63%

41	480	41,02	60,03	1,95	46,34%
31	540	40,98	61,98	0,72	51,23%

Gráficos Janelas (210,420); (210, 2100); (210,4200) – Lim3 – PETR4

Gráficos Janelas (540,420)– Lim3- PETR4

Parâmetros multifractais onde o modelo F-GAMP, obteve um VPP maior que 50%, Série PETR4, Janela posterior 420 observações, Limiar 3%.

Parâmetro	Janela Anterior	Porcentagem real	F-GAMP	Porcentagem das janelas usadas	% acerto F-GAMP maior % real
10	360	28,28	57,69	0,70	104,00%
31	420	28,24	51,35	1,62	81,84%
31	480	28,2	53,18	0,90	88,58%
31	540	28,16	51,20	0,72	81,84%

APÊNDICE L: Resultados do método FGAMP para as janelas anteriores de 210 e 540 pontos – Série da VALE5.

Gráficos Janelas (210,420); (210, 2100); (210,4200) – Lim1 – VALE5

Gráficos Janelas (540,420) – Lim1- VALE5

Parâmetros multifractais onde o modelo F-GAMP, obteve um VPP maior que 70%, Série VALE5, Janela posterior 420 observações, Limiar 1%.

Parâmetro	Janela Anterior	Porcentagem real	F-GAMP	Porcentagem das janelas usadas	% acerto F-GAMP maior % real
9	300	59,48	77,78	1,57	30,76%
10	360	59,51	78,26	1,11	31,51%
10	420	59,52	88,82	0,57	49,22%
11	420	59,52	70,41	1,86	18,30%
21	420	59,52	71,69	4,00	20,44%
11	480	59,52	77,51	0,96	30,23%
12	480	59,52	72,37	2,12	21,59%
13	480	59,52	70,23	3,13	17,99%
21	480	59,52	76,18	2,22	28,00%
22	480	59,52	71,06	3,52	19,39%
31	480	59,52	76,97	1,52	29,32%

11	540	59,55	80,53	0,70	35,23%
12	540	59,55	78,40	1,63	31,66%
13	540	59,55	71,34	2,50	19,80%
21	540	59,55	76,28	1,40	28,09%
22	540	59,55	72,01	2,59	20,92%
31	540	59,55	79,74	1,07	33,91%

Gráficos Janelas (210,420); (210, 2100); (210,4200) – Lim2 – VALE5

Gráficos Janelas (540,420); (540, 2100) – Lim2- VALE5

Parâmetros multifractais onde o modelo F-GAMP, obteve um VPP maior que 50%, Série VALE5, Janela posterior 420 observações, Limiar 2%.

Parâmetro	Janela Anterior	Porcentagem real	F-GAMP	Porcentagem das janelas usadas	% acerto F-GAMP maior % real
10	360	38,67	51,03	1,10	31,97%
10	420	38,7	63,12	0,55	63,10%
11	480	38,72	52,80	0,96	36,35%
12	480	38,72	51,02	2,11	31,77%
13	480	38,72	51,75	3,15	33,65%
21	480	38,72	51,73	2,23	33,60%

Gráficos Janelas (210,420); (210, 2100); (210,4200) – Lim3 – VALE5

Gráficos Janelas (540,420) – Lim3- VALE5

Não obtivemos janelas significativas para o limiar 3, considerando a janela posterior de 420 observações.