UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO E CONTABILIDADE DE
RIBEIRÃO PRETO
DEPARTAMENTO DE ADMINISTRAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ADMINISTRAÇÃO DE ORGANIZAÇÕES

LUIZ EDUARDO GAIO

Value at Risk no mercado financeiro internacional: Avaliação da performance dos modelos
nos países desenvolvidos e emergentes

ORIENTADOR: PROF. DR. TABAJARA PIMENTA JÚNIOR

RIBEIRÃO PRETO

2015

Prof. Dr. Marco Antonio Zago
Reitor da Universidade de São Paulo

Prof. Dr. Dante Pinheiro Martinelli
Diretor da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto

Profa. Dra. Sonia Valle Walter Borges de Oliveira
Chefe do Departamento de Administração

LUIZ EDUARDO GAIO

Value at Risk no mercado financeiro internacional: Avaliação da performance dos modelos
nos países desenvolvidos e emergentes

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em
Administração de Organizações da Faculdade de
Economia, Administração e Contabilidade de
Ribeirão Preto da Universidade de São Paulo, para
obtenção do título de Doutor em Ciências. Versão
Corrigida. A original encontra-se disponível no
Serviço de Pós-Graduação da FEA-RP/USP

ORIENTADOR: PROF. DR. TABAJARA PIMENTA JÚNIOR

RIBEIRÃO PRETO

2015

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

FICHA CATALOGRÁFICA

Gaio, Luiz Eduardo

Value at Risk no mercado financeiro internacional: Avaliação da performance dos modelos nos países desenvolvidos e emergentes. Ribeirão Preto, 2015.

171 p. : il. ; 30 cm

Tese de Doutorado, apresentada à Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto da Universidade de São Paulo (FEA-RP/USP). Área de concentração: Finanças

Orientador: Pimenta Júnior, Tabajara

1. Value at Risk. 2. Modelos GARCH. 3. Cópula. 4. Teoria de Valores Extremos. 5. Redes Neurais

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho aos meus pais, José Antônio Gaio (*in memória*) e Solange Carvalho Gaio, com amor, dedicação e gratidão pela compreensão, carinho, presença e incansável apoio ao longo do período de elaboração.

AGRADECIMENTOS

Diante do longo caminho percorrido e as dificuldades encontradas, resta-me os sinceros agradecimentos pelas colaborações de todas as pessoas que acompanharam este trabalho de forma direta ou indireta. Em especial, agradeço:

Ao prof. Dr. Tabajara Pimenta Júnior, orientador, grande amigo, o melhor professor de Finanças que tive a oportunidade de conhecer, e sem dúvida, o melhor professor que já tive em toda minha vida. Um exemplo de pessoa, tanto no meio acadêmico quanto na vida pessoal, com seu jeito espontâneo, sincero e carismático de ser. Taba, você é um exemplo para mim!

A minha esposa, Mayara de Fátima Campos, pelo apoio, dedicação, companheirismo e acima de tudo, paciência durante este período de estudo. Mesmo abrindo mão de momentos juntos, para dedicar ao doutorado, ela foi compreensiva. Pessoa a quem amo e escolhi passar o resto da minha vida. Mãe do meu filho Davi Campos Gaio, que está para nascer!

A minha família que sempre me apoiou e esteve presente nos momentos que mais precisei. Em especial aos meus pais Solange Carvalho Gaio, José Antônio Gaio (*in memória*) e irmão Leandro Carvalho Gaio que sempre me incentivaram a lutar pelos meus sonhos.

Aos amigos que fiz em Ribeirão Preto, em especial: Eduardo Garbes Cicconi, que me deu a oportunidade de ingressar na carreira de docência; Carlos Alberto Grespan Bonacim, pelo apoio na carreira; Marcelo Ambrozini, pelos ensinamentos na área de Finanças.

Aos amigos de Araras, Ivan Carlin Passos, que tem sido um irmão mais velho; Lucas Silvestre de Carvalho, pelo companheirismo desde a época de graduação; Eduardo Chaves, pelos ensinamentos de Brand Valuation; Marcelo Carrer, por me fazer entender um pouco mais do Complexo Agroindustrial; Fernando da Silva Pereira (Silper), com seu jeito nerd de ser; Fernando Soares, por me passar um pouco sobre a vivência bancária e Eduardo de Brito (Baiano), sempre disposto a passar seus conhecimentos sobre contabilidade.

Aos amigos de farra Luiz Paulo Nunes, André Ribeiro de Oliveira, José Marcos Dutra (Marquinho). Pelos momentos de descontração.

Agradeço as sugestões e críticas construtivas dos membros da banca de qualificação, Prof. Dr. Fabiano Guasti Lima e Prof. Dr. Marcelo Nagano.

Aos amigos do Programa de Pós-Graduação em Administração de Organizações da FEA-RP/USP, pelos momentos de risadas e companheirismo. Todos foram muito importantes e tornaram o curso mais agradável.

Aos amigos e alunos da FHO|Uniararas, FAAP, e FFCL de Ituverava a qual tive a oportunidade de trabalhar como docente. Em especial aos professores Willy, Mariângela, Luciana Spinpolo, Saulo e Mombuca.

Aos 30 novos Iir.'. da FALP. Em especial: André Cazeloto, Gustavo Bugalho, Claudio Miranda (Boca), Geraldo, Lucas, Luis Guilherme (Lugui), Luis Eduardo, Miqueias, Norival, Rafael (Barrigas), Aparecido (Cidinho), Ricardo e Alexandre.

A todos que me apoiaram e acreditaram em minhas conquistas.

*“A vida é complicada,
mas não desinteressante.”*

Jersy Neyman

RESUMO

GAIO, L. E. *Value at Risk no mercado financeiro internacional: Avaliação da performance dos modelos nos países desenvolvidos e emergentes* 2015, 171 p. Tese (Doutorado em Administração de Organizações) – Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto, Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto, 2015.

Diante das exigências estipuladas pelos órgãos reguladores pelos acordos internacionais, tendo em vistas as inúmeras crises financeiras ocorridas nos últimos séculos, as instituições financeiras desenvolveram diversas ferramentas para a mensuração e controle do risco inerente aos negócios. Apesar da crescente evolução das metodologias de cálculo e mensuração do risco, o Value at Risk (VaR) se tornou referência como ferramenta de estimação do risco de mercado. Nos últimos anos novas técnicas de cálculo do Value at Risk (VaR) vêm sendo desenvolvidas. Porém, nenhuma tem sido considerada como a que melhor ajusta os riscos para diversos mercados e em diferentes momentos. Não existe na literatura um modelo conciso e coerente com as diversidades dos mercados. Assim, o presente trabalho tem por objetivo geral avaliar os estimadores de risco de mercado, gerados pela aplicação de modelos baseados no Value at Risk (VaR), aplicados aos índices das principais bolsas dos países desenvolvidos e emergentes, para os períodos normais e de crise financeira, de modo a apurar os mais efetivos nessa função. Foram considerados no estudo os modelos VaR Não condicional, pelos modelos tradicionais (Simulação Histórica, Delta-Normal e t-Student) e baseados na Teoria de Valores Extremos; o VaR Condicional, comparando os modelos da família ARCH e Riskmetrics e o VaR Multivariado, com os modelos GARCH bivariados (Vech, Bekk e CCC), funções cópulas (t-Student, Clayton, Frank e Gumbel) e por Redes Neurais Artificiais. A base de dados utilizada refere-se as amostras diárias dos retornos dos principais índices de ações dos países desenvolvidos (Alemanha, Estados Unidos, França, Reino Unido e Japão) e emergentes (Brasil, Rússia, Índia, China e África do Sul), no período de 1995 a 2013, contemplando as crises de 1997 e 2008. Os resultados do estudo foram, de certa forma, distintos das premissas iniciais estabelecidas pelas hipóteses de pesquisa. Diante de mais de mil modelagens realizadas, os modelos condicionais foram superiores aos não condicionais, na maioria dos casos. Em específico o modelo GARCH (1,1), tradicional na literatura, teve uma efetividade de ajuste de 93% dos casos. Para a análise Multivariada, não foi possível definir um modelo mais assertivo. Os modelos Vech, Bekk e Cópula - Clayton tiveram desempenho semelhantes, com bons ajustes em 100% dos testes. Diferentemente do que era esperado, não foi possível perceber diferenças significativas entre os ajustes para países desenvolvidos e emergentes e os momentos de crise e normal. O estudo contribuiu na percepção de que os modelos utilizados pelas instituições financeiras não são os que apresentam melhores resultados na estimação dos riscos de mercado, mesmo sendo recomendados pelas instituições renomadas. Cabe uma análise mais profunda sobre o desempenho dos estimadores de riscos, utilizando simulações com as carteiras de cada instituição financeira.

Palavras-Chave: *Value at Risk*, Modelos GARCH, Cópula, Teoria de Valores Extremos, Redes Neurais

ABSTRACT

GAIO, L. E. Value at Risk in international finance: evaluation of the models performance in developed and emerging countries. 2015, 171 p. Thesis (Doctorate in Administration of Organization) – Faculty of Economy, Administration and Accountability of Ribeirão Preto, University of São Paulo, Ribeirão Preto, 2015.

Given the requirements stipulated by regulatory agencies for international agreements, in considering the numerous financial crises in the last centuries, financial institutions have developed several tools to measure and control the risk of the business. Despite the growing evolution of the methodologies of calculation and measurement of Value at Risk (VaR) has become a reference tool as estimate market risk. In recent years new calculation techniques of Value at Risk (VaR) have been developed. However, none has been considered the one that best fits the risks for different markets and in different times. There is no literature in a concise and coherent model with the diversity of markets. Thus, this work has the objective to assess the market risk estimates generated by the application of models based on Value at Risk (VaR), applied to the indices of the major stock exchanges in developed and emerging countries, for normal and crisis periods financial, in order to ascertain the most effective in that role. Were considered in the study models conditional VaR, the conventional models (Historical Simulation, Delta-Normal and Student t test) and based on Extreme Value Theory; Conditional VaR by comparing the models of ARCH family and RiskMetrics and the Multivariate VaR, with bivariate GARCH (VECH, Bekk and CCC), copula functions (Student t, Clayton, Frank and Gumbel) and Artificial Neural Networks. The database used refers to the daily samples of the returns of major stock indexes of developed countries (Germany, USA, France, UK and Japan) and emerging (Brazil, Russia, India, China and South Africa) from 1995 to 2013, covering the crisis in 1997 and 2008. The results were somewhat different from the initial premises established by the research hypotheses. Before more than 1 mil modeling performed, the conditional models were superior to non-contingent, in the majority of cases. In particular the GARCH (1,1) model, traditional literature, had a 93% adjustment effectiveness of cases. For multivariate analysis, it was not possible to set a more assertive style. VECH models, and Bekk, Copula - Clayton had similar performance with good fits to 100% of the tests. Unlike what was expected, it was not possible to see significant differences between the settings for developed and emerging countries and the moments of crisis and normal. The study contributed to the perception that the models used by financial institutions are not the best performing in the estimation of market risk, even if recommended by renowned institutions. It is a deeper analysis on the performance of the estimators of risk, using simulations with the portfolios of each financial institution.

Keywords: Value at Risk, GARCH models, Copula, Extreme Value Theory, Neural Networking

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Principais modelos utilizados	60
Tabela 2 - Países e índices da amostra	87
Tabela 3 - Janela para estimação do risco de mercado	90
Tabela 4 - Forma Funcional dos modelos de volatilidade	92
Tabela 5 - Carteiras bivariadas para análise	98
Tabela 6 - Forma funcional dos modelos GARCH Bivariados	99
Tabela 07 - Estatística descritiva, testes de estacionaridade, heteroscedasticidade e linearidade dos retornos dos índices das bolsas dos países desenvolvidos para o período normal.	108
Tabela 08 - Estimativas para os coeficientes de autocorrelação e autocorrelação parcial para os retornos e retornos quadráticos dos índices do países desenvolvidos. Período da amostra de 01 de janeiro de 1995 a 30 de dezembro de 2013.	111
Tabela 09 - Estatística descritiva, testes de estacionaridade, heteroscedasticidade e linearidade dos retornos dos índices das bolsas dos países desenvolvidos para o período da crise de 1997.....	112
Tabela 10 - Estimativas para os coeficientes de autocorrelação e autocorrelação parcial para os retornos e retornos quadráticos dos índices do países desenvolvidos no período da crise de 1997. Período da amostra de 01 de julho de 1997 a 30 de dezembro de 1998.	113
Tabela 11 - Estatística descritiva, testes de estacionaridade, heteroscedasticidade e linearidade dos retornos dos índices das bolsas dos países desenvolvidos para o período da crise de 2008.....	114
Tabela 12 - Estimativas para os coeficientes de autocorrelação e autocorrelação parcial para os retornos e retornos quadráticos dos índices do países desenvolvidos no período da crise de 2008. Período da amostra de 01 de julho de 2007 a 30 de dezembro de 2008.	114
Tabela 13 - Estatística descritiva, testes de estacionaridade, heteroscedasticidade e linearidade dos retornos dos índices das bolsas dos países emergentes para o período normal.	116
Tabela 14 - Estimativas para os coeficientes de autocorrelação e autocorrelação parcial para os retornos e retornos quadráticos dos índices dos países emergentes. Período da amostra de 01 de janeiro de 1995 a 30 de dezembro de 2013.	118
Tabela 15 - Estatística descritiva, testes de estacionaridade, heteroscedasticidade e linearidade dos retornos dos índices das bolsas dos países emergentes para o período da crise de 1997.	119
Tabela 16 - Estimativas para os coeficientes de autocorrelação e autocorrelação parcial para os retornos e retornos quadráticos dos índices dos países emergentes no período da crise de 1997. Período da amostra de 01 de julho de 1997 a 30 de dezembro de 1998.	120
Tabela 17 - Estatística descritiva, testes de estacionaridade, heteroscedasticidade e linearidade dos retornos dos índices das bolsas dos países emergentes para o período da crise de 2008.	120
Tabela 18 - Estimativas para os coeficientes de autocorrelação e autocorrelação parcial para os retornos e retornos quadráticos dos índices dos países emergentes no período da crise de 2008. Período da amostra de 01 de julho de 2007 a 30 de dezembro de 2008.	121

Tabela 19 - Estatística de Teste LR para as estimativas do Value at Risk não condicional aplicado aos retornos dos índices dos países desenvolvidos em períodos normais e crise.....	122
Tabela 20 - Estatística de Teste LR para as estimativas do Value at Risk não condicional aplicado aos retornos dos índices dos países emergentes em períodos normais e crise.	125
Tabela 21 - Estatística de Teste LR para as estimativas do Value at Risk condicional aplicado aos retornos dos índices dos países desenvolvidos em períodos normais e crise.	128
Tabela 22 - Estatística de Teste LR para as estimativas do Value at Risk condicional aplicado aos retornos dos índices dos países emergentes em períodos normais e crise.....	130
Tabela 23 - Comparação dos modelos adequados para estimativa do VaR ao nível de 5% nos diferentes países	132
Tabela 24 - Comparação dos modelos adequados para estimativa do VaR ao nível de 1% nos diferentes países	132
Tabela 25 - Comparação dos modelos adequados para estimativa do VaR ao nível de 5% nos diferentes períodos	134
Tabela 26 - Comparação dos modelos adequados para estimativa do VaR ao nível de 1% nos diferentes períodos	135
Tabela 27 - Ativos e pesos das três carteiras estimadas para o calculo dos risco de mercado.....	136
Tabela 28 - Estatística de Teste LR para as estimativas do Value at Risk Multivariado aplicado aos retornos das carteiras dos países desenvolvidos em períodos normais e crise.	137
Tabela 29 - Estatística de Teste LR para as estimativas do Value at Risk Multivariado aplicado aos retornos das carteiras dos países emergentes em períodos normais e crise.....	139
Tabela 30 - Comparação dos modelos adequados para estimativa do VaR Multivariado ao nível de 5% nos diferentes países	141
Tabela 31 - Comparação dos modelos adequados para estimativa do VaR Multivariado ao nível de 1% nos diferentes países	141
Tabela 32 - Comparação dos modelos adequados para estimativa do VaR Multivariado ao nível de 5% nos diferentes períodos	142
Tabela 33 - Comparação dos modelos adequados para estimativa do VaR Multivariado ao nível de 1% nos diferentes períodos	142

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Apresentação gráfica do Value at Risk de um investimento.....	31
Figura 2 - Cópula Normal com correlação 0,95	75
Figura 3 - Cópula t-student com correlação 0,95 e 2 g.l.....	75
Figura 4 - Cópula de Clayton com parâmetro teta igual a 0,8	76
Figura 5 - Cópula de Frank com parâmetro lambda igual a 18	77
Figura 6 - Cópula de Gumbel com parâmetro delta igual a 5.....	78
Figura 7 - Neurônio Biológico	79
Figura 8 - Modelo de neurônio artificial	79
Figura 9 - Rede neural: (a) com camada única (b) com múltiplas camadas	82
Figura 10 - Fluxograma da pesquisa.....	91
Figura 11 - Fluxograma do VaR Condicional	94
Figura 12 - Fluxograma do VaR Condicional	95
Figura 13 - Arquitetura da Rede Neural	101

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	16
1.1 Problema de pesquisa.....	20
1.2 Objetivos.....	20
1.3 Hipóteses.....	20
1.4 Contribuição do estudo.....	22
1.5 Descrição dos Capítulos.....	23
2. REVISÃO DA LITERATURA.....	24
2.1 O conceito de Risco Financeiro.....	25
2.2 O Risco de Mercado e o Comitê da Basileia.....	27
2.3 Value at Risk (VaR).....	29
2.4 Síntese da Revisão Bibliográfica.....	55
2.5 Modelos de Volatilidade.....	61
2.6 Teoria de Valores Extremos (TVE).....	66
2.7 Modelos Multivariados.....	69
2.8 Teoria de Cópula.....	72
2.9 Redes Neurais Artificiais.....	78
3. ASPECTOS METODOLÓGICOS.....	86
3.1 Natureza da Pesquisa.....	86
3.2 Dados da pesquisa.....	86
3.3 Análise dos dados.....	88
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	108
4.1 Estatística Descritiva.....	108
4.2 Análise do Value at Risk Não Condicional.....	122
4.3 Análise do Value at Risk Condicional.....	127
4.4 Comparação entre os modelos de Value at Risk.....	132
4.5 Análise do Value at Risk Multivariado.....	136
4.6 Comparação entre os modelos de Value at Risk Multivariado.....	140
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	143

REFERÊNCIAS	147
-------------------	-----

1. INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas o tema risco vem sendo bastante discutido no mercado financeiro. As origens sobre sua discussão remontam a década de 1970 com o crescimento da indústria financeira e aumento de volatilidade dos mercados. A popularização do mercado de capitais possibilitou o crescimento exponencial do volume de negócios em Bolsa. O que antes era restrito às instituições financeiras, passou ao conhecimento do público, aumentando a exposição dos investimentos aos seus riscos inerentes.

Dentre os marcos temporais da origem do aumento da preocupação global com os riscos associados às operações financeiras, Jorion (2001) aponta a mudança no sistema de taxas cambiais, do modelo fixo para o flutuante em 1971; a crise do Petróleo em 1973, que causou uma elevação nas oscilações da taxa de juros; a segunda-feira negra de 1987, com a queda de 23% no principal índice do mercado de ações dos EUA; a crise do Japão em 1989, que ocasionou a queda dos preços das ações do país, queda esta marcada pelo declínio do índice Nikkei de 39 mil pontos para 17 mil; a crise do sistema monetário europeu, em 1992, que causou a interrupção da unificação econômica e monetária dos países da Europa; o desastre do Títulos Norte Americanos em 1994, causado pelas baixas dos juros pelo *Federal Reserve Bank* (FED), dos EUA (a posterior elevação dos juros por seis períodos consecutivos ocasionou uma perda financeira global de US\$ 1,5 trilhão); a crise Asiática de 1997, que reduziu em aproximadamente 75% a capitalização em dólar das ações da Indonésia, Coreia, Malásia e Tailândia; a crise de Crédito na Rússia em 1998, gerada pela inadimplência no país, o que culminou em uma crise global na época (merece destaque a quase falência de um grande *hedge fund*, o Long Term Capital Management, relatado pela Veja (1998); a crise econômica de 2001 e 2002 na Argentina pelo endividamento do país e estabilização da moeda frente ao dólar americano; por último, a crise de 2008 a 2013, que ainda se faz sentir, pela crise de crédito culminada pela falência dos tradicionais bancos de investimento Lehman Brothers, Merrill Lynch e a seguradora AIG. No Brasil as companhias Sadia, Aracruz Celulose e Votorantim anunciaram perdas bilionárias.

Os desastres financeiros no período, vistos pelas falências de grandes corporações e liquidações de algumas instituições financeiras, muitos deles causados pela insuficiência dos sistemas de gestão de risco e conscientização da necessidade de adoção de medidas regulatórias por parte dos países, motivaram a criação de um Comitê de Supervisão Bancária, denotado por Comitê da Basileia, originalmente chamado de *Basel Committee on Banking Supervision*, órgão consultivo do Banco de Pagamentos Internacionais (*Bank for International*

Settlements - BIS). O comitê, criado em 1974 pelos presidentes dos bancos centrais dos países pertencentes ao G-10, na época, visava discutir questões relacionadas a indústria financeira e emite diversas diretrizes e padrões de solvência e de liquidez para as instituições financeiras do mundo. Desde sua criação, foi responsável por promover encontros entre os principais países e estabelecer três acordos, que ficaram conhecido pelos nomes Basileia I, II e III. O Basileia I, de 1988, estabeleceu a estrutura de cálculo dos fundos mínimos das instituições para fazer controlar o risco de crédito. Este acordo foi estendido em 1996 para incluir controles sobre o risco de mercado. O Basileia II, de 2004, fixou três pilares e 25 princípios básicos sobre contabilidade financeira. E o Basileia III, publicado em 2010, que criou um conjunto de reformas para regulamentação dos bancos, incentivada pela Crise do Subprime em 2008 (BIS, 2013).

Diante das exigências estipuladas pelos órgãos reguladores, pautados nos acordos internacionais, as instituições financeiras desenvolveram diversas ferramentas para a mensuração e controle do risco inerente aos mercados, utilizando-se de um *background* estatístico e matemático. A incorporação de profissionais da área quantitativa no mercado ocorreu de forma rápida. Conforme descreve o professor Shiller (2011) em uma de suas aulas na Universidade de Yale, existem mais profissionais de matemática e estatística trabalhando no mercado financeiro norte americano do que com a própria matemática e estatística.

De acordo com Jorion (2001) a evolução dos instrumentos de gestão de risco teve início na década de 30 com a criação das *durations* para títulos de renda fixa. Nas décadas de 50 e 60 desenvolveu-se uma teoria para o controle de risco em carteiras de investimento, com os modelos de média e variância de Markowitz (Markowitz, 1952) e os modelos de precificação ativos (CAPM – Capital Asset Pricing Model) de William Sharpe (Sharpe, 1961), ambos os pesquisadores laureados com o prêmio Nobel em 1990 pelas pesquisas na área de risco. Já nos anos 70, Ficher Black e Myron Scholes desenvolvem métricas de precificação de opções, com as conhecidas gregas (Black e Scholes, 1973). Nesta mesma década, a precificação de opções é generalizada para modelos binomiais. Myron Scholes foi também laureado com o prêmio Nobel em 1997 pelas pesquisas com precificação de opções, junto com Robert Merton. Na década de 80, as próprias instituições financeiras desenvolveram uma abordagem de cálculo de retorno ajustado ao risco, conhecida como RAROC, para seu próprio controle. Porém, foi nos anos 90 que a modelagem de cálculo de risco começou a tomar corpo, principalmente na área de risco de crédito e risco de mercado, com a criação a utilização dos testes de estresse nos retornos dos investimento e estimação do

risco máximo (*Value at Risk*). Na área de risco de crédito, desta década, desenvolveram-se os modelos CreditMetrics e CreditRisk+, e a integração dos risco de crédito e de mercado. Todos os instrumentos criados por instituições financeiras. Nas últimas décadas, os modelos de risco foram estendidos para o mundo corporativo. As empresas passaram a adaptar as metodologias para estimação do risco de mercado buscando minimizar sua exposição, como é o caso dos modelos de *Cash Flow at Risk* (CFaR) que mensura o risco nas oscilações do fluxo de caixa das empresas.

Apesar da crescente evolução das metodologias de cálculo e mensuração do risco, o *Value at Risk* (VaR), desenvolvido da década de 90 pelo Banco norte americano J.P.Morgan, se tornou referência como ferramenta de estimação do risco de mercado, como apontado por Jorion (2001). O VaR reflete a perda máxima que um investimento pode obter em um determinado prazo, a um determinado nível de confiança. Nos últimos anos o VaR se tornou uma exigência pelas instituições financeiras internacionais, como forma de mapear e avaliar o risco inerente. Jorion (2001) e Crouhy, Galai e Mark (2004) apontam esta metodologia como uma poderosa ferramenta de estimação do risco de uma carteira, porém com limitações no tratamento dos retornos. Segundo Dowd e Blake (2006) e Matz (2005), a metodologia inicial do VaR não é capaz de ajustar retornos não normais, com assimetria e leptocurtose presente. Diante disto, diversos outros modelos foram desenvolvidos para minimizar os erros de estimação gerados pelo primeiro modelo do VaR.

Novas técnicas de cálculo do *Value at risk* (VaR) vêm sendo desenvolvida para estimar o risco de mercado. De forma geral, os estudos se concentram em duas classes de modelos: A primeira utilizando-se de uma metodologia paramétrica para estimar a volatilidade condicional do mercado denominada pela literatura por VaR Condicional. A segunda, por meio de metodologias não-paramétricas da volatilidade não-condicional, estimando-se o VaR não-condicional. Tanto a primeira quanto a segunda metodologia possuem suas limitações de cálculo.

As metodologias iniciais do VaR estimavam o risco sobre três modelos clássicos, o VaR histórico, Monte-Carlo e a abordagem de variância-covariância. Como apontado por Huang *et al* (2009), tais modelos apresentavam problemas computacionais quando se aumentava o número de ativos em uma carteira. Essas abordagens tradicionais assumiam que a distribuição dos retornos seguia um comportamento normal. Porém, na realidade isso não ocorre. A distribuição dos ativos em geral tem caudas mais pesadas do que as distribuições

normais. Assim, surgiu a necessidade de se criar modelos mais robustos que capturassem estas distorções do retorno.

O problema levantado da normalidade poderia levar a uma estimativa de VaR inadequada. Para superar isso, os pesquisadores utilizaram três linhas de pesquisas da estatística moderna. A primeira, pautada na Teoria de Valores Extremos (*Extremal Value Theory* ou EVT), cujas origens na área de risco encontram-se nos estudos de Danielsson e Vries (1997). A segunda, sobre a ótica de previsibilidade da volatilidade condicionada ao tempo, utilizando-se das análises de séries temporais heteroscedásticas, com o trabalho pioneiro de Robert Engle (Engle, 1982), laureado com o prêmio Nobel em 2003, pelo feito. E por fim, abordando o conceito na forma multivariada, pelas recentes pesquisas de cópulas, aplicadas inicialmente por Nelsen (1999). Cópula em particular tornou-se recentemente uma nova ferramenta, geralmente aplicada na área financeira, como gestão de riscos, alocação de carteira, precificação de derivativos, e assim por diante.

Apesar das diversidades de modelos para estimação do risco, a literatura não contempla aquele que melhor se ajusta a cada mercado no mundo, principalmente para momentos de crise. Geralmente os estudos acadêmicos fazem comparações simplistas dentro da mesma metodologia, mudando apenas as modelagens da volatilidade ou os estimadores, como exemplo.

Pela inexistência de um modelo definitivo, o próprio mercado faz uso de ferramentas mais simplistas do VaR, priorizando a rapidez de resposta e não qualidade dos ajustes dos riscos. Um exemplo disso é o caso dos bancos HSBC e Santander, que utilizam no Brasil o modelo de Simulação Histórica, a Caixa Econômica Federal com o modelo Delta Normal e o BNDES com o modelo EWMA, conforme ilustram os Relatórios de Gestão de Riscos das instituições, Santander (2012), HSBC (2012), CAIXA (2012) e BNDES (2013). Pelas metodologias simplistas, os dados são subestimados, colocando a instituição em risco. Isso compromete a gestão efetiva que prega o Acordo da Basiléia no seu terceiro Pilar.

A relevância desta tese consiste justamente em desenvolver e apresentar um estudo comparativo de diversas métricas de estimação do VaR para o cálculo do risco de mercado, capaz de revelar a ferramenta ideal para estimação do risco de mercado em instituições financeiras, tanto para os momentos de crise quanto em tempos normais. Será utilizada uma abordagem para mercados emergentes e desenvolvidos, para os períodos de crise e sem crise.

1.1 Problema de pesquisa

A principal pergunta norteadora do trabalho é: Diante das exigências de controle do risco de mercado, conforme estabelece o regulamento das instituições financeiras (Acordo da Basileia), e tendo em vista os diversos estimadores de *Value at Risk* (VaR) presentes na literatura acadêmica, qual aquele que melhor estima o risco de mercado para países desenvolvidos e emergentes, tanto em períodos de crises financeiras globais quanto fora deles? Na prática, a resposta para esta pergunta permitirá que as instituições financeiras tenham um estimador robusto para o risco de mercado, conforme exigências impostas por órgão reguladores.

1.2 Objetivos

O presente trabalho tem por objetivo geral avaliar os estimadores de risco de mercado, gerados pela aplicação de modelos baseados no *Value at Risk* (VaR), aplicados aos índices das principais bolsas dos países desenvolvidos e emergentes, para os períodos normais e de crise financeira, de modo a apurar os mais efetivos nessa função.

Especificamente, pretende-se avaliar o risco de mercado utilizando-se de três grupos de modelos, conforme segue:

- VaR não-condicional - Testar os estimadores de VaR pelos modelos tradicionais: VaR Simulação Histórica, VaR Delta-Normal, VaR t-student, e mais robusta, por meio da Teoria dos Valores Extremos;
- VaR condicional - Avaliar a capacidade preditiva do VaR utilizando os modelos de volatilidade da classe ARCH e o modelo *Riskmetrics*;
- VaR Multivariado - Testar três formas de estimação do VaR de uma carteira; pelos modelos GARCH multivariados (Bekk, Vech e CCC), pelas funções de cópulas (t-Student, Clayton, Frank e Gumbel) e por modelos de Redes Neurais.

Os estimadores de riscos de mercado serão testados para momentos normais e crise financeira, aplicados aos índices das principais bolsas dos países desenvolvidos e emergentes.

1.3 Hipóteses

Com base no problema já definido, a presente pesquisa visa testar nove hipóteses, separadas nas classes A, B, C e D, conforme se segue:

As hipóteses da classe A dizem respeito às estimativas do *Value at Risk* não-condicional:

- **H_{1A}:** Estimadores baseados na Teoria de Valores Extremos têm melhor desempenho na avaliação do *Value at risk* não-condicional, se comparado aos tradicionais VaR Simulação Histórica, VaR Delta-Normal e VaR t-student.
- **H_{2A}:** A distribuição GEV com r-maiores apresenta-se como melhor ajuste para os modelos baseados na Teoria de Valores Extremos.

As hipóteses da classe B correspondem aos modelos para o cálculo do VaR condicional:

- **H_{1B}:** Os modelos da classe ARCH, em especial os de Potência Assimétrica e memória longa, são superiores para estimação do VaR Condicional, principalmente se comparados ao modelo *Riskmetrics* e outros modelos tradicionais.
- **H_{2B}:** Modelos ARCH com potência assimétrica são melhores para estimativas do VaR do que os demais tradicionais.
- **H_{3B}:** O modelo *Riskmetrics* não terá bom desempenho para a estimativa do VaR.

A hipótese da classe C corresponde aos modelos VaR de uma carteira de investimento. Uma estimativa multivariada do risco de mercado.

- **H_{1C}:** As funções baseadas em cópulas, mais recentes na literatura, têm desempenho superior aos modelos GARCH multivariados (Vech, BEKK e CCC) e Redes Neurais.

As hipóteses da classe D dizem respeito às estimações do VaR nas três classes, levando em consideração os aspectos de países emergentes e desenvolvidos e crises financeiras.

- **H_{1D}:** Quando comparado as duas classes de *Value at Risk*, não-condicional, condicional, o VaR condicional pelos modelos ARCH é superior aos demais, tanto para países emergentes, quanto desenvolvidos;

- **H_{2D}**: Tendo em vista o efeito contágio e interdependência entre os países do mundo, não serão percebidas diferenças significativas entre os estimadores de risco para países desenvolvidos e emergentes;
- **H_{3D}**: Pelo instabilidade do mercado em momentos de crise os estimadores de risco em momentos normais são diferentes dos períodos de crise financeira. Porém, os modelos serão os mesmos, havendo somente, mudanças nos parâmetros.

1.4 Contribuição do estudo

A contribuição do presente estudo está sustentada em três aspectos:

I - Aspecto Quantitativo - Pelo caráter quantitativo da pesquisa, o estudo visa testar modelos estatísticos para a estimação do risco de mercado. Dessa forma, a contribuição essencial está no método estatístico utilizado para estimação do VaR. Por meio da pesquisa será possível determinar qual a melhor métrica de estimação. Na seção 2, será apresentado uma síntese dos trabalhos já realizados que comparam metodologias de estimação do VaR. Observa-se que em sua maioria os estudos focam em metodologias similares. Por exemplo, alguns trabalhos testam diferentes modelos de volatilidade condicional, outros apenas com a teoria de Valores Extremos etc. Já este, possui um caráter mais abrangente, pois testa diferentes metodologias com diversas métricas distintas, transitando no ramo das volatilidades condicionais, tanto com modelos de memória curta quanto longa, passando pelos Valores Extremos, transitando na área computacional de inteligência artificial com as Redes Neurais Artificiais até finalizar com metodologias mais recentes aplicadas à área de finanças como é o caso da teoria de Cópulas.

II - Aspecto Mercadológico - Apesar da característica quantitativa, que é o foco prioritário da pesquisa, de que adiantaria o teste de modelos de risco de mercado aplicado a um único país, uma vez que as exigências internacionais são válidas a todas as nações do mundo. Se o estudo, de ampla aplicação, não contemplasse as diferentes realidades, pouco seria útil na literatura acadêmica. Assim, este trabalho busca a validação de modelos de risco aplicados aos principais mercados no mundo, desde os mais desenvolvidos que corresponde a 40% do PIB mundial, de acordo com os dados do FMI (IMF, 2013), aos países emergentes, com uma fatia de 22% do PIB mundial. Se somar a produção destes países - desenvolvidos e emergentes - tem-se os países com mais de 60% da produção/negociação internacional. Além

da validação, será possível uma análise comparativa das métricas de riscos para as diferentes localidades, uma vez que se trata de mercados distintos, apesar de interdependentes. Geralmente, as instituições financeiras não calibram seus modelos para sua realidade, mas utiliza-se de métricas já tradicionais e modelos predeterminados, o que prejudica a qualidade dos ajustes. Assim, a pesquisa estabelecerá a melhor métrica de risco para países desenvolvidos e emergentes.

III - Aspecto Temporal - Tendo em vista as diferenças regionais, o caráter temporal também deve ser levando em consideração na análise do risco. Já é de conhecimento dos gestores que a utilização dos mesmos modelos sem levar em consideração o momento, principalmente em épocas de alta volatilidade, pode subestimar os riscos inerentes. Os relatórios financeiros reportam uma estimativa de risco menor do que realmente pode vir a acontecer, aumentando a exposição ao risco das instituições financeiras. Dessa forma, um estudo que aborda o VaR em épocas de crise possibilitará o conhecimento sobre o melhor modelo a se utilizar nestas épocas. Haja visto que o erro na estimação de um número, aparentemente simples, pode causar sérias mudanças na tomada de decisão de investimento. Poucos são os estudos que exploram esta característica, conforme poderá ser observado na seção 2. Geralmente os pesquisadores preferem desconsiderar os *outliers* (retornos fora do normal), pela dificuldade de estimação dos parâmetros. Porém, este é um estudo desafiador, por priorizar, em alguns momentos, somente os dados que estão fora do normal. Afinal, eles fazem parte do cotidiano do mercado.

1.5 Descrição dos Capítulos

Dando sequência ao capítulo introdutório, no segundo capítulo é apresentada a revisão da literatura sobre o tema que rege a gestão de risco financeiro, para dar os subsídios para pesquisa. A revisão de literatura é separada em duas seções.

Na primeira seção são apresentados os conceitos de risco, cunhados pelos principais autores da área. Posteriormente são apresentados a definição de Risco de Mercado e a teoria que rege o *Value at Risk*. Tem-se também às exigências legais dos órgãos reguladores, os modelos mais utilizados pelos bancos nacionais e internacionais. Por fim, será apresentado a descrição conceitual em uma forma cronológica da evolução dos modelos de cálculo do VaR, desde os mais tradicionais até os mais robustos. Serão definidos os métodos de cálculo de

VaR, discutindo-se as especificidades de cada método e apresentando suas características estatísticas e econometrias de aplicação.

A seção também apresenta uma revisão de estudos já realizados sobre o tema *Value at Risk*, na busca de demonstrar o estado da arte das pesquisas já realizadas. Será apresentada uma síntese dos estudos publicados em periódicos de impacto, descrito em uma forma cronológica. A seção é subdividida em tópicos por modelos de estimação do VaR sob forma geral, utilizando os modelos de volatilidade condicional da classe ARCH, pautados na Teoria de Valores Extremos, funções Cópulas e Redes Neurais.

O terceiro capítulo refere-se à metodologia a ser empregada no estudo, descrevendo a natureza da pesquisa, tipo e método de estudo, instrumento de coleta e análise dos dados e um descritivo passo a passo da análise dos resultados. É neste capítulo que são apresentados os dados a serem utilizados, os passos necessários para se atingir o objetivo proposto e as ferramentas estatísticas necessárias para inferir os resultados necessários.

No quarto capítulo são apresentados os resultados da pesquisa empírica. Este capítulo é dividido em três tópicos. O primeiro com os resultados da estimação do VaR Não Condicional. O segundo com as análises do VaR Condicional. O terceiro e último com os resultados do VaR Multivariado.

No quinto e último capítulo tem-se as considerações finais do estudo. Nele são reapresentados os objetivos do trabalho, confrontados as hipóteses do estudos, demonstrada a contribuição da pesquisa, limitações e sugestões para futuros trabalhos.

2. REVISÃO DA LITERATURA

Este capítulo é separado em duas seções. A primeira apresenta os conceitos da gestão de risco no mercado financeiro mundial, englobando os tipos de risco aplicados em instituições financeiras, a história da gestão de risco, exigências legais impostas por órgãos reguladores no mundo, legislação nacional criada pelo Banco Central do Brasil e os modelos desenvolvidos para estimação do risco de mercado em específico, incluindo um descritivo dos modelos e técnicas estatísticas empregadas. A segunda seção apresenta uma revisão dos estudos acadêmicos realizados sobre o tema que permeia o risco de mercado, descritos em um contexto histórico e separados por métodos e modelos matemáticos e estatísticos empregados para a estimação.

2.1 O conceito de Risco Financeiro

Risco Financeiro é um conceito que possui variadas definições, dadas por diferentes autores. Para Damodaran (2009) o termo risco é uma combinação entre "perigo" e "oportunidade". Representa tanto o lado do risco de perda, quanto o lado da oportunidade de ganhos superiores. Já Best (1998) aponta que o risco só tem um verdadeiro significado: o da perda; na medida em que resulta em perda financeira, direta ou indiretamente. Para Reilly e Norton (2008) o risco é a chance de não se atingir as metas de investimento, dada a incerteza dos retornos, ou seja, dada a volatilidade dos retornos no tempo.

Jorion (1997) aponta que as organizações estão expostas a três tipos de risco: o risco do negócio, vinculados as instituições que desejam adquirir uma vantagem competitiva e criar valor aos acionistas; o risco estratégico, influenciado geralmente pelas mudanças no ambiente econômico; e o risco financeiro, relacionado às variações inesperadas nos preços dos ativos no mercado financeiro.

Considerando-se os autores nacionais, Assaf Neto (2008) define risco como o grau de incerteza associado a um acontecimento. Securato (2007) coloca que o risco está ligado a probabilidade de ocorrência do evento gerador da perda ou da incerteza; e Kimura *et al.* (2009), em um conceito mais geral, comentam que o risco financeiro está relacionado a potenciais perdas no caixa de uma instituição, devido às flutuações ou volatilidade de preços de ativos e passivos.

De forma geral, entende-se, portanto, que o risco está ligado a dois parâmetros básicos: as mudanças ocorridas e a incerteza. Mudanças, principalmente no valor dos ativos financeiro. Quanto maiores às oscilações de valor (ou preço), maiores serão os riscos envolvidos. E incerteza, que se relaciona tanto ao não cumprimento do pagamento, quanto à capacidade de liquidação do ativo.

Assim, a maioria dos autores pesquisados assume que os riscos financeiros podem ocorrer de quatro formas, conforme descrito por J.P. Morgan (1996):

- a) Risco de mercado - corresponde ao risco de perda resultante de uma variação do valor dos bens transacionáveis;
- b) Risco de crédito – referente ao risco das perdas financeiras devido ao não cumprimento de contratos por uma das partes; neste caso, as perdas referem-se aos recursos que não serão recebidos;
- c) Risco operacional – é o risco por possíveis perdas atrelado às eventuais falhas de sistemas e/ou de controles inadequados;

- d) Risco de liquidez – ocorre quando um ativo ou instrumento financeiro não pode ser vendido com relativa rapidez, sem que haja fortes prejuízos. Ou quando uma das partes resolva antecipar o fechamento de uma posição, acarretando na venda de parte de seus ativos;

Além dos quatro tipos básicos de risco, Saunders (1996) acrescenta outros cinco possíveis riscos financeiros:

- a) Risco da Variação de Taxa de Juros – atrelado ao refinanciamento ou re-investimento ocorrido pela variação na taxa de juros considerada na precificação dos ativos financeiros. Este risco é especialmente relevante nas operações das instituições financeiras, dados seus volumes, frequência e abrangência;
- b) Risco de Mercado – risco derivado das flutuações dos preços dos ativos investidos. Quanto mais voláteis forem os preços dos ativos, maiores serão os riscos de mercado;
- c) Risco de Crédito – é o risco associado ao não pagamento integral dos fluxos financeiros pertinentes às operações no mercado financeiro;
- d) Risco de Operações fora do Balanço – risco incorrido na aquisição de ativos e passivos condicionais. Diz-se que uma atividade está fora do Balanço quando não aparece no balanço patrimonial corrente, pois não houve a posse de um direito ou emissão de obrigação;
- e) Risco Tecnológico e Operacional – é o risco de que a implantação de algum elemento tecnológico não produza uma economia desejada e o risco existente provindo de uma falha no sistema;
- f) Risco de Câmbio – risco de perda devida as flutuações da taxa de câmbio, geralmente incorridos quando se possui operações que envolvam diferentes moedas;
- g) Risco Soberano – é um tipo mais sério de risco de crédito, geralmente em operações internacionais com ativos cujos preços são diretamente influenciados por decisões governamentais. Este risco pode também ser denominado de risco país;
- h) Risco de Liquidez – é um risco incorrido quando os credores de uma instituição financeira resolvem liquidar suas posições em pouco tempo, levando a organização a negociar seus ativos a preços baixos;

- i) Risco de Insolvência – é o risco de perdas quando os recursos próprios da instituição são insuficientes para encobrir perdas provenientes de variações de taxas de juros, preços de mercado, crédito, operações fora do balanço, riscos tecnológicos, cambiais, soberanos e de liquidez.

Best (1998) acrescenta mais um risco, não descrito por Saunders (1996), o Risco de Reputação – relacionado a perdas financeiras ocasionadas a baixa reputação da instituição.

O risco é um conceito muito amplo na literatura financeira, estando presente em diversas operações no mercado, seja na compra, na venda, ou manutenção de títulos financeiros. Para todos os casos, o risco está ligado à possibilidade ou probabilidade de perdas relacionadas às incertezas que cercam um investimento.

Com a ocorrência mais frequente de crises financeiras globais, desde o início do último fenômeno de globalização financeira, a necessidade de se criar mecanismos de controle do risco envolvido se tornou mais do que uma forma de gestão efetiva, mas uma obrigatoriedade para instituições financeiras. Os acordos internacionais tornam possível este aprimoramento. Dois tipos de risco têm se mostrado mais críticos para o equilíbrio do sistema financeiro internacional nas últimas crises: o risco de crédito e o de mercado. Eles têm sido o foco dos órgãos reguladores nos últimos anos.

2.2 O Risco de Mercado e o Comitê da Basileia

O risco de mercado, conceituado como as possíveis variações dos preços de um ativo, pode ser descrito em duas formas, conforme exposto por Duarte Júnior (2005): A primeira relaciona-se ao risco de mercado absoluto, sem referência a um *benchmark*. Por exemplo: Qual a perda máxima de investimento em um determinado prazo? Nota-se que não existe menção a um índice usado como *benchmark*. Esta forma de referência para a administração é utilizada por gestores que se preocupam com a preservação do capital investido. Fundos de investimento com administração ativa devem acompanhar e mensurar os riscos mediante o uso de medidas de riscos de mercado absoluto, independente do *benchmark* adotado para aferição de seu desempenho. A ferramenta mais comum para mensuração do risco absoluto é o *Value at Risk*, conforme exposto na próxima seção. A segunda forma é o risco de mercado relativo, que se relaciona ao controle do risco com base no comportamento de um *benchmark*. Um exemplo seria: Quanto um fundo de investimento pode perder em comparação a um *benchmark*? Esta referência para a gestão de risco é importante principalmente quando se tem

investimentos indexados. O gestor deve ficar atento aos riscos envolvidos nos indexadores, para mensurar o risco de mercado do investimento.

Além dos riscos absolutos e relativos, Jorion (2001) aponta também que o risco de mercado pode ser interpretado sob dois segmentos:

- Risco direcional - Trata de exposições à direção dos movimentos das variáveis financeiras. Esta exposição pode ser mensurada por ajustes lineares, como o *beta* para o caso de ações, *duration* para taxa de juros e *delta* para exposições de ativos provindos de opções;
- Risco não-direcional - Trata dos demais riscos, que consiste em exposições não lineares. Por exemplo, exposições quadráticas e de segunda ordem são medidas pela convexidade para taxa de juros e *gamma* para opções.

Na década de 90, eventos como a falência do Banco Baring, na Inglaterra, em 1995, o prejuízo de US\$ 1,3 bilhão no caso da Metallgesellschaft, em 1993, as perdas de US\$ 1,8 bilhão pelo Condado de Orange, o rombo do Banco Daiwa, no Japão, de US\$1,1 bilhão, entre outros, foram exemplos reais de perdas bilionárias pela falta de controle do risco de mercado. (JORION, 2001)

Diante desses eventos catastróficos, o Comitê da Basileia - comitê internacional de supervisão bancária – propôs, em 1996, uma emenda ao Acordo da Basileia de 1988, conhecido como Basileia I, incorporando o risco de mercado como fator a ser gerido pelas instituições financeiras. Essa iniciativa foi fundamental para que os Bancos Centrais criassem emendas regulatórias nos países. No caso do Brasil, o Banco Central criou em 1994 a resolução nº 2099 que alinhou as exigências da Basileia I com as regras nacionais. Esta resolução sofreu oito atualizações até os dias atuais, dando origem a seis novas resoluções complementares: nº 2212/1995, nº 2262/1996, nº 2283/1996, nº2301/1996, nº 2302/1996 e nº 2396/1997.

O Comitê da Basileia, desde quando foi criado, teve por objetivo o estabelecimento de padrões internacionais para que os órgãos reguladores, principalmente os bancos centrais dos países signatários, tivessem os insumos necessários para resguardar o mercado frente aos riscos peculiares à indústria financeira.

O Acordo Basileia I, de 1988, definiu três conceitos: capital regulatório, fatores de ponderação de risco dos ativos e índice mínimo de cobertura do risco de crédito (que se tornou conhecido como Índice Basileia). A emenda de 1996 cunhou os aspectos: ampliação dos controles sobre riscos incorridos pelos bancos, extensão dos requisitos para a definição do

capital mínimo exigido, incorporando risco de mercado e possibilidade de utilização de modelos internos na mensuração dos riscos.

O Acordo Basiléia II, de 2004, propôs uma flexibilidade na exigência de capital e maior abrangência ao fortalecimento da supervisão bancária. Para estimular a transparência e governança, foram definidos três pilares:

- Pilar I - Fortalece a estrutura de capital;
- Pilar II - Estimula a adoção de melhores práticas de gestão de risco;
- Pilar III - Fortalecimento da disciplina de mercado.

O Acordo Basiléia III divulga orientações sobre a estrutura de capital, alavancagem e liquidez das instituições financeiras. No Brasil, o Banco Central, por meio do Comunicado 20.615 de 2011, divulgou orientações preliminares e cronograma relativos à implantação das recomendações do Comitê acerca da estrutura de capital, requerimentos e liquidez.

Seguindo as exigências internacionais, o Banco Central brasileiro lançou a circular nº 3.478 de 2009 que estabeleceu os requisitos mínimos e os procedimentos para o cálculo, por meio de modelos internos de risco de mercado, do valor diário referente ao Patrimônio de Referência Exigido. Nesta resolução, o Banco Central estabeleceu o *Value at Risk* (VaR) como ferramenta de risco de mercado.

Na próxima seção, são apresentados os conceitos do VaR e métodos de cálculo.

2.3 Value at Risk (VaR)

O risco de mercado ocorre pelas variações dos preços dos ativos no decorrer do tempo, gerando as incertezas com os valores futuros. Quanto maiores as oscilações dos retornos de um investimento, mais elevado será o risco de mercado inerente a este. Este risco é válido para todo o mercado financeiro mundial, seja ele nos preços de ações, opções, debêntures no mercado de capitais, nas cotações de commodities no mercado agrícola, nas cotações de moedas internacionais, nos títulos dos governos, nos ativos do mercado monetário, nos juros do mercado de crédito etc.

A resolução 3464 do Banco Central do Brasil definiu risco de mercado como a possibilidade de ocorrência de perdas resultantes da flutuação nos valores de mercado de posições detidas por uma instituição financeira, o que inclui os riscos das operações sujeitas à variação cambial, das taxas de juros, dos preços de ações e dos preços de mercadorias (*commodities*). A medida mais robusta para controle das flutuações dos valores apontados

pelos órgãos regulares do mercado financeiro é o *Value at Risk* (VaR), no Brasil também denominado por muitos de Valor em Risco.

O VaR é uma medida que estima a perda máxima esperada de um ativo, em um período de tempo pré estabelecido, em um dado intervalo de confiança (ou probabilidade de ocorrência). Segundo Jorion (1997), o VaR é um valor que representa, para uma carteira ou ativo, a perda máxima esperada proveniente dos riscos de mercado para um período de tempo estabelecido e com uma probabilidade de ocorrência. Com sua aplicação o gestor de risco procura prever, com algum grau de confiabilidade estatística, a variação máxima do valor de mercado de uma carteira num dado intervalo de tempo, geralmente este período é necessário para efetuar a liquidação da posição. O VaR é um método de mensuração de risco que utiliza técnicas estatísticas robustas, bastante utilizadas em outras áreas. Best (1998) simplifica o conceito dizendo que o VaR é a quantidade máxima de dinheiro que pode ser perdido de uma carteira em um determinado tempo.

A Figura 1 ilustra facilmente o VaR de um investimento hipotético. Imagine um investimento que proporcione, em um determinado período, 100 retornos. Sejam eles positivos ou negativos. Se for escolhido um grau de confiança de 95%, então, de um total de 100 retornos, separa-se os cinco piores retornos do período, gerando uma amostra de 95 valores. O VaR será o pior retorno desta amostra reduzida. No exemplo, da Figura 1, o VaR será de - 4%. Assim, a perda esperada para este investimento, na condição mais extrema de risco, é de quatro pontos percentuais do valor investido. Se considerado um investimento de \$200 milhões, por exemplo, a perda máxima será de \$ 8 milhões.

Figura 1 - Apresentação gráfica do Value at Risk de um investimento

Pelo exemplo apresentado é fácil notar que quanto maior for o intervalo de confiança, maior será a perda máxima (VaR). Se a volatilidade dos retornos se elevarem no tempo sem o devido ajuste e re-estimação do VaR, maiores serão as incertezas sobre o VaR estimado. O VaR não apresentará um valor que reflita a realidade do mercado. A estimativa do VaR se torna espúria, na medida em que se assume um período longo de projeção.

Assim, de acordo com Kimura *et al* (2009) existem três características relevantes, a serem consideradas, sobre o cálculo do VaR:

- A estimativa de perda máxima – o VaR representa uma das principais técnicas estatísticas para se estimar a perda máxima potencial;
- O horizonte de tempo – refere-se ao período de projeção do VaR. Geralmente o VaR não é muito adequado para estimativas de horizontes de tempo muito longos. Trata-se de uma medida de risco em curto prazo;
- O grau de confiança – Reflete o nível de confiança desejado para as estimativas de VaR.

Foi pensando nestes detalhes, que o Acordo da Basiléia estabeleceu alguns parâmetros de análise e cálculo do VaR. A norma fixou o intervalo de confiança em 99% e 95% para o período de 1 (um) dia útil, ou para algumas instituições, 1 (um) mês. A volatilidade dos retornos deve ser calculada por uma medida robusta e a apuração do risco deve ser avaliada por medidas de estresse.

A maior parte dos gestores de risco adota a periodicidade diária para o cálculo do VaR e determina, portanto, a perda máxima para um dia. O VaR diário é chamado de *Dayly Earnings at Risk* (DEAR).

Kimura *et at* (2009) aponta que embora seja bastante usual utilizar-se do VaR para previsões de 1 (um) dia, as características de mercado ou da carteira de investimento podem fazer com que o horizonte de tempo seja prolongado para mais dias. A exemplo de um investimento em ativos *hedgeados* com pouca liquidez, em que os gestores precisam estimar o risco inerente em um período superior a 1 (um) dia. Neste caso, um VaR com prazo maior, supondo cinco dias para a instituição desfazer a posição, seria mais apropriado para avaliar o risco de sua carteira. Este maior horizonte de tempo refletiria de maneira mais adequada as características da carteira.

Apesar de apresentar-se simples a estimativa do VaR, trata-se de uma abordagem complexa, demandando profundo conhecimento na área de matemática e estatística. A

previsão assertiva do risco de mercado dependerá de boas previsões das flutuações futuras dos retornos do ativo. Assim, diversas abordagens vêm sendo desenvolvidas para estimação do risco, pautadas em modelos de previsão de volatilidade.

De acordo com Jorion (1997) e Li (1999), para avaliação do *Value at Risk* é necessário que se tenha um completo conhecimento das distribuições dos dados. A identificação do comportamento da série em que se está manipulando definirá qual a metodologia a ser trabalhada para aquele tipo de distribuição.

O VaR pode ser classificado de diversas formas. Segundo Jorion (2001), elas podem ser divididas em dois grupos, metodologia de avaliação local e avaliação plena. Já Crouhy *et al* (2004) dividem os modelos de VaR em: os paramétricos, baseados na estimação dos parâmetros de uma distribuição teórica, e os não-paramétricos, onde a distribuição é construída por meio da utilização de cenários.

A divisão mais coerente e usual é a classificação por VaR condicional e não-condicional, considerada neste trabalho. O VaR condicional refere-se ao quantil da distribuição condicional do processo, dada a volatilidade passada. Os modelos mais conhecidos para esta versão são: *RiskMetrics* e VaR estimado por modelos da classe ARCH. Já o VaR não-condicional é o quantil da distribuição marginal do processo. Os mais utilizados são: VaR por Simulação Histórica, VaR Delta Normal, VaR por simulação Monte Carlo e VaR pela Teoria de Valores Extremos.

2.3.1 *Value at Risk*, o início das pesquisas

O *Value at Risk* se tornou pauta nos estudos da área de finanças desde as exigências impostas às instituições financeiras bancárias em se estimar o risco de mercado. O movimento inicial se deu com o lançamento do pacote *Riskmetrics* em 1994, pela equipe de gestão de risco do J.P.Morgan. A partir daí, despertou aos pesquisadores o interesse e testarem a real acurácia do modelo proposto pelo J.P. Morgan, que se tornou referência pelas instituições até os dias atuais.

Como dito anteriormente, o termo VaR, cunhado em 1993 pelo G-30, foi difundido por instituições financeiras e se tornou o nome usual nas pesquisas científicas. O trabalho de Stambaugh (1996) foi o primeiro a usar o termo VaR. Seu autor, Fred Stambaugh era gestor de risco no Chase Manhattan Bank por ocasião da publicação. O trabalho descreve modelos de estimação do VaR. Na época, havia apenas os modelos de variância/covariância,

Simulação histórica e por Simulação de Monte Carlo. Stambaugh (1996) não apresenta nenhum estudo empírico sobre o tema, apenas uma revisão dos métodos e formas de aplicação.

Mais tarde Chen (1997) mostrou a importância da utilização do VaR para o cálculo do risco de mercado aplicado a operações com derivativos. Em seu artigo, ele fornece algumas orientações sobre a medição adequada de valor justo de mercado e risco de posições de derivativos dos bancos. Correta avaliação do valor de mercado e risco, argumentando ser essencial para o controle interno e regulação externa.

Henney e Keers (1998) apresentaram de forma clara a aplicabilidade do VaR como estimador de risco no setor elétrico dos Estados Unidos. No trabalho os autores contextualizam o VaR com a metodologia de variância/covariância e simulação histórica, que para época, era a mais utilizada para estimação do risco em Bancos. Dos trabalhos acadêmicos analisados, este está entre os primeiros com a estimação por Delta Normal.

2.3.2 Value at Risk não-condicional

Quatro abordagens básicas são utilizadas para calcular o VaR não-condicional. Apesar de terem o mesmo objetivo, os princípios e modelagem são completamente diferentes.

2.3.2.1 Método Delta-Normal

De acordo com Cordeiro (2009), o modelo delta-normal é uma forma simples de estimar o VaR. Assume que as distribuições dos preços dos ativos seguem uma distribuição log-normal, o que faz com que os retornos desse ativo tenham distribuição normal. De acordo com Crouhy *et al* (2004), como a distribuição normal é caracterizada por seus dois primeiros momentos, o VaR pode ser calculado com base na média e variância do retorno da carteira, que dependem da composição da carteira e da distribuição conjunta dos fatores de risco a que ela está exposta.

Para a estimação é necessário que a distribuição dos retornos seja transformada para normal padrão, com média zero e desvio padrão um, por meio da expressão $Z = \frac{R^* - \bar{R}}{\sigma}$, onde Z assume um valor negativo.

Considerando o quantil Z^* da distribuição normal, para o qual a probabilidade c se situa à sua esquerda, pode ser ajustado numa distribuição com média μ e desvio padrão σ , para obter o retorno crítico R_t^* :

$$R_t^* = -Z^* \sigma + \mu \quad (01)$$

Substituindo-se o valor por R_t^* na expressão (01) obtêm-se o *Value at Risk* paramétrico-normal dado por:

$$VaR = W_o (-Z^* \sigma) \quad (02)$$

onde W é o montante inicial investido.

Assumindo-se que os retornos seguem um comportamento independente e identicamente distribuído (i.i.d.) com distribuição normal, o VaR é estimado apenas pela multiplicação do desvio-padrão da carteira, por um fator relativo ao nível de confiança

2.3.2.2 Método da Simulação Histórica

O Método da Simulação Histórica é uma abordagem mais simples para estimar o VaR de um investimento e não requer o uso de parâmetros estatísticos. De acordo com Kimura *et al* (2009) a simulação histórica, supõe que os retornos passados representam a distribuição de probabilidade sobre o futuro. Assim, é levantado os retornos dos ativos do passado para projetar o VaR futuro.

O cálculo é simples. Imagine uma carteira formada por um único ativo. Considerando r_t o retorno no instante t . Para um intervalo de confiança de 95%, o VaR será o retorno que está no percentil inferior correspondente ao quantil de 5% da cauda esquerda da distribuição. Em um exemplo simples, se analisar 100 retornos, o VaR será o 5º menor retorno, considerando o intervalo de 95%.

Apesar de simplista, este método apresenta algumas limitações. A pressuposição de que o passado reflete o comportamento futuro dos retornos se torna enviesado na medida em que se tem momentos de turbulência no mercado financeiro. Este problema ocorre da falta de adaptabilidade das estimativas, gerado pela incapacidade de perceber as mudanças estruturais

no mercado financeiro, causados pelas mudanças de regimes cambiais, instabilidade decorrente da desregulamentação de um determinado mercado etc.

O VaR estimado é extremamente sensível à janela utilizada para a construção da distribuição empírica do investimento e a inclusão ou não de períodos em que ocorreram grandes *outliers* ou de longos períodos de pouca oscilação nos retornos produzem grandes diferenças nos resultados. Principalmente quando o VaR é estimado em níveis baixos de significância (menores que 1%).

Jorion (2001) aponta outras críticas ao Método de Simulação Histórica, como o problema da escolha do horizonte de tempo de análise. Se o gestor optar por poucas observações do passado, o modelo ficará suscetível a grandes erros de estimação. Por outro lado, se o horizonte de tempo escolhido for grande, eventos antigos e de pouca relevância podem distorcer o cálculo do VaR.

2.3.2.3 Método t-Student

As distribuições t-Student se ajustam melhor aos retornos de séries financeiras uma pelo comportamento da distribuição. Geralmente, os retornos do mercado financeiros possuem excesso de curtose, com valores acima de 3, proporcionando uma formação leptocúrtica para sua distribuição de probabilidade. A distribuição t-Student se diferencia da Normal neste sentido. Segue um comportamento mais leptocúrtico, com a estatística da curtose superior a 3.

Com a mesma lógica de cálculo do VaR Delta-Normal, o VaR t-Student considera que o quantil Z^* da expressão 01 segue uma distribuição de t-Student com ν graus de liberdade, dado que a probabilidade c se situará à sua esquerda para obter os retornos críticos R_t^* .

O VaR t-Student será dado conforme expressão:

$$VaR = W_o(-T^* \cdot \sigma) \quad (03)$$

onde T^* é o quantil da distribuição t-Student com ν graus de liberdade.

2.3.2.4 VaR pela Teoria de Valores Extremos

O VaR pela Teoria dos Valores Extremos é um dos métodos mais robustos para estimação do risco, pois possibilita apurá-lo com o número restrito de dados e não necessita

de uma distribuição dos retornos como pressuposto. Conforme Arraes e Rocha (2006) a TVE contribuiu para o aprimoramento dos modelos VaR por concentrar-se em ajustar a distribuição apenas dos valores extremos da variável aleatória. A TVE é um importante estimador de perdas máximas em momentos de instabilidade financeira.

O risco de mercado é estimado por meio da modelagem da distribuição dos máximos da série de retornos original. Porém, esta distribuição pode ser considerada como Generalizada, no qual contempla as distribuições de Gumbel, Weibull e Fréchet, denominada de Distribuição de Valores Extremos Generalizada (GEV), ou Generalizada de Pareto (GPD). A descrição de cada distribuição será apresentada nas seções a seguir.

De acordo com Mendes (2004), considerando $G_{\xi,\mu,\sigma}$ a função de distribuição limite para os máximos, p a probabilidade desejada e n o número de retornos de análise, o VaR pela TVE será dado por:

$$VaR = G_{\xi,\mu,\sigma}^{-1}((1-p)^n) \quad (04)$$

Os estudos sobre a aplicação da TVE para o cálculo do VaR serão apresentados nas seções posteriores.

2.3.2.5 VaR Não condicional - Síntese dos estudos realizados

As pesquisas de *Value at Risk* se iniciam nos anos 90, principalmente os estimadores não-condicionais tradicionais, como VaR Normal, VaR Histórico, VaR Delta Normal e extensões, conforme estudos citados anteriores. A evolução do risco não-condicional ocorreu pautado na Teoria de Valores Extremos. Os trabalhos de *Value at Risk* utilizando modelos não condicionais, na literatura, concentram em sua maioria na área de Teoria de Valores Extremos. A seguir são apresentados alguns dos principais estudos de VaR estimados por meio da TVE.

McNeil (1998), entre os pioneiros na área de TVE aplicado a finanças, realizou um estudo considerando a estimativa dos quantis na cauda da distribuição marginal da série financeira de retorno utilizando métodos estatísticos de valores extremos. McNeil propôs uma metodologia simples para quantificar os valores extremos, com dez ou vinte anos as perdas. A distribuição utilizada no estudo foi a GEV corrigido pelo índice extremal τ aplicado aos retornos da BMW nos anos de 1973 a 1996. Apesar de não ter sido um estudo comparativo,

os resultados evidenciaram o bom ajuste do modelo GEV com índice de ajuste, principalmente aplicado a análise de risco.

Cerca de dois anos depois, McNeil e Frey (2000) propuseram um método alternativo para estimar o *Value at Risk* e as medidas de riscos relacionados ao mercado financeiro. A abordagem combina o ajuste da volatilidade pelo modelo GARCH e Teoria dos Valores Extremos. A modelagem dos valores extremos foi feita pela distribuição de GPD. Os dados utilizados foram os índices S&P500, DAX, cotações das ações da BMW e cotação do dólar americano, no período de 1960 a 1993. Assumiu-se a distribuição GPD para a TVE. Por meio do *backtesting* da série histórica retorno diário foi possível observar que a melhor estimativa do VaR foi pelo método condicional.

Ho *et al* (2000) realizou uma pesquisa semelhante ao McNeil (1998) aplicando a modelagem GEV da teoria dos valores extremos para estimação dos riscos nos índices de ações dos países do oriente. A amostra se constituiu de séries históricas de retornos dos índices dos mercados de ações do Japão (Nikkei 225), Taiwan, Coreia, Indonésia e Malásia, no período de 1984 a 1996. O estudo revelou que a modelagem do risco pela teoria de valores extremos mostrou-se mais precisa em comparação com as tradicionais. Os resultados revelaram que a distribuição normal subestimava o VaR obtido.

No trabalho de Gençay, *et al* (2003) o desempenho da teoria de valores extremos no cálculo do VaR foi comparado com os resultados de outras técnicas de modelagem bem conhecidas, tais como GARCH, variância-covariância e método de simulação histórica aplicado aos mercados de ações. Os modelos estudados foram classificados em dois grupos. O primeiro grupo consistiu de GARCH(1,1) e GARCH(1,1) com distribuição t-Student. O outro grupo foi composto por simulação histórica, a abordagem Var-Cov, adaptável a distribuição generalizada de Pareto (GPD) e modelos não adaptativos GPD. Os dados utilizados foram os retornos do principal índice do mercado de ações de Istambul, referentes ao período de 1987 a 2001. As previsões de quantis de GARCH (1, 1) mostraram-se bem mais voláteis em relação às previsões de quantis GPD. Isso fez com que o modelo GPD pudesse ser considerado uma ferramenta de previsão mais robusta, sendo mais prático para ser implementado e tendo um desempenho mais regular para as medidas de VaR.

Silva e Mendes (2003) realizaram um estudo com o objetivo de utilizar a Teoria do Valor Extremo para analisar dez índices de mercados acionários da Ásia, identificando qual o tipo de valor extremo e distribuição assintótica se encaixava melhor aos acontecimentos históricos extremos de mercado. Os testes empíricos indicaram que as distribuições dos

retornos não são caracterizadas pela normalidade e que os mínimos e os máximos das séries de retornos podiam ser modelados de forma satisfatória dentro de um quadro de valores extremos. A amostra compreendeu os retornos dos índices de ações dos mercados da China, Índia, Japão, Indonésia, Coreia, Malásia, Singapura, Filipinas, Taiwan e Tailândia, referentes ao período de 1990 a 1999. Os resultados indicaram que o método de estimativa de VaR pelo valor extremo mostrava-se como uma abordagem mais conservadora para determinar os requisitos de capital do que os métodos tradicionais.

Na mesma ideia de Gençay *et al* (2003), Gençay e Selçuk (2004) investigaram o desempenho relativo do Value at Risk aplicado aos mercados de ações de nove países considerados emergentes. Os autores utilizaram a abordagem de valores extremos, comparados aos modelos tradicionais de variância-covariância e simulação histórica para gerar estimativas de VaR e fornecer as previsões de cauda de retornos diários no 0.999 percentil. Os dados da pesquisa foram as séries históricas de retornos dos principais índices dos mercados acionários do Brasil, Argentina, Hong Kong, Indonésia, Coreia do Sul, México, Singapura, Taiwan e Turquia, no período de 1973 a 2000. Para a estimativa de extremos utilizou-se a distribuição GPD. Os resultados indicaram que as estimativas de VaR baseado na TVE são mais precisas nos quantis mais elevados. De acordo com parâmetros da distribuição generalizada de Pareto estimadas, alguns momentos das distribuições dos retornos não existem para alguns dos índices. Além disso, as distribuições diárias dos retornos mostraram diferentes propriedades em suas caudas direita e esquerda, o que sugeria que os riscos não eram equiprováveis nessas economias.

Já Brooks *et al* (2005) compararam diferentes modelos de valor extremos para determinar o VaR de três contratos futuros da LIFFE, trabalhando com cotações referentes ao período de 1991 a 1997. Foi proposta uma abordagem semi-paramétrica, onde os eventos extremos eram modelados utilizando a distribuição generalizada de Pareto e as condições normais de mercado capturadas pela função de distribuição empírica. Os valores de VaR desta abordagem foram comparados com os de padrão não-paramétrico, com uma abordagem que considera índice extremal, e com aqueles calculados a partir de inicialização a densidade incondicional e inicialização a partir de um GARCH(1,1). Os resultados indicaram que, para uma amostra de teste, a abordagem do valor extremo semi-paramétrico proposto produziu resultados superiores aos de outros métodos, mas que a técnica de índice para cauda também apresentava resultados consistentes.

Outra pesquisa bem ampla e interessante foi a de Bekiros e Georgoutsos (2005), em que se realizou uma avaliação comparativa do desempenho preditivo de vários modelos de *Value at Risk* (VaR). Ênfase especial foi dada a duas metodologias relacionadas com a Teoria de Valores Extremos (TVE): os *Peaks Over Threshold* (POT) e os *Blocks Maxima* (BM). O estudo foi aplicado sobre séries históricas de retornos dos dólares americanos, do índice Dow Jones e do índice acionário da Bolsa de Chipre, com a intenção de comparar o desempenho das várias técnicas de estimação em mercados com diferentes capitalização e práticas comerciais. A amostra compreendeu o período de 1997 a 2002. O período de 2001 a 2002 foi reservado para o *backtesting*. Os resultados reforçavam os de estudos anteriores, segundo os quais, em níveis muito elevados de confiança, a metodologia baseada na TVE produz as previsões mais precisas de perdas extremas.

No ano seguinte, voltado ao mercado de eletricidade, Chan e Gray (2006) realizaram um estudo que propôs o uso de modelos autorregressivos baseados na TVE como estimadores do VaR no mercado de energia elétrica. Segundo os autores, a desregulamentação recente nos mercados de eletricidade tem aumentado a importância da gestão de riscos. A avaliação do VaR nos mercados da eletricidade é sem dúvida mais difícil do que nos mercados financeiros tradicionais, porque as características do mercado resultam em uma distribuição incomum de retornos. Efeitos como sazonalidade são presentes nestes mercados. A teoria de valores extremos (TVE) foi adotada para modelar explicitamente as caudas da distribuição de retorno. O estudo envolveu séries históricas de retornos diários dos mercados de eletricidade da Austrália, Escandinávia, Canadá, Nova Zelândia e Estados Unidos, referentes ao período de 1999 a 2004. Comparado aos resultados obtidos com a aplicação de outros modelos paramétricos e abordagens baseadas em simulação histórica simples, o modelo baseado em TVE proposto funcionou bem na previsão do VaR. No geral, os resultados foram animadores em sugerir que o modelo baseado em TVE proposta é uma técnica útil na previsão de VaR nos mercados da eletricidade.

Também na área de energia, porém aplicado a mercado de petróleo, Marimoutou *et al.* (2009) realizaram uma análise comparativa de modelos de VaR aplicando a TVE tanto sob modelos incondicionais quanto condicionais para prever Value at Risk. Os resultados destes modelos foram comparados com os resultados obtidos com outras técnicas de modelação conhecidas, tais como GARCH, Simulação histórico e Simulação Histórica filtrada. Os dados da amostra correspondiam às séries históricas de retornos diários do preço do Petróleo Brent e WTI, referentes ao período entre 1984 e 2006. Os resultados evidenciaram que a TVE

condicional e procedimentos de simulação histórica filtrados ofereciam uma estimativa melhor em relação aos métodos convencionais. Além disso, o modelo GARCH(1,1)-t forneceu resultados igualmente bons, que eram comparáveis aos resultados de dois procedimentos combinados. Finalmente, os resultados confirmaram a importância do processo de filtragem para o sucesso das abordagens padrão.

Um estudo semelhante ao proposto neste trabalho foi realizado por Dimitrakopoulos *et al* (2010), que investigaram a questão da quantificação do risco de mercado das carteiras de ações em países emergentes e desenvolvidos em períodos de crise e pós-crise. Os modelos da TVE foram comparados aos tradicionais de simulação histórica e Monte Carlo. Foram utilizados na amostra os retornos históricos dos índices de ações das bolsas de 16 países emergentes (Argentina, Brasil, Chile, Colômbia, México, Venezuela, Índia, Indonésia, Malásia, Filipinas, Coreia do Sul, Tailândia, Taiwan, China, Hungria e Turquia) e quatro desenvolvidos (EUA, Reino Unido, Alemanha, Japão), referentes ao período de 1999 a 2002. Os resultados indicaram que, apesar das diferenças documentadas entre mercados emergentes e desenvolvidos, os modelos de VaR de maior sucesso eram comuns para ambas as classes de ativos. Além disso, no caso das carteiras de ações dos mercados emergentes, a maioria dos modelos de VaR produziam previsões de risco conservadoras, em contraste com carteiras de ações de mercados desenvolvidos, onde a maioria dos modelos subestimava o VaR realizado. Estimar o VaR durante os períodos de crise financeira parece ser uma tarefa difícil, especialmente no caso dos mercados emergentes. Modelos de VaR parecem ser menos afetados em períodos de crise, no caso de mercados desenvolvidos. O desempenho dos modelos paramétricos VAR melhora durante o período pós-crise devido à inclusão de eventos extremos na amostra de estimação.

Com a evolução da TVE, Cifter (2011) apresentou um estudo com a teoria do valor extremo baseado em *wavelet* para a estimativa do VaR univariado. Wavelets e EVT foram combinados para a previsão da volatilidade para estimar um modelo híbrido. Na primeira etapa, *wavelets* foram usadas como um limiar de distribuição generalizada de Pareto, e na segunda fase, TVE foi aplicado com um limite baseado no *wavelet*. Este novo modelo foi aplicado aos dois principais mercados de ações emergentes: a bolsa de Istanbul e de Budapeste. O período de análise foi de 1986 a 2010, com dados diários. O desempenho relativo da TVE baseada em *wavelet* foi avaliado contra o *Riskmetrics*, ARMA-GARCH, distribuição generalizada de Pareto (GPD) e modelos GPD condicionais. Os resultados empíricos mostraram que o modelo baseado na Teoria do Valor Extremo, considerando

wavelets, aumentava o desempenho preditivo, de acordo com o número de violações e testes de perda de cauda. O desempenho superior de previsão do modelo de TVE, baseada em *wavelet*, também foi consistente com os requisitos de Basileia II, e este modelo mostrou que pode ser também usado por instituições financeiras.

Dos estudos mais atuais, Jesús *et al* (2013) testaram a teoria de valores extremos para estimar o risco de mercado do mercado cambial de Dólar/Peso. Para o estudo foi utilizado uma amostra de retornos diários do câmbio referentes ao período de 1970 a 2007. Os modelos testados foram de Simulação Histórica, Delta Normal e pela TVE. Os resultados corroboraram os de estudos anteriores, apontando a melhor estimativa do VaR pela TVE, conforme os resultados do *backtesting*.

A análise de extremos em séries de retornos financeiros é muitas vezes baseada na suposição de observações independentes e identicamente distribuídas (i.i.d.). No entanto, fatos estilizados, como *cluster* e dependência de série, normalmente violam a suposição de independência. Esta tem sido a principal motivação para propor uma abordagem que é capaz de ultrapassar estas dificuldades, considerando o tempo entre eventos extremos como um processo estocástico. Uma das vantagens do método consiste na sua capacidade para capturar o comportamento de curto prazo de extremos sem envolver um modelo estocástico de volatilidade ou uma pré-filtragem dos dados, o que certamente afeta a estimativa. Foi com esta ideia que Herrera e Schipp (2013) propuseram um modelo, denotado ACD-POT, para obter uma estimativa melhor para o VaR. O modelo foi comparado com várias abordagens concorrentes, como CAViaR e o modelo GARCH-EVT. Para o estudo, foram utilizados os retornos, referentes ao período de 1990 a 2008, das ações da Bayer, índice DAX e uma carteira preparada pelos autores. Os resultados do *backtesting* indicaram que o método funciona bem na previsão do risco e, portanto, fornece uma estimativa mais precisa. De acordo com as estimativas de VaR, os métodos ACD-POT e GARCH-EVT foram os únicos métodos que, mais frequentemente, erradicaram a ameaça de violação de agrupamento.

2.3.3 Value at Risk condicional

Nesta abordagem, o VaR é estimado conforme a Equação 01. A variância dos retornos dos investimentos, descrito na expressão, é modelada por meio de estimadores de volatilidade condicional. A ideia de modelar as flutuações passadas, por meio de modelos autorregressivos, visando a projeção das oscilações futuras, surgiu do trabalho seminal de

Engle (1982), laureado pelo prêmio Nobel devido sua descoberta, e posteriormente generalizada por Bollerslev (1986). O modelo de volatilidade se tornou bastante conhecido na literatura, como ARCH (autorregressivo de heteroscedasticidade condicional).

Segundo Mol (2002) para o cálculo de VaR, o que em geral se faz é estimar um modelo adequado da família ARCH para prever a volatilidade condicional. A partir daí, constrói-se o intervalo de confiança com base na distribuição condicional dos retornos. A modelagem da volatilidade condicional contorna vários dos problemas apontados nas abordagens anteriores, dando maior peso às observações mais recentes. Contudo, necessita de hipóteses, tanto sobre a distribuição condicional dos retornos, em geral assumida como normal, como sobre a especificação dinâmica seguida pela Variância.

Hoje, existe uma infinidade de variantes dos modelos ARCH. Desde os mais simples, como o caso generalizado GARCH de Bollerslev (1986), modelos assimétricos como TARCH, EGARCH e APARCH de Zakoian (1994), Nelson (1991) e Ding *et al* (1993) respectivamente, até os que consideram o efeito de memória longa dos retornos, como os modelos FIGARCH, FIEPARCH, FIAGARCH e HYGARCH de Baillie *et al* (1996), Bollerslev e Mikkelsen (1996), Tse (1998), Davidson (2004), respectivamente.

O modelo VaR condicional mais utilizado pelas instituições financeiras do mundo é o conhecido modelo *RiskMetrics*, desenvolvido pelo banco norte americano J.P. Morgan. A abordagem adotada no desenvolvimento do modelo *RiskMetrics* considera que a volatilidade condicional pode ser apurada pelo modelo IGARCH

No modelo *Riskmetrics*, a variância condicional ótima é estimada pelo modelo GARCH(1,1) com constante α_0 igual a zero e a soma dos parâmetros α e β igual a unidade. Impondo-se esta restrição obtém-se o processo formalmente conhecido por GARCH integrado (IGARCH):

$$\sigma_t^2 = \lambda \sigma_{t-1}^2 + (1 - \lambda) R_{t-1}^2 \quad (05)$$

ou

$$\sigma_t^2 = \lambda^t \sigma_0^2 + (1 - \lambda) \sum_{k=0}^{t-1} \lambda^k R_{t-k}^2 \quad (06)$$

onde σ_0^2 é um dado nível da variância no momento inicial. A taxa de declínio das ponderações exponenciais depende do *decay factor*- λ , expressando este a persistência com que os efeitos de um choque se fazem sentir no futuro (J. P. MORGAN, 1996).

O manual técnico do RiskMetrics sugere um *decay factor*- λ de 0.94 para retornos diários e 0.97 para retornos mensais. O fato de apenas ser necessário utilizar um parâmetro, λ , facilita a estimação da volatilidade condicional e proporciona robustez contra o erro de estimação, apesar da parcimoniosidade do modelo. (J.P.MORGAN, 1996)

Vale ressaltar, que esta metodologia vem sendo bastante criticada na literatura, devido ao seu erro de estimação. Porém, por se tratar de um método de fácil implementação, ainda é bastante utilizado como medida de risco pelas bolsas nacionais e internacionais.

2.3.3.1 VaR Condicional - Síntese dos estudos realizados

Em 1999, Pownall e Koedijk (1999) testaram a capacidade preditiva de risco do modelo *Riskmetrics* em momentos de crise. Assim, propuseram a utilização dos modelos de volatilidade condicional GARCH como estimadores robustos das variações temporais dos retornos. Eles avaliaram os modelos GARCH comparados com Riskmetrics de J.P. Morgan e constataram que as estimativas VaR-X condicional são mais capazes de captar a natureza do risco de queda, particularmente importante em tempos de crises financeiras.

Na mesma linha do artigo anterior Beltratti e Morana (1999) comparam o cálculo do Value at Risk com informações diárias e dados de alta frequência para o mercado de taxas de cambio entre Dólar Americano e Holandês. O trabalho testou os modelos de memória longa FIGARCH com os tradicionais GARCH, para as cotações de taxa de câmbio de 1972 a 1997, total de 6545 observações. Os resultados demonstraram que a filtragem dos dados é de grande importância para a estimativa de modelos de volatilidade. Por exemplo, o coeficiente de integração fracionada é mais bem estimado com o filtrado, ao invés dos dados brutos. Também mostrou que, mesmo com os dados de alta frequência, os coeficientes do modelo de volatilidade GARCH não são muito diferentes daqueles estimados com base num modelo IGARCH. Enquanto as estimativas econométricas do modelo FIGARCH são diferentes, geram previsões de volatilidade superiores aos modelos GARCH mais simples.

Christoffersen *et al.* (2001) realizaram um trabalho comparativo entre a metodologia *Riskmetrics* com estimadores de volatilidade condicional para o cálculo do VaR. O estudo utilizou de quatro estimadores de volatilidade, o estimador proposto pelo J.P.Morgan, a

volatilidade implícita, volatilidade reprojeta e o modelo de volatilidade condicional GARCH(1,1). A base de dados utilizada foi diária, composta pelos retornos do índice de mercado S&P500 no período de 1985 a 1994. Os resultados apontaram que os modelos *Riskmetrics* e GARCH(1,1) detêm desempenhos semelhantes, e dentre todos os outros, podem ser considerados os mais eficientes.

De acordo com Guermat e Harris (2002), uma abordagem comum para prever o Value at Risk de uma carteira é assumir uma função de densidade paramétrica para os retornos da carteira, e para estimar os parâmetros da função de densidade por máxima verossimilhança usando dados históricos. A fim de permitir que sejam captados os agrupamentos volatilidade nos retornos de curto prazo, esta abordagem é geralmente combinada com um modelo de variância condicional como EWMA ou GARCH. No entanto, estes modelos implicitamente supõem que, embora a volatilidade de retorno possa ser variável no tempo, o achatamento da distribuição de retorno é constante, pelo menos, em relação à amostra de estimativa. Guermat e Harris (2002) demonstraram que a variância estimada pelo EWMA pode ser obtida como um caso especial de uma forma mais geral, a probabilidade máxima exponencialmente ponderada (EWML), procedimento que, potencialmente, permite a variação de tempo não só da variância de distribuição de retorno, mas também na sua utilização. Os dados utilizados foram as cotações de três carteiras de investimento dos países EUA, Reino Unido e Japão, no período de 1992 a 1999. Os resultados mostraram que as previsões baseadas em VaR EWML geralmente são mais precisas do que aquelas geradas por ambos os modelos GARCH e EWMA e, particularmente em níveis elevados de confiança do VaR.

Realizando um amplo estudo comparativo de estimadores do VaR, Lee e Saltoglu (2002) testaram 27 diferentes modelos de VaR aplicados ao mercado de capitais do Japão. Os métodos avaliados foram: *Riskmetrics*, simulação histórica, variância/covariância, simulação Monte Carlo, teoria dos valores extremos e os modelos de variância condicional da classe ARCH. Os dados utilizados foram cotações de ações das empresas do mercado japonês entre 1984 e 2000. Os resultados apontaram que nenhum método do estudo apresentou um desempenho muito superior aos demais, para os períodos analisados. Esse resultado mostrou que o Teoria dos Valores Extremos, considerada como um dos melhores métodos de estimação do VaR, não obteve grande vantagem perante os métodos tradicionais, como o *Riskmetrics*.

Dentre os estudos comparativo de métricas do VaR os pesquisadores Pierre Giot e Sebastien Laurent realizaram dois trabalhos de grande relevância. O estudo de Giot e Laurent

(2003a) tem sido o de maior citação da área. Os autores testaram o modelo de volatilidade condicional APARCH em comparação ao tradicional modelo do J.P.Morgan (*Riskmetrics*). A estimação do APARCH foi realizada para três diferentes distribuições, Normal, t-Student e t-Student assimétrica. A base de dados utilizada corresponde às cotações diárias dos índices FTSE, NASDAQ e NIKKEI, no período entre 1988 a 2000. Como resultado, o modelo APARCH t-Student Assimétrico se mostrou superior aos demais, em específico, ao *Riskmetrics*, tanto para posições curtas e longas do VaR.

Seguindo a bateria de testes, Giot e Laurent (2003b) utilizaram o mesmo modelo de estimação de risco testado anteriormente, porém aplicado agora no mercado de contratos futuros de commodities agropecuárias e minerais, como alumínio, cobre, níquel, petróleo Brent e cacau. Os dados utilizados foram os preços de ajustes diários dos contratos futuros das commodities nas bolsas de mercadorias, em especial a *New York Board of Trade* (NYBOT) e *London Metal Exchange*, para diferentes períodos entre 1987 a 2002. Enquanto o modelo APARCH t-Student Assimétrico mostrou melhor desempenho em todos os casos, o modelo ARCH t-Student Assimétrico proporcionou bons resultados e sua estimativa não requereu procedimentos de otimização não-linear. Este modelo se mostrou de fácil manuseio, em ambiente de planilhas eletrônicas, por profissionais do mercado.

Continuando os estudos, Giot e Laurent (2004) compararam o desempenho de um modelo tipo ARCH diário (que utiliza retornos diários) com o desempenho de um modelo baseado na volatilidade realizada (que usa retornos *intraday*), para estimação do VaR. Para o estudo foram utilizados dados de alta frequência (*intraday*) dos índices CAC40, S&P 500, YEN-USD e DEM-USD, referentes ao período entre 1995 a 1999, para os modelos de volatilidade realizada, e dados diários para os modelos APARCH e *Riskmetrics*. Os dados *intraday* correspondiam às cotações em intervalos de 15 minutos. Os resultados mostraram um desempenho equivalente entre os modelos APARCH e de Volatilidade Realizada na mensuração do risco. O modelo *Riskmetrics* novamente apresentou resultados insatisfatórios.

Assim como Giot e Laurent (2003a), Huang e Lin (2004) fizeram um trabalho na busca de testar o modelo de volatilidade condicional APARCH comparados com o *Riskmetrics* do J.P. Morgan. Foram avaliadas duas distribuições para os retornos, a Normal e t-Student. A amostra de dados corresponde aos retornos oferecidos pelas cotações dos índices da bolsa de futuros de Taiwan (Taiwan Futures Exchange – TAIEX) e SGX-DT, no período entre 1998 e 2002. Os resultados auferidos não diferem dos apresentados por Giot e Laurent

(2003), apresentando o melhor desempenho para o modelo APARCH t-Student sobre o modelo *Riskmetrics*.

O estudo de Angelidis *et al* (2004) foi um pouco mais simples do que Giot e Laurent (2004) e Huang e Lin (2004). Eles testaram a performance de três diferentes modelos de volatilidade condicional – GARCH, EGARCH e TARCH, assumindo três distribuições para o retorno, Normal, t-Student e *Generalized Error Distribution*. O que diferenciou foi os dados utilizados e a distribuição GED. A base de dados foi os retornos diários de cinco índices do mercado de capitais internacional, S&P500, NIKKEI 225, DAX 30, CAC 40, FTSE 100, compreendidos entre o período de 1987 a 2002. Apesar de não ter testado o modelo APARCH, como os demais pesquisadores, os resultados evidenciaram que o modelo EGARCH com distribuição t-Student, que também considera a assimetria dos retornos, se mostrou superior para estimar o VaR.

Resgatando a ideia de Beltratti e Morana (1999) da década de 90, em considerar o efeito de memória longa nos retornos, So e Yu (2006), Tang e Shieh (2006), Wu e Shieh (2007) e Níguez (2008) também realizaram estudos comparativos com modelos de longa dependência aplicados ao cálculo do risco de mercado.

Primeiramente, So e Yu (2006) fizeram uma pesquisa testando três modelos da classe ARCH – GARCH, IGARCH e FIGARCH – assumindo duas diferentes distribuições dos retornos, Normal e t-Student, comparados com o modelo *Riskmetric*. O diferencial em comparação com os anteriores foi a utilização do modelo FIGARCH que tem a capacidade de modelar o comportamento de longa dependência da volatilidade dos retornos. Para a realização da pesquisa, foram utilizados 12 índices diários do mercado financeiro global, AOI, FTSE100, HSI, JSX, KLSE, KOSPI, Nasdaq, Nikkei, SET, SP500, STII e WEIGHT no período entre 1977 a 1998. Os resultados foram diferentes de Beltratti e Morana (1999), por evidenciar que, para todos os casos, o modelo FIGARCH obteve melhor desempenho que os demais. Porém, corroborou os trabalhos anteriores, percebendo a ineficiência do *Riskmetrics*.

Além do FIGARCH, o estudo de Tang e Shieh (2006) testou também o modelo HYGARCH para investigar a evidência de memória longa nos preços de fechamento de três índices futuros, S&P500, Nasdaq 100 e Dow Jones e testar a capacidade preditiva para a estimação do VaR. Assim como Giot e Laurent (2004), os autores se utilizaram de três distribuições, Normal, t-Student e t-Student Assimétrica aplicados aos índices S&P500, Nasdaq100 e Dow Jones Industrial no período entre 1996 a 2005. Os resultados mostraram que o modelo HYGARCH com distribuição t-Student Assimétrica foi o que apresentou

melhor performance de estimação do VaR para os três diferentes índices, reforçando a hipótese de memória longa na volatilidade dos retornos internacionais.

Na mesma linha de So e Yu (2006), Wu e Shieh (2007) testaram a eficácia dos modelos de memória longa comparados com os tradicionais da família ARCH. Os pesquisadores testaram os modelos GARCH(1,1) e FIGARCH(1,d,1) assumindo três diferentes distribuições dos retornos, Normal, t-Student e t-Student Assimétrica. A pesquisa foi realizada sobre as séries temporais dos retornos oferecidos pelas cotações diárias dos contratos futuros do T-Bond, no período entre 1997 e 2004. Novamente a distribuição t-Student Assimétrica para o modelo FIGARCH se mostrou melhor que os demais na estimação do VaR.

O trabalho de Níguez (2008) foi semelhante aos demais, porém aplicado a Bolsa de Valores de Madrid. Foram testados os modelos de volatilidade condicional, GARCH, AGARCH, APARCH, EWMA, FIGARCH e FIAPARCH, assumindo distribuições normal e t-Student. Os resultados também evidenciaram que o modelo FIAPARCH com distribuição t-Student tem melhor estimação do VaR tanto para posições curtas quanto para longas, segundo o teste de Kupiec (1995).

A escolha de uma distribuição adequada para inovações de retorno é importante em aplicações de VaR, devido à sua capacidade de afetar diretamente a qualidade da estimativa dos quantis. Na mesma linha de raciocínio dos estudos anteriores, Hung *et al.* (2009) investigaram a influência das distribuições de retorno sobre o desempenho das estimativas de VaR. Para isso, foram utilizados três modelos GARCH (GARCH-N, t-GARCH e GARCH-HT). Utilizou-se os preços diários de cinco commodities do setor energético (petróleo WTI bruto, petróleo bruto Brent, petróleo de aquecimento n ° 2, propano e New York Harbor gasolina convencional regular) usados para comparar a precisão e a eficiência dos modelos de VaR. Os resultados empíricos sugerem que para retornos de ativos que apresentam características leptocúrticas e caudas pesadas, o VaR estimados pelos modelos GARCH-HT tem boa precisão em ambos os níveis de confiança. Estes resultados sugerem que a distribuição de caudas pesadas é mais adequada para commodities de energia, particularmente de cálculo do VaR.

No mesmo ano Angelidis e Degiannakis (2008) realizaram um estudo que analisa três métodos de estimativa de volatilidade para comparar os resultados com as principais conclusões da literatura financeira. Os modelos testados foram TARCH sob a distribuição normal, FIAPARCH sob a distribuição t-Student assimétrica e ARFIMAX sob a distribuição

Student-t distorcida. Os dados utilizados foram os índices intra diários CAC40, DAX30 e FTSE100 no período de 1999 a 2002 para os mercados a vista e opções. Em geral, para ambos os níveis de confiança o modelo TARCH sob distribuição normal prevê o VaR com precisão. No âmbito de precificação de opções, embora o modelo FIAPARCH com distribuição t-Student Assimétrica ter gerado retornos mais elevados, as duas especificações ARCH tinham poderes preditivos estatisticamente equivalentes.

Assim como Angelidis e Degiannakis (2008) e Giot e Laurent (2004), Dionne *et al* (2009) trabalharam com estimativa de VaR com dados de alta frequência. O artigo investiga o uso de dados *tick-by-tick* para medição do risco de mercado *intraday*. Dionne *et al* (2009) propuseram um método para calcular um VaR intradiário com base em dados de alta frequência irregularmente espaçadas e uma simulação intraday Monte Carlo. Um modelo log-ACD-ARMA-EGARCH é usado para especificar a densidade conjunta do processo de ponto marcado de duração e retornos de alta frequência. Foram utilizados dados de três ações negociadas na Bolsa de Valores de Toronto. Os resultados evidenciaram por meio do *Backtesting* que a abordagem proposta constitui meio confiável de medir o risco *intraday* para os comerciantes que são muito ativos no mercado.

Chiu *et al* (2010) já realizou um estudo cujo foco foi um pouco diferente dos anteriores. O artigo examina uma avaliação comparativa do desempenho preditivo de vários modelos de Value at Risk no mercado de energia. O estudo estende a pesquisa convencional na literatura, propondo modelos de previsão compostos para aplicação nos preços de petróleo, Brent e WTI. Técnicas de previsão consideradas incluem o EWMA, a densidade estável, a densidade de Kernel, Hull e White, GARCH-GPD, além de previsões compostas de forma linear. Os resultados mostraram que Hull e White revela ser a abordagem mais eficiente para capturar risco de queda no mercado de energia.

Aloui e Mabrouk (2010) estudaram a aplicabilidade de modelos de memória longa aplicado ao preço do petróleo. Neste trabalho foi avaliarmos o VaR e as deficiências esperadas para alguns dos principais produtos de gás e petróleo bruto e para posições de negociação tanto a curto e longo prazo. Estimativas de VaR clássica, bem como RiskMetrics e outras extensões para casos considerando para a memória longa, assimetria e caudas pesadas na volatilidade dos mercados de energia foram realizados. Foi calculado o VaR por três modelos ARCH (FIGARCH, FIAPARCH e HYGARCH). Estes modelos foram estimados na presença de três distribuições de inovação alternativa: normal, t-student e t-Student Assimétrica. Os resultados mostram que, considerando para a memória de longo alcance,

caudas pesadas e assimetria tem melhor desempenho na previsão do VaR para posições de negociação tanto a curto e longo prazo. Além disso, o modelo FIAPARCH supera os outros modelos na previsão do VaR. Os resultados apresentam várias implicações potenciais para os mercados de energia quantificações de risco e estratégias de *hedge*.

Apesar do bom desempenho dos modelos da classe ARCH, apresentados até agora, Kim *et al* (2011) já realizou uma pesquisa que avalia o desempenho destes modelos em momentos de crise. De forma empírica, foi testado o desempenho dos modelos para o índice S&P 500 durante mercado financeiro em estresse. A base de dados inclui as seguintes crises: Outubro de 1987 e outubro de 1997; no período de turbulência em torno da crise asiática; de 1998 até 1999 no estouro da bolha das pontocom e a recente crise das hipotecas subprime; juntamente com o fracasso Lehman Brothers. Os modelos analisados foram EWMA, Normal-ARMA-GARCH, t-ARMA-GARCH, stable-ARMA-GARCH e CTS-ARMA-GARCH. Os resultados apontados pelo *Backtesting* evidenciaram o modelo CTS-ARMA-GARCH como o melhor entre os cinco modelos investigados para se estimar o risco em épocas de crise.

Retomando a ideia de Giot e Laurent (2003a), mas com dados atuais e incorporando o efeito da crise financeira de 2008, Diamandis *et al* (2011) estudou a estimativa do modelo APARCH aplicado ao mercado financeiro mundial. Foram utilizados dados diários para três grupos de índices dos mercados de ações: dos países desenvolvidos; dos países do Sudeste da Ásia; e de países da América Latina. Os dados abrangeram o período de 1987 a 2009. O modelo testado foi o APARCH para diferentes distribuições, conforme metodologia de Giot e Laurent (2003a). O principal resultado da análise mostrou que o APARCH t-Student Assimétrico melhorava consideravelmente as previsões de um dia de antecedência do VaR para posições de negociação de longo e curto prazo.

Liu *et al* (2012) realizaram um estudo que testou quatro modelos ARCH utilizando a distribuição SGT, até então, não utilizada nos estudos anteriores. Os dados utilizados foram cotações diárias do *Depository Receipts* da S&P (SPDR) referentes ao período entre 2002 a 2008. Os modelos testados foram GARCH, IGARCH, EGARCH e CGARCH. Os resultados empíricos indicaram o modelo EGARCH assimétrica como o preferível, de acordo com a perda de funções puramente estatísticas. Assim, um gênero GARCH do modelo com SGT continua a ser uma técnica útil para medir e gerenciar eventuais perdas na SPDR sob um cenário de mercado turbulento.

Um estudo bem completo que analisa diversos modelos aplicados à crise financeira internacional de 2008 foi realizado por Chen *et al* (2012). Os pesquisadores testaram os

desempenhos de 17 modelos de risco, incluindo uma avaliação da forma como a crise afetou o desempenho de previsão do VaR. Uma análise empírica foi realizada em cinco índices de ações dos mercados da Ásia e Pacífico e duas séries de taxa de câmbio. Os índices testados foram S&P500, Nikkei 225, TAIEX, HANG SENG, KISPI. Os resultados apontaram como melhor estimador para os modelos, o método Bayesiano, e o modelo mais eficaz, o CAViaR.

De modo semelhante ao realizado no estudo de Tang e Shieh (2006), Mabrouk e Saadi (2012) analisaram o desempenho dos modelos ARCH com memória longa, incluindo o modelo HYGARCH, aplicados aos índices de ações DAX, Dow Jones, NASDAQ, NIKKEI, CAC40, FTSE100 e S&P500 no período de 1990 a 2008. O estudo testou as distribuições normal, t-Student, t-Student Assimétrica. Coerente com estudos anteriores, os resultados mostraram que o modelo AR(1)-FIAPARCH (1,d,1), sob uma distribuição t-Student Assimétrica, superava todos os modelos que foram considerados, incluindo aqueles utilizados como GARCH(1,1) ou HYGARCH(1,d,1). O desempenho do modelo FIAPARCH t-Student Assimétrica foi superior para todos os índices do mercado de ações.

Nesta mesma linha, Degiannakis *et al* (2013) estudaram o desempenho do modelo FIGARCH memória longa com o GARCH memória curta, na previsão VaR em 20 índices de ações em todo o mundo. O conjunto de dados foi composto por retornos diários que cobriam o período de 1989 a 2009. As evidências foram contrárias àquelas detectadas nos estudos de memória longa anteriores. Contabilização de integração fracionária no modelo de variância condicional não aparece para melhorar a precisão das previsões do VaR para o horizonte de previsão de 1, 10 e 20 dias de antecedência em relação à especificação GARCH memória curta. Portanto, um modelo de volatilidade memória de longa comparado a um modelo GARCH memória curta não aparece para melhorar a precisão das previsões do VaR.

2.3.4 VaR Multivariado

Até momento, foi exposto o risco para um determinado ativo independente, configurando-se como uma análise univariada. No entanto, para uma carteira de investimento, composto por diversos ativos, o risco da carteira é estimado por meio de uma análise multivariada. A variação dos retornos não é estimada apenas pelo desvio padrão dos retornos de um ativo e sim levando em consideração a correlação entre eles.

Para o caso de uma carteira com dois ativos, o risco é calculado conforme expressão:

$$\sigma_c = \sqrt{\sigma_A^2 w_A^2 + \sigma_B^2 w_B^2 + 2\sigma_A \sigma_B w_A w_B \rho_{AB}} \quad (07)$$

onde w corresponde ao percentual investido de cada ativo e ρ é a correlação entre os ativos A e B.

Estendendo para n ativos, o risco da carteira passa a ser calculado de acordo com expressão:

$$\sigma_c = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2 w_i^2 + \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n 2\sigma_i \sigma_j w_i w_j \rho_{ij}} \quad (08)$$

É fácil notar que o além do risco inerente a cada ativo, a correlação passa a ser algo importante na hora de estimar o risco da carteira. De acordo com a teoria postulada por Markowitz (1952) a correlação é um elemento preponderante para a ocorrência de diversificação e redução do risco de mercado de um determinado investimento. Ativos com correlação negativa tendem a ser mais interessantes para a composição de um portfólio.

Assim, o VaR de uma carteira é dado por:

$$VaR = W_o F_c^{-1}(\alpha) * \sigma_c \quad (09)$$

onde $F(\alpha)$ é a função densidade da distribuição dos retornos para o α -ésimo quantil da distribuição das perdas e W é o montante inicial investido.

Substituindo 08 em 09 o VaR pode ser estimado por:

$$VaR = W_o F_c^{-1}(\alpha) * \sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2 w_i^2 + \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n 2\sigma_i \sigma_j w_i w_j \rho_{ij}} \quad (10)$$

Para a estimativa do VaR Condicional de uma carteira é necessário ajustar modelos condicionais à correlação dos ativos. A estimação da correlação só ocorre mediante o cálculo da covariância, uma vez que a correlação é a relação entre covariância e o produto das variâncias. Na década de 80, Bollerslev *et al* (1988), autores dos consagrados modelos ARCH, desenvolveram um dos primeiros modelos de estimação de covariância, denominado Vech. Este foi o impulso inicial para que Baba *et al* (1992) desenvolvessem o modelo BEKK,

Bollerslev (1990) desenvolvesse o modelo de Correlação Condicional (CCC), e para o surgimento do mais novo modelo de Correlação Condicional Dinâmica (DCC) proposto por Engle e Sheppard (2002). A descrição matemática dos modelos é apresentada a seguir.

De acordo com Pereira e Pereira (2009) a partir das críticas aos modelos originais, e visando corrigir problemas de estimação na econometria tradicional, foram surgindo novas formas de mensuração das medidas, ora modelando com mais parcimônia a volatilidade e a correlação, ora tratando com mais rigor as distribuições marginais. À luz desta modelagem mais rigorosa no controle das distribuições marginais, a Teoria de Cópulas surgiu como uma possível alternativa, que será bem explorada neste trabalho.

2.3.4.1 VaR Multivariado - Síntese dos estudos realizados

As pesquisas com o VaR multivariado utilizando-se dos modelos de variância condicional, funções cópulas e redes neurais são de certa forma recentes. Um dos primeiros estudos encontrados que trabalhou com a modelagem de funções cópulas foi de Cherubini e Luciano (2000) que utilizou as funções de cópulas a fim de avaliar as probabilidades de cauda e de risco de mercado em um determinado nível de confiança, deixando de lado a suposição de normalidade nos retornos. O estudo foi realizado com dados de dois índices de mercado de ações, FTSE e S&P, referentes ao período de 1995 a 2000, utilizando as funções de Gumbel, Clayton e Frank. Os resultados evidenciaram que as cópulas foram capazes de estimar as probabilidades conjuntas de perdas extremas.

Dois anos depois, em um estudo nacional Lucas (2003) apresentou um método de aplicação de cópulas para estimar um VaR em carteira. As inovações dos modelos marginais foram modeladas por meio das cópulas de valores extremos utilizando-se a distribuição GPD aplicada ao mercado do Ibovespa e Merval, com dados referentes ao período de 1997 a 2000. O método proposto apresentou bons resultados quando utilizada a distribuição GPD para estimativas marginais, e quando comparado com a utilização das marginais empíricas. O único problema encontrado foi o tempo computacional gasto para execução das rotinas.

Já em 2004, Palaro (2004) apresentou conceitos e aplicações da função Cópula no cálculo do VaR para duas carteiras, uma composta pelas taxas de câmbio Libra esterlina/Dólar e Iene/Dólar e outra pelos índices Nasdaq e S&P500, com dados referentes ao período de 1990 a 2003. Foram utilizadas as funções simetrizada de Joe-Clayton, T-Student e Plackett. Os resultados apontaram que para a taxa de câmbio as funções Joe-Clayton e t-

Student se mostraram superiores. Já para os índices as funções Joe-Clayton são melhores para ajustar o risco.

Mendes (2005) estudou a estimação do risco por meio de cópulas com parâmetros variando no tempo, utilizando a estratégia de modelar os retornos por meio do modelo FIGARCH. O caso foi ilustrado em uma carteira composta pelos retornos do índice Merval (Argentina) e Ibovespa (Brasil), referentes ao período de 1994 a 2005. Os resultados evidenciaram que as estimativas de funções cópulas dinâmicas no tempo apresentavam melhores estimadores do risco do que as funções tradicionais.

O artigo de Cheng *et al* (2007) realizou uma aplicação de funções de Cópulas na avaliação do VaR. A função cópula foi usada para modelar a estrutura de dependência dos ativos multivariadas. Após a introdução do método tradicional de simulação de Monte Carlo e o método cópula puro Cheng *et al* apresentaram um novo algoritmo baseado em funções de cópula mista e da medida de dependência, ρ de Spearman. Este novo método foi usado para simular retornos diários de dois índices do mercado de ações na China, Shanghai Stock Composite Index e Shenzhen Stock Composite Index, e depois calcular empiricamente seis medidas de risco, incluindo VaR e VaR condicional. Os resultados foram comparados com os obtidos pelo método tradicional de Monte Carlo e o método de cópula método puro. A comparação mostrava que a estrutura de dependência entre os retornos dos ativos desempenha um papel mais importante na valorização das medidas de risco, se comparada com a forma de distribuições marginais.

Melo (2008) fez um estudo amplo da utilização das funções de cópulas na gestão do risco de mercado. Ao todo, foram quatro ensaios sobre a modelagem de cópulas. No primeiro ensaio o autor abordou a questão da inferência estatística sobre cópulas e desenvolveu uma classe de estimadores para a família de cópulas sob o enfoque robusto. O estudo foi feito por meio de séries simuladas e ilustrada posteriormente com séries reais. No segundo ensaio foi proposto um método de estimação local dos parâmetros de cópula dinâmicas no tempo, em continuidade ao estudo de Mendes (2005), pelo método de máxima verossimilhança. As dinâmicas foram incorporadas na estimação do VaR com um modelo GARCH para distribuição marginal. A performance do método foi testada por meio de séries simuladas e exemplificada por um caso real. O terceiro ensaio foi realizado para analisar o comportamento conjunto dinâmico de séries de retornos logarítmicos. As variáveis exploratórias de volatilidade GARCH foram consideradas como forte regressores para explicar as mudanças nas séries de estimativas locais de máxima verossimilhança de parâmetros de cópulas. Os

parâmetros dos modelos foram estimados por mínimos quadrados e métodos robustos. Foram utilizados dois índices de ações norte americanos. No quarto e último ensaio foi utilizada a técnica de precificação de opções e modelagem por cópulas para avaliar garantias mínimas presentes em fundos de aposentadoria no Brasil. Neste caso, foram executados experimentos de simulação de Monte Carlo assumindo funções cópulas a fim de se comparar o efeito das especificações das funções marginais e das cópulas no preço das opções.

Combinando as funções cópula e a função de previsão do modelo GARCH, Huang *et al* (2009) propuseram um novo método, chamado condicional copula-GARCH, para calcular o VaR das carteiras. Este trabalho apresentou uma aplicação do modelo de copula-GARCH na estimativa do VaR de uma carteira, composto por NASDAQ e TAIEX. Os resultados empíricos mostraram que, em comparação com os métodos tradicionais, o modelo de cópula pode captar o VaR com mais sucesso. Além disso, a cópula t-de-Student descreveu adequadamente a estrutura de dependência de retorno da série carteira.

Neste mesmo ano, Cordeiro (2009) aplicou a teoria de cópulas para mensurar o VaR em três carteiras composta pelos retornos do Ibovespa e dólar (PTAX) no período de 2003 a 2009. Utilizou-se três metodologias de estimação do VaR, método histórico, Delta- Normal e por funções cópulas (Normal, t-student, Clayton, Frank e Gumbel). Os dados empíricos mostraram que a modelagem de eventos extremos (VaR 99%) foi mais bem executada pelo de cópula, comprovando a principal crítica aos modelos de riscos via distribuição normal.

Pereira e Pereira (2009) realizaram um estudo semelhante ao proposto nesta tese, abordando a utilização das funções cópulas em confronto com as estimativas de VaR paramétricos - VEC, BEKK, EWMA, CCC e DCC e VaR histórico para uma carteira contendo quatro fatores de risco, Pre252, Cupon252, Ibovespa e Dow Jones, com dados referentes ao período de 1998 a 2006. Mesmo utilizando o recente modelo de correlação condicional dinâmica (DCC) pode-se verificar claramente que a medida de risco estimada via teoria de cópula apresentava uma superioridade considerável às de outras técnicas, considerando-se níveis elevados de confiança. O único problema verificado foi o tempo de estimação dos modelos, que se mostrou longo, além da baixa convergência.

Na mesma linha de teste das funções cópulas, porém em um contexto univariado, Aiube (2009) utilizou a teoria para modelar dependências temporais no primeiro e segundo momento de séries financeiras. A base de dados utilizada refere-se aos retornos das ações de doze companhias, sendo seis da bolsa de valores de Nova Iorque e seis da bolsa de valores do Brasil, no período de 2000 a 2008. Para a modelagem de cópulas, foram utilizadas as funções

Frank, Clayton, Gumbel e BB7. Os resultados mostraram que a dependência temporal por cópula no contexto univariado permitiu que se fizesse a simulação do caminho dos preços que um ativo podia percorrer por meio dos parâmetros estimados.

Coelho (2012) testou como a Crise de *Subprime*, desencadeada em 2008, impactou na estrutura de dependência entre os mercados emergentes e desenvolvidos. O autor se utilizou de funções cópulas bivariadas como distribuições. A amostra de dados foi composta pelos retornos diários do índice MSCI (*Morgan Stanley Capital International*) dos mercados emergentes e desenvolvidos, no período de 2006 a 2011. Os resultados evidenciaram que a quebra do banco Lehman Brothers impactou significativamente na dependência temporal entre os mercados. No que tange as estimativas do VaR, observou-se que as funções cópulas tiveram desempenho melhor quando comparado ao do modelo BEKK multivariado.

2.4 Síntese da Revisão Bibliografia

O Quadro 1 apresenta uma síntese de todos os trabalhos empíricos realizados desde o desenvolvimento da metodologia VaR. Eles foram ordenados em uma escala temporal separadas pelas três metodologias.

Quadro 1 - Síntese dos principais estudos do VaR

Ano	Autores	Período	Amostra	Foco	Técnica estudada	Resultado
VaR						
1996	Stambaugh	---	---	Revisão literatura	Variância/Covariância	O modelo Variância/Covariância é o melhor método
1997	Chen	---	---	Orienta sobre o cálculo do valor justo	Trata-se de um estudo exploratório	Demonstra a importância de estimar o VaR
1998	Henney e Keers	---	---	Setor Elétrico	Variância/Covariância, simulação histórica e delta normal	Delta normal
VaR Condicional						
1999	Pownall e Koedijk	1993 - 1998	Índice mercado Ásia	Testar modelos	VaR-X (ARCH) e Riskmetrics	VAR-X (ARCH)
1999	Beltratti e Morana	1972 - 1997	Taxa cambial	Avaliar os modelos de memória longa	GARCH e FIGARCH	FIGARCH

Continua...

Continuação do quadro 1 - Síntese dos principais estudos do VaR

2001	Christoffersen <i>et al</i>	1985 - 1994	Índice S&P500	Testar riskmetrics	GARCH e Riskmetrics	Desempenho semelhantes e GARCH e Riskmetrics
2002	Guermat e Harris	1992 - 1999	retorno de ações de EUA Reino Unido e Japão	Testar EWML	EWML, EWMA e GARCH	EWML
2002	Lee e Saltoglu	1984 - 2000	Mercado japonês	Testar TVE	Riskmetrics, simulação histórica, variância/covariância, simulação Monte Carlo, TVE e ARCH	Riskmetrics
2003	Giot e Laurent	1988 - 2000	FTSE, NASDAQ e NIKKEI	Testar APARCH para três distribuições	APARCH e Riskmetrics	APARCH - t student
2003	Giot e Laurent	1987 - 2002	Contratos futuros de NY e Londres	Testar APARCH para três distribuições	APARCH e Riskmetrics	APARCH - t student
2004	Giot e Laurent	1995 - 1999	CAC40, S&P500, YEN-USD e DEM- USD	Testar a volatilidade realizada	Volatilidade Realizada, APARCH e Riskmetrics	Desempenho equivalente entre APARCH e VR
2004	Huang e Lin	1998 - 2002	TAIFEX e SGX-DT	Testar APARCH para três distribuições	APARCH e Riskmetrics	APARCH - t student
2006	So e Yu	1977 - 1998	AOI, FTSE100, HSI, JSX, KLSE, KOSPI, NASDAQ, NIKKEI, SET, SP500, STII e WEIGHT	Avaliar os modelos de memória longa	GARCH, FIGARCH e Riskmetrics	FIGARCH
2006	Tang e Shieh	1996 - 2005	S&P500, Nasdaq e Dow Jones	Testar HYGARCH para três distribuições	FIGARCH e HYGARCH	HYGARCH - t student Assimétrica
2007	Wu e Shieh	1997 - 2004	Contrato Futuro T- Bond	Avaliar os modelos de memória longa	GARCH e FIGARCH	FIGARCH t student Assimétrica

Continua...

Continuação do quadro 1 - Síntese dos principais estudos do VaR

2008	Niguez	---	Bolsa de Madri	Testar modelos ARCH	GARCH, EWMA, APARCH, FIGARCH e FIAPARCH	FIAPARCH t student
2008	Hung <i>et al</i>	1996 - 2006	Mercado de energia	Testar GARCH para três distribuições	GARCH-N, GARCH-t e GARCH-HT	GARCH-HT
2008	Angelidis e Degiannakis	1999 - 2002	CAC40, DAX30 e FTSE100	Testar TARCH	TARCH, FIAPARCH e ARFIMAX	FIAPARCH t student
2009	Dionne <i>et al</i>	2001	Bolsa de valores de Toronto	Testar modelos para dados intraday	Monte Carlo e EGARCH	EGARCH
2010	Chiu <i>et al</i>	2000 - 2007	Preços do Petróleo	Testar modelos	EWMA, GARCH-GPD, Kernel e Hull e White	Hull e White
2010	Aloui e Mabrouk	1986 - 2007	Preços do Petróleo e Gás	Avaliar os modelos de memória longa	FIGARCH, FIAPARCH, HYGARCH e RiskMetrics	FIAPARCH
2011	Kim <i>et al</i>	1987 - 1999	S&P500	Testar modelos em momentos de crise	EWMA e GARCH	GARCH
2011	Diamandis <i>et al</i>	1987 - 2009	Índices de ações no Sudeste da Ásia e América Latina	Testar APARCH para três distribuições	Riskmetrics, APARCH	APARCH - t student Assimétrica
2012	Liu <i>et al</i>	2002 - 2008	DR S&P	Testar GARCH	GARCH, IGARCH, EGARCH e CGARCH	EGARCH t student Assimétrica
2012	Chen <i>et al</i>	2008	S&P500, Nikkei 225, TAIEIX, HANG SENG, KISPI	Testar modelos em momentos de crise	17 diferentes modelos	Método bayesiano e CAViaR
2012	Mabrouk e Saadi	1990 - 2008	DAX, Dow Jones, Nasdaq, Nikkei, CAC40, FTSE e SP500	Avaliar os modelos de memória longa	GARCH, FIAPARCH e HYGARCH	FIAPARCH t student Assimétrica
2013	Degiannakis <i>et al</i>	1989 - 2009	20 índices de ações	Avaliar os modelos de memória longa	FIGARCH e GARCH	FIGARCH

Continua...

Continuação do quadro 1 - Síntese dos principais estudos do VaR

<i>VaR Não Condicional</i>						
1998	McNeil	1976 - 1996	retornos BMW	Avaliar a TVE	GEV com índices extremal	TVE-GEV
2000	McNeil e Grey	1960 - 1993	S&P500, DAX, ações BMW e Dólar	Testar a TVE	GARCH e TVE	GARCH
2000	Ho <i>et al</i>	1984 - 1996	Índices de ações dos países orientais	Testar a GEV	GEV, variância/covariância, t-student e His	TVE-GEV
2003	Gençay <i>et al</i>	1987 - 2001	índices de ações de Istambul	Testar TVE	GARCH, Var-cov, simulação e TVE-GPD	TVE-GPD
2003	Silva e Mendes	1990 - 1999	Índices de ações dos países da Ásia	Testar modelos da TVE	TVE, TVE com índice extremal, Normal e Empírico	TVE-GPD
2004	Gençay e Selçuk	1973 - 2000	Índice de ações de 10 países	Testar modelos da TVE	Var-Cov, Simulação histórica e TVE	TVE-GPD
2005	Brooks <i>et al</i>	1991 - 1997	Contratos futuros da LIFFE	Testar diferentes modelos TVE	GARCH, Não condicional e TVE	TVE e GARCH
2005	Bekiros e Georgoutsos	1997 - 2002	Dow Jones, Bolsa de Chipre e Dólar	Testar diferentes modelos	Riskmetrics, MM, GARCH, TVE-POT e TVE-BM	TVE-POT e TVE-BM
2006	Chan e Gray	1999 - 2004	Mercado de Eletricidade	Testar diferentes modelos	Simulação Histórica, EGARCH, EGARCH-TVE,	EGARCH-TVE
2009	Marimoutou <i>et al</i>	1984 - 2006	Preço petróleo	Testar diferentes modelos TVE	Normal, SH, TVE-GPD, Cond-Normal, Cond-T, Cond-GPD	TVE e SH
2010	Dimitrakopoulos <i>et al</i>	1999 - 2002	índice de países emergentes (16) e desenvolvidos (4)	Testar modelos em momentos de crise	RW, SH, GARCH e TVE-POT	SH e TVE-POT
2011	Cifter	1986 - 2010	Índice da bolsa de Istambul e Budapeste	Testar diferentes modelos	Riskmetrics, GARCH, TVE-GPD	TVE-GPD
2013	Jesus <i>et al</i>	1970 - 2007	Mercado de Câmbio	Testar diferentes modelos	Delta Normal, Simulação Histórica e TVE	TVE-GEV
2013	Herrera e Schipp	1990 - 2008	Ações da Bayer e índice DAX	Testar modelo ACD-POT	ACD, CAViaR, GARCH-TVE	ACD-POT e GARCH-TVE

Continua...

Continuação do quadro 1 - Síntese dos principais estudos do VaR

VaR Multivariado						
2000	Cherubini e Luciano	1995 - 2000	FTSE e S&P	Testar funções Copula	Gumbel, Clayton e Frank	Sem resultados definidos
2003	Lucas	1997 - 2000	Ibovespa e Merval	Testar copulas de valores extremos	Copula GPD	Apresentou bom resultado
2004	Palaro	1990 - 2003	Libra esterlina/dólar, Iene/dólar e Nasdaq, S&P500	Testar funções Copula	Joe-Clayton, t-student e Plackett	Joe-Clayton
2005	Mendes	1994 - 2005	Ibovespa e Merval	Testar FIGARCH para Copula	FIGARCH	Apresentou bom resultado
2007	Cheng <i>et al</i>	2001 - 2004	Mercado da China	Testar modelo Copula	Monte Carlo e Copula	Monte Carlo
2008	Melo	---	Dados simulados	Testar estimadores	Estudo teórico	Resultados não avaliados
2009	Huang <i>et al</i>	2000 - 2007	TWIEX e Nasdaq	Testar modelo Copula	Normal, t-student, Clayton, R-Clayton, Frank, Plackett e Gumbel	Copula t-Student
2009	Cordeiro	2003 - 2009	Ibovespa e PTAX	Testar diferentes modelos	Simulação Histórica, Delta Normal e Copula (Normal, t, Clayton, Frank e Gumbel)	Copula Clayton
2009	Pereira e Pereira	1998 - 2006	Ibovespa, Dow Jones, Pre252, Cupom252	Testar diferentes modelos	VECH, BEKK, EWMA, CCC, DCC, VaR Histórico e Cópula	Copula-Clayton
2009	Aiube	2000 - 2008	Ações de 12 companhias dos EUA e 6 do Brasil	Testar diferentes modelos	ARCH e Cópula (Frank, Clayton, Gumbel e BB7)	Copula-BB7
2012	Coelho	2006 - 2011	Países Emergentes e Desenvolvidos	Testar modelo Copula	Copulas Normal e Joe Clayton	Copula-Clayton

Os dados do Quadro 1 são sintetizados na tabela 1, conforme segue. As informações apresentadas demonstram os modelos que melhor explicam e ajustam o risco de mercado para as diferentes realidades do mundo.

Tabela 1 - Principais modelos utilizados

Modelos	Número de Trabalhos	Percentual de trabalhos por estimativa de VaR
<i>VaR Condicional</i>		
GARCH	3	12.50%
EGARCH	2	8.30%
APARCH	5	20.80%
Riskmetrics	2	8.30%
FIGARCH	4	16.70%
FIAPARCH	4	16.70%
HYGARCH	1	4.20%
Outros	3	12.50%
TOTAL	24	
<i>VaR Não-condicional</i>		
TVE-GEV	3	21.40%
TVE-GPD	6	42.90%
TVE-POT	3	21.40%
Outros	2	14.30%
TOTAL	14	
<i>VaR Multivariado</i>		
Copula Clayton	4	36.40%
Copula t-Student	1	9.10%
Copula BB7	1	9.10%
Outros	5	45.50%
TOTAL	11	

De forma geral, pode-se observar na tabela 1 que não é possível perceber na literatura um modelo de risco que melhor se enquadra a toda realidade. Diferentemente do que ocorre na Física, a engenharia financeira não foi capaz de estabelecer um modelo único de cálculo do risco. No que tange os modelos condicionais, o modelo APARCH, tanto em sua forma simples, quanto com memória longa (FIAPARCH) aparece com desempenho superior em comparação aos demais. Já para o caso não-condicional, a Teoria de Valores Extremos é bem superior aos outros ajustamentos, em especial, utilizando-se da distribuição de Pareto Generalizada. Por fim, tem-se o caso multivariado, no qual os modelos de cópulas são superiores, utilizando a função de Clayton como *proxy*.

Outro aspecto que se pode observar, refere-se aos estudos que consideram os momentos de crise. Conforme é demonstrado no Quadro 1, aproximadamente quatro estudos

que abordam o VaR em épocas de crise, de um total de 52 trabalhos. Poucos são os que consideram os países emergentes e desenvolvidos.

2.5 Modelos de Volatilidade

A modelagem da volatilidade teve sua origem no estudo de Engle (1982), em que foi proposto um modelo denominado ARCH (AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity) para expressar a variância condicional como uma defasagem distribuída do quadrado dos retornos passados. A ideia básica do modelo é que os retornos, que compõem a série temporal, são não-correlacionados serialmente, mas sua volatilidade (variância condicional) depende dos retornos passados, e respeitam uma função quadrática.

Pode-se definir um modelo ARCH(p) por:

$$R_t = \sqrt{\sigma_t^2} \varepsilon_t \quad (11)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i R_{t-i}^2 \quad (12)$$

onde R_t é o retorno, ε_t é uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas (i.i.d.) com média zero e variância um.

Morettin e Toloi (2004) colocam que na prática, usualmente supõe $\varepsilon_t \sim N(0,1)$ ou $\varepsilon_t \sim t_\nu$ (t de Student com ν graus de liberdade).

A proposição original, elaborada por Engle (1982), mereceu extensos debates e diversos aperfeiçoamentos ao longo dos anos.

A primeira evolução, e mais significativa, foi introduzida por Bollerslev (1986) ao propor que a volatilidade condicionada fosse função não apenas dos quadrados dos erros passados (R_t^2), como também dos seus próprios valores (σ_{t-1}^2), passando os modelos assim construídos a ser denominados *Generalized* ARCH (GARCH). Em termos matemáticos, um modelo GARCH(p,q) pode ser expresso como:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i R_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 + v_t \quad (13)$$

onde ω é a constante, v_t é um ruído branco [$N \sim (0,1)$]

O próximo nível na evolução dos modelos ARCH foi o modelo EGARCH (*Exponential GARCH*) proposto por Nelson (1991). O EGARCH foi uma inovação aos modelos de volatilidade porque considera que os choques na variância têm um efeito exponencial, e não quadrático.

Na forma simplificada o modelo EGARCH(p,q) pode ser exposto:

$$\ln(\sigma_t^2) = \omega + \sum_{i=1}^p \left(a_i \left(\left| \frac{R_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \right| - E \left| \frac{R_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \right| \right) + \gamma_i \frac{R_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \right) + \sum_{j=1}^q (b_j \ln(\sigma_{t-j}^2)) \quad (14)$$

onde o parâmetro γ_i permite um efeito assimétrico, se $\gamma_i=0$, é um indicativo de ausência de assimetria na volatilidade.

Um modelo mais simples para a captação do comportamento assimétrico da volatilidade nas séries financeiras foi apresentado por Glosten, Jagannathan e Runkle (1993) e posteriormente implementado por Zakoian (1994), denominado por TARCH (Threshold ARCH). Esse novo modelo é um caso particular do modelo ARCH não-linear, e para ele a volatilidade segue a forma funcional:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i R_{t-i}^2 + \gamma R_{t-i}^2 d_{t-1} + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 + v_t \quad (15)$$

onde: d_{t-1} é uma variável dummy que assume o valor igual a 1 se $R_{t-1} < 0$ (más notícias), e valor igual a 0 se $R_{t-1} > 0$ (boas notícias).

Por fim, surgiu o modelo ARCH com Potência Assimétrica (APARCH) proposto por Ding *et al* (1993). O modelo APARCH(p,q) pode ser representado por:

$$\sigma_t^\delta = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i (|R_{t-i}| - \gamma_i R_{t-i})^\delta + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^\delta \quad (16)$$

onde $\delta \geq 0$ e $-1 < \gamma_i < 1$.

A idéia de Ding *et al* (1993) em desenvolver um modelo cuja potencia não assumisse o valor 2, como os demais modelos, contribuiu não somente para corrigir o efeito alavancagem – retornos negativos proporcionam maior volatilidade do que retornos positivos

– mas também tem a capacidade de corrigir o efeito assimétrico nas séries de retornos. Por isso o nome Potência Assimétrica.

O modelo possui um o expoente flexível, estimado como um parâmetro (δ). De acordo com os valores que seus parâmetros possam assumir, o APARCH(p,q) toma a forma de sete outros modelos da classe ARCH, conforme segue:

- O modelo ARCH de Engle (1982) quando $\delta = 2$, $\gamma_i = 0$ ($i = 1, \dots, p$) e $\beta_j = 0$ ($j = 1, \dots, p$).
- O modelo GARCH de Bollerslev (1986) quando $\delta = 2$, $\gamma_i = 0$ ($i = 1, \dots, p$).
- O modelo GARCH de Taylor (1986) e Schwert (1990) quando $\delta = 1$, $\gamma_i = 0$ ($i = 1, \dots, p$).
- O modelo GJR de Glosten, Jagannathan e Runkle (1993) quando $\delta = 2$.
- O modelo TARCH de Zakoian (1994) quando $\delta = 1$.
- O modelo NARCH de Higgins e Bera (1992) quando $\gamma_i = 0$ ($i = 1, \dots, p$) e $\beta_j = 0$ ($j = 1, \dots, p$).
- O modelo Log-ARCH de Geweke (1986) e Pentula (1986) quando $\delta \rightarrow 0$.

2.5.1 Modelos de Memória Longa

O fenômeno da Memória Longa acontece quando a ocorrência de um choque em uma série efeitos por longos períodos de tempo. Por exemplo, uma notícia ruim para certa empresa, ocasionada por alguma crise, pode gerar um impacto nos preços de suas ações, ocasionando um aumento repentino na sua volatilidade, como reflexo das incertezas quanto ao comportamento futuro dos preços. O efeito da Memória Longa vai estar presente na série temporal dos preços desta ação se o impacto causado pela notícia se repercutir na volatilidade por um longo período de tempo. Ou seja, se o impacto hoje tiver repercussão por vários dias, semanas, ou até por vários anos.

Em busca de criar um modelo que conseguisse captar a presença de memória longa Hosking (1981) e Granger (1980) incorporaram ao processo ARMA(p,q) o operador de diferenciação fracionária $(1-B)^d$, sendo $0 \leq d \leq 1$, em que B representa o operador de defasagem. Assim, obtém-se um processo ARFIMA(p,d,q) (autorregressivo fracionalmente integrado médias-móveis), cuja sua especificação é dada por,

$$\phi(B)(1-B)^d X_t = \theta(B)\varepsilon_t \quad (17)$$

onde $\{\varepsilon_t\}$ é um ruído branco e $\phi(B)$ e $\theta(B)$, são polinômios em B de graus p e q, respectivamente. Morettin e Toloi (2004) descreve o operador de diferenciação fracionária como,

$$\begin{aligned} (1-B)^d &= \sum_{k=0}^{\infty} \binom{d}{k} (-B)^k \\ &= 1 - dB + \frac{1}{2!} d(d-1)B^2 - \frac{1}{3!} d(d-1)(d-2)B^3 + \dots \end{aligned} \quad (18)$$

Silva (2003) afirmou que um modelo ARFIMA impõe uma dicotomia entre a dinâmica de curto e longo prazo, modelando o comportamento de curto prazo através da estrutura ARMA tradicional, enquanto a dinâmica de longo prazo é modelada pelo parâmetro de diferenciação fracionária d.

Isto posto, para imitar o comportamento do correlograma observado para a volatilidade das séries, Baillie *et al* (1996) introduziram o modelo GARCH fracionalmente integrado (FIGARCH) que busca captar a memória longa na variância condicional. A partir da formulação de um processo IGARCH(p,q) desenvolvido por Engle e Bollerslev (1986) dado por,

$$\phi(B)(1-B)X_t^2 = \alpha_0 + [1 - \beta(B)](X_t^2 - \sigma_t^2) \quad (19)$$

onde $\phi(B) = [1 - \alpha(B) - \beta(B)](1-B)^{-1}$, o processo FIGARCH(p,d,q) pode ser obtido substituindo o operador de primeira diferença $(1-B)$ pelo operador de diferença fracionária $(1-B)^d$.

Assim, a variância condicional do FIGARCH(p,d,q) é dada por:

$$\sigma_t^2 = \underbrace{\alpha_0 [1 - \beta(B)]^{-1}}_{\alpha_0^*} + \underbrace{\{1 - [1 - \beta(B)]^{-1} \phi(B)(1-B)^d\}}_{\lambda(B)} X_t^2 \quad (20)$$

$$\text{ou } \sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{\infty} \lambda_i B^i X_t^2 = \alpha_0 + \lambda(B) X_t^2, \text{ com } 0 \leq d \leq 1.$$

Segundo Baillie *et al* (1996) a amplitude (S) do processo FIGARCH é $S = \lambda(1) = 1$. Assim o termo $\alpha_0 > 0$ teria a mesma interpretação válida para o modelo IGARCH. Consequentemente, o segundo momento da distribuição incondicional de X_t seria infinito e o processo FIGARCH não fracamente estacionário.

Em contrapartida, Davidson (2004) demonstrou como a restrição arbitrária ($S = \lambda(1) = 1$) explica o estranho comportamento da memória do processo FIGARCH. Em particular, Davidson (2004) colocou que a duração da memória aumenta à medida que d tende a zero. Este é um contraste a interpretação convencional, a qual sugere que a duração da memória aumenta quando d cresce.

Seguindo, portanto, esta linha de raciocínio, Davidson (2004) desenvolveu o processo GARCH hiperbólico (HYGARCH), como sendo a generalização do modelo FIGARCH. O modelo HYGARCH introduz outro parâmetro α no lag polinomial. Portanto o modelo HYGARCH(1,d,1) pode ser expresso como

$$\sigma_t^2 = \frac{\alpha_0}{1-\beta} + \left(1 - \frac{(1-\phi B)[1 + \alpha((1-B)^d - 1)]}{(1-\beta B)} \right) X_t^2 \quad (21)$$

desde que $d > 0$, a amplitude do modelo HYGARCH(1,d,1) é $S = 1 - \frac{\phi}{\beta}(1-\alpha)$.

O modelo HYGARCH, portanto, não impõe a restrição da amplitude ser igual a um.

Vale ressaltar que os modelos FIGARCH e HYGARCH não conseguem captar a assimetria na volatilidade da série, o que levou Tse (1998) a estender o processo FIGARCH para o processo FIAPARCH usando a aproximação do modelo ARCH com potência assimétrica (APARCH) de Ding *et al.* (1993). O modelo FIAPARCH (1,d,1) pode ser expresso como

$$\sigma_t^\delta = \frac{\alpha_0}{1-\beta} + \left(1 - \frac{(1-\phi B)(1-B)^d}{(1-\beta B)^{-1}} \right) (|X_t| - \gamma X_t)^\delta \quad (22)$$

onde $-1 < \gamma < 1$ e $\delta > 0$. Quando $\gamma > 0$, temos que choques negativos causam maior impacto na volatilidade do que choques positivos. O inverso ocorre quando $\gamma < 0$. O processo FIAPARCH, portanto, captura a assimetria da volatilidade pela potência da equação de heteroscedasticidade. O modelo FIAPARCH se reduz ao processo FIGARCH quando $\gamma = 0$ e $\delta = 2$.

A partir desta idéia de integração fracionária outros modelos têm sido desenvolvidos a partir das extensões dos modelos GARCH, incluindo o EGARCH fracionalmente integrado (FIEGARCH) do Bollerslev e Mikkelsen (1996) e o modelo FIAPARCH de Tse (1998).

Similarmente ao processo GARCH(p,q), o modelo EGARCH(p,q) equação (14) pode ser estendido para os processos com memória longa pelo fator autoregressivo polinomial $[1 - \beta(B)] = \phi(B)(1 - B)^d$ onde as raízes de $\phi(B) = 0$ estão fora do círculo unitário. O modelo FIEGARCH(p,d,q) é especificado como

$$\ln(\sigma_t^2) = \alpha_0 + \phi(B)^{-1}(1 - B)^{-d} [1 + \alpha(B)]g(X_{t-1}) \quad (23)$$

O modelo TARCH, contudo, não foi desenvolvido em uma forma que capte a memória longa na volatilidade da série, uma vez que o modelo FIAPARCH é uma generalização de vários outros modelos da classe ARCH incluindo o modelo TARCH de Zakoian (1994).

2.6 Teoria de Valores Extremos (TVE)

Desenvolvida por matemáticos na década de 20 a Teoria dos Valores Extremos (TVE) permeou a academia até os dias atuais. Com os trabalhos pioneiros de Frechet (1927) e Fisher e Tippett (1928), a TVE foi por muitos anos vista como suspeita, pela capacidade de prever eventos sem precedentes, conforme apontado por Matthews (2008). Hoje, a teoria criou credibilidade e vem sendo bastante utilizada no meio acadêmico. Apesar de bastante estudada na área de climatologia e hidrologia, a TVE vem ganhando espaço no mercado financeiro. Foi nas mãos *Boris Gnedenko* e *Emil Gumbel* que a TVE começa a ser definida, principalmente aplicada a área de previsão de eventos.

Dessa década em diante a TVE foi aplicada em diversas áreas. Nos anos 30 e 40 foi bastante utilizada para prever inundações, níveis de chuva, resistência de materiais etc. Na década de 50, um fato marcante foi a utilização da TVE pelo governo alemão para prevenir inundações catastróficas futuras. Hoje, existem inúmeros trabalhos de TVE nas mais diferentes áreas de conhecimento (MENDES, 2004).

A aplicabilidade da TVE em finanças surgiu na década de 90 inspirada na modelagem de retornos extremos do mercado financeiro. Longin (1996) trabalhou com estimação da cauda da distribuição de retornos de índices bursáteis americanos. Danielsson e Vries (1997) calcularam os riscos de mercado a partir de estimativas para caudas de retornos. Reiss e Thomas (1997) reuniram diversos trabalhos da análise estatística dos valores extremos com aplicações em seguros e finanças, entre outras áreas. McNeil (1997, 1998) estudaram a estimativa das caudas das distribuições para séries financeiras usando TVE. Entre outros estudos que serão apresentados nas próximas seções.

Por se tratar de uma teoria de fácil operacionalização, o sucesso da TVE foi certo. Descartando a ideia de uma distribuição inicial para as séries, e pautadas apenas nos dados extremos, ou seja, uma pequena amostra do todo, a TVE ganhou a atenção do mercado financeiro. Diversas instituições passaram a adotá-la como ferramenta de análise. Foi o caso das *Clearings* da BM&FBOVESPA, no Brasil. Conforme Matthews (2008), se a teoria fosse mais difundida na década de 90 poderia ter antecipado várias perdas financeiras. A citar o caso da perda bilionária do fundo *Long Term Capital Management* (LTCM) que utilizava métodos que assumiam a distribuição Normal como pressuposto de análise de risco, sem considerar os valores extremos.

A Teoria dos Valores Extremos tem por objetivo modelar a cauda da distribuição dos dados. Nas aplicações em finanças, geralmente, utiliza-se dois tipos de distribuição: a distribuição Generalizada de Valores Extremos (*Generalized Extreme Value*, GEV), cujo pressuposto é de que a distribuição dos máximos de uma variável aleatória converge para uma de três distribuições, Gumbel, Fréchet e Weibull, e a distribuição Generalizada de Pareto (*Generalized Pareto Distribution*, DPD)

Para a modelagem, é necessário inicialmente extrair os máximos de uma série (variável aleatória independente e identicamente distribuída), dados por $M_n = \max(X_1, \dots, X_n)$. Os valores máximos seguem uma distribuição da cauda da densidade de probabilidade. Isto é, dado F_X como a distribuição de probabilidade, F_{M_n} será então a distribuição dos máximos.

2.6.1 Distribuição de Valores Extremos Generalizada (GEV)

Conforme Mendes (2004), para conhecer a distribuição exata F_{M_n} do máximo M_n , para n pequeno ou moderado, é preciso especificar a distribuição F_X , a qual é geralmente desconhecida. Por outro lado, para n grande F_{M_n} é degenerada sendo, portanto, um resultado que não fornece muita informação.

A distribuição da série de máximos e mínimos na TVE é modelada, sobre determinadas condições, por distribuições do máximo padronizado da série a convergir para as distribuições *Gumbel*, *Frécheti* ou *Weibull*. Ou seja, para uma distribuição de máximos ou mínimos, ajustam-se os parâmetros de uma distribuição generalizada das três distribuições anteriores, denominada GEV.

Assim, a distribuição F_{M_n} converge, via de regra, para a seguinte distribuição:

$$H_{(\xi, \mu, \sigma)} = \begin{cases} \exp\left(-[1 + \xi(x - \mu)/\sigma]^{\frac{1}{\xi}}\right) \\ \exp\left(-e^{-\frac{x - \mu}{\sigma}}\right) \end{cases} \begin{matrix} \text{se } \xi \neq 0 \\ \xi = 0 \end{matrix} \quad (24)$$

onde $1 + \xi(x - \mu)/\sigma > 0$

De acordo com Mendes (2004), as estimativas dos parâmetros ξ , μ e σ da distribuição $H_{(\xi, \mu, \sigma)}$ podem ser obtidas por vários procedimentos estatísticos, incluindo o Método dos Momentos (Reiss e Thomas, 1997), Método da Regressão (Reiss e Thomas, 1997), método da Máxima Verossimilhança (Embrechts, Klüppelberg e Mikosch, 1997) e método dos L-momentos (Hosking e Wallis, 1997).

2.6.2 Distribuição de Pareto Generalizada (GPD)

Da mesma forma que a distribuição GEV descreve a distribuição limite dos máximos padronizado, a distribuição de Pareto Generalizada (GPD) aparece como a distribuição limite dos excessos descrita como:

$$P_{\xi}(y) = \begin{cases} 1 - (1 + \xi y)^{-1/\xi} & \xi \neq 0 \\ 1 - e^{-y} & \xi = 0 \end{cases} \quad \text{se} \quad (25)$$

onde $y \geq 0$ se $\xi \geq 0$, e $0 \leq y \leq -1/\xi$ se $\xi < 0$, e cuja densidade é

$$p_{\xi}(y) = (1 + \xi y)^{-(1+1/\xi)} \quad \text{para} \quad \begin{cases} 0 \leq y, & \xi \geq 0 \\ 0 \leq y \leq \frac{1}{|\xi|} & \xi < 0 \end{cases} \quad \text{se} \quad (26)$$

2.7 Modelos Multivariados

Os modelos multivariados surgiram a partir da generalização dos modelos de volatilidade univariados. Sua aplicação é fundamental na área financeira, para a gestão de carteiras de investimentos. Os fundos de investimento e instituições financeiras detêm diversos ativos em suas carteiras, e o controle da volatilidade de ativos independentes não justifica a análise dos resultados.

Os primeiros trabalhos que buscam modelar a variabilidade de duas ou mais séries temporais surgiu na década de 80 pelos mesmos autores dos tradicionais modelos de volatilidade condicional da classe ARCH. Um dos primeiros modelos que ajustam as matrizes de covariâncias variáveis no tempo foi desenvolvido por Bollerslev *et al* (1988) denominado VEC. Posteriormente surgem as extensões BEKK, CCC e DCC de Baba *et al* (1991), Bollerslev (1990) e Engle e Shepard (2002) respectivamente.

2.7.1 Modelo VEC

Por se tratar de uma análise multivariada, esta classe de modelos visa ajustar e estimar a covariância das séries no tempo. Assim, considerando Σ_t como a matriz de covariância de um modelo com n variáveis explicativas no tempo t , conforme a Equação 27, aplica-se o operador Vech para empilhar a porção triangular inferior em um vetor de dimensão $(n(n+1)/2) \times 1$, conforme descrito por Bueno (2008). Ou seja, coloca-se a primeira coluna sobre a segunda, o resultado sobre a terceira e assim por diante.

$$\Sigma_t = \begin{bmatrix} \sigma_{11,t} & \sigma_{12,t} & \cdots & \sigma_{1n,t} \\ \sigma_{21,t} & \sigma_{22,t} & \cdots & \sigma_{2n,t} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1,t} & \sigma_{n2,t} & \cdots & \sigma_{nn,t} \end{bmatrix} \quad (27)$$

O operador Vech é dado por vetor:

$$\text{Vech}(\Sigma_t) = [\sigma_{11,t} \quad \sigma_{21,t} \quad \cdots \quad \sigma_{n1,t} \quad \sigma_{22,t} \quad \sigma_{32,t} \quad \cdots \quad \sigma_{n2,t} \quad \cdots \quad \sigma_{nn,t}] \quad (28)$$

Dessa forma, o modelo MGARCH em Vech pode será dado por:

$$Y_t = b + \Sigma_t \delta + \varepsilon_t \quad (29)$$

$$\text{Vech}(\Sigma_t) = C + \sum_{i=1}^q A_i \text{Vech}(\varepsilon_{t-i} \varepsilon'_{t-i}) + \sum_{j=1}^p B_j \text{Vech}(\Sigma_{t-j}) \quad (30)$$

onde Y_t é um vetor $n \times 1$, b é um vetor de médias (ou constantes) $n \times 1$, δ é um vetor $n \times 1$, C é um vetor $(n(n+1)/2) \times 1$, A_i é uma matriz $(n(n+1)/2) \times (n(n+1)/2)$ e B_i é uma matriz $(n(n+1)/2) \times (n(n+1)/2)$.

É fácil notar que o modelo terá um número excessivo de parâmetros, que cresce de forma exponencial com o aumento do número de variáveis estudadas. Para evitar este problema, geralmente impõe-se que os elementos das diagonais secundárias das matrizes A_i e B_i sejam nulos.

Assim, para um MGARCH (1,1), tem-se:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11,t} \\ \sigma_{21,t} \\ \sigma_{22,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} \\ c_{21} \\ c_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11,1} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22,1} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33,1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t-1}^2 \\ \varepsilon_{2,t-1} \varepsilon_{1,t-1} \\ \varepsilon_{2,t-1}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11,1} & 0 & 0 \\ 0 & b_{22,1} & 0 \\ 0 & 0 & b_{33,1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11,t-1} \\ \sigma_{21,t-1} \\ \sigma_{22,t-1} \end{bmatrix} \quad (31)$$

De acordo com Bueno (2008) a variância de uma variável é explicada apenas pelo quadrado de seus erros passados e de sua variância passada, ao passo que a covariância das expressões é explicada pelas covariâncias passadas e pelo produto cruzado dos erros passados.

2.7.2 Modelo BEKK

O modelo BEKK, proposto por Baba *et al* (1991) é uma extensão do modelo VEC, que visa reduzir o número de parâmetros do modelo. Engle e Kroner (1995) sugerem a formulação alternativa ao modelo BEKK, conforme segue:

$$\Sigma_t = C'C + \sum_{i=1}^q A_i' \varepsilon_{t-i} \varepsilon_{t-i}' A_i + \sum_{j=1}^p B_j' \Sigma_{t-j} B_j \quad (32)$$

Assim como no modelo VEC, o modelo BEKK também tem um número excessivo de parâmetros a serem estimados.

2.7.3 Modelos CCC e DCC

Desenvolvido por Bollerslev (1990), o modelo propõe que as covariâncias condicionais sejam parametrizadas de modo a serem proporcionais ao produto dos desvios-padrão correspondente, conforme descreve Bueno (2008). Este modelo reduz significativamente a intensidade computacional requerida para estimar os parâmetros facilitando a operacionalização das variáveis.

O modelo de correlação condicional constante (CCC) assume que, dado D_t uma matriz diagonal ($n \times n$) dos desvios padrões condicionais e R é a matriz de correlação ($n \times n$), a especificação é dado por:

$$\Sigma_t = D_t R D_t \quad (33)$$

Diferentemente dos demais, neste modelo as volatilidades univariadas são utilizadas para estimação do modelo multivariado.

Para o caso bivariado:

$$\Sigma_t = \begin{bmatrix} \sqrt{\sigma_{11,t}} & 0 \\ 0 & \sqrt{\sigma_{22,t}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{\sigma_{11,t}} & 0 \\ 0 & \sqrt{\sigma_{22,t}} \end{bmatrix} \quad (34)$$

Relaxando a hipótese de Correlação Constante, Engle e Sheppard (2002) generalizou o modelo anterior considerando a correlação dinâmica, criando então o modelo DCC, conforme expressão:

$$\Sigma_t = D_t R_t D_t \quad (35)$$

onde R_t é dado por:

$$R_t = Q_t^{*-1} Q_t Q_t^{*-1} \quad (36)$$

$$Q_t = \left(1 - \sum_{m=1}^M \alpha_m - \sum_{h=1}^H \beta_h \right) \bar{Q} + \sum_{m=1}^M \alpha_m \varepsilon_{t-m} \varepsilon'_{t-m} + \sum_{h=1}^H \beta_h Q_{t-h} \quad (37)$$

onde $\bar{Q}$ é a covariância não-condicional dos resíduos padronizados resultantes da estimação de primeiro estágio e:

$$Q_t^* = \begin{bmatrix} \sqrt{q_{11,t}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sqrt{q_{22,t}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sqrt{q_{nn,t}} \end{bmatrix} \quad (38)$$

onde Q_t^* é a matriz de desvios-padrão padronizados.

2.8 Teoria de Cópula

Por muitos anos a econometria financeira se apoiou em pilares simplistas da estatística tradicional. O tratamento das séries temporais, os retornos eram tomados como realizações de um processo estocástico univariado com pressuposição gaussiana. Outros estudos foram produzidos com a consideração de diferentes distribuições. Nas análises multivariadas, a história é outra. A distribuição usualmente utilizada e quase nunca contestada era a Normal Multivariada. Esta suposição restringe a uma linearidade no tipo de associação entre as

distribuições marginais (normais). O que parece drástico em se considerar um único tipo de dependência observada entre séries. (MENDES, 2004)

A modelagem incorreta dos dados, partindo de pressupostos estatísticos não válidos e testados, pode gerar grandes prejuízos financeiros no controle e gestão dos riscos, principalmente em grandes instituições do Mercado Financeiro Global, que possuem uma parcela significativa do capital mundial.

A evolução dos computadores e disseminação do uso de processadores mais velozes para análise e tratamento dos dados matemáticos e estatísticos, tem permitido a sofisticação dos produtos financeiros. Esta sofisticação advém da incorporação de combinações de diferentes variáveis, o que exige o manuseio de estruturas de dependências mais complexas, como o caso não linear e de dependência de cauda. O conceito de cópulas surgiu, então, para otimizar a representação e interpretação da estrutura de dependência de dados multivariados, em particular os dados bivariados.

A teoria de cópulas foi desenvolvida por Sklar (1959). Do seu estudo pioneiro, surgiu o Teorema de Sklar, descrito por Nelsen (1999).

De acordo com Nelsen (1999), considere duas variáveis aleatórias X e Y , com funções de distribuição $F(x)$ e $G(y)$ e função de distribuição conjunta $H(x,y)$. Para cada grupo de números reais (x,y) , estando no intervalo $(0,1)$, pode associar três números: $F(x)$, $G(y)$ e $H(x,y)$. Nelsen (1999) mostra que o valor da função distribuição conjunta de cada par ordenado dos valores das funções de distribuições individuais, são conectadas por uma função cópula.

Em uma forma simplista, considerando o caso bivariado, imagine $I = [0,1]$ e $I^2 = I \times I$. A cópula bidimensional é uma função C definida por I^2 e os valores de I com as propriedades:

1ª - Para todo $u_1, u_2 \in I$

$$C(u_1, 0) = 0 = C(0, u_2)$$

$$C(u_1, 1) = u_1, \quad C(1, u_2) = u_2$$

2ª - Para cada u_1, u_2, v_1, v_2 em I tais que $u_1 \leq u_2$ e $v_1 \leq v_2$

$$C(u_2, v_2) - C(u_2, v_1) - C(u_1, v_2) + C(u_1, v_1) \geq 0$$

O Teorema de Sklar, apresentado por Nelsen (1999) coloca que para qualquer par de variáveis aleatórias existirá uma função $C(u,v)$ tal que:

$$H(x, y) = C(F(x), G(x)) \tag{39}$$

Conforme Teorema de Sklar a função cópula $C(\cdot)$, dada por uma distribuição conjunta com marginais uniformes é dado por:

$$C(u_1, u_2) = F(F^{-1}(u_1), G^{-1}(u_2)) \quad (40)$$

2.8.1 Família Cópulas

Nesta seção serão apresentadas algumas famílias de cópulas bastante utilizadas para modelagem de séries financeiras. As mais tradicionais são Normal (Gaussiana) e t-Student para cópulas elípticas e o grupo de cópulas da família arquimediana.

A cópula Normal (Gaussiana) é uma função de dependência associada a uma normal bivariada, dada por:

$$C_{Ga}^{\rho}(u_1, u_2) = \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(u_1)} \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(u_2)} \frac{1}{2\pi(1-\rho^2)^{1/2}} \exp\left\{-\frac{(s^2 - 2\rho st + t^2)}{2(1-\rho^2)}\right\} ds dt \quad (41)$$

onde ρ é o coeficiente de correlação linear e assume os valores entre -1 e 1 e Φ é a função distribuição normal padronizada. A figura 2 exemplifica a dependência da cópula com distribuição Normal Gaussiana.

Figura 2 - Cópula Normal com correlação 0,95
Fonte: Cordeiro (2009)

A cópula t-Student bivariada, também parametrizada pelo coeficiente de correlação linear é descrita conforme expressão:

$$C_t^{v,\rho}(u_1, u_2) = \int_{-\infty}^{t_v^{-1}(u_1)} \int_{-\infty}^{t_v^{-1}(u_2)} \frac{1}{2\pi(1-\rho^2)^{1/2}} \exp\left\{1 + \frac{-(s^2 2\rho st + t^2)}{v(1-\rho^2)}\right\}^{\frac{-(v+2)}{2}} ds dt \quad (42)$$

onde $t_v^{-1}(\cdot)$ representa a função quantil de uma distribuição t-student padrão (univariada), t_v , com v graus de liberdade (g.l.). Esta função cópula depende apenas de duas variáveis ρ e v .

Figura 3 - Cópula t-student com correlação 0,95 e 2 g.l.
Fonte: Cordeiro (2009)

No grupo de cópulas arquimedianas, as mais tradicionais são as de Clayton (1978), Gumbel (1960) e Frank (1979). O termo arquimadiano surge inicial por Genest e Mackay (1986).

A cópula de Clayton foi proposta pela primeira vez por Clayton (1978). A função de distribuição cumulativa é definida por

:

$$C_c^\theta(u_1, u_2) = \left(u_1^{-\theta} + u_2^{-\theta} - 1\right)^{-1/\theta} \quad (43)$$

onde $\theta \in [-1, \infty)$.

Figura 4 - Cópula de Clayton com parâmetro teta igual a 0,8
Fonte: Cordeiro (2009)

A família Frank de cópula, que apareceu em Frank (1979), é profundamente discutida em Genest (1987). A cópula de Frank é expressa por:

$$C_F^\lambda(u_1, u_2) = \frac{-1}{\lambda} \log \left(\frac{\lambda(1 - e^{-\lambda}) - (1 - e^{-\lambda u_1})(1 - e^{-\lambda u_2})}{1 - e^{-\lambda}} \right) \quad (44)$$

onde $\lambda \in (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$

Figura 5 - Cópula de Frank com parâmetro lambda igual a 18
Fonte: Cordeiro (2009)

A cópula de Gumbel foi introduzida por Gumbel (1960). Uma vez tendo sido discutida criticamente por Hougaard (1986), passou a também ser conhecida como cópula de Gumbel_Hougaard. A função de distribuição é dada por:

$$C_G^\delta(u_1, u_2) = \exp\left(-\left((-\log u_1)^\delta + (-\log u_2)^\delta\right)^{\frac{1}{\delta}}\right) \quad (45)$$

onde $\delta \in [0, \infty)$.

Figura 6 - Cópula de Gumbel com parâmetro delta igual a 5
Fonte: Cordeiro (2009)

As estimações dos parâmetros das funções de cópula são realizadas pelo método de máxima verossimilhança

2.9 Redes Neurais Artificiais

As redes neurais artificiais é a imagem de neurônios biológicos construídos na forma artificial, por meio de componentes eletrônicos ou *softwares* de computadores. Para Freitas (2001) a rede neural tem seu funcionamento baseado nos neurônios de um cérebro humano. O conhecimento para resolução de problemas é adquirido por meio de um processo de aprendizagem. Neurologistas e pesquisadores de inteligência artificial, na busca de desenvolver uma estrutura semelhante ao cérebro, propuseram uma rede interconectada por nódulos (ou neurônios).

Conforme descreve Correa e Portugal (1998) existem grandes diferenças entre o cérebro humano com a estrutura de redes neurais de um computador. O cérebro humano gera impulsos elétricos que passam pelos neurônios criando ligações entre eles. Estas ligações são memorizadas e sensibilizadas toda vez que o evento se repete. Possibilitando o reconhecimento quando um novo impulso for emitido. O aprendizado ocorre quando se altera o que já era conhecido, modificando as ligações já existentes. Toda nova experiência ou sensação será armazenada no cérebro por meio de ligações distintas.

Já os sistemas computacionais, as redes neurais são também conectadas por neurônios, mas neste caso artificiais. Cada neurônio possui uma função matemática de ativação. Recebendo um valor determinado, a função de ativação transformará este valor em um determinado dado de saída, que será encaminhado (propagado) ao neurônio subsequente. A cada conexão entre os neurônios será atribuído um peso, denominado de peso sináptico (em referência às sinapses do cérebro humano). O processo de aprendizado de uma rede refere-se as alterações dos pesos dos neurônios até que se atinja, dado os valores de entrada, em respostas satisfatórias ao problema estudado. O conhecimento adquirido por uma rede será exatamente os valores dos pesos sinápticos adquiridos no processo de aprendizagem. Por outro lado, já existem redes neurais sem pesos, onde o conhecimento é armazenado nos neurônios, por meio de tabelas-verdade. (BRAGA *et al* 2000)

A figura 7 ilustra a arquitetura de um neurônio biológico.

Figura 7 - Neurônio Biológico
Fonte: Adaptado de Fausset (1994)

Já a figura 8 apresenta uma projeção simplista de um neurônio artificial.

Figura 8 - Modelo de neurônio artificial

Enquanto em um neurônio biológico os impulsos elétricos são capturados pelos dendritos, que perpassam toda a célula através do Axônio até o outro neurônio. Os neurônios artificiais recebem os dados de entrada X_1 , X_2 e X_3 que serão multiplicados por pesos correspondentes W_i , gerando, portanto, entradas ponderadas de dados. Estas ponderações representam as forças das sinapses. Os impulsos elétricos de um neurônio biológico sofrem alterações nas entradas de cada neurônio (dendritos). Após as ponderações dos dados, os mesmos serão somados, gerando um potencial de ativação, representado por v . Este valor será submetido a uma *função de ativação*, cujo resultado será o valor de saída do neurônio artificial, aqui representado por Y . Ressalta-se que o valor v será comparado com um limite já estabelecido. Se o valor estiver fora dos limites, assumirá o valor zero, ou seja, não será ativado o neurônio.

É possível notar um valor B que não foi mencionado. Trata-se de um parâmetro, denominado de *bias*, que não este presente em todos os tipos de neurônios artificiais. Ele tem

como objetivo permitir uma calibragem do sinal de saída, somando-se aos valores ponderados.

Expressando em forma matemática temos que:

$$S = \sum_{i=1}^n W_i X_i \quad (46)$$

$$v = S + B \text{ e } Y = \varphi(v) \Rightarrow Y = \varphi(S + B) \quad (47)$$

Na literatura as *bias* também podem ser denominadas por *activation threshold*.

2.9.1 Função de ativação

Conforme descrito por Freitas (2001) uma função de ativação, neste exemplo expressa por $\varphi(\cdot)$, tem por objetivo processar os sinais adquiridos por v , de forma a produzir um sinal de saída do neurônio artificial. Ele aplicada o potencial de ativação em v e gera Y (Dados de saída). Existem vários tipos de função de ativação na literatura. Ela pode assumir uma função linear simples. Pode assumir uma função limiar, também conhecida como função degrau. Ou diversas outras formas, como uma função sigmoidal, função rampa, ou até uma função que simule mais precisamente as características não lineares de um neurônio biológico. As expressões a seguir ilustram as funções linear, limiar, rampa e não lineares.

No caso de $\varphi(\cdot)$ ser uma função linear, sua saída do neurônio é dada por:

$$\varphi(v) = \alpha \cdot v \quad (48)$$

onde α é uma constante.

Caso $\varphi(v)$ seja uma função limiar, tem-se:

$$\varphi(v) = \begin{cases} +\gamma & \text{se } v > 0 \\ -\gamma & \text{se } v \leq 0 \end{cases} \quad (49)$$

e a função rampa como:

$$\varphi(v) = \begin{cases} +\gamma & \text{se } v \geq +\gamma \\ \alpha \cdot v & \text{se } -\gamma < v < +\gamma \\ -\gamma & \text{se } v \leq -\gamma \end{cases} \quad (50)$$

onde γ é o valor de limiar do neurônio artificial (constante).

As funções que buscam semelhanças mais precisas do comportamento dos neurônios biológicos são não lineares, chamadas funções “*squashing*”. Sua característica está em não deixar a saída (Y) exceder certos valores de limites, que geralmente são menores que os valores v .

A função “*squashing*” mais usada é a função logística ou sigmoidal, sendo ela representada por:

$$\varphi(v) = \frac{1}{1 + e^{-v/T}} \quad (51)$$

onde o parâmetro T determina a suavidade da curva.

Outra função de ativação “*squashing*” bastante utilizada nas redes é a tangente hiperbólica. Semelhante a sigmóide é geralmente utilizada por biólogos para o modelo matemático de ativação de células nervosas.

A função é expressa como:

$$\varphi(v) = \tanh(v) \quad (52)$$

Apesar da forma semelhante a da sigmóide, a tangente hiperbólica possui valores de Y binários, característica fundamental para certos tipos de redes neurais artificiais.

Abelém (1994) apresenta uma limitação dos neurônios artificiais em relação aos biológicos. Os neurônios artificiais oferecem respostas imediatas dado as entradas dos dados, desprezando os sincronismos ou modulação de frequências, presentes nas redes naturais. Apesar da limitação as redes artificiais apresentam características semelhantes aos sistemas biológicos, como a capacidade de aprendizado e generalização. De forma geral a essência do funcionamento do neurônio foi adquirida.

2.9.2 Arquitetura de redes neurais

Para atingir resultados satisfatórios a arquitetura de uma rede é fator primordial. Principalmente para a convergência e generalização das Redes Neurais Artificiais. A escolha de uma arquitetura deve seguir o princípio da parcimônia, não sendo grandes e nem pequenas. O ideal é que a rede obtenha o máximo de conhecimento possível sobre o problema, assim terá uma boa habilidade de generalização. (ABELÉM, 1994)

Braga *et al* (2000) coloca que a determinação da arquitetura da rede consiste em estabelecer a estrutura que os neurônios serão alocados. Algumas características devem ser consideradas como: número de camadas da rede, número de neurônios em cada camada, tipo de conexão entre os neurônios e a topologia de rede.

Encontrar a arquitetura ideal não é uma tarefa simples. Antigamente os pesquisadores treinavam diversas arquiteturas até encontrar a que gerasse os melhores resultados. Atualmente os *softwares* possuem algoritmos que vão testando diversas arquiteturas distintas até atingir um resultado mais satisfatório. Por meio de algoritmos genéticos é possível estabelecer a arquitetura ótima.

Dentre as diversas arquiteturas da rede destaca-se as redes de camada única e as de múltiplas camadas. As redes de camada única se caracteriza por existir apenas um neurônio entre cada entrada e cada saída e as de múltiplas camadas, há mais de um neurônio entre qualquer entrada e qualquer saída da rede.

Figura 9 - Rede neural: (a) com camada única (b) com múltiplas camadas

Um número maior de camadas intermediárias (ou ocultas) permitirá que as Redes Neurais Artificiais (RNA) consigam atingir decisões mais complexas. Tais camadas possibilitam que os elementos se organizem com mais facilidade, aprendendo a reconhecer parâmetros distintos da entrada. Por outro lado, uma desvantagem é que o aprendizado se torna mais difícil.

Em relação ao tipo de conexão, as redes neurais podem ser do tipo *feedforward* (acíclicas) ou recorrentes (cíclicas). Uma diferença das redes recorrentes das *feedforward* é que elas possuem no mínimo um *link* de realimentação. A saída de um determinado neurônio de uma camada é utilizada como entrada para um neurônio de outra camada. Uma rede neural em que todas as conexões são cíclicas é chamada de auto associativa. (FREITAS, 2001)

2.9.3 Aprendizagem

Como dito anteriormente, a aprendizagem é uma das propriedades mais importantes das redes neurais. O ambiente te possibilita alteração o que melhora seu desempenho. Nas redes artificiais, isso é feito por meio de um processo iterativo de ajuste, aplicado a seus pesos durante o processo de treinamento. O aprendizado estará completo quando uma rede atingir uma solução generalizada de um problema.

Uma rede deve ser capaz de generalizar. Mas, ao mesmo tempo, deve-se tomar cuidado para que não aconteça um “supertreinamento” e memorização dos dados. Se uma rede neural é submetida a um supertreinamento, ela perde a capacidade de reconhecer padrões fora do conjunto de treinamento. Para evitar esta situação deve-se ter um conjunto de teste com dados diferentes do conjunto de treinamento, e a rede deve ser capaz de classificá-los corretamente, provando assim sua flexibilidade e capacidade de generalização.

Haykin (2001) descreve três principais paradigmas de aprendizagem.

a) Aprendizagem supervisionada. Um agente externo indica a rede uma resposta desejada para o padrão de entrada. O ajuste dos pesos ocorre quando o sistema compara a saída da rede com a resposta desejada previamente conhecida.

b) Aprendizagem não-supervisionada. Quando não se tem o agente no processo, indicando as respostas desejadas para os padrões de entrada. Neste caso a rede neural utilizará os neurônios como classificadores e os dados de entrada como elementos de classificação. Esse tipo de rede trabalha essas entradas e se organiza de modo a classificá-las mediante algum critério de semelhança.

c) Aprendizagem híbrida. É a mistura dos conceitos apresentados anteriormente. Parte dos pesos é determinada por meio da aprendizagem supervisionada, enquanto outros são obtidos pela da aprendizagem não-supervisionada.

Segundo Haykin (2001) neste processo os pesos dos neurônios são ajustados por meio de um algoritmo de aprendizagem. Este algoritmo é um conjunto de regras bem definidas para resolução de um problema.

2.9.4 Redes Neurais Artificiais Multi-Camadas

A capacidade limitada de representação das Redes Neurais Artificiais com uma única camada foi superada na década de 60, a partir do perfeito entendimento do problema da separabilidade linear, expõe Minsk e Papert (1988). Contudo, apesar de se ter descoberto como aumentar a capacidade de representação da rede com o acréscimo de novas camadas, chamada de redes MLP (*Multilayer Perceptron*) faltava ainda uma forma de treinar a rede. Esta forma só foi descoberta em meados da década de 70, com a criação de vários algoritmos, entre eles o de retropropagação (*Backpropagation*). O *Backpropagation* se tornou um dos algoritmos mais populares para o treinamento, sendo em parte responsável pelo ressurgimento do interesse na área de Redes Neurais Artificiais.

As redes conhecidas como MLP (*Multilayer Perceptron*) são assim chamadas devido a existência de diferentes camadas (*layers*) intermediárias, trabalhando em uma forma acíclica (*feedforward*). Devido à presença das camadas intermediárias, os modelos de redes MLP permitem a solução de problemas mais complexos.

O algoritmo *backpropagation* segue o paradigma de aprendizado supervisionado, em que são fornecidos valores de entrada às redes neurais com as respectivas saídas desejadas. Através do algoritmo *backpropagation*, o processo de aprendizado é realizado em duas etapas. A primeira é a etapa *forward*, em que os valores de saída da rede são calculados a partir dos valores de entrada fornecidos. Na segunda etapa, a *backward*, os pesos associados a cada conexão são atualizados conforme as diferenças entre os valores de saída obtidos e os valores desejados, da última camada até a camada de entrada. (FREITAS, 2001)

Conforme aponta Corrêa e Portugal (1998), o algoritmo de *backpropagation* busca ajustar as ponderações de modo a minimizar os possíveis erros de previsão. Comparando os valores observados e estimados, os pesos serão ajustados de modo a encontrar o erro mínimo. O algoritmo de *backpropagation* é dado conforme expressões:

$$\Delta w_{ij,k}^n = \eta \cdot \delta_{j,k} \cdot y_{i,k-1} \quad (53)$$

$$w_{ij,k}^{n+1} = w_{ij,k}^n + \Delta w_{ij,k}^n \quad (54)$$

$$\delta_{j,k} = \left(\frac{dy}{dz} \right)_{i,k} \cdot (y_{i,k} - y_{i,k}^T) \quad (55)$$

com $i=1,2, \dots, I$; $j=1,2,\dots,J$, e $k=1,\dots,K$.

onde η é o coeficiente de aprendizado ($0,01 < \eta < 1,00$);

$y_{i,k}$ é a saída do neurônio i na camada k ;

$y_{i,k}^T$ é o valor desejado para $y_{i,k}$;

$w_{ij,k}^n$ é a ponderação ligando o neurônio i na camada $k-1$ ao neurônio j na camada k no passo n .

Assim, a previsão de valores futuros de séries temporais geradas por uma combinação de processo determinístico e estocástico não é uma tarefa simples, devendo ser corretamente analisadas e bem treinadas a fim de que forneça boas previsões.

3. ASPECTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo é apresentado o método científico para condução da pesquisa empírica, de forma a buscar respostas ao problema proposto e testar as hipóteses levantadas.

Para simplificar a apresentação o capítulo foi dividido em quatro tópicos. O primeiro diz respeito a natureza da pesquisa de forma geral, abordando o tipo e método. O segundo apresenta os dados a serem utilizados no trabalho empírico, contemplando o período de análise, periodicidade e instrumento de coleta. No terceiro tem-se um descritivo passo-a-passo de como serão analisados os dados da pesquisa, contendo as formulações matemática e testes estatísticos.

3.1 Natureza da Pesquisa

A pesquisa científica está relacionada a uma investigação planejada, desenvolvida e realizada por meio de parâmetros metodológicos pré-estabelecidos e já tradicionais pela ciência. (RUIZ, 1996).

A presente pesquisa pode ser classificada como sendo uma pesquisa descritiva que utiliza de método quantitativo. Trata-se de um levantamento bibliográfico porque, segundo Gil (2010), foi elaborada com o uso de materiais já publicados. Para Fachin (2003, p. 102), o levantamento bibliográfico se constitui num “conjunto de conhecimentos reunidos nas obras tendo como base fundamental conduzir o leitor a determinado assunto e à produção, [...] e utilização”. Trata-se também de uma pesquisa descritiva dado que seu objetivo é descrever as características de determinada população, podendo ser elaborada também com a finalidade de identificar possíveis relações entre variáveis. (GIL, 2010)

O método para análise e operacionalização das variáveis é denominado de quantitativo, pela característica dos dados e métrica estatística de mensuração e testes. Para Fachin (2003) o método quantitativo caracteriza-se pela atuação nos níveis de realidade e apresenta como objetivos a identificação e apresentação de dados, utilizando medidas numéricas para testar hipóteses e análise estatística a partir de amostras de uma população.

3.2 Dados da pesquisa

Para os estudos, foram utilizados dados de dois grupos de países, os considerados desenvolvidos, neste caso composto pelos cinco grandes (Alemanha, Estados Unidos, França, Reino Unido e Japão), grupo do G7, e os países emergentes pertencentes ao BRICS (Brasil, Rússia, Índia, China e África do Sul). A amostra refere-se às cotações diárias de fechamento dos índices de ações dos países, no período de 1995 a 2013. A Tabela 2 apresenta a relação de países e índices utilizados.

Tabela 2 - Países e índices da amostra

Desenvolvidos		Emergentes	
País	Índice	País	Índice
Alemanha	DAX 30	Brasil	Ibovespa
EUA	S&P 500	Rússia	RTS Index
Reino Unido	FTSE 100	Índia	Índia BSE100 National
Japão	NIKKEI 225	China	Shanghai SE Composite
França	CAC 40	África do Sul	FTSE/JSE top 40

Os dados, referentes ao período de 01/01/1995 a 31/12/2013, foram coletados no site *Yahoo Finance*. Optou-se por um período que se inicia em 1995 evitando distorções pelo tempo. Segundo Cooper e Schindler (2003), a amostra deve retratar bem as características da população que representa e a validade dela depende de acuidade (grau em que os vieses ficam de fora da amostra) e precisão das estimativas. Quanto mais antigo for os dados de análise, maior será a janela de testes e verificações, contribuindo para uma amostragem mais significativa. Por outro lado, pouco contemplará as realidades atuais de mercado. Seguindo o critério da acuidade, uma amostra muito longa pode superestimar os riscos de mercado, atrapalhando a precisão das estimativas. Dessa forma, uma janela de 20 anos possibilita inclusão de 2 crises financeiras e reduz o efeito temporal por dados defasados. A composição dos índices geralmente se altera anualmente. Dados muito defasados contemplam empresas que, por muitas vezes, não pertencem ao índice de ações avaliado. O período de 1995 a 2013 está relacionado às crises da Ásia de 1997 a 1998, Rússia em 1998, Brasil em 1999 e Americana em 2008, o que justificou o início em 1995 e término em 2013.

Para o estudo de análise e mensuração do risco de mercado dos índices das bolsas dos países utilizou-se os retornos diários e não a cotação do índice. Os retornos é um valor percentual de elevação/queda dos índices no decorrer dos dias. Sua estimação é feita pela relação entre a cotação de um determinado dia em relação ao dia anterior. A expressão a seguir demonstra a formulação de cálculo do retorno.

$$R_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1}) \quad (56)$$

onde P representa a série de fechamento das cotações dos índices e R_t a série do retorno .

A utilização da série de retornos como entrada para os testes estatísticos é bastante utilizada no meio acadêmico por se tratar de dados já estacionários com média zero e variância σ^2 . Assim, a série de retornos substituiu a série original de cotações do índice.

Para as modelagens estatísticas foram utilizados cinco *softwares*. A estatística descritiva e testes de acurácia foi realizado pelo E-views®. Para a modelagem do VaR condicional com estimação por máximo verossimilhança utilizou-se o pacote estatístico G@RCH 2,3 do *software* Ox®, implementado em C, sugeridos por Laurent e Peters (2002). No caso do VaR não-condicional com base na Teoria de Valores Extremos foi utilizado o *software* r, com rotinas disponíveis em Rubem e Mendes (2007). O E-views® foi utilizado também para rodar os modelos GARCH multivariados. As estimativas multivariadas com funções cópulas foi realizada no Matlab, com as rotinas disponíveis em Macêdo (2012) e as Redes Neurais Artificiais no *software* SPSS.

3.3 Análise dos dados

No primeiro passo da pesquisa será realizada a análise da estatística descritiva da amostra de retorno dos países. A estatística será composta pelo cálculo da média, desvio padrão, máximo, mínimo, assimetria, curtose, teste de normalidade, teste de estacionaridade, teste de heteroscedasticidade e teste de linearidade. A ideia é analisar o comportamento das séries verificando a existência de possíveis *clusters* de volatilidade e estacionaridade dos dados. A aplicação destes testes é imprescindível em função dos pressupostos dos modelos de séries temporais que exigem a estacionaridade e, para os casos de dados com alta volatilidade, se faz necessário testar a heroscedasticidade. Se constatado que os retornos não são estacionários, será efetuada então a diferença nos dados, pela expressão $R'_t = R_t - R_{t-1}$, obtendo uma nova série. Deve-se fazer a quantidade necessária de diferenças até que se atinja a estacionariedade na série, eliminado por completo o efeito de tendência determinística.

O teste de normalidade aplicado às séries será o teste de Jarque-Bera (Bera e Jarque, 1981), acompanhado do seu p-valor de interpretação direta. A hipótese nula é de que a série segue um padrão normal, analisada ao nível de confiança de 95%. O teste é apresentado na seção 3.3.4

A estacionaridade será testada por três métodos que avaliam a presença de raiz unitária, o teste ADF (Dickey e Fuller, 1979), teste PP (Phillips e Perron, 1988) e KPSS (Kwiatkowski *et al* 1992). A ausência de raiz unitária (estacionaridade) é constatada pelo p-valor inferior a 0,05, ao nível de confiança 95%. A hipótese nula é de existência de raiz unitária (série não estacionária). Detalhes sobre os testes são apresentados no item 3.3.5

O teste de heteroscedasticidade utilizado será o ARCH-LM desenvolvido por Engle (1982). Ele será aplicado na série de retornos ou nos resíduos dos modelos ARMA, conforme descrito anteriormente.

A linearidade será testada a partir da estatística de BDS, proposta por Brock *et al* (1996), para as dimensões fixadas em 2, 6, 8 e 10. A hipótese nula é de que os dados seguem um comportamento i.i.d. (independente e identicamente distribuídos), ou seja, são não-estacionários e não-lineares. A seção 3.3.8 apresenta mais detalhes sobre o teste.

Os próximos passos serão as estimações do *Value at Risk* para os três métodos, condicionais, não-condicionais e multivariados. A seção 3.3.3 apresenta o método de estimação, passo a passo.

Os riscos serão estimados para os dados fora da amostra (*Out-of-Sample*) para os quantis de 5% e 1%. As previsões serão diárias um passo a frente, determinado conforme as proposições do Acordo da Basiléia e Circular 3464 de 2007 do Banco Central do Brasil.

Visando uma comparação das estimativas de risco em diferentes situações, os riscos serão calculados para dois grupos de amostras: para os momentos de crise e os períodos normais de mercado. Assim, será possível avaliar os instrumentos de controle e mensuração do risco de mercado, para duas situações distintas.

Para as épocas de crise a amostra de dados será denominada de "Período de Crise", visando calibrar os modelos nos momentos de grande turbulência no mercado. Neste período serão considerados os retornos de duas crises financeiras de grande impacto no mercado mundial; a crise financeira da Ásia entre julho de 1997 a dezembro de 1998 e a crise de Crédito entre julho de 2007 a dezembro de 2008.

A outra amostra é composta por todo o período, denominada "Período Normal". Nela será considerada toda a amostra para estimação dos riscos, simulando os momentos reais de mercado, sem expectativas de crise.

A Tabela 3 apresenta uma simples da distribuição da amostra nos períodos de análise.

Tabela 3 - Janela para estimação do risco de mercado

	<i>Sample</i>	<i>Out-of-Sample</i>
Crise da Ásia (1997)	Jul 1997 a Dez 1998	1999
Crise de Crédito (2008)	Jul 2007 a Dez 2008	2009
Período Normal	Jan 1995 a dez 2012	2013

O último passo da pesquisa refere-se à avaliação final dos riscos estimados nos mercados de países desenvolvidos e emergentes, tanto para períodos normais quanto em crises financeiras.

Para as análises dos VaR será utilizado o *Backtesting* proposto por Kupiec (1995), denominado Teste LR. A seção 3.3.9 descreve a formulação matemática de cálculo do teste.

A figura a seguir apresenta um fluxograma que resume de forma sintética a condução da pesquisa. Vale ressaltar que para cada etapa existe um fluxo de trabalho independente que será visto a seguir.

Figura 10 - Fluxograma da pesquisa

3.3.1 Estimação VaR condicional

O VaR condicional será estimado por meio dos modelos de volatilidade da classe ARCH, tanto para memória curta, quanto para memória longa. Para isso, foi necessário, inicialmente, avaliar a autocorrelação serial dos dados, pressuposto para a determinação da forma funcional dos modelos. A autocorrelação será avaliada pela estimação das funções de autocorrelação (FAC) e funções de autocorrelação parcial (FACP). Os descritivos das FAC e FACP são apresentados na seção 3.3.6.

O próximo passo para o ajuste do modelo é feito avaliando a presença de heteroscedasticidade dos retornos. Fator determinante para aplicação dos modelos ARCH. O teste de heteroscedasticidade é feito pelo multiplicador de Lagranger desenvolvido por Engle (1982), denominado ARCH-LM, aplicado nos resíduos dos modelos Autorregressivo e Médias Móveis (ARMA). O teste ARCH-LM é descrito na seção 3.3.7.

Posteriormente tem-se a modelagem da variância condicional dos dados a partir do modelo *Riskmetrics* e modelos da classe ARCH (GARCH, EGARCH e APARCH), para

diferentes distribuições (Gaussiana, *t-Student*, *t-Student* Assimétrica e *Generalized Error Distribution*) e diferentes regimes (Memória curta e longa). Para cada modelo da classe ARCH foi ajustado todas as distribuições e regimes propostos.

A forma funcional adotada para cada modelo é descrita conforme Tabela 4.

Tabela 4 - Forma Funcional dos modelos de volatilidade

Modelos	Forma funcional
Memória Curta	
GARCH(1,1)	$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 R_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + v_t$
EGARCH(1,1)	$\ln(\sigma_t^2) = \omega + a_1 \left(\left \frac{R_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right - E \left \frac{R_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right \right) + \gamma_1 \frac{R_{t-1}}{\sigma_{t-1}} + (b_1 \ln(\sigma_{t-1}^2))$
APARCH(1,1)	$\sigma_t^\delta = \omega + \alpha_1 (R_{t-1} - \gamma_1 R_{t-1})^\delta + \beta_1 \sigma_{t-1}^\delta$
Memória Longa	
FIGARCH(1,d,1)	$\sigma_t^2 = \underbrace{\alpha_0 [1 - \beta(B)]^{-1}}_{\alpha_0^*} + \underbrace{\{1 - [1 - \beta(B)]^{-1} \phi(B)(1 - B)^d\}}_{\lambda(B)} X_t^2$
FIEGARCH(1,d,1)	$\ln(\sigma_t^2) = \alpha_0 + \phi(B)^{-1} (1 - B)^{-d} [1 + \alpha(B)] g(X_{t-1})$
FIAPARCH(1,d,1)	$\sigma_t^\delta = \frac{\alpha_0}{1 - \beta} + \left(1 - \frac{(1 - \phi B)(1 - B)^d}{(1 - \beta B)^{-1}} \right) (X_t - \gamma X_t)^\delta$
HYGARCH(1,d,1)	$\sigma_t^2 = \frac{\alpha_0}{1 - \beta} + \left(1 - \frac{(1 - \phi B)[1 + \alpha((1 - B)^d - 1)]}{(1 - \beta B)} \right) X_t^2$
RiskMetrics	
RiskMetrics	$\sigma_t^2 = 0,94 \sigma_{t-1}^2 + 0,06 R_{t-1}^2$

Para cada modelo descrito na Tabela 4 serão ajustadas as distribuições Gaussiana (Normal), *t-Student*, *t-Student* Assimétrica e *Generalized Error Distribution* (GED), descritas pelo função log-verossimilhança conforme expressão 57, 59, 60 e 58 respectivamente. O *Riskmetrics* é um caso particular, pois leva em consideração a normalidade dos retornos.

Distribuição Gaussiana (Normal)

$$L_{norm} = -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^n [\ln(2\pi) + \ln(\sigma_t^2) + \varepsilon_t^2] \quad (57)$$

GED (Generalized Error Distribution):

$$L_{GED} = \sum_{t=1}^n \left[\ln(v / \lambda_v) - 0,5 \left| \frac{\mathcal{E}_t}{\lambda_v} \right|^v - (1 + v^{-1}) \ln(2) - \ln \Gamma(1/v) - 0,5 \ln(\sigma_t^2) \right] \quad (58)$$

onde v é o grau de liberdade e $\Gamma(\cdot)$ é a função gamma e $\lambda_v \equiv \sqrt{\frac{\Gamma\left(\frac{1}{v}\right) 2^{-2/v}}{\Gamma\left(\frac{3}{v}\right)}}$

t-Student

$$L_{t-Student} = n \left\{ \ln \Gamma\left(\frac{v+1}{2}\right) - \ln \Gamma\left(\frac{v}{2}\right) - \frac{1}{2} \ln[\pi(v-2)] \right\} - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^n \left[\ln(\sigma_t^2) + (1+v) \ln\left(1 + \frac{\mathcal{E}_t^2}{v-2}\right) \right] \quad (59)$$

t-Student Assimétrica

$$L_{t-StudentAss} = n \left\{ \ln \Gamma\left(\frac{v+1}{2}\right) - \ln \Gamma\left(\frac{v}{2}\right) - 0,5 \ln[\pi(v-2)] + \ln\left(\frac{2}{\xi + \frac{1}{\xi}}\right) + \ln(s) \right\} - 0,5 \sum_{t=1}^n \left\{ \ln \sigma_t^2 + (1+v) \ln\left[1 + \frac{(s\mathcal{E}_t + m)^2}{v-2} \xi^{-2I_t}\right] \right\} \quad (60)$$

onde $I_t = \begin{cases} 1 & \text{se } z_t \geq -\frac{m}{s} \\ -1 & \text{se } z_t < -\frac{m}{s} \end{cases}$ e ξ é o parâmetro de assimetria, $m = \frac{\Gamma\left(\frac{v+1}{2}\right) \sqrt{v-2}}{\sqrt{\pi} \Gamma\left(\frac{v}{2}\right)} \left(\xi - \frac{1}{\xi} \right)$

e $s = \sqrt{\left(\xi^2 + \frac{1}{\xi^2} - 1 \right) - m^2}$

A estimação dos parâmetros dos modelos da classe ARCH foi pelo método de máxima verossimilhança. A estimação por verossimilhança busca minimizar as possibilidades de máximos locais ao invés de globais da função de Log-máxima verossimilhança, ajustando um processo de convergência iterativo para 0,00005 com o máximo de 8000 iterações. O

algoritmo utilizado para otimização será o Berndt-Hall-Hausman (BHHH), proposto por Berndt *et al.* (1974), dando preferência na precisão e não velocidade.

O *software* utilizado para estimação dos riscos e ajuste dos modelos da classe ARCH foi o *Ox Metrics* com o pacote estatístico G@RCH 2,3, implementado em C, sugeridos por Laurent e Peters (2002).

A figura a seguir ilustra os passos para ajustamento dos modelos e estimação do VaR Condicional.

Figura 11 - Fluxograma do VaR Condicional

3.3.2 Estimação VaR não-condicional

Para estimação do VaR não-condicional, serão considerados os métodos de Simulação Histórica, Delta-Normal, t-Student e pela Teoria dos Valores Extremos. As descrições matemáticas de cada modelo são apresentadas no capítulo 2. Os riscos serão estimados

seguindo os parâmetros do VaR Condicional, utilizando o período de 1 (um) dia para os níveis de confiança de 5% e 1%.

O método por Simulação Histórica é o mais simples. Os retornos serão ordenados de forma decrescente durante os anos. O VaR corresponde aos retornos pertencentes aos quantis 5% e 1%.

O método Delta-Normal considera que os retornos seguem uma distribuição normal, e são transformados para uma normal padronizada Z , com média 0 e desvio padrão 1. Serão considerados $Z = 1,645$ para VaR de 5% e $Z = 2,33$ para 1%.

O método t-Student é similar ao Normal, porém considera uma distribuição t para os retornos dos índices analisados. O VaR corresponde aos retornos nos quantis 5% e 1%.

Pela Teoria dos Valores Extremos, serão estimados 6 diferentes modelos, conforme descrito por Mendes (2004). Serão três modelos pela distribuição GEV e três pela GPD, conforme segue.

Para todos os modelos utilizou-se o *software* R para estimativas dos riscos.

A figura a seguir apresenta o fluxograma de estimativa do VaR não condicional.

Figura 12 - Fluxograma do VaR Condicional

3.3.2.1 VaR baseado em GEV

O VaR baseado no modelo GEV pela TVE será estimado pela expressão 61, onde VaR_p corresponde a um quantil de probabilidade muito menor (ou de excedência muito maior) na distribuição dos máximos.

$$VaR_p = H_{\xi, \mu, \sigma}^{-1}((1-p)^n) \quad (61)$$

onde $H_{\xi, \mu, \sigma}$ é a função de distribuição limite para os máximos.

$$H_{\xi, \mu, \sigma}((1-p)^n) = \begin{cases} \mu - \frac{\sigma}{\xi}(1 - y^{-\xi}), & \text{para } \xi \neq 0 \\ \mu - \sigma \log y, & \text{para } \xi = 0 \end{cases} \quad (62)$$

onde $y = -\log(1 - (1-p)^n)$.

3.3.2.2 VaR baseado em GEV corrigido pelo índice extremal θ

Este modelo será estendido considerando o índice extremal θ que, segundo Mendes (2004), incorporado a modelagem melhora as estimativas para as caudas extremas e, consequentemente, para os quantis associados às probabilidades muito pequenas.

Em uma forma simples, o índice extremal θ é a razão entre K_u de blocos onde o máximo excedeu um limiar específico u e o número de retornos diários que excederam u durante todo o período sob análise, N_u .

$$\hat{\theta} = \frac{K_u}{N_u} \quad (63)$$

Assim, após incorporar o índice, o VaR pelo modelo GEV será calculado conforme expressão:

$$VaR_p = H_{\xi, \mu, \sigma}^{-1}((1-p)^{n\theta}) \quad (64)$$

3.3.2.3 VaR baseado em GEV para r-maiores

Apresentado por Rubem (2006), este modelo é igual ao baseado em GEV da expressão 61, com a diferença na estimação dos parâmetros ξ, μ, σ , que será considerada a r-maiores estatística de ordem, ao invés de apenas os máximos.

3.3.2.4 VaR baseado em GEV para r-maiores corrigido pelo índice extremal θ

Assim como na estimativa anterior, porém considerando o índice extremal θ que gera melhoras significativas no ajuste da cauda.

3.3.2.5 VaR baseado no modelo GPD

O VaR ajustado pela distribuição generalizada de Pareto será estimado pela expressão:

$$VaR_p = u + P_{\xi, \psi}^{-1} \left(\frac{p}{p^*} \right) \quad (65)$$

onde:

$$P_{\xi, \psi}^{-1} = u + \frac{\psi}{\xi} \left(\left(\frac{p}{p^*} \right)^{-\xi} - 1 \right) \quad (66)$$

$$\text{e } \psi = \sigma + \xi(u - \mu)$$

Para maiores detalhes, consulte Coles (2001).

3.3.2.6 VaR baseado no modelo GPD corrigido pelo índice extremal θ

Na busca de lidar com o problema da dependência no modelo de excessos a utilização de índice extremal se faz necessário. Para este modelo o VaR é dado por:

$$VaR_p = u + P_{\xi, \psi}^{-1} \left(\frac{p}{p^* \theta_u} \right) \quad (67)$$

3.3.3 Estimação VaR Multivariado

Para o VaR Multivariado, serão considerados três classes de modelos. No primeiro passo serão ajustados os modelos da classe ARCH multivariados, em específico os modelos VECH, BEKK e CCC, conforme apresentado anteriormente. O segundo passo será a

estimação dos riscos por meio de Redes Neurais Artificiais. Para isso, serão considerados a previsão da volatilidade por Desvio Padrão móvel de 10 dias e 20 dias, como *output* da rede. O terceiro e último será a estimação dos modelos baseados em Cópuas, considerando as funções de t-Student, Clayton, Frank e Gumbel.

O VaR multivariado é estimado a partir de uma carteira de investimento. Neste trabalho será considerada uma análise bivariada, com seis carteiras de investimento. Três delas representados pelos índices de países desenvolvidos e os outras três representadas pelos países emergentes, tanto em períodos normais quanto em épocas de crise.

A Tabela 5 apresenta as carteiras de investimentos que serão consideradas para análise e estimação dos riscos.

Tabela 5 - Carteiras bivariadas para análise

Carteiras	Países	
	Desenvolvido	Emergentes
Carteira I	S&P500 e FTSE100	Ibovespa e RTS
Carteira II	DAX 30 e Nikkei 225	Índia BSE e Shanghai SE
Carteira III	CAC 40 e S&P500	FTSE/JSE e Ibovespa

Para a montagem das carteiras, serão considerados os retornos e riscos dos índices de ações, conforme Tabela 5, estimados conforme as seguintes equações:

Retorno da carteira

$$R_p = R_A w_A + R_B w_B \quad (68)$$

Risco da carteira

$$\sigma_p = \sqrt{\sigma_A^2 w_A^2 + \sigma_B^2 w_B^2 + 2\sigma_A \sigma_B w_A w_B \rho} \quad (69)$$

onde w corresponde aos pesos atribuídos a cada ativo calculado conforme equação da variância mínima:

$$w_A = \frac{\sigma_B^2 - (\rho \sigma_A \sigma_B)}{(\sigma_A^2 + \sigma_B^2) - (2\rho \sigma_A \sigma_B)} \quad (70)$$

$$w_B = 1 - w_A \quad (71)$$

3.3.3.1 Estimação Volatilidade Multivariada

A estimação da volatilidade multivariada ocorrerá por meio dos modelos da classe GARCH multivariados (modelos Vech, BEKK e CCC), conforme descrito anteriormente. Estes modelos são utilizados para modelar as matrizes de covariância variáveis no tempo (*time-varying covariance*).

A Tabela 6 apresenta a forma funcional que será utilizada para estimação da volatilidade pelos modelos bi multivariados.

Tabela 6 - Forma funcional dos modelos GARCH Bivariados

Modelos	Forma Funcional
VECH	$\begin{bmatrix} \sigma_{11,t} \\ \sigma_{21,t} \\ \sigma_{22,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} \\ c_{21} \\ c_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11,1} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22,1} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33,1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t-1}^2 \\ \varepsilon_{2,t-1}\varepsilon_{1,t-1} \\ \varepsilon_{2,t-1}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11,1} & 0 & 0 \\ 0 & b_{22,1} & 0 \\ 0 & 0 & b_{33,1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11,t-1} \\ \sigma_{21,t-1} \\ \sigma_{22,t-1} \end{bmatrix}$
BEKK	$\begin{bmatrix} \sigma_{11,t} & \sigma_{12,t} \\ \sigma_{21,t} & \sigma_{22,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} \\ w_{21} & w_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t-1}^2 & \varepsilon_{1,t-1}\varepsilon_{2,t-1} \\ \varepsilon_{1,t-1}\varepsilon_{2,t-1} & \varepsilon_{2,t-1}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{bmatrix} +$ $+ \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{21} & \beta_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11,t-1} & \sigma_{12,t-1} \\ \sigma_{21,t-1} & \sigma_{22,t-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{21} & \beta_{22} \end{bmatrix}$
CCC	$\Sigma_t = \begin{bmatrix} \sqrt{\sigma_{11,t}} & 0 \\ 0 & \sqrt{\sigma_{22,t}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{\sigma_{11,t}} & 0 \\ 0 & \sqrt{\sigma_{22,t}} \end{bmatrix}$

Para o modelo Vech, o método de estimação dos parâmetros será pela maximização da função de verossimilhança, que segundo Bueno (2008) será necessário impor restrições para garantir que a matriz de covariância seja positiva definida. O método usual de inferência estatística não funciona quando as restrições envolvem desigualdades. Uma vez que as restrições não serão simétricas em relação às estimativas. Este pressuposto serve também para estimação do modelo BEKK, já que ele é um caso especial do modelo Vech (ENGLE e KRONER, 1995)

Já o modelo CCC tem grande vantagem de estimação, por possuir menos parâmetros a serem ajustados. Trata-se de um modelo mais parcimonioso, por utilizar parâmetros de

modelos univariados pré-estimados. Os parâmetros são estimados por meio dos resíduos dos modelos GARCH, inicialmente, seguindo algumas etapas:

1. Inicialmente estimam-se as volatilidades pelo modelo GARCH;
2. A partir dos resíduos dos modelos, ajusta-se a correlação dinâmica, uma vez que os parâmetros do GARCH são independentes da estrutura de correlação sob verossimilhança normal. Neste caso, a normalidade dos parâmetros será considerada, mesmo que os erros sejam não-normais;
3. Por fim, formaliza-se o modelo CCC maximizando a função de verossimilhança, assumindo um erro normal.

Para a estimação dos modelos VEC, BEKK e CCC será utilizado o software Eviews com rotinas já implementadas na versão 7.

3.3.3.2 Estimação por Redes Neurais Artificiais

Para a estimação do VaR por Redes Neurais utilizou-se as redes com arquitetura *Perceptron* de Múltiplas Camadas (*Multilayer Perceptron*), considerando três camadas, conforme segue:

- A primeira composta pelos dados de entrada correspondente aos retornos defasados dos índices que compõe a carteira analisada. Como a ideia é previsão de 1 dia útil, os retornos dos índices foram defasados em um dia.
- A camada intermediária, também chamada de camada oculta, foram ajustadas pelo próprio sistema, oscilando de 1 a 50 neurônios.
- A terceira e última camada refere-se aos dados de saída. Como o objetivo é estimar as oscilações dos retornos das carteiras no tempo, optou-se por testar duas saídas: a primeira com o desvio padrão móvel com uma janela de duas semanas (10 dias úteis); a segunda com o desvio padrão móvel para uma janela de um mês (20 dias úteis).

A figura 13 ilustra as simulações por Redes Neurais Artificiais (RNA).

Figura 13 - Arquitetura da Rede Neural

Para análise os dados foram divididos em três amostras: treinamento, validação e teste. Os conjuntos treinamento e validação compõem as séries históricas que formam a amostra do trabalho, em que cada um contém 90% e 10% do total dos dados, respectivamente. O teste é a amostra que se pretende observar os riscos, já especificadas anteriormente.

O treinamento do modelo de Redes Neurais foi realizado com o algoritmo *backpropagation*, com tempo máximo de treinamento estipulado em 15 minutos, alteração relativa mínima no erro de 0,0001, alteração relativa mínima na razão de erro de 0,001 e máximo de casos para armazenar na memória de 1000. Dessa forma, com os valores previstos para as volatilidades, apurou-se o valor do VaR para os prazos especificados.

3.3.3.3 Estimação por Cópulas

A estimação do VaR via cópula é feita pela função de distribuição da carteira, aqui denotado por $F_{p,t}$. Para estimação utiliza-se o método de Monte Carlo que visa encontrar o quantil α da função de distribuição. Assim, utiliza-se o seguinte procedimento:

- i. Simulam-se os dados da distribuição conjunta dada pela cópula subjacente, para os instantes do tempo. Obtêm-se assim, o VaR estimado para o quantil α ;
- ii. Calcula-se a proporção de retornos abaixo do limite VaR estimado. Se o ajuste da função cópula estiver correto, a proporção será igual ao quantil α ;

As cópulas são ajustadas por meio de vetores aleatórios, utilizando-se o método de amostragem condicional que funciona conforme descrito abaixo:

Dado a distribuição condicional de U_2 de U_1 , conforme

$$\begin{aligned} C_{u_1}(u_2) &= P(U_2 \leq u_2 | U_1 = u_1) = F_{U_2|U_1}(u_2 | u_1) = \\ &= \lim_{\Delta u_1 \rightarrow 0} \frac{C(u_1 + \Delta u_1, u_2) - C(u_1, u_2)}{\Delta u_1} = \frac{\partial}{\partial u_1} C(u_1, u_2) = c_{u_1}(u_2) \end{aligned} \quad (72)$$

onde $c_{u_1}(u_2)$ é a derivada parcial da função cópula, o que permite gerar pares, de forma:

- 1 Gerar duas variáveis Uniforme (0,1) independentes de u e t ;
- 2 Considerar u_2 como a inversa generalizada de c_{u_1} ;
- 3 Transformar o vetor uniforme (u_1, u_2) no vetor (x_1, x_2) utilizando as inversas $x_1 = F_1^{-1}(u_1)$ e $x_2 = F_2^{-1}(u_2)$, tendo F_1 e F_2 as marginais estimadas.

3.3.4 Teste de Normalidade (Jarque e Bera)

Bera e Jarque (1981) desenvolveu um teste para detectar se o comportamento dos dados segue uma distribuição normal. A idéia central do teste é mensurar a diferença entre a assimetria e curtose com o de uma distribuição normal. A estatística de teste utilizada é dada como:

$$Jarque - Bera = \frac{N - k}{6} \left(S^2 + \frac{(K - 3)^2}{4} \right) \quad (73)$$

onde S é a assimetria, K a curtose e k representa o numero de coeficientes estimados usado para gerar a série.

A hipótese nula é a de que a serie segue uma distribuição normal. O teste Jarque-Bera tem distribuição χ^2 com 2 graus de liberdade.

3.3.5 Testes de raiz unitária (estacionaridade)

O teste de raiz unitária tornou-se amplamente popular nos últimos anos e tem por principal finalidade verificar se uma série temporal é estacionária em nível ou se torna estacionária nas diferenças. Dos diversos tipos de testes encontrados na literatura, optou-se pela utilização dos testes de Dickey e Fuller Aumentado (ADF) (Dickey e Fuller, 1979),

Phillips e Perron (1988) (PP) e KPSS (Kwiatkowski *et al.*, 1992), visto que estes tem sido os mais utilizados.

O teste de Dickey & Fuller (DF) envolve a estimação da equação (74) pelo método dos Mínimos Quadrados Ordinários (MQO) e, posteriormente, testa a hipótese (75) de presença de raiz unitária. A hipótese nula é de que a série apresenta uma raiz unitária, ou seja, a série não é estacionária. É interessante ressaltar que a utilização do teste DF será válida quando as séries que são geradas por um processo auto-regressivo forem de ordem um e seus termos aleatórios seguirem um ruído branco. Portanto, caso o processo gerador de série temporal seja um processo auto-regressivo de ordem superior a um [AR(p), em que (p>1)], o teste a ser utilizado corresponde ao Dickey & Fuller aumentado (ADF), que consiste em estimar a equação (77) pelo método MQO e testar a hipótese (75):

Teste Dickey & Fuller (DF)

$$\Delta R_t = \alpha R_{t-1} + x_t' \delta + \varepsilon_t \quad (74)$$

onde $\alpha = \rho - 1$. As hipóteses nula e alternativas são dadas por:

$$H_0 : \alpha = 0 \quad (75)$$

$$H_a : \alpha < 0$$

geralmente é convencional utilizar a razão de t do α :

$$t_\alpha = \hat{\alpha} / (se(\hat{\alpha})) \quad (76)$$

onde $\hat{\alpha}$ é estimado de α e $se(\alpha)$ é o coeficiente de erro padrão.

Teste Dickey & Fuller Aumentado (ADF)

$$\Delta R_t = \alpha R_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \omega_i \Delta R_{t-i} + \gamma T + u_t \quad (77)$$

onde $\omega = -\sum_{j=i+1}^p \rho_j$, t é tendência determinista e u_t é um ruído branco.

Phillips e Perron (1988) propuseram uma alternativa não-paramétrica do teste de raiz unitária. O método PP é um avanço do proposto por Dickey e Fuller (1979), pois consegue controlar o efeito de correlação serial nos dados. A partir da estimação de (74) estatística de teste é dado conforme expressão:

$$\tilde{t}_\alpha = t_\alpha \left(\frac{\gamma_0}{f_0} \right)^{1/2} - \frac{T(f_0 - \gamma_0)(se(\hat{\alpha}))}{2f_0^{1/2}s} \quad (78)$$

onde $\hat{\alpha}$ é o estimador, e t_α é a razão de t do α , $se(\hat{\alpha})$ é o coeficiente de erro padrão, e s é o erro padrão da regressão de teste, γ_0 é um estimador consistente da variância da equação (74) do teste ADF e f_0 é um estimador dos resíduos espectrais de frequência zero.

O teste KPSS proposto por Kwiatkowski *et al.* (1992) difere dos demais por considerar que o retorno R_t já é estacionário na hipótese nula. A estatística KPSS é baseada nos resíduos da regressão de Mínimos Quadrados (MQO) de R_t com a variável x_t dada por:

$$R_t = x_t' \delta + u_t \quad (79)$$

A estatística LM é definida como:

$$LM = \sum S(t)^2 / (T^2 f_0) \quad (80)$$

onde f_0 é um estimador do espectro residual da frequência zero e $S(t)$ é a função residual cumulativa, conforme expressão:

$$S(t) = \sum_{r=1}^t \hat{u}_r \quad (81)$$

3.3.6 Função de Autocorrelação (FAC) e Função de Autocorrelação Parcial (FACP)

A Função de Autocorrelação (FAC) demonstra a correlação existente entre os dados defasados de uma dada série. Neste caso, seria a correlação entre o retorno em um período comparado com algum outro retorno em períodos passados. Em termos práticas, seria como imaginar a correlação entre o retorno de hoje com o de ontem, ou de dias atrás.

Conforme Morettin e Toloi (2004) a função de autocorrelação pode ser expressa conforme formulação:

$$\rho_\tau = \frac{\gamma_\tau}{\gamma_0} \quad (82)$$

onde ρ_τ é a correlação na defasagem τ , γ_τ é a função de autocovariância e γ_0 é a variância da série de retornos.

Eviews (2005) coloca que a expressão (82) pode também ser exposto conforme expressão:

$$\rho_\tau = \frac{\sum_{t=\tau+1}^T (R_t - \bar{R})(R_{t-\tau} - \bar{R})}{\sum_{t=1}^T (R_t - \bar{R})^2} \quad (83)$$

A Função de Autocorrelação Parcial (FACP) é uma extensão da Função de Autocorrelação, porém considera somente a correlação entre dois dados, em uma defasagem τ , não levando em consideração a correlação existente entre os dados pertencentes dentro deste período. Em termos práticos, é a correlação entre o retorno de hoje com o retorno de 10 (defasagem) dias atrás, sem levar em consideração a correlação existente entre os dias 1 e 10.

Conforme Eviews (2005) a FACP na defasagem τ pode ser adquirido recursivamente conforme expressão:

$$\phi_\tau = \begin{cases} \rho_1 & \text{para } k = 1 \\ \frac{\rho_\tau - \sum_{j=1}^{\tau-1} \phi_{\tau-1,j} \rho_{\tau-j}}{1 - \sum_{j=1}^{\tau-1} \phi_{\tau-1,j} \rho_{\tau-j}} & \text{para } k > 1 \end{cases} \quad (84)$$

onde ϕ é o parâmetro do modelo Autoregressivo (AR) e $\phi_{\tau,j} = \phi_{\tau-1,j} - \phi_\tau \phi_{\tau-1,\tau-j}$

3.3.7 Testes de heteroscedasticidade ARCH-LM

O teste de heteroscedasticidade ARCH-LM foi desenvolvido por Engle (1982) com o intuito de verificar se uma série de dados apresenta o efeito de heteroscedasticidade, em outras palavras, se a variância dos dados não é constante para diferentes intervalos de tempo.

Engle (1982) utilizou o teste do Multiplicador de Lagrange (LM) aplicado para um ARCH. A estatística de teste é descrita conforme a equação 85, onde a hipótese nula é de que não existe o efeito ARCH nos resíduos, $H_0 : \beta_s = 0$.

$$e_t^2 = \beta_0 + \left(\sum_{s=1}^q \beta_s e_{t-s}^2 \right) + v_t \quad (85)$$

onde e é o resíduo e β são os parâmetros da regressão.

3.3.8 Teste BDS

O teste BDS foi desenvolvido por Brock *et al* (1996) e tem por finalidade testar se uma série temporal segue um comportamento i.i.d. (independente e identicamente distribuído), o que implica em não-estacionariedade, não-linearidade e caos determinístico. A estatística de BDS é baseada na integral de correlação entre dois vetores de séries temporais, definida por meio da expressão:

$$C_m(\varepsilon) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{(T-m)(T-m+1)} \sum_{i,j=1}^T I((x_i^m - x_j^m) < \varepsilon) \quad i \neq j \quad (86)$$

onde T é o tamanho da série, $x_t^m = (x_t, x_{t+1}, \dots, x_{t+m-1})$ e $I(\cdot)$ é a função indicadora. Sobre a hipótese nula de observações i.i.d., $C_m(\varepsilon) = (C_1(\varepsilon))^m$. Dados estes resultados, tem-se a estatística de teste BDS:

$$BDS_m(\varepsilon) = \sqrt{T} [C_m(\varepsilon) - (C_1(\varepsilon))^m] / V_m^{1/2} \quad (87)$$

onde V_m é a expressão da variância, descrita por Cromwell *et al.* (1994). Sob a hipótese de i.i.d. a estatística de BDS tem distribuição assintótica normal padrão. Esta aproximação é adequada desde que $T/m > 200$. Brock *et al* (1996) recomendam utilizar ε entre meia e duas vezes o desvio-padrão da série, e o parâmetro dimensional m , entre 2 e 10.

3.3.9 Verificando a acurácia da estimativa do VaR

Para se testar o desempenho de um estimador do VaR, Kupiec (1995) desenvolveu um teste baseado na quantidade de falhas na previsão do risco de mercado, comparados com o intervalo de confiança estabelecido a priori.

Sendo α o intervalo de confiança estabelecido no cálculo do VaR. O teste LR Kupiec visa testar a hipótese nula de que $H_0 : f = \alpha$ contra a hipótese alternativa $H_0 : f \neq \alpha$ onde f é a taxa de falha. Se o modelo estiver corretamente especificado f deve ser igual a α .

A taxa de falha pode ser estimada conforme expressão:

$$f = \frac{x}{N} \quad (88)$$

onde x é o número de retornos que excedem o VaR calculado e N é o número total da amostra.

De acordo com Kupiec (1995), x segue uma distribuição $x \sim Binomial(N, f)$ cuja probabilidade de x na amostra N é dado por $P(x, f, N) = C_x^N (1 - f)^{N-x} f^x$.

Kupiec (1995) propôs o teste baseado na razão de verossimilhança que pode ser empregado a estimativa de uma amostra pontual estatisticamente consistente com o modelo VaR.

A estatística de teste é dada por:

$$LR = -2 \ln[(1 - \alpha)^{N-x} \alpha^x] + 2 \ln[(1 - f)^{N-x} f^x] \sim \chi^2(1) \quad (89)$$

O teste segue uma distribuição de qui-quadrado com 1 grau de liberdade.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesta seção são apresentados os resultados da estimação dos riscos de mercado aplicados aos índices das bolsas dos países desenvolvidos e emergentes, seguindo uma sequência lógica conforme apresentado no item 3.3. Inicialmente são apresentados a estatística descritiva das séries dos índices e seus fatos estilizados. Posteriormente tem-se as estimativas dos VaR Não Condicional e Condicional para as séries, seguida do teste LR. Para facilitar a análise, na seção posterior é apresentado algumas tabelas que sintetizam todas as estimativas, para verificar qual o melhor modelo. Por fim, são apresentadas as estimativas do VaR para seis carteiras de investimento, três compostas pelos índices dos países desenvolvidos e três para os países emergentes, seguido o teste LR.

4.1 Estatística Descritiva

Por se tratar de diversos índices em duas situações distintas (período normal e crise financeira), a estatística descritiva será apresentada por tópicos. Inicialmente tem-se os países desenvolvidos, períodos normal e crise e posteriormente os países emergentes, para ambos os períodos.

4.1.1 Países Desenvolvidos - Período Normal

As tabelas 7 e 8 apresentam as estatísticas descritivas dos retornos dos principais índices de ações dos países desenvolvidos, seguido pelo teste de heteroscedasticidade, linearidade e função de autocorrelação (FAC) e autocorrelação parcial (FACP) no período compreendido entre 1995 a 2013.

Tabela 07 - Estatística descritiva, testes de estacionaridade, heteroscedasticidade e linearidade dos retornos dos índices das bolsas dos países desenvolvidos para o período normal.

	PERÍODO NORMAL				
	Alemanha	EUA	Reino Unido	Japão	França
	DAX 30	S&P 500	FTSE 100	Nikkei 225	CAC 40
Média	0.00031	0.00028	0.00017	-0.00005	0.00017
Mediana	0.00089	0.00068	0.00012	0.00014	0.00045
Máximo	0.10798	0.10655	0.09384	0.13235	0.10595
Continua...					

Continuação tabela 7.

Mínimo	-0.07434	-0.09186	-0.09265	-0.12111	-0.09472
Desvio Padrão	0.01518	0.01245	0.01188	0.01542	0.01474
Assimetria	-0.07313	-0.19356	-0.16061	-0.30205	-0.01503
Curtose	707.614	1.030.263	908.496	838.153	743.447
Jarque Bera	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
Teste Estacionaridade					
ADF	0.00010	0.00010	0.00000	0.00010	0.00010
PP	0.00010	0.00010	0.00010	0.00010	0.00010
KPSS	0.11607	0.30664	0.12158	0.14400	0.11607
Teste ARCH-LM					
Teste (2)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Teste (50)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Teste (100)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Teste BDS					
Dimensão (2)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Dimensão (6)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Dimensão (8)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Dimensão (10)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Nota: Os testes de Jarque-Bera, Estacionaridades, ARCH-LM e BDS estão representados pelos p-valores de interpretação direta. O teste de Jarque-Bera tem como hipótese nula a normalidade dos dados. A hipótese nula dos testes ADF e PP é de que existe raiz unitária (não estacionaridade). O teste KPSS tem como hipótese nula a ausência de raiz unitária (estacionaridade). No teste ARCH-LM a hipótese nula é de que existe o efeito ARCH nas séries temporais, presença de heteroscedasticidade nos dados. O teste BDS tem como hipótese nula a independência e distribuição idêntica dos retornos (i.i.d.). O teste ARCH-LM foi feito para três níveis de defasagem, 2, 50 e 100.

Conforme valores apresentados na Tabela 7 observa-se que todos os índices analisados possuem uma média dos seus retornos diários próximos de zero. O que vai de acordo com a teoria financeira clássica de que a média dos retornos de um ativo, quanto maior o intervalo de tempo, tenderá a zero.

O desvio padrão é um indicador de variabilidade. Ele retrata as oscilações médias dos retornos diários dos índices. Na teoria de finanças este é um indicador de risco. Quanto maior o valor de desvio padrão, mais arriscado é um determinado ativo. Dos 5 índices analisados o Nikkei 225, do Japão, apresenta como o de maior risco. Porém, a diferença das oscilações entre os índices não distorcem muito. Por outro lado, o mercado inglês, índice FTSE 100, foi o de menor risco.

A semelhança nos valores de média, mediana, desvio padrão, máximo e mínimo é explicado pelo efeito global entre os mercados. Distorções nas cotações das empresas de um determinado país se propagam pelo mundo em minutos. Os grandes investidores, representados geralmente por Bancos de Investimento tendem a alocar o capital em empresas

de diferentes países, buscando a redução dos riscos por meio da diversificação. Dessa forma, os mercados se tornam interligados entre si, se comportando semelhantemente.

O teste de Jarque e Bera aponta que todas as séries de retorno apresentam um comportamento distinto de uma distribuição normal. Isso é evidenciado pelo valor da estatística inferior a 0,05, rejeitando a hipótese nula de normalidade das séries. Por outro lado, o excesso de curtose, com valores superiores a 3 é um dos fatores pela rejeição da hipótese de normalidade. Retornos com comportamentos não normais é um indicativo de que os modelos de precificação de opções (Black-Scholes) de Black e Scholes (1973), modelo CAPM (*Capital Asset Pricing Model*) de Sharpe (1961), APT (*Arbitrage Pricing Theory*) de Ross (1976) e *Riskmetrics* podem ser falhos, aplicados aos mercados pertencentes a estes índices. Tais modelos têm como pressuposto básico a normalidade dos retornos, e se este pré-requisito não for cumprido, os resultados apresentados por eles serão espúrios.

O índice do mercado Americano (S&P 500) foi o que apresentou o maior valor de curtose, acima de 10. Quanto mais elevado for este valor mais leptocúrtica será a distribuição. Em outras palavras, a distribuição dos retornos terá caudas pesadas. A maioria dos retornos concentram-se próximo a média e os *outliers* possuem valores expressivos.

Os resultados empíricos do teste de estacionaridade (teste de raiz unitária) apontam para a estacionaridade de todas as séries de retornos dos índices, a hipótese nula de raiz unitária pode ser rejeitada ao nível de 1%, nos teste ADF e PP e aceita ao nível de 1% no teste KPSS. Esse é um pressuposto essencial para a análise e modelagem dos riscos.

Os valores do teste de heteroscedasticidade (ARCH-LM) para as três níveis de defasagem rejeitam a hipótese nula de homocedasticidade nas séries. Isso confirma a hipótese de que os retornos dos cinco índices de ações dos países desenvolvidos possuem variância inconstante no tempo. Para cada janela de tempo a ser analisada, a variância será diferente.

A heteroscedasticidade é um efeito comum em séries temporais financeiras, principalmente quando se tratam de preços ou índices de ações. Este efeito ocorre quando as oscilações do mercado se comportam de forma inesperadas e inconstantes, devido ao grande número de especuladores no mercado. A presença de heteroscedastidade nas séries de retorno dos índices é um fator importante na modelagem da volatilidade. Se os retornos fossem homocedásticos, suas variações seriam de fácil previsão e o mercado teria um risco controlado.

Os p-valores do teste BDS indicam que em todos os índices, os retornos não seguem um comportamento i.i.d (independente e identicamente distribuído). Os baixos p-valores se

colocam em uma região de rejeição da hipótese nula de i.i.d. Por se tratar de dados diários, as séries financeiras apresentam maior persistência na volatilidade, rejeitando-se a hipótese nula do teste BDS.

Uma série não i.i.d. significa dizer que existe uma dependência temporal entre os retornos dos índices, os retornos futuros são influenciados pelos valores passados. Os dados não serem identicamente distribuídos refere-se que em diferentes intervalos de tempos têm-se diferentes distribuições para os retornos. Isto mostra a não linearidade dos retornos.

Tabela 08 - Estimativas para os coeficientes de autocorrelação e autocorrelação parcial para os retornos e retornos quadráticos dos índices dos países desenvolvidos. Período da amostra de 01 de janeiro de 1995 a 30 de dezembro de 2013.

	Alemanha DAX 30	EUA S&P 500	Reino Unido FTSE 100	Japão Nikkei 225	França CAC 40
Retornos					
a1 (p1)	-0.003 (-0.003)	-0.074 (-0.074)	-0.022 (-0.022)	-0.040 (-0.040)	-0.019 (-0.019)
a2 (p2)	-0.021 (-0.021)	-0.047 (-0.052)	-0.049 (-0.050)	-0.026 (-0.027)	-0.033 (-0.033)
a3 (p3)	-0.038 (-0.038)	0.010 (0.002)	-0.078 (-0.080)	0.002 (0.000)	-0.065 (-0.066)
a4 (p4)	-0.034 (-0.034)	-0.005 (-0.006)	0.053 (0.047)	-0.033 (-0.034)	0.023 (0.019)
a5 (p5)	-0.033 (-0.033)	-0.047 (-0.047)	-0.050 (-0.056)	-0.007 (-0.010)	-0.052 (-0.056)
Retornos quadráticos					
a1 (p1)	0.181 (0.181)	0.210 (0.210)	0.235 (0.235)	0.259 (0.259)	0.190 (0.190)
a2 (p2)	0.285 (0.261)	0.349 (0.319)	0.294 (0.253)	0.364 (0.318)	0.242 (0.214)
a3 (p3)	0.253 (0.186)	0.176 (0.069)	0.312 (0.228)	0.331 (0.220)	0.240 (0.178)
a4 (p4)	0.220 (0.112)	0.262 (0.139)	0.284 (0.156)	0.214 (0.025)	0.221 (0.129)
a5 (p5)	0.271 (0.155)	0.296 (0.206)	0.340 (0.199)	0.237 (0.049)	0.279 (0.178)
$\frac{2}{\sqrt{T}}^*$	0,028	0,028	0,028	0,028	0,028

Nota: ai e pi representam os coeficientes de autocorrelação e autocorrelação parcial.

(*) refere-se ao limite assintótico da função de autocorrelação

Analisando a Tabela 8 percebe-se que, em quase todos os índices, os valores da Função de Autocorrelação (FAC) e Função de Autocorrelação Parcial (FACP) nos 5 níveis de defasagens não são inferiores (em módulo) que o limite assintótico da função de autocorrelação, para os retornos. Em alguns casos, existe uma correlação dos retornos no tempo, a exemplo do índice Americano (S&P500) no lag 1. Isso significa que retorno de um determinado dia sofre influência do retorno do dia anterior. Neste caso, uma influência negativa. A presença de autocorrelação serial confirma a necessidade de modelagem das médias, por meio dos modelos ARMA, antes de ajuste de volatilidade. Para uma análise

robusta dos riscos é necessária que a série seja um ruído branco. Esteja isenta de fatores exógenos.

Segundo a hipótese da eficiência de mercado (HEM), estudada por Fama (1970), quando os retornos de um ativo podem ser previstos com retornos passados, com uma defasagem superior a 1, o mercado não segue um comportamento *random walker*, evidenciando a ineficiência, na forma fraca, deste mercado. A autocorrelação temporal implica em previsibilidade dos retornos, o que demonstra ineficiência do mercado.

Um mercado eficiente é aquele em que, de forma alguma, os ganhos futuros podem ser previstos. Dessa forma, pode-se afirmar que, pautado na análise FAC e FACP, os mercados mundiais de ações não são eficientes na forma fraca, conforme a teoria da hipótese da eficiência de mercado (HEM).

Por outro lado, os coeficientes das funções de autocorrelação e autocorrelação parcial dos retornos quadráticos são todos superiores ao limite assintótico (em módulo). O que já era esperado, conforme teste ARCH-LM. A existência de autocorrelação entre os retornos quadráticos é um indicativo do efeito de heteroscedasticidade dos dados.

4.1.2 Países Desenvolvidos - Período de Crise

As tabelas 9, 10, 11 e 12 apresentam as estatísticas descritivas dos retornos dos principais índices de ações dos países desenvolvidos para os momentos de crise financeira, seguido pelo teste de heteroscedasticidade, linearidade e função de autocorrelação (FAC) e autocorrelação parcial (FACP) no período compreendido entre julho de 1997 a dezembro de 1998, para a crise de 1997 e julho de 2007 a dezembro de 2008 para a crise de 2008.

Tabela 09 - Estatística descritiva, testes de estacionaridade, heteroscedasticidade e linearidade dos retornos dos índices das bolsas dos países desenvolvidos para o período da crise de 1997.

	CRISE 1997				
	Alemanha DAX 30	EUA S&P 500	Reino Unido FTSE 100	Japão Nikkei 225	França CAC 40
Média	0.00075	0.00089	0.00063	-0.00107	0.00086
Mediana	0.00075	0.00120	0.00040	-0.00075	0.00080
Máximo	0.05890	0.05610	0.04350	0.07660	0.06100
Mínimo	-0.06450	-0.07520	-0.03660	-0.05960	-0.05630
Desvio Padrão	0.01802	0.01338	0.01255	0.01807	0.01625
Assimetria	-0.46334	-0.62611	-0.05806	0.20677	-0.17749
Curtose	4.07110	8.53229	3.81233	4.62117	4.39949

Jarque Bera	0.00000	0.00000	0.00403	0.00000	0.00000
Teste Estacionaridade					
ADF	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
PP	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
KPSS	0.13683	0.06367	0.10384	0.07513	0.09347
Teste ARCH-LM					
Teste (2)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Teste (50)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Teste (100)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Teste BDS					
Dimensão (2)	0.0140	0.0002	0.0024	0.0001	0.0001
Dimensão (6)	0.0000	0.0000	0.0003	0.0000	0.0000
Dimensão (8)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Dimensão (10)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Nota: Os testes de Jarque-Bera, Estacionaridades, ARCH-LM e BDS estão representados pelos p-valores de interpretação direta. O teste de Jarque-Bera tem como hipótese nula a normalidade dos dados. A hipótese nula dos testes ADF e PP é de que existe raiz unitária (não estacionaridade). O teste KPSS tem como hipótese nula a ausência de raiz unitária (estacionaridade). No teste ARCH-LM a hipótese nula é de que existe o efeito ARCH nas séries temporais, presença de heteroscedasticidade nos dados. O teste BDS tem como hipótese nula a independência e distribuição idêntica dos retornos (i.i.d.). O teste ARCH-LM foi feito para três níveis de defasagem, 2, 50 e 100.

Tabela 10 - Estimativas para os coeficientes de autocorrelação e autocorrelação parcial para os retornos e retornos quadráticos dos índices dos países desenvolvidos no período da crise de 1997. Período da amostra de 01 de julho de 1997 a 30 de dezembro de 1998.

	Alemanha DAX 30	EUA S&P 500	Reino Unido FTSE 100	Japão Nikkei 225	França CAC 40
Retornos					
a1 (p1)	0.092 (0.092)	-0.065 (-0.065)	0.138 (0.138)	-0.070 (-0.070)	0.048 (0.048)
a2 (p2)	-0.140 (-0.150)	-0.035 (-0.040)	-0.091 (-0.112)	-0.173 (-0.179)	-0.069 (-0.072)
a3 (p3)	-0.032 (-0.003)	-0.003 (-0.008)	-0.088 (-0.060)	0.103 (0.079)	-0.065 (-0.059)
a4 (p4)	0.061 (0.045)	0.006 (0.004)	0.020 (0.033)	-0.108 (-0.103)	0.007 (0.009)
a5 (p5)	0.045 (0.029)	-0.035 (-0.034)	-0.022 (-0.046)	0.020 (0.039)	0.047 (0.038)
Retornos quadráticos					
a1 (p1)	0.152 (0.152)	0.282 (0.282)	0.088 (0.088)	0.164 (0.164)	0.209 (0.209)
a2 (p2)	0.194 (0.175)	0.111 (0.034)	0.180 (0.173)	0.162 (0.139)	0.194 (0.157)
a3 (p3)	0.097 (0.049)	0.031 (-0.010)	0.192 (0.170)	0.170 (0.130)	0.171 (0.111)
a4 (p4)	0.151 (0.105)	0.067 (0.062)	0.149 (0.104)	0.039 (-0.024)	0.169 (0.100)
a5 (p5)	0.138 (0.089)	0.158 (0.136)	0.152 (0.088)	0.134 (0.096)	0.116 (0.034)
$\frac{2}{\sqrt{T}}^*$	0.101	0.101	0.101	0.101	0.101

Nota: ai e pi representam os coeficientes de autocorrelação e autocorrelação parcial.

(*) refere-se ao limite assintótico da função de autocorrelação

Tabela 11 - Estatística descritiva, testes de estacionaridade, heteroscedasticidade e linearidade dos retornos dos índices das bolsas dos países desenvolvidos para o período da crise de 2008.

CRISE 2008					
	Alemanha DAX 30	EUA S&P 500	Reino Unido FTSE 100	Japão Nikkei 225	França CAC 40
Média	-0.00133	-0.00125	-0.00102	-0.00194	-0.00164
Mediana	-0.00010	0.00000	-0.00020	-0.00080	-0.00090
Máximo	0.10800	0.10660	0.09380	0.13230	0.10590
Mínimo	-0.07430	-0.09190	-0.09260	-0.12110	-0.09470
Desvio Padrão	0.02019	0.02177	0.02048	0.02510	0.02195
Assimetria	0.48250	-0.05756	0.05892	-0.28647	0.28484
Curtose	10.30544	8.08477	7.43731	8.39231	8.19829
Jarque Bera	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
Teste Estacionaridade					
ADF	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
PP	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
KPSS	0.10259	0.20519	0.07772	0.08337	0.10487
Teste ARCH-LM					
Teste (2)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Teste (50)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Teste (100)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Teste BDS					
Dimensão (2)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Dimensão (6)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Dimensão (8)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Dimensão (10)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Nota: Os testes de Jarque-Bera, Estacionaridades, ARCH-LM e BDS estão representados pelos p-valores de interpretação direta. O teste de Jarque-Bera tem como hipótese nula a normalidade dos dados. A hipótese nula dos testes ADF e PP é de que existe raiz unitária (não estacionaridade). O teste KPSS tem como hipótese nula a ausência de raiz unitária (estacionaridade). No teste ARCH-LM a hipótese nula é de que existe o efeito ARCH nas séries temporais, presença de heteroscedasticidade nos dados. O teste BDS tem como hipótese nula a independência e distribuição idêntica dos retornos (i.i.d.). O teste ARCH-LM foi feito para três níveis de defasagem, 2, 50 e 100.

Tabela 12 - Estimativas para os coeficientes de autocorrelação e autocorrelação parcial para os retornos e retornos quadráticos dos índices dos países desenvolvidos no período da crise de 2008. Período da amostra de 01 de julho de 2007 a 30 de dezembro de 2008.

	Alemanha DAX 30	EUA S&P 500	Reino Unido FTSE 100	Japão Nikkei 225	França CAC 40
Retornos					
a1 (p1)	-0.067 (-0.067)	-0.169 (-0.169)	-0.099 (-0.099)	-0.057 (-0.057)	-0.125 (-0.125)
a2 (p2)	-0.090 (-0.095)	-0.187 (-0.222)	-0.113 (-0.124)	-0.065 (-0.068)	-0.103 (-0.120)
a3 (p3)	-0.064 (-0.078)	0.142 (0.071)	-0.107 (-0.136)	-0.046 (-0.055)	-0.093 (-0.126)
a4 (p4)	0.117 (0.099)	-0.100 (-108)	0.186 (0.149)	-0.007 (-0.018)	0.162 (0.124)
a5 (p5)	-0.094 (-0.093)	-0.032 (-0.029)	-0.111 (-0.109)	-0.040 (-0.049)	-0.135 (-0.127)

Retornos quadráticos					
a1 (p1)	0.148 (0.148)	0.163 (0.163)	0.191 (0.191)	0.296 (0.296)	0.188 (0.188)
a2 (p2)	0.246 (0.230)	0.389 (0.373)	0.249 (0.221)	0.504 (0.456)	0.242 (0.215)
a3 (p3)	0.230 (0.182)	0.096 (-0.005)	0.286 (0.226)	0.436 (0.304)	0.229 (0.167)
a4 (p4)	0.130 (0.039)	0.283 (0.154)	0.267 (0.172)	0.271 (-0.051)	0.211 (0.121)
a5 (p5)	0.291 (0.209)	0.315 (0.291)	0.364 (0.259)	0.286 (-0.075)	0.370 (0.286)
$\frac{2}{\sqrt{T}}^*$	0.101	0.101	0.101	0.101	0.101

Nota: ai e pi representam os coeficientes de autocorrelação e autocorrelação parcial.

(*) refere-se ao limite assintótico da função de autocorrelação

As características das séries dos retornos dos índices dos países desenvolvidos nos momentos de crise não destoam muito quando considerado o período todo, como apresentado anteriormente nas Tabelas 7 e 8. As médias dos retornos tendem a se aproximar de zero. Na crise de 2008, por ter tido um impacto superior a de 1997, a média dos retornos mensurados teve valores negativos. As perdas diárias eram superiores aos ganhos auferidos pelos investidores. Os valores de mercado das empresas dos países desenvolvidos sofreram alta desvalorização no final de 2008.

Os valores apresentados pelo desvio padrão são superiores aos apresentados na Tabela 7, período todo. As oscilações e insegurança do mercado em períodos de crise tendem a ser superiores em momentos de calmaria. Fato interessante, apresentado pelo desvio padrão, refere-se ao impacto da crise de 2008 ter sido superior à crise de 1997. Novamente o índice do Japão (Nikkei 225) apresentou uma oscilação superior aos demais.

Em momentos de crise financeira o comportamento da distribuição dos retornos não teve grandes distorções. Os dados ainda seguem uma distribuição diferente da normal, evidenciado pelo teste de Jarque e Bera para ambas as crises. O excesso de curtose ainda se faz presente, com o comportamento de caudas pesadas, indicando a uma distribuição leptocúrtica. Os retornos são isentos de tendências, mantendo-se estacionários em nível, pelos valores abaixo de 0,05 dos testes ADF e PP e superiores a 0,05 para o KPSS. Os testes de heteroscedasticidade e linearidades continuam com valores inferiores a 0,05, rejeitando as hipóteses nula de homocedasticidade e comportamento i.i.d.

Os valores das funções de autocorrelação e autocorrelação parcial dos retornos foram distintos entre os períodos de crise de 1997 e 2008. Os valores da tabela 10 (crise 1997) foi semelhante aos da tabela 8. Para poucos níveis de defasagem a autocorrelação foi evidenciada. Poucos foram os valores da FAC e FACP superiores ao limite assintótico. Já os valores da FAC e FACP da tabela 12, em sua maioria, foram maiores que o limite assintótico

(em módulo). Tendo em vista que o impacto superior da crise de 2008, a precificação diante de grandes incertezas tende a se pautar mais pelos valores passados, o que gera maior dependência entre os retornos no tempo.

De forma geral, percebe-se que as crises financeiras não alteram de forma significativa as estatísticas descritivas das séries de retorno dos índices dos países desenvolvidos.

4.1.3 Países Emergentes - Período Normal

As tabelas 13 e 14 apresentam as estatísticas descritivas dos retornos dos principais índices de ações dos países emergentes, seguido pelo teste de heteroscedasticidade, linearidade e função de autocorrelação (FAC) e autocorrelação parcial (FACP) no período compreendido entre 1995 a 2013.

Tabela 13 - Estatística descritiva, testes de estacionaridade, heteroscedasticidade e linearidade dos retornos dos índices das bolsas dos países emergentes para o período normal.

	PERÍODO NORMAL				
	Brasil Ibovespa	Rússia RTSI	Índia BSE 100	China Shangai SE	África do Sul FTSE/JSE
Média	0.00052	0.00055	0.00042	0.00023	0.00049
Mediana	0.00103	0.00087	0.00098	0.00000	0.00106
Máximo	0.28833	0.20204	0.15990	0.26993	0.07707
Mínimo	-0.17208	-0.21199	-0.11809	-0.17905	-0.07959
Desvio Padrão	0.02207	0.02613	0.01630	0.01748	0.01381
Assimetria	0.48515	-0.38552	-0.09399	0.42158	-0.10672
Curtose	16.40119	10.80782	8.68996	20.79443	6.24351
Jarque Bera	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
Teste Estacionaridade					
ADF	0.00010	0.00010	0.00010	0.00000	0.00000
PP	0.00010	0.00010	0.00010	0.00000	0.00000
KPSS	0.10908	0.10812	0.12627	0.16068	0.12158
Teste ARCH-LM					
Teste (2)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Teste (50)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Teste (100)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Teste BDS					
Dimensão (2)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Dimensão (6)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Dimensão (8)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Dimensão (10)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Nota: Os testes de Jarque-Bera, Estacionaridades, ARCH-LM e BDS estão representados pelos p-valores de interpretação direta. O teste de Jarque-Bera tem como hipótese nula a normalidade dos dados. A hipótese nula dos testes ADF e PP é de que existe raiz unitária (não estacionaridade). O teste KPSS tem como hipótese nula a ausência de raiz unitária (estacionaridade). No teste ARCH-LM a hipótese nula é de que existe o efeito ARCH nas séries temporais, presença de heteroscedasticidade nos dados. O teste BDS tem como hipótese nula a independência e distribuição idêntica dos retornos (i.i.d.). O teste ARCH-LM foi feito para três níveis de defasagem, 2, 50 e 100.

Pelos dados da tabela 13 é possível verificar que a média dos retornos para os cinco países emergentes, os mesmos pertencentes ao grupo BRICS, também tendem a zero, como os valores dos países desenvolvidos. Isso tende a ser uma característica fundamental das séries de retornos do mercado financeiro. Por outro lado, os valores do desvio padrão são superiores aos retornos dos índices dos mercados desenvolvidos. Geralmente, países cujos mercados de capitais não são tão desenvolvidos, as oscilações dos preços são mais frequentes, uma vez que o volume de negócios, ou seja, número de *players* atuantes no mercado, são inferiores. A variação dos retornos dos índices de países emergentes em períodos normais é semelhante aos apresentados pelos países desenvolvidos, no período de crise, conforme os dados da tabela 13 e 11.

Como descreve a teoria estatística, a assimetria denota o terceiro momento centrado de uma distribuição de probabilidade de uma variável aleatória. Sendo o primeiro dado pela média, medida de posição. O segundo pela variância ou desvio padrão, medidas de dispersão. Para uma distribuição com comportamento normal, a assimetria assume um valor zero. A distribuição é totalmente simétrica. Os valores diferentes de zero exprimem um comportamento assimétrico. Se o valor for diferente de zero, porém positivo, a distribuição é assimétrica para a direita. Em caso negativo, o inverso. Dessa forma, os retornos dos índices da Índia, Rússia e África do Sul são assimétricos a esquerda. Já os retornos dos índices do Brasil e China são assimétricos a direita, o que sugerem a não normalidade dos dados.

O coeficiente de curtose está associado ao quarto momento centrado de uma distribuição de probabilidade. Para uma distribuição normal, o coeficiente de curtose é igual a 3. A distribuição segue um comportamento denominado de mesocúrtica. Se o coeficiente tiver valor superior a 3 será designada como leptocúrtica e inferior a 3 como platicúrtica. Para os cinco índices de ações o coeficiente de curtose é superior a 3, assumindo o comportamento leptocúrtico.

Observando os quatro momentos de uma distribuição já é possível sugerir se ela segue uma distribuição normal. Porém para confirmar esta hipótese o teste de Jarque Bera rejeitando a hipótese nula de normalidade, visto pelo p-valor inferior a 0,05 confirma que as séries de retornos dos três índices não são normais. O teste proposto por Bera e Jarque (1981) avalia a

diferença dos coeficientes de assimetria e curtose de uma normal com os apresentados pela distribuição de probabilidade. Isto quebra os pressupostos de aplicação de modelos de precificação de ativos, para estimação de retornos futuros, ou em qualquer outra forma de análise de investimento.

Tabela 14 - Estimativas para os coeficientes de autocorrelação e autocorrelação parcial para os retornos e retornos quadráticos dos índices dos países emergentes. Período da amostra de 01 de janeiro de 1995 a 30 de dezembro de 2013.

	Brasil Ibovespa	Rússia RTSI	Índia BSE 100	China Shanghai SE	África do Sul FTSE/JSE
Retornos					
a1 (p1)	0.031 (0.031)	0.135 (0.135)	0.071 (0.071)	0.014 (0.014)	0.018 (0.018)
a2 (p2)	-0.023 (-0.024)	0.015 (-0.003)	-0.035 (-0.040)	-0.010 (-0.010)	-0.016 (-0.016)
a3 (p3)	-0.048 (-0.047)	-0.014 (-0.016)	-0.002 (0.004)	0.012 (0.012)	-0.068 (-0.067)
a4 (p4)	-0.034 (-0.031)	0.023 (0.027)	0.013 (0.012)	0.024 (0.024)	-0.036 (-0.034)
a5 (p5)	-0.043 (-0.044)	-0.006 (-0.012)	-0.024 (-0.026)	-0.001 (-0.001)	-0.040 (-0.041)
Retornos quadráticos					
a1 (p1)	0.206 (0.206)	0.273 (0.273)	0.191 (0.191)	0.169 (0.169)	0.197 (0.197)
a2 (p2)	0.243 (0.209)	0.183 (0.117)	0.164 (0.133)	0.126 (0.101)	0.300 (0.272)
a3 (p3)	0.202 (0.130)	0.222 (0.160)	0.140 (0.092)	0.302 (0.277)	0.264 (0.188)
a4 (p4)	0.127 (0.031)	0.129 (0.024)	0.190 (0.140)	0.044 (-0.054)	0.235 (0.116)
a5 (p5)	0.126 (0.040)	0.178 (0.110)	0.146 (0.073)	0.050 (-0.002)	0.333 (0.217)
$\frac{2}{\sqrt{T}}^*$	0,028	0,028	0,028	0,028	0,028

Nota: ai e pi representam os coeficientes de autocorrelação e autocorrelação parcial.

(*) refere-se ao limite assintótico da função de autocorrelação

Os coeficientes das funções de autocorrelação e autocorrelação parcial dos retornos dos índices de ações dos cinco países emergentes analisados apresentados na tabela 14 não destoam daqueles apresentados pela tabela 8, dos países desenvolvidos. Se os valores dos coeficientes estiverem entre os limites assintóticos, entende-se que eles aceitam a hipótese nula de igualdade a zero, ou seja, não há evidência de autocorrelação. Se forem superiores aos limites assintóticos, são diferentes de zero. De certa forma, em alguns casos os coeficientes são superiores ao limite, o que indica que os retornos em um determinado momento são influenciados pelos retornos passados. O número de *lags* indica até que nível essa influência ocorre.

4.1.4 Países Emergentes - Período de Crise

As tabelas 15, 16, 17 e 18 apresentam as estatísticas descritivas dos retornos dos principais índices de ações dos países emergentes para os momentos de crise financeira, seguido pelo teste de heteroscedasticidade, linearidade e função de autocorrelação (FAC) e autocorrelação parcial (FACP) no período compreendido entre julho de 1997 a dezembro de 1998, para a crise de 1997 e julho de 2007 a dezembro de 2008 para a crise de 2008.

Tabela 15 - Estatística descritiva, testes de estacionaridade, heteroscedasticidade e linearidade dos retornos dos índices das bolsas dos países emergentes para o período da crise de 1997.

CRISE 1997					
	Brasil Ibovespa	Rússia RTSI	Índia BSE 100	China Shanghai SE	África do Sul FTSE/JSE
Média	-0.00164	-0.00499	-0.00094	-0.00022	-
Mediana	0.00130	-0.00330	-0.00100	0.00000	-
Máximo	0.17130	0.15550	0.07310	0.06330	-
Mínimo	-0.17210	-0.21100	-0.07500	-0.08730	-
Desvio Padrão	0.03694	0.04291	0.01735	0.01508	-
Assimetria	-0.25126	-0.36641	-0.06606	-0.83500	-
Curtose	6.44230	6.24643	4.41887	8.51342	-
Jarque Bera	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	-
Teste Estacionaridade					
ADF	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	-
PP	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	-
KPSS	0.05308	0.26740	0.05717	0.07278	-
Teste ARCH-LM					
Teste (2)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-
Teste (50)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-
Teste (100)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-
Teste BDS					
Dimensão (2)	0.0000	0.0000	0.9427	0.0000	-
Dimensão (6)	0.0000	0.0000	0.0453	0.0000	-
Dimensão (8)	0.0000	0.0000	0.0122	0.0000	-
Dimensão (10)	0.0000	0.0000	0.0068	0.0000	-

Nota: Os testes de Jarque-Bera, Estacionaridades, ARCH-LM e BDS estão representados pelos p-valores de interpretação direta. O teste de Jarque-Bera tem como hipótese nula a normalidade dos dados. A hipótese nula dos testes ADF e PP é de que existe raiz unitária (não estacionaridade). O teste KPSS tem como hipótese nula a ausência de raiz unitária (estacionaridade). No teste ARCH-LM a hipótese nula é de que existe o efeito ARCH nas séries temporais, presença de heteroscedasticidade nos dados. O teste BDS tem como hipótese nula a independência e distribuição idêntica dos retornos (i.i.d.). O teste ARCH-LM foi feito para três níveis de defasagem, 2, 50 e 100.

Tabela 16 - Estimativas para os coeficientes de autocorrelação e autocorrelação parcial para os retornos e retornos quadráticos dos índices dos países emergentes no período da crise de 1997. Período da amostra de 01 de julho de 1997 a 30 de dezembro de 1998.

	Brasil Ibovespa	Rússia RTSI	Índia BSE 100	China Shanghai SE	África do Sul FTSE/JSE
Retornos					
a1 (p1)	0.029 (0.029)	0.149 (0.149)	0.070 (0.070)	0.025 (0.025)	-
a2 (p2)	-0.036 (-0.037)	0.049 (0.027)	-0.094 (-0.099)	-0.084 (-0.085)	-
a3 (p3)	-0.025 (-0.023)	0.049 (0.039)	0.074 (0.090)	0.023 (0.027)	-
a4 (p4)	-0.013 (-0.013)	-0.024 (-0.039)	0.014 (-0.009)	0.031 (0.022)	-
a5 (p5)	-0.058 (-0.059)	-0.049 (-0.044)	-0.060 (-0.045)	0.019 (0.021)	-
Retornos quadráticos					
a1 (p1)	0.233 (0.233)	0.350 (0.350)	0.001 (0.001)	0.264 (0.264)	-
a2 (p2)	0.260 (0.218)	0.076 (-0.053)	0.262 (0.262)	0.240 (0.183)	-
a3 (p3)	0.344 (0.273)	0.052 (0.049)	0.144 (0.154)	0.043 (-0.064)	-
a4 (p4)	0.071 (-0.095)	0.027 (-0.004)	0.022 (-0.046)	0.031 (-0.011)	-
a5 (p5)	0.127 (0.002)	0.033 (0.028)	0.145 (0.073)	0.049 (0.057)	-
$\frac{2}{\sqrt{T}}^*$	0,101	0,101	0,101	0,101	

Nota: ai e pi representam os coeficientes de autocorrelação e autocorrelação parcial.

(*) refere-se ao limite assintótico da função de autocorrelação

Tabela 17 - Estatística descritiva, testes de estacionaridade, heteroscedasticidade e linearidade dos retornos dos índices das bolsas dos países emergentes para o período da crise de 2008.

CRISE 2008					
	Brasil Ibovespa	Rússia RTSI	Índia BSE 100	China Shanghai SE	África do Sul FTSE/JSE
Média	-0.00100	-0.00292	-0.00112	-0.00197	-0.00073
Mediana	0.00120	0.00015	-0.00015	-0.00050	0.00000
Máximo	0.13680	0.20200	0.07900	0.09030	0.07710
Mínimo	-0.12100	-0.21200	-0.11600	-0.08040	-0.07960
Desvio Padrão	0.02914	0.03489	0.02531	0.02607	0.02212
Assimetria	0.09986	-0.29553	-0.19466	0.07393	0.00746
Curtose	6.63529	12.48323	4.43896	4.00555	4.46430
Jarque Bera	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
Teste Estacionaridade					
ADF	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
PP	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
KPSS	0.33651	0.55694	0.37919	0.43440	0.21975
Teste ARCH-LM					
Teste (2)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Teste (50)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Teste (100)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Teste BDS					

Dimensão (2)	0.0000	0.0000	0.0056	0.3522	0.0000
Dimensão (6)	0.0000	0.0000	0.0000	0.2639	0.0000
Dimensão (8)	0.0000	0.0000	0.0000	0.1937	0.0000
Dimensão (10)	0.0000	0.0000	0.0000	0.1137	0.0000

Nota: Os testes de Jarque-Bera, Estacionaridades, ARCH-LM e BDS estão representados pelos p-valores de interpretação direta. O teste de Jarque-Bera tem como hipótese nula a normalidade dos dados. A hipótese nula dos testes ADF e PP é de que existe raiz unitária (não estacionaridade). O teste KPSS tem como hipótese nula a ausência de raiz unitária (estacionaridade). No teste ARCH-LM a hipótese nula é de que existe o efeito ARCH nas séries temporais, presença de heteroscedasticidade nos dados. O teste BDS tem como hipótese nula a independência e distribuição idêntica dos retornos (i.i.d.). O teste ARCH-LM foi feito para três níveis de defasagem, 2, 50 e 100.

Tabela 18 - Estimativas para os coeficientes de autocorrelação e autocorrelação parcial para os retornos e retornos quadráticos dos índices dos países emergentes no período da crise de 2008. Período da amostra de 01 de julho de 2007 a 30 de dezembro de 2008.

	Brasil Ibovespa	Rússia RTSI	Índia BSE 100	China Shanghai SE	África do Sul FTSE/JSE
Retornos					
a1 (p1)	-0.019 (-0.019)	0.118 (0.118)	0.081 (0.081)	-0.017 (-0.017)	0.021 (0.021)
a2 (p2)	-0.062 (-0.062)	0.036 (0.022)	-0.031 (-0.037)	-0.029 (-0.029)	-0.015 (-0.015)
a3 (p3)	-0.101 (-0.104)	-0.149 (-0.158)	-0.016 (-0.011)	0.049 (0.048)	-0.105 (-0.105)
a4 (p4)	-0.018 (-0.028)	0.009 (0.046)	-0.079 (-0.078)	0.083 (0.084)	-0.082 (-0.079)
a5 (p5)	0.009 (-0.006)	0.018 (0.024)	-0.060 (-0.049)	-0.010 (-0.005)	-0.058 (-0.059)
Retornos quadráticos					
a1 (p1)	0.136 (0.136)	0.195 (0.195)	0.151 (0.151)	0.086 (0.086)	0.140 (0.140)
a2 (p2)	0.422 (0.411)	0.250 (0.221)	0.256 (0.238)	-0.043 (-0.051)	0.252 (0.237)
a3 (p3)	0.161 (0.087)	0.349 (0.293)	0.190 (0.135)	0.020 (0.029)	0.234 (0.188)
a4 (p4)	0.218 (0.035)	0.128 (-0.004)	0.351 (0.285)	0.073 (0.067)	0.168 (0.081)
a5 (p5)	0.314 (0.250)	0.205 (0.070)	0.228 (0.132)	0.011 (0.000)	0.361 (0.280)
$\frac{2}{\sqrt{T}}^*$	0,101	0,101	0,101	0,101	0,101

Nota: ai e pi representam os coeficientes de autocorrelação e autocorrelação parcial.

(*) refere-se ao limite assintótico da função de autocorrelação

Nota-se pelos valores apresentados nas tabelas que as características essenciais da estatística descritiva não se alteram muito em momentos de crise financeira. A média dos retornos permanecem próximo de zero, porém, para os países emergentes todos os valores foram negativos, tendo em vista a desvalorização do patrimônio das entidades de cada país. O impacto da crise se apresenta superior aos países desenvolvidos. Os piores retornos são superiores nestes países, conforme mínimo da estatística.

É interessante notar que a crise de 1997, chamada de Crise Asiática, proporcionou maiores oscilações nos retornos dos índices do Brasil e Rússia do que nos demais países

emergentes localizados na Ásia. Os índices da China e Índia tiveram um comportamento semelhante aos países desenvolvidos, por apresentar variações maiores na crise de 2008.

Outro fator estranho, pode ser percebido pela estatística BDS. Na crise de 1997 e 2008, os retornos dos índices da Índia (BSE 100) e China (Shanghai SE), respectivamente, se mostraram seguir um comportamento i.i.d, aceitando-se a hipótese nula.

Os demais testes, como heteroscedasticidades, estacionaridade e autocorrelação se mantiveram semelhantes aos índices dos países desenvolvidos.

4.2 Análise do Value at Risk Não Condicional

Após uma análise da estatística descritiva das séries dos retornos dos índices das ações dos países foi realizado a modelagem e estimativas dos riscos de mercado para os diferentes períodos. Pelo grande volume de modelos realizados, ultrapassando um total de 1 mil modelagens em todo o trabalho, serão apresentados somente o resultado dos testes de acurácia preditiva dos modelos de cálculo do VaR.

É bem discutido o fato de se generalizar as evidências com base em um estudo empírico que se utiliza de pequenas amostras de dados ou apenas aplicados a um grupo seletivo de índices. Porém, como já é comum em textos científicos, este trabalho utilizará de experiências particulares para inferir sobre os resultados apresentados.

Neste sentido, nos próximos capítulos serão descritos o desempenho dos modelos de cálculo do risco aplicado às séries de retornos cuja atenção estará voltada a quantidade de ocorrências de perdas financeiras superiores às estimativas dos modelos. O critério de análise (aceitação ou rejeição da hipótese) será por meio da estatística de Kupiec.

4.2.1 Países Desenvolvidos

A tabela 19 apresenta o resultado da estatística LR das estimativas do VaR Não Condicional aplicados aos mercados desenvolvidos, tanto no período total, compreendido entre 1995 a 2013, quanto nos períodos da crise de 1997 e 2008.

Tabela 19 - Estatística de Teste LR para as estimativas do Value at Risk não condicional aplicado aos retornos dos índices dos países desenvolvidos em períodos normais e crise.

Normal		Crise 1997		Crise 2008	
5%	1%	5%	1%	5%	1%

ALEMANHA - DAX 30

VaR Simulação Histórica	14.56	-	14.39	-	0.01	-
VaR Delta-Normal	14.56	-	14.39	1.21	0.67	0.08
VaR t-Student	14.56	-	14.39	1.21	0.67	0.13
VaR GEV	0.67	-	1.23	1.21	4.74	1.86
VaR GEV corrigido teta	18.97	-	14.39	1.21	0.01	-
VaR r maiores	3.24	-	8.40	1.21	2.82	-
VaR r maiores corrigido teta	18.97	-	14.39	1.21	0.67	-
VaR GPD	-	-	-	-	14.56	-
VaR GPD corrigido teta	-	-	-	-	14.56	-

ESTADOS UNIDOS - S&P500

VaR Simulação Histórica	14.30	-	0.16	-	0.61	-
VaR Delta-Normal	14.30	-	0.61	1.20	4.48	-
VaR t-Student	14.30	-	0.61	-	4.48	-
VaR GEV	6.20	-	8.68	-	0.45	0.12
VaR GEV corrigido teta	14.30	-	4.48	-	4.48	-
VaR r maiores	10.97	-	3.91	-	0.61	-
VaR r maiores corrigido teta	18.69	-	14.30	-	8.33	-
VaR GPD	-	-	-	-	-	-
VaR GPD corrigido teta	-	-	-	-	-	-

REINO UNIDO - FTSE 100

VaR Simulação Histórica	8.54	-	1.48	-	3.53	-
VaR Delta-Normal	8.54	1.24	0.36	0.06	11.68	0.16
VaR t-Student	8.54	1.24	0.36	0.16	11.68	1.31
VaR GEV	0.26	1.24	0.36	0.16	0.09	0.16
VaR GEV corrigido teta	8.54	-	4.97	-	11.68	-
VaR r maiores	3.24	-	0.36	1.31	1.48	1.31
VaR r maiores corrigido teta	18.97	-	4.97	-	15.08	-
VaR GPD	-	-	-	-	15.08	-
VaR GPD corrigido teta	-	-	-	-	-	-

JAPÃO - NIKKEI 225

VaR Simulação Histórica	0.03	0.10	5.76	-	10.27	-
VaR Delta-Normal	0.03	3.61	7.84	-	10.27	-
VaR t-Student	0.03	2.00	7.84	-	10.27	-
VaR GEV	6.42	3.61	1.76	-	11.11	-
VaR GEV corrigido teta	0.03	0.10	13.70	-	4.00	-
VaR r maiores	0.54	0.79	5.76	-	0.66	-
VaR r maiores corrigido teta	0.17	0.10	10.42	-	10.27	-
VaR GPD	10.66	0.10	-	-	-	-
VaR GPD corrigido teta	10.66	0.10	-	-	-	-

FRANÇA - CAC 40

VaR Simulação Histórica	6.38	-	4.64	-	4.70	-
VaR Delta-Normal	6.38	1.24	4.64	-	8.61	-
VaR t-Student	6.38	1.24	4.64	-	8.61	-
VaR GEV	0.67	1.24	3.24	-	0.05	-
VaR GEV corrigido teta	6.38	-	4.64	-	0.12	-
VaR r maiores	2.14	-	4.64	-	1.32	-
VaR r maiores corrigido teta	14.56	-	11.21	-	2.17	-
VaR GPD	-	-	-	-	8.61	-
VaR GPD corrigido teta	-	-	-	-	-	-

Nota: Valores em negrito estão abaixo do limite assintótico do Teste LR de 3,84. A ausência de valor no teste de LR indica que não houve retornos inferiores a estatística.

A estatística de teste LR busca equacionar o número de retornos que excedem a estimativa do risco em comparação ao nível de confiança testado. Quanto menor for a estatística de teste, aproximando-se de zero, maior será a capacidade de acerto do risco de mercado existente no período. Uma estatística igual a zero seria perfeita, pela proximidade do ajuste do modelo em relação a volatilidade do mercado. Por se tratar de um teste Qui-quadrado com 1 grau de liberdade, o limite da hipótese nula (a estatística é igual a zero) é de 3,841 para um nível de 5% de confiança. Este é o nível adotado pela maioria dos trabalhos acadêmicos e sugerido por Jorion (2001).

Em uma análise geral da tabela é possível perceber que ao nível de 1% os modelos não condicionais não tiveram um bom resultado para estimar os riscos. As maiorias apresentaram valores de risco superiores aos do período. Isto é um indicativo de que os riscos foram superavaliados. Não apresentaram retornos acima das estimativas. Já os resultados ao nível de 5% foram mais satisfatórios, mesmo em todo o período, quanto em relação aos momentos de crise financeira.

Observando os valores da estatística no período normal é possível perceber que os modelos VaR Não condicionais são bons medidores dos riscos apenas para o índice do Japão (Nikkei 225). Quase todos os modelos tiveram a estatística com valores inferiores a 3,84. Para os demais países, não se mostrou uma boa ferramenta de cálculo do risco. Acredita-se que o baixo desempenho dos modelos esteja no fato de que a ferramenta estima apenas um valor de perda, independente do período que se analisa.

Nos períodos de crise os resultados foram inversos. Os modelos tiveram desempenho superior em momentos de grande turbulência dos mercados do que no período todo. Com exceção do índice do Japão, em que o desempenho ficou bem a quem do esperado.

A inovação dos trabalhos de Silva e Mendes (2003) e Fonseca (2011) corrigindo a estatística por um índice extremal teta não se mostrou eficiente no cálculo do VaR nos mercados desenvolvidos. Também aos resultados de Rubem (2006), que sugeriu a utilização de r-maiores na estatística de ordem.

Embora o desempenho dos modelos VaR Não Condicionais não tenha sido favorável para os países desenvolvidos, analisando-os separadamente percebe-se que a estimativa por Teoria dos Valores Extremos considerando a distribuição GEV, bem tradicional pela teoria, teve um resultado interessante. Seu resultado foi superior aos demais, corroborando os estudos de Ho *et al* (2000), McNeil (1998) e Jesus (2013) em que a distribuição GEV tem performance superior às demais.

Assim, os resultados sugerem que os modelos tradicionais não são bons preditores dos riscos de mercado para operações com ações. A utilização deles como ferramenta de gestão poderá expor a instituição financeira em oscilações do mercado sem o devido controle, mesmo sob o olhar das instituições reguladoras.

4.2.2 Países Emergentes

A tabela 20 apresenta o resultado da estatística LR de Kupiec das estimativas do VaR Não Condicional aplicados aos mercados emergentes, tanto no período total, compreendido entre 1995 a 2013, quanto nos períodos da crise de 1997 e 2008.

Tabela 20 - Estatística de Teste LR para as estimativas do Value at Risk não condicional aplicado aos retornos dos índices dos países emergentes em períodos normais e crise.

	Normal		Crise 1997		Crise 2008	
	5%	1%	5%	1%	5%	1%
BRASIL – Ibovespa						
VaR Simulação Histórica	14.13	-	13.78	1.13	7.97	-
VaR Delta-Normal	14.13	-	13.78	1.13	13.87	-
VaR t-Student	14.13	-	13.78	1.13	7.97	-
VaR GEV	4.37	-	1.80	1.13	1.05	-
VaR GEV corrigido teta	14.13	-	10.50	-	13.87	-
VaR r maiores	8.19	-	13.78	-	4.21	-
VaR r maiores corrigido teta	18.50	-	13.78	-	-	-
VaR GPD	-	-	-	-	-	-
VaR GPD corrigido teta	-	-	-	-	-	-

RUSSIA – RTSI

VaR Simulação Histórica	18.50	-	8.97	1.31	14.65	-
VaR Delta-Normal	-	-	8.97	1.31	14.65	1.25
VaR t-Student	-	-	8.97	1.31	11.28	1.25
VaR GEV	14.13	-	0.36	1.31	47.73	1.25
VaR GEV corrigido teta	18.50	-	8.97	1.31	1.32	-
VaR r maiores	14.13	-	4.97	1.31	17.95	-
VaR r maiores corrigido teta	-	-	8.97	1.31	1.32	-
VaR GPD	-	-	19.54	-	19.06	-
VaR GPD corrigido teta	-	-	19.54	-	19.06	-

ÍNDIA - BSE 100

VaR Simulação Histórica	7.97	-	0.46	0.09	10.11	1.07
VaR Delta-Normal	7.97	1.14	1.76	0.09	10.11	0.07
VaR t-Student	7.97	-	1.76	0.09	10.11	1.07
VaR GEV	1.05	1.14	0.14	0.09	1.62	1.07
VaR GEV corrigido teta	10.58	-	1.76	0.09	10.11	1.07
VaR r maiores	5.89	-	0.46	0.09	7.56	1.07
VaR r maiores corrigido teta	10.58	-	2.78	1.12	10.11	1.07
VaR GPD	-	-	-	-	-	-
VaR GPD corrigido teta	-	-	-	-	-	-

CHINA - SHANGHAI SE

VaR Simulação Histórica	3.74	1.03	0.00	1.31	4.86	1.29
VaR Delta-Normal	9.88	1.03	0.81	3.25	4.86	1.29
VaR t-Student	9.88	1.03	0.81	0.64	4.86	1.29
VaR GEV	1.51	1.03	0.66	1.31	4.86	1.29
VaR GEV corrigido teta	9.88	-	0.81	1.31	4.86	-
VaR r maiores	1.51	1.03	0.29	1.31	6.64	1.29
VaR r maiores corrigido teta	13.09	-	0.36	1.31	4.86	-
VaR GPD	-	-	8.97	1.31	19.35	-
VaR GPD corrigido teta	-	-	15.08	1.31	-	-

ÁFRICA DO SUL - FTSE/JSE 40

VaR Simulação Histórica	3.01	-			8.19	-
VaR Delta-Normal	3.01	0.11			10.81	-
VaR t-Student	3.01	-			10.81	-
VaR GEV	0.02	0.11			0.18	-
VaR GEV corrigido teta	3.01	-			10.81	-
VaR r maiores	1.14	-			0.20	-
VaR r maiores corrigido teta	6.07	-			-	-
VaR GPD	-	-			-	-
VaR GPD corrigido teta	-	-			-	-

Nota: Valores em negrito estão abaixo do limite assintótico do Teste LR de 3,84. A ausência de valor no teste de LR indica que não houve retornos inferiores a estatística.

Vale lembrar que a ausência de valores na crise em 1997 do índice da África do Sul é resultado pelo tamanho da amostra. Não foi possível analisar os dados desse índice uma vez que a amostra disponível tinha início em 2002.

Novamente é evidenciado que as estimativas ao nível de 1% em todo o período não apresentaram bons resultados. O cálculo do VaR sobre os retornos dos índices dos países emergentes foi superestimado. Poucos foram os retornos excedentes a previsão. A única exceção foi novamente em um país asiático, neste caso pelo índice de ações Shanghai da China que teve todos os modelos significativos.

Os resultados foram semelhantes aos apresentados pelos países desenvolvidos. Os modelos não tiveram desempenho interessante para o período todo (normal). O índice da África do Sul (FTSE/JSE 40) foi exceção, teve os ajustamentos mais precisos, com exceção dos modelos utilizando a distribuição GPD.

De todos os países, o índice do Brasil foi o que teve os piores ajustamentos. Ao nível de 5%, somente em duas situações teve um valor aceitável, significativo. O que não foi muito diferente dos demais países. Os ajustamentos em época de crise foram superiores. O volume de modelos que tiveram uma capacidade preditiva foi melhor.

Dessa forma os resultados das tabelas 19 e 20 apontam a ineficiência dos estimadores VaR Não Condicional aplicados aos riscos do mercado acionário, tanto em momentos normais quanto em épocas de crise financeira global.

4.3 Análise do Value at Risk Condicional

Nesta seção são apresentados os resultados das estimativas do VaR Condicional aplicados aos retornos dos principais índices de ações dos países desenvolvidos e emergentes, em todo o período de análise e em momentos de crise financeira.

4.3.1 Países Desenvolvidos

Na tabela 21 tem-se os resultados da estatística LR de Kupiec das estimativas do VaR Condicional aplicados aos mercados desenvolvidos, tanto no período total, compreendido entre 1995 a 2013, quanto nos períodos da crise de 1997 e 2008.

Tabela 21 - Estatística de Teste LR para as estimativas do Value at Risk condicional aplicado aos retornos dos índices dos países desenvolvidos em períodos normais e crise.

	Normal		Crise 1997		Crise 2008	
	5%	1%	5%	1%	5%	1%
<i>ALEMANHA - DAX 30</i>						
GARCH (1,1)	0.26	1.86	0.04	0.08	0.13	0.71
EGARCH (1,1)	0.26	1.86	1.23	1.21	0.81	0.71
APARCH (1,1)	0.26	1.86	-	-	-	-
FIGARCH (1,d,1)	0.67	1.86	0.04	0.73	0.40	0.08
FIEGARCH (1,d,1)	0.26	1.86	-	-	-	-
FIAPARCH (1,d,1)	0.67	1.86	1.23	0.12	-	-
HYGARCH (1,d,1)	0.26	1.86	-	-	-	-
Riskmetrics	0.26	3.42	0.04	0.73	0.40	0.13
<i>ESTADOS UNIDOS - S&P500</i>						
GARCH (1,1)	0.61	0.75	3.91	1.92	0.16	0.09
EGARCH (1,1)	0.61	0.75	0.16	0.75	0.16	0.09
APARCH (1,1)	1.20	0.09	-	-	-	-
FIGARCH (1,d,1)	0.61	0.75	6.10	3.50	0.03	1.20
FIEGARCH (1,d,1)	0.03	0.09	-	-	-	-
FIAPARCH (1,d,1)	1.20	0.12	-	-	0.22	0.12
HYGARCH (1,d,1)	0.61	0.09	-	-	-	-
Riskmetrics	0.01	3.50	8.68	12.83	0.01	0.12
<i>REINO UNIDO - FTSE 100</i>						
GARCH (1,1)	0.13	1.86	0.09	0.06	0.00	1.74
EGARCH (1,1)	1.36	1.86	1.48	0.16	2.52	3.25
APARCH (1,1)	0.40	3.42	-	-	-	-
FIGARCH (1,d,1)	0.13	1.86	0.36	0.06	0.09	0.06
FIEGARCH (1,d,1)	0.13	3.42	-	-	-	-
FIAPARCH (1,d,1)	0.01	1.86	-	-	-	-
HYGARCH (1,d,1)	0.13	1.86	-	-	-	-
Riskmetrics	2.03	5.32	0.00	0.06	0.00	0.64
<i>JAPÃO - NIKKEI 225</i>						
GARCH (1,1)	0.03	0.10	2.78	-	0.66	0.08
EGARCH (1,1)	0.03	0.10	5.76	-	0.28	0.86
APARCH (1,1)	1.01	3.61	-	-	-	-
FIGARCH (1,d,1)	0.03	0.10	2.78	0.12	0.12	1.09
FIEGARCH (1,d,1)	1.62	2.00	-	-	-	-
FIAPARCH (1,d,1)	1.01	2.00	-	-	-	-
HYGARCH (1,d,1)	0.03	0.10	-	-	-	-
Riskmetrics	0.01	0.79	1.76	0.83	1.17	0.08
<i>FRANÇA - CAC 40</i>						
GARCH (1,1)	0.26	1.86	2.14	0.13	0.12	3.39

EGARCH (1,1)	0.67	1.86	1.29	1.86	1.32	5.28
APARCH (1,1)	0.26	1.86	-	-	-	-
FIGARCH (1,d,1)	0.67	1.86	2.14	0.08	0.38	1.84
FIEGARCH (1,d,1)	1.29	3.42	-	-	-	-
FIAPARCH (1,d,1)	0.67	1.86	-	-	-	-
HYGARCH (1,d,1)	0.67	1.86	-	-	-	-
Riskmetrics	0.05	1.86	0.26	0.71	0.38	1.25

Nota: Valores em negrito estão abaixo do limite assintótico do Teste LR de 3,84. A ausência de valor no teste de LR indica que não houve retornos inferiores a estatística.

O VaR condicional se difere do anterior por considerar que o risco não é único no tempo. Ele se altera no decorrer dos períodos, assim como os retornos. Sua estimativa passou a ser possível após Robert Engle em 1982 publicar o artigo que anos depois foi indicado ao Nobel de economia. No artigo de Engle (1982) ele desenvolve um modelo que ajusta as variações de uma série no tempo. Considera que o desvio padrão de uma série não é constante e pode ser modelado no tempo. Algo ainda não imaginável para a época. Essa descoberta possibilitou uma evolução nas ferramentas estatísticas de análise do mercado financeiro. Foi a origem dos modelos de volatilidade condicional bastante aplicados em diversas operações de controle e tomada de decisão pelos investidores, hoje em dia.

Pelo caráter inovador já é possível perceber que tais modelos são superiores para o cálculo do risco de mercado. Em quase todos os ajustes para o período normal, o teste de Kupiec mostrou que eles são superiores para estimar o VaR em comparação com os tradicionais e por meio da Teoria de Valores Extremos.

Os resultados apontaram também que o modelo *Riskmetrics* desenvolvido pelo Banco J.P. Morgan e sugerido para os demais, apesar de ser bastante criticado pela literatura se mostrou bem eficiente. Para todos os índices dos países, ao nível de 5%, ele teve boa qualidade de previsão dos riscos. No caso dos Estados Unidos e Japão, em específico, o valor da estatística próximo de zero indica que foi bem assertivo.

Uma evidência contrária aos resultados anteriores refere-se aos períodos de análise. Os modelos condicionais, em sua maioria, não foram efetivos para o cálculo do risco em momentos de crise. Destaque para os modelos GARCH, EGARCH e FIGARCH, que tiveram bons ajustes para todos os índices e situações.

Os modelos APARCH e FIAPARCH não tiveram bons resultados para estimativa do risco, contrariando os estudos de Giot e Laurent (2003), Huang e Lin (2004), Wu e Shieh (2007), Niguez (2008), Angelidis e Degiannakis (2008), Aloui e Mabrouk (2010), Diamandis *et al* (2011) e Mabrouk e Saadi (2012).

De modo geral, os resultados apontam que para uma boa avaliação do VaR aplicados ao mercado de ações, os modelos que consideram o efeito condicional são superiores aos anteriores, principalmente em momentos normais. Assim, as instituições financeiras dos países desenvolvidos devem buscar realizar simulações e testes de estresse levando em consideração essa classe de modelo.

4.3.2 Países Emergentes

A tabela 22 apresenta o resultado da estatística LR de Kupiec das estimativas do VaR Condicional aplicados aos mercados emergentes, tanto no período total, compreendido entre 1995 a 2013, quanto nos períodos da crise de 1997 e 2008.

Tabela 22 - Estatística de Teste LR para as estimativas do Value at Risk condicional aplicado aos retornos dos índices dos países emergentes em períodos normais e crise.

	Normal		Crise 1997		Crise 2008	
	5%	1%	5%	1%	5%	1%
<i>BRASIL – Ibovespa</i>						
GARCH (1,1)	0.56	0.09	5.82	-	1.83	0.10
EGARCH (1,1)	4.37	0.11	5.82	-	1.05	1.14
APARCH (1,1)	6.07	1.18	-	-	-	-
FIGARCH (1,d,1)	0.02	0.09	0.01	1.13	2.87	1.14
FIEGARCH (1,d,1)	0.02	0.09	-	-	-	-
FIAPARCH (1,d,1)	0.20	0.09	-	-	-	-
HYGARCH (1,d,1)	0.56	0.09	-	-	-	-
Riskmetrics	0.95	0.77	4.15	0.09	1.05	0.10
<i>RUSSIA - RTSI</i>						
GARCH (1,1)	3.01	0.11	2.37	3.25	0.12	3.39
EGARCH (1,1)	8.19	0.11	2.37	0.64	0.69	0.13
APARCH (1,1)	3.01	0.11	0.81	1.74	-	-
FIGARCH (1,d,1)	0.02	0.11	0.00	1.74	0.28	1.25
FIEGARCH (1,d,1)	1.14	0.11	-	-	-	-
FIAPARCH (1,d,1)	1.14	0.11	0.09	5.11	-	-
HYGARCH (1,d,1)	0.02	0.11	-	-	-	-
Riskmetrics	0.95	3.56	0.09	1.74	0.28	1.25
<i>ÍNDIA - BSE 100</i>						
GARCH (1,1)	0.16	0.11	1.76	0.09	1.62	0.07
EGARCH (1,1)	0.01	3.64	1.00	0.09	0.39	0.14
APARCH (1,1)	0.50	0.10	2.78	0.12	-	-
FIGARCH (1,d,1)	0.22	2.02	-	-	3.89	0.07

FIEGARCH (1,d,1)	0.22	7.87	-	-	-	-
FIAPARCH (1,d,1)	0.16	2.02	-	-	-	-
HYGARCH (1,d,1)	0.22	0.81	-	-	-	-
Riskmetrics	1.04	3.64	4.10	0.09	3.89	0.14
<i>CHINA - SHANGHAI SE</i>						
GARCH (1,1)	0.07	2.21	1.48	0.16	3.43	0.15
EGARCH (1,1)	0.07	0.92	0.00	1.74	0.08	0.06
APARCH (1,1)	0.07	0.92	0.81	0.64	-	-
FIGARCH (1,d,1)	0.10	3.91	3.53	0.16	-	-
FIEGARCH (1,d,1)	0.00	0.15	-	-	-	-
FIAPARCH (1,d,1)	0.10	3.91	0.09	5.11	-	-
HYGARCH (1,d,1)	0.37	3.91	-	-	-	-
Riskmetrics	1.35	3.91	0.09	1.74	0.08	1.78
<i>ÁFRICA DO SUL - FTSE/JSE 40</i>						
GARCH (1,1)	0.18	1.96			1.14	-
EGARCH (1,1)	0.20	3.56			1.94	-
APARCH (1,1)	0.20	5.50			1.14	-
FIGARCH (1,d,1)	0.50	3.56			-	-
FIEGARCH (1,d,1)	0.18	5.50			-	-
FIAPARCH (1,d,1)	0.02	5.50			-	-
HYGARCH (1,d,1)	0.18	3.56			-	-
Riskmetrics	1.54	5.50			3.01	1.18

Nota: Valores em negrito estão abaixo do limite assintótico do Teste LR de 3,84. A ausência de valor no teste de LR indica que não houve retornos inferiores a estatística.

É notório que os modelos condicionais vêm tendo desempenho superior em comparação aos modelos tradicionais. Para os países emergentes não foi o contrário, os resultados evidenciaram que utilizando toda a série de dados, de 1995 a 2013, os modelos em sua maioria tiveram performance superior. Principalmente para estimação do risco utilizando o nível de 5% de erros. Méritos para os modelos GARCH e FIGARCH que foram estatisticamente significativos em todas as simulações.

A avaliação das métricas em momentos de crise financeira não se mostrou tão eficiente como era esperado. Exceto os modelos GARCH, FIGARCH e o tradicional Riskmetrics que tiveram desempenho favorável na estimação dos riscos.

Pelos dados apresentados, não se pode notar diferenças significativas entre o comportamento dos estimadores de risco na crise de 1997 em comparação com 2008. Em ambas, as performances dos modelos deixaram a desejar. No entanto, o fato de dois ou três modelos terem um ajuste bom, independente do momento ou país, já sinaliza um resultado

interessante. Isto sugere que instituições financeiras fiquem atentas as inovações dos modelos estatísticos como importantes ferramentas para a tomada de decisão na gestão do risco.

4.4 Comparação entre os modelos de Value at Risk

Nesta seção buscou-se fazer uma análise comparativa dos modelos testados nos índices de retorno de ações dos países desenvolvidos e emergentes, pelo estudo empírico, com outros estudos já realizados, disponíveis na literatura.

As tabelas 23 e 24 apresentam os resultados sumarizados dos modelos utilizados para estimação do VaR, tanto sob a forma condicional e não condicional, que apresentam bom desempenho na avaliação do risco, para os índices dos países desenvolvidos e emergentes.

Tabela 23 - Comparação dos modelos adequados para estimativa do VaR ao nível de 5% nos diferentes países

	Desenvolvidos		Emergentes		Total	
	Quant.	Percentual	Quant.	Percentual	Quant.	Percentual
VaR Simulação Histórica	6	40%	4	29%	10	34%
VaR Delta-Normal	4	27%	3	21%	7	24%
VaR t-Student	4	27%	3	21%	7	24%
VaR GEV	10	67%	10	71%	20	69%
VaR GEV corrigido teta	3	20%	4	29%	7	24%
VaR r maiores	10	67%	5	36%	15	52%
VaR r maiores corrigido teta	3	20%	3	21%	6	21%
VaR GPD	0	0%	0	0%	0	0%
VaR GPD corrigido teta	0	0%	0	0%	0	0%
GARCH (1,1)	14	93%	13	93%	27	93%
EGARCH (1,1)	14	93%	11	79%	25	86%
APARCH (1,1)	5	33%	8	57%	13	45%
FIGARCH (1,d,1)	14	93%	10	71%	24	83%
FIEGARCH (1,d,1)	5	33%	5	36%	10	34%
FIAPARCH (1,d,1)	7	47%	7	50%	14	48%
HYGARCH (1,d,1)	5	33%	5	36%	10	34%
Riskmetrics	14	93%	11	79%	25	86%

Nota: Quantidade refere-se aos modelos que tiveram bom desempenho pelo teste LR. Os percentuais são calculados com base apenas na classe de modelos.

Tabela 24 - Comparação dos modelos adequados para estimativa do VaR ao nível de 1% nos diferentes países

	Desenvolvidos		Emergentes		Total	
	Quant.	Percentual	Quant.	Percentual	Quant.	Percentual
VaR Simulação Histórica	2	13%	7	50%	9	31%

VaR Delta-Normal	8	53%	10	71%	18	62%
VaR t-Student	7	47%	8	57%	15	52%
VaR GEV	8	53%	10	71%	18	62%
VaR GEV corrigido teta	2	13%	4	29%	6	21%
VaR r maiores	4	27%	5	36%	9	31%
VaR r maiores corrigido teta	2	13%	4	29%	6	21%
VaR GPD	1	7%	1	7%	2	7%
VaR GPD corrigido teta	1	7%	1	7%	2	7%
GARCH (1,1)	14	93%	12	86%	26	90%
EGARCH (1,1)	13	87%	12	86%	25	86%
APARCH (1,1)	5	33%	7	50%	12	41%
FIGARCH (1,d,1)	15	100%	10	71%	25	86%
FIEGARCH (1,d,1)	5	33%	3	21%	8	28%
FIAPARCH (1,d,1)	7	47%	3	21%	10	34%
HYGARCH (1,d,1)	5	33%	4	29%	9	31%
Riskmetrics	13	87%	12	86%	25	86%

Nota: Quantidade refere-se aos modelos que tiveram bom desempenho pelo teste LR. Os percentuais são calculados com base apenas na classe de modelos.

A primeira percepção que se tem quando se analisa as tabelas é o quanto os modelos de risco geram estimativas semelhantes para os diferentes mercados. Não foi possível perceber discrepância dos valores entre os mercados emergentes e desenvolvidos. Para ambos, como já evidenciado, os modelos condicionais foram superiores, com ajustamentos na maioria dos casos. Isto é um reflexo de um mercado globalizado, em que seus comportamentos são semelhantes no decorrer do tempo.

O VaR Simulação Histórica foi um dos poucos que apresentaram uma diferença significativa. Seu desempenho foi de 50% nas simulações com países emergentes, ao passo que nos desenvolvidos ficou em torno de 13%, ao nível de 1%. Porém, estes valores não foram confirmados ao nível de 5%. Apesar de ser um dos modelos mais antigos e bastante utilizados pelas instituições financeiras, o VaR Simulação Histórica, teve um desempenho fracassado. Não conseguiu bons ajustamentos, somente em torno de 30% dos casos.

Em uma comparação com a literatura existente, os resultados apontados aqui são conflitantes. A maioria dos estudos comparativos do VaR pela Teoria de Valores Extremos apontam a distribuição GPD como superior a GEV e demais, visto nos estudos de Gençay et al. (2003), Silva e Mendes (2003), Gençay e Selçuk (2004), Cifter (2011), Marimoutou et al. (2009) e Brooks et al. (2005). Somente os trabalhos de McNeil (1998), Ho et al. (2000) e Jesus et al. (2013) tiveram resultados semelhantes, com a distribuição GEV superior.

Os modelos condicionais tiveram desempenho bem superior aos modelos não condicionais, como já apresentado. No entanto, analisando como um todo é possível perceber que o modelo GARCH(1,1) foi superior a qualquer outro, com ajustamento de 90% de todos os casos. Os modelos EGARCH, FIGARCH e *Riskmetrics* também não deixaram a desejar. Tiveram excelente performance.

Comparando a literatura e os resultados evidenciados percebe-se que não existe um consenso entre o melhor modelo de ajuste para o VaR Condicional. Os resultados apresentados aqui foram condizentes com os estudos da literatura. Salvo exceção no *Riskmetrics* em que a literatura aponta como um modelo de baixo desempenho. As evidências aqui apresentadas estão em consonância com os trabalhos de Kim *et al* (2011), Hung. *et al* (2008), Beltratti e Koedijk (1999), Christoffersen *et al* (2001), Lee e Saltoglu (2002), So e Yu (2006), Wu e Shieh (2007), Dionne *et al* (2009), Liu *et al* (2012), Degiannakis *et al* (2013), que tiveram os modelos GARCH, EGARCH, FIGARCH e *Riskmetrics* superiores. Por outro lado, foi totalmente conflitante ao estudo de Tang e Shieh (2006) que apontou o modelo HYGARCH como superior.

Alterando o foco para uma observação do desempenho dos estimadores em momentos de crise, as tabelas 25 e 26 apresentam os resultados sumarizados dos modelos utilizados para estimação do VaR.

Tabela 25 - Comparação dos modelos adequados para estimativa do VaR ao nível de 5% nos diferentes períodos

	Período Normal		Período de Crise		Total	
	Quant.	Percentual	Quant.	Percentual	Quant.	Percentual
VaR Simulação Histórica	3	30%	7	37%	10	34%
VaR Delta-Normal	2	20%	5	26%	7	24%
VaR t-Student	2	20%	5	26%	7	24%
VaR GEV	6	60%	14	74%	20	69%
VaR GEV corrigido teta	2	20%	5	26%	7	24%
VaR r maiores	6	60%	9	47%	15	52%
VaR r maiores corrigido teta	1	10%	5	26%	6	21%
VaR GPD	0	0%	0	0%	0	0%
VaR GPD corrigido teta	0	0%	0	0%	0	0%
GARCH (1,1)	10	100%	17	89%	27	93%
EGARCH (1,1)	8	80%	17	89%	25	86%
APARCH (1,1)	9	90%	4	21%	13	45%
FIGARCH (1,d,1)	10	100%	14	74%	24	83%
FIEGARCH (1,d,1)	10	100%	0	0%	10	34%
FIAPARCH (1,d,1)	10	100%	4	21%	14	48%

HYGARCH (1,d,1)	10	100%	0	0%	10	34%
Riskmetrics	10	100%	15	79%	25	86%

Nota: Quantidade refere-se aos modelos que tiveram bom desempenho pelo teste LR. Os percentuais são calculados com base apenas na classe de modelos.

Tabela 26 - Comparação dos modelos adequados para estimativa do VaR ao nível de 1% nos diferentes períodos

	Período Normal		Período de Crise		Total	
	Quant.	Percentual	Quant.	Percentual	Quant.	Percentual
VaR Simulação Histórica	2	20%	7	37%	9	31%
VaR Delta-Normal	6	60%	12	63%	18	62%
VaR t-Student	4	40%	11	58%	15	52%
VaR GEV	6	60%	12	63%	18	62%
VaR GEV corrigido teta	1	10%	5	26%	6	21%
VaR r maiores	1	10%	8	42%	9	31%
VaR r maiores corrigido teta	1	10%	5	26%	6	21%
VaR GPD	1	10%	1	5%	2	7%
VaR GPD corrigido teta	1	10%	1	5%	2	7%
GARCH (1,1)	10	100%	16	84%	26	90%
EGARCH (1,1)	10	100%	15	79%	25	86%
APARCH (1,1)	9	90%	3	16%	12	41%
FIGARCH (1,d,1)	9	90%	16	84%	25	86%
FIEGARCH (1,d,1)	8	80%	0	0%	8	28%
FIAPARCH (1,d,1)	8	80%	2	11%	10	34%
HYGARCH (1,d,1)	9	90%	0	0%	9	31%
Riskmetrics	7	70%	18	95%	25	86%

Nota: Quantidade refere-se aos modelos que tiveram bom desempenho pelo teste LR. Os percentuais são calculados com base apenas na classe de modelos.

A diferença entre estimar o risco em um período de estabilidade do mercado em momentos de crise a princípio deve ser bem diferente. Porém, os resultados apresentados nas tabelas anteriores evidenciam o contrário, para o VaR Não Condicional. Dificilmente um modelo que teve bons ajustes em períodos normais foram fracassados nas simulações com crise financeira. O inverso já não é verdadeiro. O modelo VaR por r maiores ao nível de 1% teve um ajuste bem superior em períodos de crise do que nos momentos normais.

Por outro lado, os modelos que captam as variações dos retornos no tempo tiveram resultados contrários. A hipótese de que modelos calibrados para períodos de turbulência não são eficientes para momentos de crise, se fez verdadeira. Alguns modelos com excelente desempenho em momentos normais tiveram baixíssima performance nas crises. A exemplo do

FIEGARCH(1,d1) e HYGARCH (1,d,1) que tinham desempenhos superiores a 90% dos casos e foram falhos, com menos de 5%.

Dessa forma os resultados são distintos. Pode-se dizer que o VaR Não condicional não sofre tanto efeito das oscilações do mercado. Continuam com o mesmo desempenho. Já os modelos de VaR Condicionais sofrem alterações com as variações dos retornos. Recomenda-se uma análise mais detalhada, por testes de *stress*, para estes momentos.

Destaque novamente ao modelo VaR Condicional pelo GARCH(1,1). Este foi um dos poucos que manteve o desempenho ótimo, acima de 85% dos casos, em diferentes mercados, para os diferentes momentos.

4.5 Análise do Value-at-Risk Multivariado

No mercado financeiro dificilmente o VaR será calculado por meio de um único investimento. Geralmente são estimados os riscos de um conjunto de investimentos que compõem uma cesta, também conhecido como carteira de investimento. O próprio índice de ações do mercado de capitais de um país já reflete o comportamento de uma cesta de investimento, composto geralmente pelas ações mais negociadas na bolsa do país. No caso do Brasil, o Ibovespa é o termômetro do mercado de capitais. Ele reflete o comportamento médio das ações com maior liquidez da BM&FBovespa.

A análise do VaR de uma carteira de investimento é realizar por meio de uma análise estatística multivariada. Os retornos desta carteira são calculados por meio de uma média ponderada dos retornos dos ativos individuais. Alterar as ponderações pressupõe em mudanças no retorno do conjunto.

Dessa forma, a tabela 27 apresenta o cálculo das ponderações, aqui denominada de pesos, das três simulações de carteiras de investimento para as duas categorias de países (desenvolvidos e emergentes). Os pesos foram estabelecidos por meio de uma matemática de otimização que busca atingir uma carteira que tenha a menor variação possível. Na literatura financeira é denominada de Carteira de Menor Risco.

Tabela 27 - Ativos e pesos das três carteiras estimadas para o cálculo dos riscos de mercado.

Carteiras	Desenvolvidos		Emergentes	
	Ativos	Pesos	Ativos	Pesos
Carteira I	S&P 500	44.5%	Ibovespa	64.6%
	FTSE 100	55.5%	RTSI	35.4%

Carteira II	DAX 30	84.0%	BSE	47.5%
	Nikkei 225	16.0%	Shangai SE	52.5%
Carteira III	CAC 40	66.3%	JSE 40	27.7%
	S&P 500	33.7%	Ibovespa	72.3%

Nota: Os pesos foram estimados considerando uma carteira de variância mínima.

Os pesos apresentados na tabela foram utilizados para extrair os retornos de cada carteira de investimento. Eles foram calculados utilizando toda a amostra de dados, de 1995 a 2013. As amostras consideradas para avaliar o desempenho dos modelos de risco nos períodos de crise também foram adquiridas por meio dos pesos da tabela 27. Ou seja, as três amostras, período normal, crise de 1997 e crise de 2008 não tiveram distinção dos pesos das carteiras, mesmo apresentando comportamento diferente.

4.5.1 Países Desenvolvidos

Na tabela 28 são apresentados os resultados da estatística de *backtesting* do desempenho do VaR considerando os retornos das carteiras de investimento dos países desenvolvidos.

Tabela 28 - Estatística de Teste LR para as estimativas do Value at Risk Multivariado aplicado aos retornos das carteiras dos países desenvolvidos em períodos normais e crise.

	Normal		Crise 1997		Crise 2008	
	5%	1%	5%	1%	5%	1%
<i>Carteira I - S&P500 e FTSE 100</i>						
VaR Simulação Histórica	13.87	-	1.20	-	0.21	-
Vech	0.22	0.11	1.38	0.17	1.46	1.92
Bekk	0.22	0.10	1.38	0.98	1.46	3.50
CCC	0.22	0.11	1.38	0.17	1.46	7.64
RNA (DPM 10)	1.83	0.10	0.03	3.50	13.24	40.80
RNA (DPM 20)	4.21	1.14	0.45	3.50	14.93	40.80
Cópula - t-Student	1.66	2.02	2.98	5.42	6.20	-
Cópula - Clayton	0.56	0.11	0.45	0.75	0.61	1.92
Cópula - Frank	2.40	2.02	4.48	1.20	8.33	-
Cópula - Gumbel	4.24	0.81	4.48	-	6.20	1.20
<i>Carteira II - DAX 30 e Nikkei 225</i>						
VaR Simulação Histórica	1.72	0.09	13.27	-	0.35	-
Vech	0.13	0.09	0.86	1.06	0.76	0.07
Bekk	0.00	1.10	0.37	1.06	1.31	0.15
CCC	0.05	0.09	1.58	1.06	0.76	0.07

RNA (DPM 10)	0.66	2.10	1.28	0.90	8.57	8.24
RNA (DPM 20)	0.00	0.86	0.09	0.90	5.94	5.92
Cópula - t-Student	2.60	2.10	2.76	5.88	5.40	-
Cópula - Clayton	0.66	0.13	0.73	0.90	0.35	2.19
Cópula - Frank	2.60	2.10	5.46	1.06	7.42	-
Cópula - Gumbel	4.51	0.86	5.46	1.06	5.40	1.05

Carteira III - CAC 40 e S&P 500

VaR Simulação Histórica	18.40	-	0.54	-	1.14	-
Vech	1.11	0.10	1.11	0.10	0.95	0.77
Bekk	1.11	0.10	1.11	0.78	0.95	1.96
CCC	1.11	0.10	1.11	0.10	0.95	5.50
RNA (DPM 10)	1.87	1.15	0.03	3.58	11.87	37.04
RNA (DPM 20)	5.95	1.15	0.54	1.98	11.87	25.78
Cópula - t-Student	2.35	2.00	4.10	5.53	6.07	-
Cópula - Clayton	0.54	0.10	0.52	0.78	0.56	1.96
Cópula - Frank	2.35	2.00	4.31	1.16	8.19	-
Cópula - Gumbel	4.17	0.79	4.31	1.16	6.07	1.18

Nota: Valores em negrito estão abaixo do limite assintótico do Teste LR de 3,84. A ausência de valor no teste de LR indica que não houve retornos inferiores a estatística.

Em uma primeira visualização pode ser percebido que os modelos VaR por simulação histórica não tiveram um bom desempenho para estimação do risco de um portfólio (carteira de investimento). Ao nível de 1% foi o pior resultado. O modelo superestimou os valores de risco, não tendo nenhum retorno abaixo do limite. Dessa forma, este modelo, que é bastante comum pelas instituições financeiras, não têm uma performance aceitável.

Por outro lado, os modelos condicionais, derivados do GARCH multivariado tiveram excelente desempenho na estimação do risco. Todos os modelos, em especial o Vech e Bekk apresentaram a estatística LR abaixo do limite assintótico de 3,84. O modelo CCC também teve um bom resultado, com exceção da crise de 2008 ao nível de 1%.

As redes neurais artificiais, de forma geral, também tiveram resultados satisfatórios. Sua limitação esteve na estimação do VaR na crise de 2008, talvez pela volatilidade excessiva, difícil de ser capturada. Não foi possível perceber diferenças significativas entre a estimação por desvio padrão móvel de 10 ou 20 dias. Somente em dois casos, Carteira I e III, o ajuste por desvio padrão móvel de 10 dias foi superior.

Já os modelos por Cópulas tiveram resultados diferentes do que era esperado. Seus ajustamentos foram bem diferentes quando se alterava a função de distribuição. Destaque para a função Cópulas de Clayton que teve uma excelente performance. Em todos os casos foi significativa.

De forma geral, não foi possível perceber grandes alterações entre os estimadores quando se variava a carteira de investimento. A estimação por modelos condicionais, em específico os modelos GARCH bivariados (Vech e Bekk) foram superiores aos demais, independente do período analisado.

4.5.2 Países Emergentes

Os resultados das estimativas do *backtesting* pela estatística LR dos países emergentes são apresentados na tabela 29.

Tabela 29 - Estatística de Teste LR para as estimativas do Value at Risk Multivariado aplicado aos retornos das carteiras dos países emergentes em períodos normais e crise.

	Normal		Crise 1997		Crise 2008	
	5%	1%	5%	1%	5%	1%
<i>Carteira I - Ibovespa e RTSI</i>						
VaR Simulação Histórica	10.19	-	7.90	-	0.11	-
Vech	1.65	1.08	0.04	1.13	0.00	0.86
Bekk	1.65	1.08	0.04	1.13	0.43	0.13
CCC	1.65	0.08	1.02	1.13	0.06	2.10
RNA (DPM 10)	3.94	-	1.07	5.65	6.85	22.93
RNA (DPM 20)	3.94	1.08	0.58	3.67	5.63	16.39
Cópula - t-Student	3.56	5.80	1.70	5.65	2.60	5.76
Cópula - Clayton	2.65	3.79	0.58	0.58	2.60	3.76
Cópula - Frank	3.56	5.80	1.70	5.65	1.82	5.76
Cópula - Gumbel	3.56	5.80	1.70	5.65	2.60	5.76
<i>Carteira II - BSE e Shanghai SE</i>						
VaR Simulação Histórica	3.18	0.91	-	1.12	10.03	-
Vech	0.55	1.09	1.00	1.12	0.00	2.15
Bekk	1.16	0.22	1.76	1.12	0.10	2.15
CCC	0.55	2.47	7.84	0.09	0.71	2.15
RNA (DPM 10)	0.18	2.47	1.76	0.09	8.47	16.61
RNA (DPM 20)	1.16	1.09	1.76	0.09	7.12	16.61
Cópula - t-Student	4.55	6.41	2.50	5.68	1.95	5.88
Cópula - Clayton	2.59	2.47	0.61	0.12	1.28	0.14
Cópula - Frank	4.55	6.41	2.50	5.68	1.95	5.88
Cópula - Gumbel	4.55	6.41	2.50	5.68	1.28	5.88
<i>Carteira III - JSE 40 e Ibovespa</i>						
VaR Simulação Histórica	-	-			5.58	-
Vech	3.29	0.13			0.06	0.08

Bekk	3.29	0.13	0.06	0.08
CCC	2.24	0.21	0.06	1.09
RNA (DPM 10)	1.69	1.09	9.70	19.66
RNA (DPM 20)	0.94	1.09	9.70	10.66
Cópula - t-Student	3.50	5.76	1.87	2.12
Cópula - Clayton	1.82	2.10	1.21	0.13
Cópula - Frank	3.50	5.76	1.87	2.12
Cópula - Gumbel	3.50	5.76	1.21	0.87

Nota: Valores em negrito estão abaixo do limite assintótico do Teste LR de 3,84. A ausência de valor no teste de LR indica que não houve retornos inferiores a estatística.

Os dados apresentados pelos países emergentes não diferem muito dos países desenvolvidos. O modelo por Simulação Histórica teve novamente um desempenho inferior aos demais. Somente na Carteira II, com os índices dos países da Ásia (China e Índia) tiveram resultados significativos em alguns níveis. Nos demais, o resultado foi insatisfatório, principalmente na Carteira III que os ajustes foram imprecisos.

Novamente os modelos condicionais GARCH Bivariados foram superiores. Os ajustamentos dos riscos foram excelentes, independente do período analisado. Neste caso, não é possível identificar qual modelo foi bem superior ao outro.

Os modelos de Redes Neurais Artificiais não são eficientes para o tratamento dos dados quando se tem alta volatilidade, como foi o caso da crise de 2008. Os resultados dos países desenvolvidos e confirmados com os países emergentes demonstram que não são significativos aos níveis de 1% e 5%. Já no período normal e crise de 1997 o resultado se altera. Os modelos possuem um desempenho satisfatório na maioria dos ajustes dos riscos.

A inconsistência dos modelos por funções Cópulas pode ser confirmada também pelos países emergentes. Quando se altera a função de distribuição os resultados mudam por completo, independente dos períodos analisados. Salvo exceção à função de Clayton que teve desempenho interessante para todos os casos.

4.6 Comparação entre os modelos de Value at Risk Multivariado

Como realizado pelos modelos univariados, nesta seção são feitas análises comparativas dos modelos testados nos retornos das carteiras de ações dos países emergentes e desenvolvidos com os apresentados pela literatura.

As tabelas 30 e 31 apresentam os resultados sumarizados dos modelos utilizados para estimação do VaR Multivariado que apresentaram bom desempenho na avaliação do risco, para os índices dos países desenvolvidos e emergentes aos níveis de 5% e 1%.

Tabela 30 - Comparação dos modelos adequados para estimativa do VaR Multivariado ao nível de 5% nos diferentes países

	Desenvolvidos		Emergentes		Total	
	Quant.	Percentual	Quant.	Percentual	Quant.	Percentual
VaR Simulação Histórica	6	67%	2	25%	8	47%
Vech	9	100%	8	100%	17	100%
Bekk	9	100%	8	100%	17	100%
CCC	9	100%	7	88%	16	94%
RNA (DPM 10)	6	67%	4	50%	10	59%
RNA (DPM 20)	4	44%	4	50%	8	47%
Cópula - t-Student	5	56%	7	88%	12	71%
Cópula - Clayton	9	100%	8	100%	17	100%
Cópula - Frank	3	33%	7	88%	10	59%
Cópula - Gumbel	0	0%	7	88%	7	41%

Nota: Quantidade refere-se aos modelos que tiveram bom desempenho pelo teste LR. Os percentuais são calculados com base apenas na classe de modelos.

Tabela 31 - Comparação dos modelos adequados para estimativa do VaR Multivariado ao nível de 1% nos diferentes países

	Desenvolvidos		Emergentes		Total	
	Quant.	Percentual	Quant.	Percentual	Quant.	Percentual
VaR Simulação Histórica	1	11%	2	25%	3	18%
Vech	9	100%	8	100%	17	100%
Bekk	9	100%	8	100%	17	100%
CCC	7	78%	8	100%	15	88%
RNA (DPM 10)	6	67%	3	38%	9	53%
RNA (DPM 20)	6	67%	5	63%	11	65%
Cópula - t-Student	3	33%	1	13%	4	24%
Cópula - Clayton	9	100%	8	100%	17	100%
Cópula - Frank	6	67%	1	13%	7	41%
Cópula - Gumbel	8	89%	1	13%	9	53%

Nota: Quantidade refere-se aos modelos que tiveram bom desempenho pelo teste LR. Os percentuais são calculados com base apenas na classe de modelos.

Analisando as diferenças entre os ajustes dos países emergente e desenvolvidos é possível notar que não existem grandes alterações. Os modelos que foram superiores, tiveram bons resultados em ambos os tipos de países. Uma exceção percebida foi o caso do modelo de Cópula com distribuição Gumbel e Frank. Ao nível de 5% percebe-se nitidamente que os

modelos são excelentes estimadores dos riscos para países emergentes. Porém, ao nível de 1% estes resultados se invertem. Por exemplo, tomando a distribuição Gumbel como referência, ao nível de 5% o ajustamento foi significativo para 88% das simulações dos países emergentes e 0% para desenvolvidos. Já ao nível de 1% as estimações dos riscos das carteiras de países emergentes foram de 13% dos casos significativos e 89% para os países desenvolvidos.

As tabelas 32 e 33 apresentam uma os resultados dos modelos quando se analisa os diferentes períodos.

Tabela 32 - Comparação dos modelos adequados para estimativa do VaR Multivariado ao nível de 5% nos diferentes períodos

	Período Normal		Período de Crise		Total	
	Quant.	Percentual	Quant.	Percentual	Quant.	Percentual
VaR Simulação Histórica	2	33%	6	55%	8	47%
Vech	6	100%	11	100%	17	100%
Bekk	6	100%	11	100%	17	100%
CCC	6	100%	10	91%	16	94%
RNA (DPM 10)	5	83%	5	45%	10	59%
RNA (DPM 20)	3	50%	5	45%	8	47%
Cópula - t-Student	5	83%	7	64%	12	71%
Cópula - Clayton	6	100%	11	100%	17	100%
Cópula - Frank	5	83%	5	45%	10	59%
Cópula - Gumbel	2	33%	5	45%	7	41%

Nota: Quantidade refere-se aos modelos que tiveram bom desempenho pelo teste LR. Os percentuais são calculados com base apenas na classe de modelos.

Tabela 33 - Comparação dos modelos adequados para estimativa do VaR Multivariado ao nível de 1% nos diferentes períodos

	Período Normal		Período de Crise		Total	
	Quant.	Percentual	Quant.	Percentual	Quant.	Percentual
VaR Simulação Histórica	2	33%	1	9%	3	18%
Vech	6	100%	11	100%	17	100%
Bekk	6	100%	11	100%	17	100%
CCC	6	100%	9	82%	15	88%
RNA (DPM 10)	5	83%	4	36%	9	53%
RNA (DPM 20)	6	100%	5	45%	11	65%
Cópula - t-Student	3	50%	1	9%	4	24%
Cópula - Clayton	6	100%	11	100%	17	100%
Cópula - Frank	3	50%	4	36%	7	41%
Cópula - Gumbel	3	50%	6	55%	9	53%

Nota: Quantidade refere-se aos modelos que tiveram bom desempenho pelo teste LR. Os percentuais são calculados com base apenas na classe de modelos.

É possível perceber pelos dados que os modelos estatísticos atuais possuem uma robustez matemática capaz de captar as oscilações dos preços em diferentes períodos. Mesmo em momentos de alta turbulência, rapidamente as ferramentas estatísticas se alinham a realidade para proporcionar os ajustes necessários. Este fato é evidenciado pelos resultados das tabelas. Os resultados não se alteram pelos diferentes períodos. Os modelos que tiveram desempenho em período normal também foram bons estimadores do risco em épocas de crise financeira. A única diferença percebida, mas já apontada, refere-se ao modelo por redes neurais artificiais. Seu desempenho foi inferior nos momentos de crise financeira.

Em comparação com a literatura apresentada no trabalho, os resultados foram conflitantes com a maioria dos estudos que comparavam as funções cópulas com modelos GARCH bivariados, a exemplo do trabalho de Pereira e Pereira (2009) em que a Cópula de Clayton foi bem superior aos modelos Vech, Bekk, CCC e DCC.

Por outro lado, os estudos de Cópulas foram coerentes com os resultados aqui apresentados. Os trabalhos de Palaro (2004), Cordeiro (2009), Pereira e Pereira (2009) e Coelho (2012) também tiveram a função por Clayton superiores aos demais. Neste trabalho não foi diferente, as Cópulas por Clayton tiveram 100% dos ajustamentos significativos.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho propôs uma análise comparativa robusta de diversos modelos de cálculo do risco de mercado mais tradicional na literatura financeira, o Value at Risk (VaR), aplicados aos índices de ações dos países Desenvolvidos (Estados Unidos, Alemanha, Reino Unido, Japão e França) e Emergentes (Brasil, Rússia, Índia, China e África do Sul), tanto em momentos normais quanto em épocas de crise financeira.

Foram considerados três classes de estimadores do VaR: o VaR Não Condicional, com os modelos tradicionais (Simulação Histórica, Delta-Normal e t-Student) e por meio da Teoria de Valores Extremos (Distribuições GEV, GPD e r maiores); o VaR Condicional, utilizando os modelos de volatilidade Condicional da família ARCH (GARCH, EGARCH e APARCH) considerando o efeito memória longa na série; e o VaR Multivariado, utilizado para estimar os risco de uma carteira de investimento, tendo como métrica os modelos de volatilidade Condicional GARCH bivariados (Vech, Bekk e CCC), modelos de Redes Neurais e por funções Cópulas (t-Student, Frank, Clayton e Gumbel).

Os resultados do estudo foram, de certa forma, distintos das premissas iniciais estabelecidas pelas hipóteses de pesquisa.

Em relação a hipótese inicial H_{1A} - Estimadores baseados na Teoria de Valores Extremos têm melhor desempenho na avaliação do *Value at risk* não-condicional, se comparado aos tradicionais VaR Simulação Histórica, VaR Delta-Normal e VaR t-student - observou-se que sim, a hipótese pode ser aceita. Os modelos por TVE tiveram um desempenho relativamente melhor para estimação dos riscos em comparação dos tradicionais.

Já a hipótese H_{2A} - A distribuição GEV com r-maiores apresenta-se como melhor ajuste para os modelos baseados na Teoria de Valores Extremos - deve ser rejeitada. Apesar do bom desempenho da distribuição GEV com r-maiores, ela não foi a que melhor expressou o comportamento do risco. A distribuição GEV na sua forma natural teve um desempenho superior.

As hipóteses da classe B, correspondente aos modelos VaR condicional. A hipótese H_{1B} - Os modelos da classe ARCH, em especial os de Potência Assimétrica e memória longa, são superiores para estimação do VaR Condicional, principalmente se comparados ao modelo *Riskmetrics* e outros modelos tradicionais - deve ser rejeitada. Embora diversos estudos terem apontado o modelo APARCH como superior, nestes trabalhos o modelo GARCH teve resultados mais favoráveis, superiores aos modelos de memória longa e o *Riskmetrics*.

A hipótese H_{2B} - Modelos ARCH com potência assimétrica são melhores para estimativas do VaR do que os demais tradicionais - deve ser rejeitada, pela superioridade apresentada pelo modelo GARCH nos *backtesting*.

Por outro lado, a hipótese H_{3B} - O modelo *Riskmetrics* não terá bom desempenho para a estimativa do VaR - surpreendeu. Apesar do *Riskmetrics* não ter sido o melhor modelo para estimação dos riscos, seu desempenho foi superior a vários outros modelos. Assim, pode-se dizer que esta hipótese está rejeitada.

Na classe C de hipóteses, que corresponde aos modelos multivariados a H_{1C} - as funções baseadas em cópulas, mais recentes na literatura, têm desempenho superior aos modelos GARCH multivariados (Vech, BEKK e CCC) e Redes Neurais - deve ser rejeitada. Embora os modelos por funções cópulas são inovadores e recém aplicados nas áreas de finanças, eles não foram satisfatórios para estimação dos riscos. Os modelos que mais se ajustaram foram os GARCH bivariados.

As hipóteses da classe D dizem respeito às estimações do VaR nas três classes, levando em consideração os aspectos de países emergentes e desenvolvidos e crises

financeiras. A hipótese H_{1D} - quando comparado as duas classes de *Value at Risk*, não-condicional e condicional, o VaR condicional pelos modelos ARCH é superior aos demais, tanto para países emergentes, quanto desenvolvidos - deve ser aceita. Foi nítida a superioridade dos modelos condicionais em comparação ao não condicionais. Os modelos tiveram excelente ajuste, tanto pelos países desenvolvidos quanto emergentes.

A hipótese H_{2D} - tendo em vista o efeito contágio e interdependência entre os países do mundo, não será percebida diferenças significativas entre os estimadores de risco para países desenvolvidos e emergentes - também deve ser aceita. Poucas foram as diferenças significativas entre os estimadores dos riscos dos índices de países emergentes e desenvolvidos.

Por fim, a hipótese H_{3D} - pela instabilidade do mercado em momentos de crise os estimadores de risco em momentos normais são diferentes dos períodos de crise financeira - deve ser rejeitada. Pelos resultados, não foi possível perceber um modelo que tenha tido um desempenho ruim em períodos normais, mas com bons ajustamentos em momentos de crise. O que ocorre, porém em poucos casos, é um modelo ter um desempenho interessante em épocas normais e baixo desempenho com crise. Porém, de forma geral, os modelos que tiveram bons resultados, foram tanto em períodos normais quanto crise.

O estudo contribuiu na percepção de que os modelos utilizados pelas instituições financeiras não são os que apresentam melhores resultados na estimação dos riscos de mercado, mesmo sendo recomendado pelas instituições renomadas. Cabe uma análise mais profunda sobre o desempenho dos estimadores de riscos, utilizando simulações com as carteiras de cada instituição financeira.

Outro ponto que merece destaque centra-se no caráter quantitativo. Apesar da inovação constante em desenvolver métricas mais precisas de ajuste a realidade, o estudo mostrou que modelos mais tradicionais, ou até mesmo, menos robustos, conseguem ter resultados superiores aos métodos mais complexos que demandam plataformas computacionais de alto desempenho.

Apesar de ser um estudo amplo, testando diversas técnicas estatísticas, nas diferentes áreas da ciência, este trabalho possui algumas limitações que merecem ser destacadas. A primeira refere-se aos dados utilizados. Foram utilizados apenas um índice de ações para cada país, em uma janela de tempo curta. A generalização dos resultados quando se aplica em apenas uma base de dados fica limitada. Instituições usuárias do VaR aplicam em carteiras composta por diferentes ativos, e não somente em ações mais líquidas. A segunda limitação

observada refere-se ao *backtesting* utilizado. Apesar do teste de Kupiec (1995) ser o mais utilizado pela literatura, Christoffersen (1998) desenvolveu um teste mais robusto a partir da extensão de Kupiec (1995). A terceira limitação percebida refere-se a análise das crises. O estudo se limitou a utilizar o período de crise de 1995 e 2008, por meio de uma análise simplista. Testar desempenho de modelos de previsão em momentos de grandes oscilações pressupõe a realização de simulações para diversos cenários, por meio de *bootstrap* ou por testes de *stress*.

Dessa forma, sugere-se para os futuros pesquisadores a realização de um estudo com um portfólio maior de dados, testando o VaR para diferentes aplicações financeiras, tanto no mercado acionário quanto no mercado de derivativos (a termo, futuro, opções e SWAP), de forma que se aproxime mais da realidade das instituições financeiras. Apesar da amplitude de ferramentas para o cálculo do VaR, existem algumas que não foram testadas, mas que são novas na literatura, como é o caso do CAViaR (*Conditional Autoregressive Value at Risk*) de Engle e Mangalli (2004), modelos por estimação Bayesiana, modelos de séries temporais por domínio da frequência e não no tempo (funções *Wavelet*), modelos condicionais multivariados GOGARCH, DCC, AG-DCC, DSTCC, propostos por Weide (2002), Engle (2002), Cappiello *et al* (2006), Silvennoinen e Terasvirta (2007) respectivamente.

REFERÊNCIAS

ABELÉM, A. J. G. **Redes neurais artificiais na previsão de séries temporais**. 1994. 100p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro.

AIUBE, C. A. F. **Modelagem de dependência temporal usando cópulas**. Dissertação (Mestrado em Administração) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, 60p, 2009

ALOUI, C.; MABROUK, S. Value at Risk estimations of energy commodities via long-memory, assymetry and fat-tailed GARCH models. **Energy Policy**. v. 38, p. 2326-2339, 2010.

ANGELIDIS, T.; DEGIANNAKIS, S. Volatility forecasting: Intra-day versus inter-day models. **Journal of International Financial Markets, Institutions & Money**. v. 18, p.449-465, 2008.

ANGELIDIS, T.; BENOS, A.; DEGIANNAKIS, S. The use of GARCH models in VaR estimation. **Statistical Methodology**. v. 1, p. 105-128. 2004.

ARRAES, R. A. e ROCHA, A. S. Perdas extremas em mercados de risco. **Revista Contabilidade e Finanças**, v. 17, n. 42, p. 22-34, 2006.

ASSAF NETO, A. **Mercado Financeiro**. 8 ed. São Paulo: Atlas, 2008

BABA, Y.; ENGLE, R. F.; KRAFT, D. F.; KRONER, K. F. **Multivariate Simultaneous Generalized ARCH**, manuscrito, UCSD, Dept. of Economics, 1991

BABA, Y.; ENGLE, R. F.; KRONER, K. F.; KRAFT, D. Multivariate Simultaneous Generalized ARCH. **Economics Working Paper 92**, University of Arizona, Tucson, 1992

BAILLIE, R. T.; BOLLERSLEV, T.; MIKKELSEN, H. O. Fractionally integrated generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. **Journal of Econometrics**, Lousanne, v. 74, n. 1, p. 3-30, 1996.

BEKIROU, S. D.; GEORGOUTSOS, D. A. Estimation of Value at risk by extreme value and conventional methods: a comparative evaluation of their predictive performance. **Journal of**

International Financial Markets, Institutions & Money, v. 15, p. 209-228, 2005.

BELTRATTI, A.; MORANA, C. Computing value at risk with high frequency data. **Journal of Empirical Finance**. v. 6, p.431-455, 1999

BERA, A.K.; JARQUE, C. M. Efficient tests for normality, homoscedasticity and serial independence of regression residuals: Monte Carlo evidence. **Economic Letters** 7. v.4, p. 313-318, 1981

BERND, E.K.; HALL, B.H., HALL, R. E.; HAUSMAN, J.A. Estimation and Inference in Nonlinear Structural Models. **Annals of Economic and Social Measurement**. v.3, p. 653–665, 1974

BEST, P. **Implementing Value at risk**. New York: John Wiley & Sons, 1998.

BIS - BANK FOR INTERNATIONAL SETTLEMENTS. Basel Committee on Bank Supervision. Disponível em: <<http://www.bis.org>> Acesso em: novembro de 2013

BLACK, F; SCHOLES, M. The Pricing of Options and Corporate Liabilities. **Journal of Political Economy**. v. 81 n. 3, p. 637–654, 1973

BNDES. **Relatório de Gestão de Riscos**: 2º Trimestre de 2013. 2013

BOLLERSLEV, T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. **Journal of Econometrics**, v. 31, p. 307-327, 1986.

BOLLERSLEV, T. Modelling the coherence in short-run nominal exchange rates: A multivariate generalized ARCH model. **Review of Economics and Statistics**, v. 72, p. 498–505. 1990

BOLLERSLEV, T.; ENGLE, R. F.; WOOLDRIDGE, J. M. A capital asset pricing model with time-varying covariances, **The Journal of Political Economy**, v. 96, p. 116–131, 1988

BOLLERSLEV, T.; MIKKELSEN, H. O. Modelling and pricing long memory in stock market volatility. **Journal of Econometrics**, v.73, p. 151-184, 1996.

BOLLERSLEV, T; WOOLDRIDGE, J. M. Quasi-maximum likelihood estimation and inference in dynamic models with time-Varying CoVariances. **Econometric Reviews**, v.11, n.2, p.143-172, 1992.

BRAGA, A.; LUDEMIR, T.; CARVALHO, A. **Redes Neurais Artificiais: Teoria e Aplicações**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 2000.

BROCK, W.A.; DECHERT, W.D.; SCHEINKMAN, J.A.; LEBARON B. A Test for Independence Based on the Correlation Dimension, **Econometric Reviews**, v. 15, n.3, p. 197-235, 1996

BROOKS, C.; CLARE, A.D.; MOLLE, J. W. D.; PERSAND, G. A comparison of extreme value theory approaches for determining value at risk. **Journal of Empirical Finance**. v. 12, p. 339-352, 2005

BUENO, R. L. S. **Econometria de Séries Temporais**. São Paulo: Cengage Learning, 2008

CAIXA. **Informações Referentes à Gestão de Riscos na CAIXA**. dez. 2012

CAPPIELLO, L; ENGLE, R. F; SHEPPARD, K. Asymmetric dynamics in the correlations of global equity and bond returns. **Journal of Financial Econometrics**, V. 4, p. 537–572, 2006

CHAN, K. F.; GRAY, P. Using extreme value theory to measure value-at-risk for daily electricity spot prices. **International Journal of Forecasting**. v. 22, p. 283-300, 2006

CHEN, A. H. Derivatives and bank regulation. **Pacific-Basin Finance Journal**. v. 5, p. 157-165, 1997

CHEN, C. W. S.; GERLACH, R.; HWANG, B. B. K.; MCALEER, M. Forecasting Value-at-Risk using nonlinear regression quantiles and the intra-day range. **International Journal of Forecasting**. v. 28, p.557-574, 2012.

CHENG, G.; LI, P.; SHI, P. A new algorithm based on copulas for VaR valuation with empirical calculations. **Theoretical Computer Science**, v. 378, p. 190-197, 2007

CHERUBINI, U.; LUCIANO, E. Value at risk trade-off and capital allocation with copulas. **Technical report**. University of Bologna, 2000

CHIU, Y. C.; CHUANG, I. Y.; LAI, J. Y. The performance of composite forecast models of value-at-risk in the energy market. **Energy Economics**. v. 32, p. 423-431, 2010.

CHRISTOFFERSEN, P. F. Evaluating interval forecasts. **International Economic Review**, v. 39, p. 841-862, 1998

CHRISTOFFERSEN, P. F.; HAHN, J.; INOUE, A. Testing and comparing Value-at-Risk measures. **Journal of Empirical Finance**. v.8, p. 325-342, 2001

CIFTER, A. Value-at-risk estimation with wavelet-based extreme value theory: Evidence from emerging markets. **Physica A**. v. 390, p.2356-2367, 2011

CLAYTON, D. G. A model for association in bivariate life tables and its application in epidemiological studies of familial tendency in chronic disease incidence. **Biometrika**. v. 65, p. 141-151, 1978

COELHO, F. L. O. **Avaliação de VaR de mercados emergentes e desenvolvidos via modelos de cópulas dinâmicas**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 81p, 2012

COLES, S. T. **An introduction to Statistical Modeling of Extreme Values**, Wiley, 2001

COOPER, D.; SCHINDLER, P. **Métodos de Pesquisa em Administração**. 7 ed. Porto Alegre: Bookman, 2003

CORDEIRO, F. N. B. **Aplicação da Teoria de Cópulas para o cálculo do Value at Risk**. Dissertação (Mestrado em Economia) - Fundação Getúlio Vargas. 90p, 2009

CORRÊA, W. L. R. ; PORTUGAL, M. S. Previsão de Séries de Tempo na Presença de Mudança Estrutural: Redes Neurais Artificiais e Modelo Estruturais. **Economia Aplicada**, São Paulo, SP, v. 2, n.3, p. 487-514, 1998.

CROMWELL, J.B.; LABYS, W.C.; TERRAZA, M., Univariate Tests for Time Series Models, **A Sage Publications**, Series/number: 07-99, London, 1994.

CROUHY, M.; GALAI, D; MARK, R. **Gerenciamento de risco: abordagem conceitual e prática: uma visão integrada dos riscos de crédito, operacional e de mercado**. 1ª ed. Rio de Janeiro: Qualitymark: São Paulo: SERASA, 2004

DAMODARAN, A. **Gestão Estratégica do Risco**. Porto Alegre: Bookman, 2009

DANIELSSON, J.; VRIES, C. Tail index and quantile estimation with very high frequency data. **Journal of Empirical Finance**, v. 4, p.241-257, 1997

DAVIDSON, L. Moment and memory properties of linear conditional heteroscedasticity models. **Journal of Business and Economics Statistics**, v. 22, p. 16-29, 2004.

DEGIANNAKIS, S.; FLOROS, C.; DENT, P. Forecasting value-at-risk and expected shortfall using fractionally integrated models of conditional volatility: International evidence. **International Review of Financial Analysis**. c. 27, p. 21-33, 2013

DIAMANDIS, P. F.; DRAKOS, A. A.; KOURETAS, G. P.; ZARANGAS, L. Value-at-risk for long and short tradings positions: Evidence from developed and emerging equity markets. **International Review of Financial Analysis**. v. 20, p. 165-176, 2011.

DICKEY, D. A.; FULLER, W. A. Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root. **Journal of the American Statistical Association**. v. 74, p. 427-431, 1979.

DIMITRAKOPOULOS, D. N.; KAVUSSANOS, M. G.; SPYROU, S.I. Value at risk models for volatile emerging markets equity portfolios. **The Quarterly Review of Economics and Finance**. v. 50, p. 515-526, 2010

DING, Z.; GRANGER, C. W. J.; ENGLE, R. F. A long memory property of stock market returns and a new model. **Journal of Empirical Finance**, v. 1, p. 83-106, 1993.

DIONNE, G.; DUCHESNE, P.; PACURAR, M. Intraday Value at Risk (IVaR) using tick-by-tick data with application to the Toronto Stock Exchange. **Journal of Empirical Finance**. v. 16, p. 777-792, 2009

DOORNIK, J. A. **An Object Oriented Matrix Programming Language**. Timberlake Consultant Ltd., 4th ed. 2001.

DOWD, K.; BLAKE, D. After VaR: The Theory, Estimation, and Insurance Applications of Quantile-Based Risk Measures. **The Journal of Risk and Insurance**, v. 73, n. 2, p. 193-229, 2006.

DUARTE JUNIOR, A. M. **Gestão de Riscos: Para fundos de Investimentos**. São Paulo: Prentice Hall, 2005

EMBRECHTS, P.; KLUPPELBERG, C.; MIKOSCH, T. **Modelling extremal events for insurance and finance**. Berlin: Springer, 1997

ENGLE, R. F. Dynamic conditional correlation: A simple class of multivariate generalized autoregressive conditional heteroskedasticity models. **Journal of Business and Economic Statistics**, v. 20, p. 339–350, 2002

ENGLE, R. F. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. **Econometrica**, v. 50, n. 4, p. 987-1007, 1982.

ENGLE, R. F.; BOLLERSLEV, T. Modelling the Persistence of Conditional Variances. **Econometrics Reviews**, v. 5, p. 1-50, 1986

ENGLE, R. F; KRONER, K. F. Multivariate simultaneous generalized ARCH. **Econometric Theory**, v.11, p.122–150, 1995

ENGLE, R. F.; SHEPPARD, K. Dynamic Conditional Correlation: A Simple Class of Multivariate Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity Models. **Journal of Business & Economic Statistics**, v.20, p.339–350. 2002

ENGLE, R. F.; MANGALLI, S. CAViaR: Conditional Autoregressive Value at Risk by Regression Quantiles. **Journal of Business & Economic Statistics**, v. 22, n. 4, p. 367-381. 2004

EIEWS. **User's Guide**, 2005.

FACHIN, O. **Fundamentos de metodologia**. 4. ed. São Paulo: Saraiva, 2003.

FAUSSET, L. **Fundamentals of neural networks architectures, algorithms and applications**. Prentice Hall. 1994.

FISHER, R.A.; TIPPET, L.H.C. Limiting Forms of the Frequency Distribution of the Largest or Smallest Member of a Sample. **Proceedings of the Cambridge Philosophical Society**. n.24, p.180-190, 1928.

FRANK, M.J. On the simultaneous associativity of $F(x; y)$ and $x + y - F(x; y)$, **Aequationes Mathematicae**, v. 19, p. 194-226, 1979

FRECHET, M. Sur la loi de probabilit de l'écart maximum, **Annales de la Société Polonaise de Mathématique**. (Cracovie), v. 6, p.93-116, 1927

FREITAS, S. O. de. **Utilização de modelo baseado em redes neurais para a precificação de opções**. 2001, 50p. Dissertação (Mestrado em Administração) – Universidade Federal de Minas Gerais.

GENÇAY, R.; SELÇUK, F. Extreme value theory and Value-at-Risk: relative performance in emerging markets. **International Journal of Forecasting**, v. 20, n. 2, p.287-303, 2004

GENÇAY, R.; SELÇUK, F; WHITCHER, B. Systematic Risk and Timescales, **Quantitative Finance**, v. 3, p.108-116, 2003

GENEST, C. Frank's family of bivariate distributions. **Biometrika**, v. 74, p. 549-555, 1987

GENEST, C.; MACKAY, J. The joy of copulas: Bivariate distributions with uniform marginals. **The American Statistician**, v. 40, p. 280-283, 1986.

GEWEKE, J. Modeling the Persistence of Conditional Variances: A Comment. **Econometric Review**, v. 5, p. 57–61. 1986.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

GIOT, P.; LAURENT, S. Value-at-Risk for long and short trading positions. **Journal of Applied Econometrics**. v. 18, p. 641-664, 2003a.

GIOT, P.; LAURENT, S. Market risk in commodity markets: a VaR approach. **Energy Economics**. v. 25, p.435-457, 2003b.

GIOT, P.; LAURENT, S. Modelling daily Value-at-Risk using realises volatility and ARCH type models. **Journal of Empirical Finance**. v. 11, p. 379-398, 2004.

GRANGER, C. W. J. Long memory relationships and the aggregation of dynamic models. **Journal of Econometrics**, Lousanne, v. 14, p. 227-238, 1980.

GLOSTEN, L. R., JAGANNATHAN, R., RUNKLE, D. E. On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks. **Journal of Finance**, New York, v. 48, n. 5, p.1779-1801, Dec. 1993.

GUERMAT, C.; HARRIS, R.D.F. Forecasting value at risk allowing for time variation in the variance and kurtosis of portfolio returns. **International Journal of Forecasting**. v. 18, p.409-419, 2002.

GUMBEL E. J. **Statistic of Extremes**, 2nd Edition, Columbia University Press, New York, USA, 1960.

HAYKIN, S. **Redes Neurais: Princípios e Práticas**. Porto Alegre: Bookman, 2001.

HERTZ, J.; KROGH, A.; PALMER, R. G. **Introduction to the theory of neural computation**. Redwood City: Addison-Wesley, 1991.

HENNEY, A.; KEERS, G. Managing Total Corporate Electricity/Energy Market Risks. **The Electricity Journal**. v. 11, p. 36-46, 1998

HERRERA, R.; SCHIPP, B. Value at risk forecasts by extreme value models in a conditional duration framework. **Journal of Empirical Finance**. v. 23, p. 33-47, 2013

HIGGINS, M.; BERA, A. A Class of Nonlinear ARCH Models. **International Economic Review**, v. 33, p. 137–158.

HO, L. C.; BURRIDGE, P.; CADLE, J.; THEOBALD, M. Value-at-risk: Applying the extreme value approach to Asian markets in the recent financial turmoil. **Pacific-Basin Finance Journal**. v. 8, p. 249-275, 2000

HOSKING, J. R. M. Fractional differencing. **Biometrika**, London, v. 68. P. 165-176, Apr. 1981

HOSKING, J. R. M.; WALLIS, J. R. **Regional Frequency Analysis**. Cambridge University Press, 1997

HOUGAARD, P.: A class of multivariate failure time distributions. **Biometrika** v. 73, p.671–678 (Correction, 75, 395), 1986

HSBC. **Relatório Anual e Demonstrações Financeiras Consolidada de 2012 em IFRS**. 2012

HUANG, Y. C.; LIN, B. J. Value-at-Risk Analysis for Taiwan Stock Index Futures: Fat Tails and Conditional Asymmetries in return innovations. **Review of Quantitative Finance and Accounting**. v.22, p. 79-95, 2004.

HUANG, J. J.; LEE, K. J.; LIANG, H.; LIN, W.F. Estimating value at risk of portfolio by conditional copula-GARCH method. Insurance: **Mathematics and Economics**, v. 45, p. 315-324, 2009

IMF - International Monetary Fund. Disponível em: < <http://www.imf.org> > acesso em dezembro de 2013

J.P. MORGAN BANK. **Riskmetrics Technical Manual**, 4th ed., J. P. Morgan Bank, New York. 1996

JESÚS, R.; ORTIZ, E.; CABELLO, A. Long run peso/dollar exchange rates and extreme value behavior: Value at Risk modeling. North American **Journal of Economics and Finance**. v. 24, p.139-152, 2013

JORION, P. **Value-at-Risk: The new benchmark for controlling market risk**. MacGraw-Hill, New York, 1997.

JORION, P. **Value-at-Risk: The new benchmark for controlling market risk**. 2 ed. MacGraw-Hill, New York, 2001.

KIM, Y. S.; RACHEV, S. T.; BIANCHI, M. L. Times series analysis for financial market meltdowns. **Journal of Banking & Finance**. v. 35, p.1879-1891, 2011.

KIMURA, H.; SUEN, A. S.; PERERA, L. C. J.; BASSO, L. F. C. **Value at Risk: Como entender e calcular o risco pelo VaR**. Ribeirão Preto: Inside Books, 2009.

KUPIEC, P.H. Techiques for verifying the accuracy of risk measurement models. **The Journal of Derivatives**, Winter, 1995.

KWIATKOWSK, D.; PHILLIPS, sP. C. B.; SCHMIDT, P.; SHIN, Y. Testing the null hypothesis of stationary against the alternative of a unit root. **Journal of Econometrics**, v. 54, p.159-178, 1992.

LAURENT, S.; PETERS, J. P. G@RCH 2,3: An Ox package for estimationg and forecasting various ARCH models. **Journal of Economic Surveys**. Oxford, v. 16, p. 447-485, 2002.

LEE, T. H.; SALTOGLU, B. Assessing the risk forecasts for Japanese stock market. **Japan and the World Economy**. v. 14, p. 63-85, 2002.

LIU, H. C.; CHIANG, S. M.; CHENG, N. Y. P. Forecasting the volatility of S&P depositary receipts using GARCH-type models under intraday range-based and return-based proxy measures. **International Review of Economics and Finance**. v. 22, p.78-91, 2012.

LONGIN, F.M., The asymptotic distribution of extreme stock market returns. **Journal of Business**, v.63, p.383-408, 1996

LUCAS, E. C. **Cálculo do VaR utilizando acoplamentos e teoria de valores extremos**. Dissertação (Mestrado em Estatística), IMECC - Unicamp, 2003

MABROUK, S.; SAADI, S. Parametric Value-at-Risk analysis: Evidence from stock indices. **The Quarterly Review of Economics and Finance**. v. 52, p.305-321, 2012

MACEDO, G. R. **O uso de cópulas para Gestão de Riscos**. Tese (Doutorado em Administração), UFRGS, 2012.

MARIMOUTOU, V.; RAGGAD, B.; TRABELSI, A. Extreme Value Theory and Value at Risk: Application to oil market. **Energy Economics**. v. 31, p. 519-530, 2009

MARKOWITZ, H.M. Portfolio selection. **The Journal of Finance**, v. 7, n. 1, p. 77–91, 1952

MATTHEWS, Robert. **25 Grandes Idéias: como a ciência está transformando nosso mundo**. Tradução José Gradel. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed. 2008

MATZ, L. Use and Misuse of Value-at-Risk Analysis for Bank Balance Sheet Risk Analysis. **Bank Accounting & finance**, p. 13-18. dez/jan. 2005.

MCNEIL, A. J. Estimating the tails of loss severity distributions using extreme value theory', **ASTIN Bulletin** v. 27, p.117-137, 1997

MCNEIL, A. J. Calculating Quantile Risk Measures for Financial Return Series using Extreme Value Theory. **Bulletin**, 1998

MCNEIL, A. J.; FREY, R. Estimation of tail-related risk measures for heteroscedastic financial time series: an extreme value approach. **Journal of Empirical Finance**. v. 7, p.271-300, 2000

MELO, E. F. L. **Quatro Ensaio sobre o uso de Modelagem por Cópulas para Gestão de Riscos**. Tese (Doutorado em Administração) - Universidade Federal do Rio de Janeiro. 111p, 2008

MENDES, B. V. M. **Introdução à Análise de Eventos Extremos**. Rio de Janeiro: E-papers Serviços Editoriais Ltda, 2004

MENDES, B. V. M. Computing Conditional VaR Using Time-varying Copulas. **Revista Brasileira de Finanças**. v. 3, n. 2, p. 251-265, 2005

MINSK, M. L.; PAPERT, S. A. **Perceptrons: an introduction to computational geometry**. 3. ed. Massachusetts: M.I.T. Press, 1988.

MOL, A. L. R. **Value at risk como medida de risco da volatilidade dos ajustes diários em mercados futuros de café**. Dissertação (Mestrado em Administração) Universidade Federal de Lavras, 2002

MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. C. **Análise de séries temporais**. São Paulo: Edgard Blücher, 2004.

NELSEN, R. B. **An Introduction to Copulas**. New York: Springer, 1999

NELSON, D. B. Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach, **Econometrica**, v. 59, p.347-370, 1991

NIGUEZ, T. M. Volatility and VaR forecasting in the Madrid Stock Exchange. **Spanish Economic Review** v. 10, p. 169-196, 2008.

PALARO, H. P. **Aplicação de acoplamento no cálculo do valor em risco**. Dissertação (Mestrado em Estatística), IMECC - Unicamp, 2004

PENTULA S. Modelling the Persistence of Conditional Variances: A Comment, **Econometric Review**, v.5, p.71-74, 1986

PEREIRA, D. E.; PEREIRA, P. L. V. Cópulas - uma alternativa para a estimação de modelos de risco multivariados. **Textos para discussão 179**. FGV, jan. 2009

PHILLIPS, P.C.B.; PERRON, P. Testing for a unit root in time series regression. **Biometrika**, v.75, p.335-346, 1988

POWNALL, R. A. J.; KOEDIJK, K. G. Capturing downside risk in financial markets: the case of the Asian Crisis. **Journal of International Money and Finance**. v. 18, p. 853-870, 1999

REILLY, F. K.; NORTON, E. A. **Investimentos**. São Paulo: Cengage Learning, 2008

REISS, R. D.; THOMAS, M. **Statistical Analysis of Extreme Values**, Birkhauser, Springer-Verlag, 1997

ROSS, S. The arbitrage theory of capital asset pricing. **Journal of Economic Theory**. v. 13, n. 3, p. 341-360, 1976

RUBEM, A. P. S. **Uma aplicação do cálculo do Valor em Risco em mercados emergentes**. Dissertação (Mestrado em Estatística) Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2006

RUBEM, A. P. S.; MENDES, B. V. M. **Estimação de Medidas de Risco usando modelos de Valores Extremos e o Pacote R**, 10ª Escola de Modelos de Regressão, Salvador, 2007

RUIZ, J. Á. **Metodologia Científica**: guia para eficiência nos estudos. 4. ed. São Paulo: Atlas, 1996

SANTANDER. **Divulgação das Informações Gestão de Risco e Patrimônio Exigido** Circular 3477 1º Trimestre 2012. 2012

SAUNDER, A. **Financial institutions management: a modern perspective**. Homewood, IL: Irwin, 1996. 2nd ed.

SCHWERT, W. Stock Volatility and the Crash of '87. **Review of Financial Studies**, v. 3, p. 77-102. 1990.

SECURATO, J. R. **Decisões Financeiras em condições de risco**. 2 ed. São Paulo: Saint Paul Editora, 2007.

SHARP, W. F. Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. **Journal of Finance**, v. 19, n. 3, p. 425-442, 1961

SHILLER, Robert. **Financial Markets**. 2011, (1h15 min). Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=WQui_3Hpmmc&list=PL8FB14A2200B87185> Acesso em: 01 fev 2014

SILVA, W. S. da. **Modelagem da volatilidade dos índices financeiros IBOVESPA, Dow Jones e Standard & Poors utilizando modelos da classe ARCH**. 2003. 91 p. Dissertação (Mestrado em Estatística e Experimentação Agropecuária) – Universidade Federal de Lavras, Lavras.

SILVA, W. S. da. **Inferência Bayesiana Para os Modelos da Classe ARCH com Potência Assimétrica**. 2006. 81p. Tese (Doutorado em Estatística e Experimentação Agropecuária) – Universidade Federal de Lavras, Lavras.

SILVA, A. L. C.; MENDES, B. V. M. Value-at-risk and Extreme returns in Asian Stock Markets. **International Journal of Business**. v. 8, p. 18-40, 2003

SILVENNOINEN, A.; TERASVIRTA, T. Multivariate autoregressive conditional heteroskedasticity with smooth transitions in conditional correlations. **SSE/EFI Working Paper Series in Economics and Finance**. n. 577, 2005

SKLAR A Fonctions de répartition à n dimensions et leurs marges. **Publications de l'Institut de Statistique de l'Université de Paris**, v. 8, p.229-231, 1959

SO, M. K. P.; YU, P.L. H. Empirical analysis of GARCH models in value at risk estimation. **International Financial Markets, Institution And Money**. v. 16, p. 180-197, 2006.

STANBAUGH, F. Risk and Value at Risk. **European Management Journal**. v. 14, n. 6, p. 612-621, 1996

TAFNER, M. A. Redes Neurais Artificiais: Aprendizado e Plasticidade. **Revista Cérebro & Mente**. n.5, mai, 1998.

TANG, T. L.; SHIEH, S. J. Long memory in stock index futures markets: A value at risk approach. **Physica A**. v. 366, p. 437-448, 2006.

TAYLOR, S. **Modelling Financial Time Series**. Wiley, New York. 1986

TSE, Y. The conditional heteroscedasticity of the Yen-Dollar Exchange Rate, **Journal of Applied Econometrics**, v.193, p.49-55. 1998.

VEJA. **Como quebrou o fundo dos dois prêmios Nobel**. Edital Abril. n. 1566, set. 1998
Disponível em: <http://veja.abril.com.br/300998/p_129.html>

WEIDE, R. GO-GARCH: A multivariate generalized orthogonal GARCH model,. **Journal of Applied Econometrics**, v. 17, p. 549–564, 2002

WU, P. T.; SHIEH, S. J. Value-at-Risk analysis for long-term interest rate futures: Fat-tail and long memory in return innovations. **Journal of Empirical Finance**. v. 14, p.248-259, 2007.

ZAKOIAN, A. Threshold heteroskedasticity models. **Journal of Economic Dynamics and Control** , v. 18, p. 931-955, 1994.

ANEXOS

Anexo A1 - Rotinas disponível por Rubem e Mendes (2007) do software r para o cálculo do VaR pela TVE.

VaR Simulação Histórica

```
VaR.emp<-function(dados)
{
  VaR.emp.perdas<-c(quantile((dados),0.05), quantile((dados),0.01), quantile((dados),0.001))
  return(VaR.emp.perdas)
}
```

VaR Normal

```
VaR.norm<-function(dados){
  media<-mean(dados)
  dp<-sqrt(var(dados))
  VaR.norm.perdas<-c(media+qnorm(0.05)*dp,                      media+qnorm(0.01)*dp,
                      media+qnorm(0.001)*dp)
  return(VaR.norm.perdas)}
```

VaR t student

```
VaR.t<-function(dados, df){
  media<-mean(dados)
  dp<-sqrt(var(dados))
  qq.perdas<-qt(c(0.05,0.01,0.001),df)/sqrt(df/(df-2))
  VaR.t.perdas<-media+qq.perdas*dp
  return(VaR.t.perdas)}
```

```
##### VaR GEV #####
```

```
extract.max<-function(dados, ene){
  n<-ene
  N<-length(dados)
  M<-NULL
  for (i in 0:((N/n)-1)){
    aux2<-max(dados[(i*n+1):((1+i)*n)])
    if (aux2<0) {M[i+1]<-0}
    else {M[i+1]<-aux2}
  }
  return(M)
}
```

```
VaR.GEV<-function(dados, n){
  m<-extract.max(-dados, n)
  aj.m<-gev.fit(m)
  param.m<-aj.m$mle
  prob<-c(0.95, 0.99, 0.999)^n
  VaR.gev.perdas<-gevq(param.m, 1-prob)
  return(VaR.gev.perdas)
}
```

```
##### VaR GEV corregido teta #####
```

```
VaR.GEV.teta<-function(dados, ene){
  M<-extract.max(dados, ene)
  param<-gev.fit(M)$mle
```

```

u<-quantile(dados,c(0.95,0.96,0.97))
c<-rep(0,length(u))
k<-rep(0,length(u))
for (j in 1 : length(u)){
  for(i in 1 : length(dados)){
    if(dados[i]>u[j]){
      c[j]<-c[j]+1
    }
  }
  for (i in 1 : length(M)){
    if(M[i]>u[j]){
      k[j]<-k[j]+1
    }
  }
}
Ku<-k
Nu<-c
m<-length(M)
teta<-Ku/Nu
teta<-mean(teta)
prob<-c(0.95,0.99, 0.999)^(ene*teta)
result<-gevq(param, 1-prob)
return(result)
}

##### VaR r maiores #####

```

```

extract.r.maiores<-function(dados, r, n){
  x<-dados
  nn<-length(x)
  k<-floor(nn/n)
  xx<-x[1 : (n*k)]
  osblocos<-matrix(NA, nrow=k, ncol=n)
  for (j in 1:k)
  {
    osblocos[j, ]<-xx[((j - 1) * n + 1):(j * n)]
  }
  dados.de.maximo<-(apply(X=osblocos, FUN=max, MARGIN=1))
  out<-matrix(0, nrow=k, ncol=r)
  for (j in 1:k){
    out[j, ]<-rev(sort(osblocos[j, ]))[(1:r)]
  }
  return(out)
}

```

```

VaR.r.maiores<-function(dados, ene, r){
  n<-ene
  m<-extract.r.maiores(-dados, r, n)
  aj.m<-rlarg.fit(m)
  param.m<-aj.m$mle
  prob<-c(0.95, 0.99, 0.999)^n
  VaR.r.maiores.perdas<-gevq(param.m, 1-prob)
  return(VaR.r.maiores.perdas)
}

```

```
##### VaR r maiores corrigido por teta #####
```

```
VaR.r.maiores.teta<-function(dados, ene, r){
```

```
  n<-ene
```

```
  M<-extract.r.maiores(dados, r, n)
```

```
  param<-rlarg.fit(M)$mle
```

```
  u<-quantile(dados,c(0.95,0.96,0.97));u[1]
```

```
  c<-rep(0,length(u)); k<-rep(0,length(u))
```

```
  for (j in 1 : length(u)){
```

```
    for (i in 1 : length(dados)){
```

```
      if(dados[i]>u[j]){
```

```
        c[j]<-c[j]+1
```

```
      }
```

```
    }
```

```
  for(i in 1 : dim(M)[1]){
```

```
    if(M[i,1]>u[j]){k[j]<-k[j]+1 }
```

```
  }
```

```
}
```

```
Ku<-k; Nu<-c
```

```
m<-dim(M)[1]
```

```
teta<-Ku/Nu
```

```
teta<-mean(teta)
```

```
prob<-c(0.95,0.99,0.999)^(ene*teta)
```

```
result<-gevq(param, 1-prob)
```

```
return(result)
```

```
}
```

```
##### VaR baseado na GPD #####
```

```
gpdq<-function(a,u, p){
u+(a[1]*(p^( -a[2]) -1))/a[2]
}
VaR.gpd<-function(dados, ene){
u<-mean(quantile(dados,c(0.95,0.96,0.97)))
Nu<-length(dados[dados>u])
param<-gpd.fit(xdat=dados,u,npj=ene)$mle
pu<-gpd.fit(xdat=dados,u,npj=ene)$rate
p<-c(0.05,0.01,0.001)
result<-u+gpdq(param, u,(p/pu))
return(result)
}
```

```
##### VaR GPD corrigido por teta #####
```

```
VaR.gpd.teta<-function(dados, ene){
Mc<-NULL
u<-mean(quantile(dados, c(0.95, 0.96, 0.97)))
Nu<-length(dados[dados>u])
Mc[1]<-dados[1]
for (i in 2:length(dados)){
if (dados[i]<u & dados[i-1]<u){Mc[i]<-0}
else {Mc[i]<-max(dados[i],Mc[i-1])}
}
aux<-Mc[Mc>u]
```

```

k<-0
for (i in 2: length(aux)){
  if (aux[i] != aux[i-1]) {k<-k+1}
  Nc<-k
}
teta<-Nc/Nu
param<-gpd.fit(xdat=dados, u, npy=ene)$mle
pu<-gpd.fit(xdat=dados, u, npy=ene)$rate
p<-c(0.05, 0.01, 0.001)
result<-u+gpdq(param,u,(p/pu*teta))
return(result)
}

```

Anexo A2 - Rotinas disponíveis por Macêdo (2012) do software Matlab para o cálculo do VaR por Copula

```
% Carregamento dos dados
ibov=ret2price(ibov)
plot(ibov)
rts=ret2price(rts)
plot(rts)
Data=[ibov,rts];
returns=price2ret(Data);
T=size(returns,1);
nIndices=size(Data,2); % número de ativos
index=1

% Escolha da família de volatilidade
spec(1:nIndices)=garchset('Distribution','T','Display','off,...
    'VarianceModel','GJR','P',1,'Q',1,'R',1);

% Vetor de resíduos
residuals=NaN(T,nIndices); % preallocate storage
sigmas =NaN(T,nIndices);

% Especificação dos modelos de volatilidade
for i=1:nIndices
    [spec(i),errors,LLF, ...
    residuals(:,i),sigmas(:,i)]=garchfit(spec(i),returns(:,i));
end

% Erros normalizados
>>residuals=residuals ./sigmas;
>> figure
autocorr(residuals(:,index))
title('ACF dos Resíduos Padronizados')
```



```

figure
autocorr(residuals(:,index).^2)
title(' ACF dos Resíduos Padronizados ao quadrado')
nPoints=200; % número de pontos da função kernel
tailFraction=0.1; % Fração dos resíduos alocados em cada cauda

OBJ=cell(nIndices,1); % Distribuição de Pareto

for i=1:nIndices
    OBJ{i}=paretotails(residuals(:,i), tailFraction, 1 - tailFraction, 'kernel');
end
>> figure, hold('on'), grid('on')

minProbability=OBJ{index}.cdf(min(residuals(:,index)));
maxProbability=OBJ{index}.cdf(max(residuals(:,index)));

pLowerTail=linspace(minProbability ,tailFraction , 200); %sample lower tail
pUpperTail=linspace(1-tailFraction, maxProbability , 200); %sample upper tail
pInterior=linspace(tailFraction, 1-tailFraction, 200); % sample interior
>> figure
[P,Q]=OBJ{index}.boundary; % probabilidades cumulativas
y = sort(residuals(residuals(:,index)>Q(2), index)=Q(2)); %excessos
plot(y,(OBJ{index}.cdf(y+Q(2))-P(2))/P(1))
[F,x]=ecdf(y); % CDF empírica
hold('on'); stairs(x,F,'r'); grid('on')

legend('CDF ajustada por distribuição de Pareto','CDF Empírica','Location','SouthEast');
xlabel('Excesso'); ylabel('Probabilidade');
title('Cauda superior dos resíduos padronizados')
>> U=zeros(size(residuals));

for i=1:nIndices

```

```

    U(:,i)=OBJ{I}.cdf(residuals(:,i));    % Transformação de marginais em uniformes

end

[R,DoF]=copulafit('t',U,'Method',ApproximateML');    % Ajuste da cópula
s=RandStream.getGlobalStream(); reset(s)

nTrials=200000;    % número de simulações
horizon=1;    % horizonte de previsão do VaR

Z=zeros(horizon,nTrials,nIndices);    % Resíduos padronizados
U=copularnd('t',R,DoF,horizon*nTrials);    % Simulação da Cópula

for j=1:nIndices
    Z(:,j)=reshape(OBJ{j}.icdf(U(:,j)),horizon,nTrials);
end
>> preResidual=residuals(end,:).*sigmas(end,:);
preSigma=sigmas(end,:);
preReturn=returns(end,:);

simulateReturns=zeros(horizon,nTrials,nIndices);

for i=1:nIndices
    [~,~,simulatedReturns(:,i)]=...
        garchsim(spec(i, horizon, nTrials, Z(:,i)),...
            [],[],preResidual(i),preSigma(i),...
            preReturns(i));

end
>> simulateReturns=permute(simulateReturns,[1 3 2]);
>> cumulativeReturns=zeros(nTrials,1);
weights = repmat(1/nIndices,nIndices,1);    % tamanho de cada ativo

```

```

for i=1:nTrials
    cumulativeReturns(i)=sum(log(1+(exp(simulatedReturns(:,i))-1)*weights));
end
VaR=100*quantile(cumulativeReturns,[0.05 0.01]);

disp(' ')
fprintf(' Degrees of Freedom: %8.4f\n',DoF);
fprintf('Maximum Simulated Loss: %8.4f%s\n',-100*min(cumulativeReturns),'%')
fprintf('Maximum Simulated Gain: %8.4f%s\n',100*max(cumulativeReturns),'%')
fprintf(' Simulated 95%% VaR: %8.4f%s\n'; VaR(1), '%')
fprintf(' Simulated 99%% VaR: %8.4f%s\n'; VaR(2), '%')

figure
h=cdfplot(cumulativeReturns);
set(h, 'Color','Red');
xlabel('Retorno Logaritmo')
ylabel('Probabilidade')
title('Simulação de Retornos Diários usando Cópulas')

```