UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO E CONTABILIDADE DE RIBEIRÃO PRETO.
DEPARTAMENTO DE ADMINISTRAÇÃO

RODRIGO CAMPOS MALAVOGLIA

Verificação da presença de memória longa nos principais índices de bolsa de valores. Um estudo por meio da utilização da estatística R/S e o expoente de Hurst

Orientador: Professor Dr. Tabajara Pimenta Junior

Ribeirão Preto
2009

Prof. Dr. João Grandino Rodas
Reitor da Universidade de São Paulo

Prof. Dr. Rudinei Toneto Junior
Diretor da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto

Prof. Dr. André Lurciton Costas
Chefe do Departamento de Administração

RODRIGO CAMPOS MALAVOGLIA

Verificação da presença de memória longa nos principais índices de bolsa de valores. Um estudo por meio da utilização da estatística R/S e o expoente de Hurst

Dissertação a ser apresentada ao programa de pós-graduação em administração de organizações da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto da Universidade de São Paulo, como requisito para obtenção do titulo de Mestre em Administração de Organizações.

Orientador: Prof. Dr. Tabajara Pimenta Junior.

Ribeirão Preto

2009

Malavoglia, Rodrigo Campos.
Verificação da presença de memória longa nos principais índices de bolsas de valores. Um estudo por meio da utilização da estatística R/S. Ribeirão Preto, 2009.
63 p.
Dissertação de mestrado apresentada à faculdade de economia, administração e contabilidade de Ribeirão Preto da Universidade de São Paulo.
1. Eficiência de Mercado 2. Memória Longa 3. Expoente de Hurst

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a minha família, presente nos momentos decisivos e importantes em minha vida, pois sem ela não conseguiria ter alcançado os objetivos pretendidos.

Ao professor Dr. Tabajara, Taba, pelo relevante auxílio na elaboração do trabalho, pelos ensinamentos para minha vida acadêmica que se inicia e, principalmente, pelo apoio e confiança depositados de sua parte.

Aos amigos das graduações de Matemática Aplicada a Negócios e Administração de Empresas que estiveram e sempre estarão ao meu lado em fases de escolhas importantes.

Ao meu grande grupo de amigos de infância, pela amizade pura e sincera que cresce, tornando-se maior a cada dia.

Aos amigos do programa de pós-graduação que se mostraram grandes companheiros ao longo desta jornada de trabalho.

A todos os professores, desde o ensino infantil até o programa de pós-graduação, pois foram extremamente úteis para a formação da minha pessoa.

“Escolha um trabalho que você ame e não terá de trabalhar um único dia em sua vida”

Confúcio

RESUMO

Ao se tratar de mercado de capitais, dentre seus principais fatores de análise, encontra-se a discussão a respeito da teoria de eficiência de mercado que é uma teoria que diverge em relação ao comportamento do preço dos ativos, no que diz respeito à sua linearidade ou não. Neste sentido, este trabalho teve como objetivo analisar o comportamento dos principais índices das dez maiores bolsas de valores do mercado, durante o período de junho de 1999 a junho de 2009. Para realização de tal análise foi utilizada a estatística R/S e o cálculo do Expoente de Hurst, por sua vez, validado pelo Teste Estatístico de Wald. A utilização desta metodologia permitiu investigar a presença da memória longa persistente, anti-persistente ou a identificação de um passeio aleatório. Os resultados evidenciaram que, de modo geral, os índices apresentaram presença de memória longa persistente na maior parte do período analisado, devendo-se ressaltar que apenas no período próximo à crise financeira de 2008 foi possível identificar forte presença de um comportamento aleatório. Assim, foi possível aceitar a hipótese de que os mercados são ineficientes na maioria das séries históricas de retornos dos índices.

Palavras Chave: Eficiência de Mercado, Memória Longa, Expoente de Hurst

ABSTRACT

When it comes to the capital market, among its main factors of analysis, it´s found the debate concerning the market efficiency theory, which is a theory that differs in relation to the behavior of the asset´s price, concerning its linearity or not. In this way, this work aims to analyse the behavior of the main index of the ten major stock market, from june 1999 until june 2009. To the achievement of such analysis it was used the R/S statistics and the Hurst Exponent, which was, validadet by the Wald Test Statistics. The employment of such methodology allowed to investigate the presence of the long persistence memory, anti-persistence or the identification of a random walk. The results showed that, on the whole, the indexes showed the presence of the long persistence memory most of the analysed period, saying the only in the period close to the financial crisis of 2008, it was possible to identify a relevant presence of a random behavior. So, it was possible to accept the hipothesis that the markets are ineffectual in most of the historical series of restoration of indexes.

Key Words: market efficiency, Long Memory, Hurst Expoent

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 10
1.2 Problema 16
1.3 Objetivos 16
1.3.1 Objetivo Geral 16
1.3.2 Objetivos Específicos 16
2 REVISÃO DA LITERATURA 17
2.1 Referencial Teórico 17
2.2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA 22
3 METODOLOGIA 32
3.1 Tipos de Pesquisa 32
3.2 Dados da pesquisa 32
3.3 Tratamentos dos Dados 33
3.4 Análise dos dados 34
3.5 Teste de Hipótese e significância do valor do expoente H. 34
4 RESULTADOS 37
4.1 Análise das estatísticas descritivas 37
4.2 Comportamento do Expoente de Hurst ao longo do tempo e o Teste de Hipótese 38
5 CONCLUSÕES CONSIDERAÇÕES FINAIS 53
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 57

1 INTRODUÇÃO

Quando se trata sobre mercado de capitais, raramente é encontrado um único direcionamento e as divergências são constantes quando se trata de estudos que visam testar a eficiência ou ineficiência de mercado. Bruni e Famá (1998) afirmam que o conceito de eficiência de mercado representa um dos principais dilemas em finanças, pelo fato de ser uma teoria que pressupõe que os preços de ativos financeiros expressam instantaneamente todas as informações relevantes, o que implicaria na impossibilidade de se prever valores futuros. O autor ainda afirma que técnicas sofisticadas têm sido utilizadas com a finalidade de se comprovar a ineficiência de mercado e, conseqüentemente, buscar predizer preços de ativos.

O conceito de eficiência de mercado foi criado por Fama (1970). Segundo ele, os preços dos ativos deveriam, sempre, refletir todas as informações disponíveis para os agentes do mercado. Além disso, o autor definiu três formas de eficiência, tornando mais evidente sua teoria: A forma fraca, na qual nenhum agente conseguiria obter retornos anormais baseados em preços históricos. A forma semiforte, onde não seria possível obter retornos extraordinários por meio de informações públicas. E a forma forte, em que não seria possível realizar retornos em excesso, mesmo sob a posse de quaisquer informações, não públicas e ou confidenciais. Bruni e Famá (1998, p.72) tornam o assunto mais conciso ao dizer que:

> [...] As alterações das informações causam sim mudança no preço dos ativos, porém as mudanças subseqüentes flutuariam aleatoriamente. Assim, sob tal ponto de vista, os preços dos ativos não seguiriam um padrão exato, tornando impossível sua previsibilidade ou modelagem.

Um dos primeiros indícios defendidos por aqueles que julgam que séries financeiras não são passíveis de serem previstas é o estudo de Poincaré (1952), que defendeu o fato de que mesmos processos de simples modelagem são impossíveis de serem previstos no longo

prazo, devido à dependência da situação inicial, refutando, portanto, a possibilidade de haver ineficiência de mercado.

Outro estudo realizado neste sentido foi o de Kendall (1953) que, ao analisar várias séries de ativos financeiros, buscou identificar nelas padrões ou ciclos que pudessem sugerir uma possível previsibilidade. Porém, esta evidência sugerida não foi confirmada, o que permitiu ao autor concluir pela existência de aleatoriedade e, conseqüentemente, presença de eficiência de mercado.

A seguir, Assaf (2005, p. 208) ressalta as principais hipóteses básicas que devem ser atendidas para que um mercado seja classificado como eficiente.

- Hipótese a: nenhum participante do mercado tem a capacidade de sozinho influenciar os preços de negociações, alterando-os segundo exclusivamente suas expectativas
- Hipótese b: o mercado, de maneira geral, é constituído de investidores racionais, decidindo sobre alternativas que promovam o maior retorno possível para determinado nível de risco, ou menor risco possível para um certo patamar de retorno.
- Hipótese c: todas as informações estão disponíveis aos participantes do mercado, de maneira instantânea e gratuita. Nessa hipótese, nenhum investidor apresenta qualquer acesso privilegiado às informações, identicamente disponíveis a todos os agentes.
- Hipótese d: em princípio, o mercado eficiente trabalha com a hipótese de inexistência de racionamento do capital, permitindo que todos os agentes tenham acesso equivalente às fontes de crédito.
- Hipótese e: os ativos objetos de mercado são perfeitamente divisíveis e negociados sem restrições.

- Hipótese f: as expectativas dos investidores são homogêneas, isto é, apresentam o mesmo nível de apreciação com relação ao desempenho futuro do mercado.

Concluindo, o autor resume afirmando que, caso determinado mercado tenha tais premissas confirmadas, este será definido como eficiente. Por conseqüência, é de se esperar que nenhum agente participante deste mercado consiga identificar oportunidades de preços em desequilíbrio.

E para que seja testada a eficiência de mercado, Torres et. al. (2002) ressaltam uma evidência importante a ser considerada. Ao se testar a eficiência é preciso que o teste seja bem especificado. Sendo assim, os autores dizem que, caso resultados indiquem a não eficiência de mercado, tal fato pode gerar duas interpretações: Primeiro, o mercado, realmente, pode não ser eficiente. Segundo, o teste realizado pode ter sido mal especificado e o mercado ser, de fato, eficiente. Por este fato deve-se ressaltar a necessidade de haver critérios bem definidos, para que as conclusões sobre eficiência ou não de mercado tenham um embasamento suficientemente sustentável.

Por outro lado, Camargo e Barbosa (2003, p. 48) fazem a seguinte afirmação:

> Se por um lado a Random Walk Theory defende que as mudanças sucessivas de preços são independentes, variáveis aleatórias identicamente distribuídas, por outro lado existem diferentes teorias da Análise Gráfica ou Técnica cuja suposição básica é a de que o comportamento passado do preço de um título é rico em informações a respeito do comportamento futuro, com os dados históricos se repetindo em padrões de comportamento [...]

Neste caso, pressupõe-se que os ativos financeiros representam um sistema com estrutura fractal. A origem de tal teoria é o estudo dos fractais. Addison (1997) define um fractal com uma estrutura que pode ser decomposta em partes menores permanecendo inalterada sua geometria.

Hayashi (2002, p.10), em relação à presença fractal afirma que:

> [...] além de embasarem-se em várias disciplinas, criaram novos termos e possibilidades, atingindo um nível transdisciplinar de entendimento dos vários processos naturais aparentemente dominados pela total desordem.

Neste sentido, Mandelbrot (2004) ratifica que o estudo fractal, presente em vários aspectos geométricos, da natureza e em outras disciplinas que não a finanças, também possa ser usado em mercado de capitais. Justifica tal fato por ter estudado várias séries de ativos financeiros e ter constatado a presença fractal, isto é, tais séries puderam ser decompostas em séries menores, de maneira que sua estrutura geométrica permanecesse O autor afirmou também que, ao se identificar padrões, é possível haver previsibilidade. O autor ainda disse que os preços dos ativos não são independentes uns dos outros entre momentos diferentes para um mesmo ativo. Ao comprovar este fato, revelou que várias séries financeiras possuem o que denomina “memória longa”.

O conceito de memória longa é definido como sendo aquele em que existe uma correlação entre valores em determinada data e valores futuros a estes ou, ainda, se um evento causado em uma data pode ter sua repercussão percebida em demais eventos posteriores. O efeito da memória longa foi identificado pela primeira vez por Hurst (1951) ao medir as variações de cheias e secas do rio Nilo. Assim, pôde constatar que a variação do volume seguia números similares de tempos em tempos, ou seja, um comportamento passado teria impacto e se repetiria posteriormente. A partir de então, esta teoria, que a princípio era voltada para a hidráulica, foi expandida para outras áreas (por exemplo, no campo das finanças, em especial nos mercados de capitais).

Pode-se evidenciar, portanto, a relação direta existente entre a presença de memória e o conceito de fractais. Mandelbrot (2004) ressaltou que uma série com comportamento fractal que poderia ser dividida em séries menores, de maneira a se identificar padrões similares de comportamento representaria também uma série com memória longa, uma vez que estaria representada a repercussão de um evento em vários eventos subseqüentes, caracterizando a

existência correlação entre eles. Fato este também passível de ser observável em ciclos periódicos existentes nas séries.

Mandelbrot (1999, p. 51), ao considerar o fator de risco, justifica o porquê do uso dos fractais em mercados financeiros:

> Os fractais, ou suas elaborações posteriores, chamadas de multifractais, não o pretendem prever o futuro com certeza absoluta. Mas eles realmente criam um quadro mais realista dos riscos do mercado. Dados os recentes problemas com os novos tipos de investimento chamados *hedge funds* (fundos de proteção), seria imprudente não investigar modelos que possibilitem uma estimativa mais acurada dos riscos.

Para que fosse testada a presença de memória longa em uma série temporal, Hurst (1951) introduziu a estatística R/S, "*rescaled range*", (ou *range over standard deviation* que significa a divisão da amplitude sobre o desvio padrão). Esta estatística desenvolvida pelo autor é que foi utilizada em seus estudos para que se pudesse constatar ou refutar a presença de memória longa. A estatística R/S, de maneira geral, consistiu em se observar os valores máximos e mínimos das cheias do rio Nilo (sendo esta diferença o *range*) e dividir tal valor pelo desvio padrão das vazões. O valor obtido é a estatística R/S.

Morettin (2006) disse também que esta metodologia se apresenta como uma das mais adequadas para que se façam teste de verificação de presença de memória longa em ativos financeiros, pelo fato de ser uma ferramenta simples de ser utilizada e por fornecer resultados contundentes.

Souza (2006) ressaltou as atribuições que devem ser dadas às séries em que não for detectada a presença de memória longa: A primeira interpretação é que, de fato, não deve existir um processo dinâmico que correlacione os eventos passados e futuros, o que representaria um processo aleatório (*randow walk*). A segunda interpretação é que o processo dinâmico existe, porém sua memória é curta demais para que um evento observado possa

influenciar o evento seguinte. Assim, os valores observados em uma série temporal não guardarão relação entre si.

Um dos principais estudos sobre verificação da presença de memória longa é o de Lo (1991) que, empiricamente, pode verificar a não existência de aleatoriedade (*randow walk*) no mercado norte americano, para as décadas de 1960 a 1980. O autor ainda contribui com significativa sugestão de alteração na metodologia R/S proposta por Mandelbrot, para o teste de memória longa.

Em continuidade aos estudos de memória, Mandelbrot (2004) aprimorou evidências observadas por Hurst (1951), que analisou a dependência duradoura (memória longa) nos volumes de altas e baixas do rio Nilo. Analogamente, Mandelbrot acreditou ser possível de se replicar esta metodologia em outras áreas, tais como, a de finanças.

Com base nas teorias apresentadas até então, em relação à discussão entre eficiência e ineficiência de mercado, pode-se constatar que estudos visando testar a ineficiência de mercado, em especial, utilizando-se a estatística R/S e o expoente de Hurst são recentes o que justifica que sejam intensificados e difundidos estudos acerca deste tema. A relevância deste trabalho se faz presente, à medida que possa servir como parâmetro para futuras pesquisas, além de poder gerar indícios sobre o comportamento dos principais índices mundiais de ações na atualidade. Além disso, pode ser interessante verificar qual foi o impacto que as turbulências geraram a partir da crise, iniciada em 2008, pois, se é sabido que todos os índices de bolsas sofreram fortes desvalorizações, faz sentido estudar se esse comportamento seguiu algum padrão no que diz respeito à presença de memória longa ou se as oscilações foram totalmente aleatórias. Mediante o que foi exposto anteriormente, surge o seguinte problema de pesquisa.

1.2 Problema

Como se comportam as séries temporais das cotações dos principais índices de bolsas de valores mundiais, no que diz respeito à existência de memória longa?

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo Geral

Detectar a presença do efeito de memória longa nas séries históricas das cotações dos principais índices internacionais de bolsas de valores e discutir a questão da eficiência de mercado, com base nos apontamentos gerados pelos resultados. E, por fim, tecer comparações com resultados obtidos de outros similares.

1.3.2 Objetivos Específicos

- ✓ Levantar a base de dados de séries temporais a serem utilizadas.
- ✓ Aplicar a estatística R/S e calcular o expoente de Hurst para cada série.
- ✓ Calcular o expoente de Hurst, variável ao longo do tempo.
- ✓ Aplicar um teste de hipótese, a fim de validar os valores do expoente de Hurst.
- ✓ Analisar os valores obtidos para definir os padrões de comportamento observados para os índices.
- ✓ Tecer comentários sobre o conceito de eficiência de mercado
- ✓ Comparar os resultados com demais estudos

2 REVISÃO DA LITERATURA

Esta seção foi dividida em duas partes. A primeira chamada de Revisão Teórica, apresenta os conceitos mais importantes para a compreensão do trabalho. A segunda parte, chamada de Revisão Bibliográfica, contém uma síntese dos principais estudos publicados no mundo, relativos à teoria de memória longa e ao cálculo do expoente de Hurst.

2.1 Referencial Teórico

Neste item serão abordados os conceitos de memória de longo prazo, estimação da memória longa, expoente de Hurst e cálculo do expoente de Hurst ao longo do tempo.

2.1.1 Memória de longo prazo

Teoricamente, Hurst (1951) foi o primeiro a observar a presença da memória longa ao constatar a presença de correlação entre um evento presente e eventos futuros, ou seja, uma oscilação causada hoje teria um impacto longo. Posteriormente, Mandelbrot (1968) aprofundou o estudo sobre o tema de memória longa replicando seu conceito em demais áreas de estudos. Giraitis et. al. (2003) definem memória de longo prazo, no contexto de séries estacionárias em covariância, como aquelas que apresentam a propriedade de a função de autocovariância não ser absolutamente somável.

Matematicamente, segundo Morettin (2006), define-se memória de longo prazo da seguinte maneira:

Suponha que X_t tenha auto-correlação (ρ_j). Diz-se que X_t possui memória longa se

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{j=-n}^{n} \left|\rho_j\right| \qquad (1)$$

É não finita.

2.1.2 Estimação da memória longa

Uma vez entendido o conceito da memória de longo prazo, faz-se necessário ressaltar as formas pela quais pode ser estimada. Cajueiro e Tabak (2006) afirmam existir diversas formas de se quantificar a memória de longo prazo. Assim, dentre elas a estatística R/S clássica desenvolvida por Hurst (1951) e, posteriormente, difundida por Mandelbrot (1972), a estatística modificada de Lo (1991), a estimação do parâmetro de integração fracionária por regressão espectral,ou log-periodograma, de Geweke e Porter-Hudak (1983), o estimador semi-paramétrico por logperiodograma, de Robinson (1995) e a análise V/S, de Giraitis et. al. (2003) e Cajueiro e Tabak (2005).

Neste trabalho, será utilizado o primeiro conceito citado, a estatística Rescaled Range (R/S), pelo fato de ser a metodologia mais consistente, segundo Mandelbrot (2004) dentre as citadas. Além disso, a estatística modifica de Lo (1991) apresenta problemas de correlações de memória curta que interferem no cálculo de memória longa, é o que afirma Cajueiro e Tabak (2007). Já a análise V/S de Giriaitis et. al. e Cajueiro e Tabak é utilizada com a principal finalidade de se identificar ciclos em determinadas séries, não sendo este o propósito deste trabalho.

A estatística R/S nada mais é do que a divisão da amplitude dos valores de uma série por seus respectivos desvios padrão de uma amostra. Entretanto, Hurst (1951) afirma que não se deve efetuar este cálculo apenas uma vez para uma série, ou seja, não basta dividir a amplitude total da série por seu desvio padrão. É preciso dividir a série em séries menores e, para cada uma destas subdivisões, calcular a amplitude e dividi-la pelos respectivos desvios padrão. Dessa forma será obtido um valor da estatística R/S para cada subdivisão da série. O autor observou uma relação entre a estatística R/S e o tamanho da amostra, de maneira que a estatística R/S é igual à metade do número de observações elevado a um expoente,

posteriormente denominado “expoente de Hurst”. Conforme Cajueiro e Tabak (2006), o cálculo da estatística R/S e do expoente de Hurst devem seguir os seguintes passos.

Sejam X_t os valores da série a ser estudada, r_t o retorno logaritmo desta série e N o tamanho da amostra com τ observações, sendo τ <N.

Para cada τ, calcula-se a estatística R/S da seguinte forma:

A) Divide-se a amostra N em n blocos de τ elementos numerados com$1 \leq i \leq n$. Em cada bloco i os elementos $r_{t,i}$ são numerados com $1 \leq t \leq \tau$.

B) Calcula-se a estatística R/S associada ao tamanho do bloco τ.

1) Calcula-se a média de cada bloco

$$\overline{r_i} = \frac{1}{\tau}\sum_{t=1}^{\tau} r_{t,i} \tag{2}$$

2) Calcula-se o desvio padrão de cada bloco:

$$S_i = \left[\frac{1}{\tau}\sum_{t=1}^{\tau}\left(r_{t,i} - \overline{r_i}\right)^2\right]^{1/2} \tag{3}$$

3) Calcula-se, para cada bloco i, a estatística (R/S)i.

$$\left(R/S\right)_i = \frac{1}{S_i}\left[\max \sum_{k=1}^{t}\left(r_{k,i} - \overline{r_i}\right) - \min \sum_{k=1}^{t}\left(r_{k,i} - \overline{r_i}\right)\right] \tag{4}$$

4) Calcula-se a média dos valores (R/S)i e se associa ao tamanho do bloco τ.

$$\left(R/S\right)_i = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(R/S\right)_i \tag{5}$$

C) Terminados os cálculos da estatística R/S, para diversos tamanhos de comprimento de bloco τ, obtém-se o expoente de Hurst da relação:

$$\left(R/S\right)_{\tau} = \left(\tau/2\right)^{H} \tag{6}$$

1) Dados os pares $(R/S)_{\tau}$ e τ obtidos em “B”, executa-se a regressão por mínimos quadrados ordinários

$$\log_{10}\left(R/S\right)_{\tau} = \log_{10} C + H \log_{10} \tau + erro \tag{7}$$

2) O expoente “H” de Hurst é obtido com intervalo de confiança de 95%.

2.1.3 O expoente de Hurst

Para uma melhor compreensão do expoente de Hurst, é necessária uma breve explanação do conceito de Movimento Browniano, já que o expoente de Hurst surge de um questionamento feito por Mandelbrot (1968) em relação ao movimento browniano clássico.

A distinção consiste no seguinte: Wiener (1923) introduziu a função aleatória para o Movimento Browniano, considerando que a partícula que se desloca sobre uma reta, caracterizando um passeio aleatório gaussiano normalizado e independente (com média zero e variância um), tem sua posição no instante t dada por:

$$X(t) - X(t_o) \sim \xi \left| t - t_0 \right|^{H} \tag{8}$$

Para quaisquer períodos de tempo t e t_0, com $t \geq t_0$.

Marques (2007) ratificou em seu estudo, que o deslocamento de uma partícula entre os instantes t e t_0 apresenta distribuição idêntica a ς (N (0, 1)), multiplicado pelo intervalo de tempo $\left|t - t_0\right|$ elevado a potência H, onde a notação ς (N (0, 1)) representa variáveis aleatórias independentes gaussianas com média zero e variância um.

Assim, no Movimento Browniano clássico, o valor de H é 0,5. O que implica na existência de um passeio aleatório (*randow walk*). E, neste caso típico, que caracteriza um

processo estocástico constata-se a não existência de memória de longo prazo, já que, conforme Grimmett e Stirzaker (1982), no passeio aleatório (*randow walk*) a movimentação depende apenas do passo anterior e não dos demais anteriores. Portanto, se não existe correlação entre eventos passados e futuros, torna-se nula a possibilidade de existir um processo de memória longa.

O questionamento feito por Mandelbrot (1968) é sobre o valor do expoente H, da equação (8) que caracteriza o movimento browniano clássico. O autor, sabendo da existência entre incrementos ao longo do tempo em estudo sobre leis de potência, expandiu seus estudos de maneira que investigou a possibilidade de o valor de H não ficar restrito ao valor de 0,5 apenas. O expoente H, segundo ele, poderia variar no intervalo entre 0 e 1 e é justamente esta possibilidade de variação que representa o movimento browniano fracionário que, ao contrário do movimento browniano clássico, não representa um passeio aleatório. É importante ressaltar interpretação do valor do expoente H. Segundo o autor, quando $0 < H < 0{,}5$, haverá memória de longo prazo anti-persistente, ou seja, o comportamento futuro terá sentido oposto ao observado no passado, por exemplo, uma tendência de ascensão em determinada data, implicaria em quedas futuras e vice versa. E, quando $0{,}5 < H < 1$, a memória de longo prazo é dita persistente, isto é, o evento futuro terá comportamento de mesma direção que o observado anteriormente, por exemplo, uma observação de elevação de preços em um dia, provocaria elevações futuras também.

O quadro seguinte sintetiza os principais pontos destes conceitos:

	Valor de H	**Comportamento**
Movimento Browniano Clássico	0,5	Passeio aleatório
Movimento Browniano Fracionário	Entre 0 e 0,5	Memória Longa Anti Persistente
Movimento Browniano Fracionário	Entre 0,5 e 1	Memória Longa Persistente

2.1.4 O expoente de Hurst ao longo do tempo

Uma inovação em relação ao expoente de Hurst favoreceu o surgimento de novos campos de estudo recentemente. Trata-se do fato de se observar a variação do expoente de Hurst ao longo do tempo. Muniandy et. al. (2001), puserem em prática, esta nova forma de análise do expoente de Hurst.

O cálculo do expoente de Hurst ao longo do tempo consiste em uma análise do expoente de Hurst não apenas pontual (um valor de H somente calculado), mas sim em uma sucessão de valores de H calculados ao longo do tempo.

Cajueiro e Tabak (2004) afirmam que o ideal é que seja utilizada uma janela móvel na qual contenha, aproximadamente, 504 observações. O autor justifica tal fato, por ser este um número que se aproxima à quantidade de dias úteis de dois anos, tempo este que considera suficiente para os cálculos de memória longa e, assim, se minimizariam os problemas de correlações de memória curta que eventualmente poderiam existir. Assim, o valor do expoente H de Hurst deveria ser calculado para as seguintes janelas: {[1,504], [2,505], [3,506],..., [X-503, X]}.

A principal vantagem da análise da variação do expoente de Hurst ao longo do tempo é o fato, de que, de maneira clara pode-se observar padrões de comportamento e tendências das séries dos valores do expoente H.

2.2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Em relação aos estudos realizados com a utilização de memória de longo prazo, Morettin (2006) afirma que, a partir da década de 1980, tal tema passou a ser estudado e adquiriu maior importância no campo econômico e financeiro, de maneira que se verificou presença aspectos de correlação em dados passados referentes à taxa de juros, de câmbio, além de outras séries de ativos financeiros. Não são muitos os estudos que testam a presença

memória longa, porém resultados significativos já foram realizados e podem auxiliar o entendimento e compreensão da existência memória de longo prazo em séries de ativos financeiros.

Lima (2003), ao estudar o mercado acionário, observa a precariedade da hipótese de eficiência de mercado. De maneira geral, o autor questiona e se defronta com as premissas que dizem respeito à racionalidade dos agentes. Ele constatou que há inúmeras limitações no que diz respeito ao agente racional e, indo mais adiante, afirmou que as inovações do mercado financeiro, provavelmente, seguirão um padrão para atender as demandas de maior liquidez e menor risco. Conclui, portanto, que as formas clássicas de racionalidade deverão ter tendência a se extinguirem, permitindo que uma nova forma racional seja criada.

Estudo similar ao de Lima (2003) foi realizado por Saffi (2003), no qual se buscou testar a previsibilidade ou não do índice Ibovespa, utilizando-se técnicas de análise preditiva. Em outras palavras, o autor buscou identificar se as análises técnicas permitem previsões futuras ou se são frutos do acaso. Foram utilizados os valores de máximo, mínimo, abertura fechamento diário do contrato futuro do índice Ibovespa, no período de junho de 1992 a janeiro de 2002, totalizando 2.369 observações. A metodologia utilizada consistiu nas ferramentas de análise técnica média móvel, índice de força relativa, indicador de william´s, estocástico, indicador MACD e distribuição assintótica. O autor revelou, entre outros resultados, que os testes utilizados não forneceram valores que pudessem rejeitar a hipótese de eficiência de mercado, já que os p-valores calculados não se encontravam na região crítica. Concluiu, mediante a observação dos principais resultados, que o uso de análise técnica não deveria ser utilizado pelos investidores, uma vez que geram resultados fortuitos, assim estaria o investidor sujeito à total incerteza do seu resultado futuro.

Em outro tipo de análise, Anchite e Issler (2003), propuseram ferramentas econométricas para inferência sobre séries temporais com a finalidade de testar as implicações

das expectativas racionais dos agentes. Os autores utilizaram como base de dados o índice Ibovespa, testando a racionalidade e previsibilidade do mercado brasileiro sob duas premissas: a primeira consistia em que o retorno das ações fosse constante ao longo do tempo, enquanto a segunda, supunha a possibilidade de variação dos retornos ao longo do tempo. A metodologia utilizada foi a realização de modelos de auto regressão vetorial (VAR), mais especificamente, teste de Wald, teste de causalidade de Granger e teste da raiz unitária. Os resultados revelaram que na maioria dos testes, exceto o teste de causalidade de Granger que foi inconclusivo, há racionalidade no mercado brasileiro tanto para a hipótese em que os retornos eram constantes, assim como nos casos em que se supôs a possibilidade de variação dos mesmos. Além dos testes econométricos convencionais, foi realizado um ajuste gráfico que comparou os valores ótimos e esperados com os valores do VAR e, na maioria dos casos, pode-se comprovar que as evidências empíricas indicavam resultados semelhantes ao dos testes econométricos convencionais, já que existe uma igualdade estatística entre a previsão ótima do spread de equilíbrio e seus valores observados.

Por outro lado, há estudos que tem como finalidade testar a presença de memória de longo prazo e, constatando sua existência, estaria representada a ineficiência de mercado. Pois caso estas suposições possam ser confirmadas, implicaria na possibilidade de se prever o comportamento de ativos financeiros e também de se constatar correlações existentes entre eventos passados e futuros.

Neste sentido, Souza et. al. (2006), observaram o comportamento da taxa de câmbio no Brasil em determinado período do tempo, especificamente, de abril 1995 a outubro 2004. Foram utilizados os retornos dos valores de fechamentos diários do razão entre a moeda brasileira (real) e a moeda estrangeira (dólar). O autor afirmou procurar um padrão de comportamento da taxa de câmbio, ao invés de identificar os fatores que pudessem fazer a taxa de câmbio variar. Em outras palavras, pretendeu-se estudar a taxa de câmbio sob a

premissa de sua correlação com eventos passados (memória de longo prazo), excetuando-se variáveis externas. Isto implica que as evidências levarão em conta apenas a variação da série de câmbio temporal e, portanto, o modelo não considerou, por exemplo, variáveis macroeconômicas que poderiam influenciar as oscilações da taxa de câmbio. A metodologia utilizada foi a estatística R/S proposta por Mandelbrot (1968), para que se pudesse calcular o valor do expoente de Hurst e também a análise V/S, com a finalidade de se identificar possíveis períodos em que houvessem ciclos. Verificou-se o comportamento do expoente de Hurst ao longo do tempo e obtiveram resultados substanciais, verificando a presença de uma característica singular. No período em que o regime de bandas era imposto no câmbio brasileiro, o valor do expoente de Hurst encontrava-se abaixo de 0,5. Já no período de câmbio flutuante, o valor superava o 0,5. Esta comprovação, não é coincidência, já que no regime de bandas pretende-se manter o câmbio dentro de uma determinada faixa. Assim, quando havia perspectivas de crescimento, o Governo intervinha a fim de fazer com que o câmbio se retraísse. Similarmente, quando o câmbio caia, as medidas governamentais eram tais que o câmbio subisse. Assim, esta situação descrita nada mais é do que um caso de memória antipersistente e, conforme definido anteriormente, quando há presença de memória antipersistente, espera-se justamente valores do expoente de Hurst entre 0 e 0,5.

Estudo semelhante, realizado por Cajueiro et. al. (2007) continha análise da memória de longo prazo em contratos futuros no sistema monetário europeu no período de 1986 a 2004, mais precisamente, contratos futuros da moeda britânica. Foram, portanto, calculados os expoentes de Hurst para esta série. Cabe ressaltar que os cálculos foram realizados de três maneiras distintas: com a série filtrada por modelos econométricos; não filtradas; e também foi usada sua volatilidade. Porém, mesmo com estas várias simulações, os resultados foram bem similares, não apresentando sensíveis variações entre seus resultados.. Chegou-se a conclusão de haver presença de memória de longo prazo na série em questão e, apenas houve

variância no período imediato ao ano de 1993. Segundo os autores, isto se deveu à crise européia e, no longo prazo, não abalaria os resultados e subseqüentes interpretações.

Jacobsen (1996) analisa o expoente de Hurst para indicadores financeiros de vários países europeus, além dos Estados Unidos e Japão, sendo as séries tratadas da mesma forma que Cajueiro et. al. (2007), isto é, com os mesmos filtros econométricos citados anteriormente. O autor utiliza a estatística modificada sugerida por Lo (1991), a fim de minimizar possíveis erros de correlações da memória de curto prazo que, eventualmente poderiam surgir, caso fosse utilizada a estatística clássica R/S de Hurst (1951). Porém, diferentemente de Souza et. al. (2006) e Cajueiro et. al. (2007) as séries analisadas tiveram o cálculo do expoente de Hurst realizados apenas pontualmente e não o comportamento do Hurst ao longo do tempo. Esta é uma limitação considerável, já que não permite análises das variações dos valores de H que podem ocorrer ao longo do tempo. Entretanto, o autor constatou a não observância da memória de longo prazo para as séries dos países analisados, exceto na Alemanha e Itália, nos quais os resultados sugeriram a presença do processo de memória longa e, pelo fato dos valores serem superiores a 0,5 (variaram próximos a 0,7 para estes dois países), considera-se uma memória longa persistente. Já nos demais países europeus, assim como nos Estados Unidos e Japão, como os valores foram muito próximos a 0,5, o autor afirma que existem indícios de que haja memória longa, mas que esta sugestão não pode ser confirmada por meio de seu estudo.

Barth (2005) investigou o comportamento da taxa de câmbio australiana ao longo de 20 anos, mais especificamente, entre os anos de 1983 e 2003. O objetivo do autor foi verificar se havia uma relação entre a intervenção cambial do governo e os valores da taxa efetiva de câmbio. Para tal estudo foi utilizada a estatística R/S, V/S e GHE. Os resultados evidenciaram, na maior parte dos eventos, que a série cambial australiana possuiu valores do expoente de Hurst inferiores a 0,5, caracterizando uma série de memória longa anti-

persistente. Além disso, foi realizado um teste de hipótese com a finalidade de se verificar se a hipótese nula definida como: H_0 = 0,5 deveria ser aceita ou não. Para isto, o autor dividiu, arbitrariamente, todo seu período analisado em 7 subdivisões e, para cada uma delas, pode executar o cálculo do expoente H de Hurst com as metodologias propostas. Conclui-se que em quase todos os períodos analisados tal hipótese deveria ser rejeitada, assim, eliminou-se a possibilidade de o valor do expoente ser igual a 0,5, o que implicaria em um passeio aleatório.

Marques (2007), assim como Souza (2006), utiliza a análise do expoente de Hurst, por meio de seu comportamento ao longo do tempo. O autor verifica a variação do índice Ibovespa para o período de 1996 a 2007, analisando sua volatilidade. Conclui-se que, apesar do expoente de Hurst oscilar consideravelmente, isto é, existem valores que tanto são inferiores, como superam o patamar de 0,5, há memória de longo prazo persistente. Isto porque, na maior parte do tempo, os valores se mantiveram acima do patamar de 0,6.

Por outro lado, Correia (1998) utilizou a série do Ibovespa para verificar a presença de memória longa, porém o período escolhido foi o de 1991 a 1993. A justificativa do autor para escolha deste período era de que o objetivo seria aplicar o teste em um intervalo de tempo aparentemente estável, onde não houvesse grandes oscilações e turbulências. Foram utilizados os retornos do Ibovespa e *proxies* para sua volatilidade e, em ambos os casos não foi possível constatar a presença de memória longa. Entretanto, ao realizar testes de linearidade, o autor afirma que os ativos financeiros podem apresentar previsibilidade não linear, porém, faz uma ressalva dizendo que tal afirmação se baseia em um critério estatístico que pode ser refutado pela hipótese fraca de eficiência de mercado.

Ainda em relação aos estudos realizados no Brasil, Torres et. al. (2002), realizaram um estudo com as séries mais significativas do índice Ibovespa, além de utilizar a própria série Ibovespa. O objetivo dos autores era verificar a presença ou não do passeio aleatório de tais séries para o período de 1986 a 1998. Os resultados obtidos revelaram que a ineficiência de

mercado esteve presente no período analisado, isto, pois, as autocorrelações de primeira ordem foram altamente significativas para retornos diários e semanais. Porém, os autores contestam que, pelo fato de a previsibilidade ter sido evidenciada apenas em retornos diários e semanais, não se poderia generalizar para grandes períodos e ciclos econômicos.

Di Matteo et. al. (2005), calcularam o expoente de Hurst para ativos de mercados financeiros de vários países, onde o objetivo era confrontar a existência de memória longa dos países desenvolvidos com os emergentes. Utilizou o cálculo também feito por Souza (2006), onde foi analisado o comportamento do expoente de Hurst ao longo do tempo, com o intuito de se constatar tendências dos mercados. Dentre os principais resultados, fato se destacou dos demais e foi salientado pelos autores. Puderam classificar os índices dos países analisados em três grandes categorias, da seguinte maneira: O primeiro grupo continha países cujos índices tiveram o cálculo do expoente de Hurst superiores a 0,5. No segundo grupo, estavam os países cujos índices oscilaram próximos a 0,5 e, no terceiro grupo, países em que os valores do expoente de Hurst de seus índices foram inferiores a 0,5. A curiosidade observada foi que no primeiro grupo, encontravam-se índices como, por exemplo, Hang Seng (Coréia), BCI 30 (Itália) e IBEX 35 (Espanha), indicando a presença de mercados emergentes. Já no terceiro grupo são contidos índices, tais como, Nasdak 100 (EUA), S&P 500 (EUA), Nokkei 225 (Japão) E Dow Jones (EUA), ou seja, caracterizam países cujos mercados já são mais consolidados.

Este tipo de estudo é importante, pois identifica padrões e grupos de países distintos. Estas diferenças podem ser originadas pelo histórico de cada país, por políticas governamentais, contingências ou, ainda, reflexo das populações que atuam nestes mercados. E, independentemente de quais destes fatores sejam os responsáveis pelas variações entre os índices de mercado, o importante é haver estudos que possam que possam salientar estes contrastes. Pois, só assim, pode-se afirmar, por exemplo, se determinado país ou continente

possui tendência a ter memória de longo prazo em sua série e, analogamente, se determinado índice ou ativo em particular tenha indícios de ter um comportamento aleatório.

Outro trabalho no qual também se pode constatar diferença dentro de uma mesma amostra foi o realizado por Barkoulas e Baum (1996). Os autores utilizaram o teste de memória longa por meio do modelo não paramétrico sugerido por Geweke e Porteiro-Hudak. Os autores analisaram o comportamento do índice Dow Jones e também de alguns ativos individuais. Concluíram não haver presença fractal no índice, porém, para cinco ativos de empresas individuais foi evidenciada a presença de memória longa e, além disso, afirmam haver o que chamam de memória intermediária em três outros ativos. Os autores ressaltam também que o fato de o índice não apresentar característica de memória longa pode ocorrer em função de o índice ser um agrupamento de vários ativos individuais, o que poderia mascarar seu comportamento. Assim, poderia ser que, de fato, existia memória de longo prazo neste mercado, mas que estaria enviesada pela composição de vários ativos na formação do índice. Embora tenham feito esta ressalva, na literatura não são encontrados estudos que ratificam tal sugestão.

Também com o intuito de se verificar a presença de memória longa, o trabalho de Morettin (2006) utiliza o cálculo do expoente de Hurst pontual e não para seus valores ao longo do tempo para a série de volatilidades do Ibovespa, no período compreendido entre 1995 e 2000. O valor encontrado para o expoente de Hurst foi H=0,71. E uma contribuição significativa deste trabalho é que, diferentemente da maioria dos casos em que se calcula o expoente de Hurst, o autor utilizou um teste de hipótese para validar ou não o expoente calculado. Ao realizar o teste de hipótese, sob a premissa de hipótese nula ($H_0 = 0{,}5$) de não haver processo de memória longa, contra hipótese alternativa de haver memória longa ($H_0 \neq 0{,}5$), o autor afirma que o valor da estatística indica que existe o processo de memória longa com significância ao nível de 0,01.

A seguir, é apresentada uma tabela resumida que contém os principais estudos em ordem cronológica.

Ano	Autor	Metodologia	Período Analisado	Objeto de Estudo	Principais resultados
1996	Jacobensen	Estaístistica R/S Modificada de Lo	Não informado	Índices europeus, norte americano e japonês	Evidências de memória longa apenas na Itália e Alemanha
1996	Barkoulas Baum	Modelo não paramétrico sugerido por Geweke e Porteiro-Hudak	Não informado	Índice Dow Jones e ativos individuais norte americanos	Não existe memória longa no índice, mas há para 5 ativos de empresas analisados
1998	Correia	Estatística R/S	1991/1993	Índice Ibovespa	Não é possível afirmar que existe memória de longo prazo
2002	Torres	Estatística R/S	1986/1998	Índice Ibovespa e principais séries que o compõem	Existem correlações significativas para retornos diários e semanais, mas não para grandes ciclos
2003	Saffi	Testes de habilidade preditiva	Não Informado	Índice Ibovespa (contratos futuros)	O mercado possui comportamento totalmente aleatório, impossível de ser previsto
2005	Barth	Estatística R/S, V/S e GHE	1983/2003	Taxa de câmbio australiana	Constatou-se a presença de memória longa persistente
2005	Di Matteo et. al.	Estatística R/S	Não informado	Vários índices de países	Basicamente, mercados emergentes possuem memória longa persistente e mercados consolidados memória longa anti persistente
2006	Souza et. al.	Estatística R/S	1995/2004	Taxa de câmbio no Brasil	No regime de bandas, há presença de memória longa anti persistente. Já Regime flutuante, há memória longa persistente
2007	Cajueiro et. al.	Estatística R/S	1986/2004	Contratos futuros no sistema monetário europeu	Constatou-se a presença de memória de longo prazo persistente, exceto em 1993, onde houve grandes oscilações
2007	Marques	Estatística R/S	1996/2007	Índice Ibovespa	Constatou-se a presença de memória longa persistente na série de volatilidades da série analisada

Com base no resumo dos principais estudos realizados podem-se observar dois fatores relevantes: Primeiro, a importância que vem sendo atribuída à técnica de estatística R/S (e suas adaptações) para se discutir a presença de memória longa em séries temporais de ativos

financeiros. Segundo, o fato de serem estudos muito recentes, em se tratando de pesquisas acadêmicas, o que justifica que sejam intensificados e difundidos estudos nesta área.

3 METODOLOGIA

Nesta seção é apresentada a metodologia utilizada para a realização desta pesquisa, abordando a classificação do tipo de pesquisa, a fonte de dados adquiridos, os passos para análise e tratamento dos dados, além do teste de hipótese para validação dos valores do expoente de Hurst.

3.1 Tipos de Pesquisa

Esta pesquisa é classificada como quantitativa, já que se baseia em modelos numéricos, recorre a fórmulas e teorias matemáticas e de ciências similares. Quanto aos fins, esta pesquisa é classificada como método descritivo, já que consiste, dentre os objetivos da pesquisa, fazer a descrição e análise dos dados para uma amostra de retornos dos principais índices de ações mundiais.

3.2 Dados da pesquisa

A seguir são apresentados os valores patrimoniais, apurados em janeiro de 2009, das dez maiores bolsas de valores do mundo e também os respectivos índices de maior significância de cada uma delas, que serão analisados nesta pesquisa:

Bolsa	**Valor Patrimonial (em milhões de US$)**	**Principal Índice**
New York Stock Exchange	9.363.074	Dow Jones Industrial Avarage
Tokyo Stock Exchange	2.922.616,3	Nikkei 225
Nasdaq	2.203.759,6	Nasdaq 100
Euronext	1.862.930,9	Euronext 100
London Stock Exchange	1.758.157,7	FTSE
Xangai Stock Exchange	1.557.161,3	SSE

Hong Kong Stock Exchange	1.237.999,5	Hang Seng
Toronto Stock Exchange	997.997,4	S&P/TSX60
Frankfurt Stock Exchange	937.452,9	DAX
Madri Stock Exchange	871.061,4	Ibex 35

Fonte:World Exchange (2009)

Leite e Sanvicente (1995), afirmaram que a vantagem de se analisar os índices é que permitem inferências sobre flutuações médias no nível geral das cotações e também possui função de uma ferramenta que auxilia no papel decisório de investidores e serve de referência (*benchmark*), para avaliação do desempenho de ações.

Vale ressaltar que a escolha destes índices como *proxy* da análise do expoente de Hurst aplicado ao mercado financeiro mundial se justifica uma vez que estes representam os índices de maior liquidez nas bolsas internacionais e pela sua relevância no mercado de capitais internacional e, sem dúvida, os mais utilizados pelas pesquisas acadêmicas, quando se trata em analisar o comportamento mundial de ações.

3.3 Tratamentos dos Dados

Com o intuito de se verificar a presença de memória de longo prazo nas séries de fechamento dos índices internacionais e nacional, utilizaram-se dados de retornos diários, adquiridos a partir da série original, através da expressão $R_t = \log\left(X_t / X_{t-1} \right)$, sendo X_t e X_{t-1} os fechamentos dos índices nas datas t e t – 1 e filtrados por um processo autorregressivo, de ordem 1, AR (1). A finalidade deste filtro é de se evitar autocorrelações de curto prazo que podem afetar o valor do expoente de Hurst a ser calculado por meio da análise R/S clássica.

Foram utilizados os retornos dos índices para um período de dez anos, mais especificamente, de junho de 1999 a junho de 2009. Para a utilização dos procedimentos estatísticos e cálculo dos expoentes de Hurst, utilizou-se o software DEVC++, implementando-se as rotinas de cálculo em linguagem C++ cujo código fonte, proposto por Marques (2007), encontra-se no anexo A.

3.4 Análise dos dados

O primeiro passo da investigação empírica constitui-se de uma análise das estatísticas descritivas da série de retorno dos índices e expoentes de Hurst calculados ao longo do tempo conforme Muniandy et. al. (2001), observando fatores como assimetria, curtose, e normalidade.

O segundo passo consiste em fazer uma análise comparativa do expoente de Hurst ao longo do tempo para os diferentes mercados mundiais. Assim, é possível observar as variações que cada índice pode sofrer (esta é a vantagem em relação à etapa anterior), uma vez que vários valores de Hurst serão calculados que, por sua vez, podem indicar períodos em que há memória persistente, períodos em que há memória anti-persistente ou, ainda, períodos de comportamento aleatório.

Por fim, será feito um teste de hipótese para validar o valor do expoente de Hurst calculado ao longo do tempo para cada índice, utilizando-se o procedimento descrito a seguir.

3.5 Teste de Hipótese e significância do valor do expoente H.

No que diz respeito à memória longa, ela é dita anti-persistente, caso $0>H>0,5$, é considerada persistente, caso $0,5>H>1$, e é considerada um passeio aleatório nos casos em que $H=0,5$. Uma pequena alteração nos valores de H pode implicar em interpretações totalmente distintas, em especial quando os valores forem próximos a 0,5. Se para uma dada série for

obtido o valor de 0,51, por exemplo, será que é razão suficiente para afirmar que a série possui memória longa persistente ou, se o valor for de 0,49, certamente teria a série memória longa anti persistente? Para que se possa fazer tal tipo de afirmação é que foi realizado o teste de hipótese, indicando o nível de confiabilidade dos resultados.

A análise do comportamento do expoente de Hurst foi feita com base em um teste de hipóteses, para que se pudesse validar os valores do expoente de Hurst. O valor da estatística de um teste de hipótese padrão deve ser calculado, segundo Stevenson (1997), da seguinte maneira:

$$Z = \frac{ValorObservado - Média}{DesvioPadrão} \tag{9}$$

Porém, o teste de hipótese deve ser adaptado, uma vez que se queira verificar se determinado valor calculado é estatisticamente distinto de outro. É o que afirma Barth (2005) ao validar os valores do expoente de Hurst para atestar se são diferentes de 0,5.

Neste sentido, o teste a ser aplicado será o teste de Wald, cuja estatística de teste é:

$$W = \frac{(ValorObservado - 0{,}5)^2}{Variância} \tag{10}$$

Sendo que o teste tem distribuição de probabilidade Qui Quadrado, apresentado com rejeição da hipótese nula ao nível de significância de 5%.

O Teste de Wald também pode ser adaptado por uma distribuição normal, porém a estatística de teste sofrerá a seguinte modificação:

$$W = \frac{(ValorObservado - 0{,}5)}{DesvioPadrão} \tag{11}$$

A equação (11) será aplicada no teste das seguintes hipóteses:

Hipótese nula, $H_0 : H = 0{,}5$ (12)

Hipótese alternativa, $H_1 : H \neq 0{,}5$ (13)

Segundo Stevenson (1997), em um teste de hipótese bi caudal para uma distribuição normal, a hipótese nula deve ser aceita quando o valor da estatística de teste calculado (obtido na equação 11) estiver no intervalo entre -1,96 e +1,96, para um nível de significância de 5%, conforme é o caso deste trabalho. Assim, ao se aceitar a hipótese nula, conclui-se que o valor observado não pode ser considerado estatisticamente diferente de 0,5, implicando na existência do passeio aleatório.

Já quando o valor da estatística de teste calculado (obtido na equação 11) for inferior a -1,96 ou superior a +1,96 rejeita-se a hipótese nula e se aceita a hipótese alternativa. Assim, conclui-se que o valor observado é estatisticamente diferente de 0,5, implicando na existência do processo de memória longa.

4 RESULTADOS

4.1 Análise das estatísticas descritivas

Conforme exposto anteriormente, foram calculadas as estatísticas descritivas para as séries dos expoentes de Hurst.

Tabela 1- Análise descritiva dos valores do expoente de Hurst

	DAX	*Euronext*	*Hang Seng*	*Nasdaq*	*S&PTSx60*
Média	0,558385	0,548269	0,586965455	0,572826	0,570375079
Erro padrão	0,000728	0,000815	0,000614112	0,00069	0,000808558
Desvio padrão	0,032903	0,03261	0,027326269	0,030951	0,035188516
Variância da amostra	0,001083	0,001063	0,000746725	0,000958	0,001238232
Curtose	-0,22742	0,02215	-0,444946827	-0,19284	0,142778572
Assimetria	0,439778	-0,5407	-0,279960899	-0,51155	0,39814532
Intervalo	0,1783	0,204	0,1401	0,1653	0,2001
Mínimo	0,4785	0,4311	0,5143	0,4804	0,4715
Máximo	0,6568	0,6351	0,6544	0,6457	0,6716
Nível de confiança(95.0%)	0,001429	0,001599	0,001204374	0,001354	0,001585758

Tabela 2- Análise descritiva dos valores do expoente de Hurst

	DJIA	*FTSE*	*Ibex 35*	*Nikkei*	*SSE*
Média	0,560199	0,534572	0,567226167	0,548398	0,59123125
Erro padrão	0,000861	0,000727	0,000542408	0,000588	0,000613264
Desvio padrão	0,038604	0,032669	0,02434198	0,025966	0,027094882
Variância da amostra	0,00149	0,001067	0,000592532	0,000674	0,000734133
Curtose	-0,31518	-0,31084	-0,367253988	-0,2317	1,247451556
Assimetria	0,690871	0,267529	-0,183467021	-0,08611	-0,81513066
Intervalo	0,1949	0,1845	0,1371	0,143	0,1665
Mínimo	0,4848	0,4444	0,4969	0,4749	0,4889
Máximo	0,6797	0,6289	0,634	0,6179	0,6554
Nível de confiança(95.0%)	0,001688	0,001425	0,00106374	0,001153	0,001202721

Com base nas tabelas 1 e 2, pode-se identificar aspectos a respeito das séries dos valores dos expoentes de Hurst. Os valores mínimos dos expoentes H situaram-se próximos ao valor de 0,5, ou seja, há poucos indícios de que existe memória longa anti-persistente. Apenas nos índices Euronext e FTSE houve valores consideravelmente baixos, 0,4311 e 0,4444, respectivamente. Há indícios de presença da memória longa persistente, uma vez que

todas as médias estão em um patamar superior a 0,5, porém, este fato só poderá ser comprovado por meio do teste de hipótese. Em relação à curtose, que é o principal fator para se determinar a normalidade, não há em nenhuma das séries valores significativos que possam indicar que as séries não possuem comportamento. Isto, pois, para que uma série não possua comportamento normal, os valores de curtose deveriam ser superiores a 3, fazendo com que a curva fosse mesocúrtica. Porém, este fenômeno não ocorre nas dez séries analisadas reforçando, portanto, a presença da normalidade.

4.2 Comportamento do Expoente de Hurst ao longo do tempo e o Teste de Hipótese

A seguir são apresentados os cálculos dos valores do Expoente de Hurst para cada um dos dez dos índices bursáteis. A ordem de apresentação dos gráficos será feita de acordo com a relação das maiores bolsas de valores (valor de mercado). Após a análise do comportamento do Expoente de Hurst são apresentados os resultados dos respectivos Teste de Wald, para cada um dos índices. Desta maneira, é possível identificar os períodos em que se podem validar ou rejeitar estatisticamente os valores dos Expoentes de Hurst. Em cada um dos Gráficos dos Testes de Wald foi traçada uma reta no patamar de 1,96 para que se possa observar os períodos em que se rejeita a hipótese nula.

- **Dow Jones Indrustial Avarage (DJIA)**

Gráfico 1 - Cálculo do Expoente de Hurst para o índice Dow Jones Industrial Avarage

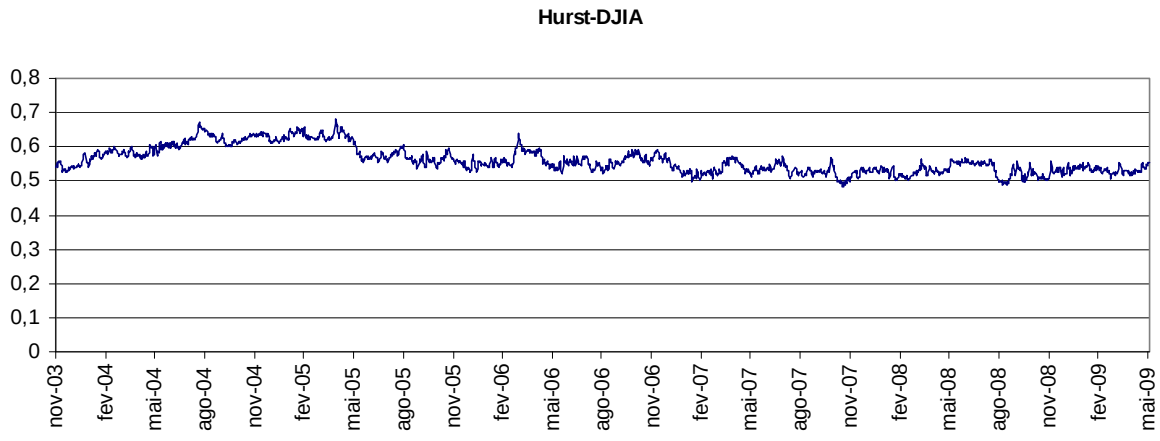
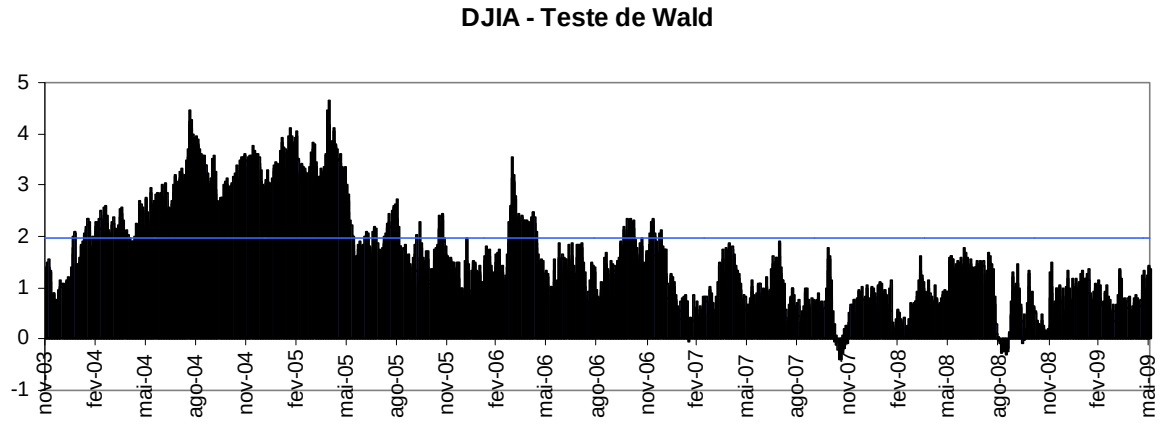


Gráfico 2 - Teste de Wald para validação do Expoente de Hurst do índice DJIA



Ao analisar o comportamento do Expoente de Hurst para o índice DJIA, no Gráfico 1, pode-se observar que, ao longo do período analisado, os valores do expoente H de Hurst situam-se em um patamar superior a 0,5. Porém, de fevereiro de 2007 até junho de 2009 existe uma oscilação pequena e próxima do valor de 0,5, que revela ausência de memória longa e, conseqüentemente, existência de um passeio aleatório. Apenas no período compreendido entre agosto de 2008 e janeiro de 2009, justamente no auge da crise econômica, os valores tem oscilações mais fortes. Entretanto, ao analisar o teste de Wald, não se pode validar estatisticamente os valores do expoente H neste período. O Gráfico 2 revela que, a partir de novembro de 2006, nenhum dos valores pode ser considerado diferente de 0,5,

já que os valores de “W” são inferiores a 1, aceitando, portanto, a hipótese nula ($H_0 : H = 0{,}5$) ao nível de confiança de 95%. Assim, neste período, pode-se constatar a existência de aleatoriedade no comportamento dos índices.

Já no início do período analisado, mais especificamente, de novembro de 2003 a julho de 2005 pode-se constatar, com alto nível de confiabilidade, a presença de memória longa persistente, pois os valores do teste de Wald apresentam-se bem acima do patamar de 1,96, e os valores calculados do Expoente de Hurst são superiores a 0,5..

- **Nikkei 225**

Gráfico 3 - Cálculo do Expoente de Hurst para o índice Nikkei

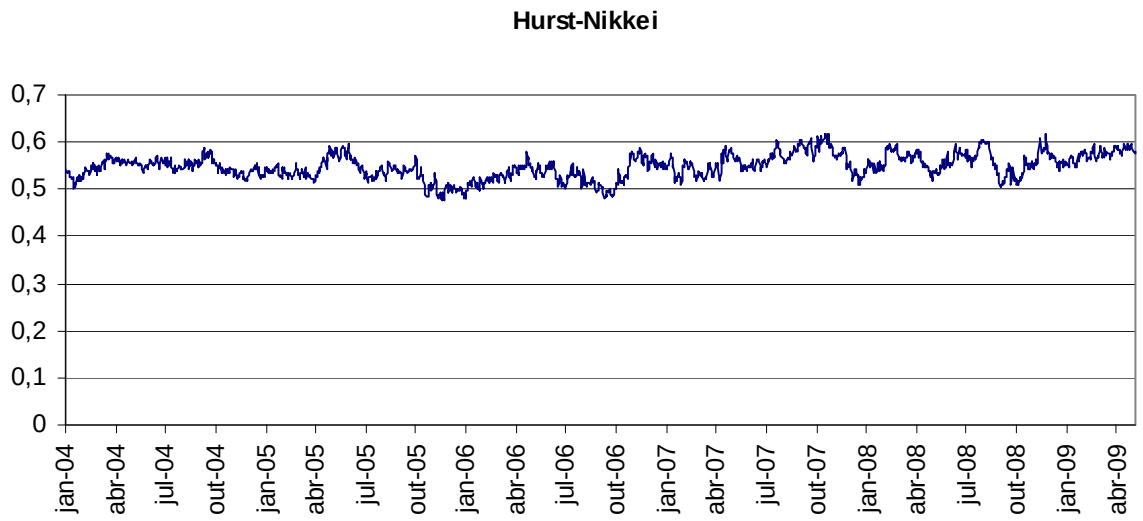
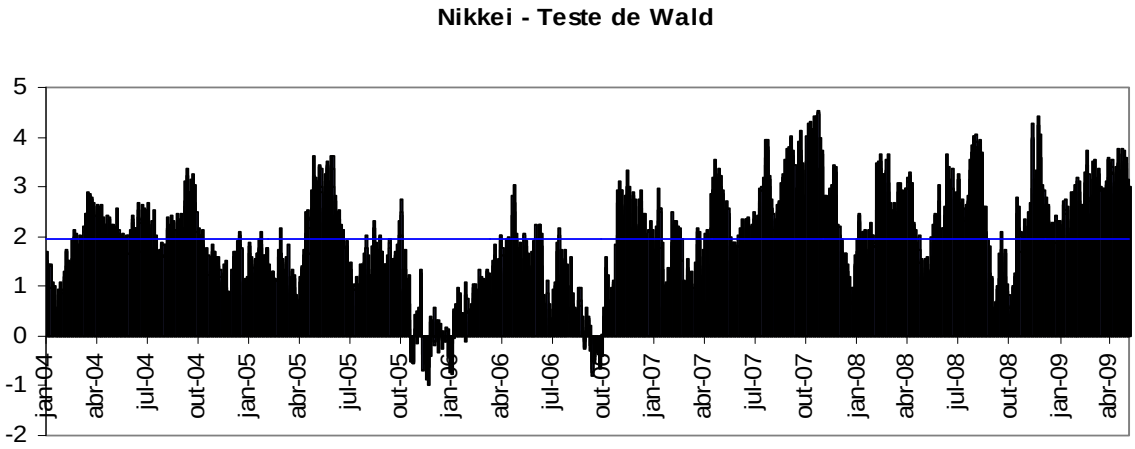


Gráfico 4 Teste de Wald para validação do Expoente de Hurst do índice Nikkei



No que diz respeito à análise do comportamento do expoente de Hurst para o índice Nikkei 225, pode-se perceber, pelo que exibe o Gráfico 3, que existe uma oscilação, principalmente, entre os valores 0,5 e 0,6. É possível observar, ainda, no Gráfico 3, uma tendência de presença de memória longa anti-persistente entre outubro de 2005 e abril de 2006, pois os valores são inferiores a 0,5. Porém, para que se pudesse comprovar estatisticamente este fato com 95% de confiabilidade, os valores deveriam ser inferiores a 1,96 o que não ocorre neste período conforme mostra o Gráfico 4.

O Gráfico 3 revela também que, a partir de 2006, são fortes os indícios de que existe memória longa persistente, já que desta data até o final do período analisado não existem valores inferiores a 0,5. Esta hipótese é reforçada pelo Teste de Wald, já que o Gráfico 4 revela valores de W superiores a 1,96, na maior parte do tempo. A única exceção ocorre no período da crise financeira, na data próxima a setembro de 2008, onde se pode perceber a existência do comportamento aleatório.

- **Nasdaq 100**

Gráfico 5 - Cálculo do Expoente de Hurst para o índice Nasdaq 100

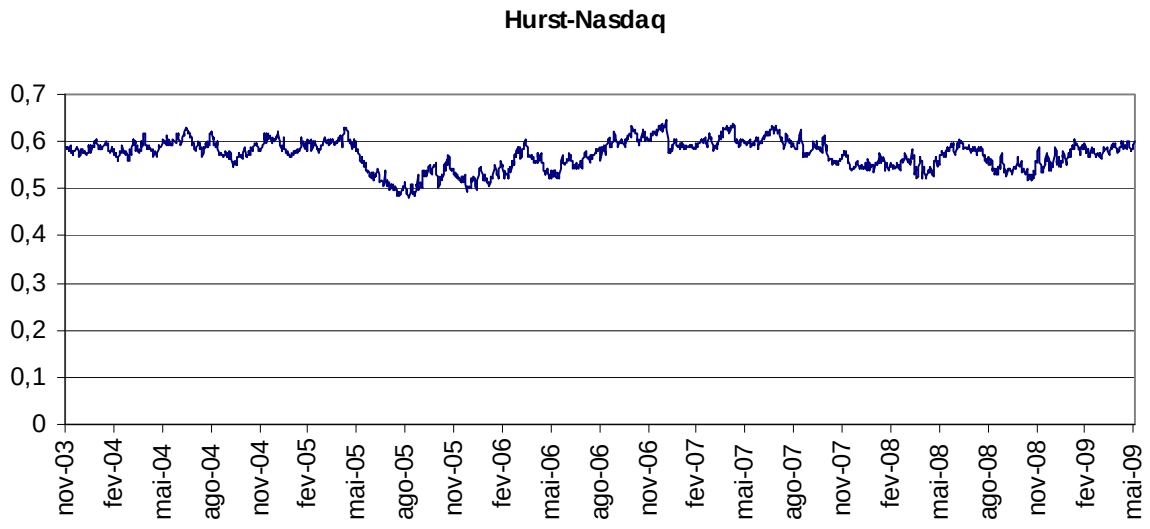
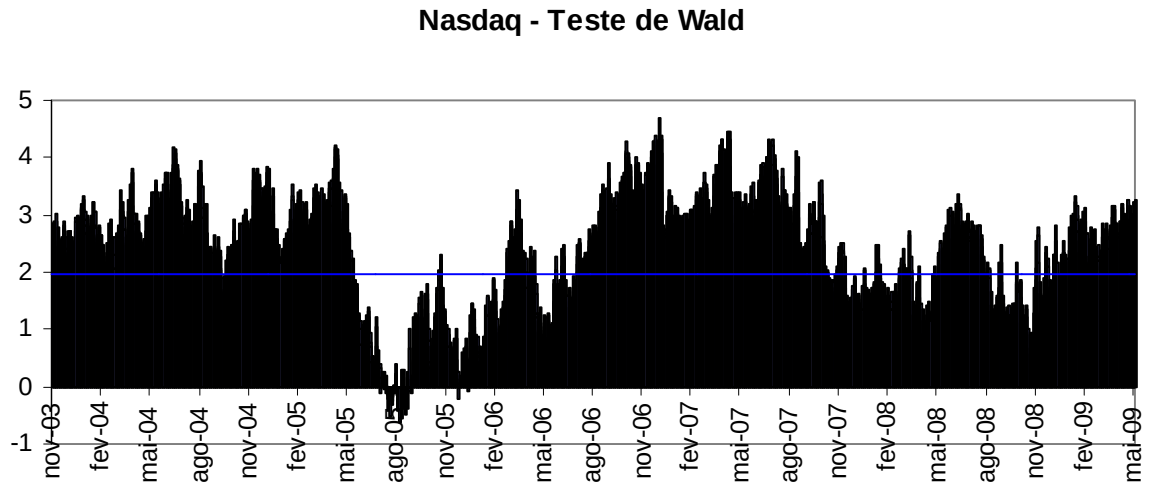


Gráfico 6 - Teste de Wald para validação do Expoente de Hurst do índice Nasdaq 100



Com base na análise do Gráfico 5, que mostra o comportamento do expoente de Hurst do índice Nasdaq 100, pode-se observar que há indícios de presença de memória longa persistente no início do período analisado, já que os valores de expoente de Hurst encontram-se próximos ao patamar de 0,6. Estes indícios podem ser comprovados pelo teste de Wald apresentado no gráfico 6, pois até a data anterior a julho de 2005 os valores são superiores a 1,96 aceitando-se, portanto, a hipótese alternativa ($H_1 : H \neq 0{,}5$).

Já entre julho de 2005 e março de 2006 existe uma queda nos valores do expoente de Hurst, como se pode observar no Gráfico 5. E é justamente neste período que o Teste de Wald revela a aceitação da hipótese nula ($H_0 : H = 0{,}5$) e, portanto, indicando a existência de aleatoriedade da série neste período.

A partir de março de 2006 a presença de memória longa persistente pode ser comprovada na maior parte das vezes, exceto de julho a novembro de 2008, onde o valor de W é inferior a 1,96. A partir de então, há novamente tendência de memória longa persistente, pois o gráfico 6 revela que os valores do Expoente de Hurst são estatisticamente significativos ao nível de confiança de 95%.

- **Euronext**

Gráfico 7 - Cálculo do Expoente de Hurst para o índice Euronext

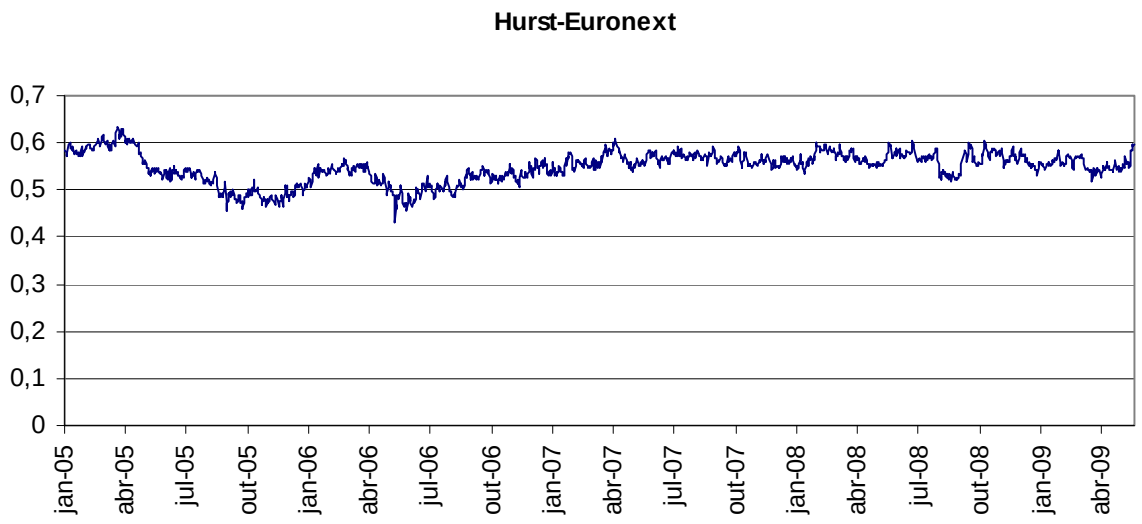
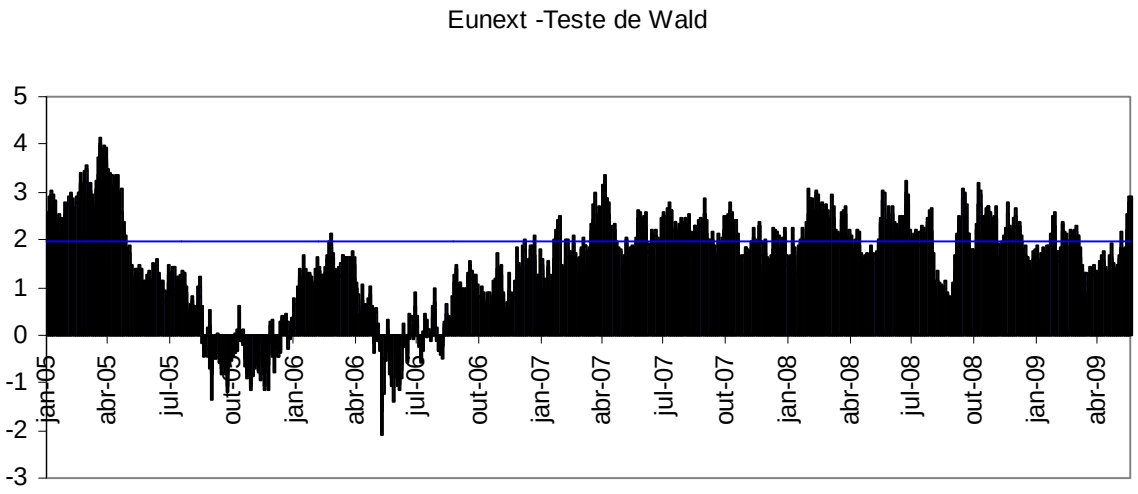


Gráfico 8 - Teste de Wald para validação do Expoente de Hurst do índice Euronext



Com base na análise do expoente de Hurst para o índice Euronext, pode-se observar que no início do período analisado há presença de memória longa, pois até abril de 2005 os valores do Gráfico 7 são próximos a 0,6 e, além disso, o Teste de Wald exposto no gráfico 8 revelam alta confiabilidade, já que os valores do teste neste período estão bem acima de 1,96 .

O Gráfico 7 também revela três períodos em que há uma considerável queda nos valores do Expoente de Hurst, tornando-os próximos do patamar de 0,5. São os períodos de outubro de 2005 até janeiro de 2006; abril de 2006 até outubro de 2006; e, julho de 2208 a outubro de 2008. Ao avaliar o gráfico 8, do Teste de Wald, neste mesmos períodos é possível observar que os valores indicam a aceitação da hipótese nula. Isto é, são períodos em que há existência de aleatoriedade no comportamento do índice. Importante ressaltar que este último período em que se constata o comportamento aleatório é o período do auge da crise global financeira.

- **FTSE**

Gráfico 9: Cálculo do Expoente de Hurst para o índice FTSE

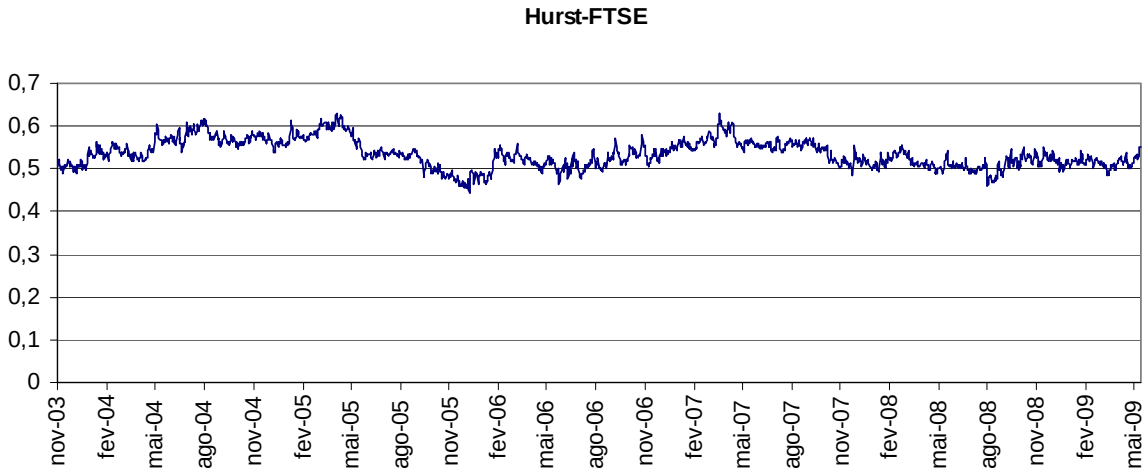
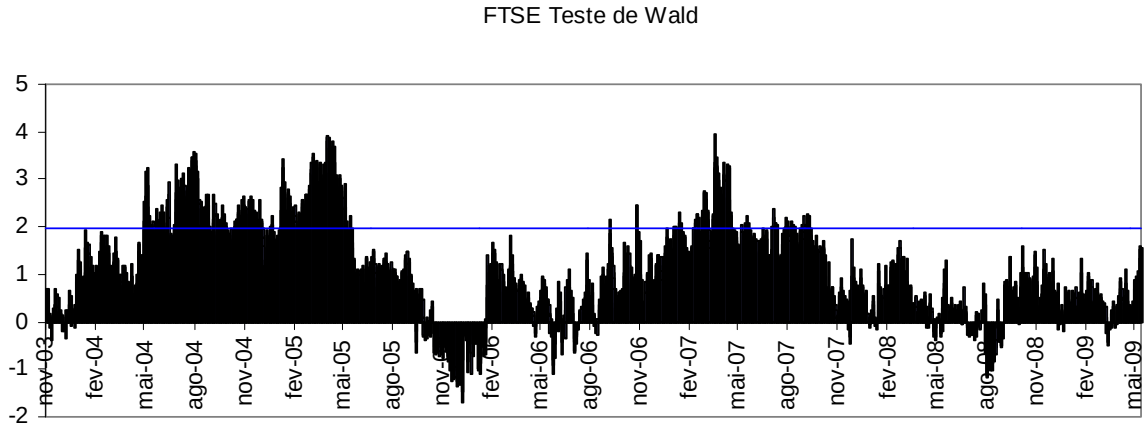


Gráfico 10 - Teste de Wald para validação do expoente de Hurst do índice FTSE



Com base na análise do comportamento do Expoente de Hurst para o índice FTSE por meio do Gráfico 9, pode-se perceber que apenas no período inicial de análise e no período entre novembro de 2006 e novembro de 2007 é que há indícios de memória longa persistente. O Gráfico 10 revela que nestes dois períodos, pode-se afirmar haver a memória longa, pois os valores são superiores a 1,96. Entretanto, na maior parte do tempo, a hipótese nula ($H_0 : H = 0{,}5$) deve ser aceita. Isto é comprovado pelos longos períodos apresentados no

Gráfico 10 em que os valores não são superiores a 1,96 nem inferiores a 1,96, reforçando, assim, a existência de um comportamento aleatório nestes períodos.

- **SSE**

Gráfico 11: Cálculo do Expoente de Hurst para o índice SSE

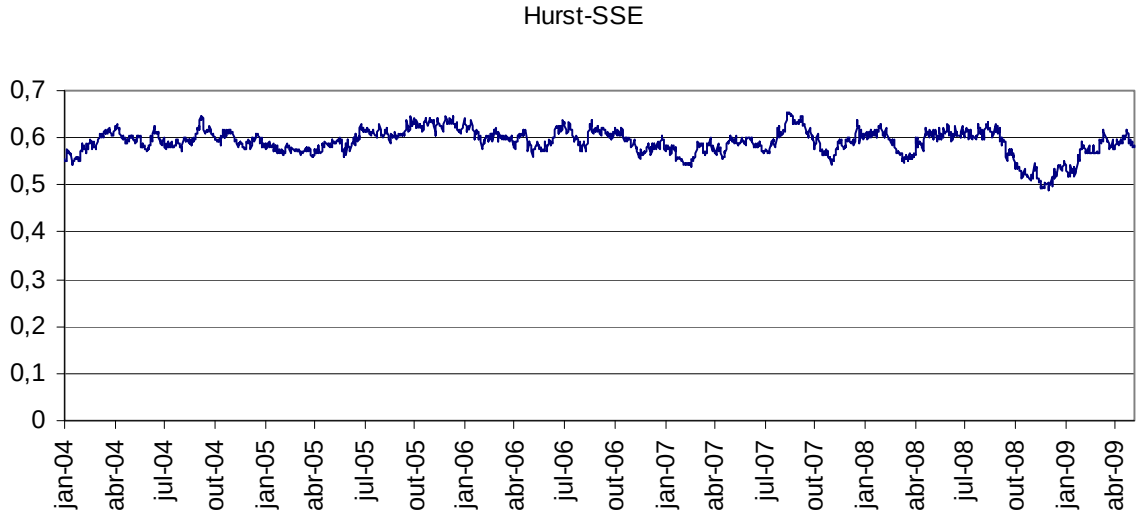
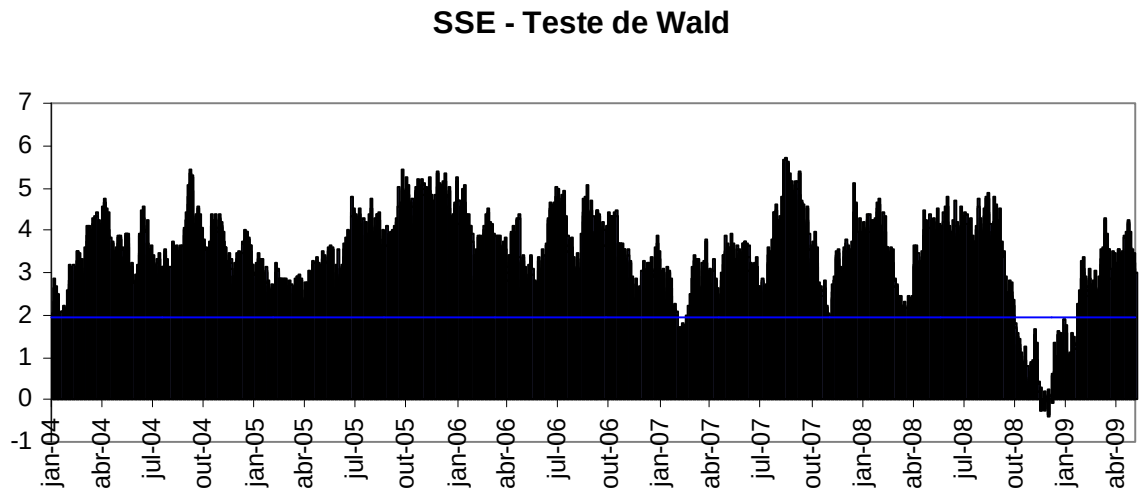


Gráfico 12 - Teste de Wald para validação do Expoente de Hurst do índice SSE



O comportamento do Expoente de Hurst para o índice SSE possui como característica o fato da presença da memória longa persistente ser constante na maior parte do tempo, conforme exposto no gráfico 11. Ainda que haja oscilações, estas permanecem sempre nos patamares próximos aos valores de 0,6.

Porém, deve-se ressaltar que no período da crise mundial financeira houve uma forte queda nos valores do Expoente de Hurst, fazendo com que seus valores fiquem próximos ao patamar de 0,5. Tal fato também pode ser constatado por meio da análise do Teste de Wald no gráfico 12, já que neste período mencionado se aceita a hipótese nula ($H_0 : H = 0{,}5$) e, dessa maneira, revela haver presença de movimentos aleatórios durante o período da crise na série em questão.

- **Hang Seng**

Gráfico 13 - Cálculo do Expoente de Hurst para o índice Hang Seng

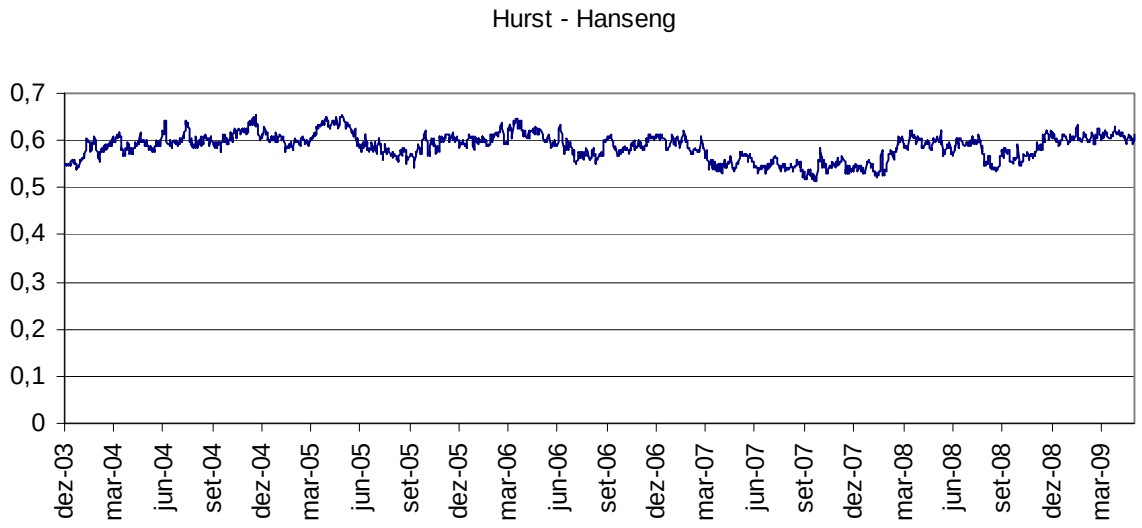
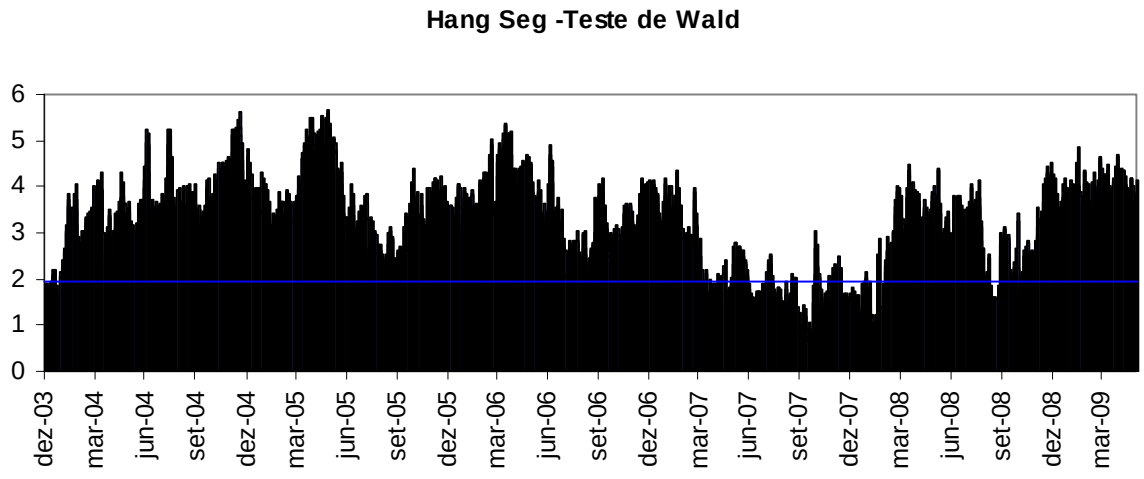


Gráfico 14 - Teste de Wald para validação do Expoente de Hurst do índice Hang Seng



Ao analisar o comportamento do expoente de Hurst para o índice Hang Seng é possível observar por meio do gráfico 13 que, ao longo de todo o período analisado, existe uma tendência de haver memória longa persistente, já que os valores oscilam próximos do patamar de 0,6. O cálculo do Teste de Wald favorece a hipótese de memória longa, uma vez que ao longo do período suas estatísticas de teste permanecem em valores bem acima do 1,96.

Deve-se ressaltar apenas que, de abril de 2007 até abril de 2008, observa-se valores do Expoente de Hurst próximos de 0,5 e pelo Gráfico 14, de fato, não se pode afirmar que os valores são estatisticamente distintos de 0,5, indicando haver presença de comportamento aleatório neste período. Outro fato a ser ressalta é que em momento algum é observado um valor inferior a 0,5 para o Expoente de Hurst, conforme revela o Gráfico 13 e, portanto, não indica haver presença de memória longa anti-persistente.

- **S&P/TSX60**

Gráfico 15: Cálculo do Expoente de Hurst para o índice S&P/TSX60

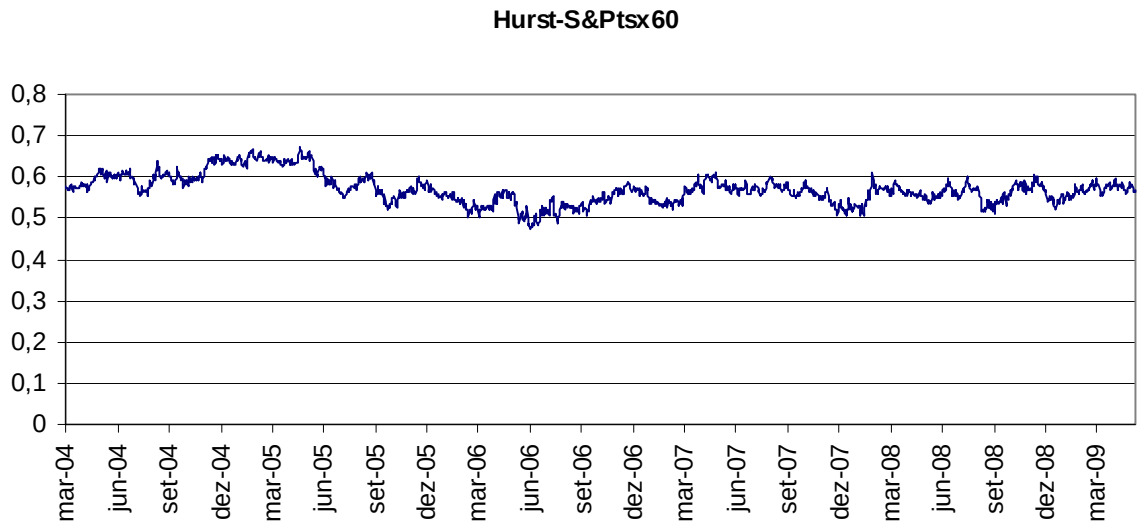
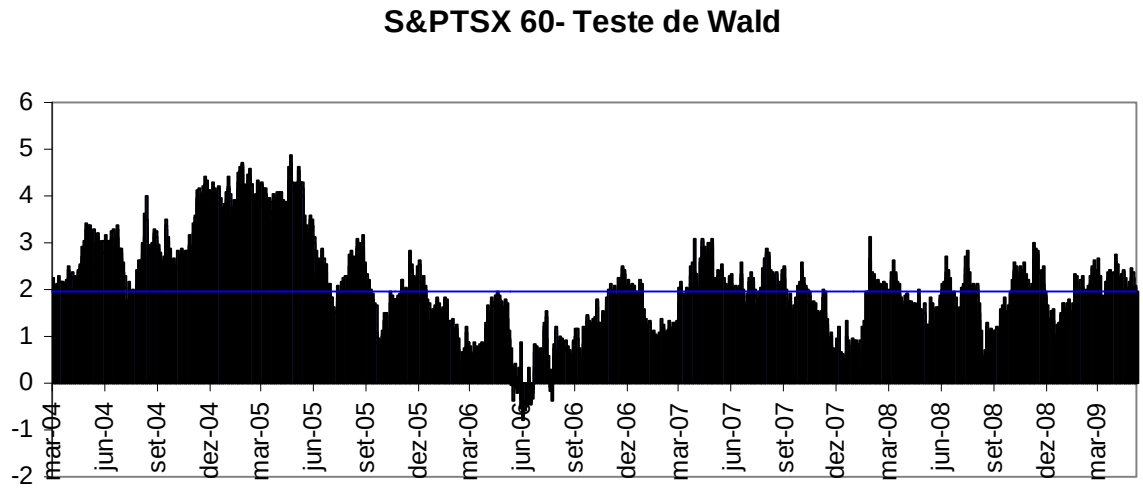


Gráfico 16 - Teste de Wald para validação do Expoente de Hurst do índice S&P TSX-60



Ao analisar o comportamento do Expoente de Hurst para o índice S&P TSX-60 pode-se verificar que existe indícios de memória longa anti-persistente no início do período analisado, já que, pelo Gráfico 15 observa-se elevados valores para o expoente de Hurst até março de 2005. Neste período, o Teste de Wald presente no gráfico 16 mostra que a hipótese alternativa pode ser aceita ($H_1 : H \neq 0{,}5$).

Porém, de março de 2005 até junho de 2009 há oscilações nos valores do Expoente de Hurst, sendo elas próximas ao patamar de 0,5. O Gráfico 16 mostra que ao longo deste período, em grande parte das vezes, deve-se aceitar a hipótese nula, pois os valores são inferiores a 1,96.

- **DAX**

Gráfico 17: Cálculo do Expoente de Hurst para o índice DAX

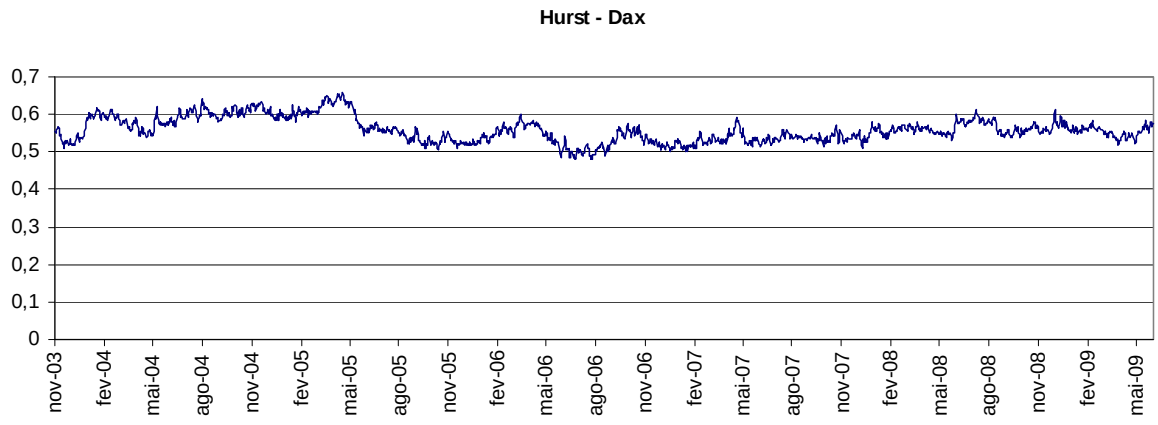
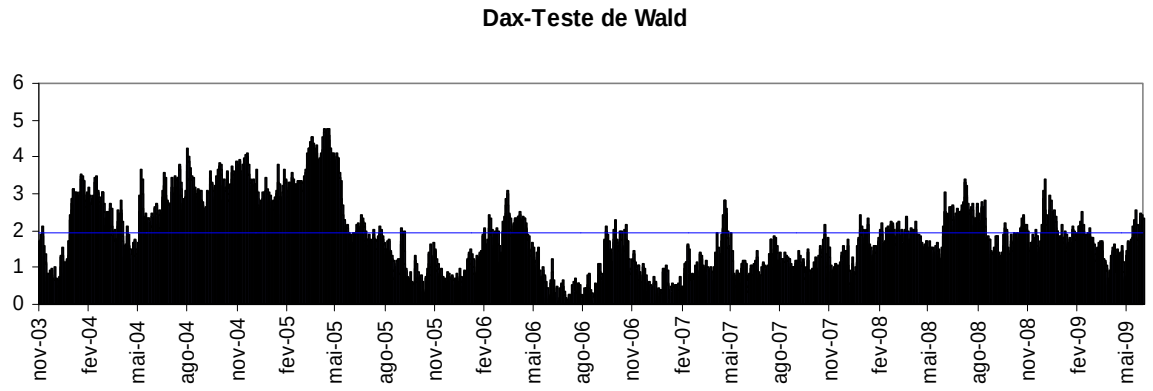


Gráfico 18 - Teste de Wald para validação do Expoente de Hurst do índice DAX



Em relação à análise do comportamento do Expoente de Hurst para o índice DAX, pode-se observar que no início do período analisado há presença de memória longa persistente. Isto, pois, o Gráfico 17 revela valores para o expoente próximos de 0,6 de março de 2004 até julho de 2005. O Gráfico 18 comprova esta análise, uma vez que neste período aceita-se a hipótese alternativa ($H_1 : H \neq 0{,}5$).

De março de 2005 até março de 2008 há oscilações próximas ao valor de 0,5 para o expoente de Hurst, sugerindo a presença de comportamento aleatório. O Teste de Wald ratifica esta interpretação, já que neste período, na maior parte das vezes, aceita a hipótese nula ($H_0 : H = 0{,}5$)

Ressalta-se também que o índice DAX, diferentemente dos demais anteriormente analisados, durante o período da crise financeira iniciada em 2008, apresenta indícios de memória longa persistente, enquanto nos outros índices havia presença de comportamentos aleatórios.

- **IBEX-35**

Gráfico 19 - Cálculo do Expoente de Hurst para o índice IBEX-35

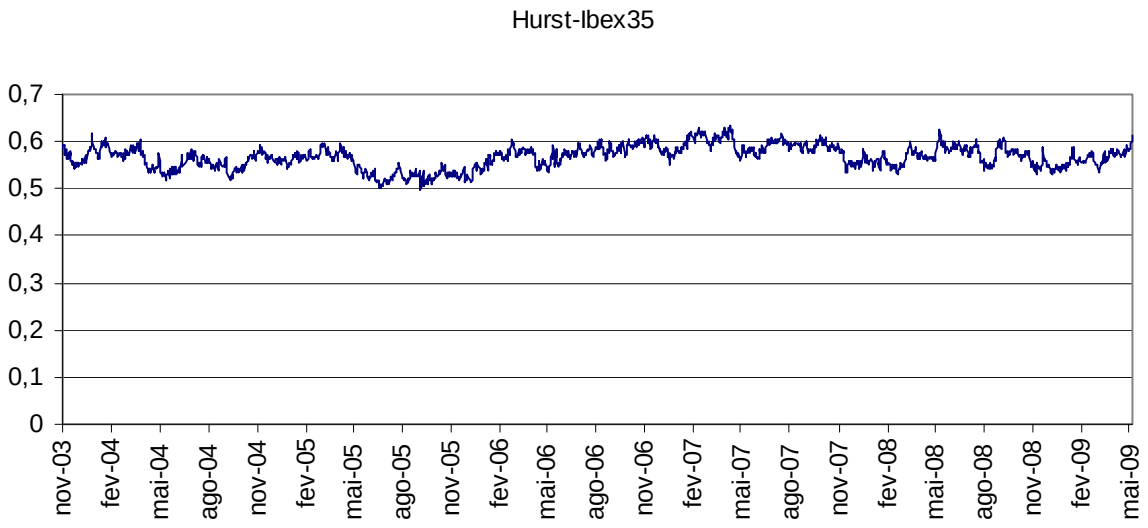
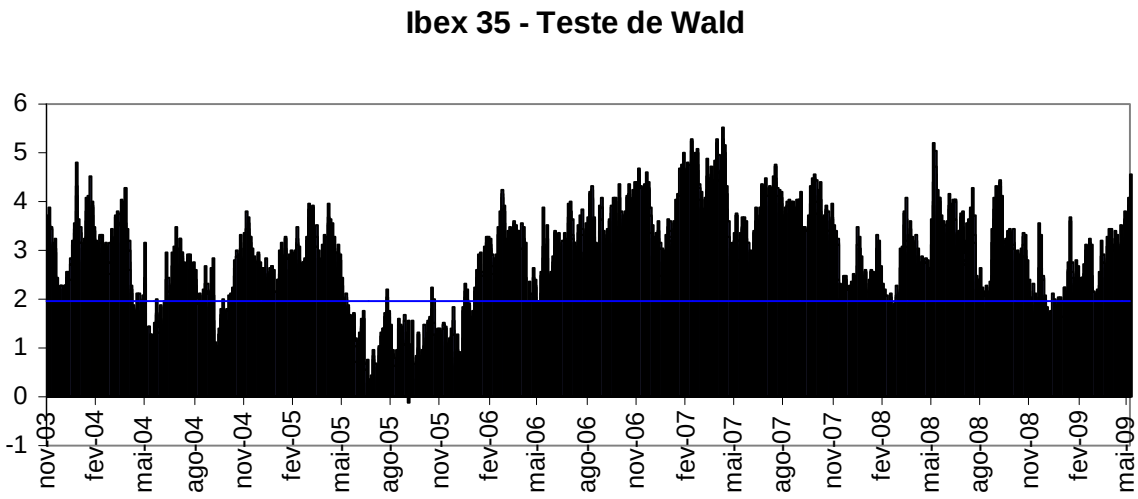


Gráfico 20 - Teste de Wald para validação do Expoente de Hurst do índice Ibex-35



Ao analisar o Expoente de Hurst para o índice Ibex-35, pode-se observar pelo Gráfico 19 que, em quase todo o período analisado há indícios de presença de memória longa persistente, pois os valores oscilam em um patamar acima de 0,5.

O Teste de Wald exposto no Gráfico 20 revela que apenas no período de julho de 2005 até março de 2006 a hipótese nula ($H_0 : H = 0{,}5$) deve ser aceita, indicando que, neste período, há indícios de movimentos aleatórios.

Assim como ocorrera com o índice DAX, o Ibex-35 apresentou memória longa persistente no período da crise mundial financeira iniciada em 2008.

5 CONCLUSÕES CONSIDERAÇÕES FINAIS

No que diz respeito ao comportamento dos preços dos ativos, nos mercados de capitais, a corrente teórica de eficiência de mercado pressupõe que os preços variam aleatoriamente, sendo impossível de se identificar padrões ou se fazer previsões. Por outro lado, existem estudos que tentam evidenciar que a teoria da hipótese de eficiência não é válida e, por sua vez, pressupõem que existem padrões de comportamento nos preços, que podem ser identificados, tal como a existência do processo de memória longa, que é um efeito que indica que um determinado evento tem conseqüências repercutidas por longos tempos e causam correlação entre si. Diante deste embate, o problema de pesquisa investigado foi: Como se comportam as séries temporais das cotações dos principais índices de bolsas de valores mundiais, no que diz respeito à existência de memória longa?

O objetivo, portanto, consistiu em analisar o comportamento dos índices das dez maiores bolsas de valores do mundo no período compreendido entre junho de 1999 e junho de 2009. Para testar a existência da memória longa ou existência de um passeio aleatório, foi utilizado o cálculo do expoente de Hurst, seguido do teste de hipótese (teste de Wald) para que fosse feita a validação estatística dos resultados.

As principais conclusões obtidas foram que, de maneira geral, os comportamentos dos índices apresentaram fortes indícios de presença de memória longa no início do período analisado, em especial nos momentos que antecederam a crise financeira de 2008 evidenciando, portanto, que neste período o comportamento dos índices obteve um padrão de comportamento ou, ainda, que comportamentos aleatórios não foram constatados neste período. Também foi possível perceber que não houve, em momento algum, resultados que sugerissem a presença da memória longa anti-persistente. Em todos os casos em que os valores do expoente de Hurst foram inferiores a 0,5, o Teste de Hipótese indicava pela

aceitação da hipótese nula e, conseqüentemente, pela afirmação existência de um passeio aleatório e não da existência da memória longa anti-persistente.

Este fato sugere que o comportamento dos índices segue a tendência de que os impactos gerados no passado impliquem em eventos de mesma direção em datas futuras. Assim, constata-se que períodos de ascensão nos índices fazem com que, futuramente, haja mais elevações nos índices, assim como movimentos de queda geram novas reduções nos índices posteriormente. O comportamento do investidor explica este fenômeno, pois, talvez, sugere que o investidor, de maneira geral, tende a acreditar que os movimentos se mantenham iguais, as elevações gerando mais elevações e as quedas, implicando em mais quedas.

Outro ponto investigado no trabalho foi verificar qual o comportamento do expoente de Hurst no período da crise mundial financeira agravada a partir do segundo semestre de 2008. Foi possível constatar que, dentre os dez índices analisados, nove destes apresentaram tendência de um comportamento aleatório neste período. Apenas o índice DAX revelou indícios de presença da memória longa persistente neste tempo. Nos demais índices, foi perceptível a queda dos valores do expoente de Hurst, fazendo com que permanecessem em patamares próximos aos valores de 0,5 e, estatisticamente, podendo-se aceitar a hipótese nula da existência do passeio aleatório. Em especial, o índice FTSE apresentou sensível queda do expoente de Hurst neste período, assim como o índice SSE. No qual, inclusive, constatou-se a ausência de memória longa apenas neste período. Nos demais, muito embora fora constatada a aleatoriedade no período da crise, tal fenômeno pode ser observado em outros períodos. Este resultado sugere que, de fato, os períodos de crise repercutem de maneira singular nos preços dos ativos. É possível sugerir que os padrões e tendências observados nos índices em outros momentos acabam se desfazendo quando há crise. Pode ser que o comportamento dos investidores sejam enviesados e realizados de maneira impensada. É sabido, também, que as crises elevam o grau de desconfiança, além de subvalorizar rapidamente os preços dos ativos,

o que certamente altera o padrão de comportamento do investidor. Ou, ainda, este resultado pode revelar que, em momentos de crise, modelos de precificação de ativos, análises técnicas e fundamentalistas não são utilizadas como ferramentas, no que diz respeito ao processo de tomada de decisão dos investidores e, consequentemente, à sua racionalidade.

No que diz respeito à eficiência de mercado, foi possível apurar que prevaleceu, na maior parte do período analisado, a presença da memória longa persistente para todos os índices, o que significa que os eventos ocorridos no passado tiveram impactos de mesma direção no futuro, evidenciando correlação entre estes fenômenos. Os sinais de comportamento dos preços sob um mercado eficiente ocorreram em períodos curtos e isolados. Ressalta-se, porém, que evidências de um comportamento de mercado eficiente foram detectadas para os índices S&P/TSX-60, DAX, FTSE e, em intensidade menor, para o índice Euronext. Outro aspecto a ser salientado é que os índices SSE, da bolsa de valores de Xangai, e Hang Seng, da bolsa de valores de Hong Kong, mostraram comportamentos similares ao longo do tempo. Os valores do Expoente de Hurst para ambos os mercados persistiram acima de 0,5 e sofreram uma redução apenas no período próximo a crise financeira. Porém, não foi realizado nenhum teste estatístico que pudesse comprovar este fenômeno como sendo uma espécie de tendência regional.

Como sugestão para trabalhos futuros, indica-se o uso de um número maior de séries, sendo o período de análise o mais amplo possível. Recomenda-se a utilização das volatilidades dos índices, além das séries de retornos, a fim de verificar se há significativas diferenças entre tais séries. Em especial, em momentos que repercussões fortes nos preços de ativos que podem ter como conseqüências volatilidades que permanecem constantes por longos períodos.

Para que seja possível uma análise detalhada das tendências regionais do comportamento do expoente de Hurst, sugerem-se cálculos estatísticos que possam comprovar

a existência de similaridades entre os índices. O cálculo da estatística multivariada de análise de cluster, por exemplo, pode ser eficiente neste sentido. As séries dos expoentes de Hurst podem ser agrupadas conforme critérios pré-estabelecidos indicando se há tendências regionais (de acordo com continente), conforme os tamanhos das bolsas ou conforme os volumes de negociações ou, ainda, de acordo com outra característica qualquer.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ADDISON, P. S. **Fractals and Chaos**. 1997, Philadelphia: IOP Publishing

ANCHITE, C. F.; ISSLER J. V. Racionalidade e previsibilidade no mercado brasileiro de ações: Uma aplicação de modelos de valor presente. **Escola de pós graduação em economia - Fundação Getúlio Vargas. Est. Econ. São Paulo**. V. 32, N. 2, p. 159-201. Abr/jun 2002.

ASTE, T. , Dacorogna M. M., Matteo T. Long-term memories of developed and emerging markets: Using the scaling analysis to characterize their stage of development. **Journal of Banking & Finance** V.29, p. 827-851. 2005

ASSAF NETO, A. **Finanças Corporativas e Valor** 2. ed. São Paulo: Atlas, 2005.

BARKOULAS, J. T. BAUM, C. F. Long term dependence in stock returns. Economics Letter, 53:3, 253-259, Boston

BARTH, J. R. S. **Previsibilidade da taxa de câmbio e as intervenções da autoridade monetária: o caso australiano.** 77 f. Dissertação (Mestrado em economia) – Universidade Católica de Brasília, Brasília, 2005.

BARKOULAS, J., T.; BAUM C. F. Long Term Dependence in Stock Returns. Economics Letters. Elsevier, vol. 53(3), pages 253-259, Dez. 1996

BOLSA DE VALORES DO ESTADO DE SÃO PAULO – BOVESPA, disponível em: http://www.bovespa.com.br. Acesso em: 10 de mar. de 2009

BRUNI A. L.; FAMÁ R. Eficiência, previsibilidade dos preços e anomalias em mercado de capitais: Teoria e evidências. **Caderno de Pesquisas em Administração**. São Paulo, v. 1, n°7, 2 trim/1998

CAMARGOS, M. A; BARBOSA, F. D. Teoria e evidência da eficiência informacional do mercado de capitais. **Caderno de Pesquisas em Administração.** São Paulo, v. 10, nº 1, janeiro/março 2003

CAJUEIRO, D. O.; TABAK, B. M (2004). The Hurst exponent over time: testing assertion that emerging markets are becoming more efficient. **Physica A**, v.336, p.521-534, 2004.

CAJUEIRO, D. O.; TABAK, B. M (2005). The rescaled variance statistic and the determination of the Hurst exponent. **Mathematics and computers in simulation**, v.70, n_.3, p.172-179, 2005.

CAJUEIRO, D. O.; TABAK, B. M.; SOUZA, S. R. S. Investigação da memória de longo prazo na taxa de câmbio do Brasil**. Trabalhos para Discussão, Banco Central do Brasil**. v.113, 2006.

CAJUEIRO, D. O.; TABAK, B. M.; SOUZA, S. R. S Long Range Dependence in Exchange Rates: The case of European Monetary System, 2007

CORREIA M. M. R. L. **Memória longa, agrupamento de valores extremos e assimetrias em séries financeiras.** 1998. 78 f. Dissertação (Mestrado em administração) – Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1998

DI MATTEO T., ASTE T., DACOROGNA M. M., Long-term memories of developed and emerging markets: Using the scaling analysis to characterize their stage of development. **Journal of Banking & Finance.** Vol. 29, p.827–851. (2005)

FAMA, E. F. Efficiente capital markets: a review of theory and empirical work. 1970 **Journal of Finance**, maio, pp 383-417.

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4 ed. 2002 São Paulo: Atlas.

GIRAITIS, L.; KOKOSZKA, P. LEIPUS R.; TEYSSIÈRED G. Corrigendum to ‘‘Rescaled variance and related tests for long memory in volatility and levels’’ **Journal of Econometric**. V.112 p.265–294. 2003

GRIMMENTT, G. R.; STIRZAKER D. R. **Probability and Random Processes**. Oxford University Press: Nova York, 1982.

HURST, E. Long term storage capacity of reservoirs. **Transactions of the American society of civil engenieers**, v.116, p.770-799, 1951.

JACOBSEN, B. Long Term Dependence in stock returns. **Journal of Empirical Finance**, Volume 3, Issue 4, P. 393-417. Amsterdan, 1996

JARQUE, C.; BERA, A. A Test for normality of obervations and regression residuals. **International Statistical Review**, v.55, p.163-172, 1987.

KENDALL, M. G. The analysis of economic time series, Part I - Prices. **The Journal of the Royal Statistical Society**, London: The Society, v. 96, p. 11-25, 1953 (Part I).

LIMA L. A. O. Auge e declínio da hipótese de mercados eficientes. **Revista de Economia Política**, vol. 23, nº 4 (92), outubro-dezembro/2003

LEITE, H. P.; SANVICENTE, A. Z. **Índice Bovespa: Um padrão para investimentos brasileiros.**1 ed., Atlas, 1995, São Paulo.

LO, A. W. Long term-memory in stocks market prices. Econometrica, v.59, n_.5, p.1279-1313, 1991.

MANDELBROT, B. **Mercados Financeiros Fora de Controle**. 1 ed. Elsevier, 2004, Rio de Janeiro.

MANDELBROT, B. A multifractal walk down Wall Street. **Scientific American**, p.50-53, 1999.

MORETTIN, P. A. **Econometria Financeira:** um curso em séries temporais financeiras. 2006, São Paulo: IME-USP.

MARQUES, B. A. A. **Um Estudo Sobre a Teoria Dos Fractais e Sua Relação Com A Memória de Longo Prazo em Séries Temporais Financeiras**. 101 f. Trabalho de conclusão de curso. (Monografia em matemática aplicada a negócios) FFCLRP-USP, Ribeirão Preto, 2007.

MUNIANDY, S., LIM, S., & MURUGAN, R. (2001). Inhomogeneous scaling behaviors in Malaysian foreign currency exchange rates. **Physica A**, 301(1):407–428.

NEW YORK STOCK EXCHANGE – NYSE, disponível em: http://www.nyse.com. Acesso em: 10 mar. 2009

ROBINSON, P. Log-periodogram regression of time series with long range dependence. **Annals of Statistics**, v.23, n.3, p.1.048-1.072, 1995.

RUIZ, JOÃO ÁLVARO. **Metodologia Científica**. 4 ed. 1996 São Paulo: Atlas

SAFFI. P. A. C. Análise Técnica: Sorte ou realidade. **Revista Brasileira de Economia**. Vol. 57, No 4, 2003

STEVENSON, WILLIAN, L. **Estatística Aplicada à Administração**. 2 ed. Harbra, Petrópolis, Rio de Janeiro, 1997

TORRES, R.; BONOMO, M.; FERNANDES C. A aleatoriedade do passeio na Bovespa: testando a eficiência do mercado acionário brasileiro. **Revista Brasileira de economia**. vol.56 no.2 Rio de Janeiro Abr./Jun. 2002

WIENER, N. Differential-space. J. Math. Phys. Mass. Inst. Technol, v.2, p.131-174, 1923.

WORLD EXCHANGE. Disponível em: http://www.world-exchanges.org/. Acesso em: 15 abr. 2009.

Anexo A

```
// Estatística R/S para a Estimação do Expoente de Hurst ao longo do tempo
// Inclusão das bibliotecas
# include <stdio.h>
# include <math.h>
# include <stdlib.h>
// Definição do tamanho dos vetores
# define t 20000
# define u 10000
// Declaração das variáveis para o cálculo da Estatística R/S
float x[t], r[t], rb[u][t], RS[t], RSb[t];
float max[t], min [t], med[t], s[u][t], S[t], R[t], *p;
int M, N, A, n, resto ,  qtret , qtobs , k, cons , m, conta ;
// Declaração das variáveis para o cálculo do Expoente de Hurst
float soma_x , soma_y , media_x , media_y , num[t], den[t], soma_num , soma_den , H;
// Declaração das variáveis para AR (1)
float a, b, media_ar_x , media_ar_y , num_a , den_a , soma_num_a , soma_den_a ;
// Declaração dos operadores
int i, j, count , opção , opcaoar ;
// Declaração dos arquivos
FILE *input , * output ;
int maxdiv , vmax , teste , numdiv [t], qlret ;
float rest ;
// Início do programa
main (){
printf ("\n ESTIMACAO DO EXPOENTE DE HURST POR MEIO DA ESTATISTICA
R/S");
// Arquivo : "r" = read
input = fopen ("vale.txt","r");
// Leitura da série temporal
for (i=0; i<t; i ++){
fscanf (input , "%f", &x[i]);
fscanf (input , "\n");
p = &x[i];
if (*p==0){
break ;
}
qtobs = qtobs + 1;
}
// Cálculo dos retornos logarítmicos entre as observações da série temporal
for (i=0; i< qtobs ; i ++){
r[i+1] = log(x[i +1]/x[i]);
}
qtret = qtobs - 1;
printf ("\n\n\n A serie temporal utilizada contem %d observações , o que resulta em %d log -
retornos ", qtobs , qtret );
printf ("\n\n Você deseja estimar os resíduos do AR (1) da serie de retornos ?");
printf ("\n\n 1. Sim | 2. Não \n\n ");
```

```
scanf ("%d", & opcaoar );
while ( opcaoar !=1&& opcaoar !=2) {
printf ("\n Opcao inexistente ! Entre novamente com a opcao : ");
scanf ("%d", & opcaoar );
}
if ( opcaoar ==1) {
qtret = qtobs - 2;
output = fopen (" Output_Hurst_AR (1) .xls ","w");
}
else if ( opcaoar==2) {
output = fopen (" Output_Hurst .xls","w");
}
printf ("\n\n Escolha quantos log - retornos serao utilizados na Estat . R/S:");
printf ("\n\n 1. todos , ou seja , os %d log - retornos ", qtret );
printf ("\n\n 2. qtdade mais proxima de %d com mais divisores ", qtret );
printf ("\n\n 3. outra quantidade \n\n ");
scanf ("%d", & opcao );
while ( opcao !=1&& opcao !=2&& opcao !=3) {
printf ("\n Opcao inexistente ! Entre novamente com a opcao : ");
scanf ("%d", & opcao );
}
if ( opcao ==1) {
N = qtret ;
}
else if ( opcao ==2) {
printf ("\n\n aguarde ...");
for (j=0; j <= qtret -100; j++){
teste = qtret - j;
numdiv [ teste ] = 0;
for (i =10; i <= qtret /2; i++){
rest = teste %i;
if ( rest ==0) {
numdiv [ teste ] = numdiv [ teste ] + 1;
}
}
}
maxdiv = numdiv [100];
for (i =100; i <= qtret ; i++){
if ( numdiv [i] >= maxdiv ){
maxdiv = numdiv [i];
vmax = i;
}
}
printf ("\n\n A qtdade de log - retornos com mais divisores e %d, com %d divisores ", vmax ,
maxdiv );
N = vmax ;
}
else if ( opcao ==3) {
printf ("\n\n Entre com a quantidade de log - retornos a serem utilizados : ");
scanf ("%d", &N);
```

```
}
// Cálculo dos resíduos AR (1)
if( opcaoar ==1) {
media_ar_x = 0;
media_ar_y = 0;
soma_num_a = 0;
soma_den_a = 0;
for (i=1; i<N; i ++){
media_ar_x = media_ar_x + r[i];
media_ar_y = media_ar_y + r[i +1];
}
media_ar_x = media_ar_x /(N -1);
media_ar_y = media_ar_y /(N -1);
for (i=1; i<N; i ++){
num_a = (r[i] - media_ar_x )*(r[i+1] - media_ar_y );
den_a = pow (r[i] - media_ar_x ,2);
soma_num_a = soma_num_a + num_a ;
soma_den_a = soma_den_a + den_a ;
}
b = soma_num_a / soma_den_a ;
a = media_ar_y - b* media_ar_x ;
printf ("\n\n a = %f \n\n b = %f \n\n", a, b);
for (i=0; i<N; i ++){
r[i+1] = r[i+1] - (a + b*r[i]);
}
}
printf ("\n\n Entre com o tamanho de cada janela : ");
scanf ("%d", &N);
printf ("\n\n Entre com o tamanho do intervalo entre cada janela : ");
scanf ("%d", &k);
fprintf ( output , " Janela \t Hurst ");
for (m=0; m <=( qtret -N)/k; m++){
cons = m*k;
printf ("\n retornos de %d a %d", cons , cons + N);
soma_x = 0;
soma_y = 0;
count = 0;
for (n =10; n <=N /2; n ++){
A = N/n;
resto = N%n; // Calcula o resto da divisão de N por A
if( resto ==0) { // Pois n = N/A deve ser inteiro
// Divide -se a s´erie temporal em A blocos de n elementos cada
for (i=1; i <=A; i ++){
for (j=1; j <=n; j ++){
rb[i][j] = r[j+ cons +(i -1)*n];
}
}
// Calcula -se a Estatística R/S associada ao tamanho de bloco n
// Calcula -se a média de retorno de cada bloco
for (i=1; i <=A; i ++){
```

```
med [i] = 0;
for (j=1; j <=n; j ++){
med [i] = med[i] + rb[i][j];
}
med [i] = med [i]/n;
}
// Calcula -se o desvio padrão de cada bloco
for (i=1; i <=A; i ++){
s[i ][0] = 0;
for (j=1; j <=n; j ++){
s[i][j] = pow (( rb[i][j] - med[i]) ,2);
s[i][j] = s[i][j -1] + s[i][j];
}S
[i] = sqrt (s[i][n]/n);
}
// Cria -se a soma cumulativa
for (i=1; i <=A; i ++){
for (j=1; j <=n; j ++){
rb[i][j] = rb[i][j] - med[i];
}
}
for (i=1; i <=A; i ++){
rb[i][j -1] = 0;
for (j=1; j <=n; j ++){
rb[i][j] = rb[i][j -1] + rb[i][j];
}
}
// Calcula -se o range de cada bloco
for (i=1; i <=A; i ++){
max [i] = 0;
for (j=1; j <=n; j ++){
if (rb[i][j] > max[i]){
max [i] = rb[i][j];
}
}
}
for (i=1; i <=A; i ++){
min [i] = 0;
for (j=1; j <=n; j ++){
if (rb[i][j] < min[i]){
min [i] = rb[i][j];
}
}
}
for (i=1; i <=A; i ++){
R[i] = max[i] - min [i];
}
// Calcula -se a Estatística (R/S)i para cada bloco
for (i=1; i <=A; i ++){
RSb [i] = R[i]/S[i];
```

```
}
// Calcula -se a média de (R/S)i e se associa ao bloco n
RSb [0] = 0;
for (i=1; i <=A; i ++){
RSb [i] = RSb [i -1] + RSb[i];
}
RS[n] = RSb[A]/A;
soma_x = soma_x + log10 (n);
soma_y = soma_y + log10 (RS[n]);
count = count + 1;
}
}
// Regressão por Mínimos Quadrados Ordinários para estimar o Expoente de Hurst
soma_num = 0;
soma_den = 0;
media_x = soma_x / count ;
media_y = soma_y / count ;
for (n =10; n <=N /2; n ++){
A = N/n;
resto = N%n;
if( resto ==0) {
num [n] = ( log10 (n) - media_x )*( log10 (RS[n]) - media_y );
den [n] = pow( log10 (n) - media_x ,2);
soma_num = soma_num + num [n];
soma_den = soma_den + den [n];
}
}
H = soma_num / soma_den ;
printf ("\n\n H = %.4f \n\n", H);
fprintf ( output , "\n %d a %d \t %.4f", cons , cons + N, H);
}
// Fechamento dos arquivos
fclose ( input );
fclose ( output );
system("pause");
}
```