

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO E CONTABILIDADE  
DE RIBEIRÃO PRETO  
DEPARTAMENTO DE ADMINISTRAÇÃO

LUIZ EDUARDO GAIO

**Gestão de riscos no mercado financeiro internacional: Uma análise  
comparativa entre modelos de volatilidade para estimação do  
*Value-at-Risk***

Orientador: Prof. Dr. Tabajara Pimenta Júnior

Ribeirão Preto  
2009

Prof. Dr. João Grandino Rodas  
Reitor da Universidade de São Paulo

Prof. Dr. Rudinei Toneto Junior  
Diretor da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto

Prof. Dr. André Lucirton Costa  
Chefe do Departamento de Administração

LUIZ EDUARDO GAIO

**Gestão de riscos no mercado financeiro internacional: Uma análise comparativa entre modelos de volatilidade para estimação do *Value-at-Risk***

Dissertação apresentada ao Programa de Pós Graduação em Administração de Organizações da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto da Universidade de São Paulo como requisito para obtenção do título de Mestre em Administração de Organizações.

Orientador: Prof. Dr. Tabajara Pimenta Júnior

Ribeirão Preto  
2009

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Gaio, Luiz Eduardo

Gestão de riscos no mercado financeiro internacional: Uma análise comparativa entre modelos de volatilidade para estimação do Value-at-Risk, Ribeirão Preto, 2009.

99 p.

Dissertação de Mestrado, apresentada à Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto da Universidade de São Paulo.

Orientador: Pimenta Junior, Tabajara

1. Gestão de Risco. 2. Mercado de Capitais. 3. *Value-at-Risk*. 4. modelos ARCH

## DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho aos meus pais, José Antônio Gaio (*in memória*) e Solange Carvalho Gaio, com amor, dedicação e gratidão pela compreensão, carinho, presença e incansável apoio ao longo do período de elaboração deste trabalho.

## AGRADECIMENTOS

Diante do longo caminho percorrido e as dificuldades encontradas, resta-me os sinceros agradecimentos pelas colaborações de todas as pessoas que acompanharam este trabalho, bem como aquelas que de forma indireta forneceram suas contribuições. Portanto, cabe a mim relacioná-las a seguir:

Ao prof. Dr. Tabajara Pimenta Júnior, orientador, grande amigo, o melhor professor de Finanças que tive a oportunidade de conhecer, e sem dúvida, o melhor professor que já tive em toda minha vida. Um exemplo de pessoa, tanto no meio acadêmico quanto na vida pessoal, com seu jeito espontâneo, sincero e carismático de ser. Taba, sem sua orientação, este trabalho não existiria!!

A minha família que sempre me apoiou e esteve sempre presente nos momentos que mais precisei. Em especial aos meus pais Solange Carvalho Gaio e José Antônio Gaio (*in memória*) e irmão Leandro Carvalho Gaio a qual sempre me incentivaram a lutar pelos meus sonhos.

Ao André Ribeiro de Oliveira, grande amigo, que mesmo morando no Rio de Janeiro, esteve presente em alguns momentos.

Ao Rodrigo Campos Malavoglia, grande amigo, que esteve sempre presente em todos os momentos de minha vida acadêmica na USP.

Ao Carlos Alberto Grespan Bonacim, grande amigo, que me incentivou a dedicar a vida acadêmica com publicações nos mais variados meios.

Ao Marcelo Ambrozini, grande amigo, um dos melhores professores de contabilidade que tive a oportunidade de conhecer.

Ao Eduardo Garbes Cicconi, grande amigo, que me deu a oportunidade de ingressar na carreira de docência.

Agradeço as sugestões e críticas construtivas dos membros da banca de qualificação, Prof. Dr. Fabiano Guasti Lima e Prof. Dr. Marcelo Nagano.

Aos amigos do Programa de Pós Graduação em Administração de Organizações da FEA-RP/USP, pelos momentos de risadas e companheirismo. Todos foram muito importantes e tornaram o curso mais agradável.

Aos amigos e alunos da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da Fundação Educacional de Ituverava a qual tive a oportunidade de trabalhar como docente. Em especial aos professores Willy, Penedo, Luciana, Mariângela, Marina, Mombuca, e Saulo.

Aos amigos da casa de pós graduação da USP, pelos momentos de risada e companheirismo. Em especial: Jaqueline, Roberto Ruller, Grayce, Nunila, Wagner, Dorileu, Gabi e Fernando.

Aos amigos e professores da UFLA, Profa. Thelma, Profa. Mônica, Prof. Gonzaga, Lucas Silvestre, Pedro Machado, Lucas do Carmo, Nilo, Marcelo, Rolim, Denis, Thiago Benedete, Tarsila e Gabriel.

Aos amigos e amigas que fiz em Ribeirão. Em especial: Claudia Liporace, João Paulo, Danton, Rodrigo e Iraci.

A turma da SUPERA e da FIPASE.

A todos que me apoiaram e acreditaram em minhas conquistas.

*“A vida é complicada,  
mas não desinteressante.”*

Jersy Neyman



## RESUMO

GAIO, L. E. **Gestão de riscos no mercado financeiro internacional: Uma análise comparativa entre modelos de volatilidade para estimação *Value-at-Risk***. 2009, 97 f. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto, Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto, 2009.

Durante os últimos anos, tem havido muitas mudanças na maneira como as instituições financeiras avaliam o risco. As regulações têm tido um papel muito importante no desenvolvimento das técnicas de medição do risco. Diante das diversidades de técnicas de estimação e análise de risco utilizadas pelas bolsas de valores e de futuros, nacionais e internacionais, bem como as *Clearings* de controle de risco, este estudo propôs uma análise comparativo de modelos de volatilidade para o cálculo do *Value-at-Risk* (VaR) aplicados aos principais índices de ações do mercado financeiro internacional. Utilizou-se os modelos de volatilidade condicional da família ARCH levando em consideração a presença de longa dependência em seus retornos (memória longa) e assimetria na volatilidade. Em específico, utilizaram-se os modelos GARCH, EGARCH, APARCH, FIGARCH, FIEGARCH, FIAPARCH e HYGARCH estimados a partir de quatro diferentes distribuições, Normal, *t-Student*, G.E.D. e *t-Student* Assimétrica. Analisaram-se os índices dos principais mercados de ações do mundo, sendo: Dow Jones, S&P 500, Nasdaq, Ibovespa, FTSE e Nikkei 225. Testou-se também a capacidade preditiva do modelo *Riskmetrics* desenvolvido pelo J.P. Morgan para o cálculo do VaR, comparado com os modelos de volatilidade. Os resultados obtidos sugerem que o pacote desenvolvido pelo J.P.Morgan não se aplica adequadamente à realidade do mercado acionário mundial, como ferramenta de gestão e controle do risco das oscilações dos preços das ações de empresas negociadas nas bolsas de Nova Iorque, Nasdaq, BM&FBOVESPA, bolsa de Londres e bolsa de Tóquio. Os modelos que consideram o efeito de memória longa na volatilidade condicional dos retornos dos índices, em especial o modelo FIAPARCH (1,d,1), foram os que obtiveram melhor ajuste e desempenho preditivo do risco de mercado (*Value-at-Risk*), conforme valores apresentados pelo teste de razão de falha proposto por Kupiec (1995).

Palavras-Chave: Gestão de Risco, Mercado de Capitais, *Value-at-Risk*, modelos ARCH

## ABSTRACT

GAIO, L. E. **Risk management in international financial market: A comparative analyze between volatility models to Value-at-Risk estimation.** 2009, 97 f. Dissertation (Master Degree) – Faculty of Economy, Business, Accountability of Ribeirão Preto, University of São Paulo, Ribeirão Preto, 2009.

In recent years, there have been many changes in how financial institutions assess risk. The regulations have had a very important role in the development of techniques for measuring risk. Considering the diversity of estimation techniques and risk analysis used by stock exchanges and futures, national and international, as well as clearing houses of risk control, this study proposed a comparative analysis of volatility models for calculating Value-at-Risk (VaR) to the major stock indexes of international finance. It used models of conditional volatility of the ARCH family taking into account the presence of long dependence on their returns (long memory) and asymmetry in volatility. Specifically, it used the models GARCH, EGARCH, APARCH, FIGARCH, FIEGARCH, FIAPARCH and HYGARCH estimated the birth of four different distributions, Normal, t-Student, GED and t-Student Asymmetric. It analyzed the contents of the major stock markets of the world, being: Dow Jones, S & P 500, NASDAQ, Bovespa index, FTSE and Nikkei 225. Was also tested the predictive ability of the RiskMetrics model developed by JP Morgan for the calculation of VaR, compared with the models of volatility. The results suggest that the package developed by JPMorgan does not apply adequately to the reality of global stock market as a tool to manage and control the risk of fluctuations in stock prices of companies traded on the New York Stock Exchange, Nasdaq, BM&FBOVESPA, London Stock Exchange and Tokyo Stock Exchange. Models that consider the effect of long memory in conditional volatility of returns of the indices, especially the model FIAPARCH (1, d, 1), were the ones showing better fit and predictive performance of market risk (Value-at-Risk) , according to figures provided by the ratio test proposed by Kupiec (1995).

Keywords: Risk Management, Stock Market, Value-at-Risk, ARCH models

## SUMÁRIO

<b>LISTA DE ABREVIATURAS</b> .....	1
<b>LISTA DE FIGURAS</b> .....	2
<b>LISTA DE TABELAS</b> .....	3
<b>LISTA DE QUADROS</b> .....	4
<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	5
1.1 Problema de pesquisa .....	8
1.2 Objetivos .....	8
1.3 Descrição dos Capítulos .....	9
<b>2 REVISÃO DE LITERATURA</b> .....	10
2.1 O conceito de Risco .....	10
2.2 Value-at-Risk (VaR) .....	13
2.3 Modelos de Volatilidade .....	17
2.4 Modelo Riskmetrics .....	19
2.5 Modelos de Memória longa .....	20
2.6 Evidências Empíricas .....	24
<b>3 METODOLOGIA</b> .....	30
3.1 Natureza da Pesquisa .....	30
3.2 Dados da Pesquisa .....	31
3.3 Análise dos dados .....	34
<b>4 RESULTADOS E DISCUSSÃO</b> .....	47
4.1 Comportamento das séries de retorno dos índices .....	47
4.2 Modelagem da volatilidade condicional .....	58
4.3 Análise do <i>Value-at-Risk</i> .....	72
<b>5 CONCLUSÃO E CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	77
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	79

**LISTA DE ABREVIATURAS**

APARCH	<i>Assymetric Power ARCH</i>
ARCH	<i>Autoregressive Conditional Heteroscedasticity</i>
AIC	<i>Akaike Information Criterion</i>
BIC	<i>Bayesian Information Criterion</i>
Bacen	Banco Central do Brasil
Bovespa	Bolsa de Valores de São Paulo
BM&F	Bolsa de Mercadorias & Futuros
CVM	Comissão de Valores Mobiliários
DEAR	<i>Dayly Earnings at Risk</i>
DJIA	<i>Dow Jones Industrial Average</i>
EGARCH	<i>Exponential GARCH</i>
EWMA	<i>Exponential Moving Average</i>
FAC	Função de Autocorrelação
FACP	Função de Autocorrelação Parcial
FIAPARCH	<i>Factionary Integrated APARCH</i>
FIEGARCH	<i>Factionary Integrated EGARCH</i>
FIGARCH	<i>Factionary Integrated GARCH</i>
FTSE	<i>Financial Times Stock Exchange</i>
GARCH	<i>Generalized ARCH</i>
GED	<i>Generalized Error Distribution</i>
HEM	Hipótese de Eficiência de Mercado
HYGARCH	<i>Hyperbolic GARCH</i>
NNM	Nasdaq <i>National Market</i>
NYSE	<i>New York Stock Exchange</i>
SEC	<i>Securities and Exchange Commission</i>
S&P500	<i>Standard &amp; Poor 500</i>
TARCH	<i>Treshold ARCH</i>
VaR	<i>Value at Risk</i>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Riscos incorridos em uma instituição.....	11
Figura 2. <i>Value-at-Risk</i> .....	13
Figura 3. Descrição das etapas da pesquisa.....	38
Figura 4. Índice Dow Jones, retornos diários, histograma dos retornos diários e retornos diários contra distribuição normal. Período da amostra de 01 de janeiro de 2000 a 30 de dezembro de 2007.....	48
Figura 5. Índice S&P 500, retornos diários, histograma dos retornos diários e retornos diários contra distribuição normal. Período da amostra de 01 de janeiro de 2000 a 30 de dezembro de 2007.....	49
Figura 6. Índice Nasdaq, retornos diários, histograma dos retornos diários e retornos diários contra distribuição normal. Período da amostra de 01 de janeiro de 2000 a 30 de dezembro de 2007.....	50
Figura 7. Índice Bovespa, retornos diários, histograma dos retornos diários e retornos diários contra distribuição normal. Período da amostra de 01 de janeiro de 2000 a 30 de dezembro de 2007.....	51
Figura 8. Índice FTSE 100, retornos diários, histograma dos retornos diários e retornos diários contra distribuição normal. Período da amostra de 01 de janeiro de 2000 a 30 de dezembro de 2007.....	52
Figura 9. Índice Nikkei 225, retornos diários, histograma dos retornos diários e retornos diários contra distribuição normal. Período da amostra de 01 de janeiro de 2000 a 30 de dezembro de 2007.....	53

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1.	Principais índices internacionais .....	31
Tabela 2.	Forma Funcional dos modelos de volatilidade .....	35
Tabela 3.	Estatísticas descritivas, testes de Estacionaridade, heteroscedasticidade e linearidade dos retornos dos índices Dow Jone, S&P500, Nasdaq, Ibovespa, FTSE100 e Nikkei 225. Período da amostra de 01 de janeiro de 2000 a 30 de dezembro de 2007.....	54
Tabela 4.	Estimativas para dos coeficientes de autocorrelação e autocorrelação parcial para os retornos e retornos quadráticos dos índices Dow Jone, S&P500, Nasdaq, Ibovespa, FTSE100 e Nikkei 225. Período da amostra de 01 de janeiro de 2000 a 30 de dezembro de 2007.....	56
Tabela 5.	Resultados da estimação dos modelos de volatilidade da classe ARCH aplicado a séries de retorno do índice Dow Jones .....	58
Tabela 6.	Resultados da estimação dos modelos de volatilidade da classe ARCH aplicado a séries de retorno do índice S&P 500 .....	61
Tabela 7.	Resultados da estimação dos modelos de volatilidade da classe ARCH aplicado a séries de retorno do índice Nasdaq .....	63
Tabela 8.	Resultados da estimação dos modelos de volatilidade da classe ARCH aplicado a séries de retorno do Ibovespa .....	65
Tabela 9.	Resultados da estimação dos modelos de volatilidade da classe ARCH aplicado a séries de retorno do FTSE .....	68
Tabela 10.	Resultados da estimação dos modelos de volatilidade da classe ARCH aplicado a séries de retorno do Nikkei 225 .....	70
Tabela 11.	Síntese dos melhores modelos de volatilidade .....	71
Tabela 12.	Taxa de razão de falha (Teste Kupiec) .....	72

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1. Síntese dos trabalhos sobre VaR no mercado financeiro mundial .....	28
---	----



# INTRODUÇÃO

---

No segundo semestre de 2008 o mundo viveu um momento conturbado no mercado financeiro internacional. O que era apenas uma possibilidade de crise, tornou-se um fato. Quase 15 anos depois do desastre do Banco Baring, ocorrido em 1995, grandes corporações das finanças mundiais viram-se em estado de caos, em pouco tempo. Grandes instituições como Merrill Lynch, Lehman Brothers, Citibank, UBS, AIG, tiveram perdas de dezenas de bilhões de dólares no mercado financeiro, por problemas de empréstimos imobiliários para famílias de baixa renda, os empréstimos para *subprimes*.

Geralmente, grandes desastres financeiros ocorrem pela falta de monitoramento adequado das operações financeiras. Por esta razão, a gestão de risco ganhou força nas instituições financeiras. O estabelecimento de mecanismo de proteção e gestão se tornou uma importante defesa contra as oscilações dos preços dos ativos investidos e até mesmo como uma ferramenta de análise de investimento.

O emprego de técnicas que avaliem e mensurem todas as fontes de risco de uma carteira de investimentos possibilita ao gestor manter um maior controle sobre onde investir seus recursos, diante de um risco previamente desejado. O bom gestor de risco não é aquele que elimina todo o risco – porque, em geral, isto é impossível – mas aquele que possui recursos para gerenciá-lo de forma racional e eficiente.

Para Saunders (1996) existem cinco motivos pelos quais se devem mensurar o risco de mercado:

- 1) *Informação gerencial*. A alta administração consegue ter informações suficientes a respeito da exposição ao risco assumida pelos operadores. Tal exposição pode posteriormente ser comparada ao capital da instituição financeira;
- 2) *Fixação de limites*. Mensura os riscos de mercado das carteiras dos operadores, possibilitando o estabelecimento de limites em cada área de posição por operador.



- 3) *Alocação de recursos*. São comparados os riscos de mercado de diferentes áreas de operação, possibilitando descobrir a área que possui melhor capacidade de retorno dado um risco específico, de modo à re-alocar os recursos disponíveis.
- 4) *Avaliação de desempenho*. Permite verificar qual operador vem possuindo melhor relação risco/retorno de seus investimentos. Possibilitando a implantação de um sistema de remuneração racional. Operadores com maior risco/retorno não necessariamente serão os mais bem remunerados, comparados com os de menor exposição ao risco.
- 5) *Regulamentação*. Possibilita a alguns órgãos responsáveis que haja a regulamentação da exposição ao risco de mercado por meio de exigência de capital.

Durante os últimos anos, o modo como as instituições financeiras avaliam seus riscos vem sofrendo grandes mudanças. Estudos sobre análise de risco de mercado tem sido um dos principais focos de pesquisas relacionadas ao mercado de capitais, e dentre elas o *Value-at-Risk* (VaR) vem ganhando grande destaque no mundo acadêmico.

Em sua essência, o VaR visa estimar as perdas máximas possíveis por um investidor dentro de um intervalo de probabilidade.

Ele se tornou um dos mais importantes mecanismos de mensuração utilizados por diversos tipos de instituições, incluindo bancos, gestores de risco e administradores de carteiras. O bom gerenciamento das oscilações do mercado deixa de ser uma preocupação somente das instituições financeiras e passou a fazer parte das análises dos investidores que buscam segurança e proteção contra quedas repentinas de preços.

Diante das necessidades de desenvolver ferramentas consistentes e de fácil manipulação de gerenciamento de risco o grupo J.P. Morgan desenvolveu em 1994 o modelo *Riskmetrics* para mensuração do VaR de um mercado.

Segundo Dowd (1998), o *Riskmetrics* teve origem por iniciativa do ex-presidente do conselho de administração do banco norte americano J.P. Morgan, Dennis Weatherstone, que solicitou aos seus funcionários que elaborassem um relatório diário contendo um valor referente a exposição que o banco estava sofrendo ao risco de mercado em todas suas aplicações. Esse relatório deveria ser entregue todos os dias pontualmente às 4 horas e 15 minutos da tarde, após o fechamento do mercado.

Em síntese o *Riskmetrics* assume, em sua forma simplificada, que os retornos de um ativo financeiro se comportam conforme uma distribuição normal com média zero e variância expressa por um modelo EWMA (Alisamento Exponencial Médias

Móveis). Apesar de simplista, o modelo *Riskmetrics* se firmou ao longo dos anos e se tornou um modelo amplamente utilizado pelas instituições financeiras em todo o mundo. (MONTEIRO; SILVA, 2002)

Modelos como o *Riskmetrics* foram adotados também pelas indústrias, principalmente na administração e controle interno do risco. Um exemplo é o da Petrobrás S.A., a maior empresa brasileira. Nela, todas as aplicações financeiras realizadas pela tesouraria são submetidas a um sistema de controle de risco, que utiliza a metodologia *Value-at-Risk* (VaR), a fim de manter um controle e avaliação dos projetos de investimentos realizados. (PETROBRAS, 2004)

Após iniciativas do J.P. Morgan, pesquisadores de econometria financeira tentaram desenvolver diversos modelos de mensuração e cálculo do risco de mercado que superaram a capacidade preditiva do *Riskmetrics*. Dentre as várias linhas de pesquisa, estudos de risco de mercado adentraram o campo da estatística com a Teoria dos Valores de Extremos, trabalharam com modelos de volatilidade condicional da Economia, abordaram aspectos do fenômeno da memória longa em séries temporais, provindos das teorias físicas, trabalharam com simulações computacionais e testes de stress, dentre outros. No entanto, até o presente momento não existe ainda uma teoria, ou técnica unificada que consiga dominar o problema da mensuração dos riscos provindos das oscilações dos mercados internacionais, de forma simples, rápida e parcimoniosa.

Grande parte dos estudos tem se concentrado em estimar o VaR a partir de métodos de regressão pela modelagem da volatilidade condicional, geralmente utilizando os modelos com Heteroscedasticidade Condicional Autoregressiva, popularmente conhecido como modelos da família ARCH, inicialmente desenvolvido por Engle (1982), como é o caso dos estudos de Christoffersen, Hahn e Inoue (2001), Lee e Saltoglu (2002), Giot e Laurent (2003a), Giot e Laurent (2003b), Giot e Laurent (2004), Huang e Lin (2004), Angelidis, Benos e Degiannakis (2004), So e Yu (2006), Tang e Shieh (2006), Wu e Shieh (2007) e Niguez (2008). Tais modelos tem tido grande apelo acadêmico devido forma de estimação eficiente, boa capacidade preditiva e parcimonia. No entanto, a medida que as ciências estatísticas vem se desenvolvendo, diversos novos modelos de volatilidade condicional vem surgindo, principalmente os modelos derivados da família ARCH o que se faz necessário um estudo comparativo destes novos modelos aplicados a gestão de risco de mercado.

A relevância desta dissertação consiste justamente em um estudo comparativo de diversos modelos de volatilidade condicional utilizados nos mercados financeiros para o cálculo do risco de mercado. A boa mensuração e avaliação de risco é uma importante ferramenta para se evitar possíveis perdas inesperadas.

## 1.1. Problema de pesquisa

Este estudo visa responder a seguinte questão:

Diante de diversos modelos de volatilidade condicional qual o que melhor se aplica à realidade do mercado de capitais do mundo para se estimar o Value-at-Risk?

## 1.2. Objetivos

### 1.2.1. Objetivo Geral

Diante das diversidades de técnicas de estimação e análise de risco utilizados pelas bolsas de valores nacionais e internacionais, bem como as *Clearings House* de controle de risco, o objetivo do estudo é realizar uma análise comparativa de modelos de volatilidade condicional para o cálculo do *Value-at-Risk* (VaR) para o mercado financeiro mundial, levando em consideração a presença de longa dependência em seus retornos (memória longa).

### 1.2.2 Objetivo Específico

Como objetivos específicos têm-se:

- Identificar os índices mais importantes dos mercados acionários no mundo.
- Apresentar, com base na literatura acadêmica existente, quais os modelos estatísticos já desenvolvidos para a mensuração do *Value-at-Risk*, que utilizam a volatilidade condicional como *proxy*.
- Fazer uma análise estatística descritiva das séries de dados composta pelos principais índices dos mercados capitais no mundo, com o intuito de verificar possíveis efeitos como: normalidade, assimetria e curtose da distribuição dos

retornos. A ocorrência de tais efeitos são fatores importantes para a utilização de modelos com distribuições não-normais e assimétricos.

- Realizar estimativas do VaR baseado em modelos de volatilidade condicional, da classe ARCH (GARCH, EGARCH, TARCH e APARCH), para diferentes distribuições dos retornos (Gaussiana, *t-Student*, *t-Student* Assimétrica e *Generalized Error Distribution*) e diferentes regimes (Memória curta e longa) e comparar com o modelo considerado *benchmark* na gestão de risco, o *Riskmetrics*.
- Comparar e definir a melhor forma para a mensuração do *Value-at-Risk* aplicado aos diferentes mercados, através do teste de Kupiec.

### 1.3 Descrição dos Capítulos

Dando continuidade a este capítulo introdutório, o trabalho está dividido em mais dois capítulos.

No segundo capítulo é apresentada a revisão de literatura contendo o arcabouço teórico sobre gestão de risco para dar um embasamento no que se pretende estudar. A revisão de literatura possui duas características básicas. Em primeiro lugar, são apresentados os conceitos e fundamentos de risco, expondo os diferentes tipos de risco, bem como as diferentes metodologias de cálculo do risco de mercado (VaR). São definidos os métodos de cálculo de VaR, discutindo-se as especificidades de cada método e apresentando suas características estatísticas e econométricas de aplicação. Em seguida, é tratado o conceito de volatilidade, e são apresentados os principais modelos de volatilidade condicional da família ARCH, juntamente com suas formulações matemáticas. A metodologia do *Riskmetrics* também é expressa nesta seção. Em segundo lugar, é apresentada uma síntese dos trabalhos já publicados sobre o assunto nos principais periódicos científicos de circulação internacional.

O segundo capítulo trata da metodologia a ser empregada no estudo. Descrevendo a natureza, tipo e método de pesquisa abordada. É nesta seção que são apresentados os dados a serem utilizados, os passos necessários para se atingir o objetivo proposto e as ferramentas estatísticas necessárias para inferir os resultados necessários.

O terceiro capítulo refere-se à análise dos dados, estimação das volatilidades condicionais e mensuração dos riscos de mercado (VaR) para os diferentes índices de

mercado de capitais, e por fim, uma análise comparativa do melhor modelo de volatilidade para a estimação do VaR.

O quarto e último capítulo faz uma síntese do estudo empírico realizado esboçando uma conclusão geral do que se pode determinar como parâmetros de modelo de volatilidade para o cálculo do VaR.



# REVISÃO DE LITERATURA

---

Nesta seção será apresentada uma síntese dos conceitos, preceitos e aspectos envolvidos na gestão de riscos, incluindo a técnica de *Value-at-Risk* e as normas impostas aos controladores de risco pelos órgãos reguladores. Também serão apresentadas as formulações matemáticas dos modelos de volatilidade que se utilizam da técnica de heteroscedasticidade condicional, o que inclui o modelo *Riskmetrics*, desenvolvido pelo grupo J. P. Morgan, para a estimação do VaR. Serão abordadas também as estruturas conceituais dos modelos de volatilidade que se utilizam das correções de efeito de memória longa nas séries temporais, e os recursos estatísticos aplicados na comparação das volatilidades. Por último, o capítulo expõe a revisão de estudos científicos, voltados para a aplicação do VaR, publicados no Brasil e no mundo.

## 2.1 O conceito de Risco

O termo risco pode ser encontrado com diversas definições na literatura de economia e finanças. Para Best (1998: p. 2), “o risco só tem um sentido verdadeiro à medida em que resulta em perdas financeiras, quer direta, quer indiretamente. As instituições financeiras enfrentam muitos riscos, que podem, se não for controlada, dar origem a riscos financeiros.”

Considerando-se os autores nacionais, Assaf Neto (2008: p.209) define risco como “o nível de incerteza associado a um acontecimento”. Securato (2007: p.33) define risco como a “probabilidade de ocorrência do evento gerador da perda ou da incerteza”. Kimura et al. (2009: p. 13) generaliza o conceito dizendo que “o risco financeiro está relacionado a potenciais perdas no fluxo de caixa da organização, devido à flutuação ou volatilidade de preços de ativos e passivos, [...]”

Jorion (1997) comenta que as organizações estão expostas a três tipos gerais de risco. O risco de negócio, aqueles que as organizações assumem visando adquirir uma vantagem competitiva e criar valor aos acionistas, este risco está vinculado às questões de inovação tecnológica, *design* do produto e marketing. O risco estratégico, geralmente

influenciado pelas mudanças no ambiente econômico mundial. O risco financeiro, relacionados as perdas do mercado financeiro.

Para a maioria dos autores pesquisados o risco pode assumir diferentes formas, de acordo com a fonte de incerteza. De forma geral, tem-se quatro formas básicas (Figura 1), conforme citado por Morgan (1996):

- a) Risco de mercado - é o risco de perda resultante de uma variação do valor dos bens transacionáveis;
- b) Risco de crédito – refere-se ao risco de perdas financeiras sofridas pelo não cumprimento de contratos por uma das partes; neste caso, as perdas referem-se aos recursos que não serão recebidos;
- c) Risco operacional – é o risco por eventuais perdas devido às possíveis falhas de sistemas e/ou de controles inadequados e erros humanos;
- d) Risco de liquidez – ocorre quando um ativo real ou instrumento financeiro não pode ser liquidado com relativa rapidez sem acarretar forte prejuízo ou quando uma das partes resolva antecipar o fechamento de uma posição, acarretando na venda de parte de seus ativos;



**Figura 1:** Riscos incorridos em uma instituição

Outros autores acrescentam outros tipos de risco presentes nas instituições financeiras, como é o caso de Best (1998) que acrescenta o Risco de Reputação – relacionado a perdas financeiras ocasionadas a baixa reputação da instituição.

Para Sauders (1996). O risco tem conceitos muito mais amplos, que podem ser divididos em nove tipos:

- a) Risco da variação de taxa de juros – é um possível risco de refinanciamento ou re-investimento que ocorrido pela variação na taxa de juros;

- b) Risco de Mercado – é o risco incorrido com as flutuações dos ativos investidos pela instituição. Quanto mais voláteis são os preços dos ativos, maiores serão os riscos de mercado;
- c) Risco de Crédito – é o risco pelo não pagamento integral de títulos primários possuídos pelas Instituições financeiras;
- d) Risco de Operações fora do Balanço – risco incorrido na aquisição de ativos e passivos condicionais. Diz-se que uma atividade esta fora do Balanço quando não aparece no balanço patrimonial corrente, pois não houve a posse de um direito ou emissão de obrigação;
- e) Risco Tecnológico e Operacional – é o risco de que a implantação de algum elemento tecnológico não produza uma economia desejada e o risco existente provindo de uma falha no sistema;
- f) Risco de Cambio – risco de perda devida as flutuações da taxa de cambio, geralmente incorridos quando se possui operações cambiadas.
- g) Risco Soberano – é um tipo mais sério de risco de crédito, geralmente em operações com ativos internacionais. Este risco pode também ser denominado de risco país;
- h) Risco de Liquidez – é um risco incorrido quando os credores de uma instituição financeira resolvem liquidar suas posições em pouco tempo, levando a organização a negociar seus ativos a preços baixos;
- i) Risco de Insolvência – é o risco de perdas quando os recursos próprios da instituição são insuficientes para encobrir perdas provenientes de variações de taxas de juros, preços de mercado, crédito, operações fora do balanço, riscos tecnológicos, cambiais, soberanos e de liquidez.

Dessa forma observa-se que o risco é um conceito bem amplo na literatura financeira, abordando diversos aspectos nas instituições. Porém, para todos os casos o risco está ligado a possibilidade ou probabilidade de perdas relacionadas a incerteza de um investimento.

Em específico, o risco de mercado, objeto de estudo deste trabalho, surge da volatilidade de retornos inesperados do mercado, oscilações nos preços (ou volatilidades) dos ativos, sendo, portanto, avaliados pelas mudanças no valor dos ganhos ou perdas.



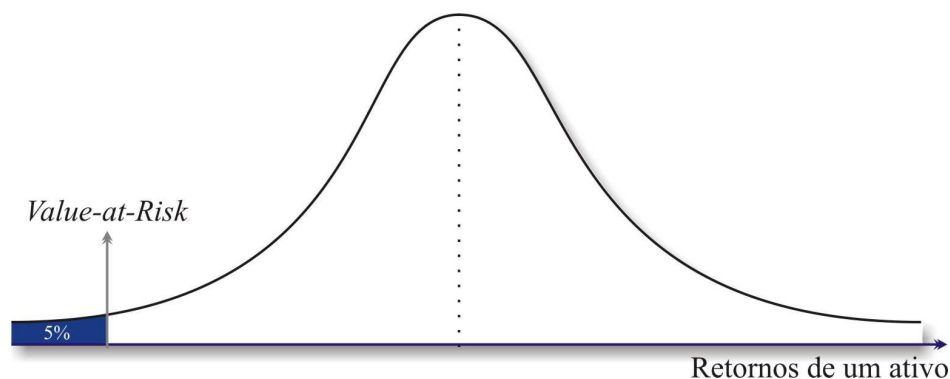
## 2.2. Value-at-Risk (VaR)

Como exposto anteriormente o risco de mercado está relacionado à possibilidade de perdas oriundas das oscilações do preço de um ativo. Em outras palavras, é a perda causada pelas flutuações do mercado. Este risco pode então ser aplicado ao mercado financeiro composto por quatro diferentes mercados: Mercado Acionário, Mercado de Câmbio, Mercado de Juros e Mercado de *Commodities* (Agropecuárias). Dentre os diversos métodos de estimação de risco de mercado o mais comum usado na gestão do risco para mensurar possíveis perdas no mercado financeiro é o *Value-at-Risk* (VaR).

Considerado como uma importante ferramenta na gestão de risco de mercado, o VaR estima a perda máxima esperada, dentro de um período de tempo e a um dado nível de confiança. O VaR é um valor que representa, para uma carteira ou ativo, a perda máxima esperada provenientes dos riscos de mercado para um período de tempo estabelecido e com uma probabilidade de ocorrência (Jorion, 1997). Com sua aplicação o gestor de risco procura prever, com algum grau de confiabilidade estatística, a variação máxima do valor de mercado de um portfólio num dado intervalo de tempo, geralmente este período é necessário para efetuar a liquidação da posição. O VaR, segundo Jorion (1997), é um método de mensuração de risco que utiliza técnicas estatísticas, comumente usadas em outras áreas.

Best (1998: p. 19) define VaR como:

“Valor em risco é a quantidade máxima de dinheiro que pode ser perdida em uma carteira durante um determinado período de tempo, com um dado nível de confiança.”



**Figura 2:** *Value-at-Risk*

Conforme mostra a Figura 2, o VaR representa o valor do retorno mínimo dentro do intervalo de 95%. Em outras palavras, para uma amostra de 100 retornos, o VaR

refere-se ao nonagésimo quinto (95º) menor retorno, havendo somente 5 retornos com valores abaixo dele. É o limite máximo de perda, considerando os 95% dos retornos, dado um horizonte de tempo.

Para facilitar a visualização, imagine uma instituição que pretende informar que seu VaR diário é de R\$ 10.000, em um nível de significância de 99%. Pode-se dizer, então, que há apenas uma oportunidade em 100, sob condições normais de mercado, de ocorrer um prejuízo acima de R\$ 10.000. Este único valor resume a exposição de uma organização ao risco de mercado, bem como a probabilidade de uma oscilação adversa. Os modelos de análise de risco são um conjunto de técnicas que tem como o objetivo gerar este tipo de informação.

De acordo com Kimura et. al (2009) existem três características relevantes sobre o cálculo do VaR:

- a) Estimativa de perda máxima – o VaR representa uma das principais técnicas estatísticas para se estimar a perda máxima potencial;
- b) Horizonte de tempo – refere-se ao período de projeção do VaR. Geralmente o VaR não é muito adequado para estimativas de horizontes de tempo muito longos. Trata-se de uma medida de risco a curto prazo;
- c) Grau de confiança – Reflete o nível de confiança desejado para as estimativas de VaR.

Estas três características são muito importantes para o cálculo do VaR de uma carteira de investimentos.

A maior parte dos gestores de risco adotam a periodicidade diária para o cálculo do VaR e determinam, portanto, a perda máxima para um dia. O VaR diário é chamado de *Dayly Earnings at Risk* (DEAR).

Porém, Kimura et. al. (2009, p. 33) coloca que:

“É importante destacar que, embora seja mais comum o uso do VaR para o horizonte de tempo de um dia, características de mercado ou da carteira podem fazer com que horizontes de tempo mais alongados sejam privilegiados. Por exemplo, quando se negocia ativos em mercados pouco líquidos, o gestor de riscos pode identificar que, para se desfazer ou para hedgear uma posição, são necessários vários dias. Assim, pode-se tornar mais relevante realizar uma estimativa de perda potencial para o horizonte de tempo de, digamos 5 dias, que seria um prazo mais apropriado para a instituição desfazer de suas posições ou, eliminar o risco de sua carteira. Este maior horizonte de tempo refletiria de maneira mais adequada as características da carteira em análise.”

O interesse primário no VaR, porém, originou-se de suas aplicações potenciais como uma ferramenta de controle. Devido aos sérios desastres financeiros envolvendo o mercado de derivativos, como o colapso do Barings Bank, em 1995 (Jorion, 1997), agências de controle de risco como a *Securities and Exchange Commission* (SEC) – órgão regulador do mercado de capitais americano, vem exigindo que as empresas de capital aberto incluam em seus relatórios de *disclosure* (transparência da divulgação de informações) de risco o cálculo do VaR. (Ju e Pearson, 1998)

No Brasil ainda não existe uma norma, proposta pela CVM (Comissão de Valores Mobiliários) que exija das empresas de capital aberto informações sobre suas exposições ao risco medidas com o uso do VaR. Somente as instituições financeiras sofrem esta exigência, uma vez que ela está incluída nas diretrizes estabelecidas pelo Banco Central do Brasil (BACEN, 2008).

De acordo com Jorion (1997), para avaliar o *Value-at-Risk* é necessário que se tenha um completo conhecimento estatístico das distribuições dos dados. A identificação do comportamento da série em que se está manipulando é o que define qual a metodologia a ser trabalhada para aquele tipo de distribuição.

De forma matemática, considerando  $W_0$  o valor inicial de uma carteira de investimento e  $R_t$  seu respectivo retorno, o valor esperado da carteira no final do período será:

$$W_t = W_0(1 + R_t) \quad (1)$$

Como o interesse é descobrir o valor menor da carteira associado ao nível de confiança dado por  $(1-c)\%$ , a taxa de retorno  $R_t^*$  resultante neste menor valor da carteira,  $W_t^*$  pode ser dado por:

$$W_t^* = W_0(1 + R_t^*) \quad (2)$$

Considerando o retorno esperado por  $\mu$ , obtém-se a estimativa do VaR em relação à média:

$$VaR = W_0(1 + \mu) - W_0(1 + R_t^*) \quad (3)$$

Simplificando a equação tem-se:

$$VaR = -W_0(R_t^* - \mu) \quad (4)$$

A idéia principal na obtenção de uma estimativa concisa do VaR reside na capacidade e possibilidade de mensurar com precisão o retorno  $R_t^*$  associada ao valor da carteira  $W_t^*$ . Neste sentido, para esta estimação é necessário o conhecimento da distribuição de probabilidade dos retornos.

É comum que, nas aplicações práticas do mercado financeiro, a assunção de que os retornos têm uma distribuição normal. Porém, no meio acadêmico já se consideram outros tipos de distribuição, como é o caso da *t-Student*, *t-Student Assimétrico* e *GED (Generalized Errors Distribution)*.

Para fácil visualização, considerando o quantil  $Z^*$  da distribuição normal, para o qual a probabilidade  $c$  se situa à sua esquerda, pode ser ajustado numa distribuição com média  $\mu$  e desvio padrão  $\sigma$ , para obter o retorno crítico  $R_t^*$ :

$$R_t^* = -Z^* \sigma + \mu \quad (5)$$

Substituindo-se o valor por  $R_t^*$  na expressão (5) obtêm-se o *Value-at-Risk* paramétrico-normal dado por  $VaR = W_0 Z^* \sigma$ . Assumindo-se que os retornos seguem um comportamento independente e identicamente distribuído (i.i.d.) com distribuição normal, o VaR é estimado apenas pela multiplicação do desvio padrão da carteira, por um fator relativo ao nível de confiança.

A probabilidade adicional deverá ser captada pelas caudas, admitindo-se que os momentos da distribuição, em específico a variância, oscilam ao longo do tempo. O uso de um modelo de distribuição condicional para extrair esta variação temporal da volatilidade pode ser ajustado na estimação do VaR. Os modelos da família ARCH (heteroscedasticidade condicional autoregressiva) podem ser usados para estimar esta volatilidade condicional que, após ser aplicada na expressão (5) fornece o VaR.

Existem diversos métodos de estimação do VaR, dependendo das hipóteses formuladas sobre as distribuições de probabilidade dos retornos. Dentre todos os métodos, o analítico (delta-normal), simulação histórica, modelos de variância condicional e simulação de Monte Carlo são os mais utilizados pelos gestores de risco. Porém, como o foco do presente trabalho está somente sobre as técnicas que consideram a variância condicional, os outros métodos não serão descritos aqui.

### 2.3 Modelos de Volatilidade

A modelagem da volatilidade teve sua origem no estudo de Engle (1982), em que foi proposto um modelo denominado ARCH (AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity) para expressar a variância condicional como uma defasagem distribuída do quadrado dos retornos passados. A idéia básica do modelo é que os retornos, que compõem a série temporal, sejam não-correlacionados serialmente, mas sua volatilidade (variância condicional) depende dos retornos passados, e respeitam uma função quadrática.

Pode-se definir um modelo ARCH(p) por:

$$R_t = \sqrt{\sigma_t^2} \varepsilon_t \quad (6)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i R_{t-i}^2 \quad (7)$$

onde  $R_t$  é o retorno,  $\varepsilon_t$  é uma seqüência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas (i.i.d.) com média zero e variância um.

Morettin e Tolo (2004) colocam que na prática, usualmente supõe-se  $\varepsilon_t \sim N(0,1)$  ou  $\varepsilon_t \sim t_\nu$  (t de Student com  $\nu$  graus de liberdade).

A proposição original, elaborada por Engle (1982), mereceu extensos debates e diversos aperfeiçoamentos ao longo dos anos.

A primeira, e mais significativa, foi introduzida por Bollerslev (1986) ao propor que a volatilidade condicionada fosse função não apenas dos quadrados dos erros passados ( $R_t^2$ ), como também dos seus próprios valores ( $\sigma_{t-1}^2$ ), passando os modelos

assim construídos a ser denominados *Generalized ARCH* (GARCH). Em termos matemáticos, um modelo GARCH(p,q) pode ser expresso como:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i R_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 + v_t \quad (8)$$

onde  $\omega$  é a constante,  $v_t$  é um ruído branco [ $N \sim (0,1)$ ]

O próximo nível na evolução dos modelos ARCH foi o modelo EGARCH (*Exponential GARCH*) proposto por Nelson (1991). O EGARCH foi uma inovação aos modelos de volatilidade porque considera que os choques na variância têm um efeito exponencial, e não quadrático.

Na forma simplificada o modelo EGARCH(p,q) pode ser exposto:

$$\ln(\sigma_t^2) = \omega + \sum_{i=1}^p \left( a_i \left( \left| \frac{R_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \right| - E \left| \frac{R_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \right| \right) + \gamma_i \frac{R_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \right) + \sum_{j=1}^q (\beta_j \ln(\sigma_{t-j}^2)) \quad (9)$$

onde o parâmetro  $\gamma_i$  permite um efeito assimétrico, se  $\gamma_i=0$ , é um indicativo de ausência de assimetria na volatilidade.

Um modelo mais simples para a captação do comportamento assimétrico da volatilidade nas séries financeiras foi apresentado por Glosten, Jagannathan e Runkle (1993) e posteriormente implementado por Zakoian (1994), denominado por TARARCH (Threshold ARCH). Esse novo modelo é um caso particular do modelo ARCH não-linear, e para ele a volatilidade segue a forma funcional:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i R_{t-i}^2 + \gamma R_{t-i}^2 d_{t-1} + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 + v_t \quad (10)$$

onde  $d_{t-1}$  é uma variável dummy que assume o valor igual a 1 se  $R_{t-1} < 0$  (más notícias), e valor igual a 0 se  $R_{t-1} > 0$  (boas notícias).

Por fim, surgiu o modelo ARCH com Potência Assimétrica (APARCH) proposto por Ding et. al.(1993). O modelo APARCH(p,q) pode ser representado por:

$$\sigma_t^\delta = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i (|R_{t-i}| - \gamma_i R_{t-i})^\delta + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^\delta \quad (11)$$

onde  $\delta \geq 0$  e  $-1 < \gamma_i < 1$ .

A idéia de Ding et. al. (1993) em desenvolver um modelo cujo a potencia não assumisse o valor 2, como os demais modelos, contribuiu não somente para corrigir o efeito alavancagem – retornos negativos proporcionam maior volatilidade do que retornos positivos – mas também tem a capacidade de corrigir o efeito assimétrico nas séries de retornos. Por isso o nome Potência Assimétrica.

O modelo possui o expoente flexível, estimado como um parâmetro ( $\delta$ ). De acordo com os valores que seus parâmetros possam assumir, o APARCH(p,q) toma a forma de sete outros modelos da classe ARCH, conforme segue:

- O modelo ARCH de Engle (1982) quando  $\delta = 2$ ,  $\gamma_i = 0$  ( $i = 1, \dots, p$ ) e  $\beta_j = 0$  ( $j = 1, \dots, p$ ).
- O modelo GARCH de Bollerslev (1986) quando  $\delta = 2$ ,  $\gamma_i = 0$  ( $i = 1, \dots, p$ ).
- O modelo GARCH de Taylor (1986) e Schwert (1990) quando  $\delta = 1$ ,  $\gamma_i = 0$  ( $i = 1, \dots, p$ ).
- O modelo GJR de Glosten, Jagannathan e Runkle (1993) quando  $\delta = 2$ .
- O modelo TARARCH de Zakoian (1994) quando  $\delta = 1$ .
- O modelo NARCH de Higgins e Bera (1992) quando  $\gamma_i = 0$  ( $i = 1, \dots, p$ ) e  $\beta_j = 0$  ( $j = 1, \dots, p$ ).
- O modelo Log-ARCH de Geweke (1986) e Pentula (1986) quando  $\delta \rightarrow 0$ .

## 2.4 Modelo *Riskmetrics*

Desde 1994, o banco norte americano J.P. Morgan disponibilizou gratuitamente, por meio da internet, o sistema que posteriormente seria considerado como referência mundial na avaliação de risco de mercado, denominado de *RiskMetrics*.

A abordagem adotada no desenvolvimento do modelo *Riskmetrics* considerou que a volatilidade condicional podia ser apurada pelo modelo GARCH (expressão 8).

Segundo o modelo *Riskmetrics*, a variância condicional ótima é estimada por um modelo GARCH(1,1) com constante  $\alpha_0$  igual a zero e a soma dos parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  igual a unidade. Impondo-se esta restrição obtém-se o processo formalmente conhecido por GARCH integrado (IGARCH):

$$\sigma_t^2 = \lambda \sigma_{t-1}^2 + (1 - \lambda) R_{t-1}^2 \quad (12)$$

ou

$$\sigma_t^2 = \lambda^t \sigma_0^2 + (1 - \lambda) \sum_{K=0}^{t-1} \lambda^K R_{t-K}^2 \quad (13)$$

onde  $\sigma_0^2$  é um dado nível da variância no momento inicial. A taxa de declínio das ponderações exponenciais depende do *decay factor*- $\lambda$ , expressando este a persistência com que os efeitos de um choque se fazem sentir no futuro (MORGAN, 1996).

O manual técnico do *Riskmetrics* sugere um *decay factor*- $\lambda$  de 0.94 para retornos diários e 0.97 para retornos mensais. O fato de apenas ser necessário utilizar um parâmetro,  $\lambda$ , facilita a estimação da volatilidade condicional e proporciona robustez contra o erro de estimação, apesar da parcimoniosidade do modelo. (MORGAN, 1996)

Vale ressaltar, que esta metodologia vem sendo bastante criticada na literatura, devido ao seu erro de estimação. Porém, por se tratar de um método de fácil implementação, ainda é bastante utilizado como medida de risco pelas bolsas nacionais e internacionais. Em específico, as *clearings* da BM&FBOVESPA.

## 2.5 Modelos de Memória Longa

O fenômeno da Memória Longa acontece quando a ocorrência de um choque em uma série efeitos por longos períodos de tempo. Por exemplo, uma notícia ruim para uma certa empresa, ocasionada por alguma crise, pode gerar um impacto nos preços de suas ações, ocasionando um aumento repentino na sua volatilidade, como reflexo das incertezas quanto ao comportamento futuro dos preços. O efeito da Memória Longa vai



estar presente na série temporal dos preços desta ação se o impacto causado pela notícia se repercutir na volatilidade por um longo período de tempo. Ou seja, se o impacto hoje tiver repercussão por vários dias, semanas, ou até por vários anos.

Em busca de criar um modelo que conseguisse captar a presença de memória longa Hosking (1981) e Granger (1980) incorporaram ao processo ARMA(p,q) o operador de diferenciação fracionária  $(1-B)^d$ , sendo  $0 \leq d \leq 1$ , em que B representa o operador de defasagem. Assim, obtém-se um processo ARFIMA(p,d,q) (autorregressivo fracionalmente integrado médias-móveis), cuja sua especificação é dada por,

$$\phi(B)(1-B)^d X_t = \theta(B)\varepsilon_t \quad (14)$$

onde  $\{\varepsilon_t\}$  é um ruído branco e  $\phi(B)$  e  $\theta(B)$  são polinômios em B de graus p e q, respectivamente. Morettin e Toloí (2004) descreve o operador de diferenciação fracionária como,

$$\begin{aligned} (1-B)^d &= \sum_{k=0}^{\infty} \binom{d}{k} (-B)^k \\ &= 1 - dB + \frac{1}{2!}d(d-1)B^2 - \frac{1}{3!}d(d-1)(d-2)B^3 + \dots \end{aligned} \quad (15)$$

Silva (2003) afirmou que um modelo ARFIMA impõe uma dicotomia entre a dinâmica de curto e longo prazo, modelando o comportamento de curto prazo através da estrutura ARMA tradicional, enquanto a dinâmica de longo prazo é modelada pelo parâmetro de diferenciação fracionária d.

Isto posto, para imitar o comportamento do correlograma observado para a volatilidade das séries, Baillie et. al. (1996) introduziram o modelo GARCH fracionalmente integrado (FIGARCH) que busca captar a memória longa na variância condicional. A partir da formulação de um processo IGARCH(p,q) desenvolvido por Engle and Bollerslev (1986) dado por,

$$\phi(B)(1-B)X_t^2 = \omega + [1 - \beta(B)](X_t^2 - \sigma_t^2) \quad (16)$$

onde  $\phi(B) = [1 - \alpha(B) - \beta(B)](1 - B)^{-1}$ , o processo FIGARCH(p,d,q) pode ser obtido substituindo o operador de primeira diferença  $(1 - B)$  pelo operador de diferença fracionária  $(1 - B)^d$ .

Assim, a variância condicional do FIGARCH(p,d,q) é dada por:

$$\sigma_t^2 = \underbrace{\omega[1 - \beta(B)]^{-1}}_{\alpha_0^*} + \underbrace{\left\{1 - [1 - \beta(B)]^{-1} \phi(B)(1 - B)^d\right\}}_{\lambda(B)} X_t^2 \quad (17)$$

ou  $\sigma_t^2 = \omega^* + \sum_{i=1}^{\infty} \lambda_i B^i X_t^2 = \omega^* + \lambda(B) X_t^2$ , com  $0 \leq d \leq 1$ .

Segundo Baillie et. al. (1996) a amplitude (S) do processo FIGARCH é  $s = \lambda(1) = 1$ . Assim o termo  $\omega > 0$  teria a mesma interpretação válida para o modelo IGARCH. Consequentemente, o segundo momento da distribuição incondicional de  $X_t$  seria infinito e o processo FIGARCH não fracamente estacionário.

Em contrapartida, Davidson (2004) demonstrou como a restrição arbitrária ( $S = \lambda(1) = 1$ ) explica o estranho comportamento da memória do processo FIGARCH. Em particular, Davidson (2004) colocou que a duração da memória aumenta à medida que d tende a zero. Este é um contraste a interpretação convencional, a qual sugere que a duração da memória aumenta quando d cresce.

Seguindo, portanto, esta linha de raciocínio, Davidson (2004) desenvolveu o processo GARCH hiperbólico (HYGARCH), como sendo a generalização do modelo FIGARCH. O modelo HYGARCH introduz um outro parâmetro  $\alpha$  no lag polinomial. Portanto o modelo HYGARCH(1,d,1) pode ser expresso como

$$\sigma_t^2 = \frac{\omega}{1 - \beta} + \left(1 - \frac{(1 - \phi B)[1 + \alpha((1 - B)^d - 1)]}{(1 - \beta B)}\right) X_t^2 \quad (18)$$

desde que  $d > 0$ , a amplitude do modelo HYGARCH(1,d,1) é  $S = 1 - \frac{\phi}{\beta}(1 - \alpha)$ .

O modelo HYGARCH, portanto, não impõe a restrição da amplitude ser igual a um.

Vale ressaltar que os modelos FIGARCH e HYGARCH não conseguem captar a assimetria na volatilidade da série, o que levou Tse (1998) a estender o processo FIGARCH para o processo FIAPARCH usando a aproximação do modelo ARCH com potência assimétrica (APARCH) de Ding et al. (1993). O modelo FIAPARCH (1,d,1) pode ser expresso como

$$\sigma_t^\delta = \frac{\omega}{1-\beta} + \left(1 - \frac{(1-\phi B)(1-B)^d}{(1-\beta B)^{-1}}\right) (|X_t| - \gamma X_t)^\delta \quad (19)$$

onde  $-1 < \gamma < 1$  e  $\delta > 0$ . Quando  $\gamma > 0$ , temos que choques negativos causam maior impacto na volatilidade do que choques positivos. O inverso ocorre quando  $\gamma < 0$ . O processo FIAPARCH, portanto, captura a assimetria da volatilidade pela potência da equação de heteroscedasticidade. O modelo FIAPARCH se reduz ao processo FIGARCH quando  $\gamma = 0$  e  $\delta = 2$ .

A partir desta idéia de integração fracionária outros modelos tem sido desenvolvidos a partir das extensões dos modelos GARCH, incluindo o EGARCH fracionalmente integrado (FIEGARCH) do Bollerslev e Mikkelsen (1996) e o modelo FIAPARCH de Tse (1998).

Similarmente ao processo GARCH(p,q), o modelo EGARCH(p,q) equação (9) pode ser estendido para os processos com memória longa pelo fator autoregressivo polinomial  $[1 - \beta(B)] = \phi(B)(1-B)^d$  onde as raízes de  $\phi(B) = 0$  estão fora do círculo unitário. O modelo FIEGARCH(p,d,q) é especificado como

$$\ln(\sigma_t^2) = \omega + \phi(B)^{-1} (1-B)^{-d} [1 + \alpha(B)] g(X_{t-1}) \quad (20)$$

O modelo TARCH, contudo, não foi desenvolvido em uma forma que capte a memória longa na volatilidade da série, uma vez que o modelo FIAPARCH é uma generalização de vários outros modelos da classe ARCH incluindo o modelo TARCH de Zakoian (1994).

## 2.6 Evidências Empíricas

O *Value-at-Risk* é um dos mais utilizados métodos de mensuração e análise de risco de mercado. Ele tem sido utilizado por diversos gestores de risco em instituições financeiras, bolsa de valores, *clearing house* e administradores de carteira. Desde o lançamento oficial do pacote *Riskmetrics* em 1994, pelo grupo de gestão de risco do J.P.Morgan, este modelo tem sido referência na mensuração de risco de mercado.

Após o lançamento do *Riskmetrics*, diversas pesquisas vêm sendo desenvolvidas para se testar a real eficiência desta metodologia na mensuração do risco de mercado, em específico o cálculo do Value-at-Risk.

Christoffersen et al. (2001) fizeram um estudo comparativo da metodologia *Riskmetrics* com alguns outros estimadores de volatilidade para o cálculo do VaR. Utilizou quatro estimadores de volatilidade, o estimador proposto pelo *Riskmetrics*, a volatilidade implícita, volatilidade reprojeta e o modelo de volatilidade condicional GARCH(1,1). A base de dados era diária, composta pelos retornos do índice S&P500 no período de dezembro de 1985 a dezembro de 1994. Como resultados, percebeu-se que os modelos *Riskmetrics* e GARCH(1,1) apresentaram desempenho semelhante, e dentre todos os outros, pode ser considerado os mais eficientes.

Lee e Saltoglu (2002) realizaram um amplo estudo comparativo de técnicas para mensuração do VaR. Foram testados 27 diferentes modelos de cálculo do VaR aplicados ao mercado de capitais japonês. Em síntese, foram testados os métodos: *Riskmetrics*, simulação histórica, variância-covariância, simulação Monte Carlo, teoria dos valores extremos e diversos outros modelos de variância condicional da família ARCH, totalizando 27 estimativas. A base de dados utilizada compreendeu em uma série de dados diários composta pelos retornos do mercado de capitais japonês, entre 1984 e 2000. Os resultados apontaram que nenhum método do estudo apresentou um desempenho muito superior aos demais, para os períodos analisados. Esse resultado mostrou que o teoria dos valores extremos, considerada como um dos melhores métodos de estimação do VaR, não obteve grande vantagem perante as mais tradicionais, como é o caso do *Riskmetrics*.

Dentre os diversos trabalhos desenvolvidos, a pesquisa realizada por Giot e Laurent (2003a) tem sido uma das maiores referências na área. Giot e Laurent (2003a) testaram o modelo de volatilidade condicional APARCH comparado com o modelo tradicional *Riskmetrics*. A estimação do APARCH foi realizada para três diferentes

distribuições, Normal, t-Student e t-Student assimétrica. A base de dados utilizada foi composta pelas cotações diárias dos índices FTSE, NASDAQ e NIKKEI, no período entre janeiro de 1988 a dezembro de 2000. Como resultado, o modelo APARCH t-Student Assimétrico mostrou um desempenho muito superior ao do modelo *Riskmetrics*, tanto para posições curtas e longas do VaR.

Dando continuidade a pesquisa, Giot e Laurent (2003b) sugeriram o mesmo modelo de estimação de risco testado anteriormente, porém aplicado agora nos mercados futuros de commodities Agropecuárias e Minerais norte americanas, como alumínio, cobre, petróleo brent e cacau. A base de dados utilizada era formada pelos preços de ajustes diários dos contratos futuros das commodities nas bolsas de mercadorias internacionais, em especial a New York Board of Trade (NYBOT) e London Metal Exchange, para diferentes períodos entre janeiro de 1987 a dezembro de 2002. Novamente os resultados foram semelhantes aos de estudos anteriores, mostrando a superioridade do modelo APARCH t-Student Assimétrico como ferramenta de estimação do risco.

Giot e Laurent (2004) testaram também a capacidade preditiva do Modelo de Volatilidade Realizada comparado às do APARCH t-Student Assimétrico e do *Riskmetrics*. Para o estudo foram utilizados dados de alta frequência (*intraday*) dos índices CAC40, S&P 500, YEN-USD e DEM-USD, referentes ao período entre 1995 a 1999, para os modelos de volatilidade realizada, e dados diários para os modelo APARCH e *Riskmetrics*. Os dados *intraday* correspondiam às cotações em intervalos de 15 minutos. Os resultados mostraram um desempenho equivalente entre os modelos APARCH e de Volatilidade Realizada na mensuração do risco. O modelo *Riskmetrics* novamente apresentou resultados insatisfatórios.

Huang e Lin (2004) fizeram um estudo semelhante aos realizados por Giot e Laurent (2003), visando testar o modelo de volatilidade condicional APARCH comparados com o pacote do J.P. Morgan, *Riskmetrics*. Os pesquisadores utilizaram como distribuição para os retornos, a Normal e a t-Student. As amostras de dados utilizadas foram os retornos oferecidos pelas variações das cotações dos índices da bolsa de futuros de Taiwan (Taiwan Futures Exchange – TAIFEX) e SGX-DT, no período entre maio de 1998 e janeiro de 2002. Os resultados evidenciaram a supremacia do modelo de volatilidade APARCH t-Student sobre o modelo *Riskmetrics*.

Angelidis et. al. (2004) testaram a performance de três diferentes modelos de volatilidade condicional – GARCH, EGARCH e TARCH, assumindo três distribuições

para o retorno, Normal, t-Student e *Generalized Error Distribution*. Para a análise foram os retornos diários de cinco índices do mercado de capitais internacional – S&P500, NIKKEI 225, DAX 30, CAC 40, FTSE 100 – compreendidos entre o período de julho de 1987 a outubro de 2002; Os resultados mostraram que a combinação do modelo de volatilidade EGARCH com a distribuição t-Student foi o mais adequada para se prever o VaR.

Partindo do pressuposto de que os retornos de um determinado mercado podem apresentar uma longa persistência, So e Yu (2006) fizeram uma pesquisa testando três modelos da classe ARCH – GARCH, IGARCH e FIGARCH – assumindo duas diferentes distribuições dos retornos, Normal e t-Student, comparados com o modelo *Riskmetrics* tradicional. Seu diferencial foi a utilização do modelo FIGARCH que tem a capacidade de modelar o comportamento de longa dependência da volatilidade dos retornos. Para a realização do estudos, foram utilizados 12 índices diários do mercado financeiro global, AOI, FTSE100, HSI, JSX, KLSE, KOSPI, Nasdaq, Nikkei, SET, SP500, STII e WEIGHT no período entre janeiro de 1977 a dezembro de 1998. Os resultados evidenciaram que, para todos os casos, o modelo FIGARCH obteve melhor desempenho que os demais, inclusive o modelo *Riskmetrics*.

Tang e Shieh (2006) investigaram a evidência de memória longa nos preços de fechamento de três índices futuros, S&P500, Nasdaq 100 e Dow Jones. Para tanto, foram utilizados os modelos de volatilidade condicional FIGARCH(1,d,1) e HYGARCH(1,d,1) com três diferentes distribuições, Normal, t-Student e t-Student Assimétrica aplicados aos índices S&P500, Nasdaq100 e Dow Jones Industrial no período entre 1996 a 2005. Os resultados mostraram que o modelo HYGARCH com distribuição t-Student Assimétrica foi o que apresentou melhor performance de estimação do VaR para os três diferentes índices, reforçando a hipótese de memória longa na volatilidade dos retornos internacionais.

Wu e Shieh (2007) fizeram um estudo semelhante ao de So e Yu (2006) testando a eficácia dos modelos de memória longa comparados com os tradicionais da família ARCH. Em especial, os pesquisadores testaram os modelos GARCH(1,1) e FIGARCH(1,d,1) assumindo três diferentes distribuições dos retornos, Normal, t-Student e t-Student Assimétrica. A pesquisa foi realizada sobre as séries temporais dos retornos oferecidos pelas cotações diárias dos contratos futuros do T-Bond, no período entre outubro de 1997 a dezembro de 2004. Os resultados mostraram que os modelos que consideram a distribuição t-Student Assimétrica possuem melhor qualidade de

ajuste. O FIGARCH (1,d,1) foi o modelo com o melhor desempenho no cálculo do VaR.

Ñíguez (2008) realizou um estudo empírico semelhante aos citados acima, visando descobrir a performance de previsão do VaR aplicados ao índice da Bolsa de Valores de Madrid. Foram testados os modelos de volatilidade condicional, GARCH, AGARCH, APARCH, EWMA, FIGARCH e FIAPARCH, assumindo distribuições normal e t-Student. Os resultados evidenciaram que o modelo FIAPARCH com distribuição t-Student foi o que melhor estimou os valores do VaR tanto para posições curtas quanto para longas, segundo o teste de Kupiec (1995).

O Quadro 1 apresenta uma síntese de todos os trabalhos aqui descritos sobre a aplicação a testes dos modelos de volatilidade da família ARCH no mercado financeiro mundial.

Dentre todos os modelos de volatilidade estudados, somente os estudos de Christoffersen et. al. (2001) apontaram para o *Riskmetrics* como melhor estimador do *Value-at-Risk*. Porém, Cristoffersen et. al. (2001) testaram 4 diferentes estimadores de volatilidade, sendo 2 estimadores tradicionais e 2 modelos condicionais (*Riskmetrics* e GARCH (1,1)). Suas conclusões foram de que os modelos de volatilidade condicionais são mais eficientes para o cálculo do VaR.

Nas demais pesquisas apresentadas no Quadro 1, 36% delas (4 trabalhos de um total de 11) perceberam que os modelos com potência assimetria apresentam desempenho superior aos demais modelos de volatilidade. Os modelos APARCH e FIAPARCH têm vantagens perante os outros. Seu parâmetro flexível fazem com o que o APARCH (p,q) tome a forma de sete outros modelos da classe ARCH.

Em uma análise dos estudos passados, conclui-se que o modelo APARCH e FIAPARCH são mais adequados para se extrair a volatilidade e estimar os riscos de mercados.

Outro ponto também evidenciado no Quadro 1, refere-se ao tipo de distribuição mais adequada para estimar as volatilidades. Nota-se que 8 estudos (73% deles) a distribuição t-Student simétrica e assimétrica se ajustam melhor ao comportamento dos retornos. A distribuição t-Student Assimétrica foi a que obteve sucesso, se destacando em 5 trabalhos.

Essa é uma informação importante, pois, além de servir como parâmetro para os gestores de risco na hora de calibragem seus estimadores, abre espaço para discussões referente a viabilidade de se utilizar alguns modelos estatísticos, consagrados na

literatura, como ferramentas de decisão do mercado financeiro, como é o caso dos modelos de precificação de opções, proposto por Black e Scholes (1973) e modelos de precificação de ativos CAPM de Sharp (1964).



**Quadro 1:** Síntese dos trabalhos sobre VaR no mercado financeiro mundial

Nº	Ano:	Foco	Mercados:	Dados:	Resultados:
1	2001	Teste Riskmetrics	S&P500	diários	Riskmetrics e GARCH melhor
<b>Pesquisador:</b> Christoffersen, Hahn e Inoue				<b>Período:</b>	<b>Tipo:</b>
<b>Técnica:</b> Testou 4 tipos de volatilidade				1984-1994	Não-conclusivo

Nº	Ano:	Foco	Mercados:	Dados:	Resultados:
2	2002	Teste Riskmetrics	Mercado Japonês de ações	diários	Não constatou nenhum modelo superior.
<b>Pesquisador:</b> Lee e Saltoglu				<b>Período:</b>	<b>Tipo:</b>
<b>Técnica:</b> Testou 27 estimadores do VaR				1984-2000	Não-conclusivo

Nº	Ano:	Foco	Mercados:	Dados:	Resultados:
3	2003	Teste modelo APARCH	Nasdaq, FTSE e Nikkei	diários	O melhor modelo foi o APARCH t-student assimétrico
<b>Pesquisador:</b> Giot e Laurent				<b>Período:</b>	<b>Tipo:</b>
<b>Técnica:</b> Testou 2 modelos de volatilidade				1988-2000	Conclusivo

Nº	Ano:	Foco	Mercados:	Dados:	Resultados:
4	2003	Teste modelo APARCH	Alumínio, Cobre, Brent, Cacau e Petróleo	diários	O melhor modelo foi o APARCH t-student assimétrico
<b>Pesquisador:</b> Giot e Laurent				<b>Período:</b>	<b>Tipo:</b>
<b>Técnica:</b> Testou 2 modelos de volatilidade				1987-2002	Conclusivo

Nº	Ano:	Foco	Mercados:	Dados:	Resultados:
5	2004	Teste volatilidade realizada	Índices CAC40, SP500, YEN-USD e DEM-USD	diários e intraday	Não constatou nenhum modelo superior.
<b>Pesquisador:</b> Giot e Laurent				<b>Período:</b>	<b>Tipo:</b>
<b>Técnica:</b> Testou 3 modelos de volatilidade				1995-1999	Não-conclusivo

Nº	Ano:	Foco	Mercados:	Dados:	Resultados:
6	2004	Teste modelo APARCH	Índices futuros de Taiwan - TAIFEX e SGX-DT	diários	O melhor modelo foi o APARCH t-student
<b>Pesquisador:</b> Huang e Lin				<b>Período:</b>	<b>Tipo:</b>
<b>Técnica:</b> Testou 2 modelos de volatilidade				1998-2002	Conclusivo

Continua...

Quadro 1: Continuação.

Nº	Ano:	Foco	Mercados:	Dados:	Resultados:
7	2004	Teste modelos ARCH	Índices S&P500, NIKKEI, DAX, CAC, FTSE	diários	O melhor modelo foi o EGARCH t-student
<b>Pesquisador:</b>				<b>Período:</b>	<b>Tipo:</b>
Angelidis, Benos e Degiannakis					
<b>Técnica:</b>					
Testou 3 modelos de volatilidade			1987-2002	Conclusivo	

Nº	Ano:	Foco	Mercados:	Dados:	Resultados:
8	2006	Testar modelos FIAPARCH	12 principais índices de mercado	diários	O melhor modelo foi o FIGARCH
<b>Pesquisador:</b>				<b>Período:</b>	<b>Tipo:</b>
So e Yu					
<b>Técnica:</b>					
Testou 7 modelos de volatilidade			1977-1998	Conclusivo	

Nº	Ano:	Foco	Mercados:	Dados:	Resultados:
9	2006	Testar o modelo HYGARCH	Índices S&P500, Nasdaq 100 e Dow Jones	diários	O melhor modelo foi o HYGARCH t-Student Assim.
<b>Pesquisador:</b>				<b>Período:</b>	<b>Tipo:</b>
Tang e Shieh					
<b>Técnica:</b>					
Testou 6 modelos de volatilidade			1996-2005	Conclusivo	

Nº	Ano:	Foco	Mercados:	Dados:	Resultados:
10	2007	Testar o modelo FIGARCH	T-Bond	diários	O melhor modelo foi o FIGARCH t-Student Assim.
<b>Pesquisador:</b>				<b>Período:</b>	<b>Tipo:</b>
Wu e Shieh					
<b>Técnica:</b>					
Testou 6 modelos de volatilidade			1997-2004	Conclusivo	

Nº	Ano:	Foco	Mercados:	Dados:	Resultados:
11	2008	Testar o modelo FIAPARCH	IBEX-35	diários	O melhor modelo foi o FIAPARCH t-Student
<b>Pesquisador:</b>				<b>Período:</b>	<b>Tipo:</b>
Ñiguez					
<b>Técnica:</b>					
Testou 12 modelos de volatilidade			1987-2002	Conclusivo	



# METODOLOGIA

---

Nesta seção são apresentados a classificação da pesquisa, o método adotado, os procedimentos para análise e avaliação dos resultados, as técnicas utilizadas e possíveis limitações.

## 3.1 Natureza da Pesquisa

Uma pesquisa científica pode ser definida, conforme Ruiz (1996) como uma investigação planejada, desenvolvida e realizada seguindo os parâmetros metodológicos já consagrados pela ciência.

De acordo com Fachin (2003, p. 102), a pesquisa bibliográfica se constitui num “conjunto de conhecimentos reunidos nas obras tendo como base fundamental conduzir o leitor a determinado assunto e à produção, [...] e utilização”. Portanto, o apanhado da bibliografia em conjunto com comparações qualitativas, agrega valor à discussão existente.

Neste estudo foi necessária a realização de uma pesquisa bibliográfica para que a elaboração de um suporte teórico e a visualização do “estado da arte” dos modelos de mensuração de risco (VaR) nos diversos mercados financeiros internacionais. A maior parte da bibliografia utilizada foi composta de pesquisas estrangeiras aplicadas aos principais mercados financeiros, com o objetivo de se conhecer as melhores práticas de gestão de risco do mercado internacional, como um importante apoio conceitual para a aplicabilidade das técnicas abordadas no mercado nacional.

Este é um estudo classificado como quantitativo, por trabalhar com dados secundários e metodologias estatísticas de mensuração e teste. De acordo com Fachin (2003) o método quantitativo caracteriza-se pela atuação nos níveis de realidade e apresenta como objetivos a identificação e apresentação de dados, utilizando medidas numéricas para testar hipóteses e análise estatística a partir de amostras de uma população.

A pesquisa pode ser classificada também como descritiva, com base no seu objetivo de fazer a descrição e análise dos dados para uma amostra de retornos de diferentes mercados. Segundo Silva e Menezes (2000, p.21), uma pesquisa descritiva visa descrever as características de determinada população ou fenômeno, e estabelece relações entre variáveis. Envolve o uso de técnicas padronizadas de coleta de dados.

### 3.2 Dados da pesquisa

Os dados para estudo são as cotações diárias dos retornos oferecidos pelas cotações dos principais indicadores dos mercados de capitais do mundo.

Para tanto, serão coletados os valores de fechamento diários dos principais índices de ações no mercado financeiro global, conforme exposto na Tabela 1.

**Tabela 1:** Principais índices internacionais

Índice	País
Dow Jones	Estados Unidos
S&P 500	Estados Unidos
Nasdaq	Estados Unidos
Ibovespa	Brasil
FTSE 100	Inglaterra
Nikkei	Japão

Dos índices que foram selecionados para o estudo, dois fazem parte da Bolsa de Nova York. A *New York Stock Exchange* é uma instituição privada constituída por ações e integrada por um número limitado de acionistas, que são membros da instituição. O primeiro índice presente na NYSE é o Dow Jones Industrial Average (DJIA), um dos mais tradicionais e importantes indicadores do mercado acionário norte-americano. Conforme NYSE (2008), o índice é composto por uma carteira de 30 ações industriais e que as alterações na composição da carteira não seguem normalmente critérios técnicos preestabelecidos, ficando a critério de variáveis subjetivas de seus responsáveis.

O Standard & Poor's 500 (S&P500) conta com uma amostragem mais ampla que o *Dow Jones*, reproduzindo melhor as condições de mercado. De acordo com NYSE (2008), o índice conta com as 500 ações mais representativas da NYSE, sendo 400 industriais, 40 financeiras, 40 de utilidades e 20 de transporte.

Negociado na bolsa eletrônica Nasdaq, o terceiro índice a ser analisado é o *Nasdaq Composite Index*. A Nasdaq possui um sistema computadorizado de negociação e divulgação de cotações de ações de mais de 5.000 empresas, com sede em Nova York. Está em atividade desde os anos 1970, e concentra suas operações em ações de empresas de alta tecnologia. A Nasdaq reúne gigantes como Microsoft, Oracle, Intel e companhias de menor porte, negociadas em dois mercados: Nasdaq *National Market* (NNM) e *SmallCap Market*. O *Nasdaq Composite Index* mede todas as ações domésticas e não domésticas listadas no Nasdaq *Stock Market*. Atualmente, o índice inclui mais de 3000 companhias, número maior que a maioria dos outros índices de mercado de ações. (Nasdaq, 2008)

Na Europa, a maior bolsa de valores é a de Londres, com 2699 empresas listadas, totalizando o valor de mercado de 2,8 trilhões de dólares americanos conforme dados apresentados pela *World Federation of Exchanges* (2009). Um de seus principais índices é o *Financial Times – Stock Exchange* (FTSE 100), que foi desenvolvido conjuntamente pelo *Financial Times* e pela Bolsa de Valores de Londres e lançado em 3 de janeiro de 1984. Apelidado de *Footsie*, o índice corresponde a uma carteira de 100 ações de maior capitalização entre as ações registradas nessa bolsa. A metodologia do FTSE 100 adota o sistema de ponderação por valor de mercado das empresas emissoras.

No continente asiático, o principal índice de bolsa de valores é o da Bolsa do Japão, denominado Nikkei-225. Esse indicador é o mais tradicional do mercado de ações japonês. Refere-se às flutuações das cotações de uma carteira formada por 225 ações cotadas na Bolsa de Valores de Tóquio. O NIKKEI-225 adota a média aritmética das variações de preços das ações incorporadas pela carteira como no DJIA, mas apresenta a vantagem de ter na composição de sua carteira um número maior de ações (TSE, 2008)

Por fim, o mercado latino-americano possui como destaque o índice Bovespa, principal indicador da BM&FBOVESPA. Atualmente, a BM&FBOVESPA é um dos maiores centros de negociação com ações do mundo, destaque que culminou com um acordo histórico para a fusão em 2008 entre a Bolsa de Valores de São Paulo (Bovespa) com a Bolsa de Mercadorias & Futuros (BM&F) culminando na BM&FBOVESPA.

Segundo BM&FBOVESPA (2008), a carteira do índice bovespa (Ibovespa) é composta pelas ações que atenderam, cumulativamente aos seguintes critérios, com relação aos doze meses anteriores à formação da carteira:

- a) estar incluída em uma relação de ações cujos índices de negociabilidade somados representem 80% do valor acumulado de todos os índices individuais;
- b) apresentar participação, em termos de volume, superior a 0,1% do total;
- c) ter sido negociada em mais de 80% do total de pregões do período.

Para que sua representatividade se mantenha ao longo do tempo, é feita uma reavaliação quadrimestral, alterando-se composição e peso da carteira.

Os dados, coletados na base da ECONOMATICA, são referentes ao período de 1º de janeiro de 2000 a 1º de janeiro de 2008. O período de oito anos escolhido para a análise é o que está compreendido entre a Crise Financeira de 1999 e a Crise Financeira de 2008. As crises financeiras geram fortes instabilidades no mercado e ampliam a volatilidade dos preços dos ativos e índices, podendo, portanto causar falhas na estimação dos parâmetros dos modelos de volatilidade. Para que um indicativo do efeito provocado por uma crise financeira de grandes proporções seja obtido, os dados referentes ao ano de 2008 serão analisados separadamente, e os resultados incorporados ao estudo.

Para o estudo de análise e mensuração do risco dos índices internacionais, serão utilizadas uma base de dados de retornos diários conforme expressão;

$$R_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1}) \quad (22)$$

onde  $P$  representa a série de fechamento das cotações dos índices e  $R_t$  a série do retorno

A utilização da série de retornos como entrada para os testes estatísticos é bastante utilizada no meio acadêmico por se tratar de dados já estacionários com média zero e variância  $\sigma^2$ . Assim, a série de retornos substituiu a série original de cotações do índice.

Os dados serão tratados pelo programa Excel excluindo-se sábados, domingos, feriados e dias sem negociação. Para as modelagens estatísticas será utilizado o pacote estatístico G@RCH 2,3 do *software* Ox®, implementado em C, sugeridos por Laurent e Peters (2002). Para maiores detalhes sobre a operacionalização do software consulte Doornik (2001).

Os testes de acurácia preditiva e estatísticas descritivas serão realizados pelos *softwares* E-views® e R.

### 3.3 Análise dos dados

O primeiro passo da investigação empírica constitui-se de uma análise das estatísticas descritivas das séries e aplicação dos testes de normalidade, estacionariedade e linearidade. As aplicações destes testes são imprescindíveis em função dos pressupostos dos modelos de séries temporais que exigem a estacionariedade dos dados. Caso o teste constate que os dados não são estacionários, deve-se aplicar uma diferenciação nos retornos conforme expressão,  $R'_t = R_t - R_{t-1}$ , obtendo assim uma nova série. Deve-se fazer a quantidade necessária de diferenças até que se atinja a estacionariedade na série.

Para testar a normalidade será aplicado o teste de Jarque-Bera (Jarque e Bera, 1987), acompanhado de seu p-valor, ou seja, a probabilidade de não rejeitar a hipótese nula de que a série segue um padrão normal. O nível de confiança definido foi o de 95%. O teste de estacionariedade será feito através dos testes de raiz unitárias Dickey e Fuller Aumentado (ADF) (Dickey e Fuller, 1979), Phillips e Perron (1988) (PP) e KPSS (Kwiatkowski et al., 1992), também, acompanhado de seu p-valor, ou seja, a probabilidade da série apresentar uma raiz unitária. No caso do teste KPSS, a hipótese nula é inversa dos testes ADF e PP. KPSS tem como hipótese nula a estacionariedade da séries (ausência de raiz unitária). No ADF e PP a hipótese nula é de não estacionariedade da série (presença de raiz unitária). O intervalo de confiança adotado será, assim como no teste de normalidade, de 95%. Detalhes sobre os testes, vejam nos itens 3.3.1. e 3.3.2.

A linearidade será testada a partir da estatística de BDS, proposta por Brock et. al. (1996), para as dimensões fixadas em 2, 5, 10 e 20. A hipótese nula é de que os dados seguem um comportamento i.i.d. (independente e identicamente distribuídos), ou seja, são não-estacionários e não-lineares. A seção 3.3.3 apresenta mais detalhes sobre o teste.

Como segundo passo do estudo tem-se a análise da Função de Autocorrelação (FAC) e Função de Autocorrelação Parcial (FACP) para verificar se os dados possuem autocorrelação serial. Caso exista uma autocorrelação entre os retornos, deve-se ajustar um modelo Autoregressivo e Médias Móveis (ARMA) para eliminar por completo qualquer vestígio de correlação serial. As FAC e FACP estão descritas na seção 3.3.3.

Vale ressaltar que em séries de retorno de mercado financeiros geralmente não possuem autocorrelação. Caso haja esta correlação entre os retornos, quebra os pressupostos de eficiência de mercado na sua forma fraca. Demonstrando que os mercados são ineficientes.

O terceiro passo do estudo é a realização o Teste de Heteroscedasticidade, com o intuito de verificar a presença do efeito de heteroscedasticidade condicional. Tal presença é fator determinante para a aplicação dos modelos da classe ARCH. Para isto, aplica-se o teste ARCH-LM proposto por Engle (1982) na série de retornos ou nos resíduos dos modelos ARMA, conforme descrito anteriormente.

O quarto passo consiste na modelagem da variância condicional das bases de dados a partir do modelo *Riskmetrics* e modelos da classe ARCH (GARCH, EGARCH e APARCH), para diferentes distribuições (Gaussiana, *t-Student*, *t-Student* Assimétrica e *Generalized Error Distribution*) e diferentes regimes (Memória curta e longa). Vale ressaltar que, para cada modelo da classe ARCH será ajustado todas as distribuições e regimes propostos, totalizando 29 ajustamentos. Pretende-se também, utilizar um modelo específico de memória longa, denominado *Hyperbolic* GARCH (HYGARCH), ainda recente na literatura.

A forma funcional adotada para cada modelo é descrito conforme Tabela 2.

**Tabela 2:** Forma Funcional dos modelos de volatilidade

Modelos	Forma funcional
<i>Memória Curta</i>	
GARCH(1,1)	$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 R_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + v_t$
EGARCH(1,1)	$\ln(\sigma_t^2) = \omega + a_1 \left( \left  \frac{R_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right  - E \left  \frac{R_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right  \right) + \gamma_1 \frac{R_{t-1}}{\sigma_{t-1}} + (b_1 \ln(\sigma_{t-1}^2))$
APARCH(1,1)	$\sigma_t^\delta = \omega + \alpha_1 ( R_{t-1}  - \gamma_1 R_{t-1})^\delta + \beta_1 \sigma_{t-1}^\delta$
<i>Memória Longa</i>	
FIGARCH(1,d,1)	$\sigma_t^2 = \underbrace{\omega [1 - \beta(B)]^{-1}}_{\alpha_0^*} + \underbrace{[1 - [1 - \beta(B)]^{-1} \phi(B)(1 - B)^d]}_{\lambda(B)} X_t^2$
FIEGARCH(1,d,1)	$\ln(\sigma_t^2) = \omega + \phi(B)^{-1} (1 - B)^{-d} [1 + \alpha(B)] g(X_{t-1})$
FIAPARCH(1,d,1)	$\sigma_t^\delta = \frac{\omega}{1 - \beta} + \left( 1 - \frac{(1 - \phi B)(1 - B)^d}{(1 - \beta B)^{-1}} \right) ( X_t  - \gamma X_t)^\delta$
HYGARCH(1,d,1)	$\sigma_t^2 = \frac{\omega}{1 - \beta} + \left( 1 - \frac{(1 - \phi B)[1 + \alpha((1 - B)^d - 1)]}{(1 - \beta B)} \right) X_t^2$
<i>RiskMetrics</i>	
RiskMetrics	$\sigma_t^2 = 0,94\sigma_{t-1}^2 + 0,06R_{t-1}^2$



Conforme visto anteriormente, para cada modelo descrito na Tabela 2 serão ajustados as distribuições Gaussiana (Normal), *t-Student*, *t-Student* Assimétrica e *Generalized Error Distribution* (GED), descritas pelo função log-verossimilhança conforme expressão 21, 22, 23 e 24 respectivamente. O *Riskmetrics* é um caso particular, pois leva em consideração a normalidade dos retornos.

*Distribuição Gaussiana (Normal)*

$$L_{norm} = -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^n \left[ \ln(2\pi) + \ln(\sigma_t^2) + \varepsilon_t^2 \right] \quad (21)$$

*GED (Generalized Error Distribution):*

$$L_{GED} = \sum_{t=1}^n \left[ \ln(v/\lambda_v) - 0,5 \left| \frac{\varepsilon_t}{\lambda_v} \right|^v - (1+v^{-1}) \ln(2) - \ln \Gamma(1/v) - 0,5 \ln(\sigma_t^2) \right] \quad (22)$$

onde  $v$  é o grau de liberdade e  $\Gamma(\cdot)$  é a função gamma e  $\lambda_v \equiv \sqrt{\frac{\Gamma\left(\frac{1}{v}\right) 2^{-2/v}}{\Gamma\left(\frac{3}{v}\right)}}$

*t-Student*

$$L_{t-Student} = n \left\{ \ln \Gamma\left(\frac{v+1}{2}\right) - \ln \Gamma\left(\frac{v}{2}\right) - \frac{1}{2} \ln[\pi(v-2)] \right\} - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^n \left[ \ln(\sigma_t^2) + (1+v) \ln\left(1 + \frac{\varepsilon_t^2}{v-2}\right) \right] \quad (23)$$

*t-Student Assimétrica*

$$L_{t-StudentAss} = n \left\{ \ln \Gamma\left(\frac{v+1}{2}\right) - \ln \Gamma\left(\frac{v}{2}\right) - 0,5 \ln[\pi(v-2)] + \ln\left(\frac{2}{\xi + \frac{1}{\xi}}\right) + \ln(s) \right\} - 0,5 \sum_{t=1}^n \left\{ \ln \sigma_t^2 + (1+v) \ln\left[1 + \frac{(s\varepsilon_t + m)^2}{v-2} \xi^{-2I_t}\right] \right\} \quad (24)$$

onde  $I_t = \begin{cases} 1 & \text{se } z_t \geq -\frac{m}{s} \\ -1 & \text{se } z_t < -\frac{m}{s} \end{cases}$  e  $\xi$  é o parâmetro de assimetria,

$$m = \frac{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)\sqrt{\nu-2}}{\sqrt{\pi}\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)}\left(\xi - \frac{1}{\xi}\right) \text{ e } s = \sqrt{\left(\xi^2 + \frac{1}{\xi^2} - 1\right) - m^2}$$

A estimação dos parâmetros dos modelos de volatilidade serão feitos pelo método de máxima verossimilhança, minimizando as possibilidades de máximos locais ao invés de globais da função de Log-máxima verossimilhança, ajustando um processo de convergência iterativo para 0,00005 com o máximo de 8000 iterações. O algoritmo utilizado para otimização foi o Bernd-Hall-Hall-Hausman (BHHH), proposto por Berndt et al. (1974), dando preferência na precisão e não velocidade.

O quinto passo, consiste em estimar os riscos de mercado. Para isto, calcula-se o VaR em posições vendidas, quantis de 0.95, 0.975 e 0.99, e posições compradas, quantis de 0.05, 0.025 e 0.01. A previsão utilizada nas estimativas refere-se a previsão diária 1 passo a frente com a janela de 255 dados. Os valores do VaR serão sempre previsto para um dia, conforme sugerido por Kimura et al. (2009)

Por fim, tem-se o quinto e último passo com o cálculo da estatística de Kupiec (seção 3.3.5), para cada estimativa de *Value-at-Risk*, com o intuito de verificar a acurácia dos VaRs calculados e definição da melhor metodologia de mensuração de risco para o mercado financeiro.

A figura 3 descreve de uma forma bem sintética os procedimentos realizados na pesquisa para cada série de retorno.

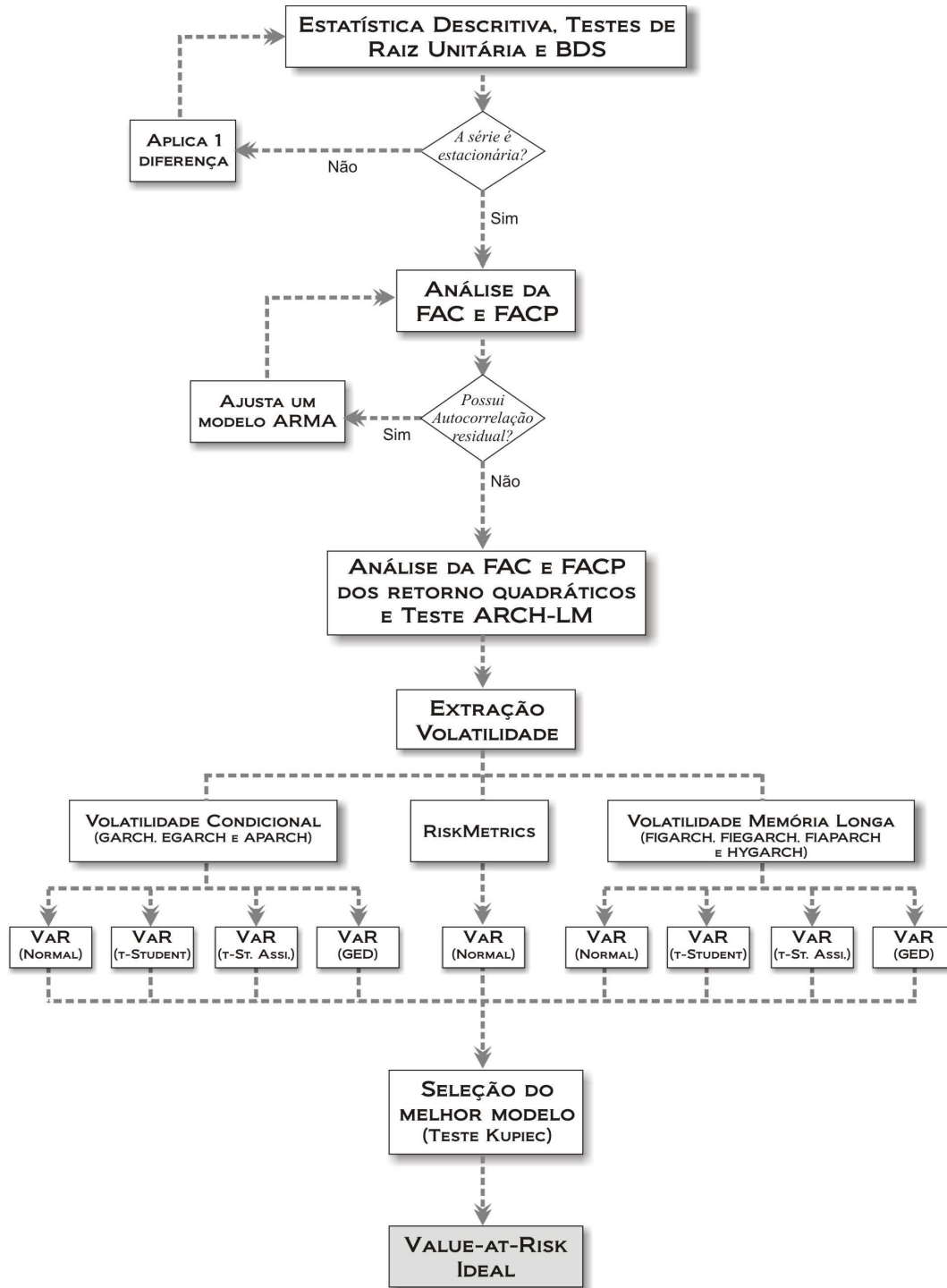


Figura 3: Descrição das etapas da pesquisa.

A figura 3 descreve os procedimentos de tratamento e análise dos dados, por meio de um fluxograma de processo.

Inicialmente faz-se uma análise das estatísticas descritivas da série, buscando verificar alguns fatos estilizados nos dados, como: assimetria, curtose, normalidade, presença de *clusters* de volatilidade e etc.

Juntamente com a estatística descritiva, testa-se a presença de raiz unitária na série, o que implica a não-estacionariedade dos dados.. Conforme Morettin e Tolo (2004) antes de se iniciar a modelagem da volatilidade de uma série temporal, os dados não devem possuir raízes unitárias, estacionários. Caso este pressuposto não seja cumprido, é necessário que se aplique uma diferença na base de dados para que a mesma se torne estacionária.

Tendo então uma série estacionária, avalia-se a presença de autocorrelações seriais em seus dados, por meio das Funções de Autocorrelação (FAC) e Autocorrelação Parcial (FACP). A existência de autocorrelação pressupõe a necessidade de se utilizar modelos Autoregressivos e Médias Móveis (ARMA) para eliminar este efeito. Uma série estacionária e sem autocorrelação serial é denominada de “ruído branco”.

Em alguns casos, quando se eleva uma série ruído branco ao quadrado, a autocorrelação, que até então havia sido eliminada pelos modelos ARMA, ressurgem. Isto é o resultado de um fenômeno denominado de heteroscedasticidade da série. Em uma série heteroscedástica, seus valores quadráticos são autocorrelacionados. Caso contrário tem-se um efeito homocedástico.

A heteroscedasticidade é um fator primordial na extração da volatilidade. Sem o efeito de heteroscedasticidade, não haverá volatilidade. Este fenômeno é facilmente encontrado em séries financeiras, devido a grande oscilação sofrida no mercado.

Constatada este fenômeno, parte-se para a extração da volatilidade, utilizando-se os modelos *Riskmetrics* e volatilidade condicional da família ARCH, levando em consideração a memória longa nos dados.

Cada modelo é ajustado assumindo 4 diferentes distribuições; normal, *t-Student*, G.E.D. e *t-Student* Assimétrica.

Tendo as volatilidades extraídas por cada modelo, estima-se o *Value-at-Risk* diário e testa-se a acurácia dos estimadores para o cálculo do VaR. Isto é feito pela estatística Kupiec.

O melhor modelo é aquele que consegue estimar o VaR mais preciso possível, dado o intervalo de confiança assumido.

### 3.3.1 Teste de Normalidade (Jarque e Bera)

Bera e Jarque (1981) e Jarque e Bera (1987) desenvolveram um teste para detectar se o comportamento dos dados segue uma distribuição normal. A idéia central do teste é mensurar a diferença entre a assimetria e curtose com o de uma distribuição normal. A estatística de teste utilizada é dado como:

$$Jarque - Bera = \frac{N - k}{6} \left( S^2 + \frac{(K - 3)^2}{4} \right) \quad (25)$$

onde  $S$  é a assimetria,  $K$  a curtose e  $k$  representa o numero de coeficientes estimados usado para gerar a série.

A hipótese nula é a de que a série segue uma distribuição normal. O teste Jarque-Bera tem distribuição  $\chi^2$  com 2 graus de liberdade.

### 3.3.2 Testes de raiz unitária (estacionaridade)

O teste de raiz unitária tornou-se amplamente popular nos últimos anos e tem por principal finalidade verificar se uma série temporal é estacionária em nível ou se torna estacionária nas diferenças. Dos diversos tipos de testes encontrados na literatura, optou-se pela utilização dos testes de Dickey e Fuller Aumentado (ADF) (Dickey e Fuller, 1979), Phillips e Perron (1988) (PP) e KPSS (Kwiatkowski et al., 1992), visto que estes são os mais utilizados na literatura.

O teste de Dickey & Fuller (DF) envolve a estimação da equação (26) pelo método dos Mínimos Quadrados Ordinários (MQO) e, posteriormente, testa a hipótese (27) de presença de raiz unitária. A hipótese nula é de que a série apresenta uma raiz unitária, ou seja, a série não é estacionária. É interessante ressaltar que a utilização do teste DF será válida quando as séries que são geradas por um processo auto-regressivo forem de ordem um e seus termos aleatórios seguirem um ruído branco. Portanto, caso o processo gerador de série temporal seja um processo auto-regressivo de ordem superior a um [AR(p), em que (p>1)], o teste a ser utilizado corresponde ao Dickey & Fuller aumentado (ADF), que consiste em estimar a equação (26) pelo método MQO e testar a hipótese (27):

Teste Dickey & Fuller (DF)

$$\Delta R_t = \alpha R_{t-1} + x_t' \delta + \varepsilon_t \quad (26)$$

onde  $\alpha = \rho - 1$ . As hipóteses nula e alternativas são dadas por:

$$H_0 : \alpha = 0 \quad (27)$$

$$H_a : \alpha < 0$$

geralmente é convencional utilizar a razão de  $t$  do  $\alpha$ :

$$t_\alpha = \hat{\alpha} / (se(\hat{\alpha})) \quad (28)$$

onde  $\hat{\alpha}$  é estimado de  $\alpha$  e  $se(\alpha)$  é o coeficiente de erro padrão.

Teste Dickey & Fuller Aumentado (ADF)

$$\Delta R_t = \alpha R_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \omega_i \Delta R_{t-i} + \gamma T + u_t \quad (29)$$

onde  $\omega = -\sum_{j=i+1}^p \rho_j$ ,  $t$  é tendência determinista e  $u_t$  é um ruído branco.

Phillips e Perron (1988) propuseram uma alternativa não paramétrica do teste de raiz unitária. O método PP é um avanço do proposto por Dickey e Fuller (1979), pois consegue controlar o efeito de correlação serial nos dados. A partir da estimação de (26) estatística de teste é dado conforme expressão:

$$\tilde{t}_\alpha = t_\alpha \left( \frac{\gamma_0}{f_0} \right)^{1/2} - \frac{T(f_0 - \gamma_0)(se(\hat{\alpha}))}{2f_0^{1/2}s} \quad (30)$$

onde  $\hat{\alpha}$  é o estimador, e  $t_\alpha$  é a razão de  $t$  do  $\alpha$ ,  $se(\hat{\alpha})$  é o coeficiente de erro padrão, e  $s$  é o erro padrão da regressão de teste,  $\gamma_0$  é um estimador consistente da variância da equação (26) do teste ADF e  $f_0$  é um estimador dos resíduos espectrais de frequência zero.

O teste KPSS proposto por Kwiatkowski et al. (1992) difere dos demais por considerar que o retorno  $R_t$  já é estacionário na hipótese nula. A estatística KPSS é

baseada nos resíduos da regressão de Mínimos Quadrados (MQO) de  $R_t$  com a variável  $x_t$  dada por:

$$R_t = x_t' \delta + u_t \quad (31)$$

A estatística LM é definida como:

$$LM = \frac{\sum S(t)^2}{(T^2 f_0)} \quad (32)$$

onde  $f_0$  é um estimador do espectro residual da frequência zero e  $S(t)$  é a função residual cumulativa, conforme expressão:

A Função de Autoco

$$S(t) = \sum_{r=1}^t \hat{u}_r \quad (33)$$

### 3.3.3 Teste BDS

O teste BDS foi desenvolvido por Brock et. al. (1996) e tem por finalidade testar se uma série temporal segue um comportamento i.i.d. (independente e identicamente distribuído), o que implica em não-estacionariedade, não-linearidade e caos determinístico. A estatística de BDS é baseada na integral de correlação entre dois vetores de séries temporais, definida por meio da expressão:

$$C_m(\varepsilon) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{(T-m)(T-m+1)} \sum_{i,j=1}^T I((x_i^m - x_j^m) < \varepsilon) \quad i \neq j \quad (34)$$

onde  $T$  é o tamanho da série,  $x_t^m = (x_t, x_{t+1}, \dots, x_{t+m-1})$  e  $I(\cdot)$  é a função indicadora. Sobre a hipótese nula de observações i.i.d.,  $C_m(\varepsilon) = (C_1(\varepsilon))^m$ . Dados estes resultados, tem-se a estatística de teste BDS:

$$BDS_m(\varepsilon) = \sqrt{T} [C_m(\varepsilon) - (C_1(\varepsilon))^m] / V_m^{1/2} \quad (35)$$

onde  $V_m$  é a expressão da variância, descrita por Cromwell et al. (1994). Sob a hipótese de i.i.d. a estatística de BDS tem distribuição assintótica normal padrão. Esta aproximação é adequada desde que  $T/m > 200$ . Brock et. al. (1991) recomendam utilizar  $\varepsilon$  entre meia e duas vezes o desvio-padrão da série, e o parâmetro dimensional  $m$ , entre 2 e 10.

### 3.3.4 Função de Autocorrelação (FAC) e Função de Autocorrelação Parcial (FACP)

A Função de Autocorrelação (FAC) demonstra a correlação existente entre os dados defasados de uma dada série. Neste caso, seria a correlação entre o retorno em um período comparado com algum outro retorno em períodos passados. Em termos práticos, seria como imaginar a correlação entre o retorno de hoje com o de ontem, ou de dias atrás.

Conforme Morettin e Toloí (2004) a função de autocorrelação pode ser expressa conforme formulação:

$$\rho_\tau = \frac{\gamma_\tau}{\gamma_0} \quad (36)$$

onde  $\rho_\tau$  é a correlação na defasagem  $\tau$ ,  $\gamma_\tau$  é a função de autocovariância e  $\gamma_0$  é a variância da série de retornos.

Eviews (2005) coloca que a expressão (36) pode também ser exposto conforme expressão:

$$\rho_\tau = \frac{\sum_{t=\tau+1}^T (R_t - \bar{R})(R_{t-\tau} - \bar{R})}{\sum_{t=1}^T (R_t - \bar{R})^2} \quad (37)$$

A Função de Autocorrelação Parcial (FACP) é uma extensão da Função de Autocorrelação, porém considera somente a correlação entre dois dados, em uma defasagem  $\tau$ , não levando em consideração a correlação existente entre os dados pertencentes dentro deste período. Em termos práticos, é a correlação entre o retorno de



hoje com o retorno de 10 (defasagem) dias atrás, sem levar em consideração a correlação existente entre os dias 1 e 10.

Conforme Eviews (2005) a FACP na defasagem  $\tau$  pode ser adquirido recursivamente conforme expressão:

$$\phi_\tau = \begin{cases} \rho_1 & \text{para } k = 1 \\ \frac{\rho_\tau - \sum_{j=1}^{\tau-1} \phi_{\tau-1,j} \rho_{\tau-j}}{1 - \sum_{j=1}^{\tau-1} \phi_{\tau-1,j} \rho_{\tau-j}} & \text{para } k > 1 \end{cases} \quad (38)$$

onde  $\phi$  é o parâmetro do modelo Autoregressivo (AR) e  $\phi_{\tau,j} = \phi_{\tau-1,j} - \phi_\tau \phi_{\tau-1,\tau-j}$

### 3.3.5 Testes de heteroscedasticidade ARCH-LM

O teste de heteroscedasticidade ARCH-LM foi desenvolvido por Engle (1982) com o intuito de verificar se uma série de dados apresenta o efeito de heteroscedasticidade, em outras palavras, se a variância dos dados não é constante para diferentes intervalos de tempo.

Engle (1982) utilizou o teste do Multiplicador de Lagrange (LM) aplicado para um ARCH. A estatística de teste é descrita conforme expressão 37, onde a hipótese nula é de que não existe o efeito ARCH nos resíduos,  $H_0 : \beta_s = 0$ .

$$e_t^2 = \beta_0 + \left( \sum_{s=1}^q \beta_s e_{t-s}^2 \right) + v_t \quad (39)$$

onde  $e$  é o resíduo e  $\beta$  são os parâmetros da regressão.

### 3.3.6 Critério de Seleção de Modelos

Diante de diversos modelos de volatilidade, selecionar o ideal não é uma tarefa fácil. Modelos que têm muitas variáveis embutidas tendem a ter melhores ajustamentos e maior capacidade de previsão, porém a operacionalização deles se torna mais difícil, pelo elevado número de parâmetros a serem estimados. Em contra partida, modelos com poucas variáveis tendem a ter menor capacidade de ajustamento, mas são mais fáceis de manipulação. Foi pensando nisso que o Akaike (1974) desenvolveu uma ferramenta

estatística de seleção de modelos, denominado de Critério de Informação de Akaike (AIC), tradução de *Akaike Information Criterion*.

O AIC é dado conforme expressão:

$$AIC = 2k - 2\ln(L) \quad (40)$$

onde  $k$  é o número de parâmetros do modelo e  $L$  é o valor maximizado da função de verossimilhança.

Seguindo os estudos de Akaike, Schwarz (1978) desenvolveu o Critério de Informação Bayesiano (BIC) tradução de *Bayesian Information Criterion*.

O BIC é descrito conforme expressão:

$$BIC = -2\ln(L) + k \ln(n) \quad (41)$$

onde  $n$  é o número de observações.

O melhor modelo será aquele com menor valor de AIC ou BIC.

### 3.3.7 Verificando a acurácia da estimativa do VaR

Os modelos de VaR são úteis quando se conseguem prever os riscos de forma razoável. Dessa forma, a utilização dos modelos devem ser sempre acompanhadas de um processo de validação. A validação de um modelo tem por função verificar se ele é ou não adequado para prever riscos. Isto pode ser feito com o um conjunto de ferramentas, dentre elas, tem-se o *backtesting*.

Segundo Jorion (1997) o *bscktesting* é um importante ferramenta estatística para verificar a coerência entre as perdas observadas e as perdas previstas. Isto implica em comparar as perdas estimadas pelo VaR com os retorno observados. Este processo é denominado de *confronto com a realidade*. Os gestores de risco utilizam esta ferramenta para verificar se suas estimativas de VaR estão bem calibradas.

A ferramenta estatística de *backtesting* mais conhecida foi desenvolvida por Kupiec (1995). Para se testar o desempenho de um estimador do VaR, Kupiec (1995) desenvolveu um teste baseado na quantidade de falhas na previsão do risco de mercado, comparados com o intervalo de confiança estabelecido a priori.

Sendo  $\alpha$  o intervalo de confiança estabelecido no cálculo do VaR. O teste LR Kupiec visa testar a hipótese nula de que  $H_0 : f = \alpha$  contra a hipótese alternativa  $H_0 : f \neq \alpha$  onde  $f$  é a taxa de falha. Se o modelo estiver corretamente especificado  $f$  deve ser igual a  $\alpha$ .

A taxa de falha pode ser estimada conforme expressão:

$$f = \frac{x}{N} \quad (42)$$

onde  $x$  é o número de retornos que excedem o VaR calculado e  $N$  é o número total da amostra.

De acordo com Kupiec (1995),  $x$  segue uma distribuição  $x \sim Binomial(N, f)$  cuja probabilidade de  $x$  na amostra  $N$  é dado por  $P(x, f, N) = C_x^N (1-f)^{N-x} f^x$ .

Kupiec (1995) propôs o teste baseado na razão de verossimilhança que pode ser empregado a estimativa de uma amostra pontual estatisticamente consistente com o modelo VaR.

A estatística de teste é dado por:

$$LR = -2 \ln[(1-\alpha)^{N-x} \alpha^x] + 2 \ln[(1-f)^{N-x} f^x] \sim \chi^2(1) \quad (43)$$

O teste segue uma distribuição de qui-quadrado com 1 grau de liberdade.



## RESULTADOS E DISCUSSÃO

---

Nesta seção são apresentados os resultados da análise comparativas de diversos modelos de volatilidade para o cálculo do *Value-at-Risk* aplicados aos índices de alguns importantes mercados mundiais de ações.

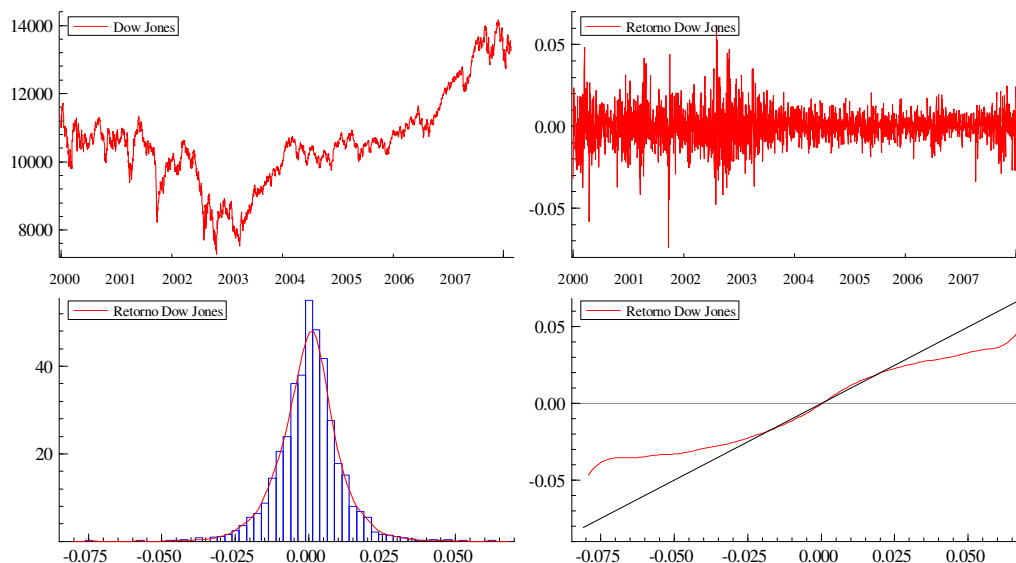
### 4.1 Comportamento das séries de retorno dos índices

A Figura 4 ilustra o comportamento do índice Dow Jones, seus retornos diários, o histograma dos retornos e os retornos diários contra distribuição normal no período de janeiro de 2000 a dezembro de 2007.

Por meio de uma visualização da série (retornos Dow Jones) pode-se observar a presença de *clusters* de volatilidade no começo dos dados. Outro ponto também é a presença de vários *outliers* na série de retorno.

Os *clusters* de volatilidade acontecem devido às incertezas do mercado. Geralmente, quando algum fenômeno impacta nos preços dos papéis, uma crise econômica, por exemplo, o mercado tende a reagir de forma inesperada, proporcionando quedas sucessivas no valor pago pelas ações. O que gera fortes oscilações em um curto intervalo de tempo.

As grandes oscilações no começo do período são observadas devido a diversos acontecimentos que provocaram um aumento da volatilidade neste momento. O atentado terrorista de 11 de setembro de 2001 é um exemplo deles, sendo um causador de mudanças bruscas no mercado de ações norte americano.



**Figura 4:** Índice Dow Jones, retornos diários, histograma dos retornos diários e retornos diários contra distribuição normal. Período da amostra de 01 de janeiro de 2000 a 30 de dezembro de 2007.

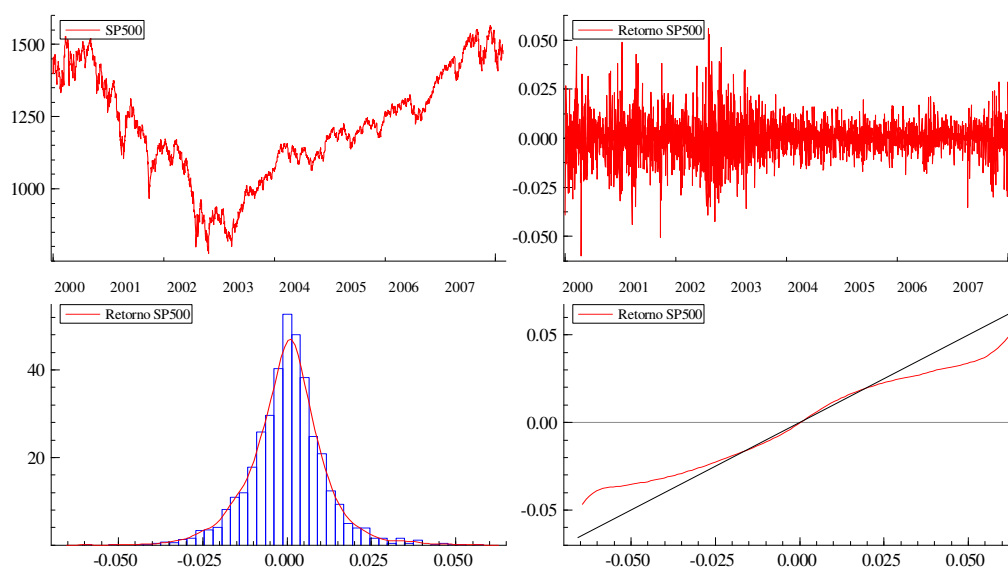
Visualiza-se também, pela Figura 4 (histograma e retornos diários contra distribuição normal), que apesar das fortes oscilações e a presença de *clusters* de volatilidade, o mercado de ações norte americano possui uma simetria dos ganhos. O comportamento dos retornos se distribuem de forma aparentemente normal, sem muita discrepância entre a quantidade de ganhos e perdas (retornos positivos e negativos). Mas não deixa de seguir um comportamento leptocúrtico com caudas pesadas, apresentando retornos extremos, tanto negativos quanto positivos.

A Figura 5 apresenta o comportamento do índice Standard & Poor (S&P500) e seus retornos diários ao longo do período de janeiro de 2000 a dezembro de 2007.

Nota-se que o comportamento do índice S&P500 é semelhante ao índice *Dow Jones*, por se tratarem de empresas norte-americanas, negociados na Bolsa de Nova Iorque. O S&P500 é um índice robusto, criado pela consultoria Standard & Poor's, composto por mais 80% das companhias listadas na Bolsa de Nova Iorque. (NYSE, 2008).

Percebe-se que o índice S&P500 também possui diversos *clusters* de volatilidade, principalmente no começo da série, causados por possíveis crises do mercado financeiro mundial, como o ocorrido pelos atentados às torres gêmeas do *World Trade Center* e o escândalo financeiro da Enron.

A leptocurtose e caudas pesadas são, também, de fácil visualização na Figura 5 (histograma dos retornos e retornos diários contra distribuição normal), o que evidencia um comportamento normal dos ganhos e perdas proporcionados por este índice. Conforme Tsay (2005) é bastante comum em distribuição dos retornos de séries financeiras apresentarem comportamentos leptocurticos com caudas pesadas.



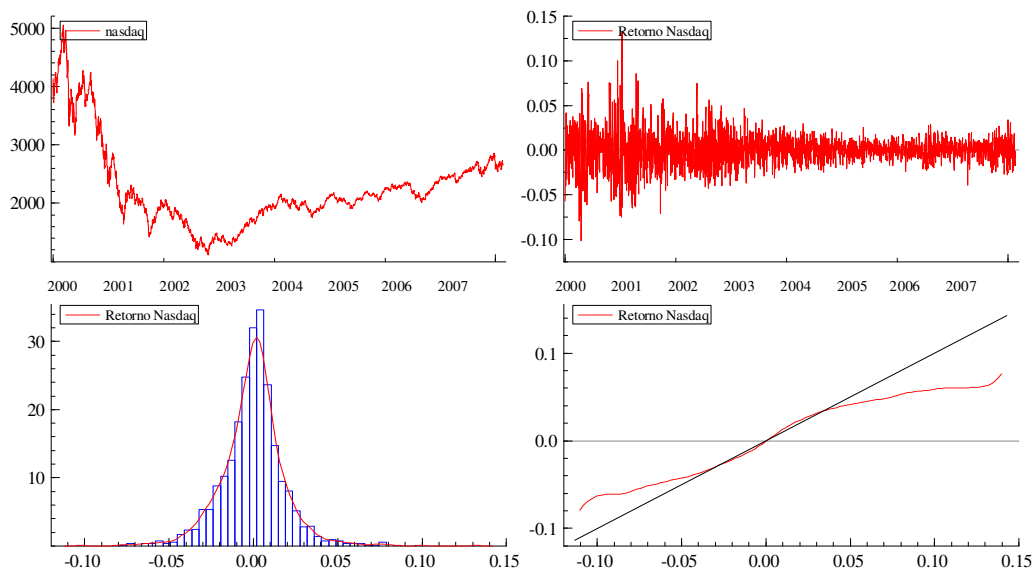
**Figura 5:** Índice S&P 500, retornos diários, histograma dos retornos diários e retornos diários contra distribuição normal. Período da amostra de 01 de janeiro de 2000 a 30 de dezembro de 2007.

O último índice das bolsas norte-americanas é representado pela Figura 6, o que ilustra o comportamento do índice Nasdaq e seus retornos diários no período de janeiro de 2000 a dezembro de 2007. Apesar de ele retratar o comportamento dos preços dos papéis das empresas norte-americanas, o índice Nasdaq representa algumas empresas dos Estados Unidos de um setor específico. Também conhecido como índice das ações das companhias do setor eletrônico, o índice Nasdaq é composto por todos os ativos (cerca de 3.000) listados no mercado eletrônico da bolsa de valores Nasdaq (*National Association of Securities Dealers Automated Quotations*), incluindo empresas não norte-americanas. O que faz dele um dos principais índices. Um *benchmarking* mundial.

Por meio de uma visualização da série (retornos Nasdaq) pode-se observar a presença de diversos *clusters* de volatilidade, principalmente no começo dos dados. Resultado das oscilações bruscas do mercado em período de crise.

Dos três índices norte-americanos analisados, o índice Nasdaq foi o que apresentou piores resultados no decorrer do período. Percebe-se nos índices anteriores (Figura 5 e 4) que o valor dos papéis das empresas obtiveram boas recuperações do decorrer do período pós crises. No entanto, na Nasdaq a realidade foi diferente. O índice saiu de patamares de 5000 pontos (Figura 6) chegando ao final do período de análise com valores próximos de 3000 pontos. No intervalo de 7 anos, as empresas do setor de eletrônico dos Estados Unidos perderam grande valor de mercado.

Uma explicação para as grandes quedas do começo do período referem-se as crises causadas pela Bolha da internet em 2000, conhecida também por bolha das empresas “pontocom”. Com o crescimento da rede mundial de computadores, as empresas listadas na Nasdaq foram supervalorizadas, o que contribuiu para o crescimento de diversas outras empresas no ramo da *web*, interessadas em abocanhar uma fatia do crescimento surreal que o mercado virtual proporcionava. Conforme Figura 6, no começo do período, em março de 2000, a Nasdaq chegou ao pico de aproximadamente 5000 pontos, o que correspondia a um crescimento de cerca de 100% no período de um ano. Com toda essa especulação, o desfecho dessa história não poderia ser diferente. A bolha especulativa estourou. Milhares de empresas foram destroçadas e muitos investidores perderam verdadeiras fortunas. Seguidas dos atentados terroristas em 2001 e o escândalo da Enron, a Nasdaq foi a bolsa norte-americana que apresentou maior queda no período. Jamais recuperada.



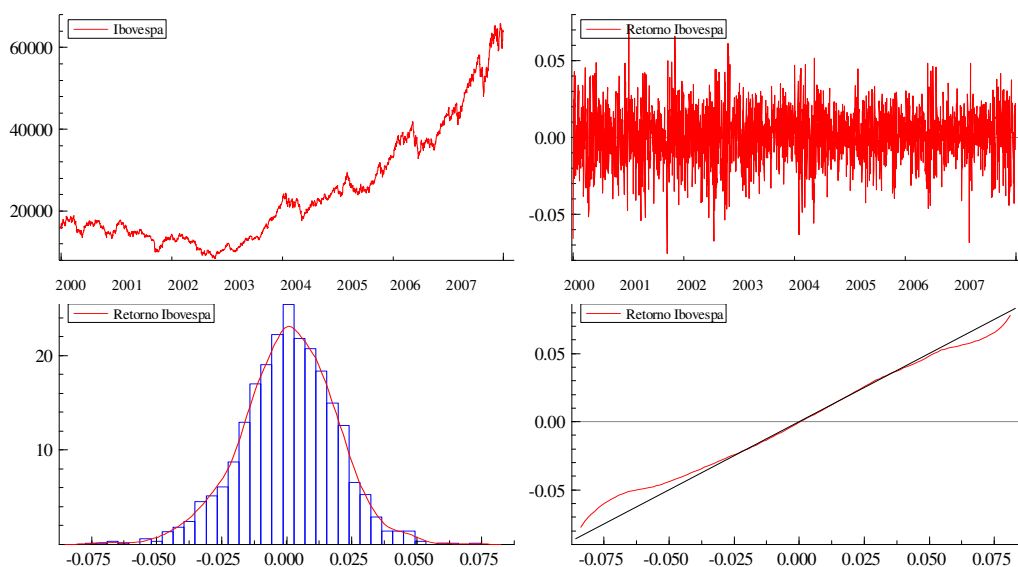
**Figura 6:** Índice Nasdaq, retornos diários, histograma dos retornos diários e retornos diários contra distribuição normal. Período da amostra de 01 de janeiro de 2000 a 30 de dezembro de 2007.

A Figura 7 ilustra o comportamento do índice Bovespa e seus retornos diários no período de janeiro de 2000 a dezembro de 2007.

O índice Bovespa pode ser considerado como o termômetro do mercado de capitais brasileiro. Ele demonstra as oscilações dos papéis das principais empresas de capital aberto na BM&FBovespa.

Por meio de uma inspeção visual da série de retornos do Ibovespa, percebe-se que a crise do 11 de setembro de 2001 não gerou grandes impactos na Bolsa brasileira. Os atentados terroristas não foram suficientes para impedir o sucesso no crescimento dos preços das ações no decorrer do período, atingindo patamares elevados. Em 7 anos de análise, o Ibovespa saiu dos seus 20.000 pontos, atingindo os 65.000 pontos. O que representa um crescimento exponencial de 225%.

Os retornos diários do Ibovespa apresentaram diversos *clusters* de volatilidade. Diferente do mercado norte-americano, os *clusters* de volatilidade no Brasil aparecem em todos os períodos, e não acumulados no começo dos dados. O que evidencia uma oscilação normal no decorrer dos 7 anos de análise.



**Figura 7:** Índice Bovespa, retornos diários, histograma dos retornos diários e retornos diários contra distribuição normal. Período da amostra de 01 de janeiro de 2000 a 30 de dezembro de 2007.

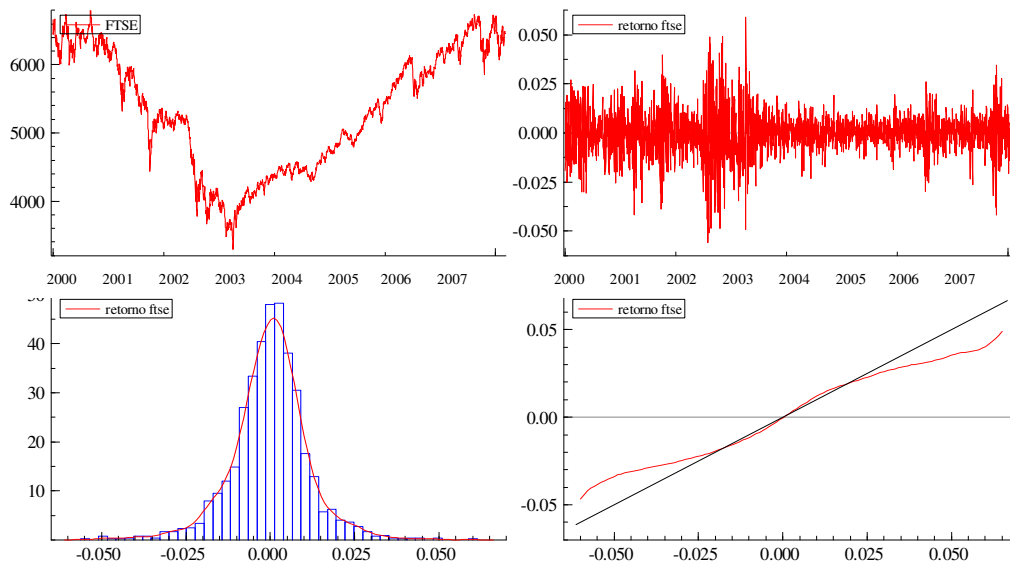
Um ponto interessante que pode ser observado (Figura 7) refere-se ao comportamento dos retornos do Ibovespa. Nota-se que o histograma da distribuição dos



retornos diários do índice possui um comportamento bem diferente dos índices norte-americanos. O Ibovespa, apesar da similaridade a uma distribuição normal, seu formato se assemelha a uma distribuição mesocúrtica, visto pelo comportamento dos retornos diários contra distribuição normal. Quanto mais próximo da linha transversal a curva vermelha se aproximar (Figura 7 – retornos diários contra distribuição normal), mais normal a distribuição se aproximará. Percebe-se que os retornos possuem um comportamento semelhante a uma normal, com média 0 e variância  $\sigma^2$ . Porém, tais fatos não podem ser afirmados sem a realização de testes que comprovem o comportamento dos retornos.

A Figura 8 apresenta o comportamento do índice diário FTSE 100 e seus retornos diários no período de janeiro de 2000 a dezembro de 2007.

O FTSE 100 é um índice que representa o desempenho das 100 principais empresas de capital aberto negociadas na Bolsa de Valores Londres. O FTSE é o termômetro do mercado britânico de capitais.



**Figura 8:** Índice FTSE 100, retornos diários, histograma dos retornos diários e retornos diários contra distribuição normal. Período da amostra de 01 de janeiro de 2000 a 30 de dezembro de 2007.

Nota-se na Figura 8 que o comportamento do FTSE 100 é bem semelhante aos índices norte-americanos Dow Jones, S&P 500 e Nasdaq, figuras 4, 5 e 6, respectivamente.

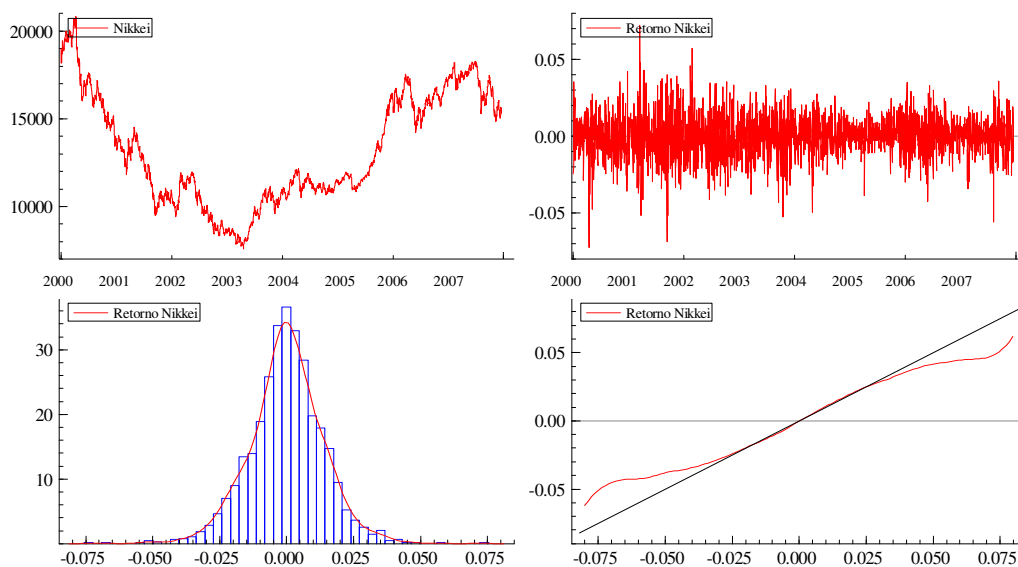
Os *clusters* de volatilidade podem ser visualizados na Figura 8 (retornos FTSE) no começo dos dados, causados possivelmente por crises no mercado financeiro mundial, como foi o caso do 11 de setembro e o escândalo financeiro da Enron no Estados Unidos.

Por fim, a Figura 9 ilustra o comportamento do índice Bovespa e seus retornos diários no período de janeiro de 2000 a dezembro de 2007.

O Nikkei 225 é o índice mais tradicional do mercado de capitais japonês, calculado pela Bolsa de Valores de Tóquio. O Nikkei é formado por 225 empresas listadas na bolsa de valores japonesa. Sua composição é bem diversificada, englobando empresas de diversos setores da economia.

Devido a interdependência e o efeito contágio entre os diversos mercados de capitais mundiais, o Nikkei também foi um índice que apresentou fortes quedas nos primeiros anos de análise (de 2000 a 2003), conforme pode ser observado na Figura 9. O que proporcionou agrupamentos de volatilidades neste período.

O histograma dos retornos diários do índice Nikkei 225 apresentou um comportamento leptocurtico, com caudas pesadas. Semelhante aos demais mercados analisados, com exceção do mercado brasileiro. O que indica uma concentração forte de retornos próximo de 0, possibilitando poucos *outliers* (retorno abusivos e discrepantes) no decorrer do período.



**Figura 9:** Índice Nikkei 225, retornos diários, histograma dos retornos diários e retornos diários contra distribuição normal. Período da amostra de 01 de janeiro de 2000 a 30 de dezembro de 2007.

A Tabela 3 apresenta os valores da estatística descritiva, teste de raiz unitária (estacionaridade) ADF, PP e KPSS, teste de heteroscedasticidade (ARCH-LM) e o teste de linearidade (BDS) aplicados as séries de retornos dos índices Dow Jones, S&P500, Nasdaq, Ibovespa, FTSE 100 e Nikkei 225.

**Tabela 3:** Estatísticas descritivas, testes de Estacionaridade, heteroscedasticidade e linearidade dos retornos dos índices Dow Jones, S&P500, Nasdaq, Ibovespa, FTSE100 e Nikkei 225. Período da amostra de 01 de janeiro de 2000 a 30 de dezembro de 2007.

	Dow Jones	S&P500	Nasdaq	Ibovespa	FTSE 100	Nikkei 225
Média	0.00008	0.00000	-0.00022	0.00067	-0.00002	-0.00011
Desvio Padrão Incondicional	0.01077	0.01115	0.01845	0.01817	0.01129	0.01380
Máximo	0.06155	0.05574	0.13255	0.07335	0.05904	0.07222
Mínimo	-0.07396	-0.06005	-0.10168	-0.07539	-0.05589	-0.07234
Assimetria	0.01077	0.04756	0.18552	-0.21376	-0.17417	-0.15702
Curtose	6.82040	5.54944	7.21198	3.69958	5.88432	4.71332
Jarque-Bera	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
<b>Teste Estacionaridade</b>						
ADF	0.00010	0.00010	0.00000	0.00000	0.00000	0.00010
PP	0.00010	0.00010	0.00000	0.00000	0.00010	0.00010
KPSS	0.18454	0.34693	0.46184	0.42392	0.47533	0.42860
<b>Teste ARCH-LM</b>						
Teste (2)	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
Teste (50)	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
Teste (100)	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
<b>Teste BDS</b>						
Dimensão (2)	0.00000	0.00000	0.00000	0.10690	0.00000	0.49220
Dimensão (6)	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
Dimensão (8)	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
Dimensão (10)	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000

Nota: Os testes de Jarque-Bera, Estacionaridades, ARCH-LM e BDS estão representados pelos p-valores de interpretação direta. A teste Jarque-bera tem como hipótese nula a normalidade dos dados. A hipótese nula dos testes ADF e PP é de que existe raiz unitária (não estacionaridade). O teste KPSS tem como hipótese nula a ausência de raiz unitária (estacionaridade). No teste ARCH-LM a hipótese nula é de que existe o efeito ARCH nas séries temporais, presença de heteroscedasticidade no dados. O teste BDS tem como hipótese nula a independência e distribuição idêntica dos retornos (i.i.d.). O teste ARCH-LM foi feito para três níveis de defasagens, 2, 50 e 100.

Conforme valores apresentados na Tabela 3 observa-se que todos os índices analisados possuem uma média dos seus retornos próximos de zero. O que vai de acordo com a teoria financeira clássica de que a média dos retornos de um ativo é sempre zero.

O desvio padrão incondicional retrata as oscilações médias dos retornos dos índices. Na teoria de finanças este é um indicador de risco. Quanto maior o valor de desvio padrão, mais arriscado é o ativo. Dentre os 6 índices analisados, o Nasdaq apresentou-se como o mercado de maior risco, devido suas grandes oscilações nos

períodos que se iniciaram as análises. O alto risco é proveniente das crises sofridas neste mercado, como foi descrito anteriormente.

Um fato curioso é que o mercado americano, ao mesmo tempo que se apresenta como o mais arriscado (índice Nasdaq) também é o de menor risco (índice S&P500), visto pelo baixo valor do desvio padrão incondicional. De todos os índices analisados, o S&P 500 foi o que apresentou menor valor do desvio padrão (Tabela 3).

Percebe-se (Tabela 3) que todas as séries de retorno apresentam um comportamento não normal, percebido a partir do teste de normalidade de Jarque-Bera (1987), rejeitados ao nível de 1% da hipótese de normalidade, considerado pelos p-valores iguais a zero. O excesso de curtose, cujos valores acima de 3 é um dos principais fatores que pode ter gerado a rejeição da hipótese de normalidade. A não normalidade dos retornos dos índices é um indicativo de que os modelos de precificação de opções (Black-Scholes), de precificações de ativos (CAPM) e de gestão de risco (*Riskmetrics*) podem ser falhos, aplicados aos mercados pertencentes a estes índices. Tais modelos têm como pressuposto básico a normalidade dos retornos, e se este pré-requisito não for cumprido, os resultados apresentados por eles serão espúrios.

Dentre todos os valores de curtose apresentado, sem sombra de dúvida o índice Nasdaq foi o que ofereceu maior excesso de curtose, dando um formato leptocurtico a séries de retorno. Fator este já evidenciado na Figura 6.

Como visto anteriormente, de todas as distribuições dos retornos, o Ibovespa é o índice, cujo histograma da Figura 7, apresenta-se menos leptocurtico, menor valor de curtose (Tabela 3), assemelhando-se a uma distribuição mesocurtica. O que mostra que o mercado brasileiro possui retornos mais dispersos, menos concentrados no zero.

Os resultados empíricos do teste de estacionaridade (teste de raiz unitária) apresentados pela Tabela 3 apontam para a estacionaridade de todas as séries de retornos dos índices, a hipótese nula de raiz unitária pode ser rejeitada ao nível de 1%, nos teste ADF e PP e aceita ao nível de 1% no teste KPSS. Foram realizados diversos testes considerando regressões com e sem a presença do intercepto e considerando, também, o efeito de possíveis tendências. O critério de escolha do melhor modelo foi aquele que apresentou menores valores de AIC (*Akaike Information Criterion*) e BIC (*Bayesian Information Criterion*).

No que se refere a presença do efeito de heteroscedasticidade nas séries de retorno. A Tabela 3 evidencia que em todos os índices de ações os retornos são heteroscedásticos, com variância inconstante no decorrer dos períodos. Os p-valores

menores que 0,01, nos três níveis de defasagens (2, 50 e 100), rejeitam a hipótese nula de homocedasticidades nos dados. A estatística ARCH-LM testa a presença de autocorrelação dos resíduos quadráticos da série de retornos.

A heteroscedasticidade é um efeito comum em séries temporais financeiras, principalmente quando se tratam de preços ou índices de ações. Em síntese, este efeito ocorre quando as oscilações do mercado se comportam de forma inesperadas e inconstantes, devidos ao grande número de especuladores no mercado. A presença de heteroscedasticidade nas séries de retorno dos índices é um fator importante na modelagem da volatilidade.

Os p-valores do teste BDS reportados na Tabela 3 indicam que em todos os índices, os retornos não seguem um comportamento i.i.d (independente e identicamente distribuído). Os baixos p-valores se colocam em uma região de rejeição da hipótese nula de i.i.d., com exceção dos retornos Ibovespa e Nikkei na dimensão 2.

Por se tratar de dados diários, as séries financeiras apresentam maior persistência na volatilidade, rejeitando-se a hipótese nula do teste BDS.

Uma série não i.i.d. significa dizer que existe uma dependência temporal entre os retornos dos índices, em outras palavras, os retornos futuros são influenciados pelos valores passados. E os dados não serem identicamente distribuídos refere-se que em diferentes intervalos de tempos têm-se diferentes distribuições para os retornos. Isto mostra a não linearidade dos retornos.

A Tabela 4 apresenta os valores estimados dos coeficientes das Funções de Autocorrelação (FAC) e Autocorrelação Parcial (FACP) para 5 níveis de defasagens dos retornos e retornos quadráticos dos índices Dow Jones, S&P500, Nasdaq, Ibovespa, FTSE100 e Nikkei 225.

**Tabela 4:** Estimativas para dos coeficientes de autocorrelação e autocorrelação parcial para os retornos e retornos quadráticos dos índices Dow Jones, S&P500, Nasdaq, Ibovespa, FTSE100 e Nikkei 225. Período da amostra de 01 de janeiro de 2000 a 30 de dezembro de 2007.

	Dow Jones	S&P500	Nasdaq	Ibovespa	FTSE 100	Nikkei 225
<b>Retornos</b>						
a1 (p1)*	-0.033 (-0.033)	-0.039 (-0.039)	-0.004 (-0.004)	0.043 (0.043)	-0.061 (-0.061)	-0.013 (-0.013)
a2 (p2)	-0.027 (-0.028)	-0.042 (-0.044)	-0.065 (-0.065)	-0.034 (-0.036)	-0.025 (-0.029)	-0.017 (-0.018)
a3 (p3)	0.015 (0.013)	-0.005 (-0.008)	-0.006 (-0.007)	-0.015 (-0.012)	-0.099 (-0.102)	0.018 (0.018)
a4 (p4)	0.022 (0.023)	0.006 (0.004)	0.02 (0.016)	-0.011 (-0.012)	0.052 (0.039)	-0.041 (-0.041)
a5 (p5)	-0.04 (-0.038)	-0.028 (-0.028)	-0.026 (-0.027)	-0.035 (-0.035)	-0.021 (-0.022)	0.006 (0.006)

Continua...

**Tabela 4:** Continuação

<b>Retornos Quadráticos</b>						
a1 (p1)	0.110 (0.110)	0.167 (0.167)	0.216 (0.216)	0.073 (0.073)	0.253 (0.0253)	0.013 (0.013)
a2 (p2)	0.193 (0.184)	0.225 (0.203)	0.293 (0.258)	0.079 (0.075)	0.348 (0.303)	0.117 (0.117)
a3 (p3)	0.304 (0.279)	0.267 (0.217)	0.212 (0.123)	0.135 (0.126)	0.288 (0.177)	0.173 (0.172)
a4 (p4)	0.110 (0.042)	0.169 (0.078)	0.228 (0.119)	0.091 (0.070)	0.277 (0.124)	0.069 (0.057)
a5 (p5)	0.191 (0.095)	0.188 (0.082)	0.215 (0.101)	0.053 (0.026)	0.296 (0.137)	0.108 (0.057)
$\frac{2}{\sqrt{T}}^*$	0.045	0.045	0.045	0.045	0.045	0.045

Nota: ai e pi representam os coeficientes de autocorrelação e autocorrelação parcial.

(\*) refere-se ao limite assintótico da função de autocorrelação.

Analisando-se a Tabela 4 pode-se perceber que, em quase todos os índices, os valores da FAC e FACP nos 5 níveis de defasagens são menores (em módulo) que o limite assintótico da função de autocorrelação. Isto mostra que os dados não apresentam correlação temporal. Em outras palavras, os retornos dos índices não possuem correlação com seus retornos passados. No linguajar estatístico, diz-se que as séries são “ruídos branco”.

Segundo a hipótese da eficiência de mercado (HEM), estudada por Fama (1970), quando os retornos de um ativo podem ser previstos com retornos passados, com uma defasagem superior a 1, o mercado não segue um comportamento *randow walker*, evidenciando a ineficiência, na forma fraca, deste mercado. A autocorrelação temporal implica em previsibilidade dos retornos, o que demonstra ineficiência do mercado.

Um mercado eficiente é aquele em que, de forma alguma, os ganhos futuros podem ser previstos. Dessa forma, pode-se afirmar que, pautado na análise FAC e FACP (Tabela 4), os mercados mundiais de ações são eficientes na forma fraca, conforme a teoria da hipótese da eficiência de mercado (HEM).

A ausência de autocorrelação dos retornos retira a necessidade de ajustamento de modelos econométricos para a estimação das médias condicionais dos retornos.

Vale ressaltar que o índice FTSE 100 foi o único que apresentou autocorrelação dos retornos nos *lags* 1 e 3. Porém, não foi evidenciado nas demais defasagens.

Analisando os coeficientes das funções de autocorrelação e autocorrelação parcial dos retornos quadráticos (Tabela 4), nota-se que em todos os índices de ações os valores dos coeficientes são superiores (em módulo) que o limite assintótico, evidenciando a existência de correlação temporal entre os retornos quadráticos.

Segundo a teoria econométrica básica, a existência de autocorrelação entre os retornos quadráticos é um indicativo do efeito de heteroscedasticidade dos dados. O que já foi comprovada no teste ARCH-LM (Tabela 3).

## 4.2 Modelagem da volatilidade condicional

A Tabela 5 expressa os resultados da estimação dos modelos de volatilidade condicional da classe ARCH, considerando a hipótese de memória curta (GARCH, EGARCH e APARCH) e memória longa (FIGARCH, FIEGARCH, FIAPARCH e HYGARCH) do índice Dow Jones, no período de 01 de janeiro de 2000 a 30 de dezembro de 2007.

Vale ressaltar que para cada modelo de volatilidade apresentado na Tabela 5 houve quatro diferentes ajustes, assumindo para cada ajuste uma distribuição distinta para os retornos (Normal, *t-Student*, G.E.D. e *t-Student* Assimétrica). O critério de escolha da melhor distribuição para os modelos foi aquela que apresentou menores valores de AIC (*Akaike Information Criterion*).

**Tabela 5:** Resultados da estimação dos modelos de volatilidade da classe ARCH aplicado a séries de retorno do índice Dow Jones

Variância Condicional	RiskMetrics	GARCH (1,1)	EGARCH (1,1)	APARCH (1,1)	FIGARCH (1,d,1)	FIEGARCH (1,d,1)	FIAPARCH (1,d,1)	HYGARCH (1,d,1)
Constante		0.007 (0.038)	0.000 (0.000)		0.012 (0.093)	0.000 (0.000)	0.637 (0.316)	0.015 (0.209)
ARCH (alpha)	0.060	0.066 (0.000)	0.610 (0.257)	0.046 (0.008)	0.148 (0.005)	0.554 (0.234)	0.304 (0.000)	0.143 (0.013)
GARCH (Beta)	0.94	0.928 (0.002)	0.955 (0.000)	0.954 (0.000)	0.709 (0.000)	0.182 (0.109)	0.583 (0.000)	0.715 (0.000)
EGARCH (Theta 1)			-0.087 (0.042)			-0.119 (0.002)		
EGARCH (Theta 2)			0.122 (0.000)			0.105 (0.000)		
APARCH (Gamma1)				0.765 (0.007)			0.988 (0.000)	
APARCH (Delta)				1.537 (0.000)			1.365 (0.000)	
Asymmetry		-0.082 (0.002)	-0.0818 (0.714)	-0.091 (0.001)	-0.085 (0.002)	-0.009 (0.484)	-0.095 (0.000)	-0.85 (0.002)
Tail		9.393 (0.000)	9.95 (0.000)	9.370 (0.000)	8.882 (0.002)	10.185 (0.000)	10.522 (0.000)	8.997 (0.000)
D					0.568 (0.000)	0.668 (0.000)	0.331 (0.000)	0.581 (0.000)
HY								0.-0.006 (0.806)
Distribuição	Normal	t Student Assimétrica	t Student Assimétrica	t Student Assimétrica	t Student Assimétrica	t Student Assimétrica	t Student Assimétrica	t Student Assimétrica

Continua...

**Tabela 5:** Continuação

<b>Log Verossimilhança</b>	6513.19	6563.89	6548.81	6580.06	6571.07	6593.94	6598.04	6571.09
<b>AIC</b>	-6.481	-6.529	-6.512	-6.549	-6.535	-6.556	-6.560	-6.534
<b>Q<sup>2</sup>(10)</b>	0.447	0.519	0.574	0.435	0.558	0.468	0.601	0.56
<b>ARCH(10)</b>	0.605	0.406	0.631	0.581	0.643	0.041	0.299	0.638

Nota: Os valores entre parênteses correspondem ao p-valor de interpretação direta da estatística t dos parâmetros dos modelos;

Log-verossimilhança é o valor máximo da função de verossimilhança logarítmica;

AIC corresponde ao *Akaike Information Criterion*;

Q<sup>2</sup>(10) corresponde ao p-valor da Q-estatística de Ljung-Box para o décimo lag do erro quadrático;

ARCH(10) refere-se ao p-valor do Teste ARCH-LM para o lag 10.

De forma geral, observa-se que todos os modelos obtiveram bons ajustes às séries de retorno, uma vez que eles eliminaram por completo a autocorrelação dos retornos quadráticos, visto pelos p-valores acima e 0,01 da estatística ARCH(10) e estatística de Ljung-Box. Vale lembrar que a hipótese nula do teste ARCH-LM é a homocedasticidade das séries e da estatística de Ljung-Box a inexistência de autocorrelação temporal. Todas aceitas a 1% de significância.

Outro ponto que indica o bom ajustamento do modelo pode ser observado pelos p-valores dos parâmetros. A estatística t dos parâmetros de regressão tem como hipótese nula dos coeficientes dos modelos iguais a zero. Como a maioria dos p-valores são menores que 0,01, então pode-se dizer que os parâmetros são significativos a 1%, pois rejeitam a hipótese nula.

De todos os modelos ajustados, percebe-se claramente a supremacia da distribuição t-Student Assimétrica na extração das volatilidades do índice Dow Jones. O que corrobora a hipótese de não normalidade dos retornos, já demonstrado na Tabela 3.

Por meio da Tabela 5 nota-se uma longa persistência de choque na volatilidade. Quaisquer choques na volatilidade do índice causados por imperfeições do mercado, mas notícias, irracionalidade dos *players* e etc, perpetuarão por longos períodos de tempo. A soma dos parâmetros  $\alpha_1$  (ARCH) e  $\beta_1$  (GARCH) próximo de 1 representa o grau de persistência da série. Quanto maior a soma dos parâmetros, maior a persistência e menor a capacidade preditiva de longo prazo dos modelos.

Este efeito de longa persistência é denominado de memória longa nos estudos de séries temporais. O que se fez necessário o desenvolvimento de modelos que consigam capturar o este efeito em dados.

A presença do efeito alavancagem pode ser observado na série de retorno do índice Dow Jones. Os parâmetros Gamma 1 significativo a 1% dos modelos APARCH é um indicador de assimetria informacional na volatilidade. Choques negativos tendem a



causar maior impacto sobre a volatilidade do que choques positivos, por isso merecem um tratamento diferenciado para retornos positivos e negativos na volatilidade. A assimetria de impacto na volatilidade é comum no mercado financeiro. Uma notícia ruim tende a causar maiores oscilações (grande aumento da volatilidade) do que boas notícias. Os parâmetros Theta dos modelos EGARCH também são indicadores de assimetria na série de retornos.

O ajustamento dos modelos de memória longa (FIGARCH, FIEGARCH, FIAPARCH e HYGARCH) para a série de retornos do índice Dow Jones se mostrou significativo, caracterizando, portanto a presença de memória longa na série. A estimativa do coeficiente de integração fracionária  $d$ , está próxima das reportadas nas literaturas.

O AIC (*Akaike Information Criterion*) é um importante critério na hora de se escolher o melhor modelo de ajuste, uma vez que ele pondera a quantidade de parâmetros do modelo com a função de verossimilhança. Um modelo para ser considerado bom é aquele que apresenta poucos parâmetros (parcimonioso) a altos valores da função de verossimilhança, o que gera um AIC baixo. Quanto menor o AIC, mais interessante é o modelo.

Visto por este critério, percebe-se a supremacia dos modelos de memória longa comparados com os tradicionais da família ARCH. Um forte indicativo deste efeito na volatilidade do índice Dow Jones. A presença de memória longa na volatilidade sugere uma evidência empírica de que a os retornos apresentam baixa reversão à média por processo fracionalmente integrado.

Dentre todos os modelos analisados o FIAPARCH (1,d,1) foi o que melhor se ajustou e o que possui melhor capacidade de extração da volatilidade do índice Dow Jones. O bom desempenho dos modelos com potência assimétrica (APARCH e FIAPARCH) também pode ser visto em outros estudos como foi os casos do Giot e Laurent (2003 e 2004), Huang e Lin (2004) e Niguez (2008) que estudaram os índices FTSE, Nasdaq, Nikkei, Bolsa de Valores de Madrid, Taiwan, CAC40, S&P 500, YEN-USD, DEM-USD e mercados de derivativos, como alumínio, cobre, petróleo brent e cacau.

Vale ressaltar que, apesar dos estudos de Tang e Shieh (2006) apresentarem o modelo HYGARCH(1,d,1) como o mais adequado para se extrair a volatilidade do índice Dow Jones, eles não testaram os modelos com potencia assimétrica, mas somente os modelos de memória longa FIGARCH e HYGARCH. Acredita-se que se fossem

testados os modelos assimétricos, talvez os resultados fossem de encontro aos apontados pela tabela 5.

A tabela 6 traz os resultados da estimação dos modelos de volatilidade para os retornos do índice S&P 500, no período de 01 de janeiro de 2000 a 30 de dezembro de 2007.

**Tabela 6:** Resultados da estimação dos modelos de volatilidade da classe ARCH aplicado a séries de retorno do índice S&P 500

Variância Condicional	RiskMetrics	GARCH	EGARCH	APARCH	FIGARCH	FIEGARCH	FIAPARCH	HYGARCH
		(1,1)	(1,1)	(1,1)	(1,d,1)	(1,d,1)	(1,d,1)	(1,d,1)
Constante		0.006 (0.05)	0.000 (0.000)		0.017 (0.089)	0.000 (0.000)	25.898 (0.307)	0.017 (0.270)
ARCH (alpha)	0.060	0.066 (0.000)	0.727 (0.186)	9572.220 (0.000)	0.128 (0.007)	0.782 (0.094)	0.235 (0.002)	0.128 (0.011)
GARCH (Beta)	0.94	0.929 (0.000)	0.953 (0.000)		0.64 (0.000)	0.123 (0.422)	0.537 (0.000)	0.64 (0.000)
EGARCH (Theta 1)			-0.095 (0.011)			-0.146 (0.001)		
EGARCH (Theta 2)			0.11 (0.000)			0.092 (0.000)		
APARCH (Gamma1)				0.076 (0.013)			0.995 (0.000)	
APARCH (Delta)				9.784 (0.000)			1.295 (0.000)	
Asymmetry		-0.083 (0.001)	-0.099 (0.013)		-0.09 (0.001)	-0.002 (0.916)	-0.111 (0.000)	-0.09 (0.001)
Tail		9.94 (0.000)	11.929 (0.000)		9.376 (0.000)	11.226 (0.001)	12.265 (0.000)	10.989 (0.000)
d					0.522 (0.000)	0.612 (0.000)	0.352 (0.000)	0.371 (0.001)
G.E.D.				0.644 (0.000)				
HY								0.000 (0.983)
Distribuição	Normal	t Student Assimétrica	t Student Assimétrica	G.E.D.	t Student Assimétrica	t Student Assimétrica	t Student Assimétrica	t Student Assimétrica
Log Verossimilhança	6442.546	6484.55	6481.24	5730.15	6491.95	6524.67	6527.66	6491.95
AIC	-6.411	-6.45	-6.445	-5.7	-6.456	-6.487	-6.490	-6.455
Q <sup>2</sup> (10)	0.243	0.295	0.359	0.872	0.292	0.206	0.359	0.292
ARCH(10)	0.743	0.616	0.428	0.042	0.736	0.0112	0.162	0.736

Nota: Os valores entre parênteses correspondem ao p-valor de interpretação direta da estatística t dos parâmetros dos modelos;

Log-verossimilhança é o valor máximo da função de verossimilhança logarítmica;

AIC corresponde ao *Akaike Information Criterion*;

Q<sup>2</sup>(10) corresponde ao p-valor da Q-estatística de Ljung-Box para o décimo lag do erro quadrático;

ARCH(10) refere-se ao p-valor do Teste ARCH-LM para o lag 10.

Observa-se, *a priori*, que todos os modelos obtiveram bons ajustamentos às séries de retorno do índice S&P 500, expressa pelos valores superiores a 0,01 do teste

ARCH-LM na 10ª defasagem. Estes valores os colocam na área de aceitação da hipótese nula de homocedasticidades dos resíduos dos modelos, comprovando a eliminação do efeito heteroscedástico da série. Um modelo de volatilidade é bem ajustado quando não se detecta autocorrelações entre seus resíduos quadráticos. Tal evidência pode ser observada pelos p-valores maiores que 0,01 na estatística  $Q^2$  de Ljung-Box, evidenciando que os resíduos dos modelos se transformaram em um ruído branco.

Outro fator que demonstra o bom ajustamento, refere-se a significância dos parâmetros dos modelos de volatilidade. Nota-se (Tabela 6) que em quase todos os casos os coeficientes são significativos ao nível de 1% e 5% (p-valores menores que 0,01 e 0,05), rejeitando-se a hipótese nula do teste t (parâmetros iguais a zero).

Novamente a distribuição *t-Student* Assimétrica foi a que apresentou melhores ajustamentos, o que vai de acordo com os estudos de Giot e Laurent (2003 e 2004). Somente no modelo APARCH (1,0) a distribuição G.E.D. foi superior a demais.

É interessante destacar que o modelo APARCH apresentado na Tabela 6 foi estimado somente na forma (1,0), uma vez que o ajustamento (1,1) não convergiu nas iterações desejadas. O estimador das rotinas G@RCH 4,2 proposto por Laurent e Peters (2006) possui, às vezes, problemas de convergência para retornos não expresso em percentuais. Problema este corrigido na versão 6.

A presença de longa dependência (memória longa) das volatilidades dos retornos também foi percebida no índice S&P 500. Os coeficientes  $d$  dos modelos de integração fracionária (FIGARCH, FIEGARCH, FIAPARCH e HYGARCH) foram significativos a 1% , rejeitando a hipótese nula de parâmetros iguais a zero. Tal evidência demonstra que impactos causados na volatilidade do índice proporcionarão mudanças das volatilidades futuros por um longo período de tempo. Este impacto demora se dissipar no tempo. Este efeito é um dos causadores de *clusters* na volatilidade.

A memória longa na volatilidade pode ser facilmente vista em épocas de crise. Após o acontecimento da crise, o mercado ainda se reagirá a ela mesmo passados alguns dias, meses ou até anos. Como foi o caso da crise financeira internacional de 2008, causadas pelos *subprimes* americanos, que repercutiu por meses no Brasil.

Dentre todos os modelos analisados, predomina-se ainda o FIAPARCH (1,d,1) com sua melhor capacidade de ajustamento e caráter parcimonioso na extração da volatilidade do índice S&P 500. O critério de escolha se faz pelo menor valor do AIC. Grande parte das empresas que compõem o índice S&P 500 também pertencem ao

índice Dow Jones, o que demonstra uma semelhança do comportamento das séries de seus retornos, resultando em estimações semelhantes.

Os resultados apresentados na Tabela 6 estão de acordo com os reportados na literatura, conforme estudo de Angelidis et al (2004) que, apesar de não testar os modelos de memória longa e os de potência assimétrica, obteve como resultado o modelo EGARCH(1,1) com distribuição *t-Student* superior aos modelos EGARCH(1,1) e GARCH(1,1) com distribuições *t-Student*, normal e GED.

So e Yu (2006) também fez um estudo semelhante para o índice S&P500, apontando o melhor desempenho dos modelos de memória longa, comparados aos de curta memória. O que vai de acordo com os resultados apresentados na Tabela 6.

Os estudos de Tang e Shieh (2006) obtiveram resultados contrários aos apresentados na Tabela 6. Apesar deles não testarem os modelos de potência assimétrica, o melhor desempenho para se extrair a volatilidade do índice S&P 500 ficou a par do modelo HYGARCH(1,d,1), comparado com o modelo FIGARCH(1,d,1). Conforme valores do AIC da Tabela 6, percebe-se que o modelo FIGARCH(1,d,1) se ajusta melhor do que HYGARCH(1,d,1).

A Tabela 7 reporta os resultados da estimação dos modelos de volatilidade para os retornos do índice Nasdaq, no período de 01 de janeiro de 2000 a 30 de dezembro de 2007.

**Tabela 7:** Resultados da estimação dos modelos de volatilidade da classe ARCH aplicado a séries de retorno do índice Nasdaq

Variância Condicional	RiskMetrics	GARCH (1,1)	EGARCH (1,1)	APARCH (1,1)	FIGARCH (1,d,1)	FIEGARCH (1,d,1)	FIAPARCH (1,d,1)	HYGARCH (1,d,1)
Constante		0.0064 (0.0879)	0.000 (0.000)		0.020 (0.153)	0.000 (0.000)		0.025 (0.182)
ARCH (alpha)	0.060	0.0542 (0.000)	2.377 (0.430)	0.000 (0.000)	0.095 (0.016)	1.127 (0.1944)	0.168 (0.352)	0.092 (0.020)
GARCH (Beta)	0.94	0.9436 (0.000)	0.972 (0.000)		0.682 (0.000)	0.083 (0.522)	0.388 (0.207)	0.684 (0.000)
EGARCH (Theta 1)			-0.0267 (0.347)			-0.075 (0.059)		
EGARCH (Theta 2)			0.063 (0.231)			0.081 (0.007)		
APARCH (Gamma1)				0.032 (0.000)			0.746 (0.127)	
APARCH (Delta)				5.905 (0.000)			1.682 (0.000)	
Asymmetry		-0.0667 (0.013)	-0.092 (0.000)		-0.076 (0.018)		-0.102 (0.001)	-0.074 (0.018)

Continua...

**Tabela 7:** Continuação

Tail		20.337 (0.029)	20.14 (0.038)		20.515 (0.034)		21.595 (0.059)	21.311 (0.039)
D					0.567 (0.000)	0.656 (0.000)	0.247 (0.099)	0.577 (0.000)
G.E.D.				0.54 (0.000)				
HY								-0.008 (0.620)
Distribuição	Normal	t Student Assimétrica	t Student Assimétrica	G.E.D	t Student Assimétrica	Normal	t Student Assimétrica	t Student Assimétrica
Log Verossimilhança	5657.041	5671.35	5649.93	4762.21	5682.2	5696.18	5697.93	6582.31
AIC	-5.629	-5.641	-5.617	-4.736	-5.651	-5.664	-5.665	-5.649
Q <sup>2</sup> (10)	0.577	0.617	0.687	0.143	0.648	0.621	0.622	0.652
ARCH(10)	0.060	0.029	0.239	0.524	0.414	0.002	0.032	0.428

Nota: Os valores entre parênteses correspondem ao p-valor de interpretação direta da estatística t dos parâmetros dos modelos;

Log-verossimilhança é o valor máximo da função de verossimilhança logarítmica;

AIC corresponde ao *Akaike Information Criterion*;

Q<sup>2</sup>(10) corresponde ao p-valor da Q-estatística de Ljung-Box para o décimo lag do erro quadrático;

ARCH(10) refere-se ao p-valor do Teste ARCH-LM para o lag 10.

Devido a alta volatilidade do índice Nasdaq, o ajustamento dos modelos de volatilidade não foram satisfatórios para todos os casos, como visto na Tabela 7. Observa-se que o modelo FIEGARCH(1,d,1) foi incapaz de eliminar a heteroscedasticidade da série de retorno, visto pelo baixo p-valor da estatística ARCH-LM, rejeitando a hipótese nula de homocedasticidade.

Apesar das dificuldades de ajustamento e convergência dos modelos, de forma geral, os modelos reportados na Tabela 7 são satisfatórios para a extração da volatilidade do índice Nasdaq, conforme coeficientes significativos a 1% e 5% em boa parte dos modelos.

Percebe-se que o índice Nasdaq também apresentou o efeito de memória longa na volatilidade, conforme os coeficientes  $d$  significativos aos níveis 1% nos modelos de integração fracionária (FIGARCH, FIEGARCH e HYGARCH). Isto mostra a importância do fator memória longa na volatilidade na hora de se analisar o comportamento da volatilidade do mercado financeiro norte-americano. O que serve de insumo para o desenvolvimento de ferramentas gerenciais no controle e gestão dos riscos de mercado, tanto para os *players* e demais investidores, quanto para as *clearing house* de controle de risco. A utilização de modelos de memória longa na estimação das volatilidades tem grande vantagem, frente aos tradicionais, nas previsões de longo prazo.

Comparando-se os valores do AIC da Tabela 7, percebe-se que os modelos que consideram o efeito memória longa obtiveram melhores performances frente aos tradicionais. Porém, no geral, o modelo APARCH (1,0) foi o que apresentou melhor desempenho na estimação da volatilidade do índice S&P 500, conforme ponderação dada ao indicador AIC.

Apesar de o melhor modelo ter sido ajustado por uma distribuição G.E.D, dos 7 modelos testados, 5 obtiveram a *t-Student* como melhor distribuição. O que evidencia que a distribuição *t-Student* pode ser considerada como a mais adequada na estimação de volatilidades no mercado financeira norte-americano.

Os resultados reportados na Tabela 7 estão de acordo com os estudos de Giot e Laurent (2003), tendo o modelo APARCH como melhor estimador da volatilidade do índice Nasdaq. Porém vai contra os resultados apresentados por Tang e Shieh (2006), que comparou os modelos FIGARCH com HYGARCH. Conforme os valores AIC (Tabela 7), o modelo FIGARCH demonstrou melhor desempenho no ajustamento, ao contrário do estudo de Tang e Shieh (2006) que teve o HYGARCH como melhor.

A Tabela 8 apresenta os resultados da estimação dos modelos de volatilidade para os retornos do Ibovespa, no período de 01 de janeiro de 2000 a 30 de dezembro de 2007.

**Tabela 8:** Resultados da estimação dos modelos de volatilidade da classe ARCH aplicado a séries de retorno do Ibovespa

Variância Condicional	RiskMetrics	GARCH (1,1)	EGARCH (1,1)	APARCH (1,1)	FIGARCH (1,d,1)	FIEGARCH (1,d,1)	FIAPARCH (1,d,1)	HYGARCH (1,d,1)
Constante		0.0713 (0.019)	0.000 (0.000)		0.311 (0.013)	0.000 (0.000)		0.340 (0.149)
ARCH (alpha)	0.060	0.05 (0.000)	1.699 (0.297)	0.036 (0.004)	0.09 (0.292)	0.646 (0.312)	0.108 (0.224)	0.091 (0.278)
GARCH (Beta)	0.94	0.928 (0.000)	0.841 (0.000)	0.96 (0.000)	0.386 (0.000)	0.25 (0.029)	0.294 (0.013)	0.398 (0.002)
EGARCH (Theta 1)			-0.053 (0.181)			-0.121 (0.064)		
EGARCH (Theta 2)			0.069 (0.043)			0.069 (0.004)		
APARCH (Gamma1)				0.228 (0.008)			0.402 (0.001)	
APARCH (Delta)				2.213 (0.000)			2.339 (0.000)	
Asymmetry		-0.141 (0.000)	-0.134 (0.000)	-0.138 (0.000)	-0.146 (0.000)	-0.068 (0.114)	-0.149 (0.000)	-0.146 (0.000)

Continua...

**Tabela 8:** Continuação

Tail		19.056 (0.006)	19.99 (0.015)	15.248 (0.001)	17.844 (0.004)	21.980 (0.033)	19.076 (0.010)	17.925 (0.004)
d					0.302 (0.000)	0.434 (0.000)	0.205 (0.001)	0.340 (0.022)
HY								-0.027 (0.870)
Distribuição	Normal	t Student Assimétrica	t Student Assimétrica	t Student Assimétrica	t Student Assimétrica	t Student Assimétrica	t Student Assimétrica	t Student Assimétrica
Log Verossimilhança	5143.242	5172.67	5178.79	5172.17	5177.29	5191.88	5186.65	5177.24
AIC	-5.208	-5.235	-5.239	-5.234	-5.239	-5.252	-5.247	-5.238
Q <sup>2</sup> (10)	0.685	0.601	0.418	0.635	0.529	0.415	0.504	0.527
ARCH(10)	0.704	0.677	0.232	0.406	0.678	0.011	0.779	0.668

Nota: Os valores entre parênteses correspondem ao p-valor de interpretação direta da estatística t dos parâmetros dos modelos;

Log-verossimilhança é o valor máximo da função de verossimilhança logarítmica;

AIC corresponde ao *Akaike Information Criterion*;

Q<sup>2</sup>(10) corresponde ao p-valor da Q-estatística de Ljung-Box para o décimo lag do erro quadrático;

ARCH(10) refere-se ao p-valor do Teste ARCH-LM para o lag 10.

No que se refere a qualidade de ajuste dos modelos de volatilidade condicional do índice da bolsa de valores brasileira (Ibovespa), Tabela 8, percebe-se que em quase todos os casos o efeito de heteroscedasticidade pôde ser eliminado por completo, visto pelos p-valores acima de 0,01, aceitando a hipótese nula de homocedasticidade. Somente o modelo FIEGARCH (1,d,1) não conseguiu eliminar o efeito ARCH da série de retorno. Em outras palavras, diz-se que os resíduos do modelo FIEGARCH (1,d,1) não é um ruim branco.

Outro indicador que evidencia o bom ajustamento dos modelos é a estatística Q<sup>2</sup> de Ljung-Box. Os p-valores de Q<sup>2</sup>, acima de 0,01, no 10 nível de defasagem, corroboram a eliminação da autocorrelação dos resíduos, transformando-os em um ruído branco.

Os p-valores da estatística t dos coeficientes dos modelos revelam se os parâmetros do ajuste são estatisticamente iguais a zero (hipótese nula). Observando a Tabela 8 nota-se que a maioria dos coeficientes são significativos (diferentes de zero) a 1% e 5%, pois seus p-valores são inferiores a 0,01 e 0,05, rejeitando a hipótese nula. Um bom modelo deve possuir todos seus parâmetros significativos.

Dentre os modelos ajustados para a extração da volatilidade do Ibovespa (Tabela 8), percebe-se claramente a supremacia da distribuição t-Student Assimétrica como *proxy* do comportamento dos retornos. O que corrobora a hipótese de não normalidade dos retornos, já demonstrado na Tabela 3.

A Tabela 8 evidencia uma longa persistência de choque na volatilidade, vista pela soma dos parâmetros  $\alpha_1$  (ARCH) e  $\beta_1$  (GARCH) dos modelos. Quaisquer choques na volatilidade do índice causados por imperfeições do mercado, mas notícias, irracionalidade dos players e etc, perpetuarão por longos períodos de tempo. A soma dos parâmetros  $\alpha_1$  (ARCH) e  $\beta_1$  (GARCH) próximo de 1 representa o grau de persistência da série. Quanto maior a soma dos parâmetros, maior será a persistência e menor a capacidade preditiva de longo prazo dos modelos.

Vale ressaltar que uma inovação do modelo GARCH desenvolvido por Bollerslev (1986) ao modelo tradicional ARCH de Engle (1982) é a capacidade de capturar esta longa dependência da série, o que posteriormente deu idéia para o desenvolvimento de outros modelos ainda mais eficientes, surgindo os modelos de integração fracionária, conhecidos por modelos de memória longa. Note que a medida de dependência – soma dos parâmetros  $\alpha_1$  (ARCH) e  $\beta_1$  (GARCH) – são reduzidas nos modelos FIGARCH, FIEGARCH, FIAPARCH e HYGARCH.

Uma outra maneira de se reduzir a dependência nos modelos de volatilidade condicional é a inclusão das volatilidades de Garman e Klass (1980) como variáveis dependentes nos modelos da classe ARCH, conforme estudo desenvolvido por Souza (2004).

O efeito alavancagem também pode ser observado na série de retorno do Ibovespa. Os parâmetros Gamma 1 (tabela 8) significativos a 1% dos modelos APARCH é um indicador de assimetria informacional na volatilidade. Choques negativos tendem a causar maiores impactos sobre a volatilidade do que choques positivos, por isso merecem um tratamento diferenciado para retornos positivos e negativos na volatilidade. Esse fenômeno é bem comum no mercado financeiro. Uma notícia ruim tende a causar maiores oscilações (grande aumento da volatilidade) do que boas notícias. Os parâmetros Theta dos modelos EGARCH também são indicadores de assimetria na série de retornos.

Conforme os valores de AIC, percebe-se a supremacia dos modelos de memória longa comparados com os tradicionais da família ARCH. Isto comprova a presença deste efeito na volatilidade do Ibovespa. Como dito anteriormente, a presença de memória longa na volatilidade sugere uma evidência empírica de que a os retornos apresentam uma baixa reversão a média por processo fracionalmente integrado.



Diante dos resultados da Tabela 8, o modelo FIEGARCH (1,d,1) foi o que melhor se ajustou e o que possui melhor capacidade de extração da volatilidade do Ibovespa. O bom desempenho dos modelos FIEGARCH (1,d,1) aplicado ao Ibovespa também pôde ser visto no estudo de Gaio e Sáfadi (2008).

A Tabela 9 exibe os resultados da estimação dos modelos de volatilidade para os retornos do índice FTSE, no período de 01 de janeiro de 2000 a 30 de dezembro de 2007.

**Tabela 9:** Resultados da estimação dos modelos de volatilidade da classe ARCH aplicado a séries de retorno do FTSE

Média Condicional								
Constante		0.000 (0.056)						
Variância Condicional	RiskMetrics	GARCH (1,1)	EGARCH (1,1)	APARCH (1,1)	FIGARCH (1,d,1)	FIEGARCH (1,d,1)	FIAPARCH (1,d,1)	HYGARCH (1,d,1)
Constante		0.013 (0.002)	0.000 (0.000)		0.019 (0.023)	0.000 (0.001)		0.029 (0.015)
ARCH (alpha)	0.06	0.107 (0.000)	1.148 (0.000)	0.083 (0.000)	0.101 (0.067)	0.405 (0.278)	0.310 (0.000)	0.093 (0.081)
GARCH (Beta)	0.94	0.88 (0.002)		0.934 (0.000)	0.613 (0.000)	0.126 (0.525)	0.576 (0.000)	0.632 (0.000)
EGARCH (Theta 1)			-0.102 (0.007)			-0.117 (0.000)		
EGARCH (Theta 2)			0.378 (0.000)			0.171 (0.000)		
APARCH (Gamma1)				0.569 (0.000)			0.926 (0.000)	
APARCH (Delta)				1.145 (0.000)			1.453 (0.000)	
Asymmetry		-0.144 (0.000)		-0.154 (0.000)	-0.143 (0.000)		-0.17 (0.000)	-0.142 (0.000)
Tail		44.784 (0.044)		27.228 (0.050)	41.245 (0.053)		59.361 (0.642)	46.598 (0.059)
d					0.597 (0.000)	0.692 (0.000)	0.341 (0.000)	0.637 (0.015)
Student (DF)			4.875 (0.000)					
HY								-0.026 (0.223)
Distribuição	Normal	t Student Assimétrica	t Student	t Student Assimétrica	t Student Assimétrica	Normal	t Student Assimétrica	t Student Assimétrica
Log Verossimilhança	6552.831	6584.74	6399.91	6598.22	6586.25	6595.46	6617.38	6586.87
AIC	-6.488	-6.516	-6.334	-6.53	-6.518	-6.527	-6.550	-6.517
Q <sup>2</sup> (10)	0.556	0.516	0.100	0.721	0.517	0.565	0.486	0.495
ARCH(10)	0.001	0.434	0.134	0.682	0.736	0.424	0.676	0.699

Nota: Os valores entre parênteses correspondem ao p-valor de interpretação direta da estatística t dos parâmetros dos modelos;

Log-verossimilhança é o valor máximo da função de verossimilhança logarítmica;

AIC corresponde ao *Akaike Information Criterion*;

$Q^2(10)$  corresponde ao p-valor da Q-estatística de Ljung-Box para o décimo lag do erro quadrático;

ARCH(10) refere-se ao p-valor do Teste ARCH-LM para o lag 10.

Observa-se, pela Tabela 9, que todos os modelos obtiveram bons ajustamentos às séries de retorno do índice FTSE, expressa pelos p-valores superiores a 0,01 do teste ARCH-LM no lag 10. Estes valores os colocam na área de aceitação da hipótese nula de homocedasticidades dos resíduos dos modelos, comprovando a eliminação do efeito heteroscedástico da série. Um modelos de volatilidade foi bom ajustado quando não se detecta autocorrelações entre seus resíduos quadráticos. Tal evidencia pode ser observada também pelos p-valores maiores que 0,01 na estatística  $Q^2$  de Ljung-Box, os resíduos do modelos se transformaram em um ruído branco.

Note, na Tabela 9 que em quase todos os casos os coeficientes são significativos ao nível de 1% e 5% (p-valores menores que 0,01 e 0,05), rejeitando-se a hipótese nula do teste t (parâmetros iguais a zero).

Novamente a distribuição *t-Student* Assimétrica foi a que apresentou melhores ajustamentos, o que vai de acordo com os estudos de Giot e Laurent (2003 e 2004). Somente os modelos EGARCH (1,d,1) e FIEGARCH (1,d,1) apresentaram distribuições diferentes, sendo a *t-Student* e Normal respectivamente.

O modelo EGARCH apresentado na Tabela 9 foi estimado somente na forma (1,0). O ajustamento EGARCH (1,1) não convergiu nas iterações desejadas, conforme problemas descritos do estimador das rotinas G@RCH 4,2 proposto por Laurent e Peters (2006) para retornos não percentuais.

A presença de longa dependência (memória longa) das volatilidades dos retornos também foi percebida no índice FTSE. Os coeficientes  $d$  dos modelos de integração fracionária (FIGARCH, FIEGARCH, FIAPARCH e HYGARCH) foram significativos a 1% , rejeitando a hipótese nula de parâmetros iguais.

Por meio dos resultados da Tabela 9, o FIAPARCH (1,d,1) apresentou melhor capacidade de ajustamento e caráter parcimonioso na extração da volatilidade do índice FTSE. O critério de escolha se fez pelo menor valor do AIC, comparados com os demais modelos.

A pesquisa realizada por Angelidis et. al. (2004) demonstrou que o melhor modelo para se estimar a volatilidade do índice FTSE é o EGARCH com distribuição *t-Student*, apesar de não testar os modelos de memória longa e os de potência assimétrica,

comparando somente os modelos EGARCH(1,1) e GARCH(1,1) com distribuições t-Student, normal e GED.

Os resultados de Angelidis et. al. (2004) são diferentes dos apresentados na Tabela 9. Comparando-se os modelos GARCH e EGARCH, percebe-se que GARCH (1,1) obteve melhor ajustamento.

Por fim, a Tabela 10 reporta os resultados da estimação dos modelos de volatilidade para os retornos do índice Nikkei, no período de 01 de janeiro de 2000 a 30 de dezembro de 2007.

**Tabela 10:** Resultados da estimação dos modelos de volatilidade da classe ARCH aplicado a séries de retorno do Nikkei 225

Média Condicional								
								0.000 (0.228)
Variância Condicional	RiskMetrics	GARCH (1,1)	EGARCH (1,1)	APARCH (1,1)	FIGARCH (1,d,1)	FIEGARCH (1,d,1)	FIAPARCH (1,d,1)	HYGARCH (1,d,1)
Constante		0.017 (0.032)	0.000 (0.000)	1.070 (0.412)				
ARCH (alpha)	0.060	0.066 (0.000)	2.442 (0.315)	0.075 (0.000)	0.134 (0.000)	1.183 (0.252)	-0.116 (0.156)	0.069 (0.359)
GARCH (Beta)	0.94	0.926 (0.000)	0.903 (0.000)	0.915 (0.000)	0.622 (0.000)	0.99 (0.000)	0.92 (0.000)	0.491 (0.000)
EGARCH (Theta 1)			-0.035 (0.260)			-0.021 (0.172)		
EGARCH (Theta 2)			0.075 (0.158)			0.137 (0.028)		
APARCH (Gamma1)				0.515 (0.000)			0.325 (0.000)	
APARCH (Delta)				1.238 (0.000)			1.347 (0.000)	
Asymmetry		-0.068 (0.022)	-0.06 (0.191)	-0.063 (0.037)	-0.057 (0.041)	0.061 (0.010)	-0.066 (0.033)	-0.051 (0.092)
Tail		11.338 (0.000)	11.511 (0.000)	12.374 (0.000)	12.323 (0.000)	8.570 (0.000)	11.936 (0.000)	10.989 (0.000)
d					0.475 (0.000)	0.111 (0.208)	0.449 (0.438)	0.371 (0.000)
G.E.D.								
HY								0.063 (0.144)
Distribuição	Normal	t Student Assimétrica	t Student Assimétrica	t Student Assimétrica	t Student Assimétrica	t Student Assimétrica	t Student Assimétrica	t Student Assimétrica
Log Verossimilhança	5729.82	5765.22	5752.16	5779.76	5771.65	5687.82	5782.44	5775.58
AIC	-5.826	-5.859	-5.844	-5.872	-5.866	-5.779	-5.874	-5.868
Q <sup>2</sup> (10)	0.407	0.47	0.526	0.624	0.499	0.406	0.834	0.514
ARCH(10)	0.188	0.162	0.068	0.028	0.643	0.356	0.719	0.492

Nota: Os valores entre parênteses correspondem ao p-valor de interpretação direta da estatística t dos parâmetros dos modelos;

Log-verossimilhança é o valor máximo da função de verossimilhança logarítmica;  
 AIC corresponde ao *Akaike Information Criterion*;  
 $Q^2(10)$  corresponde ao p-valor da Q-estatística de Ljung-Box para o décimo lag do erro quadrático;  
 ARCH(10) refere-se ao p-valor do Teste ARCH-LM para o lag 10.

De forma geral, o ajustamento dos modelos de volatilidade condicional no índice da bolsa japonesa (Nikkei 225) obteve bons resultados. A eliminação do efeito heteroscedástico ocorreu em todos os modelos, visto pelos p-valores (estatística ARCH-LM) superiores a 0,01, rejeitando a hipótese nula de homocedasticidade.

A autocorrelação residual também foi eliminada em todos os modelos analisados, conforme p-valores (estatística  $Q^2$  de Ljung-Box) superiores a 0,01, rejeitando a hipótese nula de autocorrelação residual.

De todos os índices analisados, somente o Nikkei 225 obteve indicativos de que o efeito memória longa na volatilidade não pôde ser observado. Dos 4 modelos de integração fracionária (modelos de memória longa) ajustados, em 2 deles (FIEGARCH e FIAPARCH) os coeficientes  $d$  não são significativos aos níveis 1% – p-valores maiores que 0,01 – e além disso, o modelo que apresentou melhor desempenho foi um modelo que não capta a memória longa (APARCH).

Dentre os modelos ajustados para a extração da volatilidade do índice Nikkei 225 (Tabela 10), percebe-se claramente a supremacia da distribuição *t-Student* Assimétrica como *proxy* do comportamento dos retornos. Reforçando a hipótese de não normalidade dos retornos, já demonstrado na tabela 3.

Os resultados apresentados na Tabela 10 estão de acordo com os estudos de Giot e Laurent (2003), demonstrando que o modelo APARCH (1,1) com distribuição *t-Student* Assimétrica é o mais indicado para se mensurar a volatilidade do índice de ações das empresas japonesas (Nikkei 225).

A Tabela 11 apresenta uma síntese dos modelos de volatilidade condicional que apresentaram melhores desempenhos para estimar as oscilações dos índices de ações das principais bolsas mundiais.

**Tabela 11:** Síntese dos melhores modelos de volatilidade

Índices	Modelos de Volatilidade	Distribuição
Dow Jones	FIAPARCH (1,d,1)	t-Student Assimétrica
S&P500	FIAPARCH (1,d,1)	t-Student Assimétrica
Nasdaq	APARCH (1,d,1)	G.E.D.
Ibovespa	FIEGARCH (1,d,1)	t-Student Assimétrica
FTSE 100	FIAPARCH (1,d,1)	t-Student Assimétrica
Nikkei 225	FIAPARCH (1,d,1)	t-Student Assimétrica

Por meio da Tabela 11 pode-se notar que os modelos com potência assimétrica FIAPARCH e APARCH foram superiores aos demais, em específico o modelo de memória longa FIAPARCH (1,d,1).

Dentre as 4 distribuições testadas certamente a *t-Student* Assimétrica foi a que apresentou melhor desempenho de ajustamento.

Isto evidencia que o modelo FIAPARCH é o mais adequado para se extrair a volatilidade dos índices dos diversos mercados mundiais. Fato importante para a calibração e construção das ferramentas de gestão e monitoramento do risco de mercado.

Outro ponto observado, refere-se ao ajustamento do *Riskmetrics* aos retornos dos índices internacionais. Fica evidente, que em nenhum caso o modelo de J.P. Morgan se ajusta bem às volatilidades. Em todos os casos (Tabela 5, 6, 7, 8 e 9) os valores de AIC do *Riskmetrics* são inferiores aos modelos de volatilidade condicional. O que indica a eficiência dos demais frente ao *Rismetrics*.

#### 4.3 Análise do *Value-at-Risk*

A Tabela 12 apresenta os p-valores referente à estatística de falha do teste LR proposto por Kupiec (1995) para testar a qualidade de estimação do *value-at-risk*, por meio dos modelos GARCH (1,1), EGARCH (1,1), APARCH (1,1), FIGARCH (1,d,1), FIEGARCH (1,d,1), FIAPARCH (1,d,1), HYGARCH (1,d,1) e *RiskMetrics*.

Buscou-se testar qual dos modelos de volatilidade possui melhor capacidade preditiva do *Value-at-Risk* dos índices mundiais de ações Dow Jones, S&P 500, Nasdaq, Ibovespa, FTSE 100, Nikkei 225, admitindo que o investidor assuma posições compradas e vendidas nestes mercados.

Os intervalos de confiança analisados para a estimação do *Value-at-Risk* foram, 95%, 97,5% e 99% para posições vendidas e 5%, 2,5% e 1% para posições compradas.

Vale ressaltar que o teste LR de Kupiec (1995) apresentado na Tabela 12 foi ajustado assumindo as distribuições que melhor se destacaram na estimação das volatilidades, conforme exposto na Tabela 11.

**Tabela 12:** Taxa de razão de falha (Teste Kupiec)

	VaR para posições vendidas			VaR para posições compradas		
	95%	97,5%	99%	5%	2,5%	1%
<b>Dow Jones</b>						
GARCH(1,1)	0.72	0.86	0.09	0.96	0.42	0.98
EGARCH (1, 1)	0.87	0.45	0.84	0.33	0.23	0.63
APARCH (1, 1)	0.34	0.80	0.48	0.88	0.45	0.81
FIGARCH (1, d, 1)	0.39	0.50	0.34	0.80	0.54	0.63
FIGARCH (1, d, 1)	0.19	0.17	<b>0.03</b>	0.57	0.54	0.29
FIAPARCH (1, d, 1)	0.72	0.45	0.52	0.16	0.36	0.98
HYGARCH (1, d, 1)	0.44	0.59	0.34	0.80	0.64	0.63
RiskMetrics	0.96	0.28	0.39	0.12	<b>0.02</b>	0.06
<b>S&amp;P500</b>						
GARCH(1,1)	0.57	0.80	0.98	0.72	0.80	0.15
EGARCH (1, 1)	0.44	0.91	0.63	0.57	0.75	0.34
APARCH (1, 1)	<b>0.00</b>	<b>0.00</b>	<b>0.00</b>	<b>0.00</b>	<b>0.00</b>	<b>0.00</b>
FIGARCH (1, d, 1)	0.57	0.50	0.81	0.57	0.86	0.09
FIGARCH (1, d, 1)	0.33	<b>0.05</b>	<b>0.01</b>	0.96	0.59	0.20
FIAPARCH (1, d, 1)	0.64	0.80	0.34	0.88	0.54	0.98
HYGARCH (1, d, 1)	0.51	0.50	0.81	0.57	0.86	0.09
RiskMetrics	0.96	0.28	0.14	0.12	<b>0.02</b>	<b>0.00</b>
<b>Nasdaq</b>						
GARCH(1,1)	0.79	0.86	0.81	0.96	<b>0.00</b>	<b>0.03</b>
EGARCH (1, 1)	0.21	0.59	0.81	0.96	0.13	0.15
APARCH (1, 1)	<b>0.00</b>	<b>0.00</b>	<b>0.00</b>	<b>0.00</b>	<b>0.00</b>	<b>0.00</b>
FIGARCH (1, d, 1)	0.57	0.91	0.34	0.96	<b>0.01</b>	<b>0.03</b>
FIGARCH (1, d, 1)	<b>0.02</b>	<b>0.01</b>	<b>0.05</b>	0.87	0.36	0.81
FIAPARCH (1, d, 1)	0.80	0.69	0.81	0.50	0.10	0.15
HYGARCH (1, d, 1)	0.51	0.42	0.63	0.57	<b>0.01</b>	<b>0.03</b>
RiskMetrics	0.96	0.59	0.98	0.25	0.50	0.84
<b>Ibovespa</b>						
GARCH(1,1)	0.21	0.73	0.53	0.62	0.96	0.53
EGARCH (1, 1)	0.25	0.22	0.38	0.86	0.81	0.17
APARCH (1, 1)	0.15	0.73	0.69	0.70	0.35	0.53
FIGARCH (1, d, 1)	0.25	0.63	0.53	0.36	0.70	0.38
FIGARCH (1, d, 1)	0.25	0.63	0.53	0.36	0.70	0.38
FIAPARCH (1, d, 1)	0.81	0.52	0.69	0.55	0.96	0.69
HYGARCH (1, d, 1)	0.21	0.63	0.38	0.36	0.70	0.38
RiskMetrics	0.70	0.06	0.26	<b>0.01</b>	<b>0.00</b>	<b>0.00</b>
<b>FTSE100</b>						
GARCH(1,1)	0.41	0.43	0.46	0.06	<b>0.05</b>	0.97
EGARCH (1, 1)	<b>0.01</b>	<b>0.00</b>	<b>0.00</b>	<b>0.03</b>	<b>0.03</b>	0.54
APARCH (1, 1)	0.92	0.21	0.14	0.23	0.52	0.62
FIGARCH (1, d, 1)	0.76	0.62	0.62	1.00	0.24	0.86
FIGARCH (1, d, 1)	<b>0.00</b>	<b>0.00</b>	0.09	<b>0.03</b>	<b>0.02</b>	0.41
FIAPARCH (1, d, 1)	0.92	0.12	0.46	0.68	0.95	0.79
HYGARCH (1, d, 1)	0.68	0.52	0.97	0.91	0.19	0.86
RiskMetrics	0.61	0.16	<b>0.02</b>	<b>0.01</b>	<b>0.00</b>	<b>0.00</b>
<b>Nikkei 225</b>						
GARCH(1,1)	0.86	0.13	<b>0.02</b>	0.56	0.87	0.70
EGARCH (1, 1)	0.65	0.23	0.18	0.94	0.49	0.94

APARCH (1, 1)	0.98	0.23	0.06	0.81	0.90	0.54
FIGARCH (1, d, 1)	<b>0.05</b>	0.33	0.27	0.14	0.17	0.60
FIEGARCH (1, d, 1)	<b>0.01</b>	<b>0.00</b>	<b>0.00</b>	0.43	0.41	0.60
FIAPARCH (1, d, 1)	0.89	0.65	<b>0.01</b>	0.58	0.58	0.70
HYGARCH (1, d, 1)	0.81	<b>0.07</b>	<b>0.01</b>	0.98	0.79	0.88
RiskMetrics	0.56	0.36	0.18	0.07	0.06	<b>0.00</b>

Nota: Os valores acima correspondem aos p-valores da estatística de Kupiec, cuja hipótese nula é a adequação do modelo.

Os resultados da tabela 12 evidenciam que a maioria dos modelos ajustados possui bons desempenhos. Conforme expresso na seção 3.3.5, o percentual de retornos fora da fronteira VaR deve ser igual ao intervalo de confiança testado, ou seja, para um  $\alpha = 0,95$  ou 95%, espera-se que apenas 5% dos retornos não sejam captados pelo modelo VaR. Se isso não ocorrer, diz-se que este modelo não possui boa qualidade preditiva. A hipótese de nulidade do teste é dada quando o  $\alpha$  for igual à razão de falha.

Observando os resultados do índice Dow Jones (Tabela 12) nota-se que somente os modelos *Riskmetrics* e FIEGARCH (1,d,1) não são adequados para estimação do VaR. O p-valor de 0,03 do modelo FIEGARCH (1,d,1) ao intervalo de 99% para posições vendidas, rejeita a hipótese nula de que o  $\alpha$  é igual à razão de falha. O mesmo acontece para o modelo *Riskmetrics*, com p-valor igual 0,02 no intervalo de 2,5% na posição comprada.

O modelos FIAPARCH (1,d,1) foi eficiente na estimação do VaR do índice Dow Jones. Além de ser um bom estimador da volatilidade o FIAPARCH (1,d,1) também é um excelente preditor do risco de mercado.

Os resultados do teste LR do índice S&P 500 demonstra a ineficiência total do modelo APARCH (1,1) para a mensuração do risco de mercado. Em todos os casos, o p-valor do modelo APARCH (1,1) é menor que 0,01, rejeitando a hipótese nula de  $\alpha$  igual à razão de falha.

Os modelos FIEGARCH (1,d,1) e *Riskmetrics* também apresentaram falhas na estimação dos riscos de mercado (*Value-at-Risk*), conforme os valores da tabela 12. No caso do FIEGARCH (1,d,1) a falha ocorreu na estimação dos riscos em posição vendida nos intervalos 97,5% e 99%. Para o modelo *Riskmetrics* a falha de estimação dos riscos ocorreu em posições compradas, nos intervalos de 2,5% e 1%.

Novamente o modelos FIAPARCH(1,d,1) foi bem eficiente na estimação do VaR do índice S&P 500, além de ser um bom estimador da volatilidade.

Para o índice Nasdaq, os resultados da Tabela 12 demonstraram que poucos modelos são capazes de estimar o risco de mercado. De todos analisados, somente os modelos EGARCH (1,1), FIAPARCH (1,d,1) e *Riskmetrics* obtiveram boas estimativas.

Um fato curioso é que o modelo que melhor se ajustou a série de volatilidade não foi o que apresentou melhor desempenho na previsão dos riscos de mercado. O modelo APARCH (1,1), apesar de apresentar bom ajustamento da volatilidade foi totalmente ineficiente na previsão e estimação dos riscos. Em todos os casos, seu p-valor foi inferior a 0,01, rejeitando a hipótese nula de  $\alpha$  igual à razão de falha.

Apesar do modelo proposto por J.P.Morgan (*Riskmetrics*) não ter tido bom desempenho nos outros índices norte-americanos, no caso da Nasdaq, o modelo foi satisfatório para todos os intervalos e posições assumidas.

No mercado brasileiro, os resultados do teste LR de Kupiec (Tabela 12) para o Ibovespa mostraram que todos os modelos de volatilidade condicional são adequados para se estimar e prever o *Value-at-Risk*. O único modelo que não foi satisfatório é o *Riskmetrics* do J.P. Morgan, para posições compradas.

Observando os resultados do FTSE (tabela 12) nota-se os modelos GARCH (1,1), EGARCH (1,1), FIEGARCH (1,d,1) e *Riskmetrics* não satisfatórios para se estimar o VaR do mercado de ações inglês. O p-valor de 0,03 do modelo FIEGARCH (1,d,1) ao intervalo de 99% para posições vendidas, rejeita a hipótese nula de que o  $\alpha$  é igual à razão de falha. O mesmo acontece para o modelo *Riskmetrics*, com p-valor igual 0,02 no intervalo de 2,5% na posição comprada.

O modelo FIAPARCH(1,d,1) foi eficiente na estimação do VaR do índice da bolsa de valores de Londres (FTSE). Além de ser um bom estimador da volatilidade, visto na Tabela 10, o FIAPARCH (1,d,1) também é um excelente preditor do risco de mercado.

Por fim, a Tabela 12 reporta também os resultados da estatística de falha do teste LR proposto por Kupiec (1995) para o índice de mercado de capitais japônês.

Note que somente os modelos EGARCH (1,1) e APARCH (1,1) obtiveram bons desempenhos na estimação e previsão dos riscos de mercados, tanto em posições vendidas quanto compradas.

Assumindo posições compradas (calda esquerda da distribuição), somente o modelo *Riskmetrics* foi insatisfatório, pois seu p-valor ficou abaixo 0,01 ao intervalo de 1% rejeita-se a hipótese nula de que o  $\alpha$  é igual à razão de falha.



De forma geral, observa-se que o modelo *Riskmetrics*, comparado aos modelos de variância condicional, é ineficiente na estimação do risco de mercado em âmbito mundial. A proposta de J.P. Morgan já se tornou obsoleta, cabendo a reciclagem dos modelos e ferramentas de gestão de riscos utilizados pelas *Clearing Houses* e demais participantes do mercado de capitais do mundo.

Isso aponta que o pacote disponibilizado pelo J.P.Morgan possui baixa validade para se utilizar como ferramenta única de controle de risco no mercado acionário. Porém, esse pacote é um dos mais utilizados pelos profissionais de gestão de risco, devido seu fácil manuseio e rapidez na predição.

A real contribuição do VaR está relacionada à habilidade de se prever as possíveis quedas ou altas do preço das ações do mercado de capital, para que seus investidores e gestores de carteira possam obter maior controle sobre o capital apurado nas transações, evitando perdas bruscas.



## CONCLUSÃO E CONSIDERAÇÕES FINAIS

---

O presente estudo propôs uma análise comparativa de alguns modelos de volatilidade condicional para o cálculo do *Value-at-Risk* (VaR) aplicados aos principais índices de ações do mercado financeiro internacional. Utilizou-se os modelos de volatilidade condicional da família ARCH levando em consideração a presença de longa dependência em seus retornos (memória longa) e assimetria na volatilidade. Em específico, utilizaram-se os modelos GARCH, EGARCH, APARCH, FIGARCH, FIEGARCH, FIAPARCH e HYGARCH estimados a partir de quatro diferentes distribuições, Normal, *t-Student*, G.E.D. e *t-Student* Assimétrica. Analisou-se os índices dos principais mercados de ações do mundo, sendo: Dow Jones, S&P 500, Nasdaq, Ibovespa, FTSE e Nikkei 225.

Pretendeu-se fazer uma comparação entre modelos de extração da volatilidade para o cálculo do VaR comparados com o modelo bastante utilizado pelos gestores de risco desenvolvido pelo J.P. Morgan – modelo Riskmetrics - e disponibilizado gratuitamente a qualquer instituição financeira.

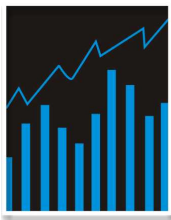
Os resultados obtidos sugerem que o pacote desenvolvido pelo J.P.Morgan não se aplica adequadamente à realidade de alguns mercados acionários do mundo, como ferramenta de gestão e controle do risco das oscilações dos preços das ações de empresas negociadas nas bolsas de Nova Iorque, Nasdaq, BM&FBOVESPA, bolsa de Londres e bolsa de Tóquio.

Entretanto, os modelos que consideram o efeito de memória longa na volatilidade condicional dos retornos dos índices, em especial o modelo FIAPARCH (1,d,1), foram os que obtiveram melhor ajuste e desempenho preditivo do risco de mercado (*Value-at-Risk*), conforme valores apresentados pelo teste de razão de falha proposto por Kupiec (1995).

A principal contribuição deste trabalho centra-se no aspecto metodológico para as futuras previsões de VaR a qualquer período de interesse. No entanto, essa medida de risco apresenta bons resultados quando aplicada a um mercado com baixas inversões de comportamento. Para épocas de grandes instabilidades e alta volatilidade, o VaR tende a

subestimar estes valores e, portanto, seria necessária alguma outra medida de risco, de forma a complementar tal análise.

Pretende-se, em trabalhos futuros, a ampliação deste estudo levando em conta uma análise de caráter multivariado, em outras palavras, seria a aplicação do VaR em carteiras de investimento e não somente a um comportamento de preços únicos. Para isso, serão necessários estudos que comparem diferentes métodos de estimação da covariância entre os portfólios, utilizando, como *proxy*, os modelos de volatilidade multivariados, como é o caso dos modelos VEC-GARCH, BEKK, GOGARCH, CCC, DCC, AG-DCC, DSTCC, propostos por Bollerslev et. al. (1988), Engle e Kroner (1995), Weide (2002), Bollerslev (1990), Engle (2002), Cappiello et. al. (2006), Silvennoinen e Terasvirta (2007) respectivamente. Sugere-se, também, um estudo mais amplo incorporando não somente uma análise comparativa com modelos de volatilidade condicional, mas também, englobando as Teorias de Valores Extremos e teste de *stress*.



## REFERÊNCIAS

---

AKAIKE, H. A new look at the statistical model identification. **IEEE Transactions on Automatic Control**, AC-19, p. 716-723. 1974.

ANGELIDIS, T.; BENOS, A.; DEGIANNAKIS, S. The use of GARCH models in VaR estimation. **Statistical Methodology**. v. 1, p. 105-128. 2004.

ASSAF NETO, A. **Mercado Financeiro**. 8 ed. São Paulo: Atlas, 2008

BACEN, **Banco Central do Brasil**, 2008.

BAILLIE, R. T.; BOLLERSLEV, T.; MIKKELSEN, H. O. Fractionally integrated generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. **Journal of Econometrics**, Lousanne, v. 74, n. 1, p. 3-30, 1996.

BAUWENS, L.; GIOT, P. Econometric modeling of Stock Market Intraday Activity. **Kluwer Academic Publishers**. 2001.

BERA, A.K.; JARQUE, C. M. Efficient tests for normality, homoscedasticity and serial independence of regression residuals: Monte Carlo evidence. **Economic Letters** 7. v.4, p. 313-318, 1981

BERND, E.K.; HALL, B.H., HALL, R. E.; HAUSMAN, J.A. Estimation and Inference in Nonlinear Structural Models. **Annals of Economic and Social Measurement**. v.3, p. 653- 665, 1974

BEST, P. **Implementing Value-at-Risk**. New York: John Wiley & Sons, 1998.

BLACK, F; SCHOLES, M. The Pricing of Options and Corporate Liabilities. **Journal of Political Economy**. v. 81 n. 3, p. 637-654, 1973

BM&FBOVESPA. Disponível em: <http://www.bovespa.com.br>. Acesso em: 10 dez.2008.

BOLLERSLEV, T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. **Journal of Econometrics**, v. 31, p. 307-327, 1986.

BOLLERSLEV, T. Modelling the coherence in short-run nominal exchange rates: A multivariate generalized ARCH model. **Review of Economics and Statistics**, v. 72, p. 498–505. 1990

BOLLERSLEV, T.; ENGLE, R. F.; WOOLDRIDGE, J. M. A capital asset pricing model with time-varying covariances, **The Journal of Political Economy**, v. 96, p. 116–131, 1988

BOLLERSLEV, T.; MIKKELSEN, H. O. Modelling and pricing long memory in stock market volatility. **Journal of Econometrics**, v.73, p. 151-184, 1996.

BOLLERSLEV, T; WOOLDRIDGE, J. M. Quasi-maximum likelihood estimation and inference in dynamic models with time-Varying CoVaRiances. **Econometric Reviews**, v.11, n.2, p.143-172, 1992.

BROCK, W.; HSIEH,D.; SCHEINKMAN, J. A test for independence based on the correlation dimension. **Econometric Reviews**, v. 15 n. 3, p. 197-235, 1996.

BROCK, W.; HSIEH,D.; SCHEINKMAN, J.; LEBARON, B. **Non linear dynamics, chaos, and instability: statistical theory and economic evidence**. Cambridge, MIT Press, 1991.

BROOKS, C. **Introductory Econometrics for Finance**. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2002.

CAPPIELLO, L; ENGLE, R. F; SHEPPARD, K. Asymmetric dynamics in the correlations of global equity and bond returns. **Journal of Financial Econometrics**, V. 4, p. 537–572, 2006

CHRISTOFFERSEN, P.; HAHN, J.; INOUE, A. Testing and comparing Value-at-Risk measures. **Journal of Empirical Finance**. v.8, p. 325-342, 2001

COMITÊ DA BASILÉIA DE SUPERVISÃO BANCÁRIA. Supervisory Framework for the use of Back testing in Conjunction with the Internal Models Approach to Market Risk Capital Requirements. 1996

CROMWELL, J. B.; LABYS, W. C.; TERRAZA, W. C. **Univariate tests for time series models**. Sage University Papers, 99, 1994

DAVIDSON, L. Moment and memory properties of linear conditional heteroscedasticity models. **Journal of Business and Economics Statistics**, v. 22, p. 16-29, 2004.

DICKEY, D. A.; FULLER, W. A. Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root. **Journal of the American Statistical Association**. v. 74, p. 427-431, 1979.

DING, Z.; GRANGER, C. W. J.; ENGLE, R. F. A long memory property of stock market returns and a new model. **Journal of Empirical Finance**, v. 1, p. 83-106, 1993.

DOORNIK, J. A. **An Object Oriented Matrix Programming Language**. Timberlake Consultant Ltd., 4th ed. 2001.

DOWD, K. **Beyond Value at Risk**. John Wiley & Sons. 1998.

ENGLE, R. F. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. **Econometrica**, v. 50, n. 4, p. 987-1007, 1982.

ENGLE, R. F. GARCH 101: The use of ARCH/GARCH models in applied Econometrics. **Journal of Economic Perspectives**, v.15, n. 4, p.157-168. 2001

ENGLE, R. F. Dynamic conditional correlation: A simple class of multivariate generalized autoregressive conditional heteroskedasticity models. **Journal of Business and Economic Statistics**, v. 20, p. 339–350, 2002

ENGLE, R. F; KRONER, K. F. Multivariate simultaneous generalized ARCH. **Econometric Theory**, v.11, p.122–150, 1995

EVIIEWS. **User's Guide**, 2005.

FACHIN, O. **Fundamentos de metodologia**. 4. ed. São Paulo: Saraiva, 2003.

FALKENSTEIN, E. Value-at-risk and derivatives risk. **Derivatives Quarterly**, v.4, n. 1, p.17, 1997.

FAMA, E.F. Efficient capital markets II. **The Journal of Finance**, Chicago, v. 46, n. 5, p. 1575-1617, 1991.

GAIO, L. E.; SÁFADI, T. Memória longa na volatilidade do índice BOVESPA: uma análise utilizando modelos da classe ARCH. **Revista de Economia e Administração**, v. 7, n. 2, p. 228-243, 2008

GARMAN, M. B.; KLASS, M. J. On the estimation of security price volatiliies from historical data. **Journal of Business**, v. 53, p. 67-78, 1980.

GEWEKE, J. Modeling the Persistence of Conditional Variances: A Comment. **Econometric Review**, v. 5, p. 57-61. 1986.

GIOT, P.; LAURENT, S. Value-at-Risk for long and short trading positions. **Journal of Applied Econometrics**. v. 18, p. 641-664, 2003a.

GIOT, P.; LAURENT, S. Market risk in commodity markets: a VaR approach. **Energy Economics**. v. 25, p.435-457, 2003b.

GIOT, P.; LAURENT, S. Modelling daily Value-at-Risk using realizes volatility and ARCH type models. **Journal of Empirical Finance**. v. 11, p. 379-398, 2004.

GITMAN, L. J. **Princípios de administração financeira**. 2. ed. Porto Alegre: Bookman, 2001.

GLOSTEN, L. R.; JAGANATHAN, R.; RUNKLE, D. E. On the relation between the expected value and volatility of the nominal excess returns on stocks. **Journal of Finance**, v. 48, p. 1779-1807, 1993.

GRANGER, C. W. J. Long memory relationships and the aggregation of dynamic models. **Journal of Econometrics**, Lousanne, v. 14, p. 227-238, 1980.

HIGGINS, M.; BERA, A. A Class of Nonlinear ARCH Models. **International Economic Review**, v. 33, p. 137-158.

HOSKING, J. R. M. Fractional differencing. **Biometrika**, London, v. 68. P. 165-176, Apr. 1981

HUANG, Y. C.; LIN, B. J. Value-at-Risk Analysis for Taiwan Stock Index Futures: Fat Tails and Conditional Asymmetries in return innovations. **Review of Quantitative Finance and Accounting**. v.22, p. 79-95, 2004.

JARQUE, C.; BERA, A. A. A teste for normality of observations and regression residuals. **International Statistical Review**, v. 55, p. 163-172, 1987

J.P. MORGAN BANK. **Riskmetrics Technical Manual**, 4th ed., J. P. Morgan Bank, New York. 1996

JORION, P. **Value-at-Risk: The new benchmark for controlling market risk**. MacGraw-Hill, New York, 1997.

JU, X. ; PEARSON, N. D. Using Value-at-Risk to Control Risk Taking: how wrong can you be? Illinois: University of Illinois at Urbana-Champaign, 1998. OFOR paper 98-08.

KIMURA, H.; SUEN, A. S.; PERERA, L. C. J.; BASSO, L. F. C. **Value at Risk: Como entender e calcular o risco pelo VaR**. Ribeirão Preto: Inside Books, 2009.

KUPIEC, P.H. Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models. **The Journal of Derivatives**, Winter, 1995.

KWIATKOWSK, D.; PHILLIPS, S.P. C. B.; SCHMIDT, P.; SHIN, Y. Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root. **Journal of Econometrics**, v. 54, p.159-178, 1992.

LAURENT, S.; PETERS, J. P. GARCH 2,3: An Ox package for estimation and forecasting various ARCH models. **Journal of Economic Surveys**. Oxford, v. 16, p. 447-485, 2002.

LAURENT, S. ; PETER, J. P. **GARCH 4.2, Estimating and Forecasting ARCH Models**, London: Timberlake Consultants Press, 2006.

LEE, T. H.; SALTOGLU, B. Assessing the risk forecasts for Japanese stock market. **Japan and the World Economy**. v. 14, p. 63-85, 2002.

MARTINS, G. A. ; THEÓPHILO, C. R. **Metodologia da Investigação Científica para Ciências Sociais Aplicadas**. São Paulo: Atlas, 2007.



MONTEIRO, J. D.; SILVA, P. M. Risco de perda adicional, teoria dos valores extremos e gestão do risco: Aplicação ao mercado financeiro Português. **Working paper**. Portugal. 2002

MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. C. **Análise de séries temporais**. São Paulo: Edgard Blücher, 2004.

MORGAN, J.P., **RiskMetrics**. Technical document, 4th edn., New York. 1996

NASDAQ – **Nasdaq Stock Market**. Disponível em <http://www.nasdaq.com>. Disponível em: 10 dez. 2008.

NELSON, D. B. Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach, **Econometrica**, v. 59, p.347-370, 1991

NIGUEZ, T. M. Volatility and Var forecasting in the Madrid Stock Exchange. **Span. Econ. Rev.** v. 10, p. 169-196, 2008.

NYSE, **New York Stock Exchange**, Disponível em: <http://www.nyse.com>. Acesso em: 10 dez. 2008.

PENTULA, S. Modeling the Persistence of Conditional Variances: A Comment. **Econometric Review**, v. 5, p. 71–74. 1986

PETROBRAS, **Relatório anual**. 2004

PHELAN, M.J. Probability and statistics applied to the practice of financial risk management: The case of J.P. Morgan's Riskmetrics(TM), **Journal of Financial Services Research**, v.12, n. 2/3, p. 175-200. 1997

PHILLIPS, P.C.B.; PERRON, P. Testing for a unit root in time series regression. **Biometrika**, v.75, p.335-346, 1988

RUIZ, J. Á. **Metodologia Científica**. Guia para eficiência nos estudos. São Paulo: Atlas, 1996.

SANTOS, J. A, PARRA FILHO, D. **Metodologia Científica**. SP: Futura, 1998.

SAUNDER, A. **Financial institutions management: a modern perspective**. Homewood, IL: Irwin, 1996. 2<sup>nd</sup> ed.

SCHWARZ, G. Estimating the dimension of a model. **Annals of Statistics**, v.6, p.461-464. 1978.

SCHWERT, W. Stock Volatility and the Crash of '87. **Review of Financial Studies**, v. 3, p. 77-102. 1990.

SECURATO, J. R. **Decisões Financeiras em condições de risco**. 2 ed. São Paulo: Saint Paul Editora, 2007.

SHARP, W. F. Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. **Journal of Finance**, v. 19, n. 3, p. 425-442, 1964

SILVA, W. S. da. **Modelagem da volatilidade dos índices financeiros IBOVESPA, Dow Jones e Standard & Poors utilizando modelos da classe ARCH**. 2003. 91 p. Dissertação (Mestrado em Estatística e Experimentação Agropecuária) – Universidade Federal de Lavras, Lavras.

SILVA, E. L.; MENEZES, E. M. **Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação**. Florianópolis, 2000

SILVENNOINEN, A.; TERASVIRTA, T. Multivariate autoregressive conditional heteroskedasticity with smooth transitions in conditional correlations. **SSE/EFI Working Paper Series in Economics and Finance**. n. 577, 2005

SO, M. K. P.; YU, P.L. H. Empirical analysis of GARCH models in value at risk estimation. **Int. Fin. Markets, Inst. And Money**, v. 16, p. 180-197, 2006.

SOUZA, M. N. C. **Redução da persistência da volatilidade nos modelos GARCH para cálculo do Valor em Risco no mercado brasileiro**. 2004, 118 p. Dissertação (Mestrado em Administração) Universidade Federal do Rio de Janeiro.

TANG, T. L.; SHIEH, S. J. Long memory in stock index futures markets: A value at risk approach. **Physica A**. v. 366, p. 437-448, 2006.

TAYLOR, S. **Modelling Financial Time Series**. Wiley, New York. 1986

TSE, Y. The conditional heteroscedasticity of the Yen-Dollar Exchange Rate, **Journal of Applied Econometrics**, v.193, p.49-55. 1998.

TSE. **Tokio Stock Exchange**. Disponível em <http://www.tsx.com>, Acesso em 10 dez. 2008.

WEIDE, R. GO-GARCH: A multivariate generalized orthogonal GARCH model, **Journal of Applied Econometrics**, v. 17, p. 549-564, 2002

WORLD FEDERATION OF EXCHANGES. Disponível em: <http://www.world-exchanges.org>, Acesso em: 05 mar. 2009.

WU, P. T.; SHIEH, S. J. Value-at-Risk analysis for long-term interest rate futures: Fat-tail and long memory in return innovations. **Journal of Empirical Finance**. v. 14, p.248-259, 2007.

ZAKOIAN, A. Threshold heteroskedasticity models. **Journal of Economic Dynamics and Control**, v. 18, p. 931-955, 1994.