UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO E CONTABILIDADE
DE RIBEIRÃO PRETO
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA

IZABELA PALMA PASCHOAL

Mobilidade Intergeracional de educação no Brasil

Orientador: Prof. Dr. Walter Belluzzo Júnior

RIBEIRÃO PRETO

2008

Prof^a. Dr^a. Suely Vilela.
Reitora da Universidade de São Paulo

Prof. Dr. Rudinei Toneto Júnior.
Diretor da Faculdade de Economia,
Administração e Contabilidade de Ribeirão
Preto

Prof^a. Dr^a. Maria Christina Siqueira De Souza
Campos.
Chefe do Departamento de Economia

IZABELA PALMA PASCHOAL

Mobilidade Intergeracional de educação no Brasil

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Economia da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto da Universidade de São Paulo como requisito para obtenção do título de Mestre em Economia.

Orientador: Prof. Dr. Walter Belluzzo Júnior

RIBEIRÃO PRETO

2008

FICHA CATALOGRÁRICA

Paschoal, Izabela Palma

Mobilidade Intergeracional de educação no Brasil, Ribeirão Preto, 2007.

76 fls

Dissertação de Mestrado, apresentada à Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto da Universidade de São Paulo.

Área de Concentração: Economia Aplicada

Orientador: Prof. Dr. Walter Belluzzo Júnior

1- Mobilidade Intergeracional 2- Educação 3- Regressão Quantílica

FOLHA DE APROVAÇÃO

Izabela Palma Paschoal

Mobilidade Intergeracional de educação no Brasil

Dissertação apresentada ao Departamento de Economia da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Economia.
Área de Concentração: Economia Aplicada

Aprovada em:

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Walter Belluzzo
Orientador

Prof. Dr. _____
Instituição: _____

Prof. Dr. _____
Instituição: _____

AGRADECIMENTOS

À Universidade de São Paulo e ao Programa de Pós Graduação em Economia Aplicada da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto pelo oferecimento dos elementos necessários para a realização deste trabalho.

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) pelo financiamento.

Ao orientador Prof. Dr. Walter Belluzzo Júnior , sobretudo pela dedicação, colaboração e estímulo nos diversos momentos desta caminhada.

Aos meus pais, irmã e namorado pelo companheirismo, apoio, dedicação, compreensão, e amor.

A todas as pessoas que, direta ou indiretamente, contribuíram para a conclusão deste trabalho, meus sinceros agradecimentos.

RESUMO

PASCHOAL, Izabela Palma. Mobilidade Intergeracional de educação no Brasil. 2008. 76 f . Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto, Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto, 2008.

Estudos sobre mobilidade intergeracional de educação sugerem que países subdesenvolvidos apresentam menor mobilidade intergeracional que países desenvolvidos e especificamente para o Brasil, o grau de persistência estimado é ao redor de 0.7, podendo apresentar diferentes graus ao longo da distribuição de educação. Este estudo apresenta uma nova abordagem para a mensuração da mobilidade intergeracional utilizando Regressões Quantílicas. Especificamente, é proposta uma medida de distância entre os quantis condicionais para analisar a mobilidade intergeracional. Como resultado, é obtido um conjunto de matrizes que descrevem o padrão da mobilidade intergeracional em diferentes pontos da distribuição condicional de escolaridade. Utilizando dados para o Brasil, encontra-se que a mobilidade intergeracional tende a ser maior nas caudas da distribuição de escolaridade para filhos e filhas relativo à educação de pais e mães. Comparando filhos e filhas, os filhos tendem a ter menor mobilidade intergeracional que as mulheres relativo à educação de seus pais. Além do mais, a educação das mães tem maior efeito em magnitude do que a educação dos pais tanto para filhos quanto para as filhas. Também se encontrou que a educação dos filhos depende mais da educação do pai e a educação das filhas depende mais da educação das mães, indicando que os filhos tendem a ter educação similar à de seus pais e as filhas tendem a ter educação similar à de suas mães.

ABSTRACT

PASCHOAL, Izabela Palma. Intergenerational Schooling Mobility in Brazil. 2008. 76 f. Dissertation (Master Degree) - Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto, Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto, 2008.

Studies on intergenerational educational mobility suggest that underdevelopment countries presents lower intergenerational mobility than developed countries and specifically for Brazil, the estimated degree of persistence is around 0.7 with possible different degrees on the overall distribution of education. This study presents a new approach to measuring intergenerational mobility using quantile regression. Specifically, it is proposed the use of a measure of distance between conditional quantiles to analyze intergenerational mobility. As a result, is obtained a set of matrices which describe the patterns of intergenerational mobility at different points of the conditional distribution of schooling. Using Brazilian Data (PNAD 1996) it is found that intergenerational mobility seems to be higher at the tails of the distribution of schooling for sons and daughters relative to father's and mother's education. Comparing each other, sons tend to have less mobility than daughters relative to father's education. Moreover, mother's education has stronger effects than father's on both sons and daughters education. It was also found that son's education depends more on father's education and daughter's education depends more on mother's education, indicating that sons tends to have education similar to their fathers and daughters tends to have education similar to their mothers.

LISTA DE FIGURAS

1	<i>Emerging twin peaks</i> extraída de Quah (1997).	33
2	Gráficos representativos da relação entre distância entre quantis e mobilidade intergeracional.	49
3	Gráficos dos coeficientes estimados para homens considerando a escolaridade de seus pais.	54
4	Gráficos dos coeficientes estimados para homens considerando a escolaridade de seus pais.	58
5	Gráficos dos coeficientes estimados para homens considerando a escolaridade de seus pais.	59
6	Gráficos dos coeficientes estimados para homens considerando a escolaridade de seus pais.	62

LISTA DE TABELAS

1	Medidas de mobilidade intergeracional derivadas das matrizes de transição. . .	21
2	Estudos sobre Mobilidade Intergeracional de Educação.	38
3	Tabela geral de descrição dos dados	44
4	Características dos homens condicionadas à educação dos pais	44
5	Características das mulheres condicionadas à educação dos pais	45
6	Características dos homens condicionadas à educação das mães	46
7	Características das mulheres condicionadas à educação das mães	46
8	Coeficientes estimados para homens considerando a educação de seus pais. . .	55
9	Coeficientes estimados para homens considerando a educação de suas mães. . .	56
10	Coeficientes estimados para mulheres considerando a educação de seus pais. . .	60
11	Coeficientes estimados para mulheres considerando a educação de suas mães. .	61
12	Valores ajustados da escolaridade dos homens para cada quantil, dadas as cate- gorias de escolaridade do pai e a média das outras variáveis.	64
13	Valores ajustados da escolaridade dos homens para cada quantil, dadas as cate- gorias de escolaridade da mãe e a média das outras variáveis.	65
14	Valores ajustados da escolaridade das mulheres para cada quantil, dadas as ca- tegorias de escolaridade do pai e a média das outras variáveis.	66
15	Valores ajustados da escolaridade das mulheres para cada quantil, dadas as ca- tegorias de escolaridade da mãe e a média das outras variáveis.	66
16	Probabilidades para a educação dos homens, dadas as categorias de educação dos pais e a média das outras variáveis.	67
17	Probabilidades para a educação dos homens, dadas as categorias de educação das mães e a média das outras variáveis.	67

18	Probabilidades para a educação das mulheres, dadas as categorias de educação dos pais e a média das outras variáveis.	68
19	Probabilidades para a educação das mulheres, dadas as categorias de educação das mães e a média das outras variáveis.	68

SUMÁRIO

1	Introdução	8
2	Mobilidade Intergeracional: Conceito e Mensuração	12
2.1	Matrizes de Transição	14
2.2	Regressão para a média	23
2.3	Distância entre distribuições	29
3	Revisão da Literatura Empírica	35
4	Base de dados	43
5	Metodologia	47
6	Resultados	53
7	Conclusão	70
	Referências	73

1 INTRODUÇÃO

A desigualdade de renda é um dos temas mais presentes nas economias em desenvolvimento. Dentre os fatores que levam à desigualdade de renda, destaca-se a desigualdade de educação. A desigualdade na distribuição de educação, seja em quantidade ou qualidade, contribui para a desigualdade de salários no mercado de trabalho, argumenta Lam (1999).

Um dos aspectos mais importantes para entender o processo de evolução da desigualdade de renda e educação é a mobilidade intergeracional. Hassler et al. (2002), apresentaram um resultado importante sobre a relação entre mobilidade e desigualdade de renda. Os autores mostram que existe uma relação positiva entre mobilidade intergeracional e desigualdade se houver mudanças no setor produtivo e uma relação negativa no setor educacional. Ou seja, uma alteração positiva no setor educacional tende a aumentar a mobilidade intergeracional e diminuir a desigualdade de renda.

Lam (1999), mostra que a mobilidade intergeracional de educação e de renda são duas das causas do grau de desigualdade que existe no Brasil. De fato, último relatório publicado em 2006 pelo Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento (PNUD, 2006) atesta que o Brasil ocupa a décima posição entre os países com mais desigualdade de renda¹.

Para explicar a consequência para a sociedade da combinação entre desigualdade e falta de mobilidade, Friedman (1962) argumenta que ao se comparar duas sociedades com o mesmo grau de desigualdade, aquela com o sistema mais rígido, ou em que a família permanece sempre na mesma posição social apresenta uma desigualdade menos desejável do que aquela sociedade

¹O Brasil é o décimo país em desigualdade de renda, na frente apenas da latino-americana Guatemala, e dos africanos Suazilândia, República Centro-Africana, Serra Leoa, Botsuana, Lesoto e Namíbia, segundo o coeficiente de Gini

que apresenta maior mobilidade, já que essa maior mobilidade é considerada pela sociedade um sinal de igualdade de oportunidades.

Já Behrman et al. (2001), estabelecem uma relação direta entre desigualdade, mobilidade e justiça social. Esses autores argumentam que duas sociedades com a mesma desigualdade podem apresentar níveis diferentes de bem estar de acordo com o tipo de influência que a família tem sobre as características dos filhos, ou seja, dependendo da influência do *background* familiar. Se a desigualdade em uma sociedade reflete a falta de oportunidades, indivíduos com as mesmas características possivelmente não atingirão a mesma posição social se a influência do *background* familiar for muito grande. Uma sociedade com essa característica pode ser vista como menos justa socialmente do que outra sociedade em que o *background* não é tão importante.

O *background* dos indivíduos também influencia a mobilidade intergeracional. Quanto maior a influência das características dos pais sobre as características dos filhos, menor tende a ser a mobilidade intergeracional. Por exemplo, filhos de pais ricos, independentemente do seu esforço, podem herdar não só a riqueza da família, mas também a posição que seus pais ocupavam na distribuição de renda da população. A mobilidade intergeracional, nesse caso, a sua ausência, acontece quando a distribuição das características socioeconômicas dos filhos sofre influência da posição que seus pais ocupavam em suas respectivas distribuições. A mobilidade intergeracional está, dessa forma, ligada à desigualdade na sociedade.

As evidências empíricas existentes a respeito da mobilidade intergeracional mostram que os países em desenvolvimento apresentam padrões diferentes de mobilidade, Behrman et al. (2001), analisam Brasil, Colômbia, México e Peru e mostram que a mobilidade intergeracional de escolaridade para esses países é muito menor do que para os Estados Unidos.

Behrman et al. (2001), utilizando dados das PNAD's de 1982 e 1996, encontraram evidências, de que o grau de mobilidade intergeracional educacional para homens no Brasil é menor que aquele observado em países desenvolvidos, com grau de persistência na ordem de 0,70. Isto é, se o pai tem um ano de escolaridade acima da média de sua distribuição o filho tende a ter

0,70 anos acima da média de sua distribuição, com grau de mobilidade intergeracional de 0,30. Ferreira e Veloso (2003), usando a PNAD de 1996, também analisaram padrões de mobilidade educacional no Brasil, incluindo controle por regiões e por raça e encontraram resultado semelhante, com grau de persistência de 0,68 para homens em relação a seus pais. Ferreira e Veloso (2003) apontam também a existência de não linearidades na distribuição educacional para pais e filhos. Seguindo essa mesma diretiva, Paschoal (2005) encontrou resultados de estimativas de mobilidade intergeracional para homens, apontando grau de persistência de 0,699 em relação a seus pais; complementou os estudos do grau de persistência com a estimativa para mulheres, incluiu a escolaridade das mães na análise e observou, ainda, o padrão da assimetria na distribuição de escolaridade, melhorando a descrição feita por outros autores para a mobilidade de homens e mulheres no Brasil.

Entretanto, as assimetrias na distribuição de escolaridade levantam dúvidas a respeito da correta especificação da mobilidade intergeracional de educação. Dessa forma, suspeita-se de que para o Brasil, as evidências de assimetrias na distribuição de escolaridade implicam que a relação entre a escolaridade dos pais na determinação da escolaridade dos filhos tende a variar em diferentes graus de mobilidade ao longo da distribuição de escolaridade. Por isso, esse estudo tem como objetivo caracterizar a mobilidade intergeracional de educação no Brasil e observar como o padrão da assimetria na distribuição condicional de escolaridade dos filhos afeta a mobilidade intergeracional.

Dessa forma, a principal contribuição trabalho é complementar a caracterização da mobilidade intergeracional propondo a análise da mobilidade como uma medida de distância entre os quantis condicionais da distribuição, partindo da aplicação da metodologia de Regressões Quantílicas. Com essa finalidade, uma nova medida é proposta e seus resultados são apresentados em dois conjuntos de matrizes que indicam as probabilidades que os filhos têm de se situarem em diferentes quantis da distribuição de escolaridade, dadas as escolaridades de seus pais. De modo mais geral, enriquecer a descrição da influência da escolaridade dos pais na educação dos filhos pode contribuir para o direcionamento de políticas públicas mais eficientes no sentido de intensificar a mobilidade educacional das novas gerações na tentativa de diminuir

a desigualdade no país.

Para estudos sobre mobilidade intergeracional de educação, utilizam-se as bases de dados da PNAD que contém o suplemento sobre mobilidade informando dados a respeito da escolaridade de gerações sucessivas, escolaridade dos pais e dos filhos. Neste estudo utilizou-se a PNAD do ano de 1996, a última que contém tal suplemento.

O restante deste trabalho está organizado da seguinte forma: no capítulo 2 estão explicitados o conceito de mobilidade intergeracional e uma revisão sobre suas formas de mensuração, no capítulo seguinte está uma revisão dos estudos empíricos já realizados seguido pela base de dados e pela Metodologia utilizada no capítulo 5. Finalmente no capítulo 6 estão os resultados encontrados e no capítulo 7 a conclusão.

2 MOBILIDADE INTERGERACIONAL: CONCEITO E MENSURAÇÃO

Mobilidade social é o conceito comumente empregado em referência a movimentos, seja de indivíduos, grupos ou famílias, em determinado período de tempo em respeito a algum indicador socioeconômico (BEHRMAN, 2000). Por exemplo, mobilidade positiva (negativa) na renda ocorre quando o indivíduo tem variações positivas (negativas) em sua renda conforme a distribuição de renda total.

A respeito dos movimentos que a mobilidade pode apresentar, eles podem ser movimentos totais, também conhecidos como movimentos absolutos, ou relativos. Movimentos totais ocorrem quando todos os indivíduos sofrem os mesmos ganhos ou perdas em algum indicador socioeconômico, mas não mudam sua posição relativa dentro da distribuição. Por exemplo, se todos os indivíduos, independente da escolaridade que possuem, adquirem dois anos a mais de escolaridade, há um deslocamento de toda a distribuição mas o posto de cada indivíduo permanece inalterado.

Movimentos relativos ocorrem quando há trocas de posições entre os indivíduos dentro da distribuição sem não implicar necessariamente aumento de nível total da distribuição ou mudanças na própria distribuição, pois o número de pessoas que sofrem movimentos relativos para determinada categoria pode ser igual ao número de pessoas que saem dela, fazendo com que o nível e formato da distribuição permaneçam os mesmos. Dessa forma, existe tanto a possibilidade de haver movimentos totais sem movimentos relativos na distribuição, como movimentos relativos sem movimentos totais na distribuição, entretanto, movimentos na distribuição sem movimentos totais implicam necessariamente em movimentos relativos.

Um aspecto importante na análise da mobilidade é o temporal. No caso de movimentos relativos a indivíduos convém analisar meses ou anos, para movimentos relativos às famílias, por outro lado, convém a análise de gerações. Checchi e Dardanoni (2002) faz a distinção entre mobilidade intrageracional e intergeracional. A mobilidade intrageracional trata da mudança na distribuição da variável socioeconômica do indivíduo dentro de um grupo no período de uma geração. A mobilidade intergeracional trata da mudança na distribuição da variável socioeconômica do indivíduo entre as gerações.

Checchi e Dardanoni (2002) também faz a distinção entre os movimentos relativos e absolutos quando inseridos no contexto de mobilidade intergeracional. Os autores argumentam que a mobilidade absoluta entre as gerações está relacionada à distância entre as distribuições marginais da variável socioeconômica de pais e filhos, em termos de localização e dispersão. E, movimentos relativos entre as gerações estão relacionados à existência de uma relação positiva entre as posições que pais e filhos ocupam em suas respectivas distribuições marginais, se houve trocas relativas de posições ou não. Mais especificamente, o interesse deste trabalho é voltado à observação de movimentos relativos de educação entre pais e filhos.

A observação de movimentos relativos é relevante, mesmo que se trate da simples mudança de posição de indivíduos em períodos diferentes. A razão é que esses movimentos tendem a estar associados à sensação de uma sociedade mais justa, no sentido de que indivíduos mais habilitados terão suas habilidades reconhecidas e irão alcançar posições melhores que seus pais na distribuição. Entretanto, esse reconhecimento e a troca de posições na distribuição podem depender de características herdadas e recursos transferidos dos pais para os filhos, que influenciam a posição que os últimos podem alcançar na distribuição total.

A abordagem padrão para analisar mobilidade é olhar para o sucesso dos pais em algum indicador socioeconômico e procurar inferir sobre o sucesso do filho. A transferência de sucesso entre gerações determina o que é chamado de persistência intergeracional, já que uma parcela herdada dos pais é que compõe a característica socioeconômica do filho. A partir dessa relação entre características de pais e filhos, uma variedade de medidas foram propostas para tentar avaliar qual a magnitude da influência dos pais para a determinação de características dos filhos

e suas conseqüências para a igualdade de oportunidades na sociedade. As principais medidas de mobilidade intergeracional foram formuladas a partir de metodologias distintas que também envolvem os conceitos de mobilidade intergeracional absoluta e relativa. Existem trabalhos que procuram obter o grau de mobilidade a partir da regressão para a média, nesse caso, estão interessados na mobilidade intergeracional relativa, avaliando a relação positiva entre as escolaridades de pais e filhos. Há os que se utilizam da abordagem da distância entre distribuições, interessados em mobilidade intergeracional absoluta e ainda há os que se utilizam das matrizes de transição. Sendo que, utilizar matrizes de transição não permite a identificação dos efeitos da mobilidade relativa e absoluta pois ambos estão incorporados no cálculo dos elementos das matrizes e ambos podem ocorrer simultaneamente. As principais metodologias usadas: matrizes de transição, da regressão para a média e da distância entre distribuições, estão detalhadas a seguir.

2.1 MATRIZES DE TRANSIÇÃO

As matrizes de transição são matrizes nas quais estão organizadas as probabilidades de transição entre estados. No caso da mobilidade intergeracional, como o interesse é voltado para as probabilidades de transição apenas entre um número limitado de gerações, essas probabilidades estão relacionadas aos Processos de Markov.

Os Processos de Markov são casos particulares de processos estocásticos que atendem a chamada propriedade de Markov. Tal propriedade atesta que o estado corrente depende de um número finito de estados anteriores. Em outra definição, o conhecimento do estado presente é o suficiente para prever o comportamento estocástico do futuro do processo (TIJMS, 2003). Assim, os Processos de Markov são ditos processos com "memória" limitada.

Especificamente, o Processo de Markov mais utilizado na literatura para descrever a mobilidade intergeracional é o processo sem memória ou Processo de Markov de primeira ordem em que o presente depende apenas do passado imediato, como explicita a equação (2.1):

$$P(x_t|x_{0:t-1}) = P(x_t|x_{t-1}) \quad (2.1)$$

em que x é uma variável aleatória.

A justificativa para tratar a mobilidade intergeracional como um processo sem memória é encontrada em Prais (1955). O autor avalia que a probabilidade de transição é maior para estados vizinhos do que para um outro estado mais distante e, com isso, afirma que a probabilidade de transição da última geração é dependente da probabilidade de transição da geração de seu pai, porém não da probabilidade de seu avô. Em outras palavras pode-se dizer que toda a informação necessária sobre a probabilidade de transição do avô está incorporada na probabilidade de transição do pai, não havendo necessidade de se recorrer às n gerações anteriores para se obter informações sobre a probabilidade de transição dos filhos.

Alternativamente, Shorocks (1976), apresenta evidências de que a mobilidade intergeracional da renda segue um Processo de Markov de segunda ordem. A hipótese de que a mobilidade segue um processo de Markov de segunda ordem permite que a característica de um indivíduo dependa de dois períodos anteriores. No caso, a probabilidade de transição p_{ijk} reflete a sequência $i \rightarrow j \rightarrow k$ em que a probabilidade do indivíduo depende da passagem do estado j para k no período $t \rightarrow t + 1$ sendo que no período $t - 1$ se encontrava em i . Especificamente, no caso de mobilidade intergeracional de educação essa hipótese faria com que a interpretação da matriz de transição se alterasse da seguinte forma: p_{ijk} seria igual à probabilidade do indivíduo transitar do nível de escolaridade j que seu pai possui para o nível k dado que seu avô se encontra no nível de escolaridade i . Contudo, majoritariamente as matrizes de transição de escolaridade encontradas na literatura são de Processos de Markov de primeira ordem.

As matrizes de transição de Processos de Markov que descrevem a mobilidade intergeracional têm entradas não negativas e suas colunas ou linhas têm soma iguais a um pois, os elementos são probabilidades condicionais e o processo tem que realizar uma transição para algum estado (SIMON; BLUME, 2004). Ainda, considera-se que as probabilidades são fixas e independentes do tempo, nesse caso, o processo é dito homogêneo no tempo ou que as probabilidades são estaci-

onárias (SIMON; BLUME, 2004). No caso, um Processo de Markov com n categorias/estados ou classes têm-se n^2 elementos, rearranjados em uma matriz $n \times n$, que indicam a probabilidade de um indivíduo se mover de uma categoria para outra.

Foi com o estudo pioneiro de Prais (1955) que as matrizes relacionando a ocupação de pais e a ocupação de filhos foram denominadas matrizes de transição. Cada elemento p_{ij} da matriz de transição aponta a proporção de pais que se encontram na categoria j que têm filhos que se moveram para a categoria i . Tomando em consideração a família, a proporção indica a probabilidade de transição da família da classe j para a classe i no período de uma geração, como explicita Prais (1955). Com essa abordagem que leva em consideração a probabilidade de transição, o autor demonstra que é possível encontrar uma distribuição de equilíbrio entre as categorias. Esse resultado é possível, pois a soma das proporções p_{ij} em cada linha é igual a 1 ou, a soma das proporções de filhos cujo pai se encontra na categoria j é igual a um. Dessa forma, Prais denomina de p_t o vetor coluna de proporções para cada classe no período t e P a matriz de transição e demonstra que:

$$\pi_{t+1} = P\pi_t \quad (2.2)$$

Generalizando este resultado têm-se:

$$\pi_{t+n} = P^n \pi_t \quad (2.3)$$

em que a distribuição da população no período $(t + n)$ é a multiplicação matriz de transição elevada à n -ésima potência pela distribuição no período t inicial. A partir da equação (2.3) Prais chega a uma distribuição de equilíbrio $\bar{\pi}$, que satisfaz a equação:

$$\bar{\pi} = P\bar{\pi} \quad (2.4)$$

e que é independente da distribuição π_t original. Segundo Theil (1972), $\bar{\pi}$ também pode ser chamada de distribuição limite, quando t tende ao infinito. Esse resultado depende das hipóteses de que as probabilidades das matrizes de transição sejam constantes no tempo e que atingida a

distribuição de equilíbrio ela não se modificará mais. Uma implicação dessas hipóteses é que com uma matriz de transição de equilíbrio seria possível calcular, por exemplo, a probabilidade de transição da classe um para classe três na primeira geração e a probabilidade de volta para classe um na segunda geração. Podemos observar esse resultado de outra forma, se P^n tem sempre elementos positivos, pode-se dizer que há convergência da forma:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \pi_t P^t = \bar{\pi} \quad (2.5)$$

Prais (1955) também mostra que é possível calcular o tempo médio que cada família permanece em cada classe social e define então como imobilidade em uma sociedade, a situação em que a família permanece em uma determinada classe por um período infinito de tempo e como mobilidade a situação em que a família permanece em uma determinada classe por um período menor de tempo. Consequentemente desenvolve uma medida de mobilidade como sendo o tempo médio que as famílias permanecem em cada classe social:

$$t_j = \frac{1}{1 - p_{ij}} \quad \text{em que } 1 < t_j < \infty \quad (2.6)$$

Quanto mais próxima a probabilidade de um, maior o tempo médio que as famílias ficam na mesma classe, refletindo pouca mobilidade. E, quanto mais próxima de zero a probabilidade, o tempo médio se aproxima de seu limite inferior igual a um, indicando alta mobilidade.

Shorocks (1978) avalia mais profundamente as propriedades e formas desejáveis de um índice de mobilidade e discute inconsistências que surgem quando se constroem medidas de mobilidade a partir de matrizes de transição. Ele define um índice de mobilidade como sendo uma função real $M(\cdot)$ do conjunto de matrizes de transição $\mathcal{P}$ e a primeira propriedade desejável é a normalização do índice:

$$0 \leq M(P) \leq 1 \quad \text{para todas as matrizes } P \in \mathcal{P} \quad (2.7)$$

A segunda propriedade desejável é que o índice reflita diferenças nas probabilidades das matrizes. Deste modo, ao comparar duas matrizes P e P' tais que $p_{ij} \leq p'_{ij}$ para todo $i \neq j$, ou

$p_{ij} < p'_{ij}$ para algum $i \neq j$, a função $M(\cdot)$ deve indicar mobilidade maior em P' . Em outras palavras, o índice deve ser monotônico:

$$p_{ij} < p'_{ij} \rightarrow P < P' \rightarrow M(P) < M(P') \quad (2.8)$$

Consequentemente, uma matriz com as menores probabilidades possíveis para $i \neq j$ deve ter o menor índice possível, assim uma matriz de transição que seja da forma de uma matriz identidade $\mathcal{I}$ deve refletir a situação de imobilidade e o valor do índice deve ser:

$$M(\mathcal{I}) = 0 \quad (2.9)$$

A situação oposta, a de perfeita mobilidade deve, portanto, apresentar o maior índice possível:

$$M(P) = 1 \quad (2.10)$$

Shorrocks (1978) ainda formaliza versões estritas destas duas últimas propriedades. São elas: imobilidade forte em que $M(P) = 0$ se e somente se $P = \mathcal{I}$ e perfeita mobilidade forte em que $M(P) = 1$ se e somente se P tem linhas iguais. Explicitadas as propriedades desejáveis de um índice de mobilidade o autor discute se as medidas até então propostas as satisfazem. A conclusão é que o índice sugerido por Bartholomew (1973) não satisfaz todas as propriedades simultaneamente. Já o índice sugerido por Prais (1955) e reformulado algebricamente por Shorrocks ¹ como:

$$M_p(P) = \frac{n - \text{tr}(P)}{n - 1} \quad (2.11)$$

satisfaz todas as propriedades desejáveis de um índice de mobilidade apenas para matrizes de um conjunto $\mathbb{P}$ que contém matrizes encontradas empiricamente. Ou seja, no conjunto $\mathbb{P}$ não estão as matrizes da forma de matriz identidade e com proporções iguais, que são os casos extremos. Apenas estão em $\mathbb{P}$ as matrizes que o autor afirma possuir *quasi-maximal* diagonais,

¹Shorrocks reformula o índice fazendo o inverso da média harmônica da medida de Prais normalizada pelo fator $\frac{n}{n-1}$

ignorando os casos extremos.

Uma outra questão relevante também discutida por Shorrocks (1978) está relacionada à dificuldade ou mesmo impossibilidade de se comparar duas matrizes de transição. Em específico, como as estruturas sociais não são estáticas e estão em contínua transformação, o período em que a matriz de transição foi construída torna-se relevante. Por este motivo, Shorrocks sugere que os índices devem obedecer duas propriedades adicionais: consistência entre períodos e invariância na duração dos períodos. Tendo em vista este conjunto de propriedades Shorrocks (1978) propõe:

$$M_D(P, t) = 1 - (\det(P))^{\alpha/t}, \quad \alpha > 0 \quad (2.12)$$

como medida de mobilidade. Entretanto, o próprio autor comenta que $M_D(P, t)$ não é uma medida ideal pois pode levar a conclusões incorretas quando a matriz apresenta linearidade entre linhas ou colunas. Nesse caso, índice pode mostrar $M_D(P, t) = 1$, erroneamente.

O autor então propõe uma medida de mobilidade contínua que permite ajustes para a influência do período na matriz de transição:

$$M_h(P, t) = e^{-ht} \quad (2.13)$$

em que $h = \frac{-\log 2}{\log |\lambda_2|}$ e indica a velocidade de convergência² para a distribuição de equilíbrio de uma matriz de transição P com autovalor λ_i . Desse modo, uma sociedade com estrutura rígida deve ter menor velocidade de convergência relativa e, portanto menor mobilidade. Já uma sociedade com mobilidade perfeita deve atingir a distribuição de equilíbrio com velocidade maior, por exemplo, em um período, ou uma geração. Há de se observar que a distribuição de equilíbrio não implica que a mobilidade deixou de ocorrer ou que o indivíduo permanecerá indefinidamente na categoria de seu pai. Na distribuição de equilíbrio as mudanças entre as gerações ocorrem, porém a troca de posições deixa a distribuição inalterada. O autor verifica que a medida $M_h(P, t)$ também viola propriedades, como a imobilidade forte, a não ser que também se restrinja o conjunto das matrizes do conjunto $\mathcal{P}$ para o conjunto matrizes $\mathbb{P}$.

²Conceito também sugerido por Theil (1972).

A utilização do autovalor λ_2 como medida de mobilidade também foi proposta por Theil (1972). De fato, a medida:

$$M_T(P) = \lambda_2^2 \quad (2.14)$$

deve ser interpretada como uma medida de imobilidade entre gerações, pois, ao contrário das outras medidas já citadas, $M_T(P) = 0$ quando há perfeita mobilidade e se aproxima da unidade na medida em que aumenta a influência da posição dos pais sobre a posição dos filhos na distribuição. O uso do autovalor λ_2 como medida de mobilidade proposta por Theil (1972) é justificado pelas propriedades das matrizes de transição que seguem Processos de Markov que têm entradas positivas e cuja soma das colunas ou linhas é igual a um. Nesse caso, é possível mostrar que uma matriz M possui um de seus autovalores igual a um com multiplicidade um e os outros autovalores λ_i de M satisfazem $|\lambda_i| < 1$ (SIMON; BLUME, 2004). Portanto, o λ_2 da estatística de Theil (1972) é o segundo maior autovalor da matriz de transição.

Outros autores que propõem o uso do segundo maior autovalor como medida de mobilidade são Sommers e Conlisk (1979). Assim como Shorrocks (1978), os autores começam por analisar as propriedades de convergência das matrizes de transição. Posteriormente relacionam medidas de mobilidade baseadas na correlação e na regressão entre categorias de pais e filhos com as medidas propostas que utilizam o segundo maior autovalor. Eles concluem que medidas de mobilidade com o segundo maior autovalor da matriz de transição são aplicáveis e têm respaldo empírico.

Uma outra abordagem para se construir uma medida de mobilidade intergeracional a partir das matrizes foi proposta por Bartholomew (1973) em crítica ao índice de Prais. A principal crítica é quanto à definição de mobilidade perfeita feita por Prais. Segundo Prais (1955), a mobilidade perfeita corresponde à situação em que as probabilidades de transição nas matrizes são todas iguais. Bartholomew (1973) argumenta que uma medida de mobilidade baseada nesse conceito negligencia toda a mobilidade, no sentido do movimento, que pode estar em curso dentro da matriz. Especificamente a medida proposta por Prais tem valor mínimo igual a um quando se atinge a mobilidade perfeita, porém, mobilidade perfeita não é o mesmo que

mobilidade total. A mobilidade total, para Bartholomew (1973), ocorre quando a probabilidade de permanência na mesma categoria é zero. Nesse sentido, Bartholomew (1973) propõe a utilização de outra medida que faz essa distinção:

$$M_B(P) = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \bar{\pi} p_{ij} |i - j| \quad (2.15)$$

O valor máximo da medida $M_B(P)$ é igual a um quando há movimento total e o valor mínimo é igual a zero quando há imobilidade. Para o caso de perfeita mobilidade, na definição de Prais, $M_B(P) = \frac{1}{2}$.

Percebe-se que maioria das medidas de mobilidade intergeracional propostos é focada no caráter discreto da medida de mobilidade, como retratado na Tabela 1. Geweke et al. (1986) apresentam medidas de mobilidade para o caso contínuo que, segundo os autores evitariam as inconsistências existentes nas propriedades propostas por Shorrocks.

Tabela 1: Medidas de mobilidade intergeracional derivadas das matrizes de transição.

Medidas	Autores
$M_p(P) = \frac{n - \text{tr}(P)}{n-1}$	Prais (1955) e Shorrocks (1978)
$M_D(P, t) = 1 - (\det(P))^{\alpha/t}$	Shorrocks (1978)
$M_h(P, t) = e^{-ht}$, $h = \frac{-\log 2}{\log \lambda_2 }$	Shorrocks (1978)
$M_T(P) = \lambda_2^2$	Theil (1972)
$M_2(P) = 1 - \lambda_2$	Sommers e Conlisk (1979)
$M_B(P) = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \bar{\pi} p_{ij} i - j $	Bartholomew (1973)

Outra classe de medidas de mobilidade baseadas nas matrizes de transição procuram mensurar a mobilidade não no sentido de movimento entre categorias, mas no sentido de igualdade de oportunidades e de conseqüências para o bem estar. Dessa forma, a mobilidade é vista com uma abordagem de significado mais amplo. As medidas contínuas derivadas no âmbito dessa abordagem são conhecidas como *partial mobility orderings*. Como Gaer et al. (2000) argumentam, a maioria dos estudos sobre mobilidade implicitamente ou explicitamente fazem referências à existência de igualdade de oportunidades em termos da existência de mobilidade na sociedade. Mas, medidas discretas de mobilidade, por exemplo, não permitem a verificação da existência de igualdade de oportunidade, por isso, para captar a igualdade de oportunidades

os estudos de *partial mobility orderings* se utilizam das funções de bem estar para a definição de medidas de mobilidade.

Dardanoni (1993) é um exemplo de artigo nessa linha. O autor considera a forma pela qual a mobilidade afeta o bem estar e propõe uma ótica normativa à mobilidade. Para tanto, propõe a utilização de uma família de funções de bem estar para criar uma ordenação de matrizes de transição de acordo com seu nível associado de bem estar. A principal conclusão do autor é que a ordenação de medidas, por meio das funções de bem estar, reflete melhor a mobilidade e consequentemente a igualdade de oportunidades de uma sociedade do que as medidas discretas que descrevem as matrizes apenas com um escalar. Segundo o autor, as medidas discretas podem levar a resultados completamente opostos daqueles obtidos pelo ordenamento das matrizes.

Há de se ressaltar que o uso de medidas contínuas é feito quando a variável socioeconômica em questão é de natureza contínua. Formby et al. (2004) desenvolvem procedimentos de inferência estatística para testar medidas de mobilidade de renda com matrizes de transição para a renda. Para desenvolver tais procedimentos, os autores utilizam três tipos de construção de matrizes que são classificadas de acordo com a forma com que as variáveis contínuas têm seus limites de classes delimitados. A matriz de transição por quantis (*quantile transition matrix*), em que os limites de classe são definidos endogenamente pela distribuição da renda de tal forma que o número de pessoas em cada classe é igual. Ou seja, os indivíduos são distribuídos pelo número de classe desejado e depois verifica-se as proporções da matriz. A matriz de transição média (*mean transition matrix*) e matriz de transição mediana (*median transition matrix*) em que os limites de classe são definidos como porcentagem da média ou mediana da renda. A principal conclusão dos autores é que as diferentes formas de construção das matrizes levam a medidas diferentes e com interpretações de mobilidade distintas.

Concluindo, constata-se que a construção de uma medida de mobilidade derivado de uma matriz de transição não é trivial e envolve discussões a respeito da natureza e das propriedades que as medidas devem ter. Além disso fica claro que não há uma única medida de mobilidade que reflete adequadamente o grau de mobilidade de um país. Existem medidas que se utilizam de conceitos diferenciados de mobilidade e por sua vez devem ser interpretadas de maneira

distinta. Ademais, como afirmam Checchi e Dardanoni (2002) as medidas podem apresentar resultados divergentes para uma mesma matriz já que cada resultado depende da maneira com que a medida foi construída.

2.2 REGRESSÃO PARA A MÉDIA

O fenômeno estatístico da regressão para a média foi primeiramente notado por Galton (1886), em seu estudo que relacionou a característica de altura de pais e a característica de altura de filhos e verificou que o desvio da média da altura dos filhos é, em média, dois terços do desvio da média da altura de seus pais em relação à média populacional. Ou seja, o coeficiente da regressão para a média da altura dos filhos e da altura dos pais é de dois terços. Dessa forma, Galton conclui que filhos de pais de estatura baixa tendem a ser mais altos que seus pais, enquanto que filhos de pais com estatura mais alta tendem a ser mais baixos que seus pais. Se considerarmos a_t , a altura do filho e a_{t-1} a altura do pai, é possível afirmar que se a_{t-1} estiver abaixo (acima) de sua média populacional, então, a variável a_t associada a ela provavelmente estará mais perto (longe) de sua respectiva média do que a_{t-1} estava. Resultado que pode ser representado da seguinte maneira (GOLDBERGER, 1989):

$$a_t = \kappa + \beta(a_{t-1} - \kappa) + v_t \quad (2.16)$$

em que β é o parâmetro de hereditariedade, dois terços para Galton, κ é a média de altura populacional e v_t um termo aleatório i.i.d.

Posteriormente, com o desenvolvimento da idéia de Galton para o fenômeno da regressão para a média, alguns aspectos desse fenômeno estatístico foram esclarecidos. Como Trochim (2006) destaca é provável que se verifique o fenômeno da regressão para a média para quaisquer duas variáveis que relacionam características de um período qualquer com o período anterior. Além disso, como o fenômeno da regressão para a média relaciona a dispersão da média dos grupos, pode-se dizer que a regressão para a média é também um fenômeno relativo, que não está relacionado com a variação da distribuição como um todo. Quanto mais afastado o grupo de interesse estiver da média populacional maior será a regressão para a média. Alternativamente,

se a média do grupo de interesse já está próxima da média populacional a regressão para a média será menor.

Observando a equação de regressão para a média para valores de β menores que um, cada mudança unitária do desvio da média da variável dos pais está relacionada a β desvios padrão da variável do filho e, portanto haverá regressão para a média. Caso o valor de β seja maior que um, um aumento na escolaridade do pai implica em aumento na escolaridade do filho e, o fenômeno de regressão para a média não acontece.

No caso da estimação do modelo baseado na equação (2.16) por mínimos quadrados para a mobilidade intergeracional a interpretação do parâmetro β é a seguinte: para cada ano a mais de escolaridade do pai acima da média, o filho terá β anos de estudo acima da média. Por exemplo, para β igual a zero, a distribuição condicional dos filhos não será relacionada com a escolaridade dos pais e, portanto, a escolaridade dos filhos independe da escolaridade dos pais, ou seja, há mobilidade intergeracional perfeita. Dessa forma, quanto maior o valor estimado para β , a mobilidade vai diminuindo e a imobilidade aumentando.

A interpretação econômica para esse tipo de relação entre pais e filhos, foi apresentada originalmente por Becker (1974), Becker e Tomes (1979, 1986). Estes autores propuseram uma interpretação baseada num modelo de maximização de utilidade que expandiu os significados e as formas de interpretação baseadas na mobilidade intergeracional.

O modelo desenvolvido por Becker (1974) e Becker e Tomes (1979,1986), assume indivíduos com tempo de vida finito com famílias compostas por apenas duas pessoas, pai e filho, que vivem por duas gerações: na primeira, cada indivíduo é o filho no qual o pai investe e na segunda, já adulto, é o pai que investe no próprio filho. A hipótese central desses modelos é que o pai se importa suficientemente com seu filho a ponto de transferir ou reter recursos a ele e, desse modo internalizar choques que possam afetá-lo, mesmo que isso implique em penalizar seu próprio consumo ou lazer, voluntariamente. Formalmente isso significa que o pai possui uma função de utilidade que depende do seu consumo e do bem estar de seu filho:

$$U_t = U(C_t, \psi(U_{t+1})) \quad (2.17)$$

em que C_t é o consumo do pai, ψ é uma transformação monotônica da função de utilidade do filho, de modo que a função ψ mantém as preferências da função de utilidade original do filho. Por sua vez, a função de utilidade do filho, depende do seu próprio consumo e da função de utilidade do seu filho. Restringindo a análise para se observar apenas como se comportam duas gerações, t e $t + 1$, têm-se que a função de utilidade do pai depende de seu consumo e do consumo do filho, ficando:

$$U_t = U_1(C_t, C_{t+1}) \quad (2.18)$$

Dessa maneira, os pais podem escolher consumir toda sua renda ou investir parte dela no bem estar do filho, representado por seu consumo³. O modelo assume inicialmente o capital como sendo homogêneo, não havendo distinção entre investimentos em capital humano e físico, de modo que k é o capital total investido pelos pais nos filhos, com taxa de retorno por geração igual a r_t . Nestes termos, a restrição orçamentária do pai é determinada pela parcela investida nos filhos mais seu consumo:

$$Y_t = z_t k_t + C_t \quad (2.19)$$

em que Y_t é a renda do pai e z_t o que o pai deixou de consumir por unidade de k investido no filho. Dessa forma, o que afeta positivamente o consumo ou rendimento do pai, afeta sua utilidade, aumentando seu bem estar. O pai também pode alocar recursos, como tempo e renda, em favor do consumo do filho, da saúde, educação ou outros benefícios, que no futuro irão aumentar o bem estar da família também. Assim, supondo que o valor do capital em $t + 1$ é ω_{t+1} , a taxa de retorno desse investimento será:

$$z_t k_t = \frac{\omega_{t+1} k_t}{1 + r_t} \quad (2.20)$$

E, a restrição orçamentária do filho será formada pela proporção investida nele por seu pai, um componente u_{t+1} que reflete a "sorte" que o filho terá no mercado e, sua própria dotação de

³A generalização da equação (2.18) que considera o bem estar das futuras gerações encontra-se no apêndice A de Becker e Tomes (1979).

características ou habilidades, representada por e_{t+1} :

$$Y_{t+1} = \omega_{t+1}k_t + \omega_{t+1}e_{t+1} + \omega_{t+1}u_{t+1} \quad (2.21)$$

A solução do problema de maximização descrito acima implica que cada geração escolhe entre seu consumo e o bem estar de seus descendentes, de modo que:

$$\frac{\frac{\partial U_t}{\partial C_t}}{\frac{\partial U_t}{\partial Y_{t+1}}} = 1 + r_t \quad (2.22)$$

Porém, como os pais se preocupam com o bem estar dos filhos, a riqueza da família não é somente determinada pelos rendimentos do pai e seu consumo, mas também pela restrição orçamentária de seu filho, obtida com a substituição das equações (2.21) e (2.20) em (2.19):

$$C_t + \frac{Y_{t+1}}{1 + r_t} = Y_t + \frac{\omega_{t+1}e_{t+1}}{1 + r_t} + \frac{\omega_{t+1}u_{t+1}}{1 + r_t} = W_t \quad (2.23)$$

em que W_t é a riqueza da família.

Conseqüentemente, como se assume que a função de utilidade é construída de modo que o consumo do pai e o consumo do filho têm elasticidades constantes, o equilíbrio pode ser escrito como uma relação linear da riqueza da família, W_t :

$$\begin{aligned} \frac{Y_{t+1}}{1 + r} &= \eta(\gamma, 1 + r_t)W_t \\ C_t &= (1 - \eta)W_t \\ \text{e} \quad \frac{\omega_{t+1}k_t}{1 + r_t} &= \eta W_t - \frac{\omega_{t+1}e_{t+1}}{1 + r_t} - \frac{\omega_{t+1}u_{t+1}}{1 + r_t} \end{aligned} \quad (2.24)$$

em que parte da riqueza da família é destinada ao consumo do pai e o restante é transmitido ao filho, sendo η uma variável que representa a preferência γ entre o consumo dos pais ou o investimento no filho e da taxa de retorno do investimento.

A equação de equilíbrio da renda entre as gerações consecutivas é obtida quando da substituição da equação da riqueza da família (2.23) na primeira equação de (2.24):

$$Y_{t+1} = \eta(1 + r_t)Y_t + \eta\omega_{t+1}e_{t+1} + \eta\omega_{t+1}u_{t+1} \quad (2.25)$$

O modelo e também a equação de equilíbrio apresentados têm estrutura paralela para renda e educação (BEHRMAN; TAUBMAN, 1985). Em se tratando da formação de capital humano, assume-se que na restrição orçamentária do pai (2.19), investimento em educação é o único investimento em capital humano e a restrição orçamentária do filho (2.21) depende de sua escolaridade S_{t+1} , da sua habilidade e_{t+1} e da expectativa da sorte que o filho terá no mercado, u_{t+1} . A equação de equilíbrio, nesse caso, fica:

$$S_{t+1} = \eta(1 + r_t)S_t + \eta\omega_{t+1}e_{t+1} + \eta\omega_{t+1}u_{t+1} \quad (2.26)$$

Becker (1981) argumenta que os pais não prevêem o valor de u_{t+1} e portanto seu valor esperado é zero. Já e_{t+1} , não é observado e portanto, a equação de equilíbrio a ser estimada com base nesse modelo fica:

$$S_{t+1} = \alpha + \eta(1 + r_t)S_t + \epsilon \quad (2.27)$$

em que substituindo-se $\eta(1 + r_t)$ por β , encontra-se o coeficiente de persistência entre as gerações t e $t + 1$.

$$\beta = \eta(1 + r_t) \quad (2.28)$$

Dessa forma, considerando β sempre positivo, quanto mais β se afastar da unidade, maior mobilidade intergeracional estará acontecendo. Nesse caso, β poderá exceder a unidade dependendo da fração que o pai investe no filho η , e da taxa de retorno do investimento no filho. Entretanto, se β não for menor que a unidade, o modelo não apresentará convergência.

Nota-se, portanto, que apesar do refinamento da interpretação da mobilidade, a forma de estimação do coeficiente da regressão e até mesmo a interpretação do β são semelhantes ao estudo de Galton:

In particular, who would deny Galton was a great social scientist who made outstanding contributions to the analysis of families? I am reassured rather than

chagrined by Goldberger's indication that some of our work is related to what Galton did years ago. (BECKER, 1989, p. 515)

Sobre a questão da convergência entre gerações observada pelo valor estimado do parâmetro β , há de se fazer menção à chamada falácia de Galton. A falácia de Galton ou falácia da regressão acontece quando o resultado da regressão para a média é mal interpretado como sendo sinal de convergência, como se os valores da variável dependente fossem colapsar para um determinado valor com o decorrer do tempo.

Friedman (1992) alertava para a ocorrência da falácia da regressão em crítica à chamada regressão de Barro-Baumol para o modelo de crescimento de Solow. Friedman (1992) argumentava ser uma falácia o fato de se observar β como medida de convergência, a chamada **convergência- β** , e inferir algo sobre um estado de equilíbrio. Para ele, o correto seria observar se as variâncias das distribuições estavam declinando com o passar do tempo, **convergência- σ** . Ou seja, o resultado da regressão para a média deve ser analisado com cautela para que não seja erroneamente interpretado como convergência no sentido de que todos os indivíduos estão se dirigindo para um mesmo equilíbrio.

Quah (1993) mostra que mesmo que a **convergência- β** ocorra, não necessariamente a **convergência- σ** acontece. De fato, no caso analisado por ele, com uma cross-section para nível de produto dos países, havia **convergência- β** para grupos de países ricos e países pobres, mas, no todo estava ocorrendo **divergência- σ** .

Checchi (1997), por exemplo, evita chamar a equação (2.16) de regressão para a média, denominado-a de *speed of mean regression*. Nesse caso, o $\hat{\beta}$ estimado é considerado uma medida do tempo requerido para se alcançar a distribuição de equilíbrio, evitando assim o termo convergência, que estaria associado à falácia de Galton.

Apesar do debate em torno do conceito de convergência, observa-se que o coeficiente estimado $\hat{\beta}$ tem sido utilizado como uma medida de imobilidade ou, do coeficiente de persistência. Contudo, ainda existe outra classe de medidas que enfatizam a mobilidade como medida de distância entre distribuições, o que será visto a seguir.

2.3 DISTÂNCIA ENTRE DISTRIBUIÇÕES

A análise da distância entre distribuições como medida de mobilidade tem fundamento na própria teoria de mobilidade. Considerando a mobilidade no sentido de movimento, a distância entre duas distribuições sinaliza a "quantidade" de movimento necessário para a passagem de uma distribuição F_t para uma distribuição F_{t+1} . Tomando como exemplo a mobilidade de educação, essa medida sinaliza a mudança que a distribuição de educação sofreu nessa transição. Se não há diferença entre as duas distribuições, a distância entre elas é nula e é possível afirmar que há mobilidade.

Há de se fazer distinção entre a mobilidade relativa e absoluta. No caso da simples observação das distâncias das distribuições F_t e F_{t+1} , a mobilidade observada é a mobilidade absoluta, ou seja, observa-se a mudança no montante total de escolaridade quando a distribuição F_t se torna a distribuição F_{t+1} e, não na troca de posições dos indivíduos quando da passagem de F_t para F_{t+1} .

O principal interesse de trabalhos que se preocupam em quantificar a mobilidade absoluta está na questão da distribuição dos fatores na sociedade. Por exemplo, se na passagem da distribuição F_t para a F_{t+1} nota-se que houve aumento da renda de apenas um indivíduo, a distância entre as duas distribuições agora é positiva, a mobilidade absoluta aumentou. Entretanto, há maior concentração de renda na nova distribuição.

Em relação aos artigos que propuseram os possíveis candidatos a uma medida de mobilidade absoluta, destacam-se Fields e Ok (196), que propõem uma série de axiomas e decompõem a mobilidade absoluta e o estudo de Cowell (1985). Cowell (1985) desenvolveu um conjunto de axiomas para derivar uma família geral de medidas que engloba desde casos mais simples, como a distância euclidiana entre as duas distribuições até medidas de entropia de Theil e a medida de desigualdade de Atkinson.

Na literatura são quatro as medidas mais utilizadas de desigualdade de renda com enfoque na mobilidade absoluta: o coeficiente de Gini, o índice de desigualdade de Atkinson e as

medidas de entropia de Theil. De acordo com a publicação *Introduction to Poverty* do Banco Mundial⁴, o índice de Gini é derivado da curva de Lorenz e quanto maior a distância, medida pela área, entre a curva de Lorenz e a reta de igualdade de renda, reta de 45 graus, maior é o coeficiente de Gini, maior é a desigualdade e menor é a mobilidade absoluta. O índice de desigualdade de Atkinson além de oferecer uma medida de desigualdade de renda também oferece uma análise normativa a respeito do bem estar da população e de sua preferência por igualdade. As medidas de desigualdade de Theil, conhecidas como Theil-T e Theil-L são baseadas no conceito de entropia e derivadas da medida de Entropia Generalizada (GE)

Entropia pode ser entendida como uma medida de desordem. Quanto mais entropia, mais desordem dentro da distribuição e, portanto, mais igualdade na distribuição, porque há mais movimentos dentro dela. Outro ponto importante é que há mais entropia quanto maior o acesso a recursos (renda, educação, informação) dos indivíduos, pois, quanto maiores os recursos, mais opções de escolhas os indivíduos têm, conseqüentemente, maior a possibilidade de mudanças.

A medida de entropia generalizada (GE) em sua forma mais geral é definida pela publicação *Introduction to Poverty* do Banco Mundial da seguinte forma:

$$GE(\alpha) = \frac{1}{\alpha(\alpha - 1)} \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{\bar{x}} \right)^\alpha - 1 \right] \quad (2.29)$$

em que x_i é a variável socioeconômica do indivíduo i , $\bar{x}$ é a média desses valores e n é o número de indivíduos. A medida GE representa uma distribuição igualitária quando assume valor zero e à medida que GE aumenta, a distribuição se torna mais desigual. A constante α pode assumir qualquer valor real e seus valores mais usados são zero, um e dois. Para os menores valores de α , a medida GE é mais sensível a mudanças na cauda inferior da distribuição de x_i e para valores maiores é mais sensível a alterações na cauda superior. Para valores de α iguais a zero e um, as medidas GE(0) e GE(1), são conhecidas como medidas de entropia de Theil.

As medidas de entropia de Theil derivadas da medida de entropia generalizada: GE(1), ou Theil-T e GE(0) ou Theil-L adquirem a seguinte formulação:

⁴BANCO... (2005).

$$\begin{aligned}
GE(1) &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\bar{x}} \ln \left(\frac{x_i}{\bar{x}} \right) \\
GE(0) &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln \left(\frac{\bar{x}}{x_i} \right)
\end{aligned} \tag{2.30}$$

A medida de Theil-L também é conhecida como a média do logaritmo do desvio e as medidas de entropia generalizada são amplamente utilizadas, pois apresentam propriedades desejáveis que índices de desigualdade devem ter⁵ como independência na média, independência do tamanho da população, simetria e ser passível de decomposição, por exemplo. A propriedade dos índices de serem decompostos aplicada aos índices de Theil faz com que seja possível obter medidas de desigualdade entre subgrupos da população e dentro de grupos da população. Chamando $GE(1)$ de L , $GE(0)$ de T , X o montante total de x_i para a população e X_j o montante de recursos do grupo j as medidas decompostas ficam:

$$\begin{aligned}
T &= \sum_j \left(\frac{X_j}{X} \right) T_j + \sum_j \left(\frac{X_j}{X} \right) \ln \left(\frac{X_j/X}{n_j/n} \right) \\
L &= \sum_j \left(\frac{n_j}{n} \right) L_j + \sum_j \left(\frac{n_j}{n} \right) \ln \left(\frac{n_j/n}{X_j/X} \right)
\end{aligned} \tag{2.31}$$

em que, em ambas as medidas, o primeiro termo após o sinal de igualdade representa a desigualdade dentro do grupo, definido pelo sub-índice j e o segundo termo a desigualdade entre o grupo e a população.

A partir de $GE(0)$ e $GE(1)$, Cowell (1980) analisa a capacidade destas medidas em captar transferências que podem ocorrer na distribuição da variável x_i entre dois períodos, entre a distribuição de x_i em t , e a sua distribuição recente em $t+1$. Para isso, o autor define a participação que cada indivíduo tem na distribuição total como $x_{t,i}/n\bar{x}_t$ para a distribuição de x_i em t e $x_{t+1,i}/n\bar{x}_{t+1}$ para a distribuição de x_i em $t+1$. Dessa forma, o autor toma a distância euclidiana entre as participações de dois indivíduos e formula a medida que ele chama de *distributional*

⁵As propriedades são descritas em *Introduction to Poverty*, 2005 do Banco Mundial.

change que envolve a passagem da distribuição de x_t para x_{t+1} . A medida generalizada de *distributional change* é dada por:

$$J_\kappa(x_t, x_{t+1}) = \frac{1}{n\kappa(\kappa + 1)} \sum_{i=1}^n \frac{x_{t+1,i}}{x_{t+1}^-} \left[\left(\frac{\bar{x}_t x_{t+1,i}}{x_{t+1}^- x_{t,i}} \right)^\kappa - 1 \right] \quad (2.32)$$

Em que κ pode assumir qualquer valor real e é semelhante ao α das funções de entropia generalizada GE. A medida de *distributional change* $J_\kappa(x_t, x_{t+1})$ tem valor mínimo igual a zero quando a distribuição de x_t é igual à distribuição em x_{t+1} ou um valor múltiplo dela, ou seja, quando $x_{t+1} = \varphi x_t$ para qualquer escalar φ positivo. Isso significa que $J_\kappa(x_t, x_{t+1})$ é igual a zero se houver simples mobilidade absoluta já que a distribuição de x_{t+1} é apenas diferente da distribuição de x_t em nível. A função $J_\kappa(x_t, x_{t+1})$ assume valores positivos quando dois indivíduos com diferenças em suas participações nas distribuições trocam de posições, por exemplo, uma pessoa com alto salário e alta participação no montante total de renda passa em t passa a ganhar pouco em $t + 1$ e outra pessoa passa a ganhar mais e ter maior participação em $t + 1$, sem que o montante total de renda na economia tenha sido alterado.

Cowell (1980), ainda mostra que a medida de *distributional change* será tanto maior quanto maior for a diferença entre a participação dos indivíduos que trocaram posições. O autor também mostra que se a população for dividida em grupos, a medida $J_\kappa(x_t, x_{t+1})$ pode ser decomposta como uma soma ponderada das trocas de posições dentro de cada grupo mais o montante de trocas entre os grupos. Especificamente, considerando, ω o número de grupos e, n_j o número de indivíduos no grupo j observa-se:

$$\begin{aligned} J_\kappa^j &= \frac{1}{n_j \kappa(\kappa + 1)} \sum_{i=1}^{n_j} \frac{x_{t+1,i}}{x_{t+1}^-} \left[\left(\frac{\bar{x}_{t,j} x_{t+1,i}}{x_{t+1}^- x_{t,i}} \right)^\kappa - 1 \right] \\ J_\kappa^B &= \frac{1}{\kappa(\kappa + 1)} \sum_{j=1}^{\omega} \frac{n_j x_{t+1,j}^-}{n x_{t+1}^-} \left[\left(\frac{\bar{x}_t x_{t+1,j}^-}{x_{t+1}^- \bar{x}_{t,j}} \right)^\kappa - 1 \right] \end{aligned} \quad (2.33)$$

em que J_κ^j representa as trocas dentro do grupo, J_κ^B representa as trocas entre os grupos e:

$$J_\kappa(x_t, x_{t+1}) = \sum_{j=1}^{\omega} \alpha_j J_\kappa^j + J_\kappa^B \quad \text{para} \quad \alpha_j = \left(\frac{n x_{t+1,j}^-}{n x_{t+1}^-} \right) \left(\frac{\bar{x}_t x_{t+1,j}^-}{x_{t+1}^- \bar{x}_{t,j}} \right)^\kappa$$

Ademais, o autor avança na compreensão da medida $J_\kappa(x_t, x_{t+1})$ quando ocorre o que ele chama de transferência funcional-dependente, ou seja, quando uma mudança na distribuição de x_{t+1} está relacionada a uma mudança na distribuição de x_t , de forma que existe uma função diferenciável $h(\cdot)$ tal que $x_{t+1,i} = h(x_{0,i})$ para qualquer i .

Outro trabalho relevante é o de Quah (1997) em que o autor analisa a desigualdade e a dinâmica das distribuições de renda no tempo. O autor começa por analisar a Figura 1 que indica diferentes tipos de dinâmicas de mudanças intradistribuições da renda que os países podem apresentar. No caso em que as posições dos países dentro da distribuição não se alteram, o autor afirma que há persistência sendo que, a mobilidade é a distância entre as posições que os países ocupavam em t e ocupam em $t + s$, ou seja, quanto mais afastadas as posições que os países ocupavam em t da posição que ocupam em $t + s$ maior a mobilidade. No caso da mobilidade intergeracional isto significa dizer que quanto mais distantes as escolaridades de pais e filhos, maior mobilidade intergeracional.

Figura 1: *Emerging twin peaks* extraída de Quah (1997).

Para analisar as diferentes formas que as distribuições podem assumir e a dinâmica da

mobilidade no tempo, Quah (1997) constrói matrizes de transição e depois transforma-as em contínuas, utilizando-se da técnica de *stochastic kernel*. Dessa forma, em Quah (1997), se os gráficos das matrizes de transição apresentam densidade cuja massa está localizada na diagonal, há pouca mobilidade, assim como nas matrizes de transição tradicionais na literatura. Porém, os picos que as densidades podem apresentar indicam uma possível polarização ou a formação de clubes de convergência, que é o objetivo principal do autor.

De maneira geral, o autor desenvolve a técnica de *stochastic kernel* para a análise da dinâmica das distribuições. Dinâmica esta que envolve os conceitos de distância entre distribuições e mobilidade, que serão utilizadas neste trabalho.

Concluindo, as medidas de mobilidade baseadas nas distâncias entre duas distribuições variam conforme o conceito de mobilidade no qual se está interessado. Como no caso de medidas de matrizes de transição, não existe um consenso sobre qual medida de distância é a mais adequada para cada problema. Algumas, como o índice de Atkinson e os índices de Theil são usados para medir apenas mobilidade absoluta, e outras como a medida $J_{\kappa}(x_t, x_{t+1})$ de Cowell (1980) com significado mais abrangente ou a análise da dinâmica das distribuições de Quah. De qualquer forma, há espaço para discussões a respeito da adequação e interpretação das medidas de distância entre distribuições.

3 REVISÃO DA LITERATURA EMPÍRICA

A maioria dos trabalhos dedicados em obter o grau de persistência intergeracional encontrados na literatura utilizam o método de mínimos quadrados ordinários. Esse fato deve à dificuldade de se estabelecer um ordenamento dos valores encontrados das medidas construídas com matrizes de transição, impossibilitando a comparação da mobilidade entre diversos países. E também por que as medidas de distância são usadas principalmente para a mensuração da mobilidade absoluta. Em geral, esses trabalhos empíricos se utilizam o arcabouço teórico desenvolvido por Becker e Tomes (1986) e realizam estimações para diversos países, focando diversos aspectos socioeconômicos.

Entre trabalhos que estimam o grau de mobilidade, estão os que analisam a mobilidade intergeracional da renda, ou seja, quanto da renda dos filhos é influenciada pela renda dos pais. Behrman e Taubman (1990) estimam a mobilidade intergeracional de renda para homens norte-americanos por mínimos quadrados ordinários na ordem de 0, 2, e o caracterizam como um país com bastante mobilidade. Behrman e Taubman (1990) também verificam a desigualdade nos extremos da distribuição, utilizando matrizes de transição. Solon (1992), entretanto, afirma que estudos como os de Behrman e Taubman (1990) que apontam alta mobilidade intergeracional da renda para os Estados Unidos erram ao usar variáveis de renda com erros de mensuração e amostras não representativas da população. Solon (1992) propõe uma forma de minimizar os efeitos dos erros nas variáveis com o uso da estimação por variáveis instrumentais utilizando como instrumento para a renda dos pais a sua escolaridade. O autor aponta que o resultado que melhor representa a estimativa da mobilidade intergeracional de renda é da ordem de 0, 4, implicando em mobilidade menor que a estimada por Behrman e Taubman (1990)

Zimmerman (1992), utilizando dados de 1960 a 1981 em forma de painel, estima a mobilidade intergeracional de renda para os Estados Unidos pelo método de mínimos quadrados ordinários, por variáveis instrumentais, usando como instrumento para a renda dos pais a sua ocupação e também pelo método dos momentos generalizados. As diferentes abordagens propostas pelo autor são usadas para diminuir o viés decorrente dos erros de mensuração. Zimmerman (1992) conclui que a estimativa da mobilidade intergeracional de renda deve ser da ordem de 0,4 para cima para os Estados Unidos

Ainda para os Estados Unidos, Aaronson e Mazumder (2007) avaliam a mobilidade intergeracional de renda ao longo do tempo com amostras do censo de 1940 a 2000. Os autores acompanham através de uma coorte de nascimento a evolução da renda dos indivíduos de 1940 a 2000. Aaronson e Mazumder (2007), empregam metodologia análoga à de variáveis instrumentais com duas amostras, em que duas amostras são combinadas para a aplicação do método de variáveis instrumentais, com a condição de que a variável usada como instrumento esteja presente nas duas amostras. Dessa forma, selecionam pelo estado e a coorte de nascimento pais para a primeira amostra fazendo um pareamento com o estado de nascimento e a coorte de nascimento reportados para os pais de indivíduos na segunda amostra que vai de 1981 a 2000 e encontram a renda estimada dos pais. A ideia desse procedimento é utilizar a renda estimada dos pais na primeira amostra para estimar a mobilidade intergeracional de renda. Os autores concluem que a mobilidade de renda aumentou entre os anos de 1950 a 1980, mas declinou após esse período.

Seguindo o mesmo modelo teórico também desenvolvido por Becker (1974) e Becker e Tomes (1979, 1986), mas agora relacionando a mobilidade intergeracional na renda para pares de pais e filhas, Chadwick e Solon (2002) usam dados em painel para os Estados Unidos e estimam a mobilidade intergeracional da renda, por mínimos quadrados ordinários. Em seguida, eles utilizam uma combinação linear da renda das filhas e seus maridos para estimar a mobilidade intergeracional. Os resultados obtidos indicam que a influência do casamento é positiva para a mobilidade intergeracional de renda das mulheres e que a mobilidade intergeracional para filhas é maior do que para filhos ao longo do tempo.

Para o Brasil, Pero e Szerman (2005) estudaram a mobilidade intergeracional da renda e obtiveram como resultado que o grau de persistência varia entre 0,75 e 0,87. Os autores utilizaram matrizes de transição quartílicas e com elas aplicaram várias medidas de mobilidades, como a de Prais, Sommers e Conlisk e Bartholomew.

Andrade et al. (2003) analisaram se restrições de crédito afetam a mobilidade intergeracional de renda. Os autores utilizaram a PNAD 96 e encontraram evidências de que a mobilidade intergeracional de renda não segue um padrão linear. Aplicando o método de Regressões Quantílicas, os autores constatam que a mobilidade intergeracional tem um padrão côncavo, na forma de U invertido. O grau de persistência estimado variou entre 0,445 para o 10° quantil e 0,632 no 90° quantil sendo que, o maior valor estimado foi 0,674 para o 70° quantil enquanto que o grau de persistência estimado pelo método de mínimos quadrados ficou em 0,60. Ainda, os autores corroboram a idéia de que restrições de crédito podem ser determinantes do padrão apresentado pela mobilidade intergeracional da renda no Brasil.

Em relação à educação, um trabalho focado na tentativa de encontrar uma relação entre as escolaridades de pais e filhos é o de Black et al. (2003). Os autores tiveram como o objetivo de separar os efeitos de transbordamentos em investimentos em educação no longo prazo. Para isso, avaliaram a escolaridade de pais e filhos antes e depois de uma reforma educacional que elevou a escolaridade básica na Noruega em dois anos na década de 60. Assim, tentam verificar através de um aumento exógeno da educação dos pais uma variação na escolaridade dos filhos que não é relacionada com variações nas habilidades dos pais.

Black et al. (2003) encontraram que os coeficientes estimados por mínimos quadrados ordinários quando combinadas as escolaridades de mães e filhos, mães e filhas, pais e filhos e pais e filhas foram todos positivos e significativos, com coeficientes variando em torno de 0,15. Quando a amostra foi dividida para contemplar apenas pais e mães que foram afetados pela reforma educacional, os coeficientes estimados se mostraram imprecisos e insignificantes. E quando a amostra foi ainda mais dividida, partindo-se do princípio que a reforma só afetou os menos escolarizados, o único resultado positivo e significativo foi o da regressão da escolaridade das mães na escolaridade dos filhos. A conclusão relevante desse estudo é que ele sinaliza

a importância das habilidades e *background* familiar herdados para a escolaridade dos filhos maior do que externalidades positivas no aumento de anos de estudos dos pais e mães.

Em relação à mobilidade intergeracional de educação existem evidências empíricas de que os países em desenvolvimento apresentam padrões diferentes de mobilidade, Behrman et al. (2001), por exemplo, analisam Brasil, Colômbia, México e Peru e mostram que a mobilidade intergeracional ocupacional e de escolaridade para esses países é muito menor do que para os Estados Unidos. Outros estudos que utilizam o método de mínimos quadrados ordinários para estimar a mobilidade intergeracional de educação, encontram-se reportados na Tabela 2.

Tabela 2: Estudos sobre Mobilidade Intergeracional de Educação.

Autor (es)	Grau de Persistência	País
Borjas (1992)	0.25	Estados Unidos
Couch e Dunn (1997)	0.27	Estados Unidos
Mulligan (1997)	0.32	Estados Unidos
Behrman et alii (2001)	0.35	Estados Unidos
Couch e Dunn (1997)	0.20	Alemanha
Behrman et alii (2001)	0.70	Colômbia
Behrman et alii (2001)	0.70	Brasil
Ferreira e Veloso (2003)	0.68	Brasil
Paschoal (2005)	0.69	Brasil
Behrman et alii (2001)	0.50	México
Behrman et alii (2001)	0.50	Peru
Lillard e Willis (1994)	0.19	Malásia

Tabela adaptada de Ferreira e Veloso (2003)

Os resultados apresentados por Behrman et al. (2001) foram obtidos por mínimos quadrados ordinários, para amostras de indivíduos entre 23 e 69 anos de idade, da sua escolaridade contra a escolaridade mais alta alcançada por seu pai ou sua mãe. Os resultados dessa primeira estimação para os cinco países estão reportados na Tabela 2. O significado desses resultados, tomando como exemplo o resultado encontrado para o Brasil é que com um grau de persistência de 0,70, o pai que possui escolaridade de um ano acima da média, terá um filho com 0,7 ano acima da média. Em seguida, apresentam resultados de estimativas separadas para população urbana e rural e para homens e mulheres, mostrando que apenas para o Brasil e para a Colômbia as mulheres apresentam maior mobilidade intergeracional que os homens.

Behrman et al. (2001) aplicam também a metodologia das matrizes de transição para observar assimetrias na distribuição de escolaridade apenas para o Brasil e para a Colômbia, países que obtiveram menores índices de mobilidade intergeracional de educação. Fazem também análise por coortes de idade para verificar assimetrias na distribuição de escolaridade e ainda calculam a mobilidade intergeracional ocupacional, encontrando que a maior mobilidade intergeracional ocupacional é a dos Estados Unidos seguidos da Colômbia, Brasil, Peru e México. Depois, para dezenove países da América Latina, Caribe mais os Estados Unidos, analisam o efeito do *background* familiar na escolaridade de adolescentes residentes com seus pais para calcular a mobilidade corrente. Apontam que a mobilidade corrente é maior nos países onde adolescentes têm mais anos de estudo e em países que gastam mais com educação.

Em outra comparação com países da América Latina, Behrman et al. (1999) utilizam dados de dezesseis países da América Latina para aplicar o conceito de *schooling gap*, que é a diferença entre a escolaridade que o indivíduo deveria ter se tivesse começado estudar aos seis anos de idade e avançasse uma série por ano e a que ele efetivamente tem, e relacioná-lo com a escolaridade do pai, da mãe, com a renda da família e outras variáveis de controle. Os autores fazem regressões por mínimos quadrados ordinários e também analisam quantis de idade, escolaridade e coortes mais jovens de cada país. Observam, que em países da América Latina, quanto maior a escolaridade dos pais e mães, menor é o *schooling gap*. A relação entre o *schooling gap* e a renda se mostrou negativa, ou seja, quanto maior a renda da família, menor o *schooling gap* para todos os países analisados. A análise dos quantis da distribuição de educação revelou que os coeficientes estimados para a escolaridade dos pais e das mães tendem a diminuir quanto maior o nível de educação no quantil e, o contrário acontece quanto maior o quantil de idade. Entretanto, todos os coeficientes estimados de escolaridade das mães foram maiores em magnitude que o dos pais. O índice de mobilidade considerado foi a proporção da variação da escolaridade dos filhos explicada pela regressão contra a escolaridade do pai, da mãe, com a renda da família e outras variáveis de controle, sendo que, por construção, para que fosse feita uma comparação com os outros países, o Brasil ficou com o menor valor e o Chile com o maior e os outros países tiveram seus índices normalizados para se situarem entre esses

dois extremos e permitir a comparação.

Observando a relação entre renda e escolaridade dos indivíduos para o Brasil e para a África do Sul, Lam (1999) estima por mínimos quadrados ordinários os retornos da escolaridade para os dois países usando homens de 30 a 49 anos. Com os coeficientes estimados para os retornos da educação o autor simula quatro distribuições contra factuais de renda, combinando os coeficientes estimados e as características de raça, educação e idade dos dois países. O resultado dessas simulações mostra que a combinação entre as distribuições e os coeficientes estimados para o retorno educação foram muito semelhantes para o Brasil e pra a África do Sul. Essas diferentes combinações também produziram alto grau de desigualdade de renda em ambos os países. Lam (1999) avalia também a relação entre a escolaridade de pais e crianças de 13 a 17 anos estimando o grau de persistência intergeracional de escolaridade por mínimos quadrados ordinários, encontrando que esse grau de persistência é mais forte para o Brasil do que para a África do Sul. O grau de persistência menor para África do Sul evidencia que esse país apresenta maior transmissão de capital humano, o que no longo prazo faz com que a desigualdade de escolaridade e a desigualdade de renda entre as gerações sejam menores na África do Sul em contraponto às do Brasil. Lam (1999) conclui ser importante a transmissão da educação para explicar desigualdades na distribuição de renda nos dois países.

Em relação à mobilidade intergeracional de renda para o Brasil, Dunn (2003) argumenta que o Brasil experimentou uma redução na transmissão de educação que se refletiu em uma queda na transmissão de renda ao longo do tempo. O autor utiliza o método de variáveis instrumentais com duas amostras para analisar dois potenciais determinantes da mobilidade intergeracional da renda: os retornos da escolaridade e a mobilidade intergeracional de educação. Na primeira amostra seleciona homens de 30 a 50 anos da PNAD de 1976 com as mesmas características dos pais reportadas nas PNADs de 1982, 1988 e 1996. A intenção com a primeira amostra é realizar o primeiro estágio da estimação para utilizar a educação dos pais como instrumento para sua renda. No primeiro estágio é obtido o valor ajustado da renda dos pais. No segundo estágio a amostra é composta por homens de 20 a 64 anos das PNADs de 1982, 1988 e 1996 que reportaram a escolaridade de seus pais e assim regredindo o logaritmo da renda dos filhos

no logaritmo da renda predita dos pais, é estimada a mobilidade intergeracional da renda ¹. O autor também divide a amostra em vinte e sete grupos sendo nove coortes de nascimento para as PNADs de 1982, 1988 e 1996 para avaliar o efeito das coortes de nascimento para a mobilidade intergeracional, comparando a evolução dos coortes entre as três PNADs. O autor conclui que a mobilidade intergeracional da renda aumentou para coortes de nascimento mais recentes.

Para separar os efeitos da idade e os efeitos da coorte de nascimento, Dunn (2003) estima para cada idade individualmente de 20 a 64 anos para os indivíduos das três PNADs o grau da mobilidade intergeracional da renda e depois, as estimativas deste grau são usadas para medir os efeitos da idade e da coorte de nascimento separadamente. Posteriormente, o autor, para avaliar a relação entre a mobilidade intergeracional de educação e a mobilidade intergeracional de renda, estima o retorno da educação e o grau de persistência de escolaridade. Depois, verifica a relação entre a mobilidade intergeracional da renda e os retornos da educação e o grau de persistência educacional. O resultado mostra que 95% da variação na mobilidade intergeracional da renda é explicada pela mobilidade intergeracional de educação e pelos retornos da escolaridade. Dunn (2003) conclui que os retornos da educação explicam as diferenças na mobilidade intergeracional de renda entre as idades e o grau de persistência intergeracional de educação explica as diferenças entre as coortes de nascimento. E, o aumento na mobilidade intergeracional na renda que o Brasil experimentou nos últimos cinquenta anos do século passado foi resultado do aumento na mobilidade intergeracional de educação.

Os graus de persistência intergeracional de educação estimados por Dunn (2003), sem controles, foram de 0,93 para a PNAD do ano de 1982, 0,87 para a PNAD do ano de 1988 e 0,84 para a PNAD de 1996. Os retornos estimados de um ano a mais de educação na renda foram de 0,16 para os anos de 1982 e 1988 e 0,15 para o ano de 1996. Dunn (2003) evidencia, assim como Lam (1999), a importância da mobilidade intergeracional de educação para explicar desigualdades na renda.

Mais especificamente sobre a mobilidade intergeracional de educação para o Brasil, o es-

¹Dunn (2003) aplica correção para heterocedasticidade no primeiro estágio e estima os desvios padrão do segundo estágio por bootstrap.

tudo de Ferreira e Veloso (2003) busca caracterizar a mobilidade intergeracional de educação no país. Ferreira e Veloso (2003) utilizam homens entre 25 e 64 anos, ficando com apenas 13,21% da amostra da PNAD de 1996. O resultado da estimação por mínimos quadrados ordinários em controles mostra que o coeficiente da escolaridade dos pais é 0,81, mas, com a introdução de controles para etnias e regiões do país, o resultado passa a ser semelhante ao encontrado por Behrman et al. (2001), na magnitude de 0,68. A equação estimada pelo método de mínimos quadrados ordinários com a inclusão de um termo quadrático resultou na evidência de não linearidade. A evidência de não linearidade foi comprovada com a utilização de matrizes de transição para a amostra como um todo, para regiões e para etnia, assim como uma análise por coortes de idade.

Paschoal (2005), também usando a PNAD de 1996, estimou, por mínimos quadrados ordinários o grau de persistência dos homens em relação a seus pais na ordem de 0,699 e na ordem de 0,768 para homens em relação a suas mães. Para o grau de persistência das mulheres, indicou que elas têm maior mobilidade intergeracional de educação, com graus de persistência estimados em 0,655, em relação a seus pais e 0,761 em relação a suas mães. Adicionalmente, apontou menor mobilidade para negros e pardos, moradores na área rural e na região Nordeste. Paschoal (2005), analisando os coeficientes de assimetria e curtose da distribuição condicional, descreveu o padrão da assimetria na distribuição de escolaridade, complementando a descrição feita por outros autores para a mobilidade de homens e mulheres no Brasil. Paschoal (2005) encontra alta persistência intergeracional nos extremos da distribuição.

Nota-se, portanto, que os estudos empíricos sobre mobilidade intergeracional têm, apesar de tratarem de diferentes aspectos, formas semelhantes de modelagem estatística, observação e interpretação de resultados. A grande maioria dos estudos limita a análise sobre o comportamento da média condicional das distribuições de interesse, ignorando possíveis assimetrias nas distribuições que possam afetar os resultados. A metodologia proposta e base de dados utilizadas explicitadas nos capítulos a seguir tentam incorporar esse aspecto na caracterização da mobilidade.

4 BASE DE DADOS

O banco de dados utilizado foi construído a partir da PNAD do ano de 1996. Foram selecionados homens e mulheres com idade entre vinte e três e sessenta e nove anos que não freqüentam escola e reportaram as escolaridades do pai ou da mãe. A amostra resultante ficou com 136.059 observações. A seleção da amostra da PNAD seguiu Behrman et al. (2001) que seleciona estes limites de idade para excluir indivíduos que estão em idade escolar, pois esses não atingiram o nível de escolaridade mais alto que poderão possuir para que seja comparável com o nível de escolaridade máximo que seus pais atingiram.

Como a PNAD de 1996 reporta a escolaridade dos pais em categorias, a transformação das categorias de escolaridade dos pais em anos de estudo ficou assim definida: zero ano de estudo para os que reportaram que nunca freqüentaram escola ou não concluíram a primeira série do primeiro grau; dois anos de estudo se completaram da primeira à terceira série do primeiro grau, ou, na nomenclatura atual, possuem o ensino básico incompleto; quatro anos de estudo se completaram o ensino básico; seis anos de estudo se têm ensino fundamental incompleto; oito anos de estudo se completaram o ensino fundamental; dez anos de estudo se não completaram o ensino médio; onze anos de estudo se completaram o ensino médio; treze anos de estudo se não completaram o ensino superior e 16 anos de estudo se completaram o ensino superior ou mestrado ou doutorado.

Para a amostra total, a Tabela 3 reporta que a idade média dos indivíduos é de 41,74 anos e sua escolaridade média é de 5,68 anos de estudo. A escolaridade média para os pais é de 2,6 anos de estudo e a das mães é de 2,21 anos. A amostra também foi dividida pelo critério do gênero reportado pelos filhos. As mulheres representam 54% dos indivíduos da amostra,

Tabela 3: Tabela geral de descrição dos dados

	Número de Observações	Idade Média	Escolaridade Média	Escolaridade Média da Mãe	Escolaridade Média do Pai
Homens	62847	42.42	5.90	2.30	2.63
Mulheres	73212	41.59	5.89	2.27	2.62
Total	136059	41.74	5.68	2.21	2.60
Quartis:	25	32.00	2.00	0.00	0.00
	50	40.00	4.00	2.00	2.00
	75	50.00	9.00	4.00	4.00

com idade média de 41,59 anos e escolaridade média de 5,89 anos de estudo. Os homens completam os 46% do restante de indivíduos da amostra e possuem idade média de 42,42 anos e escolaridade média de 5,90 anos de estudo e, portanto, assim como as mulheres, na média, os homens possuem ensino fundamental incompleto de acordo com as categorias estabelecidas. Interessante também notar pela Tabela 3 a diferença entre os quartis das escolaridades dos filhos e dos pais, indicando a diferença entre as distribuições de pais filhos.

Tabela 4: Características dos homens condicionadas à educação dos pais

Escolaridade do Pai	Frequência Amostral (%)	Anos de Estudo	Frequência Condicional à Educação do Pai (%)							
			Negros e Pardos	Brancos	Área Rural	NE	N	CO	SE	S
0	40.80	3.18	56.31	43.45	27.91	37.12	5.86	11.42	31.87	13.74
2	28.33	5.70	38.84	61.00	19.08	21.15	5.96	11.54	35.99	25.37
4	18.09	8.26	29.65	70.25	9.04	15.40	5.18	9.73	44.98	24.72
6	2.39	9.08	38.26	61.65	5.63	24.10	10.29	11.96	28.67	24.98
8	3.31	10.49	31.72	68.28	2.73	22.06	7.25	10.55	40.88	19.26
10	0.64	11.41	33.33	66.34	4.95	28.38	9.90	10.56	28.05	23.10
11	3.48	11.85	22.82	77.12	3.15	22.94	8.17	9.87	39.89	19.13
13	0.27	11.75	24.03	75.97	4.65	24.81	3.88	10.08	44.19	17.05
16	2.69	13.14	14.30	85.55	3.12	22.50	5.23	11.17	42.66	18.44
Total	47516	5.90	45.10	54.72	18.19	6.67	28.40	35.08	18.90	10.95

As tabelas 4 e 5 mostram as características de homens e mulheres condicionadas à educação dos pais. Verifica-se, pela tabela 4 que a frequência de filhos com pais que não completaram o ensino básico é de 69,13% dos homens da amostra. A média de anos de estudo de filhos cujos pais são analfabetos é de apenas 3,18 anos de estudo, em contrapartida a escolaridade média

dos filhos cujos pais têm ensino superior completo é de 13,14 anos de estudo, o que já sinaliza a relação entre as escolaridades de pais e filhos.

Em relação à frequência condicional, 56,31% dos filhos cujos pais são analfabetos reportaram ser negro ou pardo e apenas 14,30% dos filhos que têm pais com ensino superior completo reportaram o mesmo. E, os homens negros ou pardos representam 45,1% do total de homens da amostra. Em relação aos que responderam que seus pais possuem ensino superior 85,55% são brancos e apenas 3,12% são residentes na área rural. Reside no Nordeste 37,12%, a maioria, dos filhos que possuem pais analfabetos. Os filhos cujos pais têm ensino superior se concentram no Sudeste.

Tabela 5: Características das mulheres condicionadas à educação dos pais

Escolaridade do Pai	Frequência Amostral (%)	Anos de Estudo	Frequência Condicional à Educação do Pai (%)							
			Negros e Pardos	Brancos	Área Rural	NE	N	CO	SE	S
0	40.36	3.34	54.37	45.32	24.18	37.49	5.65	11.03	32.56	13.27
2	28.09	5.72	37.14	62.73	16.98	22.83	5.99	10.65	35.95	24.58
4	18.91	8.00	27.94	71.94	7.92	16.04	5.06	9.46	44.27	25.17
6	2.65	8.71	36.98	62.69	4.40	25.72	11.39	10.93	30.11	21.85
8	3.29	10.15	29.43	70.57	3.37	23.01	7.54	10.97	40.13	18.35
10	0.61	11.00	25.58	74.42	3.49	25.58	8.43	11.34	31.40	23.26
11	3.52	11.49	23.07	76.83	2.55	24.47	7.51	9.86	39.54	18.62
13	0.26	11.45	10.00	90.00	3.33	15.33	3.33	11.33	41.33	28.67
16	2.32	12.69	12.61	87.39	2.74	21.12	4.64	10.56	44.30	19.38
Total	56748	5.89	43.34	56.47	16.05	6.61	29.26	35.26	18.44	10.44

Em se tratando das mulheres, observando a Tabela 5, nota-se que 6,45% das mulheres têm pais que não completaram o ensino básico e apenas 2,32% têm pais com ensino superior completo. Das mulheres cujos pais são analfabetos, sua média de anos de estudo é de 3,34 anos, maior que a escolaridade dos homens com pais analfabetos e, 54,37% delas se declararam negras ou pardas. O Sudeste concentra 44,30% das mulheres cujos pais têm ensino superior e, dessas mulheres, 87,39% são brancas.

As Tabelas 6 e 7 mostram as características de homens e mulheres condicionais à escolaridade de suas mães e nela, verifica-se um padrão semelhante ao das Tabelas 4 e 5, com 72,43% das mães sem ensino básico completo para os homens e 72,16% para as mulheres. As mães com ensino superior têm filhos e filhas com anos de estudo bem semelhantes 13 anos em média

Tabela 6: Características dos homens condicionadas à educação das mães

Escolaridade da Mãe	Frequência Amostral (%)	Anos de Estudo	Frequência Condicional à Educação da Mãe (%)							
			Negros e Pardos	Brancos	Área Rural	NE	N	CO	SE	S
0	47.45	3.49	54.64	45.09	25.72	33.89	5.78	11.68	33.65	15.00
2	24.98	5.90	39.48	60.41	18.34	22.54	5.96	11.20	35.46	24.83
4	16.23	8.43	29.61	70.28	8.82	16.42	5.09	9.47	44.45	24.56
6	2.55	9.23	37.60	62.33	5.62	26.50	12.02	12.10	26.04	23.34
8	3.25	11.10	27.48	72.46	3.80	23.43	8.27	12.44	36.29	19.57
10	0.60	11.69	24.59	75.41	5.25	23.93	5.90	12.79	35.74	21.64
11	3.77	12.17	21.89	78.06	2.97	23.55	7.56	11.41	40.54	16.94
13	0.12	12.57	26.98	73.02	1.59	19.05	6.35	6.35	44.44	23.81
16	1.05	13.14	15.89	84.11	2.99	25.61	6.54	11.03	37.20	19.63
Total	50918	5.90	45.10	54.72	18.19	6.67	28.40	35.08	18.90	10.95

e apenas 12% delas e 15,89% deles reportaram ser negro ou pardo. Diferentemente das outras Tabelas, na Tabela 7 o percentual de mães analfabetas é ligeiramente superior no Sudeste do que no Nordeste.

Tabela 7: Características das mulheres condicionadas à educação das mães

Escolaridade da Mãe	Frequência Amostral (%)	Anos de Estudo	Frequência Condicional à Educação da Mãe (%)							
			Negros e Pardos	Brancos	Área Rural	NE	N	CO	SE	S
0	47.44	3.46	52.66	47.04	22.33	34.27	5.89	10.92	34.29	14.64
2	24.72	6.11	37.65	62.22	15.72	23.62	6.42	10.87	34.80	24.29
4	16.90	8.32	28.30	71.62	7.52	17.50	4.74	9.23	44.66	23.87
6	2.72	8.94	37.57	62.43	6.14	26.44	11.12	11.31	29.18	21.95
8	3.05	10.98	26.83	73.17	2.82	25.37	8.51	10.19	36.53	19.40
10	0.62	11.41	24.73	75.00	4.57	27.69	8.06	10.75	32.26	21.24
11	3.41	12.04	19.32	80.58	3.30	23.88	7.28	11.84	38.50	18.50
13	0.12	13.06	17.14	82.86	2.86	20.00	5.71	11.43	42.86	20.00
16	1.03	13.15	12.00	87.84	3.20	23.20	5.28	13.12	39.04	19.36
Total	60463	5.89	43.34	56.47	16.05	6.61	29.26	35.26	18.44	10.44

No geral, as Tabelas acima sugerem, tanto para homens quanto para mulheres, que existe uma relação entre escolaridade dos filhos e de seus pais e mães em todos os níveis educacionais. Também se observa a baixa média de escolaridade no Brasil, pois tanto homens quanto mulheres reportaram na média possuírem ensino fundamental incompleto e, na média seus pais reportaram ter ensino básico incompleto, entretanto, verifica-se que a média de escolaridade no Brasil avançou de uma geração para outra.

5 METODOLOGIA

A análise dos dados utiliza o método de Regressões Quantílicas, introduzido por Koenker e Bassett (1978). O uso dessa metodologia permite uma observação pormenorizada da existência, já revelada por outros autores de assimetrias na distribuição de escolaridade que podem afetar o grau de mobilidade.

O primeiro passo tomado neste trabalho consistiu em permitir que a cada quantil, a posição, a dispersão e o formato da distribuição de escolaridade dos filhos possam ser diferentes. Isso foi feito especificando-se uma função linear para cada quantil condicional, da forma:

$$Q_{S_f}(\tau|X) = \beta_0 + \beta X \quad (5.1)$$

em que β_0 é uma constante, Q_{S_f} é o τ -ésimo quantil da distribuição da escolaridade dos filhos S_f condicional à matriz X de variáveis explicativas que inclui a escolaridade do pai ou da mãe, S_p ou S_m , a idade do filho, controles para negros e pardos, dummies para área rural e para as regiões. Diversos trabalhos apontam as causas de endogeneidade quando da utilização destas variáveis em um modelo linear. Entretanto, neste trabalho, possíveis correções para os problemas gerados pela endogeneidade no modelo não serão aplicadas¹.

Para a aplicação do método de Regressão Quantílica estimou-se a equação (5.1), com a minimização do vetor de coeficientes β na equação:

¹Solon (1992) e Zimmerman (1992), por exemplo, discutem algumas das principais fontes de viés e inconsistência quando do uso do estimador de mínimos quadrados ordinários e suas consequências para a mobilidade intergeracional.

$$\min_{\beta \in \mathbb{R}^K} \left[\sum_{i \in \{i: S_{fi} \geq X\beta\}} \tau |S_{fi} - \beta| + \sum_{i \in \{i: S_{fi} < X\beta\}} (1 - \tau) |S_{fi} - X\beta| \right] \quad (5.2)$$

Os coeficientes estimados para cada quantil podem ser interpretados como diferentes respostas da escolaridade dos filhos às mudanças nas variáveis explicativas, condicionadas à posição do quantil (MELLO; NOVO, 2002). Dessa forma, os coeficientes $\beta(\tau)$ representam o impacto marginal no τ quantil condicional de uma alteração marginal em cada variável dependente.

Em um segundo passo, a ideia da distância entre os quantis inspirou uma nova proposta para se avaliar a mobilidade intergeracional de educação. A motivação por trás da escolha dessa metodologia reside nas diferenças encontradas entre as distribuições dos filhos condicionais à escolaridade dos pais. Dunn (2003) observou que a influência da escolaridade dos pais pode alterar o formato, a média e a dispersão da distribuição dos filhos afirmando que cada geração tem uma única distribuição que depende da escolaridade de seu pai. Com isso, a hipótese implícita por trás dessa nova abordagem é que a escolaridade do pai pode alterar a média, o formato e a dispersão da distribuição de escolaridade que seu filho poderá ter.

Nesse caso, quanto maior o "espaço" entre as curvas das funções $Q_{S_f}(\tau|X)$ estimadas, menor a probabilidade de ocorrência de algum evento no intervalo entre os quantis (KOENKER; HALLOCK, 2001). Ou seja, quanto maior a distância entre duas curvas $Q_{S_f}(\tau|X)$ menor é a concentração da massa da distribuição nesse intervalo. Para ilustrar a relação entre as distâncias entre os quantis e a concentração da massa da distribuição condicional têm-se o gráfico A da figura 2, que ilustra essa relação para a distribuição de escolaridade dos filhos condicionadas nas escolaridades dos pais tomadas em S_{p0} e S_{p1} .

Também para auxiliar a compreensão, o gráfico B da Figura 2 mostra a sobreposição entre as densidades das distribuições condicionais em S_{p0} e S_{p1} como se as densidades desenhadas na figura A fossem observadas da direita para a esquerda.

O jeito mais simples de se observar a distância entre quantis com uma medida de mobilidade, é observando a distância entre as escolaridades dos filhos $\hat{S}_f$, dentro do mesmo quantil, condicionadas nas escolaridades dos pais. Na figura 2, ela pode ser visualizada pela distância

Figura 2: Gráficos representativos da relação entre distância entre quantis e mobilidade intergeracional.

Δ entre as escolaridades dos filhos no mesmo quantil τ^* . Tanto no gráfico A quanto no B. Em termos de probabilidades, essa distância pode ser interpretada da seguinte forma:

$$\begin{aligned} Pr(S_f \leq \hat{S}_{f0} | X_f, S_{p0}) &= \tau^* \\ Pr(S_f \leq \hat{S}_{f1} | X_f, S_{p1}) &= \tau^*, \quad \hat{S}_{f0} < \hat{S}_{f1} \end{aligned} \quad (5.3)$$

em que X_f , representa as variáveis da equação (5.1) com exceção da escolaridade dos pais. Todavia, a comparação da medida Δ , com outra medida Δ_2 qualquer para outro quantil, fornece resultado igual ao da comparação entre as inclinações das curvas $Q_{S_f}(\tau|X)$. Pois, quanto mais inclinada a curva, maior a distância Δ e menor a mobilidade intergeracional dentro desse quantil. Dessa forma, é possível pensar nos valores $\beta(\tau)$ estimados em termos de distância entre quantis.

Uma outra maneira mais interessante se observar a mobilidade intergeracional como dis-

tância entre quantis é comparando as diferenças entre os quantis das distribuições. A intuição dessa proposta é que se, a probabilidade dos filhos terem uma escolaridade menor ou igual a $\hat{S}_f^*$ é a mesma, dados pais com escolaridades S_{p0} e S_{p1} , esses filhos que têm escolaridade menor ou igual a $\hat{S}_f^*$ terão a mesma distribuição de escolaridade. Pois, a probabilidade dos filhos terem a mesma escolaridade é a mesma e independe da escolaridade dos pais. Dessa forma, não há transferência de capital humano dos pais para os filhos, capaz de alterar as probabilidades das suas densidades condicionais.

Para deixar a idéia mais clara, em um primeiro exemplo, têm-se dois pais, um analfabeto e um com ensino superior, que têm filhos com a mesma probabilidade igual a 20% de terem escolaridade igual ou menor do que o ensino médio. Nesse caso, independente da escolaridade dos pais existe alta mobilidade intergeracional entre os quantis, pois a diferença de probabilidades é zero, mas para níveis de escolaridade mais altos que 11 anos de estudo. Os exemplos ilustrados acontecem quando, no gráfico B da figura 2 a distância Δ é igual a zero ou quando a área abaixo das densidades à esquerda de $\hat{S}_f^*$ são iguais. Nesse caso, volta-se ao caso mais simples descrito acima em que a mobilidade intergeracional acontece dentro do mesmo quantil, com inclinação $\beta(\tau)$. Em um segundo exemplo, tem-se que dois pais, um analfabeto e um com ensino superior, que têm filhos com probabilidades iguais a 70% e 10%, respectivamente, de terem escolaridade igual ou menor do que o ensino médio. A diferença de probabilidades é 60%, indicando que existe pouca mobilidade entre os quantis de escolaridade menor ou igual a 11 para pais analfabetos e com ensino superior. O que significa que escolaridade dos pais muda a configuração das probabilidades de educação de seus filhos, ou seja, altera a distribuição de escolaridade que filhos podem ter. Fazendo com que dificilmente os filhos com pais analfabetos ocupem o mesmo quantil na distribuição de escolaridade que os filhos dos pais com ensino superior.

Nesse sentido, essa proposta compara as áreas abaixo das densidades à esquerda de S_f^* no gráfico B, ou seja, compara as diferenças entre probabilidades, a diferença entre os τ -ésimos

quantis. Em termos de probabilidades:

$$\begin{aligned} Pr(S_f \leq S_f^* | X_f, S_{p0}) &= \tau^0 \\ Pr(S_f \leq S_f^* | X_f, S_{p1}) &= \tau^1, \quad \tau^0 < \tau^1 \end{aligned} \quad (5.4)$$

E, diferença de probabilidades é tomada como a diferença entre os quantis τ^1 e τ^0 :

$$\eta = \tau^1 - \tau^0 \quad (5.5)$$

e, quanto mais próxima de zero for essa diferença η , maior será a mobilidade e, quanto mais próxima de um menor a mobilidade para indivíduos com escolaridades iguais ou abaixo de S_f^* cujos pais tem escolaridades S_{p0} e S_{p1} .

A mesma interpretação pode ser feita para diferentes níveis de escolaridade dos pais e diferentes valores de S_f^* de modo que os resultados serão apresentados de duas formas diferentes. Foram construídos dois grupos de matrizes, o primeiro grupo foi construído observando-se os quantis estimados e cada elemento da matriz representa o valor ajustado da escolaridade do filho S_f^* , para cada quantil condicional à média das variáveis de características dos filhos, dadas as escolaridades dos pais, representadas pelas categorias de anos de estudo. Ou seja, no primeiro grupo estão reportados os valores prováveis de educação que os filhos podem ter dada a educação dos pais e os quantis em que eles se localizam.

No segundo grupo de matrizes os elementos são as probabilidades de o filho ter escolaridade menor ou igual a uma categoria de referência condicionada à categoria de escolaridade que seus pais têm. A intenção por trás da construção deste segundo grupo de matrizes foi deixar mais clara a idéia de como a distância entre os quantis pode indicar a mobilidade intergeracional existente entre eles, pois, a diferença entre os elementos é a medida η de mobilidade proposta.

Dessa forma, o processo de Regressões Quantílicas foi estimado para uma sequência de quantis iniciada em 0,01 com intervalo de 0,01. Com os coeficientes estimados foram calculados os valores ajustados das funções de cada quantil condicional de escolaridade dos filhos, para cada categoria de escolaridade dos pais, condicionalmente à média das outras covariadas

da equação (5.1).

Calculados $\hat{S}_f$, dada a categoria de educação do pai, escolheu-se o τ que minimizou a distância entre $\hat{S}_f$ e o valor de educação do filho correspondente à categoria que se pretende avaliar. Em outras palavras, se a categoria de educação do filho que se pretende avaliar não intercepta o valor da categoria do pai exatamente em um ponto sob uma das curvas das funções $Q_{S_f}(\tau|X)$, o valor de τ designado para essa categoria vai ser o valor do quantil da curva mais próxima. Na figura 2, isso pode ser visualizado da seguinte forma: se, dados S_{p0} , a categoria do filho igual a 5 anos e o valor ajustado $\hat{S}_f$ para o τ^* quantil é de S_{p0} igual 4,95, por exemplo, o ponto $(S_{p0}, 5)$ no gráfico A está acima do ponto (S_{p0}, S_f) . Entretanto, se a curva da função $Q_{S_f}(\tau^*|X)$ for a mais próxima do ponto $(S_{p0}, 5)$, o valor de τ designado para a categoria de 5 anos vai ser o valor τ^* .

Concluindo, os resultados compreendem as tabelas e gráficos com os coeficientes estimados do processo de Regressões Quantílicas seguidos pelas matrizes com os resultados que possibilitam verificar a medida de mobilidade proposta.

6 RESULTADOS

Os primeiros resultados encontrados com o uso da metodologia de Regressões Quantílicas estão reportados nas Tabelas de 8 a 11 e graficamente ilustrados nas Figuras 3 a 6. As figuras reportam nove gráficos que representam os coeficientes estimados para uma seqüência de quantis iniciada em 0,05 com intervalo de 0,10, envoltos pela área sombreada que delimita o intervalo de confiança de 95% para cada um deles. A linha horizontal delimitada pelas linhas tracejadas indicam a estimativa obtida pelo método de mínimos quadrados ordinários e seu respectivo intervalo de confiança de 95%. A segunda linha horizontal representa o zero.

A Figura 3 reporta gráficos com os coeficientes estimados para homens em que é incluída no modelo a escolaridade dos pais. Os resultados indicam que a influência da escolaridade dos pais na escolaridade dos filhos é menor nos quantis extremos e se torna mais importante no centro da distribuição. Ou seja, mesmo sendo sempre positiva, a influência da escolaridade dos pais é pequena na cauda inferior da distribuição de escolaridade dos filhos e vai aumentando, com picos nos quantis 25°, 35° e 65°, vide Tabela 8, decrescendo na cauda superior. Esse resultado indica que o grau de persistência intergeracional de educação é menor nos extremos da distribuição e maior no centro dela.

Deste modo, de acordo com estes resultados, a mobilidade intergeracional acontece mais facilmente nas caudas da distribuição de escolaridade dos filhos, pois o impacto marginal nos quantis extremos condicionais da distribuição de uma alteração marginal na escolaridade do pai é menor do que o impacto marginal no meio da distribuição. Ou seja, quanto mais extremo o quantil escolaridade do filho, menor a influência da escolaridade do pai na escolaridade do filho. Todavia, a influência da escolaridade dos pais se mostra substancial nos quantis centrais

da distribuição, indicando que a mobilidade intergeracional de educação é menor nesses quantis.

Figura 3: Gráficos dos coeficientes estimados para homens considerando a escolaridade de seus pais.

Tabela 8: Coeficientes estimados para homens considerando a educação de seus pais.

Variáveis	Quantil									
	5°	15°	25°	35°	45°	55°	65°	75°	85°	95°
Intercepto	0.931 (0.069)	3.141 (0.067)	4.572 (0.068)	5.706 (0.069)	6.933 (0.078)	8.049 (0.093)	9.583 (0.118)	11.000 (0.111)	11.980 (0.130)	13.400 (0.082)
Educação do pai	0.422 (0.016)	0.645 (0.006)	0.703 (0.007)	0.706 (0.004)	0.692 (0.006)	0.697 (0.008)	0.722 (0.010)	0.700 (0.006)	0.627 (0.006)	0.400 (0.020)
Idade	-0.017 (0.001)	-0.041 (0.001)	-0.052 (0.001)	-0.059 (0.001)	-0.067 (0.001)	-0.073 (0.002)	-0.083 (0.002)	-0.080 (0.002)	-0.059 (0.003)	0.000* (0.000)
Cor: negro e pardo	-0.259 (0.014)	-0.595 (0.025)	-0.751 (0.033)	-0.824 (0.035)	-0.950 (0.040)	-1.073 (0.046)	-1.361 (0.058)	-1.640 (0.057)	-1.647 (0.067)	-2.400 (0.115)
Área rural	-0.414 (0.019)	-0.718 (0.023)	-1.030 (0.030)	-1.353 (0.031)	-1.717 (0.036)	-2.073 (0.042)	-2.500 (0.052)	-3.240 (0.050)	-4.157 (0.067)	-4.000 (0.041)
Região: Nordeste	-0.379 (0.017)	-0.842 (0.031)	-1.086 (0.038)	-1.176 (0.038)	-1.133 (0.046)	-1.000 (0.052)	-0.806 (0.066)	-0.760 (0.063)	-0.412 (0.085)	0.000* (0.000)
Região: Sul	-0.017* (0.020)	-0.009* (0.055)	-0.052* (0.048)	-0.118 (0.043)	-0.183 (0.046)	-0.174 (0.058)	-0.278 (0.072)	-0.400 (0.069)	-0.294 (0.077)	0.000* (0.000)
Região: Centro-Oeste	-0.241 (0.019)	-0.431 (0.048)	-0.375 (0.055)	-0.294 (0.060)	-0.183 (0.063)	-0.098* (0.064)	0.028* (0.088)	0.200 * (0.096)	0.333 (0.110)	0.000* (0.082)
Região: Norte	-0.517 (0.032)	-0.760 (0.052)	-0.866 (0.079)	-0.824 (0.107)	-0.517 (0.100)	-0.354 (0.097)	-0.306 (0.118)	-0.240 * (0.124)	-0.118* (0.123)	-0.200* (0.248)

Notas: os desvios-padrão estão reportados entre parênteses (estimativas do Sandwich de Huber).

coeficientes significantes ao nível de significância de 5%. *coeficientes significantes ao nível de significância de 10%.

*coeficientes não significativos. Os outros coeficientes são significativos ao nível de significância de 1%

O método usado foi o de Frisch Newton de ponto interior.

Tabela 9: Coeficientes estimados para homens considerando a educação de suas mães.

Variáveis	Quantil									
	5°	15°	25°	35°	45°	55°	65°	75°	85°	95°
Intercepto	0.624 (0.120)	2.988 (0.068)	4.580 (0.069)	5.902 (0.071)	6.827 (0.070)	7.789 (0.082)	9.206 (0.107)	10.777 (0.110)	11.744 (0.112)	13.000 (0.055)
Educação da mãe	0.409 (0.018)	0.683 (0.009)	0.722 (0.007)	0.716 (0.007)	0.757 (0.009)	0.832 (0.010)	0.825 (0.008)	0.768 (0.006)	0.692 (0.004)	0.500 (0.014)
Idade	-0.011 (0.002)	-0.037 (0.001)	-0.047 (0.001)	-0.056 (0.001)	-0.060 (0.001)	-0.065 (0.002)	-0.071 (0.002)	-0.071 (0.002)	-0.051 (0.002)	0.000* (0.000)
Cor: negro e pardo	-0.172 (0.041)	-0.573 (0.028)	-0.767 (0.035)	-0.935 (0.036)	-0.948 (0.035)	-1.065 (0.040)	-1.357 (0.053)	-1.634 (0.056)	-1.590 (0.053)	-2.000 (0.042)
Área rural	-0.344 (0.035)	-0.671 (0.024)	-1.068 (0.030)	-1.442 (0.031)	-1.778 (0.032)	-2.103 (0.038)	-2.563 (0.047)	-3.277 (0.048)	-4.205 (0.054)	-4.000 (0.014)
Região: Nordeste	-0.344 (0.035)	-0.866 (0.033)	-1.228 (0.039)	-1.293 (0.038)	-1.290 (0.041)	-1.119 (0.047)	-0.929 (0.060)	-0.937 (0.063)	-0.564 (0.070)	0.000* (0.153)
Região: Sul	-0.011* (0.036)	-0.073* (0.052)	-0.181 (0.044)	-0.228 (0.047)	-0.264 (0.045)	-0.303 (0.051)	-0.357 (0.065)	-0.464 (0.063)	-0.385 (0.067)	0.000* (0.074)
Região: Centro-Oeste	-0.151 (0.046)	-0.488 (0.051)	-0.512 (0.060)	-0.381 (0.060)	-0.274 (0.054)	-0.146* * (0.058)	-0.071* (0.082)	0.143* (0.091)	0.231 (0.087)	0.000* (0.014)
Região: Norte	-0.301 (0.050)	-0.817 (0.054)	-1.011 (0.079)	-0.847 (0.089)	-0.709 (0.097)	-0.546 (0.093)	-0.492 (0.112)	-0.286* * (0.133)	-0.333 (0.051)	-1.000 (0.356)

Notas: os desvios-padrão estão reportados entre parênteses (estimativas do Sandwich de Huber).

coeficientes significantes ao nível de significância de 5%. *coeficientes significantes ao nível de significância de 10%.

*coeficientes não significativos. Os outros coeficientes são significativos ao nível de significância de 1%

O método usado foi o de Frisch Newton de ponto interior.

Nota-se também por esse gráfico, e pela Tabela 8, a diferença no padrão de mobilidade intergeracional quando se estima o coeficiente de persistência por Regressões Quantílicas e o valor estimado quando do uso de mínimos quadrados. Pela Tabela 8 observa-se que a maior mobilidade possível de ocorrer para homens em relação a seus pais é para os indivíduos no 95º quantil, com grau de persistência estimado de 0,40 e, a menor mobilidade no quantil 65º, com grau de persistência de 0,722.

A Figura 4 e a Tabela 9 reportam os coeficientes estimados para homens quando a variável incluída no modelo é a escolaridade das mães. Os resultados indicam que a influência da escolaridade das mães na escolaridade dos filhos também é menor nas caudas da distribuição e o grau de persistência encontra seu máximo no 55º quantil, fazendo com que esse quantil apresente a menor mobilidade intergeracional de educação para homens em relação à escolaridade de suas mães.

Interessante notar pelos valores estimados na Tabela 9 que, comparativamente aos valores da Tabela 8, os homens apresentam mais mobilidade intergeracional em relação aos seus pais do que em relação às suas mães, pois os valores estimados do grau de persistência para cada quantil na Tabela 9 são sempre maiores em magnitude comparados aos da Tabela 8, com a exceção do 5º quantil. Esse fato indica maior importância da escolaridade da mãe para determinar a escolaridade dos homens a partir do 5º percentil.

A mobilidade intergeracional de educação das mulheres em relação à escolaridade de seus pais encontra-se reportada na Figura 5. Mais uma vez o mesmo padrão indica que a mobilidade intergeracional tende a ser maior nas caudas da distribuição e menor no meio dela. Entretanto, importante notar pelas Tabelas 8 e 10 que, para todos os quantis abaixo do 95º, os valores estimados para mulheres foram sempre menores em magnitude aos dos homens em relação também a seus pais, indicando maior mobilidade intergeracional para elas nesses quantis da distribuição.

Figura 4: Gráficos dos coeficientes estimados para homens considerando a escolaridade de seus pais.

Figura 5: Gráficos dos coeficientes estimados para homens considerando a escolaridade de seus pais.

Tabela 10: Coeficientes estimados para mulheres considerando a educação de seus pais.

Variáveis	Quantil									
	5°	15°	25°	35°	45°	55°	65°	75°	85°	95°
Intercepto	1.00 (0.060)	3.571 (0.060)	5.32 (0.065)	6.554 (0.071)	7.636 (0.073)	8.817 (0.082)	10.305 (0.101)	11.825 (0.042)	12.889 (0.121)	14.558 (0.174)
Educação do pai	0.307 (0.0150)	0.602 (0.006)	0.639 (0.007)	0.675 (0.006)	0.682 (0.006)	0.681 (0.007)	0.698 (0.009)	0.683 (0.003)	0.600 (0.006)	0.463 (0.010)
Idade	-0.022 (0.001)	-0.055 (0.001)	-0.072 (0.001)	-0.0832 (0.001)	-0.091 (0.001)	-0.098 (0.002)	-0.108 (0.002)	-0.111 (0.000)	-0.089 (0.003)	-0.045 (0.006)
Cor: negro e pardo	-0.219 (0.019)	-0.604 (0.022)	-0.845 (0.032)	-0.913 (0.036)	-1.000 (0.037)	-1.085 (0.042)	-1.294 (0.050)	-1.508 (0.048)	-1.578 (0.067)	-2.233 (0.049)
Área rural	-0.241 (0.019)	-0.659 (0.017)	-0.938 (0.030)	-1.239 (0.034)	-1.455 (0.037)	-1.803 (0.039)	-2.279 (0.047)	-2.937 (0.043)	-3.867 (0.064)	-3.279 (0.120)
Região: Nordeste	-0.197 (0.020)	-0.549 (0.025)	-0.649 (0.035)	-0.574 (0.042)	-0.455 (0.043)	-0.329 (0.048)	-0.151 * (0.060)	0.063* (0.046)	0.244 (0.077)	0.267 (0.065)
Região: Sul	-0.044* (0.029)	-0.055* (0.038)	-0.144 (0.045)	-0.166 (0.044)	-0.182 (0.047)	-0.183 (0.051)	-0.235 (0.061)	-0.302 (0.009)	-0.289 (0.075)	-0.120* (0.077)
Região: Centro-Oeste	-0.154 (0.025)	-0.275 (0.039)	-0.216 (0.052)	-0.152* (0.061)	0.000* (0.058)	0.102* (0.068)	0.209 (0.079)	0.365 (0.000)	0.533 (0.098)	0.357 (0.103)
Região: Norte	-0.263 (0.031)	-0.495 (0.056)	-0.371 (0.078)	-0.256 (0.073)	-0.091* (0.088)	0.112* (0.095)	0.247 * (0.103)	0.365 (0.138)	0.489 (0.108)	0.114 * ** (0.067)

Notas: os desvios-padrão estão reportados entre parênteses (estimativas do Sandwich de Huber).

coeficientes significantes ao nível de significância de 5%. *coeficientes significantes ao nível de significância de 10%.

*coeficientes não significativos. Os outros coeficientes são significativos ao nível de significância de 1%

O método usado foi o de Frisch Newton de ponto interior.

Tabela 11: Coeficientes estimados para mulheres considerando a educação de suas mães.

Variáveis	Quantil									
	5°	15°	25°	35°	45°	55°	65°	75°	85°	95°
Intercepto	0.299 (0.090)	2.850 (0.063)	5.000 (0.062)	6.462 (0.069)	7.500 (0.071)	8.533 (0.079)	9.869 (0.096)	11.384 (0.106)	12.500 (0.125)	13.873 (0.268)
Educação da mãe	0.456 (0.021)	0.725 (0.006)	0.739 (0.005)	0.716 (0.006)	0.750 (0.008)	0.800 (0.009)	0.812 (0.008)	0.788 (0.006)	0.708 (0.004)	0.582 (0.034)
Idade	-0.006 (0.002)	-0.042 (0.001)	-0.065 (0.001)	-0.077 (0.001)	-0.083 (0.001)	-0.089 (0.001)	-0.097 (0.002)	-0.101 (0.002)	-0.083 (0.003)	-0.036 (0.009)
Cor: negro e pardo	-0.074 * (0.029)	-0.503 (0.021)	-0.783 (0.029)	-0.923 (0.035)	-1.000 (0.037)	-1.044 (0.040)	-1.199 (0.048)	-1.424 (0.054)	-1.500 (0.064)	-1.891 (0.118)
Área rural	-0.092 * (0.042)	-0.503 (0.018)	-0.935 (0.025)	-1.308 (0.031)	-1.500 (0.035)	-1.867 (0.039)	-2.239 (0.044)	-2.818 (0.048)	-3.750 (0.062)	-3.273 (0.199)
Região: Nordeste	-0.081 * (0.037)	-0.503 (0.020)	-0.674 (0.029)	-0.692 (0.040)	-0.667 (0.043)	-0.533 (0.048)	-0.358 (0.056)	-0.192 (0.062)	0.167 * (0.073)	0.145* (0.135)
Região: Sul	-0.005* (0.031)	-0.042* (0.027)	-0.152 (0.036)	-0.231 (0.043)	-0.333 (0.046)	-0.289 (0.053)	-0.364 (0.058)	-0.394 (0.064)	-0.333 (0.060)	-0.073* (0.149)
Região: Centro-Oeste	-0.066 * (0.034)	-0.251 (0.028)	-0.261 (0.045)	-0.202 (0.062)	-0.167 (0.058)	-0.089* (0.059)	-0.068* (0.069)	0.202 (0.078)	0.417 (0.090)	0.327 * (0.167)
Região: Norte	-0.101* (0.071)	-0.419 (0.035)	-0.391 (0.071)	-0.308 (0.066)	-0.250 (0.081)	-0.111* (0.083)	0.000* (0.097)	0.192* (0.127)	0.417 (0.110)	0.145* (0.208)

Notas: os desvios-padrão estão reportados entre parênteses (estimativas do Sandwich de Huber).

coeficientes significantes ao nível de significância de 5%. *coeficientes significantes ao nível de significância de 10%.

*coeficientes não significativos. Os outros coeficientes são significativos ao nível de significância de 1%

O método usado foi o de Frisch Newton de ponto interior.

Já para a mobilidade intergeracional para mulheres com relação a suas mães, a Figura 6 e a Tabela 11 mostram que, a menor mobilidade intergeracional tende a ocorrer no 65º quantil, com grau de persistência estimado de 0,812. Entretanto, na cauda superior da distribuição, a partir do 75º quantil, e na cauda inferior, antes do 45º os homens apresentam maior mobilidade intergeracional em relação a suas mães do que as mulheres, ou seja, nos quantis mais altos e nos mais baixos da distribuição a influência da escolaridade das mães é maior para mulheres do que para os homens.

Figura 6: Gráficos dos coeficientes estimados para homens considerando a escolaridade de seus pais.

Comparativamente, pela observação das Tabelas 10 e 11, percebe-se que as escolaridades das mães têm, em todos os quantis, coeficientes estimados maiores em magnitude do que os estimados para a escolaridade do pai. Indicando que, semelhante ao que acontece para os ho-

mens, a mobilidade intergeracional de educação é maior para as mulheres relativamente a seus pais do que relativamente a suas mães.

Em relação aos outros coeficientes estimados, em todas as figuras eles apresentam resultados semelhantes. A idade dos filhos é menos importante para determinar a escolaridade na cauda inferior da distribuição, ou seja, quanto menor a idade dos filhos nos quantis inferiores da distribuição menor será a sua escolaridade. E, a idade vai ganhando importância até o 75º quantil quando quanto maior se torna a idade menor é a escolaridade.

Quando se trata do filho ser negro ou pardo, sua cor tende a ser menos importante para a determinação de sua escolaridade na cauda inferior e se torna cada vez mais importante à medida que se caminha para a cauda superior indicando que a diferença de escolaridade entre negros e brancos é maior nos quantis mais altos da distribuição. Padrão semelhante se observa quando o indivíduo reside na área rural, pois, a diferença de escolaridade para filhos que residem na área rural é maior nos quantis mais altos da distribuição de escolaridade. Importante ressaltar que tanto os coeficientes estimados para a idade, área rural e cor são sempre negativos.

Em relação às regiões do país, dado que a região Sudeste foi escolhida como referência, a região Nordeste apresentou resultados que indicam que a diferença de escolaridade tende a ser menor nos extremos da distribuição, chegando a apresentar resultados positivos no diferencial para mulheres na cauda superior. Para a região Sul, os valores estimados indicam que a diferença entre as escolaridades tende a ficar maior quanto mais se afasta da cauda inferior, ficando mais proeminente ao redor do 85º quantil. Para a região Centro-Oeste os coeficientes estimados para os quantis da cauda inferior foram sempre negativos, indicando menor escolaridade para os residentes nesta região nos quantis mais baixos de escolaridade. Porém, ao redor do 60º quantil os coeficientes se tornam positivos, indicando tendência de maior escolaridade para os residentes no Centro-Oeste relativamente aos do Sudeste na cauda superior. Em relação à região Norte, para os homens os coeficientes estimados foram sempre negativos, indicando menor diferença de escolaridade na cauda superior e, para as mulheres o resultado é um padrão semelhante ao do Centro-Oeste, para os quantis mais baixos é negativo e para os quantis mais altos é positivo.

Posteriormente aos resultados obtidos do processo de Regressões Quantílicas são apresentadas as matrizes construídas com base no conceito de distância entre quantis. Como explicado na Metodologia, a forma mais simples de se observar a mobilidade intergeracional como distância entre quantis pode ser vista como as inclinações das curvas $Q_{S_f}(\tau|X)$ e a segunda forma apresentada em matrizes. Foram então construídos dois grupos diferentes de matrizes para a segunda aborgadem, que diferem somente em sua forma de apresentação.

O primeiro grupo de matrizes, representado pelas Tabelas 12 a 15 foi construído observando-se os mesmos quantis estimados anteriormente, iniciados no 5°, com intervalos de 0,10, e cada elemento da matriz representa o valor ajustado da escolaridade do filho S_f , para cada quantil condicional, ponderados pela média das variáveis de características dos filhos, dadas as escolaridades dos pais, representadas pelas categorias de anos de estudo.

Tabela 12: Valores ajustados da escolaridade dos homens para cada quantil, dadas as categorias de escolaridade do pai e a média das outras variáveis.

Escolaridade do pai	Quantil									
	5°	15°	25°	35°	45°	55°	65°	75°	85°	95°
analfabeto	-0.15	0.70	1.47	2.21	3.02	3.81	4.78	6.10	7.94	11.65
básico incompleto	0.70	1.99	2.88	3.62	4.41	5.21	6.22	7.50	9.20	12.45
básico completo	1.54	3.28	4.28	5.03	5.79	6.60	7.67	8.90	10.45	13.25
fundamental incompleto	2.39	4.57	5.69	6.44	7.17	7.99	9.11	10.30	11.71	14.05
fundamental completo	3.23	5.86	7.09	7.86	8.56	9.39	10.55	11.70	12.96	14.85
médio incompleto	4.08	7.15	8.50	9.27	9.94	10.78	12.00	13.10	14.22	15.65
médio completo	4.50	7.80	9.20	9.97	10.63	11.48	12.72	13.80	14.85	16.05
superior incompleto	5.35	9.09	10.61	11.39	12.02	12.87	14.17	15.20	16.10	16.85
superior completo ou mais	6.61	11.02	12.71	13.50	14.09	14.96	16.33	17.30	17.98	18.05

As diferenças entre os quantis, nesse caso, variam de zero, maior mobilidade a 0,9, menor mobilidade, desde que se compare valores de S_f aproximados, já que esses valores ajustados não são exatamente iguais. É necessário notar que o valor do primeiro elemento das matrizes são valores negativos, mas devem ser considerados como escolaridade igual a zero, isso se deve à forma com que foram calculados os valores ajustados.

Cada elemento das tabelas pode ser interpretado em termos de probabilidades. O último termo da primeira linha na Tabela 12, por exemplo, indica a probabilidade de 95% de chance de o filho ter escolaridade menor ou igual a 11,65 anos de estudo dado que seu pai é analfabeto.

Tomando-se como referência valores ajustados próximos de oito anos de estudo, que indicam que o indivíduo completou o ensino fundamental, percebe-se que dado que o pai tem ensino superior completo, a probabilidade de o filho ter menos que oito anos de estudo situa-se entre 5% e 15%, já que oito anos de estudo está entre 6.61 e 11.02 anos. Entretanto, para pais analfabetos, a probabilidade de seu filho ter escolaridade menor do que o ensino fundamental situa-se entre 85% e 95%. Também pela Tabela 12 nota-se que pais com ensino superior completo terão filhos com escolaridade menor que o ensino médio com probabilidade de 15%, ou seja, somente 15% de probabilidade de seu filho não completar o ensino médio.

Tabela 13: Valores ajustados da escolaridade dos homens para cada quantil, dadas as categorias de escolaridade da mãe e a média das outras variáveis.

Escolaridade da mãe	Quantil									
	5°	15°	25°	35°	45°	55°	65°	75°	85°	95°
analfabeto	-0.10	0.72	1.57	2.40	3.11	3.82	4.81	6.16	7.95	11.37
básico incompleto	0.72	2.09	3.02	3.83	4.62	5.49	6.47	7.69	9.34	12.37
básico completo	1.54	3.46	4.46	5.27	6.14	7.15	8.12	9.23	10.72	13.37
fundamental incompleto	2.35	4.82	5.91	6.70	7.65	8.82	9.77	10.76	12.11	14.37
fundamental completo	3.17	6.19	7.35	8.13	9.17	10.48	11.42	12.30	13.49	15.37
médio incompleto	3.99	7.55	8.79	9.56	10.68	12.15	13.07	13.83	14.88	16.37
médio completo	4.40	8.24	9.52	10.28	11.44	12.98	13.89	14.60	15.57	16.87
superior incompleto	5.21	9.60	10.96	11.71	12.95	14.64	15.54	16.14	16.95	17.87
superior completo ou mais	6.44	11.65	13.13	13.86	15.22	17.14	18.02	18.44	19.03	19.37

Pela Tabela 13 nota-se que, dado que a mãe tem ensino superior completo, a probabilidade de o filho ter escolaridade menor que o ensino médio é de apenas 25%. Em contrapartida, dado que mãe tem fundamental completo a mesma probabilidade do filho ter menos que ensino médio passa para 65% e, se torna maior ainda maior para mães analfabetas, 95%.

As Tabelas 14 e 15 reportam os resultados para mulheres em relação às escolaridades de seus pais e mães. De maneira geral, as Tabelas apresentam padrão semelhante e, de uma outra forma também demonstram as diferentes possibilidades de mobilidade intergeracional ao longo da distribuição de escolaridade e entre quais quantis a mobilidade intergeracional é mais provável de ocorrer, entre aqueles que para uma mesma escolaridade, sua diferença é pequena.

O segundo grupo de matrizes para avaliar a mobilidade intergeracional também sob a ótica da distância entre os quantis foi realizada construindo-se um segundo grupo de Tabelas em

Tabela 14: Valores ajustados da escolaridade das mulheres para cada quantil, dadas as categorias de escolaridade do pai e a média das outras variáveis.

Escolaridade da mãe	Quantil									
	5°	15°	25°	35°	45°	55°	65°	75°	85°	95°
analfabeto	-0.14	0.67	1.51	2.24	2.98	3.82	4.81	6.05	7.93	11.22
básico incompleto	0.47	1.87	2.79	3.59	4.35	5.18	6.20	7.41	9.13	12.14
básico completo	1.08	3.07	4.07	4.94	5.71	6.54	7.60	8.78	10.33	13.07
fundamental incompleto	1.70	4.28	5.35	6.29	7.07	7.91	8.99	10.14	11.53	13.99
fundamental completo	2.31	5.48	6.63	7.64	8.44	9.27	10.39	11.51	12.73	14.92
médio incompleto	2.93	6.68	7.90	8.99	9.80	10.63	11.78	12.87	13.93	15.84
médio completo	3.23	7.29	8.54	9.67	10.48	11.31	12.48	13.56	14.53	16.31
superior incompleto	3.85	8.49	9.82	11.01	11.85	12.67	13.88	14.92	15.73	17.23
superior completo ou mais	4.77	10.29	11.74	13.04	13.89	14.72	15.97	16.97	17.53	18.62

Tabela 15: Valores ajustados da escolaridade das mulheres para cada quantil, dadas as categorias de escolaridade da mãe e a média das outras variáveis.

Escolaridade da mãe	Quantil									
	5°	15°	25°	35°	45°	55°	65°	75°	85°	95°
analfabeto	-0.04	0.59	1.50	2.34	3.04	3.82	4.75	5.96	7.78	11.04
básico incompleto	0.87	2.03	2.97	3.77	4.54	5.42	6.37	7.54	9.20	12.20
básico completo	1.78	3.48	4.45	5.20	6.04	7.02	8.00	9.12	10.61	13.36
fundamental incompleto	2.69	4.93	5.93	6.63	7.54	8.62	9.62	10.69	12.03	14.53
fundamental completo	3.60	6.38	7.41	8.07	9.04	10.22	11.25	12.27	13.45	15.69
médio incompleto	4.52	7.83	8.89	9.50	10.54	11.82	12.87	13.84	14.86	16.85
médio completo	4.97	8.56	9.63	10.22	11.29	12.62	13.69	14.63	15.57	17.44
superior incompleto	5.88	10.00	11.11	11.65	12.79	14.22	15.31	16.21	16.99	18.60
superior completo ou mais	7.25	12.18	13.32	13.80	15.04	16.62	17.75	18.57	19.11	20.34

que os elementos são as probabilidades e a diferença entre elas é a medida η de mobilidade intergeracional entre quantis proposta.

As matrizes encontram-se nas Tabelas 16 a 19 e seguem um mesmo padrão em todas as tabelas. Por exemplo, na tabela 16, observa-se que a probabilidade de o filho ter educação menor ou igual do que o ensino fundamental (8 anos de estudo) é de 85% dado que o pai é analfabeto e apenas 7% se o pai concluiu o ensino superior. Uma diferença de 0,78 ¹, indicando pouca possibilidade de mobilidade intergeracional.

Tabela 16: Probabilidades para a educação dos homens, dadas as categorias de educação dos pais e a média das outras variáveis.

Educação do pai	Educação do filho (anos)								
	(0)	(2)	(4)	(6)	(8)	(10)	(11)	(13)	(16)
analfabeto	0.02	0.32	0.57	0.74	0.85	0.93	0.94	0.98	0.99
básico incompleto	0.02	0.15	0.40	0.63	0.78	0.89	0.92	0.97	0.99
básico completo	0.02	0.07	0.22	0.48	0.68	0.82	0.88	0.94	0.99
fundamental incompleto	0.02	0.04	0.11	0.29	0.55	0.72	0.81	0.91	0.99
fundamental completo	0.02	0.03	0.07	0.16	0.37	0.60	0.69	0.85	0.99
médio incompleto	0.02	0.03	0.05	0.09	0.22	0.46	0.57	0.74	0.98
médio completo	0.02	0.03	0.04	0.08	0.17	0.36	0.50	0.67	0.99
superior incompleto	0.02	0.03	0.04	0.06	0.09	0.22	0.29	0.56	0.84
superior completo ou mais	0.02	0.03	0.03	0.05	0.07	0.10	0.15	0.28	0.63

Tabela 17: Probabilidades para a educação dos homens, dadas as categorias de educação das mães e a média das outras variáveis.

Educação da mãe	Educação do filho (anos)								
	(0)	(2)	(4)	(6)	(8)	(10)	(11)	(13)	(16)
analfabeto	0.02	0.30	0.57	0.74	0.85	0.93	0.94	0.98	0.99
básico incompleto	0.02	0.14	0.37	0.61	0.77	0.88	0.92	0.97	0.99
básico completo	0.02	0.06	0.20	0.43	0.64	0.80	0.87	0.94	0.99
fundamental incompleto	0.02	0.04	0.09	0.26	0.48	0.67	0.77	0.90	0.99
fundamental completo	0.02	0.04	0.06	0.14	0.33	0.51	0.60	0.81	0.97
médio incompleto	0.02	0.03	0.05	0.08	0.19	0.39	0.48	0.64	0.91
médio completo	0.02	0.03	0.05	0.07	0.14	0.31	0.42	0.55	0.89
superior incompleto	0.02	0.03	0.04	0.06	0.08	0.18	0.26	0.45	0.72
superior completo ou mais	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.09	0.12	0.24	0.49

Interessante notar que as diferenças de probabilidades são menores em todas as Tabelas, nos extremos da distribuição e maiores no meio dela. Este fato sugere que a mobilidade intergeracional entre quantis é maior nos extremos e menor no meio das matrizes. Outro padrão

¹0,85-0,07

que se mostra em todas as tabelas é que as probabilidades vão caindo monotonicamente com o aumento da escolaridade dos pais.

Tabela 18: Probabilidades para a educação das mulheres, dadas as categorias de educação dos pais e a média das outras variáveis.

Educação do pai	Educação da filha (anos)								
	(0)	(2)	(4)	(6)	(8)	(10)	(11)	(13)	(16)
analfabeto	0.02	0.32	0.57	0.75	0.85	0.93	0.95	0.98	0.99
básico incompleto	0.02	0.16	0.40	0.63	0.79	0.89	0.93	0.97	0.99
básico completo	0.02	0.08	0.24	0.49	0.68	0.83	0.88	0.95	0.99
fundamental incompleto	0.01	0.06	0.13	0.31	0.56	0.74	0.82	0.92	0.99
fundamental completo	0.01	0.05	0.08	0.20	0.40	0.62	0.70	0.87	0.96
médio incompleto	0.01	0.04	0.06	0.11	0.26	0.48	0.58	0.77	0.97
médio completo	0.01	0.04	0.06	0.10	0.21	0.39	0.52	0.70	0.93
superior incompleto	0.01	0.04	0.05	0.08	0.12	0.26	0.35	0.58	0.87
superior completo ou mais	0.01	0.04	0.04	0.06	0.08	0.13	0.20	0.35	0.65

Tabela 19: Probabilidades para a educação das mulheres, dadas as categorias de educação das mães e a média das outras variáveis.

Educação da mãe	Educação da filha (anos)								
	(0)	(2)	(4)	(6)	(8)	(10)	(11)	(13)	(16)
analfabeto	0.06	0.31	0.57	0.75	0.86	0.93	0.95	0.98	0.99
básico incompleto	0.02	0.15	0.38	0.61	0.78	0.89	0.92	0.97	0.99
básico completo	0.02	0.06	0.20	0.45	0.65	0.81	0.87	0.94	0.99
fundamental incompleto	0.02	0.04	0.09	0.26	0.50	0.69	0.78	0.90	0.99
fundamental completo	0.02	0.04	0.06	0.13	0.34	0.53	0.63	0.81	0.97
médio incompleto	0.02	0.03	0.05	0.08	0.16	0.40	0.49	0.66	0.92
médio completo	0.02	0.03	0.04	0.07	0.12	0.32	0.43	0.58	0.89
superior incompleto	0.02	0.03	0.04	0.05	0.08	0.15	0.23	0.47	0.73
superior completo ou mais	0.02	0.03	0.04	0.04	0.06	0.08	0.10	0.22	0.51

Ademais, as matrizes representadas nas Tabelas 16 a 19 podem ser consideradas análogas às matrizes de transição tradicionais na literatura. Análogas, pois apesar de cada elemento das matrizes aqui calculadas representar a probabilidade de transição de categorias de escolaridade dos filhos condicionais à categoria de escolaridade dos pais, essas probabilidades são de uma função de distribuição acumulada, diferente das probabilidades de uma matriz de transição cujas probabilidades são de uma função de probabilidade. Tanto que uma das propriedades de uma matriz de transição é que a soma das linhas ou colunas deve ser igual a um, fato que não se verifica nas matrizes de 16 a 19.

Concluindo, a literatura sobre mobilidade intergeracional para o Brasil aponta a existência

de assimetrias na distribuição de escolaridade que poderiam influenciar as estimativas de mobilidade intergeracional. Nesse sentido, os resultados apontam que, de fato, as assimetrias na distribuição de escolaridade revelaram um padrão diferente da mobilidade intergeracional até então estimada.

7 CONCLUSÃO

A literatura sobre mobilidade intergeracional para o Brasil aponta a existência de assimetrias na distribuição de escolaridade que poderiam influenciar as estimativas de mobilidade intergeracional. Nesse sentido, este trabalho verificou que, de fato, as assimetrias na distribuição de escolaridade revelaram um padrão diferente da mobilidade intergeracional até então estimada. Isso foi conseguido com a utilização do método de Regressões Quantílicas que possibilitou a estimação do grau de persistência intergeracional para os diferentes quantis da distribuição de escolaridade e também permitiu propor uma nova abordagem de representação da mobilidade intergeracional, através de uma medida de distância entre os quantis.

Verificou-se que a mobilidade intergeracional tende a ocorrer em maior magnitude nas caudas da distribuição de escolaridade e, em menor magnitude no centro dela, tanto para homens e mulheres em relação às escolaridades de seus pais e mães. Em outras palavras, o grau de persistência estimado é maior no centro da distribuição e menor nas caudas, fato ilustrado pela forma obtida de U invertido nos gráficos que representam o processo de Regressão Quantílica para a educação dos pais.

Entre os homens verificou-se que a educação das mães influenciam mais a sua educação do que a educação de seus pais. Entre as mulheres, o mesmo também ocorre, a educação das mães tem coeficientes estimados para a persistência intergeracional maiores em magnitude do que os coeficientes da educação dos pais. Ou seja, existe menor mobilidade para homens e mulheres em relação à escolaridade das mães, em outras palavras, as mães têm maiores chances de influenciar a escolaridade dos seus filhos.

Comparando-se homens e mulheres, têm-se que elas apresentam maior mobilidade in-

tergeracional do que os homens relativamente a seus pais. De maneira geral, os coeficientes estimados para a educação das mães são maiores em magnitude do que os coeficientes estimados para os pais, em relação às mulheres. Para os homens, os coeficientes estimados para a educação dos pais têm magnitude maior que os coeficientes estimados para a educação da mãe. Os resultados obtidos são compatíveis com os resultados de Thomas (1994), quanto à ocorrência do que o autor chama de *gender bias* em que os pais tendem a influenciar mais a educação dos filhos homens e as mães, a educação das filhas. No caso, os pais tendem a influenciar mais a educação dos filhos em todos os quantis da distribuição abaixo de 95° e as mães tendem a influenciar mais a educação das filhas, exceto entre os quantis 45° e 75°. Thomas (1994) atribui as causas desse viés de gênero a aparentes diferenças na alocação de recursos das famílias no Brasil. As mães tendem a alocar mais recursos na criação das filhas enquanto os pais tendem a alocar mais recursos na criação dos filhos.

Outro resultado relevante é que a idade, o fato de ser negro ou pardo e a residência em área rural também são importantes para determinar o nível de escolaridade dos filhos em todos os quantis e de formas diferenciadas ao longo da distribuição. Todos os coeficientes estimados para essas variáveis têm sinal negativo. Também verificou-se que a idade de homens e mulheres é menos importante para determinar a escolaridade na cauda inferior da distribuição, o fato de ser negro ou pardo tende a ser menos importante para a determinação de sua escolaridade na cauda inferior e se torna cada vez mais importante à medida que se caminha para a cauda superior e, a diferença de escolaridade para filhos que residem na área rural é maior nos quantis mais altos da distribuição de escolaridade.

A mobilidade intergeracional também foi analisada neste trabalho por meio do conceito de distância entre os quantis. Foram construídos dois grupos de matrizes. No primeiro grupo estão reportados os valores prováveis de educação que os filhos podem ter dada a educação dos pais e os quantis em que eles se localizam. No segundo grupo, estão calculadas as probabilidades que os filhos têm de obterem educação de 0 a 16 anos de estudo dada a educação que seus pais têm. Importante ressaltar que o grupo de matrizes que reporta probabilidades não é um grupo de matrizes de transição mas, elas são análogas, pois apesar de cada elemento das matrizes

representar a probabilidade de transição de categorias de educação dos filhos condicionais à categoria de educação dos pais, essas probabilidades são de uma função de distribuição acumulada, diferente das probabilidades de uma matriz de transição cujas probabilidades são de uma função de probabilidade.

De maneira geral, foi possível verificar que as maiores possibilidades de mobilidade intergeracional encontram-se nas caudas da distribuição, representadas pelo extremos das matrizes calculadas com base nesse conceito, já que as diferenças entre os quantis são bem pequenas. Além disso, a mobilidade intergeracional se torna cada vez mais difícil quanto maior a distância entre os quantis, tanto para homens quanto para mulheres.

Dessa forma, conseguiu-se uma descrição diferenciada da mobilidade intergeracional de educação. Ademais, o alto grau de persistência intergeracional encontrado no centro da distribuição de educação pode explicar o que Checchi e Dardanoni (2002) chamam de estabilidade da desigualdade de educação no Brasil.

Este trabalho teve por objetivo oferecer uma caracterização melhor da mobilidade intergeracional, analisando diferentes quantis de escolaridade dos indivíduos, o que permite determinar onde a mobilidade é maior ao longo da distribuição de escolaridade. Além disso, este trabalho propõe uma nova forma de se observar a mobilidade intergeracional construindo matrizes análogas às matrizes de transição usuais. Essas matrizes podem servir como base para estudos que venham a formalizar novas medidas de mobilidade e/ou avançar em sua compreensão.

REFERÊNCIAS

- AARONSON, D.; MAZUMDER, B. Intergenerational economic mobility in the u.s., 1940 to 2000 . **Working Paper 05-12, Federal Reserve Bank of Chicago**, 2007.
- ANDRADE, E. et al. Do borrowing constraints decrease intergenerational mobility in brazil? a test using quantile regression. **IBMEC Working Paper**, 2003. Disponível em: <<http://www.ibmecsp.edu.br/pesquisa/download.php?recid=2544>>.
- BANCO MUNDIAL. Introduction to poverty. 2005. Disponível em: <<http://siteresources.worldbank.org/PGLP/Resources/PovertyManual.pdf>>.
- BARTHOLOMEW, D. J. **Stochastic models for social process**. [S.l.]: Wiley, London, 1973.
- BECKER, G. S. A theory of social interactions. **The Journal of Political Economy**, v. 86, n. 6, p. 1063–1093, 1974.
- BECKER, G. S. **A Treatise on the Family**. [S.l.]: Cambridge: Harvard University Press, 1981.
- BECKER, G. S. On the economics of the family: Reply to a skeptic. **The American Economic Review**, v. 79, n. 3, p. 514–518, 1989.
- BECKER, G. S.; TOMES, N. An equilibrium theory of the distribution of income and intergenerational mobility. **The Journal of Political Economy**, v. 86, n. 6, p. 1153–89, 1979.
- BECKER, G. S.; TOMES, N. Human capital and the rise and fall of families. **Journal of Labor Economics**, v. 4, n. 3, p. S1–S39, 1986.
- BEHRMAN, J.; N., B.; SZÉKELY, M. Intergenerational mobility in latin america: Deeper markets and better schools make a difference. **Revision of paper presented at Brookings Institution Center on Social and Economic Dynamics/Inter-American Development Bank Workshop on Social Mobility at the Brookings Institution**, 1999.
- BEHRMAN, J.; TAUBMAN, P. Intergenerational earnings mobility in the united states: Some estimates and a test of becker’s intergenerational endowments model. **Review of Economics and Statistics**, v. 67, p. 144–151, 1985.
- BEHRMAN, J.; TAUBMAN, P. The intergenerational correlation between children’s adult earnings and their parents’ income: Results from the michigan panel survey of income dynamics. **Review of Income and Wealth**, v. 36, p. 115–127, 1990.
- BEHRMAN, J. R. **Social Mobility: concepts and measurement**. In Birdsall, N., **New markets, new opportunities? Economic and social mobility in a changing world**. [S.l.]: Washington: Bookings Institutional Press and the Carnegie Endowment for International Peace, 2000.
- BEHRMAN, J. R.; GAVIRIA, A.; SZÉKELY, M. Intergenerational mobility in latin america. **Economia**, v. 2, n. 1, p. 1–44, 2001.

- BLACK, S. E.; DEVEREUX, P. J.; SALVANES, K. G. Why the apple doesn't fall: Understanding intergenerational transmission of human capital. **CEPR Discussion Papers**, n. 4150, 2003. Disponível em: <<http://www.nber.org/papers/W10066.pdf>>.
- CHADWICK, L.; SOLON, G. Intergenerational income mobility among daughters. **American Economic Review**, v. 92, n. 1, p. 335–344, 2002.
- CHECCHI, D. Education and intergenerational mobility in occupations: A comparative study. **American Journal of Economics and Sociology**, v. 56, n. 3, p. 331–351, 1997.
- CHECCHI, D.; DARDANONI, V. **Mobility comparisons: does using different measures matter?** [S.l.], jan. 2002. Available at <http://ideas.repec.org/p/mil/wpdepa/2002-15.html>.
- COWELL, F. A. Generalized entropy and the measurement of distributional change. **European Economic Review**, v. 13, n. 1, p. 147–159, 1980.
- COWELL, F. A. Measures of distributional change: An axiomatic approach. **The Review of Economic Studies**, v. 52, n. 1, p. 135–151, 1985.
- DARDANONI, V. Measuring social mobility. **Journal of Economic Theory**, v. 61, n. 2, p. 372–394, 1993.
- DUNN, C. Intergenerational earnings mobility in brazil and its determinants. **Working paper, University of Michigan**, 2003. Disponível em: <http://www.econ.yale.edu/seminars/-NEUDC03/Dunn_NEUDC.pdf>.
- FERREIRA, S. G.; VELOSO, F. Mobilidade intergeracional de educação no brasil. in: Xxi encontro da associação nacional de centros de pós graduação em economia, 2003, porto seguro - bahia. **Anais do XXXI Encontro da Associação Nacional de Centros de Pós Graduação em Economia**, 2003.
- FIELDS, G.; OK, E. A. The meaning and measurement of income mobility. **Journal of Economic Theory**, v. 71, p. 349–377, 1996.
- FORMBY, J. P.; SMITH, W. J.; ZHENG, B. Mobility measurement, transition matrices and statistical inference. **Journal of Econometrics**, v. 120, n. 1, p. 181–205, May 2004. Disponível em: <<http://ideas.repec.org/a/eee/econom/v120y2004i1p181-205.html>>.
- FRIEDMAN, M. **Capitalism and Freedom**. [S.l.]: Princeton, 1962.
- FRIEDMAN, M. Do old fallacies ever die? **Journal of Economic Literature**, v. 30, n. 4, p. 2129–2132, 1992.
- GAER, D. V.; SCHOKKAERT, E.; MARTINEZ, M. Three meanings of intergenerational mobility. **Economica**, v. 68, p. 519–537, 2000.
- GALTON, F. Regression towards mediocrity in hereditary stature. **Journal of the Anthropological Institute of Great Britain and Ireland**, v. 15, p. 246–63, 1886.
- GEWEKE, J.; MARSHALL, R. C.; ZARKIN, G. A. Mobility indices in continuous time markov chains. **Econometrica**, v. 54, p. 1407–1423, 1986.
- GOLDBERGER, A. S. Economic and mechanical models of intergenerational transmission. **The American Economic Review**, v. 79, p. 504–513, 1989.

- HASSLER, J.; RODRÍGUEZ, M. J. V.; ZEIRA, J. Inequality and mobility. 2002. Disponível em: <<http://www.cepr.org/meets/wkcn/3/3515/papers/hassler.pdf>>.
- KOENKER, R.; BASSETT, G. Regression quantiles. **Econometrica**, v. 46, p. 33–50, 1978.
- KOENKER, R.; HALLOCK, K. Quantile regression. **Journal of Economic Perspectives**, v. 15, p. 143–56, 2001.
- LAM, D. Generating extreme inequality: Schooling, earnings and intergenerational transmission of human capital in south africa and brazil. **Population Studies Center Research Report**, n. 99, 1999.
- MELLO, M.; NOVO, A. The new empirics of economic growth: Quantile regression estimation of growth equations. Mimeo. 2002.
- PASCHOAL, I. P. **Mobilidade Intergeracional de Educação no Brasil**. 2005. Monografia (Trabalho de conclusão do curso de Economia) - Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto, Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto.
- PERO, V.; SZERMAN, D. Mobilidade intergeracional de renda no brasil. 2005. Disponível em: <<http://www.anpec.org.br/encontro2005/artigos/A05A146.pdf>>.
- PNUD. Programa das nações unidas para o desenvolvimento: Relatório do desenvolvimento humano 2006. 2006. Disponível em: <http://www.pnud.org.br/arquivos/rdh/rdh2006/rdh2006_brasil.pdf>.
- PRAIS, S. Social mobility and redistributive politics. **Journal of the Royal Statistical Society Series A**, v. 118, n. 1, p. 56–66, 1955.
- QUAH, D. T. Galton's fallacy and the tests of the convergence hypothesis. **Scandinavian Journal of Economics**, v. 95, p. 427–443, 1993.
- QUAH, D. T. Empirics for growth and distribution: Stratification, polarization, and convergence clubs. **Journal of Economic Growth**, v. 2, n. 1, p. 27–59, 1997.
- SHOROCKS, A. F. Income mobility and the markov assumption. **Economic Journal**, v. 86, p. 556–578, 1976.
- SHOROCKS, A. F. The measurement of mobility. **Econometrica**, v. 46, n. 5, p. 1013–24, 1978.
- SIMON, C. P.; BLUME, L. **Matemática para Economistas**. [S.l.: s.n.], 2004.
- SOLON, G. Intergenerational income mobility in the united states. **American Economic Review**, v. 82, n. 3, p. 393–408, 1992.
- SOMMERS, P.; CONLISK, J. Eigenvalue immobility measures for markov chains. **Journal of Mathematical Sociology**, v. 6, p. 253–276, 1979.
- THEIL, H. **Statistical Decomposition Analysis**. [S.l.]: Amsterdã, North-Holland, 1972.
- THOMAS, D. Like father, like son; like mother, like daughter: Parental resources and child height. **The Journal of Human Resources**, v. 29, n. 4, p. 950–988, 1994.

TIJMS, H. C. **A first course in stochastic models**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2003.

TROCHIM, W. M. K. Regression to the mean. **The Research Methods Knowledge Base**, 2006. Disponível em: <<http://www.socialresearchmethods.net/kb/regrmean.php>>.

ZIMMERMAN, D. Regression toward mediocrity in economic stature. **American Economic Review**, v. 82, n. 3, p. 409–429, 1992.