UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO E CONTABILIDADE DE
RIBEIRÃO PRETO
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA – ÁREA: ECONOMIA
APLICADA

ANDRÉ GUERRA ESTEVES DE MORAES

O diferencial de notas entre as escolas públicas e privadas no Brasil:
uma nova abordagem quantílica.

Orientador: Prof. Dr. Walter Belluzzo Júnior

RIBEIRÃO PRETO
2012

Prof. Dr. João Grandino Rodas
Reitor da Universidade de São Paulo

Prof. Dr. Sigismundo Bialoskorski Neto
Diretor da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto

Prof. Dr. Walter Belluzzo Júnior
Chefe do Departamento de Economia

ANDRÉ GUERRA ESTEVES DE MORAES

O diferencial de notas entre as escolas públicas e privadas no Brasil:
uma nova abordagem quantílica.

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Economia – Área: Economia Aplicada da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Mestre em Ciências. Versão Corrigida. A original encontra-se disponível no Serviço de Pós-Graduação da FEA-RP/ USP.

Orientador: Prof. Dr. Walter Belluzzo Júnior

RIBEIRÃO PRETO

2012

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

FICHA CATALOGRÁFICA

Moraes, André Guerra Esteves de.

O diferencial de notas entre as escolas públicas e privadas no Brasil: uma nova abordagem quantílica. Ribeirão Preto, 2012.

82 p. : il. ; 30cm

Dissertação de mestrado apresentada à Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto da Universidade de São Paulo.

Orientador: Belluzzo Júnior, Walter.

1. Brasil 2. Regressão Quantílica 3. Decomposição Contrafactual 4. Performance da Educação 5. Sistema Público de Ensino.

FOLHA DE APROVAÇÃO

André Guerra Esteves de Moraes

O diferencial de notas entre as escolas públicas e privadas no Brasil: uma nova abordagem quantílica.

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Economia – Área: Economia Aplicada da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Mestre em Ciências. Versão Corrigida. A original encontra-se disponível no Serviço de Pós-Graduação da FEA-RP/ USP.

Aprovada em: _____

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. _____

Instituição: _____ Assinatura: _____

Prof. Dr. _____

Instituição: _____ Assinatura: _____

Prof. Dr. _____

Instituição: _____ Assinatura: _____

“Dedico esta dissertação de mestrado aos meus pais, Eliane e Victor, e à minha amada Raquel. Sem eles, eu não conseguiria seguir e realizar meus sonhos.”

AGRADECIMENTOS

À minha querida mãe, Eliane Izabel Guerra de Moraes, por todo seu apoio e amor incondicional. Ao meu pai, Victor Manuel da Nova Monteiro Esteves de Moraes, pelo excepcional exemplo de pai e cidadão, o qual seguirei pelo resto da vida. Ao meu irmão, Diogo Guerra Esteves de Moraes, pela grande ajuda no decorrer dos anos. À minha linda Raquel Maria Sebastião, pela compreensão, amor, carinho e dedicação nos momentos mais difíceis.

Às minhas tias: Alice, Carmem, Consuelo, Heloína, Maria de Lourdes e Maria Luiza, por acreditarem sempre no meu potencial. Não menos importante, ao meu primo e médico Luís Antunes, pela grande ajuda, especialmente nos dois últimos anos vividos em Ribeirão Preto.

À minha família de Ribeirão Preto, dentre eles, em especial, agradeço ao meu irmão Marco Aurélio Simei Benelli, cuja altura só perde para o tamanho de seu coração. À Ivana Iris Ribeiro Benelli e à filha Lara Benelli, duas pessoas iluminadas. Ao meu inestimável amigo Álvaro Benelli (Bentão), a pessoa mais forte e feliz que conheço. À Carmem Silvia Simei Benelli, cuja hospitalidade, muitas vezes me emocionou. Ao Ivan (Biliu), à Michelle e à Ana Laura Ribeiro (lindinha). Uma grande família de amigos que, com certeza, estão e estarão sempre em meu coração. Ao meu querido companheiro de peladas, Enzo Benelli, cuja alegria encanta a todos. Não menos importante, agradeço aos meus leais amigos nos jogos do Botafogo-RP (Pantera Negra), Leandro Simei Benelli e Erivaldo Jesus Fernandes (Tiozão). A minha estadia em Ribeirão Preto não seria a mesma sem vocês.

Aos meus melhores amigos: Marcus Mollo, Maria Fernanda Mollo, Lucas Vieira (Fuscão), Gustavo Guandalini, Pedro Penna, Juliana Penna, Manuel Sallovitz, Wilma Penna, Douglas Franchine, Victor Cerqueira (Muchebe), Tiago Val, Camila Adriane e Fernanda Giovanazzi, que sempre me apoiaram. Aos meus amigos e colegas de mestrado. Em especial, agradeço ao meu grande amigo, Bruno Arruda (Kash), pelo excepcional apoio e companheirismo em nossa “batalha” acadêmica.

Ao Prof. Dr. Walter Belluzzo Jr., pela excelente orientação e ajuda ao longo do meu trabalho, pela confiança depositada ao me recomendar para o Doutorado, um sonho que realizarei. Em especial, agradeço pela sua grande amizade.

Agradeço também ao Prof. Dr. Luiz Guilherme Scorzafave, meu primeiro orientador e presente na minha banca examinadora de qualificação. Ao Prof. Dr. Alex Luiz Ferreira, pela ajuda e confiança depositada desde o início do mestrado. Seguirei seu exemplo como professor e pesquisador no decorrer da minha vida acadêmica. Ao meu grande amigo Prof. Dr. Alexandre Nicolella, principalmente pelas dicas e por me aceitar em seu lugar de trabalho. Também agradeço aos demais professores do programa de mestrado em Economia Aplicada da FEA-RP pelas contribuições inestimáveis para o meu intelecto.

Por fim, agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e ao Observatório da Educação pela concessão da bolsa de mestrado, durante 24 meses.

RESUMO

MORAES, A. G. E. **O diferencial de notas entre as escolas públicas e privadas no Brasil: uma nova abordagem quantílica.** 2012. 68f. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto, Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto, 2012.

Este trabalho busca trazer robustez aos resultados observados em estudos comparativos entre escolas públicas e privadas do Brasil, que indicam uma maior capacidade da rede particular de ensino em gerar qualidade educacional. Para isso, uma abordagem quantílica, baseada na seleção em observadas, foi realizada. Vale ressaltar que, ao contrário de outras abordagens, a realizada nesta dissertação tem inferência assintótica. A base de dados utilizada foi a do SAEB de 2005, para as provas de matemática de oitava série. Novamente foi evidenciada uma superioridade das escolas privadas, mesmo controlando para diversas covariadas de alunos, professores e escolas. Este fato fortalece a possibilidade de implantação de políticas de cupons para escolas particulares, apesar de haver a necessidade de estudos adicionais sobre o assunto. Em relação às covariadas que reduziriam a distância entre as distribuições de notas de alunos de escolas públicas e privadas, constatou-se que fatores determinantes do grupo de alunos na escola e na sala (*peer group effects*) seriam os mais importantes. Isso corrobora com resultados de outros trabalhos que evidenciam a importância desses fatores para explicar a maior efetividade das escolas privadas em relação às escolas públicas.

Palavras-chave: 1. Brasil 2. Regressão Quantílica 3. Decomposição Contrafactual 4. Performance da Educação 5. Sistema Público de Ensino

ABSTRACT

MORAES, A. G. E. **The test scores differences between public and private schools in Brazil: a new quantile approach.** 2012. 68f. Dissertation (Master degree) – Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto, Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto, 2012.

This paper aims at bringing strength to the results observed in other studies that point out a larger ability of the private school network to generate quality education in Brazil. To achieve that result, this study applies a quantile approach based on the selection on observable variables. Note that unlike other approaches, the one applied in this dissertation has asymptotic inference. The data base used in this study was that of SAEB 2005 for math tests in the 8th grade. As in other studies, here again the superiority of the private schools was made evident, even though various students', teachers' and schools' covariates are controlled. This result strengthens the possibility of a policy of quotas for private schools, although additional studies on the subject are necessary. In relation to the variables that would reduce the distance between the grades distributions of students on public and private schools, peer group effects were observed to be the more important ones. These results are similar to the ones observed in other studies that point out the importance of the peer group effects to explain the higher effectiveness of the private schools in comparison to the public schools.

Keywords: 1. Brazil 2. Quantile Regression 3. Counterfactual Decomposition 4. Educational Performance 5. Public Education System

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Densidade de notas das escolas públicas e privadas	50
Figura 2 - Coeficientes das escolas públicas e privadas	55
Figura 3 - Decomposição de Oaxaca (1973) e contrafactual.....	57
Figura 4 - Efeito das covariadas individuais	60

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Descrição e análise descritiva das covariadas	46
Tabela 2 - Análise descritiva das notas	49
Tabela 3 - Desvios padrões entre quartis de notas Y	50

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO.....	8
2.	REVISÃO DA LITERATURA.....	12
2.1.	O mercado educacional	12
2.2.	A política de cupons para escolas privadas	15
2.3.	A eficiência do setor privado em relação ao público	17
2.4.	A competição educacional	19
2.5.	A efetividade das escolas privadas	22
2.5.1.	Diferencial de notas médias.....	23
2.5.2.	Ponto de vista quantílico.....	28
2.5.3.	A efetividade e políticas.....	32
2.6.	Os <i>peer group effects</i>	33
3.	METODOLOGIA.....	37
3.1.	Notação	37
3.2.	Os diferenciais entre ATE e QTE e as hipóteses de identificação	38
3.3.	Metodologia de Melly (2006a) para estimação do QTE	40
3.4.	Os efeitos das covariadas individuais.....	44
4.	BASE DE DADOS E ANÁLISE DESCRITIVA	45
5.	RESULTADOS	51
5.1.	Coeficientes das regressões quantílicas	51
5.2.	Decomposição de Oaxaca (1973) e análise contrafactual	56
5.3.	Efeito individual das covariadas	59
6.	CONCLUSÕES.....	61
7.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	64
8.	APÊNDICE	72
8.1.	Machado e Matta (2005)	72
8.2.	Firpo (2005)	73
8.3.	Chernozhukov e Hansen (2005): IVQR	74
8.4.	Melly (2006b) – SIVQR.....	75
8.5.	Melly (2006b) – MDIVQR.....	77

1. INTRODUÇÃO

Desde a realização do primeiro exame de proficiência do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) em 1995, vem surgindo um grande número de estudos sobre os determinantes das notas médias de alunos¹. O principal objetivo desses estudos é identificar a contribuição de características observáveis de alunos, professores e escolas, para orientar a formulação de políticas públicas para a melhoria da qualidade educacional. Em geral, esses estudos utilizam o conceito de função de produção escolar, através da qual são analisadas as notas dos alunos em testes padronizados – *proxy* mais comum na literatura para indicar qualidade educacional, dada a sua grande correlação com a capacidade cognitiva de alunos – em relação a insumos escolares.

Porém, em sua grande maioria, não se avaliou o diferencial de notas entre alunos de escolas públicas e privadas. É uma análise interessante, dado que caso haja uma superioridade no setor privado, fatores como práticas educacionais diferentes tenderiam a elevar as notas dos alunos de escolas públicas, podendo até gerar resultados com custos menores.

A maioria dos trabalhos que avaliam o diferencial de notas entre escolas públicas e privadas foi feito em países desenvolvidos. O primeiro grande trabalho foi realizado por Coleman *et al.* (1981) para dados americanos. Observou-se uma grande superioridade das escolas privadas em relação às públicas após o controle por várias características de alunos e escolas. Mais recentemente, Braun *et al.* (2006), também para os EUA, identificaram que após o controle por variáveis de grupos da escola (como nível sócio econômico médio da escola), conhecidas como *peer group effects*, o diferencial público/privado decresce, tornando-se irrisório para algumas séries e não significativo para outras.

Alguns trabalhos no mesmo sentido foram realizados para o Brasil. O primeiro parece ter sido realizado por Lockheed e Bruns (1990). Constatou-se resultados parecidos aos vistos em Braun *et al.* (2006) e que o diferencial médio de notas entre os setores caiu quando se utilizou variáveis agregadas das escolas na análise, apesar de ainda positivo a favor do ensino privado. Já em Albernaz *et al.* (2002),

¹ Dentre eles, destacam-se: Barbosa e Fernandez (2001), Menezes-Filho (2007) e Menezes-Filho e Ribeiro (2009).

demonstra-se que há melhor qualidade educacional para as escolas privadas, mesmo após incluir todas as covariadas de alunos e escolas na análise.

Apesar de esses estudos serem passíveis de críticas por terem sido realizados por meio de não-experimentos, sujeitos a viés, eles demonstram certa superioridade do setor privado em relação ao público com relação a efetividade, isto é, as notas das escolas particulares tendem a ser maiores que as notas das escolas públicas após o devido controle (geram maior qualidade educacional). Dessa forma, com a constatação da maior efetividade das escolas particulares no Brasil, será que a melhor política é copiar práticas de escolas privadas a fim de tornar o ensino público mais efetivo, sem mudar o caráter hierárquico do ensino fundamental, básico e médio brasileiro?

Para Friedman (1955), a melhor política seria a de cupons para escolas particulares. Nessa política, as famílias deveriam receber cupons do governo que permitissem mandar alguns de seus filhos para escolas particulares ao invés das públicas, pois se considerava a escola privada mais efetiva e eficiente² que a pública. Não menos importante, Milton Friedman também achava que a maior competição entre os setores e os efeitos da nova aleatorização entre os alunos nas escolas após a efetivação da política fariam com que o setor público se tornasse mais próximo ao privado, gerando melhoria geral na qualidade educacional da nação, a menores custos³.

Segundo McEwan (2000), quatro questões devem ser respondidas para que essa política de cupons para escolas particulares fosse pertinente. Primeiro, as escolas particulares são maiores geradoras de qualidade educacional (mais efetivas) em relação às públicas? Segundo, as escolas particulares são mais eficientes que as públicas? Terceiro, a maior competição entre escolas, após tal política, levaria as públicas a se tornarem mais efetivas e eficientes? Por fim, a nova aleatorização de alunos nos dois setores geraria resultados positivos na qualidade educacional em ambas as redes devido ao novo conjunto de características?

Dessa forma, seria interessante a investigação perante as quatro questões definidas acima, pois poderia ajudar a entender qual/quais das políticas descritas até

² Cabe notar que na literatura do diferencial público/privado, a noção de efetividade é diferente da de eficiência. A eficiência pode ser dividida em duas definições: a eficiência técnica, relacionada à melhor utilização de recursos escassos, e a eficiência preço, relativa a menores custos. Uma melhor distinção entre as duas definições de eficiência é realizada na revisão teórica.

³ Considerando aqui a definição de eficiência preço.

aqui, seriam cabíveis, isto é: a busca por fatores observáveis para a melhoria do ensino público; as diferentes práticas educacionais e administrativas do setor privado para melhoria do ensino público; a realização de uma política de cupons para escolas particulares.

Porém, devido à falta de dados abertos ao público perante ensino particular⁴ e custo por escola no Brasil, a avaliação sobre competição e eficiência preço⁵ é restrita, como ficará evidenciado mais a frente. Não menos importante, conforme mencionado, alguns trabalhos já foram realizados com relação a maior efetividade do setor privado no Brasil e o papel que os “peer group effects” tem nesse quesito. Por isso, nessa dissertação, avalia-se o diferencial de notas entre escolas públicas e privadas no Brasil em uma nova abordagem, uma metodologia quantílica que parece nunca ter sido utilizada para dados brasileiros.

A escolha por uma análise quantílica se deu por algumas razões. Primeiramente, apesar de a média ser uma boa aproximação em casos onde o diferencial de notas entre as escolas públicas e privadas sejam significativamente iguais ao longo da distribuição de notas, supõe-se que todos os alunos tenham características análogas ao do aluno médio. É uma suposição forte, pois são esperados alunos bem distintos nos extremos das distribuições de notas. Além disso, uma análise quantílica permite uma avaliação mais completa, pois se capta o diferencial de notas em toda distribuição condicional, permitindo também uma análise de fatores que determinam toda a distribuição de notas (levando a políticas de maior equidade educacional).

Vale ressaltar que, assim como para as notas médias, há análise quantílica sobre o diferencial público-privado no Brasil. Em Oliveira *et al.* (2009), por meio da metodologia de Machado e Matta (2005)⁶ e o SAEB 2005, os autores constataram a maior efetividade do setor privado em todos os quantis. Além disso, essa superioridade nas notas por parte do setor privado decresceu depois de levar em conta os *peer group effects* na análise, evidenciando o papel importante desses

⁴ Há somente dados sobre escolas particulares no SAEB, realizado a cada dois anos até 2005. Nele, tanto escolas particulares quanto as públicas presentes na base de dados são escolhidas por sorteio a cada ano de realização; assim, não há dados longitudinais por escola.

⁵ Há avaliações perante eficiência técnica é possível e já foi feita. Para melhores detalhes, ver

⁶ Metodologia da literatura de avaliação de políticas públicas que utiliza a decomposição de Oaxaca (1973). É um estimador paramétrico de simulação, baseado na hipótese de identificação seleção em observadas (CIA). Ele é descrito mais a frente na revisão teórica e no apêndice.

insumos para explicar esse diferencial de notas. O problema é que a abordagem acima não tem procedimentos para inferência assintótica.

Em suma, dado esses estudos para o Brasil e a maior gama de possibilidades de uma avaliação por meio da análise quantílica, este trabalho tem por fim complementar a investigação de Oliveira *et al.* (2009), todavia, com a metodologia de Melly (2006a) para a mesma base de dados.

Melly (2006a) propôs dois estimadores baseados na hipótese de identificação da seleção em observadas (CIA) para o diferencial quantílico, sendo um paramétrico e um semi-paramétrico e deriva suas propriedades, permitindo inferência assintótica. Utilizou-se nessa dissertação a versão paramétrica por dois motivos. Primeiramente, permite um número muito superior de covariadas, algo essencial para haver o devido controle para compara notas entre o setor público e privado. Em segundo lugar, segundo Melly (2006a), a versão paramétrica é comparável assintoticamente ao estimador Machado e Matta (2005). Desta forma, os resultados encontrados nessa dissertação gerarão robustez aos resultados encontrados em Oliveira *et al.* (2009).

Por fim, os diferenciais deste trabalho em relação ao de Oliveira *et al.* (2009), além da utilização de nova metodologia, são: uso de um nível socioeconômico⁷ ao invés da renda per capita, estimada via dados da Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (PNAD), como controle e a utilização de covariadas relativas ao grupo de alunos da escola (*peer group effect*) presentes em outros trabalhos realizados para o Brasil.

Esta dissertação está dividida em seis partes. Na próxima seção encontra-se a revisão da literatura, que inclui a discussão sobre trabalhos teóricos e empíricos a respeito do tema. Na sequência, será definida a metodologia utilizada. Na quarta seção, será feita uma análise descritiva dos dados utilizados. Na quinta seção, serão mostrados os resultados e, por fim, seguem-se as conclusões.

⁷ Modo de cálculo do nível socioeconômico e outras covariadas utilizadas no trabalho serão devidamente apresentados na parte que trata da base de dados e análise descritiva dos dados.

2. REVISÃO DA LITERATURA

Este capítulo está dividido em duas partes. Inicialmente, será feita uma revisão teórica do tema, definindo-se como é o mercado educacional, a política de cupons para escolas particulares e as metodologias utilizadas para avaliar as quatro questões apresentadas na introdução. Em seguida, a revisão empírica, com discussão dos trabalhos realizados sobre a questão.

2.1. O mercado educacional

Se as escolas públicas fossem tão efetivas quanto as escolas particulares, todos os pais escolheriam as públicas por serem sem custos, além dos impostos. Porém, escolas particulares existem para atender uma demanda específica por um ensino que as públicas não podem oferecer, onde pais elevam seus custos variáveis para que seus filhos tenham educação em um ambiente mais distinto. Por exemplo, alguns pais acreditam que o melhor ensino é baseado na ética religiosa, assim, matriculam seus filhos nessas escolas, que são normalmente privadas. Já outros pais acham o ensino privado um bom investimento, pois tem filhos com elevada capacidade cognitiva.

No Brasil, ao contrário da maioria dos países desenvolvidos, a escolha entre setor público e privado é um pouco diferente. Segundo Curi e Menezes-Filho (2010), essa decisão está muito relacionada à baixa qualidade educacional do sistema público de ensino. Assim, mesmo famílias com renda mais baixa, gastam 10% de suas receitas com o ensino fundamental e médio dos filhos. Vale ressaltar dois fatores nesse resultado. Primeiro, 3,5% dos alunos do ensino particular podem ser classificados como pertencentes a famílias com baixa renda. Assim, o fator renda é muito importante nessa decisão, fortalecendo o papel da baixa qualidade do ensino público na escolha dos pais. Segundo, esses pais com menor renda, que colocam seus filhos em escolas particulares, têm maior educação. Logo, parte desse resultado é explicando pela busca familiar por uma oferta mais diversificada de ensino.

Independentemente desse resultado, é necessário entender como é feita a escolha entre ensino público e privado. Por isso, será avaliado um modelo de demanda e oferta educacional específico.

Com base no modelo de demanda familiar por educação de Lankford e Wyckoff (1992)⁸, supõe-se um ambiente onde há 2 escolas, uma pública (variáveis indexada por “1”) e uma privada (variáveis indexada por “0”). A utilidade é função dos resultados educacionais dos filhos⁹ (variável Y , com preço p_Y ¹⁰) e do consumo de bens e serviços não educacionais (variável C , com preço p_C), ambos restringidos pela renda¹¹ líquida de impostos (Variável R). Assim, tem-se que a utilidade da família i , derivada por meio da escola j é $U_{ij} = f(Y_j, C_{ij}, \epsilon_{ij})$, onde ϵ_{ij} é uma variável aleatória (fatores não observados geradores de utilidade), tornando a utilidade também em uma variável aleatória. Desta forma, a probabilidade da família i escolher a escola privada é: $P_{i0} = P(U_{i0} \geq U_{i1})$.

Ao fim, pais escolhem a cesta de insumos ótima (recursos educacionais e consumo de bens e serviços não educacionais) para maximizar sua esperança de utilidade restrita à renda. O aluno vai para a escola particular se e somente se $E(U_{i0}) > E(U_{i1})$. O problema de maximização das famílias pode ser visto abaixo:

$$\max_{Y_j, C_{ij}} E(U_{ij}) = P_{ij} U_{ij} \quad (1)$$

$$\text{Sujeito a: } p_{Y_j} Y_j + p_{C_{ij}} C_{ij} \leq R_i \quad (2)$$

No modelo *Ceteris Paribus*, o aumento da mensalidade escolar (p_Y) tende a diminuir essa utilidade, devido ao menor consumo de bens e serviços não educacionais. Isso explica o fato de a variável C ser indexada pela escola na função utilidade, assim, a utilidade é função indireta de C . Já o aumento dos resultados educacionais tende a elevar a esperança da utilidade, também com tudo o mais constante.

⁸ Versão simplificada do modelo. Ver também McEwan (2000).

⁹ Exemplos disso seriam: as notas dos filhos em provas, a probabilidade dos filhos irem à faculdade etc.

¹⁰ Para escolas públicas, o preço é nulo.

¹¹ Considere que intrínseco à renda, está a região onde os pais moram e outros fatores que podem restringir a escolha dos pais com relação ao tipo de escola a matricular os filhos. Por exemplo, cidades menores têm menor oferta de escolas particulares em relação às capitais, devido à menor demanda pelos serviços.

O insumo mais importante nessa escolha, os resultados educacionais produzidos pelas escolas, dependem basicamente de dois fatores, os quais elevam os resultados educacionais. Primeiramente, o nível de insumos escolares (Variável S). Por exemplo: número de alunos por sala ou características do grupo de alunos na escola, como a escolaridade média das mães dos alunos (conhecidos como *peer group effects*). Não menos importante, depende também do nível de esforço das escolas (Variável SE), isto é, a capacidade de gerar aprendizado em certos níveis específicos de fatores (insumos como o número de professores com pós-graduação, por exemplo). De forma mais formal, pode-se identificar o resultado educacional como $Y = g(S, SE)$.

Já as escolas públicas e privadas maximizam um dado conjunto de objetivos, variando para cada tipo de escola e, formando, assim, a oferta. Segundo Manski (1992), com relação às escolas públicas, seus administradores escolhem uma cesta de insumos visando o bem-estar de alunos (mais livros, por exemplo) e funcionários (como salários e outros benefícios). Já as escolas privadas podem ser divididas em três grupos. As não baseadas no lucro, como as religiosas, que têm outros valores além dos monetários, como a maior relação com as famílias dos alunos por meio da religião; aquelas que maximizam lucros não observados como benefícios aos administradores e, por fim, as maximizadoras de lucro.

No geral, as escolas maximizam suas funções objetivo $h(S, SE)$, pela combinação de insumos e esforço para o ensino. No caso das privadas, as características do grupo de alunos da escola podem entrar nesses insumos, via provas de admissão¹², algo comum no Brasil. Quanto às restrições das escolas, todas estão condicionadas aos preços dos insumos p_s (salários de professores e outros funcionários, por exemplo) e a legislação educacional do governo. Os setores público e privado podem ser sujeitos a diferentes insumos (diferentes sindicatos de professores e/ou diferentes planos de carreiras para os funcionários) e legislação, assim como de outras formas de receitas (variável RS^{13}) que variam desde verba governamental das públicas até doações para escolas privadas.

Em suma, pelo lado da oferta, temos para a escola j o seguinte problema de maximização. Fruto dele se gera o resultado educacional Y .

¹² Algumas escolas federais públicas adotam o mesmo procedimento. Vale ressaltar que esse procedimento é uma fonte de viés de seleção, onde a escolha da escola está relacionada a fatores não observáveis das notas dos alunos em testes padronizados.

¹³ Considere que intrínseco a receita da escola esta a legislação que ela esta sujeita.

$$\max_{S_j, SE_j} h(S_j, SE_j) \quad (3)$$

$$\text{Sujeito a: } p_S S_j + p_{SE} SE_j \leq RS_j \quad (4)$$

Por fim, pela relação entre demanda e oferta educacional são gerados: o preço de equilíbrio da educação privada e o número de inscrições para os setores público e privado.

A grande questão agora seria: Esse mercado é efetivo e eficiente? Segundo Hanushek (1986) e McEwan (2000), críticos do ensino público acreditam que em um modelo assim, onde há maioria de matrículas em escolas públicas, isso não é verdade. Assim como descrito na introdução, esses críticos se atêm a resultados empíricos que favorecem a maior participação da educação privada no país, dado que consideram a escola privada geradora de maior qualidade educacional a menores custos. Para alguns autores, o meio mais plausível de corrigir o mercado educacional descrito acima seria por meio de uma política de cupons para escolas privadas, pois acreditam que isso melhoraria também o ensino público.

Desta Forma, abaixo se define a política de cupons para escolas privadas e como o mercado reagiria com a implantação de tal política.

2.2. A política de cupons para escolas privadas

Milton Friedman foi um dos grandes defensores da política de cupons para escolas públicas¹⁴. Para ele, em um ambiente onde as escolas públicas recebem verbas pelo número de matrículas efetuadas, deveria haver um plano governamental para que as famílias pudessem escolher entre escolas públicas e privadas, por meio de cupons. Com isso, os dois setores teriam suas receitas definidas pelo governo por meio do número de matrículas.

Milton Friedman acredita que, assim como no mercado privado, a educação deveria estar em um ambiente competitivo. Após a implantação da política, espera-se que o número de escolas particulares maximizadoras de lucro aumente, ganhando maior participação na educação do país. Assim, são esperados três tipos

¹⁴ Chubb e Moe (1990) defendem a política que restringe o número de cupons para famílias de baixa renda. Outros formatos de políticas de cupons podem ser vistos em Cookson (1994) e Weels (1993).

de escolas com mais alunos: as públicas, as privadas não maximizadoras de lucro (como as religiosas) e as privadas maximizadoras de lucro. Com isso, as escolas públicas teriam que melhorar seus resultados, a fim de se manterem no mercado educacional com um número mínimo de inscrições.

Isso só teria fundamento se o setor privado fosse realmente superior ao público em geração de qualidade educacional; além de ser mais eficiente. Para Friedman (1955), a política em questão era vista com bons olhos, caso imposta com algumas restrições sobre as escolas como uma grade curricular parecida e um número máximo de alunos por sala. Para ele, conforme McEwan (2000), regulações deveriam ser impostas para manter um padrão educacional mínimo em qualquer tipo de escola presente no mercado.

Um grande exemplo prático de tal política pode ser visto no Chile, durante o governo militar em 1980. O governo militar chileno realizou uma reforma educacional se baseando na ideia de Friedman (1955). Como esperado por Friedman, o número de escolas particulares maximizadoras de lucro aumentou, assim como o número de matrículas para estas instituições, segundo McEwan e Carnoy (2000).

Tendo o mercado educacional descrito anteriormente em mente. Como a implantação de uma política de cupons para escolas particulares afetaria esse modelo e o equilíbrio do mercado educacional?

Segundo McEwan (2000), pelo lado da demanda, isso representaria uma renda familiar extra, com preços mais baixos para enviar seus filhos às escolas particulares¹⁵. No curto prazo, famílias escolheriam escolas particulares ao invés das públicas, caso aquelas fossem realmente mais efetivas do que essas, mudando as receitas entre os setores. Isso naturalmente geraria novos grupos de alunos nas escolas (novo *peer group effects*), dependendo do tipo de alunos que migrariam entre os setores. Considerando os *peer group effects* importantes para a qualidade educacional, algo muito evidenciado em estudos por gerarem condições mais favoráveis ao ensino, os efeitos nos setores variam. É esperado que alunos de famílias de baixa renda, restritos a escolas públicas de baixa renda, sejam os primeiros a migrarem; além de alunos de famílias de elevado nível socioeconômico, com preferência por educação de qualidade e maior acesso a informação. Assim, é difícil prever os resultados, pois, teoricamente, o primeiro caso diminuiria a qualidade

¹⁵ Haveria ainda outros custos, como custos de transporte.

educacional do setor privado e o segundo, poderia elevá-lo. Já para o setor público, um efeito contrário é esperado.

No longo prazo, devido ao aumento de matrículas para escolas privadas, que geraram incentivos à entrada de novas escolas no mercado, haveria mais escolas particulares maximizadoras de lucro do que antes. Essa maior competição tenderia a diminuir as receitas das piores escolas particulares e públicas, devido ao menor número de matrículas, forçando com que estas melhorem seus resultados educacionais e/ou diminuam os custos, até copiando práticas educacionais das melhores escolas.

Assim, devido aos efeitos de curto e longo prazos da política de cupons para escolas particulares, as quatro questões vistas na introdução se apresentam. Porém, como responder todas elas não é objetivo principal dessa dissertação, será realizada a frente uma sucinta discussão sobre a eficiência do setor privado em relação ao público e sobre os efeitos da competição entre os setores. Depois, serão discutidos com mais afinco os quesitos relacionados à maior efetividade do setor privado em relação ao público e os efeitos dos *peer group effects* sobre as notas.

2.3. A eficiência do setor privado em relação ao público

Segundo McMahon (1982), há duas definições de eficiência cabíveis na comparação entre escolas públicas e privadas. A primeira, eficiência técnica, dita que a escola mais eficiente tecnicamente produz o máximo de produto para um dado número de insumos, enquanto a menos eficiente tecnicamente produz menos com o mesmo número de insumos. Assim, é relacionada à melhor utilização de recursos escassos. A segunda, eficiência preço, define que a escola mais eficiente nesse quesito é aquela que escolhe a melhor cesta de insumos, a fim de reduzir custos para um produto fixo, tendo favorecimento a insumos com preços menores em relação aos seus benefícios marginais. Desta forma, esta relacionada à minimização de custos.

Na literatura, normalmente se utiliza a eficiência preço para comparar escolas privadas e públicas. Segundo McEwan (2000), a comparação entre os custos nos dois setores é difícil, devido aos erros de medidas intrínsecos das variáveis utilizadas como *proxy* para custo, o que tornam a comparação muito discutível. Por exemplo, utilizar-se do pagamento das mensalidades ou gastos monetários das

escolas como variáveis de custo pode levar a resultados errôneos, já que escolas privadas tendem a ter outras fontes de rendas como doações ou menores custos, como é o caso da utilização de padres como professores em escolas católicas, recebendo salários abaixo do nível do mercado. Mesmo variáveis muito utilizadas nessa comparação, com os custos por aluno, estão sujeitas a erros de medida, dado que se tende a ser mais custoso ensinar crianças de menor renda e com pais de menor escolaridade, em maioria nas escolas públicas.

Exemplos de trabalhos que realizam uma simples comparação de eficiência para os EUA são vistos em Coleman e Hoffer (1987) e Hoxby (1998), encontrando superioridade do setor privado. Para países em desenvolvimento, Cox e Jimenez (1991) para a Colômbia e Tanzânia, Jimenez *et al.* (1991) para a República Dominicana e Kingdom (1996) para a Índia encontram resultados similares aos americanos. Vale notar que esses estão sujeitos a erros de medidas, conforme explicado acima.

Em razão desses problemas, a solução encontrada foi a utilização da estimação de funções-custo, encontrando os diferenciais de custos ao manter certas características das escolas e dos alunos constantes na análise como nível socioeconômico ou preços dos insumos educacionais.

Por meio das funções-custo, Jimenez (1986) para a Bolívia e Paraguai, James *et al.* (1996) para a Indonésia e McEwan e Carnoy (2000) para o Chile encontram superioridade de eficiência preço das escolas particulares.

Com relação à eficiência técnica, parece que a melhor forma de realizar a comparação é por meio da estimação da fronteira de eficiência das escolas em função dos insumos locais e comparar as distâncias das escolas públicas e privadas em relação aos diversos pontos da fronteira. Seria um trabalho interessante comparar as escolas públicas e privadas em relação à eficiência técnica para o Brasil.

Tendo em mente as definições, um ponto importante a ser respondido seria: o que aconteceria com a eficiência entre os dois setores após a implantação da política de cupons para escolas particulares?

Segundo McEwan (2000), supondo que a comparação entre a eficiência dos dois setores esteja correta e a escola particular seja, de fato, mais eficiente em relação à pública, não é esperado que os custos se mantivessem inalterados ao longo do tempo. Com a entrada de um grande número de alunos de menor nível

socioeconômico nas escolas particulares, é razoável esperar um aumento de custos. Por exemplo, segundo Hoxby (2000), o nível socioeconômico médio da sala pode afetar a disciplina e a atmosfera na sala de aula negativamente, podendo haver pressão de professores por aumento dos salários devido a maior dificuldade de ensinar em condições menos favoráveis ao aprendizado. Além disso, geram-se novos custos, como de transporte (crianças podem se inscrever em escolas de regiões diferentes das quais vivem). Assim sendo, é difícil prever a questão da eficiência para tal política.

2.4. A competição educacional

Assim como ocorre com o diferencial de eficiência, há muita discussão sobre os efeitos da competição pós-política de cupons. Considerando o mercado educacional descrito anteriormente, Manski (1992), por meio de um modelo computacional, simula as respostas dos agentes na educação em função de uma política de cupons para escolas particulares. Supondo que as escolas públicas maximizam o diferencial entre gastos educacionais totais e gastos valorizados por alunos¹⁶ e que as escolas particulares estão sujeitas a competição perfeita, mantendo seu nível de eficiência após a introdução da política de cupons, os alunos migrariam do setor público para o privado. Segundo McEwan (2000), para evitar um êxodo de alunos, escolas públicas ineficientes deveriam aumentar gastos valorizados dos alunos (única fonte de utilidade dos estudantes), sem aumentar os gastos monetários (troca-se gastos com insumos para funcionários, por exemplo, por gastos por insumos valorizados por alunos), a fim de manter um mínimo de alunos matriculados. Assim, tornar-se-iam mais eficientes em preços¹⁷, dado que há menos alunos nas escolas públicas após a política de cupons.

Outras vertentes avaliam os resultados de forma diferente. Para Kane (1996), ao introduzir o monitoramento de pais como fator gerador de eficácia, a maior eficiência gerada pela competição teria seus efeitos sobrepujados em razão dos

¹⁶ São insumos escolares como livros, uniformes e etc. Incluem-se aqui também gastos com insumos que não geram maior qualidade educacional.

¹⁷ Segundo McEwan e Carnoy (2000), a política de cupons pode ser vista com bons olhos por certos países em desenvolvimento, com recursos restritos. Se a qualidade educacional geral não varia, mas há redução nos custos devido à maior eficiência gerada pela competição, haverá mais recursos para outras fontes de investimentos.

maiores gastos educacionais das escolas públicas, devido ao novo fator introduzido no modelo.

Para avaliar empiricamente os efeitos da competição entre os setores, a maior parte das metodologias utilizadas é baseada em modelos de regressão. Essas metodologias tentam captar o efeito marginal da variável independente de interesse, uma *proxy* para competição educacional (número de escolas particulares em certa região, porcentagem de matrículas para escolas particulares etc.). Além dessa variável, são utilizadas outras covariadas para controle (aspectos da comunidade definidores de oferta e demanda por escolas privadas, nível socioeconômico dos alunos etc.).

As metodologias em questão podem ser divididas em dois grupos. Primeiro, as baseadas na hipótese de seleção em observadas¹⁸ (CIA). Segundo, as que se utilizam de instrumentos para corrigir o problema de não ortogonalidade. Em ambos os casos, os resultados são discutíveis.

Mesmo com um grande número de covariadas, o controle pode ser imperfeito se fatores não observáveis da comunidade são correlacionados com o número de escolas privadas. Não menos importante, segundo McEwan (2000), em regiões onde há um grande número de escolas particulares, porém com escolas públicas de baixa qualidade, as matrículas para escolas particulares podem levar, por causalidade, a melhoria na qualidade da educação geral. Não levar isso em conta pode indicar, de forma errônea, que o efeito da competição é positivo.

Exemplo de trabalho que utilizam a hipótese de identificação CIA pode ser visto em Arum (1996) para os EUA. Utilizando um modelo MQO para explicar a nota individual do aluno e a porcentagem de matrículas para escolas particulares para os estados como *proxy* para a competição, encontra-se resultados favoráveis à competição. Porém, os resultados têm que ser avaliados com ressalvas. Por exemplo: há a possibilidade de viés de variável omitida; além de que, Arum (1996) utiliza como *proxy* de competição uma variável agregada por estado, comum a todas escolas no estado, algo pouco plausível.

Já o controle por variáveis instrumentais, utilizando-se de fatores correlacionados com o número de escolas particulares e não correlacionados com

¹⁸ Ao se controlar por fatores observados que determinam a variável de interesse (no caso, competição entre setores), o efeito parcial de interesse estimado é não viesado, pois o restante da variabilidade do modelo pode ser considerado aleatório.

os resultados educacionais não explicados pelas variáveis independentes, também está sujeito a questionamentos. Se o instrumento utilizado não segue o padrão necessário, os efeitos marginais de interesse estimados podem ser mais viesados do que estimações baseadas em metodologias com a hipótese de seleção em observadas. Como exemplo desse problema para os EUA, estudos utilizam-se da porcentagem de católicos na região como instrumento, dado que historicamente, a maioria das escolas privadas é católica. Porém, é difícil garantir que este instrumento não seja correlacionado com a parte não observada dos resultados educacionais dos estudantes. Se famílias católicas são naturalmente mais duras com seus filhos, cobrando melhores notas, o instrumento não retira o viés relativo à variável competição.

Um trabalho interessante utilizando instrumentos pode ser visto em West e Wöbmann (2008). Os autores, por meio de um fato histórico sobre a igreja católica, constroem o instrumento utilizado. A igreja católica era desfavorável à educação em massa sem fundamentos católicos no fim do século XIX. Por isso, em países de maioria católica, houve o nascimento de escolas particulares instituídas pela igreja. Assim, em seu trabalho com variáveis *cross-country*, West e Wöbmann (2008) utilizam-se da porcentagem de católicos em 1900 como instrumento para explicar a porcentagem de alunos matriculados em escolas particulares em 2003. É um bom instrumento, dado que parece ser não relacionado com fatores não observáveis das notas de alunos no PISA em 2008, além de ser relacionado ao número de escolas particulares e, por consequência, a porcentagem de alunos matriculados nelas. Os resultados para um MQO 2 estágios indica que a competição gera resultados positivos para a eficácia. Em uma análise similar, porém considerando os gastos por alunos como variável dependente, os autores concluem que a competição gera diminuição em tais gastos, isto é, a competição parece gerar maior eficiência educacional.

Apesar dos resultados descritos acima favorecerem a competição, é muito difícil captar os efeitos desta após a realização da política de cupons para escolas particulares, pois quase todos os trabalhos são baseados em estudos não experimentais, sujeitos aos questionamentos acima. No Chile pós-políticas de cupons, por exemplo, pesquisas indicam que a maior efetividade não é vista, apesar da eficiência ter melhorado.

2.5. A efetividade das escolas privadas

Para que as escolas privadas sejam consideradas mais efetivas em relação às públicas, não basta realizar uma simples diferença entre resultados educacionais. Para se captar o real diferencial de efetividade entre os dois setores, há duas abordagens: realizar um experimento aleatório, comparando estudantes similares em diferentes condições de tratamento¹⁹ ou utilizar metodologias para avaliação não experimental²⁰.

Em experimentos, a avaliação do diferencial público / privado é realizado de forma a tornar cada aluno com a mesma probabilidade de ser designado a uma escola pública ou privada, independentemente de suas características. A escolha aleatória implica que há mínima diferença entre o grupo de tratados e controle e as diferenças entre os dois setores são exclusivamente devidas à escola.

Há poucos exemplos de experimentos. Peterson *et al.* (2000) avaliaram o programa piloto da cidade de Nova York, iniciado em 1997. Foi uma política em pequena escala, em que famílias de baixa renda matriculavam seus filhos para receber bolsas para irem a escolas particulares (de qualquer tipo). A escolha do grupo de tratamento (alunos designados para escolas particulares) e controle (alunos designados para escolas públicas) fora feita de maneira aleatória e as notas diretamente comparadas. Constatou-se maior eficácia do setor privado com relação às quarta e quinta séries do ensino fundamental para matemática e leitura, respectivamente. Apesar dos resultados a favor do ensino privado, a magnitude do efeito foi pequena, com um quarto de desvio-padrão. Ao considerar todo ensino fundamental, os resultados foram não significativos para matemática e irrisórios com relação à leitura.

Houve outros dois programas similares ao de Nova York. Howell e Paterson (2000) analisaram um programa para Dayton (Ohio) iniciado em 1998. A maior eficácia do setor privado só ficou evidenciada para alunos negros em matemática, também com dimensão pequena (um quinto de desvio-padrão). Wolf *et al.* (2000) encontraram resultados similares para o programa de Washington

¹⁹ Tratamento, neste caso, segue a definição da literatura de avaliações de políticas públicas, em que um indivíduo é considerado tratado se recebeu o tratamento (por exemplo, ir à escola particular) ou é considerado do controle (ir à escola pública).

²⁰ Neste caso, controla-se por variáveis que determinam se o aluno irá ou não para a escola privada, ou por meio da hipótese de identificação da seleção em observadas (CIA) ou, ainda, pelo uso de instrumentos. Assim, o restante da variabilidade do modelo é aleatório.

DC. Em suma, constatou-se maior eficácia do setor privado para negros em algumas séries do ensino fundamental. Interessante notar que não há resultados significativos para estudantes de baixa renda não negros. Nos EUA, dentre as minorias, alunos negros tendem a ter pais com maior escolaridade. Logo, segundo McEwan (2000), características familiares dos alunos podem ser responsáveis pelos resultados.

A maioria dos estudos se baseia em não-experimentos, tendo um grande número de metodologias empregadas tanto para o diferencial médio de resultados educacionais quanto no âmbito quantílico. Na próxima seção, serão discutidas as metodologias para as notas médias²¹ (subdivididas pelas hipóteses de identificação), com trabalhos empíricos realizados para países desenvolvidos e em desenvolvimento. Na seção posterior, o mesmo será realizado para o âmbito quantílico. Por fim, uma discussão sobre como os efeitos desses resultados podem gerar novas políticas públicas.

2.5.1. Diferencial de notas médias

O primeiro grande trabalho que avalia o diferencial de notas médias entre alunos de escolas públicas e privadas foi efetuado por Coleman *et al.* (1981) para dados *cross-section* americanos. Em seus resultados para uma regressão via MQO com uma *dummy* indicadora de tratamento T (ser de escola privada) e outros insumos educacionais, as escolas privadas geram maior qualidade educacional do que as públicas. Esse trabalho foi alvo de muitas críticas. Segundo Alexander e Pallas (1985) e Hanushek (1986), as principais são: má composição do controle (uso inadequado de controles individuais de alunos e características familiares); viés de variável omitida (não utilizar algumas variáveis de professores e escolas) e viés de especificação (considerar que o efeito de covariadas é análogo para os dois setores). Não menos importante, os autores não levaram em conta que o diferencial de notas pode simplesmente refletir o fato de que escolas particulares tendem a ter alunos já melhores inicialmente (com melhores aspectos familiares e socioeconômicos), isto é, problema de viés de seleção.

²¹ Neste caso, o objetivo é encontrar o ATE (efeito médio do tratamento) ou o ATT (efeito médio do tratamento para os tratados). Para o caso quantílico, busca-se o QTE (efeito tratamento quantílico) e o QTT (efeito tratamento quantílico para os tratados).

Após tais críticas, novas metodologias e controles foram utilizados para avaliar o real diferencial de notas entre os dois setores.

Com relação aos controles, uma grande evolução foi a utilização de dados de painel, que além de conter variáveis passadas, captando a qualidade do estudante antes da realização do teste a ser avaliado, retira efeitos fixos da análise (fatores não observados que influenciam as notas dos alunos e são fixos no tempo). Outra evolução foi incluir na análise dados de grupo (fatores como o nível socioeconômico médio da escola e sala de aula), pois são esperadas melhores covariadas para o grupo das escolas particulares.

Com relação às metodologias com a hipótese de identificação de seleção em observadas (CIA), destacam-se três metodologias.

Primeiramente, as baseadas na decomposição de Oaxaca (1973), em que se estimam funções de produção escolares distintas para os dois setores, diminuindo consideravelmente a possibilidade de viés de especificação e estimando o diferencial de notas entre alunos com características parecidas. Vale ressaltar que, neste caso, o problema de viés de seleção ainda é possível, caso fatores não observados determinem se o aluno irá para escola pública ou particular.

Outra metodologia que pode se destacar é a utilização do método MQO ponderado por *propensity score matching*. O *propensity score* é a probabilidade de o indivíduo receber o tratamento após o controle por diversas covariadas que determinam o tratamento. No modelo, tanto os alunos de escolas particulares quanto os de públicas têm um valor associado a essa probabilidade. “O procedimento atribui pesos diferenciados para os estudantes do controle, de acordo com as características e as probabilidades de frequentar uma escola privada. A metodologia é duplamente robusta e tem a vantagem de conduzir a um ganho adicional de robustez devido à remoção do efeito direto das variáveis omitidas (regressão) e ao reduzir a correlação entre as variáveis omitidas e incluídas (reponderação)” (FRANÇA E OLIVEIRA, 2010, p. 378).

Em um âmbito mais atual, uma metodologia utilizada são modelos hierárquicos lineares (MHL). Neste procedimento em dois níveis, o primeiro nível estima as notas médias para cada escola, controlando para características individuais de seus alunos (efeito intraescolar); no segundo nível, características escolares (entre elas uma *dummy* indicadora de setor da escola que capta o efeito privado) são colocadas em uma regressão, a fim de explicar as notas médias

estimadas no primeiro nível (efeitos entre escolas). Segundo Albernaz *et al.* (2002), levar esta estrutura de estimação em conta pode induzir a resultados diferentes do usual, dado que, ao considerar todas variáveis (agregadas e individuais) em um só nível, há subestimação do efeito das variáveis agregadas.

Com relação às metodologias baseadas em variáveis instrumentais para a remoção do viés de seleção, destacam-se duas abordagens.

Primeiramente, o procedimento em dois estágios de Heckman (1979) de correção de viés de seleção. Neste caso, o primeiro estágio é um modelo *probit* para a probabilidade de o aluno ir para uma escola particular; já no segundo estágio, explica-se o diferencial de notas dos alunos com o possível viés retirado por meio da razão inversa de Mills como controle. O grande problema desta metodologia é a necessidade de um instrumento que seja correlacionado à escolha do tipo de escola e que não esteja ligado ao erro da equação das notas, assim como ocorre com a avaliação dos efeitos da competição entre escolas públicas e privadas²².

Outra abordagem utilizada foi o modelo LATE (efeito tratamento médio local) de Imbens e Angrist (1994). Com um método parecido ao MQO 2 estágios, utiliza-se de instrumentos para avaliar o diferencial de nota na parcela da variabilidade que é considerada aleatória (segundo estágio). Desta forma, há necessidade de instrumentos bem comportados, assim como o modelo definido acima. Uma hipótese de identificação utilizada, a monotonicidade²³, implica que o diferencial de notas estimado seja calculado para os *compliers* (alunos que recebem o tratamento se escolhidos ou não, caso não escolhidos). Assim, o efeito estimado é restrito só a uma parcela da população, o que não é interessante se o objetivo for a avaliação do diferencial de notas para toda população.

A maioria dos estudos empíricos se foca em países desenvolvidos e alguns deles serão citados abaixo.

Tomando como base os EUA, Grogger e Neal (2000), por meio de MQO com diversos controles, evidenciam maior efetividade das escolas católicas no terceiro ano do ensino médio para toda amostra, com maior efeito para alunos brancos de áreas suburbanas em matemática. Stevans e Sessions (2000), utilizando o

²² Na literatura, assim como ocorre na avaliação dos efeitos da competição entre setores, a maioria dos trabalhos se utiliza da religião como instrumento. Ela pode estar relacionada a fatores não observados dos resultados educacionais, o que tornaria a análise da eficácia por meio de instrumentos viesada.

²³ O efeito do instrumento na decisão de participar do tratamento é igual para todos os indivíduos.

procedimento em dois estágios de Heckman (1979), com a presença de resultados e covariadas de provas anteriores como controles, identificaram maior eficácia das escolas privadas somente para alunos brancos (efeito pequeno), não para alunos de classes menos favorecidas. Desta forma, assim como ocorreu no estudo anterior, não há evidências de maior igualdade educacional com a política de cupons; além de se constatar que, mesmo para alunos brancos, escolas particulares não foram tão diferentes das públicas. Mais recentemente, por meio do modelo hierárquico linear (MHL), Braun *et al.* (2006) identificam que, quando não há controles para variáveis intra e entre escolas, os resultados indicam grande efetividade do setor privado em relação ao público. Todavia, com tais covariadas em contexto, o efeito privado se torna nulo para matemática e leitura, indo contra uma política de cupons.

Para a Austrália, Willian e Carpenter (1991), utilizando-se de metodologia parecida com a vista em Coleman *et al.* (1981), identificando superioridade do setor privado.

Já com relação aos países em desenvolvimento, o número de trabalhos empíricos diminui consideravelmente. Por meio procedimento em dois estágios de Heckman (1979), Cox e Jimenez (1991) avaliam a eficácia das escolas particulares na Colômbia e Tanzânia. Como instrumentos, os autores utilizam resultados em testes passados dos alunos, uma *proxy* para habilidade prévia dos mesmos. Apesar de a Colômbia e a Tanzânia terem diferentes visões perante o ensino²⁴, para ambas a escola privada foi vista como mais eficaz, mesmo após utilização de diversas especificações de modelos. Em comum a eles é a diminuição do efeito com os *peer group effects* entrando na análise, evidenciando seu papel na geração da qualidade de educação.

Somers *et al.* (2004), por meio do MHL, avalia a eficácia de diversos países latino-americanos, entre eles, Brasil, Argentina e Chile. Com um modelo sem controle intraescola e entre-escolas, o diferencial de notas entre o setor privado e público é muito grande em todos os países da pesquisa. Ao se colocar variáveis relativas ao passado do aluno no primeiro nível, a efetividade do setor privado decresce bastante. Com variáveis *peer group effects* no segundo nível, em alguns países como o Brasil, o efeito marginal da escola particular se torna não significativo.

²⁴ Na Colômbia, a escolha da escola é hierárquica. Alunos com pais de maior renda vão para a escola privada, vista na sociedade como a de melhor qualidade. Já na Tanzânia, a escolha é meritocrática. Os alunos devem fazer testes para entrar nas melhores escolas e as públicas são mais valorizadas pela sociedade.

Para o Brasil, o primeiro trabalho que avalia o diferencial de notas entre escolas públicas e privadas parece ter sido realizado por Lockheed e Bruns (1990), para as cidades de Curitiba, Fortaleza, Salvador e São Paulo. Nele, por meio do MHL, constatou-se resultados parecidos aos vistos em Braun *et al.* (2006) e que o diferencial de notas entre os setores caiu quando se utilizou variáveis agregadas das escolas na análise. Albernaz *et al.* (2002), com a mesma metodologia, para a base de dados do SAEB de 1999, demonstra que há melhor qualidade educacional para as escolas privadas, mesmo após incluir todas as covariadas de alunos e escolas na análise. Em comum aos dois trabalhos se tem a constatação de que as variáveis intraescolares respondem pela maior da variação do desempenho.

Mais recentemente, França e Gonçalves (2012), por meio do MQO ponderado por *propensity score matching*, avaliam o diferencial em provisão de qualidade educacional entre as escolas públicas e privadas para o Brasil, por meio do SAEB (2003) para a quarta série do ensino fundamental. No modelo de probabilidade de um aluno estar na escola particular, nota-se que, *ceteris paribus*: para cada pessoa a mais na casa, menor a probabilidade do aluno estar na escola particular, devido aos maiores custos; o aluno ser reprovado, também reduz esta probabilidade; as minorias, como os autodenominados negros, têm menores probabilidades associadas; variáveis como maior democratização geraram resultados contrários ao esperado, com probabilidade positiva; também ao contrário do previsto, quanto maior o gasto municipal por aluno, maior a probabilidade de o aluno ir para a escola particular. Com relação à efetividade, alguns resultados são interessantes. No geral, encontra-se maiores notas do setor privado em relação ao público (0,9 desvios padrões). Também importante, quanto maior o nível socioeconômico do aluno, maior o efeito. Assim como alunos negros e pardos têm um diferencial menor (apesar de ainda significativo), evidenciando uma possível discriminação no setor privado, algo também evidenciado no ensino público. Um aumento de salários médios de professores gera um maior diferencial público privado. Segundo França e Gonçalves (2012), isso demonstra a maior efetividade na geração de incentivos para provisão de qualidade educacional no setor privado, algo interessante a ser estudado no futuro. Para os autores, “políticas de premiação de resultado na esfera pública poderiam trazer ganhos para a qualidade de ensino desta rede” (FRANÇA E GONÇAVES, 2012, p.388).

2.5.2. Ponto de vista quantílico

É importante citar que, nas análises descritas até agora, o foco é na nota média, supondo que todos os alunos têm características análogas ao aluno médio. Caso o interesse seja a análise de fatores que determinam toda a distribuição de notas e o diferencial público/privado em mesmo plano, a ênfase deve ser na visão quantílica, ou seja, neste caso os maiores objetivos são: coeficientes da regressão quantílica; o efeito tratamento quantílico (capta o diferencial público privado) e a análise contrafactual (distribuição de notas de alunos de escolas públicas, caso tivessem respostas aos controles análogos aos vistos em escolas particulares).

Porém, assim como ocorre para a média, as metodologias podem ser divididas em dois grupos, definidos pelas suas hipóteses de identificação.

Antes de defini-las, uma análise das diferenças entre as avaliações médias e quantílicas é descrita abaixo. Note que: $Y(t)$ representa nota para o grupo de tratamento t onde $t=1$ para tratados e $t=0$ para controle; $F_{Y(t)}^{-1}(\theta)$ como sendo a função quantílica para o quantil não condicional θ .

Segundo Firpo (2005), há três diferenças entre o ATE e o QTE: as hipóteses necessárias para a identificação, meios para estimá-los e os significados das estimações.

Sobre as hipóteses, enquanto que para identificar o ATE é necessário basicamente que o tratamento seja totalmente definido pelas covariadas observadas. Para o QTE, é necessária a hipótese extra de *Rank Preservation*, a qual dita que o ordenamento dos indivíduos na distribuição condicionada as covariadas deve ser mantido com ou sem tratamento. Isso ocorre, pois no caso da média, a diferença entre as médias de tratados e controle sempre coincide com a média das diferenças, isto é, $ATE = E[Y(1) - Y(0)] = E[Y(1)] - E[Y(0)]$. Já para QTE, as diferenças entre quantis não coincidem com os quantis das diferenças, ou seja, $QTE = F^{-1}[\theta(1) - \theta(0)] \neq F_{Y(1)}^{-1}(\theta) - F_{Y(0)}^{-1}(\theta)$. Com tal suposição, ambos os termos a direita se igualam.

Rank Preservation é uma hipótese forte e não cabível na questão do diferencial de notas entre escolas públicas e privadas. Isso ocorre, pois é esperada uma melhoria na qualificação de um aluno na distribuição de notas, caso mude de uma escola pública para uma privada. Segundo Firpo (2005), há duas maneiras de

tratar casos onde essa suposição não é válida. Primeiro, Heckman *et al.* (1997), em que se determinam algumas possibilidades de reordenamento dos indivíduos ao se computar limites para a distribuição de efeitos quantílicos. Segundo, ao considerar o QTE como a simples diferença dos quantis das distribuições marginais dos tratados e controle. Nesse último caso, não há como recuperar o quantil da diferença, mas a diferença dos quantis já é de grande valia para uma avaliação focada nas distribuições marginais. Neste artigo, a metodologia aplicada de Melly (2006a) se utiliza da segunda estratégia e não necessita da hipótese de *rank preservation*. Firpo (2005) também segue a mesma estratégia.

Em relação à estimação, o ATE é normalmente computado ao se integrar o efeito tratamento médio condicionado sobre o domínio das covariadas. Já para o QTE, esse não é o caso, pois a média dos quantis não é o quantil médio, ou seja, a integral dos quantis condicionais de tratados e controle não é igual aos quantis marginais. Conforme será visto a frente, cada abordagem tem um modo distinto de tratar essa questão.

Os resultados também geram diferentes interpretações. Como exposto na introdução, as abordagens quantílicas permitem uma análise que contém a avaliação baseada na média das notas, dado que é possível encontrar também o diferencial médio entre os setores por meio da metodologia quantílica. Não menos importante, a avaliação quantílica permite auferir questões mais amplas, por exemplo, quais fatores mais importantes para explicar o diferencial das notas dos quantis mais baixos; ou ainda, quais políticas poderiam induzir a uma melhoria de notas dos piores alunos das escolas públicas, tornando-os mais parecidos com os alunos médios das escolas particulares. Desta forma, a análise baseada no QTE permite uma análise mais completa em relação às metodologias que buscam o ATE.

Dando continuidade à definição das metodologias utilizadas para a avaliação da eficácia, destacam-se três metodologias²⁵ quantílicas baseadas na hipótese de identificação CIA.

Primeiramente, Machado e Matta (2005), por meio da decomposição, no espírito de Oaxaca (1973) / Blinder (1973), propuseram uma metodologia para estimação das distribuições dos tratados e controle não condicionais via regressão

²⁵ No apêndice há uma análise mais detalhada das abordagens quantílicas descritas aqui.

quantílica paramétrica de Koenker e Basset (1978). O ponto fraco é que não têm justificativas assintóticas e nem um estimador para a variância assintótica²⁶.

Melly (2006a) – também por meio da decomposição de Oaxaca (1973) / Blinder (1973) e da regressão quantílica de Koenker e Basset (1978) – define uma metodologia paramétrica²⁷ para primeiramente encontrar a distribuição condicional cumulativa para cada grupo de tratamento; depois esta distribuição é integrada no domínio das variáveis independentes e se encontra a distribuição cumulativa, e por consequência, os quantis marginais que geram o QTE. A vantagem é que há procedimentos para inferência assintótica com estimador analítico para a variância.

Outra abordagem é proposta em Firpo (2005), onde há a utilização de um procedimento semi-paramétrico para se estimar o QTE sem a necessidade da estimação prévia dos quantis condicionais, mas a partir de reponderações das regressões quantílicas por meio do *propensity-score*. Assim como em Melly (2006a), há resultados assintóticos para inferência com estimador analítico para a variância. Seu estimador é assintoticamente comparável à versão não-paramétrica de Melly (2006a).

Com relação às metodologias quantílicas que utilizam instrumentos para aleatorizar a variabilidade do modelo, destacam-se três metodologias. O ponto discutível delas, além da necessidade de instrumentos bem comportados, é que utilizam como hipótese de identificação a suposição de *Rank Preservation*, pouco plausível para análise do diferencial de notas entre escolas privadas e públicas.

Abadie *et al.* (2002) propõe um estimador paramétrico baseado no modelo LATE de Imbens e Angrist (1994). Seu estimador é aplicável somente ao caso especial de um instrumento binário. As hipóteses de identificação são: independência condicional (instrumento deve ser não correlacionado com o erro das equações do resultado potencial e da variável endógena); além da monotonicidade (efeito do instrumento na decisão de participar do tratamento é igual para todos os indivíduos). O QTE é achado ao reponderar o estimador de regressão quantílica para os *compliers*.

²⁶ Melly (2006a) observa, via simulações de Monte Carlo, que, assintoticamente, sua metodologia paramétrica e o estimador de Machado e Mata (2005) são análogos. Todavia, o procedimento de Melly (2006a) tem maior rapidez computacional e utiliza os dados de maneira mais eficiente.

²⁷ Melly (2006a) também define uma metodologia semi-paramétrica. No capítulo 3, será apresentado com detalhes o estimador paramétrico.

Chernozhukov e Hansen (2005) propõe um estimador paramétrico (IV-QR, *IV Quantile Regression*), uma analogia quantílica do MQO 2 estágios. Ele é menos restritivo que o Abadie *et al.* (2002), pois além de não necessitar da hipótese de monotonicidade para identificação, é mais rapidamente computável e permite até 5 variáveis instrumentais. Outro ponto que supera o estimador de Abadie *et al.* (2002) é que em Chernozhukov e Hansen (2006) os autores derivaram as propriedades e procedimentos de testes²⁸ para o caso paramétrico. O grande problema desse estimador é que fica impossível recuperar os parâmetros de interesse, caso o número de variáveis endógenas cresça muito. Vale ressaltar que, segundo Melly (2006b), se as suposições necessárias para ambos estimadores acima forem satisfeitas e se toda população for de *compliers*, os dois estimadores convergem para o mesmo valor.

Segundo Melly (2006b), para permitir que se tenham coeficientes distintos das covariadas observadas para os grupos de tratamento e controle, assim como ocorre em Melly (2006a) e Firpo (2005), é necessário estimar um modelo que interaja totalmente com as equações dos grupos de tratamento. O grande problema é que, neste caso, o número de variáveis endógenas cresce muito (haverá o mesmo número de covariadas endógenas e observadas, dado que as endógenas agora serão a interação entre a variável de tratamento binária e as covariadas), o que tornaria a estimação inviável, devido ao tempo de computação. Melly (2006b), a fim de tornar viável a estimação dos parâmetros de interesse, propõe dois estimadores baseados na metodologia de Chernozhukov e Hansen (2005).

O primeiro, SIVQR (*Sample Selection and IV Quantile Regression*), combina seleção amostral com IV-QR. Em um primeiro estágio se utiliza o procedimento de Buchinsky (1998, 2001), um equivalente de regressão quantílica do estimador de séries sugerido por Newey (1984), para estimar os coeficientes relativos às covariadas (para os dois grupos de tratamento) sem o viés que ocorreria no caso de existir variável binária endógena em uma regressão quantílica padrão. No segundo estágio, se aplica a estimativa do QTE via IV-QR. Ele é assintoticamente normal e $\sqrt{n}$ consistente, com inferência análoga ao estimador IV-QR.

²⁸ Dentre eles, há um teste de exogeneidade baseado no teste de Hausman. Vale ressaltar que também há a versão não paramétrica do estimador em questão, mas não há inferência derivada para o mesmo.

O segundo, MDIVQR (*Minimum Distance and IV Quantile Regression*), adapta a metodologia de Buchinsky (1998, 2001) e Chamberlain (1994) do caso exógeno para o caso endógeno. Isso é possível no caso do vetor de covariadas discretas com suporte finito, em que estimadores de distância mínima são aplicáveis. Primeiramente, é aplicado o IV-QR para cada covariada (acha-se o QTE) e por meio da metodologia de distância mínima, obtêm-se estimadores dos coeficientes $\sqrt{n}$ consistentes e assintoticamente normais.

Com relação aos trabalhos empíricos, poucos foram realizados para este quesito. Oliveira *et al.* (2009), por meio da metodologia de Machado e Matta (2005), avaliam os diferenciais quantílicos entre alunos de escolas públicas e privadas no SAEB 2005. Mesmo com controle de covariadas dos alunos, da sala de aula e da escola, há melhores resultados em todos os quantis para as escolas particulares. Com relação às covariadas, as escolas explicam pouco as notas, enquanto que a renda e a escolaridade média das mães dos alunos na sala de aula se mostram importantes. Outra interessante descoberta foi que os piores alunos das escolas públicas estariam até piores, caso tivessem coeficientes análogos aos piores alunos das escolas particulares, com tal resultado se invertendo para os quantis maiores, indicando que esses retornos com relação às covariadas sejam decrescentes perante as notas.

2.5.3. A efetividade e políticas

Assim como as outras questões avaliadas anteriormente, a maior efetividade do setor privado está sujeita a discussões. Isso porque quase todas as avaliações são baseadas em não-experimentos, sujeitos a viés de seleção (no caso das metodologias baseadas na hipótese de CIA) e uso de instrumentos fracos, que podem gerar viés maior do que o uso de metodologias baseadas em CIA. Porém, supondo que isso não seja um problema e o setor privado seja, de fato, mais eficaz que o público, como uma política de cupons para escolas particulares levaria a uma melhoria da eficácia geral do ensino em um país?

A resposta para essa pergunta depende de alguns fatores. Primeiramente, as escolas públicas poderiam adaptar práticas educacionais e administrativas²⁹ do setor privado, levando à melhoria da eficácia e eficiência, tornando-se competitivas no mercado. Nesse quesito, uma avaliação sobre essas diferentes práticas é essencial. Conforme já descrito em França e Gonçalves (2012), para o Brasil uma política de incentivos monetários a professores por resultados alcançados parece ser um bom caminho nesse sentido. Segundo, os resultados dependem muito do efeito dos *peer group effects*. Caso eles sejam importantes fatores geradores de eficácia, a nova aleatorização nas escolas devido à política mudaria tais efeitos em ambos os setores. Assim, é difícil prever o que ocorreria com a efetividade por meio de não-experimentos, por não se saber ao certo como ficariam separados os alunos dentro dos setores.

2.6. Os *peer group effects*

Os *peer group effects*, o efeito sobre as notas de um aluno associado às características de seus colegas de sala de aula e/ou escola, tem papel importante em um grande número de debates perante políticas públicas, caso sejam realmente significantes em explicar a qualidade educacional.

Segundo Hoxby (2000), com relação à melhoria das finanças educacionais, as escolas poderiam ser encorajadas a formar uma distribuição de alunos mais eficiente, tornando o investimento em capital humano mais eficiente e gerando crescimento de longo prazo.

Segundo Ewijk e Sleegers (2010), em países onde escolas são julgadas pelas notas de seus alunos em testes padronizados, os *peer group effects* fariam com que escolas com alunos de baixa renda não alcançassem seu potencial de geração de qualidade, além de elevar o nível de notas de escolas das regiões mais ricas.

Para esses autores, no debate sobre a possibilidade de escolher escolas em regiões diferentes da qual o aluno vive, alunos de baixo nível socioeconômico perderiam possíveis benefícios de ingressar em escolas de renda agregada mais

²⁹ Segundo McEwan (2000), alguns autores indicam que grande parte dessa maior eficácia da escola particular se deve à maior descentralização e autonomia organizacional.

elevada por morarem em regiões menos favorecidas. De modo contrário, alunos de maior nível socioeconômico se beneficiariam; elevando, assim, o diferencial de notas entre os dois grupos.

No contexto de cupons para escolas particulares, os efeitos agregados dos alunos têm papel fundamental, dado que é esperado que alguns estudantes menos favorecidos migrem para essas escolas e se beneficiem dos *peer group effects*, devido à nova aleatorização educacional. Segundo McEwan (2000), muitos críticos de tal política presumem que os primeiros a migrarem são alunos de nível socioeconômico alto (incluem alunos de famílias sem grande poder aquisitivo, mas com maior nível educacional e informação). Esse fenômeno é conhecido como *cream-skimming effect*. A maioria dos experimentos ratifica esses resultados.

Porém, constatando-se que o nível socioeconômico médio na escola é significativo para explicar as notas, se o *cream-skimming effect* ocorre, isso sugere que os resultados de estudantes de escolas públicas tendem a declinar com a aleatorização. Porém, os estudos sofrem de problemas de viés de seleção e de variável omitida, gerando questionamentos.

Apesar desses debates sobre futuras políticas, há muito discussão na literatura sobre a relação causal entre os *peer group effects* e as notas. As características individuais dos alunos afetam o grupo e, ao mesmo tempo, cada indivíduo. Separar esses efeitos e estimar as parciais dos mesmos é um trabalho muito difícil. Porém, apesar dessa simultaneidade, alguns trabalhos investigam os canais causais pelos quais os *peer group effects* afetam as notas. Para Hoxby (2000), o nível socioeconômico médio da sala pode afetar a disciplina e a atmosfera de ensino na sala de aula. Para Harker e Tymms (2004), os professores devem se adequar para ensinar em função da formação do conjunto de alunos na sala de aula. Para Opdenakker *et al.* (2002), escolas com alunos de nível socioeconômico mais elevado se beneficiam do maior suporte dos pais. Por fim, em OECD (2001), a pressão do grupo de alunos em sala e a competição entre eles são vistos como possíveis fontes de incentivos ao ensino.

Além da simultaneidade entre efeitos individuais e agregados, há outros problemas relacionados à estimação dos *peer group effects*. Segundo Hanushek *et al.* (2003), medidas relativas aos *peer group effects*, como as notas médias dos colegas de sala, escolaridade média das mães e o nível socioeconômico médio da sala e da escola, podem ser boas *proxies* de variáveis omitidas ou fatores medidos

erradamente, que afetam as notas, levando ao viés das variáveis de grupo, superestimando o efeito. Segundo Pinto (2008), a fonte de endogeneidade mais comum nesse caso é que indivíduos podem ser autosselecionados para determinado grupo. Por exemplo, pais podem pressionar a escola para que seus filhos sejam devidamente alocados em salas onde os colegas têm características similares.

Em trabalhos empíricos, normalmente se avaliam os *peer group effects* em uma regressão com as variáveis relativas aos *peer group effects* e controles individuais, a fim de explicar as notas. Porém, essa formulação é sujeita a viés que superestima o efeito de interesse, ou seja, há a possibilidade de viés entre escolas (pais buscam escolas com melhores características dos alunos) e dentro da escola (pais exigem que filhos estudem em uma determinada sala de aula por causa da superioridade de suas características agregadas).

Alguns artigos empíricos estudam a relação entre os *peer group effects* e as notas dos alunos, tentando corrigir o problema de simultaneidade e endogeneidade, apesar de ainda serem sujeitos a viés por serem baseados em não-experimentos.

Em McEwan (2003), para uma base de dados de alunos no Chile, analisa-se o efeito da escolaridade média das mães e dos pais e da renda média das famílias dos colegas na sala para explicar as notas individuais dos alunos em matemática e espanhol, após o controle por diversas características individuais do aluno por meio de dois modelos de regressões.

No primeiro modelo, a fim de controlar o viés entre escolas, o autor controla também a regressão por fatores fixos para cada escola (uso de variável binária para cada escola), por considerar que famílias decidem, de modo similar, em que escola matricular seus filhos. Vale ressaltar que, neste caso, o viés dentro da escola e de outros fatores não observados ainda é possível.

No segundo modelo, para controlar um possível viés de seleção dentro da escola, o autor utilizou dados de pseudo irmãos e pseudo gêmeos definidos por *matching*, criando uma variável binária relacionada à família. Com isso, também se controla a regressão por fatores fixos da família, que capturam singularidades não observáveis que ajudam a definir a sala de aula que um aluno ingressará (por exemplo, pais querem filhos em salas de aula onde os colegas tenham famílias que cobram de seus filhos resultados educacionais de maneira similar).

Com relação aos resultados encontrados para o primeiro modelo estimado, há efeitos positivos e significantes somente para a escolaridade média das mães e pais na sala de aula perante notas de matemática e espanhol, com um maior efeito para as mães. Vale ressaltar que essas relações são significantemente côncavas, ou seja, há retornos decrescentes de escala perante tais *peer group effects* (por exemplo, com o aumento da escolaridade média das mães dos alunos em sala, tal efeito decresce, chegando a zero se a idade média é de 15 anos). Para o segundo modelo, utilizando pseudo irmãos e pseudo gêmeos para criar o efeito fixo da família dos alunos, há relação significativa perante a escolaridade média das mães dos colegas, de forma similar ao primeiro modelo, apesar de não ser considerada uma relação côncava. Esses resultados indicam que os efeitos estimados no primeiro modelo não sofrem de grande viés dentro da escola, apesar de serem sujeitos a viés por fatores não observados.

Em Hanushek *et al.* (2003), para dados americanos em painel, constata-se que as notas dos colegas em uma série afetam positivamente os crescimento das notas dos alunos em matemática, com o efeito um pouco menor para o quartil mais alto de notas. Vale notar que houve controle por diversas características observáveis da família e da escola do aluno. Não menos importante, ao utilizar dados de painel, retirou-se os efeitos fixos da escola por série e do aluno. Porém, assim como os resultados anteriores, estes resultados são sujeitos a viés por não serem baseados em experimentos.

Em Pinto (2008), utilizando dados brasileiros do SAEB 2003, realiza-se procedimento econométrico semiparamétrico em três passos para avaliar os *peer group effects* (nesse trabalho, é definido com um índice calculado a partir de diversas características de alunos na mesma sala) em relação às notas de matemática para alunos da oitava série. Na metodologia utilizada, não se considerou uma forma funcional específica para a função de produção das notas³⁰ e se utilizou de instrumentos para controlar a endogeneidade dentro da escola por meio de funções de controle. Os instrumentos utilizados para esse quesito são variáveis binárias relacionadas aos quatro meios pelos quais escolas designam alunos para

³⁰ Segundo Arnott e Rowse (1987), os efeitos dos *peer group effects* com relação às notas depende da forma funcional da função de produção escolar. Tomar uma forma pré-definida como a linear pode levar ao viés de estimação. Desta forma, Pinto (2008) utiliza um procedimento semiparamétrico baseados em funções *kernel* para não gerar tal viés de especificação.

salas de aula³¹, ou seja: alunos de mesma idade, alunos de idades diferentes, alunos com notas parecidas em testes de admissão e alunos com notas diferentes nos testes de admissão. Já o controle perante endogeneidade entre escola é feito ao se inserir no conjunto de características da escola variáveis binárias, indicando as regras para admissão de alunos, isto é: sorteio, provas de admissão, localidade de moradia do aluno, ordem de inscrição e outros critérios.

Os resultados indicam que os *peer grupo effects* são positivos e significativos para explicar as notas. Analisando a distribuição de notas, alunos de qualidade média são os que mais se beneficiam das características de seus colegas em sala de aula. Visando futuras políticas, os resultados indicam que em escolas onde a maioria de alunos é mediano, alocar alunos diferentes em uma sala de aula pode otimizar os resultados, dado que os benefícios marginais dos alunos medianos podem compensar as perdas marginais dos piores alunos. Em escolas onde a maioria dos alunos é de baixa qualidade, o efeito oposto é esperado.

3. METODOLOGIA

Essa seção está dividida em quatro partes. Primeiro, é definida a notação utilizada na metodologia. Segundo, há uma discussão perante as diferenças entre o ATE (Efeito Tratamento Médio) e QTE (Efeito Tratamento Médio) as como as hipóteses de identificação utilizadas na metodologia de Melly (2006a) influenciam as duas medidas. Terceiro, é apresentado a metodologia de Melly (2006a) e como se calculam o QTE entre as escolas públicas e privadas. Por fim, definem-se os efeitos individuais das covariadas para explicar o diferencial de notas entre os dois setores.

3.1. Notação

A notação utilizada é similar à vista em Melly (2006a). O principal interesse é o efeito do tratamento binário T sobre o resultado Y . Considerando que há uma amostra de n unidades indexadas por i , com n_1 unidades no tratamento e n_0 no controle. $T_i = 0$, se a unidade i não recebe o tratamento (aluno de escola particular) e

³¹ Tais variáveis são fruto dos questionários de diretores com relação a regra para alocação de alunos nas salas. A variáveis relacionadas à admissão de alunos a escola também são proveniente de tais questionários.

$T_i = 1$, se a unidade i recebe o tratamento (aluno de escola pública). Para os resultados (notas dos alunos no SAEB), $Y_i(0)$ é o resultado do controle e $Y_i(1)$ é o resultado do tratado. Adicionalmente, cada unidade i tem um vetor de covariadas X_i K -dimensional. A notação é: $F_Y(q)$ representa a distribuição cumulativa da v.a. (variável aleatória) Y em q , $f_Y(q)$ representa a densidade da v.a. Y no mesmo ponto; $F_Y^{-1}(\theta)$ representa a inversa da distribuição cumulativa, conhecida com função quantílica, avaliada em $0 < \theta < 1$; $F_Y(q/X_i)$ é a função distribuição cumulativa avaliada em q dado X_i . Considere θ o quantil não condicional e τ o quantil condicional.

3.2. Os diferenciais entre ATE e QTE e as hipóteses de identificação

Conforme dito anteriormente, é mais comum na literatura a estimativa do diferencial médio de notas, isto é, ATE (efeito tratamento médio) e do ATT (efeito tratamento para os tratados):

$$ATE = E[Y(1)] - E[Y(0)] \quad e \quad (5)$$

$$ATT = E[Y(1)|T = 1] - E[Y(0)|T = 1]. \quad (6)$$

Para definir o efeito tratamento quantílico (QTE) e o efeito tratamento quantílico para os tratados (QTT), é necessária a definição de função quantílica. Qualquer variável aleatória a valores reais Y pode ser caracterizada por sua função distribuição cumulativa,

$$F_Y(q) = Prob(Y \leq q) \quad (7)$$

enquanto para qualquer $0 < \theta < 1$,

$$q(\theta) = \inf\{q: F_Y(q) \geq \theta\} = F_Y^{-1}(\theta) \quad (8)$$

é chamado de θ -ésimo quantil de Y , ou, função quantílica. Desta forma, tem-se para o θ -ésimo quantil:

$$QTE(\theta) = F_{Y(1)}^{-1}(\theta) - F_{Y(0)}^{-1}(\theta) \quad e \quad (9)$$

$$QTT(\theta) = F_{Y(1)}^{-1}(\theta|T = 1) - F_{Y(0)}^{-1}(\theta|T = 1). \quad (10)$$

Dois pontos importantes a serem ressaltados. Primeiro, neste trabalho é identificada e estimada a diferença entre quantis e não o quantil da diferença. Segundo, conforme já descrito, o conhecimento de todos QTEs é mais informativo do que o ATE, pois a média pode ser sempre conseguida ao se integrar os quantis, outro ponto a favor da análise distribucional.

O grande problema da literatura de avaliações de políticas públicas é que os resultados potenciais são observados apenas parcialmente, dado que é observado $Y_i = (1 - T_i)Y_i(0) + T_iY_i(1)$, ou seja, um indivíduo não pode estar ao mesmo tempo no tratamento e no controle. Com isso, são necessárias algumas suposições para identificar os parâmetros de interesse. Focando-se na seleção em observadas, pela suposição CIA (condicionando em observadas) abaixo:

$$Y(0), Y(1) \perp\!\!\!\perp T/X,$$

Tem-se que:

$$E[Y(0)|T = 1, X] = E[Y(0)|T = 0, X] = E[Y(0)|X] \quad e \quad (11)$$

$$F_{Y(0)}^{-1}(\theta|T = 1, X) = F_{Y(0)}^{-1}(\theta|T = 0, X) = F_{Y(0)}^{-1}(\theta|X). \quad (12)$$

A ideia é condicionar para fatores que determinem o aluno receber ou não o tratamento, assim, o restante da variabilidade seria aleatório, deixando o estimador do parâmetro de interesse não viesado. No Brasil, é plausível imaginar que algumas variáveis específicas que melhoram as notas dos alunos (condição da escola) e outras características, como nível socioeconômico, determinam o aluno ir à escola particular ou à pública, dado que também refletem a vontade dos pais. Mesmo assim, é possível imaginar um viés de seleção, se fatores não observados determinem o aluno ir ou não à escola particular (ex.: vontade dos pais de que os filhos obtenham os benefícios dos cupons para escolas públicas nos vestibulares), porém a grande dificuldade seria encontrar instrumentos correlacionados a T e não a Y para utilização de modelos que tratam da endogeneidade de T , como em Imbens e

Angrist (1994) para a média e Chernozhukov e Hansen (2001) para o caso quantílico.

Com suposições paramétricas adicionais, a decomposição de Oaxaca (1973) permite a identificação do ATE e QTE. Supondo que a esperança de Y condicional a X é uma função linear de X , então média contrafactual (as notas médias de alunos de escolas públicas caso tivessem os coeficientes análogos aos alunos de escolas particulares) pode ser consistentemente estimada por $\bar{X}^1 \hat{\beta}_{OLS}^0$ em que $\bar{X}^1 = n_1^{-1} \sum_{i:T_i=1} X_i$ e $\hat{\beta}_{OLS}^0$ é o vetor de coeficiente da regressão entre Y e X , usando somente unidades do controle. Pode-se decompor a diferença entre as médias dos resultados entre os tratados e controle como:

$$ATE = \bar{Y}^1 - \bar{Y}^0 = [\bar{X}^1 \hat{\beta}_{OLS}^1 - \bar{X}^1 \hat{\beta}_{OLS}^0] + [\bar{X}^1 \hat{\beta}_{OLS}^0 - \bar{X}^0 \hat{\beta}_{OLS}^0]. \quad (13)$$

Sob tais hipóteses, o primeiro termo do lado direito da equação (13) é o efeito dos coeficientes, enquanto o segundo termo é o efeito das características observadas (diferencial entre os tratados e controle, se não tivessem recebido o tratamento). No caso do QTE, algumas suposições adicionais são necessárias: todos os quantis de Y devem ser funções lineares de X ; além de outras suposições típicas de regressão quantílica de Koenker e Basset (1978).

3.3. Metodologia de Melly (2006a) para estimação do QTE

A metodologia de Melly (2006a) é baseada nas hipóteses descritas até aqui e tem três estágios para o cálculo do QTE e da decomposição de Oaxaca (1973).

Primeiro Estágio

No primeiro estágio, regressões quantílicas distintas para o tratamento (ser aluno de escola pública) e controle (ser de escola particular) são realizadas, gerando assim os coeficientes das covariadas dos dois grupos em questão para cada quantil τ^{32} , conforme pode ser visto abaixo:

³² Duzentos quantis foram estimados para cada tipo de escola. O uso de mais quantis, além de gerar pouca diferença nos resultados, eleva consideravelmente o tempo de computação.

$$\hat{\beta}_t(\tau, x) = \operatorname{argmin}_b n_t^{-1} \sum_{i: T_i=t} \rho_\tau(Y_i - X_i b), \quad (14)$$

onde $\rho_\tau(w) = (w - 1(w \leq 0))$ é a função *check*, com $1(\cdot)$ sendo uma função indicadora.

O τ -ésimo quantil de $Y(t)$ dado X_i é estimado de modo consistente por $X_i \hat{\beta}_t(\tau, x)$.

Vale ressaltar que os coeficientes estimados para escolas públicas e privadas no Brasil ($\hat{\beta}_1(\tau, x)$ e $\hat{\beta}_0(\tau, x)$, respectivamente) são encontrados na figura 2. Eles ajudaram a determinar possíveis políticas individuais para cada setor, sem mudar o caráter hierárquico da educação brasileira, ou seja, sem haver políticas como a de cupons para escolas particulares, que mudam a tendência de que as vagas nas melhores escolas (supostas aqui como sendo as particulares) sejam determinadas pelo maior poder aquisitivo.

Alem disso, os diferentes efeitos parciais relacionados aos *peer group effects* ajudarão a entender, em parte, o que ocorreria com uma aleatorização entre alunos nos dois setores. Por exemplo, se alunos de escolas públicas têm efeitos parciais fortemente positivos com relação às variáveis de grupo, a saída de alunos do sistema público que têm pais com maior escolaridade ajudaria a diminuir as notas de alunos de escolas públicas após uma política de cupons para escolas particulares.

Segundo Estágio

No segundo estágio, estimam-se as distribuições cumulativas não condicionais para os dois setores. Isso ocorre, pois os quantis não condicionais não são iguais à integral dos quantis condicionais em X (essa característica só vale para o conceito de média). Dessa forma, pelo fato que as distribuições cumulativas não condicionais se igualarem a integral das distribuições cumulativas em X , estima-se as distribuições cumulativas não condicionais por esse procedimento. O grande problema nesse estágio é encontrar a distribuição cumulativa condicional a partir do quantil condicional estimado no primeiro estágio. Isso ocorre, pois não necessariamente a função quantílica condicional é monotônica, o que inviabilizaria a inversão dela a fim de encontrar a distribuição cumulativa condicional. Para

contornar esta dificuldade, aplica-se a propriedade da função distribuição condicional abaixo:

$$F_{Y(t)}(q|X_i) = \int_0^1 1(F_{Y(t)}^{-1}(\tau|X_i) \leq q) d\tau = \int_0^1 1(X_i \beta_t(\tau) \leq q) d\tau. \quad (15)$$

Desta forma, um estimador natural seria, para $(\tau_0 = 0, \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_J = 1)$:

$$\hat{F}_{Y(t)}(q|X_i) = \int_0^1 1(F_{Y(t)}^{-1}(\tau|X_i) \leq q) d\tau = \sum_{j=1}^J (\tau_j - \tau_{j-1}) 1(X_i \hat{\beta}_t(\tau, x) \leq q). \quad (16)$$

Para encontrar a distribuição cumulativa para o tratamento $T=t$, integra-se $\hat{F}_{Y(t)}(q|X_i)$ sobre domínio das covariadas, ou seja:

$$\begin{aligned} \hat{F}_{Y(t)}(q|T=t) &= \int \hat{F}_{Y(t)}(q|X) dF_X(x|T=t) = n_t^{-1} \sum_{i:T_i=t} \hat{F}_{Y(t)}(q|X_i) \\ &= n_t^{-1} \sum_{i:T_i=t} \sum_{j=1}^J (\tau_j - \tau_{j-1}) 1(X_i \hat{\beta}_t(\tau, x) \leq q). \end{aligned} \quad (17)$$

Terceiro Estágio

No terceiro estágio, estima-se o quantil marginal para cada setor, a partir da distribuição cumulativa condicional estimada no segundo estágio. Para tal, adota-se o conceito de ínfimo na função quantílica vista em (8). O quantil marginal para o tratamento $T=t$ é:

$$\hat{q}_t(\theta) = \inf\{q: \hat{F}_{Y(t)}(q|T=t)\} = \inf\{q: n_t^{-1} \sum_{i:T_i=t} \sum_{j=1}^J (\tau_j - \tau_{j-1}) 1(X_i \hat{\beta}_t(\tau, x) \leq q)\}. \quad (18)$$

Parâmetros de Interesse

Os estimadores dos parâmetros de interesse são dados por:

$$\hat{F}_{Y(0)}(q|T=1) = n_1^{-1} \sum_{i:T_i=1} \hat{F}_{Y(0)}(q|X_i) = n_1^{-1} \sum_{i:T_i=1} \sum_{j=1}^J (\tau_j - \tau_{j-1}) 1(X_i \hat{\beta}_0(\tau, x) \leq q) \quad (19)$$

a distribuição contrafactual³³ e

$$\widehat{QTE}(\theta) = \inf\{q: n^{-1} \sum_{i=1}^n \hat{F}_{Y(1)}(q|X_i) \geq \theta\} - \inf\{q: n^{-1} \sum_{i=1}^n \hat{F}_{Y(0)}(q|X_i) \geq \theta\}. \quad (20)$$

³³ A ideia desta distribuição é de que o conjunto das covariadas são das escolas públicas, mas ao invés de utilizar o coeficiente delas para construir a distribuição incondicional, utiliza-se o coeficiente das escolas particulares.

A decomposição de Oaxaca (1973), neste caso, é:

$$\widehat{QTE}(\theta) = [\hat{q}_1(\theta) - \hat{q}_c(\theta)] + [\hat{q}_c(\theta) - \hat{q}_0(\theta)]. \quad (21)$$

O primeiro termo do lado direito é o efeito dos coeficientes, já o segundo termo a direita é o efeito das covariadas.

Onde:

$$\hat{q}_1(\theta) = \inf\{q: n_1^{-1} \sum_{i:T_i=1} \sum_{j=1}^J (\tau_j - \tau_{j-1}) 1(X_i \hat{\beta}_1(\tau, x) \leq q)\} \quad (22)$$

$$\hat{q}_c(\theta) = \inf\{q: n_1^{-1} \sum_{i:T_i=1} \sum_{j=1}^J (\tau_j - \tau_{j-1}) 1(X_i \hat{\beta}_0(\tau, x) \leq q)\} \quad (23)$$

$$\hat{q}_0(\theta) = \inf\{q: n_0^{-1} \sum_{i:T_i=0} \sum_{j=1}^J (\tau_j - \tau_{j-1}) 1(X_i \hat{\beta}_0(\tau, x) \leq q)\} \quad (24)$$

Com relação às interpretações, considere-se que para o QTE, valores negativos em um determinado quantil indicam uma maior efetividade das escolas particulares em tal quantil, após controle por características individuais do aluno, da escola e dos *peer group effects*. Caso os efeitos dos coeficientes sejam negativos em um determinado quantil, há indicação de que alunos de escolas públicas presentes em tal quantil de notas teriam suas notas elevadas se tivessem coeficientes análogos aos alunos de escolas particulares presentes no mesmo quantil. Para os efeitos das covariadas, caso sejam negativos em algum quantil específico, isso indica que o diferencial de covariadas têm efeito positivo a explicar o diferencial de notas no quantil em questão.

Mais à frente, na figura 3, são encontrados gráficos com o QTE, o efeito dos coeficientes, o efeito das covariadas e a distribuição contrafactual. Com eles, será possível definir se as escolas particulares são mais efetivas que as públicas e quais dos efeitos são os maiores responsáveis pelo diferencial de notas público/privado. Não menos importante, também serão essenciais para gerar robustez aos resultados encontrados em Oliveira *et al.* (2009), como por exemplo, se os coeficientes dos alunos de escolas públicas são decrescentes em relação às notas.

3.4. Os efeitos das covariadas individuais

Outro contrafactual de interesse é o efeito de cada covariada separadamente para explicar o diferencial de notas entre alunos de cada setor. Para tal, seguindo procedimento análogo ao de Machado e Matta (2005), deve-se montar uma distribuição marginal para os alunos de escolas públicas seguindo o procedimento análogo ao descrito na seção 3.3. Porém, nesse caso, apenas uma covariada em X_1 tem distribuição igual aquela das escolas particulares. Assim, o objetivo é a seguinte distribuição³⁴: $\bar{X}_{10}\hat{\beta}_1$, onde $X_{10} = [x'_1, x'_2, \dots, x'_k]$. O efeito diferencial desejado seria $\bar{X}_1\hat{\beta}_1 - \bar{X}_{10}\hat{\beta}_1$. Considere a seguinte interpretação: se o diferencial é um valor negativo, os alunos das escolas públicas teriam suas notas melhoradas caso tivessem distribuição para a covariada x'_k análoga ao dos alunos da rede particular, com tudo o mais constante. Se o diferencial é um valor positivo, o contrário é esperado.

Para a realização deste contrafactual, três passos são necessários. Primeiramente, particiona-se a variável em questão (no caso, x'_k) em m classes (o número de diferentes picos no histograma para variáveis contínuas³⁵ ou 2 classes, para o caso de uma covariada *dummy*). No segundo passo, analisa-se, para cada classe, o número de alunos presentes (suponha 100 em cada uma) e escolhem-se, de forma aleatória (com reposição) 100 alunos de escolas públicas com valores dentro de cada classe, assim teremos uma distribuição com $m \cdot 100$ alunos, em que somente uma covariada é similar a do grupo de alunos de escolas particulares. Por fim, realiza-se o procedimento descrito acima para descobrir a densidade marginal de interesse ($\bar{X}_{10}\hat{\beta}_1$).

Os efeitos das covariadas individuais para o Brasil são encontrados na figura 4. Do ponto de vista de políticas públicas, essa análise é de suma importância, pois define quais covariadas seriam as mais importantes para diminuir o diferencial de notas entre escolas públicas e privadas. Se fatores observáveis da escola são tidos como importantes nesse quesito, políticas diretas (sem mudar o caráter hierárquico educacional brasileiro) seriam as mais interessantes para diminuir a disparidade de qualidade educacional entre os setores. Porém, caso os *peer group*

³⁴ Aqui é utilizado o diferencial médio para facilitar a exposição da distribuição de interesse.

³⁵ Número de diferentes picos no histograma = $\min \left(\sqrt{n_0}, 10 * \left(\frac{\ln(n_0)}{\ln(10)} \right) \right)$.

effects sejam os mais importantes, talvez políticas que permitam maior mobilidade de alunos entre escolas sejam o caminho mais plausível para a melhoria da qualidade educacional.

4. BASE DE DADOS E ANÁLISE DESCRITIVA

Neste trabalho, utilizamos a base de dados do SAEB de 2005. Segundo o INEP e o MEC, ela é uma prova de matemática e língua portuguesa baseada na técnica TRI (Teoria de Resposta ao Item), não obrigatória e feita para a quarta e a oitava séries do ensino fundamental, além da terceira série do ensino médio. A amostra é feita por sorteio para escolas públicas (redes municipais e estaduais) e privadas. As covariadas foram retiradas dos questionários respondidos por alunos, professores e diretores. Neste trabalho, serão focadas as notas de matemática para a oitava série do ensino fundamental para o Brasil como um todo. A base final tem 13.394 alunos, sendo 6.674 para escolas privadas e 6.720 para escolas públicas.

Essa base de dados foi escolhida em função de três fatores: primeiro, por ter sido realizada no país inteiro, com um número maior de escolas particulares em relação a outros exames³⁶; segundo, por ter sido o último ano em que ela foi realizada, logo são os dados mais atuais possíveis; por fim, como já informado na introdução, por ter sido a mesma base de dados utilizada por Oliveira *et al.* (2009), os resultados gerarão robustez às constatações sobre o diferencial quantílico público/privado na educação brasileira.

Para a escolha das covariadas, primeiramente se definiu um conjunto visto na literatura como significativo, a fim de explicar a variabilidade das notas nos dois setores, assim, utilizou-se o conjunto de variáveis explicativas presentes em Albernaz *et al.* (2002) e Oliveira *et al.* (2009). Para limitar este conjunto inicial, visando as mais importantes, regressões lineares separadas para escolas públicas e privadas foram realizadas e se mantiveram as variáveis que apresentaram maior significância estatística. O nível socioeconômico individual, calculado de forma similar ao Critério Brasil³⁷, indicador de posição social, utilizado por empresas no mercado, a fim de dividir famílias em classes, segundo o poder de compra, não se

³⁶ A sua substituta, a Prova Brasil, não coleta informações sobre as escolas particulares.

³⁷ Efetuado pela Associação Brasileira de Empresas de Pesquisa, ABEP (2005).

mostrou significativa para as médias, porém foi mantido por ser considerado um fator importante para definir se o aluno irá ou não para escolas nos dois setores. O nível socioeconômico médio por escola foi calculado com base em todas as séries e provas e, posteriormente, introduzido como variável do aluno. Vale ressaltar que, ao contrário da variável individual, a relativa ao *peer group effect* se mostrou bastante significativa.

As definições e a análise descritiva das covariadas podem ser vistas na tabela 1 abaixo. Percebe-se que os alunos das escolas particulares possuem mais características tidas como importantes para definir a qualidade educacional no Brasil do que os alunos de escolas públicas, com exceção à proporção de professores com mais de 5 anos de experiência e com pós-graduação.

Tabela 1 - Descrição e análise descritiva das covariadas

Variáveis	Descrição	Rede	Média	Desvio-padrão	Mínimo	Máximo
Anse	Nível Socioeconômico do Aluno	Pública	3,72	1,49	1,00	8,00
	Valores extremos: 1=classe E e 8=classe A1	Particular	5,36	1,18	1,00	8,00
Asexo	1=Aluno do sexo Masculino e 0=caso contrário(c.c)	Pública	0,47	0,50	0,00	1,00
		Particular	0,49	0,50	0,00	1,00
Areprovou	1=Aluno reprovou 1 ou 2 anos e 0=caso contrário	Pública	0,35	0,48	0,00	1,00
		Particular	0,15	0,36	0,00	1,00
AbrancoAmarelo	1=Aluno da cor Branca ou Amarela e 0=caso contrário	Pública	0,41	0,49	0,00	1,00
		Particular	0,59	0,49	0,00	1,00

Variáveis	Descrição	Rede	Média	Desvio-padrão	Mínimo	Máximo
Aescolamae4a8	1=Mãe do aluno estudou entre 4 a 8 anos e 0=caso contrário	Pública	0,41	0,49	0,00	1,00
		Particular	0,10	0,30	0,00	1,00
Aescolamae8a11	1=Mãe do aluno estudou entre 8 a 11 anos e 0=caso contrário	Pública	0,26	0,44	0,00	1,00
		Particular	0,30	0,46	0,00	1,00
Aescolamae11a15	1=Mãe do aluno estudou entre 11 a 15 anos e 0=caso contrário	Pública	0,11	0,31	0,00	1,00
		Particular	0,53	0,50	0,00	1,00
Aescolapai4a8	1=Pai do aluno estudou entre 4 a 8 anos e 0=caso contrário	Pública	0,27	0,45	0,00	1,00
		Particular	0,11	0,31	0,00	1,00
Aescolapai8a11	1=Pai do aluno estudou entre 8 a 11 anos e 0=caso contrário	Pública	0,22	0,41	0,00	1,00
		Particular	0,28	0,45	0,00	1,00
Aescolapai11a15	1=Mãe do aluno estudou entre 11 a 15 anos e 0=caso contrário	Pública	0,09	0,28	0,00	1,00
		Particular	0,49	0,50	0,00	1,00

Variáveis	Descrição	Rede	Média	Desvio-padrão	Mínimo	Máximo
Amediaeducmae	Escolaridade média da mãe dos alunos na sala	Pública	6,78	2,07	0,00	15,00
		Particular	10,95	1,53	1,50	13,80
Ppos	1=Professor fez pós-graduação e 0=caso contrário	Pública	0,54	0,50	0,00	1,00
		Particular	0,50	0,50	0,00	1,00
PexpeMaisde5	1=Professor tem mais de 5 anos de experiência como professor e 0=caso contrário	Pública	0,83	0,37	0,00	1,00
		Particular	0,81	0,39	0,00	1,00
Ensem	Nível socioeconômico médio da escola do aluno Valores extremos: 1=classe E e 8=classe A1	Pública	3,74	0,74	1,48	5,60
		Particular	5,37	0,60	2,29	6,57
Earejada	1=Escola é arejada e 0=caso contrário	Pública	0,82	0,39	0,00	1,00
		Particular	0,94	0,24	0,00	1,00
Ecomput	1=Escola tem mais de 10 computadores para uso dos alunos e 0=caso contrário	Pública	0,49	0,50	0,00	1,00
		Particular	0,74	0,44	0,00	1,00
Exerox	1=Escola tem uma máquina fotocopadora e 0=caso contrário	Pública	0,58	0,49	0,00	1,00
		Particular	0,93	0,26	0,00	1,00

Variáveis	Descrição	Rede	Média	Desvio-padrão	Mínimo	Máximo
Erecursos	1=Insuficiência de recursos financeiros e	Pública	0,75	0,43	0,00	1,00
	0=caso contrário	Particular	0,46	0,50	0,00	1,00

Fonte: Elaboração própria com base em microdados do SAEB 2005.

Ao analisar as notas para os dois setores educacionais como podem ser visto na Tabela 2 e Figura 1 abaixo, percebe-se que a distribuição de notas das escolas privadas está deslocada à direita das públicas, evidenciando as características observadas na Tabela 1. Nota-se também que a densidade das escolas particulares é mais “achatada”. Isso se deve a maior variância das notas das escolas privadas em comparação às das escolas públicas. De modo geral, as notas se mostram a favor das escolas particulares, mas ainda falta um condicionamento em relação às covariadas, retirando o papel delas nesse diferencial.

Tabela 2 - Análise descritiva das notas

	Pública	Privada
Média	240,20	294,30
Desvio-padrão	45,95	51,04
25º percentil	208,30	260,30
Mediana	238,00	297,90
75º percentil	270,50	330,80

Fonte: Elaboração própria com microdados do SAEB 2005.

Figura 1 – Densidade de notas das escolas públicas e privadas

Fonte: Elaboração própria com base em microdados do SAEB 2005.

Por fim, buscando uma primeira distinção entre os dois setores em relação aos quartis de notas, a tabela 3, abaixo, mostra os desvios padrões entre quartis de distribuição de notas para três grupos de alunos: todos os alunos, os de escolas públicas e os de escolas privadas.

Tabela 3 – Desvios padrões entre quartis de notas Y

Base de dados\Quartis	Y<q1	q1<Y<q2	q2<Y<q3	Y>q4
Total	21,31	10,15	12,09	28,03
Pública	19,31	8,28	9,05	25,61
Privada	28,63	11,54	10,20	20,62

Fonte: Elaboração própria com microdados do SAEB 2005.

Percebe-se que, considerando toda base de dados ou somente os alunos de escolas públicas ou particulares, os quartis centrais têm menor variabilidade do que os extremos, indicando que alunos de qualidade mediana são mais similares do que os alunos de qualidade extremas. Porém, na comparação entre setores, há uma maior variabilidade no quartil superior de notas de alunos de escolas públicas. Os alunos de escolas particulares têm maior variabilidade de notas nos menores quartis de notas. Isso indica que nas escolas públicas, os piores alunos são mais próximos em qualidade entre si e os melhores alunos são mais distintos, o que pode indicar que as escolas públicas não são eficientes em gerar qualidade educacional para

melhores alunos. Com as escolas particulares, o inverso ocorre, demonstrando que os piores alunos são mais distintos entre si e os melhores alunos mais próximos.

5. RESULTADOS

Nesta seção, serão avaliados, inicialmente, os coeficientes das regressões quantílicas para cada setor, visando definir como as escolas públicas e particulares se diferem em relação a tais coeficientes e possíveis políticas que fariam aumentar a qualidade em cada rede de ensino. Na sequência, será analisada a decomposição de Oaxaca (1973) e a contrafactual. Por fim, a análise contrafactual do efeito de cada covariada separadamente poderá indicar o papel de cada uma para explicar o diferencial de notas antes da escolha do setor, auferindo o papel dos *peer group effects*.

5.1. Coeficientes das regressões quantílicas

Aqui, serão apresentados os coeficientes que, na maioria dos quantis, foram considerados significativos. Os resultados podem ser vistos na figura 1 abaixo³⁸, na qual, dois a dois, são apresentados primeiramente os das escolas públicas e, depois, os das particulares. Nota-se que, com exceção da variável Asexo para escolas públicas, os coeficientes não podem ser considerados diferentes das estimativas para a nota média. Assim, a análise para a média é uma ótima aproximação para avaliações de políticas para cada setor, onde não há mudança do caráter hierárquico da educação brasileira.

³⁸ Na área sombreada são encontrados os intervalos de confiança a 5% para os coeficientes (linhas pretas com pontos). A linha vermelha indica as estimativas para a média, com os intervalos de confiança a 5% na linha vermelha tracejada.

Escolas Públicas	Escolas Privadas
1. Sexo masculino	
<p>Asexo</p>	<p>Asexo</p>
2. Aluno reprovou 1 ou 2 vezes	
<p>Areprovou</p>	<p>Areprovou</p>
3. Cor: branca ou amarela	
<p>AbrancoAmarelo</p>	<p>AbrancoAmarelo</p>
4. Escolaridade da mãe: de 4 a 8 anos	
<p>Aescolamae4a8</p>	<p>Aescolamae4a8</p>

Escolas Públicas	Escolas Privadas
5. Escolaridade da mãe: de 8 a 11 anos

6. Escolaridade da mãe: de 11 a 15 anos

7. Escolaridade do pai: de 11 a 15 anos

8. Média de educação da mãe na sala

Escolas Públicas	Escolas Privadas
9. Professor com pós graduação

10. Professor com mais de 5 anos de experiência

11. Nível socioeconômico médio na escola

12. Escola possui mais de 10 computadores

Figura 2 - Coeficientes das escolas públicas e privadas

Fonte: Elaboração própria com base em microdados do SAEB 2005.

Os alunos homens têm maiores notas em matemática do que as mulheres em todos os quantis, um fato estilizado na literatura da economia da educação. Para as escolas públicas, o diferencial nos quantis superiores é maior. O fato de o aluno ter sido reprovado (*proxy* para capacidade cognitiva antes da realização dos testes) gera resultados negativos em todos os quantis da distribuição de notas, com um efeito maior para escolas particulares. Assim, no ensino público, alunos com “menor” capacidade cognitiva conseguem desempenhar resultados mais parecidos aos de “maior” capacidade. Isso leva a duas possíveis evidências. A primeira, mais drástica, indica que o ensino público é mais restritivo aos “melhores” alunos, criando menos meios desses se sobressaírem³⁹. A segunda é que o ensino público é mais focado a educação de alunos com “menor” capacidade. A análise descritiva (Tabela 3) corrobora com ambas as evidências, dado que alunos capacitados são mais distintos entre si, assim como piores alunos são mais parecidos, segundo a comparação com o setor privado.

Alunos brancos ou amarelos tendem a ter maiores notas que outros, com uma ligeira superioridade para as escolas públicas, especialmente nos quantis maiores de notas, evidenciando uma maior discriminação no setor público. A escolaridade dos pais tende a afetar positivamente a nota dos alunos nas duas redes, mas há maior efeito para escola privadas. É interessante notar que, para as escolas

³⁹ Isso corrobora com a ideia da busca das famílias por uma educação diferenciada, vista em escolas particulares.

públicas, quanto maior o quantil, maior o efeito de a mãe ter mais de 11 anos de estudos, já para o setor privado, o efeito é relativamente constante. Com relação à escolaridade média da mãe dos alunos na sala, ela tende a gerar qualidade educacional, com uma ligeira superioridade para o setor privado, tal como observado por Oliveira et al. (2009) e que tende a ser um efeito indireto da escolaridade da mãe. Isso demonstra o papel importante dos *peer group effects* na geração de qualidade educacional, apesar da possibilidade de viés (podem estar sobreidentificados) por não ter sido utilizado um experimento para a avaliação.

Com relação às variáveis escolares, o fato de o professor ter pós-graduação é mais efetivo para escolas públicas e a experiência do professor é importante somente para o setor privado, assim, uma política de maior escolaridade dos professores da rede pública tenderia a aumentar as notas dos alunos em sua rede, mas análises de custo-benefício deveriam ser realizadas sobre tal quesito. O nível socioeconômico médio da escola tende a gerar mais resultados para escolas particulares, portanto, nota-se que, realmente, é um fator importante para as notas dos alunos. Assim, na teoria, com a entrada de uma grande gama de alunos de baixo nível socioeconômico nas escolas particulares devido a política de cupons para escola particulares, diminuir-se-ia a eficácia do setor privado (a escolaridade média da mãe dos alunos na sala tende a ter o mesmo efeito). O número de computadores é importante para gerar maior qualidade de educação para alunos de escolas públicas. Já a falta de recursos financeiros afeta mais as notas das escolas privadas.

5.2. Decomposição de Oaxaca (1973) e análise contrafactual

É evidenciado na Tabela 2 que a distribuição de notas dos alunos de escolas particulares é superior ao das escolas públicas, havendo um deslocamento à direita na distribuição de notas de alunos de escolas públicas. Como já descrito na revisão da literatura, somente isso não é evidência para definir se o setor privado é superior em gerar qualidade educacional, assim, a análise do QTE e da decomposição de Oaxaca (1973) são necessários. Na Figura 3⁴⁰, além do QTE e do efeito dos coeficientes e covariadas, há uma comparação entre as distribuições cumulativas

⁴⁰ As linhas em vermelho representam o intervalo de confiança a 5%.

dos alunos de escolas públicas e seu contrafactual (alunos de escolas caso tivessem os coeficientes dos alunos de escolas particulares).

Figura 3 - Decomposição de Oaxaca (1973) e contrafactual

Fonte: Elaboração própria com base em microdados do SAEB 2005.

Os resultados são bastante similares aos vistos em Oliveira *et al.* (2009), mas agora comprovados pelos intervalos de confiança, algo não evidenciado no estudo anterior. Em todos os quantis, o QTE é negativo, demonstrando a superioridade do setor privado em geração de qualidade educacional (para o quantil central, onde se há o maior diferencial, a nota do sistema privado é superior ao público em menos de 1,5 desvios padrões do ensino público). É interessante notar que o diferencial é maior nos quantis mais centrais da distribuição. Isso leva a duas considerações. Primeiro, o ensino privado é mais efetivo com os alunos de características médias, apesar de os alunos dos quartis centrais das escolas privadas serem mais distintos em relação às notas em comparação aos alunos das escolas públicas. Segundo, os piores alunos nos dois setores são mais parecidos; assim como os melhores alunos, em relação ao aluno médio.

O efeito dos coeficientes (diferencial entre as funções quantílicas de alunos de escolas públicas e os do contrafactual), assim como a comparação entre as distribuições cumulativas, demonstram que os piores alunos das escolas públicas estariam até piores que antes, caso tivessem os coeficientes dos piores alunos das escolas particulares. Um efeito contrário é visto para os melhores alunos. Isso implica duas considerações importantes. Primeiramente, a variabilidade das notas seria maior, pois nos quantis mais baixos as notas são piores e nos quantis mais altos as notas seriam maiores, ou seja, as notas seriam mais desiguais nesse caso, com menos notas próximos a média da distribuição. Não menos importante, os retornos às características dos alunos da rede pública parecem ser decrescentes em relação ao desempenho, dado que, mesmo com a superioridade dos piores alunos das escolas particulares nas notas, seus retornos com relação às covariadas são menores, algo evidenciado por Oliveira *et al.* (2009). Porém, como há, nos maiores quantis, uma superioridade dos alunos de escolas particulares nos coeficientes, tal padrão também pode ser explicado por uma relação crescente desses com as suas notas, mesmo que pareça ser em menor magnitude.

Quanto aos efeitos das covariadas, assim como ocorre para o QTE, são todos negativos e, nos quantis extremos das distribuições, há um menor efeito. Isso explica o fato de que mesmo os piores estudantes nas escolas públicas tendo uma maior resposta às características com relação aos piores alunos das escolas particulares, eles têm notas piores que os da outra rede.

5.3. Efeito individual das covariadas

Nota-se, na seção anterior, que grande parte do diferencial entre os alunos das duas redes pode ser atribuído às suas características. Para identificar qual dos fatores possibilitaria uma maior diminuição da distância entre as duas distribuições, foi realizado o procedimento definido na metodologia⁴¹ para captar os efeitos das covariadas individuais, sendo gerada a figura 4 abaixo (interpretar de mesma forma que o efeito das covariadas visto na figura 3):

⁴¹ Na análise descritiva constata-se que, para as covariadas Amediaeducmae e Ensem, os extremos são diferentes para as duas redes, assim, para a construção de seus contrafactuais individuais, foram utilizados os menores limites em módulo entre os dois setores para a divisão em diferentes classes.

Figura 4 - Efeito das covariadas individuais

Fonte: Elaboração própria com base em microdados do SAEB 2005.

Dentre os fatores, os mais importantes foram o nível socioeconômico do aluno, a média de educação das mães dos alunos na sala e o nível socioeconômico médio das escolas. Dentre eles, dois refletem *peer group effects*, evidenciando a importância deles nesse diferencial de notas. Note que para *Amediaeducmae*, assim como para *Ansem*, os efeitos para os piores alunos seriam menores, demonstrando que os *peer group effects* não geram efeitos a esses alunos. Vale ressaltar que esse é um resultado similar ao encontrado em Pinto (2003), onde alunos de quantis centrais se beneficiam mais dos *peer group effects*. Algo parecido é evidenciado para o *Anse*. Desta forma, piores alunos tendem a se manter assim, independente de melhorias exógenas. Com relação às variáveis diretamente passíveis de políticas, sem mudar o formato hierárquico do ensino fundamental, um maior número de computadores, menores taxas de reprovação⁴² e mais recursos ao setor público são as que teoricamente ajudariam a diminuir a distância entre as duas instituições em geração de qualidade educacional.

⁴² Isso não implica que há favorecimento na política de educação continuada aplicada em alguns estados brasileiros; uma melhor análise neste quesito deve ser feita. Para maiores detalhes, ver Menezes-Filho et al.(2008).

6. CONCLUSÕES

Este trabalho teve por objetivo gerar robustez aos resultados observados em outros trabalhos que indicam uma maior efetividade das escolas particulares em relação às públicas. Para tal, por meio de metodologia baseada na decomposição de Oaxaca (1973) e seleção em observadas de Melly (2006a), buscou-se controlar para fatores individuais de alunos, professores e escolas, a fim de observar qual dos dois setores seria realmente melhor em gerar qualidade educacional, o que responderia à primeira condição a favor de uma política de cupons para escolas particulares. Já por meio dos estudos dos coeficientes e do efeito das covariadas individuais, analisou-se o papel dos *peer group effects* para explicar o diferencial público/privado, dado que a presença deles na análise tende a reduzir a maior eficácia do setor privado, como visto em Lockheed e Bruns (1990).

Dentre os resultados, avaliou-se, primeiramente, de que maneira cada covariada afeta de forma individual as distribuições em questão, tentando buscar fatores que melhorariam as notas de ambas as redes de ensino. Assim como em estudos que se focam em escolas públicas, resultados parecidos foram vistos para escolas particulares. Destaca-se que fatores como professores com pós-graduação e escolas com mais computadores são mais importantes para escolas públicas; já para escolas particulares, professores com maior experiência e a inexistência de problemas com recursos financeiros são mais expressivos. Com relação aos *peer group effects*, constatou-se que o efeito do nível socioeconômico médio da escola é mais importante para as escolas privadas. Assim, caso ocorra uma aleatorização na sociedade, com a entrada de alunos de baixa renda nas escolas privadas, isso diminuiria a eficácia do setor privado. Caso ocorra um *cream-skimming effect*, os resultados se inverteriam. Com relação à capacidade de ensinar alunos com diferentes níveis cognitivos (captado aqui pelas reprovações do aluno), os resultados corroboram com a análise descritiva, em que o ensino público é mais restritivo aos “melhores” alunos e parece ser mais focado na educação de alunos com “menor” capacidade cognitiva.

Depois, com a análise do QTE, constatou-se o diferencial visto entre as duas redes de ensino para todos os quantis (menos de 1,5 desvios padrões do ensino privado para o quantil central). Vale notar que, na análise contrafactual e no efeito dos coeficientes, assim como em estudos anteriores, os piores alunos das escolas

públicas estariam piores, caso tivessem coeficientes dos piores alunos de escolas privadas, havendo um efeito contrário em relação aos melhores estudantes, ou seja, tal possibilidade faria uma distribuição de notas menos igualitária. São resultados que corroboram com os encontrados por Oliveira *et al.* (2009), agora comprovados via inferência assintótica. Já na comparação com França e Gonçalves (2012), aqui o diferencial de notas público/privado médio estimado é superior (mais ou menos 1,4 desvios-padrões contra 0,9 desvios-padrões).

Com relação ao efeito das covariadas, elas explicam grande parte do diferencial dos alunos, em especial as relativas aos *peer group effects*. Nota-se que para os piores alunos, os efeitos da melhoria geral das covariadas relativas à sala de aula e à escola levariam a uma irrisória melhoria das notas, evidenciando que os piores alunos se manteriam assim, independentemente da política. Vale notar que, caso haja uma aleatorização na sociedade após uma política de cupons, com a saída de alunos de menor renda da escola pública, isso tenderia a melhorar a qualidade de ensino na mesma (pelo menos para os quantis médios e superiores). Com relação às covariadas passíveis de políticas que não mudem o caráter hierárquico do ensino fundamental brasileiro, como mais computadores, menores taxas de reprovação e menos problemas de falta de recursos financeiros, ajudariam a diminuir a distância entre a distribuição de notas nas duas redes de ensino.

No geral, não é possível afirmar ao certo como se daria uma política de cupons para escolas particulares no Brasil, pois se utilizou um não-experimento para a avaliação da efetividade, sujeito a viés de seleção e de variável omitida. Além disso, não foram avaliadas as questões relativas ao diferencial de eficiência e aos efeitos da competição e da aleatorização dos alunos após a implantação da política de cupons para escolas particulares, as outras três questões necessárias para definir se a política de cupons seria uma boa solução. Apesar disso, gerou-se robustez a outros resultados e ao papel dos *peer group effects* na explicação da disparidade de notas entre escolas públicas e privadas no Brasil. Não menos importante, ratificam-se os resultados vistos em Pinto (2008). Nesse caso, em escolas onde a maioria de alunos é mediano, alocar alunos diferentes em uma sala de aula pode otimizar os resultados, dado que os benefícios marginais dos alunos medianos podem compensar as perdas marginais dos piores alunos. Em escolas onde a maioria dos alunos é de baixa qualidade, o efeito oposto é esperado.

Quanto a possíveis indicações de trabalhos futuros, destacam-se três. Primeiro, avaliar o diferencial de notas público/privado por meio de abordagens quantílicas baseadas em instrumentos como o IVQR de Chernozhukov e Hansen (2005). O grande problema, nesse caso, é encontrar instrumentos bem comportados para corrigir o viés de seleção. Segundo, a busca pelas diferentes práticas educacionais e administrativas que ajudam a explicar a maior efetividade do setor privado. Por fim, realizar trabalhos sobre a eficiência, competição e resultados esperados de uma aleatorização entre alunos de escolas públicas e privadas, essenciais para a avaliação sobre uma futura política de cupons para escolas particulares no Brasil.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABADIE, A.; ANGRIST, J.; IMBENS, G. Instrumental Variables Estimates of the Effect of Subsidized Training on the Quantiles of Trainee Earnings. *Econometrica*, n. 70, p. 91-117, 2002.

ABEP. *Critério Brasil*, 2005. Disponível em:

<<http://www.abep.org/novo/Content.aspx?ContentID=302>>

ALBERNAZ, A.; FERREIRA, F.; FRANCO, C. Qualidade e equidade no ensino fundamental brasileiro. *Pesquisa e Planejamento Econômico*, v. 32, n. 3, p. 453-476, 2002.

ALEXANDER, K. L.; PALLAS, A. M. School sector and cognitive performance: When is a little a little? *Sociology of Education*, v. 58, n. 2, p. 115-128, 1985.

ARNOTT, R.; ROWSE, J. Peer Group Effects and Educational Attainment. *Journal of Public Economics*, v. 32, p. 287-305, 1987.

ARUM, R. Do private schools force public schools to compete?. *American Sociology Review*, v. 61, n. 1, p. 29-46, 1996.

BARBOSA, M., FERNANDES, C. A escola brasileira faz diferença?: uma investigação dos efeitos da escola na proficiência em matemática dos alunos da quarta série. In: FRANCO, C. (ed.). *Promoção, ciclos e avaliação na educação*. Porto Alegre: ArtMed, 2001.

BLINDER, A. Wage Discrimination: Reduced Form and Structural Estimates. *Journal of Human Resources*, v. 8, p. 436-455, 1973.

BRAUN, H.; JENKINS, F. e GRIGG, W. *Comparing Private Schools and Public Schools Using Hierarchical Linear Modeling*. U.S. Department of Education, National Center for Education Statistics, Institute of Education Sciences, Washington, DC. 2006.

BUCHINSKY, M. The Dynamics of Changes in Female Wage Distribution in the US: a Quantile Regression Approach. *Jornal of Applied Econometrics*, v. 13, p. 1-30, 1998.

BUCHINSKY, M. Quantile Regression with Sample Selection: Estimating Women`s Return to Education in the US. *Empirical Economics*, v. 26, p. 87-113, 2001.

CHAMBERLAIN, G. Quantile Regression, Censoring and the Structure of Wages. In: SIMS, C.(Ed.). *Advances in Econometrics*. New York: Elsevier, 1994, p. 171-209.

CHERNOZHUKOV, V.; HANSEN, C. An IV model of Quantile Treatment Effects. *Econometrica*, v. 73, p. 245-261, 2005.

CHERNOZHUKOV, V.; HANSEN, C. Inference on the Instrumental Quantile Regression, Process for Structural and Treatment Effect Models. *Journal of Econometrics*, v. 132, p. 491-525, 2006.

CHUBB, J. E.; MOE, T. M. *Politics, markets, and America's schools*. Washington, DC: The Brookings Institution, 1990.

COLEMAN, J. S.; HOFFER, T. *Public and private high schools: The impact of communities*. New York: Basic Books, 1987.

COLEMAN, J. S.; HOFFER, T.; KILGORE, S. *Public and private schools. Report to the National Center for Education Statistics*. National Opinion Research Center, Chicago.1981.

COOKSON, P. W. *School choice: The struggle for the soul of American education*. New Haven: Yale University Press, 1994.

COX, D.; JIMENEZ, E. The relative effectiveness of private and public schools: Evidence from two developing countries. *Journal of Development Economics*, v. 34, n. 1, p. 99-121, 1991.

CURI, A. ; MENEZES FILHO, N. A. Determinantes dos gastos com educação no Brasil. *Pesquisa e Planejamento Econômico (Rio de Janeiro)*, v. 40, p. 1-39, 2010.

EWIJK, R. V.; SLEEGERS, P. The effect of peer socioeconomic status on student achievement: A meta-analysis. *Educational Research Review*, v. 5, p. 134-150, 2010. Disponível em:
<<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1747938X10000175>>

FIRPO, S. Efficient Semiparametric Estimation of Quantile Treatment Effects. *Econometrica*, v. 75, p. 259-276, 2007.

FRANÇA, M. T. A.; GONÇALVES, F. O. Provisão Pública e Privada de Educação Fundamental: Diferenças de Qualidade Medidas por Meio de Propensity Score. *Economia Aplicada*, v. 14, n. 4, p. 373-390, 2010.

FRIEDMAN, M. The role of Government in Education. In: SOLO, R. A.(ed.). *Economics and the Public Interest*. New Brunswick, N.J.: Rutgers University Press, 1, 1955, p. 123-144.

GROGGER, J.; Neal, D. Further evidence on the effects of catholic secondary schooling. *Brookings-Wharton Papers on Urban Affairs*, p. 151-193, 2000. Disponível em:<staging01.muse.jhu.edu/login?auth=0&type=summary&url=/journals/brookings-wharton_papers_on_urban_affairs/v2000/2000.1grogger.html>.

HANUSHEK, E. The economics of schooling: production and efficiency in public schools. *Journal of Economic Literature*, v. 24, p. 1.141-1.177, 1986.

HANUSHEK, E.; KAIN, J. F.; MARKMAN, J. M.; RIVKIN, S. G. Does peer ability affect student achievement?. *Journal of Applied Econometrics*, v. 16, p. 527-544, 2003.

HARKER, R.; TYMMS, P. The effects of student composition on school outcomes. *School Effectiveness and School Improvement: An International Journal of Research, Policy and Practice*, v. 15, n. 2, p. 177–200, 2004. Disponível em: <<http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1076/sesi.15.2.177.30432>>

HECKMAN, J. Sample Selection Bias as a Specification Error. *Econometrica*, v. 47, p. 153-161, 1979.

HECKMAN, J.; ICHIMURA, H.; TODD, P. Matching as an Econometric Evaluation Estimator. *Review of Economics Studies*, v. 65, n. 2, p. 261-294, 1997.

HIRANO, K.; IMBENS, G.; RIDDER, G. Efficient Estimation of Average Treatment Effects Using the Estimated Propensity Score. *Econometrica*, v. 71, p. 1161-1189, 2003.

HOFFER, T. B. Middle school ability grouping and student achievement in science and mathematics. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, v. 13, n. 3, p. 205-227, 1992.

HOWELL, W. G.; PETERSON, P. E. *School choice in Dayton, Ohio: An evaluation after one year*. Harvard University Program on Education Policy and Governance, 2000.

HOXBY, C. M. What do America's 'traditional' forms of school choice teach us about school choice reforms?. *Federal Reserve Bank of New York Economic Policy Review*, v. 4, n. 1, p. 47-59, 1998.

HOXBY, C. M. *Peer Effects in the classroom learning from gender and race variation*. NBER working papers, n. 7867, National Bureau of Economic Research, 2000. Disponível em: <http://www.nber.org/papers/w7867.pdf?new_window=1>

IMBENS, G.; ANGRIST, J. Identification and Estimation of Local Average Treatment Effects. *Econometrica*, v. 62, p. 467-476, 2004.

JAMES, E.; KING, E. M.; SURYADI, A. Finance, management, and costs of public and private schools in Indonesia. *Economics of Education Review*, v. 14, n. 4, p. 387-398, 1996.

JIMENEZ, E. The structure of educational costs: Multiproduct cost functions for primary and secondary schools in Latin America. *Economics of Education Review*, v. 5, n. 1, p. 25-39, 1986.

JIMENEZ, E.; LOCKHEED, M. E. e PAQUEO, V. The relative efficiency of private and public schools in developing countries. *The World Bank Research Observer*, v. 6, n. 2, p. 205-218, 1991.

KANE, T. J. *Holding schools accountable: Performance-based reform in education*. Washington, DC: The Brookings Institution, 1996.

KINGDON, G. The quality and efficiency of private and public education: A case-study of urban India. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, v. 58, n. 1, p. 57-82, 1996.

KOENKER, R.; BASSET, G. Regression Quantiles. *Econometrica*, v. 46, n. 1, 1978.

LANKFORD, H. e WYCKOFF, J. Primary and secondary school choice among public and religious alternatives. *Economics of Education Review*, v. 11, n. 4, p. 317-337, 1992.

LOCKHEED, M. E.; BRUNS, B. *School Effects on Achievement in Secondary Mathematics and Portuguese in Brazil*. Washington, D.C : WPS 525, World Bank, 1990. Disponível em: <http://siteresources.worldbank.org/BRAZILINPOREXTN/Resources/3817166-1185895645304/4044168-1186326902607/37pub_br58.pdf>

LOCKHEED, M. E. e PAQUEO, V.. The relative efficiency of private and public schools in developing countries. *The World Bank Research Observer*, v. 6, n. 2, p.205-218,1991.

MACHADO, J. A. F. e MATA, J. Counterfactual Decomposition of Changes in Wage Distribution using Quantile Regression. *Journal of Applied Econometrics*, v. 20, n. 4, p. 445-465, 2005.

MANSKI, C. F. Educational choice (vouchers) and social mobility. *Economics of Education Review*, v. 11, n. 4, p. 351-369, 1992.

MCEWAN, P. J. The Potential Impact of Large-Scale Voucher Programs. *Review of Educational Research*, v. 70, n. 2, p.103-149, 2000.

MCEWAN, P. J. Peer effects on student achievement: evidence from Chile. *Economics of Education Review*, v. 22, p. 131-141, 2003.

MCEWAN, P. J.; CARNOY, M. The effectiveness and efficiency of private schools in Chile's voucher system. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, v. 33, n. 3, p. 213-239, 2000.

MCMAHON, W. W. Efficiency and equity criteria for educational budgeting and finance. In: MCMAHON, W. W.; GESKE, T. G. (EE.), *Financing education: Overcoming inefficiency and inequality*. Urbana: University of Illinois Press, 1982, p. 1-30.

MELLY, B. Estimation of Counterfactual Distribution using Quantile Regressions. University of St. Gallen, 2006a.

MELLY, B. Public and Private Sector Wage Distributions Controlling for Endogenous Sector Choice. University of St. Gallen, 2006b.

MENEZES-FILHO, N. *Os Determinantes do Desempenho Escolar do Brasil*. São Paulo: Instituto Futuro Brasil, Ibmecc-SP e FEA-USP, 2007.

MENEZES-FILHO, Naercio; RIBEIRO, Fernanda P. Os determinantes da Melhoria do Rendimento Escolar. In: GIAMBIAGI, Fabio; HENRIQUES, Ricardo; PESSÔA, Samuel; VELOSO, Fernando (Org.). *Educação Básica no Brasil*. Rio de Janeiro: Elsevier Editora Ltda., 2009, v. 1, p. 171-188.

MINCER, J. The distribution of labor incomes: A survey with special reference to the human capital approach. *Journal of Economic Literature*, v. 1, n. 8, p. 1-26, 1974.

NEWKEY, W. A Method of Moments Interpretation of Sequential Estimators. *Economics Letters*, v. 14, p. 201-206, 1984.

OAXACA, R. Male-Female Wage Differentials in Urban Labor Markets. *International Economic Review*, v. 14, p. 693-709, 1973.

OECD. *Knowledge and skills for life: First results from the OECD programme for International Student Assessment (PISA 2000)*. Paris, France: OECD Publications, n. no. 92-64-19671-4, 2001. Disponível em:
<<http://www.oecd.org/education/preschoolandschool/programme-for-international-student-assessment/pisa/33691620.pdf>>

OLIVEIRA, P. R.; BELLUZZO, W.; PAZELLO, E. T. Public-private sector differentials in Brazilian education: a counterfactual decomposition approach. In: *31 Encontro Brasileiro de Econometria*, 2009, Foz do Iguaçu. *31 Encontro Brasileiro de Econometria*, 2009.

OPDENAKKER, M. C.; VAN DAME, J.; DE FRAINE, B.; VAN LANDEGHEM, G.; ONGHENA, P. The effect of schools and classes on mathematics achievement. *School Effectiveness and School Improvement: An International Journal of Research, Policy and Practice*, v. 13, n. 4, p. 399–427, 2002. Disponível em:
<<http://www.tandfonline.com/toc/nses20/13/4> >

PETERSON, P. E.; MYERS, D.; MAYER, D.; CHOU, J.; HOWELL, W. G. *School Choice in New York City After Two Years: An Evaluation of the School Choice Scholarships Program*. Harvard University Program on Education Policy and Governance, 2000.

PINTO, C. C. X. Semiparametric Estimation of Peer Effects in Classrooms: Evidence for Brazilian Schools in 2003. In: *Latin American and Caribbean Economic association (LACEA) and Latin American Meeting of the Econometric Society (LAMES) meetings*, 2008, Rio de Janeiro. Latin American and Caribbean Economic

association (LACEA) and Latin American Meeting of the Econometric Society (LAMES) meetings, 2008. Disponível em: <<http://www.bcf.usc.edu/~goeree/pinto.pdf>>

SOMERS, M. A.; MCEWAN, P. J.; WILLMS, J. D. How Effective Are Private Schools in Latin America?. *Comparative Education Review*, v. 48, n. 1, p. 48-69, 2004.

STEVANS, L.; SESSIONS, D. N. Private/Public School Choice and Student Performance Revisited. *Education Economics*, v. 8, n. 2, 2000.

WELLS, A. S. *Time to choose: America at the crossroads of school choice policy*. New York: Hilland Wang, 1993.

WEST, M. R.; WÖBMANN, L. 'Every Catholic Child in a Catholic School': Historical Resistance to State Schooling, Contemporary Private Competition and Student Achievement across Countries. *The economic Journal*, v. 120, p. 229-255, 2010.

WILLIAMS, T.; CARPENTER, P. Private schooling and public achievement in Australia. *International Journal of Educational Research*, v. 15, n. 5, p. 411-431, 1991.

WOLF, P. J.; HOWELL, W. G.; PETERSON, P. E. *School choice in Dayton, Ohio: An evaluation after one year*. Harvard University Program on Education Policy and Governance, 2000.

8. APÊNDICE

Neste capítulo, considere que $T_i = 0$, se a unidade i não recebe o tratamento e $T_i = 1$, se a unidade i recebe o tratamento. $Y_i(0)$ é o resultado do controle e $Y_i(1)$ é o resultado do tratado. Adicionalmente, cada unidade i tem um vetor de covariadas X_i K -dimensional. A notação é: $F_Y(q)$ representa a distribuição cumulativa da v.a. (variável aleatória) Y em q , $f_Y(q)$ representa a densidade da v.a. Y no mesmo ponto; $F_Y^{-1}(\theta)$ representa a inversa da distribuição cumulativa, conhecida com função quantílica, avaliada em $0 < \theta < 1$; $F_Y(q/X_i)$ é a função distribuição cumulativa avaliada em q dado X_i . Considere θ o quantil não condicional e τ o quantil condicional.

8.1. Machado e Matta (2005)

Em sua abordagem, Machado e Matta (2005) transpõem o problema de estimação (não conseguir integrar os quantis condicionais, a fim de estimar os quantis marginais) via procedimento baseado no teorema da transformação de probabilidades. Em tal procedimento, sorteiam-se os quantis de uma distribuição uniforme e amostras aleatórias das covariadas, a fim de encontrar as distribuições condicionais que têm distribuição F , integráveis.

Considerando a equação abaixo para o quantil condicional do aluno individual:

$$F_Y^{-1}(\tau|x, T) = \alpha_0(\tau) + \hat{\gamma}(\tau)T + T \sum_{i=1}^K \eta_i(\tau)x_i + \sum_{i=1}^K \beta_{0i}(\tau)x_i. \quad (22)$$

Para o grupo de controle, onde $T=0$:

$$F_Y^{-1}(\tau|x, T) = \alpha_0(\tau) + \sum_{i=1}^K \beta_{0i}(\tau)x_i. \quad (23)$$

Para os tratados, onde $T=1$:

$$F_Y^{-1}(\tau|x, T) = \underbrace{\alpha(\tau) + \gamma(\tau)}_{\alpha_1(\tau)} + \sum_{i=1}^K \underbrace{(\eta_i(\tau) + \beta_{0i}(\tau))}_{\beta_{1i}(\tau)}x_i. \quad (24)$$

Tendo as equações em mente, o procedimento é dividido em quatro passos, enumerados a seguir:

- i. Geram-se m quantis aleatórios de uma distribuição $U[0,1]$;
- ii. Estima-se para cada um, as equações (23) e (24), por meio da regressão quantílica de Koenker e Bassett (1978), m coeficientes de tratados e controle;
- iii. Para cada um desses m vetores de coeficientes, sorteiam-se amostras aleatórias (com reposição) de covariadas X com m elementos, a partir de X_0 e X_1 ;
- iv. Com tais vetores de coeficientes e covariadas, encontram-se m elementos das distribuições marginais de tratados e controles, respectivamente, ou seja: $F_{Y(1)}^{-1} = x'_{1j}\beta_{1j}$ e $F_{Y(0)}^{-1} = x'_{0j}\beta_{0j}$, para $j=1, \dots, m$. A diferença de ambos é o QTE.

8.2. Firpo (2005)

Com base nas hipóteses de identificação CIA e de Suporte Comum (*propensity-score* $P(X)$ deve estar entre zero e um), Firpo (2005) define um estimador semiparamétrico para o QTE e QTT sem a necessidade de estimar o quantil condicional antes de achar tais parâmetros, mas a partir de reponderação da regressão quantílica.

Em um primeiro estágio, é estimado o *propensity-score* $P(X)$ via mesma estratégia aplicada em Hirano, Imbens e Ridder (2003) ao utilizar “*logistic power series approximation*” (FIRPO, 2005, p.9). Poderia ser efetuada estimação por meio de modelos Probit e Logit, porém, segundo Melly (2006a), tais estimadores são só consistentes se o erro latente seguir uma distribuição normal ou logística, respectivamente.

No segundo estágio, estima-se o QTE via regressão quantílica, em que para $t=0,1$:

$$\widehat{F}^{-1}_t(\tau) \equiv \operatorname{argmin}_q \sum_{i=1}^n \widehat{\omega}_{t,i} \rho_\tau(Y_i - q), \quad (25)$$

Onde os pesos referentes aos grupos de tratamento e controle são dados por:

$$\hat{\omega}_{1,i} = \frac{T_i}{n\hat{P}(X_i)} \quad e \quad \hat{\omega}_{0,i} = \frac{1-T_i}{n(1-\hat{P}(X_i))}. \quad (26)$$

Logo, o estimador do parâmetro QTE será $\widehat{QTE}(\tau) \equiv \widehat{F}^{-1}_1(\tau) - \widehat{F}^{-1}_0(\tau)$. É importante citar que assim como em Melly (2006a), esse estimador é $\sqrt{n}$ consistente, tem distribuição assintótica normal e há estimador para a variância assintótica que alcança o limite de estimação semiparamétrico.

8.3. Chernozhukov e Hansen (2005): IVQR

Considerando Y como resultados de interesse, T como variável binária de tratamento endógena, Z um vetor de instrumentos binários, U uma v.a. não observada escalar e V um vetor de v.a. possivelmente correlacionadas com U , suponha que se tenha a seguinte estrutura de relações:

$$Y = T'\alpha(U) + X'\beta(U), \quad U/X, Z \sim Uniforme(0,1), \quad (27)$$

$$\tau \rightarrow T'\alpha(\tau) + X'\beta(\tau) \text{ é estritamente crescente em } \tau, \quad (28)$$

$$T = \delta(X, Z, V). \quad (29)$$

As equações acima implicam que os instrumentos Z são não correlacionados a Y e correlacionados a T . Por (28) e (29):

$$\Pr(Y \leq T'\alpha(\tau) + X'\beta(\tau) | X, Z) = \tau, \quad (30)$$

Gerando também a condição de momentos:

$$E \left[\left(\tau - 1(Y < T'\alpha(\tau) + X'\beta(\tau)) \right) (X', Z')' \right] = 0. \quad (31)$$

Assumindo também: amostras i.i.d, variáveis definidas em domínio compacto no espaço de parâmetros e algumas condições de *Ranking* completo⁴³, pode-se estimar $\alpha(\tau)$ e $\beta(\tau)$ por GMM. O grande problema de se estimar os parâmetros, neste caso, é achar, via um problema de otimização, os dois parâmetros em um subconjunto de $R^{\dim(\alpha)+\dim(\beta)}$, o que é inviável no caso de haver um grande número de covariadas.

O método IVQR no ponto de vista computacional é atrativo para aproximar a estimação de (31). Conforme ditam os autores, ele é a analogia quantílica do MQO 2 estágios, modificado para se tornar computável.

A ideia básica⁴⁴ é que, caso se soubesse o verdadeiro $\alpha(\tau)$, poder-se-ia estimar $\beta(\tau)$, de modo consistente, em uma regressão quantílica padrão de $Y - T'\alpha(\tau)$ contra X . Como não se sabe $\alpha(\tau)$, há tentativas para valores dele, até que a regressão quantílica de $Y - T'\alpha(\tau)$ contra X e Z gere coeficientes relativos a Z nulos, ou seja, a parte não observada das notas não são correlacionadas com os instrumentos. Isso reduz o tempo de computação, pois a procura agora se dá em um subconjunto de dimensão análoga a de α , que deve ser pequeno para garantir essa propriedade (é permitido um máximo de 5 variáveis endógenas).

8.4. Melly (2006b) – SIVQR

Conforme já dito na revisão da literatura, para permitir se auferir os coeficientes do grupo de tratamento e controle é necessária a estimação de um modelo interagindo totalmente com as equações de ambos os grupos, o que aumenta muito o número de variáveis endógenas (devido à intersecção entre T e X) e torna a computação inviável por meio de IVQR. O primeiro modelo proposto para resolver tal questão é visto nesta seção.

Considerando o índice 1 para tratados e 0 para controle, há o modelo abaixo:

$$\begin{aligned} Y_0 &= \alpha_0(\tau) + X'\beta_0(\tau) + \varepsilon_0 \\ Y_1 &= \alpha_1(\tau) + X'\beta_1(\tau) + \varepsilon_1 \\ Y &= TY_1 + (1 - T)Y_0. \end{aligned} \tag{32}$$

⁴³ Para melhor detalhamento, ver Chernozhukov e Hansen (2006).

⁴⁴ Aprofundamento da metodologia em Chernozhukov e Hansen (2005), Chernozhukov e Hansen (2006) e Melly (2006b).

Primeiramente, para cada equação separadamente, estima-se os coeficientes $\beta_t(\tau)$ usando o *sample selection correction* de Buchinsky (1998, 2001). Esse procedimento pode ser separado em duas partes, com:

- i. Regride-se T contra X e Z , obtendo-se os coeficientes $\hat{\alpha}_X$ e $\hat{\alpha}_Z$ via procedimento paramétrico (Logit, Probit) ou estimador semiparamétrico.
- ii. Considerando $\hat{g} = X\hat{\alpha}_X + Z\hat{\alpha}_Z$ o índice estimado e $P_S(\hat{g}) = (P_{S1}(\hat{g}), \dots, P_{SS}(\hat{g}))$ um vetor polinomial em $\hat{g}$ de ordem S . Então, estima-se a regressão quantílica de Y sobre X e $P_S(\hat{g})$ separadamente para controle($T=0$) e tratados($T=1$):

$$Y_i = X_i\hat{\beta}_0(\theta) + P_S(\hat{g})\hat{r}_0(\theta) + \hat{\varepsilon}_{0i}(\theta), \{i: T_i = 0\} \quad (33)$$

$$Y_i = X_i\hat{\beta}_1(\theta) + P_S(\hat{g})\hat{r}_1(\theta) + \hat{\varepsilon}_{1i}(\theta), \{i: T_i = 1\}. \quad (34)$$

Os termos de viés são aproximados por $P_S(\hat{g})\hat{r}_0(\theta)$ e $P_S(\hat{g})\hat{r}_1(\theta)$. Os estimadores, $\hat{\beta}_0(\theta)$ e $\hat{\beta}_1(\theta)$ são $\sqrt{n}$ -consistentes com distribuição assintótica normal.

Com tais estimadores, pode-se realizar o procedimento IVQR com $Y - (1 - T)X\hat{\beta}_0 - TX\hat{\beta}_1$ como variável dependente e somente a constante⁴⁵ como regressor exógeno (além do vetor de instrumentos, que deve ter coeficiente nulo, conforme já explicado em IVQR). Assim, a nova equação objetivo da regressão quantílica ponderada será:

$$Q_n(\theta, \alpha, \beta, \gamma) \equiv \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [\rho_\theta(Y_i - \alpha - T_i'\delta - (1 - T_i)X_i'\hat{\beta}_0 - T_iX_i'\hat{\beta}_1 - \Phi_i(\theta)'\gamma)\hat{V}_i(\theta)], \quad (35)$$

Onde $\Phi_i \equiv \Phi(\theta, X_i, Z_i)$ é um vetor de instrumentos e $V_i(\theta) \equiv V(\theta, X_i, Z_i) > 0$ é uma função ponderadora⁴⁶, com seus estimadores consistentes. O procedimento para estimação é:

$$\hat{\delta}(\theta) = \operatorname{arginf}_{\delta \in A} n\hat{\gamma}(\theta, \delta)' \hat{A}(\theta, \delta) \hat{\gamma}(\theta, \delta), \text{ de forma que} \quad (36)$$

$$(\hat{\alpha}(\theta, \delta), \hat{\gamma}(\theta, \delta)) = \operatorname{arginf}_{(\alpha, \gamma)} Q_n(\theta, \alpha, \beta, \gamma), \text{ onde} \quad (37)$$

⁴⁵ A constante, nesse caso, conforme visto na função objetivo 35, é: $\alpha_0 + T_i'(\alpha_1 - \alpha_0) = \alpha + T_i'\delta$.

⁴⁶ No caso paramétrico, como será utilizado aqui, dado que há inferência definida em Chernozhukov e Hansen (2006), $V=1$. No caso não paramétrico, V pode ser considerada uma função kernel.

$$\left(\hat{\alpha}_0(\theta), \hat{\alpha}_1(\theta), \hat{\beta}_0(\theta), \hat{\beta}_1(\theta)\right) = \left(\hat{\alpha}\left(\theta, \hat{\delta}(\theta)\right), \hat{\alpha}\left(\theta, \hat{\delta}(\theta)\right) + \hat{\delta}(\theta), \hat{\beta}_0(\theta), \hat{\beta}_1(\theta)\right). \quad (38)$$

$\hat{A}(\theta, \delta) = A(\theta, \delta) + o_p(1)$, onde $A(\theta, \delta)$ é uma matriz positiva-definida em $\delta \in A$. Um estimador consistente para $A(\theta, \delta)$ é a inversa da matriz Var/Covar assintótica de $\sqrt{n}(\hat{\gamma}(\theta, \delta) - \gamma(\theta, \delta))$. Vale notar que $\hat{\delta}(\theta)$ será o QTE. Assim como ocorreu para os coeficientes da covariadas observadas, $\hat{\alpha}(\theta)$ e $\hat{\delta}(\theta)$ são $\sqrt{n}$ -consistentes com distribuição assintótica normal.

8.5. Melly (2006b) – MDIVQR

Suponha que as covariadas X venham de uma distribuição discreta⁴⁷, de forma que se tenha um número finito, M , de diferentes vetores possíveis $X_{(m)}$, $m=1, \dots, M$. Daí, efetua-se o estimador de Chernozhukov e Hansen (2001) separadamente para cada célula. Assim, há regressão quantílica simples de $Y - T\delta$ contra uma constante α como regressor exógeno (tal constante capta o efeito quando $X = X_{(m)}$), encontrando estimadores $\hat{\alpha}_m(\tau)$ e $\hat{\delta}_m(\tau)$ $\sqrt{n}$ -consistentes com distribuição assintótica normal.

Para se estimar os parâmetros globais, usa-se o panorama de distância mínima. Dado que fora assumido que os quantis condicionais de Y , dado X , são lineares para cada grupo de tratamento – vide modelo (32) –, ou seja:

$$\begin{aligned} \alpha_m(\tau) &= X'_{(j)}\beta_0(\tau) \text{ e} \\ \alpha_m(\tau) + \delta_m(\tau) &= X'_{(j)}\beta_1(\tau). \end{aligned} \quad (46)$$

Onde os vetores de parâmetros $\beta_0(\tau)$ e $\beta_1(\tau)$ são iguais para $m=1, \dots, M$. Definindo: G uma matriz $M \times k$ ($M \geq k$) com colunas $X_{(1)}, \dots, X_{(M)}$; $\alpha(\tau) = (\alpha_1(\tau), \dots, \alpha_m(\tau))$; $\delta(\tau) = (\delta_1(\tau), \dots, \delta_m(\tau))$ e $\hat{W}_t(\tau)$, uma matriz $M \times M$ que converge em probabilidade $o(1)$ para $W_t(\tau)$, matriz positiva-definida para $t=0,1$. Com isso, o estimador de distância mínima de $\beta_0(\tau)$ e $\beta_1(\tau)$ é dado por:

⁴⁷ Caso alguma covariada seja contínua (como ocorre em Oliveira *et al.* (2009)), haverá a necessidade de estimação semiparamétrica em cada célula, antes de aplicar o estimador de mínima distância. Para mais informações ver Melly (2006b).

$$\hat{\beta}_0(\tau) = \min_{\beta} (\hat{\alpha}(\tau) - G\beta)' \hat{W}_0(\tau) (\hat{\alpha}(\tau) - G\beta) \text{ e} \quad (47)$$

$$\hat{\beta}_1(\tau) = \min_{\beta} (\hat{\alpha}(\tau) + \hat{\delta}(\tau) - G\beta)' \hat{W}_1(\tau) (\hat{\alpha}(\tau) + \hat{\delta}(\tau) - G\beta). \quad (48)$$

O estimador eficiente é conseguido ao colocar $W_t(\tau)$ como sendo um estimador consistente das matriz var/covar de $\hat{\alpha}_m(\tau)$ e $\hat{\delta}_m(\tau)$.