Universidade de São Paulo
Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de
Ribeirão Preto
Departamento de Economia
Programa de Pós-graduação em Economia - Área: Economia
Aplicada

GABRIEL TAMANCOLDI COUTO

Custos de bem-estar da incerteza macroeconômica e estimação de
parâmetros de preferência

Orientador: Prof. Dr. Fábio Augusto Reis Gomes

RIBEIRÃO PRETO

2020

Prof. Dr. Vahan Agopyan
Reitor da Universidade de São Paulo

Prof. Dr. André Lucirton Costa
Diretor da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de
Ribeirão Preto

Prof. Dr. Sérgio Kannebley Junior
Chefe do Departamento de Economia

Prof. Dr. Luciano Nakabashi
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Economia - Área:
Economia Aplicada

GABRIEL TAMANCOLDI COUTO

Custos de bem-estar da incerteza macroeconômica e estimação de
parâmetros de preferência

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Economia – Área: Economia Aplicada da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Doutor em Ciências. Versão Corrigida. A original encontra-se disponível na FEA-RP/USP.

Orientador: Prof. Dr. Fábio Augusto Reis Gomes

RIBEIRÃO PRETO

2020

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Couto, Gabriel Tamancoldi

Custos de bem-estar da incerteza macroeconômica e estimação de parâmetros de preferência/ GABRIEL TAMANCOLDI COUTO; Orientador: Prof. Dr. Fábio Augusto Reis Gomes

RIBEIRÃO PRETO, 2020- 140 p. : il.

Tese (Doutorado) – Universidade de São Paulo, 2020.

1. Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica. 2. Formação de hábito. 3. Bens duráveis. 4. Não-homoteticidade. I. Orientador: prof. Dr. Fábio Augusto Reis Gomes. II. Universidade De São Paulo - Campus Ribeirão Preto. III. Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade. IV. Custos de bem-estar da incerteza macroeconômica e estimação de parâmetros de preferência

CDU

Agradecimentos

Gostaria de agradecer aos professores do Departamento de Economia da FEA-RP. Em toda a minha jornada na pós-graduação, desde o convite para o programa de mestrado até os estágios finais da elaboração da tese de doutorado, tive todo o apoio e disponibilidade do corpo docente.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Fábio Augusto Reis Gomes, muito obrigado por todos os conselhos e ensinamentos durante todo o período de pós-graduação, sempre disponível, presente e dedicado a melhorar sempre a qualidade do trabalho.

Obrigado também ao Prof. Dr. Fernando Antônio de Barros Júnior e ao Prof. Dr. Jefferson Donizeti Pereira Bertolai, pelas importantes sugestões dadas durante a banca de qualificação.

Agradeço aos professores Luciano Nakabashi, Rudinei Toneto, Alex Ferreira e Sérgio Sakurai pela oportunidade de participar do Centro de Pesquisa em Economia Regional da FUNDACE (CEPER-FUNDACE), e também aos amigos com quem convivi no centro.

Muito obrigado à ACIRP, que durante a maior parte de meu doutorado me empregou e foi sempre compreensiva e flexível com meus compromissos acadêmicos. Um agradecimento especial ao Eduardo Molina, meu gestor durante boa parte deste período.

A meus amigos de turma, pela convivência ao longo desse período, e pelas sugestões e ajuda na elaboração deste trabalho, em especial ao Marcos, Chaim e Daniel, que me acompanham desde os tempos de mestrado.

Agradeço a meus avós, Elio e Lija, por terem sido parte fundamental na minha criação e por terem me ensinado boa parte dos valores que eu carrego até hoje. Minha avó só pôde estar comigo durante o primeiro ano desta etapa, mas tento levar seu legado comigo todos os dias.

À minha tia Flávia, que desde sempre cuidou de mim, continua cuidando, e com quem sei que posso contar para qualquer coisa. Ao Davi, a quem eu tento ser motivo de

orgulho e inspiração sempre.

À minha sogra, Cidinha, que me acolhe em sua casa todos os dias, por sua preocupação, cuidado e companhia. À Amorinha, companheira durante as tardes intermináveis de trabalho.

Muito obrigado à Raytza, minha noiva, melhor amiga, conselheira e companheira, em todos os sentidos que esta palavra pode ter. Sem ela, este trabalho não existiria. Por deixar tudo o que está fazendo para ajudar em momentos de crise, por dar aquele incentivo extra em horas pouco produtivas, por me apoiar em todas as empreitadas da vida. Muito obrigado também pelos momentos de lazer, viagens, idas ao cinema, jantares, séries e todo o resto. Obrigado por estar sempre ao meu lado.

À minha mãe, Andréa, por ter sempre acreditado e investido em mim, por ter cuidado e se preocupado comigo ao longo de toda a minha vida, e ter me dado apoio incondicional em todas as decisões que já tomei. Este espaço não faz jus a tudo o que eu devo à minha mãe.

Agradeço a meu pai, Antônio, por ser meu maior exemplo na vida, e a pessoa em que tento me espelhar o tempo todo. Também não teria conseguido chegar até aqui sem você, e cada vez acredito mais quando você diz que me ensinou tudo que sei.

Agradeço à CAPES pelo apoio financeiro ao longo do primeiro ano de curso. O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Resumo

COUTO, G. T. **Custos de bem-estar da incerteza macroeconômica e estimação de parâmetros de preferência** 2020. Tese (Doutorado) - Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto, Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto, 2020.

Este trabalho está dividido em duas partes. A Parte I se dedica ao estudo do custo de bem-estar da incerteza macroeconômica a partir de preferências pouco exploradas ou mesmo inexploradas nessa área de pesquisa. O Capítulo 3 estima este custo a partir de uma função utilidade que permite a formação de hábito. Uma vez que este tipo de formulação gera maior desutilidade em mudanças no padrão de consumo, investigamos seu impacto sobre o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica, que é estimado considerando-se ora que o consumo segue um processo tendência estacionário, ora um processo diferença estacionário. Os resultados apontam custos relativamente baixos em ambos os casos para uma grade de parâmetros. Adicionalmente, o custo tende a cair quanto maior a intensidade da formação de hábito nas preferências. O Capítulo 4 estima o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica a partir de uma função utilidade que considera o consumo de bens não duráveis, duráveis e serviços de maneira separada. Como os bens duráveis possuem maior volatilidade nas diferentes etapas dos ciclos econômicos em relação aos demais tipos de bens, sua inclusão tem potencial para elevar o custo de bem-estar. Consideramos ora que o consumo dos três tipos de bens segue processos tendência estacionários, ora processos diferença estacionários. Os resultados mostram custos relativamente baixos para ambos os casos. Para algumas combinações de parâmetros, o custo cai com a inclusão de bens duráveis na função, o que provavelmente está relacionado à possibilidade de estocagem deste tipo de bem, atuando como uma forma de seguro para o agente representativo em períodos de crise. A Parte II tem por objetivo estimar os parâmetros estruturais de preferência de uma função utilidade que considera separadamente o consumo de bens não duráveis, duráveis e serviços. A função admite ainda a possibilidade de as preferências não serem homotéticas, uma vez que há um descolamento no consumo de bens duráveis em relação aos outros tipos de bens ao longo do tempo. Além disso, verificamos se a agregação entre não duráveis e serviços gera algum tipo de viés nas estimativas dos parâmetros estruturais. Os resultados apontam para a presença de não-homoteticidade tanto nos bens duráveis como nos serviços. Adicionalmente, verifica-se queda nas estimativas da elasticidade de substituição intertemporal quando os bens são incluídos separadamente na função utilidade.

Palavras-chaves: Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica, aversão ao risco, bens duráveis, serviços, formação de hábito, não-homoteticidade.

Abstract

COUTO, G. T. **Welfare costs of macroeconomic uncertainty and estimation of preference parameters** 2020. Thesis (Doctoral Degree) - Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto, Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto, 2020.

This work is divided into two parts. Part I is dedicated to the study of the welfare cost of macroeconomic uncertainty based on preferences that are little explored or even unexplored in this area of research. Chapter 3 estimates this cost based on a utility function that admits habit formation. Since in this type of formulation changes in the consumption pattern generate greater disutility, we investigate its impact on the welfare cost of macroeconomic uncertainty, which is estimated considering either that consumption follows a trend stationary process, or a difference stationary process. The results point to relatively low costs in both cases for a grid of parameters. In addition, the cost tends to fall as the intensity of habit formation in preferences rises. Chapter 4 estimates the welfare cost of macroeconomic uncertainty based on a utility function that considers the consumption of services, non-durable and durable goods separately. As durable goods are more volatile at different stages of economic cycles than other types of goods, their inclusion has the potential to raise the welfare cost. We consider that consumption of the three types of goods follows either trend stationary processes, or difference stationary processes. The results show relatively low costs for both cases. For some combinations of parameters, the cost falls with the inclusion of durable goods in the function, which is probably related to the possibility of stocking this type of asset, which acts as an insurance for the representative agent in times of crisis. Part II aims to estimate the structural preference parameters for a utility function that considers the consumption of services, non-durable and durable goods separately. The function also admits the possibility that preferences are non-homothetic, since there is a growing gap between the consumption of durable goods and the other types of goods over time. In addition, we verified whether the aggregation between non-durables and services generates any kind of bias in the estimates of structural parameters. The results point to the presence of non-homotheticity in both durable goods and services. Additionally, estimates of intertemporal elasticity of substitution fall when the three types of goods are included separately in the utility function.

Keywords: Welfare cost of macroeconomic uncertainty, risk aversion, durable goods, services, habit formation, non-homotheticity.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Consumo real <i>per capita</i> de bens não duráveis nos Estados Unidos . . .	39
Figura 2 – Variância de C_t/C_{t-1}^α em função de α , processo tendência-estacionário .	41
Figura 3 – Variância de C_t/C_{t-1}^α em função de α , processo diferença-estacionário .	43
Figura 4 – Razão entre os custos de bem-estar da incerteza macroeconômica (compensação no nível/compensação no crescimento, processo tendência-estacionário, $r = 3\%$, $\beta = 0,9926$)	48
Figura 5 – Razão entre os custos de bem-estar da incerteza macroeconômica (compensação no nível/compensação no crescimento, processo diferença-estacionário, $r = 3\%$, $\beta = 0,9926$)	49
Figura 6 – Razão entre os custos de bem-estar da incerteza macroeconômica a partir de dados mensais (compensação no nível/compensação no crescimento, processo tendência-estacionário, $r = 3\%$, $\beta = 0,9975$)	54
Figura 7 – Razão entre os custos de bem-estar da incerteza macroeconômica a partir de dados mensais (compensação no nível/compensação no crescimento, processo diferença-estacionário, $r = 3\%$, $\beta = 0,9975$)	54
Figura 8 – Consumo real <i>per capita</i> (não duráveis e serviços), e estoque real <i>per capita</i> (duráveis) nos Estados Unidos	68
Figura 9 – Resíduos da estimação das equações do sistema (4.39)	70
Figura 10 – Resíduos da estimação das equações do sistema (4.40)	71
Figura 11 – Proporções do consumo de cada tipo de bem em relação ao total	75
Figura 12 – Consumo real <i>per capita</i> (não duráveis e serviços), e estoque real <i>per capita</i> (duráveis) nos Estados Unidos	90
Figura 13 – Simulação do <i>toy model</i> com $\eta = \zeta = 1$, $p_c = p_k = p_s = 1$	93
Figura 14 – Simulação do <i>toy model</i> com $\eta = 0,6$, $\zeta = 1,4$, $p_c = p_k = p_s = 1$	94
Figura 15 – Simulação do <i>toy model</i> com $\eta = \zeta = 1$, $p_c = 1$, $p_k = 0,8$, $p_s = 1,5$ . . .	94
Figura 16 – Retornos trimestrais das <i>Treasury bills</i> de 3 meses e do S&P500, deflacionados pelo índice de preços dos bens de consumo não duráveis. Fonte: <i>Bureau of Economic Analysis</i>	103
Figura 17 – Preços relativos dos bens de consumo duráveis e de serviços, tendo como base os bens de consumo não duráveis. Fonte: <i>Bureau of Economic Analysis</i>	103
Figura 18 – Taxas de inflação trimestral de bens de consumo não duráveis, duráveis e serviços. Fonte: <i>Bureau of Economic Analysis</i>	104

Lista de tabelas

Tabela 1 – Testes de raiz unitária sobre a série do consumo real de bens não-duráveis <i>per capita</i> , em nível e em primeira diferença.	39
Tabela 2 – Resultados da estimação das equações (3.18) e (3.19)	40
Tabela 3 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica λ sob um processo tendência-estacionário	43
Tabela 4 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica λ sob um processo diferença-estacionário ($r = 1\%$, $\beta = 0,9975$)	44
Tabela 5 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica λ sob um processo diferença-estacionário ($r = 3\%$, $\beta = 0,9926$)	44
Tabela 6 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica λ sob um processo diferença-estacionário ($r = 5\%$, $\beta = 0,9879$)	44
Tabela 7 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica λ_G sob um processo tendência-estacionário ($r = 1\%$, $\beta = 0,9975$)	46
Tabela 8 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica λ_G sob um processo tendência-estacionário ($r = 3\%$, $\beta = 0,9926$)	46
Tabela 9 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica λ_G sob um processo tendência-estacionário ($r = 5\%$, $\beta = 0,9879$)	46
Tabela 10 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica λ_G sob um processo diferença-estacionário ($r = 1\%$, $\beta = 0,9975$)	47
Tabela 11 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica λ_G sob um processo diferença-estacionário ($r = 3\%$, $\beta = 0,9926$)	47
Tabela 12 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica λ_G sob um processo diferença-estacionário ($r = 5\%$, $\beta = 0,9879$)	47
Tabela 13 – Resultados da estimação das equações (3.18) e (3.19), dados mensais .	49
Tabela 14 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica λ sob um processo tendência-estacionário, dados mensais	50
Tabela 15 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica λ sob um processo diferença-estacionário ($r = 1\%$, $\beta = 0,9992$), dados mensais	50
Tabela 16 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica λ sob um processo diferença-estacionário ($r = 3\%$, $\beta = 0,9975$), dados mensais	51
Tabela 17 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica λ sob um processo diferença-estacionário ($r = 5\%$, $\beta = 0,9959$), dados mensais	51
Tabela 18 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica λ_G sob um processo tendência-estacionário ($r = 1\%$, $\beta = 0,9992$), dados mensais	51
Tabela 19 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica λ_G sob um processo tendência-estacionário ($r = 3\%$, $\beta = 0,9975$), dados mensais	52

Tabela 20 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica λ_G sob um processo tendência-estacionário ($r = 5\%$, $\beta = 0,9959$), dados mensais	52
Tabela 21 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica λ_G sob um processo diferença-estacionário ($r = 1\%$, $\beta = 0,9992$), dados mensais	52
Tabela 22 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica λ_G sob um processo diferença-estacionário ($r = 3\%$, $\beta = 0,9975$), dados mensais	52
Tabela 23 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica λ_G sob um processo diferença-estacionário ($r = 5\%$, $\beta = 0,9959$), dados mensais	53
Tabela 24 – Resultados da estimação dos sistemas (4.39) e (4.40), erros-padrão en- tre parênteses	69
Tabela 25 – Valores estimados para os parâmetros sob as diferentes hipóteses acerca do processo estocástico, utilizando as séries de bens duráveis e não- duráveis	70
Tabela 26 – Testes de raiz unitária para as séries, considerando a presença de cons- tante e tendência linear	71
Tabela 27 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica (λ) sob a hipótese de um processo tendência-estacionário, a partir das equações (4.35) e (4.36)	73
Tabela 28 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica (λ) sob a hipótese de um processo diferença-estacionário, consumo de bens não-duráveis apenas, a partir da equação (4.38)	73
Tabela 29 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica (λ) sob a hipótese de um processo diferença-estacionário, consumo de bens não-duráveis, duráveis e serviços, a partir da equação (4.37)	73
Tabela 30 – Razão entre os custos (λ) considerando bens duráveis, não-duráveis e serviços (tabela 29), e considerando apenas bens não-duráveis (tabela 28)	74
Tabela 31 – Proporções do consumo de cada bem em relação ao total em cada subamostra	76
Tabela 32 – Resultados da estimação do sistema (4.40) para três subamostras dis- tintas, erros-padrão entre parênteses	77
Tabela 33 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica (λ) sob a hipótese de um processo diferença-estacionário, consumo de bens não-duráveis apenas, a partir da equação (4.38) - subamostra 1	77
Tabela 34 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica (λ) sob a hipótese de um processo diferença-estacionário, consumo de bens não-duráveis, duráveis e serviços, a partir da equação (4.37) - subamostra 1	77

Tabela 35 – Razão entre os custos (λ) considerando bens duráveis, não-duráveis e serviços (tabela 34), e considerando apenas bens não-duráveis (tabela 33) - subamostra 1	78
Tabela 36 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica (λ) sob a hipótese de um processo diferença-estacionário, consumo de bens não-duráveis apenas, a partir da equação (4.38) - subamostra 2	78
Tabela 37 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica (λ) sob a hipótese de um processo diferença-estacionário, consumo de bens não-duráveis, duráveis e serviços, a partir da equação (4.37) - subamostra 2	78
Tabela 38 – Razão entre os custos (λ) considerando bens duráveis, não-duráveis e serviços (tabela 37), e considerando apenas bens não-duráveis (tabela 36) - subamostra 2	78
Tabela 39 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica (λ) sob a hipótese de um processo diferença-estacionário, consumo de bens não-duráveis apenas, a partir da equação (4.38) - subamostra 3	79
Tabela 40 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica (λ) sob a hipótese de um processo diferença-estacionário, consumo de bens não-duráveis, duráveis e serviços, a partir da equação (4.37) - subamostra 3	79
Tabela 41 – Razão entre os custos (λ) considerando bens duráveis, não-duráveis e serviços (tabela 40), e considerando apenas bens não-duráveis (tabela 39) - subamostra 3	79
Tabela 42 – Testes de raiz unitária sobre as variáveis a serem incluídas no teste de cointegração. Variáveis em nível.	105
Tabela 43 – Testes de raiz unitária sobre as variáveis a serem incluídas no teste de cointegração. Variáveis em primeira diferença.	105
Tabela 44 – Estatísticas descritivas das séries utilizadas nas estimações. Em todas as séries, há 287 observações, no intervalo 1947/T2-2018/T4.	106
Tabela 45 – Teste do traço de Johansen (1991) sobre a relação de cointegração definida na equação (5.26)	106
Tabela 46 – Vetores de cointegração obtidos a partir da aplicação do procedimento de Johansen (1991) sobre a equação (5.26), normalizados em C_t	107
Tabela 47 – Valores estimados para os parâmetros da forma estrutural. Desvios-padrão entre parênteses.	107
Tabela 48 – Resultados da estimação por GMM das equações (5.14) e (5.16), utilizando as <i>Treasury bills</i> como retorno nas equações de Euler.	108
Tabela 49 – Resultados da estimação por GMM das equações (5.14) e (5.16), utilizando o S&P500 como retorno nas equações de Euler.	109

Tabela 50 – Resultados da estimação por GMM da equação (5.14), utilizando a <i>treasury</i> e o S&P500 como retornos em versões separadas da equação de Euler.	110
Tabela 51 – Teste do traço de Johansen (1991) sobre a relação de cointegração definida na equação (5.31)	111
Tabela 52 – Vetores de cointegração obtidos a partir da aplicação do procedimento de Johansen (1991) sobre a equação (5.31), normalizados em C_t	111
Tabela 53 – Valores estimados para os parâmetros da forma estrutural. Desvios-padrão entre parênteses.	112
Tabela 54 – Resultados da estimação por GMM da equação de Euler (5.30), utilizando as <i>Treasury bills</i> como ativo.	112
Tabela 55 – Resultados da estimação por GMM da equação de Euler (5.30), utilizando o S&P500 como ativo.	113
Tabela 56 – Resultados da estimação por GMM da equação (5.30), utilizando a <i>Treasury bill</i> e o S&P500 como retornos em versões separadas da equação de Euler.	114
Tabela 57 – Estimativas obtidas a partir das relações de cointegração em cada tipo de modelo. Erros-padrão entre parênteses.	114
Tabela 58 – Estimativas médias por GMM em cada tipo de modelo, considerando apenas resultados estatisticamente significantes.	114

Sumário

	Sumário	17
1	INTRODUÇÃO	21
I	CUSTO DE BEM-ESTAR DA INCERTEZA MACROECONÔMICA	23
2	INTRODUÇÃO E REVISÃO DA BIBLIOGRAFIA	25
3	CUSTO DE BEM-ESTAR DA INCERTEZA MACROECONÔMICA: FORMAÇÃO DE HÁBITO	29
3.1	Introdução	29
3.2	Preferências e o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica .	32
3.2.1	Preferências com formação de hábito	32
3.2.2	Processos estocásticos do consumo	33
3.2.3	Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica: compensação sobre o nível de consumo	34
3.2.4	Cálculo alternativo: compensação na taxa de crescimento	36
3.3	Dados	38
3.4	Resultados	40
3.4.1	Propriedades Estatísticas do Consumo	40
3.4.2	Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica a partir de compensação sobre o nível de consumo	42
3.4.3	Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica a partir de compensação sobre a taxa de crescimento do consumo	45
3.5	Análise de robustez com dados mensais	49
3.6	Considerações finais	53
4	CUSTO DE BEM-ESTAR DA INCERTEZA MACROECONÔMICA: BENS DURÁVEIS E SERVIÇOS	57
4.1	Introdução	57
4.2	Preferências e o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica .	59
4.2.1	Preferências e agregação dos bens	59
4.2.2	Processos estocásticos do consumo	61
4.2.3	Cálculo do custo de bem-estar da incerteza macroeconômica	63

4.2.4	Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica sob a hipótese de séries tendência estacionárias	65
4.2.5	Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica sob a hipótese de séries diferença estacionárias	65
4.3	Dados	67
4.4	Resultados	68
4.4.1	Estimação dos processos estocásticos do consumo	68
4.4.2	Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica	72
4.4.3	Estudo de robustez	75
4.5	Considerações finais	80

II ESTIMAÇÃO DOS PARÂMETROS ESTRUTURAIS DA FUNÇÃO UTILIDADE COM TRÊS TIPOS DE BENS 83

5	ESTIMANDO A EQUAÇÃO DE EULER DO CONSUMIDOR: PRE- FERÊNCIAS NÃO-HOMOTÉTICAS E O PAPEL DO GASTO COM SERVIÇOS	85
5.1	Introdução	85
5.2	Revisão da literatura	87
5.3	Modelo	91
5.3.1	<i>Toy model</i>	91
5.3.2	O modelo de consumo	95
5.4	Metodologia	99
5.4.1	Relações de cointegração	100
5.4.2	Estimação das equações de Euler via GMM	101
5.4.3	Dados	101
5.5	Resultados	104
5.5.1	Testes de raiz unitária	104
5.5.2	Estimação da relação de cointegração	105
5.5.3	Estimação das equações de Euler por GMM	107
5.5.4	Re-estimando o modelo sem a distinção entre bens não duráveis e serviços .	110
5.6	Conclusão	115

APÊNDICE A – DEMONSTRAÇÃO DA PROPOSIÇÃO 3.1 117

APÊNDICE B – DEMONSTRAÇÃO DA PROPOSIÇÃO 3.2 119

APÊNDICE C – DEMONSTRAÇÃO DA PROPOSIÇÃO 3.3 121

APÊNDICE D – DEMONSTRAÇÃO DA PROPOSIÇÃO 3.4 123

APÊNDICE E – DEMONSTRAÇÃO DA PROPOSIÇÃO 4.1	125
APÊNDICE F – DEMONSTRAÇÃO DA PROPOSIÇÃO 4.2	127
APÊNDICE G – DERIVAÇÃO DO MODELO COM TRÊS TIPOS DE BEM	129
APÊNDICE H – CONSTRUÇÃO DE SÉRIE TRIMESTRAL DO ESTOQUE DE DURÁVEIS	135
REFERÊNCIAS	137

1 Introdução

Nos diversos campos da Macroeconomia que utilizam modelos intertemporais, diferentes hipóteses acerca da estrutura das preferências podem levar a conclusões distintas. De maneira geral, em cada ramo de estudo, os modelos teóricos são adaptados ao longo do tempo para capturar cada vez mais detalhes, o que ocorre quando são relaxadas hipóteses assumidas por trabalhos anteriores. Neste contexto, o presente trabalho se propõe, em dois campos diferentes, a adotar preferências pouco exploradas ou mesmo não exploradas pela literatura.

A Parte I do presente trabalho explora o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica com diferentes formulações de função utilidade. O Capítulo 2 introduz o tema de maneira geral, revisando as principais contribuições da literatura. Na maioria dos trabalhos que estimam este custo para países desenvolvidos, os valores encontrados são baixos, o que leva à busca por mudanças nas hipóteses dos modelos que potencialmente podem levar a custos mais elevados. No Capítulo 3, é estimado o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica considerando um agente cuja função utilidade possibilita a formação de hábito. Este tipo de preferência gera uma desutilidade maior ao consumidor em períodos de queda no padrão de consumo, o que potencialmente pode gerar custos mais elevados. Já no Capítulo 4, o mesmo custo é estimado para um consumidor cuja função utilidade considera o consumo de bens não duráveis, duráveis e serviços separadamente. A maior volatilidade dos duráveis em relação aos demais bens nos ciclos econômicos pode gerar custos mais elevados do que os estimados na literatura até então. Adicionalmente, a análise das séries temporais do consumo de não duráveis e do consumo de serviços sugere que a agregação de ambas variáveis pode não ser adequada.

A Parte II, composta pelo Capítulo 5, tem por objetivo estimar os parâmetros de preferência de uma função utilidade que considera o consumo de bens não-duráveis, duráveis e serviços separadamente. Apesar de haver na literatura alguns trabalhos que consideram o consumo de duráveis de maneira separada, não há contribuições em que

é feita a desagregação entre não duráveis e serviços. Adicionalmente, a função utilidade definida permite a existência de não-homoteticidades nos bens, o que é uma possível explicação para o forte descolamento no estoque de bens duráveis em relação a não duráveis e serviços nos Estados Unidos a partir da segunda metade do século XX.

Parte I

Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica

2 Introdução e revisão da bibliografia

Muitos estudos da literatura se dedicam a investigar o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica. Estes trabalhos partem de uma pergunta em comum: qual seria o ganho, em termos de bem-estar, obtido a partir da eliminação completa da incerteza macroeconômica agregada de determinada economia? A resposta para esta pergunta possui importantes implicações na decisão de ampliar as políticas contracíclicas vigentes, ou ainda, de adotar novas políticas. Caso o valor encontrado seja baixo, tal intensificação não seria a ação ótima por parte dos gestores públicos, principalmente quando seus custos de implementação são levados em conta.

No primeiro trabalho que se propôs a medir o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica¹, Lucas (1987) extraiu as flutuações da série temporal do consumo agregado dos Estados Unidos por meio de uma tendência determinista. Considerando preferências da forma de aversão ao risco constante (CRRA), o autor compara o bem-estar obtido a partir da série de consumo observada com aquele obtido a partir da série suavizada. De fato, uma vez que os indivíduos são avessos ao risco, a utilidade é maior na economia em que a incerteza foi expurgada. Os resultados, no entanto, apontam que este custo é relativamente baixo, inferior a 0,1% do nível de consumo. Dessa forma, o exercício sugeria que os benefícios da ampliação de políticas contracíclicas seriam baixos.

Após Lucas (1987), diversos autores revisitaram este exercício com o objetivo de relaxar algumas das hipóteses assumidas, e verificar o impacto dessas mudanças sobre o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica. Obstfeld (1994) realiza alterações tanto na estrutura de preferências do agente representativo como na hipótese adotada para o processo do consumo. Além da utilidade CRRA proposta por Lucas (1987), Obstfeld (1994) adota preferências recursivas propostas por Epstein e Zin (1989) e Weil (1990).

---

¹ Lucas (1987) e alguns outros trabalhos tratam este exercício como a obtenção do custo de bem-estar dos ciclos econômicos. Entretanto, como existe apenas um tipo de choque nos modelos utilizados, expurgar toda a flutuação equivale a remover toda a incerteza macroeconômica das séries. Assim, em conformidade com Guillén, Issler e Franco-Neto (2014), o presente trabalho utilizará a nomenclatura custo de bem-estar da incerteza macroeconômica

Adicionalmente, Obstfeld (1994) passa a descrever o consumo como um passeio aleatório, conforme proposto por Hall (1978). Sob esta formulação o custo tende a aumentar, uma vez que as preferências recursivas apresentam aversão ao risco de primeira ordem (PEMBERTON, 1996), e no caso do passeio aleatório os choques que afetam o consumo são permanentes e cumulativos, aumentando a incerteza percebida pelo consumidor. Como resultado, são encontrados custos superiores àqueles estimados por Lucas (1987). No entanto, os resultados ainda são avaliados como baixos frente ao nível do consumo total.

Reis (2009) adota uma especificação para o processo do consumo a partir de modelos ARIMA, selecionando o modelo que melhor descreve a série temporal de consumo. Assim, o custo de bem-estar é calculado sem necessariamente se assumir a hipótese de Lucas (1987) ou de Hall (1978). Como resultado, a partir de dados dos Estados Unidos, são encontradas estimativas do custo de bem-estar da incerteza macroeconômica entre 0,5 e 5% do consumo total. Desta forma, a depender dos parâmetros escolhidos, o custo pode ser mais de 50 vezes superior ao encontrado por Lucas (1987).

Outra possibilidade explorada na literatura é a inserção de modelos com agentes heterogêneos para o cálculo do custo de bem-estar. Imrohoroglu (1989) constrói uma economia em que há possibilidade de desemprego, encontrando custos superiores aos estimados por Lucas (1987), mas ainda considerados baixos. Krusell et al. (2009) consideram a distinção entre desemprego de curto e longo prazos, além de uma estrutura de produção na economia. Os resultados obtidos também não se destacam frente ao consumo total.

De maneira geral, os trabalhos da literatura encontram maiores custos na medida em que a variância (condicional) dos processos assumidos para o consumo aumenta. Por esta razão, inclusive, estudos realizados com base em dados de países em desenvolvimento apontam custos de bem-estar maiores do que quando se realizam cálculos análogos para países desenvolvidos. Pallage e Robe (2003) realizam a estimação para um grupo de países africanos, enquanto Barros Jr e Pinho Neto (2016) utilizam dados do Brasil com a metodologia de Reis (2009). Ambos os trabalhos encontram custos superiores aos principais resultados obtidos quando se utiliza dados dos Estados Unidos. Couto e Gomes (2017) utilizam dados de países latino-americanos, e, sob a metodologia proposta por Reis (2009),

encontram valores elevados para o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica para praticamente todos os casos estudados.

Neste contexto, as hipóteses sobre as preferências e processos estocásticos do consumo podem impactar a variância percebida pelos consumidores e, conseqüentemente, elevar o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica. Uma hipótese pouco adotada nos trabalhos que se propõem a calcular o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica é a de formação de hábito. Van Wincoop (1994) adotou esta hipótese em seu trabalho, todavia o autor calcula o custo de bem-estar a partir do compartilhamento internacional do risco. Otrok (2001) constrói um modelo em que a formação de hábito surge como um caso particular, em uma economia com produção. Não há, no entanto, um trabalho que se dedique a verificar especificamente o impacto da inserção de formação de hábito sobre o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica. A princípio, esta modificação tem potencial para elevar o custo de bem-estar, uma vez que a inserção de hábito torna o indivíduo mais avesso à volatilidade do consumo ao longo do tempo.

Um fator ainda inexplorado pela literatura do tema é a inclusão de bens não-duráveis, duráveis e serviços separadamente na utilidade do agente representativo. Uma vez que as séries de consumo de bens duráveis apontam maior volatilidade em relação aos não-duráveis na maioria dos países, sua inclusão tem potencial para elevar o custo. Adicionalmente, a diferença considerável no crescimento do consumo de bens não duráveis e de serviços nos Estados Unidos após a II Guerra Mundial indica que agregá-los na função utilidade pode não ser adequado.

Assim, esta parte do presente trabalho tem por objetivo calcular o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica sob hipóteses ainda pouco exploradas ou inexploradas na literatura, que potencialmente podem gerar estimativas maiores do que aquelas encontradas pelos principais trabalhos da área. Esta parte será dividida da seguinte maneira, além deste Capítulo 2. O Capítulo 3 considera preferências com formação de hábito. O Capítulo 4 adota uma função utilidade que depende do estoque de bens duráveis, cujas flutuações são usualmente maiores em comparação com a série de não-duráveis.

3 Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica: formação de hábito

3.1 Introdução

Conforme descrito no Capítulo 2, a literatura que busca medir o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica possui diversas variações nas hipóteses adotadas sobre as preferências dos agentes. A maior parte dos trabalhos utiliza preferências da forma CRRA ou alguma estrutura recursiva. Poucas contribuições consideram a inserção de formação de hábito nas preferências do agente representativo. Os modelos com formação de hábito possuem, como característica primária, a não-separabilidade da utilidade ao longo do tempo. Como consequência, a utilidade marginal do consumo corrente depende do consumo defasado.

Os primeiros trabalhos a incluir a formação de hábito nas preferências buscavam uma explicação para o *equity premium puzzle* evidenciado por Mehra e Prescott (1985). Neste contexto, Sundaresan (1989) e Constantinides (1990) propõem a formulação que considera também o consumo defasado nas preferências do agente. Outros trabalhos passam a explorar os modelos com formação de hábito, e algumas variações são desenvolvidas. Por exemplo, Abel (1990) e Abel (1999) utilizam preferências que incluem o hábito na forma de razão, ou seja, o consumo defasado entra como denominador na função utilidade, descontado por um expoente α , $0 \leq \alpha \leq 1$. Alternativamente, o hábito pode ser incluído na função na forma de diferença, ou seja, o consumo defasado é subtraído do consumo corrente. Outra possibilidade proposta por Abel (1990) é incluir também o nível geral de consumo defasado. Dessa forma, os agentes tem suas preferências influenciadas também pelos hábitos de consumo da sociedade.

No contexto da estimação do custo de bem-estar da incerteza macroeconômica, dois trabalhos se destacam ao utilizar preferências que levam em conta a formação de hábito. Otrok (2001) define uma economia com produção em que os agentes possuem há-

bito, e encontra custos relativamente baixos para as flutuações econômicas. No entanto, as preferências com formação de hábito surgem como um caso particular e extremo do modelo construído. Além disso, é adotada uma metodologia de calibração, e não é avaliado o impacto específico da inclusão da formação de hábito. Van Wincoop (1994) utiliza um modelo em que há formação de hábito, mas o custo de bem-estar das flutuações econômicas é obtido por meio de compartilhamento internacional do risco. Utilizando dados da OCDE, custos elevados são encontrados, a depender do país analisado. No entanto, os custos obtidos não se referem à eliminação de toda incerteza macroeconômica, mas do compartilhamento do risco entre países. Adicionalmente, estes trabalhos não abordam as implicações de diferentes processos estocásticos para o consumo sobre o custo de bem-estar das flutuações econômicas.

A motivação da formação de hábito parte do princípio de que os indivíduos tendem a valorizar uma trajetória mais suavizada na taxa de variação do consumo ao longo do tempo, em contraste com a forma CRRA tradicional, que implica em suavização no nível do consumo. Como forma de ilustração, se ocorre um aumento na riqueza do indivíduo em determinado período que leve a uma elevação do consumo, há incremento em sua utilidade. No entanto, este crescimento elevará também o padrão de consumo deste agente, o que pode agir como um redutor da utilidade em períodos subsequentes, caso o consumo caia (SUNDARESAN, 1989). No caso da tentativa de resolução do *equity premium puzzle*, a aversão ao risco passa a variar ao longo do tempo, fornecendo uma resposta para a aparente contradição entre os níveis de aversão ao risco e do excesso de retorno de ativos arriscados. Para o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica, a formação de hábito inclui uma fonte adicional de incerteza na função utilidade, o que, dada a aversão ao risco do agente, tem potencial para elevar este custo.

O objetivo do presente capítulo é estimar o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica ao considerar preferências com formação de hábito para o agente representativo. É utilizada uma abordagem econométrica, comparando dois processos estocásticos para o consumo. No primeiro, a hipótese é de uma série tendência-estacionária, conforme proposto por Lucas (1987), enquanto o segundo considera um processo diferença-estacionário,

seguindo Hall (1978). Para a utilidade ao longo da vida do agente, é adotada uma estrutura CRRA. O estoque de hábito é incluído na função na forma de razão, e não há influência do nível de consumo geral. Embora muitos trabalhos utilizem preferências recursivas no cálculo do custo de bem-estar, Otrok (2001) aponta que, com a escolha adequada da função utilidade pode-se atingir custos tão elevados quanto desejado. Portanto, a forma CRRA provém uma base comparável com a maior parte dos trabalhos anteriores, além da simplicidade necessária para derivar as expressões para o custo de bem-estar.

Além da forma tradicional de cálculo de custo de bem-estar da incerteza macroeconômica, o presente capítulo apresenta um exercício alternativo para esta medição. Enquanto a forma tradicional compensa a incerteza enfrentada pelo agente representativo com uma fração constante do consumo em todos os períodos, a forma alternativa proposta consiste em realizar esta compensação com um aumento permanente na taxa de crescimento do consumo, de forma similar ao proposto por Lucas (1987). Desta maneira, é possível comparar o efeito teórico e potencial sobre o bem-estar gerado por políticas contracíclicas em comparação ao mesmo efeito gerado por políticas voltadas para o aumento permanente da taxa de crescimento.

São utilizados dados trimestrais dos Estados Unidos, no período entre 1951 e 2017. Os resultados apontam que, sob a metodologia de compensação sobre o nível de consumo, os custos são relativamente baixos, além de serem decrescentes quando se eleva a intensidade da formação de hábito. Já na metodologia de compensação sobre a taxa de crescimento, os custos crescem com a elevação do peso do hábito. Adicionalmente, sob esta metodologia, a inclusão de hábito chega a elevar o custo em mais de dez vezes, a depender dos valores assumidos para os parâmetros. Em geral, os resultados mostram que, para valores baixos para a intensidade do hábito, a elevação do crescimento é mais efetiva para mitigar os efeitos de perda de bem-estar decorrentes da incerteza. No entanto, quanto maior a intensidade do hábito nas preferências, maior a efetividade da elevação do nível do consumo frente ao aumento da taxa de crescimento.

Ao realizar uma análise de robustez com dados mensais de consumo, os resultados se diferem para a compensação sobre o consumo, que aponta custos maiores do que na

situação em que é utilizada a base trimestral. Apesar disso, as conclusões a respeito da sensibilidade dos custos em relação à variação dos parâmetros é a mesma, assim como a relação entre os custos obtidos a partir de compensações no nível de consumo e no crescimento.

O capítulo está dividido da seguinte forma. A seção 3.2 descreve o modelo proposto, detalhando a função utilidade com formação de hábito e a obtenção do custo de bem-estar da incerteza macroeconômica, além das hipóteses adotadas para os processos estocásticos do consumo. A seção 3.3 descreve os dados utilizados e testa a série utilizada para a presença de raiz unitária. A seção 3.4 apresenta os resultados obtidos com dados trimestrais. A seção 3.5 apresenta o estudo de robustez a partir de dados mensais. A seção 3.6 aponta as considerações finais do presente capítulo.

3.2 Preferências e o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica

3.2.1 Preferências com formação de hábito

Para calcular o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica, é necessário definir a função utilidade do agente representativo. As preferências seguem o formato CRRA com a inclusão de hábito na forma de razão¹, seguindo Abel (1990) e Abel (1999):

$$u(C_t, H_t) = \frac{1}{1-\gamma} \left(\frac{C_t}{H_t^\alpha} \right)^{1-\gamma} \quad (3.1)$$

em que C_t representa o consumo no período t , H_t é o estoque de hábito no mesmo período, e γ é o parâmetro de aversão ao risco. Consideramos o caso mais simples, em que o estoque de hábito é representado pelo consumo defasado, C_{t-1} . Portanto, a utilidade (3.1) torna-se:

$$u(C_t, C_{t-1}) = \frac{1}{1-\gamma} C_t^{1-\gamma} C_{t-1}^{\alpha(\gamma-1)} \quad (3.2)$$

¹ É analisado apenas o caso $\gamma > 1$, uma vez que, com $\gamma = 1$, $u(C_t, H_t) = \ln C_t - \alpha \ln(H_t)$. Neste caso, a utilidade se torna separável e o hábito deixa de ter influência sobre a utilidade marginal de C_t .

A utilidade ao longo da vida é expressa por:

$$U_t = E_0 \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(C_t, C_{t-1}) \right] \quad (3.3)$$

3.2.2 Processos estocásticos do consumo

Além da definição das preferências do consumidor, a estimação do custo de bem-estar da incerteza macroeconômica demanda a definição do tipo de processo estocástico que descreve a evolução do consumo. São definidos, portanto, dois processos estocásticos diferentes para o consumo a partir da literatura, que terão seus resultados comparados posteriormente. No primeiro caso, assume-se que a série do consumo segue um processo ao redor de uma tendência linear, conforme proposto por Lucas (1987). Assim, define-se C_t como:

$$C_t = \alpha_0 (1 + \alpha_1)^t \exp(\varepsilon_t) \quad (3.4)$$

em que $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$, e α_0 e α_1 são parâmetros da parte determinística.

O segundo caso a ser estudado leva em conta a hipótese que a série do consumo se comporta como um processo diferença-estacionário, conforme proposto por Hall (1978). A evolução de C_t , portanto, pode ser descrita como:

$$C_t = \alpha_0 (1 + \alpha_1)^t \exp \left(\sum_{i=1}^t \varepsilon_i \right) \quad (3.5)$$

Assim como na equação (3.4), $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$, e α_0 e α_1 são parâmetros da parte determinística.

3.2.3 Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica: compensação sobre o nível de consumo

Definidos a função utilidade e os processos estocásticos do consumo, procede-se à derivação do custo de bem-estar da incerteza macroeconômica. Para estimar este custo, deve-se comparar a utilidade do agente representativo sob incerteza com sua contrapartida no caso em que toda o risco macroeconômico é expurgado da série de consumo. Uma vez que o consumidor é avesso ao risco, o bem-estar é maior no segundo caso em relação ao primeiro. O custo, portanto, pode ser visto como uma compensação ao indivíduo, ou seja, um fator $1 + \lambda$ que, aplicado ao consumo na situação em que há incerteza, eleva a utilidade do agente ao nível que se verificaria no caso sem incerteza. Dadas as especificações das preferências e da série de consumo, o custo é obtido ao se resolver a equação (3.6) para λ :

$$E_0 \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u((1 + \lambda) C_t, (1 + \lambda) C_{t-1}) \right] = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(E_0[C_t], E_0[C_{t-1}]) \quad (3.6)$$

Substituindo a equação (3.2) na expressão (3.6) e simplificando, temos:

$$(1 + \lambda)^{(1-\alpha)(1-\gamma)} \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t E_0 \left(C_t^{1-\gamma} C_{t-1}^{\alpha(\gamma-1)} \right) \right] = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\frac{E_0[C_t]}{(E_0[C_{t-1}])^\alpha} \right)^{1-\gamma} \quad (3.7)$$

Aqui, verifica-se o primeiro efeito da inclusão da formação de hábito sobre o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica. Diferentemente de contribuições anteriores da literatura, a compensação λ agora não se restringe ao consumo corrente, mas também ao estoque de hábito C_{t-1} . Além disso, há agora duas fontes de incerteza relevantes para o agente. Este aspecto causa um efeito no sentido de elevar o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica. O efeito é maior quanto maior for o peso do hábito sobre as preferências, representado pelo parâmetro α , como pode ser observado na equação (3.8).

$$\lambda = \left(\frac{\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\frac{E_0[C_t]}{(E_0[C_{t-1}])^\alpha} \right)^{1-\gamma}}{\left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t E_0 \left(C_t^{1-\gamma} C_{t-1}^{\alpha(\gamma-1)} \right) \right]} \right)^{\frac{1}{(1-\alpha)(1-\gamma)}} - 1 \quad (3.8)$$

O efeito descrito, no entanto, não é a única forma pela qual o hábito atua sobre o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica. A inclusão de formação de hábito

nas preferências dos agentes altera a percepção do risco e das flutuações do consumo, o que gera um efeito adicional sobre o custo. Este efeito poderá ser positivo ou negativo, a depender do processo estocástico definido para C_t .

Resta, portanto, aplicar na equação (3.8) cada processo estocástico definido para C_t para, então, obter λ , o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica. Aplicando a expressão (3.4) na equação (3.7), obtém-se a expressão para o custo de bem-estar.

Proposição 3.1. *Assuma o processo do consumo (3.4), e a função utilidade (3.2). Então, o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica é dado por:*

$$\lambda = \exp \left\{ \frac{1}{2} (\gamma (1 + \alpha) - \alpha) \sigma_\varepsilon^2 \right\} - 1 \quad (3.9)$$

Demonstração. Apêndice A. □

Ao definir $\alpha = 0$ (ausência de hábito), encontra-se o custo de bem-estar formulado por Lucas (1987), expresso na expressão (3.10).

$$\lambda = \exp \{ 0,5 \gamma \sigma_\varepsilon^2 \} - 1 \quad (3.10)$$

É possível perceber que, para $\gamma > 1$, a equação (3.9) mostra que o custo deve aumentar com α . Para o segundo caso, aplica-se a expressão (3.5) na equação (3.8), e, ao resolvermos para λ , obtemos a expressão para o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica.

Proposição 3.2. *Assuma o processo do consumo (3.5), e a função utilidade (3.2). Então, o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica é dado por:*

$$\lambda = \left[\frac{1 - \beta (1 + \alpha_1)^{(1-\gamma)(1-\alpha)} e^{0.5(1-\gamma)^2(1-\alpha)^2 \sigma_\varepsilon^2}}{1 - \beta (1 + \alpha_1)^{(1-\alpha)(1-\gamma)} e^{0.5(1-\alpha)(1-\gamma) \sigma_\varepsilon^2}} \right]^{\frac{1}{(1-\alpha)(1-\gamma)}} \times \left[\exp \left\{ 0.5 \alpha (\alpha + 2\gamma - \alpha\gamma - 1) \sigma_\varepsilon^2 \right\} \right]^{\frac{1}{(1-\alpha)}} - 1 \quad (3.11)$$

Demonstração. Apêndice B. □

De maneira análoga ao caso tendência-estacionário, ao definir $\alpha = 0$ (ou seja, ausência de hábito), recupera-se a expressão do custo encontrada por Obstfeld (1994) a partir dos processos definidos em Issler, Franco-Neto e Guillén (2008), expressa na equação (3.12).

$$\lambda = \left[\frac{1 - \beta (1 + \alpha_{1,c})^{(1-\gamma)} e^{0.5(1-\gamma)^2 \sigma_c^2}}{1 - \beta (1 + \alpha_{1,c})^{(1-\gamma)} e^{0.5(1-\gamma) \sigma_c^2}} \right]^{\frac{1}{1-\gamma}} - 1 \quad (3.12)$$

Neste caso, a análise do efeito de α sobre o custo definido na equação (3.11) não é trivial, sendo feita nos resultados. Por ora, deve-se ressaltar que o efeito da elevação de α pode ser positivo ou negativo, a depender dos valores estimados para os demais parâmetros.

3.2.4 Cálculo alternativo: compensação na taxa de crescimento

Como forma de comparação entre políticas de curto e longo-prazos, Lucas (1987) propõe um exercício complementar em sua contribuição. O autor calcula a compensação necessária a ser aplicada sobre o consumo, para mitigar a perda de utilidade decorrente de uma queda permanente na taxa de crescimento do consumo. Os resultados mostram valores bem mais elevados do que aqueles obtidos a partir da mitigação da incerteza macroeconômica por meio de uma compensação sobre o consumo, sugerindo que, em termos de ganho de bem-estar, políticas voltadas para o crescimento de longo-prazo tendem a ser mais efetivas do que políticas cujo objetivo é reduzir as flutuações de curto-prazo.

No caso de preferências com formação de hábito, no entanto, o agente passa a valorizar a suavização no consumo em relação ao estoque de hábito e, com isto, o consumo ótimo tende a ser crescente ao longo do tempo. A partir deste comportamento, o ganho obtido a partir de políticas que visam o aumento permanente da taxa de crescimento pode ser menor frente aos benefícios obtidos a partir de mitigação das flutuações de curto-prazo, de maneira contrária ao constatado por Lucas (1987).

Desta forma, para obter o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica a partir de uma compensação no crescimento, deve-se equiparar o bem-estar do agente representativo nas situações com e sem incerteza, de maneira análoga ao caso em que o

nível de consumo é compensado. Agora, entretanto, um fator $(1 + \lambda_G)$ passa a ser aplicado sobre o termo $(1 + \alpha_1)^t$ das equações (3.4) e (3.5), para os casos tendência-estacionário e diferença-estacionário, respectivamente. Portanto, o problema a ser resolvido para obter o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica a partir de uma compensação na taxa de crescimento será:

$$E_0 \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(C_t(\lambda_G), C_{t-1}(\lambda_G)) \right] = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(E_0[C_t(0)], E_0[C_{t-1}(0)]) \quad (3.13)$$

em que

$$C_t(\lambda_G) = \alpha_0 [(1 + \lambda_G)(1 + \alpha_1)]^t \exp(\varepsilon_t) \quad (3.14)$$

$$C_t(\lambda_G) = \alpha_0 [(1 + \lambda_G)(1 + \alpha_1)]^t \exp\left(\sum_{i=1}^t \varepsilon_i\right) \quad (3.15)$$

para os casos tendência-estacionário e diferença-estacionário, respectivamente. É possível, então, definir o custo para as duas hipóteses de processo estocástico. No caso de processo tendência-estacionário, a Proposição 3.3 apresenta o cálculo do custo de bem-estar.

Proposição 3.3. *Assuma o processo do consumo em (3.14), e a função utilidade (3.2). Então, o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica a partir da compensação sobre o crescimento é dado pela solução, para λ_G , de:*

$$\frac{(1 + \lambda_G)^{\alpha(1-\gamma)} e^{0.5(1-\gamma)[\alpha + \alpha^2 - \gamma - \gamma\alpha^2]\sigma_\varepsilon^2}}{1 - \beta(1 + \lambda_G)^{(1-\gamma)(1-\alpha)}(1 + \alpha_1)^{(1-\gamma)(1-\alpha)}} = \frac{1}{1 - \beta(1 + \alpha_1)^{(1-\gamma)(1-\alpha)}} \quad (3.16)$$

Demonstração. Apêndice C. □

Não é possível encontrar a solução para λ_G de maneira analítica. Por esta razão, o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica é obtido de forma numérica. De maneira análoga, é definido λ_G para o caso diferença-estacionário na Proposição 3.4.

Proposição 3.4. *Assuma o processo do consumo (3.15), e a função utilidade (3.2). Então, o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica a partir da compensação sobre o crescimento é dado pela solução, para λ_G , de:*

$$\frac{(1 + \lambda_G)^{\alpha(1-\gamma)} e^{-0.5(1-\gamma)\alpha\sigma_\varepsilon^2((1-\gamma)\alpha+1)}}{1 - \beta[(1 + \lambda_G)(1 + \alpha_1)]^{1-\gamma-\alpha(1-\gamma)} e^{0.5(1-\gamma)^2\sigma_\varepsilon^2(1+\alpha^2)}} = \frac{1}{1 - \beta(1 + \alpha_1)^{1-\gamma-\alpha(1-\gamma)} e^{0.5(1-\gamma)\sigma_\varepsilon^2(1-\alpha)}} \quad (3.17)$$

Demonstração. Apêndice D. □

Novamente, não é possível encontrar λ_G de maneira analítica. É importante ressaltar que, para ambos os casos, o cálculo é realizado de maneira diferente da realizada por Lucas (1987). No presente trabalho, a compensação é realizada diretamente sobre a taxa de crescimento. Assim, quanto menores forem os valores encontrados, maior será a importância relativa do crescimento para o bem-estar do agente. Portanto, no exercício atual, valores menores do que os encontrados a partir da compensação sobre o consumo implicarão em maior efetividade das políticas de crescimento, e vice-versa.

3.3 Dados

Foram coletados dados de consumo dos Estados Unidos a partir do *National Income and Product Accounts* (NIPA), elaborado pelo *Bureau of Economic Analysis* (BEA). Optou-se pelos dados trimestrais em detrimento dos anuais, uma vez que, além de fornecerem uma amostra maior, possuem maior potencial de captar as flutuações econômicas por conta de sua frequência mais alta.

Foram utilizados dados de consumo real de bens não-duráveis *per capita*, obtidos a partir do *Personal Consumption Expenditures* (PCE). Os dados já são disponibilizados após deflacionamento pelo devido índice de preços, em dólares de 2012. Foi selecionado o período entre 1951 e 2018. Embora existam dados de períodos anteriores a 1951, optou-se por excluir o início da série em razão da elevada volatilidade observada no período imediatamente após o fim da Segunda Guerra Mundial, que poderia contaminar os resultados por meio de superestimação da variância do consumo. A evolução da série é ilustrada na Figura 1.

Os testes de raiz unitária realizados sobre a série utilizada indicam evidências de integração de ordem um. Considerando o consumo real de bens não-duráveis *per capita* em nível, os testes de Dickey e Fuller (1979) e Phillips e Perron (1988) não rejeitam a hipótese nula de presença de raiz unitária com 10% de significância. Já o teste de Kwiatkowski

Figura 1 – Consumo real *per capita* de bens não duráveis nos Estados Unidos

et al. (1992) rejeita a hipótese nula de estacionariedade a 5% de significância. Quando é utilizada a mesma variável em primeira diferença, os testes de Dickey e Fuller (1979) e Phillips e Perron (1988) apontam rejeição da hipótese nula a 1% de significância. Já o teste de Kwiatkowski et al. (1992) indica não rejeição da hipótese nula de estacionariedade a 10%. Os resultados são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 – Testes de raiz unitária sobre a série do consumo real de bens não-duráveis *per capita*, em nível e em primeira diferença.

	Estatística - nível	Estatística - primeira diferença	V.C. 10%	V.C. 5%	V.C. 1%
ADF	3,351	47,657***	5,360	6,300	8,340
PP	-2,610	-14,511***	-3,136	-3,427	-3,993
KPSS	0,215**	0,035	0,119	0,146	0,216

ADF: teste de Dickey e Fuller (1979) com os valores críticos de MacKinnon (1991), com a inclusão de intercepto e tendência linear

PP: teste de Phillips e Perron (1988), com a inclusão de intercepto e tendência linear

KPSS: teste de Kwiatkowski et al. (1992)

***, ** e * indicam rejeição da hipótese nula a 1%, 5% e 10% de significância, respectivamente.

3.4 Resultados

3.4.1 Propriedades Estatísticas do Consumo

Para calcular o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica, é necessário obter a variância de ε_t , além do parâmetro α_1 . As equações (3.4) e (3.5) foram linearizadas por meio de logaritmo natural. Assim, obteve-se para o processo tendência-estacionário e para o processo diferença estacionário, respectivamente:

$$\ln(C_t) = \ln(\alpha_0) + t \ln(1 + \alpha_1) + \varepsilon_t \quad (3.18)$$

$$\ln(C_t) - \ln(C_{t-1}) = \ln(1 + \alpha_1) + \varepsilon_t \quad (3.19)$$

As equações (3.18) e (3.19) foram estimadas por mínimos quadrados ordinários. Os resultados das estimações estão expressos na Tabela 2.

Tabela 2 – Resultados da estimação das equações (3.18) e (3.19)

	Tendência-estacionário	Diferença-estacionário
$\ln(\alpha_0)$	0,003 (0,00002)	
$\ln(1 + \alpha_1)$	8,204 (0,004)	0,003 (0,0004)
σ_ε^2	0,00096	0,00005
Nota:	Erros-padrão entre parênteses.	

É possível perceber que as variâncias dos resíduos se reduzem de maneira significativa quando se assume a hipótese do passeio aleatório do consumo, o que ocorre em razão do melhor ajuste do modelo aos dados.

A partir da estimação dos parâmetros da parte determinística dos processos estocásticos, é possível verificar o impacto que um aumento de α causa sobre a variância de C_t/C_{t-1}^α , que influencia diretamente o custo de bem-estar. No caso tendência-estacionário, a variância de C_t/C_{t-1}^α é dada por² :

$$Var\left(\frac{C_t}{C_{t-1}^\alpha}\right) = \tilde{\alpha}_0^2(1 + \tilde{\alpha}_1)^{2t} \left(\exp\left(2(1 + \alpha^2)\sigma_\varepsilon^2\right) - \exp\left((1 + \alpha^2)\sigma_\varepsilon^2\right) \right) \quad (3.20)$$

² Se $\ln[X] \sim N(0, \sigma^2)$, então $Var\{X\} = \exp\{2\sigma^2\} - \exp\{\sigma^2\}$

Figura 2 – Variância de C_t/C_{t-1}^α em função de α , processo tendência-estacionário

em que $\tilde{\alpha}_0 \equiv (\alpha_0^{(1-\alpha)}) (1 + \alpha_1)^\alpha$ e $\tilde{\alpha}_1 \equiv (1 + \alpha_1)^{(1-\alpha)} - 1$. O efeito da elevação de α na variância a partir da equação (3.20) não é trivial. No entanto, a Figura 2 mostra que, no intervalo $0 \leq \alpha \leq 1$, a variância diminui com o aumento do parâmetro α .

Sob o processo tendência-estacionário, os choques sofridos a cada período são absorvidos e se dissipam instantaneamente. Apesar disso, a inclusão de um termo defasado faz com que a variância caia, pois a utilidade fica sujeita aos choques independentes sobre C_t e C_{t-1} , que podem ocorrer em direções contrárias. Portanto, há um impacto negativo da inclusão de formação de hábito sobre o custo de bem-estar, por meio de redução na variância. Por outro lado, a seção 3.2.3 mostrou que o aumento da incerteza decorrente da inclusão do termo C_{t-1}^α atua no sentido de elevar o custo. Assim, há dois efeitos agindo em sentidos contrários, e o impacto líquido da inclusão de hábito nas preferências sobre λ seria incerto a princípio. Apesar disso, é perceptível a partir da Proposição 3.1 que α impacta positivamente o custo. Portanto, no caso tendência-estacionário, o resultado da inclusão de hábito sobre o custo é positivo, pois o impacto da redução variância é menor frente ao efeito descrito na seção 3.2.3.

De maneira análoga, é possível calcular a variância de C_t/C_{t-1}^α para o caso diferença-

estacionário, para $t \geq 2$ e $0 < \alpha < 1$:

$$\begin{aligned} Var\left(\frac{C_t}{C_{t-1}^\alpha}\right) &= \tilde{\alpha}_0^2(1 + \tilde{\alpha}_1)^{2t} \\ &\times \left(\exp\left(2\sigma_\varepsilon^2\left(\alpha^2(t-1) + 2\alpha(1-t) + t\right)\right) - \exp\left(\sigma_\varepsilon^2\left(\alpha^2(t-1) + 2\alpha(1-t) + t\right)\right)\right) \end{aligned} \quad (3.21)$$

em que $\tilde{\alpha}_0 \equiv (\alpha_0^{(1-\alpha)}) (1+\alpha_1)^\alpha$ e $\tilde{\alpha}_1 \equiv (1+\alpha_1)^{(1-\alpha)} - 1$. Novamente, a análise do impacto de α sobre a variância não é trivial. A Figura 3 mostra este efeito a partir do valor calculado de α_0 , uma vez que este parâmetro não é estimado diretamente³. A variância cai com o aumento de α . O efeito negativo ocorre pois, no processo diferença-estacionário, C_t carrega toda a história dos choques passados. Dessa forma, a inclusão do termo defasado C_{t-1}^α faz com que os choques passados se cancelem, reduzindo ainda mais a variância quanto maior for α . Novamente, a variância possui relação positiva com o custo de bem-estar, o que leva a um efeito negativo sobre λ a partir de uma elevação de α . Tem-se, portanto, um efeito líquido ambíguo da inclusão de hábito sobre o custo de bem-estar. Enquanto a inclusão de uma nova fonte de incerteza impacta positivamente o custo, a variância do termo C_t/C_{t-1}^α se reduz com o aumento de α .

3.4.2 Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica a partir de compensação sobre o nível de consumo

Antes de calcular o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica, é necessário definir os valores a serem escolhidos para três parâmetros: β , α e γ . São definidas grades de valores para cada um dos parâmetros, como forma a medir a sensibilidade dos resultados a variações nestes patamares. Para γ , foi definida uma grade de cinco valores, variando de 2,0 a 6,0⁴. No caso de α , a grade foi definida entre 0,0 e 0,9, cobrindo quase todo o intervalo de possíveis valores para o parâmetro, com seis pontos⁵. Por fim, o parâmetro β recebeu uma grade de três pontos. Optou-se por menos pontos em relação à grade adotada

³ A partir da manipulação algébrica da equação (3.19), é possível encontrar a esperança de α_0 como $E[\ln(\alpha_0)] = E[C_t - t \ln(1 + \alpha_1)]$. O valor encontrado é 3660.8.

⁴ Parte da literatura considera também valores mais elevados para γ . No entanto, nos limitamos a $\gamma = 6$

⁵ Para $\alpha = 0$, obtém-se o custo na ausência de hábito, sendo o resultado comparativo para verificar o impacto desta estrutura de preferências sobre o custo.

Figura 3 – Variância de C_t/C_{t-1}^α em função de α , processo diferença-estacionário

para as demais variáveis pela menor incerteza em relação aos possíveis valores de β . Os valores utilizados são equivalentes às taxas de juros de $r = 1\%$, $r = 3\%$ e $r = 5\%$ ao ano⁶. A tabela 3 apresenta os resultados sob a hipótese de processo tendência-estacionário. Já as tabelas 4, 5 e 6 apresentam os custos sob a hipótese de processo diferença-estacionário.

Tabela 3 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica λ sob um processo tendência-estacionário

	γ				
	2	3	4	5	6
0,0	0,096%	0,144%	0,192%	0,240%	0,288%
0,1	0,101%	0,154%	0,206%	0,259%	0,312%
0,3	0,110%	0,173%	0,235%	0,298%	0,360%
0,5	0,120%	0,192%	0,264%	0,336%	0,408%
0,7	0,130%	0,211%	0,293%	0,375%	0,457%
0,9	0,139%	0,230%	0,322%	0,413%	0,505%

Os resultados mostram que, para a hipótese de processo tendência-estacionário, os custos de bem-estar da incerteza macroeconômica são baixos, ficando, no máximo, na casa de 0,5% do consumo total. Conforme esperado a partir da análise inicial, os

⁶ A partir de $\beta = \frac{1}{(1+r)^{\frac{1}{P}}}$, em que r é a taxa de juros ao ano, e P a quantidade de períodos no ano ($P = 4$ para dados trimestrais)

Tabela 4 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica λ sob um processo diferença-estacionário ($r = 1\%$, $\beta = 0,9975$)

		γ				
		2	3	4	5	6
α	0,0	0,933%	0,890%	0,871%	0,861%	0,855%
	0,1	0,802%	0,779%	0,769%	0,764%	0,761%
	0,3	0,554%	0,561%	0,566%	0,570%	0,573%
	0,5	0,330%	0,355%	0,370%	0,381%	0,389%
	0,7	0,145%	0,170%	0,188%	0,200%	0,210%
	0,9	0,025%	0,034%	0,042%	0,049%	0,055%

Tabela 5 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica λ sob um processo diferença-estacionário ($r = 3\%$, $\beta = 0,9926$)

		γ				
		2	3	4	5	6
α	0,0	0,505%	0,577%	0,623%	0,654%	0,677%
	0,1	0,423%	0,492%	0,537%	0,569%	0,592%
	0,3	0,275%	0,334%	0,374%	0,403%	0,426%
	0,5	0,153%	0,195%	0,226%	0,251%	0,270%
	0,7	0,063%	0,085%	0,104%	0,119%	0,133%
	0,9	0,012%	0,018%	0,024%	0,029%	0,034%

Tabela 6 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica λ sob um processo diferença-estacionário ($r = 5\%$, $\beta = 0,9879$)

		γ				
		2	3	4	5	6
α	0,0	0,348%	0,429%	0,486%	0,529%	0,562%
	0,1	0,289%	0,362%	0,414%	0,454%	0,486%
	0,3	0,185%	0,239%	0,281%	0,314%	0,341%
	0,5	0,101%	0,136%	0,165%	0,189%	0,209%
	0,7	0,042%	0,059%	0,074%	0,087%	0,100%
	0,9	0,010%	0,014%	0,019%	0,023%	0,028%

valores de λ crescem com α , indicando que, sob esta hipótese, a inclusão de hábito afeta positivamente os custos de bem-estar, a partir da inserção de nova fonte de incerteza e do comportamento do agente, que passa a valorizar a suavização do consumo em relação ao consumo defasado. Este efeito mais que compensa a queda da variância intrínseca ao processo.

Quando se considera que o consumo segue um processo diferença-estacionário, no entanto, o efeito do hábito sobre o custo é o oposto. Os resultados caem com a elevação de α , ou seja, o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica é menor quanto maior a intensidade da formação de hábito nas preferências do agente representativo. Para alguns pontos da grade de parâmetros, os custos de bem-estar são maiores sob esta hipótese em relação ao caso tendência-estacionário, ficando ao redor de 0,9%. No entanto, para valores mais elevados de α , a redução dos custos é tamanha a ponto de os resultados sob a hipótese de processo diferença-estacionário serem inferiores aos verificados sob um processo tendência-estacionário. Isto ocorre em razão da ambiguidade do efeito da elevação de α sobre λ . Enquanto o efeito de incluir uma nova fonte de incerteza e a preferência por suavização relativa ao consumo defasado tendem a elevar o custo de bem-estar, a redução causada na variância intrínseca ao processo tende a diminuí-lo. Em todos os casos analisados, o efeito da redução da variância superou os demais, resultando em custos de bem-estar da incerteza macroeconômica decrescentes em α .

3.4.3 Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica a partir de compensação sobre a taxa de crescimento do consumo

A partir das equações (3.16) e (3.17), foram calculados os custos de bem-estar da incerteza macroeconômica derivados de compensação no crescimento. Em razão da impossibilidade de obter soluções analíticas para o problema, os resultados foram obtidos de maneira numérica. Foram consideradas as mesmas grades para os parâmetros não estimados que foram utilizadas no exercício de compensação sobre o nível de consumo. As tabelas 7, 8 e 9 apresentam os resultados para a hipótese de processo tendência-

estacionário, enquanto as tabelas 10, 11 e 12 apresentam os custos para o caso diferença-estacionário.

Tabela 7 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica λ_G sob um processo tendência-estacionário ($r = 1\%$, $\beta = 0,9975$)

		γ				
		2	3	4	5	6
α	0,0	0,0005%	0,0012%	0,0022%	0,0034%	0,0049%
	0,1	0,0005%	0,0012%	0,0022%	0,0034%	0,0050%
	0,3	0,0006%	0,0013%	0,0023%	0,0037%	0,0053%
	0,5	0,0007%	0,0015%	0,0028%	0,0044%	0,0063%
	0,7	0,0010%	0,0022%	0,0039%	0,0059%	0,0084%
	0,9	0,0025%	0,0053%	0,0087%	0,0125%	0,0169%

Tabela 8 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica λ_G sob um processo tendência-estacionário ($r = 3\%$, $\beta = 0,9926$)

		γ				
		2	3	4	5	6
α	0,0	0,0010%	0,0019%	0,0031%	0,0046%	0,0064%
	0,1	0,0010%	0,0020%	0,0032%	0,0047%	0,0066%
	0,3	0,0012%	0,0023%	0,0037%	0,0054%	0,0074%
	0,5	0,0015%	0,0029%	0,0048%	0,0069%	0,0095%
	0,7	0,0023%	0,0047%	0,0075%	0,0107%	0,0143%
	0,9	0,0066%	0,0133%	0,0205%	0,0282%	0,0364%

Tabela 9 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica λ_G sob um processo tendência-estacionário ($r = 5\%$, $\beta = 0,9879$)

		γ				
		2	3	4	5	6
α	0,0	0,0015%	0,0026%	0,0041%	0,0058%	0,0078%
	0,1	0,0015%	0,0027%	0,0042%	0,0060%	0,0081%
	0,3	0,0017%	0,0032%	0,0050%	0,0071%	0,0095%
	0,5	0,0023%	0,0043%	0,0067%	0,0094%	0,0125%
	0,7	0,0037%	0,0071%	0,0110%	0,0153%	0,0200%
	0,9	0,0103%	0,0206%	0,0313%	0,0425%	0,0541%

Nota-se, a partir dos resultados, que para ambas as hipóteses de processo estocástico o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica é crescente em α . Adicionalmente, este custo também cresce com γ , assim como é observado na compensação sobre o nível de consumo. Para os valores mais baixos de α , o custo λ_G se mostra inferior ao custo λ .

Tabela 10 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica λ_G sob um processo diferença-estacionário ($r = 1\%$, $\beta = 0,9975$)

		γ				
		2	3	4	5	6
α	0,0	0,0054%	0,0082%	0,0109%	0,0136%	0,0163%
	0,1	0,0058%	0,0088%	0,0119%	0,0149%	0,0179%
	0,3	0,0069%	0,0112%	0,0154%	0,0196%	0,0237%
	0,5	0,0095%	0,0162%	0,0229%	0,0296%	0,0363%
	0,7	0,0161%	0,0294%	0,0427%	0,0558%	0,0689%
	0,9	0,0507%	0,0983%	0,1457%	0,1929%	0,2397%

Tabela 11 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica λ_G sob um processo diferença-estacionário ($r = 3\%$, $\beta = 0,9926$)

		γ				
		2	3	4	5	6
α	0,0	0,0054%	0,0082%	0,0109%	0,0136%	0,0163%
	0,1	0,0058%	0,0088%	0,0119%	0,0149%	0,0179%
	0,3	0,0069%	0,0111%	0,0153%	0,0195%	0,0237%
	0,5	0,0094%	0,0161%	0,0228%	0,0295%	0,0361%
	0,7	0,0159%	0,0291%	0,0421%	0,0551%	0,0681%
	0,9	0,0486%	0,0942%	0,1395%	0,1847%	0,2296%

Tabela 12 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica λ_G sob um processo diferença-estacionário ($r = 5\%$, $\beta = 0,9879$)

		γ				
		2	3	4	5	6
α	0,0	0,0054%	0,0082%	0,0109%	0,0136%	0,0163%
	0,1	0,0058%	0,0088%	0,0118%	0,0149%	0,0179%
	0,3	0,0069%	0,0111%	0,0153%	0,0195%	0,0236%
	0,5	0,0094%	0,0161%	0,0227%	0,0293%	0,0359%
	0,7	0,0158%	0,0287%	0,0416%	0,0545%	0,0673%
	0,9	0,0467%	0,0904%	0,1339%	0,1772%	0,2203%

Figura 4 – Razão entre os custos de bem-estar da incerteza macroeconômica (compensação no nível/compensação no crescimento, processo tendência-estacionário, $r = 3\%$, $\beta = 0,9926$)

No entanto, quando se eleva o valor de α , λ e λ_G tendem a ficar cada vez mais próximos. No caso diferença-estacionário, inclusive, o custo a partir da compensação no crescimento é superior àquele da compensação sobre o nível de consumo para valores mais elevados de α . Este fato mostra que, para valores baixos de α , a compensação sobre o crescimento é mais efetiva para mitigar as perdas decorrentes da incerteza macroeconômica. No entanto, quanto maior o valor deste parâmetro, menor a efetividade deste tipo de compensação em relação ao aumento no nível de consumo. Em outras palavras, quanto maior a intensidade do hábito nas preferências do agente, maior a efetividade de políticas que visam mitigar flutuações de curto-prazo frente àquelas que buscam elevar a taxa de crescimento de maneira permanente. As figuras 4 e 5 ilustram esta característica.

Adicionalmente, chama a atenção a elevação considerável do custo de bem-estar da incerteza macroeconômica com a inclusão de hábito, que, dependendo da combinação dos parâmetros, chega a ser mais de dez vezes superior ao caso em que $\alpha = 0$.

Figura 5 – Razão entre os custos de bem-estar da incerteza macroeconômica (compensação no nível/compensação no crescimento, processo diferença-estacionário, $r = 3\%$, $\beta = 0,9926$)

3.5 Análise de robustez com dados mensais

A partir da mesma metodologia utilizada nas seções anteriores, é realizado um estudo de robustez dos resultados por meio de dados de frequência mensal. Assim como nos dados trimestrais, as informações são coletadas do NIPA, e é calculado o consumo real *per capita*. O período analisado, de janeiro de 1959 a dezembro de 2018, foi definido pela disponibilidade dos dados.

De maneira análoga ao realizado na base com dados trimestrais, são estimados os coeficientes dos processos estocásticos. Os resultados são expostos na Tabela 13.

Tabela 13 – Resultados da estimação das equações (3.18) e (3.19), dados mensais

	Tendência-estacionário	Diferença-estacionário
$\ln(\alpha_0)$	0,001 (0,00001)	
$\ln(1 + \alpha_1)$	8,320 (0,002)	0,001 (0,0003)
σ_ε^2	0,00104	0,00005

Nota:

Erros-padrão entre parênteses.

As variâncias de ambos os processos apresentaram resultados próximos aos obtidos com a base trimestral. As maiores diferenças ocorreram no coeficiente $\ln(\alpha_0)$ para o caso tendência-estacionário e no coeficiente $\ln(1 + \alpha_1)$ no caso diferença estacionário, que apresentaram resultados da ordem de três vezes menores em relação à estimação com a base trimestral.

Com os resultados das estimações, são calculados os custos de bem-estar a partir de compensações sobre o nível do consumo e sobre a taxa de crescimento do consumo, utilizando as mesmas grades para os parâmetros α e γ adotadas previamente. Para o parâmetro β , é adotada a grade equivalente às taxas de juros anuais do caso anterior (1%, 3% e 5%), adaptada a dados mensais⁷. Os resultados são expressos nas tabelas 14, 15, 16 e 17.

Tabela 14 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica λ sob um processo tendência-estacionário, dados mensais

		2	3	γ 4	5	6
α	0,0	0,104%	0,156%	0,209%	0,261%	0,313%
	0,1	0,109%	0,167%	0,224%	0,282%	0,339%
	0,3	0,120%	0,188%	0,256%	0,324%	0,392%
	0,5	0,130%	0,209%	0,287%	0,365%	0,444%
	0,7	0,141%	0,230%	0,318%	0,407%	0,496%
	0,9	0,151%	0,250%	0,350%	0,449%	0,549%

Tabela 15 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica λ sob um processo diferença-estacionário ($r = 1\%$, $\beta = 0,9992$), dados mensais

		2	3	γ 4	5	6
α	0,0	2,806%	2,690%	2,653%	2,645%	2,652%
	0,1	2,408%	2,346%	2,330%	2,331%	2,341%
	0,3	1,656%	1,679%	1,699%	1,717%	1,735%
	0,5	0,981%	1,053%	1,096%	1,127%	1,152%
	0,7	0,424%	0,495%	0,542%	0,576%	0,602%
	0,9	0,063%	0,085%	0,104%	0,119%	0,133%

⁷ A partir de $\beta = \frac{1}{(1+r)^{\frac{1}{P}}}$, em que r é a taxa de juros ao ano, e P a quantidade de períodos no ano ($P = 12$ para dados mensais).

Tabela 16 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica λ sob um processo diferença-estacionário ($r = 3\%$, $\beta = 0,9975$), dados mensais

		2	3	γ 4	5	6
α	0,0	1,519%	1,745%	1,893%	2,003%	2,091%
	0,1	1,270%	1,483%	1,625%	1,730%	1,813%
	0,3	0,822%	0,996%	1,118%	1,209%	1,282%
	0,5	0,453%	0,574%	0,665%	0,736%	0,793%
	0,7	0,179%	0,241%	0,291%	0,333%	0,369%
	0,9	0,026%	0,038%	0,049%	0,060%	0,070%

Tabela 17 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica λ sob um processo diferença-estacionário ($r = 5\%$, $\beta = 0,9959$), dados mensais

		2	3	γ 4	5	6
α	0,0	1,047%	1,297%	1,477%	1,617%	1,731%
	0,1	0,868%	1,089%	1,253%	1,380%	1,485%
	0,3	0,551%	0,713%	0,838%	0,938%	1,021%
	0,5	0,297%	0,398%	0,481%	0,550%	0,609%
	0,7	0,116%	0,162%	0,202%	0,238%	0,270%
	0,9	0,018%	0,027%	0,035%	0,043%	0,051%

Apesar da manutenção da variância em níveis próximos ao obtido na base trimestral, a redução do patamar dos parâmetros estimados e o aumento dos valores de β em razão da frequência maior dos dados levaram a resultados mais elevados para λ em relação ao caso anterior. Apesar disto, o comportamento de redução do custo com o aumento de α se manteve. Na sequência, é feito o cálculo dos custos a partir de compensação sobre a taxa de crescimento. Os resultados são expressos nas tabelas 18, 19, 20, 21, 22 e 23

Tabela 18 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica λ_G sob um processo tendência-estacionário ($r = 1\%$, $\beta = 0,9992$), dados mensais

		2	3	γ 4	5	6
α	0,0	0,0001%	0,0003%	0,0005%	0,0008%	0,0012%
	0,1	0,0001%	0,0003%	0,0005%	0,0008%	0,0012%
	0,3	0,0002%	0,0004%	0,0006%	0,0009%	0,0013%
	0,5	0,0002%	0,0004%	0,0008%	0,0011%	0,0016%
	0,7	0,0003%	0,0007%	0,0011%	0,0017%	0,0023%
	0,9	0,0009%	0,0018%	0,0029%	0,0041%	0,0054%

Tabela 19 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica λ_G sob um processo tendência-estacionário ($r = 3\%$, $\beta = 0,9975$), dados mensais

		2	3	γ 4	5	6
α	0,0	0,0003%	0,0006%	0,0009%	0,0013%	0,0017%
	0,1	0,0003%	0,0006%	0,0009%	0,0013%	0,0018%
	0,3	0,0004%	0,0007%	0,0011%	0,0016%	0,0021%
	0,5	0,0005%	0,0010%	0,0015%	0,0021%	0,0028%
	0,7	0,0008%	0,0016%	0,0025%	0,0034%	0,0045%
	0,9	0,0025%	0,0049%	0,0075%	0,0102%	0,0130%

Tabela 20 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica λ_G sob um processo tendência-estacionário ($r = 5\%$, $\beta = 0,9959$), dados mensais

		2	3	γ 4	5	6
α	0,0	0,0005%	0,0008%	0,0012%	0,0017%	0,0022%
	0,1	0,0005%	0,0009%	0,0013%	0,0018%	0,0023%
	0,3	0,0006%	0,0010%	0,0016%	0,0022%	0,0028%
	0,5	0,0008%	0,0015%	0,0022%	0,0030%	0,0039%
	0,7	0,0013%	0,0025%	0,0038%	0,0052%	0,0067%
	0,9	0,0040%	0,0078%	0,0118%	0,0160%	0,0203%

Tabela 21 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica λ_G sob um processo diferença-estacionário ($r = 1\%$, $\beta = 0,9992$), dados mensais

		2	3	γ 4	5	6
α	0,0	0,0054%	0,0081%	0,0109%	0,0136%	0,0163%
	0,1	0,0058%	0,0088%	0,0118%	0,0149%	0,0179%
	0,3	0,0069%	0,0112%	0,0154%	0,0196%	0,0238%
	0,5	0,0095%	0,0163%	0,0230%	0,0298%	0,0365%
	0,7	0,0162%	0,0296%	0,0430%	0,0563%	0,0697%
	0,9	0,0514%	0,1001%	0,1486%	0,1971%	0,2455%

Tabela 22 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica λ_G sob um processo diferença-estacionário ($r = 3\%$, $\beta = 0,9975$), dados mensais

		2	3	γ 4	5	6
α	0,0	0,0054%	0,0081%	0,0109%	0,0136%	0,0163%
	0,1	0,0058%	0,0088%	0,0118%	0,0149%	0,0179%
	0,3	0,0069%	0,0112%	0,0154%	0,0196%	0,0238%
	0,5	0,0095%	0,0162%	0,0230%	0,0297%	0,0364%
	0,7	0,0161%	0,0295%	0,0428%	0,0561%	0,0694%
	0,9	0,0507%	0,0986%	0,1464%	0,1942%	0,2418%

Tabela 23 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica λ_G sob um processo diferença-estacionário ($r = 5\%$, $\beta = 0,9959$), dados mensais

		γ				
		2	3	4	5	6
α	0,0	0,0054%	0,0081%	0,0109%	0,0136%	0,0163%
	0,1	0,0058%	0,0088%	0,0118%	0,0149%	0,0179%
	0,3	0,0069%	0,0111%	0,0154%	0,0196%	0,0238%
	0,5	0,0095%	0,0162%	0,0229%	0,0297%	0,0364%
	0,7	0,0160%	0,0293%	0,0426%	0,0559%	0,0691%
	0,9	0,0500%	0,0972%	0,1443%	0,1914%	0,2383%

Para a compensação sobre a taxa de crescimento, os resultados se reduziram em relação aos obtidos a partir da base trimestral. Este resultado representa maior importância da taxa de crescimento em relação ao exercício anterior. Já no caso diferença-estacionário, houve pouca alteração em relação aos resultados a partir de dados trimestrais. Por fim, a razão entre os custos (λ/λ_G) mostra comportamento análogo ao obtido a partir dos dados trimestrais. Assim como no exercício anterior, a taxa de crescimento passa a ter menos relevância quanto maior for a intensidade do hábito sobre as preferências, conforme ilustrado nas figuras 6 e 7. Novamente, para a hipótese de processo diferença-estacionário, a compensação sobre o nível de consumo apresenta custos maiores para os patamares mais elevados de α .

3.6 Considerações finais

Este capítulo teve como objetivo estimar o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica sob uma formulação em que o agente representativo possui preferências com formação de hábito. Utilizou-se uma abordagem parcimoniosa, na qual o estoque de hábito é dado apenas pelo consumo defasado. O custo de bem-estar da incerteza macroeconômica é calculado considerando dois processos de consumo distintos. Em um caso o consumo é modelado como um processo tendência-estacionário, e em outro caso o consumo é considerado um processo diferença-estacionário. Além da forma tradicional de cálculo do custo a partir da compensação sobre o nível do consumo, foi adotada uma

Figura 6 – Razão entre os custos de bem-estar da incerteza macroeconômica a partir de dados mensais (compensação no nível/compensação no crescimento, processo tendência-estacionário, $r = 3\%$, $\beta = 0,9975$)

Figura 7 – Razão entre os custos de bem-estar da incerteza macroeconômica a partir de dados mensais (compensação no nível/compensação no crescimento, processo diferença-estacionário, $r = 3\%$, $\beta = 0,9975$)

forma alternativa, baseada na compensação sobre a taxa de crescimento. Foram utilizados dados dos Estados Unidos para a estimação.

Para a compensação sobre o nível do consumo, os resultados mostram custos relativamente baixos para a maioria das especificações e grade de parâmetros considerados. No caso diferença-estacionário, verificou-se que o custo cai com a elevação do parâmetro que mede a intensidade da formação de hábito, mostrando que o efeito negativo da queda da variância do processo supera o efeito positivo decorrente da inclusão de uma segunda fonte de incerteza. Isto não ocorre no sob a hipótese de processo tendência-estacionário, que apresenta elevação do custo de bem-estar da incerteza macroeconômica com o aumento da intensidade do hábito.

Quando se realiza a compensação sobre a taxa de crescimento, verificam-se custos de bem-estar da incerteza macroeconômica menores do que os observados na compensação sobre o nível de consumo para a maioria das combinações de parâmetros. No entanto, este caso apresenta elevação do custo na medida em que a intensidade do hábito aumenta. Adicionalmente, o aumento do custo a partir da inclusão de hábito é considerável, chegando a ser mais de dez vezes superior ao caso em que $\alpha = 0$. Outro fator a ser destacado é que, nos casos em que a intensidade do hábito é maior, os custos ficam mais próximos ao do método de compensação sobre o nível do consumo, chegando a ser superiores em algumas combinações para o processo diferença-estacionário. Este fato mostra que a compensação sobre o crescimento é mais efetiva para mitigar os custos de bem-estar para valores mais baixos de α . No entanto, quanto maior este parâmetro, menor será a efetividade relativa da compensação do crescimento frente ao aumento no nível de consumo. Assim, infere-se que, quando a intensidade do hábito é elevada, políticas que visam mitigar as flutuações de curto prazo são mais efetivas que aquelas voltadas à elevação permanente da taxa de crescimento do consumo.

Ao se fazer o estudo de robustez utilizando dados mensais de consumo, são obtidos resultados similares. Apesar da elevação dos custos a partir de compensação no nível de consumo, a sensibilidade dos resultados aos parâmetros permanece em todos os casos. Adicionalmente, a razão entre os resultados obtidos com as duas formas de compensação

continua, com o crescimento apresentando importância cada vez menor com a elevação do peso do hábito sobre as preferências.

Os resultados de Lucas (1987) apontam que mitigar a incerteza macroeconômica gera baixos ganhos de bem-estar em termos de consumo corrente, enquanto aumentar permanentemente a taxa de crescimento do consumo pode implicar em ganhos significativos de bem-estar. Nossos resultados atestam a mesma conclusão para as estimativas na ausência de formação de hábito, ou ainda quando sua intensidade nas preferências é relativamente baixa. No entanto, esta relação se altera conforme o parâmetro α aumenta, chegando a se inverter nos maiores níveis de intensidade da formação de hábito nas preferências.

4 Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica: bens duráveis e serviços

4.1 Introdução

Conforme visto no Capítulo 2, a literatura de custo de bem-estar da incerteza macroeconômica utiliza diversas abordagens para medir tal custo. Em particular, os trabalhos assumem diferentes funções utilidade e diferentes processos estocásticos para o consumo. Apesar desta grande variedade de hipóteses, os trabalhos, em sua totalidade, tratam apenas do bem-estar proveniente do consumo de bens não-duráveis. Todavia, o bem-estar depende também do fluxo de serviços gerados pelos bens duráveis e do consumo de serviços. De fato, nas séries de consumo da maior parte dos países, a maior fonte de variabilidade é devida aos bens duráveis. Adicionalmente, até onde sabemos, não há trabalhos prévios nos quais a função utilidade assumida para o agente representativo distinga o consumo de bens não-duráveis e de serviços, sendo estas classes de bens frequentemente agregadas em uma única. Portanto, as contribuições deste estudo envolvem a consideração de bens duráveis e a desagregação de bens não-duráveis e serviços, considerados separadamente na função utilidade do agente representativo.

A princípio, a maior volatilidade da série consumo de bens duráveis pode implicar em custos de bem-estar da incerteza macroeconômica maiores. No entanto, a inclusão de bens duráveis abre a possibilidade de estocagem para os agentes. Assim, existe a possibilidade que, durante períodos de crise, o agente postergue a compra de bens duráveis se beneficiando, assim, do estoque gerado em períodos anteriores. Isto reduziria o impacto negativo das flutuações econômicas sobre o bem-estar dos agentes. Neste caso, a inclusão de bens duráveis reduziria o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica.

Alguns autores incluíram os bens duráveis nas preferências dos consumidores, o que resultou em novas expressões para as equações de Euler do problema intertemporal do consumidor. Naturalmente, a inclusão dos bens duráveis se dá via uma função utilidade

que considera tais bens, além dos bens não-duráveis. As contribuições de Ogaki e Reinhart (1998b) e Yogo (2006) se destacam neste tema. Ambos os trabalhos propõem a agregação dos bens não-duráveis e duráveis por meio de uma função de elasticidade de substituição constante (CES). Feita a agregação, o primeiro trabalho aplica uma utilidade CRRA à cesta de consumo, enquanto o segundo propõe preferências recursivas, *a la* Epstein e Zin (1989) e Weil (1990).

Vale mencionar que Startz (1989) adota um caso particular da agregação CES, a utilidade Cobb-Douglas. Sarantis e Stewart (2003) também sinalizam a possibilidade de se utilizar este tipo de agregação, uma vez que a proporção observada entre as classes de bens é relativamente constante ao longo do tempo nos Estados Unidos. Dessa forma, tem-se uma aproximação válida, com a vantagem de ser tratável analiticamente. Como a proposta do presente trabalho é obter soluções analíticas para o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica, adotamos a utilidade Cobb-Douglas como agregadora, sendo a cesta de consumo resultante inserida na utilidade CRRA. Embora muitos trabalhos utilizem preferências recursivas no cálculo do custo de bem-estar, Otrok (2001) aponta que, com a escolha adequada da função utilidade pode-se atingir custos tão elevados quanto desejado. Além de evitar tal crítica, a função CRRA nos permite comparar nossos resultados com a maior parte dos trabalhos anteriores, e, como mencionado, derivar expressões analíticas para o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica.

Finalmente, o objetivo do presente capítulo é estimar o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica considerando que o consumo de bens não-duráveis, duráveis e serviços são argumentos distintos da função utilidade do agente representativo. Consideramos dois processos de consumo. Ora um processo tendência-estacionário, em conformidade com Lucas (1987), ora um processo diferença-estacionário (passeio aleatório), em linha com Obstfeld (1994). São utilizados dados trimestrais dos Estados Unidos, no período entre 1951 e 2017.

Os resultados mostram que, mesmo com a separação entre não duráveis, duráveis e serviços na função utilidade, os custos de bem-estar da incerteza macroeconômica permanecem em patamares baixos. Para algumas combinações de parâmetros, as estimativas

deste custo são maiores sob a hipótese de que as séries de consumo seguem processos tendência estacionários do que quando se assumem processos diferença estacionários, resultado que diverge do encontrado na maior parte da literatura. Este resultado se dá pela maior aderência dos dados à estimação no segundo caso, o que reduz a variância dos resíduos. Em combinações de parâmetros que representam um consumidor que valoriza menos o consumo presente em relação ao consumo futuro, o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica cai com a inclusão de duráveis e serviços separadamente na função utilidade. Isto se dá, provavelmente, em razão da possibilidade de estocagem de bens duráveis, que atua reduzindo a incerteza e elevando o bem-estar do agente.

O Capítulo 4 está estruturado da seguinte forma. A seção 4.2 descreve o arcabouço utilizado, detalhando a forma de agregação dos bens duráveis e não duráveis, além das hipóteses adotadas para as preferências e processos estocásticos para as séries. A seção 4.3 detalha a base de dados utilizada na estimação. A seção 4.4 apresenta os resultados obtidos. A seção 4.5 aponta as considerações finais do presente capítulo.

4.2 Preferências e o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica

4.2.1 Preferências e agregação dos bens

Para a obtenção da estimativa do custo de bem-estar da incerteza macroeconômica, considerando um arcabouço no qual o agente representativo consome bens duráveis, não-duráveis e serviços. O consumo dos bens não-duráveis e dos serviços são necessariamente contemporâneos à sua aquisição, não havendo a possibilidade de estocagem. No caso dos bens duráveis, por outro lado, há um estoque que evolui de acordo com a seguinte lei de movimento:

$$K_{t+1} = D_t + (1 - \delta)K_t \quad (4.1)$$

em que K_t representa o estoque de bens duráveis no período t , D_t a compra de bens duráveis no mesmo período e $\delta > 0$ a taxa de depreciação do estoque de duráveis, assumida

como fixa ao longo do tempo.

É necessário, também, definir como o agente agrega os bens duráveis, os não-duráveis e os serviços. Ogaki e Reinhart (1998b) e Yogo (2006) definem uma função utilidade intra-período na forma de elasticidade de substituição constante (CES). É possível adaptar esta função, incluindo também o consumo de serviços separadamente, de maneira que, em um dado período, agrega-se os três tipos de bens da seguinte forma:

$$v(C, K, S) = \left[\rho C_t^{1-|1/\varepsilon|} + \mu K_t^{1-|1/\varepsilon|} + (1 - \rho - \mu) S_t^{1-|1/\varepsilon|} \right]^{1/[1-|1/\varepsilon|]} \quad (4.2)$$

em que C_t representa o consumo de bens não-duráveis, S_t o consumo de serviços, ρ e μ determinam o peso relativo dos bens na função (4.2). Ainda, ε é a elasticidade de substituição entre as classes de bens. A agregação adotada no presente trabalho utiliza o caso particular no qual $\varepsilon \rightarrow 0$, conforme proposto por Sarantis e Stewart (2003). Portanto, temos uma função da forma Cobb-Douglas:

$$v(C, S) = C_t^\rho K_t^\mu S_t^{1-\rho-\mu} \quad (4.3)$$

O estoque de bens duráveis é incluído diretamente na função utilidade, uma vez que seu aumento gera um fluxo de serviços ao longo do tempo. Resta, então, definir a função utilidade intertemporal dos agentes. Adotou-se a utilidade CRRA, largamente utilizada na literatura. Portanto, a utilidade intertemporal do agente é dada por:

$$u(C, K, S) = \begin{cases} \frac{v(C, K, S)^{1-\gamma}}{1-\gamma}, & \text{se } \gamma > 0 \text{ e } \gamma \neq 1 \\ \ln v(C, K, S) & \text{se } \gamma = 1 \end{cases} \quad (4.4)$$

em que $v(C, K, S)$ é dada por (4.3). Dessa forma, o bem-estar do agente ao longo da vida é dado por:

$$E_0 \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(C_t, K_t, S_t) \right] \quad (4.5)$$

em que $u(C_t, K_t, S_t)$ é dada por (4.4).

4.2.2 Processos estocásticos do consumo

Para estimar o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica, além das preferências, é necessário definir os processos estocásticos seguidos pelas três variáveis da função utilidade, ou seja, o consumo de bens não duráveis e serviços, e o estoque de duráveis. Desta forma, são definidos dois casos distintos. No primeiro, as três variáveis seguem processos tendência estacionários. No segundo caso, estas variáveis seguem processos diferença estacionários.

Sob a hipótese de processos tendência-estacionários, adotada por Lucas (1987), o consumo flutua ao redor de uma tendência linear. Assim, é possível definir as trajetórias dos consumos de não-duráveis e serviços e do estoque de duráveis como:

$$C_t = \alpha_{0,c} (1 + \alpha_{1,c})^t \exp(\varepsilon_{c,t}) \quad (4.6)$$

$$K_t = \alpha_{0,k} (1 + \alpha_{1,k})^t \exp(\varepsilon_{k,t}) \quad (4.7)$$

$$S_t = \alpha_{0,s} (1 + \alpha_{1,s})^t \exp(\varepsilon_{s,t}) \quad (4.8)$$

em que $\alpha_{0,c}$, $\alpha_{1,c}$, $\alpha_{0,k}$, $\alpha_{1,k}$, $\alpha_{0,s}$ e $\alpha_{1,s}$ são parâmetros da parte determinística, e $\varepsilon_{c,t}$, $\varepsilon_{k,t}$ e $\varepsilon_{s,t}$ são choques aleatórios. Os choques possuem um componente idiossincrático e um componente correlacionado com os demais, tal que:

$$\varepsilon_{c,t} = \xi_{c,t} + \tilde{\xi}_{c,t} \quad (4.9)$$

$$\varepsilon_{k,t} = \xi_{k,t} + \tilde{\xi}_{k,t} \quad (4.10)$$

$$\varepsilon_{s,t} = \xi_{s,t} + \tilde{\xi}_{s,t} \quad (4.11)$$

em que $\xi_{c,t}$, $\xi_{k,t}$, $\xi_{s,t}$, $\tilde{\xi}_{c,t}$, $\tilde{\xi}_{k,t}$, $\tilde{\xi}_{s,t}$ tem distribuição normal. Sejam $(x, y) \in \{c, k, s\}$, $x \neq y$. Então, $E_0[\xi_{x,t}] = 0$, $E_0[\tilde{\xi}_{x,t}] = 0$. Os componentes possuem variâncias e covariâncias $Var[\xi_{x,t}] = \tilde{\sigma}_x^2$, $Var[\tilde{\xi}_{x,t}] = \tilde{\sigma}_x^2$, $Cov[\xi_{x,t}, \xi_{y,t}] = 0$; $Cov[\tilde{\xi}_{x,t}, \tilde{\xi}_{y,t}] = \tilde{\sigma}_{x,y}^2$ e $Cov[\xi_{x,t}, \tilde{\xi}_{x,t}] = 0$. A partir destas definições, são calculadas variâncias e covariâncias dos choques:

$$E_0 [\varepsilon_{c,t}] = 0 \quad (4.12)$$

$$E_0 [\varepsilon_{k,t}] = 0 \quad (4.13)$$

$$E_0 [\varepsilon_{s,t}] = 0 \quad (4.14)$$

$$Var [\varepsilon_{c,t}] = \tilde{\sigma}_c^2 + \bar{\sigma}_c^2 \equiv \sigma_c^2 \quad (4.15)$$

$$Var [\varepsilon_{k,t}] = \tilde{\sigma}_k^2 + \bar{\sigma}_k^2 \equiv \sigma_k^2 \quad (4.16)$$

$$Var [\varepsilon_{s,t}] = \tilde{\sigma}_s^2 + \bar{\sigma}_s^2 \equiv \sigma_s^2 \quad (4.17)$$

$$Cov [\varepsilon_{c,t}, \varepsilon_{k,t}] = E [\tilde{\xi}_{c,t} \tilde{\xi}_{k,t}] = \tilde{\sigma}_{c,k}^2 \equiv \sigma_{c,k} \quad (4.18)$$

$$Cov [\varepsilon_{c,t}, \varepsilon_{s,t}] = E [\tilde{\xi}_{c,t} \tilde{\xi}_{s,t}] = \tilde{\sigma}_{c,s}^2 \equiv \sigma_{c,s} \quad (4.19)$$

$$Cov [\varepsilon_{k,t}, \varepsilon_{s,t}] = E [\tilde{\xi}_{k,t} \tilde{\xi}_{s,t}] = \tilde{\sigma}_{k,s}^2 \equiv \sigma_{k,s} \quad (4.20)$$

No segundo caso, o consumo de bens não-duráveis e serviços, assim como o estoque de bens duráveis, são descritos por processos integrados de ordem um. De acordo com Hall (1978), o consumo de bens não-duráveis pode ser descrito como um passeio aleatório, tal que:

$$C_t = \alpha_{0,c} (1 + \alpha_{1,c})^t \exp \left(\sum_{i=1}^t \varepsilon_{c,i} \right) \quad (4.21)$$

De maneira análoga, define-se o consumo de serviços como um processo do mesmo tipo:

$$S_t = \alpha_{0,s} (1 + \alpha_{1,s})^t \exp \left(\sum_{i=1}^t \varepsilon_{s,i} \right) \quad (4.22)$$

O estoque de duráveis também segue um passeio aleatório, conforme proposto por Mankiw (1982). Portanto:

$$K_t = \alpha_{0,k} (1 + \alpha_{1,k})^t \exp \left(\sum_{i=1}^t \varepsilon_{k,i} \right) \quad (4.23)$$

Novamente, $\alpha_{0,c}$, $\alpha_{1,c}$, $\alpha_{0,k}$, $\alpha_{1,k}$, $\alpha_{0,s}$ e $\alpha_{1,s}$ são parâmetros da parte determinística dos processos, e $\varepsilon_{c,t}$, $\varepsilon_{k,t}$ e $\varepsilon_{s,t}$ são choques aleatórios. Os choques são construídos de maneira idêntica ao caso anterior, ou seja, são compostos por um componente idiossincrático e um componente comum, conforme descrito nas equações (4.9), (4.10) e (4.11). A distribuição dos componentes, além de todas as suas variâncias e covariâncias também são definidas

de maneira idêntica ao caso de tendência linear, adicionando-se a hipótese de ausência de correlação serial, ou seja:

$$Cov [\xi_{x,t}, \xi_{x,\tau}] = Cov [\tilde{\xi}_{x,t}, \tilde{\xi}_{x,\tau}] = 0 \quad (4.24)$$

$$Cov [\xi_{x,t}, \xi_{y,\tau}] = Cov [\xi_{x,t}, \tilde{\xi}_{y,\tau}] = 0 \quad (4.25)$$

para todo $t \neq \tau$, e $(x, y) \in \{c, k, s\}$ e $x \neq y$. Portanto, os choques acumulados do período um até um período t qualquer possuem as seguintes propriedades:

$$E_0 \left[\sum_{i=1}^t \varepsilon_{c,i} \right] = 0 \quad (4.26)$$

$$E_0 \left[\sum_{i=1}^t \varepsilon_{k,i} \right] = 0 \quad (4.27)$$

$$E_0 \left[\sum_{i=1}^t \varepsilon_{s,i} \right] = 0 \quad (4.28)$$

$$Var \left[\sum_{i=1}^t \varepsilon_{c,i} \right] = Var \left[\sum_{i=1}^t (\xi_{c,i} + \tilde{\xi}_{c,i}) \right] = t\tilde{\sigma}_c^2 + t\bar{\sigma}_c^2 = t(\tilde{\sigma}_c^2 + \bar{\sigma}_c^2) \equiv t\sigma_c^2 \quad (4.29)$$

$$Var \left[\sum_{i=1}^t \varepsilon_{k,i} \right] = Var \left[\sum_{i=1}^t (\xi_{k,i} + \tilde{\xi}_{k,i}) \right] = t\tilde{\sigma}_k^2 + t\bar{\sigma}_k^2 = t(\tilde{\sigma}_k^2 + \bar{\sigma}_k^2) \equiv t\sigma_k^2 \quad (4.30)$$

$$Var \left[\sum_{i=1}^t \varepsilon_{s,i} \right] = Var \left[\sum_{i=1}^t (\xi_{s,i} + \tilde{\xi}_{s,i}) \right] = t\tilde{\sigma}_s^2 + t\bar{\sigma}_s^2 = t(\tilde{\sigma}_s^2 + \bar{\sigma}_s^2) \equiv t\sigma_s^2 \quad (4.31)$$

As covariâncias entre os choques acumulados dos processos definidos são dadas por:

$$\begin{aligned} Cov \left[\sum_{i=1}^t \varepsilon_{x,i}, \sum_{i=1}^t \varepsilon_{y,i} \right] &= Cov \left[\sum_{i=1}^t (\xi_{x,i} + \tilde{\xi}_{x,i}), \sum_{i=1}^t (\xi_{y,i} + \tilde{\xi}_{y,i}) \right] \\ &= Cov \left[\sum_{i=1}^t \tilde{\xi}_{x,i}, \sum_{i=1}^t \tilde{\xi}_{y,i} \right] = t\tilde{\sigma}_{x,y}^2 \equiv t\sigma_{x,y}, (x, y) \in \{c, k, s\}, x \neq y \end{aligned}$$

4.2.3 Cálculo do custo de bem-estar da incerteza macroeconômica

Para estimar o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica, deve-se comparar a utilidade do agente representativo sob incerteza com sua contrapartida no caso em que

toda a flutuação inesperada é expurgada das séries de consumo. Uma vez que o consumidor é avesso ao risco, o bem-estar é maior no segundo caso em relação ao primeiro. O custo, portanto, pode ser medido como o acréscimo constante λ que, aplicado ao consumo na situação em que há incerteza, eleva a utilidade do agente ao nível que se verificaria na ausência de incerteza. Dadas as especificações das preferências e as hipóteses sobre as séries de consumo, o custo é obtido ao se resolver a equação (4.32) para λ :

$$E_0 \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u((1+\lambda)C_t, (1+\lambda)K_t, (1+\lambda)S_t) \right] = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(E_0[C_t], E_0[K_t], E_0[S_t]) \quad (4.32)$$

em que o lado esquerdo representa a utilidade sob incerteza, já acrescida pelo fator λ^1 , e o lado direito é a utilidade na ausência de flutuações inesperadas. Aplicando as formas definidas para as funções utilidade em (4.3) e (4.4), temos para $\gamma = 1$ e $\gamma \neq 1$, respectivamente:

$$\begin{aligned} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\ln(1+\lambda) + \rho E_0[\ln C_t] + \mu E_0[\ln K_t] + (1-\rho-\mu) E_0[\ln S_t]] = \\ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\rho \ln(E_0[C_t]) + \mu \ln(E_0[K_t]) + (1-\rho-\mu) \ln(E_0[S_t])] \end{aligned} \quad (4.33)$$

$$\begin{aligned} (1+\lambda)^{1-\gamma} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t E_0 [C_t^{\rho(1-\gamma)} K_t^{\mu(1-\gamma)} S_t^{(1-\rho-\mu)(1-\gamma)}] = \\ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (E_0[C_t])^{\rho(1-\gamma)} (E_0[S_t])^{(1-\rho)(1-\gamma)} (E_0[S_t])^{(1-\rho)(1-\gamma)} \end{aligned} \quad (4.34)$$

O custo de bem-estar é calculado para os dois casos distintos definidos na sub-seção 4.2.2. No primeiro deles, assume-se que as séries do consumo de não duráveis e serviços, além do estoque de duráveis, seguem processos ao redor de uma tendência linear, conforme proposto por Lucas (1987). No segundo, estas séries se comportam como processos integrados de ordem 1, em linha com Obstfeld (1994).

¹ É considerado o mesmo λ para as três classes de bem. Uma vez que a função é homotética, multiplicar cada tipo de consumo por $1+\lambda$ eleva a utilidade na mesma proporção. Adicionalmente, esta propriedade faz com que, em caso de aumento na renda, o agente otimizador eleve o consumo de todos os bens na mesma proporção. Assim, considerar fatores de compensação distintos seria sub-ótimo.

4.2.4 Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica sob a hipótese de séries tendência estacionárias

Ao se aplicar os processos descritos nas equações (4.6), (4.7) e (4.8) sobre as equações (4.33) e (4.34) e resolvê-las para λ , são obtidas as expressões para o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica para o caso em que as três classes de consumo são tendência estacionárias.

Proposição 4.1. *Assuma os processos de consumo (4.6), (4.7) e (4.8), e a função utilidade definida nas equações (4.3) e (4.4). Então, o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica é dado por:*

$$\lambda = \begin{cases} \exp \left\{ \frac{1}{2} \left(\rho \sigma_c^2 + \mu \sigma_k^2 + (1 - \rho - \mu) \sigma_s^2 \right) \right\} - 1, & \text{se } \gamma = 1 \\ \frac{e^{0.5(\rho \sigma_c^2 + \mu \sigma_k^2 + (1 - \rho - \mu) \sigma_s^2)}}{e^{0.5(1 - \gamma) [\rho^2 \sigma_c^2 + \mu^2 \sigma_k^2 + (1 - \rho - \mu)^2 \sigma_s^2 + 2\rho\mu\sigma_{c,k} + 2\rho(1 - \rho - \mu)\sigma_{c,s} + 2\mu(1 - \rho - \mu)\sigma_{k,s}]} - 1, & \text{se } \gamma > 0 \text{ e } \gamma \neq 1 \end{cases} \quad (4.35)$$

Demonstração. Apêndice E. □

O custo de bem-estar passa a depender de médias ponderadas das variâncias e covariâncias entre os erros das equações (4.6), (4.7) e (4.8). Ao definir $\rho = 1$ e $\mu = 0$, ou seja, na situação em que o agente consome apenas bens não-duráveis, recupera-se a expressão do custo encontrada por Lucas (1987), a saber:

$$\lambda = e^{0.5\gamma\sigma_c^2} - 1 \quad (4.36)$$

para qualquer $\gamma > 0$. Assim, o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica quando se considera apenas os bens não-duráveis, é um caso particular da situação em que se considera também o consumo de bens duráveis e serviços.

4.2.5 Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica sob a hipótese de séries diferença estacionárias

De maneira análoga ao procedimento realizado na sub-seção 4.2.4, os processos do consumo definidos nas equações (4.21), (4.22) e (4.23) são aplicados nas equações (4.33)

e (4.34). Resolvendo para λ , são encontrados os custos para o caso em que as três classes de consumo são descritas por processos diferença-estacionários.

Proposição 4.2. *Assuma os processos do consumo (4.21), (4.22) e (4.23), e a função utilidade definida nas equações (4.3) e (4.4). Então, o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica é dado por:*

$$\lambda = \begin{cases} \exp \left\{ \beta \frac{\rho \sigma_c^2 + \mu \sigma_k^2 + (1 - \rho - \mu) \sigma_s^2}{2(1 - \beta)} \right\} - 1, & \text{se } \gamma = 1 \\ \left\{ \frac{1 - \beta (1 + \alpha_1)^{(1-\gamma)} e^{0.5(1-\gamma)^2 [\rho^2 \sigma_c^2 + \mu^2 \sigma_d^2 + (1-\rho-\mu)^2 \sigma_s^2 + 2\rho\mu\sigma_{c,d} + 2\rho(1-\rho-\mu)\sigma_{c,s} + 2\mu(1-\rho-\mu)\sigma_{d,s}]}{1 - \beta (1 + \alpha_1)^{(1-\gamma)} e^{0.5(1-\gamma)(\rho\sigma_c^2 + \mu\sigma_d^2 + (1-\rho-\mu)\sigma_s^2)}} \right\}^{\frac{1}{1-\gamma}} \\ -1, & \text{se } \gamma > 0 \text{ e } \gamma \neq 1 \end{cases} \quad (4.37)$$

Em que $\alpha_1 \equiv (1 + \alpha_{1,c})^\rho (1 + \alpha_{1,k})^\mu (1 + \alpha_{1,s})^{(1-\rho-\mu)} - 1$.

Demonstração. Apêndice F. □

De maneira análoga ao caso tenência-estacionário, o custo de bem-estar depende de médias ponderadas das variâncias e covariâncias entre os erros das equações (4.21), (4.22) e (4.23). Se $\rho = 1$ e $\mu = 0$, voltamos à situação em que o agente consome apenas bens não-duráveis, e assim recuperamos a expressão do custo encontrada por Obstfeld (1994)², ou seja:

$$\lambda = \begin{cases} \exp \left\{ \beta \frac{\sigma_c^2}{2(1 - \beta)} \right\} - 1, & \text{se } \gamma = 1 \\ \left[\frac{1 - \beta (1 + \alpha_{1,c})^{(1-\gamma)} e^{0.5(1-\gamma)^2 \sigma_c^2}}{1 - \beta (1 + \alpha_{1,c})^{(1-\gamma)} e^{0.5(1-\gamma) \sigma_c^2}} \right]^{\frac{1}{1-\gamma}} - 1, & \text{se } \gamma > 0 \text{ e } \gamma \neq 1 \end{cases} \quad (4.38)$$

O custo de bem-estar da incerteza macroeconômica quando se considera apenas o consumo de bens não-duráveis é, portanto, um caso particular da situação em que se inclui também o consumo de bens duráveis e de serviços.

² Veja Issler, Franco-Neto e Guillén (2008)

4.3 Dados

Foram coletados dados de consumo dos Estados Unidos a partir do *National Income and Product Accounts* (NIPA), elaborado pelo *Bureau of Economic Analysis* (BEA). Optou-se pelos dados trimestrais em detrimento dos anuais, uma vez que, além de fornecerem um número maior de observações, possuem maior potencial de captar as flutuações econômicas por conta de sua frequência mais alta.

Os dados de consumo de bens não-duráveis e serviços foram obtidos a partir do *Personal Consumption Expenditures* (PCE). Foram construídas séries *per capita* para estes indicadores, a partir de dados do BEA.

Os bens duráveis não possuem uma série de estoques em frequência trimestral. Por este motivo, foi necessário construir tal série a partir dos dados anuais de estoques divulgados pelo BEA. Como as estimativas são referentes ao final de cada ano, os dados trimestrais puderam ser construídos a partir da equação (4.1) e da série de consumo trimestral de bens duráveis (PCE). Os dados divulgados pelo BEA referem-se aos estoques líquidos de bens duráveis, ou seja, já possuem uma taxa de depreciação implícita, que foi calculada ano a ano a partir desta série. Para a obtenção dos estoques líquidos trimestrais, utilizou-se a taxa de depreciação média de todo o período, aproximadamente 5,3% ao trimestre³. Assim como feito para o consumo de não-duráveis, o estoque de bens duráveis foi dividido pela população.

Apesar de as séries trimestrais estarem disponíveis a partir de 1947, optou-se por utilizar dados a partir de 1951. De acordo com Ogaki e Reinhart (1998b) e Yogo (2006), o período entre 1947 e 1951 foi marcado por consumo anormalmente elevado de bens duráveis, provável consequência do fim da Segunda Guerra Mundial. Dessa forma, é prudente excluir este período da análise a fim de evitar contaminações nos resultados. A evolução das séries é ilustrada na Figura 8. É possível verificar que, ao longo do período analisado, há um crescimento acelerado no estoque de duráveis, que se descola do consumo de bens não duráveis e se aproxima cada vez mais do consumo de serviços.

---

³ Para mais detalhes sobre a série trimestral do estoque de bens duráveis, veja o Apêndice H.

Figura 8 – Consumo real *per capita* (não duráveis e serviços), e estoque real *per capita* (duráveis) nos Estados Unidos

4.4 Resultados

4.4.1 Estimação dos processos estocásticos do consumo

O primeiro passo para obter o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica a partir do arcabouço descrito é a estimação dos parâmetros dos processos propostos para o consumo. Para isto, aplicamos o logaritmo natural às equações (4.6), (4.7), (4.8), (4.21), (4.22) e (4.23), sendo obtidos modelos lineares. Nos processos em que o consumo possui tendência linear, foi obtido o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} \ln(C_t) = \ln(\alpha_{0,c}) + t \ln(1 + \alpha_{1,c}) + \varepsilon_{c,t} \\ \ln(K_t) = \ln(\alpha_{0,k}) + t \ln(1 + \alpha_{1,k}) + \varepsilon_{k,t} \\ \ln(S_t) = \ln(\alpha_{0,s}) + t \ln(1 + \alpha_{1,s}) + \varepsilon_{s,t} \end{cases} \quad (4.39)$$

Para o caso I(1), dada a ordem de integração, é necessário, além de aplicar o logaritmo natural, tomar a primeira diferença das equações para viabilizar a estimação. Dessa forma,

o sistema a ser estimado é o seguinte:

$$\begin{cases} \Delta \ln(C_t) = \ln(1 + \alpha_{1,c}) + \varepsilon_{c,t} \\ \Delta \ln(K_t) = \ln(1 + \alpha_{1,k}) + \varepsilon_{k,t} \\ \Delta \ln(S_t) = \ln(1 + \alpha_{1,s}) + \varepsilon_{s,t} \end{cases} \quad (4.40)$$

Os sistemas (4.39) e (4.40) foram estimados pelo método *Seemingly unrelated regressions* (SUR). Os resultados das estimações desses sistemas são apresentados na Tabela 24. A Tabela 25, por sua vez, mostra os valores dos parâmetros a serem incluídos no cálculo do custo de bem-estar da incerteza macroeconômica.

Tabela 24 – Resultados da estimação dos sistemas (4.39) e (4.40), erros-padrão entre parênteses

	Tendência-estacionário	Diferença-estacionário
$\ln(\alpha_{0,c})$	8,207 (0,004)	- -
$\ln(\alpha_{0,k})$	7,316 (0,008)	- -
$\ln(\alpha_{0,s})$	8,735 (0,008)	- -
$\ln(1 + \alpha_{1,c})$	0,003 (0,000)	0,006 (0,000)
$\ln(1 + \alpha_{1,k})$	0,010 (0,000)	0,010 (0,000)
$\ln(1 + \alpha_{1,s})$	0,006 (0,000)	0,008 (0,000)
σ_c^2	9,63E-04	5,55E-05
σ_k^2	4,76E-03	3,77E-05
σ_s^2	4,43E-03	2,37E-05
$\sigma_{c,k}$	3,54E-04	1,17E-05
$\sigma_{c,s}$	1,29E-03	1,52E-05
$\sigma_{k,s}$	1,88E-03	6,47E-06

Observamos que a série do consumo de bens não-duráveis apresentou maior variância em relação aos duráveis e serviços para ambos os processos considerados. As Figuras 9 e 10, que apresentam os resíduos das estimações dos sistemas (4.39) e (4.40) respectivamente, ilustram este aspecto. Conforme demonstrado nas sub-seções 4.2.4 e 4.2.5, o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica é diretamente proporcional à média ponderada das variâncias dos três tipos de bens. Assim, as variâncias das séries de não

Tabela 25 – Valores estimados para os parâmetros sob as diferentes hipóteses acerca do processo estocástico, utilizando as séries de bens duráveis e não-duráveis

	Processo tendência-estacionário	Processo diferença-estacionário
$\alpha_{0,c}$	3665,170	-
$\alpha_{1,c}$	0,369	0,370
$\alpha_{0,k}$	1503,920	-
$\alpha_{1,k}$	0,372	0,372
$\alpha_{0,s}$	6214,062	-
$\alpha_{1,s}$	0,370	0,371
σ_c^2	9,63E-04	5,55E-05
σ_k^2	4,76E-03	3,77E-05
σ_s^2	4,43E-03	2,37E-05
$\sigma_{c,k}$	3,54E-04	1,17E-05
$\sigma_{c,s}$	1,29E-03	1,52E-05
$\sigma_{k,s}$	1,88E-03	6,47E-06

Figura 9 – Resíduos da estimação das equações do sistema (4.39)

duráveis e serviços atuarão no sentido de reduzir este custo. No entanto, há ainda o efeito da incerteza adicional que é percebida pelo agente com a inclusão de novas classes de bens. Adicionalmente, quase todas as covariâncias tiveram sinal positivo, o que também atua no sentido de elevar do custo.

Um ponto a ser considerado na análise dos resultados é quanto à presença de raiz unitária nas séries utilizadas. Caso haja evidência a favor de raiz unitária, os resultados

Figura 10 – Resíduos da estimação das equações do sistema (4.40)

obtidos considerando processos diferença-estacionários ganham relevância comparativamente àqueles calculados sob a hipótese de processos tendência-estacionários. Foram realizados dois testes para verificar a presença de raiz unitária, Dickey e Fuller (1979) e Phillips e Perron (1988). Os resultados são apresentados na Tabela 26, e apontam forte evidência a favor da presença de raiz unitária nas séries em nível. Em todos os casos, não se pode rejeitar a hipótese nula. Quando os testes são realizados sobre a primeira diferença das séries, no entanto, esta hipótese é rejeitada para todas as séries.

Tabela 26 – Testes de raiz unitária para as séries, considerando a presença de constante e tendência linear

	Teste Dickey-Fuller aumentado		Teste Phillips-Perron	
	Nível	Primeira diferença	Nível	Primeira diferença
C_t	-1,973	-8,813***	-2,375	-14,012***
K_t	2,027	-5,409***	1,839	-8,928***
S_t	-2,533	-7,100***	-2,609	-10,293***
Valor crítico 10%	-3,130	-3,130	-3,137	-3,137
Valor crítico 5%	-3,420	-3,420	-3,428	-3,428
Valor crítico 1%	-3,980	-3,980	-3,996	-3,996

*:hipótese nula rejeitada à significância de 10%; **:hipótese nula rejeitada à significância de 5%; ***:hipótese nula rejeitada à significância de 1%

Apesar das fortes evidências a favor da hipótese de séries diferença-estacionárias, manteve-se também a estimação dos custos de bem-estar da incerteza macroeconômica com processos de consumo tendência-estacionários, por terem sido adotadas pelo estudo pioneiro de Lucas (1987).

4.4.2 Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica

Após a estimação dos processos de consumo, é necessário definir os valores de γ , ρ e μ , e, para o caso I(1), o valor de β .

Para ρ e μ , foram calculadas as proporções médias entre o consumo de não-duráveis e duráveis em relação à soma dos três tipos de consumo, respectivamente⁴. Dessa forma, foi atribuído a ρ um valor de 0,2329 e a μ um valor de 0,2355. No caso de β e γ , foi definida uma grade de valores para cada. Para β foram escolhidos os seguintes valores: 0,9926, 0,9902 e 0,9879. Estes patamares representam, respectivamente, o equivalente a taxas de juros reais de 3%, 4% e 5%, a partir da relação $\beta = 1/(1 + r)$, em que r é a taxa de juros. Já γ foi escolhido a partir de valores estimados na literatura. Chetty (2006) estima este parâmetro ao redor de 1,0, com limite superior ao redor de 2,0. Foram, então, adotados valores entre 1 e 5 para γ , com intervalos de unitários.

Como forma de verificação do impacto da inclusão de duráveis sobre o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica, em todos os casos foi calculado também o λ quando há a possibilidade de se consumir apenas bens não-duráveis. Os resultados do custo de bem-estar obtidos se encontram nas Tabelas 27, 28, 29 e 30.

A Tabela 27 expressa os resultados obtidos sob a hipótese de um processo tendência-estacionário, quando se leva em conta apenas o consumo de bens não-duráveis. Os resultados mostram que, ao se incluir os bens duráveis e serviços na análise de bem-estar, ocorre elevação dos custos devidos à incerteza macroeconômica. De fato, quando são considerados três tipos de bens, os resultados se mostram entre 1,98 e 3,85 vezes superiores à situação em que são incluídos apenas bens não-duráveis na cesta de consumo. Ainda

⁴ No caso dos duráveis foi utilizado o estoque, pois o consumo pode ser realizado ao longo de mais de um período.

Tabela 27 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica (λ) sob a hipótese de um processo tendência-estacionário, a partir das equações (4.35) e (4.36)

	Não-duráveis (1) Equação (4.36)	Não-duráveis, duráveis e serviços (2) Equação (4.35)	(2)/(1)
1	0,048%	0,185%	3,85
2	0,096%	0,258%	2,68
γ 3	0,145%	0,331%	2,29
4	0,193%	0,404%	2,10
5	0,241%	0,477%	1,98

Nota: Para o cálculo dos custos, são utilizadas as estimativas da tabela 25

assim, para todos os possíveis valores de γ estabelecidos, os custos ficam abaixo de 1,0% do consumo, percentuais que ainda parecem pouco representativos em comparação com outros resultados da literatura. Adicionalmente, a diferença entre os custos com e sem a inclusão de duráveis e serviços tende a cair com o aumento de γ .

Tabela 28 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica (λ) sob a hipótese de um processo diferença-estacionário, consumo de bens não-duráveis apenas, a partir da equação (4.38)

		β		
		0,9926	0,9902	0,9879
1		0,375%	0,282%	0,226%
2		0,408%	0,345%	0,300%
γ 3		0,420%	0,373%	0,336%
4		0,426%	0,389%	0,358%
5		0,429%	0,399%	0,372%

Nota: Para o cálculo dos custos, são utilizadas as estimativas da tabela 25

Tabela 29 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica (λ) sob a hipótese de um processo diferença-estacionário, consumo de bens não-duráveis, duráveis e serviços, a partir da equação (4.37)

		β		
		0,9926	0,9902	0,9879
1		0,232%	0,175%	0,140%
2		0,182%	0,156%	0,136%
γ 3		0,165%	0,148%	0,134%
4		0,156%	0,143%	0,133%
5		0,150%	0,140%	0,132%

Nota: Para o cálculo dos custos, são utilizadas as estimativas da tabela 25

Tabela 30 – Razão entre os custos (λ) considerando bens duráveis, não-duráveis e serviços (tabela 29), e considerando apenas bens não-duráveis (tabela 28)

		β		
		0,9926	0,9902	0,9879
γ	1	0,619	0,619	0,619
	2	0,447	0,451	0,454
	3	0,392	0,396	0,399
	4	0,365	0,368	0,371
	5	0,349	0,352	0,354

Os resultados obtidos sob um processo diferença-estacionário encontram-se nas Tabelas 28, 29 e 30. Quando se permite apenas o consumo de bens não-duráveis, o processo diferença-estacionário aponta custos de bem-estar da incerteza macroeconômica maiores em relação à estimação sob um processo tendência estacionário, em linha com as conclusões obtidas pelos principais estudos da literatura. No entanto ao incluir também o consumo de bens duráveis e de serviços, são encontrados alguns resultados que podem parecer contra-intuitivos. Para algumas combinações de parâmetros consideradas, os custos sob o processo diferença-estacionário são inferiores aos estimados para o caso tendência-estacionário. Embora os processos integrados de ordem 1 tenham choques persistentes e um acúmulo da incerteza, o melhor ajuste dos mesmos aos dados podem implicar uma variância consideravelmente menor do que a variância para o caso tendência estacionários, para um dado período. De fato, o ajuste do processo estocástico do consumo aos dados se mostra tão superior no caso I(1) que a variância dos resíduos é muito inferior àquelas encontradas no caso de tendência linear, conforme ilustrado nas Figuras 9 e 10. Assim, em várias combinações, o custo obtido quando se considera a possibilidade de raiz unitária foi inferior.

Outro aspecto que se destaca nos resultados é o fato de o custo diminuir com o aumento do parâmetro γ , que, no caso em que há apenas uma classe de bens, representa a aversão relativa ao risco. No entanto, como a função passa a possuir três tipos de bem com a inclusão de duráveis e serviços, γ não representa a aversão relativa ao risco. Assim, a comparação de iguais níveis de γ pode representar diferentes níveis de aversão ao risco. Portanto, se faz necessário um método de comparação de aversão ao risco em funções

Figura 11 – Proporções do consumo de cada tipo de bem em relação ao total

utilidade com diferentes bens.

Como consequência deste ponto, para diversas combinações de parâmetros, os custos são menores ao se incluir a possibilidade de consumo de bens duráveis e serviços. Esta situação é mais recorrente na medida em que se aumenta γ e β . Um β mais elevado significa uma valorização menor do consumo presente em relação ao consumo futuro. Dessa forma, se for verificado que esta relação permanece em níveis de igual aversão ao risco, pode-se argumentar que o agente representativo é beneficiado pela possibilidade de estocagem de bens duráveis, explicando essa redução de custo quando as classes de bem são separadas na função utilidade. O agente passaria a utilizar o estoque de duráveis como uma forma de seguro para períodos menos favoráveis do ciclo econômico. O ganho deste tipo de comportamento seria potencializado na medida em que o consumo futuro é mais valorizado em detrimento do consumo presente.

4.4.3 Estudo de robustez

A adoção da função utilidade do tipo Cobb-Douglas pressupõe que as proporções do consumo de cada tipo de bem são relativamente estáveis ao longo do tempo. A Figura 11, no entanto, mostra que tais proporções sofrem mudanças ao longo do tempo.

Assim, um exercício válido para verificar se os resultados prévios são robustos é a análise por subamostras em que essas proporções possuem maior estabilidade. Conforme apontado pelos testes de raiz unitária, há forte evidência de que o processo diferença-estacionário representa melhor as séries temporais de gastos com bens não duráveis, de gastos com serviços e de estoque de bens duráveis. Desta forma, o estudo de robustez é realizado apenas com os processos de consumo $I(1)$.

Optou-se por dividir o período completo em três subamostras com números de observações similares. A Tabela 31 caracteriza cada subamostra, assim como as proporções médias de cada categoria de consumo em cada uma delas. Nota-se que os bens duráveis ganharam importância ao longo do tempo em detrimento dos não-duráveis, enquanto os serviços mantiveram uma proporção relativamente estável.

Tabela 31 – Proporções do consumo de cada bem em relação ao total em cada subamostra

	Subamostra 1	Subamostra 2	Subamostra 3	Amostra completa
Período	1951/1-1973/1	1973/2-1995/2	1995/3-2017/4	1951/3-2017/4
Número de obs.	89	89	90	268
Não-duráveis/Total	0,295	0,225	0,174	0,231
Duráveis/Total	0,165	0,216	0,329	0,237
Serviços/Total	0,539	0,559	0,497	0,532

Assim como realizado com a amostra completa, o sistema (4.40) foi estimado pelo método SUR para cada subamostra. Os resultados estão representados na Tabela 32. Apesar de pequenos desvios em relação à estimação obtida com a série completa, os resultados se mostram muito semelhantes. Nas três subamostras, todos os parâmetros, inclusive variâncias e covariâncias, tiveram as mesmas ordens de grandeza obtidas com a amostra completa.

São calculados os custos de bem-estar da incerteza macroeconômica para cada subamostra com base nas estimativas apresentadas na tabela 32. Além disso, adotamos as mesmas grades dos parâmetros γ e β utilizadas para a amostra completa. Os resultados, assim como as razões entre os custos com e sem a inclusão de duráveis e serviços, são expostos nas Tabelas 33 a 41.

De maneira geral, as mudanças em relação aos resultados obtidos com a amostra

Tabela 32 – Resultados da estimação do sistema (4.40) para três subamostras distintas, erros-padrão entre parênteses

	1951T1-1973T1	1973T2-1995T2	1995T3-2017T4
$\ln(1 + \alpha_{1,c})$	0,008 (0,001)	0,005 (0,001)	0,005 (0,001)
$\ln(1 + \alpha_{1,k})$	0,009 (0,001)	0,009 (0,001)	0,011 (0,001)
$\ln(1 + \alpha_{1,s})$	0,011 (0,001)	0,008 (0,000)	0,006 (0,000)
σ_c^2	7,08E-05	5,33E-05	3,89E-05
σ_k^2	4,16E-05	3,68E-05	3,14E-05
σ_s^2	2,25E-05	2,22E-05	1,30E-05
$\sigma_{c,k}$	1,17E-05	1,32E-05	1,21E-05
$\sigma_{c,s}$	1,77E-05	1,15E-05	1,01E-05
$\sigma_{k,s}$	9,57E-06	7,27E-06	9,13E-06

Tabela 33 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica (λ) sob a hipótese de um processo diferença-estacionário, consumo de bens não-duráveis apenas, a partir da equação (4.38) - subamostra 1

		β		
		0,9926	0,9902	0,9879
γ	1	0,479%	0,360%	0,289%
	2	0,459%	0,396%	0,349%
	3	0,453%	0,410%	0,374%
	4	0,449%	0,416%	0,388%
	5	0,447%	0,420%	0,397%

Tabela 34 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica (λ) sob a hipótese de um processo diferença-estacionário, consumo de bens não-duráveis, duráveis e serviços, a partir da equação (4.37) - subamostra 1

		β		
		0,9926	0,9902	0,9879
γ	1	0,270%	0,203%	0,163%
	2	0,199%	0,172%	0,152%
	3	0,177%	0,161%	0,147%
	4	0,166%	0,154%	0,144%
	5	0,159%	0,150%	0,142%

Tabela 35 – Razão entre os custos (λ) considerando bens duráveis, não-duráveis e serviços (tabela 34), e considerando apenas bens não-duráveis (tabela 33) - subamostra 1

		β		
		0,9926	0,9902	0,9879
γ	1	0,563	0,564	0,564
	2	0,434	0,435	0,435
	3	0,391	0,392	0,393
	4	0,370	0,370	0,371
	5	0,357	0,357	0,358

Tabela 36 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica (λ) sob a hipótese de um processo diferença-estacionário, consumo de bens não-duráveis apenas, a partir da equação (4.38) - subamostra 2

		β		
		0,9926	0,9902	0,9879
γ	1	0,360%	0,271%	0,217%
	2	0,426%	0,356%	0,306%
	3	0,454%	0,398%	0,355%
	4	0,469%	0,423%	0,386%
	5	0,479%	0,440%	0,407%

Tabela 37 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica (λ) sob a hipótese de um processo diferença-estacionário, consumo de bens não-duráveis, duráveis e serviços, a partir da equação (4.37) - subamostra 2

		β		
		0,9926	0,9902	0,9879
γ	1	0,218%	0,164%	0,132%
	2	0,185%	0,157%	0,136%
	3	0,173%	0,153%	0,138%
	4	0,166%	0,151%	0,139%
	5	0,161%	0,149%	0,139%

Tabela 38 – Razão entre os custos (λ) considerando bens duráveis, não-duráveis e serviços (tabela 37), e considerando apenas bens não-duráveis (tabela 36) - subamostra 2

		β		
		0,9926	0,9902	0,9879
γ	1	0,609	0,609	0,610
	2	0,440	0,444	0,447
	3	0,387	0,390	0,393
	4	0,360	0,363	0,366
	5	0,345	0,347	0,349

Tabela 39 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica (λ) sob a hipótese de um processo diferença-estacionário, consumo de bens não-duráveis apenas, a partir da equação (4.38) - subamostra 3

		β		
		0,9926	0,9902	0,9879
γ	1	0,263%	0,198%	0,159%
	2	0,301%	0,253%	0,219%
	3	0,316%	0,279%	0,250%
	4	0,324%	0,294%	0,269%
	5	0,329%	0,304%	0,282%

Tabela 40 – Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica (λ) sob a hipótese de um processo diferença-estacionário, consumo de bens não-duráveis, duráveis e serviços, a partir da equação (4.37) - subamostra 3

		β		
		0,9926	0,9902	0,9879
γ	1	0,159%	0,120%	0,096%
	2	0,125%	0,108%	0,094%
	3	0,114%	0,103%	0,094%
	4	0,108%	0,100%	0,093%
	5	0,105%	0,098%	0,092%

Tabela 41 – Razão entre os custos (λ) considerando bens duráveis, não-duráveis e serviços (tabela 40), e considerando apenas bens não-duráveis (tabela 39) - subamostra 3

		β		
		0,9926	0,9902	0,9879
γ	1	0,605	0,605	0,605
	2	0,417	0,426	0,432
	3	0,361	0,368	0,375
	4	0,334	0,340	0,346
	5	0,318	0,323	0,328

completa foram mínimas. As conclusões obtidas anteriormente, como a redução do custo com a inclusão de duráveis e serviços e com o aumento de γ para alguns casos, foram mantidas. Considerado-se que houve mudanças marginais também nos parâmetros estimados, conclui-se que as mudanças observadas nas proporções de consumo dos tipos de bem tiveram pouca influência sobre os resultados.

4.5 Considerações finais

Este capítulo estima os custos de bem-estar da incerteza macroeconômica quando a função utilidade considera o consumo de bens não-duráveis, duráveis e serviços. Utilizando uma formulação baseada em Sarantis e Stewart (2003), os custos são obtidos por meio de uma abordagem estatística. Os cálculos são realizados sob duas hipóteses diferentes para os processos estocásticos das séries de consumo. Na primeira, duráveis, não-duráveis e serviços evoluem de acordo com um processo tendência-estacionário, em linha com a proposta original de Lucas (1987). Na segunda hipótese, estas séries se comportam como processos diferença-estacionários, em linha com Obstfeld (1994).

A estimação foi realizada a partir de dados dos Estados Unidos, incluindo os cálculos para o caso em que se permite apenas o consumo de não-duráveis, como forma de verificar o impacto da inclusão dos demais tipos de bem sobre o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica.

Os resultados apontam, de maneira geral, custos de bem-estar baixos para as formulações utilizadas. Em nenhuma das especificações verificaram-se custos superiores a 1,0% do consumo e, na maioria dos casos, os percentuais ficaram abaixo de 0,5%. Adicionalmente, os resultados mostram que, em muitos dos casos, os custos sob processos tendência-estacionários superam aqueles sob a hipótese de processos integrados de ordem um, ao contrário do apontado pela maior parte da literatura. Isto se deve ao fato da maior aderência dos dados da estimação em primeira diferença, que reduz drasticamente a variância dos resíduos e mais do que compensa os fatores que elevam o custo quando se considera os processos diferença-estacionários. Considerando-se as evidências de presença

de raiz unitária, os resultados sob a hipótese de processos diferença-estacionários seriam mais confiáveis.

Para combinações mais elevadas dos parâmetros γ e β , os custos são menores ao se considerar o consumo de bens duráveis e serviços. Uma vez que β mais elevado significa uma valorização menor do consumo presente em relação ao consumo futuro, é possível que o agente representativo aumente seu bem-estar com a possibilidade de estocagem de bens duráveis, resultando em redução do custo quando há separação entre as classes de bem na função utilidade.

Um dos pontos que se destacam ao observarmos as séries de consumo é o fato de as proporções entre as três classes de bens se alterarem de maneira significativa ao longo do tempo, o que, a princípio, é contrário à hipótese de homoteticidade da agregação do tipo Cobb-Douglas. Apesar disto, quando são realizados estudos de robustez com sub-amostras em que as proporções entre os tipos de consumo se mantêm relativamente estáveis, os custos de bem-estar da incerteza macroeconômica pouco se alteram em relação à estimação com a amostra completa. Assim, a agregação do tipo Cobb-Douglas se mostra razoável, com a vantagem de permitir a obtenção do custo de bem-estar da incerteza macroeconômica de forma analítica.

Parte II

Estimação dos parâmetros estruturais da
função utilidade com três tipos de bens

5 Estimando a equação de Euler do consumidor: preferências não-homotéticas e o papel do gasto com serviços

5.1 Introdução

Em modelos macroeconômicos intertemporais, uma prática comum é a suposição que os agentes tem funções de utilidade instantânea que consideram um único bem, consumo de não duráveis, ou dois bens, adicionando-se bens duráveis. Em qualquer caso, é comum medir o consumo de não duráveis por meio da agregação dos dados referentes aos gastos das famílias com bens não duráveis e serviços. No entanto, há razões para se questionar essa agregação. Primeiro, serviços tem uma natureza bastante distinta dos bens não duráveis. Não por acaso, países ricos tendem a ter uma participação maior dos serviços na composição do produto interno bruto, o que implica que, em alguma medida, os serviços seriam bens de luxo, diferentemente do consumo de não duráveis como alimentação e vestuário. Segundo, a evolução da série temporal de não duráveis é distinta da de serviços. Pelo menos no caso norte-americano, estudado neste trabalho, os serviços experimentam um crescimento mais acelerado a partir de um certo nível de renda. Assim, a fração gasta pelas famílias norte-americanas com serviços aumenta ao longo do tempo, especialmente em relação à fração gasta com bens não duráveis. Neste contexto, ao se estimar os parâmetros estruturais de preferências dos consumidores, seria mais prudente considerar uma utilidade instantânea composta por três categorias: bens duráveis, bens não duráveis e serviços. Isto nos permitiria investigar, inclusive, se a agregação de não duráveis e serviços em estudos prévios trouxe algum prejuízo à estimação de certos parâmetros de preferência dos consumidores.

Assim como ocorrido com os gastos com serviços, há um descolamento ao longo do tempo do estoque de bens duráveis das famílias em relação ao consumo de bens não duráveis delas, embora em menor intensidade. Parte da literatura atribui tal caracterís-

tica ao efeito substituição, uma vez que os bens duráveis se tornaram relativamente mais baratos ao longo do tempo. No entanto, Pakoš (2011) apresenta uma explicação alternativa. Segundo ele, este descolamento é devido a não-homoteticidade das preferências, o que levaria os consumidores a ampliarem a fração do orçamento gasta com bens duráveis à medida que a renda aumenta. Neste sentido, haveria um efeito renda por trás do crescimento mais acelerado do consumo deste tipo de bem. Embora a abordagem de Pakoš (2011) seja bastante interessante, é importante notar que ele agregou os dados de gastos com bens não duráveis e serviços. De fato, sem tal agregação, observamos que são os serviços que apresentam crescimento acelerado. Isto, somado a estabilidade do preço relativo de bens não duráveis e serviços, indica que a não-homoteticidade das preferências seria especialmente importante no caso dos serviços.

Para investigar se as preferências de um agente representativo são não homotéticas propomos uma função utilidade instantânea que considera três categorias: bens não duráveis, estoque de duráveis e serviços. Assume-se uma função utilidade intertemporal do tipo CRRA com agregação intratemporal no formato de elasticidade de substituição constante (CES), permitindo-se que haja não-homoteticidade em relação ao consumo de serviços e ao estoque de bens duráveis. O problema intertemporal do consumidor representativo é resolvido, sendo estimadas equações de Euler do consumidor. Para fins de comparação, estimamos também o modelo com apenas bens não duráveis e serviços, de maneira análoga a Pakoš (2011).

As estimações utilizam dados agregados de consumo das famílias norte-americanas em frequência trimestral, no período de 1947 a 2018. Como usual, a estimação é realizada em duas etapas, em que parte dos parâmetros de preferência são recuperados por meio da estimação de uma relação de cointegração, e os demais parâmetros são estimados via equações de Euler do consumidor por meio do método generalizado dos momentos (GMM)¹. O procedimento análogo é utilizado para o modelo com apenas dois tipos de bens, o que nos permite comparar as estimativas dos parâmetros em comum nas duas abordagens, como o desconto intertemporal e o coeficiente de aversão relativa ao risco.

¹ Ver, por exemplo, Ogaki e Reinhart (1998a) e Ogaki e Reinhart (1998b).

Finalmente, os resultados apontam que as preferências são não homotéticas. No entanto, isto não se deve exclusivamente aos bens não duráveis, mas também aos serviços. Considerando as diferentes especificações das equações de Euler, a estimativa média da elasticidade de substituição intertemporal é de 0,705, sendo mais próxima das estimativas obtidas por Ogaki e Reinhart (1998b) do que das obtidas por Pakoš (2011). Ao se agregar bens não duráveis e serviços, as estimativas deixam de capturar não-homoteticidade nos bens duráveis, com a estimativa do parâmetro muito próxima a 1,0. A elasticidade intertemporal se elevou ligeiramente em relação ao modelo com três categorias de bens, tendo uma estimativa média de 0,844.

Além dessa introdução, o presente capítulo está organizado do seguinte modo. A Seção 5.2 apresenta os principais trabalhos da literatura relacionada ao tema. A Seção 5.3 descreve o modelo teórico utilizado, com especial ênfase nas equações de Euler a serem estimadas. A Seção 5.4 detalha o procedimento empírico realizado para estimar os parâmetros de interesse. A Seção 5.5 traz os resultados encontrados. A Seção 5.6 aponta as principais conclusões.

5.2 Revisão da literatura

Os trabalhos seminais de Hansen e Singleton (1982), Hansen e Singleton (1983) e Hall (1988) influenciaram a literatura sobre decisão de consumo. Nos três casos considerou-se um consumidor representativo que maximiza o bem-estar ao longo da vida, cujas preferências são representadas por uma utilidade instantânea CRRA, cujo coeficiente de aversão relativa ao risco é constante. Assim, nesses trabalhos considerou-se apenas um tipo de bem, não duráveis. Hansen e Singleton (1982) derivou e estimou a equação de Euler do consumidor representativo, recuperando, assim, os parâmetros de desconto intertemporal e o coeficiente de aversão relativa ao risco. Por sua vez, Hansen e Singleton (1983) estimou a versão log-linear dessa equação de Euler segundo a qual os retornos dos ativos comprados pelo consumidor dependem da taxa de crescimento do consumo dele. Neste caso, também estima-se a aversão relativa ao risco. Por fim, Hall (1988) estimou

a relação inversa, segundo a qual a taxa de crescimento do consumo depende do retorno esperado dos ativos comprados pelo consumidor. Neste caso, recupera-se a elasticidade de substituição intertemporal, uma vez que ela é o recíproco da aversão relativa ao risco quando se adota a utilidade instantânea CRRA. Em todos os casos os resultados apontam para certas dificuldades desse modelo intertemporal, ora testes de sobreidentificação rejeitam as equações estimadas, ora os coeficientes estimados são não significativos, ou apresentam estimativas pontuais não esperadas. Em particular, Hall (1988) não encontra evidência que a elasticidade de substituição intertemporal é diferente de zero para os Estados Unidos. Dentre outros estudos, Yogo (2004) encontra resultados similares para 11 países desenvolvidos, incluindo os Estados Unidos.

Dentre as diversas explicações proposta na literatura para estimativas não significativas da elasticidade de substituição intertemporal, Ogaki e Reinhart (1998b) argumentam que a omissão dos bens duráveis acarreta um viés nas estimativas obtidas por Hall (1988). De fato, Ogaki e Reinhart (1998b) propõem um modelo no qual as preferências do agente representativo dependem não apenas do consumo de bens não duráveis, mas também do fluxo de serviços proveniente do estoque de bens duráveis.² A estimação dos parâmetros é feita por meio de um procedimento em duas etapas. A primeira consiste na estimação de uma relação de cointegração, por meio da qual recupera-se parte dos parâmetros de preferências do consumidor, como a elasticidade de substituição intratemporal entre bens não duráveis e duráveis (estimada em torno de 1,1). A segunda etapa imputa as estimativas obtidas na primeira etapa na equação de Euler do consumidor, sendo aplicado o método generalizado dos momentos (GMM). Nesta etapa Ogaki e Reinhart (1998b) recuperam a elasticidade de substituição intertemporal, aproximadamente 0,4 e estatisticamente diferente de zero. Yogo (2006) utiliza premissas similares, porém com as preferências recursivas *a la* Epstein e Zin (1989), obtendo estimativas da elasticidade de substituição intertemporal em torno de 0,02.

Embora Ogaki e Reinhart (1998b) tenham sido bem sucedidos em obter estimativas da elasticidade de substituição significativas, Pakoš (2011) argumenta que a hipótese

---

² É usual supor que este fluxo é uma função linear do estoque de bens duráveis (veja, por exemplo, Ogaki e Reinhart (1998a), Ogaki e Reinhart (1998a) e Okubo (2011)).

de preferências homotéticas acarreta viés às estimativas das elasticidades de substituição intertemporal e intratemporal. Além disso, Pakoš (2011) argumenta que a aparente substituição de bens duráveis por bens não duráveis que teria ocorrido ao longo do tempo nos Estados Unidos deve-se a essa não homoteticidade. Esta substituição pode ser observada na Figura 12.³ Portanto, diferentemente de trabalhos anteriores, como Ogaki e Reinhart (1998b), que atribuem esta substituição à queda do preço relativo dos bens duráveis, Pakoš (2011) a atribui à propriedades das preferências dos consumidores. Não por acaso, ele generaliza a agregação intratemporal utilizada por Ogaki e Reinhart (1998b) e Yogo (2006), ao incluir um parâmetro que permite que as preferências do consumidor seja não homotética. Como Pakoš (2011) considera bens não duráveis e duráveis, os dados de gastos com bens não duráveis e serviços são agregados, como usual. No entanto, a Figura 12 indica que essas duas séries apresentam comportamentos distintos. Evidentemente, o consumo de serviços apresenta um crescimento mais acelerado do que o consumo de bens não duráveis. De todo modo, os resultados de Pakoš (2011) indicam que as preferências não são homotéticas, mas as estimativas da elasticidade de substituição intertemporal são próximas de zero, em linha com os resultados obtidos por Hall (1988).

Entre outros trabalhos que abordam a inclusão de bens duráveis nas preferências, Okubo (2008) também utiliza uma função utilidade instantânea não homotética. Com o propósito de comparar seus resultados com os de Ogaki e Reinhart (1998b), Okubo (2008) utiliza dados até o início da década de 1980, e encontra estimativas da elasticidade de substituição intertemporal significativas em torno de 0,2. Adicionalmente, há evidências de não-homoteticidade nas preferências. Em outra contribuição, Okubo (2011) analisa o caso do Japão considerando bens não duráveis e duráveis, porém assumindo preferências homotéticas, e obtém estimativas da elasticidade de substituição intertemporal em torno de 0,3.

De maneira geral, as formulações de funções utilidade com dois bens tem sido utilizadas para analisar diversos problemas em Macroeconomia. Por exemplo, Gomes, Kogan e Yogo (2009) utilizam preferências recursivas *a la* Epstein e Zin (1989) com

---

³ Na Seção 5.4 são apresentados os detalhes da base de dados.

Figura 12 – Consumo real *per capita* (não duráveis e serviços), e estoque real *per capita* (duráveis) nos Estados Unidos

Fonte: *Bureau of Economic Analysis*. Dados *per capita*, medidos em dólares de 2012.

dois tipos de bens, duráveis e não duráveis. Ao aplicar estas preferências em um modelo de equilíbrio geral com produção endógena, Gomes, Kogan e Yogo (2009) explicam as diferenças de retornos de portfólios com mais ou menos ações dos setores de bens duráveis e não duráveis. Cerletti e Pijoan-Mas (2012) estudam a transmissão de choques na renda para o consumo de não duráveis, quando as preferências incluem bens duráveis. Utilizando premissas similares a Ogaki e Reinhart (1998b) para a função utilidade, Cerletti e Pijoan-Mas (2012) calibram um modelo que permite restrições no mercado de crédito, o que gera um rebalanceamento do consumo de duráveis e não duráveis como resposta a choques, que dependerá se o choque em questão é transitório ou permanente.

Apesar do esforço de incluir bens duráveis representar um passo importante no estudo da decisão de consumo e outros problemas, a agregação entre não duráveis e serviços é uma prática comum. Portanto, é importante analisar estes dois bens de maneira

separada, dada a diferença no comportamento das séries ao longo das últimas décadas.

5.3 Modelo

A presente seção tem por objetivo descrever o modelo de consumo utilizado no trabalho. Porém, inicialmente é desenvolvido um *Toy model* na sub-seção 5.3.1, como forma de analisar, em um arcabouço mais simplificado, o papel de cada parâmetro na decisão de quanto consumir de cada bem. A sub-seção 5.3.2 desenvolve o modelo de consumo propriamente, sendo derivadas as equações de Euler e outras implicações importantes para a estimação dos parâmetros.

5.3.1 *Toy model*

Dada a complexidade das preferências utilizadas no presente trabalho é útil examinar um *toy model* estático, no qual o papel dos principais parâmetros de preferência é explicitado. Assim, considerando um único período, o agente maximiza uma função utilidade em que a agregação dos bens segue um formato de elasticidade de substituição constante (CES). O problema de maximização do consumidor é dado por:

$$\max_{C,K,S} \left[\tilde{\alpha}_c C^{1-\frac{1}{\theta}} + \tilde{\alpha}_s S^{1-\frac{\eta}{\theta}} + \tilde{\alpha}_k K^{1-\frac{\zeta}{\theta}} \right]^{\frac{\theta}{\theta-1}} \quad (5.1)$$

$$\text{sujeito a } p_c C + p_k K + p_s S = m \quad (5.2)$$

em que C_t , S_t e K_t representam o consumo de bens não duráveis, de serviços e de bens duráveis, respectivamente.⁴ Estes bens tem preços $p_c > 0$, $p_s > 0$ e $p_k > 0$, respectivamente. Os parâmetros $\tilde{\alpha}_c$, $\tilde{\alpha}_s$ e $\tilde{\alpha}_k$ representam a ponderação dos bens na utilidade, enquanto η e ζ , quando distintos de um, fazem com que as preferências sejam não homotéticas. A renda do agente é expressa por $m > 0$. O Lagrangeano do problema do consumidor é dado por:

$$\mathcal{L} = \left[\tilde{\alpha}_c C^{1-\frac{1}{\theta}} + \tilde{\alpha}_s S^{1-\frac{\eta}{\theta}} + \tilde{\alpha}_k K^{1-\frac{\zeta}{\theta}} \right]^{\frac{\theta}{\theta-1}} - \lambda (p_c C + p_k K + p_s S - m) \quad (5.3)$$

⁴ Como se trata de uma modelo estático, a distinção entre o estoque bens duráveis e a consumo de bens duráveis não se aplica.

Assumindo solução interior, que é o caso de interesse, as condições de primeira ordem são dados por:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C} = \frac{\theta}{\theta - 1} \left[\tilde{\alpha}_c C^{1-\frac{1}{\theta}} + \tilde{\alpha}_s S^{1-\frac{\eta}{\theta}} + \tilde{\alpha}_k K^{1-\frac{\zeta}{\theta}} \right]^{\frac{\theta}{\theta-1}} \left(\left(1 - \frac{1}{\theta} \right) \tilde{\alpha}_c C^{-\frac{1}{\theta}} \right) - \lambda p_c = 0 \quad (5.4)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K} = \frac{\theta}{\theta - 1} \left[\tilde{\alpha}_c C^{1-\frac{1}{\theta}} + \tilde{\alpha}_s S^{1-\frac{\eta}{\theta}} + \tilde{\alpha}_k K^{1-\frac{\zeta}{\theta}} \right]^{\frac{\theta}{\theta-1}} \left(\left(1 - \frac{\eta}{\theta} \right) \tilde{\alpha}_s S^{-\frac{\eta}{\theta}} \right) - \lambda p_s = 0 \quad (5.5)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial S} = \frac{\theta}{\theta - 1} \left[\tilde{\alpha}_c C^{1-\frac{1}{\theta}} + \tilde{\alpha}_s S^{1-\frac{\eta}{\theta}} + \tilde{\alpha}_k K^{1-\frac{\zeta}{\theta}} \right]^{\frac{\theta}{\theta-1}} \left(\left(1 - \frac{\zeta}{\theta} \right) \tilde{\alpha}_k K^{-\frac{\zeta}{\theta}} \right) - \lambda p_k = 0 \quad (5.6)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = p_c C + p_k K + p_s S - m = 0 \quad (5.7)$$

Ainda que o *toy model* seja um modelo simplificado, não é possível encontrar soluções analíticas para o consumo de cada tipo de bem. Assim, a estratégia adotada para analisar o impacto dos preços, da renda e dos parâmetros de preferência sobre a decisão de consumo é a solução numérica de equações obtidas a partir das condições de primeira ordem, considerando um *grid* para os parâmetros.

Para todos os casos simulados, são adotados para $\tilde{\alpha}_c$, $\tilde{\alpha}_k$ e $\tilde{\alpha}_s$ os valores 0,236, 0,233 e 0,530 respectivamente, que são as proporções médias de gasto com bens não duráveis e serviços, e com o estoque de bens duráveis nos dados dos Estados Unidos. Adicionalmente, o coeficiente θ é fixado em 0,083, que é o valor estimado por Pakoš (2011), apesar de seu trabalho considerar apenas dois bens na função utilidade.

A primeira simulação é realizada mantendo os preços iguais a um e com preferências homotéticas, ou seja, $\eta = \zeta = 1$. A Figura 13 apresenta o nível de consumo de cada bem para cada valor do *grid* da renda. O resultado mostra que apenas as proporções substituídas em $\tilde{\alpha}_c$, $\tilde{\alpha}_k$ e $\tilde{\alpha}_s$ impactam os níveis de consumo para cada patamar de renda. Assim, quanto maior o peso do bem na função utilidade, maior o seu consumo para um dado nível de renda.

Na simulação seguinte, altera-se a hipótese de homoteticidade, com $\zeta = 1,4$ e $\eta = 0,6$. Assim, verifica-se o impacto de não-homoteticidade sobre o consumo quando um dos parâmetros é maior do que 1,0 e o outro é menor. Os resultados são expressos na Figura 14. Embora, de maneira geral, o nível do consumo não se altere de maneira significativa, há uma mudança no comportamento do consumo à medida que consideramos

Figura 13 – Simulação do *toy model* com $\eta = \zeta = 1$, $p_c = p_k = p_s = 1$

valores mais elevados para a renda. Quando o parâmetro de homoteticidade é maior que 1,0, o consumo tem relação côncava com a renda. Alternativamente, quando o parâmetro é menor do que 1,0, a curva de consumo é convexa em relação à renda. Dessa forma, o *toy model* mostra, nesta configuração de parâmetros, uma tendência à queda na proporção consumida de duráveis a partir de determinado nível de renda, enquanto a proporção gasta em serviços aumentaria.

Por fim, a terceira simulação verifica o impacto dos preços dos bens de consumo sobre o nível de consumo. Para isolar o efeito dos preços, assume-se, novamente, que as preferências são homotéticas. O preço dos serviços aumenta para 1,1 e o preço dos duráveis cai para 0,7. Estes níveis emulam o que foi observado na economia dos Estados Unidos a partir da segunda metade do século XX, quando houve tendência de queda nos preços dos duráveis e alta nos preços de serviços, ambos em relação aos preços dos bens não duráveis. Os resultados expressos na Figura 15 mostram que, conforme esperado, há queda no consumo de serviços e alta no consumo de duráveis em relação à simulação inicial. No entanto, as variações são relativamente pequenas.

Figura 14 – Simulação do *toy model* com $\eta = 0,6$, $\zeta = 1,4$, $p_c = p_k = p_s = 1$

Figura 15 – Simulação do *toy model* com $\eta = \zeta = 1$, $p_c = 1$, $p_k = 0,8$, $p_s = 1,5$

A partir das simulações realizadas com base no *toy model* é possível verificar que tanto os parâmetros de homoteticidade como os preços impactam a evolução dos níveis de consumo de diferentes tipos de bens. No caso dos serviços, como os preços tiveram pouca variação em relação aos preços de bens não duráveis no período analisado, espera-se encontrar valores menores que 1,0 para o parâmetro η para explicar seu crescimento acelerado. No caso dos duráveis, como houve queda significativa nos preços ao longo do período analisado, uma ou ambas as explicações podem ser válidas para explicar a alta no consumo.

5.3.2 O modelo de consumo

Considere um agente representativo, cuja utilidade instantânea depende do consumo de bens não duráveis (C_t), dos serviços de bens duráveis (S_t^d) e dos serviços (S_t). Como usual, supomos que os serviços dos bens duráveis são proporcionais ao estoque deles (K_t), de maneira que:

$$S_t^d = BK_t \quad (5.8)$$

em que $B > 0$. A função utilidade é definida como uma CRRA, em que a agregação segue a forma de elasticidade de substituição constante (CES):

$$\tilde{u}(C_t, S_t, K_t) = \frac{\sigma}{\sigma - 1} \left[\tilde{\alpha}_c C_t^{1-\frac{1}{\theta}} + \tilde{\alpha}_s S_t^{1-\frac{\eta}{\theta}} + \tilde{\alpha}_k (BK_t)^{1-\frac{\zeta}{\theta}} \right]^{\frac{\theta}{\theta-1} \frac{\sigma-1}{\sigma}} \quad (5.9)$$

É importante notar que os parâmetros η e ζ permitem que as preferências sejam não homotéticas. Para tanto, basta que um desses parâmetros seja diferente de 1. O modelo proposto tem estrutura de preferências análoga ao de Pakoš (2011) e Okubo (2008), porém com a separação em três tipos de bem, sem a agregação entre não duráveis e serviços.

Por meio de uma transformação monotônica, é possível reescrever a função utili-

dade (5.9) do seguinte modo:

$$u(C_t, S_t, K_t) = \frac{\sigma}{\sigma - 1} \left[C_t^{1-\frac{1}{\theta}} + \alpha_s S_t^{1-\frac{\eta}{\theta}} + \alpha_k K_t^{1-\frac{\zeta}{\theta}} \right]^{\frac{\theta}{\theta-1} \frac{\sigma-1}{\sigma}} \quad (5.10)$$

em que $\alpha_s \equiv \frac{\tilde{\alpha}_s}{\tilde{\alpha}_c}$ e $\alpha_k \equiv \frac{\tilde{\alpha}_k}{\tilde{\alpha}_c} B^{1-\frac{\zeta}{\theta}}$. Ambos os coeficientes são relativos a α_c , o parâmetro referente aos bens não duráveis. O problema de maximização da utilidade ao longo da vida do consumidor pode, então, ser escrito como:

$$\max_{\{C_t, D_t, A_{t+1}, K_t\}_{t=0}^{\infty}} E_0 \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(C_t, S_t, K_t) \right] \quad (5.11)$$

$$\text{sujeito a } \begin{cases} A_{t+1} = (A_t + Y_t - C_t - P_t^{sc} S_t - P_t^{dc} D_t) R_{t+1}^c \\ K_t = (1 - \delta) K_{t-1} + D_t \\ A_0 \text{ e } K_{-1} \text{ dados} \end{cases} \quad (5.12)$$

Em que P_t^{sc} e P_t^{dc} são os índices de preços relativos dos serviços e dos duráveis, respectivamente, em relação aos não duráveis. A riqueza do agente representativo é dada por A_t , que é investida a cada período em um ativo com rendimento R_{t+1}^c , já deflacionado por π_t^c , a inflação dos bens não duráveis. Os gastos com a aquisição de bens duráveis a cada período são dados por D_t , e o estoque desta categoria de bens sofre depreciação por uma taxa fixa δ , $0 < \delta < 1$. A equação de Bellmann derivada do problema é dada por:

$$V(A_t, K_{t-1}) = \max_{C_t, S_t, D_t, A_{t+1}, K_t} \{u(C_t, S_t, K_t) + \beta E_t[V(A_{t+1}, K_t)]\} \quad (5.13)$$

As condições de primeira ordem do problema de otimização gera três equações de Euler, cada uma relacionada a um dos tipos de bem de consumo presentes na função utilidade. A equação de Euler relacionada ao consumo de bens não duráveis é dada por:

$$\beta E_t \left[\left(\frac{f(C_{t+1}, S_{t+1}, K_{t+1})}{f(C_t, S_t, K_t)} \right)^{\frac{\sigma-\theta}{\sigma(\theta-1)}} \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\frac{1}{\theta}} R_{t+1}^c \right] = 1 \quad (5.14)$$

em que:

$$f(C_t, S_t, K_t) = C_t^{1-\frac{1}{\theta}} + \alpha_s S_t^{1-\frac{\eta}{\theta}} + \alpha_k K_t^{1-\frac{\zeta}{\theta}} \quad (5.15)$$

É importante notar que equação de Euler obtida no caso da utilidade instantânea CRRA com apenas um bem é um caso particular da equação (5.14). De fato, se $\sigma = \theta$, obtemos a equação de Euler desse caso. A partir da utilidade (5.9), é possível notar que, quando $\sigma = \theta$, o expoente externo da CES é unitário, o que leva a agregação a ser simplesmente uma soma ponderada dos três tipos de consumo. A utilidade marginal relativa a não duráveis deixa de depender dos demais bens, assim como a respectiva equação de Euler.

A equação de Euler referente a serviços, por sua vez, é dada por:

$$\beta E_t \left[\left(\frac{f(C_{t+1}, S_{t+1}, K_{t+1})}{f(C_t, S_t, K_t)} \right)^{\frac{\sigma-\theta}{\sigma(\theta-1)}} \left(\frac{S_{t+1}}{S_t} \right)^{-\frac{\eta}{\theta}} \frac{P_t^{sc}}{P_{t+1}^{sc}} R_{t+1}^c \right] = 1 \quad (5.16)$$

Embora similar à equação de Euler (5.14), a equação (5.16) depende do parâmetro η , que pode capturar a presença de não-homoteticidade sobre os serviços. Note que mesmo nos casos em que $\eta = 1$ e $\sigma = \theta$, as equações (5.14) e (5.16) continuam não lineares em C_t e S_t , respectivamente. Assim, a agregação de ambos os tipos de bens não deve ser feita.

Finalmente, a equação de Euler referente ao estoque de bens duráveis é dada por:

$$\frac{1}{\alpha_k} \frac{\theta-1}{\theta-\zeta} \beta E_t \left[\left(\frac{f(C_{t+1}, S_{t+1}, K_{t+1})}{f(C_t, S_t, K_t)} \right)^{\frac{\sigma-\theta}{\sigma(\theta-1)}} \frac{C_{t+1}^{-\frac{1}{\theta}}}{K_t^{-\frac{\zeta}{\theta}}} \left(R_{t+1}^c P_t^{dc} - (1-\delta) P_{t+1}^{dc} \right) \right] = 1 \quad (5.17)$$

Como o consumidor pode estocar bens duráveis entre períodos, há a possibilidade de venda da parte não depreciada do estoque de t em $t+1$, corrigida pela variação nos preços. No entanto, há o desconto do custo de oportunidade, que é o investimento no ativo para recebimento da taxa de retorno R_{t+1}^c .

Por fim, conforme desenvolvido no Apêndice G, há uma condição intratemporal entre não duráveis e serviços, expressa pela equação (5.18).

$$C_{t+1}^{-\frac{1}{\theta}} = \alpha_s \frac{\theta-\eta}{\theta-1} \frac{S_{t+1}^{-\frac{\eta}{\theta}}}{P_{t+1}^{sc}} \quad (5.18)$$

É importante notar que, ao se obter o logaritmo natural e tomar a primeira diferença da equação (5.18), obtemos:

$$\Delta(\ln C_{t+1}) = \eta \Delta(\ln S_{t+1}) - \Delta(\ln P_{t+1}^{sc}) \quad (5.19)$$

Note que, se o preço relativo for estável ao longo do tempo, então $\Delta(\ln P_{t+1}^{sc}) \approx 0$, e o parâmetro η é o responsável por equilibrar os dois lados da equação (5.19). Desta forma, se as séries observadas mostram um crescimento maior do consumo de serviços em relação ao consumo de bens não duráveis, espera-se $\eta < 1$. De maneira análoga, um crescimento maior do consumo de não duráveis implicaria $\eta > 1$.

A partir do desenvolvimento do modelo teórico, podemos obter implicações que terão papel importante na estratégia de estimação dos parâmetros. Mais especificamente, é necessário obter relações de cointegração para realizar a primeira etapa da estimação. Primeiramente, obtém-se as derivadas parciais da função de utilidade instantânea com respeito a cada tipo de bem:

$$u_c(C_t, S_t, K_t) = [f(C_t, S_t, K_t)]^{\frac{\sigma-\theta}{\sigma(\theta-1)}} C_t^{-\frac{1}{\theta}} \quad (5.20)$$

$$u_s(C_t, S_t, K_t) = \alpha_s \frac{\theta - \eta}{\theta - 1} [f(C_t, S_t, K_t)]^{\frac{\sigma-\theta}{\sigma(\theta-1)}} S_t^{-\frac{\eta}{\theta}} \quad (5.21)$$

$$u_d(C_t, S_t, K_t) = \alpha_k \frac{\theta - \zeta}{\theta - 1} [f(C_t, S_t, K_t)]^{\frac{\sigma-\theta}{\sigma(\theta-1)}} K_t^{-\frac{\zeta}{\theta}} \quad (5.22)$$

Observe que, a partir da equação (5.17), é possível obter a seguinte relação:

$$u_d(C_t, S_t, K_t(K_{t-1}, D_t)) = \beta E_t \left[[f(C_{t+1}, S_{t+1}, K_{t+1})]^{\frac{\sigma-\theta}{\sigma(\theta-1)}} C_{t+1}^{-\frac{1}{\theta}} \left(R_{t+1}^c P_t^{dc} - (1 - \delta) P_{t+1}^{dc} \right) \right] \quad (5.23)$$

Ao dividirmos a equação (5.17) por $u_c(C_t, S_t, K_t)$ e $u_s(C_t, S_t, K_t)$ é possível estabelecer, respectivamente, as relações:

$$\frac{u_d(C_t, S_t, K_t(K_{t-1}, D_t))}{u_c(C_t, S_t, K_t(K_{t-1}, D_t))} = \frac{\beta E_t \left[[f(C_{t+1}, S_{t+1}, K_{t+1})]^{\frac{\sigma-\theta}{\sigma(\theta-1)}} C_{t+1}^{-\frac{1}{\theta}} \left(R_{t+1}^c P_t^{dc} - (1-\delta) P_{t+1}^{dc} \right) \right]}{u_c(C_t, S_t, K_t(K_{t-1}, D_t))}$$

$$\frac{u_d(C_t, S_t, K_t(K_{t-1}, D_t))}{u_s(C_t, S_t, K_t(K_{t-1}, D_t))} = \frac{\beta E_t \left[[f(C_{t+1}, S_{t+1}, K_{t+1})]^{\frac{\sigma-\theta}{\sigma(\theta-1)}} C_{t+1}^{-\frac{1}{\theta}} \left(R_{t+1}^c P_t^{dc} - (1-\delta) P_{t+1}^{dc} \right) \right]}{u_s(C_t, S_t, K_t(K_{t-1}, D_t))}$$

Rearranjando os termos e utilizando as equações (5.14), (5.16) e (5.18), obtém-se as seguintes relações:

$$\alpha_k \frac{\theta - \zeta}{\theta - 1} \frac{K_t^{-\frac{\zeta}{\theta}}}{C_t^{-\frac{1}{\theta}}} \frac{1}{P_t^{dc}} = 1 - (1 - \delta) E_t \left[M_{t+1}^c \frac{P_{t+1}^{dc}}{P_t^{dc}} \right] \quad (5.24)$$

$$\frac{\alpha_k}{\alpha_s} \frac{\theta - \zeta}{\theta - \eta} \frac{K_t^{-\frac{\zeta}{\theta}}}{S_t^{-\frac{\eta}{\theta}}} \frac{P_t^{sc}}{P_t^{dc}} = 1 - (1 - \delta) E_t \left[M_{t+1}^s \frac{P_{t+1}^{dc}}{P_t^{dc}} \right] \quad (5.25)$$

Em que:

$$M_{t+1}^c = \beta \left(\frac{f(C_{t+1}, S_{t+1}, K_{t+1})}{f(C_t, S_t, K_t)} \right)^{\frac{\sigma-\theta}{\sigma(\theta-1)}} \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\frac{1}{\theta}}$$

$$M_{t+1}^s = \beta \left(\frac{f(C_{t+1}, S_{t+1}, K_{t+1})}{f(C_t, S_t, K_t)} \right)^{\frac{\sigma-\theta}{\sigma(\theta-1)}} \left(\frac{S_{t+1}}{S_t} \right)^{-\frac{\eta}{\theta}} \frac{P_t^{sc}}{P_{t+1}^{sc}}$$

As equações (5.24) e (5.25) são a base para a obtenção e estimação das relações de cointegração. Este procedimento é descrito na Seção 5.4.

5.4 Metodologia

A estimação do modelo segue a metodologia de Ogaki e Reinhart (1998b), Pakoš (2011) e Okubo (2008), em duas etapas. A primeira etapa, descrita na sub-seção 5.4.1, consiste em estimar uma relação de cointegração para obter parte dos parâmetros estruturais do modelo. Na segunda etapa, os parâmetros restantes são estimados a partir das

equações de Euler, via GMM, cujo procedimento é descrito na sub-seção 5.4.2. As séries utilizadas nas estimações são descritas na sub-seção 5.4.3.

5.4.1 Relações de cointegração

A partir das equações (5.24) e (5.25), é possível obter relações de cointegração para a primeira etapa da estimação. Como em ambas as equações o logaritmo do lado direito é $I(0)$, temos:

$$\ln C_t = \theta \ln \left(\frac{1}{\alpha_k} \frac{\theta - 1}{\theta - \zeta} \right) + \zeta \ln K_t + \theta \ln P_t^{dc} + \theta v_{1t}$$

$$\ln S_t = \frac{\theta}{\eta} \ln \left(\frac{\alpha_s}{\alpha_k} \frac{\theta - \eta}{\theta - \zeta} \right) + \frac{\zeta}{\eta} \ln K_t + \frac{\theta}{\eta} \ln P_t^{ds} + \frac{\theta}{\eta} v_{2t}$$

Uma vez que combinações lineares de variáveis $I(0)$ geram variáveis $I(0)$, pode-se definir $v_t = (\theta v_{1t}) + \eta \left(\frac{\theta}{\eta} v_{2t} \right)$. Assim, chega-se à relação de cointegração expressa na equação (5.26).

$$\ln C_t = \theta \ln \left(\frac{\alpha_s}{\alpha_k^2} \frac{(\theta - 1)(\theta - \eta)}{(\theta - \zeta)^2} \right) + 2\zeta \ln K_t + \theta \ln \left(\frac{P_t^d}{P_t^c} \frac{P_t^d}{P_t^s} \right) - \eta \ln S_t + v_t \quad (5.26)$$

Ao estimar a forma reduzida da equação (5.26), é possível recuperar alguns parâmetros estruturais. Pode-se obter θ diretamente do coeficiente do logaritmo dos preços relativos. Já η é recuperado multiplicando-se o coeficiente do logaritmo de S_t por -1 . O parâmetro ζ é obtido ao se dividir o coeficiente do logaritmo de K_t por 2. Com isso, recuperam-se parâmetros relativos à agregação dos bens, o que nos permite verificar se as preferências são homotéticas ou não.

Além dos parâmetros obtidos diretamente do vetor de cointegração, também é possível recuperar os parâmetros α_s e α_k . No caso de α_s , utiliza-se a relação intratemporal

(5.18), que rearranjada gera o seguinte estimador:

$$\hat{\alpha}_s = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left[\frac{C_{t+1}^{-\frac{1}{\hat{\theta}}} \hat{\theta} - 1}{S_t^{-\frac{\hat{\eta}}{\hat{\theta}}} \hat{\theta} - \hat{\eta}} \left(\frac{S_{t+1}}{S_t} \right)^{\frac{\hat{\eta}}{\hat{\theta}}} P_{t+1}^{sc} \right] \quad (5.27)$$

Com a estimativa $\hat{\alpha}_s$, a constante estimada no vetor de cointegração e a equação (5.26), obtém-se $\hat{\alpha}_k$ do seguinte modo:

$$\hat{\alpha}_k = \frac{[\hat{\alpha}_s (\hat{\theta} - 1) (\hat{\theta} - \hat{\eta}) \exp(-\frac{1}{\hat{\theta}} \widehat{\text{cons}})]^{\frac{1}{2}}}{\hat{\theta} - \hat{\zeta}} \quad (5.28)$$

em que $\widehat{\text{cons}}$ é o valor estimado para a constante no vetor de cointegração.

5.4.2 Estimação das equações de Euler via GMM

Os parâmetros estimados por meio da relação de cointegração são substituídos nas equações de Euler (5.14) e (5.16) e, assim, os parâmetros β e σ são estimados pelo GMM. São estimadas ambas equações utilizando ora o retorno de um título do governo, as *Treasury bills*, ora o retorno de um índice de ações, o S&P500. Como instrumentos são utilizadas diferentes defasagens do mesmo conjunto $\mathcal{I}_t$, que inclui as taxas de variação do consumo de não duráveis, serviços e do estoque de duráveis⁵, os retornos dos ativos utilizados na estimação, e a variação dos índices de preços de cada tipo de bem⁶. As combinações de diferentes defasagens de instrumentos, entre uma e três defasagens, com as diferentes formas de inclusão dos ativos utilizados como retorno nas equações de Euler, levam a um total de 15 estimações diferentes por GMM. Tal procedimento nos permite averiguar se os resultados são sensíveis aos instrumentos.

5.4.3 Dados

Para as estimações, são usados dados trimestrais dos Estados Unidos para o período de 1947 a 2018. As séries de consumo são obtidas do *Bureau of Economic Analysis*

⁵ Ou seja, (C_t/C_{t-1}) , (K_t/K_{t-1}) e (S_t/S_{t-1}) .

⁶ Em que a inflação é definida como $\pi_t^x = \frac{P_t^x}{P_{t-1}^x}$, com $x \in \{c, d, s\}$.

(BEA). Para o consumo de bens não duráveis e serviços, cada uma das séries em termos nominais é deflacionada por seu respectivo índice de preço, e transformada para a base *per capita*. No caso do estoque de bens duráveis, o BEA fornece apenas a série em frequência anual. Assim, é construída uma série trimestral utilizando o dado anual como o estoque medido ao final do ano, e os dados dos demais trimestres são calculados ao se considerar o consumo total de duráveis no trimestre em questão, de acordo com a equação (5.12). A taxa de depreciação utilizada é calculada implicitamente a partir das séries anuais de estoque e de consumo de bens duráveis do BEA.⁷

Para medir a taxa de retorno presente nas equações de Euler, duas séries são utilizadas. A primeira é a taxa da *Treasury bill* de três meses, acumulada no trimestre e deflacionada pelo índice de preços da série de consumo de bens não duráveis. A segunda é o retorno trimestral do índice S&P 500, também deflacionado pelo índice de preços dos bens não duráveis. As séries deflacionadas são definidas como $R_{t,TB}^c$ e $R_{t,S\&P}^c$, respectivamente.

Os conjuntos de instrumentos utilizados na estimação do GMM são compostos pelas defasagens das variáveis que fazem parte das equações de Euler, além das taxas trimestrais de inflação calculadas a partir dos índices de preços de cada tipo de bem, definidas como π_t^c , π_t^s e π_t^d . A evolução das séries utilizadas são ilustradas nas Figuras 16, 17 e 18. A Figura 16 mostra que o retorno das *Treasury bills* tem variância significativamente menor do que o do S&P 500 no período analisado, e ambos tiveram média positiva. Na Figura 17 é possível notar o comportamento de queda relativa do preço dos bens duráveis no período, enquanto os preços de serviços se elevam. Já a Figura 18 mostra que, apesar de diferenças de nível e variância no curto prazo, a inflação dos três tipos de bem tem evolução similar ao longo do tempo.

⁷ Para mais detalhes sobre a série trimestral do estoque de bens duráveis, veja o Apêndice H.

Figura 16 – Retornos trimestrais das *Treasury bills* de 3 meses e do S&P500, deflacionados pelo índice de preços dos bens de consumo não duráveis. Fonte: *Bureau of Economic Analysis*.

Figura 17 – Preços relativos dos bens de consumo duráveis e de serviços, tendo como base os bens de consumo não duráveis. Fonte: *Bureau of Economic Analysis*.

Figura 18 – Taxas de inflação trimestral de bens de consumo não duráveis, duráveis e serviços. Fonte: *Bureau of Economic Analysis*.

5.5 Resultados

5.5.1 Testes de raiz unitária

São realizados testes de raiz unitária sobre as variáveis a serem incluídas na relação de cointegração. É definida uma variável para a razão de preços, tal que $P_t^{ds} = \frac{P_t^d P_t^s}{P_t^c}$. Ao analisar os testes sobre as variáveis em nível, conclui-se, para todos os testes realizados, que há evidência da presença de raiz unitária em todas as séries utilizadas, conforme observado na Tabela 42. Os testes de Dickey e Fuller (1979) e Phillips e Perron (1988) indicam não rejeição da hipótese nula de presença de raiz unitária com significância de 10% em todas as séries analisadas. Já o teste de Kwiatkowski et al. (1992) indicou rejeição da hipótese nula de estacionariedade com significância de 1% para as mesmas variáveis.

Quando os testes são repetidos sobre as variáveis em primeira diferença, não há evidência de raiz unitária, conforme exposto na Tabela 43. Os testes de Dickey e Fuller (1979) e Phillips e Perron (1988) apontam rejeição da hipótese nula de presença de raiz unitária a 1% de significância para as variáveis. O teste de Kwiatkowski et al. (1992), por

Tabela 42 – Testes de raiz unitária sobre as variáveis a serem incluídas no teste de cointegração. Variáveis em nível.

	C_t	K_t	S_t	P_t^{ds}	V.C. 10%	V.C. 5%	V.C. 1%
ADF	3,422	1,555	4,353	10,454	5,360	6,300	8,340
PP	-2,735	-1,784	0,708	-0,425	-3,136	-3,427	-3,993
KPSS	0,234***	0,524***	1,058***	1,087***	0,119	0,146	0,216

ADF: teste de Dickey e Fuller (1979) com os valores críticos de MacKinnon (1991), com a inclusão de intercepto e tendência linear

PP: teste de Phillips e Perron (1988), com a inclusão de intercepto e tendência linear

KPSS: teste de Kwiatkowski et al. (1992)

***, ** e * indicam rejeição da hipótese nula a 1%, 5% e 10% de significância, respectivamente.

sua vez, apontou rejeição da hipótese nula de estacionariedade apenas para o estoque de duráveis, com significância de 10%, e para o consumo de serviços, com significância de 5%. As demais variáveis indicam não rejeição da hipótese nula a 10%. Assim, consideramos as séries testadas como integradas de ordem 1.

Tabela 43 – Testes de raiz unitária sobre as variáveis a serem incluídas no teste de cointegração. Variáveis em primeira diferença.

	ΔC_t	ΔK_t	ΔS_t	ΔP_t^{ks}	V.C. 10%	V.C. 5%	V.C. 1%
ADF	49,382***	17,279***	43,000***	53,865***	5,360	6,300	8,340
PP	-15,596***	-8,800***	-12,524***	-12,700***	-3,136	-3,427	-3,993
KPSS	0,050	0,137*	0,188**	0,081	0,119	0,146	0,216

ADF: teste de Dickey e Fuller (1979) com os valores críticos de MacKinnon (1991), com a inclusão de intercepto e tendência linear

PP: teste de Phillips e Perron (1988), com a inclusão de intercepto e tendência linear

KPSS: teste de Kwiatkowski et al. (1992)

***, ** e * indicam rejeição da hipótese nula a 1%, 5% e 10% de significância, respectivamente.

As estatísticas descritivas das séries utilizadas encontram-se na Tabela 44. É possível notar que o estoque de bens duráveis teve o maior crescimento trimestral médio. A inflação média dos serviços é a maior, seguida pela inflação dos bens não duráveis. O retorno médio do S&P500 é maior do que o das *Treasury bills*, no entanto estas apresentam menor desvio padrão. Ambos os ativos possuem retornos reais médios positivos.

5.5.2 Estimação da relação de cointegração

Investigado o grau de integração das séries, procede-se à etapa de estimação da relação de cointegração do vetor $\begin{bmatrix} \ln(C_t) & \ln(S_t) & \ln(P_t^{ds}) & \ln(K_t) \end{bmatrix}$, definido a partir da

Tabela 44 – Estatísticas descritivas das séries utilizadas nas estimações. Em todas as séries, há 287 observações, no intervalo 1947/T2-2018/T4.

	Média	Desvio-padrão	Máximo	Mínimo	Mediana
$\Delta \ln C_t$	0,003	0,008	0,033	-0,027	0,004
$\Delta \ln S_t$	0,005	0,005	0,023	-0,012	0,006
$\Delta \ln K_t$	0,010	0,007	0,036	-0,009	0,011
P_t^{dc}	2,255	0,758	3,306	0,878	2,270
P_t^{sc}	0,819	0,178	1,170	0,533	0,771
R_t^c	1,003	0,011	1,067	0,963	1,004
$R_{t,S\&P}^c$	1,014	0,076	1,207	0,719	1,024
π_t^c	0,678	1,154	5,156	-6,180	0,566
π_t^k	0,223	0,886	3,810	-2,511	0,137
π_t^s	0,944	0,560	2,838	-0,070	0,764

equação (5.26). Para isto, é realizado o procedimento de Johansen (1991), que demanda a definição da ordem do VAR, p , cuja escolha baseia-se em critérios de informação. Os critérios de informação Bayesiano e Hannan-Quinn apontam para ordem ótima de seis defasagens, sendo estimado o modelo VAR(6). Após a estimação dessa especificação realizamos o teste de cointegração. O teste do traço de Johansen (1991) não rejeita a existência de até três vetores de cointegração na relação definida em (5.26), considerando o nível de 1% de significância, conforme mostrado na Tabela 45. Por sua vez, a Tabela 46 apresenta os vetores de cointegração estimados, assim como os autovalores associados a cada um deles.

Tabela 45 – Teste do traço de Johansen (1991) sobre a relação de cointegração definida na equação (5.26)

	Estatística do teste	Valor Crítico 1%	Valor Crítico 5%	Valor Crítico 10%
$r \leq 3$	9,910	12,970	9,240	7,520
$r \leq 2$	27,510	24,600	19,960	17,850
$r \leq 1$	68,610	41,070	34,910	32,000
$r = 0$	121,420	60,160	53,120	49,650

Como há evidência de mais de um vetor de cointegração, é escolhido aquele associado ao maior autovalor para definir os parâmetros da forma estrutural estimados a partir da relação (5.26). Assim, os valores obtidos para os parâmetros de preferência são expressos na Tabela 47. Os valores estimados para os parâmetros η e ζ indicam que provavelmente as preferências não são homotéticas. A estimativa para θ ficou ligeiramente

Tabela 46 – Vetores de cointegração obtidos a partir da aplicação do procedimento de Johansen (1991) sobre a equação (5.26), normalizados em C_t .

Vetor	C_t	S_t	P_t^{ds}	K_t	Constante	Autovalor associado
(1)	1,000	0,522	-0,269	-1,045	-3,915	0,171
(2)	1,000	-1,119	0,469	0,933	-6,713	0,136
(3)	1,000	-0,022	-0,139	-0,463	-4,181	0,061
(4)	1,000	-0,588	0,148	0,172	-4,795	0,035

acima do encontrado por Pakoš (2011), de 0,083, mas em patamar inferior ao estimado por Ogaki e Reinhart (1998b), em torno de 1,2. As estimativas de α_s e α_k , obtidas a partir das equações (5.27) e (5.28), respectivamente, também são apresentadas na Tabela 47. Os resultados indicam valores baixos para ambos os parâmetros se comparado com a estimativa de 0,007 reportada por Pakoš (2011) ou a estimativa de 2,691 de Ogaki e Reinhart (1998b). Além da diferença de utilização de três tipos de bens, a magnitude menor encontrada para estes parâmetros no presente trabalho pode estar relacionada à utilização das séries de consumo e estoque em nível, em contraste com a utilização em milhares de dólares, prática comum na literatura.

Tabela 47 – Valores estimados para os parâmetros da forma estrutural. Desvios-padrão entre parênteses.

$\hat{\eta}$	0,522 (0,264)
$\hat{\theta}$	0,269 (0,126)
$\hat{\zeta}$	0,522 (0,147)
$\hat{\alpha}_s$	2,622E-06 -
$\hat{\alpha}_k$	1,920E-06 -

5.5.3 Estimação das equações de Euler por GMM

O primeiro grupo de resultados, baseado nas equações de Euler (5.14) e (5.16) e no retorno real das *Treasury bills*, é apresentado na Tabela 48. Os resultados indicam que as estimativas de σ situam-se entre 0,5 e 1,2, patamares superiores aos estimados

tanto por Pakoš (2011) quanto por Ogaki e Reinhart (1998b). As estimativas de β , por sua vez, são ligeiramente maiores do que 1,0. Apesar de o esperado para este parâmetro serem valores menores de 1,0, há uma gama de trabalhos na literatura que encontraram estimativas similares. Entre os trabalhos que consideram o consumo de não duráveis e duráveis separadamente, Eichenbaum e Hansen (1990), Ogaki e Reinhart (1998a) e Okubo (2011) reportam estimativas de β maiores do que 1,0. Este resultado também ocorre com outras funções utilidade, como em Ferson e Harvey (1992) e Lettau e Ludvigson (2009), para funções do tipo CRRA. Ferson e Constantinides (1991), Weber (2002) e Lettau e Ludvigson (2009) encontram resultados similares com preferências que exibem formação de hábito. Eichenbaum, Hansen e Singleton (1988) estimam $\beta > 1$ em modelos que envolvem a escolha entre lazer e consumo.

Outro ponto que chama a atenção nos resultados da Tabela 48 é o teste J de sobreidentificação. As estatísticas apresentadas levam à rejeição das condições de momento do modelo. No entanto, Pakoš (2011) alerta para a possibilidade de a distribuição amostral de estimadores GMM possuírem assimetrias e caudas longas, o que leva a distorções de tamanho consideráveis em testes de sobreidentificação. Assim, é possível que estes níveis para a estatística levem à não rejeição da hipótese nula.

Tabela 48 – Resultados da estimação por GMM das equações (5.14) e (5.16), utilizando as *Treasury bills* como retorno nas equações de Euler.

Instrumentos utilizados	β	σ	J_T
Const, $\mathcal{I}_{t-1}$	1,004 (0,000)	0,851 (0,011)	51,544 (0,000)
Const, $\mathcal{I}_{t-1}, \mathcal{I}_{t-2}$	1,006 (0,000)	0,623 (0,000)	102,930 (0,000)
Const, $\mathcal{I}_{t-2}$	1,006 (0,000)	0,550 (0,001)	69,217 (0,000)
Const, $\mathcal{I}_{t-2}, \mathcal{I}_{t-3}$	1,002 (0,000)	1,177 (0,052)	128,930 (0,000)
Const, $\mathcal{I}_{t-3}$	1,003 (0,000)	0,657 (0,010)	52,180 (0,000)

p-valores entre parênteses.

$\mathcal{I}_t = \{(C_t/C_{t-1}), (K_t/K_{t-1}), (S_t/S_{t-1}), R_{t,tr}^c, R_{t,S\&P}^c, \pi_t^c, \pi_t^s, \pi_t^k\}$

A segunda estimação é análoga à primeira, com a substituição do retorno das *Treasury bills* pelo retorno do S&P500. Os resultados, apresentados na Tabela 49, mostram estimativas em patamares menores para σ em relação aos resultados expostos na Tabela 48. De fato, para alguns conjuntos de instrumentos as estimativas não são estatisticamente diferentes de zero. As estimativas de β são similares às da Tabela 48. Finalmente, os testes J de sobreidentificação não rejeitam algumas especificações, considerando 5% de significância em um dos casos, e 10% de significância em outro.

Tabela 49 – Resultados da estimação por GMM das equações (5.14) e (5.16), utilizando o S&P500 como retorno nas equações de Euler.

Instrumentos utilizados	β	σ	J_T
Const, $\mathcal{I}_{t-1}$	1,012 (0,000)	0,140 (0,094)	34,781 (0,004)
Const, $\mathcal{I}_{t-1}, \mathcal{I}_{t-2}$	1,009 (0,000)	0,172 (0,040)	78,031 (0,000)
Const, $\mathcal{I}_{t-2}$	1,015 (0,000)	0,184 (0,235)	22,120 (0,139)
Const, $\mathcal{I}_{t-2}, \mathcal{I}_{t-3}$	1,014 (0,000)	0,143 (0,046)	65,573 (0,000)
Const, $\mathcal{I}_{t-3}$	1,001 (0,000)	0,277 (0,412)	23,846 (0,093)

p-valores entre parênteses.

$\mathcal{I}_t = \{(C_t/C_{t-1}), (K_t/K_{t-1}), (S_t/S_{t-1}), R_{t,tr}^c, R_{t,S\&P}^c, \pi_t^c, \pi_t^s, \pi_t^k\}$

O terceiro conjunto de estimações considera apenas a equação de Euler (5.14), relacionada aos bens de consumo não duráveis, porém utiliza-se simultaneamente os retornos das *Treasury bills* e o S&P500. Os resultados, presentes na Tabela 50, mostram estimativas similares às anteriores para β , com exceção do modelo com apenas uma defasagem dos instrumentos, no qual a estimativa é menor do que 1,0. Esta especificação apresenta, ainda, a maior estimativa de σ dentre todos os casos, em torno de 2,0. As demais especificações apresentaram estimativas para β em patamares próximos aos modelos expressos na Tabela 48. Algumas das combinações de instrumentos acarretam estatísticas J que apontam condições de momento válidas ao nível de significância de 5%.

Tabela 50 – Resultados da estimação por GMM da equação (5.14), utilizando a *treasury* e o S&P500 como retornos em versões separadas da equação de Euler.

Instrumentos utilizados	β	σ	J_T
Const, $\mathcal{I}_{t-1}$	0,997 (0,000)	2,044 (0,095)	47,047 (0,000)
Const, $\mathcal{I}_{t-1}, \mathcal{I}_{t-2}$	1,012 (0,000)	0,399 (0,000)	35,283 (0,064)
Const, $\mathcal{I}_{t-2}$	1,009 (0,000)	0,501 (0,000)	14,459 (0,272)
Const, $\mathcal{I}_{t-2}, \mathcal{I}_{t-3}$	1,007 (0,000)	0,668 (0,000)	34,001 (0,085)
Const, $\mathcal{I}_{t-3}$	1,000 (0,000)	1,235 (0,054)	20,616 (0,056)

p-valores entre parênteses.

$\mathcal{I}_t = \{(C_t/C_{t-1}), (K_t/K_{t-1}), (S_t/S_{t-1}), R_{t,tr}^c, R_{t,S\&P}^c, \pi_t^c, \pi_t^s, \pi_t^k\}$

5.5.4 Re-estimando o modelo sem a distinção entre bens não duráveis e serviços

Para verificar o impacto da distinção entre bens não duráveis e serviços na estimação dos parâmetros de preferência, consideramos um modelo no qual há somente dois tipos de bens, não duráveis e duráveis. Neste caso, o gasto com serviços é somado ao gasto com bens não duráveis, formando uma nova variável, $\tilde{C}_t$. O índice de preços de $\tilde{C}_t$ é calculado como um índice de Fischer construído a partir dos índices de preços referentes aos bens não duráveis e aos serviços. Desta forma, considera-se a seguinte agregação:

$$u(\tilde{C}_t, K_t) = \frac{\sigma}{\sigma-1} \left[\tilde{C}_t^{1-\frac{1}{\theta}} + \alpha'_k K_t^{1-\frac{\zeta}{\theta}} \right]^{\frac{\theta}{\theta-1} \frac{\sigma-1}{\sigma}} \quad (5.29)$$

A solução do problema de otimização, obtida de maneira análoga ao caso com a separação do consumo de serviços, gera a seguinte equação de Euler para o consumo de não duráveis:

$$\beta E_t \left[\left(\frac{f(\tilde{C}_{t+1}, K_{t+1})}{f(\tilde{C}_t, K_t)} \right)^{\frac{\sigma-\theta}{\sigma(\theta-1)}} \left(\frac{\tilde{C}_{t+1}}{\tilde{C}_t} \right)^{-\frac{1}{\theta}} R_{t+1}^c \right] = 1 \quad (5.30)$$

A equação (5.30) é equivalente a uma das equações de Euler encontradas por

Pakoš (2011). Realizando o procedimento para encontrar a relação de cointegração entre as variáveis, obtém-se uma equação análoga à de Ogaki e Reinhart (1998b):

$$\ln \tilde{C}_t = \theta \ln \left(\frac{1}{\alpha'_k} \frac{\theta - 1}{\theta - \zeta} \right) + \zeta \ln K_t + \theta \ln P_t^{dc} + \theta v_{1t} \quad (5.31)$$

Assim como no caso da sub-seção 5.5.2, os critérios de informação Bayesiano e Hannan-Quinn selecionam o VAR(6)⁸, sendo esta a especificação utilizada para realização do teste de cointegração de Johansen (1991). Os resultados do teste de cointegração são apresentados na Tabela 51. Os resultados indicam que é possível rejeitar, a 1% de significância, a hipótese de que há menos de dois vetores de cointegração. As relações de cointegração estimadas são apresentadas na Tabela 52.

Tabela 51 – Teste do traço de Johansen (1991) sobre a relação de cointegração definida na equação (5.31)

	Estatística do teste	Valor Crítico 1%	Valor Crítico 5%	Valor Crítico 10%
$r \leq 2$	18,690	12,970	9,240	7,520
$r \leq 1$	47,140	24,600	19,960	17,850
$r = 0$	98,130	41,070	34,910	32,000

Tabela 52 – Vetores de cointegração obtidos a partir da aplicação do procedimento de Johansen (1991) sobre a equação (5.31), normalizados em C_t .

Vetor	C_t	P_t^{dc}	K_t	Constante	Autovalor associado
(1)	1,000	-0,704	-1,007	-0,554	0,165
(2)	1,000	-0,502	-0,793	-2,328	0,096
(3)	1,000	-0,724	-0,904	-1,424	0,064

A partir dos resultados da Tabela 52 e da equação (5.31), são recuperados parâmetros de preferência, expostos na Tabela 53. Chama a atenção não apenas o fato de a estimativa de θ ter se elevado em relação ao modelo com o consumo de serviços separado, mas o fato de a estimativa de ζ ser próxima de 1, resultado favorável à hipótese de homoteticidade das preferências. Estes resultados provavelmente se devem ao viés causado pela agregação de bens não duráveis e serviços.

⁸ Também de maneira similar ao caso anterior, todos os testes de raiz unitária aplicados sobre $\tilde{C}_t$ mostram evidências de que a série é integrada de ordem 1.

Tabela 53 – Valores estimados para os parâmetros da forma estrutural. Desvios-padrão entre parênteses.

$\hat{\theta}$	0,704 (0,063)
$\hat{\zeta}$	1,007 (0,039)
$\hat{\alpha}_k$	0,445 -

Na sequência, é estimada a equação (5.31) por GMM, imputando-se os valores dos parâmetros recuperados por meio da relação de cointegração. O conjunto de instrumentos utilizado é análogo ao do caso com a separação dos serviços, porém com o consumo agregado de não duráveis e serviços. As defasagens escolhidas para o conjunto de instrumentos também são as mesmas do caso anterior, assim como a utilização dos dois ativos, a *Treasury bill* e o S&P500. Novamente, no primeiro caso é utilizado o retorno das *Treasury bills* na equação de Euler do consumidor. Os resultados são expostos na Tabela 54. e indicam que as estimativas de σ estão entre 0,5 e 1,0, acima do encontrado nos modelos equivalentes com a separação dos serviços. A estimativa de β é ligeiramente maior do que 1,0, novamente.

Tabela 54 – Resultados da estimação por GMM da equação de Euler (5.30), utilizando as *Treasury bills* como ativo.

Instrumentos utilizados	β	σ	J_T
Const, $\mathcal{I}_{t-1}$	1,008 (0,000)	0,546 (0,000)	10,268 (0,068)
Const, $\mathcal{I}_{t-1}, \mathcal{I}_{t-2}$	1,002 (0,000)	1,009 (0,003)	27,789 (0,003)
Const, $\mathcal{I}_{t-2}$	1,003 (0,000)	0,820 (0,003)	7,203 (0,206)
Const, $\mathcal{I}_{t-2}, \mathcal{I}_{t-3}$	1,004 (0,000)	0,747 (0,001)	13,269 (0,276)
Const, $\mathcal{I}_{t-3}$	1,002 (0,000)	0,995 (0,026)	7,142 (0,210)

P-valores entre parênteses.

$\mathcal{I}_t = \{(\tilde{C}_t/\tilde{C}_{t-1}), (K_t/K_{t-1}), R_{t,tr}^c, R_{t,S\&P}^c, \pi_t^c, \pi_t^k\}$

O conjunto seguinte de resultados é baseado nos retornos do S&P500. Os resultados são apresentados na Tabela 55. As estimativas σ são menores em relação à estimação utilizando a *Treasury bill*, quando estatisticamente significantes. No entanto, novamente

houve elevação em relação aos resultados encontrados com o consumo de serviços em separado. No caso de β , as estimativas permanecem ligeiramente superiores a 1,0. O teste J sugere que, para a maioria das especificações, as condições de momento são válidas a 10% de significância.

Tabela 55 – Resultados da estimação por GMM da equação de Euler (5.30), utilizando o S&P500 como ativo.

	β	σ	J_T
Const, $\mathcal{I}_{t-1}$	0,987 (0,000)	1,700 (0,781)	4,606 (0,466)
Const, $\mathcal{I}_{t-1}, \mathcal{I}_{t-2}$	1,005 (0,000)	0,320 (0,068)	9,440 (0,581)
Const, $\mathcal{I}_{t-2}$	1,006 (0,000)	0,350 (0,255)	1,498 (0,913)
Const, $\mathcal{I}_{t-2}, \mathcal{I}_{t-3}$	1,009 (0,000)	0,361 (0,190)	13,443 (0,265)
Const, $\mathcal{I}_{t-3}$	0,985 (1,000)	78450,000 (1,000)	7,469 (0,188)

p-valores entre parênteses.

$\mathcal{I}_t = \{(\tilde{C}_t/\tilde{C}_{t-1}), (K_t/K_{t-1}), R_{t,tr}^c, R_{t,S\&P}^c, \pi_t^c, \pi_t^k\}$

Por fim, o último grupo de resultados considera simultaneamente duas versões da equação de Euler (5.30), uma com os retornos da *Treasury bill* e a outra com os retornos do S&P500. Os resultados são apresentados na Tabela 56. Novamente, as estimativas de β são ligeiramente maiores do que 1,0. No caso de σ , as estimativas estão em um intervalo maior, mas a maior parte ainda se situa entre 0,3 e 0,7. A maior parte das estimações apresenta condições de momentos válidas a 10% de significância, segundo o teste J de sobreidentificação.

A Tabela 57 traz as estimativas dos parâmetros obtidas por meio das relações de cointegração, comparando os modelos com dois e três bens. Para os dois parâmetros presentes em ambos os modelos, as estimativas foram mais elevadas no caso com dois bens.

A Tabela 58 aponta as médias das estimativas para cada parâmetro em cada especificação do GMM, também comparando o modelo com três categorias de bens e o modelo em que há agregação entre não duráveis e serviços. Os resultados mostram que há pouca diferença nas estimativas de β , cujas médias ficam sempre acima de 1,0. O

Tabela 56 – Resultados da estimação por GMM da equação (5.30), utilizando a *Treasury bill* e o S&P500 como retornos em versões separadas da equação de Euler.

	β	σ	J_T
Const, $\mathcal{I}_{t-1}$	0,997 (0,000)	2,044 (0,095)	47,047 (0,000)
Const, $\mathcal{I}_{t-1}, \mathcal{I}_{t-2}$	1,012 (0,000)	0,399 (0,000)	35,283 (0,064)
Const, $\mathcal{I}_{t-2}$	1,009 (0,000)	0,501 (0,000)	14,459 (0,272)
Const, $\mathcal{I}_{t-2}, \mathcal{I}_{t-3}$	1,007 (0,000)	0,668 (0,000)	34,001 (0,085)
Const, $\mathcal{I}_{t-3}$	1,000 (0,000)	1,235 (0,054)	20,616 (0,056)

p-valores entre parênteses.

$\mathcal{I}_t = \{(\bar{C}_t/\bar{C}_{t-1}), (K_t/K_{t-1}), R_{t,tr}^c, R_{t,S\&P}^c, \pi_t^c, \pi_t^k\}$

Tabela 57 – Estimativas obtidas a partir das relações de cointegração em cada tipo de modelo. Erros-padrão entre parênteses.

	Modelo com 3 bens	Modelo com 2 bens
$\hat{\theta}$	0,269 (0,126)	0,704 (0,063)
$\hat{\zeta}$	0,522 (0,147)	1,007 (0,039)
$\hat{\eta}$	0,522 (0,264)	- -

parâmetro σ , por outro lado, tem estimativas consistentemente mais elevadas quando se realiza a agregação dos gastos das famílias com bens não duráveis e serviços. Os resultados apontam a possibilidade de viés positivo quando a agregação entre não duráveis e serviços é feita. Em ambas as formulações, o parâmetro σ tem estimativas maiores quando o retorno das *Treasury bills* é utilizado, em comparação com a estimação em que o retorno do S&P500 é adotado.

Tabela 58 – Estimativas médias por GMM em cada tipo de modelo, considerando apenas resultados estatisticamente significantes.

	Modelo com 3 bens		Modelo com 2 bens	
Ativos	β	σ	β	σ
<i>Treasury bills</i>	1,004	0,772	1,004	0,823
S&P500	1,010	0,152	1,001	0,320
<i>Treasury bills</i> e S&P500	1,001	0,682	1,005	0,969

5.6 Conclusão

Este capítulo teve como objetivo a estimação dos parâmetros estruturais de um modelo em que bens não duráveis, duráveis e serviços são incluídos de maneira separada na função utilidade do agente representativo. Tal estratégia leva em conta o descolamento histórico entre o consumo destes três tipos de bens nos Estados Unidos, sobretudo em um contexto em que parte dos trabalhos da literatura adota a prática de agregar bens não duráveis e serviços. Adicionalmente, adota-se uma função utilidade não homotética para identificar se esta característica pode explicar as diferenças no crescimento destes.

Como usual, é utilizada uma estratégia de estimação em duas etapas, com parte dos parâmetros obtidos a partir de uma relação de cointegração, e outra parte resultante da estimação das equações de Euler do consumidor via GMM.

Os resultados mostram que existe evidência de que tanto o consumo de serviços como o estoque de bens duráveis apresentam não-homoteticidades que explicam seu maior crescimento em relação aos bens não duráveis ao longo do tempo. Adicionalmente, de maneira geral, os valores obtidos para a elasticidade de substituição intertemporal ficaram acima do encontrado por Pakoš (2011), mais próximos do obtido por Ogaki e Reinhart (1998b). Embora os testes J de sobreidentificação rejeitem a hipótese nula de validade do modelo em alguns casos, existe a possibilidade de distorções de tamanho impactarem os valores críticos, conforme apontado por Pakoš (2011).

Como forma de verificar o impacto da inclusão dos serviços de maneira separada na função utilidade, é realizado um exercício análogo, porém com a agregação de não duráveis e serviços. Como resultado, são encontrados valores ora mais elevados, ora menores para a elasticidade de substituição intertemporal. O parâmetro θ , por sua vez, ficou acima do estimado no modelo com a separação de serviços. Por fim, quando não duráveis e serviços são agregados, a não-homoteticidade presente nos duráveis não é capturada pelo modelo.

APÊNDICE A – Demonstração da Proposição 3.1

Assuma o processo do consumo definido em (3.4), e a função utilidade definida em (3.2). Para calcular o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica, primeiramente, é preciso obter as esperanças que serão utilizadas no desenvolvimento da demonstração:

$$E_0 [C_t] = \alpha_0 (1 + \alpha_1)^t \exp \left\{ \frac{1}{2} \sigma_\varepsilon^2 \right\} \quad (\text{A.1})$$

Também é necessário calcular $E_0 [C_t^{1-\gamma} C_{t-1}^{\alpha(\gamma-1)}]$:

$$E_0 [C_t^{1-\gamma} C_{t-1}^{\alpha(\gamma-1)}] = \alpha_0^{(1-\gamma)(1-\alpha)} (1 + \alpha_1)^{(1-\gamma)(1-\alpha)t + \alpha(1-\gamma)} \exp \left(\frac{1}{2} (1 - \gamma)^2 (1 + \alpha^2) \sigma_\varepsilon^2 \right) \quad (\text{A.2})$$

Aplicando (A.1) e (A.2) em (3.7):

$$(1 + \lambda)^{(1-\alpha)(1-\gamma)} \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t E_0 (C_t^{1-\gamma} C_{t-1}^{\alpha(\gamma-1)}) \right] = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\frac{E_0 [C_t]}{(E_0 [C_{t-1}])^\alpha} \right)^{1-\gamma}$$

Assumindo que $\beta (1 + \alpha_1)^{(1-\gamma)(1-\alpha)} < 1$, temos:

$$\begin{aligned} & (1 + \lambda)^{(1-\alpha)(1-\gamma)} \frac{\alpha_0^{(1-\gamma)(1-\alpha)} (1 + \alpha_1)^{\alpha(1-\gamma)} e^{0.5(1-\gamma)^2(1+\alpha^2)\sigma_\varepsilon^2}}{1 - \beta (1 + \alpha_1)^{(1-\gamma)(1-\alpha)}} \\ &= \frac{\alpha_0^{(1-\alpha)(1-\gamma)} (1 + \alpha_1)^{\alpha(1-\gamma)} e^{0.5(1-\alpha)(1-\gamma)\sigma_\varepsilon^2}}{1 - \beta (1 + \alpha_1)^{(1-\alpha)(1-\gamma)}} \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Ao simplificar (A.3), obtém-se:

$$\lambda = \exp \left\{ \frac{1}{2} (\gamma (1 + \alpha) - \alpha) \sigma_\varepsilon^2 \right\} - 1 \quad (\text{A.4})$$

APÊNDICE B – Demonstração da Proposição 3.2

Assuma o processo do consumo definido em (3.5), e a função utilidade definida em (3.2). Para calcular o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica, primeiramente, é preciso obter as esperanças que serão utilizadas no desenvolvimento da demonstração:

$$E_0 [C_t] = \alpha_0 (1 + \alpha_1)^t \exp \left\{ \frac{1}{2} t \sigma_\varepsilon^2 \right\} \quad (\text{B.1})$$

$$E_0 [C_{t-1}] = \alpha_0 (1 + \alpha_1)^{t-1} \exp \left\{ \frac{1}{2} (t-1) \sigma_\varepsilon^2 \right\} \quad (\text{B.2})$$

$$E_0 [C_t^{1-\gamma} C_{t-1}^{\alpha(\gamma-1)}] = \alpha_0^{(1-\gamma)(1-\alpha)} (1 + \alpha_1)^{(1-\gamma)(1-\alpha)t + \alpha(1-\gamma)} \exp \left(\frac{1}{2} \sigma_v^2 \right) \quad (\text{B.3})$$

O custo de bem-estar é dado pela solução de:

$$(1 + \lambda)^{(1-\alpha)(1-\gamma)} \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t E_0 (C_t^{1-\gamma} C_{t-1}^{\alpha(\gamma-1)}) \right] = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\frac{E_0 [C_t]}{(E_0 [C_{t-1}])^\alpha} \right)^{1-\gamma} \quad (\text{B.4})$$

Assumindo que $\beta (1 + \alpha_1)^{(1-\gamma)(1-\alpha)} e^{0.5(1-\gamma)^2(1-\alpha)^2\sigma_\varepsilon^2} < 1$, e aplicando (B.1), (B.2) e (B.3) em (B.4), temos:

$$(1 + \lambda)^{(1-\alpha)(1-\gamma)} = \frac{1 - \beta (1 + \alpha_1)^{(1-\gamma)(1-\alpha)} e^{0.5(1-\gamma)^2(1-\alpha)^2\sigma_\varepsilon^2}}{1 - \beta (1 + \alpha_1)^{(1-\alpha)(1-\gamma)} e^{0.5(1-\alpha)(1-\gamma)\sigma_\varepsilon^2}} \times \frac{e^{0.5\alpha(1-\gamma)\sigma_\varepsilon^2}}{e^{0.5\alpha(1-\gamma)^2(2-\alpha)\sigma_\varepsilon^2}} \quad (\text{B.5})$$

Ao simplificar (B.5), obtém-se:

$$\lambda = \left[\frac{1 - \beta (1 + \alpha_1)^{(1-\gamma)(1-\alpha)} e^{0.5(1-\gamma)^2(1-\alpha)^2\sigma_\varepsilon^2}}{1 - \beta (1 + \alpha_1)^{(1-\alpha)(1-\gamma)} e^{0.5(1-\alpha)(1-\gamma)\sigma_\varepsilon^2}} \right]^{\frac{1}{(1-\alpha)(1-\gamma)}} \left[\exp \left\{ 0.5\alpha (\alpha + 2\gamma - \alpha\gamma - 1) \sigma_\varepsilon^2 \right\} \right]^{\frac{1}{(1-\alpha)}} - 1 \quad (\text{B.6})$$

APÊNDICE C – Demonstração da Proposição 3.3

Assuma o processo do consumo definido em (3.4), e a função utilidade definida em (3.2). Para calcular o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica a partir de uma compensação no crescimento do consumo, primeiramente, é preciso obter as esperanças que serão utilizadas no desenvolvimento da demonstração:

$$E_0 [C_t] = \alpha_0 (1 + \alpha_1)^t \exp \left\{ \frac{1}{2} \sigma_\varepsilon^2 \right\} \quad (\text{C.1})$$

Também é necessário calcular $E_0 [C_t^{1-\gamma} C_{t-1}^{\alpha(\gamma-1)}]$:

$$E_0 [C_t^{1-\gamma} C_{t-1}^{\alpha(\gamma-1)}] = \alpha_0^{(1-\gamma)(1-\alpha)} (1 + \alpha_1)^{(1-\gamma)(1-\alpha)t + \alpha(1-\gamma)} \exp \left(\frac{1}{2} (1 - \gamma)^2 (1 + \alpha^2) \sigma_\varepsilon^2 \right) \quad (\text{C.2})$$

Aplicando (C.1) e (C.2) em (3.13):

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \alpha_0^{(1-\gamma)(1-\alpha)} [(1 + \lambda_G) (1 + \alpha_1)]^{(1-\gamma)(1-\alpha)t + \alpha(1-\gamma)} \exp \left(\frac{1}{2} (1 - \gamma)^2 (1 + \alpha^2) \sigma_\varepsilon^2 \right) = \quad (\text{C.3})$$

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \alpha_0^{(1-\gamma)(1-\alpha)} (1 + \alpha_1)^{(1-\gamma)(1-\alpha)t + \alpha(1-\gamma)}$$

Assumindo que $\beta (1 + \alpha_1)^{(1-\gamma)(1-\alpha)} < 1$, temos:

$$\frac{\alpha_0^{(1-\gamma)(1-\alpha)} [(1 + \lambda_G) (1 + \alpha_1)]^{\alpha(1-\gamma)} \exp \left(\frac{1}{2} (1 - \gamma)^2 (1 + \alpha^2) \sigma_\varepsilon^2 \right)}{1 - \beta [(1 + \lambda_G) (1 + \alpha_1)]^{(1-\gamma)(1-\alpha)}} = \frac{\alpha_0^{(1-\gamma)(1-\alpha)} (1 + \alpha_1)^{\alpha(1-\gamma)}}{1 - \beta (1 + \alpha_1)^{(1-\gamma)(1-\alpha)}} \quad (\text{C.4})$$

Ao simplificar (C.4), obtém-se:

$$\frac{(1 + \lambda_G)^{\alpha(1-\gamma)} e^{0.5(1-\gamma)[\alpha + \alpha^2 - \gamma - \gamma\alpha^2]\sigma_\varepsilon^2}}{1 - \beta (1 + \lambda_G)^{(1-\gamma)(1-\alpha)} (1 + \alpha_1)^{(1-\gamma)(1-\alpha)}} = \frac{1}{1 - \beta (1 + \alpha_1)^{(1-\gamma)(1-\alpha)}} \quad (\text{C.5})$$

APÊNDICE D – Demonstração da Proposição 3.4

Assuma o processo do consumo definido em (3.5), e a função utilidade definida em (3.2). Para calcular o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica a partir de uma compensação no crescimento do consumo, primeiramente, é preciso obter as esperanças que serão utilizadas no desenvolvimento da demonstração:

$$E_0 [C_t] = \alpha_0 (1 + \alpha_1)^t \exp \left\{ \frac{1}{2} \sigma_\varepsilon^2 t \right\} \quad (D.1)$$

Também é necessário calcular $E_0 [C_t^{1-\gamma} C_{t-1}^{\alpha(\gamma-1)}]$:

$$E_0 [C_t^{1-\gamma} C_{t-1}^{\alpha(\gamma-1)}] = \alpha_0^{(1-\alpha)(1-\gamma)} (1 + \alpha_1)^{(t-\alpha(t-1))(1-\gamma)} e^{0,5(1-\gamma)^2 \sigma_\varepsilon^2 t} e^{0,5(1-\gamma)^2 \alpha^2 \sigma_\varepsilon^2 (t-1)} \quad (D.2)$$

Aplicando (D.1) e (D.2) em (3.13):

$$\begin{aligned} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \alpha_0^{(1-\alpha)(1-\gamma)} [(1 + \lambda_G)(1 + \alpha_1)]^{(t-\alpha(t-1))(1-\gamma)} e^{0,5(1-\gamma)^2 \sigma_\varepsilon^2 t} e^{0,5(1-\gamma)^2 \alpha^2 \sigma_\varepsilon^2 (t-1)} = \quad (D.3) \\ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \alpha_0^{(1-\gamma)(1-\alpha)} (1 + \alpha_1)^{t(1-\gamma-\alpha(1-\gamma))+\alpha(1-\gamma)} e^{0,5(1-\gamma) \sigma_\varepsilon^2 t} e^{-0,5(1-\gamma) \alpha \sigma_\varepsilon^2 (t-1)} \end{aligned}$$

Assumindo que $\beta (1 + \alpha_1)^{(1-\gamma)(1-\alpha)} < 1$, temos:

$$\frac{[(1 + \lambda_G)(1 + \alpha_1)]^{\alpha(1-\gamma)} e^{-0,5(1-\gamma)^2 \alpha^2 \sigma_\varepsilon^2}}{1 - \beta [(1 + \lambda_G)(1 + \alpha_1)]^{1-\gamma-\alpha(1-\gamma)} e^{0,5(1-\gamma)^2 \sigma_\varepsilon^2 (1+\alpha^2)}} = \frac{(1 + \alpha_1)^{\alpha(1-\gamma)} e^{0,5(1-\gamma) \alpha \sigma_\varepsilon^2}}{1 - \beta (1 + \alpha_1)^{1-\gamma-\alpha(1-\gamma)} e^{0,5(1-\gamma)(1-\alpha) \sigma_\varepsilon^2}} \quad (D.4)$$

Ao simplificar (D.4), obtém-se:

$$\frac{(1 + \lambda_G)^{\alpha(1-\gamma)} e^{-0,5(1-\gamma) \alpha \sigma_\varepsilon^2 ((1-\gamma)\alpha+1)}}{1 - \beta [(1 + \lambda_G)(1 + \alpha_1)]^{1-\gamma-\alpha(1-\gamma)} e^{0,5(1-\gamma)^2 \sigma_\varepsilon^2 (1+\alpha^2)}} = \frac{1}{1 - \beta (1 + \alpha_1)^{1-\gamma-\alpha(1-\gamma)} e^{0,5(1-\gamma) \sigma_\varepsilon^2 (1-\alpha)}} \quad (D.5)$$

APÊNDICE E – Demonstração da Proposição 4.1

Assuma os processos do consumo definidos em (4.6), (4.7) e (4.8), e a função utilidade definida em (4.3) e (4.4). Para calcular o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica, primeiramente, é preciso obter as esperanças que serão utilizadas no desenvolvimento dos casos $\gamma = 1$ e $\gamma \neq 1$:

$$E_0 [C_t] = \alpha_{0,c} (1 + \alpha_{1,c})^t \exp \left\{ \frac{1}{2} \sigma_c^2 \right\} \quad (\text{E.1})$$

$$E_0 [K_t] = \alpha_{0,k} (1 + \alpha_{1,k})^t \exp \left\{ \frac{1}{2} \sigma_k^2 \right\} \quad (\text{E.2})$$

$$E_0 [S_t] = \alpha_{0,s} (1 + \alpha_{1,s})^t \exp \left\{ \frac{1}{2} \sigma_s^2 \right\} \quad (\text{E.3})$$

$$E_0 [\ln C_t] = \ln \alpha_{0,c} + t \ln (1 + \alpha_{1,c}) \quad (\text{E.4})$$

$$E_0 [\ln K_t] = \ln \alpha_{0,k} + t \ln (1 + \alpha_{1,k}) \quad (\text{E.5})$$

$$E_0 [\ln S_t] = \ln \alpha_{0,s} + t \ln (1 + \alpha_{1,s}) \quad (\text{E.6})$$

$$\begin{aligned} E_0 \left[C_t^{\rho(1-\gamma)} D_t^{\mu(1-\gamma)} S_t^{(1-\rho-\mu)(1-\gamma)} \right] &= \alpha_0^{1-\gamma} (1 + \alpha_1)^{(1-\gamma)t} \exp \left\{ \frac{1}{2} (1-\gamma)^2 \right. \\ &\times \left. \left[\rho^2 \sigma_c^2 + \mu^2 \sigma_d^2 + (1-\rho-\mu)^2 \sigma_d^2 + 2\rho\mu\sigma_{c,d} + 2\rho(1-\rho-\mu)\sigma_{c,s} + 2\mu(1-\rho-\mu)\sigma_{d,s} \right] \right\} \end{aligned} \quad (\text{E.7})$$

No caso em que $\gamma = 1$, o custo de bem-estar é dado pela solução de:

$$\begin{aligned} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\ln (1 + \lambda) + \rho E_0 [\ln C_t] + \mu E_0 [\ln K_t] + (1 - \rho - \mu) E_0 [\ln S_t]] &= \quad (\text{E.8}) \\ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\rho \ln (E_0 [C_t]) + \mu \ln (E_0 [K_t]) + (1 - \rho - \mu) \ln (E_0 [S_t])] \end{aligned}$$

Assumindo $\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t t = \beta / (1 - \beta)^2 < \infty$, e aplicando (E.1), (E.2), (E.3), (E.4), (E.5) e (E.6) em (E.8), temos:

$$\frac{\ln(1+\lambda)}{1-\beta} = \frac{\rho 0.5\sigma_c^2 + \mu 0.5\sigma_k^2 + (1-\rho-\mu) 0.5\sigma_s^2}{1-\beta} \quad (\text{E.9})$$

Ao simplificar (E.9), obtém-se:

$$\lambda = \exp \left\{ \frac{1}{2} \left(\rho\sigma_c^2 + \mu\sigma_k^2 + (1-\rho-\mu)\sigma_s^2 \right) \right\} - 1 \quad (\text{E.10})$$

No caso em que $\gamma \neq 1$, o custo de bem-estar é dado pela solução de:

$$(1+\lambda)^{1-\gamma} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t E_0 \left[C_t^{\rho(1-\gamma)} K_t^{\mu(1-\gamma)} S_t^{(1-\rho-\mu)(1-\gamma)} \right] = \quad (\text{E.11})$$

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (E_0 [C_t])^{\rho(1-\gamma)} (E_0 [K_t])^{\mu(1-\gamma)} (E_0 [S_t])^{(1-\rho-\mu)(1-\gamma)}$$

Assumindo $\beta(1+\alpha_1)^{(1-\gamma)} < 1$, e aplicando (E.1), (E.2), (E.3) e (E.7) em (E.11), temos:

$$(1+\lambda)^{1-\gamma} e^{0.5(1-\gamma)^2 [\rho^2\sigma_c^2 + \mu^2\sigma_k^2 + (1-\rho-\mu)^2\sigma_s^2 + 2\rho\mu\sigma_{c,k} + 2\rho(1-\rho-\mu)\sigma_{c,s} + 2\mu(1-\rho-\mu)\sigma_{k,s}]} =$$

$$e^{0.5\rho(1-\gamma)\sigma_c^2 + 0.5\mu(1-\gamma)\sigma_k^2 + 0.5(1-\rho-\mu)(1-\gamma)\sigma_s^2} \quad (\text{E.12})$$

Ao simplificar (E.12), obtém-se:

$$\lambda = \frac{e^{0.5(\rho\sigma_c^2 + \mu\sigma_k^2 + (1-\rho-\mu)\sigma_s^2)}}{e^{0.5(1-\gamma)[\rho^2\sigma_c^2 + \mu^2\sigma_k^2 + (1-\rho-\mu)^2\sigma_s^2 + 2\rho\mu\sigma_{c,k} + 2\rho(1-\rho-\mu)\sigma_{c,s} + 2\mu(1-\rho-\mu)\sigma_{k,s}]}} - 1 \quad (\text{E.13})$$

APÊNDICE F – Demonstração da Proposição 4.2

Assuma os processos do consumo definidos em (4.21), (4.23) e (4.22), e a função utilidade definida em (4.3) e (4.4). Para calcular o custo de bem-estar da incerteza macroeconômica, primeiramente, é preciso obter as esperanças que serão utilizadas no desenvolvimento dos casos $\gamma = 1$ e $\gamma \neq 1$:

$$E_0 [C_t] = \alpha_{0,c} (1 + \alpha_{1,c})^t \exp \left\{ \frac{1}{2} t \sigma_c^2 \right\} \quad (\text{F.1})$$

$$E_0 [K_t] = \alpha_{0,k} (1 + \alpha_{1,k})^t \exp \left\{ \frac{1}{2} t \sigma_k^2 \right\} \quad (\text{F.2})$$

$$E_0 [S_t] = \alpha_{0,s} (1 + \alpha_{1,s})^t \exp \left\{ \frac{1}{2} t \sigma_s^2 \right\} \quad (\text{F.3})$$

$$E_0 [\ln C_t] = \ln \alpha_{0,c} + t \ln (1 + \alpha_{1,c}) \quad (\text{F.4})$$

$$E_0 [\ln K_t] = \ln \alpha_{0,k} + t \ln (1 + \alpha_{1,k}) \quad (\text{F.5})$$

$$E_0 [\ln S_t] = \ln \alpha_{0,s} + t \ln (1 + \alpha_{1,s}) \quad (\text{F.6})$$

$$\begin{aligned} E_0 \left[C_t^{\rho(1-\gamma)} K_t^{\mu(1-\gamma)} S_t^{(1-\rho-\mu)(1-\gamma)} \right] &= \alpha_0^{1-\gamma} (1 + \alpha_1)^{(1-\gamma)t} \\ &\times \exp \left\{ \frac{1}{2} (1 - \gamma)^2 \right. \\ &\times \left[\rho^2 \sigma_c^2 + \mu^2 \sigma_k^2 + (1 - \rho - \mu)^2 \sigma_s^2 + 2\rho\mu\sigma_{c,k} + 2\rho(1 - \rho - \mu)\sigma_{c,s} + 2\mu(1 - \rho - \mu)\sigma_{k,s} \right] t \Big\} \end{aligned} \quad (\text{F.7})$$

No caso em que $\gamma = 1$, o custo de bem-estar é dado pela solução de:

$$\begin{aligned} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\ln (1 + \lambda) + \rho E_0 [\ln C_t] + \mu E_0 [\ln K_t] + (1 - \rho - \mu) E_0 [\ln S_t]] &= \\ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\rho \ln (E_0 [C_t]) + \mu \ln (E_0 [K_t]) + (1 - \rho - \mu) \ln (E_0 [S_t])] & \end{aligned} \quad (\text{F.8})$$

Assumindo $\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t t = \beta / (1 - \beta)^2 < \infty$, e aplicando (F.1), (F.2), (F.3), (F.4), (F.5) e (F.6) em (F.8), temos:

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \ln(1 + \lambda) = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t t \left[\rho 0.5 \sigma_c^2 + \mu 0.5 \sigma_k^2 + (1 - \rho - \mu) 0.5 \sigma_s^2 \right] \quad (\text{F.9})$$

Ao simplificar (F.9), obtém-se:

$$\lambda = \exp \left\{ \beta \frac{\rho \sigma_c^2 + \mu \sigma_k^2 + (1 - \rho - \mu) \sigma_s^2}{2(1 - \beta)} \right\} - 1 \quad (\text{F.10})$$

No caso em que $\gamma \neq 1$, o custo de bem-estar é dado pela solução de:

$$(1 + \lambda)^{1-\gamma} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t E_0 \left[C_t^{\rho(1-\gamma)} K_t^{\mu(1-\gamma)} S_t^{(1-\rho-\mu)(1-\gamma)} \right] = \quad (\text{F.11})$$

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (E_0 [C_t])^{\rho(1-\gamma)} (E_0 [K_t])^{\mu(1-\gamma)} (E_0 [S_t])^{(1-\rho-\mu)(1-\gamma)}$$

Assumindo $\beta (1 + \alpha_1)^{(1-\gamma)} e^{0.5(1-\gamma)^2 [\rho^2 \sigma_c^2 + \mu^2 \sigma_k^2 + (1-\rho-\mu)^2 \sigma_s^2 + 2\rho\mu\sigma_{c,k} + 2\rho(1-\rho-\mu)\sigma_{c,s} + 2\mu(1-\rho-\mu)\sigma_{k,s}]} < 1$, e aplicando (F.1), (F.2), (F.3) e (F.7) em (F.11), temos:

$$(1 + \lambda)^{1-\gamma} = \frac{1 - \beta (1 + \alpha_1)^{(1-\gamma)} e^{0.5(1-\gamma)^2 [\rho^2 \sigma_c^2 + \mu^2 \sigma_k^2 + (1-\rho-\mu)^2 \sigma_s^2 + 2\rho\mu\sigma_{c,k} + 2\rho(1-\rho-\mu)\sigma_{c,s} + 2\mu(1-\rho-\mu)\sigma_{k,s}]} }{1 - \beta (1 + \alpha_1)^{(1-\gamma)} e^{(0.5\rho(1-\gamma)\sigma_c^2 + 0.5\mu(1-\gamma)\sigma_k^2 + 0.5(1-\rho-\mu)(1-\gamma)\sigma_s^2)}} \quad (\text{F.12})$$

Ao simplificar (F.12), obtém-se:

$$\lambda = \left\{ \frac{1 - \beta (1 + \alpha_1)^{(1-\gamma)} e^{0.5(1-\gamma)^2 [\rho^2 \sigma_c^2 + \mu^2 \sigma_k^2 + (1-\rho-\mu)^2 \sigma_s^2 + 2\rho\mu\sigma_{c,k} + 2\rho(1-\rho-\mu)\sigma_{c,s} + 2\mu(1-\rho-\mu)\sigma_{k,s}]} }{1 - \beta (1 + \alpha_1)^{(1-\gamma)} e^{0.5(1-\gamma)(\rho\sigma_c^2 + \mu\sigma_k^2 + (1-\rho-\mu)\sigma_s^2)}} \right\}^{\frac{1}{1-\gamma}} \quad (\text{F.13})$$

APÊNDICE G – Derivação do modelo com três tipos de bem

Considere um agente cuja utilidade depende dos bens não-duráveis, C_t , dos serviços, S_t e dos serviços obtidos de bens duráveis, S_t^d . Suponha que os serviços de duráveis sejam proporcionais ao estoque desta classe de bens, do seguinte modo:

$$S_t^d = BK_t$$

A função utilidade e suas formas funcionais são definidas como:

$$\begin{aligned}\tilde{u}(C_t, S_t, S_t^d(K_t)) &= \tilde{u}(C_t, S_t, K_t) \\ \tilde{u}(C_t, S_t, K_t) &= \frac{1}{1 - 1/\sigma} \tilde{v}(C_t, S_t, K_t)^{1 - 1/\sigma} \\ \tilde{v}(C_t, S_t, K_t) &= \left[\tilde{\alpha}_c C_t^{1 - \frac{1}{\theta}} + \tilde{\alpha}_s S_t^{1 - \frac{\eta}{\theta}} + \tilde{\alpha}_k (BK_t)^{1 - \frac{\zeta}{\theta}} \right]^{\frac{\theta}{\theta - 1}}\end{aligned}$$

A função utilidade pode ser simplificada, de maneira que:

$$u(C_t, S_t, K_t) = \frac{\sigma}{\sigma - 1} \left[C_t^{1 - \frac{1}{\theta}} + \alpha_s S_t^{1 - \frac{\eta}{\theta}} + \alpha_k K_t^{1 - \frac{\zeta}{\theta}} \right]^{\frac{\theta}{\theta - 1} \frac{\sigma - 1}{\sigma}}$$

em que

$$\begin{aligned}\alpha_s &\equiv \frac{\tilde{\alpha}_s}{\tilde{\alpha}_c} \\ \alpha_k &\equiv \frac{\tilde{\alpha}_k}{\tilde{\alpha}_c} B^{1 - \frac{\zeta}{\theta}}\end{aligned}$$

Portanto, o problema do consumidor é definido como:

$$\begin{aligned} & \max_{\{C_t, D_t, A_{t+1}, K_t\}_{t=0}^{\infty}} E_0 \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(C_t, S_t, K_t) \right] \\ \text{sujeito a } & \begin{cases} P_{t+1}^c A_{t+1} = \left(P_t^c A_t + P_t^c Y_t - P_t^c C_t - P_t^s S_t - P_t^d D_t \right) R_{t+1} \\ K_t = (1 - \delta) K_{t-1} + D_t \\ A_0 \text{ e } K_{-1} \text{ dados} \end{cases}\end{aligned}$$

É possível reescrever a restrição em termos de P_{t+1}^c :

$$A_{t+1} = \left(A_t + Y_t - C_t - P_t^{sc} S_t - P_t^{dc} D_t \right) R_{t+1}^c$$

Em que

$$P_t^{sc} \equiv \frac{P_t^s}{P_t^c}, \quad P_t^{dc} \equiv \frac{P_t^d}{P_t^c}, \quad R_{t+1}^c \equiv \frac{R_{t+1}}{P_{t+1}^c / P_t^c} = \frac{1 + r_{t+1}}{1 + \pi_{t+1}^c}$$

Defina:

$$f(C_t, S_t, K_t) = C_t^{1-\frac{1}{\theta}} + \alpha_s S_t^{1-\frac{\eta}{\theta}} + \alpha_k ((1-\delta) K_{t-1} + D_t)^{1-\frac{\zeta}{\theta}}$$

Assim, as derivadas parciais tornam-se:

$$\begin{aligned} u_c(C_t, S_t, K_t(K_{t-1}, D_t)) &= [f(C_t, S_t, K_t)]^{\frac{\sigma-\theta}{\sigma(\theta-1)}} C_t^{-\frac{1}{\theta}}, \\ u_s(C_t, S_t, K_t(K_{t-1}, D_t)) &= \alpha_s \frac{\theta-\eta}{\theta-1} [f(C_t, S_t, K_t)]^{\frac{\sigma-\theta}{\sigma(\theta-1)}} S_t^{-\frac{\eta}{\theta}}, \\ u_d(C_t, S_t, K_t(K_{t-1}, D_t)) &= \alpha_k \frac{\theta-\zeta}{\theta-1} [f(C_t, S_t, K_t)]^{\frac{\sigma-\theta}{\sigma(\theta-1)}} K_t^{-\frac{\zeta}{\theta}}, \\ u_{k-1}(C_t, S_t, K_t(K_{t-1}, D_t)) &= \alpha_k \frac{\theta-\zeta}{\theta-1} [f(C_t, S_t, K_t)]^{\frac{\sigma-\theta}{\sigma(\theta-1)}} K_t^{-\frac{\zeta}{\theta}} (1-\delta) \end{aligned}$$

A equação de Bellman do problema é a seguinte:

$$V(A_t, K_{t-1}) = \max_{C_t, S_t, D_t, A_{t+1}, K_t} \{u(C_t, S_t, K_t) + \beta E_t[V(A_{t+1}, K_t)]\}$$

Considerando as restrições do problema, a equação de Bellman pode ser reescrita como:

$$V(A_t, K_{t-1}) = \max_{C_t, S_t, D_t} \left\{ \begin{aligned} &\frac{\sigma}{\sigma-1} \left[C_t^{1-\frac{1}{\theta}} + \alpha_s S_t^{1-\frac{\eta}{\theta}} + \alpha_k ((1-\delta) K_{t-1} + D_t)^{1-\frac{\zeta}{\theta}} \right]^{\frac{\theta}{\theta-1} \frac{\sigma-1}{\sigma}} \\ &+ \beta E_t \left[V \left((A_t + Y_t - C_t - P_t^{sc} S_t - P_t^{dc} D_t) R_{t+1}^c, (1-\delta) K_{t-1} + D_t \right) \right] \end{aligned} \right\}$$

As condições de primeira ordem em C_t , S_t e D_t são, respectivamente:

$$[f(C_t, S_t, K_t)]^{\frac{\sigma-\theta}{\sigma(\theta-1)}} C_t^{-\frac{1}{\theta}} = \beta E_t [V_1(A_{t+1}, S_t) R_{t+1}^c] \quad (\text{G.1})$$

$$\alpha_s \frac{\theta-\eta}{\theta-1} [f(C_t, S_t, K_t)]^{\frac{\sigma-\theta}{\sigma(\theta-1)}} S_t^{-\frac{\eta}{\theta}} = P_t^{sc} \beta E_t [V_1(A_{t+1}, K_t) R_{t+1}^c] \quad (\text{G.2})$$

$$\alpha_k \frac{\theta - \zeta}{\theta - 1} [f(C_t, S_t, K_t)]^{\frac{\sigma - \theta}{\sigma(\theta - 1)}} K_t^{-\frac{\zeta}{\theta}} + \beta E_t [V_2(A_{t+1}, K_t)] = P_t^{dc} \beta E_t [V_1(A_{t+1}, K_t) R_{t+1}^c] \quad (\text{G.3})$$

Já os envelopes em A_t e K_{t-1} são, respectivamente:

$$V_1(A_t, K_{t-1}) = \beta E_t [V_1(A_{t+1}, K_t) R_{t+1}^c] \quad (\text{G.4})$$

$$\frac{V_2(A_t, K_{t-1})}{(1 - \delta)} - \alpha_k \frac{\theta - \zeta}{\theta - 1} [f(C_t, S_t, K_t)]^{\frac{\sigma - \theta}{\sigma(\theta - 1)}} K_t^{-\frac{\zeta}{\theta}} = \beta E_t [V_2(A_{t+1}, K_t)] \quad (\text{G.5})$$

A partir de (G.1) e (G.4), podemos encontrar:

$$[f(C_{t+1}, S_{t+1}, K_{t+1})]^{\frac{\sigma - \theta}{\sigma(\theta - 1)}} C_{t+1}^{-\frac{1}{\theta}} = V_1(A_{t+1}, K_t) \quad (\text{G.6})$$

Substituindo (G.6) em (G.1) obtemos a primeira equação de Euler:

$$\beta E_t \left[\left(\frac{f(C_{t+1}, S_{t+1}, K_{t+1})}{f(C_t, S_t, K_t)} \right)^{\frac{\sigma - \theta}{\sigma(\theta - 1)}} \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\frac{1}{\theta}} R_{t+1}^c \right] = 1 \quad (\text{G.7})$$

De maneira análoga, usando (G.2) e (G.4):

$$\alpha_s \frac{\theta - \eta}{\theta - 1} [f(C_{t+1}, S_{t+1}, K_{t+1})]^{\frac{\sigma - \theta}{\sigma(\theta - 1)}} S_{t+1}^{-\frac{\eta}{\theta}} \frac{1}{P_{t+1}^{sc}} = V_1(A_{t+1}, K_t) \quad (\text{G.8})$$

Substituindo (G.8) em (G.2) obtemos a segunda equação de Euler:

$$\beta E_t \left[\left(\frac{f(C_{t+1}, S_{t+1}, K_{t+1})}{f(C_t, S_t, K_t)} \right)^{\frac{\sigma - \theta}{\sigma(\theta - 1)}} \left(\frac{S_{t+1}}{S_t} \right)^{-\frac{\eta}{\theta}} R_{t+1}^s \right] = 1 \quad (\text{G.9})$$

A partir de (G.6) e (G.8), obtém-se uma condição intratemporal:

$$C_{t+1}^{-\frac{1}{\theta}} = \alpha_s \frac{\theta - \eta}{\theta - 1} \frac{S_{t+1}^{-\frac{\eta}{\theta}}}{P_{t+1}^{sc}} \quad (\text{G.10})$$

Para encontrar a terceira equação de Euler, combine (G.3), (G.4) e (G.5):

$$V_2(A_{t+1}, K_t) = (1 - \delta) P_{t+1}^{dc} V_1(A_{t+1}, K_t) \quad (\text{G.11})$$

Substituindo (G.6), obtemos:

$$V_2(A_{t+1}, K_t) = (1 - \delta) P_{t+1}^{dc} [f(C_{t+1}, S_{t+1}, K_{t+1})]^{\frac{\sigma - \theta}{\sigma(\theta - 1)}} C_{t+1}^{-\frac{1}{\theta}} \quad (\text{G.12})$$

Por fim, substituindo (G.6) e (G.12) em (G.3), obtemos:

$$\frac{1}{\alpha_k} \frac{\theta - 1}{\theta - \zeta} \beta E_t \left[\left(\frac{f(C_{t+1}, S_{t+1}, K_{t+1})}{f(C_t, S_t, K_t)} \right)^{\frac{\sigma - \theta}{\sigma(\theta - 1)}} \frac{C_{t+1}^{-\frac{1}{\theta}}}{K_t^{-\frac{\zeta}{\theta}}} \left(R_{t+1}^c P_t^{dc} - (1 - \delta) P_{t+1}^{dc} \right) \right] = 1 \quad (\text{G.13})$$

A partir da obtenção das equações de Euler, o próximo passo é derivar as relações de cointegração. A partir da equação de Euler (G.13), podemos definir:

$$\frac{\alpha_k \frac{\theta - \zeta}{\theta - 1} [f(C_t, S_t, K_t)]^{\frac{\sigma - \theta}{\sigma(\theta - 1)}} K_t^{-\frac{\zeta}{\theta}}}{[f(C_t, S_t, K_t)]^{\frac{\sigma - \theta}{\sigma(\theta - 1)}} C_t^{-\frac{1}{\theta}}} = \frac{\beta E_t \left[[f(C_{t+1}, S_{t+1}, K_{t+1})]^{\frac{\sigma - \theta}{\sigma(\theta - 1)}} C_{t+1}^{-\frac{1}{\theta}} \left(R_{t+1}^c P_t^{dc} - (1 - \delta) P_{t+1}^{dc} \right) \right]}{[f(C_t, S_t, K_t)]^{\frac{\sigma - \theta}{\sigma(\theta - 1)}} C_t^{-\frac{1}{\theta}}}$$

$$\alpha_k \frac{\theta - \zeta}{\theta - 1} \frac{K_t^{-\frac{\zeta}{\theta}}}{C_t^{-\frac{1}{\theta}}} = P_t^{dc} E_t \left[\beta \left(\frac{f(C_{t+1}, S_{t+1}, K_{t+1})}{f(C_t, S_t, K_t)} \right)^{\frac{\sigma - \theta}{\sigma(\theta - 1)}} \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\frac{1}{\theta}} R_{t+1}^c \right]$$

$$- (1 - \delta) E_t \left[\beta \left(\frac{f(C_{t+1}, S_{t+1}, K_{t+1})}{f(C_t, S_t, K_t)} \right)^{\frac{\sigma - \theta}{\sigma(\theta - 1)}} \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\frac{1}{\theta}} P_{t+1}^{dc} \right]$$

Relembre a equação de Euler (G.7):

$$E_t \left[\underbrace{\beta \left(\frac{f(C_{t+1}, S_{t+1}, K_{t+1})}{f(C_t, S_t, K_t)} \right)^{\frac{\sigma - \theta}{\sigma(\theta - 1)}} \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\frac{1}{\theta}} R_{t+1}^c}_{M_{t+1} = SDF} \right] = 1$$

Então, temos:

$$\alpha_k \frac{\theta - \zeta}{\theta - 1} \frac{K_t^{-\frac{\zeta}{\theta}}}{C_t^{-\frac{1}{\theta}}} = P_t^{dc} - (1 - \delta) E_t [M_{t+1} P_{t+1}^{dc}]$$

$$\alpha_k \frac{\theta - \zeta}{\theta - 1} \frac{K_t^{-\frac{\zeta}{\theta}}}{C_t^{-\frac{1}{\theta}}} \frac{1}{P_t^{dc}} = 1 - (1 - \delta) E_t \left[M_{t+1} \frac{P_{t+1}^{dc}}{P_t^{dc}} \right]$$

Assim, obtém-se a primeira relação de cointegração:

$$\ln \left(\alpha_k \frac{\theta - \zeta}{\theta - 1} \right) - \frac{\zeta}{\theta} \ln K_t + \frac{1}{\theta} \ln C_t - \ln P_t^{dc} = v_{1t}$$

$$\ln C_t = \theta \ln \left(\frac{1}{\alpha_k} \frac{\theta - 1}{\theta - \zeta} \right) + \zeta \ln K_t + \theta \ln P_t^{dc} + \theta v_{1t}$$

Realizando o procedimento análogo para os serviços, temos:

$$\frac{\alpha_k \frac{\theta - \zeta}{\theta - 1} [f(C_t, S_t, K_t)]^{\frac{\sigma - \theta}{\sigma(\theta - 1)}} K_t^{-\frac{\zeta}{\theta}}}{\alpha_s \frac{\theta - \eta}{\theta - 1} [f(C_t, S_t, K_t)]^{\frac{\sigma - \theta}{\sigma(\theta - 1)}} S_t^{-\frac{\eta}{\theta}}} = \frac{\beta E_t \left[[f(C_{t+1}, S_{t+1}, K_{t+1})]^{\frac{\sigma - \theta}{\sigma(\theta - 1)}} C_{t+1}^{-\frac{1}{\theta}} \left(R_{t+1}^c P_t^{dc} - (1 - \delta) P_{t+1}^{dc} \right) \right]}{\alpha_s \frac{\theta - \eta}{\theta - 1} [f(C_t, S_t, K_t)]^{\frac{\sigma - \theta}{\sigma(\theta - 1)}} S_t^{-\frac{\eta}{\theta}}}$$

$$\begin{aligned} \frac{\alpha_k}{\alpha_s} \frac{\theta - \zeta}{\theta - \eta} \frac{K_t^{-\frac{\zeta}{\theta}}}{S_t^{-\frac{\eta}{\theta}}} &= P_t^{dc} \frac{1}{\alpha_s} \frac{\theta - 1}{\theta - \eta} \beta E_t \left[\left(\frac{f(C_{t+1}, S_{t+1}, K_{t+1})}{f(C_t, S_t, K_t)} \right)^{\frac{\sigma - \theta}{\sigma(\theta - 1)}} \frac{C_{t+1}^{-\frac{1}{\theta}}}{S_t^{-\frac{\eta}{\theta}}} R_{t+1}^c \right] \\ &\quad - (1 - \delta) \frac{1}{\alpha_s} \frac{\theta - 1}{\theta - \eta} \beta E_t \left[\left(\frac{f(C_{t+1}, S_{t+1}, K_{t+1})}{f(C_t, S_t, K_t)} \right)^{\frac{\sigma - \theta}{\sigma(\theta - 1)}} \frac{C_{t+1}^{-\frac{1}{\theta}}}{S_t^{-\frac{\eta}{\theta}}} P_{t+1}^{dc} \right] \end{aligned}$$

Relembre a Equação de Euler (G.9) e a condição intratemporal (G.10):

$$E_t \left[\underbrace{\beta \left(\frac{f(C_{t+1}, S_{t+1}, K_{t+1})}{f(C_t, S_t, K_t)} \right)^{\frac{\sigma - \theta}{\sigma(\theta - 1)}} \left(\frac{S_{t+1}}{S_t} \right)^{-\frac{\eta}{\theta}} \frac{P_t^{sc}}{P_{t+1}^{sc}} R_{t+1}^c}_{M_{t+1}=SDF} \right] = 1$$

Assim, para obter a relação de cointegração, temos:

$$\begin{aligned} \frac{\alpha_k}{\alpha_s} \frac{\theta - \zeta}{\theta - \eta} \frac{K_t^{-\frac{\zeta}{\theta}}}{S_t^{-\frac{\eta}{\theta}}} P_t^{sc} &= P_t^{dc} E_t \left[\beta \left(\frac{f(C_{t+1}, S_{t+1}, K_{t+1})}{f(C_t, S_t, K_t)} \right)^{\frac{\sigma - \theta}{\sigma(\theta - 1)}} \left(\frac{S_{t+1}}{S_t} \right)^{-\frac{\eta}{\theta}} \frac{P_t^{sc}}{P_{t+1}^{sc}} R_{t+1}^c \right] \\ &\quad - (1 - \delta) E_t \left[\beta \left(\frac{f(C_{t+1}, S_{t+1}, K_{t+1})}{f(C_t, S_t, K_t)} \right)^{\frac{\sigma - \theta}{\sigma(\theta - 1)}} \left(\frac{S_{t+1}}{S_t} \right)^{-\frac{\eta}{\theta}} \frac{P_t^{sc}}{P_{t+1}^{sc}} P_{t+1}^{dc} \right] \\ \frac{\alpha_k}{\alpha_s} \frac{\theta - \zeta}{\theta - \eta} \frac{K_t^{-\frac{\zeta}{\theta}}}{S_t^{-\frac{\eta}{\theta}}} \frac{P_t^{sc}}{P_t^{dc}} &= 1 - (1 - \delta) E_t \left[M_{t+1} \frac{1 + \pi_{t+1}^d}{1 + \pi_{t+1}^c} \right] \\ \ln S_t &= \frac{\theta}{\eta} \ln \left(\frac{\alpha_s}{\alpha_k} \frac{\theta - \eta}{\theta - \zeta} \right) + \frac{\zeta}{\eta} \ln K_t + \frac{\theta}{\eta} \ln P_t^{ds} + \frac{\theta}{\eta} v_{2t} \end{aligned}$$

A combinação linear de v_{1t} e v_{2t} também é $I(0)$:

$$v_t = \lambda_1 (\theta v_{1t}) + \lambda_2 \left(\frac{\theta}{\eta} v_{2t} \right)$$

Escolha $\lambda_1 = 1$ e $\lambda_2 = \eta$, então:

$$\begin{aligned} \tilde{v}_t &= \ln C_t - \theta \ln \left(\frac{1}{\alpha_k} \frac{\theta - 1}{\theta - \zeta} \right) - \zeta \ln K_t - \theta \ln P_t^{dc} \\ &\quad + \eta \ln S_t - \theta \ln \left(\frac{\alpha_s}{\alpha_k} \frac{\theta - \eta}{\theta - \zeta} \right) - \zeta \ln K_t - \theta \ln P_t^{ds} \\ \ln C_t &= \theta \ln \left(\frac{\alpha_s}{\alpha_k^2} \frac{(\theta - 1)(\theta - \eta)}{(\theta - \zeta)^2} \right) + 2\zeta \ln K_t + \theta \ln \left(\frac{P_t^d}{P_t^c} \frac{P_t^d}{P_t^s} \right) - \eta \ln S_t + v_t \end{aligned}$$

Com as equações de Euler e a relação de cointegração, é possível realizar o procedimento de estimação em duas etapas.

APÊNDICE H – Construção de série trimestral do estoque de duráveis

Os dados disponibilizados pelo *Bureau of Economic Analysis* incluem o estoque de bens duráveis em poder das famílias apenas em frequência anual. Para as estimações do presente trabalho, é construída uma série trimestral deste indicador. O primeiro passo deste procedimento é a obtenção de uma série anual da taxa implícita de depreciação. Com base nos dados anuais do estoque de duráveis (K_t^A) e dos gastos com este tipo de bem (D_t^A), a taxa de depreciação implícita anual (δ_t^A) é calculada como:

$$\delta_t^A = \frac{D_t^A + K_{t-1}^A - K_t^A}{K_{t-1}^A}$$

A série trimestral da depreciação é então estimada como $\delta_t = (\delta_t^A)^{1/4}$. Note que, para os quatro trimestres de um dado ano, a taxa será a mesma. Esta taxa, em conjunto com os dados trimestrais de gastos com bens duráveis (D_t) e de K_t^A , permite a construção da série trimestral do estoque, K_t . No primeiro trimestre de cada ano, utiliza-se o dado observado de K_t^A como base do fechamento do ano anterior para o cálculo do estoque com base em (5.12), tal que $K_t = (1 - \delta) K_{t-1}^A + D_t$. Para os demais trimestres de cada ano, o estoque anterior é obtido da própria série construída, tal que $K_t = (1 - \delta) K_{t-1} + D_t$.

Referências

- ABEL, A. B. Asset prices under habit formation and catching up with the Joneses. **The American Economic Review**, Cambridge, v. 80, n. 2, p. 38–42, 1990.
- _____. Risk premia and term premia in general equilibrium. **Journal of Monetary Economics**, Elsevier, v. 43, n. 1, p. 3–33, 1999.
- BARROS JR, F. A.; PINHO NETO, V. R. Custo das flutuações econômicas após o Plano Real. **Economia Aplicada**, v. 20, n. 2, p. 227–240, 2016.
- CERLETTI, E. A.; PIJOAN-MAS, J. **Durable goods, borrowing constraints and consumption insurance**. [S.l.], 2012.
- CHETTY, R. A new method of estimating risk aversion. **The American Economic Review**, v. 96, n. 5, p. 1821–1834, 2006.
- CONSTANTINIDES, G. M. Habit formation: A resolution of the equity premium puzzle. **Journal of political Economy**, The University of Chicago Press, v. 98, n. 3, p. 519–543, 1990.
- COUTO, G. T.; GOMES, F. A. Custo de bem-estar da incerteza macroeconômica na América Latina. **Revista Brasileira de Economia**, SciELO Brasil, v. 71, n. 2, p. 137–152, 2017.
- DICKEY, D. A.; FULLER, W. A. Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root. **Journal of the American statistical association**, Taylor & Francis, v. 74, n. 366a, p. 427–431, 1979.
- EICHENBAUM, M.; HANSEN, L. P. Estimating models with intertemporal substitution using aggregate time series data. **Journal of Business & Economic Statistics**, Taylor & Francis Group, v. 8, n. 1, p. 53–69, 1990.
- EICHENBAUM, M. S.; HANSEN, L. P.; SINGLETON, K. J. A time series analysis of representative agent models of consumption and leisure choice under uncertainty. **The Quarterly Journal of Economics**, MIT Press, v. 103, n. 1, p. 51–78, 1988.
- EPSTEIN, L. G.; ZIN, S. E. Substitution, risk aversion and the temporal behavior of consumption and asset returns: a theoretical framework. **Econometrica**, v. 57, n. 4, p. 937–979, 1989.
- FERSON, W. E.; CONSTANTINIDES, G. M. Habit persistence and durability in aggregate consumption: Empirical tests. **Journal of Financial Economics**, Elsevier, v. 29, n. 2, p. 199–240, 1991.
- FERSON, W. E.; HARVEY, C. R. Seasonality and consumption-based asset pricing. **The Journal of Finance**, Wiley Online Library, v. 47, n. 2, p. 511–552, 1992.
- GOMES, J. F.; KOGAN, L.; YOGO, M. Durability of output and expected stock returns. **Journal of Political Economy**, The University of Chicago Press, v. 117, n. 5, p. 941–986, 2009.

GUILLÉN, O. T. de C.; ISSLER, J. V.; FRANCO-NETO, A. A. de M. On the welfare costs of business-cycle fluctuations and economic-growth variation in the 20th century and beyond. **Journal of Economic Dynamics and Control**, Elsevier, v. 39, p. 62–78, 2014.

HALL, R. E. Stochastic implications of the life cycle-permanent income hypothesis: theory and evidence. **NBER Working Paper**, v. 86, n. 6, p. 971–987, 1978.

_____. Intertemporal substitution in consumption. **Journal of political economy**, The University of Chicago Press, v. 96, n. 2, p. 339–357, 1988.

HANSEN, L. P.; SINGLETON, K. J. Generalized instrumental variables estimation of nonlinear rational expectations models. **Econometrica: Journal of the Econometric Society**, JSTOR, v. 50, n. 5, p. 1269–1286, 1982.

_____. Stochastic consumption, risk aversion, and the temporal behavior of asset returns. **Journal of political economy**, The University of Chicago Press, v. 91, n. 2, p. 249–265, 1983.

IMROHOROĞLU, A. Cost of business cycles with indivisibilities and liquidity constraints. **The Journal of Political Economy**, JSTOR, v. 97, n. 6, p. 1364–1383, 1989.

ISSLER, J. V.; FRANCO-NETO, A. A. de M.; GUILLÉN, O. T. de C. The welfare cost of macroeconomic uncertainty in the post-war period. **Economics Letters**, Elsevier, v. 98, n. 2, p. 167–175, 2008.

JOHANSEN, S. Estimation and hypothesis testing of cointegration vectors in gaussian vector autoregressive models. **Econometrica: journal of the Econometric Society**, JSTOR, v. 59, n. 6, p. 1551–1580, 1991.

KRUSELL, P. et al. Revisiting the welfare effects of eliminating business cycles. **Review of Economic Dynamics**, Elsevier, v. 12, n. 3, p. 393–404, 2009.

KWIATKOWSKI, D. et al. Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root. **Journal of econometrics**, v. 54, n. 1-3, p. 159–178, 1992.

LETTAU, M.; LUDVIGSON, S. C. Euler equation errors. **Review of Economic Dynamics**, Elsevier, v. 12, n. 2, p. 255–283, 2009.

LUCAS, R. E. **Models of business cycles**. New York: Basil Blackwell Oxford, 1987. v. 26.

MACKINNON, J. G. Critical values for cointegration tests. In: CITESEER. **Long-Run Economic Relationship: Readings in Cointegration**. [S.l.], 1991.

MANKIW, N. G. Hall's consumption hypothesis and durable goods. **Journal of Monetary Economics**, Elsevier, v. 10, n. 3, p. 417–425, 1982.

MEHRA, R.; PRESCOTT, E. C. The equity premium: A puzzle. **Journal of monetary Economics**, Elsevier, v. 15, n. 2, p. 145–161, 1985.

OBSTFELD, M. Evaluating risky consumption paths: The role of intertemporal substitutability. **European Economic Review**, Elsevier, v. 38, n. 7, p. 1471–1486, 1994.

OGAKI, M.; REINHART, C. M. Intertemporal substitution and durable goods: long-run data. **Economics Letters**, Elsevier, v. 61, n. 1, p. 85–90, 1998.

_____. Measuring intertemporal substitution: The role of durable goods. **Journal of Political Economy**, The University of Chicago Press, v. 106, n. 5, p. 1078–1098, 1998.

OKUBO, M. On the intertemporal elasticity of substitution under nonhomothetic utility. **Journal of Money, Credit and Banking**, Wiley Online Library, v. 40, n. 5, p. 1065–1072, 2008.

_____. The intertemporal elasticity of substitution: an analysis based on japanese data. **Economica**, Wiley Online Library, v. 78, n. 310, p. 367–390, 2011.

OTROK, C. On measuring the welfare cost of business cycles. **Journal of Monetary Economics**, Elsevier, v. 47, n. 1, p. 61–92, 2001.

PAKOŠ, M. Estimating intertemporal and intratemporal substitutions when both income and substitution effects are present: the role of durable goods. **Journal of Business & Economic Statistics**, Taylor & Francis, v. 29, n. 3, p. 439–454, 2011.

PALLAGE, S.; ROBE, M. A. On the welfare cost of economic fluctuations in developing countries. **International Economic Review**, Wiley Online Library, v. 44, n. 2, p. 677–698, 2003.

PEMBERTON, J. Growth trends, cyclical fluctuations, and welfare with non-expected utility preferences. **Economics Letters**, Elsevier, v. 50, n. 3, p. 387–392, 1996.

PHILLIPS, P. C.; PERRON, P. Testing for a unit root in time series regression. **Biometrika**, Biometrika Trust, v. 75, n. 2, p. 335–346, 1988.

REIS, R. The time-series properties of aggregate consumption: Implications for the costs of fluctuations. **Journal of the European Economic Association**, Wiley Online Library, v. 7, n. 4, p. 722–753, 2009.

SARANTIS, N.; STEWART, C. Liquidity constraints, precautionary saving and aggregate consumption: an international comparison. **Economic Modelling**, Elsevier, v. 20, n. 6, p. 1151–1173, 2003.

STARTZ, R. The stochastic behavior of durable and nondurable consumption. **The Review of Economics and Statistics**, JSTOR, v. 71, n. 2, p. 356–363, 1989.

SUNDARESAN, S. M. Intertemporally dependent preferences and the volatility of consumption and wealth. **Review of financial Studies**, Oxford University Press, v. 2, n. 1, p. 73–89, 1989.

VAN WINCOOP, E. Welfare gains from international risksharing. **Journal of monetary economics**, Elsevier, v. 34, n. 2, p. 175–200, 1994.

WEBER, C. E. Intertemporal non-separability and “rule of thumb” consumption. **Journal of Monetary Economics**, Elsevier, v. 49, n. 2, p. 293–308, 2002.

WEIL, P. Nonexpected utility in macroeconomics. **The Quarterly Journal of Economics**, JSTOR, v. 105, n. 1, p. 29–42, 1990.

YOGO, M. Estimating the elasticity of intertemporal substitution when instruments are weak. **Review of Economics and Statistics**, MIT Press, v. 86, n. 3, p. 797–810, 2004.

_____. A consumption-based explanation of expected stock returns. **The Journal of Finance**, Wiley Online Library, v. 61, n. 2, p. 539–580, 2006.