UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE ECONOMIA ADMINISTRAÇÃO E CONTABILIDADE DE
RIBEIRÃO PRETO
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA

THIAGO PAMPLONA GUIMARÃES

Estimação de economias de escala no consumo familiar para o caso brasileiro

Orientador: Prof. Dr. Walter Belluzzo Júnior

2006

Reitora: Profª Drª Suely Vilela

Diretor da faculdade: Prof. Dr. Marcos Cortez Campomar

Chefe do departamento de economia: Profª Drª Maria Christina Siqueira de Souza Campos

THIAGO PAMPLONA GUIMARÃES

Estimação de economias de escala no consumo familiar para o caso brasileiro

Dissertação apresentada ao
Departamento de Economia da
Faculdade de Economia Administração e
Contabilidade de Ribeirão Preto para
obtenção do título de Mestre em
Economia Aplicada

Orientador: Prof. Dr. Walter Belluzzo
Júnior

Ribeirão Preto
2006

FICHA CATALOGRÁFICA

Guimarães, Thiago Pamplona

Estimação de economias de escala no consumo familiar para o caso brasileiro–SP. Ribeirão Preto, 2006.

120 f. : il. ; 30cm

Dissertação de Mestrado, apresentada à Faculdade de Economia Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto/USP – Área de concentração: .Microeconomia Aplicada

Orientador: Walter Belluzzo Júnior.

1. Consumo familiar 2. Economias de escala 3. Curvas de Engel 4. Modelo de Barten

FOLHA DE APROVAÇÃO

Thiago Pamplona Guimarães

Estimação de economias de escala no consumo familiar para o caso brasileiro

Dissertação apresentada à Faculdade de
Economia Administração e
Contabilidade de Ribeirão Preto da
Universidade de São Paulo para
obtenção do título de Mestre.

Aprovado em:

Banca Examinadora

Prof.

Dr. _____

Instituição _____ Assinatura: _____

Prof.

Dr. _____

Instituição _____ Assinatura: _____

Prof.

Dr. _____

Instituição _____ Assinatura: _____

AGRADECIMENTOS

Ao professor *Walter Belluzzo Júnior* pela valiosa e dedicada orientação deste trabalho.

Meus sinceros agradecimentos pelos seus esforços e motivação por essa realização.

Aos colegas do Programa de Economia Aplicada por todo conhecimento compartilhado, críticas, sugestões e dados para a finalização deste Trabalho.

Meus agradecimentos ao CNPq pela bolsa de fomento oferecida no curso de mestrado.

Aos *meus familiares e amigos*, pessoais e acadêmicos, que sempre tornaram minha vida e esse trabalho mais prazeroso e sempre me estimulam a seguir em frente apesar das dificuldades, especialmente, à Juliana por sua ajuda, compreensão, companheirismo e paciência.

RESUMO

GUIMARÃES, T.P. **Estimação de economias de escala no consumo familiar para o caso brasileiro**. 2006. 120 f. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Economia Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto, Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto, 2006.

Para comparar padrões de vida de famílias com diferentes características demográficas são construídos índices relativos denominados escalas de equivalência. Um dos principais componentes dessas medidas são as economias de escala, que levam em consideração o decréscimo do custo *per capita* quando um membro adicional é incluído em sua composição. Dentre os modelos que procuram medir economias de escala, o modelo de Barten, proposto por Deaton e Paxson (1998), parece ser o mais apropriado do ponto de vista teórico e prediz que a participação dos alimentos no gasto total da família, adotado como indicador de bem-estar, aumenta conforme o tamanho da família aumenta, mantendo constante o gasto total *per capita*. As evidências empíricas para o Brasil, no entanto, apontam para uma diminuição da participação dos alimentos no gasto total da família conforme o tamanho da família aumenta (confirmando a situação conhecida por *Paradoxo de Deaton e Paxson*). O modelo de Barten é validado somente quando é alterada a composição dos gastos na construção da participação relativa dos alimentos e considerando, ao invés do gasto total, o gasto com alimentos e um bem mais público. O paradoxo, porém, permanece. Evidências empíricas quanto a economias de escala na preparação de refeições dentro do domicílio ajudam a entender melhor o paradoxo.

Palavras chave: 1. Consumo familiar 2. Economias de escala 3. Curvas de Engel 4. Modelo de Barten

ABSTRACT

In order to compare the standard of living of families with different demographic characteristics it is necessary to construct an index called equivalence scales. One of the main parts of such index refer to the effect of economies of scale, which reflect the decrease in the per capita cost when an additional member is introduced. Among the models used to measure economies of scale, Deaton and Paxson's (1998) Barten Model seems to be the most appropriate from a theoretical point of view. According to this model, the share of food in total expenditure, used as an indicator of welfare, increases as the size of the family goes up but the total expenditure per capita is held fixed. However, empirical evidence for Brazil indicate a decrease in the food share as the family size increases, reinforcing the so called Deaton and Paxson Paradox. The Barten Model seems to be valid only when the food share is taken relative to the total expenditure with food and another good closer to a pure public good. Nonetheless the paradox remains. Finally, the results obtained indicate that the economies of scale in food preparation at home may be important to shed some light on the paradox.

Key words: 1. Household consumption 2. Economies of scale 3. Engel Curves 4. Barten model

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	10
2 MODELO TEÓRICO: ESCALAS DE EQUIVALÊNCIA E ECONOMIAS DE ESCALA	24
2.1 Problema de identificação das escalas de equivalência.....	28
2.2 Método de Engel.....	30
2.3 Modelo de Barten	37
2.4 Economias de escala para bens específicos	44
3 REVISÃO DA LITERATURA	49
4 BASE DE DADOS	68
5 MODELOS EMPÍRICOS: MÉTODOS DE ESTIMAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS	78
5.1 Estimações não-paramétricas	78
5.2 Estimações paramétricas.....	91
6 CONCLUSÕES	106
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	111
APÊNDICE A – Método de Rothbarth	113

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1 – Paquistão, Índia e Costa do Marfim: relação entre gasto familiar total e tamanho da família.....	12
Tabela 2 - EUA: parâmetros estimados para economias de escala para os EUA (1960/1961 e 1972/1973).....	21
Tabela 3 – Índia e Paquistão: Coeficientes da regressão da participação dos alimentos no orçamento familiar.....	50
Tabela 4 – Média da participação relativa dos alimentos ponderada pela densidade do gasto <i>per capita</i>	53
Tabela 5 – Colômbia: Média da participação relativa dos alimentos ponderada pela densidade do gasto <i>per capita</i> (1994/1995).....	54
Tabela 6 - Coeficientes estimados de $\ln(n)$ nas regressões da participação dos alimentos w_f (x100)	56
Tabela 7 - Coeficientes estimados de $\ln(n)$ nas regressões da participação de diferentes produtos no orçamento familiar (x100).....	57
Tabela 8 - EUA: Participação relativa dos alimentos ponderada pela densidade do gasto <i>per capita</i> (1990)	61
Tabela 9 - Regressões da Participação dos alimentos	62
Tabela 10 - EUA: Regressões da participação de alimentos consumidos fora de casa em famílias com mais de uma pessoa (1990).....	63
Tabela 11- <i>Pooled Regressions</i> para a participação relativa dos alimentos nos gastos com alimentos e moradia (por quartis de renda familiar) – Estimação por variáveis instrumentais ^a	65

Tabela 12 – Colômbia: Média da participação relativa dos alimentos em relação aos gastos com alimentos + moradia ponderada pela densidade do gasto <i>per capita</i> (1994/1995)	66
Tabela 13 – Brasil: análise da participação do gasto total com alimentação no total dos gastos domiciliares (2002-2003)	75
Tabela 14 - Brasil: número de famílias por Região e estrato geográfico. Resultados ponderados (amostra de 34.401 famílias).....	76
Tabela 15 - Brasil: análise de estatísticas amostrais antes e depois das exclusões (2002-2003)	77
Tabela 16 – Brasil: médias ponderadas pela densidade de Kernel para o logaritmo do gasto <i>per capita</i> da participação de gastos com alimentação.....	91
Tabela 17 – Brasil e regiões: coeficiente dos logaritmos do tamanho da família (x 100). base: gasto total.....	96
Tabela 18 – Brasil e regiões: elasticidade de w_f com relação a n , com x/n constante.....	98
Tabela 19 - Brasil e regiões: coeficiente dos logaritmos do tamanho da família (x 100) – base: gasto com moradia e alimentos	100
Tabela 20 – Brasil e regiões: elasticidade de w_f^{bfs+f} com relação à n , com $(bfs + f)/n$ constante	101
Tabela 21 - Brasil e regiões: coeficiente dos logaritmos do tamanho da família (x 100) – base: gasto total.....	104
Tabela 22 - Sri Lanka e Indonésia: estimativas de escalas de equivalência de Rothbarth.....	116
Tabela 23 - Sri Lanka e Indonésia: Estimativas de escalas de equivalência de Engel.....	117
Tabela 24 - Brasil: estimativas de escalas de equivalência de Rothbarth (1995/1996).....	117
Tabela 25 - Brasil: Estimativas de escalas de equivalência de Engel (1995/1996).....	118
Tabela 26 - Grécia: estimativas de escalas de equivalência de Rothbarth (1981/1982).....	119

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 - Método de Engel para a mensuração de economias de escala.....	32
Figura 2 - Consumo de bens públicos e privados e as economias de escala	39
Figura 3 - Brasil: estimação não-paramétrica das Curvas de Engel – famílias compostas somente por adultos	84
Figura 4 - Brasil: estimação não-paramétrica das Curvas de Engel com intervalos de confiança de 95% – famílias compostas somente por adultos	85
Figura 5 - Brasil: estimação não-paramétrica das Curvas de Engel com intervalos de confiança de 95% – famílias com proporções iguais entre adultos sem crianças	86
Figura 6 - Brasil: estimação não-paramétrica das Curvas de Engel – famílias compostas somente por adultos. Base: gastos com moradia e alimentos.....	88
Figura 7 - Brasil: estimação não-paramétrica das Curvas de Engel com intervalos de confiança de 95% – famílias com por proporções iguais entre adultos sem crianças. Base: gastos com moradia e alimentos.....	89
Figura 8 - Método de Rothbarth para a mensuração do custo de criança.....	114

1 INTRODUÇÃO

Para a mensuração de bem-estar de uma família, a renda ou o consumo familiar podem ser usadas para indicar níveis de padrão de vida. Dessas alternativas, a melhor talvez seja a renda familiar total, de maneira que, se duas famílias possuem a mesma renda total, elas compartilham padrões de vida semelhantes. Porém, o bem-estar é mais bem mensurado na esfera individual, pois há variações em necessidades e em consumo dentre os membros da família. Dessa forma, obtém-se uma medida mais acurada.

Usar a renda *per capita*, ou seja, a renda familiar total dividida pelo seu número de membros seria, então, a alternativa mais conveniente para a aferição de bem-estar individual. Porém, esse procedimento assume que cada membro da família analisada recebe a mesma parcela da renda, que todos os membros são semelhantes em suas necessidades e que não há ganhos com economias de escala que ocorrem quando pessoas que, antes, viviam em separado, passam a viver juntas, compartilhando o consumo de alguns bens ou o consumo de bens públicos realizado por todos os membros da família sem custo adicional.

Mesmo considerando a possibilidade de ajustar a renda para melhor comparar famílias com diferentes características demográficas, o dispêndio parece ser a alternativa mais apropriada para a comparação de bem-estar. A explicação está no fato de que, nas pesquisas de orçamentos familiares, largamente utilizadas em estudos em *cross-section* para medir bem-estar de famílias, a renda considerada refere-se a um único ponto no tempo, portanto, não permite qualquer diferenciação entre renda permanente e transitória. Porém, a utilização do dispêndio não está isenta de problemas. Pode haver ausência de informações sobre produtos essenciais para a aplicação de determinado método de mensuração de bem-estar ou, ainda, informações de consumo durante um curto período de tempo podem não ser uma medida

realista do consumo daquela família (principalmente se são consideradas famílias com um estoque maior de bens duráveis dos quais são derivados serviços).

Para comparar padrões de vida de famílias com diferentes características demográficas são construídos índices relativos denominados escalas de equivalência. Os principais componentes dessas medidas são a unidade de consumo equivalente, que leva em consideração as necessidades de cada membro da família de acordo com suas características, e as economias de escala, que levam em consideração o decréscimo do custo *per capita* quando um membro adicional é incluído em sua composição. As escalas de equivalência são úteis em contextos como a mensuração da pobreza, da distribuição de renda, da avaliação e comparação de mudanças na renda real, dentre outros temas.

Assim, para a mensuração da pobreza, seja por meio da renda ou do consumo familiar, é necessário levar em conta tanto o tamanho da família como sua composição demográfica. Quando uma família é classificada como pobre ou não-pobre, mediante a simples comparação da sua renda com um parâmetro pré-definido (Linha de Pobreza, por exemplo), supõe-se que todos os indivíduos pertencentes às famílias classificadas sejam pobres ou não-pobres, respectivamente. Porém, o mesmo nível de renda, ou de renda *per capita*, não gera o mesmo nível de bem-estar para famílias com um maior número de membros e para famílias com menor número de membros, assim como não gera o mesmo nível de bem-estar para famílias com diferentes composições demográficas, com diferentes números de idosos, adultos e crianças.

Expondo dados estimados sobre a relação entre o total de gastos e o tamanho de famílias para o Paquistão, Índia (área rural de Maharashtra) e Costa do Marfim, apresentados na Tabela 1, Deaton (1997) observa que a relação entre a composição e tamanho da família e o bem-estar individual dependerá de como as escalas de equivalência serão calculadas.

Tabela 1 – Paquistão, Índia e Costa do Marfim: relação entre gasto familiar total e tamanho da família

País	Coefficiente de regressão do log gasto total pelo log do tamanho da família	Coefficiente de regressão do log gasto <i>per capita</i> pelo log do tamanho da família
	A	B
Paquistão – Dados de 1984/1985	0,61	-0,39
Índia – Dados de 1983	0,70	-0,30
Costa do Marfim – Dados de 1985	0,58	-0,42
Costa do Marfim – Dados de 1986	0,63	-0,37
Costa do Marfim – Dados de 1987/1988	0,65	-0,35

Fonte: Deaton (1997, p. 243).

Por um lado, pode-se considerar que as economias de escala e o altruísmo entre os membros da família são de tal tamanho que o gasto familiar total passaria a ser uma medida adequada para aferir bem-estar individual (coluna A). Por outro lado, pode-se ignorar qualquer diferença de necessidades, argumentando que todos os membros são iguais, independente de sexo, idade e atividade. Nesse caso, a melhor medida de bem-estar individual seria o total de gasto familiar *per capita* (coluna B).

De acordo com os dados da Tabela 1 e com os argumentos do parágrafo anterior, o uso do gasto familiar total como medida de bem-estar individual (coluna A) significa que o padrão de vida individual cresce com o tamanho da família e que famílias relativamente pequenas estariam sobrerrepresentadas entre a população pobre. Por outro lado, o uso do total de gasto familiar *per capita* (coluna B) significa que grandes famílias estariam em níveis mais baixos de bem-estar. Segundo Deaton (1997), ambas relações acima estão corretas, porém elas precisam ser demonstradas e não assumidas.

As escalas de equivalência também têm importância prática em países em que os idosos vivem, em sua maioria, em domicílios com um pequeno número de pessoas e com um pequeno número de crianças, enquanto crianças vivem, em sua maioria, em domicílios com maior número de pessoas com outras crianças. Atribuindo, por meio de alguma medida de escala de equivalência, poucas necessidades ou grandes economias de escala, ou ambas, às crianças, espera-se que o número de idosos entre os pobres desse país seja relativamente maior que o número de crianças, pois as necessidades das crianças são alcançadas mais facilmente e os membros de famílias maiores têm maior bem-estar, devido às economias de escala, que os membros de famílias menores.

No Brasil, o debate sobre medidas de bem-estar e pobreza destacou-se após a interrupção, na década de 1980, do crescimento econômico iniciado na década de 1930 e acentuado ainda mais entre as décadas de 1960 e 1970. Apesar de desigual, a renda crescia em todos os seus níveis e, com a crença dos formuladores de política econômica de que a desigualdade social era resultado de *gargalos* produtivos e que efeitos distributivos logo iriam acontecer, os objetivos das políticas econômicas limitavam-se a garantir altas taxas de crescimento do produto nacional sem equivalentes cuidados para a distribuição das riquezas geradas. Tal crença não era respaldada pelos acadêmicos da época (ADELMAR, 1975).

A partir de 80, com a interrupção do crescimento e com o agravamento da desigualdade, as atenções voltaram-se para o tema da pobreza. O conhecimento de quantos são e quem são os pobres passou a ter importância tanto para os formuladores de políticas públicas quanto para os estudos acadêmicos. Linhas de indigência e de pobreza¹ passaram, por consequência, a serem calculadas para tais fins.

¹ Linha de Indigência: custo de aquisição de uma cesta de alimentos que atenda às necessidades nutricionais mínimas *per capita*;

Linha de Pobreza: custo de aquisição de uma cesta de produtos e serviços não-alimentares que atenda às necessidades mínimas *per capita* não-alimentares em adição à da linha de indigência.

Inicialmente, foram usados múltiplos de salário mínimos para delimitar quem eram os pobres, porém alguns problemas podem ser associados aos estudos que as construíram. Pode-se citar, principalmente, a arbitrariedade na escolha das linhas de pobreza e a sua construção para o país como um todo, em comparações *cross section*, sem distinção de custos de vida entre áreas metropolitanas, urbanas e rurais ou entre regiões. Além disso, havia problemas implícitos na escolha de múltiplos de salário mínimos, pois estes “não necessariamente correspondem ao mínimo custo de vida de um trabalhador” (ROCHA, 1996, p.3).

Concomitante à metodologia descrita acima, surgiram estudos, revistos por Rocha (2000), que construíram linhas de indigência e pobreza baseadas em necessidades nutricionais médias da população de determinada região brasileira e na escolha de cestas de alimentos que minimizaria o custo de sua aquisição. Nessa metodologia, as famílias são ordenadas de acordo com seu consumo calórico *per capita*, sem distinção entre os membros da família quanto às suas necessidades nutricionais. Então, são identificadas as famílias que não conseguiriam adquirir a cesta que atenderia as suas necessidades nutricionais mínimas, estabelecendo, assim, uma linha de indigência.

Rocha (2000) descreve todos os passos para que essa metodologia seja implementada e quais os problemas que podem ser encontrados para a determinação não só da linha de indigência (arbitragem na determinação das necessidades nutricionais) como também da linha de pobreza (determinação dos gastos não-alimentares). Nas metodologias de cálculo de linhas de pobreza e indigência citadas, as características demográficas da família não são consideradas.

Rocha (1998) descreve a aplicação de um método que considera a composição familiar (idade e sexo) na determinação de linhas de indigência e analisa as implicações em adotar essa metodologia (chamada *adulto-equivalente*). Nesse trabalho, adota-se a hipótese de

que crianças necessitam de menos alimentos para nutrir-se, ou seja, têm necessidades nutricionais menores do que os adultos. As crianças foram, portanto, sobre-representadas dentro de famílias classificadas como indigentes ou pobres em trabalhos anteriores, que não consideravam características demográficas da família analisada. Os resultados, tal como esperado, determinaram um número de crianças menor entre os indigentes se comparado com o número determinado pelo procedimento *per capita*. No entanto, as famílias consideradas no procedimento adulto-equivalente estão em uma situação relativamente pior do que no procedimento *per capita*.

Como a população de indigentes na metodologia adulto-equivalente pode ser definida como um subconjunto da metodologia *per capita*, as características de ambos subconjuntos são bastante parecidas e, segundo Rocha (1998), a escolha entre as metodologias passa a ser uma questão de escolha de qual a ênfase da política pública a ser adotada: a menor participação das crianças na alocação dos nutrientes dentro da família é uma escolha adequada? Ou a alocação de nutrientes não é a escolha mais adequada para avaliar como o bem-estar se distribui dentro da família?

Apesar de importantes passos terem sido dados no sentido de inserir características demográficas na mensuração do bem-estar de famílias brasileiras¹, não se tem conhecimento de estudos que tratam da relação entre economias de escala e bem-estar para elas. Nesse sentido, este trabalho vem contribuir para a metodologia de cálculo de indicadores de bem-estar no Brasil investigando essa relação.

Este trabalho focaliza, portanto, a parcela das escalas de equivalência que tratam das diferenças no bem-estar de famílias com tamanhos diferentes, as denominadas economias de escala. O raciocínio básico por trás do conceito de economias de escala pode ser

¹ Ver também Belluzzo e Tenuta (2003).

exemplificado da seguinte forma: quando duas famílias de uma pessoa passam a viver juntas, mantendo suas respectivas rendas constantes, a renda *per capita* média da nova família de duas pessoas é a mesma da média das duas famílias anteriores, mas os membros da nova composição poderão consumir tudo que antes eles consumiam e ainda sobrarão recursos (DEATON; PAXSON, 1998).

Segundo Nelson (1988), as fontes das economias de escala podem ser várias. A primeira fonte está associada ao consumo de bens públicos pela família, ou de bens que são, pelo menos em parte, públicos. O consumo desses bens não exclui, ou não exclui completamente, o consumo do mesmo bem por outros membros da família. O compartilhamento desses bens promove a redução do custo individual da manutenção do custo de vida.

A segunda fonte pode vir dos retornos crescentes na produção de bens e serviços da família. Um exemplo, dado por Nelson (1988), trata da preparação de uma refeição dentro da família: se um membro adicional acrescenta pouco ao tempo gasto na preparação da refeição, o total de tempo e dinheiro *per capita* direcionado para esse serviço cairá com o tamanho da família. A terceira refere-se às vantagens nas compras de produtos que, se adquiridos em grandes quantidades, apresentam descontos em seus preços.

Nelson (1988), Lanjouw e Ravallion (1995) e Deaton (1997) salientam a dificuldade em identificar empiricamente as economias de escala, pois variações da demanda das famílias, devido ao aumento do número de seus membros, podem ter origem não só nas economias de escala, mas também nas variações quanto às preferências de seus diferentes membros. Um reflexo dessa dificuldade é que, apesar da reconhecida importância das economias de escala para comparações de bem-estar de famílias com diferentes tamanhos, ainda não há um método universalmente aceito para sua mensuração.

Dentre as diversas abordagens sobre a teoria e a mensuração de economias de escala, destacam-se aquelas apresentadas por Nelson (1988), Lanjouw e Ravallion (1995), Deaton e Paxson (1998) e, mais recentemente, Kakwani e Son (2005).

Dentre esses diversos métodos encontrados na literatura, o método de Engel parece ser o mais difundido. Seu atrativo está em sua simplicidade, tanto devido à sua forma de cálculo como também quanto à disponibilidade de dados, pois usa somente a participação dos produtos alimentares no orçamento como indicador de bem-estar para famílias de diferentes tamanhos. Essa relação dá-se da seguinte forma: se duas famílias de tamanhos diferentes possuírem participações relativas dos alimentos iguais nos seus respectivos orçamentos, elas possuem o mesmo nível de bem-estar. Adicionalmente, se há economias de escala, uma família grande, mas com o mesmo gasto *per capita*, terá um padrão de vida maior se a participação relativa de alimentos em seu orçamento for menor que uma outra família com menor número de componentes.

Lanjouw e Ravallion (1995) usam o método de Engel e um modelo de estimação (adaptado do modelo de Working-Leser) para estimar a participação relativa dos alimentos no orçamento da família. Utilizando dados de consumo de famílias do Paquistão, durante o ano de 1991, obtiveram uma estimativa de 0,4 para σ , indicando que “dez indivíduos, cada um gastando \$1 por dia, em famílias de uma pessoa, podem atingir o mesmo nível de bem-estar que uma família de dez pessoas com um total de gasto de \$4 por dia” (GIBSON, 2002, p.347). Essas economias de escala altas significam altas quedas no gasto *per capita* com alimentos para um país pobre como o Paquistão.

Apesar de ser bastante usado, o método de Engel é suscetível a várias críticas. A primeira delas é salientada por Deaton (1997), que considera uma função de utilidade familiar específica, para o caso em que a família é composta por n adultos idênticos, e adaptada para

permitir ganhos de bem-estar com economias de escala. Se essa função de utilidade é modificada para permitir que os parâmetros de economia de escala variem para diferentes níveis de bem-estar, as curvas de Engel, derivadas da mesma função de utilidade, permanecerão inalteradas, o que denota uma falha na identificação.

A segunda é colocada por Deaton (1997), Deaton e Paxson (1998), Lanjouw e Ravallion (1995) e Gibson (2002) que salientam que o método de Engel parece ser contraditório. Segundo essa metodologia, se houver economias de escala, uma família grande com um mesmo gasto total *per capita* que uma pequena família, terá maior bem-estar se apresentar uma participação relativa dos alimentos no orçamento menor. Em outras palavras, a participação relativa dos alimentos no orçamento total familiar está inversamente relacionada com seu bem-estar, mantendo gasto total *per capita* constante. Porém, se a definição considerada para a mensuração da participação relativa dos alimentos no orçamento da família é dada pela razão entre o gasto com alimentos *per capita* e o gasto total *per capita*, uma diminuição da participação dos alimentos, mantendo o gasto total *per capita* constante, implica uma diminuição do gasto *per capita* em alimentos. Esse resultado não é esperado quando há crescimento em bem-estar, principalmente, considerando países pobres, como os resultados citados acima, obtidos para o Paquistão por Lanjouw e Ravallion (1995).

A terceira crítica é discutida por Gibson (2002) e refere-se não somente ao método de Engel mas também a outros métodos que usam a participação dos alimentos como indicador de bem-estar. Pode haver erros de mensuração correlacionados com o tamanho da família embutidos nas pesquisas de orçamentos familiares usadas nos trabalhos para a mensuração de economias de escala. Nessas pesquisas, a coleta de dados sobre gastos com alimentos pode ser feita tanto mediante registros em diários e, portanto, com mais exatidão, como por meio de entrevistas em que o entrevistado precisa se recordar dos gastos feitos em períodos anteriores,

o que pode ser menos exato, dependendo da frequência e do tamanho da família. Dado que, conforme a família aumenta de tamanho, maior a probabilidade de erro na recordação dos gastos, famílias com maior número de membros tem uma maior probabilidade da estimativa das economias de escala estarem enviesadas.

Deaton e Paxson (1998) consideram uma abordagem baseada no consumo de bens públicos e privados pelas famílias usando uma versão simples do modelo de Barten. Segundo esses autores, adotando alimentos como bem privado (escolha considerada razoável, visto que alimentos têm participação relativa alta no orçamento familiar de países pobres) e obedecendo a algumas hipóteses, como a existência de bens privados com baixa elasticidade-preço próprio (bens alimentares em países pobres são um bom exemplo), prevêm que a participação dos bens privados no orçamento da família irá aumentar com seu tamanho. Porém, a estimativa dos coeficientes de economias de escala para esse modelo contradiz a teoria por detrás dela.

Os resultados empíricos em Deaton e Paxson (1998) apontam uma queda no gasto com alimentos conforme o tamanho da família aumenta, mantendo o gasto *per capita* constante. Adicionalmente, essa queda é mais acentuada nos países mais pobres analisados, ou seja, a elasticidade da participação dos alimentos com relação ao tamanho da família é menor nesses países. Esses resultados empíricos em desacordo com a teoria ficaram conhecidos na literatura como o paradoxo de Deaton e Paxson.

Uma tentativa de conciliar os resultados empíricos com o modelo teórico é apresentada em Gan e Vernon (2001). Esses autores, usando os mesmos dados de Deaton e Paxson (1998) para os EUA e para a África do Sul e, adicionalmente, dados para a Rússia, mostram que as predições do modelo de Barten são corretas quando são utilizadas bases de comparação diferentes para calcular a participação relativa dos alimentos nos gastos. Enquanto Deaton e Paxson (1998) utilizam como base o total de bens consumidos, Gan e

Vernon (2001) sugerem a utilização de gastos com bens considerados mais públicos (gastos com moradia, por exemplo) e com bens mais privados (gastos com transporte, por exemplo), comprovando as previsões do modelo de Barten.

Gan e Vernon (2001) também resolveram a inconsistência quanto à elasticidade da participação dos alimentos com relação ao tamanho da família ser maior em países mais ricos no estudo de Deaton e Paxson montando uma *pooled regression*, ou seja, mantendo a mesma função de utilidades para as famílias analisadas, hipótese essa essencial para realizar comparações de bem-estar.

Até aqui, tem-se uma situação em que a teoria e a mensuração das economias de escala encontram-se em lados opostos. Tem-se um modelo que funciona (modelo de Engel), mas que não faz sentido de um lado e, por outro lado, outro modelo que faz sentido (modelo de Barten), mas que não funciona (DEATON, 1997). Para realizar progressos e entender melhor como os dados brasileiros melhor se adaptam a um desses modelos, é necessário entender como funciona a relação entre o consumo familiar e seu tamanho.

Ainda é importante citar as contribuições de outros dois autores que, ao invés de utilizarem o pressuposto de que a participação dos alimentos como indicador de bem-estar, utilizam o pressuposto de que todas as categorias de produtos consumidas pelas famílias de determinado país possuem economias de escala, especialmente os bens com características mais próximas de bens públicos.

O primeiro estudo, realizado por Nelson (1988), segue um modelo em que as famílias são constituídas por indivíduos idênticos, com as mesmas preferências, que é estimado por meio de um modelo de estimação denominado *quadratic expenditure system*. Os resultados obtidos pela autora são estimativas dos parâmetros de economias de escala para cinco categorias agregadas de produtos (alimentos, moradia, aparelhos/utensílios domésticos,

vestuário e transporte) usando dados de pesquisas de dispêndio familiar para os Estados Unidos para os anos de 1960/1961 e de 1972/1973, apresentados na Tabela 2.

Tabela 2 - EUA: parâmetros estimados para economias de escala para os EUA (1960/1961 e 1972/1973)

Categorias de Produtos	Coefficiente para economia de escala^a
Alimentos	0,248
Moradia	-0,996
Aparelhos/utensílios domésticos	0,229
Vestuário	0,453
Transporte	0,568

^a O intervalo de variação do coeficiente de economias de escala é de 1 a -1; ele é significativamente diferente de zero com 95% de nível de confiança.

Fonte: Nelson (1988), p. 1308.

No segundo, Kakwani e Son (2005) utilizam o modelo de Barten, assim como Deaton e Paxson (1998), como base para a construção de índices de economias de escala para diferentes bens consumidos pelas famílias e aplicam sua metodologia utilizando dados da pesquisa de orçamento familiar realizada na Austrália em 1994. Diferentemente do trabalho de Nelson (1988), que requer informações sobre os preços das mercadorias consumidas pelas famílias, Kakwani e Son (2005) estimam economias de escala para diferentes categorias de produtos sem a necessidade de utilizar informações sobre seus preços.

Acreditando que há economias de escala no consumo familiar no Brasil, esse estudo pretende mensurar quais os ganhos que as famílias brasileiras (Brasil e suas Regiões) têm, em termos de bem-estar, quando o número de seus membros aumenta, usando para tal, o pressuposto de que a participação relativa dos alimentos no orçamento familiar é um bom indicador de bem-estar.

O objetivo principal deste estudo é, portanto, estimar economias de escala no consumo de alimentos para as famílias brasileiras (Brasil e suas Regiões) usando uma versão

simplificada do modelo de Barten, buscando traçar um perfil da relação entre o tamanho da família e seu bem-estar. Para alcançar o objetivo descrito acima, a estimação de economias de escala para as famílias brasileiras é realizada por meio de dois modelos empíricos. No primeiro, é usada uma estimação não-paramétrica por meio do modelo de regressão local de Kernel. No segundo, por meio de uma estimação paramétrica. A justificativa para adotar essas metodologias está, além da simplicidade quanto à necessidade de dados, na possibilidade de comparar os resultados a serem obtidos para as famílias brasileiras com os resultados de outros trabalhos, como os de Deaton e Paxson (1998), Gan e Vernon (2001) e Valderrama (2002). Quanto à escolha do modelo de Barten, a justificativa encontra-se, principalmente, na associação entre aumento da participação relativa dos alimentos no orçamento familiar e o seu bem-estar devido ao pressuposto de que grande parte das famílias brasileiras pode ser considerada pobre.

A mesma abordagem adotada neste trabalho foi adotada para as estimações de economias de escala por Deaton e Paxson (1998) e, assim como foi apresentada por esses autores, a hipótese básica assumida neste trabalho é que as famílias brasileiras apresentam economias de escala devido à presença de bens públicos no consumo familiar. Em outras palavras, pressupõe-se que variações no número de membros das famílias brasileiras causam aumento no bem-estar familiar (medido pela variação da participação dos alimentos no orçamento familiar) devido ao consumo de bens públicos.

Para atingir os objetivos propostos e comprovar a existência de economias de escala devido à presença de bens públicos no consumo familiar, é necessário levar em conta alguns pressupostos do modelo de Barten. O primeiro refere-se às relativas economias de escala entre os dois bens considerados nesse modelo (bens privados e bens públicos) que serão estudadas com mais detalhes para verificar a consistência do modelo com os dados das famílias

brasileiras. O segundo refere-se à adoção das mesmas formas funcionais para as funções de utilidade para as diferentes famílias consideradas pode ser considerado uma restrição ao modelo, pois nada garante que as famílias brasileiras terão as mesmas preferências e, portanto, as mesmas formas funcionais para suas funções de utilidade entre si.

A Pesquisa de Orçamento Familiar de 2002/2003 (deste ponto em diante, “POF 2002/2003”) será a fonte de dados. Nela estão incluídas não somente informações sobre os rendimentos e consumo familiares, mas também informações sobre suas características gerais, tais como: gênero, idade, número de componentes etc. É com base nessas informações, e nas correlações entre essas variáveis, que são obtidas as economias de escala que fundamentam as comparações de bem-estar entre as famílias de diferentes tamanhos.

A abrangência do estudo terá todas as famílias brasileiras, sendo elas consideradas como um todo e sendo elas consideradas em cada uma das Regiões geográficas brasileiras, separadamente.

O trabalho está dividido, além desta introdução, em mais cinco seções. A segunda define a importância, a composição e os problemas de cálculo, de um modo geral, das escalas de equivalência e, de um modo mais específico, das economias de escala, com ênfase para essa última. A terceira faz uma breve revisão bibliográfica sobre os trabalhos mais relevantes para esse estudo. A quarta aborda os aspectos relacionados ao banco de dados utilizado. Na quinta, seção demonstrar-se-á a aplicação da metodologia proposta, os problemas encontrados nos dados e serão analisados os resultados. Na sexta, concluir-se-á o estudo.

2 MODELO TEÓRICO: ESCALAS DE EQUIVALÊNCIA E ECONOMIAS DE ESCALA

As escalas de equivalência são ferramentas utilizadas para comparar o bem-estar entre famílias com características, como tamanho e composição diferentes. O princípio é que os membros de uma família não têm as mesmas necessidades e não utilizam parcelas iguais da renda familiar, de modo que seu bem-estar não deveria ser comparado sem que houvesse correções. Nesse sentido, medidas de bem-estar e pobreza derivadas de informações de renda ou o consumo *per capita* a partir de dados agrupados em famílias e que não consideram como os recursos são alocados dentro dela, entre crianças, homens, mulheres e idosos, podem ser consideradas apenas como aproximações do padrão de vida individual de cada membro das famílias em questão, ou seja, as estimativas de desigualdade e de bem-estar serão distorcidas (DEATON, 1997). Assim, qualquer tentativa de identificar o bem-estar individual deve considerar as características demográficas das famílias.

Nesse contexto, as escalas de equivalência surgem como uma tentativa de corrigir as comparações de bem-estar entre famílias com diferentes composições. Segundo Tsakloglou (1991), há três abordagens para construir escalas de equivalência. A primeira considera diferenças nas necessidades nutricionais de cada membro da família considerada. As críticas com relação a essa abordagem são duas: as necessidades nutricionais estão mais associadas a aspectos sociais do que a aspectos fisiológicos e, mesmo quando os aspectos fisiológicos prevalecem, há variações nas necessidades nutricionais associadas à região que está sendo considerada (aspectos como o clima, o tipo de atividade remunerada exercida ect.) que podem inviabilizar a adoção dessa abordagem.

A segunda baseia-se em questionários aplicados diretamente a famílias, buscando informações a respeito das preferências ou sobre as escolhas hipotéticas de seus membros. A crítica, nesse caso, está no caráter excessivamente subjetivo que a construção de escalas de equivalência pode assumir nessa abordagem.

A terceira, mais difundida, considera a estimação de escalas de equivalência baseada no dispêndio observado das famílias, ou seja, nessa abordagem, o bem-estar é derivado do consumo de bens e serviços pelas famílias. Em linhas gerais, a construção dessas escalas de equivalência é feita por meio de uma função de consumo que tem como argumentos a composição demográfica da família (sexo, idade e tamanho, por exemplo) e outros aspectos relevantes (como desemprego, por exemplo) que podem variar de acordo com as características particulares da região considerada.

Alguns dos modelos adotados nesse último tipo de abordagem constroem um sistema complexo de equações de demanda e, assim, obtêm informações suficientes para a identificação e construção das escalas de equivalência (Métodos de Prais e Houthakker e de Barten); outros modelos, adotam a estimação de uma simples equação (Métodos de Engel e Rothbarth).

É necessário, no entanto, estabelecer uma referência pela qual o bem-estar será medido. Para o cálculo do custo de uma criança adicional (custo criança), segundo Tsakloglou (1991), é razoável considerar uma família composta apenas por um casal como referência, pois este estará tanto antes quanto depois do aparecimento ou da partida da criança da família. Para o caso de economias de escala, é razoável imaginar uma família composta somente por um adulto como referência, pois a partir do acréscimo de membros adicionais, serão mensurados os ganhos de bem-estar.

Formalmente, os modelos de escala de equivalência e, por conseqüência, os modelos de economias de escala são derivados do comportamento observado e pode-se assumir a seguinte função de utilidade direta da família de referência:

$$1 \quad u = u(q, z),$$

em que u é a utilidade da família, q o vetor de quantidade dos produtos e serviços consumidos e z o vetor de características demográficas da família. Maximizando essa utilidade com relação à restrição orçamentária em que $p \cdot q \leq y$, em que y é a renda total da família e p o vetor de preços, tem-se:

$$2 \quad \psi(y, p, z) = \max_q \{u(q, z) \mid p \cdot q \leq y\},$$

em que ψ representa a função de utilidade indireta que fornece a utilidade máxima para cada vetor p e renda total y .

Pode-se definir função dispêndio como a quantidade mínima que uma família com características z deve gastar para atingir a utilidade ψ , dado um vetor de preços p . Esse custo mínimo pode ser representado pela seguinte função dispêndio:

$$3 \quad c(\psi, p, z) = \min_q \{p \cdot q \mid u(q, z) \geq \psi\} = x.$$

Para cada z , a função ψ é contínua e homogênea de grau zero para p e y , crescente em y e quasi-convexa, não-crescente e localmente não-saciada em p . A função c é contínua em (ψ, p) , crescente em ψ e homogênea de grau um, côncava e não-decrescente em p . Se u é côncava em q , então ψ é côncava em y e c é convexa em u . Adicionalmente, equação 3 pode ser obtida da equação 2 e vice-versa, pois ambas relacionam o total de gastos, a utilidade e os preços:

$$4 \quad c(\psi, p, z) = \psi^{-1}(p, y, z).$$

Selecionando uma família como referência, representando seu vetor de características demográficas como z^0 e comparando-a com outra família com características demográficas dadas pelo vetor z , dado um vetor qualquer de preços p , pode-se definir uma expressão para escalas de equivalência genérica dada por:

$$5 \quad I(p, z, z^0) = \left\{ \frac{c(\psi, p, z)}{c(\psi, p, z^0)} \mid \psi \in \Re \right\}.$$

A escala de equivalência dada pela equação 5 iguala o custo mínimo para uma família com características demográficas dadas pelo vetor z , necessário para obter o nível de utilidade ψ , dividido pelo correspondente custo de se manter o mesmo nível de utilidade ψ para uma família de referência com características demográficas dadas pelo vetor z^0 (BLUNDELL; LEWBEL, 1991).

O cálculo da equação 5 requer a recuperação da função de dispêndio c , a partir de uma função de demanda *marshalliana*, sendo esta definida como o resultado da maximização da função dada por 1 sujeita à restrição de que $p \cdot q \leq y$. Porém, tal como discutido adiante, há um problema de identificação no processo acima, pois, segundo Pollak e Walles (1979), conhecer as funções de demanda não é suficiente para identificar escalas de equivalência.

Ainda que se obtenha a relação entre a alocação de recursos e as características da família, estar-se-á longe de saber qual as fontes das diferenças na alocação de recursos (preferências, preconceitos, diferentes necessidades nutricionais etc.). A fonte dessas informações pode estar, por exemplo, em dados de bens que são consumidos apenas por parte da família e em uma estrutura teórica que possa traduzir as características desses dados em informações sobre a dinâmica interna da família.

2.1 Problema de identificação das escalas de equivalência¹

Há problemas que dificultam a obtenção de escalas de equivalência a partir de funções de demanda. Pollak e Wales (1979) salientam que as funções de demanda disponíveis não são suficientes para determinar as escalas de equivalência em **5**. Nesse sentido, é possível demonstrar que diferentes preferências e diferentes variações em características demográficas podem ter a mesma origem, dificultando a identificação das escalas de equivalência.

Para demonstrar o problema, é necessário definir a função de demanda *hicksiana* $h_i(u, p, z)$ para o bem i :

$$\mathbf{6} \quad q_i = \frac{\partial c(u, p, z)}{\partial p_i} = h_i(u, p, z).$$

Utilizando a função utilidade indireta definida em **2** para reescrever **6**, pode-se definir a demanda *marshalliana* para o bem i como sendo:

$$\mathbf{7} \quad q_i = h_i(u, p, z) = h_i(\psi(x, p, z), p, z) = g_i(x, p, z),$$

em que $g_i(x, p, z)$ é a demanda *marshalliana* para o bem i .

Considerando uma função dispêndio diferente de **3**, mas com mesma origem:

$$\mathbf{8} \quad c'(u, p, z) = c(\xi(u, z), p, z) = x,$$

em que $\xi(u, z)$ é uma função monotonicamente crescente em u , de modo que é mais custoso atingir uma maior utilidade. A função $\xi(u, z)$ pode assumir qualquer forma e a função dispêndio dada por **8** pode representar preferências diferentes da função de dispêndio original $c(u, p, z) = x$ e, portanto, diferentes comportamentos e regras de alocação dentro da família.

¹ A discussão do problema de subidentificação desenvolvida aqui foi baseada em Pollak e Walles (1979), em Deaton (1997) e em Blundell e Lewbel (1991).

Derivando a demanda *hicksiana* da nova forma da função dispêndio, tem-se:

$$9 \quad q_i' = h_i'(u', p, z) = h_i(\xi(u, z), p, z),$$

em que u' é o nível de utilidade associado à função dispêndio **8** e ao gasto original x . Porém, como a nova função de dispêndio, assim como a antiga, é igual a x , obtém-se:

$$10 \quad \xi(u', z) = \psi(x, p, z).$$

Pela definição da nova função de custo, $\xi(u', z)$ tem o mesmo papel que a função de utilidade u na função de demanda *hicksiana* original e ambas são iguais ao valor da função de utilidade indireta original. Assim:

$$11 \quad q_i' = h_i(\psi(x, p, z), p, z) = g_i(x, p, z).$$

A conclusão é que, apesar de as diferentes funções dispêndio $c'(u, p, z)$ e $c(u, p, z)$, representarem estruturas de gastos diferentes devidos a diferenças nas preferências, nas economias de escala, nas medidas de custos de crianças ou a diferenças em outras características de composição da família, o comportamento observado é o mesmo. Não é possível saber de qual estrutura de gastos o comportamento se originou e isso é necessário para se saber qual a economia de escala, ou o custo de criança ou qual o efeito de características familiares na estrutura de seu gasto. Ou seja, não é possível estimar escalas de equivalência somente observando a função de demanda; são necessárias informações adicionais para identificá-las.

Segundo Deaton (1997), é possível obter a identificação por meio da especificação de formas funcionais flexíveis para funções de dispêndio quando da derivação e estimação do padrão das funções de demanda, incluindo as variáveis de composição familiar. Exemplos de formas funcionais na literatura podem ser encontradas e citam-se duas delas: a *translog* e a *almost ideal demand system*. A adoção de uma ou outra forma funcional para as funções de

dispêndio ou para as funções de utilidade indireta necessita, porém, de alguma justificativa plausível, pois, caso contrário, os problemas da identificação permanecerão implícitos. A construção de escalas de equivalência precisa, portanto, estar baseada em hipóteses explícitas.

A seguir, serão apresentados métodos de mensuração de economias de escala relevantes para este estudo. É importante salientar que os modelos apresentados têm princípios distintos para mensuração do bem-estar, apesar de a fonte da relação entre as características da família e o padrão de consumo ser a mesma. Apesar disso, ambas abordagens estão embasadas em conceitos semelhantes de economias de escala.

2.2 Método de Engel

O primeiro método a ser abordado é conhecido como método de Engel. A hipótese central dessa metodologia é de que a participação dos alimentos no gasto total de famílias com diferentes composições é um bom indicador de bem-estar.

Diferentes famílias, com diferentes características demográficas, estarão em um mesmo nível de bem-estar se elas apresentarem a mesma participação relativa de gastos com alimentos em seu gasto total. Adicionalmente, para a identificação dos ganhos com economias de escala, são necessários mais dois pressupostos: que a participação dos alimentos no orçamento diminua com a renda total ou com o gasto total da família e que essa mesma participação dos alimentos, dadas duas famílias com o mesmo nível de renda ou gasto total, seja função decrescente do número de membros nas famílias, ou seja, considerando apenas variações no número de membros dentre as possíveis variações nas características demográficas, que a propensão média em consumir alimentos é maior em pequenas famílias do que nas grandes, em um mesmo nível de dispêndio total.

A Lei de Engel é dada pelo primeiro pressuposto descrito acima e implica que famílias com as mesmas características e com altas participações de alimentos no orçamento são, em geral, aquelas famílias com os menores níveis de renda e, *ceteris paribus*, com níveis de bem-estar menores. O segundo pressuposto indica que um membro adicional em uma determinada família diminui a participação dos alimentos no orçamento e, portanto, um aumento no bem-estar da família.

A Figura 1 é uma representação adaptada de uma ilustração de Deaton (1997) para o método de Engel. O eixo horizontal representa o dispêndio total das famílias e o eixo vertical, a participação relativa do consumo de alimentos no orçamento da família. As curvas negativamente inclinadas demonstram a relação negativa entre a participação dos alimentos e o total de gastos. É possível observar que, dado o mesmo dispêndio total, a família maior, representada pela curva AB, apresenta uma participação no consumo de alimentos menor do que a família menor, representada pela curva A'B', em todos os possíveis pontos. Segundo a metodologia de Engel, a família maior está em um nível de bem-estar maior do que a família menor (tanto no nível de gasto total considerado como em qualquer outro, pois todos os pontos da curva A'B' estão acima e à direita da curva AB). Para que as duas famílias estejam em um mesmo nível de bem-estar e tomando o ponto (x^0, w_f^0) como referência, o gráfico mostra o quanto de consumo total a família menor deveria ter (x^1) para alcançar o mesmo nível de bem-estar da família maior.

Estabelecendo que a família menor representa um adulto e a maior, dois adultos, a economia de escala pode ser medido pela distância $(x^1 - x^0)$ e a escala de equivalência, supondo que não há outras variações nas características demográficas dessas duas famílias, pode ser medido por $\frac{(x^1 - x^0)}{x^0}$. É importante notar que o cálculo das economias de escala e

da escala de equivalência correspondente será diferente para cada participação de alimento no orçamento (w_f) considerada, o que é bastante razoável uma vez que os custos podem ser bastante diferentes para diferentes níveis de orçamento (DEATON; MUELLBAUER, 1986).

Figura 1 - Método de Engel para a mensuração de economias de escala

Tsakloglou (1991) apresenta uma estrutura teórica formal e genérica para justificar a associação entre a participação relativa de qualquer bem consumido por uma família no orçamento e seu bem-estar e a aplica para o caso de produtos alimentares. Esse autor toma como referência uma família composta por apenas um adulto e considera a seguinte função de dispêndio para qualquer família com características demográficas dadas pelo vetor z^h :

$$c(u, p, z^h) = \mu(z^h) c(u, p),$$

em que $c(u, p)$ a função dispêndio para a família de referência, tendo como argumentos a utilidade u e o vetor de preços p , e $\mu(z^h)$ é uma função que representa o tamanho efetivo da família¹. Para a família de referência, $\mu(z^0) = 1$. A função utilidade da família h é dada por:

$$\mathbf{13} \quad u^h = u(q^h, z^h) = u\left(\frac{q^h}{\mu(z^h)}\right),$$

em que q^h o vetor das quantidades de produtos consumidos pela família h .

A função de demanda por adulto equivalente para um bem i é representada por ϕ_i e dada por:

$$\mathbf{14} \quad \frac{q_i^h}{\mu(z^h)} = \phi_i\left(\frac{x^h}{\mu(z^h)}, p\right)$$

e a participação relativa do bem i no orçamento total é dado por:

$$\mathbf{15} \quad w_i^h = \frac{p_i q_i^h}{x^h} = p_i \phi_i\left(\frac{\frac{x^h}{\mu(z^h)}, p}{\frac{x^h}{\mu(z^h)}}\right),$$

em que x^h o dispêndio total da família h .

Considerando o mesmo vetor de preços e que a família h e a família de referência tenham a mesma participação relativa de alimentos nos seus respectivos orçamentos, segundo o método de Engel, elas terão o mesmo nível de bem-estar. Assim, pela equação **15**, tem-se que:

¹ Uma forma funcional para a função do tamanho efetivo da família é dada por Deaton e Paxson (1998): $A + \alpha K$, em que A representa o número de adultos, K o número de crianças e α a fração que uma criança representa de um adulto (α entre zero e um). Modelos mais sofisticados podem considerar valores diferentes para α de acordo com o bem considerado.

$$16 \frac{x^h}{\mu(z^h)} = \frac{x^0}{\mu(z^0)} \Rightarrow \mu(z^h) = \frac{x^h}{x^0}.$$

Adotando, então, a participação de produtos alimentares no orçamento da família (w_f) para aplicar o método de Engel e que w_f possa ser derivada da diferenciação de $\ln c(u, p, z)$ com relação à $\ln p_f$, tem-se que:

$$17 w_f^h = \frac{\partial \ln c(u^h, p^h, z^h)}{\partial \ln p_f} = \frac{\partial (\ln \mu(z^h) + \ln c(u^h, p^h))}{\partial \ln p_f} = \frac{\partial \ln c(u^h, p^h)}{\partial \ln p_f}.$$

Assim, w_f irá variar com u^h e, portanto, pode ser um indicador de bem-estar.

Como observado, para o cálculo da medida de Engel, é necessária a estimação da participação dos alimentos no orçamento total da família. De acordo com Deaton e Muellbauer (1986), quando desagregamos os gastos de uma família em bens alimentares e em bens não-alimentares, não há problemas quanto a integrabilidade e, assim, uma equação homogênea de demanda por alimentos pode ser justificada *ex post* por alguma função de utilidade.

Da mesma forma que Tsakloglou (1991), Deaton (1997) formaliza um modelo simples para abordar especificamente as economias de escala. Para tal, considera famílias compostas por n indivíduos idênticos de modo que não há distinção entre crianças e adultos. Para cada membro da família, associam uma função de utilidade direta $u(q_1, q_2, \dots, q_m)$ com $q_1, q_2, \dots, q_m$ sendo as quantidades consumidas de m bens. Considerando-se que os n membros da família compartilham igualmente o consumo, a utilidade dessa família é dada por:

$$18 u_h = n.u\left(\frac{q_1}{n}, \frac{q_2}{n}, \dots, \frac{q_m}{n}\right)$$

Nessa formulação de função de utilidade, não está sendo considerada nenhuma economia de escala, pois uma família de n membros não gera maior bem-estar que n famílias com um indivíduo cada. Considerando-se agora que o consumo de cada bem não mais é compartilhado pelo número de membros da família n e, sim, por um fator menor n^θ , com $0 < \theta \leq 1$, a função de utilidade da família com n membros é alterada para:

$$\mathbf{19} \quad u_h = n \cdot u\left(\frac{q_1}{n^\theta}, \frac{q_2}{n^\theta}, \dots, \frac{q_m}{n^\theta}\right)$$

Quando $\theta = 1$, não há economias de escala, a equação **19** reduz-se a **18**, e cada membro obtém a n -ésima parte do bem consumido. Quando $\theta < 1$, há economias de escala e cada membro obtém mais do que a n -ésima parte que lhe caberia caso o contrário. A quantidade $(1 - \theta)$ é uma medida possível de economia de escala.

Maximizando **19** sujeita à restrição orçamentária da família, é possível mostrar que:

$$\mathbf{20} \quad \frac{p_i q_i}{x} = \frac{\frac{p_i q_i}{n}}{\frac{x}{n}} = \phi_i\left(\frac{x}{n^\theta}, p_1, \dots, p_m\right),$$

em que x é o gasto total da família e p são os preços dos $i = 1, 2, \dots, m$ bens que compõem a cesta de consumo da família. A equação 20 dá a participação do bem i no orçamento familiar em função dos preços e do total de gastos corrigidos pelo tamanho da família elevado à θ .

Assim, pelo fato de a participação do bem i no orçamento familiar e da utilidade indireta dependerem do tamanho da família apenas por meio do termo $\frac{x}{n^\theta}$, o bem-estar é corretamente indicado pela participação no orçamento de qualquer bem e duas famílias de tamanhos diferentes estarão igualmente bem quando as participações de seus bens no orçamento forem os mesmos.

Associado ao método de Engel, anteriormente exposto, a mensuração de economias de escala pode considerar a seguinte participação dos alimentos no orçamento familiar:

$$21 \quad w_f = \phi_f \left(\frac{x}{n^\theta}, p_1, \dots, p_m \right)$$

Assumindo uma forma funcional para w_f , é possível obter uma estimativa do parâmetro θ para outros produtos, inclusive os não-alimentícios. Dessa forma, é possível e comparar os resultados para identificar qual a melhor alternativa: continuar usando a metodologia de Engel, em que a participação dos alimentos é um bom indicador de bem-estar, para medir economias de escala ou não.

Com relação à mensuração de economias de escala usando o método de Engel, pode-se destacar dois problemas. O primeiro envolve a questão da identificação de Pollak e Walles (1979), que também é discutido no Apêndice de Lanjouw e Ravallion (1995), que ainda permanece. Mesmo considerando uma forma funcional para a participação dos alimentos no orçamento familiar que represente bem os dados, não há uma hipótese que permita a interpretação de θ como sendo uma medida de economias de escala. Se a função de utilidade direta **19** é modificada para fazer os parâmetros de economias de escala se alterarem para diferentes níveis de bem-estar, as funções de demanda resultantes ficarão inalteradas e, portanto, as verdadeiras economias de escala não poderão ser identificadas por essas estimativas. O segundo problema é de ordem empírica e pode ser entendido quando se imagina uma família grande, com o mesmo nível de dispêndio *per capita* que uma família menor, devendo ter, segundo a predição do método de Engel, menor participação nos gastos com alimentos para estar relativamente em melhores condições. Mas, uma vez que é reconhecido que o nível de dispêndio *per capita* está constante, há uma contradição. Em

países pobres, fazer os indivíduos estarem em uma condição melhor faz com que eles comprem mais alimentos e não menos.

2.3 Modelo de Barten

Pode-se considerar a atribuição de economias de escala à existência de bens públicos, em um método que se aproxima do método de Rothbarth¹ de cálculo de custo criança.

Como gerar a mensuração de economias de escala por meio de bens públicos e privados?

Deaton (1997) supõe uma família que aloca seu consumo em dois tipos de bens: um privado e outro público. No consumo do primeiro do primeiro tipo, nenhum membro se beneficia do consumo de outro membro e seu uso é exclusivo para cada um deles. No consumo do segundo, todos consomem o que é adquirido e o consumo de um membro não exclui o consumo do mesmo bem pelo outro. Se q_{pr} e q_{pl} representam as quantidades consumidas de bens privados e de bens públicos, respectivamente, e n o tamanho da família, pode-se representar a função de utilidade de cada membro da família considerada por:

$$22 \quad u = v\left(\frac{q_{pr}}{n}, q_{pl}\right).$$

Maximizando o equivalente a n vezes a equação **22**, sujeita à restrição orçamentária familiar, obtêm-se as funções de demanda individuais para os bens privados e públicos:

$$23 \quad \frac{q_{pr}}{n} = g(x, np_{pr}, p_{pl}) = g_{pr}\left(\frac{x}{n}, p_{pr}, \frac{p_{pl}}{n}\right);$$

$$24 \quad q_{pl} = g_{pl} \left(\frac{x}{n}, p_{pr}, \frac{p_{pl}}{n} \right),$$

sendo x/n o gasto *per capita*, p_{pr} o preço do bem privado e p_{pl} o preço do bem público.

Se a família considerada só consumir bens privados e se seus n membros forem idênticos entre si, com as mesmas preferências, a equação **23** é a função de demanda não somente para cada membro mas também para família, pois a demanda familiar é uma representação coletiva do que é a demanda de cada indivíduo. Inserindo os bens públicos no consumo da família, tem-se outra situação, ou seja, uma outra alocação do consumo familiar pois o preço desse tipo de bem diminui conforme o número de membros aumenta, devido ao consumo poder ser compartilhado, sem que haja prejuízo para ninguém.

Supondo que se possa identificar antecipadamente um bem privado que não seja de fácil substituição por outros bens (alimentos, por exemplo, pois, em países mais pobres, essa categoria de bem tem poucos substitutos), quando se aumenta o número de membros de uma família, mantendo o consumo *per capita* constante, recursos são progressivamente liberados do consumo compartilhado de bens públicos e o consumo de bens privados aumentará (pelo efeito renda). Supondo que não haja efeitos substituição no consumo dos bens privados originados da redução dos preços dos bens públicos, o consumo adicional dos bens privados pode ser usado para medir economias de escala. Pode-se calcular, por exemplo, a redução do gasto *per capita* que restauraria o consumo *per capita* do bem privado ao seu nível inicial, antes do aumento do tamanho da família, de maneira semelhante à prática proposta pelo método de Rothbarth.

Pode-se representar a situação colocada acima com a Figura 2 (DEATON, 1997, DEATON; PAXSON, 1995), em que no eixo vertical é medido o gasto *per capita* em bens

¹ Ver apêndice A.

privados (alimentos, por exemplo) e, no horizontal, o gasto total *per capita* (também poderia ser a renda total *per capita*). As curvas representam a variação do tamanho da família (de uma família de um adulto para uma família de dois adultos, por exemplo), mantendo o gasto total *per capita* constante, sendo n_1 a curva que representa a família menor e n_2 a que representa a família maior. Dado que as fontes de recursos aumentam com o tamanho da família, esta pode manter o padrão de consumo e ainda, devido ao consumo compartilhado de bens públicos e à baixa elasticidade preço do bem privado, aumentar seu bem-estar com maior consumo do bem privado. Essa situação, apesar de depender da magnitude da elasticidade preço do bem privado, parece ser plausível para países pobres, onde famílias que vivem perto da subsistência e aumentos no consumo de alimentos pode ser traduzido em aumentos de bem-estar.

Figura 2 - Consumo de bens públicos e privados e as economias de escala

O valor de δ fornece a redução do gasto *per capita* que restauraria o consumo *per capita* do bem privado ao seu nível inicial, antes do aumento do tamanho da família e pode ser usado como uma boa medida de economia de escala.

Quando a elasticidade compensada preço próprio do bem privado é zero, o consumo *per capita* de alimento indica exatamente o nível de bem-estar e δ indica exatamente o valor da economia de escala. Mesmo quando a elasticidade compensada preço próprio do bem privado é diferente de zero, o consumo *per capita* de alimento ainda é um bom indicador do nível de bem-estar e δ , uma boa medida da escala de equivalência.

Em ambos casos, δ estabelece ao menos o valor mínimo da real economia de escala. Mesmo que o gasto total *per capita* da família maior tenha sido diminuído em δ para que ela tenha o mesmo gasto total *per capita* da família menor, a primeira ainda terá preços relativos dos bens privados maiores que os preços relativos dos bens públicos. Dada alguma possibilidade de substituição dos bens privados, a família maior poderia estar melhor com um menor consumo de bens privados e com um maior consumo de bens públicos. Assim, a família maior, após dela ter sido retirada δ , deveria ter um consumo de alimentos *per capita* menor do que a família menor, o que implica que δ subestima o valor das economias de escala.

A escolha da categoria de bens alimentares para representar os bens privados também é considerada robusta em Deaton e Paxson (1995) e em Deaton e Paxson (1998), pois, segundo esses autores, quando se lida com famílias pobres, um aumento do número de membros levaria a um nível de bem-estar maior, uma vez que, em termos de subsistência, isso significa mais gastos com alimentos.

Usando a mesma estrutura básica, Deaton e Paxson (1998) desenvolveram uma adaptação de um modelo conhecido como modelo de Barten e consideraram uma família

composta por adultos apenas que alocam os seus gastos em apenas dois tipos de bens, um privado (alimento, por exemplo) e outro público (*housing*¹, por exemplo), com q_f e q_h representando seus respectivos consumos familiares. Supondo que ambos os bens estejam sujeitos a algum grau de economias de escala e adotando uma função que especifique o tamanho efetivo da família ($\phi_i(n)$), que pode variar de acordo com o bem considerado, pode-se definir uma função utilidade direta familiar:

$$25 \quad u = nu \left(\frac{q_f}{\phi_f(n)}, \frac{q_h}{\phi_h(n)} \right),$$

em que n é o número de membros na família, $\phi_f(n)$ e $\phi_h(n)$ são funções que fornecem tamanho efetivo da família que podem influenciar de diferentes formas os consumos dos bens considerados.

A restrição orçamentária considerada para o problema de maximização de utilidade é dada por:

$$26 \quad p_f \left(\frac{q_f}{n} \right) + \left(\frac{p_h}{n} \right) q_h = \frac{x}{n},$$

em que x é o total de recursos disponível para a família e p_f e p_h são os vetores de preços para alimento e *housing*, respectivamente. A presença de bens públicos afeta essa alocação privada, pois membros adicionais reduzem o preço do bem público. O uso deste é feito por todos os membros da família sem que haja prejuízo para nenhum deles e, portanto, seu preço é reduzido, conforme aumenta o número de pessoas na família. Como consequência da redução de preços, surgirão os efeitos renda e substituição (DEATON; PAXSON, 1998).

¹ Deaton e Paxson (1998) determinam *housing* como sendo o conjunto de bens não-alimentícios.

Maximizando **25** sujeito à restrição orçamentária **26** da família, obtém-se a seguinte função de demanda *per capita* para o os bens privados (alimento):

$$27 \quad \frac{q_f}{n} = \frac{\phi_f(n)}{n} g_f \left(\frac{x}{n}, \frac{p_f \phi_f(n)}{n}, \frac{p_h \phi_h(n)}{n} \right),$$

em que $g_f(x, p_f, p_h)$ é a função de demanda para uma família de uma pessoa.

Supondo que g_f seja homogênea de grau zero, tomando o logaritmo de **27**, diferenciando-a com relação a $\ln n$, obtém-se:

$$28 \quad \gamma = \frac{\partial \ln \left(\frac{q_f}{n} \right)}{\partial \ln n} = \sigma_h (\varepsilon_{fx} + \varepsilon_{ff}) - \sigma_f (1 + \varepsilon_{ff}),$$

em que γ é a elasticidade consumo *per capita* de alimentos com relação ao tamanho da família, ε_{fx} e ε_{ff} são a elasticidade-renda e a elasticidade-preço próprio da demanda por alimento, respectivamente, e σ_i , com $i = f, h$, sendo a medida de economia de escala para o produto que assume a seguinte forma:

$$29 \quad \sigma_i = 1 - \frac{\partial \ln \phi_i(n)}{\partial \ln n}.$$

Deaton e Paxson (1998) salientam a importância prática da expressão **28**. Os autores supõem uma situação em que os alimentos são um bem puramente privado, isto é, em que não gerem nenhum tipo de ganhos com base em economias de escala ($\sigma_f = 0$). Adicionalmente, supõem um país pobre, onde há alta participação dos alimentos nos orçamentos familiares e, conseqüentemente, elasticidade renda por alimento alta e elasticidade preço próprio do alimento baixa (os alimentos tem limitados bens substitutos). Levando em conta essas considerações, o modelo implica que a expressão **28** assumirá a seguinte forma:

$$30 \quad \gamma = \sigma_h (\varepsilon_{fx} + \varepsilon_{ff}) - \sigma_f (1 + \varepsilon_{ff}) > 0.$$

Assim, a participação dos alimentos no orçamento familiar aumentará com o tamanho da família (n), mantendo fixo o gasto *per capita* (x/n), conforme o valor de σ_f se aproximar de zero, ou conforme existirem mais economias de escala em *housing* do que em alimentos (GAN; VERNON, 2001) e o valor de ε_{fx} for maior que ε_{ff} , em valores absolutos.

Gan e Vernon (2001) desenvolvem as derivadas parciais de γ com relação à ε_{fx} e ε_{ff} que estão de acordo com essa abordagem de Deaton e Paxson (1998):

$$31 \quad \frac{\partial \gamma}{\partial \varepsilon_{fx}} = \sigma_h > 0 \text{ e } \frac{\partial \gamma}{\partial \varepsilon_{ff}} = \sigma_h - \sigma_f > 0.$$

As hipóteses para que as inequações em **31** ocorram são que os bens incluídos em *housing* não sejam puramente privados ($\sigma_h > 0$) e que eles sejam mais públicos do que privados ($\sigma_h > \sigma_f$). Como já comentado, ε_{fx} tende a ser maior e ε_{ff} tende a ser menor, em termos absolutos, em famílias mais pobres. Assim, **31** implica que γ será maior em famílias pobres.

Em resumo, o modelo de Barten faz duas previsões importantes: que a participação de alimentos no orçamento da família cresce com o número de seus membros, mantendo o gasto *per capita* constante, e que esse efeito positivo no aumento da participação de alimentos tende a ser maior em países mais pobres. Nota-se a contradição do modelo de Barten com o modelo de Engel, uma vez que o último se apóia na previsão de que a participação dos alimentos diminui como tamanho da família.

Deaton e Paxson (1998) consideram o modelo de Barten mais plausível e afirmam que o modelo de Engel não apresenta sustentação teórica. Esses autores, no entanto, apontam falhas nas previsões no modelo de Barten que podem ocorrer entre famílias e países mais

ricos, nos quais a elasticidade-renda de alimentos é baixa. Além disso, o modelo é criticado por não possibilitar extensões que podem modificar seus resultados. Uma das extensões, citada por eles, é a consideração de custos fixos no consumo. Se um membro nela for adicionado a uma família e se nela existirem custos fixos, haverá pouco ou nenhum aumento nesses custos. Haverá uma redução de custos fixos *per capita* e, portanto, um efeito renda que aumentará o consumo de alimento *per capita*. Porém, o contrário pode ocorrer: considerando a situação em que duas famílias de uma pessoa unem-se em uma família de duas pessoas e um mercado em que iniciar gastos fixos é bastante custoso, pode haver uma diminuição dos gastos gerais para aumentar os gastos fixos, fazendo o efeito renda funcionar de maneira contrária à situação anterior.

Evidências empíricas, no entanto, apontam para resultados contrários às predições do modelo de Barten. Deaton e Paxson (1998) estimam que, tanto para países em desenvolvimento quanto para países desenvolvidos, entre famílias com um mesmo nível de dispêndio *per capita*, famílias com maior número de membros consomem menos alimentos *per capita*. Adicionalmente, em países pobres, há uma grande e negativa associação entre o consumo de alimentos *per capita* e o tamanho da família.

2.4 Economias de escala para bens específicos

Kakwani e Son (2005) apresentam um modelo que se permite a estimação de economias de escala para diferentes produtos (ou categorias de produtos) consumidos pelas famílias. Os autores afirmam que todos os itens terão diferentes graus de economias de escala, com graus maiores sendo atribuídos para os bens considerados mais públicos.

Outros estudos, dentre eles, o trabalho de Nelson (1998), já fizeram tentativas de estimar economias de escala para bens específicos mas esses modelos usam informações sobre preços que trazem sérios problemas a essas metodologias. Uma das contribuições do trabalho de Kakwani e Son (2005) foi construir as economias de escala para cada produto considerado sem a necessidade de utilizar os preços dos produtos consumidos.

Assim como Deaton e Paxson (1998), Kakwani e Son (2005) utilizam o modelo de Barten, como base para a construção de índices de economias de escala para diferentes bens consumidos pelas famílias. Após expor, em linhas gerais, o problema de maximização de utilidade do consumidor, Kakwani e Son (2005) chegam a uma função de demanda *hicksiana* com a seguinte forma:

$$32 \quad q_i = \phi_i g_i^*(u, p_1^*, p_2^*, \dots, p_n^*),$$

em que u é a função de utilidade, $p_i^* = \phi_i p_i$ e ϕ_i é a função da composição da família que mede o efeito das características demográficas na utilidade familiar, com $i = 1, 2, \dots, n$ sendo os produtos.

Consideram, ainda, que há R categorias demográficas, que diferem em suas necessidades, dentro das famílias e que os números de membros que compõem esses grupos é dado por $n_1, n_2, \dots, n_R$ de modo que:

$$33 \quad \phi_i(n_1, n_2, \dots, n_R),$$

em que $\sum_{r=1}^R n_r = n$.

Diferenciando 32 em relação a n_R e considerando 33, obtêm-se a elasticidade compensada da utilidade do bem i com relação à n_R :

$$34 \quad \eta_{ir}^* = \delta_{ir} + \sum_{j=1}^n \varepsilon_{ij}^* \delta_{ij},$$

em que $\delta_{ir} = \frac{\partial \phi_i}{\partial n_R} \frac{n_R}{\phi_i}$ é a elasticidade de ϕ_i com relação a n_R e ε_{ij}^* é a elasticidade preço compensada da utilidade do bem i com relação ao preço do bem j . η_{ir}^* dá o efeito no consumo do bem i vindo de uma aumento no número de membros na categoria demográfica r enquanto a família mantém o mesmo nível de utilidade. A equação **34**, dada uma variação em todos os preços devido a um aumento em n_R , também fornece o efeito renda (δ_{ir}), que é o mesmo para todas as famílias, independente de suas utilidades e características demográficas, e o efeito substituição $\left(\sum_{j=1}^n \varepsilon_{ij}^* \delta_{ij} \right)$, que depende das utilidades das famílias e de suas características demográficas. Assim, Kakwani e Son (2005) concluem que o impacto de variações na composição das famílias varia de uma para outra.

A maioria dos métodos de cálculo de economias de escala considera que todos os produtos produzem o mesmo grau de economia de escala. Kakwani e Son (2005) demonstram que essa suposição faz excluir os efeitos substituição entre produtos quando o tamanho da família aumenta e que, portanto, produzem estimativas viesadas. Os autores demonstram ainda que diferentes produtos geram diferentes graus de economias de escala. Kakwani e Son (2005) propõem um índice de economias de escala para o bem i usando uma outra forma para

$$\eta_{ir}^* \left(\eta_{ir}^* = \frac{\partial q_i}{\partial n_r} \frac{n_r}{q_i} \right):$$

$$35 \quad \varphi_i^* = \sum_{r=1}^R \eta_{ir}^*.$$

Se $\varphi_i^* < 1$, o bem fornece economias de escala; se $\varphi_i^* = 0$, o bem é um bem público perfeito; se $\varphi_i^* = 1$ não há economias de escala; e, se $\varphi_i^* > 1$, o bem fornece *deseconomias* de escala.

Fazendo $\theta_i = \sum_{r=1}^R \delta_{ir}$ e usando **34**, a equação **35** pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\mathbf{36} \varphi_i^* = \theta_i + \sum_{j=1}^n \varepsilon_{ij}^* \theta_j.$$

Dado que ε_{ij}^* depende da utilidade e da composição familiar, conclui-se que φ_i^* será diferente para cada família, dependendo de seu nível de bem-estar e de sua composição. Porém, assumindo que $\varepsilon_{ij}^* = 0$, todos os bens terão os mesmos graus de economias de escala, ou seja, $\varphi_i^* = \theta_i$ (não há diferenciação entre bens público e privados) e os graus de economias de escala serão os mesmos para todas as famílias, o que Kakwani e Son (2005) considera irreal.

A conclusão anterior é também alcançada quando os autores derivam um índice geral de economias de escala por meio da função dispêndio, utilizada para obter a função demanda *hicksiana* **32**:

$$\mathbf{37} \varphi^* = \sum w_i \varphi_i^*,$$

que é a média dos índices de economias de escala dos bens ponderada pelas respectivas participações relativas no orçamento da família.

É importante notar que os índices apresentados acima, no entanto, foram todos obtidos a partir das elasticidades da demanda *hicksina*, que não é observável. Para estimar de índices de

economias de escala, Kakwani e Son (2005) derivaram as elasticidades *marshallianas* utilizando a equação de Slutsky:

$$38 \quad \varphi_i^* = \varepsilon_i \varphi^* + \varphi_i,$$

em que φ_i e ε_i podem ser estimados a partir da função de demanda *marshalliana* usando dados de pesquisas de orçamentos familiares. Para estimar φ^* é necessário estabelecer a hipótese de que dois bens possuem o mesmo grau de economias de escala, de modo que:

$$39 \quad \varphi^* = \frac{(\varphi_j - \varphi_i)}{(\varepsilon_i - \varepsilon_j)}.$$

Obteve-se, assim, um procedimento de estimação de índices de economias de escala (38) que podem ser implementado a partir de informações de pesquisas de orçamentos familiares sem a necessidade de informações sobre preços.

3 REVISÃO DA LITERATURA

Dada a importância do método de Engel e sua difusão na literatura sobre o cálculo de economias de escala, uma revisão breve sobre suas aplicações empíricas será feita. Serão também revisados, com mais detalhes, os estudos que levam em consideração a existência de economias de escala a partir do consumo de bens públicos pelas famílias.

Dos estudos que adotam o método de Engel para medir economias de escala, foram selecionados apenas três devido à simplicidade e abrangência que suas aplicações proporcionam: Subramanian e Deaton (1996), Deaton (1997) e Lanjouw e Ravallion (1995).

Subramanian e Deaton (1996), com dados de uma pesquisa sobre consumo familiar realizada em 1983 em Maharashtra, Índia, e Deaton (1997), com dados de outra pesquisa sobre consumo familiar realizada entre 1984 e 1985 no Paquistão, estimam parâmetros de economias de escala para esses dois países. Ambos trabalhos supõem o método de Engel e uma forma funcional adaptada da forma de Working-Leser para estimar a participação dos alimentos no orçamento familiar:

$$40 \ w_f = \alpha_f + \beta_f \ln\left(\frac{x}{n}\right) + \beta_f (1 - \theta) \ln n ,$$

em que w_f indica a participação relativa dos alimentos, x é o dispêndio familiar, n é o tamanho da família, $(1 - \theta)$ dá o valor das economias de escala no consumo familiar e α_f e β_f são os outros parâmetros a serem estimados. Os resultados estão na Tabela 3.

Tabela 3 – Índia e Paquistão: Coeficientes da regressão da participação dos alimentos no orçamento familiar

Parâmetros	Maharashtra, Índia (1983)	Paquistão (1984-1985)
$\beta_f \ln\left(\frac{x}{n}\right)$	-0,1270	-0,1016
$\beta_f (1-\theta) \ln n$	-0,0355	-0,0133
$(1-\theta)$	0,28	0,13

Fonte: Deaton (1997), p. 253

Os resultados confirmam o previsto pelo método de Engel, ou seja, o coeficiente para $\ln n$ é negativo. Mantendo o gasto total *per capita* constante, famílias com maior número de membros obtêm maiores níveis de bem-estar e o reflexo disso está na menor parcela do orçamento gasta em alimentos.

Em outro estudo, Lanjouw e Ravallion (1995), com objetivo de estudar a relação entre a pobreza e o tamanho da família, estimam economias de escala com dados de consumo familiar utilizando outra pesquisa de orçamento familiar, realizada em 1991. No Paquistão, a estimação foi feita utilizando uma forma funcional semelhante à usada por Deaton (1997) e Subramanian e Deaton (1996):

$$41 \quad w_f = \alpha_f + \beta_f \ln\left(\frac{x}{n}\right) + \beta_f (1-\theta) \ln n + \sum_{j=1}^{J-1} \eta_j r_j ,$$

em que $r_j = n_j / n$ é a proporção de membros da família que fazem parte dos j grupos demográficos. Essa forma funcional é mais completa e flexível que a anterior, pois ela permite obter uma estimativa direta das economias de escala da família, dada por $(1-\theta)$, isolando os efeitos das variáveis demográficas (proporção de membros da família que fazem parte de diferentes grupos demográficos) dos efeitos devidos ao tamanho da família. Também foram incluídas variáveis como índices de preços e *dummies* regionais, mas elas não foram representadas nem na forma funcional nem na tabela de resultados.

No caso do Paquistão, assim como em outros países em desenvolvimento, segundo Lanjouw e Ravallion (1995), é comum adotar $\theta = 1$. Assim, o tamanho da família é considerado igual ao número de seus membros, não havendo ajustamentos caso haja crianças, por exemplo, na composição.

A partir dos dados de 1991, Lanjouw e Ravallion (1995) obtiveram uma elasticidade-tamanho (θ) da família igual a 0,59. Porém, os efeitos das variáveis demográficas são significantes somente quando a restrição de homogeneidade é imposta, ou seja, quando $\theta = 1$. Quando a variável indicativa do tamanho da família é incluída no modelo, a restrição de homogeneidade é rejeitada e é obtido um parâmetro que está de acordo com o método de Engel.

Pode-se interpretar os resultados acima da seguinte forma: se o tamanho da família e seus recursos dobram, as famílias de Maharashtra, Índia, têm um aumento de 28% em seus recursos *per capita*. Os paquistaneses têm um aumento de 13% e 40% em seus recursos *per capita*, dependendo se o estudo considerado é o de Deaton (1997) ou o de Lanjouw e Ravallion (1995).

No entanto, como observado por Gibson (2002), Deaton (1997) e Lanjouw e Ravallion (1995), as estimativas de economias de escala obtidas acima, usando o método de Engel, apresentam valores que parecem ser muito altos para países pobres como Índia e Paquistão. O argumento é que tal elasticidade-tamanho estimada significa uma queda muito acentuada no consumo de alimentos conforme o tamanho da família aumenta. Como essa redução é associada a um ganho de bem-estar, parece haver uma certa contradição quando as famílias estão próximas do nível de subsistência, como é bastante comum em muitos países em desenvolvimento.

A fonte mais plausível de economias de escala, no entanto, é a presença de bens públicos no consumo familiar. A seleção de trabalhos que abordam a obtenção de economias de escala por meio da presença de bens públicos no consumo familiar restringiu-se a estudos mais recentes, mas não por isso menos inovadores, nessa abordagem: Deaton e Paxson (1998), Gan e Vernon (2001) e Valderrama (2002).

Utilizando tanto dados de pesquisas de orçamento familiar para países ricos (EUA, Grã-Bretanha, França e Taiwan) quanto para países pobres (Tailândia - área urbana, Tailândia - área rural, Paquistão e África do Sul), Deaton e Paxson (1998) utilizam o modelo de Barten para obter estimativas de economias de escala. Para tal, usam dois métodos empíricos para estimar a relação entre dispêndio *per capita* em alimento e tamanho da família, condicional ao dispêndio total *per capita*. O primeiro é a estimação não-paramétrica das curvas de Engel, ou seja, a estimação não-paramétrica da participação dos alimentos no orçamento familiar com o logaritmo do gasto total *per capita* para diferentes composições familiares, e a posterior construção de uma média ponderada das participações dos alimentos, obtidas não-parametricamente, condicional ao dispêndio *per capita* total. O segundo é a estimação paramétrica das curvas de Engel, utilizando uma versão simples da forma funcional de Working-Leser.

Na metodologia não-paramétrica, as famílias de cada país são divididas em tipos de famílias diferentes, de acordo com seu tamanho e composição quanto à idade, ou seja, entre adultos e crianças. Porém, é mantida fixa a razão entre adultos e crianças para que as comparações a serem feitas entre elas sejam sempre entre famílias com as mesmas proporções entre adultos e crianças.

A estimação não-paramétrica é feita por meio de uma regressão local de Kernel e os resultados obtidos não confirmam o pressuposto do modelo de Barten, ou seja, a comparação

entre as curvas de Engel obtidas pelo método não-paramétrico resulta que, mantendo constante o gasto total *per capita*, a participação dos alimentos no orçamento familiar (e, portanto, o gasto em alimentos *per capita*) decresce com o tamanho da família.

Porém, como a análise gráfica, inicialmente feita, pode trazer alguma confusão, pois as curvas de Engel podem cruzar-se com frequência, Deaton e Paxson (1998) calculam a média ponderada da esperança da participação dos alimentos no orçamento familiar, sendo a ponderação dada por uma função densidade de Kernel para o logaritmo do gasto total *per capita*. Os resultados estão na Tabela 4.

Tabela 4 – Média da participação relativa dos alimentos ponderada pela densidade do gasto *per capita*

Composição familiar (adultos, crianças).	EUA (1990)	Grã-Bretanha (1992)	França (1989)	Taiwan (1990)	Tailândia Urbana (1992)	Tailândia Rural (1992)	Paquistão (1991)	África do Sul (1993)
1,0	0,262	0,230	0,290	0,355	0,425	0,496	-	0,534
2,0	0,274	0,237	0,287	0,332	0,376	0,439	0,614	0,551
3,0	0,269	0,230	0,279	0,335	0,364	0,421	0,587	0,533
4,0	0,252	0,214	0,279	0,331	0,338	0,411	0,577	0,509
5,0	-	-	-	0,333	0,352	0,423	-	-
6,0	-	-	-	0,321	-	-	-	-
1,1	0,253	0,213	0,236	0,319	-	0,429	-	0,607
2,2	0,238	0,191	0,246	0,319	-	0,422	0,601	0,534
3,3	0,242	-	-	0,311	-	0,393	0,601	0,489
4,4	-	-	-	-	-	-	0,569	0,482
1,2	0,255	-	-	-	-	-	-	0,582
2,4	0,233	-	-	-	-	-	-	0,504
2,1	-	-	-	0,322	0,369	0,439	0,615	0,560
4,2	-	-	-	0,314	0,287	0,387	0,571	0,471

Fonte: Deaton e Paxson (1998), p. 911.

Valderrama (2002) aplica o mesmo modelo teórico (modelo de Barten) e os modelos empíricos utilizados por Deaton e Paxson (1998) para obter estimações de economias de escala para regiões urbanas da Colômbia. Os resultados das estimações não-paramétricas de Valderrama (2002), representados graficamente, mostram uma fraca relação negativa entre o tamanho das famílias e a participação dos gastos com alimentos no orçamento familiar. O pressuposto do modelo de Barten, portanto, não pôde ser confirmado. As médias da participação relativa dos alimentos, estimada não-parametricamente, ponderada pela densidade do gasto *per capita* são apresentados na Tabela 5.

Tabela 5 – Colômbia: Média da participação relativa dos alimentos ponderada pela densidade do gasto *per capita* (1994/1995)

Composição familiar (adultos, crianças)	Participação no gasto total <i>per capita</i>
1,0	0,247
2,0	0,248
3,0	0,254
4,0	0,243
5,0	0,233
1,1	0,217
2,2	0,237

Fonte: Valderrama (2002), p.37.

Os resultados para a maioria das comparações das médias ponderadas, tanto para Deaton e Paxson (1998) quanto para Valderrama (2002), são coerentes com os obtidos pelas respectivas análises gráficas e são contraditórios com os pressupostos de Barten, apesar de não ser possível afirmar que o método de Engel prevalece nas comparações feitas nas Tabelas Tabela 4Tabela 5. Para a maioria dos casos, com exceção, por exemplo, para a comparação entre as famílias com um e dois adultos nos EUA, na Grã-Bretanha, na África do Sul e na

Colômbia, conforme aumenta o número de membros dos diferentes tipos de famílias, a média da participação relativa dos alimentos no orçamento familiar diminui.

Porém, como salientado por Deaton e Paxson (1998), as análises acima não tratam das diferenças nas características demográficas das famílias analisadas que podem afetar os gastos com alimentos como, por exemplo, o tamanho da família, diferenças entre pessoas com sexo e idade diferentes e *status* quanto a estar empregadas ou não. Para lidar com esses fatores, foi usado um segundo método que foi a estimação paramétrica, por mínimos quadrados ordinários (deste ponto em diante, MQO), e semiparamétrica da forma de Working-Leser:

$$42 \quad w_f = \alpha + \beta \ln\left(\frac{x}{n}\right) + \gamma \ln n + \sum_{j=1}^{J-1} \eta_j \frac{n_j}{n} + \zeta v + \mu$$

Para tratar dos problemas de possíveis falhas de identificação devido à relação entre a participação do gasto com alimentação com relação ao gasto total considerado (w_f) e o gasto total per capita (x/n), uma vez que x/n é negativamente relacionada com o número de membros (n) das famílias analisadas, foram utilizadas formas funcionais mais flexíveis para a estimação de w_f , como as denominadas formas funcionais de *Fourier* e a de *Estes e Honoré* (especificação semi-paramétrica).

Para evitar a correlação dos erros de w_f e $\ln(x/n)$, pois essas duas variáveis têm origem nas mesmas informações de dispêndio, a equação 42 também foi estimada por variáveis instrumentais (desse ponto em diante, VI), utilizando o logaritmo neperiano da renda anual *per capita* em dinheiro ($\ln(x/n)$) como instrumento. A razão da escolha da renda em dinheiro como instrumento é que essa variável é altamente correlacionada com o gasto total, mas é medida independentemente. Os resultados são dados na Tabela 6.

Tabela 6 - Coeficientes estimados de $\ln(n)$ nas regressões da participação dos alimentos w_f (x100)

Modelo	EUA (1990)	Grã-Bretanha (1992)	França (1989)	Taiwan (1990)	Tailândia Urbana (1992)	Tailândia Rural (1992)	Paquistão (1991)	África do Sul (1993)
Todas as famílias								
Linear	-0,77	0,05	-0,75	-1,39	-5,37	-5,48	-5,65	-5,98
Fourier	-0,80	0,26	-0,69	-1,40	-5,40	-5,43	-5,50	-6,46
Estes-Honoré	-0,90	0,09	-0,66	-1,43	-5,13	-5,64	-4,97	-7,22
Variável Instrumental	-1,12	0,14	-0,42	-1,84	-5,25	-6,18	-7,15	-9,37
Tamanho da amostra	20.504	7.415	8.485	16.434	5.188	5.604	4.720	6.476
Famílias com mais de um adulto								
Linear	-1,01	-0,64	-1,18	-0,97	-5,17	-4,78	-5,86	-7,45
Fourier	-1,41	-0,58	-1,23	-0,96	-5,15	-4,79	-5,64	-7,54
Estes-Honoré	-2,11	-1,12	-1,08	-0,81	-4,61	-5,48	-5,77	-8,28
Variável Instrumental	-1,04	-0,32	-0,66	-1,54	-5,00	-5,54	-7,53	-11,07
Tamanho da amostra	13.771	5.005	6.407	14.942	4.176	5.095	4.640	4.955

Fonte: Deaton e Paxson (1998), p. 916.

O resultado do coeficiente estimado de $\ln(n)$ na regressão da participação dos alimentos w_f das estimações paramétricas de Valderrama (2002), também realizada por meio de estimações por variáveis instrumentais foi de $-0,02417$ (negativo e significativo estatisticamente a 1%).

A Tabela 6 mostra os coeficientes do logaritmo do tamanho da família, os quais fornecem, em termos percentuais, a alteração na participação de alimentos quando se dobra o tamanho da família, mantendo o dispêndio total per capita e as outras características demográficas das famílias constantes. Além disso, fornece evidências mostrando que as economias de escala (dados pelos coeficientes γ em 42) são menores para os países mais

pobres (evidência também encontrada na Colômbia). O segundo grupo de regressões na Tabela 6, somente para famílias com mais de um adulto, foi realizada devido aos resultados encontrados na Tabela 4 em que foram comparadas famílias de um adulto com famílias de dois adultos. Para essa comparação, grandes diferenças entre países foram encontradas no comportamento das médias das participações dos alimentos.

Os resultados da Tabela 6 indicam que, exceto para a Grã-Bretanha no primeiro grupo de estimações, há uma relação negativa entre o tamanho da família e a participação dos alimentos no orçamento familiar. Adicionalmente, a magnitude dessa relação é ainda maior nos países mais pobres.

Deaton e Paxson (1998) ainda estimaram o efeito de variações no tamanho das famílias nas participações relativas de outros produtos que compõem o dispêndio total da família. Em particular e para alguns países (nem todos os países antes considerados dispunham das informações necessárias), os gastos com alimentos foram divididos em *gastos em casa* e *gastos fora de casa*. Os resultados estão na Tabela 7.

Tabela 7 - Coeficientes estimados de $\ln(n)$ nas regressões da participação de diferentes produtos no orçamento familiar (x100)

Parcela do gasto alocado em:	EUA (1990)	Grã- Bretanha (1992)	França (1989)	Taiwan (1990)	Tailândia Urbana (1992)	Tailândia Rural (1992)	Paquistão (1991)	África do Sul (1993)
Todas as famílias								
Alimentos	-0,77	-	-0,75	-	-5,37	-5,48	-	-5,98
Alimentos em casa	-0,10	-	-0,57	-	-3,77	-6,05	-	-6,81
Alimentos fora de casa	-0,67	-	-1,31	-	-1,60	0,56	-	0,62
Famílias com mais de um adulto								
Alimentos	-1,01	-0,64	-1,18	-0,97	-5,17	-4,78	-5,86	-7,45
Alimentos	-1,44	-	-2,52	-	-6,48	-6,06	-	-7,96

em casa								
Alimentos fora de casa	0,43	-	1,34	-	1,32	1,28	-	0,48

Fonte: Deaton e Paxson (1998), p. 920.

O resultado, no segundo grupo de regressões, para a participação de alimentos consumidos fora de casa invalida o pressuposto de que os gastos com alimentos fora de casa podem explicar a queda na participação total dos alimentos quando o tamanho da família aumenta¹. Os seus coeficientes são positivos para todos os países quando é considerada a amostra das famílias com mais de um adulto, o que agrava o paradoxo.

Os resultados empíricos apresentados anteriormente parecem favorecer o método de Engel, mas são consideradas inteiramente paradoxais por Deaton e Paxson (1998). Uma família com maior tamanho e com o mesmo nível de dispêndio *per capita* que uma família menor, deve ter menor participação nos gastos com alimentos, segundo a hipótese de Engel, para estar relativamente em melhores condições. Mas, uma vez que é reconhecido que o nível de dispêndio *per capita* está constante, há uma contradição. Em países pobres, fazer os indivíduos estarem em uma condição melhor faz com que eles comprem mais alimentos e não menos.

Gibson (2002) demonstra empiricamente que pode haver erros de mensuração quando uma pesquisa de orçamento familiar é feita com base em entrevistas em que ao entrevistado é solicitada a lembrança da quantidade consumida dos bens. O problema ainda é maior quando o bem em questão é consumido com frequência, quando apresenta uma ampla variedade (alimentos, por exemplo) e quando o tamanho da família aumenta. O autor usou uma pesquisa em que a amostra é composta por famílias em que cada membro adulto registra em diários as

¹ O pressuposto de que os gastos com alimentos fora de casa possam explicar a queda na participação total dos alimentos quando o tamanho da família aumenta é devido ao valor agregado de serviços inseridos nesses gastos e por estar, portanto, mais suscetível a substituições quando o tamanho da família aumenta.

quantidades dos bens consumidos e uma outra amostra tendo uma única pessoa fornecendo as mesmas informações por recordação. Os resultados das comparações das regressões das duas amostras sugerem que há erros de mensuração quando o consumo de alimentos é obtido por recordação, e esses erros estão positivamente correlacionados com o tamanho da família. As curvas de Engel para a estimação, usando a amostra com recordações do consumo, mostraram-se semelhantes à estimada por Deaton e Paxson (1998) para a África do Sul, enquanto que a estimação usando a amostra com registros diários se mostrou semelhante à estimada para a Grã-Bretanha.

Os erros associados à recordação do consumo de alimentos causam um viés negativo ao coeficiente relacionado ao tamanho da família nos modelos de regressão de participação dos alimentos no orçamento familiar. Esse viés faz com que as estimativas de economias de escala pelo modelo de Engel sejam sobre-estimadas.

Deaton e Paxson (1998), no entanto, descartam que esse tipo de erro influencie o seu paradoxo, pois argumentam que as pessoas que recordam o consumo de alimentos também estariam submetidas ao esquecimento de bens não-alimentícios. Porém, Gibson (2002) argumenta que, pela frequência e variedade de produtos, produtos alimentícios têm maior probabilidade de serem informados com erros do que bens não alimentícios, que têm menor frequência de compras e menor variedade.

Gan e Vernon (2001) analisam o paradoxo estabelecido anteriormente e testam novamente o modelo de Barten, ou seja, testam suas duas previsões: se a participação de alimentos no orçamento da família cresce com o número de seus membros, mantendo o gasto *per capita* constante, e se esse efeito positivo no aumento da participação de alimentos tende a ser maior em países mais pobres. As bases de dados usadas foram de pesquisas de orçamentos

familiares para os EUA, África do Sul (para esses dois países, as bases são as mesmas que Deaton e Paxson usaram em seu trabalho de 1998) e Rússia.

Gan e Vernon (2001) afirmam que a primeira predição depende das economias de escala relativas entre bem públicos (*housing*) e privados (alimento) ou, mais precisamente, que $\sigma_h > \sigma_f$. Essas autoras fazem referência ao estudo de Nelson (1988) que obteve economias de escala para produtos que representavam 77% do orçamento das famílias americanas apresentadas na Tabela 2. Segundo Gan e Vernon (2001), com essas informações, não é possível afirmar que o grupo de bens denominado por *housing* em Deaton e Paxson (1998), mas que abrange todos os bens não-alimentícios consumidos pelas famílias analisadas, satisfaça $\sigma_h > \sigma_f$.

Para testar novamente as predições do modelo de Barten, Gan e Vernon (2001) usam a proporção dos gastos em alimentação com relação aos gastos em alimentação e em algum bem mais público e a proporção dos gastos em alimentação com relação aos gastos com alimentação e algum bem mais privados como base. A escolha do bem relativamente mais público que alimento e do bem relativamente mais privado que alimento foi feita com base no estudo de Nelson (1988). Deste estudo, utilizando as mesmas informações sobre as economias de escala estimadas para as famílias americanas, optou-se pela escolha do conjunto de gastos com moradia¹ para representar gastos com bens relativamente mais públicos que os gastos com alimentação e do conjunto de gastos com transportes para representar gastos com bens relativamente mais privados que os gastos com alimentação. Nos resultados de Nelson apresentados na Tabela 2, moradia é mais público que os alimentos e estes são mais públicos que transporte.

¹ Denominado *bona fide shelter* por Nelson (1988).

Além disso, essas autoras adotam a hipótese de que a alocação observada de um grupo de produtos é uma alocação ótima se os gastos com outros bens é dado. A condição suficiente para analisar a alocação entre grupos de dispêndios é a separabilidade fraca da função de utilidade usada. Essa condição é atendida pela forma funcional da demanda dada por 42.

Seguindo Deaton e Paxson (1998), Gan e Vernon (2001) estimam não-parametricamente as curvas de Engel para os Estados Unidos, ou seja, estimam a participação relativa dos alimentos em relação aos gastos com alimentação e um bem mais público (moradia) por meio de uma regressão local não-paramétrica de Kernel. Como exposto anteriormente, Deaton e Paxson (1998) já obtiveram as estimações não-paramétricas da participação relativa dos alimentos em relação aos gastos totais *per capita* para as famílias americanas com dados de 1990 e construído as médias dessas participações relativas ponderadas pela densidade de Kernel do gasto total *per capita*. É possível comparar os dois resultados. Os resultados de Gan e Vernon (2001) para as estimações não-paramétricas para as famílias americanas estão na Tabela 8.

Tabela 8 - EUA: Participação relativa dos alimentos ponderada pela densidade do gasto *per capita* (1990)

Composição familiar (adultos, crianças).	Com relação ao dispêndio total	Com relação ao dispêndio com alimentos e moradia
1,0	0,245	0,406
2,0	0,246	0,439
3,0	0,243	0,452
4,0	0,233	0,460
1,1	0,235	0,386
2,2	0,225	0,404
1,2	0,251	0,410
2,4	0,230	0,409

Fonte: Gan e Vernon (2001), p.9.

Os resultados para a estimação não-paramétrica da participação dos alimentos nos gasto com alimento e moradia em relação ao gasto *per capita*, dados pela terceira coluna da Tabela 8, estão de acordo com o modelo de Barten, pois as participações dos alimentos nas famílias com proporção fixa entre adultos e crianças, em geral, crescem conforme o número de seus membros aumentam.

Gan e Vernon (2001) também estimaram parametricamente a equação **42** usando VI, sendo o instrumento o logaritmo da renda *per capita* depois do imposto de renda. Além da participação relativa dos alimentos em relação aos gastos com alimentação e um bem mais público (moradia), a participação relativa dos alimentos em relação aos gastos com alimentação e um bem mais privado (transporte) foi estimado, não só para os Estados Unidos, mas também para a África do Sul e para a Rússia. Os resultados de parte dos coeficientes da equação estimada estão na Tabela 9.

Tabela 9 - Regressões da Participação dos alimentos

Variáveis – Parâmetros	Com relação ao dispêndio total ^a	Com relação ao dispêndio com alimentos e moradia	Com relação ao dispêndio com alimentos e transporte
Estados Unidos (1990)			
$\ln n - \gamma$	-0,0079	0,095	-0,036
$\ln x/n - \beta$	-0,075	-0,083	-0,016
África do Sul (1993)			
$\ln n - \gamma$	-0,58	0,015	-0,033
$\ln x/n - \beta$	-0,19	-0,17	-0,047
Rússia (1994-1998)			
$\ln n - \gamma$	-0,017	0,013	-0,0069
$\ln x/n - \beta$	-0,072	0,015	-0,017

^a A estimação referente à primeira coluna foi feita por Mínimo Quadrados Ordinários para poderem ser comparados com os resultados de Deaton e Paxson (1998).

Fonte: Gan e Vernon (2001), p.11.

Os resultados dos coeficientes γ da segunda e terceira coluna da Tabela 9 confirmam a primeira predição do modelo de Barten: de que a participação de alimentos no orçamento da família, que tem como base ou o gasto com alimentação e um bem mais público (moradia) ou o gasto com alimentação e um bem mais privado (transporte), cresce com o número de seus membros, mantendo o gasto *per capita* constante. Em todos os casos, os parâmetros são estatisticamente significantes.

Gan e Vernon (2001) estudam, ainda, a relação entre consumo de alimentos fora de casa e consumo de alimento dentro de casa que Deaton e Paxson (1998) também analisam (ver Tabela 7). Para tal, realizam as mesmas estimações por MQO e por VI para obter os coeficientes do tamanho da família e do gasto total *per capita* para famílias com mais de uma pessoa para as famílias americanas, mostradas na Tabela 10. Adicionalmente, álcool foi considerado pelos autores como fonte de calorias e, por isso, considerado alimento. Não havia informações para álcool consumidas fora e dentro de casa, separadamente, para as informações da África do Sul e Rússia.

Tabela 10 - EUA: Regressões da participação de alimentos consumidos fora de casa em famílias com mais de uma pessoa (1990)

Variáveis – Parâmetros	Alimentação fora de casa		Alimentação e álcool fora de casa	
	MQO	Variáveis Instrumentais ^a	MQO	Variáveis Instrumentais
$\ln n - \gamma$	0,0039	-0,0028	0,000077	-0,0066
$\ln x/n - \beta$	0,016	0,016	0,017	0,017

^a A variável instrumental é o logaritmo da renda depois do imposto de renda.

Fonte: Gan e Vernon (2001), p. 13.

As estimativas para γ na primeira coluna coincidiu com o resultado de Deaton e Paxson (1998) e, como argumentado por eles, não pode ser usado para explicar o paradoxo, mas sim, para reforçá-lo. Já os coeficientes na segunda coluna, apesar de negativos, são

estatisticamente não-significantes. Para a terceira coluna, γ também é não-significante. Já a quarta coluna, γ é negativo e significativo. Assim, segundo Gan e Vernon (2001), as economias de escala nos gastos com alimentação em casa e seu tempo de preparação podem ajudar a explicar o paradoxo.

Para a segunda predição, de que γ deve ser relativamente maior para famílias mais pobres do que para famílias mais ricas, mantendo $\ln x/n$ constante, Gan e Vernon (2001) salientam a hipótese básica de que as funções utilidade e os parâmetros das preferências consideradas devem ser os mesmos dentre as diferentes famílias (hipótese necessária para a validade do modelo de Barten). Como a equação 42 é derivada a partir de uma função de utilidade, esta deve ter seus parâmetros iguais dentre as famílias, com exceção de do parâmetro γ , pois esse é função de ε_{fx} , ε_{ff} , σ_h e σ_f (equação 30). Apesar de os parâmetros σ_h e σ_f terem os mesmos valores para diferentes famílias, ε_{fx} e ε_{ff} são diferentes, pois dependem da renda de cada família.

Deaton e Paxson (1998) estimam regressões em separado para diferentes países e os valores dos parâmetros diferem significativamente entre os países mais pobres e os mais ricos. Segundo Gan e Vernon (2001), não faz sentido comparar valores de um parâmetro para diferentes países pois as funções de utilidade e as preferências entre as famílias comparadas são diferentes.

Um método para contornar esse problema consiste em estimar *pooled regressions*, nas quais é permitido variar os parâmetros relacionados com diferentes níveis de gastos, mas mantendo os outros constantes. Gan e Vernon (2001) dividiram em quartis os dispêndios cada banco de dados somente usando os gastos com alimentos e moradia. Os resultados estão na Tabela 11, juntamente com estimações de regressões separadas.

Tabela 11- *Pooled Regressions* para a participação relativa dos alimentos nos gastos com alimentos e moradia (por quartis de renda familiar) – Estimação por variáveis instrumentais^a

Variáveis - Parâmetros	Quartil menor	2º menor quartil	3º menor quartil	quartil maior
Estados Unidos (1990) – Regressões separadas				
$\ln n - \gamma$	0,19	0,22	0,17	0,12
$\ln x/n - \beta$	0,0058	0,055	0,018	-0,033
Estados Unidos (1990) – <i>Pooled Regression</i>				
$\ln n - \gamma$	0,28	0,15	0,084	0,011
$\ln x/n - \beta$		-0,031		
África do Sul (1993) – Regressões separadas				
$\ln n - \gamma$	0,014	0,032	0,067	0,029
$\ln x/n - \beta$	0,40	-0,52	-0,48	-0,095
África do Sul (1993) – <i>Pooled Regression</i>				
$\ln n - \gamma$	0,036	0,041	0,033	-0,0015
$\ln x/n - \beta$		-0,11		
Rússia (1994-1998) – Regressões separadas				
$\ln n - \gamma$	0,0036	0,029	0,011	0,016
$\ln x/n - \beta$	0,0023	0,0053	0,022	0,010
Rússia (1994-1998) – <i>Pooled Regression</i>				
$\ln n - \gamma$	0,024	0,016	0,015	0,011
$\ln x/n - \beta$		0,023		

^a A variável instrumental é o logaritmo da renda per capita após o imposto de renda.

Fonte: Gan e Vernon (2001), p. 18.

A análise das *pooled regressions* é diferente da análise das regressões para diferentes países em Deaton e Paxson (1998). Na Tabela 11 deve-se comparar o parâmetro γ dentre os diferentes quartis. Assim, para as *pooled regressions*, a predição de que aumento da participação de alimentos com o número de seus membros da família tende a ser maior em famílias mais pobres é válida e, neste caso, o modelo de Barten mostra-se apropriado.

O estudo de Gan e Vernon (2001), apesar de mostrar que as predições que compõe o modelo de Barten são, na verdade, consistentes com os dados, salientam que o quebra-cabeça ainda não está resolvido, pois o problema principal ainda não foi estudado. Quando o tamanho da família aumenta, mantendo constante o dispêndio total *per capita*, a participação dos

alimentos pode diminuir devido à economias de escala no consumo de produtos também alimentares (devido aos resultados apresentados na Tabela 10). Concomitantemente, a participação dos alimentos pode crescer devido à economias de escala em bens mais públicos como *housing* e moradia. Nesses dois casos, o bem-estar das famílias cresce e a participação dos alimentos diminui e um aumenta, respectivamente. Assim, Gan e Vernon (2002) concluem que pode haver contradições associadas ao uso desse indicador como medida de bem-estar de famílias.

Valderrama (2002), assim como Gan e Vernon (2002), também testa a consistência entre o modelo de Barten com os dados colombianos realizando estimações não-paramétricas e paramétricas (VI) utilizando a participação dos gastos com alimentos relativa à soma dos gastos com alimentos e um bem relativamente mais público (gastos com moradia). As médias da participação relativa dos gastos com alimentos com relação aos gastos com alimentos e moradia, estimada não-parametricamente, ponderada pela densidade de Kernel do gasto *per capita* para áreas urbanas colombianas são apresentados na Tabela 12.

Tabela 12 – Colômbia: Média da participação relativa dos alimentos em relação aos gastos com alimentos + moradia ponderada pela densidade do gasto *per capita* (1994/1995)

Composição familiar (adultos, crianças)	Participação no gasto <i>per capita</i>
1,0	0,469
2,0	0,516
3,0	0,514
4,0	0,525
5,0	0,508
1,1	0,418
2,2	0,576

Fonte: Valderrama (2002), p.37.

Utilizando dados de consumo de famílias de áreas urbanas da Colômbia, as médias ponderadas das participações dos gastos com alimentos em relação aos gastos com alimentos e moradia geralmente aumentam conforme o número de membros de um determinado tipo de família aumenta e, portanto, confirmam uma das predições do modelo de Barten.

Para as estimações paramétricas por VI, Valderrama (2002) obtém um coeficiente (γ) também coerente com as predições do modelo de Barten: 0,02034 (positivo e significativo estatisticamente a 1%).

4 BASE DE DADOS

A base de dados utilizada para a estimação das economias de escala no consumo familiar para o Brasil foi retirada da Pesquisa de Orçamentos Familiares realizada pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) e que abrange o período compreendido entre julho de 2002 e junho de 2003 (POF 2002-2003). O objetivo desse levantamento foi medir não só as estruturas de consumo e dos gastos como também os rendimentos das famílias brasileiras, buscando traçar um perfil das condições de vida da população pela análise de seus orçamentos domésticos.

Diferentemente de outras pesquisas de orçamentos familiares feitas para o Brasil (POF 1987-1988, POF 1995-1996 e Estudo Nacional da Despesa Familiar – ENDEF 1974-1975) a abrangência da POF 2002-2003 inclui a áreas urbanas e rurais das Unidades da Federação, além de trazer separadamente os dados para as capitais e para as regiões metropolitanas das Unidades da Federação, possibilitando a agregação de dados não só para as cinco grandes regiões brasileiras como também para o país como um todo.

Cabe ressaltar algumas definições usadas na POF 2002-2003. A unidade amostral da pesquisa é o domicílio particular permanente (deste ponto em diante, *domicílio*), ou seja, a moradia construída exclusivamente para servir de habitação e que, no momento da pesquisa, efetivamente servia de moradia para uma ou mais pessoas. Inserido no domicílio, pode haver uma ou mais unidades de consumo que é definida como a unidade básica de investigação e pode ser constituída por um ou mais moradores que compartilham a mesma fonte de alimentação ou compartilham despesas com a respectiva moradia. Segundo o documento de publicação da POF 2002-2003, o termo *família* pode ser considerado equivalente ao termo *unidade de consumo*.

Devido a variações no consumo no decorrer de um ano, a obtenção de informações sobre despesas, quantidades consumidas e rendimentos em campo teve duração de um ano.

Como já colocado anteriormente, Gibson (2002) salienta que pode haver erros de mensuração quando uma pesquisa de orçamento familiar é feita com base em entrevistas em que ao entrevistado são solicitadas recordações do que foi consumo em períodos passados. O problema ainda é maior quando a família possui um número grande de membros e quando há uma grande diversidade de itens de despesa com diferentes frequências de aquisição e diferentes valores unitários, sendo as despesas de menor valor as mais frequentes e as mais facilmente esquecidas pelos entrevistados e as de maior valor, as menos frequentes e as mais facilmente recordadas.

Como há itens que são consumidos com maior frequência (bens de consumo não-duráveis, como alimentos e produtos de limpeza, por exemplo) e outros com menor frequência (bens de consumo duráveis, por exemplo), faz-se necessário definir períodos de observação variados (sete dias, trinta dias, noventa dias e doze meses), de acordo com a frequência de gastos e do nível do valor gasto, para aumentar a capacidade do entrevistado de informar os corretos valores do seu consumo.

Quanto à coleta de informações de despesas com alimentos e bebidas, material de higiene e material de limpeza pelas unidades de consumo, essa se deu através do uso de diários, durante quatro dias consecutivos, em média. Para as despesas com transportes, comunicações, alimentação fora de casa, fumo, jogos, apostas e leitura o período de referência foi de sete dias. Para as despesas com entretenimento, telefones celulares, produtos farmacêuticos e artigos de tocador, o período de referência foi de trinta dias. Para as despesas com serviços pessoais, artigos de papelaria, livros não-didáticos e assinatura de periódicos, brinquedos e material de recreação, vestuário e acessórios para homem, mulher e

criança, artigos de armarinho, tecidos e roupas de cama, mesa e banho, utensílios avulsos e artigos de banheiro, copa e cozinha, viagens, serviços de assistência à saúde, acessórios e manutenção de veículos e serviços bancários, de cartório e de outros profissionais, o período de referência foi de noventa dias. Para as despesas com cerimônias familiares e práticas religiosas, jóias, relógios, aparelhos e acessórios de telefonia celular, imóveis, contribuições, transferência e encargos financeiros, educação, documentação, seguro e outros gastos com veículos, aquisição de veículos, o período de referência foi de doze meses.

Para as informações sobre rendimento, adotou-se o período de referência de doze meses.

Os valores monetários coletados em diferentes períodos não podem ser comparados devido aos diferentes efeitos inflacionários dos respectivos períodos. Assim, adotou-se procedimentos de deflacionamento dos valores utilizando diversos tipos de deflatores, conforme as características dos dados. A data de referência foi 15 de janeiro de 2003.

Para as despesas com bens e serviços foram utilizados o Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA) nacional e regional e as variações de preços acompanhados pelo Sistema Nacional de Índices de Preços ao Consumidor do IBGE como indexadores.

Para rendimentos, foram utilizados a Pesquisa Nacional de Empregos do IBGE e variações do salário mínimo, da poupança, do índice de reajuste do Instituto Nacional de Seguridade Social (INSS) e do Índice Nacional de Preços ao Consumidor (INPC) como indexadores.

Com o objetivo de constituir um orçamento anual, foi necessário anualizar os valores informados de despesas e rendimentos em diferentes períodos de referência multiplicando os valores por seus respectivos fatores de anualização: cinquenta e dois (para o período de

referência de sete dias), doze (para o período de referência de trinta dias) e quatro (para o período de referência de noventa dias).

Cada domicílio pertencente à amostra da POF tem associado um peso amostral permitindo que ele represente um determinado número de domicílios do universo em que essa amostra foi selecionada, de acordo com o documento de publicação da POF 2002-2003. Assim, a estimativa total de qualquer variável é feita calculando a multiplicação do valor da variável pelo peso associado à respectiva unidade de análise (domicílio).

Para a estimação de economias de escala no consumo das famílias brasileiras, as variáveis utilizadas foram construídas a partir das informações demográficas individuais, de rendimentos individuais, ambas posteriormente agregadas por domicílio, e de despesas familiares fornecidas pela POF 2002-2003. São elas:

- ✓ *Número de membros da família*: número de membros pertencentes à família ou à unidade de consumo em questão;
- ✓ *Gasto total*: soma das despesas do domicílio com todos os bens e serviços, de alimentos a bens de consumo duráveis, coletados em diferentes períodos, mas com seus valores anualizados e deflacionados;
- ✓ *Gasto total per capita*: é o *Gasto total* dividido pelo número de membros da família;
- ✓ *Gasto total com alimentação fora do domicílio*: despesas com alimentação e bebidas realizadas fora do domicílio sendo os valores anualizados e deflacionados;
- ✓ *Gasto total com alimentação dentro do domicílio*: despesas com alimentação e bebidas realizadas dentro do domicílio sendo os valores anualizados e deflacionados;
- ✓ *Gasto total com alimentação*: despesas com alimentação e bebidas, dentro e fora do domicílio (soma do *Gasto total com alimentação fora do domicílio* com o *Gasto total com alimentação dentro do domicílio*);

- ✓ *Gasto total com moradia*: despesas com aluguel, serviços e taxas do domicílio, manutenção do domicílio, artigos de limpeza, mobiliários, eletrodomésticos, equipamentos e artigos do lar, manutenção e consertos de eletrodomésticos sendo os valores anualizados e deflacionados;
- ✓ *Participação do gasto total com alimentação no total dos gastos domiciliares*: é a razão entre o *Gasto total com alimentação* e o *Gasto total*;
- ✓ *Participação do gasto total com alimentação no total da soma dos gastos com alimentação e com moradia*: é a razão entre *Gasto total com moradia* e o total obtido pela soma do *Gasto total com moradia* com o *Gasto total com alimentação*;
- ✓ *Rendimento anual líquido*: somou-se a diferença do rendimento anual bruto individual e a despesa com o imposto de renda, com previdência e com outras deduções individuais de cada membro da família em questão. O rendimento bruto corresponde ao rendimento do último mês multiplicado pelo número de meses do ano em que o indivíduo recebeu o rendimento e pelo fator de deflação. Além disso, corresponde à remuneração em dinheiro e em benefícios recebidos no trabalho declarado;
- ✓ *Rendimento anual líquido per capita*: é o *Rendimento anual líquido* dividido pelo número de membros da família;
- ✓ *Proporção de adultos da família que trabalham*: razão entre o número de adultos que trabalham e a quantidade de membros que compõe a família em questão;
- ✓ *Idade da pessoa de referência*: idade do chefe de família, em anos;
- ✓ *Anos de estudo da pessoa de referência*: número de anos que a pessoa de referência estudou;

- ✓ Categorias Demográficas¹: categorias criadas de acordo com os sexos e as idades dos membros da família em questão. Cada categoria representa a razão entre o número de membros da família pertencentes à determinada categoria e o número total de membros da mesma família;
- ✓ *Dummies*¹ para as regiões do Brasil e para os estratos geográficos (área urbana, área rural, capital e restante da região metropolitana).

O banco de dados para estimação foi construído considerando cada domicílio particular permanente, ou seja, as informações quanto a características demográficas para cada indivíduo foram agrupadas considerando essa unidade amostral e as informações quanto a rendimentos e despesas de consumo foram pesquisadas e compiladas também por domicílio. Como pode haver mais de uma unidade de consumo, ou mais de uma família, inserida nessa unidade amostral e considerando que a estimação de economias de escala será feita para famílias, optou-se por excluir todos os casos em que há mais de uma família no domicílio (noventa e cinco casos), fazendo cada domicílio corresponder a uma família (ou unidade de consumo).

Também foram excluídos da amostra os domicílios que não apresentaram despesa com alimentação (1.832 casos) e os que não apresentaram rendimento líquido ou apresentaram valores negativos para essa última variável (5.423 casos).

Nesse estudo, o *rendimento anual líquido* para o trabalhador que produz para o próprio consumo é nulo. Portanto, nenhuma renda foi somada a essa variável para famílias que possuem membros que trabalham para produzir para consumo próprio. Além disso, as famílias que possuem somente membros que trabalham para produzir para consumo próprio foram excluídas.

¹ Maiores detalhes sobre a construção e composição das categorias demográficas serão apresentados no capítulo seguinte.

Como é necessário que haja adultos na família para o cálculo da variável *Proporção de adultos da família que trabalham*, foram excluídos os domicílios em que não há adultos, ou seja, famílias sem indivíduos com dezoito ou mais anos (vinte e três casos).

Além disso, foram excluídos os domicílios em que a pessoas de referência possuía mais do que sessenta e cinco anos e pessoas de referência que possuíam menos do que dezoito anos, ou seja, foram excluídas aquelas famílias chefiadas por idosos (conseqüentemente, as famílias compostas somente por idosos foram excluídas) e aquelas não chefiadas por adultos (3.666 casos). O objetivo foi uniformizar as preferências das famílias uma vez que elas podem variar consideravelmente se considerarmos famílias com idosos ou com pessoas que não são adultos como chefes de família.

Quanto aos valores extremos, denominados *outliers*, na distribuição estatística de variáveis de interesse que podem distorcer resultados por não serem dados representativos do conjunto de observações em questão, optou-se por retirar da amostra os maiores e os menores valores para a variável *gasto total* (os 936 maiores valores e os 936 menores valores foram retirados; cada uma dessas quantidades dos valores extremos representa 2,5% da amostra).

Alguns dos valores para a variável *participação do gasto total com alimentação no total dos gastos domiciliares*, principalmente os menores apresentaram valores diferentes do que esperado (valores entre 0,0002 e 0,03) também foram considerados *outliers*. Ao observar com mais detalhes as variáveis que a geraram (*gasto total per capita*, *gasto total per capita com alimentação e renda líquida per capita*), observou-se algumas inconsistências tais como valores para a variável *gasto com alimentos per capita* em um nível abaixo do esperado, dado a *renda líquida per capita* e o *gasto total per capita*.

¹ Maiores detalhes sobre as *dummies* serão apresentados no capítulo seguinte.

Tabela 13 – Brasil: análise da participação do gasto total com alimentação no total dos gastos domiciliares (2002-2003)

Participação dos alimentos	Gasto com alimentação per capita (R\$/ano)		Gasto total per capita (R\$/ano)		Renda líquida per capita (R\$/ano)	
	Até 0,02	Após 0,03	Até 0,02	Após 0,03	Até 0,02	Após 0,03
Média ^a	154	1.045	8.482	4.888	5.352	3.036
Desvio-Padrão ^a	198	1.118	8.976	5.711	8.431	5.069
Máximo	2.121	31.512	82.684	85.651	114.192	141.048
Mínimo	1,4	16,2	380,8	205,7	15,0	1,4

^a Resultados não ponderados.

Fonte: Cálculos do autor.

Para a montagem da Tabela 13, o banco de dados foi ordenado ascendentemente de acordo com os valores da variável *participação do gasto total com alimentação no total dos gastos domiciliares*. O banco de dados foi, então, dividido em duas partes: a primeira se refere a todos os dados associados aos valores da variável *Participação do gasto total com alimentação no total dos gastos domiciliares* menores do que 0,03 e a outra, aos valores maiores do que 0,03. A inconsistência é notada quando comparamos as estatísticas das variáveis *gasto total per capita*, *gasto total per capita com alimentação* e *renda líquida per capita*: a média do *gasto total per capita com alimentação* está em um valor muito menor do que o esperado se comparado com a média dos valores das variáveis *gasto total per capita* e *renda líquida per capita*. Optou-se, então, por excluir as famílias que apresentam valores menores do que 0,03 para a variável *participação do gasto total com alimentação no total dos gastos domiciliares* (1.158 casos).

Com o total dessas exclusões, o total de domicílios da amostra foi de 48.470 para 34.401 domicílios. O número de famílias por Regiões e estratos geográficos, assim como algumas estatísticas para os dados das amostras, antes e depois das exclusões acima mencionadas, estão colocadas nas duas tabelas a seguir.

Tabela 14 - Brasil: número de famílias por Região e estrato geográfico. Resultados ponderados (amostra de 34.401 famílias)

Regiões/País	Número de famílias ^a	Por estrato geográfico ^b			
		Capital	Urbano	Rural	Resto da região metropolitana
Nordeste	8.584.492 (25%)	2.028.169 (24%)	3.744.784 (44%)	2.149.495 (25%)	662.044 (8%)
Norte	2.458.308 (7%)	770.500 (31%)	991.147 (40%)	591.875 (24%)	104.786 (4%)
Centro-Oeste	2.495.669 (7%)	544.231 (22%)	1.660.380 (67%)	291.058 (12%)	-
Sul	5.585.425 (16%)	704.507 (13%)	3.155.988 (57%)	949.498 (17%)	775.432 (14%)
Sudeste	15.377.513 (45%)	3.812.896 (25%)	7.080.409 (46%)	1.256.736 (8%)	3.227.472 (21%)
Brasil	34.501.407 (100%)	7.860.303 (23%)	16.632.708 (48%)	5.238.662 (15%)	4.769.734 (14%)

^a Os valores em parênteses representam a participação do número de famílias da Região no total de famílias do Brasil.

^b Os valores em parênteses representam a participação do número de famílias cada estrato geográfico no total de famílias da Região/Brasil.

Fonte: Cálculos do autor.

As famílias que estão representadas na amostra em que serão estimadas as economias de escala para o Brasil são majoritariamente urbanas (85%, sendo 37% pertencentes às capitais e às suas respectivas regiões metropolitanas e 48% pertencentes a outros centros urbanos). É também importante ressaltar a participação das famílias da Região Sudeste e da Região Nordeste no total de famílias brasileiras (45% e 25%, respectivamente).

Na Tabela 15 é importante ressaltar as estatísticas relacionadas aos *gastos totais*. Os valores máximos e mínimos para essa variável na amostra original (amostra de 48.470 elementos) foram excluídos para evitar distorções nos resultados por não serem dados representativos do conjunto de observações. Com isso, o desvio-padrão para as variáveis relacionadas à variável *gasto total* (*gasto totais per capita*, *gasto com alimentos e gasto com alimentos per capita*), além dela própria, tiveram seus valores diminuídos. As variáveis *renda líquida* e *renda líquida per capita* também tiveram os valores de seus desvios-padrão diminuídos devido à relação existente entre essas variáveis e o *Gasto total*. As variáveis

participação dos gastos com alimentos (no orçamento total da família) e *tamanho da família* não se alteraram significativamente.

Tabela 15 - Brasil: análise de estatísticas amostrais antes e depois das exclusões (2002-2003)

	Gasto total (R\$/ano)		Gasto com alimentos (R\$/ano)		Renda líquida (R\$/ano)		Participação de alimento	
Amostra:	48.470	34.401	48.470	34.401	48.470	34.401	48.470	34.401
Média ^a	22.375	15.702	3.817	3.511	13.007	9.705	0,24	0,27
Desvio- Padrão ^a	32.875	14.286	3.791	3.132	22.101	14.203	0,16	0,17
Máximo	1.419.851	85.734	86.016	62.930	4.339.608	657.746	0,96	0,96
Mínimo	505	2.261	5,7	81	4,4	4,4	0,00	0,03
	Gasto Total per capita (R\$/ano)		Gasto com alimentos per capita (R\$/ano)		Renda líquida per capita (R\$/ano)		Tamanho da família	
Amostra:	48.470	34.401	48.470	34.401	48.470	34.401	48.470	34.401
Média ^a	7.280	4.890	1.179	1.045	4.275	3.037	3,84	3,99
Desvio- Padrão ^a	12.911	5.713	1.369	1.118	7.904	5.071	1,78	1,85
Máximo	682.669	85.651	31.512	31.512	619.944	141.048	20,00	20,00
Mínimo	111,4	205	1,4	16,2	1,3	1,35	1,00	1,00

^a Resultados ponderados.

Fonte: Cálculos do autor.

5 MODELOS EMPÍRICOS: MÉTODOS DE ESTIMAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Para obter estimativas de economias de escala utilizar-se-á os pressupostos do modelo de Barten e os mesmos procedimentos usados por Deaton e Paxson (1998) e seguidos também por Gan e Vernon (2001) e Valderrama (2002). Considerar-se-á, inicialmente, famílias que alocam os seus gastos em apenas dois tipos de bens, um privado (alimento) e outro supostamente público (*housing*¹).

Assim como em Deaton e Paxson (1998), este estudo denomina *housing* o gasto com todos os outros bens que não alimentos. Segundo Nelson (1988), não é possível garantir, que $\sigma_h > \sigma_f$, ou seja, não é possível afirmar que as economias de escala no gastos em *housing* são relativamente maiores que em alimentos. Por esse motivo, seguindo os procedimentos de Gan e Vernon (2001) e Valderrama (2002), considerar-se-á as mesmas famílias alocando seus gastos em um privado (alimento) e outro bem relativamente mais público que alimento (*moradia*²) para verificar a consistência do modelo de Barten e os dados.

5.1 Estimações não-paramétricas

A primeira análise dos dados consiste na estimação não-paramétrica das Curvas de Engel para diferentes composições familiares, ou seja, estimar-se-á a *participação dos alimentos no*

¹ Seguindo Deaton e Paxson (1998), o termo *housing* foi usado para definir todos os tipos de gastos que não gastos com alimentos.

² O termo *moradia* foi usado para definir despesas coletivas com: habitação; manutenção, reparos, reformas e construção de habitação e jazigo; serviços públicos e similares; serviços domésticos; e limpeza. Adotou-se, assim, uma categoria de despesas semelhante àquela denominada por *bona fide shelter* por Nelson (1988).

orçamento total da família (w_f) contra o *gasto total per capita*, em logaritmo neperiano ($\ln(x/n)$), para cada tipo de família usando uma regressão local não-paramétrica de Kernel.

Seguindo Deaton e Paxson (1998), os tipos de famílias foram definidos de acordo com suas características demográficas e mantida a mesma proporção entre adultos e crianças¹. Tal abordagem justifica-se como uma tentativa de observar somente variações no bem-estar das famílias que têm a mesma distribuição de preferências entre adultos e crianças quando algum membro é adicionado à família. Assim, para observar o comportamento da w_f , mantendo o x/n constante, o número de membros de cada tipo foi sendo alterado, porém sempre mantendo a mesma proporção entre adultos e crianças.

A partir do banco de dados original, foram extraídos diferentes bancos de dados, de acordo com cada tipo de família. Para o cálculo da regressão local de Kernel, foi selecionado um intervalo $[l_0, l_m]$ usando os valores dos logaritmos neperianos do *gasto total per capita* ($l = \ln(x/n)$) para cada tipo de família. Esse intervalo foi dividido em 512 pontos equidistantes². Denominando qualquer ponto, dos 512 existentes no intervalo $[l_0, l_m]$, como ll_m , foi calculada uma média ponderada usando uma regressão local de Kernel de w_f contra $l = \ln(x/n)$ com informações de famílias do mesmo tipo, em que cada observação da amostra recebe o seguinte fator de ponderação:

$$43 \quad \omega_{im} = \frac{1}{h} K\left(\frac{l_i - ll_m}{h}\right),$$

¹ Os tipos de famílias foram criados de acordo com as seguintes proporções: adulto(s) e nenhuma criança; um adulto e uma criança; um adulto e duas crianças e dois adultos e uma criança. Adultos são os membros com idade entre dezoito e sessenta e quatro anos e crianças são os membros com idade entre zero e dezessete anos.

² O número pelo qual o intervalo $[l_0, l_m]$ é dividido foi escolhido de acordo com a capacidade computacional do *software* utilizado para realizar a estimação não-paramétrica (no caso, o *software* escolhido para realizar todas as estimações não-paramétricas foi o R).

com $i = 1, 2, \dots, N$ sendo o número de observações da amostra e $m = 1, 2, \dots, 512$ os pontos equidistantes¹ no intervalo $[l_0, l_m]$; h é o termo que indica a *bandwidth* da regressão e κ é denominada Função de Kernel Quadrática de Epanechnikov e pode ser representada da seguinte forma:

$$44 \quad \kappa(t) = \frac{15}{16} (1 - t^2)^2 1(|t| \leq 1),$$

em que $1(\cdot)$ é uma função indicador. O termo h é denominado parâmetro de *suavização* pois determina quantos pontos vizinhos à l_m serão levados em conta para que a regressão local de Kernel seja realizada. Um grande valor para h implicará em baixa variância, porém uma maior risco. Como resultado da equação 44, tem-se um valor esperado de w_f para cada ponto l_m .

Além da ponderação dada em 43, também foram considerados os pesos amostrais. Os tamanhos das amostras expandidas e não expandidas, para cada tipo de família, são:

- ✓ um adulto e nenhuma criança: 2.278.161 elementos (1930, sem considerar os pesos amostrais);
- ✓ dois adultos e nenhuma criança: 4.204.691 elementos (3.926, sem considerar os pesos amostrais);
- ✓ três adultos e nenhuma criança: 1.936.649 elementos (1.793, sem considerar os pesos amostrais);
- ✓ um adulto e uma criança: 792.412 elementos (828, sem considerar os pesos amostrais);

¹ O valor da *bandwidth* é calculado automaticamente pelo *software* econométrico utilizado para realizar as estimações não-paramétricas de maneira a otimizar os resultados.

- ✓ dois adultos e duas crianças: 5.496.462 elementos (5.701, sem considerar os pesos amostrais);
- ✓ três adulto e três crianças: 519.279 elementos (610, sem considerar os pesos amostrais);
- ✓ um adulto e duas crianças: 695.439 elementos (760, sem considerar os pesos amostrais);
- ✓ dois adultos e quatro crianças: 930.987 elementos (1001, sem considerar os pesos amostrais);
- ✓ dois adulto e uma criança: 5.544.267 elementos (5.265, sem considerar os pesos amostrais);
- ✓ quatro adultos e duas crianças: 529.096 elementos (553, sem considerar os pesos amostrais).

Para poder comparar os resultados do valor esperado de w_f para os diferentes tipos de família, mantendo x/n constante, foram calculadas médias ponderadas do valor esperado de w_f , sendo a ponderação dado pela estimação da densidade de estimada para a variável $\ln(x/n)$, calculada para toda a amostra. Ou seja, a ponderação é calculada multiplicando os valores esperados de w_f , calculados pela regressão local de Kernel, pelos valores dados pela estimação da densidade de Kernel de $\ln(x/n)$ para cada um dos 512 pontos do intervalo ll_m .

$$45 \int_{l_0}^{l_1} E(w_f | z, l) f(l) dl ,$$

em que w_f indica a *participação do gasto total com alimentação no total dos gastos domiciliares*, z os tipos de famílias, $l = \ln x/n$ o logaritmo neperiano do *gasto total per capita* e $f(l)$ uma função de densidade de Kernel. Uma importante característica da equação

45 é que podemos comparar seus resultados para diferentes família, mantendo x/n constante, uma vez que a densidade de Kernel dada por $f(l)$ é a mesma para todos os tipos de famílias (DEATON; PAXSON, 1998).

Abaixo estão representados os resultados para as estimações não-paramétricas para diferentes tipos de famílias brasileiras composta por proporções fixas entre adultos e crianças. Em Deaton e Paxson (1998) comparou-se o comportamento do *gasto per capita com alimentação* para diferentes tipos de famílias, mantendo constante o x/n usando o modelo de Barten. Pode-se representar tal problema da seguinte forma (DEATON; PAXSON, 1998):

$$\mathbf{46} \quad E\left\langle \frac{p_f q_f}{n} \middle| z, \frac{x}{n} \right\rangle > E\left\langle \frac{p_f q_f}{n} \middle| y, \frac{x}{n} \right\rangle,$$

em que z e y são diferentes tipos de famílias, com z tendo um maior número de membros que y mas ambos tipos com a mesma proporção entre adultos e crianças; e $(p_f q_f)/n$ é o *gasto per capita com alimentação*. Como w_f pode ser definido como a razão entre $(p_f q_f)/n$ e x/n , pode-se reescrever a equação **46** da seguinte forma:

$$\mathbf{47} \quad E\left\langle w_f \middle| z, \frac{x}{n} \right\rangle > E\left\langle w_f \middle| y, \frac{x}{n} \right\rangle.$$

A equação **47** informa que, mantendo o x/n constante, a w_f deve ser maior para famílias com maior número de membros.

Para o modelo de Barten, as curvas de Engel entre tamanhos de famílias diferentes têm o mesmo formato das curvas representadas na Figura 1. Este gráfico representa o método de Engel para o cálculo de economias de escala e, portanto, as curvas para as famílias menores estão acima e à direita das curvas para as famílias maiores pois, considerando o mesmo dispêndio total, a família maior apresenta uma participação no consumo de alimentos menor

do que a família menor em todos os pontos e, por isso, a família maior está em um nível de bem-estar maior do que a família menor.

Para o modelo de Barten, porém, a curva de Engel para a família com maior número de membros deveria estar acima da curva para a família com menor número de membros indicando que, mantendo o dispêndio total constante, a participação de alimentos no orçamento e, por consequência, o bem-estar da família cresceriam com o número de seus membros pois, dada uma baixa elasticidade preço próprio e uma alta elasticidade renda dos alimentos, recursos que sobrariam do consumo compartilhado de bens públicos poderiam ser alocados no consumo de alimentos. O aumento do consumo de alimentos, ou o aumento da participação dos gastos com alimentos com relação ao gasto total, em países em que parte considerável das famílias é considerada pobre, como o Brasil, está associado a um aumento de bem-estar.

As curvas de Engel da Figura 3 mostram os resultados das estimações não-paramétricas entre a *Participação do gasto total com alimentação no total dos gastos domiciliares* (w_f) e os *gastos totais per capita*, em logaritmos ($\ln x/n$), para famílias brasileiras com um, dois e três adultos e nenhuma criança.

Figura 3 - Brasil: estimação não-paramétrica das Curvas de Engel – famílias compostas somente por adultos

É possível observar que para todos os casos há uma relação negativa entre w_f e $\ln x/n$. Ao manter constante o *gasto total per capita* para observar as diferenças entre as curvas, conforme aumenta o número de adultos, também é possível afirmar¹ que a proporção dos alimentos diminui conforme se aumenta o número de membros desse tipo de família. Tal resultado confirma o paradoxo de Deaton e Paxson (1998) para dados brasileiros e, portanto, contradiz as previsões do modelo de Barten como colocadas por esses autores.

¹ As comparações, via diferenças, entre as curvas podem ser feitas, pois o logaritmo do *gasto per capita* mantém-se constante (a função densidade estimada para calcular a média ponderada é comum a todos os tipos de famílias além de ser calculada em um mesmo intervalo de pontos).

Figura 4 - Brasil: estimação não-paramétrica das Curvas de Engel com intervalos de confiança de 95% – famílias compostas somente por adultos

As curvas de Engel da Figura 4 são as mesmas da Figura 3, divididas em dois gráficos, cada curva com seus respectivos intervalos de confiança a 95%. O primeiro gráfico faz comparação entre famílias sem crianças de um e dois adultos. O segundo, entre famílias sem crianças de um e três adultos. Além da estimação da curva de Engel para famílias com um adulto de fato estar acima das curvas nas duas comparações, a diferença entre essas curvas são estatisticamente significantes. Nos intervalos em que $\ln x/n$ apresenta valores extremos, tanto altos e quanto baixos, as diferenças das curvas de Engel não apresentam a mesma significância estatística se comparado com seus valores médios, pois, nesses casos com valores extremos, as curvas são menos precisas por estarem representando poucas famílias.

O painel de quatro gráficos a seguir é também resultado de estimações não-paramétricas entre a w_f e $\ln x/n$ para famílias. As diferenças com relação ao gráfico anterior é que as famílias agora são de tamanhos diferentes, porém cada gráfico preserva a mesma proporção entre adultos e crianças entre as linhas apresentadas.

Figura 5 - Brasil: estimação não-paramétrica das Curvas de Engel com intervalos de confiança de 95% – famílias com proporções iguais entre adultos sem crianças

Não são em todas as estimações para curvas de Engel para os tipos de famílias, representadas na Figura 5, que apresentam uma relação negativa entre w_f e o $\ln x/n$. Cabe salientar intervalos no gráfico *d*, além de outros intervalos pequenos em outros gráficos, em que as extremidades da curva para as famílias de um adulto e duas crianças essa relação é positiva.

Para os tipos de famílias em que estão variando o número de crianças, era esperado que não só w_f aumentasse com o aumento do número de membros na família mas também pelo aumento do número de crianças. Porém, para todos os tipos de famílias representadas na Figura 5, as curvas de Engel estimadas não comprovam a predição do modelo que Barten especificado em Deaton e Paxson (1998) segundo o qual, mantendo a mesma proporção entre o número de adultos e crianças e mantendo x/n constante, w_f *per capita* aumenta quando o número de membros de uma família aumenta, com exceção de intervalos nas curvas apresentadas para as famílias com proporção de dois adultos para uma criança (gráfico *c*) e de um adulto para duas crianças (gráfico *d*). Para ambos gráficos, os intervalos em que os dados corroboram o modelo de Barten não o fazem para toda a comparação entre as famílias de diferentes tamanhos. Adicionalmente, para o segundo, parte desse intervalo refere-se à uma das extremidades da curva para as famílias de um adulto e duas crianças em que a relação entre w_f e o $\ln x/n$ é positiva.

As evidências empíricas obtidas corroboram o modelo de Engel, ou seja, que w_f *per capita* relaciona-se negativamente com o tamanho da família, mantendo a mesma proporção entre adultos e crianças e com x/n constante.

No entanto, Gan e Vernon (2001) afirmam que a predição do modelo de Barten, relativa ao consumo de apenas dois bens (um público e outro privado), depende das relativas economias de escala entre os bens públicos (*housing* - σ_h) e privados (alimentos - σ_f) considerados no consumo, além de formas funcionais iguais nas funções de utilidades das diferentes famílias. Ou seja, requer que $\sigma_h > \sigma_f$ (equação 31).

Neste estudo, assim como nos estudos de Deaton e Paxson (1998) e de Valderrama (2002), nada pode ser dito sobre a economia de escala da variável gasto com *housing* (σ_h)

relativamente à economia de escala da variável gasto com alimentos (σ_f), ou seja, não é possível garantir que $\sigma_h > \sigma_f$.

Assim, para verificar a consistência entre o modelo de Barten com os dados, um novo conjunto de estimações não-paramétricas foi realizado utilizando a participação dos gastos com alimentos relativa à soma dos gastos com alimentos e um bem relativamente mais público (gastos com moradia), ou seja, entre a *participação dos gastos com alimentos com base em gastos com moradia e alimentos* (w_f^{bfs+f}) e os *gastos com moradia e alimentos per capita*, em logaritmos ($\ln[(bfs + f)/n]$), para diferentes tipos de famílias.

Figura 6 - Brasil: estimação não-paramétrica das Curvas de Engel – famílias compostas somente por adultos. Base: gastos com moradia e alimentos

Na Figura 6 observa-se que prevalecem relações negativas entre w_f^{bfs+f} e $\ln[(bfs + f)/n]$ para todos os tamanhos para o tipo de família composto somente por adultos, com exceção de parte da curva referente às famílias com dois adultos. Porém, ao manter

constante $\ln[(bfs + f)/n]$ para observar as diferenças entre as curvas, à medida em que aumenta o número de adultos, nada é possível afirmar sobre a relação de w_f^{bfs+f} com o número de membros desse tipo de família. Tal fato, portanto, não permite corroborar o modelo de Barten para esse tipo de família.

Figura 7 - Brasil: estimação não-paramétrica das Curvas de Engel com intervalos de confiança de 95% – famílias com por proporções iguais entre adultos sem crianças. Base: gastos com moradia e alimentos

A Figura 7 mostra as curvas de Engel estimadas não parametricamente, relacionando w_f^{bfs+f} e $\ln[(bfs + f)/n]$ para diferentes tipos de famílias. Assim como na Figura 5, não são todas as curvas de Engel estimadas que apresentam uma relação negativa entre w_f^{bfs+f} e o $\ln[(bfs + f)/n]$ e salienta-se os intervalos nos gráficos *b* e *c*, que representam as famílias de três adultos e três crianças e as famílias de quatro adultos e duas crianças, respectivamente, em que dita relação é positiva.

Nas Figura 5 e Figura 7, as curvas de Engel estimadas não comprovam a predição do modelo que Barten especificado em Deaton e Paxson (1998), apesar de todos os gráficos da Figura 7 apresentarem intervalos em que famílias com maior número de membros disporem de w_f^{bfs+f} maior do que as famílias com maior número de membros. Porém, na Figura 7 está sendo testada a consistência do modelo de Barten com relação aos dados brasileiros. Como os resultados não corroboram o modelo, conclui-se que ele não é adequado para medir as economias de escala no consumo familiar para os dados brasileiros.

A apresentação dos resultados através de gráficos pode trazer dificuldades na interpretação, pois são vários os momentos em que as curvas se cruzam. Assim como em Deaton e Paxson (1998), Gan e Vernon (2001) e Valderrama (2002), foram computados, na Tabela 16, as médias ponderadas para a proporção dos alimentos com relação ao gasto total *per capita* (w_f) e para a proporção dos alimentos com relação ao gasto *per capita* com alimentos e moradia (w_f^{bfs+f}) em que as ponderações foram dadas pela função de densidade estimada para os respectivos gastos *per capita*..

Tabela 16 – Brasil: médias ponderadas pela densidade de Kernel para o logaritmo do gasto *per capita* da participação de gastos com alimentação

	Base: Gasto total ^a	Base: Moradia + Alimentos ^a
Tipos de famílias	$\hat{w}_f$	$\hat{w}_f^{bfs+f}$
1 adulto, 0 criança	0,273	0,348
2 adultos, 0 criança	0,210	0,253
3 adultos, 0 criança	0,180	0,234
1 adulto, 1 criança	0,202	0,246
2 adultos, 2 crianças	0,204	0,267
3 adultos, 3 crianças	0,102	0,040
2 adultos, 1 criança	0,195	0,259
4 adultos, 2 crianças	0,045	-0,329
1 adulto, 2 crianças	0,247	0,332
2 adultos, 4 crianças	0,110	0,025

Fonte: Cálculos do autor.

Notas: ^a Os valores dados para a função densidade de Kernel foram ajustados para que sua soma desse um.

A maioria dos resultados apresentados na Tabela 16¹ confirmam os resultados comentados anteriormente. Para a maioria dos tipos de famílias, a proporção dos alimentos no gasto, dada por w_f e w_f^{bfs+f} , ponderados pela densidade estimada dos respectivos gastos *per capita* diminuem conforme aumentamos o número de membros, mantendo os gastos *per capita* constantes. A exceção está na transição das famílias com um adulto e uma criança para as famílias com dois adultos e duas crianças, para ambas médias ponderadas.

5.2 Estimções paramétricas

Apesar das estimções não-paramétricas fornecerem informações relevantes quanto à relação entre a participação dos alimentos no gasto total da família e o número de membros da

¹ Nos estudos de Deaton e Paxson (1998), Gan e Vernon (2001) e Valderrama (2002), os desvios-padrão para as médias ponderadas da participação de gastos com alimentação foram calculadas pelo método de *Bootstrap*.

família, esse método não permite controlar por características das famílias que influenciam no seu gasto com alimentação como a idade, o sexo, a região geográfica, o estrato geográfico ou se os membros da família exercem algum trabalho remunerado ou não.

Para lidar com essas características, que variam de família para família, é necessário lançar mão de modelos paramétricos de estimação. Neste estudo, é desenvolvido um modelo empírico paramétrico simples em que a forma funcional adotada é semelhante das que foram usadas por Lanjouw e Ravallion (1995), Deaton e Paxson (1998), Gan e Vernon (2001) e Valderrama (2002) para estimar as economias de escala no consumo de famílias. Especialmente utilizou-se a forma funcional de Working-Leser e sua especificação é dada por:

$$42 \quad w_f = \alpha + \beta \ln\left(\frac{x}{n}\right) + \gamma \ln n + \sum_{j=1}^{J-1} \eta_j \frac{n_j}{n} + \zeta v + \mu,$$

em que α , β , γ , η_j e ζ são os parâmetros a serem estimados, w_f é a *participação do gasto total com alimentação no total dos gastos domiciliares*, x/n é o *gasto total per capita*, n é o *número de membros da família*, n_j/n são categorias demográficas criadas de acordo com os sexos e as idades dos membros da família em questão e o vetor v inclui variáveis como *dummies* para cada região brasileira, para diferentes faixas de renda e para diferentes estratos geográficos, além da proporção dos adultos que trabalham com relação ao total de membros da família, a idade e o número de anos de estudo da pessoa de referência da família.

Cada categoria demográfica é definida pela razão entre o número de membros da família pertencentes à determinada categoria, definida de acordo com os gêneros e as idades dos membros, com o número total de membros da família. Assim, foram criadas dez categorias compostas por grupos de membros masculinos e femininos com idades de até cinco

Neste trabalho, porém, os desvios-padrão não foram estimados devido a problemas computacionais que

anos, com idades entre seis e onze anos, entre doze e dezessete anos, entre dezoito e sessenta e quatro anos e com idades maiores que sessenta e cinco anos.

As *dummies* consideradas foram criadas para as regiões geográficas brasileiras (Norte, Nordeste, Centro-Oeste, Sudeste e Sul) e para os estratos geográficos pesquisados pela POF 2002-2003 (rural, urbano, capita e região metropolitana). Adicionalmente, em algumas estimações, foram inseridas *dummies* de declividade compostas pela multiplicação das *dummies* de cada uma das regiões geográficas brasileiras com o logaritmo do *número de membros da família*, $\ln n$. Com isso, é possível diferenciar os efeitos da variação do número de membros da família na w_f para cada uma das regiões.

A razão pela qual a *proporção de adultos da família que trabalham* foi incluída na estimação das economias de escala é que essa variável pode influenciar a participação dos gastos com alimentos de várias formas. Trabalhadores adultos podem: i) alimentar-se em lugares fora de seu domicílio; ii) gastar mais com alimentos, pois pagam também pelo serviço extra que os restaurantes cobram, fazendo com que a participação dos alimentos nos gastos aumente; e iii) trabalhar em setores da economia que exigem maior ou menor níveis de requerimentos nutricionais e calóricos.

A idade e o número de anos de estudo da pessoa de referência da família foram incluídos para controlar diferenças entre preferências de famílias que possuem chefes de família com diferentes idades e níveis de instrução.

Os parâmetros-chave dessa análise são o γ e os parâmetros das *dummies* de declividade, resultado da multiplicação das *dummies* das regiões geográficas e de $\ln n$. Multiplicando esses parâmetros por cem, obtém-se as estimações da mudança em percentual

da w_f se o tamanho da família é duplicado, mantendo constante o x/n , a composição e características demográficas da família.

Apesar da simplicidade da forma funcional de Working-Leser e apesar dessa especificação se adaptar bem aos dados em outros estudos sobre economias de escala e sobre escalas de equivalência, deve-se salientar os problemas de especificação que estão implícitos na estimação da equação 42 por Mínimos Quadrados Ordinários (deste ponto em diante, MQO) tratados por Deaton e Paxson (1998). Um desses problemas está relacionado com a quase inevitável correlação entre os erros em w_f e $\ln x/n$ pois a fonte dessas duas variáveis é a mesma: o orçamento familiar. Por consequência, o estimador de MQO do parâmetro β será viesado. Não é possível verificar de antemão a direção do viés pois isso dependerá das informações sobre os erros de medida relativos aos gastos com produtos alimentícios e aos gastos com produtos não-alimentícios e da importância relativa de cada um desses conjuntos de gastos no orçamento familiar total. Além disso, devido à relação negativa entre x/n e n , é provável que γ também seja viesado devido à correlação dos erros em $\ln x/n$ e n , porém não é possível determinar se o viés será positivo ou negativo.

Para tratar o problema acima, além das estimações de MQO, também estimar-se-á a equação 42 por Variáveis Instrumentais (deste ponto em diante, VI) usando como instrumento para $\ln x/n$ o *rendimento anual líquido per capita*¹, em logaritmos neperianos ($\ln r/n$). A escolha de $\ln r/n$ como instrumento de $\ln x/n$ foi realizada devido à forte correlação entre essas variáveis e devido ao fato de $\ln r/n$ ser obtido de forma independente à $\ln x/n$, ou seja, de outra fonte de informação diferente do orçamento familiar.

¹ Para evitar possíveis problemas nos termos erráticos, tanto na renda como no consumo, quando valores relativos a autoconsumo são imputados simultaneamente nessas variáveis, considerou-se somente a renda em dinheiro e em benefícios.

Um outro problema relacionado à forma funcional de Working-Leser é a relação entre a *participação do gasto com alimentação com relação ao gasto total* considerado (w_f) e o *gasto total per capita* (x/n), uma vez que x/n é negativamente relacionada com o número de membros (n) das famílias brasileiras analisadas. Para tratar essa dificuldade, Deaton e Paxson (1998) adotaram formas funcionais mais flexíveis para a estimação de w_f , como as denominadas formas funcionais de *Fourier* e a de *Estes e Honoré* (especificação semi-paramétrica). Uma vez que essas duas últimas especificações resultaram em valores semelhantes aos valores obtidos por MQO e por VI, pelo menos para o parâmetro de interesse γ , optou-se por não abordá-los nesse estudo.

Nas tabelas abaixo estão representados os valores estimados para o parâmetro γ da equação 42 pelos métodos de MQO e por VI, considerando a participação dos alimentos com relação ao gasto total (w_f) e com relação ao gasto com moradia e alimento (w_f^{bfs+f}). Os valores obtidos são para o Brasil e para suas regiões geográficas, separadamente. As estimações levaram em consideração todas as variáveis discutidas anteriormente.

Os resultados apresentados nas tabelas abaixo mostram a soma dos coeficientes estimados do logaritmo do tamanho da família (γ) com as *dummies* de declividade de cada região brasileira e para o Brasil para estimações da equação 42 pelos métodos de MQO e por VI, considerando apenas a participação dos alimentos com relação ao gasto total (w_f)¹.

¹ O motivo pelo qual os coeficientes γ e das *dummies* de declividade são somados vem do resultado da derivada parcial de w_f com relação à $\ln n$, que mostra a influência de variações no tamanho da família na participação dos alimentos no gasto total da família para cada Região: $\frac{\partial w_f}{\partial \ln n} = \gamma + \tau_r$. A única exceção é a região Sudeste, que é a região de referência.

**Tabela 17 – Brasil e regiões: coeficiente dos logaritmos do tamanho da família (x 100).
base: gasto total**

	Brasil ^c	Norte	Nordeste	Centro-Oeste	Sul	Sudeste
MQO						
$\gamma + \tau_r$ ^a	-1,8	0,5	-0,8	-3,2	-2,7	-2,4
Desvio-Padrão ^b	7,12e-5	2,09e-4	1,28e-4	2,13e-4	1,45e-4	8,6e-5
VI						
$\gamma + \tau_r$	-4,3	-1,8	-3,3	-5,2	-4,8	-4,7
Desvio-Padrão	7,89e-5	2,09e-4	1,31e-4	2,18e-4	1,49e-4	9,38e-5

Fonte: Estimacões do autor.

Notas: ^a Os coeficientes para cada Região é resultado da soma do coeficiente do $\ln n$ com o coeficiente da respectiva *dummy* de declividade.

^b Os desvios-padrão para cada Região referem-se ao calculado para cada *dummy* de declividade;

^c Os coeficientes para o Brasil e seus desvios-padrão, tanto para as estimacões por MQO quanto por VI, foram obtidos deixando de levar em consideracão as *dummies* para as Regiões e as *dummies* de declividade.

Para obter o coeficiente para o Brasil, as estimacões não as mesmas para obter os coeficientes γ e τ_r . Foram realizadas estimacões por MQO e VI com as mesmas variáveis com exceção das *dummies* de Região e as de declividade. Obteve-se, assim, somente o parâmetro γ que fornece a contribuicão de variações no tamanho da família para w_f .

Os coeficientes estimados das *dummies* regiões geográficas são todos menores para o método VI que aqueles obtidos pelo método de MQO. Já o coeficiente para o Brasil foi maior na estimacão por VI do que na estimacão por MQO. Todos os coeficientes, para ambas estimacões, são estatisticamente significantes a 1%.

Observar-se que os coeficientes são negativos, ou seja, um aumento no tamanho da família, mantendo constante o gasto *per capita*, está associado a uma menor participacão dos alimentos no gasto total, com exceção da Região Norte na estimacão por MQO. Tais resultados estão de acordo com os resultados das estimacões não-paramétricas realizadas anteriormente e, portanto, estão em indo na direção contrária previsto pelo modelo de Barten.

È importante dê tacar, no entanto, que os resultados da

Tabela 17 não necessariamente contradizem o modelo de Barten pois não é possível garantir que $\sigma_h > \sigma_f$. Em outras palavras, não é possível garantir que os alimentos são produtos mais privados do que os bens não-alimentares; ou ainda, nada pode ser dito sobre a economia de escala da variável gasto com bens não-alimentares (*housing*- σ_h) relativamente à economia de escala da variável gasto com alimentos (σ_f).

Para tornar mais claro a relação negativa entre $\ln n$ em w_f , pode-se descrever os efeitos de variações do tamanho da família na elasticidade de w_f com relação ao tamanho da família (n), mantendo constante x/n , dada por:

$$48 \quad \frac{\partial w_f}{\partial n} \cdot \frac{n}{w_f} = \frac{\gamma + \tau_r}{n} \cdot \frac{n}{w_f} = \frac{\gamma + \tau_r}{w_f},$$

em que τ_r é o coeficiente das *dummies* de declividade das r ($r=1, 2, 3$ ou 4) Regiões geográficas brasileiras. Pode-se interpretar esse resultado como uma medida da variação percentual no consumo *per capita* de alimentos quando o tamanho e o gasto total da família dobram (DEATON; PAXSON, 1998).

Para comparar tais efeitos entre as regiões brasileiras, é necessário calcular a equação 48 para cada uma delas, o que é feito na tabela 18.

Assim, dobrando o tamanho e os gastos totais das famílias da Região Nordeste, por exemplo, haverá uma diminuição de 10,3% no gasto *per capita* com alimentação. Para a Região Sudeste, essa diminuição será de 21,4%. Para o Brasil, a diminuição será de 17,2%. É possível observar na Tabela 18 que as maiores variações irão ocorrer nas regiões Centro-Oeste, Sudeste e Sul.

Uma possível explicação para as diferenças entre os baixos percentuais das Regiões mais pobres (Norte e Nordeste) e os altos percentuais das Regiões mais ricas (Sul e Sudeste)

na Tabela 18, pode ser o baixo valor da elasticidade preço por alimentos, em módulo, para as Regiões mais pobres com relação às Regiões mais ricas, devido aos alimentos serem produtos necessários e possuírem poucos substitutos em Regiões mais pobres.

Tabela 18 – Brasil e regiões: elasticidade de w_f com relação a n , com x/n constante

Brasil/Região	$\gamma + \tau_r^a$ (x100)	w_f (média)	Elasticidade^b (%)
Norte	-1,8	0,32	-5,6
Nordeste	-3,3	0,32	-10,3
Centro-Oeste	-5,2	0,23	-22,6
Sul	-4,8	0,23	-20,9
Sudeste	-4,7	0,22	-21,4
Brasil^c	-4,3	0,25	-17,2

Fonte: Cálculos do autor.

^a Coeficientes da estimação por VI.

^b Valores aproximados.

^c Os valores de τ_r para o Brasil são zero.

Os resultados na Tabela 18 comprovam uma outra predição do modelo de Barten: famílias mais pobres apresentam valores de γ , ou $\gamma + \tau_r$, maiores que para as famílias mais ricas, mantendo $\ln x/n$ constante. Entretanto, cumpre notar que essa comparação pode ser feita apenas sob hipótese de que as famílias brasileiras possuem as mesmas funções de utilidade e os mesmos parâmetros de preferência.

O valor para o coeficiente de $\ln n$ para Brasil e para os valores da soma dos coeficientes de $\ln n$ e das *dummies* de declividade para as Regiões Nordeste, Centro-Oeste, Sul e Sudeste, levando-se em conta a estimação por VI, parecem ser bastante próximos dos valores encontrados por Deaton e Paxson (1998) para os países mais pobres por ele analisados (Tailândia, Paquistão e África do Sul). O contrário ocorre com o valor para a Região Norte que parece se aproximar mais dos resultados de países mais ricos. Tais comparações, no entanto, devem ser vistas com cuidado já que as famílias de diferentes países possuem as

mesmas funções de utilidade e os mesmos parâmetros de preferência entre si. Como consequência, os valores dos parâmetros podem diferir e comparações desses valores entre países não farão sentido.

Os coeficientes para o logaritmo do gasto *per capita* ($\ln x/n$), não explicitados na Tabela 17, também estão de acordo com os resultados das estimações não-paramétricas e com o esperado. Para ambos modelos de estimação, são negativos e estatisticamente significantes a 1%.

Assim como nas regressões não-paramétricas, para testar a consistência entre o modelo de Barten com os dados brasileiros, novas estimações paramétricas foram realizadas utilizando a participação dos gastos com alimentos relativa à soma dos gastos com alimentos e um bem relativamente mais público (gastos com moradia), ou seja, foram realizadas estimações paramétricas, por MQO e por VI, entre a *participação dos gastos com alimentos com base em gastos com moradia e alimentos* (w_f^{bfs+f}), ao invés da *participação dos gastos com alimentos com base em gastos totais* (w_f), e os *gastos com moradia e alimentos per capita*, em logaritmos ($\ln[(bfs + f)/n]$), ao invés dos *gastos totais*, em logaritmos ($\ln x/n$). Assim, é possível verificar que a economia de escala da variável gasto com bens não-alimentares (moradia- σ_{bfs}) é relativamente maior que a economia de escala da variável gasto com alimentos (σ_f), ou seja, que $\sigma_{bfs} > \sigma_f$. Os resultados estão na tabela abaixo.

Na Tabela 19, os coeficientes das Regiões geográficas para a estimação por VI foram, a exemplo da Tabela 17, todos eles menores que os respectivos coeficientes para a estimação por MQO, inclusive, o coeficiente para o Brasil. Todos os coeficientes, para ambas estimações, são estatisticamente significantes a 1%.

Tabela 19 - Brasil e regiões: coeficiente dos logaritmos do tamanho da família (x 100) – base: gasto com moradia e alimentos

	Brasil ^c	Norte	Nordeste	Centro-Oeste	Sul	Sudeste
MQO						
$\gamma + \tau_r$ ^a	5,7	8,6	7,5	4,0	4,6	5,4
Desvio-Padrão ^b	1,00e-4	2,60 e-4	1,60 e-4	2,78e-4	1,91e-4	1,21e-4
VI						
$\gamma + \tau_r$ ^a	0,6	4,7	3,2	0,3	0,8	1,2
Desvio-Padrão ^b	1,20e-4	2,60 e-4	1,65 e-4	2,86e-4	1,97 e-4	1,36e-4

Fonte: Estimções do autor.

Notas: ^a Os coeficientes para cada Região é resultado da soma do coeficiente do $\ln n$ com o coeficiente da respectiva *dummy* de declividade.

^b Os desvios-padrão para cada Região referem-se ao calculado para cada *dummy* de declividade;

^c Os coeficientes, e seus desvios-padrão, para o Brasil, tanto para os MQO quanto para o método por VI, foram obtidos deixando de levar em consideração as *dummies* para as Regiões e as *dummies* de declividade.

Ao contrário das estimções paramétricas anteriores, observar-se que, neste caso, os coeficientes são todos positivos, ou seja, um aumento no tamanho da família, mantendo constante o gasto *per capita*, está associado a uma maior participação dos alimentos no gasto total. Tais resultados estão de acordo com o que foi previsto pelo modelo de Barten e, portanto, comprovam a consistência deste modelo com os dados brasileiros.

Comparando os resultados das estimções não-paramétricas e paramétricas de w_f^{bfs+f} , têm-se resultados contraditórios. Enquanto nas primeiras, as médias ponderadas para w_f^{bfs+f} , em que as ponderações foram dadas pela função de densidade estimada para os respectivos gastos *per capita*, apresentaram uma relação negativa entre w_f^{bfs+f} e o tamanho da família, nas segundas estimções de w_f^{bfs+f} os parâmetros apontam uma relação positiva entre essas duas variáveis. Tal contradição pode ser explicada pela ausência, no método não-paramétrico, de variáveis que permitam controlar pelas características das famílias que influenciam na sua preferência no consumo de bens alimentares como a idade, o sexo, a região geográfica, o estrato geográfico ou se os membros da família exercem algum trabalho remunerado ou não.

Analisando a relação entre $\ln n$ e w_f^{bfs+f} , mantendo $\ln[(bfs + f)/n]$ constante, a Tabela 20 descreve os efeitos de variações de n na elasticidade de w_f^{bfs+f} com relação ao tamanho da família, mantendo constante.

Tabela 20 – Brasil e regiões: elasticidade de w_f^{bfs+f} com relação à n , com $(bfs + f)/n$ constante

Brasil/Região	$\gamma + \tau_r^a$ (x100)	w_f^{bfs+f} (média)	Elasticidade^b (%)
Norte	4,7	0,51	9,2
Nordeste	3,2	0,52	6,2
Centro-Oeste	0,3	0,39	0,8
Sul	0,8	0,40	2,0
Sudeste	1,2	0,37	3,2
Brasil^c	0,6	0,43	1,4

Fonte: Cálculos do autor

^a Coeficientes da estimação por VI.

^b Valores aproximados.

^c Os valores de τ_r para o Brasil são zero.

Dobrando o tamanho e os gastos totais das famílias da Região Norte, por exemplo, haverá um aumento de 9,2% no gasto *per capita* com alimentação. Para a Região Sul, essa diminuição será de 2%. Para o Brasil, o aumento será de 1,4%. Ainda é possível observar na Tabela 20 que as maiores variações irão ocorrer nas regiões Norte e Nordeste. Tal resultado também está de acordo com o modelo de Barten.

A explicação para as diferenças entre os altos percentuais das Regiões mais pobres (Norte e Nordeste) e os baixos percentuais das Regiões mais ricas (Sul e Sudeste), descritos na Tabela 20, pode ser não apenas o baixo valor da elasticidade preço por alimentos, em módulo, para as Regiões mais pobres com relação às Regiões mais ricas, mas também ao fato de que bens alimentares, relativamente à soma do consumo em alimentos e moradia, são bens mais privados do que os bens associados aos gastos com moradia ($\sigma_{bfs} > \sigma_f$).

Os resultados na Tabela 20, assim como na Tabela 18, comprovam outra predição do modelo de Barten: que famílias mais pobres apresentam valores de γ , ou $\gamma + \tau_r$, maiores que para as famílias mais ricas, mantendo $\ln x/n$ constante. Tal comparação pode ser feita pois ainda está sendo considerado que as famílias brasileiras possuem as mesmas funções de utilidade e os mesmos parâmetros de preferência entre si.

O coeficiente para o logaritmo do gasto *per capita* ($\ln[(bfs + f)/n]$) para a estimação por VI, não explicitado na Tabela 19, também está de acordo com os resultados das estimações não-paramétricas e com o esperado, ou seja, β é negativo e estatisticamente significativo a 1%. A exceção está para o sinal positivo para esse coeficiente para a estimação por MQO. Porém, devido a relação entre os erros de w_f^{bfs+f} e $\ln[(bfs + f)/n]$, sabe-se que ele está viesado.

Com relação à teoria estatística, além do problema relacionado à correlação entre os erros em w_f e $\ln x/n$, tem-se os possíveis problemas quanto à homocedasticidade. Para evitar o problema de heterocedasticidade as estimações apresentadas foram realizadas com o estimador de *Huber/White* para a variância ao invés do cálculo tradicional.

Com o objetivo de analisar a variação na participação de outros produtos em comparação à variação da participação dos alimentos no gasto total familiar, além de investigar possíveis padrões entre os países considerados, Deaton e Paxson (1998) estimam a equação 42, por MQO, para parcelas de gastos alocados em outros grupos de bens, como vestuário e calçados, moradia (em um sentido mais amplo do que o abordado neste estudo), recreação e entretenimento, álcool e tabaco, parcela dos alimentos consumidos dentro do domicílio e parcela dos alimentos consumidos fora do domicílio.

Assim como Gan e Vernon (2001), investigar-se-á os dois últimos grupos estudados por Deaton e Paxson (1998). Mais especificamente, será analisado um componente público no

consumo dos alimentos: as economias de escala na preparação de refeições dentro do domicílio. Segundo Gan e Vernon (2001), se a preparação de refeições para n pessoas não levar n vezes o tempo de preparo para uma pessoa, uma família com maior número de pessoas faz diminuir o custo com a preparação de refeições, mantendo os custos em fazer refeições fora do domicílio constantes. Adicionalmente à predição acima, ainda deve-se levar em consideração os efeitos na parcela de custo da alimentação realizada fora do domicílio devido ao componente de serviço que os fazem ainda mais suscetíveis à substituição por refeições preparadas dentro do domicílio quando o tamanho da família aumenta. É esperado, portanto, que a parcela da alimentação realizada fora do domicílio diminua conforme o tamanho da família aumenta.

Enquanto a análise feita por Gan e Vernon (2001) levou em consideração apenas as famílias com mais de um adulto, Deaton e Paxson (1998) levaram em consideração tanto famílias com mais de um adulto quanto o conjunto de todas as famílias. A análise para o caso brasileiro levará em conta famílias com mais de um adulto e o conjunto de todas as famílias separadamente, pois supõe-se que famílias compostas somente por um adulto tenha uma parcela maior dos seus gastos direcionados à alimentação fora de se domicílio e, portanto, beneficiariam-se mais que outros tipos de famílias dos fatores relacionados às economias de escala na preparação de refeições e dos menores custos relacionados ao componente de serviço.

Assim como em Gan e Vernon (2001), considerou-se os gastos com bebidas alcoólicas na proporção dos gastos com alimentos fora do domicílio além da proporção dos gastos com alimentos fora do domicílio sem bebidas alcoólicas. A razão está no fato de que as bebidas alcoólicas também servem de fontes de calorias e, portanto, seu consumo pode ser considerado substituto para o consumo de alimentos.

Na tabela abaixo, estão os resultados para os coeficientes de $\ln n$ das estimações por VI da equação para 42 para a proporção dos gastos em alimentos, em alimentos dentro do domicílio e em alimentos fora do domicílio (com e sem bebidas alcoólicas) para o Brasil e para suas Regiões geográficas.

Todas as estimações da Tabela 21 foram realizadas com o estimador de *Huber/White* para a variância ao invés do cálculo tradicional para evitar o problema, a heterocedasticidade.

Tabela 21 - Brasil e regiões: coeficiente dos logaritmos do tamanho da família (x 100) – base: gasto total

Todas as famílias						
Proporção dos gastos alocados em ($\gamma + \tau_r^a$):	Brasil ^b	Norte	Nordeste	Centro-Oeste	Sul	Sudeste
Alimentos	-4,3	-1,8	-3,3	-5,2	-4,8	-4,7
Alimentos dentro do domicílio	-4,9	-1,5	-4,0	-5,3	-5,7	-5,4
Alimentos fora do domicílio (sem bebidas alcoólicas)	-2,2	-3,2	-2,9	-2,9	-1,9	-1,8
Alimentos fora do domicílio (com bebidas alcoólicas)	-2,3	-3,3	-2,8	-2,9	-1,6	-2,0
Famílias com mais de um adulto						
	Brasil ^b	Norte	Nordeste	Centro-Oeste	Sul	Sudeste
Alimentos	-3,1	-0,3	-2,5	-4,2	-4,1	-3,7
Alimentos dentro do domicílio	-4,8	-0,7	-4,3	-5,3	-5,9	-5,7
Alimentos fora do domicílio (sem bebidas alcoólicas)	-0,8	-2,3	-1,1	-1,2	-0,9	-0,1
Alimentos fora do domicílio (com bebidas alcoólicas)	-0,3	-1,8	-0,7	-1,0	-0,3	0,3

Fonte: Estimções do autor.

^a Coeficientes da estimação por VI.

^b Os coeficientes para o Brasil foram obtidos deixando de levar em consideração as *dummies* para as Regiões e as *dummies* de declividade.

Todos os coeficientes são estatisticamente significantes a 1%. Os coeficientes relativos à proporção dos gastos em alimentação fora do domicílio (com e sem bebidas alcoólicas) possuem, com exceção do coeficiente para a Região Sudeste, sinais negativos, ou seja,

conforme o tamanho da família aumenta, menor será o montante destinado à alimentação realizada fora do domicílio.

É possível notar que os valores dos parâmetros para proporção dos gastos em alimentação fora do domicílio (com e sem bebidas alcoólicas) para todos os tipos de famílias são maiores que para as famílias com mais de um adulto em sua composição. Tal resultado também comprova o que foi colocado com relação às famílias compostas somente por um adulto.

Os resultados comprovam as previsões feitas anteriormente, com relação aos gastos com alimentação fora do domicílio, e ajudam a explicar o paradoxo colocado por Deaton e Paxson (1998) para os dados brasileiros, apesar de não resolve-lo.

6 CONCLUSÕES

A comparação de padrões de vida entre famílias com diferentes características demográficas, como em estudos de mensuração da pobreza, por exemplo, deve levar em consideração as necessidades de cada membro da família, de acordo com suas características, e as economias de escala, que levam em consideração o acréscimo de bem-estar *per capita* quando um membro adicional é incluído em sua composição. Para tal, são usados índices relativos, denominados escalas de equivalência, cujos principais componentes são a unidade de consumo equivalente e as economias de escala.

Para as estimações de economias de escala, foram discutidos a teoria e alguns trabalhos empíricos utilizando dois métodos de estimação: o método de Engel e o modelo de Barten. Em ambos, a participação relativa dos alimentos no orçamento familiar é utilizada como indicador de bem estar. Porém, no método de Engel, esse indicador se relaciona negativamente com o número de membros da família, ou seja, conforme o tamanho da família aumenta, mantendo constante o gasto total *per capita*, a participação relativa dos alimentos diminui e o bem-estar familiar aumenta. Já no modelo de Barten, a mesma relação é positiva, ou seja, conforme o tamanho da família aumenta, mantendo constante o gasto total *per capita*, a participação relativa dos alimentos aumenta e o bem-estar familiar aumenta.

O modelo de Barten apresenta a relação descrita acima pois supõe que o consumo familiar é dividido em dois tipos de bens: um público e outro privado. Supõe ainda que o bem privado tem elevada elasticidade renda e baixa, ou nenhuma, elasticidade preço próprio. Assim, quando há um aumento no tamanho da família e o gasto total *per capita* permanece constante, recursos serão liberados do consumo de bens públicos e estes, devido à elevada elasticidade renda e à baixa elasticidade preço próprio do bem privado, faz aumentar o

consumo do bem privado. Quanto mais próximas as famílias consideradas estiverem da pobreza, mais próximo os bens alimentícios estão das características de um bem privado e mais próximo da realidade o modelo estaria.

Para o Brasil, em geral, é razoável assumir que os bens alimentares possuem elevada elasticidade renda e baixa elasticidade preço próprio, já que grande parte de suas famílias são pobres. Assim, é esperado que o aumento do tamanho da família aumente a participação relativa dos alimentos no orçamento familiar. Quanto mais próximas as famílias consideradas estão da pobreza, maior é a associação entre aumento da participação relativa dos alimentos no orçamento familiar e o seu bem-estar, ou seja, maior é a associação com o modelo de Barten.

As evidências empíricas para o caso brasileiro, no entanto, parece favorecer o método de Engel. Tanto as estimações não-paramétricas quanto as paramétricas apontam para uma relação negativa entre a participação relativa dos alimentos no orçamento familiar e o tamanho da família, mantendo o gasto total *per capita* constante. Os mesmos resultados paradoxais foram obtidos por Deaton e Paxson (1998), Gan e Vernon (2001) e Valderrama (2002).

Para as estimações não-paramétricas, as curvas de Engel resultantes da estimação da participação relativa dos alimentos com o logaritmo do gasto total *per capita* mostram, na maioria dos casos, uma relação negativa entre a participação relativa dos alimentos e o tamanho da família, mantendo o gasto *per capita* constante. A forma das curvas de Engel dos gráficos resultantes, para a maior parte das comparações feitas, se aproxima da representação do método de Engel apresentado na Figura 1.

As médias da participação de gastos com alimentação ponderada pela densidade estimada do logaritmo do gastos *per capita*, construídas para sumarizar e melhor interpretar os resultados das estimações não-paramétricas, também comprovam o paradoxo.

Nas estimações paramétricas, a análise foi ampliada para abranger cada Região geográfica brasileira, em separado da análise do Brasil. As estimações foram feitas tanto por Mínimos Quadrados Ordinários (MQO) como por Variáveis Instrumentais (VI), devido à correlação entre os erros em w_f e $\ln x/n$. Os resultados do parâmetro de interesse, o parâmetro de $\ln n$, foram todos eles negativos tanto para o Brasil quanto para suas Regiões (com exceção da Região Norte), o que confirma os resultados paradoxais descritos nas estimações não-paramétricas.

No entanto, há evidências empíricas que comprovam a segunda predição do modelo Barten para o caso brasileiro. As diferenças entre os baixos valores, em valores absolutos, dos coeficientes de $\ln n$ para Regiões mais pobres (Norte e Nordeste) se comparado com os valores das Regiões mais ricas (Sul e Sudeste) na Tabela 18, demonstram o baixo valor da elasticidade preço por alimentos, em módulo, para as Regiões Norte e Nordeste com relação às Regiões Sul e Sudeste, devido aos alimentos serem produtos necessários e possuem poucos substitutos em Regiões mais pobres.

Com tais resultados, juntamente com outros igualmente paradoxais, podem trazer dúvidas quanto à consistência do modelo teórico. Gan e Vernon (2001), porém, levantam um possível problema quanto à especificação do modelo de Barten por Deaton e Paxson (1998): não é possível garantir que o bem público (*housing*) considerado no modelo especificado por Deaton e Paxson (1998) seja mais público do que o bem privado considerado (alimentos), ou seja, não é possível garantir que $\sigma_h > \sigma_f$. Essa condição é necessária para que as economias

de escala sejam positivas, ou seja, para que as participações dos gastos com alimentação tenha uma relação positiva com o tamanho da família.

Assim, para testar a consistência do modelo de Barten, foram realizadas novamente as estimações não-paramétricas e paramétricas considerando a participação relativa dos gastos com alimentos em relação aos gastos com alimentos mais um bem mais público (moradia), ao invés da participação relativa dos gastos com alimentos em relação aos gastos totais. Os resultados diferiram conforme o modelo empírico adotado: para as estimações não-paramétricas, as evidências continuaram a apontar para o método de Engel. Porém, para as estimações paramétricas, o modelo de Barten foi consistente. A ausência, nas estimações não-paramétricas, de informações quanto às características das famílias que influenciam no seu gasto com alimentação como a idade, o sexo, a região geográfica, o estrato geográfico ou se os membros da família exercem algum trabalho remunerado ou não podem explicar a falha no seu teste de consistência do modelo de Barten com os dados brasileiros.

Para verificar a contribuição da parcela da alimentação realizada fora do domicílio no paradoxo colocado acima, pois se supõe que haja não só economias de escala na preparação de refeições dentro do domicílio mas também efeitos da parcela de custo da alimentação realizada fora do domicílio devido ao componente de serviço que os fazem ainda mais suscetíveis à substituição por refeições preparadas dentro do domicílio quando o tamanho da família aumenta. Para o Brasil e para todas as Regiões, com exceção da Região Sudeste nas estimações para famílias com mais de um adulto, os coeficientes de $\ln n$ são todos negativos, confirmando o pressuposto que há substituição para refeições preparadas dentro do domicílio quando o tamanho da família aumenta e confirmando que a parcela de alimentação realizada fora do domicílio ajuda a explicar o paradoxo.

Apesar do resultado acima, não é possível afirmar que a hipótese desse trabalho foi confirmada, ou seja, não é possível afirmar que as famílias brasileiras apresentam economias de escala devido à presença de bens públicos no consumo familiar.

Após os resultados desse e de outros trabalhos, surgem dúvidas quanto à utilização da participação relativa dos alimentos no orçamento familiar. Nesse sentido, estudos futuros podem ser direcionados para a utilização de modelos de economias de escala para bens específico, nos moldes de trabalhos como os de Nelson (1988) e de Kakwani e Son (2005), em que a hipótese de que a participação dos alimentos é um bom indicador de bem-estar é deixada de lado em favor da adoção de economias de escalas específicas para cada bem ou categoria de bens.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ADELMAR, I. Development economics – A reassessment of goals. *American Economic Review*. Pittsburgh, vol. 65, n° 2, Papers and proceedings of the ninety-seventh annual meeting of the American Economic Association, p. 302-309, May 1975.

BELLUZZO, W.; TENUTA, L. M. A. *Escalas de equivalência para o custo criança no Brasil*. Não publicado. Ribeirão Preto, Universidade de São Paulo, 2003.

BLUNDELL, R.; LEWBEL, A. The information content of equivalence scales. *Journal of Econometrics*, vol. 50, n° 1-2, p. 49-68, Oct. 1991.

DEATON, A. S. *The Analysis of household surveys: A microeconomic approach to development policy*. Baltimore: John Hopkins University Press, 1997.

_____; MUELLBAUER, J. N. J. On measuring child costs: with applications to poor countries. *The Journal of Political Economy*. Chicago, vol. 94, n° 4, p. 720-744, Ago. 1986.

_____; PAXSON, C. Economies of scale, household size, and the demand of food. *The Journal of Political Economy*. Chicago, vol. 106, n° 5, p. 897-930, Oct. 1986.

_____; PAXSON, C. Measuring poverty among elderly. *National Bureau of Economic Research Working Papers Series*. Cambridge, n° 5296, Oct. 1995.

GAN, L.; VERNON, V. Testing the Barten model of economies of scale in household consumption: toward resolving a paradox of Deaton and Paxson. *Journal of Political Economy*. Chicago, vol. 111, n° 6, p. 1361-1377, May 2001.

GIBSON, J. Why does the Engel method work? Food demand, economies of size and household survey methods. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*. Oxford, vol. 64, n° 4, Sep. 2002.

KAKWANI, N.; SON, H.H. Economies of scale in household consumption: with application to Australia. *Australian Economic Papers*. Adelaide, vol. 44, n° 2, p. 134-148, Jun. 2005.

LANJOUW, P.; RAVALLION, M. Poverty and household size. *The Economic Journal*. Vol. 105, n° 433, p. 1415-1434, Nov. 1995.

NELSON, J. A. Household economies of scale in consumption: theory and evidence. *Econometrica*. Evanston (EUA), vol. 56, n° 6, p. 1301-1314, Nov. 1988.

PESQUISA de orçamentos familiares 2002-2003. *Primeiros resultados: Brasil e Grandes regiões*. Rio de Janeiro: IBGE, 2004.

POLLAK, R. A.; WALES, T. J. Welfare comparisons and equivalence scales. *American Economic Review*. Pittsburgh, vol. 69, n° 2, Papers and proceedings of the ninety-first annual meeting of the American Economic Association, p. 216-221, May 1979.

ROCHA, S. Opções metodológicas para a estimação de linhas de indigência e de pobreza no Brasil. Rio de Janeiro. IPEA-Seção Textos para Discussão, n° 720, Apr. 2000.

_____. Renda e pobreza – medidas per capita versus adulto-equivalente. Rio de Janeiro. IPEA-Seção Textos para Discussão, n° 609, Nov. 1998.

_____. On statistical mapping of poverty: social reality, concepts and measurement. Rio de Janeiro. IPEA-Seção Textos para Discussão, n° 553, Mar. 1998.

_____. Poverty studies in Brazil – A review. Rio de Janeiro. IPEA-Seção Textos para Discussão, n° 398, Jan. 1996.

TSAKLOGLOU, P. Estimation and Comparison of Two Simple Models of Equivalence Scales for the Cost of Children. *The Economic Journal*, vol. 101, n° 405, p. 343-357. Mar. 1991.

VALDERRAMA, F. J. L. Economías de escala en los hogares y pobreza. Departamento Nacional de Planeación. Bogotá Archivos de Economía, Documento 212, 42p.

APÊNDICE A – Método de Rothbarth

A metodologia de Rothbarth usa o gasto com bens de adulto¹, ao invés de usar a participação dos produtos alimentares no orçamento familiar, como indicador de bem-estar. A hipótese é de que uma criança adicional na família reduz o consumo desses bens, pois recursos são desviados para compras de produtos para essa criança; ou, ainda, que o bem-estar da família é função monotônica e crescente dos gastos com bens de adulto. O cálculo de quanto a renda deveria ter diminuído para produzir a mesma queda no gasto de bens de adulto, segundo Rothbarth, é indicador de custo criança.

A Figura 8 tem a mesma estrutura da Figura 1, porém, no eixo vertical, a participação relativa do consumo de alimentos no orçamento da família é substituída pelo dispêndio em bens de adulto. A inclinação positiva das curvas acima indica que os bens de adultos são bens normais. Fixando o dispêndio total em x^0 , pode-se observar que a família maior apresenta um dispêndio menor em bens de adulto do que a família menor. Assim, para atingir o mesmo nível de bem-estar da família menor, a família maior terá que aumentar o seu dispêndio em bens de adulto em $(x^1 - x^0)$. Esta diferença é definida de custo criança pelo modelo de Rothbarth.

¹ Bens de adulto: bens consumidos exclusivamente por adultos.

Figura 8 - Método de Rothbarth para a mensuração do custo de criança

A partir dessa visão, pode-se imaginar, por exemplo, os efeitos de uma criança adicional em uma família composta somente por adultos. Esses efeitos podem ser divididos no efeito renda (redução do consumo do adulto para que a criança adicional tenha suas necessidades atendidas) e no efeito substituição (rearranjo do consumo do adulto devido à nova situação). Esse último efeito existiria mesmo se o adulto fosse recompensado financeiramente pelo efeito renda.

Porém, para a metodologia de Rothbarth, mais uma hipótese precisa ser estabelecida: o efeito no consumo dos adultos só pode ser medido por meio do efeito renda, ou seja, supõe-se que não existe o efeito substituição. Assim, se a correta compensação pelo custo criança calculada pelo método de Rothbarth for paga, alterações no consumo de bens de adulto deverão permanecer inalteradas conforme o número de crianças varia dentro da família.

Considerando o caso em que os bens de adulto são aqueles bens que não são alimentos, ou seja, considerando que crianças consomem apenas alimentos, tem-se que o custo criança calculado pelo método de Engel será sempre maior que o de Rothbarth. A

explicação é dada por Deaton e Muellbauer (1986): supondo uma família com apenas dois adultos. A ela é adicionada uma criança e é paga a compensação de Rothbarth para manter os gastos dos adultos com produtos não-alimentícios no mesmo nível de antes da adição da criança. Porém, como um valor positivo foi pago para a família, o total de gastos irá aumentar sem que haja aumento no gasto com produtos não-alimentícios. Isso fará com que a participação dos gastos com alimentos no orçamento total da família aumente e, pelo método de Engel, fará decrescer o bem-estar da família. Conclui-se, portanto, que a compensação de Rothbarth é menor do que a de Engel.

Tsakloglou (1991) formaliza uma estrutura teórica para o método de Rothbarth. Para este é assumida uma função de custo aditiva ao invés da função de custo multiplicativa do método de Engel:

$$49 \quad c(u, p_A, p_B, z_C) = \alpha(u, p_B, z_C) + \beta(u, p_A, p_B),$$

em que p_A e p_B são os vetores de preços para os bens consumidos somente por adultos (A) e para os bens consumidos por adultos e crianças (B) e z_C é o vetor de características das crianças. β pode representar os custos fixos da família e α , o custo criança.

Nesse contexto, o orçamento da família pode ser dividido entre o consumo dos bens A e dos bens B ($X = X_A + X_B = p_A q_A + p_B q_B$) e, usando 49, o dispêndio para os bens A (X_A), é dado por:

$$50 \quad X_A = \sum_{i \in A} p_i \frac{\partial \beta(u, p_A, p_B)}{\partial p_i} = \theta(u, p_A, p_B).$$

Supondo preços constantes e que X_A e u são monotonicamente relacionados, X_A é um indicador de bem-estar.

Apesar de usar hipóteses diferentes, o cálculo do custo criança pela metodologia de Rothbarth é bastante semelhante ao do Modelo de Engel. Depois de estabelecida uma curva de Engel para a participação dos bens de adulto no orçamento familiar, ela é usada para calcular a renda adicional que seria necessária para anular o efeito financeiro negativo da presença adicional de uma criança na família. A diferença entre essas duas medidas, na verdade, irá depender dos bens de adultos escolhidos para realizar os cálculos, da resposta do consumo de alimentos às variações no gasto total e à composição demográfica das famílias consideradas e da resposta do consumo de bens de adulto às variações no gasto total e à composição demográfica das famílias consideradas.

Assumindo a hipótese de que bens não alimentares são todos bens de adulto, a Tabela 22 apresenta os resultados obtidos por Deaton e Muellbauer (1986) em estudos realizados para o Sri Lanka e Indonésia, com base no método de Rothbarth usando as formas funcionais de Working-Leser (sendo a família de referência composta por dois adultos e considerando o gasto com alimentos da família de referência a média desses gastos para a amostra).

Tabela 22 - Sri Lanka e Indonésia: estimativas de escalas de equivalência de Rothbarth

Família de referência: dois adultos	Idades	Uma criança adicional	Duas crianças adicionais
Sri Lanka (1969-1970)			
1,00	Crianças de todas idades	1,12	1,21
Indonésia (1978)			
1,00	Crianças com 5 ou menos anos	1,10	1,16
1,00	Crianças com mais de 5 anos	1,12	1,22

Fonte: Deaton e Muellbauer (1986), p.736.

Os resultados da tabela acima indicam que, em geral, o custo criança para esses dois países está entre 20% e 25% do custo de um adulto, valores bastante inferiores aos encontrados usando o método de Engel (Tabela 23), porém os valores são consistentes entre os países considerados. Além disso, o custo por criança adicional parece decrescer com o seu número, ou seja, a segunda criança parece ter um custo menor que a primeira.

Tabela 23 - Sri Lanka e Indonésia: Estimativas de escalas de equivalência de Engel

Família de referência: dois adultos	Idades	Uma criança adicional	Duas crianças adicionais
Sri Lanka (1969-1970)			
1,00	Crianças de todas idades	1,41	1,77
Indonésia (1978)			
1,00	Crianças com 5 ou menos anos	1,45	1,86
1,00	Crianças com mais de 5 anos	1,58	2,22

Fonte: Deaton e Muellbauer (1986), p.731.

Belluzzo e Tenuta (2003) usam os mesmos procedimentos, utilizando dados do Brasil, que Deaton e Muellbauer (1986) aplicaram e chegam nos resultados apresentados na Tabela 24 e na Tabela 25.

Tabela 24 - Brasil: estimativas de escalas de equivalência de Rothbarth (1995/1996)

Família de referência: dois adultos	Faixa de idades (anos)	Uma criança adicional	Duas crianças adicionais	Três crianças adicionais
1,00	0-6	1,02	1,04	1,06
	6-12	1,03	1,06	1,10

Fonte: Belluzzo e Tenuta (2003), p. 10.

Tabela 25 - Brasil: Estimativas de escalas de equivalência de Engel (1995/1996)

Família de referência: dois adultos	Faixa de idades (anos)	Uma criança adicional	Duas crianças adicionais	Três crianças adicionais
1,00	0-6	1,30	1,59	1,93
	6-12	1,41	1,95	2,77

Fonte: Belluzzo e Tenuta (2003), p. 10.

Tsakloglou (1991) utilizou a estrutura teórica apresentada acima não só como modelo, mas também para a seleção de bens de adulto para obter o custo criança tendo como fonte de dados a pesquisa de orçamentos familiares da Grécia de 1981/1982.

A equação **49** implica que existe um subsistema de equações de demanda que são independentes das características demográficas das crianças, ou seja, essa equação está de acordo com a hipótese de que as crianças afetam a demanda por bens de adulto somente através do efeito renda e não através do efeito substituição. Para selecionar os bens que fazem parte do grupo de bens de adulto, Tsakloglou (1991) regrid o gasto com o candidato a ser bem de adulto contra o total de gastos com bens de adulto, contra variáveis demográficas e então testa se as variáveis demográficas são conjuntamente significantes. Através dessa metodologia foram selecionados os seguintes bens: alimentação fora de casa; álcool; tabaco; vestuário para adultos e entretenimento. A estimativa do custo criança para uma família de referência composta por apenas dois adultos calculada pelo método de Rothbarth, segundo Tsakloglou (1991), é dada na Tabela 26.

É possível observar que, para o estudo de Tsakloglou (1991), o custo criança cresce com a idade e decresce com as faixas de idades consideradas.

Há vários problemas relacionados à metodologia de Rothbarth. Dentre eles, está o da escolha de quais serão os corretos bens de adultos (por exemplo, a adição de uma criança não afeta o consumo de alguns bens de adulto o bastante para que eles sejam bons indicadores de

quanto a renda da família diminui com seu aumento, como é o caso do tabaco e do álcool) e a disponibilidade de informações sobre eles em pesquisas de orçamentos familiares.

Tabela 26 - Grécia: estimativas de escalas de equivalência de Rothbarth (1981/1982)

Dispêndio mensal total da família de referência ^a	Faixa de idades (anos)		
	0-5	6-13	0-13
35 mil drachmas (baixa)	1,098	1,141	1,126
50 mil drachmas (média)	1,091	1,130	1,117
75 mil drachmas (alta)	1,084	1,119	1,107

^a A família de referência corresponde a dois adultos.

Fonte: Tsakloglou (1991, p. 353).

Porém, os maiores problemas estão relacionados com o efeito substituição, ou seja, com o rearranjo do consumo do adulto devido à presença de uma criança adicional, mesmo considerando que já foi paga uma compensação financeira pelo efeito renda. Esse efeito pode ocorrer porque bens que são consumidos tanto por adultos quanto por crianças se tornam mais caros após o aparecimento dessas últimas e, assim, os adultos que forem compensados pela metodologia de Rothbarth irão consumir mais bens de adultos do que antes do nascimento da nova criança e porque a presença de crianças deve fazer com que os adultos aloquem seu tempo diferentemente de antes de seu surgimento. Isso pode significar que a compensação de Rothbarth pode trazer tanto um acréscimo quanto um decréscimo no consumo de adultos (DEATON, 1997). Um exemplo é dado por Deaton e Muellbauer (1986): os adultos de uma determinada família podem demandar mais *Compact Discs* de um determinado tipo de música (algum tipo que não é apreciado por crianças) conforme o número de crianças dentro da família aumenta, pois os pais podem não ter mais tempo para ir a *shows* ao vivo.

Devido a esses fatores negativos, Deaton (1997) questiona a validade do método de Rothbarth para o cálculo do custo criança e se o bem-estar de adultos pode realmente dizer

alguma coisa de útil a respeito do bem-estar de outros membros da família. Apesar disso, salienta que as críticas associadas ao método de Rothbarth são menos *severas* do que as feitas para o método de Engel.