"A FEA e a USP respeitam os direitos autorais deste trabalho. Nós acreditamos que a melhor proteção contra o uso ilegítimo deste texto é a publicação online. Além de preservar o conteúdo motiva-nos oferecer à sociedade o conhecimento produzido no âmbito da universidade pública e dar publicidade ao esforço do pesquisador. Entretanto, caso não seja do interesse do autor manter o documento online, pedimos compreensão em relação à iniciativa e o contato pelo e-mail bibfea@usp.br para que possamos tomar as providências cabíveis (remoção da tese ou dissertação da BDTD)."

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO E CONTABILIDADE
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
MESTRADO PROFISSIONALIZANTE “MODELAGEM MATEMÁTICA EM
FINANÇAS”**

**UMA ANÁLISE EMPÍRICA DE SÉRIES TEMPORAIS DE RISCO E
RETORNO BRASILEIRAS E AMERICANAS**

João Alberto Domenici

Professor Doutor Pedro Alberto Morettin

**São Paulo
2002**

**UMA ANÁLISE EMPÍRICA DE SÉRIES TEMPORAIS DE RISCO E
RETORNO BRASILEIRAS E AMERICANAS**

João Alberto Domenici

Dissertação apresentada à
Faculdade de Economia,
Administração e Contabilidade
e ao Instituto de Matemática e
Estatística da Universidade de
São Paulo para obtenção do
Título de Mestre.

Orientador: Professor Doutor
Pedro Alberto Morettin

São Paulo
2002

AGRADECIMENTOS

O meu enorme agradecimento ao Professor Doutor Pedro Alberto Morettin, que academicamente soube não só me conduzir brilhantemente durante a dissertação, mas também despertar minha paixão pela estatística e suas aplicações em finanças.

Profissionalmente fico muito grato ao Banco Itaú, em especial à Área de Mercado de Capitais (AMC), pelo apoio financeiro e pelo incentivo dos colegas.

É com muita emoção que agradeço aos meus pais, João e Arlette, que desempenharam papel fundamental na minha formação, ensinando-me princípios, dando-me educação e, sobretudo, muito amor.

Agradeço também aos meus amigos e toda a minha família, pela compreensão dos momentos de inevitável ausência.

Finalmente, a minha infinita gratidão à minha alma gêmea e eterna companheira Ana Paula, pela força e paciência dignas de uma mulher especial.

À paz mundial

RESUMO

Busquei neste ensaio colaborar no suporte empírico às teorias econômico-financeiras, aplicando métodos matemáticos e estatísticos a dados recentes de risco e retorno. Utilizei para tal, séries temporais mensais de índices de ações e de juros de títulos de renda fixa dos mercados brasileiro e norte-americano. Após apresentar ampla teoria, analisei várias propriedades individuais de cada série, como seus momentos, e também relações e interdependências, como cointegração e causalidade. Com a finalidade de estender a pesquisa aos conhecidos modelos ARCH/GARCH, complementei o estudo com uma série longa de dados diários de preços do bezerro no mercado brasileiro, onde ajustei um modelo clássico para a média e para a variância condicional.

ABSTRACT

In this essay, I attempted to aggregate on economical theory empirical studies, applying mathematical and statistical methods on the latest risk and return data. To do so, I used monthly basis stock market index and fixed income time series provided by Brazilian and American markets. Based on the presented theory, I analyzed many individual properties for each series, just like their moments, and also interdependency and relationship, as cointegration and causality. I also extended my studies to ARCH/GARCH models, adjusting a classic model for the mean and conditional variance, using a long daily basis cattle prices data in Brazilian market.

ÍNDICE

Agradecimentos.....	2
Resumo.....	4
Abstract.....	4
Índice.....	5
Introdução.....	7
I. Teoria.....	11
I.A. Modelagem da Média.....	11
I.A.1 Função de autocorrelação e de autocorrelação parcial.....	11
I.A.2 Processos lineares.....	16
I.A.4 Processos auto-regressivos de médias móveis.....	18
I.A.5 Processos não-estacionários e processos ARIMA.....	22
I.A.6 Processos Sazonais e modelos SARIMA.....	25
I.A.7 Processos de memória longa – ARFIMA.....	27
I.A.3 Testes para raízes unitárias.....	28
I.B. Modelagem da variância condicional.....	30
I.B.1 Processos ARCH e GARCH (e suas variações).....	31
I.B.1.1 ARCH.....	31
I.B.1.2 GARCH.....	34
I.B.1.3 AGARCH.....	38
I.B.1.4 EGARCH.....	39
I.B.1.5 TARCH.....	39
I.B.1.6 IGARCH.....	40
I.C. Relações entre séries temporais.....	41
I.C.1 Cointegração.....	41
I.C.1.1 Testes de cointegração.....	42

I.C.2 Vetores auto-regressivos – VAR e VEC.....	45
I.C.2.1 VAR (<i>Vector Autoregressive</i>).....	45
I.C.2.2 VEC (<i>Vector of error correction</i>).....	46
I.C.3 Causalidade.....	46
I.C.3.1 Teste de causalidade de Granger.....	47
II. Análise dos dados.....	49
II.1. Análise das séries individuais.....	49
II.1.A. S&P 500.....	49
II.1.B. IBOVESPA.....	58
II.1.C. Risco EUA: Rating B3.....	68
II.1.D. Risco Brasil: C-BOND.....	74
II.2. Análise das relações entre as séries.....	80
II.2.A. Séries B3, CBOND, LNIBOV, LNSEP.....	80
II.2.B. Séries DB3, DCBOND, DLNIBOV, DLNSEP.....	84
II.2.C. Cointegração.....	88
II.2.D. VAR e VEC.....	89
II.2.E. Causalidade.....	94
III. Análise empírica de dados de alta frequência.....	98
III.A. Série diária de preços do bezerro.....	98
III.B. Ajuste de modelo para a série.....	104
IV. Conclusão.....	112
V. Referências bibliográficas.....	114

INTRODUÇÃO

O estudo dos investimentos financeiros nos leva invariavelmente à questão da dicotomia risco-retorno. Quanto maior o retorno esperado de uma ação ou de um título de renda fixa (bond), maior o risco corrido pelo investidor. Mas é possível quantificá-los *a priori*? A parte mais moderna da teoria, que coincide com o pensamento Markoviano, nos diz que a melhor estimativa do próximo passo de um ativo é o seu próprio preço atual, com certos graus de variabilidade para cima e para baixo, ou seja, um passeio casual, aleatório (também chamado de Browniano ou de Wiener). O que é então o passeio aleatório (random walk)? Uma definição simples, colocada por Malkiel (1996), seria a não predição dos futuros passos de uma variável, baseado nos passos anteriores. Levando esta definição para o mercado de capitais e, mais especificamente o mercado à vista e futuro de ações e índices de ações, significa não valer qualquer esforço monetário para estudar o comportamento passado de uma ação ou índice, ou analisar a fundo a macroeconomia, os setores da economia, e as empresas, pois as informações já estariam contidas nos seus preços, como nos sugere a teoria de eficiência de mercado. Então qual a razão da existência de tantos bancos de investimentos, traders, brokerage houses, e empresas de asset management, com enormes e caríssimas estruturas de análise de investimentos, sejam elas fundamentalistas ou técnicas?

Seria porque isto demonstraria profissionalismo frente aos clientes, atraindo-os para essas empresas interessadas exclusivamente em suas comissões, e somente os clientes correriam os riscos baseados na análise das casas de investimento? Ou estas efetivamente agregariam valor às aplicações próprias e dos clientes que, no jargão de mercado “fariam dinheiro” com as informações obtidas do passado? Portanto, mencionar a

teoria do passeio aleatório no mercado de capitais passa a ser uma afronta a todos os participantes, e sua crença ameaçaria sobremaneira a existência da maioria destas casas de investimento. Os inúmeros Ph.D's com suas "Letras Gregas", os traders com seus "gráficos de suportes e resistências" (análise técnica), os renomados analistas de empresas com seus "múltiplos de preço-lucro" (análise fundamentalista), além dos aplicados estatísticos e econometristas, teriam seus empregos e altos salários seriamente ameaçados, pois se não conseguem na realidade um percentual de acerto melhor do que um simpático chimpanzé, que estaria muito feliz com seu índice de 50% de acerto (compra ou vende) e uma banana por dia de salário, melhor seria que buscassem outras profissões...

Em um mercado chamado eficiente, os preços não podem ser previstos, pois todas as expectativas e informações estão incorporadas nos preços dos ativos. Fama (1970) declarou: "os preços totalmente refletem as informações disponíveis". Samuelson (1965), reforça essa corrente, afirmando que a aleatoriedade dos preços é criada quando um vasto número de participantes do mercado lutam por lucros, buscando todas as informações disponíveis, incorporando-as aos preços e imediatamente eliminando as oportunidades de lucro surgidas, fazendo com que, em um mundo idealizado com preços contínuos (instantâneos) e sem custos de transação, não seja possível, baseado na informação disponível, prever os preços das ações ou commodities (mesmo a curto prazo). Em contrapartida, Grossman and Stiglitz (1976/1980) discutem a própria existência de um mercado perfeitamente eficiente, pois isto geraria falta de interesse por novas informações da parte dos agentes, levando o mercado à baixíssima liquidez e eventual colapso. Somente um mercado com certo grau de ineficiência, ou seja, com suficientes oportunidades de lucro, seria possível um certo volume e equilíbrio de mercado, pois deste modo os investidores estariam dispostos a dispendar tempo e dinheiro investindo e buscando novas técnicas e informações para arrebatatar lucros. Já Sornette (1996) introduz uma teoria em que os agentes têm que estar em desordem (com opiniões e posições

diversas) para o mercado funcionar normalmente, do contrário (ordem) uma crise advirá. Roberts (1967) sugere três formas de eficiência de mercado, relativas a tipo de informação:

- Forma fraca de eficiência (Weak-form) – onde a informação está contida nas quantidades negociadas, preços ou retornos.
- Forma semi-forte de eficiência (Semistrong-form) – inclui toda a informação disponível a todos os participantes do mercado.
- Forma forte de mercado (Strong-form) – inclui toda a informação disponível a qualquer participante do mercado.

É intrigante imaginar na hipótese de total eficiência de um mercado, quando pensamos, por exemplo, em um investidor que opera no mercado interessado simplesmente em obter liquidez (portanto não muito preocupado com os preços de venda), um outro investidor ferindo a legislação utilizando-se de “*insider information*” (tentando obter lucros com a futura movimentação dos preços após a divulgação pública da informação que só ele detém), um trader buscando arbitragens entre mercados, entre outros tipos de investidores com diversas formas de atuação e interesses (ver Black – 1986). Não podemos afirmar que os agentes estão ferindo a teoria das expectativas racionais, ou a teoria de eficiência de mercado, mas sem dúvida nos mostra a dificuldade dos acadêmicos (incluindo economistas, matemáticos, financistas, estatísticos, dentre outros) em chegar a uma teoria consensual, com irrefutáveis provas empíricas. Muitos estudos a respeito da previsibilidade e eficiência de diversos tipos de mercado vêm sendo feitos ao longo do tempo, com conclusões difusas e até polêmicas (ver Lo e MacKinlay, 1998).

O objetivo principal desta dissertação é descrever o comportamento de séries temporais extremamente relevantes para o estudo de Economia e Finanças, analisar vários pontos referentes à interdependência dessas variáveis, como cointegração e causalidade, e à previsibilidade delas, utilizando dados mensais recentes do mercado de índice de ações e dados de risco-país, brasileiros e norte-americanos. Complementando o estudo,

adicionou-se uma série longa que pode ser considerada de alta frequência, a dos preços diários do bezerro no mercado nacional, utilizando sempre que necessário o Software estatístico EViews 3.1.

A dissertação inicia-se com uma parte teórica no capítulo I, partindo dos mais consagrados modelos lineares de ajuste de séries temporais (ARIMA), depois avançando para o segundo momento das variáveis, com os não menos conhecidos modelos da família GARCH, e finalmente às relações entre as variáveis, como cointegração, causalidade, e VAR (vetores autoregressivos). Após a teoria, já no capítulo II, partimos para o estudo empírico de cada uma das quatro séries mensais (86 dados), portanto de baixa frequência, pesquisando diversas de suas propriedades, para então analisá-las também em conjunto, buscando conexões dos resultados empíricos com a teoria econômica, estatística, ou financeira. Posteriormente segue-se, no capítulo III, com o ajuste do modelo da série diária dos preços do bezerro (1799 dados), onde foi necessário ajustar a variância condicional. Finalmente, conclui-se a dissertação.

CAPÍTULO I

Teoria

I.A MODELAGEM DA MÉDIA

I.A.1- Função de Autocorrelação e Função de Autocorrelação Parcial

- Seja $\{X_t, t=0, \pm 1, \dots\}$ uma série temporal estacionária, sua função de autocorrelação (fac) é definida por

$$\rho_x(k) = \text{Corr}(X_t, X_{t+k}) = \frac{\gamma_x(k)}{\gamma_x(0)}, \quad k \in Z.$$

A função de autocorrelação satisfaz as seguintes propriedades:

1. $\rho_x(0) = 1$,
2. $|\rho_x(k)| \leq 1, \quad \forall k \in Z$,
3. $\rho_x(-k) = \rho_x(k)$,
4. $\rho_x(k)$ é uma função não negativa definida no sentido que

$$\sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^n a_j a_l \rho_x(k_j - k_l) \geq 0,$$

para qualquer conjunto de pontos $k_1, \dots, k_n$ e qualquer conjunto de escalares $a_1, \dots, a_n$.

A função de autocovariância amostral da série observada $\{X_1, \dots, X_T\}$ é dada por

$$\hat{\gamma}_x(k) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T-k} (X_{t+k} - \bar{X})(X_t - \bar{X}), \quad 0 \leq k \leq T-1,$$

com $\bar{X} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T X_t$.

Conseqüentemente a função de autocorrelação amostral é dada por

$$\hat{\rho}(k) = \frac{\hat{\gamma}_x(k)}{\hat{\gamma}_x(0)}, \quad 0 \leq k \leq T-1$$

A função de autocorrelação entre X_t e X_{t+k} tem a característica de estar influenciada pelas variáveis intermediárias $X_{t+1}, \dots, X_{t+k-1}$. Uma função que estabelece a relação pura entre X_t e X_{t+k} eliminando o efeito das $k-1$ variáveis intermediárias $X_{t+1}, \dots, X_{t+k-1}$ é a função de autocorrelação parcial.

- A função de autocorrelação parcial (facp) $\Phi_x(k)$ de uma série temporal estacionária $\{X_t\}$ é dada por:

$$\Phi_x(k) = \begin{cases} \text{Corr}(X_t, X_{t+1}) = \rho_x(1), & k=1 \\ \text{Corr}\left(X_{t+k} - P_{\overline{SP}\{1, X_{t+1}, \dots, X_{t+k-1}\}} X_{t+k}, X_t - P_{\overline{SP}\{1, X_{t+1}, \dots, X_{t+k-1}\}} X_t\right), & k \geq 2 \end{cases},$$

onde o termo $P_{\overline{sp}\{1,Y_1,\dots,Y_n\}}Z$ indica a projeção do vetor Z sobre o espaço gerado pelos vetores $Y_1,\dots,Y_n$ e é tal que:

$$P_{\overline{sp}\{1,Y_1,\dots,Y_n\}}Z = \sum_{i=0}^n \phi_i Y_i \quad ,$$

com $Y_0=1$ e onde $\phi_0,\dots,\phi_n$ satisfazem $\left\langle \sum_{i=0}^n \phi_i Y_i, Y_j \right\rangle = \langle Z, Y_j \rangle \quad , \quad j = 0, 1, \dots, n$ ou, também, $\sum_{i=0}^n \phi_i E(Y_i Y_j) = E(Z Y_j), \quad j = 0, 1, \dots, n$.

O teorema da projeção garante que a solução $(\phi_0,\dots,\phi_n)$ existe.

Logo a função de autocorrelação parcial $\Phi_x(k)$, para $k \geq 2$, é a correlação dos dois resíduos obtidos depois de ajustar X_{t+k} e X_t sobre as variáveis intermediárias $X_{t+1},\dots,X_{t+k-1}$.

Uma outra definição é a seguinte:

Considere que $\{X_t\}$ é um processo estacionário de média zero, com função de autocovariância $\gamma_x(h)$ e tal que $\gamma_x(h) \rightarrow 0$ quando $h \rightarrow \infty$ e suponha que $\phi_{kj}, \quad j = 1, \dots, k; \quad k = 1, 2, \dots$, são os coeficientes na representação:

$$P_{\overline{sp}\{X_t,\dots,X_{t+k-1}\}}X_{t+k} = \sum_{j=1}^k \phi_{kj} X_{t+k-j} \quad .$$

Calculando as esperanças nas equações

$$\langle X_{t+k} - P_{\overline{sp}\{X_t,\dots,X_{t+k-1}\}}X_{t+k}, X_{t+k-j} \rangle = 0, \quad j=1,\dots,k \quad .$$

obtemos o sistema matricial

$$\begin{bmatrix} \rho_{(0)} & \rho_{(1)} & \rho_{(2)} & \cdots & \rho_{(k-1)} \\ \rho_{(1)} & \rho_{(0)} & \rho_{(1)} & \cdots & \rho_{(k-2)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{(k-1)} & \rho_{(k-2)} & \rho_{(k-3)} & \cdots & \rho_{(0)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{k1} \\ \phi_{k2} \\ \vdots \\ \phi_{kk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_{(1)} \\ \rho_{(2)} \\ \vdots \\ \rho_{(k)} \end{bmatrix} \quad k \geq 1. \quad A(1)$$

Assim, a função de autocorrelação parcial $\Phi(k)$ de $\{X_t\}$ no lag k é a solução de A(1) dada por:

$$\Phi(k) = \phi_{kk}, \quad k \geq 1.$$

O sistema de equações acima é conhecido como as equações de Yule-Walker.

A função de autocorrelação parcial amostral, na defasagem k , de $\{X_1, \dots, X_T\}$, $\hat{\Phi}_x(k)$, é definida por:

$$\hat{\Phi}_x(k) = \hat{\phi}_{kk}, \quad 1 \leq k \leq T$$

onde $\hat{\Phi}_x(k)$ é unicamente determinada por A(1) com cada $\rho(j)$ substituído pela correspondente autocorrelação amostral $\hat{\rho}(j)$.

Teorema (A) - Seja a série temporal $\{X_t\}$ tal que $X_t - \mu = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \psi_j a_{t-j}$ onde a sequência $\{\psi_j\}$ é absolutamente somável e os a_t são variáveis aleatórias independentes de média 0 (zero), variância constante σ_a^2 e com $E(a_t^4) = \xi \sigma_a^4 < \infty$, então para p e q fixos ($p \geq q \geq 0$) :

$$\lim_{T \rightarrow \infty} (T - q) \text{Cov}(\hat{\gamma}_x(p), \hat{\gamma}_x(q)) = (\xi - 3) \gamma_x(p) \gamma_x(q) + \sum_{k=-\infty}^{\infty} [\gamma_x(k) \gamma_x(k - p + q) + \gamma_x(k + q) \gamma_x(k - p)] \quad A(2)$$

Se o processo for normal, $\xi = 3$ e

$$\lim_{T \rightarrow \infty} (T - q) \text{Cov}(\hat{\gamma}_x(p), \hat{\gamma}_x(q)) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} [\gamma_x(k) \gamma_x(k - p + q) + \gamma_x(k + q) \gamma_x(k - p)] . \quad A(3)$$

Teorema (B) - Sob as condições do Teorema anterior temos que, assintoticamente, para qualquer $h \in \{0, 1, 2, \dots\}$,

$$\hat{\gamma}_x(h) \sim N_{h+1}(\gamma_x(h), T^{-1}V) ,$$

onde $\hat{\gamma}_x(h)' = [\hat{\gamma}_x(0), \hat{\gamma}_x(1), \dots, \hat{\gamma}_x(h)]$ e V é a matriz de covariâncias com elementos dados por (3) para $p, q = 0, \dots, h$.

Ver demonstração dos teoremas (A) e (B) em Brockwell-Davis (1991).

Teorema (C) - Se a seqüência de números reais $\{\psi_j\}$ e a seqüência de variáveis aleatórias $\{a_j\}$ satisfazem $\sum_{j=-\infty}^{\infty} |\psi_j| < \infty$ e $E(a_t^2) \leq k, t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, para algum k finito, então existe uma seqüência de variáveis aleatórias $\{X_t\}$ tal que para $t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, satisfaz

$$E \left\{ \left| X_t - \sum_{j=-n}^n \psi_j a_{t-j} \right|^2 \right\} \rightarrow 0 \quad \text{para } N \rightarrow \infty .$$

O resultado acima indica que $\sum_{j=-n}^n \psi_j a_{t-j}$ converge em média quadrática e portanto, em probabilidade a X_t , e $E\{X_t^2\} < \infty$. Mais ainda, a seqüência de variáveis aleatórias $\{X_t\}$ é unicamente determinada exceto sobre um evento de probabilidade zero. Se além disso, $\{a_t\}$ é uma seqüência de variáveis aleatórias independentes, então:

$$\sum_{j=-n}^n \psi_j a_{t-j} \xrightarrow{q.c.} X_t .$$

Ver demonstração do Teorema acima em Fuller (1976).

I.A.2 - Processos Lineares

• $\{X_t\}$ é dito ser um processo linear geral se pode ser expresso na forma:

$$X_t = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j a_{t-j} \quad , \quad A(4)$$

onde $\{a_t\}$ é um processo puramente aleatório e $\{\psi_j\}$ é uma seqüência de constantes satisfazendo $\sum_{j=0}^{\infty} \psi_j^2 < \infty$. Esta última condição garante que $\{X_t\}$ tenha variância finita e também que o processo A(4) seja estacionário. Ver Priestley (1981).

Observe que A(4) é um caso particular do teorema (C) onde $\psi_j = 0$, para todo $j < 0$.

Uma forma mais simplificada de representar A(4) é através da utilização do operador defasagem B , isto é,

$$\begin{aligned} X_t &= a_t + \psi_1 a_{t-1} + \psi_2 a_{t-2} + \dots \\ &= (1 + \psi_1 B + \psi_2 B^2 + \dots) a_t \\ &= \sum_{j=0}^{\infty} (\psi_j B^j) a_t \\ &= \Psi(B) a_t , \end{aligned} \quad A(5)$$

onde $\psi_0 = 1, \Psi(B) = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j B^j$ é a função geradora de pesos ψ_j e o operador B é tal que $B^d X_t = X_{t-d}, d \geq 0$. Também é válido para processos vetoriais: ver Wei (1990).

O processo linear A(5) satisfaz as seguintes propriedades:

1. $\gamma_x(k) = \sigma_a^2 \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j \psi_{j+k}$,
2. $Var(X_t) = \gamma_x(0) = \sigma_a^2 \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j^2 < \infty$, pelas condições do Teorema (C),
3. O espectro de X_t é dado por
$$f_x(\lambda) = 2\sigma_a^2 \Psi(e^{-2\pi i \lambda}) \Psi(e^{2\pi i \lambda}) = 2\sigma_a^2 \left| \Psi(e^{-2\pi i \lambda}) \right|^2, \quad 0 \leq \lambda \leq \pi.$$

Por outro lado, o processo linear geral, $X_t = \Psi(B)a_t$, pode ser escrito como $\Psi^{-1}(B)X_t = a_t$, de modo que ao expandir $\Psi^{-1}(B)$ em potências de B temos a representação auto-regressiva infinita de $\{X_t\}$ dada por:

$$\begin{aligned} \Psi^{-1}(B)X_t &= a_t, \\ \Pi(B)X_t &= a_t, \\ (1 - \pi_1 B - \pi_2 B^2 - \dots)X_t &= a_t, \\ X_t &= \pi_1 X_{t-1} + \pi_2 X_{t-2} + \dots + a_t \end{aligned} \tag{A(6)}$$

A função $\Pi(B) = 1 - \sum_{j=1}^{\infty} \pi_j B^j$ denomina-se função geradora de pesos π_j .

Note que se multiplicarmos ambos os lados da equação $\Pi(B)X_t$ pela função $\Psi(B)$ obtemos a expressão $\Psi(B)\Pi(B)X_t = \Psi(B)a_t$, de modo que

$\Pi(B) = [\Psi(B)]^{-1}$ é a equação que relaciona os polinômios $\Pi(B)$ e $\Psi(B)$. Também é válido para processos vetoriais: ver Wei (1990).

Finalmente note que o processo $\{X_t\}$ é estacionário se $\Psi(B)$ convergir sobre ou dentro do círculo unitário e é invertível se $\Pi(B)$ convergir sobre ou dentro do círculo unitário.

I.A.3 - Processos Auto-Regressivos de Médias Móveis

A série temporal $\{X_t\}$ pode ser representada através de processos lineares infinitos. Uma classe de modelos mais parcimoniosos, que fazem parte destes e que são muito usados na prática, são os modelos ARMA(p, q).

Processos Auto-Regressivos

Se no modelo A(6) $\pi_j = \phi_j$, para $j \leq p$ e $\pi_j = 0$, para $j > p + 1$, ou seja, se:

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + a_t, \quad \phi_p \neq 0,$$

então $\{X_t\}$ é um processo auto-regressivo de ordem p , denotado AR(p).

Podemos reescrever $\{X_t\}$ utilizando o operador B , isto é,

$$\begin{aligned} X_t &= \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + a_t, \\ (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p) X_t &= a_t, \\ \Phi_p(B) X_t &= a_t. \end{aligned}$$

Processos de Médias Móveis

Se no modelo A(5) os coeficientes $\psi_j = -\theta_j$, para $j \leq q$ e $\psi_j = 0$, para $j > q+1$, ou seja, se

$$X_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q}, \quad \theta_q \neq 0,$$

então $\{X_t\}$ é um processo de médias móveis de ordem q , denotado MA(q).

Também podemos reescrever X_t através do operador B na forma

$$X_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q},$$

$$X_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q) a_t,$$

$$X_t = \Theta_q(B) a_t.$$

As principais propriedades dos processos AR(p) e MA(q) são:

1. O processo AR(p) é sempre invertível e é estacionário se as raízes de $\Phi_p(B)=0$ caírem fora do círculo unitário.
2. O processo MA(q) é sempre estacionário e é invertível se as raízes de $\Theta_p(B)=0$ caírem fora do círculo unitário.
3. A função de autocorrelação do processo MA(q) identifica a ordem do processo, pois

$$\gamma(k) = \begin{cases} \sigma_a^2 (-\theta_k + \theta_1 \theta_{k-1} + \dots + \theta_{q-k} \theta_q), & k = 1, 2, \dots, q \\ 0, & k > q. \end{cases}$$

Em particular, a variância do processo é dada por

$$\gamma(0) = \sigma_a^2 \sum_{j=0}^q \theta_j^2.$$

E a função de autocorrelação é dada por

$$\rho(k) = \begin{cases} \frac{-\theta_k + \theta_1\theta_{k-1} + \dots + \theta_{q-k}\theta_q}{1 + \theta_1^2 + \dots + \theta_q^2} & k = 1, 2, \dots, q. \\ 0, & k > q. \end{cases}$$

4. No caso do processo $AR(p)$ é a função de autocorrelação parcial que identifica a ordem do processo e para conhecê-la explicitamente basta resolver as equações de Yule-Walker, dada em A(1), notando que

$$\Phi_{kk} = \begin{cases} \phi_{kk} & k = 1, 2, \dots, p \\ 0 & k > p. \end{cases}$$

5. A função de densidade espectral do processo $AR(p)$ é

$$f(\nu) = \frac{2\sigma_a^2}{|1 - \phi_1 e^{-2\pi i \nu} - \dots - \phi_p e^{-2\pi i p \nu}|^2}, \quad 0 \leq \nu \leq \frac{1}{2}.$$

6. A função de densidade espectral do processo $MA(q)$ é:

$$f(\nu) = 2\sigma_a^2 |1 - \theta_1 e^{-2\pi i \nu} - \dots - \theta_q e^{-2\pi i q \nu}|^2, \quad 0 \leq \nu \leq \frac{1}{2}.$$

Teorema (D) - Sob a hipótese que o processo $\{X_t, t = 1, \dots, T\}$ segue um modelo auto-regressivo de ordem p , as autocorrelações parciais estimadas de ordem maior que p são assintoticamente independentes e distribuídas normalmente com variâncias:

$$Var(\hat{\phi}_{kk}) \equiv \frac{1}{T}, \quad k \geq p+1.$$

Ver Brockwell-Davis (1991).

Processos Auto-Regressivos de Médias Móveis

O processo $\{X_t\}$ também pode ser representado através de uma mistura de um processo AR(p) e um processo MA(q), conhecido como o processo ARMA(p, q) e é dado pela forma:

$$\begin{aligned} X_t &= \phi_1 X_{t-1} + \dots + \phi_p X_{t-p} - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} + a_t, \\ (1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p) X_t &= (1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q) a_t, \quad \text{com } \phi_p \neq 0, \theta_q \neq 0, \\ \text{ou ainda } \Phi_p(B) X_t &= \Theta_q(B) a_t. \end{aligned} \quad A(7)$$

As principais propriedades dos processos ARMA(p, q) são:

1. O processo ARMA(p, q) é estacionário se as raízes do polinômio $\Phi_p(B)$ caírem fora do círculo unitário.
2. O processo é invertível se as raízes do polinômio $\Theta_q(B)$ caírem fora do círculo unitário.
3. A função de autocovariância é dada por:

$$\gamma(k) = \phi_1 \gamma(k-1) + \dots + \phi_p \gamma(k-p) - \theta_1 \gamma_{xa}(k-1) - \dots - \theta_q \gamma_{xa}(k-q) + \gamma_{xa}(k),$$

onde $\gamma_{xa}(k-i) = E[X_{t-k} a_{t-i}]$.

Se $k = 0$ temos a variância do processo dada por

$$\gamma(0) = \phi_1 \gamma(1) + \dots + \phi_p \gamma(p) - \theta_1 \gamma_{xa}(-1) - \dots - \theta_q \gamma_{xa}(-q) + \sigma_a^2 ,$$

e para $k > q$ temos que

$$\gamma(k) = \phi_1 \gamma(k-1) + \dots + \phi_p \gamma(k-p) ,$$

e desta equação deriva-se a função de autocorrelação do processo

$$\rho(k) = \phi_1 \rho(k-1) + \dots + \phi_p \rho(k-p) , \text{ quando } k \geq q + 1 . \quad A(8)$$

Observando-se que a fac quando $k \geq q + 1$ satisfaz uma equação em diferenças homogêneas de ordem p . Assim $\rho(k)$, $k > q+1$, é uma mistura de funções exponenciais e/ou senoidais e os valores $\rho(1), \dots, \rho(q)$ dependem tanto dos parâmetros auto-regressivos quanto dos parâmetros de médias móveis e servem como os valores iniciais da equação em diferenças A(8).

4. A função de autocorrelação parcial, por depender dos parâmetros da função de autocorrelação também é uma mistura de exponenciais e senóides.

5. A função de densidade espectral do processo ARMA(p, q) é dada por:

$$f(\nu) = 2\sigma_a^2 \frac{|\Theta_q(e^{-2\pi i \nu})|^2}{|\Phi_p(e^{-2\pi i \nu})|^2} = 2\sigma_a^2 \frac{|1 - \theta_1 e^{-2\pi i \nu} - \dots - \theta_q e^{-2\pi q i \nu}|^2}{|1 - \phi_1 e^{-2\pi i \nu} - \dots - \phi_p e^{-2\pi p i \nu}|^2}, \quad 0 \leq \nu \leq \frac{1}{2} .$$

I.A.4 – Processos Não-Estacionários e Processos ARIMA

Quando temos uma série temporal $\{X_t, t = 0, 1, \dots, T-1\}$ linear e estacionária, ela pode ser representada através de um modelo ARMA(p, q). Caso

a série não seja estacionária devemos primeiro aplicar alguma transformação adequada para torná-la estacionária.

1. Quando a série não tem média constante e/ou apresenta uma tendência polinomial, a transformação que a torna estacionária (em algumas séries financeiras a aplicação de logaritmos para retirar a tendência exponencial pode ser útil) é a diferenciação da série a qual se faz através do operador de diferenças $\nabla^d = (1 - B)^d$ e é tal que

$$\nabla^d X_t = (1 - B)^d X_t ,$$

quando $d = 1$, $\nabla X_t = (1 - B) X_t = X_t - X_{t-1}$. Na prática, raramente $d > 2$. Em geral $\nabla^d X_t = (1 - B)^d X_t$, é o operador da d-ésima diferença de $\{X_t\}$.

2. Quando a série não tem variância constante, uma transformação do tipo Box-Cox (1964) pode torná-la estacionária.

Quando a não estacionariedade é do tipo descrito em 1., dizemos que a série apresenta não-estacionariedade homogênea. Neste caso os tipos de modelos estocásticos que representam a série são os modelos ARIMA(p, d, q) dados por:

$$\varphi_{p+d}(B)X_t = \Theta_q(B)a_t , \quad A(9)$$

com $\varphi(B)$ um operador auto-regressivo não estacionário de ordem $p + d$ com d das raízes de $\varphi(B) = 0$ unitárias, sendo que as demais caem fora do círculo unitário e $\Theta(B)$ um operador de médias móveis de ordem q . Logo, A(9) pode ser escrito como

$$\Phi_p(B)(1 - B)^d X_t = \Theta_q(B)a_t , \quad A(10)$$

onde $\Phi_p(B)(1-B)^d = \varphi_{p+d}(B)$ com $\Phi_p(B)$ um operador auto-regressivo estacionário.

O modelo A(9) também pode ser escrito na forma:

$$\Phi_p(B)W_t = \Theta_q(B)a_t, \quad A(11)$$

com $W_t = \nabla^d X_t$ uma série estacionária. Assim a d -ésima diferença da série X_t pode ser representada por um processo ARMA estacionário e invertível.

O processo X_t pode ser recuperado somando (ou integrando) A(11) d -vezes. Por esta razão (10) é denominado auto-regressivo integrado de médias móveis.

Existem três formas de representar o modelo ARIMA(p, d, q):

1. Forma de equação de diferenças

$$X_t = \varphi_1 X_{t-1} + \varphi_2 X_{t-2} + \dots + \varphi_{p+d} X_{t-p-d} - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} + a_t,$$

onde X_t depende de seus $p - d$ valores passados e de q valores passados e presentes de a_t .

2. Forma de choques aleatórios

$$X_t = a_t + \psi_1 a_{t-1} + \psi_2 a_{t-2} + \dots = \Psi(B)a_t, \quad A(12)$$

com

$$\varphi_{p+d}(B)\Psi(B) = \Theta(B). \quad A(13)$$

Assim os coeficientes ψ_i de A(12) podem ser obtidos equacionando os coeficientes de B na expansão de A(13) dada por

$$(1 - \varphi_1 B - \dots - \varphi_{p+d} B^{p+d}) (1 + \psi_1 B + \psi_2 B^2 + \dots) = 1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q .$$

3. Forma invertida do modelo

$$X_t = \pi_1 X_{t-1} + \pi_2 X_{t-2} + \dots + a_t .$$

Os coeficientes π 's podem ser obtidos equacionando os coeficientes das potências de B na expansão de $\varphi(B) = \Theta(B)\Pi(B)$ dada por

$$(1 - \varphi_1 B - \dots - \varphi_{p+d} B^{p+d}) = (1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q) (1 - \pi_1 B - \pi_2 B^2 - \dots) .$$

I.A.5 - Processos Sazonais e Modelos SARIMA

Quando uma série temporal tende a repetir seu comportamento em intervalos de tempo de comprimento s diz-se que a série contém um comportamento sazonal de período s . Esta informação deve ser levada em conta na análise da série temporal em dois sentidos, primeiro verificando se a série $X_t, X_{t-s}, X_{t-2s}, \dots$ é estacionária e, segundo, incorporando a sazonalidade no modelo ARMA.

- Diferenciação Sazonal

Quando existe não-estacionariedade nas componentes $X_t, X_{t-s}, X_{t-2s}, \dots$, da série, a transformação

$$\nabla_s^D = (1 - B^s)^D$$

pode torná-la estacionária.

O efeito deste operador sobre a série $\{X_t\}$ é encontrar a D -ésima diferença entre observações separadas por s etapas. Assim se $D = 1$ temos a diferenciação sazonal de primeira ordem dada por

$$Z_t = \nabla_s X_t = (1 - B^s)X_t = X_t - B^s X_t = X_t - X_{t-s} ,$$

onde $\{Z_t\}$ é possivelmente estacionária na sua componente sazonal.

- Modelo Multiplicativo

Suponha que a série $\{X_t, t \in Z\}$ de média zero e sazonal e é representada através do modelo ARIMA(p, d, q) dado por:

$$\Phi_p(B)\nabla^d X_t = \Theta_q(B)\alpha_t, \quad A(14)$$

onde $\Phi_p(B)$ e $\Theta_q(B)$ são polinômios de ordem p e q , satisfazendo as condições de estacionariedade e invertibilidade, respectivamente, e $\nabla^d = (1 - B)^d$ é o operador de diferenças não-sazonais.

Já que em A(14) não está incluída a componente sazonal, os resíduos α_t não são independentes, ou seja, a série $\{\alpha_t\}$ apresenta correlações significativas para variáveis separadas por s etapas, de modo que o processo $\{\alpha_t\}$ pode ser representado pelo modelo ARIMA(P, D, Q)s:

$$\begin{aligned} \Phi_P(B^s)\nabla_s^D \alpha_t &= \Theta_Q(B^s)a_t, \\ (1 - \Phi_1 B^s - \dots - \Phi_P B^{Ps})(1 - B^s)^D \alpha_t &= (1 - \Theta_1 B^s - \dots - \Theta_Q B^{Qs})a_t \end{aligned} \quad A(15)$$

onde a série $\{a_t\}$ é agora um ruído branco; $\Phi_p(B^s)$ e $\Theta_q(B^s)$ são polinômios sazonais de ordem P e Q , respectivamente, satisfazendo condições de estacionariedade e invertibilidade e ∇_s^D o operador de diferenças sazonais.

Isolando a_t em A(14) e substituindo em A(15) obtemos o modelo geral multiplicativo para séries sazonais:

$$\Phi_p(B^s)\Phi_p(B)\nabla^d\nabla_s^D X_t = \Theta_q(B^s)\Theta_q(B)a_t ,$$

conhecido como o modelo sazonal auto-regressivo integrado de médias móveis de ordem $(p,d,q)(P,D,Q)s$ ou SARIMA $(p,d,q)(P,D,Q)s$.

I.A.6 – Processos de Memória Longa - ARFIMA

Os processos do tipo ARMA podem ser chamados de memória curta, pois sua função de autocorrelação decresce rapidamente, ou seja, os valores imediatamente anteriores são muito mais importantes. O processo que vamos tratar agora, embora não utilizemos na modelagem no capítulo II, é chamado de memória longa, e sua fac decresce mais suavemente (hiperbolicamente), o que dá um certo valor também a dados passados mais antigos. É importante falar desse tipo de processo, pois na Economia encontram-se várias séries temporais com este comportamento de longo prazo. Ver também em Granger e Joyeux (1980) e Hosking (1981).

O ARFIMA pode ser definido como segue.

Um processo $\{Z_t\}$ diz-se um processo ARFIMA (p,d,q) com $d \in \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ se $\{Z_t\}$ for estacionário e satisfizer a equação

$$\phi(B)(1-B)^d Z_t = \theta(B)a_t , \tag{A(16)}$$

onde $\{a_t\}$ é ruído branco e $\phi(B)$ e $\theta(B)$ são polinômios em B de graus p e q , respectivamente; e B é o operador-diferença :

$$(1-B)^d = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{d}{k} (-B)^k, \text{ com } d > -1.$$

Assim, o efeito do parâmetro d em observações distantes decai hiperbolicamente conforme a distância aumenta, enquanto os efeitos dos parâmetros ϕ e θ decaem exponencialmente.

I.A.7 - Testes para Raízes Unitárias

As séries temporais econômicas e financeiras têm em sua grande maioria, não mais do que uma raiz unitária. O EViews utiliza dois tipos de teste, o ADF (Augmented Dickey-Fuller) e o PP (Phillips-Perron) test. O primeiro é o mais comumente utilizado para testar a existência de pelo menos uma raiz unitária, e o segundo leva em consideração a correlação serial dos resíduos, corrigindo a estatística t . Há ainda o teste de DP (Dickey-Pantula), que testa a presença de mais do que uma raiz unitária, fato este raro em séries econômicas como citado acima. Seguem-se os testes.

Augmented Dickey-Fuller Test (ADF)

As equações são estimadas por mínimos quadrados ordinários, e são:

- (a) $\Delta y_t = \alpha + \beta t + \gamma_{t-1} + \varepsilon_t$,
- (b) $\Delta y_t = \alpha + \gamma_{t-1} + \varepsilon_t$,
- (c) $\Delta y_t = \gamma_{t-1} + \varepsilon_t$,
- (d) $\Delta y_t = \alpha + \beta t + \gamma_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \delta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t$,

$$(e) \quad \Delta y_t = \alpha + \gamma y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \delta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t ,$$

$$(f) \quad \Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \delta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t ,$$

onde ε_t é ruído branco.

São geradas então estatísticas de decisão, que podem ser encontradas em Fuller (1976), MacKinnon (1991), Dickey e Fuller (1981) e Said e Dickey (1984), onde maiores detalhes são encontrados. A hipótese nula é que exista uma raiz unitária, com a hipótese alternativa sendo $\gamma < 0$:

$$H_0 : \gamma = 0$$

$$H_1 : \gamma < 0$$

TABELA A3.T1

Hipóteses, estatísticas e regras de decisão do teste de Dickey-Fuller

<i>Modelo Estimado</i>	H_0	<i>Estatística do teste</i>	<i>regra de decisão</i>
(a) ou (d)	$\gamma = 0$	$\tau_\tau = \text{estatística } t \text{ de } \hat{\gamma}$	$\tau_\tau > \text{Valor crítico} \Rightarrow H_0 \text{ não é rejeitada}$
	$(\alpha, \beta, \gamma) = (0, 0, 0)$	$\Phi_2 = \frac{SQR(6) - SQR(4)}{3SQR(4)/n}$	$\Phi_2 < \text{Valor crítico} \Rightarrow H_0 \text{ não é rejeitada}$
	$(\alpha, \beta, \gamma) = (\alpha, 0, 0)$	$\Phi_3 = \frac{SQR(5) - SQR(4)}{2SQR(4)/n}$	$\Phi_3 < \text{Valor crítico} \Rightarrow H_0 \text{ não é rejeitada}$
(b) ou (e)	$\gamma = 0$	$\tau_\mu = \text{estatística } t \text{ de } \hat{\gamma}$	$\tau_\mu > \text{Valor crítico} \Rightarrow H_0 \text{ não é rejeitada}$
	$(\alpha, \gamma) = (0, 0)$	$\Phi_1 = \frac{SQR(6) - SQR(5)}{2SQR(5)/n}$	$\Phi_1 < \text{Valor crítico} \Rightarrow H_0 \text{ não é rejeitada}$
(c) ou (f)	$\gamma = 0$	$\tau = \text{estatística } t \text{ de } \hat{\gamma}$	$\tau > \text{Valor crítico} \Rightarrow H_0 \text{ não é rejeitada}$

onde $SQR(i)$ é a soma dos quadrados dos resíduos apropriada em cada caso.

Phillips-Perron Test (PP)

Phillips e Perron (1988) propuseram um teste, corrigindo não parametricamente a estatística t do coeficiente γ do AR (1), considerando correlação serial do ε :

$$\Delta y_t = \alpha + \beta y_{t-1} + \varepsilon_t .$$

Para auxiliar nesta correção não-paramétrica, o EViews utiliza a estimação de autocorrelação heterocedástica de Newey-West.

As estatísticas t deste teste têm as mesmas distribuições assintóticas das do teste ADF (no EViews utiliza-se os valores críticos de MacKinnon).

Dickey-Pantula Test (DP)

Para sermos mais rigorosos do ponto de vista estatístico, devemos utilizar este procedimento ao testar a existência de ordem de integração maior do que 1. Dickey e Pantula (1987) propuseram um teste que consiste em realizar vários passos, presumindo-se inicialmente um número maior de raízes unitárias como hipótese nula, contra este número menos 1 de raízes unitárias como hipótese alternativa. Quando H_0 não for rejeitada, este é o número de raízes unitárias sugerido pelo teste. Se todas forem rejeitadas até uma raiz unitária, a série original é estacionária.

As equações são estimadas também por mínimos quadrados ordinários. O EViews, versão até 3.1, não possui este teste, por isso da importância de alertarmos, pois não podemos incorrer em decisões de integração indevidas.

I.B MODELAGEM DA VARIÂNCIA CONDICIONAL

I.B.1 – Processos ARCH e GARCH

Com o maior desenvolvimento do mercado financeiro como um todo, tanto do lado da globalização mundial no que se refere a maiores fluxos de capital, quanto do lado da sofisticação dos instrumentos derivativos cada vez mais utilizados, a importância do gerenciamento do risco assim como da acurácia da precificação dos derivativos (inclusive os mais exóticos) tornou-se gigantesca. Nos modelos anteriores a preocupação principal era com a análise da média (primeiro momento). Agora o risco, espelhado pela variância e covariância (segundo momento), torna-se também ator de relevante papel. Porém, não podemos negligenciar a simetria e a curtose (terceiro e quarto momentos), fundamentais na análise da distribuição de probabilidades. Nessa evolução, surgiram modelos de volatilidade estocástica, introduzindo não-linearidade em séries de tempo. Engle (1982) propôs um modelo de variância condicional, permitindo que esta varie com o tempo, sendo uma função determinística do quadrado dos erros das previsões anteriores, enquanto que a variância não condicional permanece constante. Este modelo, conhecido como ARCH, com sua posterior generalização, chamado de GARCH (que falaremos mais à frente), ganharam vulto entre os econometristas e participantes do mercado financeiro, principalmente na previsão (projeção) das volatilidades futuras como *input* para seus modelos. Segue então, mais formalmente o modelo ARCH.

I.B.1.1 - ARCH

$$\circ \quad y_t = x_t' \beta + e_t \quad \text{B(1)}$$

$$\circ \quad e_t = \varepsilon_t \sigma_t \quad \text{B(2)}$$

$$\circ \quad \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p e_{t-p}^2 \quad \text{B(3)}$$

para $\alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 1, i=1,2,\dots,p$; onde y_t é o retorno no instante t , σ_t^2 é a variância no instante t condicional a $Y_{t-1}, \varepsilon_t \sim NIID(0,1)$, e x_t é um processo determinístico ou estocástico (podendo até mesmo ser endógeno) que representa a média condicional de y_t . Note que as condições $\alpha_0 > 0$ e $\alpha_i \geq 0$ asseguram que $\sigma_t^2 \geq 0$, para todo t . Aqui, Y_{t-1} engloba a informação passada.

Para explorar as propriedades desta classe de modelos, nos concentraremos no modelo mais simples, o ARCH(1), onde

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2 .$$

Assumindo que $\beta = 0$, tem-se, então

$$y_t = e_t = \varepsilon_t \sigma_t .$$

Assim, vemos facilmente que $y_t \mid Y_{t-1} \sim N(0; \sigma_t^2)$. Já os momentos não-condicionais de y_t podem ser obtidos das propriedades da distribuição normal de ε_t e do processo autoregressivo para σ_t^2 . Portanto,

$$E[y_t] = E[\varepsilon_t \sigma_t] = E[\varepsilon_t] E[\sigma_t] = 0, \quad \text{se } E[\|\sigma_t\|] < \infty .$$

Para calcularmos $E[y_t^2]$, notemos que o modelo dado pelas equações B(1) e B(2) pode ser descrito como

$$y_t^2 = \sigma_t^2 + (y_t^2 - \sigma_t^2) = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2 + v_t ,$$

onde

$$\nu_t = \sigma_t^2 (\varepsilon_t^2 - 1) .$$

Deste modo, ν_t é uma diferença martingal (mantido que $E\|\sigma_t^2\| < \infty$), já que $E[\nu_t | Y_{t-1}] = 0$.

Com isso obtemos

$$\sigma^2 = E[y_t^2] = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1} = E[\sigma_t^2], \quad \text{para } \alpha_1 < 1 . \quad \text{B(4)}$$

Agora,

$$E[y_t^3] = E[\varepsilon_t^3 \sigma_t^3] = E[\varepsilon_t^3] E[\sigma_t^3] = 0 ,$$

assim como todos outros momentos de ordem impar (garantido que o momento de ordem par superior seguinte exista), já que ε_t tem densidade simétrica em relação a zero. Já,

$$E[y_t^4] = E[\varepsilon_t^4] E[\sigma_t^4] = 3E[\sigma_t^4] = 3 \frac{\alpha_0^2 (1 + \alpha_1)}{(1 - \alpha_1)(1 - 3\alpha_1^2)} ,$$

pois

$$\phi = E[\sigma_t^4] = E[(\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 \sigma_{t-1}^2)^2] = \alpha_0^2 + 2\alpha_0 \alpha_1 \sigma^2 + 3\alpha_1^2 \phi ,$$

que, usando B(4), resulta em

$$\phi = \frac{\alpha_0^2 (1 + \alpha_1)}{(1 - \alpha_1)(1 - 3\alpha_1^2)} , \quad \text{para } 3\alpha_1^2 < 1 .$$

Assim, com base nos resultados acima, obtemos as seguintes conclusões:

- y_t é uma diferença martingal se $E[\sigma_t] < \infty$. Ainda se $0 \leq \alpha_1 < 1$, y_t é ruído branco.

- y_t^2 segue um processo auto-regressivo. Para que y_t^2 seja estacionário em covariância, necessitamos $3\alpha_1^2 < 1$.

- A medida de curtose de y_t , se $3\alpha_1^2 < 1$, é dada por:

$$c = \frac{E[y_t^4]}{(E[y_t^2])^2} = 3 \frac{1 - \alpha_1^2}{1 - 3\alpha_1^2}.$$

Note que, exceto para o caso trivial em que $\alpha_1 = 0$ e conseqüentemente $y_t \sim NIID(0; \alpha_0)$, quando c existe, ele é maior do que 3, ou seja, y_t tem leptocurtose: caudas pesadas (fat tails).

- Se y_t^2 for estacionário em covariância, temos, diretamente do processo auto-regressivo, que $\rho_{y^2}(s) = \alpha_1^s$ é o coeficiente de autocorrelação de ordem s de y_t^2 .

- Pelas duas primeiras conclusões, têm-se que y_t é ruído branco para $0 \leq \alpha_1 < 1$ e y_t^2 é um auto-regressivo, caracterizando agrupamentos de volatilidades (clusters) em diferentes níveis ao longo do tempo.

Quanto a estimação dos parâmetros, a máxima verossimilhança é utilizada, com estudos também feitos sobre quase-verossimilhança, no contexto assintótico, e diversas hipóteses sobre a distribuição dos ε_t (não-gaussiana, distribuição t , etc.). Ver Weiss (1986), Lumsdaine (1996), e Engle, Gonzales e Rivera (1991).

I.B.1.2 - GARCH

Vamos agora ao modelo complementar posterior, introduzido por Bollerslev (1986), os modelos GARCH.

O exemplo mais simples e também mais utilizado é o GARCH(1,1), dado por:

$$y_t = \varepsilon_t \sigma_t, \quad \text{B(5)}$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2, \quad \text{B(6)}$$

onde $\varepsilon_t \sim NIID(0;1)$, $\alpha_0 > 0$, $\alpha_1 > 0$, e $\beta_1 > 0$.

Note que estamos assumindo novamente $\beta = 0$, assim como fizemos para o modelo ARCH(1). Este modelo pode ser generalizado para um GARCH(p,q), permitindo p defasagens de y_t^2 e q de σ_t^2 .

Em termos dos quadrados de y_t , podemos escrever as equações B(5) e B(6) como

$$y_t^2 = \alpha_0 + (\alpha_1 + \beta_1) y_{t-1}^2 + v_t - \beta_1 v_{t-1}, \quad \text{B(7)}$$

onde $v_t = \sigma_t^2 (\varepsilon_t^2 - 1)$ é novamente uma diferença martingal.

Por B(7) observa-se que o modelo GARCH inclui uma parte de médias móveis para y_t^2 , ou seja, y_t^2 segue um ARMA(1,1). Perceba que, se $\alpha_1 = 0$, então as partes auto-regressivas e de médias móveis têm β como raiz comum. Assim, formalmente obtemos

$$(1 - \beta_1 L) y_t^2 = \alpha_0 + (1 - \beta_1 L) v_t,$$

que se reduz a: $y_t^2 = \alpha_0' + v_t$, onde $\alpha_0' = \frac{\alpha_0}{1 - \beta_1}$.

Assim, se $\alpha_1 = 0$, β_1 não é identificável e a variância condicional dada por B(6) torna-se uma constante. No entanto, se $\alpha_1 \neq 0$, o processo y_t^2 é um ARMA(1,1), com funções de autocorrelação dadas por

$$\rho_1 = \frac{[1 - \beta_1(\alpha_1 + \beta_1)]\alpha_1}{1 + \beta_1^2 - 2\beta_1(\alpha_1 + \beta_1)} ,$$

$$\rho_s = (\alpha_1 + \beta_1)^{s-1} \rho_1 , s \geq 2 .$$

Lembrando da falta de adequação do modelo ARCH(1) em relação a função de autocorrelação encontrada empiricamente para os quadrados dos retornos, a qual apresenta baixa autocorrelação de primeira ordem e decaimento lento para as demais, vemos que o modelo GARCH(1,1) é capaz de suprir tal deficiência, bastando que α_1 seja pequeno e $\alpha_1 + \beta_1$ grande, que é o que acontece freqüentemente com dados reais.

Agora analisando os momentos não condicionais de y_t , Bollerslev (1986) mostra que a condição necessária e suficiente para que o momento de ordem $2r$ (ordem par) exista é

$$\mu(\alpha_1, \beta_1, r) = \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} a_j \alpha_1^j \beta_1^{r-j} < 1 , \quad \text{B(8)}$$

onde $\alpha_0 = 1$, $a_j = \prod_{i=1}^j (2i-1)$, $(j = 1, 2, \dots)$.

Ele também mostra que os momentos de ordem $2r$ são dados por

$$E[y_t^{2r}] = a_r \left[\sum_{k=0}^{r-1} a_k^{-1} E[y_t^{2k}] \alpha_0^{r-k} \binom{r}{r-k} \mu(\alpha_1, \beta_1, k) \right] [1 - \mu(\alpha_1, \beta_1, r)]^{-1} , \quad \text{B(9)}$$

enquanto os momentos de ordem ímpar $(2r-1)$ são iguais a zero (supondo a existência do momento de ordem $2r$). Assim,

$$E[y_t^2] = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1 - \beta_1} ,$$

$$E[y_t^4] = 3\alpha_0^2 (1 + \alpha_1 + \beta_1) [(1 - \alpha_1 - \beta_1)(1 - \beta_1^2 - 2\alpha_1\beta_1 - 3\alpha_1^2)]^{-1} .$$

O coeficiente de curtose é igual a:

$$c = \frac{E[y_t^4]}{(E[y_t^2])^2} = 3(1 - (\alpha_1 + \beta_1)^2)(1 - \beta_1^2 - 2\alpha_1\beta_1 - 3\alpha_1^2)^{-1} .$$

Note que o coeficiente de curtose será maior do que 3 quando $\alpha_1^2 > 0$, ou seja, se α_1^2 não for muito pequeno então y_t terá caudas pesadas. Também perceba que, conforme a condição B(8), y_t^2 será estacionário em covariância, se e somente se $\beta_1^2 + 2\alpha_1\beta_1 + 3\alpha_1^2 < 1$. A estimação para o modelo GARCH é semelhante ao modelo ARCH, apenas que quando derivamos o logaritmo da função de verossimilhança em relação aos parâmetros, nos deparamos com um processo recursivo, o qual exigirá o estabelecimento não só de valores prévios para y_t como para σ_t^2 , para $t \leq 0$.

Para podermos fazer previsões das variâncias (cuja raiz quadrada é o desvio-padrão, conhecido no mercado financeiro como volatilidade) nos modelos, temos para ARCH com $s \geq 1$,

$$E[y_{T+s} | Y_T] = 0 ,$$

$$Var[y_{T+s} | Y_T] = E[y_{T+s}^2 | Y_T] = E[\sigma_{T+s}^2 | Y_T] .$$

Para GARCH(1,1) partimos de

$$E[\sigma_{T+s}^2 | Y_T] = E[\alpha_0 + \alpha_1 y_{T+s-1}^2 + \beta_1 \sigma_{T+s-1}^2 | Y_T] ;$$

e resolvendo recursivamente obtemos

$$E[y_{T+s}^2 | Y_T] = \alpha_0 \sum_{i=0}^{s-1} (\alpha_1 + \beta_1)^i + (\alpha_1 + \beta_1)^s y_T^2 . \quad B(10)$$

Destacarei uma série de outros modelos da família ARCH/GARCH, principalmente os mais utilizados nas mesas de operações e risk management, mostrando as suas diferentes premissas, onde buscam um melhor ajuste da variância condicional *vis-à-vis* o mercado financeiro.

I.B.1.3 - AGARCH (Asymetric GARCH)

Onde os retornos negativos induzirão a uma volatilidade condicional maior do que os retornos positivos, usando uma característica empírica da maioria das séries temporais de ativos dos mercados financeiros, ou seja, o nervosismo ou “pânico” dos agentes do mercado parece ser maior nas quedas do que nas altas dos preços. A equação da volatilidade condicional neste modelo AGARCH(1,1) fica

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 (y_{t-1} - \xi)^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 , \quad \text{onde } \alpha_0, \alpha_1, \beta_1, \xi > 0.$$

I.B.1.4 - EGARCH (Exponential GARCH)

As restrições de não negatividade para os parâmetros GARCH podem restringir excessivamente a dinâmica das volatilidades condicionais obtidas. Nelson (1991) eliminou a necessidade de tais restrições, modelando o logaritmo da volatilidade. O EGARCH(1,1) é dado por

$$\text{Log } \sigma_t^2 = \alpha_0 + \beta_1 \text{Log } \sigma_{t-1}^2 + \gamma_0 z_{t-1} ,$$

onde
$$z_t = \left[|\varepsilon_t| - \left(\frac{2}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \right] + \delta \varepsilon_t \quad e \quad \varepsilon_t \sim NIID(0,1) .$$

Também utiliza a propriedade de não simetria, dando mais peso para as quedas em relação às altas do mercado. Ver Nelson (1991).

I.B.1.5 - TARCH (Threshold ARCH)

Zakoian (1990) propôs o modelo de heterocedasticidade condicional auto-regressivo generalizado truncado:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2 + \sum_{i=1}^q \left[\alpha_i d_{(\varepsilon_{t-i} \leq 0)} |\varepsilon_{t-i}|^1 - \gamma \varepsilon_{t-i}^1 \right],$$

onde a variável Dummy $d = 0$, se $\varepsilon_{t-i} > 0$, e $d = 1$, se $\varepsilon_{t-i} \leq 0$.

Glosten, Jagannathan e Runkle (1993) sugeriram ligeira mudança nos expoentes de ε ,

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2 + \sum_{i=1}^q \left[\alpha_i d_{(\varepsilon_{t-i} \leq 0)} |\varepsilon_{t-i}|^2 - \gamma \varepsilon_{t-i}^2 \right] .$$

Essas formulações permitem diferentes respostas de volatilidade dependendo do sinal dos choques.

I.B.1.6 - IGARCH (Integrated GARCH)

Quando $\alpha_1 + \beta_1 = 1$, nós podemos reescrever o GARCH(1,1) como

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + (1 - \lambda) y_{t-1}^2 + \lambda \sigma_{t-1}^2 ,$$

para $0 \leq \lambda \leq 1$.

Os momentos não condicionais deste modelo não estão definidos, pois estamos tratando de um GARCH(1,1) não estacionário. O RiskMetrics, considerado pioneiro nesta área e desenvolvido pelo banco J. P. Morgan, usa este modelo para calcular as volatilidades.

ARCH-M (ARCH in Mean), A-P GARCH, NGARCH, STARCH, SWARCH, FIGARCH, e a lista prossegue, com novos modelos surgindo através da necessidade crescente de se tentar modelar, mesmo que não linearmente, os principais momentos das séries temporais. Apesar de não tratarmos desses modelos neste trabalho, não podemos deixar de citar os modelos de volatilidade estocástica, tão importantes na análise de derivativos de ativos financeiros (equação diferencial estocástica).

I.C RELAÇÕES ENTRE SÉRIES TEMPORAIS

I.C.1 - Cointegração

Um dos objetivos da Econometria é avaliar empiricamente teorias econômicas que, em geral, pressupõem relações de equilíbrio de longo prazo entre variáveis econômicas. A averiguação das teorias econômicas pode ser feita com base em séries temporais que, em sua grande maioria, apresentam algum tipo de tendência.

A existência de tendência pode levar a regressões espúrias, ou seja, à aceitação de relação entre variáveis geradas por processos inteiramente independentes. Por exemplo, ao acrescentarmos mais variáveis supostamente explicativas em um modelo, o R^2 aumenta, mesmo sendo variáveis que não tem relação alguma com a variável endógena. Ver Pindyck e Rubinfeld (1997).

Granger e Newbold (1974) mostraram, por meio de simulações, que é bastante alta a probabilidade de se aceitar estatisticamente a existência de causalidade entre duas variáveis geradas por dois passeios aleatórios independentes.

Regressões espúrias costumam apresentar valores de R^2 elevados. Conforme Granger e Newbold (1974), a combinação de R^2 alto e DW (Durbin-Watson) baixo pode ser um indicador de regressão espúria. Em particular, regressões com $R^2 > DW$ devem ser consideradas com cautela.

A solução que se recomendava nesses casos era estimar a regressão utilizando a primeira diferença das variáveis. Essa não é, porém, uma verdadeira solução porque a primeira diferença, ao reduzir ou eliminar a tendência, esconde as propriedades de longo prazo da relação entre as variáveis econômicas, o que é, em última instância, a razão da estimação efetuada. Por isso apliquei a cointegração nas séries originais, no capítulo II. Phillips (1986) demonstrou que há uma situação em que é possível trabalhar

com o nível das séries e não com as diferenças primeiras sem correr o risco de regressões espúrias: quando as séries forem cointegradas de uma particular ordem. Daí o interesse pelo tema da Cointegração. Conforme Engle e Granger (1987), a definição de cointegração é a seguinte:

Seja x_t um vetor ($N \times 1$). Os componentes de x_t são ditos cointegrados de ordem (d,b) , denotados por $x_t \sim CI(d,b)$, se

1. Todos os componentes de x_t são $I(d)$.
2. Existe um vetor $\alpha \neq 0$ tal que $z_t = \alpha x_t \sim I(d-b)$, $b > 0$.

O vetor α é chamado vetor de cointegração.

Portanto, a definição de cointegração requer, em primeiro lugar (1.) que todas as variáveis do modelo sejam integradas de mesma ordem. No exemplo que se seguirá, com as variáveis selecionadas, elas são não estacionárias, mas serão estacionarizadas por meio da aplicação do mesmo número de diferenças (uma, no caso). A segunda condição (2.) da definição de cointegração é que a combinação linear das variáveis do modelo resulta em uma série cuja ordem de integração é menor do que a das séries originais.

Isso não basta, porém, para garantir o equilíbrio de longo prazo entre as séries; ele requer que elas mantenham ao longo do tempo uma distância aproximadamente constante, ou seja, elas devem se mover de forma aproximadamente sincronizada.

Em síntese, a aplicação da teoria tradicional de mínimos quadrados a modelos envolvendo séries não estacionárias será válida se estas forem cointegradas de ordem (d,d) .

I.C.1.1 – Testes de cointegração

Os testes apresentados a seguir visam averiguar se as séries são cointegradas de ordem $(1,1)$.

Seguindo a definição de cointegração, os testes serão feitos em duas etapas. Na primeira, deve-se testar a ordem de integração de cada série, o que

é feito aplicando-se os testes de raízes unitárias. Caso se conclua que todas elas apresentam a mesma ordem de integração (mesmo número de raízes unitárias), passa-se para a segunda etapa, que consiste em verificar se os resíduos cointegrados são $I(0)$.

Os resíduos cointegrados são os próprios resíduos da regressão estimada por mínimos quadrados. A hipótese nula da segunda etapa do teste de cointegração é:

$$H_0 : \text{as séries não são cointegradas ,}$$

ou

$$H_0 : \rho = 1 \quad \text{em} \quad \varepsilon_t = \rho \varepsilon_{t-1} + \zeta_t .$$

Engle e Granger (1987) recomendam duas formas para testar H_0 : o teste de Dickey-Fuller e a estatística de Durbin-Watson, ambos elaborados sobre os resíduos cointegrados (Cointegrated Residuals – CR) e por isso denominados respectivamente CRADF e CRDW. Um teste de grande força utilizado pelo EViews é o procedimento de Johansen, baseado na estimação de modelos de vetores auto-regressivos. Abaixo uma breve descrição desses procedimentos.

CRADF

A hipótese $H_0 : \rho = 1$ nada mais é do que a hipótese de existência de uma raiz unitária. A estatística do teste será o t de $\hat{\gamma}$ resultante da estimação por mínimos quadrados do modelo abaixo,

$$\Delta \hat{\varepsilon}_t = \gamma \hat{\varepsilon}_{t-1} + \sum_{i=1}^m \delta_i \Delta \hat{\varepsilon}_{t-i} + \mu_t ,$$

é o teste ADF, aplicado aos resíduos cointegrados. Há porém, uma diferença importante no que diz respeito aos valores críticos a serem tomados como

referência: tendo em vista que os resíduos cointegrados são estimados por mínimos quadrados, é muito provável que eles sejam estacionários, nesse caso, as tabelas utilizadas nos testes ADF são inadequadas, pois levam à rejeição de H_0 com maior frequência do que o devido. Para evitar tal problema, é necessário fazer uma correção nos valores dessas tabelas. Engle e Granger (1987) e MacKinnon (1991) apresentam tabelas que podem ser usadas no teste CRADF.

CRDW

Testar $H_0: \rho = 1$ é equivalente a testar $H_0: DW = 0$, lembrando que a estatística de Durbin-Watson é $DW = 2(1 - \hat{\rho})$.

A tabela de Durbin-Watson não pode ser utilizada, pois ela foi elaborada com base em outra hipótese nula e, portanto, com base em outra hipótese sobre o processo gerador de y_t . Assim, novas tabelas tiveram que ser construídas. Elas podem ser encontradas em Engle e Granger (1987) e em Engle e Yoo (1987).

JOHANSEN

O método de Johansen testa as restrições impostas pela cointegração no VAR (Vetor de Auto-Regressões) irrestrito das séries. Considere um VAR de ordem p ,

$$y_t = A_1 y_{t-1} + \dots + A_p y_{t-p} + Bx_t + \varepsilon_t ,$$

onde y_t é um k -vetor de variáveis não-estacionárias $I(1)$; x_t é um d -vetor de variáveis determinísticas; e ε_t é um vetor de inovações. Reescrevemos

$$\Delta y_t = \Pi y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \Gamma_i \Delta y_{t-i} + Bx_t + \varepsilon_t ,$$

onde $\Pi = \sum_{i=1}^p A_i - I$, $\Gamma_i = -\sum_{j=i+1}^p A_j$.

O teorema de representação de Granger afirma que se a matriz de coeficientes Π tem posto $r < k$, então existem $k \times r$ matrizes α e β , cada uma com posto r , tal que $\Pi = \alpha\beta'$ e $\beta'y_t$ é estacionário. O número de relações de cointegração é r , e cada coluna de β é um vetor de cointegração. Os elementos de α são conhecidos como os parâmetros de ajuste do modelo de vetor de correção de erros (VEC). O método de Johansen estima a matriz Π em forma irrestrita, e então testa as rejeições das restrições implícitas nos postos reduzidos de Π .

I.C.2 – Vetores Auto-Regressivos - VAR e VEC

I.C.2.1 – VAR (Vector Autoregressive)

A análise do modelo de Auto-Regressão Vetorial (VAR) busca inter-relacionar várias séries de tempo, de diferentes variáveis, facilitando o estudo do impacto dos choques aleatórios, e também das projeções. O VAR modela toda variável endógena de seu sistema como função dos valores passados de todas as outras variáveis endógenas incluídas no VAR. É da forma

$$y_t = A_1 y_{t-1} + \dots + A_p y_{t-p} + Bx_t + \varepsilon_t ,$$

onde y_t é um k -vetor de variáveis endógenas, x_t é um vetor de variáveis exógenas, $A_1, \dots, A_p$ e B são matrizes de coeficientes a serem estimados, e ε_t é

um vetor de inovações que podem estar contemporaneamente correlacionados entre si, mas não com seus próprios valores passados, nem com alguma variável do lado direito da equação acima.

Como apenas valores passados das variáveis endógenas aparecem no lado direito da equação, não há problemas de simultaneidade, e mínimos quadrados ordinários é a melhor técnica de estimação.

I.C.2.2 – VEC (Vector of Error Correction)

O modelo de Correção de Erros Vetorial (VEC) é um VAR restrito, pois tem restrições de cointegração implícitas no modelo, e deve ser usado quando se sabe que as séries não estacionárias são cointegradas. O termo de cointegração é o termo de correção de erro, pois corrige gradualmente os desvios de longo prazo com uma série de ajustes de curto prazo. Supondo duas variáveis $I(1)$, cointegradas de ordem (1), temos

$$y_{2,t} - \beta y_{1,t} \sim I(0) ,$$

e o VEC,

$$\Delta y_{1,t} = \gamma_1 (y_{2,t-1} - \beta y_{1,t-1}) + \varepsilon_{1,t} ,$$

$$\Delta y_{2,t} = \gamma_2 (y_{2,t-1} - \beta y_{1,t-1}) + \varepsilon_{2,t} ,$$

onde γ_1 e γ_2 são coeficientes que medem a velocidade do ajuste entre o equilíbrio de curto prazo e o equilíbrio de longo prazo das variáveis. Ver Hamilton (1994), e Davidson e MacKinnon (1993).

I.C.3 – Causalidade

Sem embargo, um dos pontos mais intrigantes no estudo da teoria econômica aplicada é a causalidade. Se conseguirmos provar (ou encontrar

fortes indícios) que um determinado fenômeno ou variável é causado por outro (a), incluindo-se os dados passados, temos a possibilidade de controlá-los e até mesmo prevê-los. Políticas econômicas, por exemplo, podem ser aplicadas de forma mais eficiente em um país se soubermos quais são as causalidades envolvidas entre as mais diversas variáveis sócio-econômicas daquele país (internas e externas). Grandes esforços estão sendo feitos pelo governo brasileiro atual, através de competentes técnicos e acadêmicos, especialmente do Banco Central do Brasil, para buscar decifrar as intrincadas relações de causalidade entre as nossas variáveis, com grandes avanços obtidos se compararmos com a estrutura do passado. Infelizmente, devido a uma série de fatores, dentre os quais o baixo salário e o pouco incentivo (por exemplo a falta de um plano de carreira) dados aos funcionários públicos desta área, não conseguimos atingir o máximo de nossa capacidade, dificultando assim o processo decisório envolvido na política econômica e social do país. Outros problemas com que se deparam os economistas e estatísticos do governo são a falta de dados, a confiabilidade destes dados, as constantes mudanças de regimes cambiais e monetários, as sucessivas crises (para estes dois últimos casos são sugeridos como opções os modelos de análise de intervenção), etc..

Um teste, conhecido como teste de causalidade de Granger, é baseado em uma definição de causalidade muito específica, a de Wiener-Granger: “*y* ‘Granger-causa’ *x* se o valor de *x* em *t* pode ser predito com maior precisão se forem considerados valores passados de *y*, além dos valores passados de *x*”. Não é, no entanto, um teste puro e definitivo de causalidade (causa e consequência).

I.C.3.1 – Teste de Causalidade de Granger

Estimam-se duas regressões por mínimos quadrados ordinários:

$$(1) \quad x_t = \sum_{j=1}^J \alpha_j x_{t-j} + \sum_{j=1}^J \beta_j y_{t-j} + \varepsilon_t ,$$

$$(2) \quad x_t = \sum_{j=1}^J \alpha_j x_{t-j} + \varepsilon_t .$$

A hipótese de que y não ‘Granger-causa’ x , ou seja,

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_j = 0 ,$$

pode ser testada comparando a soma dos quadrados dos resíduos obtidas da estimação das equações (1) e (2), $SQR_{(1)}$ e $SQR_{(2)}$, respectivamente, da maneira indicada a seguir.

$$F = (n - 2J) \frac{SQR_{(2)} - SQR_{(1)}}{SQR_{(1)} J} .$$

Trata-se portanto de um teste F cuja estatística tem distribuição $F_{J, n-2J}$.

Se $F > F_{J, n-2J}$, H_0 será rejeitada, sugerindo que o modelo deve conter também uma equação para x_t , ou seja, é mais apropriado construir um modelo multivariado, à semelhança de um modelo de equações simultâneas.

CAPÍTULO II

Análise dos dados

II.1 ANÁLISE DAS SÉRIES INDIVIDUAIS

II.1.A - S&P 500

Foram tomados dados mensais (último dia útil de cada mês) do Índice S&P 500, o Standard and Poor's Five Hundred, que é um conhecido índice de ações norte-americano, com 500 ações e calculado com pesos por tamanho da empresa, a valor de mercado (Market Capitalization). Este índice representa fortemente o andamento, ou pelo menos a expectativa do andamento da economia local. A fonte dos 86 dados mensais, desde o final de julho de 1994 até o final de agosto de 2001, foi a agência de informações Bloomberg (propriedade do atual prefeito de Nova York Michael Bloomberg). Segue o gráfico da série original:

GRÁFICO A.G1 – Série de preços do S&P 500

Nota-se pela série original SEP no gráfico A.G1, que ela tem uma tendência (drift) crescente desde o início, na segunda metade de 1994, até a segunda metade de 2000, quando a queda das ações de alta tecnologia (mais especificamente de seu índice representativo NASDAQ) começou a influenciar os preços dos ativos da até então robusta economia norte-americana. Além disso, esta começava a dar alguns sinais de desaceleração (leading indicators, por exemplo), e os economistas passavam a discutir a possibilidade de ocorrer um “Soft Landing”, o pouso suave, ou mesmo um “Hard Landing”, o pouso forçado, da economia americana. Após esse período, o índice inverteu a tendência crescente para decrescente (primeira derivada negativa), passando a operar em baixa, como se diz no jargão do mercado financeiro, e indo assim até o final da série. Os atentados terroristas à cidade de Nova York não estão

incorporados às séries, pois o último dado mensal é de final de agosto de 2001. Sua inclusão (final de setembro) iria distorcer sobremaneira os resultados e conclusões da dissertação.

GRÁFICO A.G2 – Série do logaritmo de preços do S&P 500

Sendo uma série de preços financeiros, é usual colocá-los sob a forma de logaritmos naturais (neperianos), a fim de facilitar sua manipulação (gráfico A.G2). Os preços são sempre positivos, e sua primeira diferença, $LnP_t - LnP_{t-1}$ (taxa de variação), nada mais é do que o logaritmo natural de sua variação mensal mais 1, $Ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) = Ln(1+r)$.

Seguem abaixo os testes de raízes unitárias:

TABELA A.T1

Representação do EViews do teste de raiz unitária da série original SEP:

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test On SEP

ADF Test Statistic	-1.54388117	1% Critical Value*	-3.51110858	
		5% Critical Value	-2.89673344	
		10% Critical Value	-2.5853029	
*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(SEP)				
Method: Least Squares				
Sample(adjusted): 1994:11 2001:08				
Included observations: 82 after adjusting endpoints				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
SEP(-1)	-0.02622666	0.016987487	-1.54388117	0.126771079
D(SEP(-1))	-0.13572669	0.115480686	-1.17531937	0.243535973
D(SEP(-2))	-0.117732	0.11683746	-1.00765628	0.31681698
D(SEP(-3))	0.027868523	0.117449539	0.23728082	0.813077404
D(SEP(-4))	-0.02943708	0.116125373	-0.25349393	0.800571039
C	36.40566661	18.05480029	2.01639819	0.047291857
R-squared	0.058893025	Mean dependent var	8.063780488	
Adjusted R-squared	-0.00302191	S.D. dependent var	50.81223277	
S.E. of regression	50.88894979	Akaike info criterion	10.76752423	
Sum squared resid	196816.076	Schwarz criterion	10.94362564	
Log likelihood	-435.468493	F-statistic		0.951192591
Durbin-Watson stat	1.953682737	Prob(F-statistic)	0.453192163	

Obs.: utilização do modelo (e) da página 29, teste ADF:

$$(e) \quad \Delta y_t = \alpha + \gamma y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \delta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t .$$

TABELA A.T2

Representação do EViews do teste de raiz unitária do logaritmo de SEP:**Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test On LNSEP**

ADF Test Statistic	-2.16902327	1% Critical Value*	-3.51110858	
		5% Critical Value	-2.89673344	
		10% Critical Value	-2.5853029	
*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(LNSEP)				
Method: Least Squares				
Sample(adjusted): 1994:11 2001:08				
Included observations: 82 after adjusting endpoints				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LNSEP(-1)	-0.02995473	0.013810239	-2.16902327	0.033208333
D(LNSEP(-1))	-0.11333439	0.114184918	-0.9925513	0.324078324
D(LNSEP(-2))	-0.08385639	0.114630811	-0.73153451	0.466702394
D(LNSEP(-3))	-0.00030726	0.115157894	-0.00266817	0.997878103
D(LNSEP(-4))	-0.07713543	0.114239209	-0.6752098	0.501591644
C	0.218729025	0.095224048	2.29699356	0.024373858
R-squared	0.071086659	Mean dependent var		0.010675803
Adjusted R-squared	0.009973939	S.D. dependent var		0.045178548
S.E. of regression	0.044952679	Akaike info criterion		-3.2960572
Sum squared resid	0.153576497	Schwarz criterion		-3.11995579
Log likelihood	141.1383453	F-statistic		1.163205615
Durbin-Watson stat	1.938963195	Prob(F-statistic)		0.335120412

Após a aplicação do logaritmo, utilizei o teste de raízes unitárias de Dickey-Fuller Aumentado, o ADF Test, para verificar se as séries eram estacionárias. Os valores da estatística foram -1.543881 para a série original e -2.169023 para a série com o logaritmo, sendo os valores críticos de MacKinnon a 5% e a 1% de nível de significância respectivamente -2.8967 e -3.5111. Claramente, pelos gráficos, já era notado a não estacionariedade, e por ADF confirmei a não rejeição da hipótese de existência de uma raiz

unitária. No gráfico A.G3 seguinte temos a primeira diferença do logaritmo da série original SEP, e no próximo suas estatísticas mais relevantes.

GRÁFICO A.G3 – Série da 1ª diferença do logaritmo de preços do S&P 500

GRÁFICO A.G4 – Histograma e estatísticas descritivas da série DLNSEP

Como mostra o gráfico A.G4 e suas estatísticas, a média amostral de DLNSEP aproxima-se de zero, a série é leptocútica (curtose maior do que 3) indicando caudas pesadas, tem assimetria à esquerda, ou seja, está mais concentrada no lado direito da média (Skewness negativo), e tem rejeição de normalidade por Jarque-Bera.

Segue o teste de raízes unitárias de DLNSEP:

TABELA A.T3

Representação do teste de raiz unitária da 1ª diferença de LNSEP:

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test On DLNSEP

ADF Test Statistic	-3.61693853	1% Critical Value*	-3.51211984	
		5% Critical Value	-2.89717655	
		10% Critical Value	-2.58553596	
*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(DLNSEP)				
Method: Least Squares				
Sample(adjusted): 1994:12 2001:08				
Included observations: 81 after adjusting endpoints				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
DLNSEP(-1)	-1.05715695	0.29227949	-3.61693853	0.000537841
D(DLNSEP(-1))	-0.02566333	0.259557989	-0.0988732	0.921502742
D(DLNSEP(-2))	-0.0963394	0.222695394	-0.43260618	0.666542322
D(DLNSEP(-3))	-0.05202419	0.174916709	-0.29742262	0.766966134
D(DLNSEP(-4))	-0.08552403	0.117649368	-0.72694002	0.469525668
C	0.011986986	0.006202264	1.9326792	0.057051453
R-squared	0.543013999	Mean dependent var		-0.00032036
Adjusted R-squared	0.512548265	S.D. dependent var		0.065980903
S.E. of regression	0.046066377	Akaike info criterion		-3.24627969
Sum squared resid	0.159158335	Schwarz criterion		-3.06891309
Log likelihood	137.4743276	F-statistic		17.82376256
Durbin-Watson stat	1.970787767	Prob(F-statistic)		1.32E-11

Realizada uma diferença da série original com o logaritmo neperiano, o gráfico e os testes mostraram então que esta série tornou-se estacionária, ficando a estatística em -3.616939 com valores críticos a 5% em -2.8972 e a 1% em -3.5121, podendo assim rejeitar a hipótese nula. Prudente seria, porém, recorrer a outros testes que verificam com maior rigor a existência de mais de uma raiz unitária, por exemplo o teste de Dickey- Pantula (não se encontra no pacote estatístico EViews 3.1). Tanto este como o teste de Phillips-Perron apontaram para o mesmo resultado: a série LNSEP é integrada de primeira ordem, $I(1)$. A série a ser trabalhada então será a diferença dos logaritmos naturais do índice de preços de ações, o S&P 500.

Gostaria de destacar o ligeiro aumento da volatilidade da série, a partir da segunda metade de 1996, turbulência que pode ser justificada pelo período de incerteza interna, abalado também pelos discursos do presidente do FED (o banco central norte-americano) Alan Greenspan, que perduraram por quatro anos, alertando o mercado de uma possível bolha especulativa nos preços dos ativos americanos, mais especificamente as ações das bolsas de valores, o que ele chamou de “exuberância irracional”.

Segue o correlograma de DLNSEP:

TABELA A.T4

Representação do EViews 3.1 da análise da FAC e FACP da série DLNSEP:

Correlograma da série DLNSEP

A tabela A.T4 contém a autocorrelação e a autocorrelação parcial desta última série estacionária, que mostraram que os retornos são não correlacionados. Mesmo assim, a título de pesquisa, busquei encontrar um modelo de ajuste linear, da forma ARIMA(p,d,q). Tentei desde os mais simples, com coeficientes AR(1) ou MA(1), até os menos parcimoniosos, com coeficientes até AR(4) e MA(4) isolados ou em conjunto. Isto foi feito também nas outras três séries que se seguirão a esta. Não consegui nenhum ajuste razoável para a DLNSEP com coeficientes significativos.

Quanto à dependência dos retornos, realizei o correlograma dos retornos ao quadrado, confirmando a não necessidade de componentes GARCH.

II.1.B - IBOVESPA

Os dados mensais escolhidos para o mercado acionário brasileiro, e do câmbio R\$/US\$ para sua dolarização, foram retirados da Economática, empresa nacional de consultoria e informação do mercado financeiro. O período foi do final de julho de 1994 até o final de agosto de 2001, ou seja, 86 dados do índice selecionado, o IBOVESPA, e do câmbio PTAX800 divulgado pelo SISBACEN (Sistema eletrônico do Banco Central do Brasil) respectivo, sempre usando o fechamento do último dia de cada mês. O IBOVESPA é um índice de preços de ações da Bolsa de Valores de São Paulo, e o mais divulgado no Brasil. Sua metodologia baseia-se na formação de uma carteira de ações, centrada na liquidez destas. Muitas críticas surgem por esta metodologia, pois pode ocorrer concentração do índice em poucos papéis (falta de representatividade do mercado e da economia), ou então especulações com papéis específicos. Darei um exemplo: uma empresa listada na Bolsa de Valores de São Paulo, que esteja fora do IBOVESPA, ou tenha diminuta participação no índice, pode deliberadamente aumentar o número de negócios de sua própria ação e o valor destes negócios ficticiamente, a fim de que em pouco tempo (as avaliações dos pesos de cada ação no índice são feitas quadrimestralmente, com base nos últimos 12 meses) sua participação aumente substancialmente, gerando demanda por esses papéis, seja compulsoriamente pelos gestores de fundos de renda variável passivos (que devem seguir fielmente o índice), seja voluntariamente pelos especuladores devido à maior exposição da ação no mercado. É claro que a Bolsa de Valores, e a CVM, como órgãos organizadores, reguladores e fiscalizadores, tentam coibir esse tipo de comportamento. Apesar de todas as críticas, parece-me que seja o mais confiável dos índices hoje existentes no mercado local, representando fortemente a expectativa de lucratividade das empresas brasileiras. Outro índice alternativo seria o IBX, que tem quase o dobro de empresas, e engloba todas as do IBOVESPA; mas as outras ações que o

compõem são extremamente ilíquidas, ficando semanas ou até meses sem negociação. Isto dá um falso efeito de suavização (smoothing) em relação ao IBOVESPA (no mercado diz-se que o IBX tem um Beta menor do que 1, em relação ao IBOVESPA). Mesmo comportamento tem o FGV-100 (100 ações), que tem muitas ações chamadas de segunda e terceira linhas, e descarta as empresas públicas. Escolhi então o que acho mais confiável, mais líquido, e mais ativo, o IBOVESPA (tem inclusive contrato futuro ativamente negociado na BM&F). Seguem os gráficos:

GRÁFICO B.G1 – Série de preços do índice de ações Ibovespa

GRÁFICO B.G2 – Série do logaritmo de preços do índice de ações Ibovespa

Após dolarizar a série (gráfico B.G1), pois seria compatível com todas as outras variáveis contidas neste estudo, que já estão em dólar, e condizente com o avanço da globalização dos mercados de capitais, demonstrado pelo aumento das negociações de ações brasileiras no mercado externo, os ADR's (American Deposit Receipts), apliquei, como na série do S&P 500, o logaritmo natural, que pode ser visto no gráfico B.G2 acima. Os testes de raízes unitárias seguem abaixo:

TABELA B.T1

Representação do EViews do teste de raiz unitária da série original IBOV:

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test On IBOV

ADF Test Statistic	-1.9110681	1% Critical Value*	-3.51110858	
		5% Critical Value	-2.89673344	
		10% Critical Value	-2.5853029	
*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(IBOV)				
Method: Least Squares				
Sample(adjusted): 1994:11 2001:08				
Included observations: 82 after adjusting endpoints				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
IBOV(-1)	-0.10661855	0.05579003	-1.9110681	0.059766813
D(IBOV(-1))	0.070026465	0.11671323	0.59998738	0.550299443
D(IBOV(-2))	-0.0695511	0.116276038	-0.59815502	0.551514936
D(IBOV(-3))	0.013735453	0.112792299	0.12177651	0.903397432
D(IBOV(-4))	0.056947253	0.112239547	0.50737244	0.613362703
C	737.6776423	403.7416236	1.82710327	0.07161015
R-squared	0.063320672	Mean dependent var		-7.60037626
Adjusted R-squared	0.001697032	S.D. dependent var		955.6122025
S.E. of regression	954.8010061	Akaike info criterion		16.63123852
Sum squared resid	69285017.06	Schwarz criterion		16.80733993
Log likelihood	-675.880779	F-statistic		1.027538645
Durbin-Watson stat	1.997375364	Prob(F-statistic)		4.08E-01

TABELA B.T2

Representação do EViews do teste de raiz unitária do logaritmo de IBOV:**Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test On LNIBOV**

ADF Test Statistic	-1.78653405	1% Critical Value*	-3.51110858	
		5% Critical Value	-2.89673344	
		10% Critical Value	-2.5853029	
*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(LNIBOV)				
Method: Least Squares				
Sample(adjusted): 1994:11 2001:08				
Included observations: 82 after adjusting endpoints				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LNIBOV(-1)	-0.0932208	0.052179694	-1.78653405	0.078000815
D(LNIBOV(-1))	0.125517888	0.11663014	1.07620455	0.285240307
D(LNIBOV(-2))	-0.13268504	0.116379521	-1.14010646	0.257822273
D(LNIBOV(-3))	-0.03415996	0.111504693	-0.30635449	0.760172461
D(LNIBOV(-4))	0.100814726	0.110026914	0.91627333	0.362421902
C	0.819461341	0.459729815	1.78248466	0.078663922
R-squared	0.093560034	Mean dependent var	-0.00141789	
Adjusted R-squared	0.033925826	S.D. dependent var	0.134036994	
S.E. of regression	0.131743718	Akaike info criterion	-1.14556093	
Sum squared resid	1.319086944	Schwarz criterion	-0.96945952	
Log likelihood	52.9679981	F-statistic		1.568898735
Durbin-Watson stat	1.994949535	Prob(F-statistic)	1.79E-01	

Analogamente à série do S&P 500, nenhuma das séries é estacionária: tanto no visual dos gráficos, quanto nos testes ADF, houve não rejeição da existência de uma raiz unitária. Os números da estatística do ADF foram, para a série original, -1.911068 e para a com logaritmos, -1.786534. Os valores críticos de MacKinnon (10% e 1%) foram -2.5853 e -3.5111, respectivamente. Parti para uma diferença, que aparece no gráfico B.G3, e refiz o teste, incluindo

os testes PP e DP. Os testes apontaram para o mesmo resultado da série americana: a DLNIBOV é I(1). Seu teste ADF segue abaixo na tabela B.T3.

TABELA B.T3

Representação do teste de raiz unitária da 1ª diferença de LNIBOV:

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test On DLNIBOV

ADF Test Statistic	-4,13542	1% Critical Value*	-3,51210	
		5% Critical Value	-2,89720	
		10% Critical Value	-2,58550	
*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(DLNIBOV)				
Method: Least Squares				
Sample(adjusted): 1994:12 2001:08				
Included observations: 81 after adjusting endpoints				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
DLNIBOV(-1)	-1,140841	0.275870	-4,135423	0.0001
D(DLNIBOV(-1))	0.212710	0.243430	0.873803	0.3850
D(DLNIBOV(-2))	0.025413	0.198964	0.127728	0.8987
D(DLNIBOV(-3))	-0.047337	0.150963	-0.313564	0.7547
D(DLNIBOV(-4))	0.027509	0.112052	0.245500	0.8067
C	-0.001214	0.015067	-0.080593	0.9360
R-squared	0.493037	Mean dependent var		-0.000994
Adjusted R-squared	0.459240	S.D. dependent var		0.184018
S.E. of regression	0.135320	Akaike info criterion		-1,0911580
Sum squared resid	1,373367	Schwarz criterion		-0.913792
Log likelihood	5,019192	F-statistic		1,458798
Durbin-Watson stat	1,991560	Prob(F-statistic)		0.000000

Seguem os gráficos de DLNIBOV e suas estatísticas:

GRÁFICO B.G3 – Série da 1ª diferença do logaritmo de preços do Ibovespa

GRÁFICO B.G4 – Histograma e estatísticas descritivas da série DLNIBOV

Como na série S&P 500 estacionarizada, também a média de DLNIBOV aproxima-se de zero, a série é leptocútica (curtose maior do que 3) indicando caudas pesadas, assimetria à esquerda (Skewness negativo), e rejeição de normalidade por Jarque-Bera.

Quanto à volatilidade, ocorreram mistos de períodos de média volatilidade: 07/1994 a 12/1995 e 01/2000 a 08/2000; baixa volatilidade: 01/1996 a 06/1997; e alta volatilidade: 07/1997 a 12/1999. Isto nos mostra uma indefinição dos mercados financeiros, refletindo a instabilidade econômica, oscilando entre períodos de extrema euforia com formação de bolhas especulativas, de grande nervosismo com pequenos e médios crashes, e de relativa calma, com pequenas variações mensais. A contaminação dos problemas ocorridos em países considerados similares ao Brasil, chamados emergentes, também teve papel decisivo no comportamento da série. Podemos elencar a crise do México (Dez/1994); dos tigres asiáticos com início na desvalorização do Bath na Tailândia (04/1997) com alastramento posterior para a Indonésia, Filipinas e região (07/1997), culminando com forte pressão cambial e na Bolsa de Valores de Hong Kong, Coréia e Japão (10/1997); Moratória da Rússia (início da crise em 08/1998); da Argentina (final de 1994, início de 2000). Fatos como a forte valorização dos ativos norte-americanos (“exuberância irracional” de Alan Greenspan, alertando sobre provável bolha especulativa no mercado acionário americano), crise de falta de crescimento da economia japonesa, desvalorização cambial do Real no início de 1999, e a violenta queda das ações tecnológicas do Nasdaq, também tiveram relevante influência na série. Eu não poderia deixar de citar, inclusive, o crescente fluxo de capitais entre os países, fruto da famigerada globalização, pois continua sendo bastante criticado e combatido pelo Presidente da República Fernando Henrique Cardoso, apoiado pelo Presidente do Banco Central do Brasil Armínio Fraga, na parcela deste fluxo que é conhecida por “Smart Money”, que entra no país para buscar ganhos acionários e principalmente de juros, mas que ao menor sinal de risco retira o dinheiro, causando problemas de desvalorização

da moeda nacional (quando o câmbio é flutuante, que é o caso brasileiro desde 01/1999), aumento da inflação, piora no Balanço de Pagamentos, aumento do risco-país e dos juros, deterioração da Dívida Pública, enfim, caminhar de um círculo virtuoso com crescente entrada de capital externo, para um círculo vicioso, com a destruição dos indicadores econômicos e sociais, pondo em risco inclusive a estabilidade política do país.

Na tabela B.T4 temos a função de autocorrelação e autocorrelação parcial da série DLNIBOV.

TABELA B.T4

Representação do EViews 3.1 da análise da FAC e FACP da série DLNIBOV:

Correlograma da série DLNIBOV

Como na série DLNSEP, os retornos são não correlacionados, com apenas um valor destacado no lag 2 (p-valor de 10,6%), mas sem rejeição de não autocorrelação. Após inúmeras tentativas de modelagem com autoregressivos de médias móveis integrados, e auxiliado pelo resultado do correlograma (lag 2), fiz o seguinte ajuste reproduzido pelo EViews 3.1:

TABELA B.T4

Representação do EViews do ajuste do modelo ARIMA(2,1,0) em DLNIBOV:

Ajuste com AR

Dependent Variable: DLNIBOV				
Method: Least Squares				
Sample(adjusted): 1994:09 2001:08				
Included observations: 84 after adjusting endpoints				
Convergence achieved after 2 iterations				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(2)	-0.199205	0.103795	-1.919216	0.0584
R-squared	0.042265	Mean dependent var		-0.002044
Adjusted R-squared	0.042265	S.D. dependent var		0.133339
S.E. of regression	0.130491	Akaike info criterion		-1.223197
Sum squared resid	1.413308	Schwarz criterion		-1.194259
Log likelihood	52.37428	Durbin-Watson stat		1.865533

Um dos mais bem ajustados foi mesmo o ARIMA(2,1,0) sem o coeficiente AR(1), mas com o coeficiente AR(2) marginalmente significativo (p-valor de 5,8 %).

Quanto à dependência dos retornos, realizei o correlograma dos retornos ao quadrado de DLNIBOV, confirmando a não necessidade de componentes GARCH.

II.1.C - RISCO E.U.A.: RATING B3

Para servir como *proxy* para o risco-país no caso dos E.U.A., utilizei a taxa de juros (yield) dos papéis de empresas consideradas de médio-alto risco pelas principais agências classificadoras de risco de crédito do mundo. Escolhi as de rating B3, mostrada no gráfico C.G1, dados percentuais do último dia de cada mês do período selecionado, e a fonte desses dados foi também a Bloomberg (incluindo as taxas de juros dos Bônus do Tesouro Americano).

Conhecido como risco *corporate*, subtraí de suas taxas de juros anualizadas, a taxa de juros dos títulos do governo americano (risco soberano) com maturação próxima da média das emissões privadas americanas, dez anos, afim de deixá-las sob a mesma base de comparação, expurgando o efeito expectativa de taxas de juros futuras (também chamado de “*Spread-Over-Treasury*”). É esperado que se a economia esteja indo bem, com boas perspectivas, este número seja baixo, refletindo a boa capacidade de pagamento atual e futura das empresas emissoras. Do contrário, quando há uma piora nas expectativas, o risco de aplicação nos títulos das empresas cresce (risco de *default*), cai sua demanda e aumenta sua oferta, fazendo com que o número B3 suba. Segue o gráfico da série original de juros B3:

GRÁFICO C.G1 – Série dos juros B3

Entre 07/1994 e 12/1996 a taxa ficou ascendente entre 4% aa e 5% aa. Entre 01/1997 a 07/1998, cedeu e ficou entre 3% aa e 4% aa. A partir de 08/1998 esta taxa subiu fortemente atingindo quase 7% aa, mas retornando a patamares em torno de 5% aa. A partir de 03/2000 ocorreu uma nova grande elevação, chegando em níveis superiores a 8,5% aa, que é um nível de risco de país emergente. Essas oscilações refletiram o período do magnífico crescimento da economia norte-americana, que teve seu início em 1991, com oscilações normais, até o período que precedeu o início da recessão americana, deflagrada ao final de 2001. Estas aparentes trocas de patamares, em termos estatísticos, dificilmente mostrariam uma série estacionária. Segue o teste:

TABELA C.T1

Representação do EViews 3.1 do teste de raiz unitária da série original B3:

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test On B3

ADF Test Statistic	-1.0421485	1% Critical Value*	-3.51110858	
		5% Critical Value	-2.89673344	
		10% Critical Value	-2.5853029	
*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(B3)				
Method: Least Squares				
Sample(adjusted): 1994:11 2001:08				
Included observations: 82 after adjusting endpoints				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
B3(-1)	-0.03982875	0.038217921	-1.0421485	0.300646657
D(B3(-1))	0.109529504	0.116383962	0.94110479	0.349632939
D(B3(-2))	0.03840445	0.115428658	0.33271157	0.740268028
D(B3(-3))	-0.10369538	0.115645498	-0.89666592	0.372728754
D(B3(-4))	0.012110441	0.116624324	0.10384147	0.917568697
C	0.235506363	0.1922131	1.22523576	0.224270069
R-squared	0.037865316	Mean dependent var		0.039487805
Adjusted R-squared	-0.02543302	S.D. dependent var		0.409422184
S.E. of regression	0.414595915	Akaike info criterion		1.147330761
Sum squared resid	13.06362275	Schwarz criterion		1.323432169
Log likelihood	-41.0405612	F-statistic		0.598203987
Durbin-Watson stat	1.993205635	Prob(F-statistic)		7.01E-01

Depois do teste ADF, com estatística -1.042149 e valor crítico mesmo a 10% de -2.5853, confirmei essa suspeita. Então fiz uma diferença da série, que economicamente mostra a variação nominal dessas taxas de juros de um mês para outro, que graficamente (C.G2) segue:

GRÁFICO C.G2 – Série da primeira diferença dos juros B3

GRÁFICO C.G3 – Histograma e estatísticas descritivas da série DB3

A média amostral também é próxima de zero, a série é leptocútica (curtose maior do que 3) indicando caudas bem mais pesadas, só que agora levemente assimétrica à direita (Skewness positivo), e rejeição de normalidade por Jarque-Bera.

TABELA C.T2

Representação do EViews 3.1 do teste de raiz unitária da série DB3:

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test On DB3

ADF Test Statistic	-4.25428656	1% Critical Value*	-3.51211984	
		5% Critical Value	-2.89717655	
		10% Critical Value	-2.58553596	
*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(DB3)				
Method: Least Squares				
Sample(adjusted): 1994:12 2001:08				
Included observations: 81 after adjusting endpoints				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
DB3(-1)	-1.07178619	0.251930888	-4.25428656	5.99E-05
D(DB3(-1))	0.156660324	0.221901286	0.70599106	0.482380997
D(DB3(-2))	0.171281333	0.188364195	0.9093094	0.366099748
D(DB3(-3))	0.041955698	0.157616644	0.26618825	0.790824661
D(DB3(-4))	0.02988864	0.11613489	0.25736141	0.797604577
C	0.040061849	0.047677717	0.84026358	0.403431369
R-squared	0.466755399	Mean dependent var		-0.00046914
Adjusted R-squared	0.431205759	S.D. dependent var		0.556195921
S.E. of regression	0.419474335	Akaike info criterion		1.171558306
Sum squared resid	13.19690386	Schwarz criterion		1.34892491
Log likelihood	-41.4481114	F-statistic		13.12968
Durbin-Watson stat	2.0093302	Prob(F-statistic)		3.48E-09

O gráfico sugere uma relativa estacionariedade em volta da média, que foi comprovada pelos testes ADF, PP e DP. Sua estatística no ADF ficou em -4.254287 , para valor crítico de MacKinnon a 1% em -3.5121.

TABELA C.T3

Representação do EViews 3.1 da análise da FAC e FACP da série DB3:
Correlograma da série DB3

O correlograma e o correlograma parcial mostram retornos não correlacionados. Mantendo o procedimento de buscar ajustes em modelos ARIMA(p,d,q), não obtive sucesso em nenhum modelo (a série já estava bem comportada), dentre inúmeras tentativas dentro do pacote estatístico escolhido, o software EViews 3.1. Os períodos de volatilidade diferenciada, os chamados “clusters” de volatilidade, podem estar indicando uma variância heterocedástica condicional. Mas realizei o correlograma dos retornos ao quadrado, e não confirmou a suspeita.

II.1.D - RISCO BRASIL : C-BOND

Para refletir o risco-país brasileiro, utilizei os dados mensais dos juros do C-Bond. O C-Bond (Capitalized Bond) é um título de alta liquidez, fruto de renegociação da dívida externa brasileira não paga (moratória de 1987 com o Presidente José Sarney e o Ministro da Fazenda Luiz Carlos Bresser Pereira), renegociação esta que fez parte do Plano Brady, e teve a participação do então desconhecido Pedro Malan como negociador brasileiro.

A fonte de dados utilizada foi a conceituada empresa de consultoria econômica MCM. Da mesma maneira que na série B3, subtraí a taxa anual de juros de dez anos dos títulos americanos correspondentes. Tornou-se a série CBOND, que mostro no gráfico D.G1.

GRÁFICO D.G1 – Série dos juros do CBOND

Logo após a implementação do Plano Real em 07/1994 durante o governo Itamar Franco e cujo ministro da fazenda era o Sr. Fernando Henrique Cardoso, a série apresentou uma forte alta, saindo de 8% para praticamente 14% aa, resultado do contágio da Crise Mexicana. Passada a turbulência em meados de 1995, ocorreu um declínio importante e prolongado, chegando a patamares baixíssimos de 4% aa, dignos de países desenvolvidos. Atingido em meados de 1997 pela crise dos tigres asiáticos e depois em agosto de 1998 pela crise russa, os números da série sobem para mais de 13% aa, para só voltarem para patamares de 7,5% aa após a conturbada desvalorização do real (01/1999) no segundo mandato de FHC.

TABELA D.T1

Representação do teste de raiz unitária da série original CBOND:

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test On CBOND

ADF Test Statistic	-1.93314689	1% Critical Value*	-3.51110858	
		5% Critical Value	-2.89673344	
		10% Critical Value	-2.5853029	
*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(CBOND)				
Method: Least Squares				
Sample(adjusted): 1994:11 2001:08				
Included observations: 82 after adjusting endpoints				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
CBOND(-1)	-0.13033055	0.067418855	-1.93314689	5.69E-02
D(CBOND(-1))	-0.04518984	0.120287048	-0.37568336	0.708198878
D(CBOND(-2))	-0.0384305	0.118078802	-0.32546487	0.745723618
D(CBOND(-3))	-0.09459926	0.116404052	-0.8126801	0.41893996
D(CBOND(-4))	0.090940799	0.115178054	0.78956707	0.432237136
C	1.05240632	0.552092015	1.90621543	0.060403098
R-squared	0.09295743	Mean dependent var		0.014417073
Adjusted R-squared	0.033283576	S.D. dependent var		1.259919051
S.E. of regression	1.238774313	Akaike info criterion		3.336477489
Sum squared resid	116.6266966	Schwarz criterion		3.512578898
Log likelihood	-130.795577	F-statistic		1.557758121
Durbin-Watson stat	2.015044902	Prob(F-statistic)		1.82E-01

Os testes de raízes unitárias não mostram estacionariedade. Somente após uma diferença, que chamei de DCBOND (gráfico D.G2), que obtive êxito:

GRÁFICO D.G2 – Série da 1ª diferença dos juros do CBOND

GRÁFICO D.G3 – Histograma e estatísticas descritivas da série DCBOND

A média de DCBOND aproxima-se de zero, a série é bastante leptocútica (curtose bem maior do que 3) indicando caudas pesadíssimas, muito assimétrica à direita (Skewness negativo), e rejeição de normalidade por Jarque-Bera.

TABELA D.T2

Representação do EViews 3.1 do teste de raiz unitária da série DCBOND:

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test On DCBOND

ADF Test Statistic	-4.02196527	1% Critical Value*	-3.51211984	
		5% Critical Value	-2.89717655	
		10% Critical Value	-2.58553596	
*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(DCBOND)				
Method: Least Squares				
Date: 03/03/02 Time: 23:16				
Sample(adjusted): 1994:12 2001:08				
Included observations: 81 after adjusting endpoints				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
DCBOND(-1)	-1.26870721	0.315444596	-4.02196527	1.36E-04
D(DCBOND(-1))	0.136545845	0.277364897	0.49229678	0.623947578
D(DCBOND(-2))	0.036814365	0.226464212	0.16256151	0.871300889
D(DCBOND(-3))	-0.11038973	0.175056301	-0.6305956	0.530221835
D(DCBOND(-4))	-0.05731171	0.115994919	-0.4940881	0.622687985
C	0.024715927	0.141543946	0.17461663	0.861851394
R-squared	0.57367369	Mean dependent var	0.005169136	
Adjusted R-squared	0.545251936	S.D. dependent var	1.888831031	
S.E. of regression	1.273733404	Akaike info criterion	3.392968726	
Sum squared resid	121.6797588	Schwarz criterion	3.57033533	
Log likelihood	-131.415233	F-statistic	20.18431692	
Durbin-Watson stat	1.975027348	Prob(F-statistic)	1.06E-12	

A estatística do ADF do CBOND foi -1.933147 , e da DCBOND foi -4.021965 , com os valores críticos de MacKinnon -2.5855 a 10% de significância e -3.5121 a 1%. Mais uma vez, os testes de DP e PP confirmaram a presença de apenas uma raiz unitária.

TABELA D.T3

Representação do EViews 3.1 da análise da FAC e FACP da série DCBOND:

Correlograma da série DCBOND

A fac e a facp da série escolhida, DCBOND, demonstrou retornos não correlacionados, com leve destaque do lag 1, como explicita a tabela D.T3. Segue uma tentativa de modelagem (D.T4):

TABELA D.T4

Representação do EViews do ajuste do modelo ARIMA(1,1,1) na DCBOND:**Ajuste com AR e MA**

Dependent Variable: DCBOND				
Method: Least Squares				
Sample(adjusted): 1994:08 2001:08				
Included observations: 85 after adjusting endpoints				
Convergence achieved after 21 iterations				
Backcast: OFF (Roots of MA process too large for backcast)				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	0.897908	0.071257	12.60095	0.0000
MA(1)	-1.048357	0.020949	-50.04218	0.0000
R-squared	0.118282	Mean dependent var		0.020070
Adjusted R-squared	0.107659	S.D. dependent var		1.237609
S.E. of regression	1.169089	Akaike info criterion		3.173579
Sum squared resid	113.4418	Schwarz criterion		3.231049
Log likelihood	-132.8769	Durbin-Watson stat		2.168899
Inverted AR Roots	.90			
Inverted MA Roots	1.05			
	Estimated MA process is noninvertible			

Ao buscar um $ARIMA(p,d,q)$, cheguei em um modelo aparentemente bem ajustado, o $ARIMA(1,1,1)$, com todos os coeficientes significativos. Porém, o módulo do coeficiente de médias móveis $MA(1)$ é maior do que 1, o que torna esse processo não invertível, inviabilizando o modelo.

Também em relação à dependência dos retornos, realizei o correlograma dos retornos ao quadrado, confirmando a não necessidade de componentes GARCH.

II.2 ANÁLISE DAS RELAÇÕES ENTRE AS SÉRIES

No intuito de buscar uma confrontação entre a teoria econômica e o senso comum de mercado, através de dados empíricos, passei então às relações entre as variáveis: Índice de preço de ações do Brasil e EUA, taxas de juros de títulos da dívida externa brasileira e emissões de empresas americanas de médio-alto risco (IBOVESPA, S&P 500, C-Bond, B3). Ratifico que considerarei os dois primeiros como proxy das expectativas atuais e futuras do desenvolvimento econômico de cada país e os dois últimos como proxy do risco país do Brasil e EUA.

II.2.A - Séries: B3, CBOND, LNIBOV, LNSEP

Início, a partir dos gráficos 2A.G1 e 2A.G2, a análise conjunta das 4 variáveis, sem utilizar as séries estacionárias. Faço também um estudo de suas matrizes de covariância e correlação contemporânea, ou seja, em t . Uma análise de dispersão duas a duas está no gráfico 2A.G3.

GRÁFICO 2A.G1 – Relações entre as variáveis B3, CBOND, LNIBOV, LNSEP :

GRÁFICO 2A.G2 – Relações normalizadas entre as variáveis

A tabela 2A.T1 abaixo mostra as matrizes de covariância e correlação contemporâneas das variáveis:

TABELA 2A.T1

Análise das matrizes de covariância e correlação das variáveis

MATRIZ DE COVARIÂNCIA

VARIÁVEIS	B3	CBOND	LNIBOV	LNSEP
B3	1.709222	0.968613	-0.022722	0.267072
CBOND	0.968613	5.009759	-0.531901	-0.086564
LNIBOV	-0.022722	-0.531901	0.093394	0.068314
LNSEP	0.267072	-0.086564	0.068314	0.149513

MATRIZ DE CORRELAÇÃO

VARIÁVEIS	B3	CBOND	LNIBOV	LNSEP
B3	1.000000	0.331011	-0.056871	0.528311
CBOND	0.331011	1.000000	-0.777611	-0.100021
LNIBOV	-0.056871	-0.777611	1.000000	0.578110
LNSEP	0.528311	-0.100021	0.578110	1.000000

GRÁFICO 2A.G3 – Relações duas a duas, com suas dispersões.

As retas de regressão linear, e as equações polinomiais de grau seis, nos dão apenas uma indicação de tendência e dispersão dos pontos das relações. Note que o melhor padrão ficou com o par CBOND e LNIBOV.

As correlações entre as variáveis guardam uma boa coerência com o que se deve esperar do comportamento de um mercado financeiro (também do ponto de vista econômico): quando um dos riscos (tomado como proxy os juros) toma uma certa direção, o outro risco tende a segui-lo, enquanto que a bolsa de valores (preços de ações) tende a seguir em direção oposta; quando uma das bolsas toma uma certa direção, a outra tende a segui-la, com os riscos tendendo a rumar em direção oposta. Mas B3 com LNSEP guardam uma relação direta (correlação positiva e relativamente alta), o que não é lógico do ponto de vista de finanças. Uma possível explicação, lembrando que estas correlações referem-se às séries sem diferenciação, seria que a bolsa americana (no caso o LNSEP) seguiu uma trajetória ascendente, refletindo o expressivo crescimento da economia norte-americana, e expectativas crescentemente otimistas sobre a mesma, com os investidores não dando muita importância para outros dados macroeconômicos, incluindo-se os juros (yields) dos títulos privados (no caso o B3).

II.2.B - Séries: DB3, DCBOND, LNIBOV, LNSEP

Sigo com a análise conjunta das 4 variáveis, agora utilizando as séries estacionárias, presentes nos gráficos 2B.G1 e 2B.G2. O estudo de suas matrizes de covariância e correlação contemporâneas segue nas tabelas 2B.T1 e 2B.T2. A análise de dispersão duas a duas está no gráfico 2B.G3.

GRÁFICO 2B.G1 – Relações entre as variáveis diferenciadas:

GRÁFICO 2B.G2 – Relações normalizadas entre as variáveis diferenciadas

TABELA 2B.T1

**Análise das matrizes de covariância e correlação das variáveis
diferenciadas**

MATRIZ DE COVARIÂNCIA DAS VARIÁVEIS

VARIÁVEIS	DB3	DCBOND	DLNIBOV	DLNSEP
DB3	0.158526	0.198038	-0.020806	-0.004034
DCBOND	0.198038	1.496123	-0.131947	-0.025204
DLNIBOV	-0.020806	-0.131947	0.018667	0.003097
DLNSEP	-0.004034	-0.025204	0.003097	0.001953

MATRIZ DE CORRELAÇÃO DAS VARIÁVEIS

VARIÁVEIS	DB3	DCBOND	DLNIBOV	DLNSEP
DB3	1.000000	0.406643	-0.382467	-0.229246
DCBOND	0.406643	1.000000	-0.789551	-0.466261
DLNIBOV	-0.382467	-0.789551	1.000000	0.512889
DLNSEP	-0.229246	-0.466261	0.512889	1.000000

GRÁFICO 2A.G3 – Relações duas a duas, com suas dispersões.

O melhor padrão, auxiliado pelas linhas de tendência, é o par DCBOND e DLNIBOV. E agora sim, sem nenhuma exceção, total coerência com a teoria financeira e econômica, tendo os riscos (juros) comportamento inverso às ações, e os de mesma classe, taxa de risco ou ação, comportamento direto.

II.2.C - COINTEGRAÇÃO

Todas as séries, como visto no item II.1, são I(1) (LNIBOV, LNSEP, CBOND, B3). Iniciei então as análises com as relações de cointegração, que poderiam dar subsídios para uma relação de longo prazo entre variáveis, com o teste de Johansen. Utilizando as quatro séries juntas, o teste indicou a presença de uma equação de cointegração, a 1% de nível de significância, rejeitando a hipótese nula de nenhuma cointegração, como podemos ver na tabela 2C.T1 abaixo.

TABELA 2C.T1

Teste de Johansen das séries B3, CBOND, LNIBOV, e LNSEP

EViews - [Group: JOHANALLNAOESTL2 Workfile: DADOSM]

File Edit Objects View Procs Quick Options Window Help

View Procs Objects Print Name Freeze Sample Sheet Stats Spec

Johansen Cointegration Test

Test assumption: Linear deterministic trend in the data

Series: B3 CBOND LNIBOV LNSEP

Lags interval: 1 to 2

Eigenvalue	Likelihood Ratio	5 Percent Critical Value	1 Percent Critical Value	Hypothesized No. of CE(s)
0.295929	58.77905	47.21	54.46	None **
0.201948	29.30547	29.68	35.65	At most 1
0.073895	10.35658	15.41	20.04	At most 2
0.045459	3.908109	3.76	6.65	At most 3 *

(**) denotes rejection of the hypothesis at 5%(1%) significance level

L.R. test indicates 1 cointegrating equation(s) at 5% significance level

Unnormalized Cointegrating Coefficients:

B3	CBOND	LNIBOV	LNSEP
-0.052780	-0.133693	-1.348923	0.646507
0.114928	-0.036997	-0.164922	-0.044432
-0.019761	0.039164	-0.174568	0.143514
-0.025474	0.026071	0.210116	0.241782

Normalized Cointegrating Coefficients: 1 Cointegrating Equation(s)

B3	CBOND	LNIBOV	LNSEP	C
1.000000	2.533014	25.55730	-12.24901	-166.6594
	(1.12203)	(10.3196)	(4.36421)	

Path = c:\mestrado_3sem\trabalho_beto DB = none WF = dadosm

Start EViews - [Group: JOH... Essay - Microsoft Word

18:38

A relação de cointegração normalizada ficou:

$$B3_t + 2,53CBOND_t + 25,56LNIBOV_t - 12,25LNSEP_t - 166,66 = v_t,$$

onde v_t é um processo de ordem $I(0)$, e com todos os coeficientes significativos.

II.2.D - VAR e VEC

Partindo do pressuposto de uma equação de cointegração, ou seja, que há uma relação de equilíbrio de longo prazo entre as variáveis, especifiquei um vetor auto-regressivo (VAR), mas com a correção de erro (VEC). A tabela 2D.T1 mostra o VEC, e os coeficientes assinalados são significativos à 99% de confiança.

TABELA 2D.T1

VEC das séries B3, CBOND, LNIBOV, LNSEP

Vec				
Sample(adjusted): 1994:09 2001:08				
Included observations: 84 after adjusting endpoints				
Standard errors & t-statistics in parentheses				
Cointegrating Eq	CointEq1			
B3(-1)	1.000000			
CBOND(-1)	2.533014			
	(1.12203)			
	(2.25752)			
LNIBOV(-1)	25.55730			
	(10.3196)			
	(2.47657)			

LNSEP(-1)	-12.24901			
	(4.36421)			
	(-2.80670)			
C	-166.6594			
Error Correction	D(B3)	D(CBOND)	D(LNIBOV)	D(LNSEP)
CointEq1	0.009803	0.095638	-0.021913	0.001739
	(0.02014)	(0.06645)	(0.00648)	(0.00243)
	(0.48667)	(1.43926)	(-3.38187)	(0.71572)
D(B3(-1))	-0.046511	-0.625168	0.087913	0.012170
	(0.13111)	(0.43254)	(0.04218)	(0.01582)
	(-0.35474)	(-1.44536)	(2.08434)	(0.76950)
D(B3(-2))	0.014412	-0.365542	0.066250	-0.005917
	(0.12230)	(0.40345)	(0.03934)	(0.01475)
	(0.11784)	(-0.90603)	(1.68397)	(-0.40110)
D(CBOND(-1))	-0.025313	-0.225300	0.029094	-0.002014
	(0.06888)	(0.22722)	(0.02216)	(0.00831)
	(-0.36752)	(-0.99156)	(1.31310)	(-0.24238)
D(CBOND(-2))	0.133835	-0.039421	0.006359	-0.008335
	(0.06120)	(0.20188)	(0.01969)	(0.00738)
	(2.18699)	(-0.19527)	(0.32304)	(-1.12917)
D(LNIBOV(-1))	-0.433044	-1.669817	0.443432	0.008625
	(0.60081)	(1.98202)	(0.19327)	(0.07247)
	(-0.72077)	(-0.84248)	(2.29435)	(0.11901)

D(LNIBOV(-2))	1.103524	0.659060	-0.158103	-0.113613
	(0.56959)	(1.87903)	(0.18323)	(0.06871)
	(1.93741)	(0.35074)	(-0.86287)	(-1.65359)
D(LNSEP(-1))	-2.995921	2.881960	-0.591115	-0.089255
	(1.12094)	(3.69792)	(0.36059)	(0.13521)
	(-2.67268)	(0.77935)	(-1.63928)	(-0.66010)
D(LNSEP(-2))	-0.365707	-1.692097	0.536989	0.054770
	(1.20954)	(3.99018)	(0.38909)	(0.14590)
	(-0.30235)	(-0.42407)	(1.38011)	(0.37539)
C	0.070169	0.046656	-0.008163	0.011338
	(0.04719)	(0.15566)	(0.01518)	(0.00569)
	(1.48706)	(0.29972)	(-0.53777)	(1.99191)
R-squared	0.208425	0.088138	0.244214	0.060163
Adj. R-squared	0.112153	-0.022764	0.152294	-0.054141
Sum sq. resids	10.77763	117.2923	1.115297	0.156820
S.E. equation	0.381633	1.258980	0.122766	0.046035
F-statistic	2.164949	0.794734	2.656809	0.526341
Log likelihood	-32.95036	-133.2126	62.32042	144.7151
Akaike AIC	1.022628	3.409825	-1.245724	-3.207504
Schwarz SC	1.312011	3.699208	-0.956341	-2.918121
Mean dependent	0.036643	0.018010	-0.002044	0.010342
S.D. dependent	0.405020	1.244890	0.133339	0.044837
Determinant Residual Covariance		5.86E-06		
Log Likelihood		125.923		
Akaike Information Criteria		-1.9505		
Schwarz Criteria		-0.6772		

O EViews 3.1 fornece as equações substituindo os coeficientes pelos valores reais, vistas na tabela 2D.T2 seguinte:

TABELA 2D.T2

Equações do modelo de VEC das séries B3, CBOND, LNIBOV, LNSEP

EC 1 2 B3 CBOND LNIBOV LNSEP @ C
VAR Model:
$D(B3) = A(1,1)*(B(1,1)*B3(-1) + B(1,2)*CBOND(-1) + B(1,3)*LNIBOV(-1) + B(1,4)*LNSEP(-1) + B(1,5)) + C(1,1)*D(B3(-1)) + C(1,2)*D(B3(-2)) + C(1,3)*D(CBOND(-1)) + C(1,4)*D(CBOND(-2)) + C(1,5)*D(LNIBOV(-1)) + C(1,6)*D(LNIBOV(-2)) + C(1,7)*D(LNSEP(-1)) + C(1,8)*D(LNSEP(-2)) + C(1,9)$
$D(CBOND) = A(2,1)*(B(1,1)*B3(-1) + B(1,2)*CBOND(-1) + B(1,3)*LNIBOV(-1) + B(1,4)*LNSEP(-1) + B(1,5)) + C(2,1)*D(B3(-1)) + C(2,2)*D(B3(-2)) + C(2,3)*D(CBOND(-1)) + C(2,4)*D(CBOND(-2)) + C(2,5)*D(LNIBOV(-1)) + C(2,6)*D(LNIBOV(-2)) + C(2,7)*D(LNSEP(-1)) + C(2,8)*D(LNSEP(-2)) + C(2,9)$
$D(LNIBOV) = A(3,1)*(B(1,1)*B3(-1) + B(1,2)*CBOND(-1) + B(1,3)*LNIBOV(-1) + B(1,4)*LNSEP(-1) + B(1,5)) + C(3,1)*D(B3(-1)) + C(3,2)*D(B3(-2)) + C(3,3)*D(CBOND(-1)) + C(3,4)*D(CBOND(-2)) + C(3,5)*D(LNIBOV(-1)) + C(3,6)*D(LNIBOV(-2)) + C(3,7)*D(LNSEP(-1)) + C(3,8)*D(LNSEP(-2)) + C(3,9)$
$D(LNSEP) = A(4,1)*(B(1,1)*B3(-1) + B(1,2)*CBOND(-1) + B(1,3)*LNIBOV(-1) + B(1,4)*LNSEP(-1) + B(1,5)) + C(4,1)*D(B3(-1)) + C(4,2)*D(B3(-2)) + C(4,3)*D(CBOND(-1)) + C(4,4)*D(CBOND(-2)) + C(4,5)*D(LNIBOV(-1)) + C(4,6)*D(LNIBOV(-2)) + C(4,7)*D(LNSEP(-1)) + C(4,8)*D(LNSEP(-2)) + C(4,9)$

Agora com os números efetivos:

VAR Model - Substituted Coefficients:	
$D(B3)$	$= 0.0098*(B3(-1) + 2.5330*CBOND(-1) + 25.5572*LNIBOV(-1) - 12.2490*LNSEP(-1) - 166.6593) - 0.0465*D(B3(-1)) + 0.0144*D(B3(-2)) - 0.0253*D(CBOND(-1)) + 0.1338*D(CBOND(-2)) - 0.4330*D(LNIBOV(-1)) + 1.1035*D(LNIBOV(-2)) - 2.9959*D(LNSEP(-1)) - 0.3657*D(LNSEP(-2)) + 0.0701$
$D(CBOND)$	$= 0.0956*(B3(-1) + 2.5330*CBOND(-1) + 25.5572*LNIBOV(-1) - 12.2490*LNSEP(-1) - 166.6593) - 0.6251*D(B3(-1)) - 0.3655*D(B3(-2)) - 0.2253*D(CBOND(-1)) - 0.0394*D(CBOND(-2)) - 1.6698*D(LNIBOV(-1)) + 0.6590*D(LNIBOV(-2)) + 2.8819*D(LNSEP(-1)) - 1.6920*D(LNSEP(-2)) + 0.0466$
$D(LNIBOV)$	$= - 0.0219*(B3(-1) + 2.5330*CBOND(-1) + 25.5572*LNIBOV(-1) - 12.2490*LNSEP(-1) - 166.6593) + 0.0879*D(B3(-1)) + 0.0662*D(B3(-2)) + 0.0290*D(CBOND(-1)) + 0.0063*D(CBOND(-2)) + 0.4434*D(LNIBOV(-1)) - 0.1581*D(LNIBOV(-2)) - 0.5911*D(LNSEP(-1)) + 0.5369*D(LNSEP(-2)) - 0.0081$
$D(LNSEP)$	$= 0.0017*(B3(-1) + 2.5330*CBOND(-1) + 25.5572*LNIBOV(-1) - 12.2490*LNSEP(-1) - 166.6593) + 0.0121*D(B3(-1)) - 0.0059*D(B3(-2)) - 0.0020*D(CBOND(-1)) - 0.0083*D(CBOND(-2)) + 0.0086*D(LNIBOV(-1)) - 0.1136*D(LNIBOV(-2)) - 0.0892*D(LNSEP(-1)) + 0.0547*D(LNSEP(-2)) + 0.0113$

Duas das equações do VAR não possuem coeficientes significativos (segunda e quarta colunas da tabela 2D.T1). Uma outra (primeira coluna), olhando apenas os significativos, mostra que o D(B3) depende do lag anterior de D(LNSEP), e do segundo lag do D(CBOND), o que não me parece muito razoável do ponto de vista de mercado financeiro.

A selecionada equação abaixo, que contém o termo de correção de erro significativo (sublinhado) e alguns coeficientes também significativos, indica uma dependência do DLNIBOV de seu imediato dado mensal passado (lag 1), e do imediato dado mensal passado de DB3 (lag 1):

$$D(LNIBOV) = \underline{-0.0219*(B3(-1) + 2.5330*CBOND(-1) + 25.5572*LNIBOV(-1) - 12.2490*LNSEP(-1) - 166.6593)} + 0.0879*D(B3(-1)) + 0.4434*D(LNIBOV(-1))$$

II.2.E - CAUSALIDADE

O que podemos esperar então em termos de causalidade entre as séries estudadas? A teoria financeira de eficiência de mercado nos ensina primeiro que, quanto maior o retorno buscado (esperado), maior o risco corrido; e segundo que, não há almoço de graça (there's no free lunch), ou seja, o indivíduo não irá conseguir ganho além da taxa de juros livre de risco (risk-free rate) sem ter investido e corrido certo risco (princípio da não-arbitragem).

Em tese, a séries de risco deveriam ter certa relação de causalidade com os índices de preços de ações, seja dentro do mesmo país, seja entre os dois países. É claro que não é de se esperar que o risco Brasil ou as ações brasileiras venham a causar grandes e consistentes impactos nos mercados americanos. Mas o inverso poderia ser verdadeiro, por efeito do fluxo de capital para países emergentes, tamanho da economia americana em relação à brasileira e outros motivos já citados neste trabalho.

- CAUSALIDADE DE GRANGER

O EViews trabalha com o conceito “Granger causa”, que reafirmo não é uma prova cabal de causalidade entre ativos (séries temporais), mas não deixa de ser um indício, pois se uma série “Granger causa” a outra, significa que posso prever melhor a última utilizando a série de dados da primeira.

TABELA 2E.T1

Teste de Causalidade de Granger das séries B3, CBOND, LNIBOV, LNSEP:
Reprodução do EViews 3.1:

Pairwise Granger Causality Tests			
Sample: 1994:06 2001:12			
Lags: 2			
Null Hypothesis:	Obs	F-Statistic	Probability
CBOND does not Granger Cause B3	85	1.09899	0.33818
B3 does not Granger Cause CBOND		0.73620	0.48215
LNIBOV does not Granger Cause B3	85	3.08484	0.05122
B3 does not Granger Cause LNIBOV		1.17963	0.31268
LNSEP does not Granger Cause B3	85	7.72403	0.00086
B3 does not Granger Cause LNSEP		1.24082	0.29465
LNIBOV does not Granger Cause CBOND	85	0.29249	0.74720
CBOND does not Granger Cause LNIBOV		0.44701	0.64112
LNSEP does not Granger Cause CBOND	85	0.30756	0.73610
CBOND does not Granger Cause LNSEP		0.34931	0.70625
LNSEP does not Granger Cause LNIBOV	85	1.48159	0.23344
LNIBOV does not Granger Cause LNSEP		0.14562	0.86472

TABELA 2E.T2

**Teste de Causalidade de Granger das séries DB3, DCBOND, DLNIBOV,
DLNSEP:**

Reprodução do EViews 3.1

Pairwise Granger Causality Tests			
Sample: 1994:06 2001:12			
Lags: 2			
Null Hypothesis:	Obs	F-Statistic	Probability
DCBOND does not Granger Cause DB3	84	2.18871	0.11881
DB3 does not Granger Cause DCBOND		0.92337	0.40142
DLNIBOV does not Granger Cause DB3	84	2.14447	0.12390
DB3 does not Granger Cause DLNIBOV		0.45109	0.63856
DLNSEP does not Granger Cause DB3	84	5.35944	0.00657
DB3 does not Granger Cause DLNSEP		0.49379	0.61218
DLNIBOV does not Granger Cause DCBOND	84	0.55492	0.57634
DCBOND does not Granger Cause DLNIBOV		0.52362	0.59441
DLNSEP does not Granger Cause DCBOND	84	0.28729	0.75107
DCBOND does not Granger Cause DLNSEP		0.01325	0.98684
DLNSEP does not Granger Cause DLNIBOV	84	1.95230	0.14874
DLNIBOV does not Granger Cause DLNSEP		0.63959	0.53022

Ao fazer os “Pairwise Granger Causality Tests”, que tratam as séries em pares, tive então seis resultados, dois a dois (doze informações), para as séries originais (tabela 2E.T1) e o mesmo para as séries das variações (tabela 2E.T2). Todas as relações não rejeitaram a hipótese nula de não causalidade, a 1% de significância, exceto a que relaciona o logaritmo do S&P 500 com os juros de rating B3 (LNSEP e B3), e a que relaciona a diferença do logaritmo do S&P 500 à diferença dos juros de rating B3 (DLNSEP e DB3).

Posso então prever B3 melhor se utilizar dados passados da série LNSEP. Mas o contrário, que teoricamente também seria razoável, não foi apontado pelo teste. Posso também prever DB3 melhor se utilizar dados passados da série DLNSEP. O contrário não rejeitou a hipótese nula. Os únicos resultados significativos a 1% de segurança têm coerência, pois o mercado americano é muito desenvolvido, com o conceito de risco-retorno bastante enraizado, e a velocidade das respostas entre os ativos tende a ser maior. Indica também que a resposta do mercado às novas informações que surgem aleatoriamente direciona-se mais rapidamente às ações americanas do que nos juros das emissões de títulos das empresas de médio-alto risco de crédito dos EUA. Mas permanece ainda o questionamento da previsibilidade dos ativos neste mercado extremamente líquido, que supostamente tem alto grau de eficiência.

CAPÍTULO III

Análise empírica de dados de alta frequência

III.A SÉRIE DIÁRIA DE PREÇOS DO BEZERRO

Com 1799 dados diários de fechamento de uma commodity agropecuária, o bezerro, estudei o comportamento dessa série quanto aos principais momentos, mas centralizando as atenções na variância condicional e seus componentes GARCH. Utilizando preços dolarizados (início em 30/06/1.994 e término em 01/08/2.001), devido ao seu caráter de mercadoria com cotação internacional, e cuja fonte também foi a MCM Consultoria, ajustei também alguns modelos alternativos ao ARCH/GARCH, e posteriormente os comparei. Primeiramente, segue a análise da série original identificada no gráfico 3.G1, e seu tratamento para tornar-se manipulável para modelagem.

GRÁFICO 3.G1 – Série de preços originais dolarizados do bezerro
(30/06/1994 – 01/08/2.001)

GRÁFICO 3.G2 – Histograma e estatísticas descritivas da série BEZ

Nota-se pelo gráfico 3.G1 e pela tabela 3.T1 que a série original dolarizada não é estacionária, e não tem uma tendência definida. Com movimentos erráticos, a série alterna períodos de fortes oscilações, com períodos de relativa calma. Interessante notar, especificado no gráfico 3.G2, que além das esperadas caudas pesadas (curtose maior que 3), ela apresenta uma não tão esperada assimetria à esquerda (Skewness positivo). A não normalidade é clara.

TABELA 3.T1

Representação do EViews do teste de raiz unitária da série original BEZ:

Como nos ativos financeiros do Capítulo II, os preços da série original BEZ foram tratados com logaritmos naturais (LNBEZ no gráfico 3.G3), para depois serem diferenciados (gráficos 3.G4 e 3.G5), e nomeada série DLNBEZ.

GRÁFICO 3.G3 – Série do logaritmo de preços do bezerro

TABELA 3.T2

Representação do EViews 3.1 do teste de raiz unitária da série LNBEZ:

A série LNBEZ também é não estacionária (tabela 3.T2 acima), mas a sua primeira diferença é (gráfico 3.G4 e tabela 3.T3 abaixo).

GRÁFICO 3.G4 – Série da 1ª diferença do logaritmo de preços do bezerro

GRÁFICO 3.G5 – Histograma e estatísticas descritivas da série DLNBEZ

A série DLNBEZ está devidamente estacionária (confirmada pelo gráfico 3.G4 acima e pelo teste ADF na tabela 3.T3 abaixo), e os típicos clusters dos retornos aparecem muito acentuados no gráfico 3.G4, indicando variância condicional. Os estudos mostram que existe forte tendência de que altas volatilidades dos retornos sejam seguidas de novos aumentos das mesmas, viabilizando modelos de ajuste do segundo momento com componentes da família GARCH.

A tabela 3.T4 apresenta, através do correlograma e correlograma parcial da série DLNBEZ, a necessidade de se ajustar um modelo para a série. Na tabela 3.T5 abaixo, aplico um auto-regressivo de ordem 1.

III.B AJUSTE DE MODELO PARA A SÉRIE

Com as ferramentas do software utilizado para esta pesquisa, busquei modelar a série, através dos modelos estudados, especialmente os da família ARIMA e da família GARCH. Seguem então os procedimentos e resultados.

TABELA 3.T5

Representação do EViews 3.1 do ajuste do modelo AR(1) na série DLNBEZ:

EViews - [Equation: AR1 - Workfile: BEZERRODOLAR]

File Edit Objects View Proc Quick Options Window Help

View|Proc|Objects|Print|Name|Freeze|Estimate|Forecast|Stats|Resids

Dependent Variable: DLNBEZ

Method: Least Squares

Sample(adjusted): 3 1799

Included observations: 1797 after adjusting endpoints

Convergence achieved after 2 iterations

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	0.042932	0.023539	1.823865	0.0683

R-squared	0.001801	Mean dependent var	-9.62E-05
Adjusted R-squared	0.001801	S.D. dependent var	0.013983
S.E. of regression	0.013970	Akaike info criterion	-5.703187
Sum squared resid	0.350532	Schwarz criterion	-5.700130
Log likelihood	5125.313	Durbin-Watson stat	2.001105

Inverted AR Roots	.04
-------------------	-----

Path = c:\mestrado_3sem\trabalho_beto

DB = none

WF = bezerrodolar

TABELA 3.T6

Representação do EViews da análise da FAC e FACP dos resíduos do AR(1):

Após verificar a necessidade de modelagem da equação da variância, necessidade esta reforçada pelo resultado do teste de presença de componentes ARCH do EViews na tabela 3.T7 (ARCH-LM Test), fiz várias tentativas de ARCH e GARCH, combinados ou não, chegando ao mais bem ajustado pelos critérios (Akaike, soma dos quadrados dos resíduos, melhor correlograma do quadrado dos resíduos, etc.): o AR(1) com GARCH(1,3), visualizado nas tabelas 3.T8 e 3.T9.

TABELA 3.T7

Representação do EViews 3.1 do teste ARCH-LM (Lagrange Multiplier):

EViews - [Equation: AR1 Workfile: BEZERRDOLAR]

File Edit Objects View Proc Quick Options Window Help

View Proc Objects Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

ARCH Test:

F-statistic	41.74653	Probability	0.000000
Obs*R-squared	252.1828	Probability	0.000000

Test Equation:
Dependent Variable: RESID^2
Method: Least Squares
Date: 03/10/02 Time: 16:11
Sample(adjusted): 10 1799
Included observations: 1790 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	7.95E-05	1.35E-05	5.818986	0.0000
RESID^2(-1)	0.147747	0.023677	6.240089	0.0000
RESID^2(-2)	0.165213	0.023410	7.057386	0.0000
RESID^2(-3)	0.019386	0.023730	0.816954	0.4141
RESID^2(-4)	0.043877	0.023712	1.850399	0.0644
RESID^2(-5)	-0.020412	0.023730	-0.860177	0.3898
RESID^2(-6)	0.210196	0.023410	8.978914	0.0000
RESID^2(-7)	0.031800	0.023677	1.343096	0.1794

R-squared	0.140884	Mean dependent var	0.000195
Adjusted R-squared	0.137509	S.D. dependent var	0.000502
S.E. of regression	0.000467	Akaike info criterion	-12.49781
Sum squared resid	0.000388	Schwarz criterion	-12.47328
Log likelihood	11193.54	F-statistic	41.74653
Durbin-Watson stat	1.998937	Prob(F-statistic)	0.000000

Path = c:\metrado_3sem\trabalho_beto DB = none WF = bezerrdolar

TABELA 3.T8

Representação do EViews 3.1 do ajuste AR(1) e GARCH(1,3):

EViews - [Equation: AR1GARCH13 Workfile: BEZERRDOLAR]

File Edit Objects View Proc Quick Options Window Help

View Proc Objects Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Dependent Variable: DLNBEZ
Method: ML - ARCH

Sample(adjusted): 3 1799
Included observations: 1797 after adjusting endpoints
Convergence achieved after 25 iterations

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(1)	0.055924	0.023069	2.424179	0.0153

Variance Equation

C	6.29E-06	1.62E-06	3.875823	0.0001
ARCH(1)	0.166763	0.014000	11.91193	0.0000
GARCH(1)	0.766285	0.049617	15.44394	0.0000
GARCH(2)	-0.600076	0.066609	-9.008898	0.0000
GARCH(3)	0.641382	0.043795	14.64500	0.0000

R-squared	0.001632	Mean dependent var	-9.62E-05
Adjusted R-squared	-0.001155	S.D. dependent var	0.013983
S.E. of regression	0.013991	Akaike info criterion	-5.899098
Sum squared resid	0.350592	Schwarz criterion	-5.880754
Log likelihood	5306.339	Durbin-Watson stat	2.026962

Inverted AR Roots .06

Path = c:\metrado_3sem\trabalho_beto DB = none WF = bezerrdolar

Todos os coeficientes são significativos com 95% de grau de confiança.

TABELA 3.T9

Representação do correlograma dos resíduos ao quadrado - Garch

Da tabela 3.T10 depreende-se a não necessidade de mais componentes ARCH/GARCH na modelagem atingida. A hipótese nula do teste ARCH-LM é exatamente essa não presença de componentes da família ARCH.

TABELA 3.T10

Representação do EViews 3.1 do teste ARCH-LM (Lagrange Multiplier):

TABELA 3.T12

Representação do correlograma dos resíduos ao quadrado – Egarch:

TABELA 3.T13

Representação do EViews 3.1 do ajuste do modelo AR(1) e TARCH(1,3):

TABELA 3.T14

Representação do correlograma dos resíduos ao quadrado – Tarch:

O melhor modelo encontrado para os retornos foi o AR(1) com o GARCH(1,3):

$$DLNBEZ_t = 0.0559 DLNBEZ_{t-1} + e_t$$

$$e_t = \sigma_t \varepsilon_t$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + 0.1667 e_{t-1}^2 + 0.7662 \sigma_{t-1}^2 - 0.6000 \sigma_{t-2}^2 + 0.6413 \sigma_{t-3}^2$$

Mostro a seqüência de sua variância condicional no gráfico 3.G6 abaixo:

GRÁFICO 3.G6 – Volatilidade Condicional do Melhor Modelo

Podemos notar que há realmente uma tendência de ocorrer altas volatilidades após períodos também de alta volatilidade, sugerindo a dependência. O período que apresenta o pico mais alto é o da desvalorização do Real no Brasil.

Ressalvo que não há um modelo absoluto que englobe todos os casos, sendo relevante não só achar o melhor ajuste pelos critérios conhecidos, mas também analisar a finalidade (qual a aplicação) deste modelo.

CONCLUSÃO

Estabeleceu-se, nesta dissertação, conexões dos movimentos de cada série individual com os respectivos fatos históricos e expectativas macroeconômicas. O comportamento das séries, sejam elas de índice de ações ou de títulos de renda fixa, sugerem que o mercado reage conforme novas informações chegam a ele, conforme prevê a teoria atual. As análises estatísticas das séries individuais mensais (86 dados recentes) desse período não mostraram algo que diferisse muito do esperado passeio casual.

Quanto às relações entre as variáveis, verificou-se que somente as séries estacionárias guardam coerência com a teoria financeira, no tocante à correlação contemporânea. Conforme os juros oscilam para uma direção, os preços dos ativos seguem na direção inversa, o que é dentro do esperado.

Detectou-se também, uma equação de cointegração, mostrando um equilíbrio de longo prazo entre as quatro variáveis, contendo o retorno de ações e a *proxy* de risco, os juros.

Encontrou-se causalidade (no sentido de Granger) do índice de ações S&P 500 nos juros de emissões privadas norte-americanas de rating B3, o que é teoricamente bastante razoável. Nenhuma outra causalidade foi estatisticamente significativa.

No modelo de auto-regressão com correção de erros vetorial (VEC), uma equação com coeficientes significativos mostra dependência do log do retorno mensal do Ibovespa com seu próprio dado anterior mensal passado (lag1), e com o dado imediatamente anterior da variação mensal dos juros dos títulos de rating B3 (lag1).

No complemento, utilizando uma série diária com grande número de observações (1799) de preços da commodity bezerro, pode-se testar também a modelagem da variância condicional, tão importante atualmente nos cálculos de risco. Encontrou-se um ajuste não muito parcimonioso para os retornos,

um AR(1), com um GARCH(1,3). Tanto o TARCH quanto o EGARCH não conseguiram superar neste caso o modelo de variância condicional mais clássico.

Estudar séries financeiras recentes em seus vários aspectos foi muito profícuo, não só para solidificar o conhecimento e a teoria, mas para questionar e testar empiricamente os modelos atuais. Investigar o mecanismo gerador da série temporal, estimar modelos para previsões, descrever o comportamento da série aliando à teoria econômico-financeira, foram tópicos abordados que certamente me incentivarão a novos estudos, principalmente com dados reais brasileiros.

Referência bibliográfica

Black, F. (1986), "Noise", *Journal of Finance*, 41, 529-44.

Bollerslev, T. (1986), "Generalised Autoregressive Conditional Heteroskedasticity", *Journal of Econometrics*, 31, 307-27.

Box, G. E. P., e Cox, D. R. (1964), "An Analysis of Transformations", *Journal of the Royal Statistical Society Series B*, 26, 211-52.

Brockwell, P., e Davis, R. A. (1991), " *Time Series: Theory and Methods* ", Springer-Verlag, New York.

Burton G. Malkiel (1996), "Investing in Terra Firma", Bloomberg Personal, New York.

Davidson, R., e MacKinnon, J. G. (1993), " *Estimation and Inference in Econometrics* ", Oxford Press, New York.

Dickey, D. A., e Fuller, W. A. (1979): " Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series With a Unit Root ", *Journal of the American Statistical Association* 74, 427-31.

Dickey, D. A., e Fuller, W. A. (1981), "Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series With a Unit Root", *Econometrica*, 49, 1057-72.

Dickey, D. A., e Pantula, S. G. (1987), "Determining the Order of Differencing in Autoregressive Processes", *Journal of Business and Economic Statistics*, 5, 455-61.

Engle, R. F. (1982), "Autoregressive Conditional Heteroskedasticity With Estimates of the Variance of U.K. Inflation", *Econometrica*, 50, 987-1008.

Engle, R. F., e Gonzalez-Rivera, G. (1991), "Semiparametric ARCH Models", *Journal of Business and Economic Statistics*, 9, 345-59.

Engle, R. F., e Granger, C. W. J. (1987), "Cointegration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing", *Econometrica*, 55, 251-276.

Engle, R. F., e Yoo, B. S. (1987), "Forecasting and Testing in Cointegrated Systems", *Journal of Econometrics*, 35, 143-159.

Fama, E. F. (1970), "Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work", *Journal of Finance*, 30, 383-417.

Fuller, W. A. (1976), " *Introduction to Statistical Time Series* ", Wiley, New York.

Glosten, L. R., Jagannathan, R., Runkle, D. (1993), "Relationship Between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks", *Journal of Finance*, 48, 1779-1801.

Granger, C. W. J., e Joyeux, R. (1980), "An Introduction to Long Memory Time Series Models and Fractional Differencing", *Journal of Time Series Analysis*, 1, 15-29.

Granger, C. W. J., e Newbold, P. (1974), "Spurious Regression in Econometrics", *Journal of Econometrics*, 2, 111-120.

- Grossman, S. e Stiglitz, J. (1980), "On the Impossibility of Informationally Efficient Markets", *American Economic Review*, 70, 393-408.
- Hamilton, J. D. (1994), " *Time Series Analysis* ", Princeton University Press, Princeton.
- Hosking, J. R. M. (1981), "Fractional Differencing", *Biometrika*, 68, 165-76.
- Johansen, S. (1988), "Statistical Analysis of Cointegration Vectors", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 12, 231-54.
- Johansen, A., Ledoit, O. e Sornette, D. (1996), "Crashes as Critical Points", *Journal of Theory Applied Finance*, vol. 3, n° 1, University of California.
- Lo, A. W. e MacKinlay, A. C. (1988), "Stock Prices Do Not Follow Random Walks: Evidence From a Simple Specification Test", *Review of Financial Studies* 1, 41-66.
- Lo, A. W. e MacKinlay, A. C. (1998), " *A Non-Random Walk Down Wall Street* ", Princeton University Press, Princeton.
- Lumsdaine, R. L. (1996), "Consistency and Asymptotic Normality of the Quase-Maximum Likelihood Estimator in IGARCH(1,1) and Covariance Stationary GARCH(1,1)", *Econometrica*, 64, 561-573.
- MacKinnon, J. (1991), " *Critical Values for Cointegration Tests* ", Oxford University Press, Oxford.
- Malkiel, B. G. (1996), " *A Random Walk Down Wall Street* ", W. W. Norton & Company, New York.

Mills, T. (1990), “ *Time Series Techniques for Economists* ”, Cambridge University Press, Cambridge.

Mills, T. (1999), “ *Time Econometric Modelling of Financial Time Series* ”, Second Edition, Cambridge University Press, Cambridge.

Morettin, P. A. (2001): “*Séries Temporais em Finanças*”, notas de aula do Mestrado Profissionalizante “Modelagem Matemática em Finanças”, IME/FEA-USP.

Morettin, P. A. e Toloi, C. M. C. (2002), “ *Análise de Séries Temporais* ”, Editora Saraiva, São Paulo.

Nelson, D. B. (1991), “Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns”, *Econometrica*, 59, 347-70.

Phillips, P. C. B., e Peron, P. (1988), “Testing for a Unit Root in Time Series Regression”, *Biometrika*, 75, 335-46.

Pindyck, R. S., e Rubinfeld, D. L. (1997), “ *Econometric Models and Economic Forecasts* ”, Irwin McGraw-Hill, New York.

Priestley, M. B. (1981), “State-Dependent Models: A General Approach to Nonlinear Time Series Analysis”, *Journal of Time Series Analysis*, 1, 47-71.

Roberts, H. (1967), “Statistical Versus Clinical Prediction of the Stock Market”, *Center for Research in Security Prices*, University of Chicago.

Samuelson, P. (1965), “Proof that Properly Anticipated Prices Fluctuate Randomly”, *Industrial Management Review*, 6, 41-49.

Said, S. E., e Dickey, D. A. (1984), "Testing for Unit Roots in Autoregressive", *Biometrika*, 71, 599-607.

Weiss, Andrew A. (1986), "Asymptotic Theory for ARCH Models: Estimation and Testing", *Econometric Theory*, 2, 107-31.

Quantitative Micro Software Inc. (1999): " *User's Guide* " – EViews 3.1