**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
INSTITUTO DE FÍSICA DE SÃO CARLOS
INSTITUTO DE QUÍMICA DE SÃO CARLOS**

**MODELAMENTO NUMÉRICO DA TÉCNICA DE NORMALIZAÇÃO
LINEAR PARA DETERMINAÇÃO DE CURVAS J-R**

ANGELO ANTONIO COLAFEMEA

Dissertação apresentada à Área Interunidades em Ciência e Engenharia de Materiais da EESC, IFSC, IQSC, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ciência e Engenharia de Materiais

DEDALUS - Acervo - EESC

31100036779

Orientador: Prof. Dr. Waldek Wladimir Bose Filho

**São Carlos – São Paulo
2001**

Class.	TESE EESC
Curr.	1565
Tombo	T0213104

π 1202895

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

C683m

Colafemea, Angelo Antonio

Modelamento numérico da técnica de normalização linear
para determinação de curvas J-R / Angelo Antonio
Colafemea. -- São Carlos, 2001.

Dissertação (Mestrado) -- Escola de Engenharia de São
Carlos/Instituto de Física de São Carlos/Instituto de
Química de São Carlos-Universidade de São Paulo, 2001.

Área Interunidades: Ciência e Engenharia de
Materiais.

Orientador: Prof. Dr. Waldek W. B. Filho.

1. Curva J-R. 2. Normalização linear. 3. Aço de grau
nuclear. 4. Variação de flexibilidade elástica.

I. Título.

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Ciência e Engenharia de Materiais

Caixa Postal 369 – CEP 13560-970 - São Carlos-SP – Brasil
Tel: (0xx16) 2739589/ Fax: (0xx16) 2739777

e-mail: wladerez@ifsc.usp.br

**MEMBROS DA COMISSÃO JULGADORA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO
DE *ÂNGELO ANTONIO COLAFEMEA*, APRESENTADA AO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO INTERUNIDADES EM CIÊNCIA E
ENGENHARIA DE MATERIAIS, DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO, EM
20/08/2001.**

COMISSÃO JULGADORA:

Prof. Dr. **WALDEK WLADIMIR BOSE FILHO** (Orientador) – EESC-USPProf. Dr. **ARNALDO HOMOBONO PAES DE ANDRADE** – IPENProf. Dr. **JONAS DE CARVALHO** - EESC-USP

DEDICATÓRIA

Quero dedicar aqui meus sinceros agradecimentos à minha esposa Márcia, pela compreensão e sacrifícios e também aos meus pais Antonio e Elizabeth que me apoiaram durante a elaboração deste trabalho.

Dedico este trabalho especialmente à minha filha Marina, que nasceu na data 11/01/00, período no qual estava cursando este mestrado.

AGRADECIMENTOS

- Ao Prof. Dr. Waldek W. B. Filho pela orientação e principalmente pelo apoio, amizade e confiança, depositados em mim, sem os quais esse trabalho não teria sido realizado.
- Agradeço especialmente ao amigo Dr. José Ricardo Tarpani que me apoiou durante a elaboração deste trabalho, pelas críticas apresentadas e pela colaboração fantástica na elaboração dos artigos e da dissertação.
- Aos técnicos do laboratório pelo apoio prestado.
- Aos amigos do departamento, que de uma forma ou de outra contribuíram para o andamento deste trabalho.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	i
LISTA DE TABELAS.....	ix
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS	xvi
LISTA DE SÍMBOLOS.....	xvii
RESUMO.....	xxi
ABSTRACT.....	xxii
1.0 - Introdução.....	1
1.1 Generalidades.....	1
2.0 - Objetivos.....	5
3.0 – A Integral J e os Métodos para Obtenção de Curvas J-R.....	6
3.1 Análise Analítica da Integral.....	6
3.2 Significado Físico de J.....	7
3.3 Operacionalização da Integral J.....	8
3.4 Processo de Propagação Dúctil de Trincas.....	9
3.5 Curvas J de Resistência à Propagação Dúctil de Trincas (Curvas J-R).....	12

3.6 Curvas J-R segundo a "American Society for Testing and Materials" (ASTM).....	14
3.6.1 Considerações Gerais.....	14
3.6.2 Determinação da curva J-R segundo a norma ASTM E1820/97.....	14
3.7 Técnicas Experimentais para Levantamento de Curvas J-R.....	16
3.7.1 Múltiplos Corpos-de-prova.....	16
3.7.2 Queda do Potencial Elétrico.....	17
3.7.3 Variação de Flexibilidade Elástica.....	18
4.0 – Revisão dos Métodos de Normalização.....	22
4.1 Método de obtenção do parâmetro J para trincas estacionárias.....	22
4.2 Curvas de Calibração – Aproximação por Lei de Potência.....	25
4.2.1 Método de Análise para ajuste de Lei de Potência.....	29
4.3 Forma Funcional $H(v_p/W)$ com a combinação Lei de Potência e Linear.....	34
4.3.1 Procedimento geral de normalização para a forma combinada potência e linear.....	39
4.4 Método de Normalização usando a " função LMN ".....	42
4.4.1 Novas Características do Método LMN.....	45
4.4.2 Pontos de Calibração.....	46
4.4.3 Calibração do Embotamento Forçado.....	47
4.4.4 Ponto Intermediário de Calibração.....	50

4.4.5 Procedimento Computacional.....	51
4.4.6 Fluxograma do método de normalização usando a função LMN com os novos pontos de calibração.....	53
4.5 Técnica de Normalização Linear de Reese e Schwalbe.....	54
4.5.1 Metodologia Proposta.....	55
5.0 – Princípio de Separação de Cargas.....	61
5.1 Análise da separação de carga.....	61
5.2 Separação de carga em experimentos de trincas estacionárias.....	63
5.2.1 Cálculo do fator η plástico.....	64
5.3 Separação de cargas em trincas crescentes.....	69
5.4 Contribuição do uso da Separação de Carga.....	72
6.0 - EXPERIMENTAL.....	74
6.1 Material.....	74
6.1.1 Considerações Gerais.....	74
6.2 Composição Química.....	75
6.3 Dados obtidos por ensaio de tração.....	76
6.4 Tratamentos Térmicos Realizados.....	76
6.5 Ensaio de Tenacidade à Fratura.....	78

6.5.1	Corpos-de-prova e Condições de Ensaio.....	78
6.5.2	Ensaaios de Tenacidade à Fratura.....	79
7.0	- Descrição da metodologia numérica e desenvolvimento dos softwares.....	82
7.1	Desenvolvimento matemático da situação geométrica proposta pela Técnica de Normalização Linear.....	82
7.2	Procedimento Computacional de Normalização Linear.....	85
7.3	Simulação comparativa utilizando o software MATLAB para validação do software desenvolvido.....	91
7.4	Descrição dos softwares de normalização e cálculo de J para a região pós-carga máxima.....	92
7.4.1	Breve descrição do software de Normalização desenvolvido....	92
7.4.2	Breve descrição do software para cálculo de J desenvolvido.....	99
7.5	Obtenção de pontos de propagação de trinca antes da carga máxima (Situação proposta).....	102
8.0	- RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	106
8.1	Análise para o método de carga Pós - Carga Máxima.....	106
8.1.1	Comprimento de trinca incremental.....	106
8.1.2	Número de dados carga versus deslocamento.....	108

8.1.3 Normalização Linear versus Variação de Flexibilidade Elástica.....	109
8.2 Análise feita para o desenvolvimento da curva J-R total.....	112
8.2.1 Comprimento de trinca incremental.....	112
8.2.2 Número de dados carga versus deslocamento.....	115
8.2.3 O fator η_{pl} como um indicativo da validade do método de Normalização Linear.....	118
8.3 Caso Especial encontrado não processado pelo software.....	122
9.0 - CONCLUSÕES.....	127
10 - BIBLIOGRAFIA.....	128
11 – Sugestões para trabalhos futuros.....	135
APÊNDICES	
Apêndice A - Simulação Numérica realizada com o software Matlab para cálculo de raízes pós-carga máxima.....	2
Apêndice B - Simulação Numérica realizada com o software Matlab para cálculo de raízes antes da carga máxima.....	21
Apêndice C -Listagens dos softwares desenvolvidos.....	35
Apêndice D – Algoritmos em pseudo-códigos dos softwares desenvolvidos.....	62

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – A Integral J bidimensional independente do contorno.

Figura 2 – Condições para crescimento de trincas controlado por J segundo a Teoria – Deformação da Plasticidade.

Figura 3 – Seqüência de micro - eventos da propagação dúctil de trincas em aços estruturais e seus reflexos no diagrama P- δ e J- Δa (genericamente curvas J-R).

Figura 4 – Ciclos de descarregamento e carregamento parciais na Técnica de Variação de Flexibilidade Elástica.

Figura 5 – Representação esquemática relacionando carga, deslocamento e comprimento de trinca.

Figura 6 – Esquema de dados de ensaio e curvas de calibração.

Figura 7 – Esquema de carga versus deslocamento (curva de calibração)

Figura 8 – Esquema mostrando pontos para análise de n e β

Figura 9 – Esquema mostrando métodos de ajuste para n e β

Figura 10 – J versus Δa (curva J-R) para o aço inoxidável austenítico 304, comparando as técnicas de Variação de Flexibilidade Elástica, Linear e Potência.

Figura 11 – Log P_N versus log v_p/W comparando normalização nos comprimentos de trinca inicial e final.

Figura 12 – P_N versus v_{pl}/W mostrando o ponto tangente de transição entre lei de potência e linha reta.

Figura 13 – Esquema mostrando a combinação (Lei de potência + linha reta) no método de normalização.

Figura 14 – Esquema das formas de ajuste incorporados pelo método de normalização LMN.

Figura 15 – (a) P_N versus v_{pl}/W para o aço A533 B mostrando a função LMN e o ajuste de lei de potência. (b) - P_N versus v_{pl}/W para o aço austenítico 304 mostrando a função LMN e o ajuste de lei de potência.

Figura 16 – Esquema da curva de carga versus deslocamento plástico normalizado com a_0 .

Figura 17 – Esquema de carga normalizada versus deslocamento plástico mostrando o embotamento forçado.

Figura 18 – Esquema do procedimento de normalização LMN, mostrando três tipos de pontos de calibração.

Figura 19 – Relação linear entre variação de carga normalizada e propagação de trinca.

Figura 20 - Diagrama característico de um ensaio carga versus deslocamento.

Figura 21 – Representação esquemática de determinação de Δa pelo método de normalização linear, tal que P1 à P7 são curvas de carga constante e “A” representa o ponto final do ensaio.

Figura 22 – Carga versus deslocamento plástico medidos para corpos-de-prova entalhados, dos materiais borracha modificada (a) PS LX 2220 e (b) PS LX 4300.

Figura 23 - Parâmetro de separação S_{ij} versus deslocamento plástico v_{pl} , respectivamente para os materiais (a) PS LX 2220 e (b) PS LX 4300 para corpos-de-prova entalhados.

Figura 24 - Parâmetro de separação S_{ij} versus ligamento remanescente, b_i/W em escala log, dos materiais PS LX 2220 e PS LX 4300 para corpos-de-prova entalhados. Dados ajustados por uma função lei de potência.

Figura 25 - Carga versus deslocamento plástico para corpos-de-prova (a) entalhados e (b) pré-trincados, respectivamente para os materiais (a) LX 2220 e (b) LX4300.

Figura 26 – Parâmetro de separação S_{pb} versus deslocamento plástico para corpos-de-prova pré-trincados, dos materiais PS LX 2220 e PS LX 4300.

Figura 27 – Parâmetro de separação S_{pb} versus ligamento remanescente b_p/W em escala log para corpos-de-prova pré-trincados dos materiais PS LX 2220 e PS LX 4300. Pontos de dados ajustados por uma lei de potência. Bernal et al. (1996)

Figura 28. - Ciclos térmicos correspondendo aos tratamentos de (a) condição de como - recebido, (b) recozimento e (c) têmpera e

revenido.

Figura 29 - Corpos-de-prova compactos, com destaque para o 0.4 C[S], W/B=2

Figura 30 – Ensaio de um corpo-de-prova C[S] miniaturizado, utilizando um sistema de garras com camisas de circulação de água. (a) Vista geral e (b) detalhe da fixação do corpo-de-prova.

Figura 31 – Dados ΔP_N versus Δa ajustados por polinômios do 4º grau.

Figura 32 - A reta passa pelo ponto final do experimento, e é tangente a curva de variação de carga normalizada para a carga máxima.

Figura 33 – Determinação gráfica de valores de Δa usando Normalização Linear.

Figura 34 - Gráfico Carga [kN] x Deslocamento [mm] obtido em um ensaio de corpo-de-prova C[S], pela técnica de VFE.

Figura 35 - Demonstração do cálculo de área sob a curva carga x deslocamento

Figura 36 - Situação geométrica de normalização para cargas (máxima, intermediária e mínima), $P_{\max}$, P_0 e $P_{\min}$, para o corpo-de-prova JRT 41

Figura 37 - Zoom 1, Mostrando linearidade antes da carga máxima $P_{\max}$, reta tangente passa por pontos antes de $P_{\max}$, corpo-de-prova JRT 41.

Figura 38 - Sentido de leitura de cargas e ponto de iniciação antes de $P_{\max}$

para o corpo-de-prova JRT 41.

Figura 39 – Efeito do incremento de propagação de trinca (a e c) e diferenças percentuais (b e d) entre valores de J para um mesmo corpo-de-prova JRT36.

Figura 40 – Número de pontos ($P-\delta$), influenciando nas curvas J-R geradas por Normalização Linear, para os corpos-de-prova denominados JRT 7 e JRT 36.

Figura 41 – Comparação de curvas J-R geradas por Normalização Linear e Variação de Flexibilidade Elástica para os corpos-de-prova JRT7, JRT8, JRT 27, JRT32, JRT 36, JRT 41, JRT57, JRT 86.

Figura 42 – Comprimento incremental de trinca influenciando curvas J-R geradas por normalização linear, fixando um número mínimo de pontos (a), e seus respectivos erros associados (b).

Figura 43 – Número de pontos $P-\delta$ influenciando curvas J-R geradas por normalização, para um comprimento incremental de trinca de 0,01 mm dos corpos-de-prova JRT7 e JRT8 na condição de como-recebido (CR). Dados de VFE são também fornecidos.

Figura 44 – Número de pontos $P-\delta$ influenciando curvas J-R geradas por normalização, para um comprimento incremental de trinca de 0,01 mm dos corpos-de-prova JRT27 e JRT32. Dados de VFE são também fornecidos.

Figura 45 – Curva J-R falha devido a menores níveis de tenacidade do corpo-de- prova JRT86

Figura 46 - Curvas J-R geradas por normalização afetadas pelo fator η_{pl} .

Comparação entre os corpos-de-prova JRT32 e JRT 41, dados de VFE são fornecidos para comparação.

Figura 47 – Relação linear entre ΔP_N e Δa , determinado por um monitoramento “on-line” do crescimento de trinca.

Figura 48– Máxima correlação linear entre ΔP_N e Δa , encontrado alterando propositalmente o valor de η_{pl} .

Figura 49 - Comparação de dados de flexibilidade elástica x normalização linear aplicando a aproximação da reta secante.

LISTA DE TABELAS

Tabela I – Composição química básica do aço E6311 em duas posições da placa forjada (% em massa), Tarpani (1995).

Tabela II – Materiais e caracterização dos corpos-de-prova, Tarpani (1995).

Tabela III - Dados supostos de carga, deslocamento para gerar pontos de propagação de trinca antes da carga máxima.

Tabela IV – Valores de propagação de trinca calculados pela VFE e NL, na capacidade de carga máxima do corpo-de-prova, $P_{\text{máx}}$

Tabela V – Valores de η_{pl} para máxima correlação de dados.

Tabela VI - Dados de carga utilizados e propagações de trinca detectadas com a metodologia da reta secante.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ASTM	American Society for Testing Materials
CTOD	Crack Tip Opening Displacement
MFEL	Mecânica da Fatura Elástica Linear
MFEP	Mecânica da Fratura Elasto-Plástica
MTS	Materials Testing System
QPE	Queda do Potencial Elétrico
VFE	Variação da Flexibilidade Elástica
NL	Normalização Linear

LISTA DE SÍMBOLOS

δ	deslocamento
a	comprimento da trinca
a_i	comprimento instantâneo da trinca
a_0	comprimento inicial da trinca
A	área sob o diagrama carga versus deslocamento
$A_{elást}$	componente elástica da área sob o diagrama carga versus deslocamento
$A_{plást}$	componente plástica da área sob o diagrama carga versus deslocamento
A_i	incremento de área sob o diagrama carga versus deslocamento
b_0	ligamento original do corpo-de-prova
b_i	ligamento instantâneo do corpo-de-prova
B	espessura do corpo-de-prova
B_N	espessura líquida do corpo-de-prova
B_e	espessura efetiva do corpo-de-prova
C_i	flexibilidade elástica do corpo-de-prova

C_{ci} flexibilidade elástica corrigida para a rotação do corpo-de-prova do tipo compacto, $C[S]$

CR Como-Recebido

Coeficientes a_{max} , b_{max} , c_{max} , d_{max} e e_{max} Coeficientes da equação polinomial do 4º grau para curvas de variação de carga normalizada correspondente à carga máxima gerada pela técnica dos mínimos quadrados

Coeficientes a_i , b_i , c_i , d_i , e_i Coeficientes das equações polinomiais geradas pelo método dos mínimos quadrados para cargas após carga máxima

D_0 Diâmetro original do corpo-de-prova

E módulo de elasticidade em tração monotônica

E' módulo efetivo de elasticidade

$f(a/W)$ função flexibilidade elástica

$G(a/W)$ função geometria de calibração no método de normalização

$H(v_{pl})$ função deformação no método de normalização

J Integral-J, taxa de alívio de energia

J_{elast} componente elástica de J

J_{IC} valor J de iniciação de rasgamento dúctil em deformação plana

$J_{plást}$	componente plástica de J
J-R	curva de resistência ao trincamento dúctil tendo como parâmetro de tenacidade a Integral-J da MFEP
JRT	denominação dos corpos-de-prova de tenacidade à fratura
K	fator de intensidade de tensões elásticas lineares na ponta da trinca
P	carga genérica aplicada a um corpo-de-prova
$P_{máx}$	carga máxima atingida durante ensaios mecânicos de tração e tenacidade
ΔP_N	gradiente de carga normalizada
P_N	carga normalizada derivada do princípio de separação de cargas
TF	Termicamente fragilizados
v	deslocamento da abertura da trinca medido nas superfícies dos corpos-de-prova
v_{el}	componente elástica da abertura da trinca
v_{pl}	componente plástica da abertura da trinca
W	largura do corpo-de-prova
Δa	propagação da trinca

Δa_{tang} Ponto tangente entre a curva de variação de carga normalizada (carga máxima) e a linha tangente

Δa_f propagação de trinca final ou máxima

ε deformação real ou verdadeira

σ tensão real ou verdadeira

σ_0 limite real de escoamento em tração monotônica

σ_y valor médio entre o limite de escoamento e o limite de resistência

η_{pl} fator de correção geométrico da função geometria de calibração $G(a/W)$

$(\Delta P_{Nf}, \Delta a_f)$ Ponto final do experimento na curva de variação de carga normalizada correspondente à carga final P_f

RESUMO

COLAFEMEA, A. A. (2001). Modelamento Numérico da Técnica de Normalização Linear para Levantamento de Curvas J-R. São Carlos, 2000. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

Neste trabalho os resultados da metodologia de normalização de E. D. Reese e K. H. Schwalbe para a obtenção de curvas J-R, são comparadas com aquelas obtidas pela tradicional Técnica de Variação de Flexibilidade Elástica.

Ambos os métodos foram aplicados à um aço de grau nuclear A508-CL3A, quando vários corpos-de-prova miniaturizados 0.394TC[S], foram testados em temperaturas típicas de operação de vasos de pressão nuclear.

Corpos-de-prova miniaturizados foram tratados termicamente tentando simular o comportamento exibido pelos aços estruturais quando submetidos à diferentes níveis de exposição de nêutrons, sendo que outros foram ensaiados na condição de como-recebidos.

Todos os procedimentos experimentais e analíticos empregados neste estudo foram totalmente computadorizados, incluindo aquisição e refinamento dos dados e o traçado da curva J-R. Esta última foi realizada conforme a mais recente versão das normas ASTM, denominada ASTM-E1820.

As variáveis avaliadas influentes do comportamento das curvas J-R, incluem o incremento de propagação de trinca e o número de pontos de dados de carga versus deslocamento. Também foi analisada a efetividade do método de normalização quando comparada com a técnica de variação de flexibilidade elástica.

Os resultados desta pesquisa mostraram que a normalização é uma metodologia confiável e muito simples, tão logo a programação de software seja desenvolvida, para ser aplicada em uma vasta variação de comportamentos mecânicos como amostrados neste estudo.

Palavras chaves: Curva J-R, normalização linear, aço de grau nuclear, variação de flexibilidade elástica.

ABSTRACT

COLAFEMEA, A. A. (2001). Numerical modeling of the Linear Normalization technique for J-R Curves determination.

In this research, results from Reese; Schwalbe (1993) linear normalization methodology for deriving J-R curves are compared to those obtained from the traditional unloading elastic compliance technique.

Both methodologies were applied to a nuclear grade steel A508-CL3A. Several miniaturized 0.394TC[S] specimens, were tested at typical NPV operating temperatures.

Small scale testpieces were heat treated aiming to simulate the embrittlement exhibited by the structural steel when submitted to different levels of neutron exposure, whereas other specimens were tested in the as-received condition.

All experimental and analytical procedures employed in this study have been fully computerized, including data acquisition, data refinement and J-R curve plotting, when the guidelines supplied by most recent version of ASTM standard for J-R curves, namely ASTM-E1820, were followed.

The assessed variables affecting J-R curves behavior comprised crack propagation increment, number of load-load line displacement data points, and it was also analyzed the agreement of the normalization method when compared to the compliance technique.

Research results have shown that linear normalization is a trustworthy and very simple methodology to be applied in a vast range of mechanical behavior as sampled in this study, as long as computer programming is employed.

Keywords: J-R curve, Linear Normalization, Nuclear steel, Unloading compliance

1.0 - Introdução

1.1- Generalidades

As avaliações de integridade estrutural de componentes de elevada responsabilidade por meio das metodologias mais avançadas da Mecânica da Fratura Elasto-Plástica, requerem a realização de ensaios em nível laboratorial onde se impõem grandes níveis de crescimento relativo de trinca em corpos - de - prova padronizados.

A aplicação das análises de instabilidade do rasgamento dúctil pode ser feita através dos diagramas J, exigindo a obtenção de curvas de resistência J (curvas J-R).

Dentre as formas comumente aplicadas na tarefa de medir o comprimento de trinca, afim de levantar curvas J-R, estão as de múltiplos corpos - de - prova, Landes; Begley (1974), de queda de potencial elétrico, Okumura et al. (1983) e principalmente a de variação de flexibilidade elástica, Clarke et al. (1976).

A de múltiplos corpos - de - prova, embora seja de simples execução e tenha servido como padrão para a verificação da validade e precisão das técnicas mais avançadas, tem grandes desvantagens, tais como a de ser muito susceptível às não-homogeneidades microestruturais inerentes aos materiais, bem como de ser muito consumidora de tempo e material, não sendo portanto indicada como método de ensaios de rotina, Clarke; Landes (1977).

Com relação às técnicas mais sofisticadas de flexibilidade elástica e de potencial elétrico, embora reduzam drasticamente o consumo de tempo e material ensaiado, possuem certas desvantagens que podem até mesmo inviabilizá-las em determinadas ocasiões.

É amplamente reconhecido, Neale; Priest (1985) o efeito prejudicial da plasticidade do material ensaiado e das conseqüentes variações dimensionais do corpo-de-prova, em ambas as técnicas, reduzindo a capacidade de predição de comprimentos de trinca pelas mesmas, o que se acentua à medida em que se produzem maiores extensões relativas de trinca.

Em adição, no caso específico da técnica de flexibilidade elástica, existem alguns questionamentos com relação aos efeitos do ciclo de descarregamento/recarregamento parciais na indução de propagação de trinca por fadiga de baixo ciclo (altas deformações), Kaiser (1983); também, o caráter descontínuo na aplicação da carga (via controle de deslocamento ou deformação), inerente à própria técnica, tem sido suposto produzir avaliações duvidosas do parâmetro elasto-plástico integral J.

Ainda com relação à essa técnica, a inexistência de extensômetros ("clip-gages") comercialmente disponíveis que possuam grandes capacidades de abertura, e conseqüentemente permitam grandes extensões de trincas, limitam a sua aplicabilidade aos materiais menos tenazes e aos corpos - de - prova de menor porte, que não refletem o comportamento real de fratura dos componentes mais robustos.

Os ensaios via flexibilidade elástica e potencial elétrico são também limitados por fatores que incluem taxa de carregamento, temperatura de ensaio e agressividade do ambiente onde se realizam os mesmos, Saxena; Hudak (1978). Finalmente cabe ressaltar os custos de implementação de ambas as técnicas, que por vezes é muito superior à disponibilidade dos laboratórios mais simples de Mecânica da Fratura.

No intuito de eliminar estes obstáculos tem havido recentemente um grande progresso no desenvolvimento de técnicas essencialmente analíticas para o levantamento de

curvas J-R para qualquer nível de extensão dúctil de trinca, as denominadas técnicas de normalização.

Elas se baseiam no princípio amplamente validado da separação da carga mecânica, Ernst et al. (1979), onde a carga pode ser explicitada em termos de duas funções multiplicativas separadas, funções do comprimento de trinca e da correspondente deformação plástica, melhor traduzida em termos do deslocamento plástico aplicado ao corpo-de-prova.

Landes et al (1991 a,b) desenvolveram de início um método de normalização que utiliza três constantes de ajuste ("função LMN") e requer portanto a avaliação das mesmas em três distintos pontos de calibração nos quais a carga, o deslocamento aplicado e o comprimento resultante de trinca têm que ser simultaneamente conhecidos.

A subjetividade intrínseca à avaliação do ponto intermediário entre a iniciação e o final do processo de rasgamento dúctil da trinca, assim como a problemática da detecção do ponto de iniciação da propagação dúctil da trinca, associados à limitação da aplicação do método somente aos materiais metálicos que seguem o comportamento de escoamento ditados pela lei de Ramberg-Osgood, se tornam uma problemática no método "LMN".

Mais recentemente, Reese; Schwalbe (1993) propuseram um procedimento mais simples denominado normalização linear, onde, ao invés de correlacionarem a carga mecânica normalizada ao deslocamento plástico normalizado, tal como o fizeram Landes et al. (1991 a,b), optaram pela correção entre o gradiente de carga normalizada, devida ao crescimento dúctil da trinca, e o nível de extensão dessa última.

A vantagem desse método sobre o de Landes et al está basicamente no fato dele necessitar somente dois pontos de ajuste, o primeiro estando vinculado ao início do rasgamento dúctil e o segundo à carga final do ensaio e portanto à máxima

propagação dúctil gerada no mesmo, sendo este o método de normalização modelado e utilizado durante todo este trabalho de pesquisa.

A Técnica de Normalização Linear é uma técnica que permite o ensaio de corpos - de - prova sob quaisquer condições de temperatura, de carregamento e ambiental permitindo o uso de uma gama ampla de materiais, como por exemplo materiais metálicos, poliméricos e cerâmicos, além de ser uma técnica rápida e utilizar apenas um corpo-de-prova para o levantamento de uma curva J-R completa.

2.0 - Objetivos

No presente trabalho é realizada uma avaliação da técnica de normalização linear, desenvolvida por Reese; Schwalbe (1993), tendo-se como padrão a técnica de variação de flexibilidade elástica, sendo que dados obtidos a partir do trabalho de Tarpani (1995), foram utilizados como referência de comparação para validação da técnica computacional, através da comparação dos dados de normalização gerados pela modelagem desenvolvida e os referidos dados de variação de flexibilidade elástica.

Durante este estudo analisou-se também a influência de variáveis que poderiam influir nesta técnica de normalização durante a fase de processamento dos dados e conseqüentemente influir na derivação das curvas J-R sendo estas respectivamente o número de dados de carga versus deslocamento na linha de carga pós-carga máxima (decorrente da própria técnica de normalização) e também um estudo da influência do incremento de propagação de trinca feito em três diferentes magnitudes nos valores de 10^{-1} , 10^{-2} e por fim 10^{-3} [mm].

O principal objetivo deste estudo é a comprovação definitiva da irrestrita aplicabilidade desta recente técnica de normalização que pode ser de vital importância em avaliações de integridade estrutural de componentes metálicos de elevadas tenacidade e ductilidade, solicitados sob condições que incluam grandes deslocamentos de abertura de trinca e elevadas temperaturas, quando a utilização da variação da flexibilidade elástica e queda do potencial elétrico não têm se mostrado satisfatória.

3.0 – A Integral J e os Métodos para Obtenção de Curvas J-R

3.1 Análise Analítica da Integral J

A Integral J é sem dúvida o parâmetro mais reconhecido para a determinação da tenacidade no campo da Fratura Elasto - Plástica, permitindo prever processos de fratura de iniciação e propagação.

A forma desta integral de linha, proposta por Rice (1968) é dada pela equação abaixo, onde a fratura do material iniciará quando J atingir um valor crítico:

$$J = \int_{\Gamma} \rho dy - \vec{T}_i \times \frac{\partial u_i}{\partial x} d\Gamma \quad (1)$$

onde ρ é a densidade de energia de deformação elástica (função única das tensões e deformações) dada como:

$$\rho(x, y) = \rho(\epsilon_{ij}) = \int_0^{\epsilon_{ij}} \sigma_{ij} \times d\epsilon_{ij} \quad (2)$$

σ_{ij} e $d\epsilon_{ij}$ - são respectivamente os tensores tensão e deformação infinitesimal;

$\vec{T}_i$ - são os componentes do vetor tração definidas de acordo com a normal $\vec{n}$ ao longo do caminho da integração;

$\vec{u}_i$ - são componentes do vetor deslocamento;

x, y - são coordenadas retangulares;

$d\Gamma$ - é um elemento de arco ao longo do caminho da integração;

RICE (1968) mostrou que, se esta Integral for avaliada ao longo de qualquer curva A fechada, a qual se encontra inteiramente no interior do corpo (e não incorpora qualquer descontinuidade, incluindo a ponta da trinca), o resultado será igual a zero.

potencial por unidade de superfície de trinca gerada na propagação, ou então como a energia elasticamente armazenada (disponível para a fratura) para cada unidade de área do ligamento remanescente. Esta é descrita matematicamente por:

$$J = - \frac{dU}{da} \Big|_{\delta \text{ ou } P \text{ constante}} \quad (3)$$

onde U é a energia elástica não linear armazenada, por unidade de espessura do corpo, a é o comprimento de trinca e δ e P respectivamente o deslocamento e a correspondente carga aplicados ao mesmo.

3.3 Operacionalização da Integral J

Esforços significativos foram despendidos visando relacionar J a quantidades externas e macroscopicamente mensuráveis, tais como carga e deslocamento, isto é, a área sob o gráfico de carga versus deslocamento monitorado na linha de carregamento, $P \times \delta$.

Isto se relaciona diretamente ao trabalho realizado no corpo-de-prova, definindo uma expressão experimental de J , desenvolvida por Rice et al. (1973), produzindo uma expressão relacionando J ao trabalho elasto-plástico efetuado no corpo-de-prova.

$$J = \frac{2 \times A}{b_0} \quad (4)$$

onde:

A = área total sob o diagrama P - δ , constituída das parcelas elástica e plástica;

b_0 = ligamento original do corpo-de-prova

Na seqüência, foi experimentalmente comprovado que, caso a rotação dos corpos - de - prova do tipo compacto de tração C[S] seja levada

em consideração, desenvolveu-se a seguinte modificação da equação anterior:

$$J = \frac{\eta \times A}{b_0} \quad (5)$$

onde $\eta = \frac{2 + 0.522 \times b_0}{W}$ (6) e W é a largura do corpo-de-prova.

3.4 Processo de Propagação Dúctil de Trincas

A definição de J não pode ser estendida para situações nas quais ocorra deformação plástica ou crescimento estável de trinca, já que, nestes casos uma parcela da deformação não é reversível, o que torna J dependente do contorno considerado.

Caso não ocorra propagação da trinca e nas condições de carregamento monotônico, o desvio nos valores de J é desprezível, sendo assim o comportamento plástico do material pode ser aproximado ao comportamento elástico não linear, podendo ainda ser determinado experimentalmente.

A Integral J até agora foi relacionada ao caso de trincas estacionárias sujeitas a um carregamento trativo monotonicamente crescente. Sabendo que as trincas se propagam de uma maneira relativamente lenta, dúctil e estável, a diferença sensível entre os campos de tensão e de deformação de uma trinca que se propaga em relação aos campos de uma trinca estacionária, deve ser considerada.

O crescimento estável da trinca provoca simultaneamente um descarregamento elástico do corpo e deformação plástica na ponta da trinca, sendo que sob estas condições, esta não teria aplicabilidade.

Porém, como a maioria dos metais apresentam pequenas quantidades de crescimento estável de trinca em relação às dimensões dos componentes, a teoria original de J pode ainda ser utilizada sob algumas condições. Existe então um crescimento estável de trinca controlado por J, ou seja, J caracteriza completamente as condições na ponta da trinca.

Como a teoria em que a Integral-J originalmente se baseia (Teoria da Plasticidade da Deformação) é incapaz de modelar adequadamente tais campos dinâmicos conforme Fig.2, impuseram-se restrições à sua utilização na presença de trincas não-estacionárias.

Estas imposições garantem que a dimensão do campo elasto-plástico HRR, Fig.2, (região onde são válidas as soluções de Hutchinson (1968) e Rice; Rosengreen (1968), defina e controle fisicamente o processo de propagação dúctil.

As condições para um crescimento estável de trinca relativamente pequeno pode ser expresso como:

$$\overline{\Delta a p} \ll b_0 \quad (7)$$

ou seja, o nível médio de propagação estável de trinca, Δa deve ser bastante pequeno em relação ao ligamento original, b_0 .

Segundo a norma ASTM E1737 (1996), este valor é da ordem de 10 %. Já a norma ASTM E1820 (1997), permite extensões de até 25%. Para a zona de deformação plástica na ponta da trinca a condição pode ser estabelecida em termos de w , que é o parâmetro de validade assegurada quanto ao crescimento de trinca controlado por J.

$$w = \frac{b_0}{W} \times \frac{dJ}{d\Delta a p} \gg 1 \quad (8)$$

Este fato também implica a necessidade de pequenas propagações estáveis de trinca. O valor mínimo de w é uma função da geometria do corpo-de-prova.

Figura.2 - Condições para crescimento de trincas controlado por J segundo a Teoria - Deformação da Plasticidade. Rice; Rosengreen (1968)

Em adição, Hutchinson; Paris (1979) foram os primeiros a levarem em consideração a necessidade de se eliminar, (para garantir a validade da Teoria-Plasticidade), a parcela de propagação da trinca computada no valor J obtidas pelas expressões 4 e 5.

Esta correção de J para trincas em crescimento advém do fato de que a interpretação de, via Teoria-Deformação, é a de ser uma função única de duas das variáveis: a (comprimento de trinca), δ (deslocamento tomado na linha de aplicação de carga) e P (carga aplicada por unidade de espessura do corpo-de-prova).

Sendo assim, para um dado par (P, δ) , existe somente um valor de J associado, tal que este não depende da história de propagação de trinca, portanto independente do caminho no plano P - δ para se chegar ao ponto de interesse.

Ernst et al (1981) desenvolveram expressões baseadas nas Eqs. 4 e 5 para a obtenção do valor J corrigido para o crescimento dúctil de trinca, envolvendo a área total englobada pelo gráfico $P \times \delta$ entre linhas de

deslocamento total constante. As expressões obtidas neste caso, são praticamente as mesmas adotadas pela norma ASTM para levantamento de curvas J de resistência à propagação dúctil de trincas

3.5 Curvas J de Resistência à Propagação Dúctil de Trincas (Curvas J-R)

A resistência do material à propagação de trincas não é somente a energia gasta na criação de novas superfícies de fratura, mas essencialmente o trabalho consumido e dissipado pelo crescimento da zona plasticamente deformada em torno da frente da trinca (enquanto J aplicado cresce e Δa cresce) dentro do meio elasticamente deformado, segundo Schmitt; Kienzler (1989).

A curva J-R é um meio de se avaliar o acréscimo dessa resistência, J, em função da extensão dúctil da trinca, Δa . A Fig.3 ilustra esquematicamente uma típica curva de resistência J para materiais dúcteis, o qual mostra uma descrição mais completa do comportamento de fratura.

Como é visto no gráfico da Fig. 3, a ponta da trinca sofre um arredondamento, que pode crescer com um acréscimo de carregamento, até um ponto onde ocorre a extensão da frente desta trinca. Ao atingir este ponto, um parâmetro para a caracterização do início da fratura é medido e é denominado J_{IC} , que é o valor de J de iniciação de rasgamento estável, sob estado de deformação plana ou tenacidade à fratura.

A curva J-R pode ser utilizada como um índice de tenacidade do material, assegurando níveis de qualidade do material acabado e também ser utilizada na avaliação da integridade de componentes estruturais de altíssima responsabilidade, como por exemplo vasos nucleares.

Algumas normas referentes à curvas J-R foram desenvolvidas pela ASTM (American Society for Testing and Materials), sendo as normas ASTM – E1737 (1996) e E1820 (1997), as mais recentes.

Figura 3 - Sequência de micro-eventos da propagação dúctil de trincas em aços estruturais e seus reflexos no diagrama $P-\delta$ e $J-\Delta a$ (genericamente curvas J-R). Tarpani (1995).

Os valores da Integral-J são essencialmente calculados por meio do cálculo da área sob diagramas de carga P versus deflexão na linha de carregamento δ , os quais são obtidos através de ensaios de corpos - de -

prova pré-trincados padronizados carregados sob controle de deslocamento do pistão ou de deformação do corpo-de-prova

Para o levantamento destas curvas, geometrias do tipo compacto e flexão em três pontos são comprovadamente bem sucedidas em aplicações da Mecânica de Fratura Elasto Plásticas, (MFEP), pois produzem menor espalhamento de dados de propagação de trincas dúcteis, assim como resultados mais conservativos de curvas J-R, garantindo uma região de dominância de J mais extensa nessas geometrias, além da confiança na aplicação dos conceitos de J e seus derivados às análises de integridade estrutural.

3.6 Curvas J-R segundo a “American Society for Testing and Materials” (ASTM)

3.6.1 Considerações Gerais

O crescente interesse pela determinação da curva J-R sob condições predominantemente de deformação plana e corrigidas para o crescimento dúctil da trinca fez com que a “American Society for Testing and Materials” desenvolvesse normas especificamente dedicada à essa finalidade.

Estas normas corrigem o crescimento da trinca através da subtração da dependência de J quanto à história de propagação, resultando em um valor de J que é função somente dos valores atualizados de comprimento de trinca (a), da carga aplicada (P) e do deslocamento medido na linha de carregamento (δ).

3.6.2 Determinação da curva J-R segundo a norma ASTM E1820/97

Os valores da Integral-J são calculados por meio da avaliação da área sob a curva carga versus deslocamento, o qual corresponde ao trabalho realizado durante a iniciação e a propagação de trinca.

Os diagramas $P \times \delta$ são obtidos por meio de ensaios de corpos - de - prova pré-trincados padronizados carregados, contínua ou descontinuamente, via controle de deslocamento do pistão (LVDT do sistema universal de ensaios mecânicos) ou de deformação do corpo-de-prova (via "clip-gage" acoplado à boca do entalhe do corpo-de-prova para monitoração do deslocamento de abertura da mesma).

A curva J-R consiste do gráfico J versus extensão da trinca Δa , na região de crescimento de trinca controlado por J. Como a extensão da trinca varia continuamente durante o ensaio, o valor de J deve ser calculado de modo incremental..

Abaixo seguem as equações usadas para cálculo de J segundo a norma ASTM E1820 (1997):

$$J_i = J_{el_i} + J_{pli} \quad (9)$$

As componentes elástica e plástica de J são dadas pelas expressões:

$$J_{el(i)} = \frac{K_{(i)}^2 \times (1 - \nu^2)}{E} \quad (10)$$

onde K é o fator de intensidade de tensão, ν é o coeficiente de Poisson e E é o módulo de elasticidade do material.

$$J_{pl(i)} = \left[J_{pl(i-1)} + \left(\frac{\eta_{(i-1)}}{b_{(i-1)}} \right) \times \frac{(P_{(i)} + P_{(i-1)}) \times (v_{pl(i)} - v_{pl(i-1)})}{2} \right] \times \left[1 - \gamma_{(i-1)} \times \frac{a_{(i)} - a_{(i-1)}}{b_{(i-1)}} \right] \quad (11)$$

onde as equações (12) e (13) abaixo fazem parte da Eq. (11):

$$\eta_{(i-1)} = 2 + 0.522 \times b_{(i-1)} / W \quad (12)$$

$$\gamma_{(i-1)} = 1 + 0.76 \times b_{(i-1)} / W \quad (13)$$

$$v_{pl(i)} = v_{(i)} - (P_{(i)} \times Cc_{(i)}) \quad (14)$$

Acima na Eq. (14), $vp_{l(i)}$ é a parte plástica do deslocamento na linha de carga, onde:

$Cc_{(i)}$ = flexibilidade elástica corrigida fornecendo o comprimento de trinca atualizado a_i

O parâmetro K para o corpo-de-prova C[S] é obtido pela equação:

$$K_{(i)} = \left(\frac{P_{(i)}}{B_N \times \sqrt{W}} \right) \times f\left(\frac{a_i}{W}\right) \quad (15)$$

$$f\left(\frac{a_i}{W}\right) = \frac{\left[(2 + a_i/W) \times (0.886 + 4.64 \times (a_i/W) - 13.32 \times (a_i/W)^2 + 14.72 \times (a_i/W)^3 - 5.6 \times (a_i/W)^4) \right]}{(1 - a_i/W)^{3/2}} \quad (16)$$

Os limites máximos para a validade dos valores de J e do crescimento da trinca, Δa , são fixados em relação à espessura do corpo-de-prova e ao ligamento original, ou seja:

$$B, b_0 \geq \frac{20 \times J_{\max}}{\sigma_y} \quad (17)$$

$$\Delta a_{\max} \leq 0,10 \times b_0 \quad (18)$$

onde σ_y é o valor médio entre o limite de escoamento e o limite de resistência do material. A imposição destes requisitos tenta garantir um estado de deformação predominantemente plana na frente da trinca.

3.7 Técnicas Experimentais para Levantamento de Curvas J-R

3.7.1 Múltiplos Corpos - de - prova

A primeira técnica a ser desenvolvida para a determinação de curvas J-R é a que utiliza múltiplos corpos-de-prova, Landes; Begley (1974). Nesta técnica há o carregamento de uma série de corpos - de - prova idênticos à diferentes níveis de deslocamento monotônico crescente, sendo posteriormente determinada a propagação da trinca através da definição dos contornos destas, por meio de aquecimento em atmosfera oxidante ou via carregamento final em fadiga, seguida por uma análise óptica dos níveis de propagação, o qual é bastante precisa e confiável.

Esta técnica apresenta algumas desvantagens, tais como a de ser muito trabalhosa, pelo fato de haver um grande desperdício de tempo e material, inviabilizando assim ensaios de rotina. Ainda citando desvantagens, existe grande influência do operador do ensaio, no que diz respeito a reprodutibilidade dos parâmetros de ensaio e resultados, além da influência deste em erros durante o ensaio.

Existe a necessidade de técnicas mais rápidas que não sejam afetadas pela não-homogeneidade do material, que diminuam a variabilidade das curvas J-R, que minimizem a influência do operador durante o ensaio e que permitam a reprodutibilidade e a estocagem dos dados para análise posterior.

Portanto existem métodos que utilizam um único corpo-de-prova para o levantamento de uma Curva J-R completa e que possuem grande destaque no campo da tecnologia de ensaios, superando assim as dificuldades encontradas na técnica acima descrita; são estas a Queda do Potencial Elétrico (QPE), a Variação da Flexibilidade Elástica (VFE) e mais recentemente o de Normalização da Carga Mecânica.

3.7.2 Queda do Potencial Elétrico

Essa técnica consiste na passagem de uma corrente elétrica em um corpo-de-prova padronizado e associa a variação da diferença de potencial tomada entre duas regiões simétricas do corpo, com alterações no comprimento da trinca durante o seu carregamento mecânico, segundo Gibson (1987).

A utilização de corrente alternada AC é muito mais eficiente que a de corrente contínua ou direta DC na presença de grande plasticidade. Como ocorre no ligamento de corpos-de-prova de aços estruturais de elevada tenacidade sob carregamento monotonicamente crescente, as deformações elasto-plásticas afetam a permeabilidade magnética e a resistividade elétrica do material

Há uma influência do posicionamento dos terminais de corrente e de tensão elétricas nos corpos - de - prova, assim como o efeito da frequência de sinais de corrente alternada no nível de sensibilidade do sistema AC para detecção de pequenos incrementos de propagação de trinca.

Deve existir uma relação entre a sensibilidade de detecção e o nível de ruído dos sinais de corrente (que reduz a precisão do método), pois ambos se intensificam à medida que a frequência e a intensidade de corrente é aumentada, e em que os terminais são colocados mais próximos da ponta da trinca. Também, ficou demonstrado a necessidade da correção do efeito das tensões elásticas na resistência elétrica do corpo-de-prova.

O equipamento básico de um sistema AC pode ser caracterizado como um gerador / amplificador de potência utilizado como fonte de corrente, um osciloscópio para gerar os sinais de entrada para o corpo-de-prova, um amplificador diferencial para receber e amplificar os sinais de saída do corpo-de-prova e um detector sensível de fase para demodular e / ou retificar estes sinais amplificados.

3.7.3 Variação de Flexibilidade Elástica

No método da Variação da Flexibilidade Elástica (VFE), Clarke et al. (1976), o comprimento da trinca é calculado em intervalos regulares durante o ensaio pelo descarregamento parcial do corpo-de-prova e a medida de sua flexibilidade, que é recíproco da inclinação da curva carga x deslocamento, normalizada pelo módulo de elasticidade E , e considerando a espessura B , do corpo-de-prova.

Quando a trinca cresce, o corpo-de-prova torna-se mais "flexível" e este aumento da flexibilidade é então associado ao incremento da extensão

dúctil da trinca, por meio de ciclos sucessivos de descarregamento / recarregamento parciais. O método exige que os ciclos de descarregamento / recarregamentos ocorram sempre elasticamente, conforme apresentado na Fig.4:

Figura.4 - Ciclos de descarregamento e carregamento parciais na Técnica de Variação de Flexibilidade Elástica. Tarpani (1995).

Clarke et al. (1976), mostraram que pequenos descarregamentos, da ordem da 10% do valor da carga máxima, não afetam os resultados do ensaio, comprovando assim a viabilidade do método.

A norma atual de J, ASTM E1737 (1996), assim como suas versões anteriores, fornecem expressões polinomiais que relacionam a razão a/W à flexibilidade, C_i , do corpo-de-prova. A razão a/W deve estar na faixa de $0,45 \leq a/W < 0,7$, uma vez que a técnica não é sensível para valores de $a/W < 0,45$.

Segundo Clarke et alii (1991), os sistemas de aquisição de dados acopladas a computadores reduzem o tempo de levantamento de uma curva J-R completa de 4-5 h (pela técnica de múltiplos corpos - de - prova) para 20-30 min nesta técnica.

Além do aumento na velocidade de aquisição de dados de propagação, a automação do sistema permite uma elevação da precisão dos mesmos, assim como uma base de dados muito mais ampla (maior número de ciclos de descarregamento/recarregamento parciais por corpo-de-prova).

As diversas dificuldades relativas à metodologia de ensaio por variação da flexibilidade elástica têm como origem básica os efeitos de plasticidade da grande maioria dos materiais metálicos estruturais ensaiados nas condições de patamar superior de tenacidade e estas seguem abaixo.

As principais dificuldades quanto à utilização desta técnica diz respeito aos efeitos de plasticidade, característica dos metais com elevada ductilidade. A ocorrência de tunelamento na frente da trinca causa dois problemas, a superestimativa de J e a sub-estimativa dos valores de propagação dúctil de trinca (Δa).

Em vista disto, Vassilaros et al. (1980), propuseram a diminuição do efeito de plasticidade do material por meio de entalhamento lateral dos corpos - de - prova. A introdução de entalhes laterais da ordem de 20 % da espessura do corpo-de-prova minimiza o efeito de tunelamento na frente da trinca, produzindo frentes retas de propagação, devido ao maior confinamento plástico e eliminação da condição de tensão plana que sempre é estabelecida nas bordas laterais lisas dos corpos - de - prova, aumentando o grau de correlação entre os valores preditos de propagação e aqueles fisicamente mensurados e conseqüentemente levando a confiabilidade maior na utilização da técnica.

Também, os efeitos de plasticidade dependentes do tempo (fenômenos de relaxação de tensão ou carga, viscoelasticidade, bem como de fluência) podem influir na não-linearidade P- δ , particularmente em ensaios de materiais inerentemente dúcteis realizados a elevadas temperaturas. A manutenção de deslocamento aplicado fixo por certo

período anteriormente à etapa de descarregamento tem se mostrado efetiva em aliviar tais ocorrências.

A detecção de valores negativos de nível de propagação dúctil de trincas constitui um fenômeno comum nos ensaios de flexibilidade elástica e acredita-se serem devidos à fricção e atrito naqueles pontos críticos de contacto, ao desalinhamento do dispositivo de carregamento, à deformação elástica do mesmo, à forte interação inicial entre os pontos de contacto acima referidos, ao mal balanceamento e não zeragem dos dispositivos eletrônicos, e finalmente aos efeitos físicos de arredondamento ("blunting") e estiramento. Um outro problema característico, são os problemas de fadiga, devida à repetida aplicação de descarregamentos e recarregamentos mecânicos durante ensaios, usando a Técnica de Variação de Flexibilidade Elástica.

A técnica da variação da flexibilidade elástica tem importante aplicação em ensaios de corpos-de-provas imersos em ambientes agressivos ou corrosivos que possuem as mais diversas condutividades elétricas, pois em comparação com a técnica de Queda de Potencial Elétrico não exige correções ou recalibrações.

Para a aplicação desta técnica temos como equipamento básico um condicionador de sinais da célula de carga, de deslocamento (LVDT do pistão) e de deformação ("clip-gage") e um amplificador eletronicamente estáveis, um módulo de balanço e um sistema de aquisição de sinais de carga, deslocamento e deformação com elevado ganho, acoplados a um computador para armazenamento e processamento dos dados de ensaio.

As técnicas analíticas de normalização de carga mecânica estão sendo aprimoradas visando superar este problema e totalmente indicadas para aplicação quando as técnicas (QPE e VFE) não se mostram adequadas. A mais atual dessas recentes técnicas analíticas é denominada "Normalização Linear", tendo como base o trabalho de Reese; Schwalbe (1993).

4.0 – Revisão dos Métodos de Normalização

4.1 Método de obtenção do parâmetro J para trincas estacionárias

Inicialmente a determinação do parâmetro J, usado para determinação de propagações de trinca não era viável no caso de trincas crescentes. Usualmente, J é determinado de ensaios carga versus deslocamento, considerando a energia inserida no corpo-de-prova (área sob a curva), Fig.5, em uma expressão envolvendo a variação do comprimento de trinca.

Este método para determinação de J, faz uso de uma fórmula de aproximação, a qual faz cálculos de J para mudanças incrementais no comprimento de trinca, sendo que a acuracidade deste, aumenta à medida que o incremento de variação da trinca torna-se menor, Ernst et al. (1981).

Esta fórmula aproximativa, entretanto, é baseada em propriedades de carga x deslocamento, na qual carga, deslocamento e comprimento de trinca estão funcionalmente relacionados por funções multiplicativas separáveis, Ernst et al. (1979).

As relações entre carga, deslocamento e comprimento de trinca podem ser representadas por funções multiplicativas separáveis como segue:

$$P = G(a/W) \times H(v_{pl}/W) \quad (19)$$

onde carga P é dada como uma função da função G do comprimento de trinca a, normalizada pela largura do corpo-de-prova W e da função H de deslocamento plástico v_{pl} normalizada por W. Aqui o deslocamento total v, pode ser separado em componentes elásticos e plásticos:

$$v = v_{el} + v_{pl} \quad (20)$$

A relação em (19) pode ser representada graficamente na Fig.5:

Figura 5 - Representação esquemática relacionando carga, deslocamento e comprimento de trinca. Ernst et al. (1981)

A expressão para J usada na determinação experimental de curvas J - R é expressa em termos dos componentes elásticos e plásticos :

$$J = J_{el} + J_{pl} \quad (21)$$

onde:

$$J_{el} = K^2 / E' \quad (22)$$

K é o fator de intensidade de tensão linear elástico e E' é o módulo elástico efetivo. O componente plástico de J pode ser determinado por:

$$J_{pl} = \frac{\eta}{B.b} \int_0^{v_{pl}} P \times dv_{pl} \quad (23)$$

onde η é um fator geometria que é uma função do comprimento de trinca, B é a espessura do corpo-de-prova, e b é o ligamento não-partido, $b=W-a$. O cálculo de J_{pl} na Eq. (23) é para trincas estacionárias, o termo sob a integral representa a área sob a curva na Fig.5.

O problema para trincas crescentes é que os termos na Eq. (23) mudam conforme o comprimento de trinca muda. Os dados de carga versus deslocamento não seguem qualquer curva dada na Fig.5, de preferência ela se move de um para o próximo, tão logo o comprimento de trinca se sucede.

O resultado é mostrado na Fig.6, onde experimentalmente somente a curva sólida pode ser medida, mas computacionalmente as curvas pontilhadas representam as que são usadas para a avaliação da integral na Eq. (23). As curvas pontilhadas, entretanto, não podem ser determinados do procedimento experimental.

Figura.6 - Esquema de dados de ensaio e curvas de calibração. Landes; Herrera (1988).

A fórmula para lidar com este problema, a qual calcula J incrementalmente está escrita abaixo, segundo Ernst et al. (1979):

$$J_{pl(i)} = \left[J_{pl(i-1)} + \frac{\eta}{b} \int_0^{v_{pl}} \frac{P}{B} dv_{pl} \right] \times \left[1 - \frac{\gamma}{b} \Delta a_i \right] \quad (24)$$

onde $J_{pl(i)}$, $J_{pl(i-1)}$ são os pontos J_{pl} , em a_i e a_{i-1} , respectivamente na Fig. 6, tal que γ é uma constante geométrica; e Δa_i é a variação do comprimento de trinca entre $i-1$ e i .

No método presente, o cálculo de J_{pl} dado pela Eq.(24) é calculado por uma série de aproximações incrementais, sendo que neste caso, o valor calculado em um ponto, depende do grupo de pontos calculados anteriormente.

As normas padrões da ASTM para cálculo de J , também se utilizam desta formulação para o cálculo de J , o que não representa um problema, pois as normas requerem uma avaliação da variação do comprimento de trinca em intervalos freqüentes.

O cálculo de J poderia ser feito de uma maneira direta, se as curvas de carga versus deslocamento, correspondentes à comprimentos de trincas individuais (curvas pontilhadas) fossem conhecidas, isto assume que formas funcionais deverão ser conhecidas, de tal forma que a relação entre carga, deslocamento e comprimento de trinca possa ser representada por tais funções conhecidas. Será visto a seguir que esta nova forma, poderá ser uma boa substituta para essa expressão de aproximação da Eq. (24).

4.2 Curvas de Calibração – Aproximação por Lei de Potência

A idéia de usar propriedades de escoamento para determinar variação no comprimento de trinca foi sugerida por Ernst et al (1981) e posteriormente dado o nome de método da Curva – Chave, Joyce et al (1980).

Segundo Herrera; Landes (1988), isto forma a base para o método proposto, em se desenvolver curvas individuais de calibração para cada corpo-de-prova. As curvas de calibração dão uma relação funcional entre carga P , deslocamento v e comprimento de trinca a .

Durante testes de corpos - de - prova pré-trincados, estas três variáveis podem mudar continuamente, desde que estas sejam as únicas variáveis que interagem durante o teste, elas devem estar relacionadas por uma função arbitrária F :

$$P = F\left(\frac{a}{W}, \frac{v}{W}\right) \quad (25)$$

onde a e v se tornam fatores adimensionais, quando divididos pela largura W do corpo-de-prova.

Um importante desenvolvimento dentro desta análise foi feito por Ernst et al (1981), que mostrou que a carga P é separável em duas funções multiplicativas de a/W e v/W , necessariamente quando o deslocamento é separável em componentes elástica e plástica:

$$v = v_{el} + v_{pl} \quad (26)$$

Uma relação funcional pode ser escrita entre P , v_{el} e a :

$$v_{el} = P \times C \left(\frac{a}{W} \right) \quad (27)$$

onde C é a função flexibilidade elástica. Tomando as variáveis P , v_{pl} e a usando o princípio de Ernst et al (1981), das funções separáveis têm-se:

$$P = G \left(\frac{a}{W} \right) \times H \left(\frac{v_{pl}}{W} \right) \quad (28)$$

Para corpos - de - prova de flexão, $G(a/W)$ pode ser escrito em termos do ligamento não trincado remanescente b , ($b = W - a$), na forma:

$$P = B \times \frac{b^2}{W} \times g \left(\frac{b}{W} \right) \times H \left(\frac{v_{pl}}{W} \right) \quad (29)$$

e também para corpos - de - prova flexão três pontos com trincas profundas, a função $g(b/W)$ segundo Ernst et al (1981) é caracterizada por:

$$g \left(\frac{b}{W} \right) = 1 \quad (30)$$

onde B é a espessura do corpo-de-prova. A forma funcional de $g(b/W)$ segundo Ernst et al. (1981) pode ser determinada para diferentes tipos de corpos - de - prova, como por exemplo, para corpos - de - prova C[S]:

$$g\left(\frac{b}{W}\right) = e^{(0.522 \times (\frac{b}{W}))} \quad (31)$$

A propriedade de deformação do material é então contida na função flexibilidade elástica $C(a/W)$ para comportamento elástico e dentro de $H(v_{pl}/W)$ para comportamento plástico, sendo $C(a/W)$ função do módulo elástico do material e de sua espessura.

Sendo $H(v_{pl}/W)$ uma função das propriedades de escoamento plástico do material, esta pode ser obtida de um modo mais geral em um formato gráfico separando a Eq.29 em sua componente dependente do comprimento de trinca, P_N , e sua função deslocamento plástico H , obtendo:

$$P_N = \frac{P \times W}{\left\{ B \times b^2 \times g\left(\frac{b}{W}\right) \right\}} = H\left(\frac{v_{pl}}{W}\right) \quad (32)$$

Colocando em gráfico P_N versus v_{pl}/W na Fig.7, define-se graficamente a forma funcional H , isto é, a curva P_N versus v_{pl}/W contém toda a informação relacionando P , v_{pl} e a . Portanto, dado dois desses parâmetros, o terceiro pode ser determinado. Em particular, dado a carga P e o deslocamento v e o comprimento de trinca a , pode ser determinado em cada ponto, onde H é conhecido.

Figura.7 Esquema de carga versus deslocamento (curva de calibração).
Landes; Herrera (1988).

A forma funcional de H dependerá das propriedades dos materiais, de sua forma estrutural e dimensões; portanto nenhuma forma geral existirá. As curvas de calibração no EPRI Plastic Handbook fazem uso de formas de lei de potência de encruamento, relacionando propriedades de escoamento do material, a fim de obter soluções. O resultado deste trabalho foi mostrar que escolhendo uma lei de escoamento no formato Ramberg-Osgood:

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\sigma_0} + \alpha \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^n \quad (33)$$

onde α é um coeficiente constante e n é um expoente constante, resultou em uma forma funcional de H , a qual é descrita por uma lei de potência.

$$\frac{v_{pl}}{W} = \beta \times (P_N)^n \quad (34)$$

onde n é o mesmo expoente usado no ajuste de Ramberg –Osgood e β é um coeficiente constante, o qual reflete propriedades do material.

Quando uma forma funcional como a Eq. 34 se aplica, a curva inteira pode ser determinada por 2 pontos. O comprimento inicial e final de trinca para o corpo-de-prova podem ser determinados a partir de medidas realizadas após os ensaios na superfície de fratura.

Se esses comprimentos de trincas podem estar cada um relacionados com dois pares carga versus deslocamento (P, v) , dois valores P_N e v_{pl}/W podem ser determinados e as constantes β e n podem ser calculadas.

Uma segunda aproximação pode ser usada para determinar o expoente de encruamento n da curva tensão verdadeira x deformação verdadeira; então somente um único ponto, (o ponto final P_f , v_f e a_f), se faz necessário para obtenção de β .

4.2.1 Método de Análise para ajuste de Lei de Potência

Segundo Herrera e Landes, (1988), existem dois métodos para se obter formas funcionais das curvas de calibração, as quais são usadas para se obter curvas J-R diretamente de dados carga versus deslocamento. Primeiramente n é obtido de uma curva tensão verdadeira x deformação verdadeira e o ponto final (P_f , v_f e a_f) é usado para a determinação de β .

Em um segundo método, pares (P, v) são associados ambos com o comprimento inicial e final de trinca para determinar n e β diretamente de dados de ensaio.

O método para obtenção da curva J-R que será ilustrado primeiramente, corresponde ao caso onde n é escolhido de resultados de uma curva tensão verdadeira versus deformação verdadeira, representando este o mais fácil método de análise. Da Eq (34) tem-se:

$$\frac{v_{pl}}{W} = \beta \times P_N^n = \beta \times \left[\frac{P \times W}{b^2 \times B \times g(b/W)} \right]^n \quad (35)$$

Dimensões do corpo-de-prova B e W são conhecidas e do ponto final do teste P, v e a são conhecidos. O deslocamento v pode ser separado em suas componentes elástica e plástica:

$$v = v_{el} + v_{pl} \quad (36)$$

$$v_{el} = P \times C \left(\frac{a_f}{W} \right) \quad (37)$$

Portanto a única constante desconhecida é β , na qual pode ser determinada da Eq.35.

A análise da Curva J-R (plotagem de J versus propagação da trinca Δa) podem agora ser determinadas de pares carga versus deslocamento (P, v) usando as Eqs 35, 36 e 37 que podem ser combinadas em:

$$v_i = P_i \times C \left(\frac{a_i}{W} \right) + W \times \beta \times \left[\frac{P \times W}{B \times b_i^2 \times g \left(\frac{b_i}{W} \right)} \right]^n \quad (38)$$

onde para corpos - de - prova do tipo C[S], $g(b/W)$ é dada pela Eq. (31).

A propagação desconhecida a_i pode ser determinada da Eq.38, embora não diretamente. A função flexibilidade elástica $C(a/W)$ é geralmente escrita em uma forma polinomial; portanto a_i está embutida nesta equação e pode ser resolvida iterativamente.

O método usado aqui foi usado para resolver a equação começando com um valor inicial de $a = a_0$, e incrementa a até que o valor de v_i seja obtido. Portanto, o correspondente a_i é o desejado valor de comprimento de trinca.

Depois que o valor de a_i é conhecido, o valor de J pode ser determinado para (P_i, v_i e a_i) usando a aproximação dada por Ernst et al (1981) e após isso usa-se os ensaios padrões da ASTM para levantamento de Curvas J-R:

A segunda aproximação, segundo Herrera, Landes (1988), usa valores n e β determinados diretamente de dados carga versus deslocamento. Neste caso, um segundo ponto deve ser conhecido, sendo este o par (P, v) correspondendo a um valor conhecido de comprimento de trinca, sem ser o valor final.

O único outro valor que pode ser determinado do corpo-de-prova é o valor inicial a_0 . Em contraste com o ponto final onde P e v são bem definidos, estes valores correspondentes a a_0 não são propriamente conhecidos.

Se todos pares carga x deslocamento são normalizados com a_0 no formato da Eq. 35, a curva da Fig.8 é gerada. Isto é mostrado na curva de calibração verdadeira, que embora inicialmente desconhecida, deva passar através do ponto final.

As duas curvas coincidem ao longo da porção inicial; entretanto, tão logo que a propagação de trinca começa, as duas divergem. O ponto atual onde o crescimento de trinca começa não pode ser conhecido até que n e β sejam determinados e a análise de comprimento de trinca seja feita.

Sendo que este apresenta um problema, no qual não pode ser exatamente solucionado, alguma técnica de aproximação se faz necessária. Chamando o ponto final na Fig.8 de A e o ponto onde as duas curvas divergem de B , as constantes desconhecidas n e β podiam ser determinadas colocando em gráfico o ponto A incluindo o ponto B em um formato log-log como mostrado na Fig.9. A tangente deste gráfico seria n , e a intersecção em v_p/W seria β .

Impondo o formato da Eq. 35, quaisquer 2 pontos (A e um anterior a B) deverão dar valores consistentes de n e β . Da experiência anterior, é conhecido que o crescimento de trinca começará na carga máxima ou antes dessa.

Portanto, na técnica usada foi assumido que o ponto B deverá ser o ponto justamente anterior a carga máxima e usar tal ponto com A para determinar o valor de n . Seguidamente o segundo ponto anterior a carga máxima é assumido ser o ponto B e novamente tomado juntamente com o ponto A para determinar n .

Figura.8 - Esquema mostrando pontos para análise de n e β . Herrera; Landes (1988)

Este processo é feito com todos os pontos até o primeiro par carga x deslocamento, que possua v_{pl} mensurável (no começo do carregamento da curva, o v total é v_{el}). Este processo é mostrado esquematicamente na Fig.9:

Figura.9 - Esquema mostrando métodos de ajuste para n e β . Herrera; Landes (1988)

Para os pontos no qual recaem sobre a curva descrita pela Eq. 34, o valor de n não muda significativamente e uma linha reta será definida. Portanto um procedimento de cálculo foi desenvolvido na qual todas tangentes correspondendo a todos os pontos A e B foram combinados a fim de se determinar uma média.

Depois que n é escolhido, o coeficiente β pode ser calculado. Geralmente os pontos na carga máxima ou próximos a esta tem alguma propagação de trinca e portanto não recaem sobre a curva de calibração, sendo isto evidenciado por valores de n que são muito menores que a média.

Pontos no qual tem v_{pl} próximos de zero não são suficientemente acurados para definir um n consistente, mas pontos intermediários a esses dois extremos usualmente dão os melhores valores de n .

Uma segunda parte desta análise, a qual aparece ser crítica para o desenvolvimento de uma curva J-R é a definição acurada dos valores de v_{el} e v_{pl} . O valor de v_{el} pode ser obtido de uma função flexibilidade elástica, como definida no comprimento inicial de trinca a_0 , obtida das propriedades elásticas do material. Frequentemente pequenas variações no comportamento elástico são encontradas, portanto um módulo elástico efetivo é usado.

Igualando a curva carga x deslocamento com uma curva ajustada acima do ponto de iniciação da trinca como na Fig.8, acarreta em duas consequências:

Primeiramente, a linha de embotamento normalmente observada em testes de curva J-R é eliminada, com o efeito de fazer a curva J-R mais íngreme antes da iniciação da trinca.

Em segundo, este método de ajuste não pode ser usado se a propagação da trinca ocorresse sobre a parte linear dos dados carga x deslocamento, pois não haveria v_{pl} para associar com a_0 .

Há certos materiais onde uma lei de potência não é uma boa descrição das relações tensão-deformação. Uma forma funcional diferente deverá ser formulada para valores de $H(v_{pl}/W)$ desses materiais, sendo assim um importante fator a ser considerado, se concentra em escolher uma

forma funcional, onde constantes desconhecidas podem somente ser avaliadas quando carga, comprimento de trinca e deslocamento são conhecidos para um ponto comum.

Somente comprimentos iniciais e finais de trinca podem ser determinados da superfície de fratura de um corpo-de-prova, em princípio, deixando somente dois pontos para determinação das constantes desconhecidas.

A escolha da forma funcional $H(v_{pl}/W)$ deve então ser compatível com as relações de tensão e deformação, e de tal forma, permitir parâmetros desconhecidos serem avaliados em valores conhecidos de comprimento do trinca.

4.3 Forma Funcional $H(v_{pl}/W)$ com a combinação Lei de Potência e Linear

Landes; Herrera (1990), observaram que o aço inoxidável austenítico é um material cuja relação de tensão-deformação não segue uma lei de potência.

Também realizaram estudos, a fim de obter curvas J-R de corpos - de - prova de aço inoxidável austenítico, usando a técnica de VFE e também usando o procedimento de normalização para ajustes de lei de potência, definindo as assim chamadas curvas de calibração P_N versus v_{pl}/W , através do método anteriormente citado, Ernst et al (1981), obtendo resultados não muito favoráveis.

Um exame cuidadoso das relações de tensão-deformação para este material, mostra que uma linha reta dá um melhor ajuste dos dados sob um grande intervalo de deformação.

Tendo esta idéia como modelo para a relação P_N versus v_{pl}/W , a função $H(v_{pl}/W)$ pode ser substituída por uma relação linear, segundo Landes; Herrera (1990) :

$$P_N = D_1 + D_2 \times \left(\frac{v_{pl}}{W} \right) \quad (39)$$

onde D_1 e D_2 são constantes desconhecidas, tal que estas duas constantes podem ser determinadas nos comprimentos inicial e final da trinca.

O resultado das Curvas J-R são mostrados na Fig.10 , onde os três métodos, – VFE, mais as formas funcionais de lei de potência $H(vpl/W)$ e linear $H(vpl/W)$ são comparados.

A função linear fornece um ajuste muito melhor do que aquela desenvolvida pelo procedimento de VFE para o aço inoxidável austenítico.

Figura 10 – J versus Δa (curva J-R) para o aço inoxidável austenítico 304, comparando as técnicas de Variação de Flexibilidade Elástica, Linear e Potência. Landes; Herrera (1990)

O procedimento de normalização funciona bem para a determinação das curvas J-R, se a forma funcional $H(vpl/W)$ for conhecida. A forma funcional pode ser similar à da relação tensão-deformação; porém para um material arbitrário, o qual

não possui dados de tensão-deformação disponíveis, faz com que a escolha apropriada da relação funcional $H(v_{pl}/W)$ seja dificultada.

Landes; Herrera (1990), realizaram a comparação de dados de carga normalizada e deslocamento plástico entre um corpo-de-prova de aço inoxidável e um aço A508.

Foi notado que uma diferença óbvia está no intervalo de variação de v_{pl}/W necessário para desenvolver a curva J-R. Para o A508, o máximo valor é cerca de 0.05, mas para o aço inoxidável este valor é maior que 0.2.

Avaliações de outros materiais mostraram que corpos - de - prova, que apresentaram uma variação de v_{pl}/W de 0.05 ou menos, se adequaram melhor com um ajuste de lei de potência para a curva normalizada, ao passo que uma variação de v_{pl}/W maior que 0.1 se adequa bem com ajuste linear.

Observou-se então que o padrão de deformação parece descrever uma lei de potência para um pequeno intervalo de variação de v_{pl}/W e se aproxima de uma linha reta para grandes intervalos de v_{pl}/W .

Uma forma mais acurada de se aproximar a forma funcional $H(v_{pl}/W)$ de uma forma mais geral, seria começar com uma lei de potência para baixos v_{pl}/W e então mudar para uma linha reta em algum valor de v_{pl}/W ao redor de 0.05.

Embora esta pareça ser uma maneira ideal de desenvolver uma forma funcional de $H(v_{pl}/W)$, existe uma dificuldade neste procedimento, onde um ponto intermediário de calibração não pode ser determinado da informação disponível.

Somente os valores inicial e final de comprimento de trinca podem ser usados com seus respectivos pares carga e deslocamento, como valores de calibração para determinação de constantes desconhecidas.

Para muitos corpos-de-prova, o crescimento de trinca começa depois que uma certa quantidade de v_{pl}/W tenha sido

desenvolvida. Portanto vários pares de P_N e v_{pl}/W podiam ser associados com o comprimento inicial de trinca e usados para determinar o expoente na lei de potência. Um exemplo disto é dado na Fig. 11, onde os dois eixos são colocados em gráfico com um formato log-log, sendo que o expoente pode ser calculado da inclinação da linha resultante.

Esta figura mostra que inicialmente uma relação de lei de potência é estabelecida. Entretanto, quando o ponto associado com o comprimento final de trinca é colocado em gráfico, como pode ser visto na Fig. 11, este não faz parte da mesma relação de lei de potência.

Figura.11 - Log P_N versus log v_{pl}/W comparando normalização nos comprimentos de trinca inicial e final. Landes; Herrera (1990)

Portanto, as duas formas funcionais combinadas (*lei de potência + linear*), parecem ser apropriadas, porém o ponto de transição entre as duas curvas deve ser determinado de alguma informação adicional.

Olhando os dados da Fig.11 colocados em eixos lineares, nota-se que um simples ponto de transição está disponível, como é visto na Fig.12.

Uma linha traçada do ponto final de calibração tangente ao topo da curva de P_N versus v_{pl}/W , onde P_N foi desenvolvido usando o comprimento inicial de trinca, fornece até agora o método mais simples para desenvolver curvas J-R.

Não há justificativa técnica para escolher este ponto de transição, portanto o procedimento pode ser avaliado empiricamente, preferivelmente obtendo curvas J-R para uma variedade de corpos-de-prova e tipos de materiais onde a medida automática do comprimento de trinca foi usada para obter curvas J-R.

Figura.12 - P_N versus v_{pl}/W mostrando o ponto tangente de transição entre lei de potência e linha reta. Landes; Herrera (1990)

Landes; Herrera (1990), mostraram que para o caso onde a combinação de lei de potência e ajuste linear são usados, existem algumas diferenças quando compara-se o referido método à técnica de VFE, no fato que o método de normalização

não desenvolve região de embotamento, isto é devido ao fato, que o comprimento de trinca não é detectado entre a curva funcional normalizada ajustada e a curva normalizada desenvolvida com o comprimento inicial de trinca.

4.3.1 Procedimento geral de normalização para a forma combinada potência + linear

Para obter uma curva J-R diretamente de dados de carga x deslocamento os seguintes passos devem ser seguidos, segundo Landes; Herrera (1990) :

a - Comprimentos de trinca inicial e final são medidos da superfície de fratura.

b - Usando somente o comprimento inicial de trinca, valores normalizados de P_N são calculados de:

$$P_N = \frac{P}{G\left(\frac{a}{W}\right)} = \frac{P \times W}{b^2 \times B \times g\left(\frac{b}{W}\right)} \quad (40)$$

onde b é $W-a$ e $g\left(\frac{b}{W}\right) = e^{(0.522 \times (\frac{b}{W}))}$ (41), para os corpos - de - prova compacto e também ($g=1$ para os corpos - de - prova de flexão).

c - O deslocamento plástico é determinado subtraindo o componente elástico do deslocamento total:

$$v_{pl} = v - P \times C \left(\frac{a}{W}\right) \quad (42)$$

onde o flexibilidade elástica é determinado no comprimento inicial de trinca.

d - Os valores de P_N e v_{pl} são determinados para carga e deslocamento final usando o comprimento final de trinca.

e - Valores de P_N versus v_{pl}/W são colocados em gráfico em eixos lineares como na Fig.13. O ponto correspondente ao comprimento final de trinca, a_f , forma uma das extremidades da linha reta; a outra é o ponto tangente da curva de P_N versus v_{pl}/W calculados do comprimento inicial de trinca, a_0 . Se um número discreto de pontos é usado, o ponto tangente é tal que, forma a menor inclinação quando tomado em par com o ponto final.

Figura.13 - Esquema mostrando a combinação (Lei de potência + linha reta) no método de normalização. Landes; Herrera (1990)

f - Usando esse dois pontos como pontos finais para a linha reta, constantes desconhecidas D_1 e D_2 são determinadas da Eq.39.

g - Pares J , Δa são então determinados da linha reta de carga normalizada e o deslocamento, começando no ponto após

a tangência. A propagação da trinca é $\Delta a = a_i - a_0$ onde a_0 é o comprimento inicial da trinca e a_i é o comprimento de trinca atual, determinado da solução da equação:

$$v = v_{el} + v_{pl} \quad (43)$$

$$v = P \times C \left(\frac{a_i}{W} \right) + \frac{(P_N - D_1)}{D_2} \quad (44)$$

onde:

$$P_N = \frac{P \times W}{b_i^2 \times B \times g\left(\frac{b_i}{W}\right)} \quad (45)$$

onde: $b_i = W - a_i$.

Valores de J são determinados calculando a parte elástica e a componente plástica:

$$J = J_{el} + J_{pl} \quad (46)$$

Onde a parte elástica de J é definida:

$$J_{el} = \frac{K^2}{E'} \quad (47)$$

como nos métodos de ensaios padrões, J_{pl} é avaliado diretamente da área A_N sobre a curva de carga normalizada e deslocamento, incluindo ambas as áreas respectivas às curvas de lei de potência e a porção linear como na Fig.13, resultando:

$$J_{pl} = \eta_i \times b_i \times g\left(\frac{b_i}{W}\right) \times A_N \quad (48)$$

Para uma função $H(v_{pl}/W)$ conhecida, a área A_N , pode ser escrita como uma função de v_{pl} ou P_N , fazendo as integrações das formas funcionais apropriadas.

4.4 Método de Normalização usando a “ função LMN ”

A função deformação $H(v_{pl}/W)$ é dependente do material e varia de um material para outro. Esta depende da tensão de escoamento, das características de endurecimento e de outras características do material. Uma forma funcional deve ser deduzida para $H(v_{pl}/W)$ tal que esta possui constantes desconhecidas que podem ser determinadas a partir dos ensaios experimentais.

Como foi visto anteriormente, Herrera; Landes (1988) , a primeira sugestão para esta função seria uma lei de potência, com constantes de ajuste desconhecidas, as quais poderiam ser determinadas dos ensaios, nos comprimentos inicial e final de trinca.

Esta função trabalha de maneira satisfatória, para materiais que não sofrem grande deformação durante o processo de fratura. Para materiais com grande deformação, a função $H(v_{pl}/W)$ se aproxima de uma reta. Portanto, a fim de se generalizar $H(v_{pl}/W)$, foi criada uma forma funcional que se inicia como uma lei de potência, mas posteriormente transita para uma forma linear, segundo Landes; Herrera (1990).

Esta nova forma funcional dá melhores resultados que o ajuste de lei de potência pura, pois esta descreve de uma maneira mais geral o caráter de deformação observado em um ensaio de corpo-de-prova.

Entretanto, esta função tem seu uso dificultado, pois quando um ponto de transição entre a lei de potência e a linha reta é escolhido, as constantes de ajuste devem ser determinadas a partir de pontos do ensaio onde o comprimento de trinca não é conhecido.

O método de normalização baseado nas funções lei de potência ou lei de potência combinada com a reta, fornecem curvas J-R razoáveis para grandes propagações de trinca, mas não muito acuradas para os estágios iniciais de propagações de trinca, Landes et al. (1991). Esta é a região onde

pontos únicos de iniciação de tenacidade à fratura onde J_{IC} são definidos e uma melhor acuracidade seria desejável.

Para melhorar a acuracidade da curva J-R, para pequenas propagações de trinca, uma nova função é proposta para o método de normalização, baseada em sugestões tomadas do trabalho de Orange et al. (1990). Esta função tem a forma geral :

$$H\left(\frac{v_{pl}}{W}\right) = \frac{\left[L + M \times \left(\frac{v_{pl}}{W} \right) \right] \times \left(\frac{v_{pl}}{W} \right)}{N + \frac{v_{pl}}{W}} \quad (49)$$

onde L, M e N são constantes de ajuste.

Esta função, segundo Landes et al.(1991) pode ser expandida em um polinômio, o qual fornece um caráter de lei de potência quando v_{pl}/W é pequeno com respeito a N e, uma linha reta quando v_{pl}/W é grande com respeito a N . Sendo obtido portanto, a forma linear $L+M(v_{pl}/W)$, sendo esses 2 comportamentos observados no esquema da Fig.14 abaixo:

Figura 14 – Esquema das formas de ajuste incorporados pelo método de normalização da função LMN, Landes et al.(1991)

Ilustrando a questão das outras técnicas comparadas ao método LMN, dois aços, o A533B e um aço inoxidável austenítico 304 foram

tomados, sendo feita a comparação entre os métodos de normalização de Lei de Potência e a função LMN da Eq.49.

Como pode ser visto na Fig.15 (a), no caso do aço A533B, a lei de potência não ajusta bem os dados experimentais em baixos nem em grandes níveis de v_p/W . Em contraste, a função LMN ajusta todos os pontos muito bem.

O aço A533B tem um pequeno intervalo de variação de v_p/W , comparados com alguns materiais muito dúcteis. A carga normalizada versus deslocamento plástico para o aço austenítico 304 ajustada por ambas as funções, se encontra na Fig.15 (b).

A variação do intervalo de v_p/W é cerca de cinco vezes maior que para o aço A533B, sendo que novamente a função LMN ajusta melhor que a lei de potência. O que é realmente importante para um material com grande extensão de v_p/W , são os ajustes dos pontos finais, tais pontos são ajustados por uma linha reta, um caráter que a função LMN ajusta bem.

(a)

(b)

Figura 15 - (a) - P_N versus v_{pl}/W para o aço A533B mostrando a função LMN e o ajuste de lei de potência. (b) - P_N versus v_{pl}/W para o aço austenítico 304 mostrando a função LMN e o ajuste de lei de potência.

A transição entre os dois comportamentos nesta nova técnica é realizada de modo suave, sendo posteriormente demonstrado que este novo método dá resultados mais acurados, especialmente para determinação de J_{IC} .

Tentativas anteriores feitas por Landes; Herrera (1990), de dar ao método de normalização uma transição suave não foram bem sucedidas, isto porque, uma linha reta foi abruptamente colocada sobre uma função de lei de potência em um ponto arbitrário.

4.4.1 Novas Características do Método LMN

Este novo método de normalização (*Função LMN*), desenvolvido por Landes et al. (1991) tem algumas características adicionais, que o faz mais geralmente aplicável à materiais metálicos. Os dois novos aspectos, são respectivamente o comportamento artificial de embotamento e os pontos intermediários de calibração.

As técnicas anteriores usando a lei de potência ou a combinação lei de potência mais reta, não apresentam o comportamento de embotamento observado nos resultados de curva J-R geradas pelas técnicas de múltiplos corpos - de - prova ou de um único corpo-de-prova, como por exemplo a VFE. O ponto de iniciação da trinca tende a ser de alguma maneira artificialmente estabelecido; conseqüentemente, os valores de J_{IC} não são muitos confiáveis.

Nos métodos anteriores, observa-se que as curvas J-R não coincidem muito bem no intervalo inicial de propagação de trinca. De maneira a obter melhor ajuste sobre a parte inicial da curva J-R, onde J_{IC} é determinado, e de modo a obter resultados mais realísticos, um embotamento artificial foi criado para este método de normalização.

Uma segunda característica nova deste método é a introdução de novos pontos intermediários de calibração na curva carga normalizada x deslocamento plástico. Já é conhecido que o ajuste de lei de potência tem duas constantes, as quais foram determinadas de valores de carga x deslocamento nos comprimentos de trinca inicial e final. O ajuste de lei de

potência mais a parte linear requer uma constante adicional, o qual é arbitrariamente tomada de dados carga x deslocamento.

A função LMN segundo Landes et al. (1991) tem três constantes e portanto também necessita um terceiro ponto de calibração. A definição deste ponto foi baseada em um estudo cuidadoso do caráter de deformação dos materiais e este foi tomado sob um intervalo intermediário de deformação. O uso deste ponto, juntamente com o embotamento forçado e uma calibração final, no valor final de comprimento de trinca, determina a função LMN que especifica o comportamento de deformação do corpo-de-prova.

4.4.2 Pontos de Calibração

Uma característica única do método de normalização é que cada corpo-de-prova tem sua própria curva de calibração normalizada, tal que esta é desenvolvida, tendo a forma geral da curva de calibração com as constantes desconhecidas e as ajustando, com pontos de calibração tomados de dados de ensaios para cada corpo-de-prova. No ponto de calibração, carga, deslocamento e comprimento de trinca devem ser conhecidos simultaneamente.

Quanto ao ponto de calibração do método anteriormente descrito para lei de potência, o comprimento final de trinca é claramente definido pela carga final e deslocamento do ensaio, sendo o comprimento inicial de trinca não tão bem definido.

O fato deste último não ser tão bem definido, se deve ao fato de um deslocamento ser necessário para entrar no intervalo de plasticidade, onde o crescimento estável não deverá ter ocorrido.

Uma suposição feita por Landes et al (1991) se faz necessária, a fim de se escolher um bom ponto de calibração, onde pela natureza do método de normalização, tal ponto não define nenhuma propagação de trinca na curva J-R.

Portanto, o ponto inicial de calibração marca o começo da propagação de trinca na curva J-R. Sendo uma suposição, este freqüentemente não coincide bem com a curva J-R medida pelo método de VFE, e a avaliação do ponto de iniciação de tenacidade à fratura, como J_{IC} , não é bem definido.

Para a curva de calibração da função LMN, três pontos de calibração são necessários, Landes et al (1991 b). Não há um terceiro ponto, onde o comprimento de trinca possa ser fisicamente medido, sem um monitoramento desta. Portanto para fazer o método de normalização funcionar, um terceiro ponto de calibração baseado em alguma outra coisa, sem ser o comprimento de trinca, se faz necessário.

Os seguintes três pontos de calibração foram tentados, tal que o primeiro é um ponto de calibração baseado na carga final, deslocamento e comprimento de trinca. O segundo é baseado no comprimento inicial de trinca e em um conceito de embotamento forçado. O terceiro é baseado em um ponto intermediário de calibração, o qual pode ser ajustado.

4.4.3 Calibração do Embotamento Forçado

A idéia de calibração por um embotamento forçado vem do comportamento físico observado para a maioria das curvas J-R. Observa-se também que curvas J-R obtidas da medida automática de comprimento de trinca, também apresentam algum tipo de embotamento.

A idéia anterior de escolher um ponto de calibração com o comprimento inicial de trinca, em algum ponto arbitrário de carga e deslocamento, evita este embotamento.

Esta nova idéia, desenvolvida por Landes et al. (1991) para um ponto de calibração, permite escolher um ponto, que permita que um embotamento possa ocorrer, resultando na

definição dos pontos de calibração de embotamento forçado, sendo que geralmente, mais que um ponto é usado.

Um ponto de calibração por embotamento forçado escolhe um comprimento de trinca, o qual tem um incremento de embotamento adicionado ao comprimento inicial de trinca.

Inicialmente, como é visto na Fig.16, a carga para um ensaio típico é normalizada como mostra a equação abaixo, com uma função $G(a/W)$ baseado no comprimento inicial de trinca, a_0 .

$$P_N = \frac{P}{G\left(\frac{a_0}{W}\right)} \quad (50)$$

Figura.16 - Esquema da curva de carga versus deslocamento plástico normalizado com a_0 .
Landes et al.(1991)

A carga normalizada versus deslocamento plástico, exatamente segue a carga e o deslocamento plástico fisicamente medidos, porque $G(a_0/W)$ é uma constante. Quando o comprimento de trinca é permitido aumentar, como na verdade acontece, $G(a/W)$ decresce e P_N aumenta. Isto é permitido

acontecer, em pontos discretos, fazendo com que o comprimento de trinca aumente por um incremento de embotamento forçado.

Vários pontos antes da carga máxima na Fig.16 são escolhidos, e J é determinado a partir da carga, deslocamento e comprimento inicial de trinca. Para a trinca é então dado um embotamento forçado, definido como:

$$a = a_0 + \frac{J}{2 \times \sigma_y} \quad (51)$$

onde σ_y é a tensão de escoamento efetiva, sendo que tal embotamento forçado, segue a equação originalmente sugerida, para modelar o comportamento de embotamento real que aparece na curva J-R.

Embora isto não seja exato para cada material, estes pontos realizam o propósito, de dar um melhor grupo de pontos iniciais de calibração.

A carga normalizada versus o deslocamento plástico com os novos pontos de calibração, são mostrado esquematicamente na Fig.17. Este grupo de pontos são usados para escolher o segundo ponto de calibração, sendo tais usualmente tomados como valores discretos de deslocamento, ao longo do que é uma curva contínua.

Figura.17 - Esquema de carga normalizada versus deslocamento plástico mostrando o embotamento forçado. Landes et al.(1991)

4.4.4 Ponto Intermediário de Calibração

Um terceiro ponto intermediário de calibração é usado, que não é baseado no comprimento de trinca, mas sim, baseado na reprodutibilidade da carga normalizada versus o deslocamento plástico.

Muitos aços diferentes, colocados em gráfico de carga normalizada versus deslocamento plástico seriam aproximadamente iguais, se a carga normalizada fosse dividida por uma tensão de escoamento efetiva σ_y e o deslocamento plástico normalizado fosse dividido por $\alpha \times \epsilon_0$ onde $\epsilon_0 = \frac{\sigma_y}{E}$ (52), tal que E é o módulo elástico e α vem de um ajuste de lei de potência de Ramberg-Osgood para dados de tensão-deformação.

As curvas coincidem próximas a um ponto intermediário, onde $\frac{vpl}{W} = 4.5 \times \alpha \times \epsilon_0$ (53), mas embora as curvas

aproximadamente coincidam aqui, elas não o fazem de modo preciso. A idéia de pegar um ponto intermediário como $P_N = 0.32 \times \sigma_y$ (54) não ajusta suficientemente bem, pois a curva J-R é muito sensível a escolha deste ponto.

Portanto, este ponto de calibração intermediário foi inicialmente escolhido para ter uma abcissa em $\frac{v_{pl}}{W} = 4.5 \times \alpha \times \varepsilon_0$ (55), mas a ordenada é permitida variar de uma maneira computacional a fim de se determinar as constantes L, M e N. Um mais novo procedimento escolhe os pontos de calibração intermediários em um terço da variação total de v_{pl}/W , como definido pelo último ponto de calibração.

4.4.5 Procedimento Computacional

O procedimento computacional, desenvolvido por Landes et al. (1991) usa os três tipos de ponto de calibração definidos previamente em um esquema desenvolvido para minimizar o erro. O procedimento é ilustrado na Fig.18, onde os pontos de calibração são denominados A, B e C.

O ponto A é um ponto simples correspondendo ao comprimento final de trinca, pontos B são grupos definidos pelo embotamento forçado e pontos C são os de calibração intermediária.

Para ajustar funções L, M e N somente três pontos são necessários, portanto deste grupo de pontos de calibração, uma matriz de constantes pode ser determinada.

Figura 18 - Esquema do procedimento normalização LMN, mostrando três tipos de pontos de calibração. Landes et al.(1991)

O primeiro passo requer a determinação das constantes L , M e N com pontos A , B_1 e C_1 . Isto é repetido com A , B_2 e C_1 . Isto continua até que L , M e N seja determinado por dois pontos A , C_1 e todos os pontos B . As constantes L , M e N para estes pontos são estatisticamente analisados para determinar um fator de diferença.

Essencialmente o valor médio de cada um é calculado e a soma das diferenças absolutas é determinada. Um segundo grupo para determinações de L , M e N usa novos pontos intermediários de calibração C_2 .

Os valores L , M e N são determinados para A , C_2 e todos os pontos B . Uma segunda análise é conduzida para obter o fator de diferença.

Este procedimento continua com C_3 , C_4 até que o menor fator de diferença é determinado. Isto ocorreria em um valor de C_i com A e todos os valores B . Um valor médio de L , M e N correspondente ao ótimo ponto C_i , e os pontos A e B dão a função carga normalizada versus deslocamento da Eq.49.

Os pontos *A* e *B* são definidos por fórmulas, mas os pontos *C* devem ter um ponto arbitrário de começo. A melhor maneira a ser definida é ter o primeiro ponto *C*, ou seja, *C*₁ correspondendo a um terço da variação v_{pl}/W do ponto *A* sobre a abcissa e com o máximo ponto *B* sobre a ordenada.

A ordenada do ponto *C* é aumentada em passos maiores até que um mínimo fator de diferença seja observado. Ao redor deste ponto o incremento do passo é reduzido e o procedimento repetido até que o melhor ponto *C*_i, baseado na diferença de fator é calculado.

O novo aspecto do procedimento LMN é a determinação da função carga normalizada versus deslocamento plástico, como é visto na Eq.49. Basicamente a propagação da trinca é determinada, usando equações relacionando carregamento *P*, deslocamento *v* e comprimento de trinca *a*, denominadas :

$$v = v_{el} + v_{pl} \quad (56)$$

$$v_{el} = P \times C\left(\frac{a}{W}\right) \quad (57)$$

onde $C(a/W)$ é a flexibilidade elástica e v_{pl} é determinado da Eq.49.

A carga e o deslocamento podem então ser usadas juntas com o comprimento de trinca para determinar *J*. Isto é usualmente feito para expressões padrões da ASTM, mas uma integração direta de carga normalizada versus deslocamento plástico pode ser usado para obter o componente plástico de *J*.

4.4.6 Fluxograma do método de normalização usando a função LMN com os novos pontos de calibração:

A – Ponto de definição

1. Determine o ponto final, normalize com a_f . (Ponto A).
2. Calcule os pontos de embotamento forçado acima de $P_{máx.}$ (Ponto B).
3. Escolha o ponto inicial intermediário de calibração. (Ponto C).

B - Determinação das constantes LMN

1. Determine L, M e N para pontos A, C_1 e todos B.
2. Determine o fator de diferença para estes pontos.
3. Escolha C_2 , repita os passos 1 e 2.
4. Continue até que a diferença de fator é minimizada para C_i .
5. L, M e N são médias para A, C_i e todos os pontos B.

C - Determinação da Curva J-R

1. Combine a função LMN com a curva experimental $P-v$.
2. Calcule J e a propagação de trinca, plote a curva J-R.

4.5 Técnica de Normalização Linear de Reese e Schwalbe

Landes et al. (1991) introduziram uma função com três constantes de ajuste desconhecidas denominada de função LMN, a qual é baseada no trabalho de Orange et al. (1990).

Esta função parece ser adequada para muitos materiais e geometrias e fornece um ajuste razoável para o caráter de deformação do material, porém existe uma desvantagem, que reside no fato desta possuir três constantes desconhecidas, as quais podem ser avaliadas em três pontos de calibração onde carga, deslocamento e comprimento de trinca podem ser determinados simultaneamente.

Em oposição à abordagem de Landes et al (1991), nenhum ponto adicional ou intermediário de calibração é necessário, Reese; Schwalbe (1993), ficando então os pontos inicial e final de calibração associados aos valores de comprimento inicial a_0 e final a_f da trinca que são direta e precisamente obtidos por observação óptica da superfície de fratura.

Nesta técnica de Reese; Schwalbe (1993), existe ainda uma hipótese simplificadora, sendo que a iniciação da propagação dúctil de trincas nos ensaios de tenacidade J, se dá exatamente no ponto de carga máxima suportada pelo corpo-de-prova, principalmente se tratando de corpos-de-prova de dimensões relativamente pequenas, visto que é impossível a definição da carga máxima suportada pelo corpo-de-prova, sem que a trinca tenha iniciado seu crescimento.

4.5.1 Metodologia Proposta

Uma aproximação alternativa para a determinação de curvas J-R pelo procedimento de normalização é proposta, sendo baseado no princípio de separação de cargas. Como dados de entrada para o método, dados de carga x deslocamento e comprimento final de trinca são necessários.

Enquanto Landes et al (1991) tenta associar carga normalizada com deformação plástica via função $H(v_p/W)$, este método correlaciona variação da carga normalizada ΔP_N (devido ao crescimento de trinca), com a propagação de trinca Δa .

Desta maneira, existe uma relação linear entre ΔP_N e Δa , podendo ser demonstrada para vários materiais e geometrias, como é mostrado na Fig.19. De modo oposto à aproximação de Landes et al (1991), pontos de calibração adicionais não são necessários e o procedimento para determinação da propagação de trinca é simplificado. Abaixo descreve-se os passos necessários utilizados por esta nova metodologia de Reese; Schwalbe (1993) :

Figura.19 - Relação linear entre variação de carga normalizada e propagação de trinca. Reese; Schwalbe (1993)

PASSO 1

Realizar um ensaio convencional, onde corpos-de-prova padrões (C[S],CCT,SENB) são carregados e dados de carga x deslocamento são armazenados. A Fig.20 mostra uma curva característica obtida deste tipo de teste, tal que o comprimento final de trinca a_f pode ser determinado da superfície de fratura de acordo com o método dos nove pontos.

Figura.20 - Diagrama característico de um ensaio carga versus deslocamento. Reese; Schwalbe (1993)

PASSO 2

A função geometria $G(a/W)$ pode ser determinada da calibração de J e dos corpos - de - prova padrões, podendo ser tirados da literatura, Landes; Sharobeam (1991 e 1993) :

$$G\left(\frac{a}{W}\right) = B \times W \times \left(\frac{b}{W}\right)^{\eta_{pl}} \quad (58)$$

Aqui, B é a espessura do corpo-de-prova, W é a largura e b o ligamento ($= W-a$). De acordo com Landes; Sharobeam (1991 e 1993), η_{pl} é independente do crescimento de trinca e tem os seguintes valores :

$$\eta_{pl} = 2.130 \text{ para corpos-de-prova do tipo C[S]}$$

$$\eta_{pl} = 1.940 \text{ para corpos-de-prova do tipo SENB}$$

$$\eta_{pl} = 0.963 \text{ para corpos-de-prova do tipo CCT}$$

Com o comprimento inicial da trinca, a_0 e o comprimento final da trinca, a_f , os valores das funções $G(a_0/W)$ e $G(a_f/W)$, e também os valores das funções $P_N(a_0)$ e $P_N(a_f)$ são definidos pela equação já definida anteriormente:

$$P_N = P / G(a/W) \quad (59)$$

e a diferença é então calculada:

$$\Delta P_N = P_N(a_f) - P_N(a_0) \quad (60)$$

PASSO 3

Um diagrama deve ser construído onde a variação da carga normalizada ΔP_N , é colocada em gráfico versus a propagação de trinca Δa . Empregando a Eq.60, valores de ΔP_N podem ser calculados para cada nível de carga variando os comprimentos de trinca, como é mostrado na Fig.21.

O ponto final do experimento denominado A, marca o ponto final do experimento onde ΔP_N foi determinado como descrito no passo 2. Através deste ponto A, uma linha reta é gerada, sendo esta tangente a curva de carga máxima.

Da intersecção desta linha reta com as curvas de carga constante, os correspondentes valores de propagação de trincas podem ser obtidos, como também observado na Fig.21:

Figura.21 - Representação esquemática de determinação de Δa pelo método de normalização linear, tal que P1 à P7 são curvas de carga constante e "A" representa o ponto final do ensaio. Reese; Schwalbe (1993)

Para este procedimento ser aplicado, dois requerimentos devem ser encontrados, sendo que primeiramente, a carga P, deve ser separada em

componentes dependentes da geometria e do deslocamento, e o segundo, o critério de linearidade entre ΔP_N e Δa necessita ser satisfeito.

A linearidade parece ser limitada a totalidade do regime plástico, desde que a extrapolação da linha não passe pela origem do sistema de coordenadas, mas conduza para uma intersecção com a abcissa.

A não linearidade no começo do crescimento da trinca é explicada pelos eventos complexos na ponta da trinca (embotamento, plastificação do material, mudança do estado de tensão), no momento da iniciação da trinca.

Na totalidade do regime plástico, em particular após exceder $P_{m\acute{a}x}$, uma boa estimativa do crescimento de trinca pode ser obtido. Desde que a iniciação da trinca ocorra próxima ou na carga máxima, isto é válido no mínimo para condições de deformação plana, sendo que grandes quantidades de propagação de trinca usualmente ocorrem depois da carga máxima $P_{m\acute{a}x}$, sendo assim, a maior parte da curva J-R é obtida pelo método descrito aqui.

A dependência linear de ΔP_N e Δa é o ponto crucial deste procedimento, sendo que este reage sensivelmente a desvios de linearidade e a posição da linha reta. Enquanto a posição da linha está ligada aos pontos suportes, isto é, a propagação final da trinca e a carga máxima, a linearidade parece estar controlada pelo estado de tensão.

Para corpos-de-prova na qual a condição de deformação plana prevalece, o método linear descrito acima parece ser aplicável de uma maneira direta. Corpos-de-prova com condição dominante de tensão plana revelam um desvio da linearidade, conseqüentemente o método não pode ser aplicado diretamente.

O grau de linearidade é controlado pelo expoente da função geometria, η_{pl} . Quanto melhor a linearidade, melhor a correlação entre carga P e propagação da trinca Δa , conseqüentemente mais acurada é a curva J-R.

O método de Reese; Schwalbe (1993) é baseado no método de Normalização de Ernst et al. (1981), na qual incorpora o princípio de separação das cargas, sendo que este difere da normalização de Landes et al. (1991), pelo fato que ela correlaciona a variação da carga normalizada,

ΔP_N com a propagação da trinca Δa , ao invés de carga normalizada, P_N com o deslocamento plástico normalizado v_p/W .

A relação linear entre ΔP_N e Δa permite a determinação de valores de Δa em qualquer nível de carregamento no regime plástico, tal que esta linearidade existe para corpos - de - prova com uma condição de deformação plana, e parece ser influenciada pelo estado de tensão.

5.0 – Princípio de Separação de Cargas

5.1 Análise da separação de carga

A separação de carga é a hipótese na qual a carga para dados de ensaio de um mesmo material, geometria e restrição ao escoamento, podem ser representados como multiplicação de duas funções separadas; uma função da geometria da trinca e uma função da deformação do material, tal que esta, pode ser matematicamente escrita como:

$$P(a,v)=G(a)\times H(v) \quad (61)$$

onde P é a carga, a é o comprimento de trinca, e v é o deslocamento. $G(a)$ e $H(v)$ são as funções geometria e deformação.

A separação de carga constitui a base para a avaliação experimental da Integral J usando a técnica de um único corpo-de-prova. A hipótese da separação de carga está implícita na análise de Rice et al. (1973), a qual conduziu para a primeira forma única de deformação de J :

$$J = \frac{2 \times A}{b} \quad (62)$$

Rice et al. (1973) e então, Sumpter; Turner (1976) generalizaram a técnica de um único corpo-de-prova, propondo separar J em suas componentes elásticas e plásticas como segue:

$$J = \eta_{el} \times \frac{A_{el}}{b} + \eta_{pl} \times \frac{A_{pl}}{b} \quad (63)$$

onde A_{el} e A_{pl} são as partes elásticas e plásticas da área sobre a curva carga x deslocamento respectivamente, sendo η_{el} e η_{pl} funções do comprimento de trinca normalizado pela largura, a/W . Esta expressão acima, é uma expressão mais geral, amplamente usada nos ensaios padrões das normas

ASTM para cálculo de J , o qual é também baseada no princípio de separação da carga.

Sumpter; Turner (1976) usaram relações da MFEL para determinar η_{el} , mas η_{pl} foi calculado usando métodos numéricos. Esta nova forma na Eq.63, marcou a primeira generalização do fator de modificação como η , e assumiu a separação em ambos comportamentos elásticos e plásticos.

Para a região elástica, a aproximação da MFEL assume que a linearidade das medidas carga versus deslocamento seguem a relação abaixo:

$$P = \frac{v}{C} \quad (64)$$

onde C é a flexibilidade elástica do corpo-de-prova, a qual é função do comprimento de trinca somente. Devido ao fato da Eq.(64) representar uma forma separável, η_{el} pode ser representado pela seguinte expressão:

$$\eta_{el} = \frac{b}{C} \frac{dC}{da} \quad (65)$$

Ernst; Paris (1980) discutiram a separabilidade para J e P na região plástica e sugeriram diferentes formas separáveis para P , investigaram analiticamente a validade destas formas e dos valores η_{pl} para configurações de tração e flexão e finalmente provaram que η existe, somente se a carga é representada pela forma multiplicativa das funções geometria e deformação, usando apenas um corpo-de-prova.

Também é interessante ressaltar que os padrões de ensaio da ASTM para cálculo de J_{IC} e levantamento de curvas J-R usam a seguinte forma para representar J :

$$J = \frac{K^2}{E} + \eta_{pl} \frac{A_{pl}}{b} \quad (66)$$

onde K é o fator de intensidade de intensidade, sendo $\eta_{pl}=2$ para corpos de flexão, e $\eta_{pl} = 2 + 0.522 \frac{b}{W}$ para corpos-de-prova compacto.

5.2 Separação de carga em experimentos de trincas estacionárias.

Landes; Sharobeam (1991) definiram que para um mesmo material, geometria e restrição ao escoamento, a separação de carga na região plástica pode ser matematicamente representada na Eq. 61. Como já foi dito, P é a carga, a é o comprimento de trinca, v_{pl} é o deslocamento plástico, e $G(a/W)$ e $H(v/W)$ são respectivamente as funções geometrias e deformação, respectivamente.

Se o parâmetro de separação, S_{ij} , definido como $P(a_i)/P(a_j)$ em um v_{pl} constante (onde a_i e a_j correspondem a diferentes comprimentos de trincas estacionários), tem um valor constante ao longo de todo domínio de deslocamento plástico, a separação de carga é dada nas Eqs. 67 e 68:

$$S_{ij} = \frac{P(a_i/v_{pl})}{P(a_j/v_{pl})} \Big|_{v_{pl}} \quad (67)$$

$$S_{ij} = \frac{G(a_i/W)}{G(a_j/W)} \quad (68)$$

Como a função geometria é constante para trincas estacionárias, então as Eqs. (67) e (68) implicam que o parâmetro de separação, S_{ij} , é uma constante para valores fixos de a_i e a_j e não é uma função de v_{pl} .

O fato de S_{ij} se manter constante, ao longo de todo domínio de v_{pl} , faz com que a carga possa ser representada por uma forma separável, sendo assim, avaliando-se $P(a_i)/P(a_j)$, pode-se determinar, para um dado material, geometria e restrição ao escoamento, se a carga é separável e também realizar a determinação do intervalo de separabilidade de v_{pl} .

5.2.1 Cálculo do fator η plástico

De maneira a obter uma equação para cálculo de η_{pl} , Landes; Sharobeam (1991) realizaram uma comparação pode ser feita entre a interpretação de energia da parte plástica de J (J_{pl}), de acordo com a expressão:

$$J_{pl} = \frac{-1}{B} \times \frac{dU_{pl}}{db} \bigg|_{\delta_{pl}} \quad (69)$$

e a correspondente expressão de J_{pl} desenvolvida para um método de único corpo-de-prova:

$$J_{pl} = \eta_{pl} \times \frac{A_{pl}}{Bb} \quad (70)$$

dando portanto:

$$\eta_{pl} = b \frac{\frac{dU}{dB} \big|_{\delta_{pl}}}{A_{pl}} \quad (71)$$

Substituindo a carga P em U_{pl} e A_{pl} pela expressão dada em (61) e colocando G como uma função do ligamento remanescente b , define-se

$$\eta_{pl} = \frac{\frac{dG(b/W)}{d(b/W)}}{G(b/W)} \times \frac{b}{W} \quad (72)$$

A Eq. (72) mostra a relação entre a função geometria $G(b/W)$ e o fator η_{pl} . A função $G(b/W)$ pode ser construída de dados experimentais usando as constantes de separação S_{ij} para diferentes medidas como segue:

$$S_{ij} = C_1 \cdot G(b_j/W) \quad (73)$$

para constantes b_j/W , onde C_1 é uma constante igual a $\frac{1}{G(b_j/W)}$.

Isto significa que construindo o diagrama S_{ij} versus a/W (ou b_j/W), uma relação analítica $G(b_j/W) - b_j/W$ pode ser eventualmente estabelecida; η_{pl} pode então ser simplesmente avaliado da Eq. 73.

Quando uma lei de potência ajusta a função geometria acuradamente, este novo método fornece uma maneira experimental muito simples de calcular η_{pl} , como segue:

$$G(b_j/W) = C_2 (b_j/W)^m \quad (74)$$

onde C_2 é uma constante.

Substituindo a equação (74) na equação (72), então obtêm-se:

$$\eta_{pl} = m \quad (75)$$

Afim de ilustrar o procedimento, as Figuras 22a e 22b mostram os gráficos de carga x deslocamento plástico retirados do trabalho de Bernal et al. (1996), para corpos-de-prova entalhados, obtidos de dados originais de carga x deslocamento, depois de subtrair os deslocamentos elásticos. Estes foram calculados dos dados de variação de flexibilidade elástica, obtidos da inclinação inicial de dados de carga x deslocamento.

Figura 22 - Carga versus deslocamento plástico medidos para corpos-de-prova entalhados, dos materiais borracha modificada (a) PS LX 2220 e (b) PS LX 4300. Bernal et al. (1996)

Nas Figuras 23a e 23b, Bernal et al. (1996), mostram a variação do parâmetro de separação descritos pelas Eqs. 67 e 68, com respeito ao deslocamento plástico em diferentes taxas de a/W , calculadas de dados carga x deslocamento plástico para todos os materiais estudados.

Como curva de referência, é necessário escolher uma, tal que possua um entalhe suficientemente profundo de maneira a garantir, que a transição para o regime de relaxação de carga, não ocorra no intervalo de deslocamento plástico de interesse.

O parâmetro de separação mantém um valor quase constante ao longo de uma parte do intervalo de deslocamento plástico, exceto para uma região limitada, situada na parte inicial deste intervalo. A separação de carga, usualmente começa depois desta região, a qual poderá indicar, que o comportamento separável, somente existe quando a parte plástica for completamente desenvolvida.

No interior desta zona, a carga é separável e pode ser representada como a multiplicação de duas funções separáveis como propostas pela

Eq.61, sob um intervalo de grande deslocamento plástico, conforme Cassanelli et al (1996).

Figura 23 – Parâmetro de separação S_{ij} versus deslocamento plástico v_{pl} , respectivamente para os materiais (a) PS LX 2220 e (b) PS LX 4300 para corpos-de-prova entalhados. Bernal et al. (1996)

A Fig. 24. mostra o parâmetro de separação S_{ij} versus b/W em escala log para esses materiais, nota-se que a lei de potência ajusta bem estes dados, e de tais ajustes os valores de η_{pl} são experimentalmente avaliados.

Como pode ser visto na Fig. 23 e observando o que já foi dito, há uma região não separável no começo do comportamento plástico, observado pelo comportamento não constante do parâmetro de separação. Este tipo de comportamento implica que no interior desta região a expressão $J_{pl} = \eta_{pl} \times A_{pl} / b$ (76) não é válida, e portanto η_{pl} não existe.

O comportamento não-separável pode estar associado com a transição da região elástica para o plástica, onde um escoamento em pequena escala é geralmente observado.

Figura 24 - Parâmetro de separação S_{ij} versus ligamento remanescente, b/W em escala log, dos materiais PS LX 2220 e PS LX 4300 para corpos-de-prova entalhados. Dados ajustados por uma função lei de potência. Bernal et al. (1996)

O fato do parâmetro de separação se manter constante, pode também ser usado para checar a validade da hipótese de dados de trincas estacionárias, isto é, S_{ij} começa a cair, em um certo nível de v_{pl} , em coincidência com a iniciação da propagação de trinca, fornecendo uma maneira alternativa muito fácil de detectar a iniciação de propagação de trinca (J_{IC}) independentemente da construção da curva J-R, segundo Cassanelli et al. (1996).

De maneira a desenvolver a função geometria, dados podem ser obtidos de diferentes experimentos em diferentes níveis de deslocamento plástico, no interior da região onde S_{ij} se mantém constante. Os dados se reduzem em somente uma curva, demonstrando que a função geometria não é dependente do deslocamento plástico, tal que a função lei de potência ajusta acuradamente estes dados, como pode ser visto na Fig.24

5.3 Separação de cargas em trincas crescentes

Landes; Sharobeam (1993) provaram que o conceito de separação de cargas pode também ser estendido à trincas crescentes. Eles novamente representaram a carga para o mesmo material, geometria e restrição ao escoamento plástico pela seguinte expressão:

$$P = G_p (b_p / W) H_p (v_{pl} / W) \quad (77)$$

onde $G_p(b_p/W)$ e $H_p(v_{pl}/W)$ são as funções dependentes da geometria e da deformação respectivamente.

Para dados de ensaios de corpos-de-prova pré-trincados, os quais são diferentes daqueles previamente propostos para medidas de ensaios de trincas estacionárias, sendo que Landes; Sharobeam (1993), normalizaram a carga pela forma separável proposta para corpos-de-prova de trinca estacionária, assumindo assim consistência de material, geometria e restrição ao escoamento, obtêm-se a seguinte expressão:

$$\frac{P_p}{P_b} = \frac{G_p(b_p/W) H_p(v_{pl}/W)}{G_b(b_b/W) H_b(v_{pl}/W)} \quad (78)$$

onde os subscritos p e b denotam pré-trincados e entalhados (para trincas estacionárias), respectivamente, tal que em ensaios de trincas estacionárias, como é visto na Fig.25, $G_b(b_b/W)$ é uma constante.

Baseado nas considerações acima, definiu-se um parâmetro de separação, S_{pb} , como segue nas equações abaixo e pode ser visualizado na Fig.26:

$$S_{pb} = \frac{P_p}{P_b} \bigg|_{v_{pl}} \quad (79)$$

$$S_{pb} = C_3 G_p (b_p / W) H_{pb} (v_{pl} / W) \quad (80)$$

Figura.25 - Carga versus deslocamento plástico para corpos-de-prova entalhados e pré-trincados, respectivamente para os materiais (a) LX 2220 e (b) LX4300. Bernal et al. (1996)

Figura 26 – Parâmetro de separação S_{pb} versus deslocamento plástico para corpos-de-prova pré-trincados, dos materiais PS LX 2220 e PS LX 4300. Bernal et al. (1996).

onde C_3 é uma constante igual a $1/G_b$ e $H_{pb}(v_{pl}/W)$ é a proporção de funções de deformações em um deslocamento plástico constante, tal que isto pode ser avaliado para diferentes ensaios de medida de crescimento de trinca, com respeito ao mesmo ensaio de medida de trinca estacionária como segue:

$$S_{pb}^i = C_3 G'(b_p/W) H_{pb}^i(v_{pl}/W) \quad (81)$$

onde o sobrescrito i denota o corpo-de-prova pré-trincado.

Dados de corpos-de-prova pré-trincados foram plotados juntamente em um gráfico (Fig.27) , na forma S_{pb}^i vs b_p/W , provando que S_{pb} pode ser considerado como sendo uma função de b_p/W somente, e que o deslocamento plástico não tem contribuição para o parâmetro de separação; portanto demonstrando que a separação de carga, para medidas de trincas crescentes pode ser representada pela seguinte expressão:

$$S_{pb} = C_3 G(b_p/W) \quad (82)$$

Figura 27 – Parâmetro de separação S_{pb} versus ligamento remanescente b_p/W em escala log para corpos-de-prova pré-trincados dos materiais PS LX 2220 e PS LX 4300. Pontos de dados ajustados por uma lei de potência. Bernal et al. (1996)

A mesma função geometria, que melhor ajusta os experimentos de corpos-de-prova entalhados, ajusta-se bem para os corpos-de-prova pré-trincados em experimentos de separação de carga.

Segundo Cassanelli et al (1996), de maneira a levar em conta a diferença na largura dos corpos-de-prova entalhados e pré-trincados, uma leve modificação foi introduzida na definição de S_{pb} da Eq. 78. Da comparação entre a função deformação e a carga normalizada, define-se que :

$$S_{pb} = \frac{P_p}{P_b} \bigg|_{vpl} \frac{W_b^2}{W_p^2} \quad (83)$$

5.4 Contribuição do uso da Separação de Carga

A função geometria é desenvolvida de uma função lei de potência derivados do ajuste de dados S_{ij} versus b/W , cujo expoente de ajuste é coincidente com o valor de η_{pl} , sendo um valor usado no cálculo da parcela plástica de J , Cassanelli et al (1996).

É uma poderosa ferramenta para a calibração experimental de η_{pl} em diversos materiais e geometrias, Cassanelli et al (1996).

Foi comprovado que valores de η_{pl} calculados pelo princípio de separação de carga para materiais policarbonatos é aproximadamente o mesmo para corpos-de-prova compactos de materiais metálicos, concluindo-se então que propriedades de deformação dos materiais, como tensões de escoamento e trabalho de encruamento, têm pequena influência nos valores de η_{pl} para corpos-de-prova do tipo compacto, Landes, Zhou (1993).

A determinação do intervalo plástico, dentro do qual o parâmetro de separação para corpos-de-prova pré-trincados permanece constante, fornece uma maneira alternativa muito fácil de detectar a iniciação de propagação de trinca (J_{IC}) independentemente da construção da curva J-R, Cassanelli et al (1996).

A zona no qual o parâmetro de separação permanece constante, representa a região no interior da zona de embotamento, na qual a hipótese de separação de carga é válida, desta maneira pode-se determinar a função de deformação de uma maneira relativamente simples, Cassanelli et al (1995).

6.0 - Experimental

6.1 Material

6.1.1 Considerações Gerais

O aço estrutural utilizado neste trabalho, foi o aço ASTM-A508 Classe 3A, sendo que suas aplicações incluem basicamente forjados de grande porte para confecção de vasos de pressão e turbinas a vapor da indústria nuclear.

Segundo Dubey et al. (1999), os reatores “PHWR – Pressurized Heavy Water Reactors” operam sob condições severas, conduzindo água pesada de resfriamento em uma faixa de temperatura de 260 °C – 310 °C sob uma pressão ao redor de 10 MPa, recebendo também fluxo de nêutrons da ordem de $3,2 \times 10^{17} \text{ n/m}^2\text{s}$.

Devido à estas condições de operação, o material sofre endurecimento e fragilização por radiação, como também fluência. Portanto, segundo Dubey et al. (1999), uma das principais condições de projeto e operação é prever a fratura instável desses reatores, dessa maneira, a avaliação da degradação de tenacidade à fratura devido ao hidrogênio e irradiação, sob um grande intervalo de temperatura, continua sendo interesse da análise de integridade estrutural.

Este aço foi utilizado, pois sua microestrutura ferrítica / bainítica, (obtida convencionalmente via transformações por resfriamento contínuo, em especial têmpera em água, seguido por tratamentos térmicos de revenimento e alívio de tensões), fornece um balanço de resistência mecânica e tenacidade, servindo para aplicações de elevadíssima responsabilidade.

Eles exibem um elevado grau de uniformidade de propriedades mecânicas em seções espessas e são especificamente utilizados em aplicações a elevadas temperaturas em decorrência de suas favoráveis propriedades de fluência comparadas a outras microestruturas.

O aço A508-3A, essencialmente um baixa liga de grau nuclear, média resistência mecânica, elevadíssimas tenacidade e ductilidade, modestas capacidade de encruamento e soldabilidade e boa temperabilidade, tem no Mn, Ni e Mo seus principais elementos de liga, sendo muito susceptível aos tratamentos térmicos de têmpera e revenimento para o desenvolvimento de seu máximo potencial de propriedades.

Este aço de grau nuclear foi termicamente fragilizado, de modo a simular os danos por irradiação sofridos pelo metal em serviço, por isso os procedimentos experimentais foram conduzidos à temperatura de 300°C, que é a temperatura média de operação de vasos de pressão nuclear.

A simulação de danos por irradiação nuclear através de tratamentos térmicos, constitui uma tecnologia relativamente recente e direcionada ao desenvolvimento de metodologias de ensaios laboratoriais para a indústria nuclear, bem como à execução de testes de pressurização interna, incluindo choques térmicos, em vasos de pressão protótipos e em escala.

Quanto à microestrutura, esta é bainítica granular na condição original (como-recebido) e apresenta elevadíssimas tenacidade/ductilidade. A prévia realização de tratamentos térmicos, incluindo-se recozimento, têmpera, revenimento e alívio de tensões, garantiu a obtenção de quatorze distintas microestruturas, de perlíticas a martensíticas, exibindo uma ampla gama de tenacidades, os quais podem ser quantificadas através das denominadas curvas J-R.

6.2 Composição Química

A Tabela I, fornece a composição química do aço A508-3A na superfície da placa base original:

Tabela I – Composição química básica do aço A508-3A (% em peso), Tarpani (1995).

C	Si	Mn	Ni	Mo	Cr	Al	P	S
0,19	0,24	1,30	0,72	0,51	0,03	0,012	0,007	0,009

O teor de carbono (C) foi quantificado via técnica de combustão, o de fósforo (P) por calorimetria e o de enxofre (S) por volumetria. Os demais elementos foram identificados pela técnica de espectroscopia de plasma (superfície da placa), aplicadas respectivamente nos laboratórios da Eletrometal S/A Metais Especiais, fornecedora do aço, e da Engemasa Engenharia e Materiais Ltda.

6.3 Dados do Ensaio de tração

Os dados de tração utilizados neste trabalho foram obtidos por Tarpani (1995), a partir de ensaios de tração monotônico, realizados à temperatura de 300°C, em uma máquina Instron mecânica de fuso e engrenagem em fundo de escala 10 kN e à uma velocidade de aplicação de deslocamento de 2 mm/min, após um tempo inicial de residência de 15 min.

O sistema de aquecimento utilizado, um forno tubular Instron modelo A1017-301 para até 1200°C, permitiu a utilização de corpos-de-prova de seção circular com apenas 4 mm de diâmetro na sua porção útil, com as outras dimensões proporcionais de acordo com o padrão fornecido pelas normas ASTM.

6.4 Tratamentos Térmicos realizados

Para possibilitar a comparação dos efeitos da radiação nas propriedades mecânicas do aço A508-3A, este foi submetido a tratamentos térmicos de recozimento com diferentes temperaturas de austenitização e tempos de encharque, tratamentos (B), (C), (D), (F) e (G) e de têmpera seguido de revenimento, tratamento (L), na tentativa de simular este fenômeno.

Sendo assim a Figura 28 apresenta os ciclo de tratamentos aplicado na condição de como-recebido (a) e nas condições de recozido (b) e temperado seguido de revenimento (c).

Figura 28. - Ciclos térmicos correspondendo aos tratamentos de (a) condição de como - recebido, (b) recozimento e (c) têmpera e revenido; Tarpani (1995).

As propriedades do material tratado segundo os diferentes tratamentos térmicos são apresentadas na Tabela II :

Tabela II – Materiais e caracterização dos corpos-de-prova, Tarpani (1995).

Condição	CP	σ_e , MPa	σ_R , MPa	Elongação ^ψ %	RA %
A (CR)	JRT07	362	548	11	77
A (CR)	JRT08	362	548	11	77
B (TF)	JRT27	361	621	17	71
C (TF)	JRT32	344	611	16	63
D (TF)	JRT36	370	620	12	54
E (TF)	JRT41	376	626	12	49
L (TF)	JRT86	701	810	08	44

Obs: - ^ψ $L_0=40\text{mm}=10D_0$

– σ_e = limite de escoamento (0,2 %), σ_R = limite de resistência, RA = redução de área

6.5 - Ensaio de Tenacidade à Fratura

6.5.1 Corpos-de-prova e Condições de Ensaio

Uma placa forjada de 130 mm de espessura de um aço de grau nuclear A508-CL3A foi ensaiada nas condições de como-recebido (CR) e termicamente fragilizados (TF), sendo a última submetida a uma série de tratamentos térmicos especiais. Oito corpos-de-prova compactos miniaturizados 0.4 C[S], (ver Fig.29), $W/B=2$, foram usinados da posição de um quarto (T/4) desta placa na orientação T-L.

Figura 29 - Corpos-de-prova compactos, com destaque para o 0.4 C[S], $W/B=2$

Estes foram pré-trincados em fadiga até uma taxa a_0/W de 0.55 sob um $K_{máx}$ de $20 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$, razão de carga 0,1 e frequência de 50 Hz e posteriormente entalhados lateralmente em níveis de 20 a 30 % de sua espessura bruta ($B=10 \text{ mm}$).

6.5.2 Ensaios de Tenacidade à Fratura

Os ensaios foram realizados em um sistema universal MTS modelo 810, utilizando-se à técnica de variação de flexibilidade elástica. Estes foram ensaiados sob controle de deformação ("clip-gage control") às temperaturas ambiente (como-recebido-CR) e 300°C (Termicamente Fragilizados -TF), sob uma taxa de deformação constante de $0,5 \text{ mm/min}$.

Para tanto, foi utilizado um sistema "MTS Testlink" nos ensaios de curvas J-R via técnica de variação de flexibilidade

elástica, a fim se obter dados de carga e deslocamento que foram necessários à Técnica de Normalização Linear.

Este sistema permite a aquisição de dados e o controle automatizado de ensaios sob controle de carga, deformação ("clip-gage") ou ainda de curso do pistão do mecanismo servo-hidráulico, possuindo basicamente um microconsole para geração e controle dos sinais enviados e uma interface acoplada ao microcomputador para controle e aquisição de dados.

Nos ensaios à temperatura ambiente utilizou-se um extensômetro 632.03F-31, que opera no intervalo de -265°C a 90°C (período inferior a 24h), com abertura inicial de 6 mm, curso máximo de abertura de 12 mm correto, enquanto que a 300°C foi usado um extensômetro MTS para altas temperaturas modelo 632.54F14, constituído de duas hastes de cerâmica de 2 mm de diâmetro que são colocadas no corpo-de-prova acoplados às facas de fixação. Estes corpos-de-prova foram mantidos por 15 min em período de repouso antes de se iniciar o ensaio, de modo a estabilizar os gradientes de temperatura.

Para o aquecimento dos corpos-de-prova dois tipos de aquecimentos elétricos foram utilizados. Primeiramente foi utilizado um forno de resistência elétrica (ver Fig. 30) e posteriormente um forno de indução marca INDUCTOHEAT de 7,5 kW de potência e frequência de 200kHz com um controlador programável de temperatura marca INCON modelo CNT 110.

Este forno possui uma bobina indutora que foi especialmente projetada para envolver o corpo-de-prova aquecendo-o de maneira uniforme além de permitir a passagem das hastes do extensômetro de altas temperaturas entre as espiras. Para estes ensaios em altas temperaturas, também foram projetados um sistema especial de garras com um sistema de refrigeração, utilizando camisas com circulação de água envolvendo as garras.

(a)

(b)

Figura 30 – Ensaio de um corpo-de-prova C[S] miniaturizado, utilizando um sistema de garras com camisas de circulação de água. (a) Vista geral e (b) detalhe da fixação do corpo-de-prova.

7.0 - Descrição da metodologia numérica e desenvolvimento dos softwares

7.1 Desenvolvimento matemático da situação geométrica proposta pela Técnica de Normalização Linear

Desenvolvendo por geometria analítica a metodologia para se determinar a reta, cujo ponto de tangência se encontra na curva de variação carga normalizada para a carga máxima e que passa pelo ponto final do experimento têm-se:

Denominando o ponto A como ponto final do experimento, coordenadas $(\Delta\alpha_f, \Delta P_{Nf})$, a reta deverá passar por esse ponto e ser tangente a curva de carga máxima:

Equação reduzida da reta:

$$\Delta P_N = m\Delta\alpha + z, m > 0 \quad (84)$$

Se esta passa pelo último ponto do experimento $(\Delta\alpha_f, \Delta P_{Nf})$ então a equação da reta fica:

$$\Delta P_{Nf} = m\Delta\alpha_f + z \quad (85)$$

Isolando o coeficiente linear da reta, z:

$$z = \Delta P_{Nf} - m\Delta\alpha_f \quad (86)$$

A reta também passa pelo ponto de tangência $(\Delta\alpha_{\tan g}, \Delta P_{N \tan g})$, então a equação da reta fica:

$$\Delta P_{N \tan g} = m\Delta\alpha_{\tan g} + z \quad (87)$$

A equação da curva de variação de carga normalizada (para carga máxima) tem a seguinte forma:

$$\Delta P_N(\Delta a) = a_{\max} \Delta a^4 + b_{\max} \Delta a^3 + c_{\max} \Delta a^2 + d_{\max} \Delta a + e \quad (88)$$

onde $a_{\max}$, $b_{\max}$, $c_{\max}$, $d_{\max}$, $e_{\max}$ são os coeficientes da equação para a carga máxima.

A curva de variação de carga normalizada (para a carga máxima) também passa pelo ponto de tangência ($\Delta a_{\tan g}$, $\Delta P_{N \tan g}$) assim:

$$\Delta P_{N \tan g} = a_{\max} \Delta a_{\tan g}^4 + b_{\max} \Delta a_{\tan g}^3 + c_{\max} \Delta a_{\tan g}^2 + d_{\max} \Delta a_{\tan g} + e_{\max} \quad (89)$$

A reta tangente à curva polinomial do 4º grau para a carga máxima possui coeficiente angular que é a derivada da função :

$$\Delta P_N'(\Delta a_{\tan g}) = 4a_{\max} \Delta a_{\tan g}^3 + 3b_{\max} \Delta a_{\tan g}^2 + 2c_{\max} \Delta a_{\tan g} + d_{\max} \quad (90)$$

Igualando a equação da reta tangente (87) à curva para carga máxima (89) ambas passando pelo ponto $\Delta a_{\tan g}$ e substituindo a variável z (86) têm-se:

$$m \Delta a_{\tan g} + \Delta P_{N_f} - m \Delta a_f = a_{\max} \Delta a_{\tan g}^4 + b_{\max} \Delta a_{\tan g}^3 + c_{\max} \Delta a_{\tan g}^2 + d_{\max} \Delta a_{\tan g} + e_{\max} \quad (91)$$

Substituindo o valor de m que é igual a $\Delta P_{N \tan g}'$ (90) na equação acima (91) têm-se:

$$\begin{aligned} \Delta P_N(\Delta a_{\tan g}) &= 3 \times a_{\max} \times \Delta a_{\tan g}^4 + (2 \times b_{\max} - 4 \times a_{\max} \times \Delta a_f) \times \Delta a_{\tan g}^3 + (c_{\max} - 3 \times b_{\max} \times \Delta a_f) \times \Delta a_{\tan g}^2 \\ &- (2 \times c_{\max} \times \Delta a_f) \times \Delta a_{\tan g} + (\Delta P_{N_f} - e_{\max} - d_{\max} \times \Delta a_f) = 0 \end{aligned} \quad (92)$$

Tendo o formato final da equação $\Delta P_N(\Delta a)$ acima, resolveremos para Δa_{tang} utilizando o método de Newton – Raphson, com isto acharemos o ponto de tangência entre as duas curvas.

O coeficiente angular é então definido:

$$\Delta P_N'(\Delta a_{tang}) = m = 4 \times a_{max} \times \Delta a_{tang}^3 + 3 \times b_{max} \times \Delta a_{tang}^2 + 2 \times c_{max} \times \Delta a_{tang} + d_{max} \quad (93)$$

obtendo assim o coeficiente angular da reta m . Conhecendo o coeficiente angular m , a reta tangente estará definida, já que é conhecido o ponto final do experimento por onde esta passa.

Fazendo uma análise, a equação abaixo representa todas as curvas de variação de carga normalizada ajustadas por um polinômio de 4º grau,

$$\Delta P_N(\Delta a) = a_j \Delta a^4 + b_j \Delta a^3 + c_j \Delta a^2 + d_j \Delta a + e_j \quad (94)$$

onde a_j , b_j , c_j , d_j e e_j são os coeficientes de ajuste para cada carga usada, para j variando de 1 até n cargas.

Igualamos esta à equação reduzida da reta $\Delta P_N = m\Delta a + z$ obtendo:

$$m\Delta a + z = a_j \Delta a^4 + b_j \Delta a^3 + c_j \Delta a^2 + d_j \Delta a + e_j \quad (95)$$

Sabendo que a reta passa pelo ponto final do experimento A $(\Delta a_f, \Delta P_{Nf})$, e isolando o coeficiente linear da reta, z volta-se à eq. (86):

Substituindo o termo em z na eq.(95) e agrupando os termos resolve-se para Δa_j obtendo a propagação de trinca para cada carga:

$$\Delta P_N(\Delta a) = a_j \Delta a_j^4 + b_j \Delta a_j^3 + c_j \Delta a_j^2 + (d_j - m)\Delta a_j + (e_j - P_f + m\Delta a_f) \quad (96)$$

7.2 Procedimento Computacional de Normalização Linear

1º Passo

O primeiro passo do procedimento é determinar valores de ΔP_N versus Δa , seguindo a seqüência de equações abaixo:

- Definir variável j que conta o número de cargas entre as cargas máxima e final:

$$j=1 \rightarrow \text{número de cargas} \quad (97)$$

- Definir variável *iteração*, o qual é o número de iterações para cada carga P e também *incremento*, que é o incremento de propagação de trinca.

$$\text{iteração} = \text{round} \left(\frac{a_f - a_1}{\text{incremento}} \right) \quad (98)$$

- A variável i conta o número de iterações.

$$i=1 \rightarrow \text{iteração} \quad (99)$$

- Comprimento incremental de trinca

$$a_{i+1} = a_i + \text{incremento} \quad (100)$$

- Variação incremental do comprimento de trinca

$$\Delta a_{i+1} = a_{i+1} - a_1 \quad (101)$$

- Função geometria calculado para o comprimento inicial de trinca

$$G_1 = B \times W \times \left(\frac{W - a_1}{W} \right)^{2.13} \quad (102)$$

- Função Geometria incremental

$$G_{i+1} = B \times W \times \left(\frac{W - a_{i+1}}{W} \right)^{2.13} \quad (103)$$

- Variação de carga normalizada para cada carga P

$$\Delta P_{N_{i+1}} = \left(\frac{P_j}{G_{i+1}} \right) - \left(\frac{P_j}{G_1} \right) \quad (104)$$

2º Passo

Após coletar pontos ΔP_N versus Δa , a Técnica dos Mínimos Quadrados os ajusta por equações polinomiais do 4º grau, como pode ser visto na Fig.31.

Os Mínimos Quadrados fornece uma matriz 5x6 que representa um sistema linear na forma $A_j \times X_j = b_j$. O vetor solução X_j , que contém coeficientes da equação polinomial do 4º grau para cada carga P é calculado através da matriz M_j abaixo, Eq.105, usando o Método de Eliminação de Gauss.

$$M_j = \begin{pmatrix} \text{iteração} & \sum x_i & \sum x_i^2 & \sum x_i^3 & \sum x_i^4 & \sum y_i \\ \sum x_i & \sum x_i^2 & \sum x_i^3 & \sum x_i^4 & \sum x_i^5 & \sum x_i \times y_i \\ \sum x_i^2 & \sum x_i^3 & \sum x_i^4 & \sum x_i^5 & \sum x_i^6 & \sum x_i^2 \times y_i \\ \sum x_i^3 & \sum x_i^4 & \sum x_i^5 & \sum x_i^6 & \sum x_i^7 & \sum x_i^3 \times y_i \\ \sum x_i^4 & \sum x_i^5 & \sum x_i^6 & \sum x_i^7 & \sum x_i^8 & \sum x_i^4 \times y_i \end{pmatrix} \quad (105)$$

Onde x_i caracteriza os valores de Δa_i e y_i são iguais aos valores de ΔP_{Ni} . Quando a matriz é resolvida, os coeficientes do polinômio do 4º grau, (a,b,c,d,e) são encontrados.

Normalização de Schwalbe

Figura 31 – Dados ΔP_N versus Δa ajustados por polinômios do 4º grau.

3º Passo

Determinar o ponto de tangência entre a curva de variação de carga normalizada (correspondendo à carga máxima) e a linha reta. A Eq.(106) do 4º grau será solucionada pelo *Método de Newton Raphson*, cuja raiz encontrada, mostra a tangência entre a equação do 4º grau ajustada para a carga máxima (P_{max}) e a linha reta que passa pelo ponto final do procedimento (Δa_f , ΔP_{Nf}), como pode ser visto na Fig.32.

$$\begin{aligned} \Delta P_N(\Delta a) = & 3 \times a_{max} \times \Delta a_{tag}^4 + (2 \times b_{max} - 4 \times a_{max} \times \Delta a_f) \times \Delta a_{tag}^3 + (c_{max} - 3 \times b_{max} \times \Delta a_f) \times \Delta a_{tag}^2 \\ & - (2 \times c_{max} \times \Delta a_f) \times \Delta a_{tag} + (\Delta P_{Nf} - e_{max} - d_{max} \times \Delta a_f) = 0 \end{aligned} \quad (106)$$

a_{max} , b_{max} , c_{max} , d_{max} e e_{max} → Coeficientes do polinômio do 4º grau para a curva de variação de carga normalizada (carga máxima).

$(\Delta P_{Nf}, \Delta a_f)$ → Ponto final do experimento na curva de variação de carga normalizada correspondendo à carga final P_f .

Após achar o ponto tangente Δa_{tag} , a inclinação da reta tangente m , pode ser determinada na equação abaixo:

$$m = 4 \times a_{max} \times \Delta a_{tag}^3 + 3 \times b_{max} \times \Delta a_{tag}^2 + 2 \times c_{max} \times \Delta a_{tag} + d_{max} \quad (107)$$

Normalização de Schwalbe

Figura 32 - A reta passa pelo ponto final do experimento, e é tangente a curva de variação de carga normalizada para a carga máxima.

4º Passo

O passo final é um cálculo iterativo usando o método da Falsa Posição para determinar as intersecções da linha reta com as curvas de variação de carga normalizada, para cada carga constante entre a carga máxima e a carga final. Neste caso, os coeficientes dos polinômios calculados pela Técnica dos Mínimos Quadrados mudarão para cada carga:

$$a_j \times \Delta a_j^4 + b_j \times \Delta a_j^3 + c_j \times \Delta a_j^2 + (d_j - m) \times \Delta a_j + (e_j - \Delta P_{Nf} + m \times \Delta a_f) = 0 \quad (108)$$

$a_j, b_j, c_j, d_j, e_j \rightarrow$ Coeficientes da equação polinomial do 4º grau geradas pela técnica dos Mínimos Quadrados para cada carga depois da carga máxima.

$(\Delta P_{Nr}, \Delta a_r) \rightarrow$ Ponto final do experimento na curva de variação de carga normalizada correspondendo à carga final P_f .

$\Delta a_j \rightarrow$ Variação no comprimento de trinca calculado para cada carga P depois da carga máxima, P_{max} .

Este método trabalha com um limite superior e um inferior. O método começa com uma propagação $\Delta a_{tang} = \Delta a_1$, como um limite inferior, caracterizando assim a variação do comprimento na carga máxima P_{max} , então um limite superior é definido adicionando valores da ordem de 10^{-3} [mm] ou até menores dependendo do número de cargas (quanto maior o número de cargas poderá ser menor o valor), a este limite inferior.

Será encontrada uma raiz entre estes dois limites, então estará definida uma segunda raiz Δa_2 , para uma carga P_2 depois de P_{max} , tal que este continuará sucessivamente até que a carga final P_f seja atingida. Todo o processo numérico pode ser esquematizado graficamente na Fig.33 abaixo:

Figura 33 – Determinação gráfica de valores de Δa usando Normalização Linear.

7.3 Simulação comparativa utilizando o software MATLAB para validação do software desenvolvido

Após a programação realizada com o software **DELPHI 3.0** segue no **Apêndice A** a obtenção de raízes pós – carga máxima com o software **MATLAB 4.0** realizando uma simulação paralela, validando assim o programa desenvolvido

A seguir na Fig. 34 é mostrada a curva de carga [kN] x deslocamento [mm] total, obtida através da técnica de variação de flexibilidade elástica, para o corpo-de-prova JRT36, cujos ciclos de descarregamento são retirados para o posterior processamento pela normalização linear.

São tomadas cargas aleatórias pós-carga máxima (**Apêndice A**), a fim de se analisar as intersecções das respectivas curvas de variação de carga normalizada com a reta, ou seja, valores de propagação de trinca para as cargas a seguir: carga máxima 3°, 7°, 11° e carga final.

Figura 34 - Gráfico Carga [kN] x Deslocamento [mm] obtido em um ensaio de Corpo-de-prova C[S], pela técnica de VFE.

7.4 Descrição dos softwares de Normalização e Cálculo de J para região pós-carga máxima

7.4.1 Breve descrição do software de Normalização desenvolvido

Fazendo uma descrição das principais partes deste software observando o **Apêndice D**, iniciamos com o **Bloco 1**, onde dados como largura, *width* (W), comprimento inicial de trinca, *initcrack* (a_0), comprimento final de trinca, *fincrack* (a_f), espessura, *thickness* (B), incremento de propagação, *increment*, o número de cargas a ser lido, *numload*, são requeridos como dados de entrada ao usuário.

Vemos também a variável *iteration*, que é dada pela seguinte equação:

$$iteration \leftarrow round\left(\frac{a_f - a_0}{increment}\right) \quad (109)$$

onde o comprimento final de trinca menos o comprimento inicial dividido pelo incremento fornece o número de iterações que serão realizados neste processo, nota-se porém, o uso do comando *round*, que é usado caso a divisão do comprimento total de trinca dividido pelo incremento não forneça um número inteiro, sendo assim haverá um arredondamento desta divisão a fim de fornecer um número inteiro.

No **Bloco 1** tem-se ainda a produção de dados variação de carga normalizada x propagação de trinca, observando as equações na listagem e fazendo uma análise dessas equações, tem-se o comprimento de trinca incremental $a(i+1)$ baseado na variável incremento que é fornecida pelo usuário.

Logo abaixo temos a variável $\Delta a(i+1)$ que realiza o cálculo da propagação de trinca, em seguida tem-se a função de geometria $G(i+1)$ que é calculada utilizando-se o valor incremental de comprimento de trinca. Por fim, valores de variação carga normalizada $\Delta P_N(i+1)$ são calculados mantendo-se fixa a carga e dividindo-se esta pela função $G(i+1)$, subtrai-se este valor de outro termo que é carga dividida pela função $G(1)$.

Tem-se então dados de variação de carga normalizada versus propagação de trinca para cada carga fixa, sendo que estas curvas foram ajustadas por polinômios do quarto grau com coeficiente de correlação R^2 , aproximadamente um.

Esses dados de variação de carga normalizada versus propagação de trinca foram armazenados em um arquivo Microsoft Excel e após traçadas as curvas e ajustadas por um polinômio do 4º grau, notou-se que os coeficientes a, b, c, d, e da equação $P(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ se igualaram aos gerados pelo software Delphi 3.

Para se ajustar os dados à um polinômio de 4º grau, foi utilizado o Método dos Mínimos Quadrados, obtendo um sistema linear $A.X = b$. Desse sistema é montada uma matriz que é formada pela matriz A dos coeficientes, sendo a última coluna formada pelos termos independentes b . Neste sistema o vetor X equivale a solução que são os coeficientes a, b, c, d, e do polinômio $P(x)$, sendo que a matriz 5×6 montada será resolvida

pelo método de Eliminação de Gauss para a obtenção dos coeficientes do polinômio.

Após a obtenção de todas as curvas de variação de carga normalizada versus propagação de trinca ajustadas por um polinômio de 4º grau, interessa-nos a curva de carga final e carga máxima. Pela metodologia de Reese; Schwalbe (1993), toma-se a curva de carga final em seu último valor de propagação de trinca, obtendo-se assim o último ponto do experimento.

Por este ponto irá passar uma reta que irá tangenciar a curva de carga máxima, sendo o ponto tangente, o valor de propagação na carga máxima. Para se obter a reta tangente foi utilizado o método de Newton-Raphson. Obtendo o formato final da equação que define a situação geométrica, resolve-se utilizando o método de Newton – Raphson, achando o ponto de tangência entre as duas curvas.

Descrevendo brevemente o **Bloco 3**, onde o Método de Newton-Raphson é aplicado, tem-se inicialmente a variável $\Delta a_{tang}(1)$ assumindo um valor aleatório de 0.5, sendo este valor uma estimativa inicial para se iniciar o processo iterativo.

Este valor é substituído nas variável $fx(u)$ o qual processa o valor da função para o valor de 0.5. Sendo a derivada desta função necessária para se aplicar o método, este será armazenado na variável $dfx(u)$, onde esta é a derivada da função. O contador u é incrementado do valor 1, no comando $u \leftarrow u+1$, a fim de se obter a próxima estimativa da raiz cujo valor será dado pela fórmula de Newton abaixo:

$$\Delta a_{tang}(u) \leftarrow \Delta a_{tang}(u-1) - \left(\frac{fx(u-1)}{dfx(u-1)} \right) \quad (110)$$

onde $\Delta a_{tang}(u)$ e $\Delta a_{tang}(u-1)$ são as estimativas posterior e anterior, $fx(u-1)$ e $dfx(u-1)$ são os valores da função e de sua respectiva derivada na estimativa anterior.

Este processo iterativo será encerrado com o cálculo do erro que deverá ser menor que 1% entre uma estimativa e outra posterior, sendo o erro dado pela equação abaixo:

$$error \leftarrow \left| \frac{\Delta a_{\tan g}(u) - \Delta a_{\tan g}(u-1)}{\Delta a_{\tan g}(u)} \right| \quad (111)$$

onde a função módulo é utilizada de modo a obter o módulo do valor do erro, tal que na condição de parada, este deverá ser menor que 1%:

$$until(error \times 100 < 1) \quad (112)$$

Após obter numericamente no software, a variável *rootang* assume seu valor, posteriormente essa será substituída na equação do software que pode ser representada abaixo:

$$m \leftarrow 4 \times a \times roo \tan g^3 + 3 \times b \times roo \tan g^2 + 2 \times c \times roo \tan g + d \quad (113)$$

obtendo assim o coeficiente angular da reta *m*. Conhecendo o coeficiente angular *m*, a reta tangente estará definida, já que é conhecido o ponto final do experimento por onde esta passa.

No final deste **Bloco 4** as variáveis *da(1)* e *prop* irão assumir o valor de raiz, ou seja, essas conterão o valor de propagação de trinca na carga máxima, ou geometricamente, este é valor na coordenada em *x*, do ponto em que a reta é tangente a curva de variação de carga normalizada correspondente à carga máxima.

Fazendo uma análise mais detalhada do **Bloco 4**, o Método da Falsa Posição é utilizado para obtenção das respectivas propagações de trinca para diferentes níveis de carga, isto é feito através das intersecções entre as Curvas de Variação de Carga Normalizada e uma reta que passa pelo ponto final e é tangente à carga máxima.

Este método numérico aplicado trabalha por intervalos, tendo como base a equação geral de intersecção entre as duas curvas citadas anteriormente tem-se a equação abaixo:

$$a_j.x^4 + b_j.x^3 + c_j.x^2 + (d_j - m).x + (e_j - \Delta P_{Nf} + m.\Delta a_f) \quad (114)$$

o índice j utilizado indica a variação de 1 à n cargas, gerando n curvas de Variação de Carga Normalizada.

Resolveremos numericamente esta equação para x utilizando o Método da Falsa Posição, um método que localiza as raízes dividindo a busca em intervalos fixos definidos.

Adota-se nesta rotina a variável *range*, cujo valor é fixo e apresenta um valor de 10^{-3} , sendo este o tamanho do intervalo definido entre os valores x_j e x_{j+1} . De maneira a se definir um intervalo é necessário fixar 2 valores, sendo um anterior definido pela variável x_l e um posterior definido pela variável x_u .

Analisando as variáveis x_l e x_u :

$$x_l \leftarrow prop + 10^{-4} \quad (115)$$

Acima a variável *prop* equivale ao valor do ponto de tangência na carga máxima, ou seja, o valor de propagação de trinca na carga máxima. Porém soma-se o valor de 10^{-4} a fim de evitar em alguma hipótese que o valor inicial do intervalo seja nulo, pois em uma passagem posterior que será vista mais adiante, este causaria erro ao entrar em algumas funções $LN(x)$ presentes em algumas fórmulas.

Estes cuidados são tomados mais para que o software funcione corretamente do que uma exigência teórica, pois será impossível isto acontecer, devido ao fato de existir fisicamente um valor de propagação na carga máxima.

$$x_u \leftarrow prop + range \quad (116)$$

A variável xu assume o valor da variável $prop$ mais o tamanho do intervalo que está definido na variável $range$. Ao escolher o tamanho da variável variando foi necessário escolher um valor de tal modo que ao se definir o limite inferior e o superior, o tamanho do intervalo não englobe duas raízes subseqüentes, ou seja, para cada grupo de coeficientes a, b, c, d, e que serão inseridos na equação de intersecção, acha-se apenas uma solução para tal equação.

O tamanho da variável $range$ que melhor trabalha para o fato de delimitar apenas uma raiz em um intervalo foi encontrado para um valor de 10^{-3} , mas valores menores que este são também permitidos sendo apenas um fator que contribui para a maior demora de processamento do programa, já que este efetuará a busca de raízes em intervalos menores.

Após definir as variáveis xl e xu , estas são substituídas na função que define a intersecção das duas curvas, criando assim valores de função para xl , cujo nome é $fxlow$ e para xu cujo valor de função será definido como $fxup$.

Tendo calculado os valores destas funções para a respectiva carga, (sendo esta caracterizadas pelos coeficientes $coef1(j)$, $coef2(j)$, $coef3(j)$, $coef4(j)$ e $coef5(j)$, o qual são coeficientes da equação de 4º grau), multiplica-se estas funções, verificando a condição ($fxlow \times fxup < 0$) para caracterizar a presença de uma raiz no intervalo entre xl e xu .

A primeira estimativa da raiz desta equação será dada pela seguinte equação que está presente no **Bloco 4**:

$$sol(u) \leftarrow xu - \left(\frac{fxup.(xl - xu)}{fxlow - fxup} \right) \quad (117)$$

sendo essa estimativa definida pelo Método da Falsa Posição, substitui-se esse valor na função intersecção obtendo o valor para a função cuja variável é $fxsol$. Faz-se agora a multiplicação entre $fxsol$ e $fxlow$ obtendo a variável $mult$.

A partir do cálculo desta variável teremos três condições definidas pelo Método da Falsa Posição, onde a variável $mult$ assume um valor igual a zero, menor que zero e maior que zero.

Para uma condição onde $mult = 0$, encontra-se a primeira raiz $da(j)$ onde j é o índice que representa o contador de cargas durante o processo, sendo assim $da(j)$ assume o valor de $sol(u)$. Se $mult < 0$ haverá uma troca de valores onde xu assume o valor de $sol(u)$ e o valor da função $fxup$ assume o valor $fxsol$. Se $mult > 0$ o valor de xl assume o valor de $sol(u)$ e o valor de $fxlow$ assume o valor de $fxsol$. Após isso uma nova estimativa da raiz é realizada como na primeira estimativa anteriormente calculada.

Como é visto no Bloco 15, após a primeira estimativa realizada, existe uma estrutura de repetição (*repeat – until*) englobando as três condições anteriormente citadas para a variável $mult$, sendo que a condição de saída desta estrutura de repetição está condicionada a um erro menor que 1 %, fazendo a última raiz $sol(u)$ menos a solução anterior $sol(u-1)$, dividindo esta diferença pela última raiz $sol(u)$ e multiplicando por 100, define-se o erro absoluto em módulo através do módulo como é visto na equação abaixo:

$$until \left[\left| \left(\frac{sol(u) - sol(u-1)}{sol(u)} \right) \times 100 < 1 \right| \right] \quad (118)$$

Se a condição acima definida pelo comando *until* é satisfeita, a última raiz calculada será armazenada na variável $sol(u)$, sendo assim a variável $da(j)$ e variável $prop$ assumiram o valor de $sol(u)$.

A variável $prop$ armazena o valor da raiz para ser usada novamente no início do bloco, sendo assim o novo intervalo tomará como referência a raiz anterior fazendo com que a próxima equação a ser achada encontre uma raiz com valor maior que a anteriormente achada, sendo assim, dentre as quatro raízes da equação polinomial do quarto grau somente será aceita aquela cujo valor é maior que a raiz encontrada para a equação polinomial anterior e isto é visto na condição abaixo que fecha a estrutura de repetição que se inicia antes da variável xl

$$until [da(countload > 0) \cdot and \cdot [da(countload) > da(countoad - 1)]] \quad (119)$$

Na condição acima tem-se que a propagação de trinca para uma respectiva carga j encontrada deve ser maior que zero ($da(j) > 0$) e a última propagação de trinca encontrada deve ser maior que propagação de trinca encontrada para a carga anterior ($da(j) > da(j-1)$).

Após os dados de propagação de trinca terem sido processados no programa de Normalização Linear da Técnica de Schwalbe, estes serão utilizados em um segundo software, o qual é uma programação da Norma ASTM E1820, tem-se como objetivo o levantamento de J para corpos-de-prova C[S] utilizando-se pontos determinados de propagação de trinca (gerados no programa anterior), que é o objetivo principal deste projeto.

7.4.2 Breve descrição do software para cálculo de J desenvolvido

Realizando uma análise das principais partes deste programa para cálculo de J observando o **Apêndice D**, inicia-se com o **Bloco 1**, onde o cálculo de área é fundamental neste processo.

Existe um problema operacional, o qual é proveniente da Técnica de Normalização de Schwalbe no que diz respeito ao cálculo da área plástica sob a curva carga versus deslocamento na linha de carga.

O principal problema reside no fato que o software de normalização fornece apenas valores de propagação de trinca após a carga máxima e não os fornece antes da carga máxima, o qual dificulta o processo, pois tais valores de propagação de trinca seriam usados para caracterizar o comprimento de trinca a_i .

O comprimento de trinca a_i é utilizado no cálculo da parcela elástica de J (J_{el}) e também é utilizado no cálculo da parcela plástica (J_{pl}).

Para o cálculo de área sob a curva carga deslocamento plástico, é necessário integrar a curva com relação ao deslocamentos plástico, mas como não existem valores de propagação de trinca do primeiro par (P_i, v_i) até a carga máxima, faz-se uma aproximação para calcular a área plástica até linha de descarregamento na carga máxima.

Para isso tem-se a integração até a carga máxima com relação ao deslocamento total, o que está implícito nas variáveis *Ael* e *totalarea* do **Bloco 1** representado na Fig.35 pela área quadriculada em preto, após isso no **Bloco 2** subtrai-se essa da área do triângulo, cuja base é a função flexibilidade elástica na carga máxima multiplicado pela carga máxima, sendo este valor multiplicado pela altura que é o valor da carga máxima dividido por 2, como se pode ver pela seguinte linha de comando e pela área em vermelho na Fig 35:

$$areaplast(2) \leftarrow totalarea - \left(\frac{loadplast^2(2).cc(2)}{2} \right) \quad (120)$$

Figura 35 - Demonstração do cálculo de área sob a curva carga x deslocamento

Após a carga máxima, já com os valores de comprimentos de trinca é possível realizar o cálculo da função flexibilidade elástica na variável co_i e a flexibilidade elástica corrigida para rotação na variável cc_i , com isso calcula-se o deslocamento plástico na variável vp_{li} descrito pela linha de comando abaixo:

$$vpl(j+1) \leftarrow displast(j+1) \times (loadplast(j+1) \times cc(j+1)) \quad (121)$$

onde *displast* é o deslocamento total correspondente as cargas após a carga máxima e *loadplast* são as cargas após a carga máxima.

Com o cálculo do deslocamento plástico é possível realizar o cálculo de área que é integrada com relação ao deslocamento plástico, sendo que esta área está definida na variável *areaplast*, calculada através do *Método do Trapézio (Bloco 2)* como na equação abaixo e representado pela Fig. 35 acima pela área quadriculada em azul escuro :

$$areaplast(j+1) \leftarrow areaplast(j) - \frac{1}{2} \times (loadplast(j+1) + loadplast(j)) \times (vpl(j+1) - vpl(j)) \quad (122)$$

Com o cálculo desta área plástica, em seguida é feito o cálculo da componente plástica de J (**Bloco 3**) que é definido pela equação abaixo:

$$jpl(j+1) \leftarrow \left(jpl(j) + \frac{\eta(j)}{lig(j)} \right) \times \left(\frac{areaplast(j+1) - areaplast(j)}{B_N} \right) \times \left(1 - \gamma(j) \times \left(\frac{a(j+1) - a(j)}{lig(j)} \right) \right) \quad (123)$$

onde *lig* é o ligamento do corpo-de-prova, e η e γ são os fatores de correção correspondentes definidos no **Bloco 3** deste software, tendo as equações abaixo:

$$\eta(j+1) \leftarrow 2 + 0,522 \times \left(\frac{W - a(j+1)}{W} \right) \quad (124)$$

$$\gamma(j+1) \leftarrow 2 + 0,76 \times \left(\frac{W - a(j+1)}{W} \right) \quad (125)$$

$$lig(j+1) \leftarrow W - a(j+1) \quad (126)$$

A componente elástica de J é definida primeiramente pelo cálculo do fator de tenacidade à fratura e em seguida este será usado para o cálculo da componente elástica de J como se segue nas equações abaixo:

$$k(j+1) \leftarrow \left(\frac{loadplast(j+1)}{B_N \times \sqrt{W}} \right) \times func(j+1) \quad (127)$$

Realiza-se o cálculo da parcela elástica de J, utilizando o fator de tenacidade à fratura calculado acima, utilizando coeficiente de Poisson ν igual a 0,303 e Módulo de Young E igual a 200 Gpa.

$$jel(j+1) \leftarrow \left(\frac{k^2(j+1) \times (1 - 0,303^2)}{200.10^9} \right) \quad (128)$$

Calcula-se a componente total de J somando as parcelas elástica e plástica no *Bloco 3* definida pela equação abaixo:

$$jtotal(j+1) \leftarrow jel(j+1) + jpl(j+1) \quad (129)$$

Após o cálculo de J, associa-se este a cada valor de propagação de trinca correspondente, o qual foi obtido de modelamento numérico de Schwalbe, obtendo assim a curva J-R correspondente.

7.5 Obtenção de pontos de propagação de trinca antes da carga máxima (Situação proposta)

Foram realizados dois procedimentos independentes, sendo um deles proposto neste trabalho, com o objetivo de derivar propagações de trincas anteriormente à propagação de carga máxima (Figs 36, 37, 38 e o algoritmo do **Apêndice D**), e um após este ponto (procedimento desenvolvido por Reese, Schwalbe (1993)).

Após avaliar o procedimento de Schwalbe, observa-se que o processo iterativo se dá a partir da direita para a esquerda, começando no ponto de tangência, enquanto que o proposto neste trabalho, segue o caminho da esquerda para a direita, também começando na carga máxima.

Observou-se que as cargas digitalizadas antes e depois da carga máxima não batem exatamente, ou seja, embora cargas próximas de, digamos 5kN existam antes e depois da carga máxima, uma será de por exemplo 5,887 antes de $P_{máx}$ e a outra de 5,876 após $P_{máx}$, o que exigirá o traçado de ambas num diagrama de ΔP_N vs Δa .

Deste modo, fazendo procedimentos separados, obteríamos a tabela III suposta abaixo, a qual permitirá a derivação da curva J-R completa do corpo-de-prova.

Tabela III - Dados supostos de carga, deslocamento para gerar pontos de propagação de trinca antes da carga máxima.

Carga (P)	Deslocamento (δ)	Propagação de trinca (mm)
2	1	0.5
3	2	1.5
4	3	2.3
5	4	2.5 – ($P_{máx}$)
4.5	5	2.7
3.5	6	2.9
2.5	7	3

Quanto à carga mínima a ser tomada antes de $P_{máx}$, esta pode ser da ordem de P_{final} , visto estar trabalhando rotineiramente com quedas de carga finais da ordem de 50% de carga máxima, uma estimativa de carga de “iniciação”, também da ordem de 50% de $P_{máx}$ é uma boa estimativa, sendo assim adota-se 50% de $P_{máx}$ como saída padronizada de linearidade nos diagramas carga x deslocamento.

Se pode teoricamente supor a iniciação em cargas tão baixas quanto se desejar, pois as intersecções seriam sempre possíveis de serem obtidas. Se houvesse um erro neste procedimento ele seria tão pequeno, devido às

pequenas propagações de trinca decorrentes, que dificilmente influenciariam a curva J-R como um todo.

Figura 36 - Situação geométrica de normalização para cargas (máxima, intermediária e mínima), $P_{\max}$, P_0 e $P_{\min}$, para o corpo-de-prova JRT 41

Figura 37 - Zoom 1, Mostrando linearidade antes da carga máxima $P_{\max}$, reta tangente passa por pontos antes de $P_{\max}$, corpo-de-prova JRT 41.

Figura 38 - Sentido de leitura de cargas e ponto de iniciação antes de $P_{máx}$ para o corpo-de-prova JRT 41.

Descrevendo o processo para obtenção de raízes antes da carga máxima, a única parte do software nº1 (**Apêndice C e D**) a ser modificada, consiste alterar o último módulo que utiliza o método da falsa posição a fim de encontrar raízes em ordem decrescente da carga máxima até um nível de 50 % de $P_{máx}$.

A estrutura se mantém basicamente a mesma do software anterior, mas os contadores são iniciados em ordem decrescente. Portanto o único ponto em comum entre as raízes anteriores e posteriores à carga máxima, será a raiz na carga máxima

Após a programação realizada com o software **DELPHI 3.0** segue no **Apêndice B** a obtenção de raízes para antes da carga máxima com o software **MATLAB 4.0** realizando uma simulação paralela, validando assim o programa desenvolvido.

8.0 - Resultados e Discussão

Neste trabalho, curvas J-R foram obtidas da técnica de variação de flexibilidade elástica e comparadas com a normalização linear de Reese e Schwalbe (1993). Variáveis tais como comprimento incremental de trinca (da) ou propagação de trinca ($d\Delta a$), número de pontos de dados carga versus deslocamento na linha de carga ($P-\delta$) e o fator η_{pl} foram investigados de modo a verificar como estas influenciam o método de normalização linear.

8.1 Análise para o método de carga Pós - Carga Máxima

8.1.1 Comprimento de trinca incremental

Nesta análise, um certo número de pontos $P-\delta$ foram tomados igualmente espaçados com respeito a δ , na porção pós-carga máxima ($P_{m\acute{a}x}$) do diagrama carga versus deslocamento, este número foi mantido fixo, enquanto valores respectivamente da ordem de 0.1, 0.01 e 0.001 [mm] foram variados.

Diferenças percentuais entre as três aproximações foram então calculadas, e como as figuras abaixo mostram, incrementos de trinca menor que 0.01 mm não promovem variações significativas nos valores de J, não importando quanto são os valores de J calculados, como pode ser visto na Fig.39:

(a)

(b)

(c)

(d)

Figura 39 – Efeito do incremento de propagação de trinca (a e c) e diferenças percentuais (b e d) entre valores de J para um mesmo corpo-de-prova JRT36.

8.1.2 Número de dados carga versus deslocamento

Para um incremento de propagação de trinca fixo de 0.01 [mm], curvas J-R foram geradas escolhendo de uma maneira aleatória vários números de pontos de dados P- δ ao longo da curva de carregamento do corpo-de-prova, depois que sua capacidade de carga máxima $P_{\max}$ foi atingida.

A Fig. 40 mostra que, como uma regra geral, quanto maior o número de pontos de J, isto é, pontos P- δ ao longo da curva de carregamento; maior é o valor de J para uma análise de Δa constante. Isto pode ser explicado em termos do fator de correção de crescimento de trinca presente no conceito de deformação J :

$$J_{i+1} = \left(J_i + \left(\frac{\eta}{b} \right)_i A_{i,i+1} \right) \left(1 - \left(\frac{\gamma}{b} \right)_i (a_{i+1} - a_i) \right)$$

Portanto quanto maior é o número de pontos de dados P- δ escolhidos, menor é o fator médio de correção de crescimento de trinca (redução) e conseqüentemente, menor é o seu efeito acumulativo em diminuir a curva J-R, como é visto na Fig. 40.

Entretanto nota-se que o efeito é de pequena importância, tão logo se considere a ampla variação dos pontos P- δ amostrados. O leve caráter conservativo das curvas J-R geradas pela normalização linear, utilizando poucos pontos de dados carga versus deslocamento deve ser bem enfatizado, desde que sistemas de aquisição digital, eventualmente podem não estar disponíveis, facilitando assim a obtenção destas curvas.

Figura 40 – Número de pontos ($P-\delta$), influenciando nas curvas J-R geradas por Normalização Linear, para os corpos-de-prova denominados JRT 7 e JRT 36.

8.1.3 Normalização Linear versus Variação de Flexibilidade Elástica

A Fig. 41 abaixo mostra curvas J-R de oito corpos-de-prova considerando um incremento de propagação de trinca de 0.01 [mm] para um mínimo e um máximo número de pontos de J definidos.

Resultados da Técnica de Variação de Flexibilidade Elástica são fornecidos, permitindo uma comparação bem próxima entre estas técnicas, que utilizam apenas um corpo-de-prova para determinação de curvas J-R.

Também é muito visível o efeito dos tratamentos térmicos especiais em reduzir a tenacidade à fratura do aço baixa liga A508-CL3A. Isto confirma o sucesso desta tentativa em simular uma típica fragilização por nêutrons, tal como acontece com aços de grau nuclear em ambientes irradiados.

De um ponto de vista mais geral, pode ser visto que as curvas J-R geradas por Normalização Linear coincidem bem com aquelas de variação de Flexibilidade Elástica.

Uma análise mais acurada, permite perceber que há uma tendência da Normalização Linear em produzir resultados mais conservadores quando comparados com a Técnica de Variação de Flexibilidade Elástica.

Este conservadorismo pode ser explicado em termos da tendência da técnica de Variação de Flexibilidade Elástica em subestimar o comprimento de trinca devido a efeitos de plasticidade. Uma contribuição adicional viria da correção de J para propagações de trinca como antes citado.

Esta técnica de normalização linear assume uma considerável propagação dúctil de trinca na capacidade de carga máxima do corpo-de-prova, o qual define o primeiro ponto da curva J-R para esta metodologia, a correção de J afeta fortemente este ponto inicial de J, o qual se sente através de toda curva J-R, pelo fato do processo de cálculo ser iterativo.

Por sua vez, na Técnica de Variação de Flexibilidade Elástica existe o começo do crescimento de trinca em algum ponto antes que a carga máxima seja atingida, permitindo portanto que a correção de J seja feita de modo contínuo ao longo da curva J-R até a carga máxima, $P_{\text{máx}}$.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

(f)

(g)

(h)

Figura 41 – Comparação de curvas J-R geradas por Normalização Linear e Variação de Flexibilidade Elástica para os corpos-de-prova JRT7 (a), JRT8 (b), JRT 27 (c), JRT32 (d), JRT 36 (e), JRT 41 (f), JRT57 (g), JRT 86 (h).

8.2 Análise feita para o desenvolvimento da curva J-R total

8.2.1 Comprimento de trinca incremental

Nesta análise, o número de pontos de dados ($P-\delta$), tomados igualmente espaçados com respeito ao deslocamento (δ) no diagrama carga versus deslocamento do corpo-de-prova, foi mantido fixo, e o comprimento incremental de trinca, ou propagação ($da=d\Delta a$), foi tomado nos valores de, respectivamente, 0.1, 0.01 e 0.001 [mm] durante o processo iterativo para obtenção das curvas $\Delta P_N \times \Delta a$.

Foram geradas curvas J- Δa , respectivamente para um mínimo e um máximo número de pontos de dados de J para uma microestrutura de tenacidade intermediária (TF=D, corpo-de-prova JRT 36) do aço A508. Visualmente, nenhuma diferença pode ser notada entre as três aproximações.

Então, diferenças percentuais entre estas aproximações foram calculadas para ambos os casos (mínimo e máximo números de pontos de dados de J), colocado em gráfico na Fig.42, apenas o caso para os mínimos pontos de dados.

Pode ser visto na Fig.42 que incrementos de trinca menores que 0.01 [mm], não causam significativo aumento na precisão da metodologia de normalização, não considerando a quantidade de pontos que compõe a curva J-R.

Observou-se que maiores erros ocorrem após a capacidade de carga máxima do corpo-de-prova, isto certamente devido aos efeitos de aumento de plasticidade e da quantidade de crescimento de trinca que ocorre durante o processo iterativo.

Entretanto, até mesmo para uma aproximação menos acurada (da=0.01 mm), tais erros nunca excedem $\pm 0.06\%$ (Fig. 43), o qual pode ser considerado um critério bem restrito na comparação de valores de J.

É válido notar na Fig.42 que os resultados de variação de flexibilidade elástica concordam muito bem com os de normalização linear, principalmente quando um grande número de pontos de dados são obtidos pela normalização. Notou-se também uma tendência na técnica de normalização em produzir resultados de curvas J-R levemente conservativos, quando existe uma diminuição no número de pontos de dados.

Pode ser notado na tabela IV em uma tendência geral, que a técnica de variação de flexibilidade elástica, superestima o crescimento de trinca na capacidade de carga máxima do corpo-de-prova e também, em uma menor quantidade, no ponto final do experimento.

A tabela IV lista valores de crescimento de trinca previstos pela VFE e NL na carga máxima ($P_{m\acute{a}x}$) do corpo-de-prova. Para meios de comparação, medidas in-loco realizadas sobre as superfícies dos corpos-de-prova fraturados, os quais foram carregados até a carga máxima $P_{m\acute{a}x}$, são também fornecidas.

Também nota-se na tabela IV que exceto para o menor nível de tenacidade ($TF=L$, corpo-de-prova JRT 86), os valores de normalização são muito melhores que os de variação de flexibilidade elástica.

Entretanto, deve ser notado que valores de carga máxima previstos pela técnica de variação de flexibilidade, referem-se aos ciclos de carregamento / descarregamento imediatamente depois da obtenção do ponto de carga máxima do corpo-de-prova.

Nesta região, a taxa $d\Delta a/d\delta$ (isto é, velocidade de trinca, em um teste de taxa de deslocamento constante) aumenta drasticamente e até pequenas diferenças no deslocamento aplicado, podem conduzir a significativas mudanças na propagação de trinca, sendo esta a possível razão pela qual os valores de variação de flexibilidade elástica são superestimados.

Figura 42 – Comprimento incremental de trinca influenciando curvas J-R geradas por normalização linear, fixando um número mínimo de pontos (a), e seus respectivos erros associados (b).

Tabela IV – Valores de propagação de trinca calculados pela VFE e NL, na capacidade de carga máxima do corpo-de-prova, $P_{\max}$

Condição	Corpo de prova	EL (%)	Propagação de trinca em $P_{\max}$		
			Prop.de trinca In-loco (mm) ^ψ	VFE (mm) ^Ω	NL (mm) ^ξ
A (CR)	JRT7	33	0.42	0.50[+19]	0.44[+05]
A (CR)	JRT8	20	0.59	0.73[+24]	0.68[+15]
B (TF)	JRT27	20	0.61	0.88[+44]	0.65[+07]
C (TF)	JRT32	20	0.48	0.50[+04]	0.47[-02]
D (TF)	JRT36	33	0.46	0.58[+26]	0.39[-15]
E (TF)	JRT41	33	0.34	0.48[+41]	0.30[-12]
L (TF)	JRT86	33	0.23	0.22[-04]	0.13[-44]

ψ - Obtidas da metade fraturada dos corpos-de-prova carregados até a carga máxima e imediatamente descarregados.

Ω - Calculados pelo primeiro ciclo de descarregamento/recarregamento depois da obtenção da carga máxima

ξ - Igual ao Δa_{tang} , (propagação correspondente a carga máxima)

8.2.2 Número de Dados Carga Versus Deslocamento

Considerando um incremento no comprimento de trinca de 0.01 mm, adotado daqui por diante como referência para o processo iterativo, sendo este baseado nos resultados de comprimento de trinca incremental já descritos; dados J- Δa foram gerados escolhendo dois números de pontos de dados P- δ bem diferentes, sempre tomados igualmente espaçados ao longo da curva de carregamento do corpo-de-prova.

A Fig.43 mostra resultados para o aço A508 na condição de como-recebido (CR), considerando dois diferentes níveis de entalhamento lateral

do corpo-de-prova (JRT7 com 33% e JRT8 com 20 % de entalhamento lateral respectivamente). O efeito de entalhes mais profundos em reduzir as curvas J-R é perfeitamente visível.

A Fig. 44 mostra resultados para duas condições microestruturais de tenacidades intermediárias (TF=B e C, corpos-de-prova JRT 27 e JRT32, respectivamente). É possível verificar o notável efeito dos tratamentos térmicos em reduzir a tenacidade à fratura deste aço baixa-liga, especialmente se comparado à condição de como-recebido (corpo-de-prova JRT 8).

Como regra geral, a Fig.44 mostra que, quanto menor o número de pontos de J (ou pontos P- δ), menor é o valor de J ou menos aguçada é a curva J-R, para uma análise em um Δa constante. Isto pode ser explicado em termos do fator de correção do crescimento de trinca contido nas formulações de deformação J (J_D), Ernst et al. (1981).

Desta maneira, quanto maior o número de pontos de dados P- δ , menor o efeito de correção médio, isto é, o fator de redução e, conseqüentemente, menor é seu efeito acumulativo em diminuir a curva J-R.

Entretanto, deve ser visto que este efeito é quase desprezível, tão logo se considere a grande diferença entre os números de pontos P- δ comparados. Foi observado que o leve caráter conservativo das curvas J-R com menor número de pontos de dados (carga versus deslocamento), deve ser enfatizado, pois sistemas de aquisição digitais podem não estar disponíveis.

Como pode ser visto na fig.44, os resultados de variação de flexibilidade elástica, concordam muito bem com os de normalização linear ao longo da curva J-R inteira.

Suaves diferenças existentes entre as curvas J-R são devidas as diferenças básicas na natureza das técnicas usadas, pois a técnica de variação de flexibilidade elástica é principalmente uma técnica de crescimento de trinca em tempo real, "on-line", enquanto o método de normalização linear é um procedimento pós-ensaio.

Esta característica impede a técnica de normalização, de levar em conta mudanças locais súbitas na microestrutura ao longo do caminho da

trinca. Isto é evidenciado pela típica suavidade das curvas J-R determinadas pela metodologia de normalização quando comparadas com as de variação de flexibilidade elástica.

Figura 43 – Número de pontos P- δ influenciando curvas J-R geradas por normalização, para um comprimento incremental de trinca de 0,01 mm dos corpos-de-prova JRT7 e JRT8 na condição de como-recebido (CR). Dados de VFE são também fornecidos.

Figura 44 – Número de pontos P- δ influenciando curvas J-R geradas por normalização, para um comprimento incremental de trinca de 0,01 mm dos corpos-de-prova JRT27 e JRT32. Dados de VFE são também fornecidos.

8.2.3 O fator η_{pl} como um indicativo da validade do método de Normalização Linear

Todas as curvas J-R geradas através de ambas as técnicas de variação de flexibilidade elástica e de normalização linear, apresentaram resultados em boa concordância, confirmando sua aplicabilidade na avaliação de um amplo intervalo de dados de resistência à fratura.

Entretanto, como pode ser na fig. 45, a normalização linear falhou em derivar grande parte da curva J-R para as microestruturas apresentando os menores níveis de tenacidade à fratura, para o caso (TF=L, corpo-de-prova JRT 86).

Na verdade, ainda para o segundo menor nível de resistência à fratura de microestruturas avaliadas neste estudo (TF=F; corpo-de-prova JRT 41), foi observado que a técnica de NL não foi capaz de produzir resultados em boa concordância com as medidas de variação de

flexibilidade elástica, quando comparadas àquelas obtidas para microestruturas mais tenazes.

A fig. 46 apresenta dados do corpo-de-prova JRT 41 derivados da técnica de normalização que, igualmente àqueles obtidos do corpo-de-prova JRT86, exibiram um excessivo grau de conservadorismo para consideráveis quantidades de crescimento de trinca.

Como mencionado inicialmente, um fator η_{pl} de 2.13 foi assumido para os corpos-de-prova miniaturizados ensaiados. Coincidentemente ou não, foi encontrado que bons resultados com respeito a técnica de normalização linear foram, sem exceções, obtidos de corpos-de-provas, na qual a melhor correlação linear entre o gradiente de carga normalizada (ΔP_N) e a propagação dúctil de trinca (Δa) é obtida com um fator η_{pl} menor ou aproximadamente igual a 2.13.

De maneira oposta, maus resultados de normalização linear foram invariavelmente associados a um valor de η_{pl} maiores que 2.13 para uma máxima correção linear de dados ΔP_N - Δa .

A tabela V lista resultados para todos corpos-de-provas testados neste estudo e a figura 48 mostra a máxima correlação linear para eles. Notou-se, exceto para o corpo-de-prova JRT36, consideráveis mudanças no posicionamento dos pontos de dados ΔP_N - Δa , quando comparados aqueles da fig 47 para um fator η_{pl} de 2.13.

Notou-se que, quando bons resultados foram obtidos através da NL com um valor de η_{pl} igual a 2,13 e recalculando as curvas J-R usando o valor de η_{pl} para a máxima correlação de ΔP_N - Δa , este não resultou em nenhum efeito apreciável na curva J-R final, apesar das grandes diferenças introduzidas na relação ΔP_N - Δa devido as variações no valor de η_{pl} , como mencionado acima, sendo isto muito bem ilustrado na fig. 46 para o corpo-de-prova JRT32.

De outro modo, como mostrado na fig. 45 para o corpo-de-prova JRT86, recalculando suas curvas J-R aplicando um valor de η_{pl} para uma máxima correlação ΔP_N - Δa , os resultados pioraram em relação ao η_{pl} de

valor 2.13 principalmente com respeito a porção inicial da curva J-R, porém obteve-se uma sensível melhora para altos níveis de propagação de trinca.

Figura 45 – Curva J-R falha devido a menores níveis de tenacidade do corpo-de-prova JRT86

Figura 46 – Curvas J-R geradas por normalização afetadas pelo fator η_{pl} .
Comparação entre os corpos-de-prova JRT32 e JRT 41, dados de VFE são fornecidos para comparação.

Figura 47 – Relação linear entre ΔP_N e Δa , determinado por um monitoramento “on-line” do crescimento de trinca.

Figura 48 – Máxima correlação linear entre ΔP_N e Δa , encontrado alterando propositalmente o valor de η_{pl} .

Tabela V – Valores de η_{PI} para máxima correlação de dados.

Condição	Corpo-de-prova	EL(%)	η_{PI} para a melhor
			correlação de dados $\Delta P_N - \Delta a$
A (CR)	JRT7	33	1.74
A (CR)	JRT8	20	1.74
B (TF)	JRT27	20	1.89
C (TF)	JRT32	20	2.01
D (TF)	JRT36	33	2.13
E (TF)	JRT41	33	2.39
L (TF)	JRT86	33	2.22

8.3 Caso Especial encontrado não processado pelo software.

Dos corpos-de-prova estudados, dois destes denominados JRT76 e JRT 77 apresentaram um comportamento diferente dos demais. Na metodologia de Schwalbe são geradas curvas de variação de carga normalizada ΔP_N versus propagação de trinca Δa , e segundo este, uma reta deve passar pelo ponto final do experimento e ser tangente à curva de variação de carga normalizada gerada para a carga máxima.

Este ponto de tangência significa fisicamente uma propagação de trinca na carga máxima, o qual é uma aproximação da técnica de Schwalbe, pois esta inicia-se realmente em algum ponto antes da carga máxima.

O problema destes 2 corpos-de-prova surge exatamente no cálculo deste ponto de tangência, o qual é detectado pelo software em um ponto negativo do eixo x, ou seja, fisicamente não haveria propagação de trinca, pois o valor calculado foi negativo.

O principal problema na detecção deste valor negativo, está no fato do software parar o seu funcionamento neste ponto, devido a entrada de um valor negativo em funções que apresentam a função $\ln(x)$. Sendo assim o

software não pode calcular as propagações de trinca resultante das intersecções da curva de variação de carga normalizada com a reta, o que é decorrente desta limitação de programação.

Propondo uma nova solução, faz-se com que a propagação de trinca na carga máxima seja zero, ou seja, cria-se um deslocamento desta reta tangente fazendo com que esta passe pela coordenada (0,0) e pelo último ponto do experimento (ΔP_{Nf} , Δa_f) de tal modo, que esta agora não será mais uma reta tangente e sim uma reta secante.

Fazendo a aproximação na qual a propagação de trinca para a carga máxima é zero e que o novo coeficiente angular da reta m é igual a $\Delta P_{Nf}/\Delta a_f$ o programa conseguirá detectar a primeira propagação positiva após o zero.

Desta aproximação surge o problema da perda de pontos de propagação entre o real valor negativo que havia sido calculado e novo valor da coordenada (0,0) agora fixo. A quantidade de pontos perdidos varia de 10 a 30 % do total de pontos usados, sendo ainda possível obter uma curva J-R com o restante dos pontos detectados.

Análise numérica para o corpo-de-prova **JRT76**:

Situação Padrão (Metodologia de Reese e Schwalbe)

Ponto de tangência original (negativo) = **-0.03 mm** (não é possível fisicamente)

Coeficiente angular da reta neste ponto de tangência = **0,07386**

Este ponto de tangência negativo, se dá em uma região onde houve uma extrapolação da curva no terceiro quadrante, pois na verdade a curva de variação de carga normalizada para a carga máxima só se encontra no primeiro quadrante com dados positivos.

Situação Proposta: Aproximação pela reta secante:

Neste caso a reta passará pela coordenada $(0,0)$ e pelo ponto final do experimento $(\Delta P_{Nf}, \Delta a_f)$ gerando um coeficiente angular da reta $m = \Delta P_{Nf} - 0 / \Delta a_f - 0$. A aproximação parece ser bastante razoável, pelo fato do novo coeficiente angular não diferir muito do inicialmente calculado.

Ponto secante = **$(0,0)$**

Coeficiente angular da reta neste ponto secante = **0,0748**

Tomando um exemplo numérico utilizou-se como exemplo um arquivo de 36 cargas variando da carga máxima até a carga final. Na tabela abaixo existe uma região inicial onde não há detecção de raízes.

A nova aproximação detecta pontos com valores positivos a partir do zero, o qual é adotado como a propagação na carga máxima, sendo que para este ponto, o valor real calculado é um valor negativo. Os valores não detectados são valores negativos entre o ponto de tangência negativo e o zero adotado.

A Tabela VI apresenta alguns valores obtidos com a nova metodologia para o caso JRT 76 e adotando propagação na carga máxima igual a zero.

Tabela VI - Dados de carga utilizados e propagações de trinca detectadas com a metodologia da reta secante, para o corpo-de-prova JRT 76.

CARGA [kN]	DETECÇÃO	Propagações Resultantes
7,226	7,226	0,000
7,189	NÃO DETECTOU	
7,110	NÃO DETECTOU	
7,055	NÃO DETECTOU	
6,979	NÃO DETECTOU	
6,895	6,895	0,046
6,826	6,826	0,193
6,718	6,718	0,269
6,549	6,549	0,384
6,410	6,410	0,479
6,256	6,256	0,586
6,169	6,169	0,647
5,994	5,994	0,772
5,825	5,825	0,894
5,755	5,755	0,946
5,549	5,549	1,098
5,382	5,382	1,223
5,258	5,258	1,316
5,188	5,188	1,369
5,022	5,022	1,494
4,873	4,873	1,608
4,797	4,797	1,667
4,679	4,679	1,757
4,613	4,613	1,808
4,491	4,491	1,904
4,428	4,428	1,953
4,346	4,346	2,017
4,295	4,295	2,058
4,168	4,168	2,158
3,969	3,969	2,319
3,921	3,921	2,358
3,886	3,886	2,386
3,749	3,749	2,499
3,694	3,694	2,545
3,643	3,643	2,588
3,628	3,628	2,601

Afim de notar a influência deste novo ajuste à curva J-R, observa-se abaixo na Fig 49 uma comparação da curva J-R gerada por normalização com os dados da flexibilidade elástica, apresentando como principal característica o fato que o primeiro ponto da Curva J-R não corresponde mais a carga máxima e sim a um nível de carga pós-carga máxima. Isto pode ser entendido pela nova aproximação que define propagação zero na carga máxima, sendo que o software modificado encontrará propagações positivas após o zero adotado na carga máxima.

Os valores não detectados estariam entre o ponto negativo inicialmente calculado e o zero adotado, pois fisicamente propagações negativas não interessam no cálculo da curva J-R.

Figura 49 - Comparação de dados da flexibilidade elástica x normalização linear aplicando a aproximação da reta secante.

9.0 - Conclusões

Este estudo comparativo mostrou que o uso de programação faz com que a normalização linear forneça uma metodologia rápida e simples para a obtenção de curvas J-R de uma gama ampla de tenacidades.

Um incremento de trinca de 10^{-2} mm é adequado para gerar curvas J-R bastantes precisas e poucos pontos de dados são necessários para se gerarem curvas J-R suficientemente precisas, apresentando um leve grau de conservadorismo.

Entretanto, foi demonstrado que sua variação de aplicabilidade é menor que a tradicional técnica de variação de flexibilidade elástica. Uma simples regra empírica foi determinada com respeito a confiabilidade da técnica de normalização linear em obter curvas J-R para aços baixa liga num amplo intervalo de resistência à fratura elasto-plástica.

Desta maneira, se o valor do fator η_{pl} para uma máxima correlação linear $\Delta P_N - \Delta a$ é menor ou igual a 2.13, então a normalização linear gera curvas J-R com boa concordância; senão estimativas incorretas através da normalização linear poderão ser obtidas. Ainda permanece a tarefa de definir mais precisamente os limites de aplicabilidade de normalização linear em termos das propriedades de escoamento do material, levando em conta os efeitos do fator η_{pl} .

Os resultados da normalização linear foram cabalmente corroborados pela tradicional e amplamente reconhecida técnica de Variação da Flexibilidade do corpo-de-prova.

10 - Bibliografia

BERNAL, C.R., MONTEMARTINI, P.E. and FRONTINI, P.M., "The use of load separation criterion and normalization method in ductile fracture characterization of thermoplastic polymers" *Journal of Polymer Science: Part B : Polymer Physics*, Vol.34 (11), Aug. 1996, pp. 1869-1880.

BYUN, T. S., LEE, B. S., YOON, J. H. and HONG, J. H., "An iteration method for directly determining J-Resistance curves of nuclear structural steels" *Journal of Materials Science*, 34, 1999, pp. 2039-2047.

CASSANELLI, A. N. e de VEDIA, L. A. , "A proposed method for the applicability of load separation condition in precracked specimens", *International Journal of Fracture*, 83, 1997, pp. 167-173.

CASSANELLI, A. N., BERNAL, C.R. and FRONTINI, P.M., "A simple method for J-R Curve Determination in ABS Polymers", *Polymer Testing*, 14, 1995, pp. 85-96.

CASSANELLI, A. N., de VEDIA, L.A. and HERRERA, R., "Determination of η_{pl} Factor: Influence of Side Grooving", *Journal of Testing and Evaluation*, JTEVA, Vol. 25, n°6, Nov. 1997, pp. 543-555.

CASSANELLI, A., BERNAL, C. and FRONTINI, P., "On the applicability of the load separation criterion to acrylonitrile/butadiene/styrene terpolymer resins.", *Polymer*, Vol.37, n° 18, 1996, pp. 4033-4039.

CLARKE, G.A., "Single Specimen Test for J_{IC} Determination Revisited", *Fracture Mechanics: Thirteenth conference, ASTM STP 743, Richard Roberts, Ed., American Society for Testing and Materials, Philadelphia*, pp.553-575, 1991.

CLARKE, G.A. and LANDES, J.D., "Toughness Characterization and Specification for HSLA Steels", *Conference Proceedings of AIME*, pp 79-111, 1977.

CLARKE, G.A., ANDREWS, W.R., PARIS, P.C., and SCHIMIDT, D.W., "Single Specimen Tests for J_{IC} Determination", *Mechanics of Crack Growth, ASTM STP 590, American Society for Testing and Materials*, Philadelphia, pp.27-42, 1976.

DUBEY, J.S., WADEKAR, S.L., SINGH, R.N., SINHA, T.K., CHAKRAVARTTY, J.K., "Assessment of hydrogen embrittlement of Zircaloy-2 pressure tubes using unloading compliance and load normalization techniques for determining J-R curves", *Journal of Nuclear Materials*, 264, 1999, pp. 20-28

ERNST, H., PARIS, P.C., ROSSOW, M., and HUTCHINSON, J.W., "Analysis of load-displacement relationships to determine J-R Curve and tearing instability material properties," *Fracture Mechanics, ASTM STP 677, C.W. Smith, Ed., American Society for Testing and Materials*, 1979, pp.581-599.

ERNST, H.A. and PARIS, P.C., "Techniques of Analysis of Load-Displacement Records by J-Integral Methods", *NUREG/CR-1222, Nuclear Regulatory Commission*, 1980.

ERNST, H.A., PARIS, P.C., and LANDES, J.D., "Estimations on J-Integral and Tearing Modulus T from a Single-Specimen test record", *Fracture Mechanics: Thirteenth Conference, ASTM STP 743, Richard Roberts, Ed., American Society for Testing and Materials*, Philadelphia, p.476-502, 1981

GIBSON, G.P., "The Use of Alternating Current Potential Drop for Determining J-Crack Resistance Curves", *Engineering Fracture Mechanics*, v.26, n.2, p.213-222, 1987

HERRERA, R. and LANDES, J.D., " A Direct J-R Curve Analysis of Fracture Toughness Tests.", *Journal of Testing and Evaluation*, JTEVA, Vol.16, n°5, Sept. 1988, pp. 427-449.

HUTCHINSON, J.W. AND PARIS, P.C., "Stability Analysis of J Controlled Crack Growth", *Elastic - Plastic Fracture*, ASTM STP 668, J. D. Landes, J. A . Begley and G. A. Clarke, Eds., American Society for Testing and Materials, Philadelphia, p.37-64, 1979.

HUTCHINSON, J.W., "Singular Behavior at End of Tensile Crack in a Hardening Material", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, v.16, n.1,p 13-31, 1968.

JOYCE, J.A. , ERNST, H. and PARIS, P.C., "Direct evaluation of J-resistance curves from load displacement records," *Fracture Mechanics: Twelfth Conference*, ASTM STP 700, American Society for Testing and Materials, 1980, pp.222-236.

KAISER, S., "On the relation between stable crack growth and fatigue", *Fatigue of Engineering Materials*,v.6, n.1,pp.32-38,1983.

KROMPHOLZ, K. and ULLRICH, G., "Determination of J-integral R-curves for the pressure vessel material A533 B1 using the potential drop technique and the multispecimen method", *Engineering Fracture Mechanics*, v.23, n.5, pp 803-820, 1986.

LANDES J.D., ZHOU, Z., "Application of load separation and normalization methods for polycarbonate materials", *International Journal of Fracture*, 63, 1993, pp.383-393.

LANDES, J.D. and BEGLEY, J.A., "Test results from J-integral studies: an attempt to establish a J_{IC} testing procedure", *Fracture Analysis, ASTM STP 560, American Society for Testing and Materials*, Philadelphia, pp.170-186, 1974.

LANDES, J.D. and SHAROBAM, M.H., "The load and η_{pl} development in precracked specimen test records", *International Journal of Fracture*, 59, 1993, pp.213-226.

LANDES, J.D., HERRERA, R., "Direct J-R curve analysis: A guide to the methodology", *Fracture Mechanics: Twenty-First Symposium, ASTM STP 1074, J.P.Gudas, J.A Joyce and E.M. Hackett, Eds., American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 1990, pp. 24-43.*

LANDES, J.D., LEE, K., HERRERA, R., ZHOU, Z., "Normalization: An Experimental Method for Developing J-R Curves.", *Elastic-Plastic Fracture Test Methods: The User's Experience (Second Volume), ASTM STP 1114, J.A. Joyce, Ed., American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 1991, pp.42-56.*

LANDES, J.D., SHAROBAM, M.H., "The load separation criterion and methodology in ductile fracture mechanics", *International Journal of Fracture*, 47, 1991, pp. 81-104.

LANDES, J.D., WALKER, H. and CLARKE, G.A. in "Elastic-Plastic Fracture", ASTM STP 688, ASTM, Philadelphia, PA, 1979, p.266

LANDES, J.D., ZHOU, Z. and HUANG, D.D., "J-R Curve calculation with the normalization method for toughened polymers", *Polymer Engineering and Science*, V.34, n° 2, pp.128-134, 1994.

LANDES, J.D., ZHOU, Z., LEE, K. and HERRERA, R. "Normalization Method for Developing J-R Curves with the LMN Function.", *Journal of Testing and Evaluation, JTEVA*, Vol.19, n°4, July 1991, pp. 305-311.

MARSCHALL, C.W., HELD, P.R., LANDOW, M.P., and MINLER, P.N., "Use of the direct-current electric potential method to monitor large amounts of crack growth in highly ductile metals", *Fracture Mechanics: Twenty-First symposium, ASTM STP 1074, J.P.Gudas, J.A.Joyce and E.M.Hackett, Eds., American Society for Testing and Materials, Philadelphia*, pp.581-593, 1990

MERKLE, J.G. and CORTEN, H.T., 1974, "Journal of Pressure Vessel Technology" *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, vol.98, pp.37-43

NEALE, B.K. and PRIEST, R.H., "The unloading compliance method for crack length measurement using compact tension and precracked charpy specimens", *Elastic-Plastic Fracture Test Methods: The User's Experience, ASTM STP 856, E.T.Wessel and F.J.Loss, Eds., American Society for Testing*, pp.375-393, 1985.

OKUMURA, N., VENKATASUBRAMANIAN, T. V., UNVALA, B.A., and BAKER, T.J., "Application of the AC potential drop technique to the determination of R-curves of tough ferritic steels", *Engineering Fracture Mechanics*, v.14, pp.617-625, 1983.

ORANGE, T.W., "Method and Models for R-Curve Instability Calculations", *Fracture Mechanics: Twenty-First Symposium, ASTM STP 1074, J.P. Gudas, J.A. Joyce, and E.M. Hackett, Eds., American Society for Testing and Materials, Philadelphia*, 1990, pp. 545-559.

RICE, J.R., "Mathematical Analysis in the Mechanics of Fracture", *Fracture – An Advanced Treatise, v.II, H. Liebowitz. Ed., Academic Press, London*, p.191-311, 1968.

RICE, J.R., "A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks", *Journal of Applied Mechanics, Transactions of American Society of Mechanical Engineers*, v.35, n.2 (série ε), p.379-386, Jun.1968.

RICE, J.R., and ROSENGREEN, C.F., "Plane Strain Deformation Near Crack Tip in a Power Law Hardening Material", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, v.16,n.1, p.1-12, 1968.

RICE, J.R., PARIS, P.C. and MERKLE, J.G., 1973, "Progress in flaw growth and fracture testing", ASTM STP 536, *American Society for Testing and Materials*, Philadelphia, pp.231-245

RICE, J.R., PARIS, P.C.& MERKLE, J.G., "Some further Results on J Integral Analysis and Estimates", (ASTM STP 536). *American Society for Testing and Materials, Philadelphia, PA, USA*, 1973, pp. 231-45.

SAXENA, A. and HUDAK, S.J.Jr., "Review and extension of compliance information for common crack growth specimens", *International Journal of Fracture*, v.14, n.5, pp 453-468, Oct.1978.

SCHIMITT, W. and KIENZLER, R., "The J-Integral Concepts for Elastic –Plastic Material Behavior", *Engineering Fracture Mechanics*, v.32, n.3, p.409-418, 1989.

SCHWALBE, K.H., REESE, E.D. "The Linear Normalization Technique – An alternative procedure for determining J-R Curves from a single specimen test record based on Landes' Normalization Method.", *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, Vol.16, n°3, 1993, pp. 271-280.

Standard Test Method for Measurement of Fracture Toughness, Annual Book of ASTM Standards, 1997.

SUMPTER, J.D.G. & TURNER, C.E., "Method for Laboratory Determination of JIC", *Cracks and Fracture*, (ASTM STP 601).(1976) pp 3-18.

TARPANI, J.R., "Avaliação da Estabilidade de Trincas em Componentes Elasto-Plástico Integral – J e Comparação com Resultados Obtidos via Mecânica da Fratura Elástica Linear", *Tese de Doutorado*, v.1 e v.2 Departamento de Engenharia de Materiais da Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos-SP – 1995.

VASSILAROS, M.G., JOYCE, J.A, and GUDAS, J.P., "Effects of Specimen Geometry on the J-R Curve for ASTM A533B Steel", *Fracture Mechanics, Proceedings of the National Symposium, ASTM STP 700, American Society for Testing and Materials*, Philadelphia, p.251-270, 1980.

11 - Sugestões para trabalhos futuros

- 1 – Verificar a influência do ponto de tangência Δa_{tang} , causando neste pequenas variações, observando assim o resultado na Curva J-R.
- 2 - Realizar o modelamento numérico da recente técnica de normalização proposta por Byun et al (1999).
- 3 – Verificar influência do parâmetro de separação S_{ij} sobre o fator η , tomando como referência o trabalho realizado por Bernal et al (1996).
- 4 – Comparar dados de normalização “LMN” realizados por Landes (1991) com os de Reese e Schwalbe (1993) propostos neste trabalho.
- 5 – Ensaiai diversos materiais, como por exemplo materiais poliméricos e cerâmicos, sob diversos intervalos de temperatura, utilizando o modelamento da técnica de normalização aplicado neste trabalho

APÊNDICES

Apêndice A

Simulação Numérica realizada com o software Matlab para cálculo de raízes pós-carga máxima.

Cargas em [kN] utilizadas neste processo numérico (14 pontos de carga pós-carga máxima), do corpo-de-prova JRT 36:

8.9988708496	Carga Máxima
8.8508605957	
8.5823059082	3° Carga tomada para análise
8.3175659180	
8.0749511719	
7.6728820801	
7.2723388672	7° Carga tomada para análise
6.7893981934	
6.2416076660	
5.9341430664	
5.5816650391	11° Carga tomada para análise
5.2116394043	
4.9308776855	
4.5478820801	Carga Final

Definir as variáveis de dimensões em [mm] utilizando Matlab:

```

» a0=10.4
a0 =
10.4000
» af=14.19
af =
14.1900
» w=20
w =
20
» b=9.9
b =
9.9000
» bn=6.6
bn =
6.6000
» inc=0.01
inc =
0.0100
» itera=round((af-a0)/inc)
itera =
379
» a(1)=a0
a =
10.4000

```

Gerando dados (Δa , ΔP_N) usando Matlab:

```

» for i=1:itera
a(i+1)=a(i)+inc;
delta(i+1)=a(i+1)-a(1);
g(1)=b*w*((w-a(1))/w)^2.13;
g(i+1)=b*w*((w-a(i+1))/w)^2.13;
pn(i+1)=(carga/g(i+1)) - (carga/g(1));
end

```

Dados gerados pelo Matlab:

Pares de pontos (Δa , ΔP_N) para a carga máxima = 8.9988708496 [kN]:

Δa [mm]	ΔP_N [kN/mm ²]	0,16	0,0079094946	0,33	0,0167862740	0,50	0,0261875674
0,00	0,0000000000	0,17	0,0084178348	0,34	0,0173243832	0,51	0,0267577896
0,01	0,0004822762	0,18	0,0089278650	0,35	0,0178643143	0,52	0,0273299787
0,02	0,0009661289	0,19	0,0094395928	0,36	0,0184060756	0,53	0,0279041436
0,03	0,0014515652	0,20	0,0099530255	0,37	0,0189496751	0,54	0,0284802933
0,04	0,0019385917	0,21	0,0104681707	0,38	0,0194951212	0,55	0,0290584369
0,05	0,0024272154	0,22	0,0109850359	0,39	0,0200424222	0,56	0,0296385836
0,06	0,0029174432	0,23	0,0115036287	0,40	0,0205915863	0,57	0,0302207424
0,07	0,0034092820	0,24	0,0120239567	0,41	0,0211426219	0,58	0,0308049226
0,08	0,0039027388	0,25	0,0125460277	0,42	0,0216955375	0,59	0,0313911335
0,09	0,0043978207	0,26	0,0130698492	0,43	0,0222503415	0,60	0,0319793843
0,10	0,0048945348	0,27	0,0135954292	0,44	0,0228070424	0,61	0,0325696846
0,11	0,0053928881	0,28	0,0141227752	0,45	0,0233656489	0,62	0,0331620436
0,12	0,0058928877	0,29	0,0146518953	0,46	0,0239261695	0,63	0,0337564709
0,13	0,0063945410	0,30	0,0151827973	0,47	0,0244886129	0,64	0,0343529761
0,14	0,0068978550	0,31	0,0157154890	0,48	0,0250529879	0,65	0,0349515686
0,15	0,0074028371	0,32	0,0162499786	0,49	0,0256193031	0,66	0,0355522583

0,67	0,0361550547	1,19	0,0706647981	1,71	0,1125566056	2,23	0,1640658258
0,68	0,0367599676	1,20	0,0713947490	1,72	0,1134480769	2,24	0,1651695131
0,69	0,0373670069	1,21	0,0721274248	1,73	0,1143430963	2,25	0,1662779041
0,70	0,0379761824	1,22	0,0728628391	1,74	0,1152416824	2,26	0,1673910252
0,71	0,0385875041	1,23	0,0736010053	1,75	0,1161438539	2,27	0,1685089031
0,72	0,0392009819	1,24	0,0743419371	1,76	0,1170496298	2,28	0,1696315648
0,73	0,0398166259	1,25	0,0750856482	1,77	0,1179590292	2,29	0,1707590371
0,74	0,0404344462	1,26	0,0758321523	1,78	0,1188720711	2,30	0,1718913475
0,75	0,0410544529	1,27	0,0765814634	1,79	0,1197887748	2,31	0,1730285232
0,76	0,0416766563	1,28	0,0773335952	1,80	0,1207091597	2,32	0,1741705920
0,77	0,0423010667	1,29	0,0780885619	1,81	0,1216332454	2,33	0,1753175816
0,78	0,0429276944	1,30	0,0788463776	1,82	0,1225610516	2,34	0,1764695200
0,79	0,0435565497	1,31	0,0796070565	1,83	0,1234925979	2,35	0,1776264356
0,80	0,0441876433	1,32	0,0803706129	1,84	0,1244279044	2,36	0,1787883566
0,81	0,0448209855	1,33	0,0811370611	1,85	0,1253669910	2,37	0,1799553117
0,82	0,0454565870	1,34	0,0819064156	1,86	0,1263098781	2,38	0,1811273297
0,83	0,0460944583	1,35	0,0826786910	1,87	0,1272565858	2,39	0,1823044397
0,84	0,0467346104	1,36	0,0834539020	1,88	0,1282071346	2,40	0,1834866709
0,85	0,0473770538	1,37	0,0842320632	1,89	0,1291615452	2,41	0,1846740527
0,86	0,0480217994	1,38	0,0850131896	1,90	0,1301198383	2,42	0,1858666147
0,87	0,0486688582	1,39	0,0857972959	1,91	0,1310820347	2,43	0,1870643868
0,88	0,0493182410	1,40	0,0865843974	1,92	0,1320481554	2,44	0,1882673992
0,89	0,0499699590	1,41	0,0873745089	1,93	0,1330182216	2,45	0,1894756820
0,90	0,0506240232	1,42	0,0881676459	1,94	0,1339922546	2,46	0,1906892659
0,91	0,0512804447	1,43	0,0889638236	1,95	0,1349702758	2,47	0,1919081815
0,92	0,0519392348	1,44	0,0897630573	1,96	0,1359523068	2,48	0,1931324598
0,93	0,0526004049	1,45	0,0905653626	1,97	0,1369383692	2,49	0,1943621319
0,94	0,0532639661	1,46	0,0913707551	1,98	0,1379284850	2,50	0,1955972293
0,95	0,0539299300	1,47	0,0921792504	1,99	0,1389226762	2,51	0,1968377836
0,96	0,0545983081	1,48	0,0929908644	2,00	0,1399209650	2,52	0,1980838266
0,97	0,0552691119	1,49	0,0938056130	2,01	0,1409233736	2,53	0,1993353905
0,98	0,0559423530	1,50	0,0946235120	2,02	0,1419299245	2,54	0,2005925076
0,99	0,0566180432	1,51	0,0954445778	2,03	0,1429406403	2,55	0,2018552103
1,00	0,0572961942	1,52	0,0962688264	2,04	0,1439555439	2,56	0,2031235316
1,01	0,0579768178	1,53	0,0970962741	2,05	0,1449746581	2,57	0,2043975044
1,02	0,0586599260	1,54	0,0979269373	2,06	0,1459980060	2,58	0,2056771620
1,03	0,0593455308	1,55	0,0987608326	2,07	0,1470256108	2,59	0,2069625380
1,04	0,0600336441	1,56	0,0995979766	2,08	0,1480574960	2,60	0,2082536660
1,05	0,0607242782	1,57	0,1004383859	2,09	0,1490936851	2,61	0,2095505802
1,06	0,0614174452	1,58	0,1012820775	2,10	0,1501342018	2,62	0,2108533148
1,07	0,0621131574	1,59	0,1021290682	2,11	0,1511790700	2,63	0,2121619042
1,08	0,0628114271	1,60	0,1029793751	2,12	0,1522283137	2,64	0,2134763834
1,09	0,0635122668	1,61	0,1038330154	2,13	0,1532819572	2,65	0,2147967872
1,10	0,0642156889	1,62	0,1046900062	2,14	0,1543400249	2,66	0,2161231510
1,11	0,0649217061	1,63	0,1055503651	2,15	0,1554025412	2,67	0,2174555104
1,12	0,0656303309	1,64	0,1064141094	2,16	0,1564695309	2,68	0,2187939010
1,13	0,0663415761	1,65	0,1072812568	2,17	0,1575410189	2,69	0,2201383592
1,14	0,0670554546	1,66	0,1081518249	2,18	0,1586170302	2,70	0,2214889210
1,15	0,0677719791	1,67	0,1090258317	2,19	0,1596975900	2,71	0,2228456233
1,16	0,0684911626	1,68	0,1099032950	2,20	0,1607827239	2,72	0,2242085028
1,17	0,0692130182	1,69	0,1107842330	2,21	0,1618724572	2,73	0,2255775968
1,18	0,0699375590	1,70	0,1116686637	2,22	0,1629668159	2,74	0,2269529426

2,75	0,2283345781	3,02	0,2681621943	3,29	0,3134522614	3,56	0,3652384229
2,76	0,2297225412	3,03	0,2697364785	3,30	0,3152473363	3,57	0,3672970472
2,77	0,2311168702	3,04	0,2713182806	3,31	0,3170513518	3,58	0,3693663850
2,78	0,2325176037	3,05	0,2729076481	3,32	0,3188643668	3,59	0,3714465101
2,79	0,2339247805	3,06	0,2745046288	3,33	0,3206864405	3,60	0,3735374967
2,80	0,2353384399	3,07	0,2761092708	3,34	0,3225176328	3,61	0,3756394197
2,81	0,2367586213	3,08	0,2777216228	3,35	0,3243580040	3,62	0,3777523549
2,82	0,2381853645	3,09	0,2793417337	3,36	0,3262076149	3,63	0,3798763784
2,83	0,2396187094	3,10	0,2809696528	3,37	0,3280665268	3,64	0,3820115672
2,84	0,2410586966	3,11	0,2826054299	3,38	0,3299348015	3,65	0,3841579988
2,85	0,2425053666	3,12	0,2842491151	3,39	0,3318125014	3,66	0,3863157515
2,86	0,2439587604	3,13	0,2859007589	3,40	0,3336996893	3,67	0,3884849041
2,87	0,2454189194	3,14	0,2875604122	3,41	0,3355964285	3,68	0,3906655364
2,88	0,2468858852	3,15	0,2892281265	3,42	0,3375027830	3,69	0,3928577286
2,89	0,2483596996	3,16	0,2909039533	3,43	0,3394188172	3,70	0,3950615617
2,90	0,2498404050	3,17	0,2925879449	3,44	0,3413445959	3,71	0,3972771174
2,91	0,2513280439	3,18	0,2942801538	3,45	0,3432801848	3,72	0,3995044781
2,92	0,2528226592	3,19	0,2959806331	3,46	0,3452256499	3,73	0,4017437270
2,93	0,2543242942	3,20	0,2976894361	3,47	0,3471810577	3,74	0,4039949479
2,94	0,2558329924	3,21	0,2994066167	3,48	0,3491464755	3,75	0,4062582254
2,95	0,2573487977	3,22	0,3011322292	3,49	0,3511219709	3,76	0,4085336449
2,96	0,2588717544	3,23	0,3028663283	3,50	0,3531076122	3,77	0,4108212925
2,97	0,2604019070	3,24	0,3046089691	3,51	0,3551034684	3,78	0,4131212549
2,98	0,2619393005	3,25	0,3063602073	3,52	0,3571096088	3,79	0,4154336200
2,99	0,2634839802	3,26	0,3081200989	3,53	0,3591261036		
3,00	0,2650359916	3,27	0,3098887004	3,54	0,3611530232		
3,01	0,2665953809	3,28	0,3116660687	3,55	0,3631904391		

O comando Matlab $n = 4$; $p = \text{polyfit}(x,y,n)$ gera um vetor que mostra os coeficientes do 4º grau da curva de variação de carga normalizada para cada carga.

Cálculo usando Matlab:

Coeficientes do 4º grau calculados para a carga máxima = 8.9988708496 [kN]:

```
»n=4;
» pmax=polyfit(x,y,n)
```

pmax =

Columns 1 through 3

6.553620232956284e-004 -1.088592097940697e-003 1.143767941091850e-002

Columns 4 through 5

4.605000194304301e-002 2.756565046311694e-004

Cálculo usando software para a carga máxima = 8.9988708496 [kN]

a = 6.55361920648190e-004
b = -1.08859128385319e-003

c = 1.14376773426556e-002
d = 4.60500038363989e-002
e = 2.75656112353140e-004

Pares de pontos (Δa , ΔP_N) para 3º carga após carga máxima = 8.5823059082
[kN]:

Δa [mm]	ΔP_N [kN/mm ²]	0,43	0,0212203553	0,87	0,0464159377	1,31	0,0759219821
0,00	0,0000000000	0,44	0,0217512862	0,88	0,0470352601	1,32	0,0766501928
0,01	0,0004599512	0,45	0,0222840343	0,89	0,0476568096	1,33	0,0773811615
0,02	0,0009214061	0,46	0,0228186080	0,90	0,0482805966	1,34	0,0781149020
0,03	0,0013843711	0,47	0,0233550154	0,91	0,0489066318	1,35	0,0788514282
0,04	0,0018488527	0,48	0,0238932650	0,92	0,0495349261	1,36	0,0795907540
0,05	0,0023148576	0,49	0,0244333650	0,93	0,0501654900	1,37	0,0803328935
0,06	0,0027823924	0,50	0,0249753239	0,94	0,0507983345	1,38	0,0810778609
0,07	0,0032514636	0,51	0,0255191501	0,95	0,0514334704	1,39	0,0818256704
0,08	0,0037220779	0,52	0,0260648521	0,96	0,0520709087	1,40	0,0825763362
0,09	0,0041942421	0,53	0,0266124384	0,97	0,0527106604	1,41	0,0833298729
0,10	0,0046679628	0,54	0,0271619177	0,98	0,0533527367	1,42	0,0840862949
0,11	0,0051432470	0,55	0,0277132986	0,99	0,0539971486	1,43	0,0848456169
0,12	0,0056201012	0,56	0,0282665898	1,00	0,0546439075	1,44	0,0856078534
0,13	0,0060985326	0,57	0,0288218000	1,01	0,0552930245	1,45	0,0863730194
0,14	0,0065785478	0,58	0,0293789381	1,02	0,0559445111	1,46	0,0871411296
0,15	0,0070601539	0,59	0,0299380128	1,03	0,0565983786	1,47	0,0879121990
0,16	0,0075433578	0,60	0,0304990330	1,04	0,0572546387	1,48	0,0886862428
0,17	0,0080281664	0,61	0,0310620078	1,05	0,0579133027	1,49	0,0894632760
0,18	0,0085145870	0,62	0,0316269461	1,06	0,0585743825	1,50	0,0902433139
0,19	0,0090026264	0,63	0,0321938569	1,07	0,0592378896	1,51	0,0910263718
0,20	0,0094922920	0,64	0,0327627493	1,08	0,0599038358	1,52	0,0918124653
0,21	0,0099835907	0,65	0,0333336325	1,09	0,0605722331	1,53	0,0926016098
0,22	0,0104765298	0,66	0,0339065158	1,10	0,0612430932	1,54	0,0933938209
0,23	0,0109711165	0,67	0,0344814082	1,11	0,0619164283	1,55	0,0941891146
0,24	0,0114673582	0,68	0,0350583193	1,12	0,0625922503	1,56	0,0949875065
0,25	0,0119652620	0,69	0,0356372582	1,13	0,0632705714	1,57	0,0957890126
0,26	0,0124648354	0,70	0,0362182345	1,14	0,0639514039	1,58	0,0965936490
0,27	0,0129660858	0,71	0,0368012576	1,15	0,0646347599	1,59	0,0974014318
0,28	0,0134690207	0,72	0,0373863370	1,16	0,0653206518	1,60	0,0982123773
0,29	0,0139736473	0,73	0,0379734824	1,17	0,0660090921	1,61	0,0990265019
0,30	0,0144799734	0,74	0,0385627033	1,18	0,0667000933	1,62	0,0998438220
0,31	0,0149880065	0,75	0,0391540094	1,19	0,0673936680	1,63	0,1006643541
0,32	0,0154977541	0,76	0,0397474105	1,20	0,0680898288	1,64	0,1014881150
0,33	0,0160092239	0,77	0,0403429164	1,21	0,0687885885	1,65	0,1023151214
0,34	0,0165224236	0,78	0,0409405370	1,22	0,0694899599	1,66	0,1031453903
0,35	0,0170373609	0,79	0,0415402822	1,23	0,0701939558	1,67	0,1039789386
0,36	0,0175540436	0,80	0,0421421619	1,24	0,0709005893	1,68	0,1048157835
0,37	0,0180724795	0,81	0,0427461861	1,25	0,0716098734	1,69	0,1056559421
0,38	0,0185926765	0,82	0,0433523651	1,26	0,0723218212	1,70	0,1064994318
0,39	0,0191146424	0,83	0,0439607089	1,27	0,0730364461	1,71	0,1073462701
0,40	0,0196383852	0,84	0,0445712278	1,28	0,0737537611	1,72	0,1081964745
0,41	0,0201639130	0,85	0,0451839320	1,29	0,0744737798	1,73	0,1090500627
0,42	0,0206912336	0,86	0,0457988318	1,30	0,0751965156	1,74	0,1099070526

1,75	0,1107674619	2,27	0,1607084910	2,79	0,2230962150	3,31	0,3023747907
1,76	0,1116313087	2,28	0,1617791837	2,80	0,2244444350	3,32	0,3041038798
1,77	0,1124986112	2,29	0,1628544645	2,81	0,2257988750	3,33	0,3058416082
1,78	0,1133693876	2,30	0,1639343593	2,82	0,2271595731	3,34	0,3075880332
1,79	0,1142436564	2,31	0,1650188942	2,83	0,2285265674	3,35	0,3093432121
1,80	0,1151214360	2,32	0,1661080957	2,84	0,2298998964	3,36	0,3111072030
1,81	0,1160027450	2,33	0,1672019903	2,85	0,2312795989	3,37	0,3128800644
1,82	0,1168876023	2,34	0,1683006046	2,86	0,2326657140	3,38	0,3146618552
1,83	0,1177760266	2,35	0,1694039656	2,87	0,2340582810	3,39	0,3164526349
1,84	0,1186680370	2,36	0,1705121003	2,88	0,2354573398	3,40	0,3182524633
1,85	0,1195636526	2,37	0,1716250362	2,89	0,2368629302	3,41	0,3200614010
1,86	0,1204628926	2,38	0,1727428005	2,90	0,2382750925	3,42	0,3218795088
1,87	0,1213657765	2,39	0,1738654212	2,91	0,2396938674	3,43	0,3237068482
1,88	0,1222723237	2,40	0,1749929259	2,92	0,2411192958	3,44	0,3255434811
1,89	0,1231825538	2,41	0,1761253428	2,93	0,2425514188	3,45	0,3273894700
1,90	0,1240964867	2,42	0,1772627002	2,94	0,2439902782	3,46	0,3292448780
1,91	0,1250141423	2,43	0,1784050265	2,95	0,2454359156	3,47	0,3311097684
1,92	0,1259355405	2,44	0,1795523504	2,96	0,2468883734	3,48	0,3329842054
1,93	0,1268607016	2,45	0,1807047009	2,97	0,2483476941	3,49	0,3348682535
1,94	0,1277896458	2,46	0,1818621070	2,98	0,2498139204	3,50	0,3367619779
1,95	0,1287223936	2,47	0,1830245980	2,99	0,2512870956	3,51	0,3386654443
1,96	0,1296589655	2,48	0,1841922035	3,00	0,2527672632	3,52	0,3405787189
1,97	0,1305993824	2,49	0,1853649531	3,01	0,2542544671	3,53	0,3425018685
1,98	0,1315436650	2,50	0,1865428769	3,02	0,2557487514	3,54	0,3444349604
1,99	0,1324918342	2,51	0,1877260049	3,03	0,2572501608	3,55	0,3463780627
2,00	0,1334439114	2,52	0,1889143676	3,04	0,2587587400	3,56	0,3483312437
2,01	0,1343999177	2,53	0,1901079956	3,05	0,2602745344	3,57	0,3502945726
2,02	0,1353598746	2,54	0,1913069197	3,06	0,2617975896	3,58	0,3522681191
2,03	0,1363238036	2,55	0,1925111709	3,07	0,2633279515	3,59	0,3542519535
2,04	0,1372917264	2,56	0,1937207805	3,08	0,2648656664	3,60	0,3562461467
2,05	0,1382636650	2,57	0,1949357801	3,09	0,2664107811	3,61	0,3582507700
2,06	0,1392396413	2,58	0,1961562014	3,10	0,2679633425	3,62	0,3602658957
2,07	0,1402196775	2,59	0,1973820763	3,11	0,2695233981	3,63	0,3622915965
2,08	0,1412037959	2,60	0,1986134370	3,12	0,2710909958	3,64	0,3643279457
2,09	0,1421920189	2,61	0,1998503160	3,13	0,2726661837	3,65	0,3663750172
2,10	0,1431843693	2,62	0,2010927459	3,14	0,2742490104	3,66	0,3684328858
2,11	0,1441808697	2,63	0,2023407597	3,15	0,2758395248	3,67	0,3705016267
2,12	0,1451815431	2,64	0,2035943905	3,16	0,2774377762	3,68	0,3725813158
2,13	0,1461864126	2,65	0,2048536718	3,17	0,2790438145	3,69	0,3746720296
2,14	0,1471955015	2,66	0,2061186372	3,18	0,2806576897	3,70	0,3767738455
2,15	0,1482088330	2,67	0,2073893206	3,19	0,2822794525	3,71	0,3788868414
2,16	0,1492264309	2,68	0,2086657561	3,20	0,2839091536	3,72	0,3810110958
2,17	0,1502483189	2,69	0,2099479781	3,21	0,2855468446	3,73	0,3831466880
2,18	0,1512745208	2,70	0,2112360214	3,22	0,2871925771	3,74	0,3852936981
2,19	0,1523050606	2,71	0,2125299208	3,23	0,2888464033	3,75	0,3874522067
2,20	0,1533399627	2,72	0,2138297116	3,24	0,2905083759	3,76	0,3896222952
2,21	0,1543792515	2,73	0,2151354291	3,25	0,2921785478	3,77	0,3918040457
2,22	0,1554229514	2,74	0,2164471091	3,26	0,2938569726	3,78	0,3939975411
2,23	0,1564710873	2,75	0,2177647876	3,27	0,2955437041	3,79	0,3962028649
2,24	0,1575236840	2,76	0,2190885007	3,28	0,2972387967		
2,25	0,1585807667	2,77	0,2204182851	3,29	0,2989423051		
2,26	0,1596423605	2,78	0,2217541775	3,30	0,3006542846		

Cálculo usando Matlab:

Coefficientes do 4º grau calculados para 3ª carga após carga máxima = 8.5823059082 [kN]:

```
» n=4;
» p3=polyfit(x,y,n)
```

p3 =

Columns 1 through 3

6.250247903462685e-004 -1.038200297096365e-003 1.090822006218292e-002

Columns 4 through 5

4.391831046406066e-002 2.628961441243907e-004

Cálculo usando software para a 3ª carga após carga máxima = 8.5823059082 [kN]:

```
a = 6.25024792006101e-004
b = -1.03820031362644e-003
c = 1.09082201543486e-002
d = 4.39183103584924e-002
e = 2.62896188742978e-004
```

Pares de pontos (Δa , ΔP_N) para 7ª carga após carga máxima = 7.2723388672 [kN]

Δa [mm]	ΔP_N [kN/mm ²]	0,19	0,0076285034	0,39	0,0161970639	0,59	0,0253684005
0,00	0,0000000000	0,20	0,0080434285	0,40	0,0166408648	0,60	0,0258437890
0,01	0,0003897462	0,21	0,0084597374	0,41	0,0170861782	0,61	0,0263208337
0,02	0,0007807665	0,22	0,0088774364	0,42	0,0175330109	0,62	0,0267995422
0,03	0,0011730665	0,23	0,0092965315	0,43	0,0179813696	0,63	0,0272799221
0,04	0,0015666516	0,24	0,0097170289	0,44	0,0184312614	0,64	0,0277619812
0,05	0,0019615275	0,25	0,0101389348	0,45	0,0188826931	0,65	0,0282457272
0,06	0,0023576997	0,26	0,0105622554	0,46	0,0193356717	0,66	0,0287311679
0,07	0,0027551739	0,27	0,0109869971	0,47	0,0197902042	0,67	0,0292183113
0,08	0,0031539556	0,28	0,0114131660	0,48	0,0202462976	0,68	0,0297071650
0,09	0,0035540506	0,29	0,0118407686	0,49	0,0207039590	0,69	0,0301977372
0,10	0,0039554646	0,30	0,0122698112	0,50	0,0211631956	0,70	0,0306900357
0,11	0,0043582034	0,31	0,0127003003	0,51	0,0216240144	0,71	0,0311840686
0,12	0,0047622727	0,32	0,0131322421	0,52	0,0220864228	0,72	0,0316798439
0,13	0,0051676782	0,33	0,0135656433	0,53	0,0225504279	0,73	0,0321773699
0,14	0,0055744260	0,34	0,0140005104	0,54	0,0230160370	0,74	0,0326766546
0,15	0,0059825217	0,35	0,0144368499	0,55	0,0234832574	0,75	0,0331777062
0,16	0,0063919714	0,36	0,0148746683	0,56	0,0239520965	0,76	0,0336805331
0,17	0,0068027809	0,37	0,0153139723	0,57	0,0244225618	0,77	0,0341851435
0,18	0,0072149563	0,38	0,0157547686	0,58	0,0248946606	0,78	0,0346915458

0,79	0,0351997484	1,31	0,0643335704	1,83	0,0997991898	2,35	0,1435468575
0,80	0,0357097597	1,32	0,0649506301	1,84	0,1005550474	2,36	0,1444858512
0,81	0,0362215883	1,33	0,0655700268	1,85	0,1013139600	2,37	0,1454289132
0,82	0,0367352426	1,34	0,0661917723	1,86	0,1020759438	2,38	0,1463760667
0,83	0,0372507314	1,35	0,0668158782	1,87	0,1028410153	2,39	0,1473273353
0,84	0,0377680632	1,36	0,0674423564	1,88	0,1036091910	2,40	0,1482827424
0,85	0,0382872468	1,37	0,0680712189	1,89	0,1043804874	2,41	0,1492423120
0,86	0,0388082910	1,38	0,0687024776	1,90	0,1051549215	2,42	0,1502060679
0,87	0,0393312044	1,39	0,0693361445	1,91	0,1059325099	2,43	0,1511740344
0,88	0,0398559960	1,40	0,0699722319	1,92	0,1067132698	2,44	0,1521462356
0,89	0,0403826748	1,41	0,0706107520	1,93	0,1074972182	2,45	0,1531226962
0,90	0,0409112496	1,42	0,0712517169	1,94	0,1082843723	2,46	0,1541034407
0,91	0,0414417295	1,43	0,0718951391	1,95	0,1090747494	2,47	0,1550884939
0,92	0,0419741235	1,44	0,0725410311	1,96	0,1098683669	2,48	0,1560778810
0,93	0,0425084408	1,45	0,0731894054	1,97	0,1106652425	2,49	0,1570716271
0,94	0,0430446905	1,46	0,0738402745	1,98	0,1114653938	2,50	0,1580697575
0,95	0,0435828820	1,47	0,0744936511	1,99	0,1122688385	2,51	0,1590722979
0,96	0,0441230244	1,48	0,0751495481	2,00	0,1130755946	2,52	0,1600792739
0,97	0,0446651271	1,49	0,0758079782	2,01	0,1138856801	2,53	0,1610907115
0,98	0,0452091996	1,50	0,0764689544	2,02	0,1146991132	2,54	0,1621066369
0,99	0,0457552512	1,51	0,0771324897	2,03	0,1155159121	2,55	0,1631270763
1,00	0,0463032915	1,52	0,0777985971	2,04	0,1163360953	2,56	0,1641520562
1,01	0,0468533300	1,53	0,0784672899	2,05	0,1171596813	2,57	0,1651816034
1,02	0,0474053764	1,54	0,0791385813	2,06	0,1179866887	2,58	0,1662157446
1,03	0,0479594404	1,55	0,0798124847	2,07	0,1188171363	2,59	0,1672545071
1,04	0,0485155317	1,56	0,0804890134	2,08	0,1196510430	2,60	0,1682979181
1,05	0,0490736600	1,57	0,0811681810	2,09	0,1204884278	2,61	0,1693460051
1,06	0,0496338353	1,58	0,0818500011	2,10	0,1213293100	2,62	0,1703987958
1,07	0,0501960675	1,59	0,0825344874	2,11	0,1221737088	2,63	0,1714563180
1,08	0,0507603665	1,60	0,0832216536	2,12	0,1230216436	2,64	0,1725185999
1,09	0,0513267424	1,61	0,0839115136	2,13	0,1238731341	2,65	0,1735856698
1,10	0,0518952053	1,62	0,0846040813	2,14	0,1247281998	2,66	0,1746575562
1,11	0,0524657654	1,63	0,0852993709	2,15	0,1255868608	2,67	0,1757342878
1,12	0,0530384328	1,64	0,0859973964	2,16	0,1264491368	2,68	0,1768158936
1,13	0,0536132178	1,65	0,0866981721	2,17	0,1273150481	2,69	0,1779024027
1,14	0,0541901308	1,66	0,0874017122	2,18	0,1281846148	2,70	0,1789938444
1,15	0,0547691822	1,67	0,0881080312	2,19	0,1290578574	2,71	0,1800902485
1,16	0,0553503825	1,68	0,0888171436	2,20	0,1299347964	2,72	0,1811916447
1,17	0,0559337422	1,69	0,0895290639	2,21	0,1308154525	2,73	0,1822980630
1,18	0,0565192719	1,70	0,0902438069	2,22	0,1316998465	2,74	0,1834095336
1,19	0,0571069823	1,71	0,0909613874	2,23	0,1325879993	2,75	0,1845260872
1,20	0,0576968840	1,72	0,0916818202	2,24	0,1334799321	2,76	0,1856477544
1,21	0,0582889880	1,73	0,0924051203	2,25	0,1343756661	2,77	0,1867745661
1,22	0,0588833049	1,74	0,0931313028	2,26	0,1352752227	2,78	0,1879065535
1,23	0,0594798459	1,75	0,0938603828	2,27	0,1361786236	2,79	0,1890437480
1,24	0,0600786218	1,76	0,0945923757	2,28	0,1370858902	2,80	0,1901861814
1,25	0,0606796438	1,77	0,0953272968	2,29	0,1379970447	2,81	0,1913338854
1,26	0,0612829229	1,78	0,0960651616	2,30	0,1389121089	2,82	0,1924868922
1,27	0,0618884704	1,79	0,0968059857	2,31	0,1398311050	2,83	0,1936452343
1,28	0,0624962975	1,80	0,0975497847	2,32	0,1407540553	2,84	0,1948089441
1,29	0,0631064156	1,81	0,0982965744	2,33	0,1416809824	2,85	0,1959780546
1,30	0,0637188361	1,82	0,0990463708	2,34	0,1426119089	2,86	0,1971525989

2,87	0,1983326104	3,11	0,2283844814	3,35	0,2621263666	3,59	0,3001804268
2,88	0,1995181227	3,12	0,2297128076	3,36	0,2636211094	3,60	0,3018702347
2,89	0,2007091697	3,13	0,2310475654	3,37	0,2651233687	3,61	0,3035688808
2,90	0,2019057856	3,14	0,2323887961	3,38	0,2666331944	3,62	0,3052764262
2,91	0,2031080046	3,15	0,2337365410	3,39	0,2681506370	3,63	0,3069929325
2,92	0,2043158616	3,16	0,2350908421	3,40	0,2696757472	3,64	0,3087184619
2,93	0,2055293915	3,17	0,2364517415	3,41	0,2712085762	3,65	0,3104530771
2,94	0,2067486294	3,18	0,2378192816	3,42	0,2727491757	3,66	0,3121968413
2,95	0,2079736108	3,19	0,2391935053	3,43	0,2742975977	3,67	0,3139498183
2,96	0,2092043716	3,20	0,2405744557	3,44	0,2758538947	3,68	0,3157120723
2,97	0,2104409476	3,21	0,2419621764	3,45	0,2774181197	3,69	0,3174836684
2,98	0,2116833753	3,22	0,2433567112	3,46	0,2789903260	3,70	0,3192646720
2,99	0,2129316913	3,23	0,2447581044	3,47	0,2805705674	3,71	0,3210551491
3,00	0,2141859324	3,24	0,2461664005	3,48	0,2821588982	3,72	0,3228551662
3,01	0,2154461357	3,25	0,2475816444	3,49	0,2837553732	3,73	0,3246647907
3,02	0,2167123388	3,26	0,2490038815	3,50	0,2853600475	3,74	0,3264840902
3,03	0,2179845793	3,27	0,2504331574	3,51	0,2869729767	3,75	0,3283131331
3,04	0,2192628954	3,28	0,2518695182	3,52	0,2885942171	3,76	0,3301519884
3,05	0,2205473253	3,29	0,2533130103	3,53	0,2902238253	3,77	0,3320007257
3,06	0,2218379077	3,30	0,2547636804	3,54	0,2918618582	3,78	0,3338594152
3,07	0,2231346816	3,31	0,2562215757	3,55	0,2935083735	3,79	0,3357281276
3,08	0,2244376862	3,32	0,2576867439	3,56	0,2951634292		
3,09	0,2257469611	3,33	0,2591592328	3,57	0,2968270839		
3,10	0,2270625461	3,34	0,2606390908	3,58	0,2984993965		

Coefficientes do 4º grau calculados para 7º carga após carga máxima = 7.2723388672 [kN]

»n=4;
» p7=polyfit(x,y,n)

p7 =

Columns 1 through 3

5.296236379696344e-004 -8.797337764663992e-004 9.243235280478328e-003

Columns 4 through 5

3.721480446359495e-002 2.227687732795411e-004

Cálculo usando software para a 7º carga após carga máxima = 7.2723388672 [kN]

a= 5.29623484848862e-004
b= -8.79732581387849e-004
c= 9.24323228602475e-003
d= 3.72148071153333e-002
e= 2.22768250846661e-004

Pares de pontos (Δa , ΔP_N) para 11º carga após carga máxima = 5.5816650391 [kN]

Δa [mm]	ΔP_N [kN/mm ²]	0,00	0,0000000000	0,01	0,0002991380	0,02	0,0005992539
-----------------	------------------------------------	------	--------------	------	--------------	------	--------------

0,03	0,0009003519	0,55	0,0180238681	1,07	0,0385264824	1,59	0,0633468642
0,04	0,0012024364	0,56	0,0183837115	1,08	0,0389595931	1,60	0,0638742780
0,05	0,0015055115	0,57	0,0187448030	1,09	0,0393942979	1,61	0,0644037593
0,06	0,0018095815	0,58	0,0191071483	1,10	0,0398306045	1,62	0,0649353188
0,07	0,0021146509	0,59	0,0194707531	1,11	0,0402685207	1,63	0,0654689674
0,08	0,0024207238	0,60	0,0198356232	1,12	0,0407080543	1,64	0,0660047159
0,09	0,0027278047	0,61	0,0202017645	1,13	0,0411492133	1,65	0,0665425752
0,10	0,0030358980	0,62	0,0205691828	1,14	0,0415920056	1,66	0,0670825563
0,11	0,0033450080	0,63	0,0209378840	1,15	0,0420364391	1,67	0,0676246702
0,12	0,0036551392	0,64	0,0213078739	1,16	0,0424825219	1,68	0,0681689281
0,13	0,0039662960	0,65	0,0216791586	1,17	0,0429302621	1,69	0,0687153411
0,14	0,0042784830	0,66	0,0220517441	1,18	0,0433796678	1,70	0,0692639206
0,15	0,0045917047	0,67	0,0224256363	1,19	0,0438307472	1,71	0,0698146779
0,16	0,0049059654	0,68	0,0228008413	1,20	0,0442835086	1,72	0,0703676245
0,17	0,0052212700	0,69	0,0231773652	1,21	0,0447379601	1,73	0,0709227717
0,18	0,0055376228	0,70	0,0235552141	1,22	0,0451941103	1,74	0,0714801313
0,19	0,0058550285	0,71	0,0239343942	1,23	0,0456519673	1,75	0,0720397147
0,20	0,0061734917	0,72	0,0243149117	1,24	0,0461115398	1,76	0,0726015339
0,21	0,0064930171	0,73	0,0246967728	1,25	0,0465728361	1,77	0,0731656005
0,22	0,0068136094	0,74	0,0250799837	1,26	0,0470358649	1,78	0,0737319264
0,23	0,0071352732	0,75	0,0254645509	1,27	0,0475006347	1,79	0,0743005236
0,24	0,0074580134	0,76	0,0258504805	1,28	0,0479671541	1,80	0,0748714042
0,25	0,0077818346	0,77	0,0262377791	1,29	0,0484354319	1,81	0,0754445802
0,26	0,0081067416	0,78	0,0266264529	1,30	0,0489054768	1,82	0,0760200639
0,27	0,0084327393	0,79	0,0270165085	1,31	0,0493772976	1,83	0,0765978674
0,28	0,0087598324	0,80	0,0274079524	1,32	0,0498509032	1,84	0,0771780033
0,29	0,0090880260	0,81	0,0278007910	1,33	0,0503263026	1,85	0,0777604838
0,30	0,0094173247	0,82	0,0281950310	1,34	0,0508035046	1,86	0,0783453216
0,31	0,0097477336	0,83	0,0285906789	1,35	0,0512825183	1,87	0,0789325292
0,32	0,0100792576	0,84	0,0289877414	1,36	0,0517633529	1,88	0,0795221193
0,33	0,0104119017	0,85	0,0293862251	1,37	0,0522460173	1,89	0,0801141047
0,34	0,0107456708	0,86	0,0297861369	1,38	0,0527305210	1,90	0,0807084983
0,35	0,0110805700	0,87	0,0301874834	1,39	0,0532168730	1,91	0,0813053129
0,36	0,0114166044	0,88	0,0305902714	1,40	0,0537050828	1,92	0,0819045617
0,37	0,0117537790	0,89	0,0309945078	1,41	0,0541951596	1,93	0,0825062577
0,38	0,0120920989	0,90	0,0314001995	1,42	0,0546871130	1,94	0,0831104141
0,39	0,0124315694	0,91	0,0318073534	1,43	0,0551809524	1,95	0,0837170443
0,40	0,0127721954	0,92	0,0322159764	1,44	0,0556766873	1,96	0,0843261616
0,41	0,0131139823	0,93	0,0326260756	1,45	0,0561743275	1,97	0,0849377795
0,42	0,0134569353	0,94	0,0330376580	1,46	0,0566738825	1,98	0,0855519115
0,43	0,0138010596	0,95	0,0334507307	1,47	0,0571753621	1,99	0,0861685714
0,44	0,0141463605	0,96	0,0338653007	1,48	0,0576787761	2,00	0,0867877728
0,45	0,0144928434	0,97	0,0342813754	1,49	0,0581841343	2,01	0,0874095295
0,46	0,0148405135	0,98	0,0346989618	1,50	0,0586914467	2,02	0,0880338557
0,47	0,0151893762	0,99	0,0351180673	1,51	0,0592007233	2,03	0,0886607651
0,48	0,0155394370	1,00	0,0355386992	1,52	0,0597119740	2,04	0,0892902721
0,49	0,0158907013	1,01	0,0359608647	1,53	0,0602252091	2,05	0,0899223907
0,50	0,0162431745	1,02	0,0363845713	1,54	0,0607404386	2,06	0,0905571354
0,51	0,0165968621	1,03	0,0368098265	1,55	0,0612576729	2,07	0,0911945204
0,52	0,0169517697	1,04	0,0372366376	1,56	0,0617769222	2,08	0,0918345605
0,53	0,0173079029	1,05	0,0376650122	1,57	0,0622981968	2,09	0,0924772700
0,54	0,0176652671	1,06	0,0380949580	1,58	0,0628215073	2,10	0,0931226639

2,11	0,0937707568	2,54	0,1244200751	2,97	0,1615176220	3,40	0,2069815114
2,12	0,0944215637	2,55	0,1252032826	2,98	0,1624712100	3,41	0,2081579882
2,13	0,0950750995	2,56	0,1259899752	2,99	0,1634293174	3,42	0,2093404290
2,14	0,0957313796	2,57	0,1267801731	3,00	0,1643919724	3,43	0,2105288738
2,15	0,0963904189	2,58	0,1275738972	3,01	0,1653592036	3,44	0,2117233628
2,16	0,0970522330	2,59	0,1283711681	3,02	0,1663310397	3,45	0,2129239366
2,17	0,0977168371	2,60	0,1291720068	3,03	0,1673075097	3,46	0,2141306363
2,18	0,0983842469	2,61	0,1299764345	3,04	0,1682886427	3,47	0,2153435030
2,19	0,0990544781	2,62	0,1307844723	3,05	0,1692744683	3,48	0,2165625786
2,20	0,0997275462	2,63	0,1315961417	3,06	0,1702650160	3,49	0,2177879050
2,21	0,1004034673	2,64	0,1324114642	3,07	0,1712603159	3,50	0,2190195245
2,22	0,1010822573	2,65	0,1332304617	3,08	0,1722603978	3,51	0,2202574798
2,23	0,1017639323	2,66	0,1340531558	3,09	0,1732652924	3,52	0,2215018142
2,24	0,1024485085	2,67	0,1348795688	3,10	0,1742750301	3,53	0,2227525709
2,25	0,1031360022	2,68	0,1357097228	3,11	0,1752896418	3,54	0,2240097938
2,26	0,1038264299	2,69	0,1365436401	3,12	0,1763091586	3,55	0,2252735271
2,27	0,1045198080	2,70	0,1373813435	3,13	0,1773336119	3,56	0,2265438153
2,28	0,1052161533	2,71	0,1382228554	3,14	0,1783630331	3,57	0,2278207035
2,29	0,1059154825	2,72	0,1390681989	3,15	0,1793974543	3,58	0,2291042368
2,30	0,1066178125	2,73	0,1399173970	3,16	0,1804369074	3,59	0,2303944610
2,31	0,1073231603	2,74	0,1407704729	3,17	0,1814814247	3,60	0,2316914223
2,32	0,1080315431	2,75	0,1416274501	3,18	0,1825310390	3,61	0,2329951670
2,33	0,1087429781	2,76	0,1424883520	3,19	0,1835857831	3,62	0,2343057421
2,34	0,1094574827	2,77	0,1433532024	3,20	0,1846456901	3,63	0,2356231949
2,35	0,1101750744	2,78	0,1442220253	3,21	0,1857107934	3,64	0,2369475732
2,36	0,1108957708	2,79	0,1450948448	3,22	0,1867811267	3,65	0,2382789249
2,37	0,1116195897	2,80	0,1459716852	3,23	0,1878567239	3,66	0,2396172987
2,38	0,1123465489	2,81	0,1468525709	3,24	0,1889376192	3,67	0,2409627434
2,39	0,1130766665	2,82	0,1477375266	3,25	0,1900238471	3,68	0,2423153086
2,40	0,1138099605	2,83	0,1486265772	3,26	0,1911154424	3,69	0,2436750439
2,41	0,1145464493	2,84	0,1495197477	3,27	0,1922124402	3,70	0,2450419996
2,42	0,1152861512	2,85	0,1504170633	3,28	0,1933148757	3,71	0,2464162265
2,43	0,1160290847	2,86	0,1513185495	3,29	0,1944227846	3,72	0,2477977755
2,44	0,1167752685	2,87	0,1522242318	3,30	0,1955362029	3,73	0,2491866983
2,45	0,1175247215	2,88	0,1531341362	3,31	0,1966551666	3,74	0,2505830470
2,46	0,1182774624	2,89	0,1540482885	3,32	0,1977797124	3,75	0,2519868739
2,47	0,1190335105	2,90	0,1549667150	3,33	0,1989098769	3,76	0,2533982320
2,48	0,1197928848	2,91	0,1558894421	3,34	0,2000456974	3,77	0,2548171747
2,49	0,1205556047	2,92	0,1568164964	3,35	0,2011872113	3,78	0,2562437559
2,50	0,1213216897	2,93	0,1577479047	3,36	0,2023344562	3,79	0,2576780300
2,51	0,1220911594	2,94	0,1586836941	3,37	0,2034874701		
2,52	0,1228640336	2,95	0,1596238918	3,38	0,2046462915		
2,53	0,1236403321	2,96	0,1605685252	3,39	0,2058109589		

Coefficientes do 4º grau calculados para 11ª carga após carga máxima = 5.5816650391 [kN]

» n=4;
» p₁₁=polyfit(x,y,n)

p₁₁ =

Columns 1 through 3

4.064967013970144e-004 -6.752132274567515e-004 7.094367370767504e-003

Columns 4 through 5

2.856310417140320e-002 1.709794942308122e-004

Cálculo usando software para a 11° carga após carga máxima = 5.5816650391 [kN]

a= 4.06496595666717e-004
b= -6.7521397515779e-004
c= 7.09436527501595e-003
d= 2.85631060580158e-002
e= 1.70979103667701e-004

Pares de pontos (Δa , ΔP_N) para a carga final = 4.5478820801 [kN]:

Δa [mm]	ΔP_N [kN/mm ²]	0,33	0,0084835082	0,67	0,0182721730	1,01	0,0293005351
0,00	0,0000000000	0,34	0,0087554598	0,68	0,0185778861	1,02	0,0296457668
0,01	0,0002437345	0,35	0,0090283321	0,69	0,0188846739	1,03	0,0299922602
0,02	0,0004882658	0,36	0,0093021294	0,70	0,0191925412	1,04	0,0303400214
0,03	0,0007335973	0,37	0,0095768557	0,71	0,0195014932	1,05	0,0306890566
0,04	0,0009797325	0,38	0,0098525153	0,72	0,0198115348	1,06	0,0310393718
0,05	0,0012266749	0,39	0,0101291122	0,73	0,0201226712	1,07	0,0313909734
0,06	0,0014744280	0,40	0,0104066508	0,74	0,0204349075	1,08	0,0317438675
0,07	0,0017229953	0,41	0,0106851351	0,75	0,0207482487	1,09	0,0320980604
0,08	0,0019723803	0,42	0,0109645696	0,76	0,0210627002	1,10	0,0324535584
0,09	0,0022225866	0,43	0,0112449585	0,77	0,0213782669	1,11	0,0328103680
0,10	0,0024736178	0,44	0,0115263061	0,78	0,0216949543	1,12	0,0331684953
0,11	0,0027254774	0,45	0,0118086166	0,79	0,0220127675	1,13	0,0335279470
0,12	0,0029781690	0,46	0,0120918946	0,80	0,0223317119	1,14	0,0338887295
0,13	0,0032316964	0,47	0,0123761443	0,81	0,0226517927	1,15	0,0342508493
0,14	0,0034860631	0,48	0,0126613701	0,82	0,0229730152	1,16	0,0346143129
0,15	0,0037412728	0,49	0,0129475766	0,83	0,0232953850	1,17	0,0349791269
0,16	0,0039973291	0,50	0,0132347680	0,84	0,0236189074	1,18	0,0353452979
0,17	0,0042542359	0,51	0,0135229490	0,85	0,0239435878	1,19	0,0357128327
0,18	0,0045119969	0,52	0,0138121240	0,86	0,0242694316	1,20	0,0360817379
0,19	0,0047706157	0,53	0,0141022976	0,87	0,0245964446	1,21	0,0364520203
0,20	0,0050300962	0,54	0,0143934742	0,88	0,0249246320	1,22	0,0368236866
0,21	0,0052904422	0,55	0,0146856586	0,89	0,0252539996	1,23	0,0371967438
0,22	0,0055516574	0,56	0,0149788552	0,90	0,0255845530	1,24	0,0375711986
0,23	0,0058137457	0,57	0,0152730687	0,91	0,0259162977	1,25	0,0379470580
0,24	0,0060767110	0,58	0,0155683038	0,92	0,0262492394	1,26	0,0383243290
0,25	0,0063405571	0,59	0,0158645652	0,93	0,0265833839	1,27	0,0387030185
0,26	0,0066052879	0,60	0,0161618576	0,94	0,0269187369	1,28	0,0390831336
0,27	0,0068709074	0,61	0,0164601857	0,95	0,0272553042	1,29	0,0394646814
0,28	0,0071374195	0,62	0,0167595542	0,96	0,0275930915	1,30	0,0398476691
0,29	0,0074048281	0,63	0,0170599681	0,97	0,0279321048	1,31	0,0402321038
0,30	0,0076731373	0,64	0,0173614320	0,98	0,0282723498	1,32	0,0406179927
0,31	0,0079423510	0,65	0,0176639509	0,99	0,0286138326	1,33	0,0410053430
0,32	0,0082124733	0,66	0,0179675296	1,00	0,0289565590	1,34	0,0413941622

1,35	0,0417844576	1,87	0,0643133962	2,39	0,0921336808	2,91	0,1270170809
1,36	0,0421762365	1,88	0,0647937880	2,40	0,0927311611	2,92	0,1277724351
1,37	0,0425695065	1,89	0,0652761315	2,41	0,0933312444	2,93	0,1285313368
1,38	0,0429642749	1,90	0,0657604371	2,42	0,0939339457	2,94	0,1292938082
1,39	0,0433605495	1,91	0,0662467155	2,43	0,0945392802	2,95	0,1300598714
1,40	0,0437583377	1,92	0,0667349771	2,44	0,0951472630	2,96	0,1308295488
1,41	0,0441576471	1,93	0,0672252327	2,45	0,0957579093	2,97	0,1316028629
1,42	0,0445584856	1,94	0,0677174930	2,46	0,0963712348	2,98	0,1323798364
1,43	0,0449608607	1,95	0,0682117689	2,47	0,0969872548	2,99	0,1331604922
1,44	0,0453647804	1,96	0,0687080713	2,48	0,0976059850	3,00	0,1339448534
1,45	0,0457702523	1,97	0,0692064111	2,49	0,0982274411	3,01	0,1347329432
1,46	0,0461772845	1,98	0,0697067994	2,50	0,0988516392	3,02	0,1355247851
1,47	0,0465858848	1,99	0,0702092474	2,51	0,0994785950	3,03	0,1363204026
1,48	0,0469960613	2,00	0,0707137662	2,52	0,1001083248	3,04	0,1371198195
1,49	0,0474078219	2,01	0,0712203671	2,53	0,1007408447	3,05	0,1379230598
1,50	0,0478211747	2,02	0,0717290615	2,54	0,1013761711	3,06	0,1387301477
1,51	0,0482361279	2,03	0,0722398607	2,55	0,1020143204	3,07	0,1395411075
1,52	0,0486526896	2,04	0,0727527764	2,56	0,1026553092	3,08	0,1403559639
1,53	0,0490708681	2,05	0,0732678200	2,57	0,1032991542	3,09	0,1411747414
1,54	0,0494906718	2,06	0,0737850033	2,58	0,1039458722	3,10	0,1419974651
1,55	0,0499121088	2,07	0,0743043379	2,59	0,1045954802	3,11	0,1428241600
1,56	0,0503351877	2,08	0,0748258358	2,60	0,1052479952	3,12	0,1436548516
1,57	0,0507599168	2,09	0,0753495088	2,61	0,1059034344	3,13	0,1444895654
1,58	0,0511863047	2,10	0,0758753690	2,62	0,1065618151	3,14	0,1453283270
1,59	0,0516143600	2,11	0,0764034282	2,63	0,1072231548	3,15	0,1461711625
1,60	0,0520440912	2,12	0,0769336989	2,64	0,1078874711	3,16	0,1470180980
1,61	0,0524755070	2,13	0,0774661931	2,65	0,1085547816	3,17	0,1478691598
1,62	0,0529086161	2,14	0,0780009231	2,66	0,1092251041	3,18	0,1487243745
1,63	0,0533434274	2,15	0,0785379015	2,67	0,1098984567	3,19	0,1495837689
1,64	0,0537799496	2,16	0,0790771406	2,68	0,1105748575	3,20	0,1504473700
1,65	0,0542181917	2,17	0,0796186531	2,69	0,1112543246	3,21	0,1513152050
1,66	0,0546581626	2,18	0,0801624516	2,70	0,1119368765	3,22	0,1521873013
1,67	0,0550998714	2,19	0,0807085489	2,71	0,1126225316	3,23	0,1530636866
1,68	0,0555433270	2,20	0,0812569578	2,72	0,1133113086	3,24	0,1539443887
1,69	0,0559885386	2,21	0,0818076912	2,73	0,1140032263	3,25	0,1548294358
1,70	0,0564355154	2,22	0,0823607622	2,74	0,1146983036	3,26	0,1557188562
1,71	0,0568842667	2,23	0,0829161838	2,75	0,1153965596	3,27	0,1566126785
1,72	0,0573348017	2,24	0,0834739693	2,76	0,1160980134	3,28	0,1575109314
1,73	0,0577871299	2,25	0,0840341319	2,77	0,1168026845	3,29	0,1584136439
1,74	0,0582412606	2,26	0,0845966851	2,78	0,1175105922	3,30	0,1593208454
1,75	0,0586972033	2,27	0,0851616424	2,79	0,1182217564	3,31	0,1602325653
1,76	0,0591549677	2,28	0,0857290172	2,80	0,1189361967	3,32	0,1611488334
1,77	0,0596145632	2,29	0,0862988233	2,81	0,1196539332	3,33	0,1620696797
1,78	0,0600759996	2,30	0,0868710744	2,82	0,1203749858	3,34	0,1629951343
1,79	0,0605392867	2,31	0,0874457844	2,83	0,1210993749	3,35	0,1639252278
1,80	0,0610044342	2,32	0,0880229673	2,84	0,1218271208	3,36	0,1648599909
1,81	0,0614714520	2,33	0,0886026370	2,85	0,1225582442	3,37	0,1657994545
1,82	0,0619403500	2,34	0,0891848079	2,86	0,1232927657	3,38	0,1667436500
1,83	0,0624111383	2,35	0,0897694941	2,87	0,1240307061	3,39	0,1676926088
1,84	0,0628838269	2,36	0,0903567099	2,88	0,1247720866	3,40	0,1686463627
1,85	0,0633584259	2,37	0,0909464700	2,89	0,1255169283	3,41	0,1696049437
1,86	0,0638349456	2,38	0,0915387887	2,90	0,1262652526	3,42	0,1705683840

3,43	0,1715367163
3,44	0,1725099734
3,45	0,1734881884
3,46	0,1744713946
3,47	0,1754596257
3,48	0,1764529157
3,49	0,1774512987
3,50	0,1784548094
3,51	0,1794634824
3,52	0,1804773530
3,53	0,1814964564
3,54	0,1825208284
3,55	0,1835505051
3,56	0,1845855226
3,57	0,1856259176
3,58	0,1866717271
3,59	0,1877229883
3,60	0,1887797387
3,61	0,1898420162
3,62	0,1909098590
3,63	0,1919833058
3,64	0,1930623952
3,65	0,1941471667
3,66	0,1952376596
3,67	0,1963339138
3,68	0,1974359697
3,69	0,1985438678
3,70	0,1996576490
3,71	0,2007773546
3,72	0,2019030262
3,73	0,2030347059
3,74	0,2041724362
3,75	0,2053162596
3,76	0,2064662194
3,77	0,2076223590
3,78	0,2087847224
3,79	0,2099533538

Ponto Final do Experimento correspondente à carga final (14º carga):

$\Delta P_{nf} = 0,2099533538;$

$\Delta a_f = 3,79;$

Cálculo usando Matlab:

Coefficientes do 4º grau calculados para a carga final = 4.5478820801 [kN]:

»n=4;

»pf=polyfit(x,y,n)

pf =

Columns 1 through 3

3.312092440739918e-004 -5.501566405760494e-004 5.780416030082522e-003

Columns 4 through 5

2.327291748044312e-002 1.393122768760200e-004

Cálculo usando software para a carga final = 4.5478820801 [kN]

a = 3.31209225579165e-004

b = -5.50156490823461e-004

c = 5.78041565423604e-003

d = 2.32729178266595e-002

e = 1.39312211831610e-004

Determinação da propagação de trinca para a carga máxima usando Matlab (pto de tangência):

$$\Delta P_N(\Delta a_{tang}) = 3 \times a_{max} \times \Delta a_{tang}^4 + (2 \times b_{max} - 4 \times a_{max} \times \Delta a_f) \times \Delta a_{tang}^3 + (c_{max} - 3 \times b_{max} \times \Delta a_f) \times \Delta a_{tang}^2 - (2 \times c_{max} \times \Delta a_f) \times \Delta a_{tang} + (\Delta P_{Nf} - e_{max} - d_{max} \times \Delta a_f) = 0$$

a_{tang} = 3. a_{max} = 1.966086069886885e-003

b_{tang} = 2. b_{max} - 4. a_{max}. Δa_f = -1.211247246904312e-002

c_{tang} = c_{max} - 3. b_{max}. Δa_f = 2.381497156450423e-002

d_{tang} = -2. c_{max}. Δa_f = -8.669760993476226e-002

e_{tang} = 3.514818993123580e-002

Utilizando o método de resolução de raízes implícito no Matlab acha-se o ponto de tangência:

»p = [a_{tang} b_{tang} c_{tang} d_{tang} e_{tang}]

Columns 1 through 3

1.966086069886885e-003 -1.211247246904312e-002 2.381497156450423e-002

Columns 4 through 5

-8.669760993476226e-002 3.514818993123580e-002

» roots(p)

ans =

```
5.322900780631596e+000
1.943623104094451e-001 +2.727819800096982e+000i
1.943623104094451e-001 -2.727819800096982e+000i
4.490776596011508e-001 (Raiz correspondente ao ponto de tangência)
```

Pto. de tangência calculado pelo software:

$$\Delta a_{\text{tang}} = 4.49077622572986e-001$$

Agora pode-se definir m:

$$\Delta P_N'(\Delta a_{\text{tang}}) = m = 4 \times a_{\text{max}} \times \Delta a_{\text{tang}}^3 + 3 \times b_{\text{max}} \times \Delta a_{\text{tang}}^2 + 2 \times c_{\text{max}} \times \Delta a_{\text{tang}} + d_{\text{max}}$$

Calculando usando Matlab:

```
>>m = 4*6.553620232956284e-004*(4.490776596011508e-001)^3 + 3*(-1.088592097940697e-003)*(4.490776596011508e-001)^2 + 2*1.143767941091850e-002*4.490776596011508e-001 + 4.605000194304301e-002
```

```
>>m = 5.590161662079623e-002 Calculado pelo Matlab
```

```
m = 5.59016163147135e-002 Calculado pelo software
```

Isolando o coeficiente linear da reta z:

$$z = \Delta P_{Nf} - m \Delta a_f$$

```
>>z=0.2099533538-5.590161662079623e-002*3.79
```

z =

```
-1.913773192817686e-003
```

Definindo vetor reta tangente, conhecido m e z:

```
>>reta=[0 0 0 5.590161662079623e-002 -1.913773192817686e-003]
```

reta =

Columns 1 through 3

```
0 0 0
```

Columns 4 through 5

```
5.590161662079622e-002 -1.913773192817686e-003
```

Representando o polinômio que representa o ponto de intersecção entre o polinômio e a reta:

$$\Delta P_N(\Delta a) = a_j \Delta a_j^4 + b_j \Delta a_j^3 + c_j \Delta a_j^2 + (d_j - m) \Delta a_j + (e_j - P_f + m \Delta a_f) (*)$$

O vetores **intersec** podem ser representados pelo polinômio do 4º grau acima:

Calculando a propagação de trinca para a 3° Carga usando Matlab:

```
» p3=[6.250247903462685e-004 -1.038200297096365e-003 1.090822006218292e-002
4.391831046406066e-002 2.628961441243907e-004]
```

p3 =

Columns 1 through 3

```
6.250247903462684e-004 -1.038200297096365e-003 1.090822006218292e-002
```

Columns 4 through 5

```
4.391831046406066e-002 2.628961441243907e-004
```

O vetor intersec representa o polinômio do 4° grau (*):

Após criado o vetor **intersec**, o software Matlab 4.0 resolverá numericamente as raízes deste vetor, que continua sendo um polinômio de 4° grau após a subtração pela reta. Para este fim utiliza-se o comando **roots(nome do vetor)**, que encontrará as raízes do vetor intersec, sendo estas os valores de propagação de trinca:

```
» intersec3=p3-reta
```

intersec3 =

Columns 1 through 3

```
6.250247903462684e-004 -1.038200297096365e-003 1.090822006218292e-002
```

Columns 4 through 5

```
-1.198330615673556e-002 2.176669336942077e-003
```

```
» raiz3=roots(intersec3)
```

raiz3 =

```
2.580985046726528e-001 +4.072559566675928e+000i
2.580985046726528e-001 -4.072559566675928e+000i
9.167298018862458e-001
2.281277791330868e-001
```

Raíz calculada pelo software para 3° Carga

$\Delta a_3 = 9.16729546722308e-001$

Calculando a propagação de trinca para a 7° Carga usando Matlab:

```
» p7=[5.296236379696344e-004 -8.797337764663992e-004 9.243235280478328e-003 3.721480446359495e-002
2.227687732795411e-004]
```

p7 =

Columns 1 through 3

```
5.296236379696343e-004 -8.797337764663992e-004 9.243235280478328e-003
```

Columns 4 through 5

3.721480446359495e-002 2.227687732795411e-004

» intersec₇=p₇-reta

intersec₇ =

Columns 1 through 3

5.296236379696343e-004 -8.797337764663992e-004 9.243235280478328e-003

Columns 4 through 5

-1.868681215720127e-002 2.136541966097227e-003

» raiz₇=roots(intersec₇)

raiz₇ =

-1.593884574414379e-001 +4.222828239154094e+000i
 -1.593884574414379e-001 -4.222828239154094e+000i
 1.858265788033973e+000
 1.215657199538245e-001

Raíz calculada pelo software para 7° Carga

$\Delta a_7 = 1.85826567185359e+00$

Calculando a propagação de trinca para a 11° Carga usando Matlab:

» p₁₁=[4.064967013970144e-004 -6.752132274567515e-004 7.094367370767504e-003
 2.856310417140320e-002 1.709794942308122e-004]

» p₁₁

p₁₁ =

Columns 1 through 3

4.064967013970144e-004 -6.752132274567515e-004 7.094367370767503e-003

Columns 4 through 5

2.856310417140320e-002 1.709794942308122e-004

» intersec₁₁=p₁₁-reta

intersec₁₁ =

Columns 1 through 3

4.064967013970144e-004 -6.752132274567515e-004 7.094367370767503e-003

Columns 4 through 5

-2.733851244939302e-002 2.084752687048498e-003

» raiz₁₁=roots(intersec₁₁)

raiz₁₁ =

-7.250131411091626e-001 +4.604554754056061e+000i
-7.250131411091626e-001 -4.604554754056061e+000i
3.033263597298868e+000
7.781731374235717e-002

Raíz calculada pelo software para 11°Carga
 $\Delta a_{11} = 3.03326358435879e+00$

Apêndice B

Simulação Numérica realizada com o software Matlab para cálculo de raízes antes da carga máxima

Análise de Raízes para antes da carga máxima, para o corpo-de-prova JRT36:

Cargas tomadas da carga máxima até aproximadamente 50 % do nível de carga máxima:

4.5478820801 Carga em aprox. 50 % Pmax

4.8629760742

5.4603576660

6.0028076172

6.5406799316

6.9931030273 10°carga antes Pmax

7.3478698730

7.6484680176

7.8475952148

8.0940246582

8.3251953125 5°Carga antes de Pmax

8.4556579590

8.6242675781

8.8104248047

8.9988708496 Carga Máxima (Pmax)

Pares de pontos (Δa , ΔP_N) para a carga máxima = 8.9988708496 [kN]:

Δa [mm]	ΔP_N [kN/mm ²]	0,2	0,0099530255	0,41	0,0211426219	0,62	0,0331620436
0	0,0000000000	0,21	0,0104681707	0,42	0,0216955375	0,63	0,0337564709
0,01	0,0004822762	0,22	0,0109850359	0,43	0,0222503415	0,64	0,0343529761
0,02	0,0009661289	0,23	0,0115036287	0,44	0,0228070424	0,65	0,0349515686
0,03	0,0014515652	0,24	0,0120239567	0,45	0,0233656489	0,66	0,0355522583
0,04	0,0019385917	0,25	0,0125460277	0,46	0,0239261695	0,67	0,0361550547
0,05	0,0024272154	0,26	0,0130698492	0,47	0,0244886129	0,68	0,0367599676
0,06	0,0029174432	0,27	0,0135954292	0,48	0,0250529879	0,69	0,0373670069
0,07	0,0034092820	0,28	0,0141227752	0,49	0,0256193031	0,7	0,0379761824
0,08	0,0039027388	0,29	0,0146518953	0,5	0,0261875674	0,71	0,0385875041
0,09	0,0043978207	0,3	0,0151827973	0,51	0,0267577896	0,72	0,0392009819
0,1	0,0048945348	0,31	0,0157154890	0,52	0,0273299787	0,73	0,0398166259
0,11	0,0053928881	0,32	0,0162499786	0,53	0,0279041436	0,74	0,0404344462
0,12	0,0058928877	0,33	0,0167862740	0,54	0,0284802933	0,75	0,0410544529
0,13	0,0063945410	0,34	0,0173243832	0,55	0,0290584369	0,76	0,0416766563
0,14	0,0068978550	0,35	0,0178643143	0,56	0,0296385836	0,77	0,0423010667
0,15	0,0074028371	0,36	0,0184060756	0,57	0,0302207424	0,78	0,0429276944
0,16	0,0079094946	0,37	0,0189496751	0,58	0,0308049226	0,79	0,0435565497
0,17	0,0084178348	0,38	0,0194951212	0,59	0,0313911335	0,8	0,0441876433
0,18	0,0089278650	0,39	0,0200424222	0,6	0,0319793843	0,81	0,0448209855
0,19	0,0094395928	0,4	0,0205915863	0,61	0,0325696846	0,82	0,0454565870

0,83	0,0460944583	1,35	0,0826786910	1,87	0,1272565858	2,39	0,1823044397
0,84	0,0467346104	1,36	0,0834539020	1,88	0,1282071346	2,4	0,1834866709
0,85	0,0473770538	1,37	0,0842320632	1,89	0,1291615452	2,41	0,1846740527
0,86	0,0480217994	1,38	0,0850131896	1,9	0,1301198383	2,42	0,1858666147
0,87	0,0486688582	1,39	0,0857972959	1,91	0,1310820347	2,43	0,1870643868
0,88	0,0493182410	1,4	0,0865843974	1,92	0,1320481554	2,44	0,1882673992
0,89	0,0499699590	1,41	0,0873745089	1,93	0,1330182216	2,45	0,1894756820
0,9	0,0506240232	1,42	0,0881676459	1,94	0,1339922546	2,46	0,1906892659
0,91	0,0512804447	1,43	0,0889638236	1,95	0,1349702758	2,47	0,1919081815
0,92	0,0519392348	1,44	0,0897630573	1,96	0,1359523068	2,48	0,1931324598
0,93	0,0526004049	1,45	0,0905653626	1,97	0,1369383692	2,49	0,1943621319
0,94	0,0532639661	1,46	0,0913707551	1,98	0,1379284850	2,5	0,1955972293
0,95	0,0539299300	1,47	0,0921792504	1,99	0,1389226762	2,51	0,1968377836
0,96	0,0545983081	1,48	0,0929908644	2	0,1399209650	2,52	0,1980838266
0,97	0,0552691119	1,49	0,0938056130	2,01	0,1409233736	2,53	0,1993353905
0,98	0,0559423530	1,5	0,0946235120	2,02	0,1419299245	2,54	0,2005925076
0,99	0,0566180432	1,51	0,0954445778	2,03	0,1429406403	2,55	0,2018552103
1	0,0572961942	1,52	0,0962688264	2,04	0,1439555439	2,56	0,2031235316
1,01	0,0579768178	1,53	0,0970962741	2,05	0,1449746581	2,57	0,2043975044
1,02	0,0586599260	1,54	0,0979269373	2,06	0,1459980060	2,58	0,2056771620
1,03	0,0593455308	1,55	0,0987608326	2,07	0,1470256108	2,59	0,2069625380
1,04	0,0600336441	1,56	0,0995979766	2,08	0,1480574960	2,6	0,2082536660
1,05	0,0607242782	1,57	0,1004383859	2,09	0,1490936851	2,61	0,2095505802
1,06	0,0614174452	1,58	0,1012820775	2,1	0,1501342018	2,62	0,2108533148
1,07	0,0621131574	1,59	0,1021290682	2,11	0,1511790700	2,63	0,2121619042
1,08	0,0628114271	1,6	0,1029793751	2,12	0,1522283137	2,64	0,2134763834
1,09	0,0635122668	1,61	0,1038330154	2,13	0,1532819572	2,65	0,2147967872
1,1	0,0642156889	1,62	0,1046900062	2,14	0,1543400249	2,66	0,2161231510
1,11	0,0649217061	1,63	0,1055503651	2,15	0,1554025412	2,67	0,2174555104
1,12	0,0656303309	1,64	0,1064141094	2,16	0,1564695309	2,68	0,2187939010
1,13	0,0663415761	1,65	0,1072812568	2,17	0,1575410189	2,69	0,2201383592
1,14	0,0670554546	1,66	0,1081518249	2,18	0,1586170302	2,7	0,2214889210
1,15	0,0677719791	1,67	0,1090258317	2,19	0,1596975900	2,71	0,2228456233
1,16	0,0684911626	1,68	0,1099032950	2,2	0,1607827239	2,72	0,2242085028
1,17	0,0692130182	1,69	0,1107842330	2,21	0,1618724572	2,73	0,2255775968
1,18	0,0699375590	1,7	0,1116686637	2,22	0,1629668159	2,74	0,2269529426
1,19	0,0706647981	1,71	0,1125566056	2,23	0,1640658258	2,75	0,2283345781
1,2	0,0713947490	1,72	0,1134480769	2,24	0,1651695131	2,76	0,2297225412
1,21	0,0721274248	1,73	0,1143430963	2,25	0,1662779041	2,77	0,2311168702
1,22	0,0728628391	1,74	0,1152416824	2,26	0,1673910252	2,78	0,2325176037
1,23	0,0736010053	1,75	0,1161438539	2,27	0,1685089031	2,79	0,2339247805
1,24	0,0743419371	1,76	0,1170496298	2,28	0,1696315648	2,8	0,2353384399
1,25	0,0750856482	1,77	0,1179590292	2,29	0,1707590371	2,81	0,2367586213
1,26	0,0758321523	1,78	0,1188720711	2,3	0,1718913475	2,82	0,2381853645
1,27	0,0765814634	1,79	0,1197887748	2,31	0,1730285232	2,83	0,2396187094
1,28	0,0773335952	1,8	0,1207091597	2,32	0,1741705920	2,84	0,2410586966
1,29	0,0780885619	1,81	0,1216332454	2,33	0,1753175816	2,85	0,2425053666
1,3	0,0788463776	1,82	0,1225610516	2,34	0,1764695200	2,86	0,2439587604
1,31	0,0796070565	1,83	0,1234925979	2,35	0,1776264356	2,87	0,2454189194
1,32	0,0803706129	1,84	0,1244279044	2,36	0,1787883566	2,88	0,2468858852
1,33	0,0811370611	1,85	0,1253669910	2,37	0,1799553117	2,89	0,2483596996
1,34	0,0819064156	1,86	0,1263098781	2,38	0,1811273297	2,9	0,2498404050

2,91	0,2513280439	3,14	0,2875604122	3,37	0,3280665268	3,6	0,3735374967
2,92	0,2528226592	3,15	0,2892281265	3,38	0,3299348015	3,61	0,3756394197
2,93	0,2543242942	3,16	0,2909039533	3,39	0,3318125014	3,62	0,3777523549
2,94	0,2558329924	3,17	0,2925879449	3,4	0,3336996893	3,63	0,3798763784
2,95	0,2573487977	3,18	0,2942801538	3,41	0,3355964285	3,64	0,3820115672
2,96	0,2588717544	3,19	0,2959806331	3,42	0,3375027830	3,65	0,3841579988
2,97	0,2604019070	3,2	0,2976894361	3,43	0,3394188172	3,66	0,3863157515
2,98	0,2619393005	3,21	0,2994066167	3,44	0,3413445959	3,67	0,3884849041
2,99	0,2634839802	3,22	0,3011322292	3,45	0,3432801848	3,68	0,3906655364
3	0,2650359916	3,23	0,3028663283	3,46	0,3452256499	3,69	0,3928577286
3,01	0,2665953809	3,24	0,3046089691	3,47	0,3471810577	3,7	0,3950615617
3,02	0,2681621943	3,25	0,3063602073	3,48	0,3491464755	3,71	0,3972771174
3,03	0,2697364785	3,26	0,3081200989	3,49	0,3511219709	3,72	0,3995044781
3,04	0,2713182806	3,27	0,3098887004	3,5	0,3531076122	3,73	0,4017437270
3,05	0,2729076481	3,28	0,3116660687	3,51	0,3551034684	3,74	0,4039949479
3,06	0,2745046288	3,29	0,3134522614	3,52	0,3571096088	3,75	0,4062582254
3,07	0,2761092708	3,3	0,3152473363	3,53	0,3591261036	3,76	0,4085336449
3,08	0,2777216228	3,31	0,3170513518	3,54	0,3611530232	3,77	0,4108212925
3,09	0,2793417337	3,32	0,3188643668	3,55	0,3631904391	3,78	0,4131212549
3,1	0,2809696528	3,33	0,3206864405	3,56	0,3652384229	3,79	0,4154336200
3,11	0,2826054299	3,34	0,3225176328	3,57	0,3672970472		
3,12	0,2842491151	3,35	0,3243580040	3,58	0,3693663850		
3,13	0,2859007589	3,36	0,3262076149	3,59	0,3714465101		

Cálculo usando Matlab:

Coefficientes do 4º grau calculados para a carga máxima = 8.9988708496 [kN]:

```
» n=4;
» pmax=polyfit(x,y,n)
```

pmax =

Columns 1 through 3

6.553620232956284e-004 -1.088592097940697e-003 1.143767941091850e-002

Columns 4 through 5

4.605000194304301e-002 2.756565046311694e-004

Cálculo usando software para a carga máxima = 8.9988708496 [kN]

```
amax = 6.55361920648190e-004
bmax = -1.08859128385319e-003
cmax = 1.14376773426556e-002
dmax = 4.60500038363989e-002
emax = 2.75656112353140e-004
```

Pares de pontos (Δa , ΔP_N) para 5° carga antes da carga máxima = 8.3251953125 [kN]:

Δa [mm]	ΔP_N [kN/mm ²]	0,46	0,0221350031	0,93	0,0486626213	1,4	0,0801024963
0	0,0000000000	0,47	0,0226553408	0,94	0,0492765068	1,41	0,0808334584
0,01	0,0004461719	0,48	0,0231774653	0,95	0,0498926152	1,42	0,0815672193
0,02	0,0008938024	0,49	0,0237013849	0,96	0,0505109570	1,43	0,0823037934
0,03	0,0013428978	0,5	0,0242271077	0,97	0,0511315429	1,44	0,0830431947
0,04	0,0017934644	0,51	0,0247546418	0,98	0,0517543837	1,45	0,0837854376
0,05	0,0022455086	0,52	0,0252839955	0,99	0,0523794902	1,46	0,0845305366
0,06	0,0026990369	0,53	0,0258151772	1	0,0530068733	1,47	0,0852785062
0,07	0,0031540555	0,54	0,0263481950	1,01	0,0536365440	1,48	0,0860293609
0,08	0,0036105711	0,55	0,0268830576	1,02	0,0542685132	1,49	0,0867831156
0,09	0,0040685901	0,56	0,0274197731	1,03	0,0549027920	1,5	0,0875397849
0,1	0,0045281190	0,57	0,0279583502	1,04	0,0555393917	1,51	0,0882993839
0,11	0,0049891644	0,58	0,0284987974	1,05	0,0561783233	1,52	0,0890619274
0,12	0,0054517330	0,59	0,0290411232	1,06	0,0568195983	1,53	0,0898274305
0,13	0,0059158314	0,6	0,0295853363	1,07	0,0574632279	1,54	0,0905959084
0,14	0,0063814662	0,61	0,0301314454	1,08	0,0581092236	1,55	0,0913673765
0,15	0,0068486442	0,62	0,0306794591	1,09	0,0587575969	1,56	0,0921418500
0,16	0,0073173722	0,63	0,0312293863	1,1	0,0594083593	1,57	0,0929193444
0,17	0,0077876569	0,64	0,0317812357	1,11	0,0600615224	1,58	0,0936998754
0,18	0,0082595051	0,65	0,0323350163	1,12	0,0607170980	1,59	0,0944834585
0,19	0,0087329238	0,66	0,0328907370	1,13	0,0613750978	1,6	0,0952701095
0,2	0,0092079198	0,67	0,0334484067	1,14	0,0620355337	1,61	0,0960598443
0,21	0,0096845001	0,68	0,0340080345	1,15	0,0626984176	1,62	0,0968526789
0,22	0,0101626716	0,69	0,0345696295	1,16	0,0633637615	1,63	0,0976486294
0,23	0,0106424414	0,7	0,0351332007	1,17	0,0640315773	1,64	0,0984477119
0,24	0,0111238165	0,71	0,0356987575	1,18	0,0647018774	1,65	0,0992499427
0,25	0,0116068041	0,72	0,0362663090	1,19	0,0653746738	1,66	0,1000553382
0,26	0,0120914112	0,73	0,0368358645	1,2	0,0660499789	1,67	0,1008639148
0,27	0,0125776450	0,74	0,0374074334	1,21	0,0667278049	1,68	0,1016756893
0,28	0,0130655128	0,75	0,0379810250	1,22	0,0674081645	1,69	0,1024906783
0,29	0,0135550218	0,76	0,0385566489	1,23	0,0680910699	1,7	0,1033088986
0,3	0,0140461792	0,77	0,0391343145	1,24	0,0687765339	1,71	0,1041303671
0,31	0,0145389925	0,78	0,0397140315	1,25	0,0694645692	1,72	0,1049551009
0,32	0,0150334690	0,79	0,0402958093	1,26	0,0701551883	1,73	0,1057831171
0,33	0,0155296161	0,8	0,0408796578	1,27	0,0708484042	1,74	0,1066144331
0,34	0,0160274412	0,81	0,0414655866	1,28	0,0715442298	1,75	0,1074490660
0,35	0,0165269519	0,82	0,0420536055	1,29	0,0722426781	1,76	0,1082870336
0,36	0,0170281557	0,83	0,0426437244	1,3	0,0729437620	1,77	0,1091283532
0,37	0,0175310602	0,84	0,0432359532	1,31	0,0736474948	1,78	0,1099730428
0,38	0,0180356730	0,85	0,0438303019	1,32	0,0743538896	1,79	0,1108211200
0,39	0,0185420018	0,86	0,0444267804	1,33	0,0750629598	1,8	0,1116726029
0,4	0,0190500542	0,87	0,0450253989	1,34	0,0757747187	1,81	0,1125275095
0,41	0,0195598381	0,88	0,0456261675	1,35	0,0764891799	1,82	0,1133858580
0,42	0,0200713612	0,89	0,0462290964	1,36	0,0772063568	1,83	0,1142476667
0,43	0,0205846313	0,9	0,0468341959	1,37	0,0779262632	1,84	0,1151129540
0,44	0,0210996564	0,91	0,0474414763	1,38	0,0786489126	1,85	0,1159817385
0,45	0,0216164443	0,92	0,0480509479	1,39	0,0793743191	1,86	0,1168540389

1,87	0,1177298740	2,36	0,1654038616	2,85	0,2243508741	3,34	0,2983732436
1,88	0,1186092627	2,37	0,1664834558	2,86	0,2256954637	3,35	0,3000758405
1,89	0,1194922240	2,38	0,1675677340	2,87	0,2270463119	3,36	0,3017869855
1,9	0,1203787771	2,39	0,1686567229	2,88	0,2284034573	3,37	0,3035067351
1,91	0,1212689413	2,4	0,1697504496	2,89	0,2297669387	3,38	0,3052351466
1,92	0,1221627361	2,41	0,1708489413	2,9	0,2311367952	3,39	0,3069722777
1,93	0,1230601810	2,42	0,1719522255	2,91	0,2325130661	3,4	0,3087181865
1,94	0,1239612957	2,43	0,1730603297	2,92	0,2338957912	3,41	0,3104729316
1,95	0,1248661000	2,44	0,1741732819	2,93	0,2352850104	3,42	0,3122365721
1,96	0,1257746139	2,45	0,1752911100	2,94	0,2366807641	3,43	0,3140091677
1,97	0,1266868576	2,46	0,1764138423	2,95	0,2380830929	3,44	0,3157907784
1,98	0,1276028511	2,47	0,1775415071	2,96	0,2394920376	3,45	0,3175814648
1,99	0,1285226149	2,48	0,1786741332	2,97	0,2409076396	3,46	0,3193812880
2	0,1294461695	2,49	0,1798117493	2,98	0,2423299404	3,47	0,3211903096
2,01	0,1303735356	2,5	0,1809543846	2,99	0,2437589819	3,48	0,3230085918
2,02	0,1313047339	2,51	0,1821020682	3	0,2451948063	3,49	0,3248361972
2,03	0,1322397853	2,52	0,1832548297	3,01	0,2466374562	3,5	0,3266731890
2,04	0,1331787109	2,53	0,1844126987	3,02	0,2480869745	3,51	0,3285196309
2,05	0,1341215319	2,54	0,1855757052	3,03	0,2495434043	3,52	0,3303755872
2,06	0,1350682697	2,55	0,1867438792	3,04	0,2510067892	3,53	0,3322411227
2,07	0,1360189457	2,56	0,1879172511	3,05	0,2524771731	3,54	0,3341163026
2,08	0,1369735817	2,57	0,1890958514	3,06	0,2539546002	3,55	0,3360011930
2,09	0,1379321994	2,58	0,1902797110	3,07	0,2554391152	3,56	0,3378958602
2,1	0,1388948207	2,59	0,1914688609	3,08	0,2569307629	3,57	0,3398003713
2,11	0,1398614677	2,6	0,1926633322	3,09	0,2584295887	3,58	0,3417147939
2,12	0,1408321627	2,61	0,1938631565	3,1	0,2599356381	3,59	0,3436391961
2,13	0,1418069281	2,62	0,1950683655	3,11	0,2614489573	3,6	0,3455736468
2,14	0,1427857865	2,63	0,1962789910	3,12	0,2629695925	3,61	0,3475182152
2,15	0,1437687604	2,64	0,1974950653	3,13	0,2644975906	3,62	0,3494729713
2,16	0,1447558729	2,65	0,1987166208	3,14	0,2660329986	3,63	0,3514379857
2,17	0,1457471469	2,66	0,1999436900	3,15	0,2675758640	3,64	0,3534133295
2,18	0,1467426056	2,67	0,2011763060	3,16	0,2691262347	3,65	0,3553990744
2,19	0,1477422723	2,68	0,2024145018	3,17	0,2706841589	3,66	0,3573952929
2,2	0,1487461706	2,69	0,2036583107	3,18	0,2722496854	3,67	0,3594020580
2,21	0,1497543241	2,7	0,2049077665	3,19	0,2738228630	3,68	0,3614194433
2,22	0,1507667567	2,71	0,2061629030	3,2	0,2754037412	3,69	0,3634475231
2,23	0,1517834923	2,72	0,2074237544	3,21	0,2769923698	3,7	0,3654863723
2,24	0,1528045551	2,73	0,2086903549	3,22	0,2785887991	3,71	0,3675360666
2,25	0,1538299694	2,74	0,2099627393	3,23	0,2801930796	3,72	0,3695966821
2,26	0,1548597598	2,75	0,2112409425	3,24	0,2818052625	3,73	0,3716682958
2,27	0,1558939509	2,76	0,2125249995	3,25	0,2834253991	3,74	0,3737509853
2,28	0,1569325676	2,77	0,2138149460	3,26	0,2850535412	3,75	0,3758448288
2,29	0,1579756349	2,78	0,2151108174	3,27	0,2866897413	3,76	0,3779499053
2,3	0,1590231779	2,79	0,2164126499	3,28	0,2883340519	3,77	0,3800662945
2,31	0,1600752222	2,8	0,2177204796	3,29	0,2899865262	3,78	0,3821940766
2,32	0,1611317931	2,81	0,2190343430	3,3	0,2916472178	3,79	0,3843333329
2,33	0,1621929165	2,82	0,2203542770	3,31	0,2933161807		
2,34	0,1632586183	2,83	0,2216803185	3,32	0,2949934693		
2,35	0,1643289245	2,84	0,2230125050	3,33	0,2966791385		

Cálculo usando Matlab:

Coeficientes do 4º grau calculados para a 5ª carga antes da carga máxima = 8.3251953125 [kN]

» n=4;
» p5=polyfit(x,y,n)

p5 =

Columns 1 through 3

6.063001611857912e-004 -1.007097666864168e-003 1.058142922551068e-002

Columns 4 through 5

4.260259612215016e-002 2.550202418753888e-004

Cálculo usando software para a 5ª carga antes da carga máxima = 8.3251953125 [kN]:

a = 6.06300228156442e-004
b = -1.00709818368827e-003
c = 1.05814305505447e-002
d = 4.26025949636255e-002
e = 2.55020486196855e-004

Pares de pontos (Δa , ΔP_N) para 10ª carga antes da carga máxima = 6.9931030273 [kN]:

Δa [mm]	ΔP_N [kN/mm ²]	0,24	0,0093439243	0,49	0,0199089896	0,74	0,0314219698
0	0,0000000000	0,25	0,0097496303	0,5	0,0203505928	0,75	0,0319037826
0,01	0,0003747811	0,26	0,0101566967	0,51	0,0207937176	0,76	0,0323873024
0,02	0,0007507874	0,27	0,0105651296	0,52	0,0212383709	0,77	0,0328725373
0,03	0,0011280243	0,28	0,0109749350	0,53	0,0216845596	0,78	0,0333594953
0,04	0,0015064969	0,29	0,0113861189	0,54	0,0221322907	0,79	0,0338481844
0,05	0,0018862108	0,3	0,0117986876	0,55	0,0225815713	0,8	0,0343386128
0,06	0,0022671712	0,31	0,0122126471	0,56	0,0230324084	0,81	0,0348307887
0,07	0,0026493835	0,32	0,0126280037	0,57	0,0234848092	0,82	0,0353247203
0,08	0,0030328532	0,33	0,0130447636	0,58	0,0239387809	0,83	0,0358204159
0,09	0,0034175858	0,34	0,0134629331	0,59	0,0243943306	0,84	0,0363178837
0,1	0,0038035868	0,35	0,0138825184	0,6	0,0248514656	0,85	0,0368171322
0,11	0,0041908616	0,36	0,0143035260	0,61	0,0253101932	0,86	0,0373181698
0,12	0,0045794158	0,37	0,0147259620	0,62	0,0257705207	0,87	0,0378210050
0,13	0,0049692550	0,38	0,0151498331	0,63	0,0262324555	0,88	0,0383256462
0,14	0,0053603848	0,39	0,0155751455	0,64	0,0266960050	0,89	0,0388321021
0,15	0,0057528110	0,4	0,0160019059	0,65	0,0271611766	0,9	0,0393403812
0,16	0,0061465390	0,41	0,0164301206	0,66	0,0276279779	0,91	0,0398504923
0,17	0,0065415747	0,42	0,0168597962	0,67	0,0280964164	0,92	0,0403624440
0,18	0,0069379238	0,43	0,0172909394	0,68	0,0285664996	0,93	0,0408762451
0,19	0,0073355920	0,44	0,0177235567	0,69	0,0290382353	0,94	0,0413919045
0,2	0,0077345851	0,45	0,0181576548	0,7	0,0295116310	0,95	0,0419094310
0,21	0,0081349091	0,46	0,0185932403	0,71	0,0299866946	0,96	0,0424288336
0,22	0,0085365696	0,47	0,0190303202	0,72	0,0304634337	0,97	0,0429501212
0,23	0,0089395728	0,48	0,0194689010	0,73	0,0309418561	0,98	0,0434733029

0,99	0,0439983878	1,51	0,0741708351	2,03	0,1110804501	2,55	0,1568634894
1	0,0445253850	1,52	0,0748113660	2,04	0,1118691408	2,56	0,1578491132
1,01	0,0450543037	1,53	0,0754543831	2,05	0,1126611035	2,57	0,1588391289
1,02	0,0455851532	1,54	0,0760998989	2,06	0,1134563563	2,58	0,1598335623
1,03	0,0461179428	1,55	0,0767479264	2,07	0,1142549172	2,59	0,1608324394
1,04	0,0466526818	1,56	0,0773984785	2,08	0,1150568044	2,6	0,1618357866
1,05	0,0471893797	1,57	0,0780515681	2,09	0,1158620362	2,61	0,1628436302
1,06	0,0477280460	1,58	0,0787072083	2,1	0,1166706311	2,62	0,1638559969
1,07	0,0482686902	1,59	0,0793654124	2,11	0,1174826075	2,63	0,1648729135
1,08	0,0488113218	1,6	0,0800261935	2,12	0,1182979842	2,64	0,1658944069
1,09	0,0493559506	1,61	0,0806895650	2,13	0,1191167800	2,65	0,1669205046
1,1	0,0499025862	1,62	0,0813555402	2,14	0,1199390138	2,66	0,1679512338
1,11	0,0504512385	1,63	0,0820241328	2,15	0,1207647047	2,67	0,1689866221
1,12	0,0510019172	1,64	0,0826953562	2,16	0,1215938720	2,68	0,1700266975
1,13	0,0515546322	1,65	0,0833692242	2,17	0,1224265349	2,69	0,1710714879
1,14	0,0521093935	1,66	0,0840457505	2,18	0,1232627129	2,7	0,1721210216
1,15	0,0526662111	1,67	0,0847249490	2,19	0,1241024256	2,71	0,1731753271
1,16	0,0532250951	1,68	0,0854068336	2,2	0,1249456928	2,72	0,1742344330
1,17	0,0537860555	1,69	0,0860914184	2,21	0,1257925344	2,73	0,1752983681
1,18	0,0543491026	1,7	0,0867787174	2,22	0,1266429703	2,74	0,1763671617
1,19	0,0549142467	1,71	0,0874687449	2,23	0,1274970207	2,75	0,1774408430
1,2	0,0554814980	1,72	0,0881615153	2,24	0,1283547060	2,76	0,1785194415
1,21	0,0560508669	1,73	0,0888570429	2,25	0,1292160465	2,77	0,1796029870
1,22	0,0566223639	1,74	0,0895553421	2,26	0,1300810629	2,78	0,1806915096
1,23	0,0571959995	1,75	0,0902564277	2,27	0,1309497759	2,79	0,1817850393
1,24	0,0577717843	1,76	0,0909603143	2,28	0,1318222063	2,8	0,1828836066
1,25	0,0583497288	1,77	0,0916670166	2,29	0,1326983751	2,81	0,1839872423
1,26	0,0589298439	1,78	0,0923765497	2,3	0,1335783036	2,82	0,1850959772
1,27	0,0595121402	1,79	0,0930889283	2,31	0,1344620130	2,83	0,1862098423
1,28	0,0600966285	1,8	0,0938041677	2,32	0,1353495249	2,84	0,1873288692
1,29	0,0606833199	1,81	0,0945222830	2,33	0,1362408608	2,85	0,1884530894
1,3	0,0612722253	1,82	0,0952432894	2,34	0,1371360424	2,86	0,1895825348
1,31	0,0618633557	1,83	0,0959672024	2,35	0,1380350919	2,87	0,1907172374
1,32	0,0624567221	1,84	0,0966940374	2,36	0,1389380311	2,88	0,1918572296
1,33	0,0630523359	1,85	0,0974238101	2,37	0,1398448823	2,89	0,1930025440
1,34	0,0636502082	1,86	0,0981565360	2,38	0,1407556680	2,9	0,1941532134
1,35	0,0642503503	1,87	0,0988922310	2,39	0,1416704107	2,91	0,1953092709
1,36	0,0648527737	1,88	0,0996309111	2,4	0,1425891331	2,92	0,1964707498
1,37	0,0654574897	1,89	0,1003725921	2,41	0,1435118581	2,93	0,1976376838
1,38	0,0660645100	1,9	0,1011172902	2,42	0,1444386087	2,94	0,1988101067
1,39	0,0666738461	1,91	0,1018650216	2,43	0,1453694082	2,95	0,1999880525
1,4	0,0672855096	1,92	0,1026158027	2,44	0,1463042799	2,96	0,2011715558
1,41	0,0678995124	1,93	0,1033696498	2,45	0,1472432473	2,97	0,2023606511
1,42	0,0685158662	1,94	0,1041265795	2,46	0,1481863341	2,98	0,2035553733
1,43	0,0691345830	1,95	0,1048866086	2,47	0,1491335644	2,99	0,2047557577
1,44	0,0697556747	1,96	0,1056497536	2,48	0,1500849620	3	0,2059618397
1,45	0,0703791533	1,97	0,1064160316	2,49	0,1510405512	3,01	0,2071736550
1,46	0,0710050310	1,98	0,1071854594	2,5	0,1520003564	3,02	0,2083912397
1,47	0,0716333200	1,99	0,1079580543	2,51	0,1529644023	3,03	0,2096146301
1,48	0,0722640325	2	0,1087338334	2,52	0,1539327134	3,04	0,2108438627
1,49	0,0728971809	2,01	0,1095128141	2,53	0,1549053149	3,05	0,2120789744
1,5	0,0735327776	2,02	0,1102950138	2,54	0,1558822318	3,06	0,2133200023

3,07	0,2145669840	3,26	0,2394428848	3,45	0,2667661021	3,64	0,2968646057
3,08	0,2158199572	3,27	0,2408172808	3,46	0,2682779404	3,65	0,2985326169
3,09	0,2170789598	3,28	0,2421984897	3,47	0,2697975053	3,66	0,3002094259
3,1	0,2183440303	3,29	0,2435865560	3,48	0,2713248490	3,67	0,3018950938
3,11	0,2196152073	3,3	0,2449815248	3,49	0,2728600242	3,68	0,3035896827
3,12	0,2208925298	3,31	0,2463834414	3,5	0,2744030838	3,69	0,3052932548
3,13	0,2221760370	3,32	0,2477923515	3,51	0,2759540815	3,7	0,3070058732
3,14	0,2234657684	3,33	0,2492083013	3,52	0,2775130712	3,71	0,3087276014
3,15	0,2247617641	3,34	0,2506313372	3,53	0,2790801073	3,72	0,3104585033
3,16	0,2260640641	3,35	0,2520615061	3,54	0,2806552447	3,73	0,3121986436
3,17	0,2273727090	3,36	0,2534988553	3,55	0,2822385387	3,74	0,3139480875
3,18	0,2286877397	3,37	0,2549434323	3,56	0,2838300453	3,75	0,3157069007
3,19	0,2300091974	3,38	0,2563952854	3,57	0,2854298207	3,76	0,3174751496
3,2	0,2313371235	3,39	0,2578544627	3,58	0,2870379216	3,77	0,3192529009
3,21	0,2326715599	3,4	0,2593210133	3,59	0,2886544054	3,78	0,3210402224
3,22	0,2340125488	3,41	0,2607949863	3,6	0,2902793297	3,79	0,3228371819
3,23	0,2353601327	3,42	0,2622764315	3,61	0,2919127530		
3,24	0,2367143545	3,43	0,2637653987	3,62	0,2935547338		
3,25	0,2380752573	3,44	0,2652619387	3,63	0,2952053314		

Cálculo usando Matlab:

Coefficientes do 4º grau calculados para a 10ª carga antes da carga máxima = 6.9931030273 [kN]

» n=4;
» p10=polyfit(x,y,n)

p10 =

Columns 1 through 3

5.092876886374564e-004 -8.459546441950271e-004 8.888322945060888e-003

Columns 4 through 5

3.578586842490804e-002 2.142151306038684e-004

Cálculo usando software para a 10ª carga antes da carga máxima = 6.9931030273 [kN]

a = 5.09287815583015e-004
b = -8.45955631524120e-004
c = 8.88832546215212e-003
d = 3.57858662027866e-002
e = 2.14215595195411e-004

Pares de pontos (Δa , ΔP_N) para 15ª carga antes da carga máxima = 4.5478820801 [kN]

Δa [mm]	ΔP_N [kN/mm ²]	0,05	0,0012266749	0,11	0,0027254774	0,17	0,0042542359
0	0,0000000000	0,06	0,0014744280	0,12	0,0029781690	0,18	0,0045119969
0,01	0,0002437345	0,07	0,0017229953	0,13	0,0032316964	0,19	0,0047706157
0,02	0,0004882658	0,08	0,0019723803	0,14	0,0034860631	0,2	0,0050300962
0,03	0,0007335973	0,09	0,0022225866	0,15	0,0037412728	0,21	0,0052904422
0,04	0,0009797325	0,1	0,0024736178	0,16	0,0039973291	0,22	0,0055516574

0,23	0,0058137457	0,75	0,0207482487	1,27	0,0387030185	1,79	0,0605392867
0,24	0,0060767110	0,76	0,0210627002	1,28	0,0390831336	1,8	0,0610044342
0,25	0,0063405571	0,77	0,0213782669	1,29	0,0394646814	1,81	0,0614714520
0,26	0,0066052879	0,78	0,0216949543	1,3	0,0398476691	1,82	0,0619403500
0,27	0,0068709074	0,79	0,0220127675	1,31	0,0402321038	1,83	0,0624111383
0,28	0,0071374195	0,8	0,0223317119	1,32	0,0406179927	1,84	0,0628838269
0,29	0,0074048281	0,81	0,0226517927	1,33	0,0410053430	1,85	0,0633584259
0,3	0,0076731373	0,82	0,0229730152	1,34	0,0413941622	1,86	0,0638349456
0,31	0,0079423510	0,83	0,0232953850	1,35	0,0417844576	1,87	0,0643133962
0,32	0,0082124733	0,84	0,0236189074	1,36	0,0421762365	1,88	0,0647937880
0,33	0,0084835082	0,85	0,0239435878	1,37	0,0425695065	1,89	0,0652761315
0,34	0,0087554598	0,86	0,0242694316	1,38	0,0429642749	1,9	0,0657604371
0,35	0,0090283321	0,87	0,0245964446	1,39	0,0433605495	1,91	0,0662467155
0,36	0,0093021294	0,88	0,0249246320	1,4	0,0437583377	1,92	0,0667349771
0,37	0,0095768557	0,89	0,0252539996	1,41	0,0441576471	1,93	0,0672252327
0,38	0,0098525153	0,9	0,0255845530	1,42	0,0445584856	1,94	0,0677174930
0,39	0,0101291122	0,91	0,0259162977	1,43	0,0449608607	1,95	0,0682117689
0,4	0,0104066508	0,92	0,0262492394	1,44	0,0453647804	1,96	0,0687080713
0,41	0,0106851351	0,93	0,0265833839	1,45	0,0457702523	1,97	0,0692064111
0,42	0,0109645696	0,94	0,0269187369	1,46	0,0461772845	1,98	0,0697067994
0,43	0,0112449585	0,95	0,0272553042	1,47	0,0465858848	1,99	0,0702092474
0,44	0,0115263061	0,96	0,0275930915	1,48	0,0469960613	2	0,0707137662
0,45	0,0118086166	0,97	0,0279321048	1,49	0,0474078219	2,01	0,0712203671
0,46	0,0120918946	0,98	0,0282723498	1,5	0,0478211747	2,02	0,0717290615
0,47	0,0123761443	0,99	0,0286138326	1,51	0,0482361279	2,03	0,0722398607
0,48	0,0126613701	1	0,0289565590	1,52	0,0486526896	2,04	0,0727527764
0,49	0,0129475766	1,01	0,0293005351	1,53	0,0490708681	2,05	0,0732678200
0,5	0,0132347680	1,02	0,0296457668	1,54	0,0494906718	2,06	0,0737850033
0,51	0,0135229490	1,03	0,0299922602	1,55	0,0499121088	2,07	0,0743043379
0,52	0,0138121240	1,04	0,0303400214	1,56	0,0503351877	2,08	0,0748258358
0,53	0,0141022976	1,05	0,0306890566	1,57	0,0507599168	2,09	0,0753495088
0,54	0,0143934742	1,06	0,0310393718	1,58	0,0511863047	2,1	0,0758753690
0,55	0,0146856586	1,07	0,0313909734	1,59	0,0516143600	2,11	0,0764034282
0,56	0,0149788552	1,08	0,0317438675	1,6	0,0520440912	2,12	0,0769336989
0,57	0,0152730687	1,09	0,0320980604	1,61	0,0524755070	2,13	0,0774661931
0,58	0,0155683038	1,1	0,0324535584	1,62	0,0529086161	2,14	0,0780009231
0,59	0,0158645652	1,11	0,0328103680	1,63	0,0533434274	2,15	0,0785379015
0,6	0,0161618576	1,12	0,0331684953	1,64	0,0537799496	2,16	0,0790771406
0,61	0,0164601857	1,13	0,0335279470	1,65	0,0542181917	2,17	0,0796186531
0,62	0,0167595542	1,14	0,0338887295	1,66	0,0546581626	2,18	0,0801624516
0,63	0,0170599681	1,15	0,0342508493	1,67	0,0550998714	2,19	0,0807085489
0,64	0,0173614320	1,16	0,0346143129	1,68	0,0555433270	2,2	0,0812569578
0,65	0,0176639509	1,17	0,0349791269	1,69	0,0559885386	2,21	0,0818076912
0,66	0,0179675296	1,18	0,0353452979	1,7	0,0564355154	2,22	0,0823607622
0,67	0,0182721730	1,19	0,0357128327	1,71	0,0568842667	2,23	0,0829161838
0,68	0,0185778861	1,2	0,0360817379	1,72	0,0573348017	2,24	0,0834739693
0,69	0,0188846739	1,21	0,0364520203	1,73	0,0577871299	2,25	0,0840341319
0,7	0,0191925412	1,22	0,0368236866	1,74	0,0582412606	2,26	0,0845966851
0,71	0,0195014932	1,23	0,0371967438	1,75	0,0586972033	2,27	0,0851616424
0,72	0,0198115348	1,24	0,0375711986	1,76	0,0591549677	2,28	0,0857290172
0,73	0,0201226712	1,25	0,0379470580	1,77	0,0596145632	2,29	0,0862988233
0,74	0,0204349075	1,26	0,0383243290	1,78	0,0600759996	2,3	0,0868710744

2,31	0,0874457844	2,83	0,1210993749	3,35	0,1639252278
2,32	0,0880229673	2,84	0,1218271208	3,36	0,1648599909
2,33	0,0886026370	2,85	0,1225582442	3,37	0,1657994545
2,34	0,0891848079	2,86	0,1232927657	3,38	0,1667436500
2,35	0,0897694941	2,87	0,1240307061	3,39	0,1676926088
2,36	0,0903567099	2,88	0,1247720866	3,4	0,1686463627
2,37	0,0909464700	2,89	0,1255169283	3,41	0,1696049437
2,38	0,0915387887	2,9	0,1262652526	3,42	0,1705683840
2,39	0,0921336808	2,91	0,1270170809	3,43	0,1715367163
2,4	0,0927311611	2,92	0,1277724351	3,44	0,1725099734
2,41	0,0933312444	2,93	0,1285313368	3,45	0,1734881884
2,42	0,0939339457	2,94	0,1292938082	3,46	0,1744713946
2,43	0,0945392802	2,95	0,1300598714	3,47	0,1754596257
2,44	0,0951472630	2,96	0,1308295488	3,48	0,1764529157
2,45	0,0957579093	2,97	0,1316028629	3,49	0,1774512987
2,46	0,0963712348	2,98	0,1323798364	3,5	0,1784548094
2,47	0,0969872548	2,99	0,1331604922	3,51	0,1794634824
2,48	0,0976059850	3	0,1339448534	3,52	0,1804773530
2,49	0,0982274411	3,01	0,1347329432	3,53	0,1814964564
2,5	0,0988516392	3,02	0,1355247851	3,54	0,1825208284
2,51	0,0994785950	3,03	0,1363204026	3,55	0,1835505051
2,52	0,1001083248	3,04	0,1371198195	3,56	0,1845855226
2,53	0,1007408447	3,05	0,1379230598	3,57	0,1856259176
2,54	0,1013761711	3,06	0,1387301477	3,58	0,1866717271
2,55	0,1020143204	3,07	0,1395411075	3,59	0,1877229883
2,56	0,1026553092	3,08	0,1403559639	3,6	0,1887797387
2,57	0,1032991542	3,09	0,1411747414	3,61	0,1898420162
2,58	0,1039458722	3,1	0,1419974651	3,62	0,1909098590
2,59	0,1045954802	3,11	0,1428241600	3,63	0,1919833058
2,6	0,1052479952	3,12	0,1436548516	3,64	0,1930623952
2,61	0,1059034344	3,13	0,1444895654	3,65	0,1941471667
2,62	0,1065618151	3,14	0,1453283270	3,66	0,1952376596
2,63	0,1072231548	3,15	0,1461711625	3,67	0,1963339138
2,64	0,1078874711	3,16	0,1470180980	3,68	0,1974359697
2,65	0,1085547816	3,17	0,1478691598	3,69	0,1985438678
2,66	0,1092251041	3,18	0,1487243745	3,7	0,1996576490
2,67	0,1098984567	3,19	0,1495837689	3,71	0,2007773546
2,68	0,1105748575	3,2	0,1504473700	3,72	0,2019030262
2,69	0,1112543246	3,21	0,1513152050	3,73	0,2030347059
2,7	0,1119368765	3,22	0,1521873013	3,74	0,2041724362
2,71	0,1126225316	3,23	0,1530636866	3,75	0,2053162596
2,72	0,1133113086	3,24	0,1539443887	3,76	0,2064662194
2,73	0,1140032263	3,25	0,1548294358	3,77	0,2076223590
2,74	0,1146983036	3,26	0,1557188562	3,78	0,2087847224
2,75	0,1153965596	3,27	0,1566126785	3,79	0,2099533538
2,76	0,1160980134	3,28	0,1575109314		
2,77	0,1168026845	3,29	0,1584136439		
2,78	0,1175105922	3,3	0,1593208454		
2,79	0,1182217564	3,31	0,1602325653		
2,8	0,1189361967	3,32	0,1611488334		
2,81	0,1196539332	3,33	0,1620696797		
2,82	0,1203749858	3,34	0,1629951343		

Cálculo usando Matlab:

Coeficientes do 4º grau calculados para a 15º carga antes da carga máxima = 4.5478820801 [kN]:

```
» n=4;
» p15=polyfit(x,y,n)
```

p15 =

Columns 1 through 3

3.312092440739918e-004 -5.501566405760494e-004 5.780416030082522e-003

Columns 4 through 5

2.327291748044312e-002 1.393122768760200e-004

Cálculo usando software para 15º carga antes da carga máxima = 4.5478820801 [kN]

```
a = 3.31209225579165e-004
b = -5.50156490823461e-004
c = 5.78041565423604e-003
d = 2.32729178266595e-002
e = 1.39312211831610e-004
```

Determinação da propagação de trinca para a carga máxima usando Matlab (pto de tangência):

$$\Delta_N^P(\Delta a_{\text{tang}}) = 3 \times a_{\text{max}} \times \Delta a_{\text{tang}}^4 + (2 \times b_{\text{max}} - 4 \times a_{\text{max}} \times \Delta a_f) \times \Delta a_{\text{tang}}^3 + (c_{\text{max}} - 3 \times b_{\text{max}} \times \Delta a_f) \times \Delta a_{\text{tang}}^2 - (2 \times c_{\text{max}} \times \Delta a_f) \times \Delta a_{\text{tang}} + (\Delta_N^P - e_{\text{max}} - d_{\text{max}} \times \Delta a_f) = 0$$

```
atang = 3.a_max = 1.966086069886885e-003
btang = 2.b_max - 4.a_max.Da_f = -1.211247246904312e-002
ctang = c_max - 3.b_max.Da_f = 2.381497156450423e-002
dtang = -2.c_max.Da_f = -8.669760993476226e-002
etang = 3.514818993123580e-002
```

Utilizando o método de resolução de raízes implícito no Matlab acha-se o ponto de tangência:

```
» p = [atang btang ctang dtang etang]
```

Columns 1 through 3

1.966086069886885e-003 -1.211247246904312e-002 2.381497156450423e-002

Columns 4 through 5

-8.669760993476226e-002 3.514818993123580e-002

```
» roots(p)
```

ans =

```
5.322900780631596e+000
1.943623104094451e-001 +2.727819800096982e+000i
1.943623104094451e-001 -2.727819800096982e+000i
4.490776596011508e-001 (Raiz correspondente a carga máxima - ponto de tangência)
```

Pto. de tangência (Raiz carga máxima) calculado pelo software:

$$\Delta a_{\text{tang}} = 4.49077622572986\text{e-}001$$

Agora pode-se definir m (coeficiente angular da reta):

$$\Delta P_N'(\Delta a_{\text{tang}}) = m = 4 \times a_{\text{max}} \times \Delta a_{\text{tang}}^3 + 3 \times b_{\text{max}} \times \Delta a_{\text{tang}}^2 + 2 \times c_{\text{max}} \times \Delta a_{\text{tang}} + d_{\text{max}}$$

Calculando usando Matlab:

```
»m = 4*6.553620232956284e-004*(4.490776596011508e-001)^3 + 3*(-1.088592097940697e-003)*(4.490776596011508e-001)^2 + 2*1.143767941091850e-002*4.490776596011508e-001 + 4.605000194304301e-002
```

»m = 5.590161662079623e-002 Calculado pelo Matlab

m = 5.59016163147135e-002 Calculado pelo software

Isolando o coeficiente linear da reta z:

$$z = \Delta P_{N_f} - m \Delta a_f$$

```
»z=0.2099533538-5.590161662079623e-002*3.79
```

z =

-1.913773192817686e-003

Definindo vetor reta tangente, conhecido m e z:

```
»reta=[0 0 0 5.590161662079623e-002 -1.913773192817686e-003]
```

reta =

Columns 1 through 3

0 0 0

Columns 4 through 5

5.590161662079622e-002 -1.913773192817686e-003

Cálculo da raiz para 5ª carga antes da carga máxima usando Matlab:

```
» p5=[6.063001611857912e-004 -1.007097666864168e-003 1.058142922551068e-002 4.260259612215016e-002 2.550202418753888e-004]
```

p5 =

Columns 1 through 3

6.063001611857912e-004 -1.007097666864168e-003 1.058142922551068e-002

Columns 4 through 5

4.260259612215016e-002 2.550202418753888e-004

```
» intersec5=p5-reta
```

intersec5 =

Columns 1 through 3

6.063001611857912e-004 -1.007097666864168e-003 1.058142922551068e-002

Columns 4 through 5

-1.329902049864606e-002 2.168793434693075e-003

» roots(intersec5)

ans =

1.789263271541746e-001 +4.091555183194252e+000i
1.789263271541746e-001 -4.091555183194252e+000i
1.111292913428994e+000
1.919090242563388e-001

Cálculo da raiz para 5° carga antes da carga máxima usando software:

$\Delta a_5 = 1.91908917663341e-001$

Cálculo da raiz para 10° carga antes da carga máxima usando Matlab:

» p10=[5.092876886374564e-004 -8.459546441950271e-004 8.888322945060888e-003
3.578586842490804e-002 2.142151306038684e-004]

p10 =

Columns 1 through 3

5.092876886374564e-004 -8.459546441950272e-004 8.888322945060888e-003

Columns 4 through 5

3.578586842490803e-002 2.142151306038684e-004

» intersec10=p10-reta

intersec10 =

Columns 1 through 3

5.092876886374564e-004 -8.459546441950272e-004 8.888322945060888e-003

Columns 4 through 5

-2.011574819588819e-002 2.127988323421554e-003

» roots(intersec10)

ans =

-2.511376705575192e-001 +4.271742804714350e+000i
-2.511376705575192e-001 -4.271742804714350e+000i
2.052133227651050e+000
1.111966864859396e-001

Cálculo da raiz para 10° carga antes da carga máxima usando software:

$\Delta a_{10} = 1.11196631937446e-001$

Cálculo da raiz para 15° carga antes da carga máxima usando Matlab:

» intersec15=p15-reta

intersec15 =

Columns 1 through 3

3.312092440739918e-004 -5.501566405760494e-004 5.780416030082522e-003

Columns 4 through 5

-3.262869914035310e-002 2.053085469693706e-003

» roots(intersec15)

ans =

-1.097900305735845e+000 +4.947178471083048e+000i

-1.097900305735845e+000 -4.947178471083048e+000i

3.793219303905646e+000

6.363591404057056e-002

Cálculo da raiz para 15° carga antes da carga máxima usando software:

$\Delta a_{15} = 6.36358800203425e-002$

Apêndice C

Listagens dos softwares desenvolvidos

(Na leitura dessas listagens os comandos Delphi 3.0, assim como os comentários estão em negrito)

SOFTWARE N°1

Listagem da *Técnica de Normalização Linear* (Pós - Carga Máxima) baseada em Reese; Schwalbe (1993)

```

unit NL;

interface

uses
  Windows, Messages, SysUtils, Classes, Graphics, Controls, Forms,
  Dialogs,
  StdCtrls, TeEngine, Series, ExtCtrls, TeeProcs, Chart;

type
  TForm1 = class(TForm)
    Label4: TLabel;
    Edit3: TEdit;
    Label5: TLabel;
    Edit4: TEdit;
    Label6: TLabel;
    Edit5: TEdit;
    Label7: TLabel;
    Edit6: TEdit;
    Label8: TLabel;
    Edit7: TEdit;
    Button1: TButton;
    ListBox1: TListBox;
    Button2: TButton;
    Label1: TLabel;
    Edit1: TEdit;
    Chart1: TChart;
    Series1: TPointSeries;
    procedure Button1Click(Sender: TObject);
    procedure Button2Click(Sender: TObject);
  private
    { Private declarations }
  public
    { Public declarations }
  end;

var
  Form1: TForm1;

```

implementation

{ \$R *.DFM }

procedure TForm1.Button1Click(Sender: TObject);

var

erro,variando,xu,xl,fxsol,fxup,fxlow,mult,prop,cons1max,cons2max,cons3max,
x,
cons4max,cons5max,sum,fator,x1,x2,x3,x4,x5,x6,x7,x8,y,xy,x2y,x3y,x4y,raiz
,m,pf,df,max,maior,B1,C1,C2,af,B,W,INCREMENTO : real;
matriz: array [1..5,1..6] of real; ***{Declara-se todas***
resp: array [1..5] of real; ***{as variáveis presentes nesse***
reta,func,a,pn,delta,g: array [1..22000] of real; ***{procedimento.***
sol,fx,dfx,num:array [1..1000] of real;
l,p,k,cont,j,i,cod,ITERA,u: integer;
da,cons1,cons2,cons3,cons4,cons5,carga:array[1..1500] of real;
mensagem:array[1..8000] of string;
r1,r2,r3,r4,r5,r6,r7,r8,r9,r10,r11,r12,r13:string;
arquivotexto,arquivo,arquivo2:textfile;

begin

listbox1.items.clear;

val(Edit3.text,a[1],cod); ***{val – conversão de um valor texto “string”***

val(Edit7.text,af,cod); ***{inserido no formulário para um número real.***

val(Edit5.text,W,cod);

val(Edit4.text,B,cod);

val(Edit6.text,INCREMENTO,cod);

cont:=strtoint(Edit1.text); ***{strtoint – transformar uma string numérica***
{inserida no formulário em um valor inteiro.

ITERA:=round((af-a[1])/INCREMENTO); ***{Dividindo a propagação total***
{pelo incremento e utilizando o comando
{round para arredondamento,
{obtem-se um número inteiro de
{iterações.

assignfile(arquivotexto,'c:\meus documentos\75ENTA.txt');

reset(arquivotexto); ***{Neste bloco em itálico tem-se a leitura dos dados***

for j:=1 to cont do ***{de carga, do arquivo definido pelo comando***

begin ***{assignfile acima.***

readln(arquivotexto,mensagem[j]);

val(mensagem[j],carga[j],cod);

end;

closefile(arquivotexto);

assignfile(arquivo, 'c:\meus documentos\saida.xls');

rewrite(arquivo);***{Arquivo Excel para a saída dos***

closefile(arquivo);***{dados de Variação de Carga Normalizada x***

assignfile(arquivo, 'c:\meus documentos\saida.xls');***{propagação de trinca.***

append(arquivo);

maior:=0;max:=0;

for j:=1 to cont do

begin

{Este bloco destina-se a isolar o valor

{de carga máxima do arquivo de carga lido

{anteriormente, pois nesta técnica são

```

if (carga[j]>maior) then {valores de carga após a carga máxima.
begin
max:=carga[j];
maior:=carga[j];
end;

pn[1]:=0;           {Definindo os pontos iniciais da curva
delta[1]:=0;        {Variação de Carga Normalizada x propagação de
                    {trinca como sendo zero.

for i:=1 to itera do {Este é o bloco fonte deste software onde são
                    {criados os comandos que geram os dados de
                    {Variação de Carga Normalizada x Propagação
                    {de Trinca para todas as cargas lidas anteriormente.

begin
a[i+1]:=a[i]+INCREMENTO; {Comprimento de trinca incremental

delta[i+1]:=a[i+1]-a[1]; {Propagação de trinca incremental

g[1]:=B*W*exp(2.13*ln((W-a[1])/W)); {Função Geometria para valor de g[1]

g[i+1]:=B*W*exp(2.13*ln((W-a[i+1])/W)); {Função Geometria Incremental

pn[i+1]:=((carga[j]/g[i+1])-(carga[j]/g[1])); {Variação de Carga Normalizada
end;                                           {Incremental

x1:=0;x2:=0;x3:=0;x4:=0;x5:=0;x6:=0;x7:=0;x8:=0;
y:=0;xy:=0;x2y:=0;x3y:=0;x4y:=0;

for i:=1 to itera+1 do { Método dos Mínimos Quadrados para ajustar
begin                { um polinômio do 4º grau, é criada uma matriz de
x1:=x1+(delta[i]);    { elementos 5x6, sendo esta matriz formada pela
                    { matriz A de coeficientes do sistema AX = b, onde a
if delta[i]=0 then    { última coluna é formada pelo vetor b dos termos
x2:=x2+0              { independentes
else
x2:=x2+exp(2*ln(delta[i]));

if delta[i]=0 then
x3:=x3+0
else
x3:=x3+exp(3*ln(delta[i]));

if delta[i]=0 then
x4:=x4+0
else
x4:=x4+exp(4*ln(delta[i]));

if delta[i]=0 then
x5:=x5+0
else
x5:=x5+exp(5*ln(delta[i]));

```



```

if delta[i]=0 then
x6:=x6+0
else
x6:=x6+exp(6*ln(delta[i]));

if delta[i]=0 then
x7:=x7+0
else
x7:=x7+exp(7*ln(delta[i]));

if delta[i]=0 then
x8:=x8+0
else
x8:=x8+exp(8*ln(delta[i]));

y:=y+pn[i];

xy:=xy+(delta[i]*pn[i]);

if delta[i]=0 then
x2y:=x2y+0
else
x2y:=x2y+(exp(2*ln(delta[i])))*pn[i];

if delta[i]=0 then
x3y:=x3y+0
else
x3y:=x3y+(exp(3*ln(delta[i])))*pn[i];

if delta[i]=0 then
x4y:=x4y+0
else
x4y:=x4y+(exp(4*ln(delta[i])))*pn[i];
end;

matriz[1,1]:=itera+1;
matriz[1,2]:=x1;
matriz[1,3]:=x2;
matriz[1,4]:=x3;
matriz[1,5]:=x4;
matriz[2,1]:=x1;
matriz[2,2]:=x2;
matriz[2,3]:=x3;
matriz[2,4]:=x4;
matriz[2,5]:=x5;
matriz[3,1]:=x2;
matriz[3,2]:=x3;
matriz[3,3]:=x4;
matriz[3,4]:=x5;
matriz[3,5]:=x6;
matriz[4,1]:=x3;
matriz[4,2]:=x4;
matriz[4,3]:=x5;
matriz[4,4]:=x6;

```

```

matriz[4,5]:=x7;
matriz[5,1]:=x4;
matriz[5,2]:=x5;
matriz[5,3]:=x6;
matriz[5,4]:=x7;
matriz[5,5]:=x8;
matriz[1,6]:=y;
matriz[2,6]:=xy;
matriz[3,6]:=x2y;
matriz[4,6]:=x3y;
matriz[5,6]:=x4y;

```

```

for k:=1 to 4 do      {Método de Eliminação de Gauss p/ resolução
begin {da matriz 5x6 a fim de se determinar os coeficientes
for l:=k+1 to 5 do    {dos polinômios do 4°, obtendo os coeficientes para
begin {cada grupo de dados de variação de carga normalizada
fator:= matriz[l,k]/matriz[k,k]; {versus propagação de trinca.
for p:=k+1 to 6 do
matriz[l,p]:=matriz[l,p]-fator*matriz[k,p];
end;
for l:=k+1 to 5 do
matriz[l,k]:=0;
end;
resp[5]:=matriz[5,6]/matriz[5,5];
for u:=1 to 4 do
begin
sum:=0;
l:=5-u;
for p:=l+1 to 5 do
sum:=sum+matriz[l,p]*resp[p];
resp[l]:=(matriz[l,6]-sum)/matriz[l,l];
end;

cons1[j]:=resp[5];
cons2[j]:=resp[4];
cons3[j]:=resp[3];
cons4[j]:=resp[2];
cons5[j]:=resp[1];

if (j=1) then
begin
for i:=1 to itera+1 do {Gráfico das curvas de 4° grau no formulário
begin {para carga máxima (vermelho) e carga final (azul)
with series1 do
begin
AddXY(delta[i],pn[i],"",clred);
end;
end;
end;

if (j=cont) then
begin
for i:=1 to itera+1 do
begin

```

```

with series1 do
begin
AddXY(delta[i],pn[i],"clblue);
end;
end;
end;

```

```

{for i:=1 to itera+1 do
begin
str(pn[i],r1);
str(delta[i]:4:2,r2);
listbox1.items.add(r1 + '          ' + r2 + ' ');
end;

```

*{Bloco "opcional" para impressão dos valores de variação de
{carga normalizada x propagação de trinca e seus respectivos
{coeficientes de ajuste para o polinômio de 4° grau.*

```

str(cons1[j],r3);
str(cons2[j],r4);
str(cons3[j],r5);
str(cons4[j],r6);
str(cons5[j],r7);

```

```

listbox1.items.add(' ');
listbox1.items.add('Ajuste pela equação: ax^4+bx^3+cx^2+dx+e:');
listbox1.items.add('a= '+r3);
listbox1.items.add('b= '+r4);
listbox1.items.add('c= '+r5);
listbox1.items.add('d= '+r6);
listbox1.items.add('e= '+r7); }

```

```

{for i:=1 to itera+1 do
begin
str(pn[i], r1);
writeln(arquivo,r1);
end;

```

```

for i:=1 to itera+1 do
begin
str(delta[i]:4:2,r2);
writeln(arquivo,r2);
end; }
end;

```

```

pf:=pn[itera+1]; {Determinação do ponto final do experimento
df:=delta[itera+1];

```

```

pn[1]:=0;
delta[1]:=0;

```

```

for i:=1 to itera do

begin

```

```

a[i+1]:=a[i]+INCREMENTO;      {Gerando os dados de variação de carga
delta[i+1]:=a[i+1]-a[1];      {normalizada x propagação de trinca.
g[1]:=B*W*exp(2.13*ln((W-a[1])/W)); {Aqui é feito o mesmo
g[i+1]:=B*W*exp(2.13*ln((W-a[i+1])/W));{realizado anteriormente,
pn[i+1]:=((max/g[i+1])-(max/g[1]));{ mas somente são gerados dados para
end;                           { carga máxima.

```

```

x1:=0;x2:=0;x3:=0;x4:=0;x5:=0;x6:=0;x7:=0;x8:=0;
y:=0;xy:=0;x2y:=0;x3y:=0;x4y:=0;

```

```

for i:=1 to itera+1 do {Gerando a matriz 5x6 dos
begin                {elementos para ajuste pelos Mínimos Quadrados de
x1:=x1+(delta[i]); {um polinômio de 4° grau para dados de carga máxima

```

```

if delta[i]=0 then
x2:=x2+0
else
x2:=x2+exp(2*ln(delta[i]));

```

```

if delta[i]=0 then
x3:=x3+0
else
x3:=x3+exp(3*ln(delta[i]));

```

```

if delta[i]=0 then
x4:=x4+0
else
x4:=x4+exp(4*ln(delta[i]));

```

```

if delta[i]=0 then
x5:=x5+0
else
x5:=x5+exp(5*ln(delta[i]));

```

```

if delta[i]=0 then
x6:=x6+0
else
x6:=x6+exp(6*ln(delta[i]));

```

```

if delta[i]=0 then
x7:=x7+0
else
x7:=x7+exp(7*ln(delta[i]));

```

```

if delta[i]=0 then
x8:=x8+0
else
x8:=x8+exp(8*ln(delta[i]));

```

```

y:=y+pn[i];

```

```

xy:=xy+(delta[i]*pn[i]);

```

```

if delta[i]=0 then

```

```

x2y:=x2y+0
else
x2y:=x2y+(exp(2*ln(delta[i])))*pn[i];

```

```

if delta[i]=0 then
x3y:=x3y+0
else
x3y:=x3y+(exp(3*ln(delta[i])))*pn[i];

```

```

if delta[i]=0 then
x4y:=x4y+0
else
x4y:=x4y+(exp(4*ln(delta[i])))*pn[i];
end;

```

```

matriz[1,1]:=itera+1;
matriz[1,2]:=x1;
matriz[1,3]:=x2;
matriz[1,4]:=x3;
matriz[1,5]:=x4;
matriz[2,1]:=x1;
matriz[2,2]:=x2;
matriz[2,3]:=x3;
matriz[2,4]:=x4;
matriz[2,5]:=x5;
matriz[3,1]:=x2;
matriz[3,2]:=x3;
matriz[3,3]:=x4;
matriz[3,4]:=x5;
matriz[3,5]:=x6;
matriz[4,1]:=x3;
matriz[4,2]:=x4;
matriz[4,3]:=x5;
matriz[4,4]:=x6;
matriz[4,5]:=x7;
matriz[5,1]:=x4;
matriz[5,2]:=x5;
matriz[5,3]:=x6;
matriz[5,4]:=x7;
matriz[5,5]:=x8;
matriz[1,6]:=y;
matriz[2,6]:=xy;
matriz[3,6]:=x2y;
matriz[4,6]:=x3y;
matriz[5,6]:=x4y;

```

```

for k:=1 to 4 do {Resolução da Matriz por Eliminação de Gauss
begin      {p/ obtenção dos coeficientes do polinômio do 4º grau para
for l:=k+1 to 5 do {dados de carga máxima.
begin
fator:= matriz[l,k]/matriz[k,k];
for p:=k+1 to 6 do
matriz[l,p]:=matriz[l,p]-fator*matriz[k,p];
end;

```

```

for l:=k+1 to 5 do
matriz[l,k]:=0;
end;
resp[5]:=matriz[5,6]/matriz[5,5];
for u:=1 to 4 do
begin
sum:=0;
l:=5-u;
for p:=l+1 to 5 do
sum:=sum+matriz[l,p]*resp[p];
resp[l]:=(matriz[l,6]-sum)/matriz[l,l];
end;

cons1max:=resp[5];
cons2max:=resp[4];
cons3max:=resp[3];
cons4max:=resp[2];
cons5max:=resp[1];

u:=1;
num[1]:=0.5;

repeat

fx[u]:=(3*cons1max*exp(4*ln(num[u]))) +
(2*cons2max*exp(3*ln(num[u]))) + (cons3max*exp(2*ln(num[u]))) -
cons5max + pf - (4*cons1max*exp(3*ln(num[u]))*df) -
(3*cons2max*exp(2*ln(num[u]))*df) - (2*cons3max*num[u]*df) - (cons4max*df);
dfx[u]:=(12*cons1max*exp(3*ln(num[u]))*df) + (6*cons2max*exp(2*ln(num[u]))*df) +
(2*cons3max*num[u]) - (12*cons1max*exp(2*ln(num[u]))*df) -
(6*cons2max*num[u]*df) - (2*cons3max*df);
u:=u+1;
num[u]:=num[u-1] - (fx[u-1]/dfx[u-1]);
raiz:=num[u];
erro:=abs((num[u]-num[u-1])/num[u]); {Método de Newton-Raphson
if (raiz<0) then {para determinação do ponto de tangência
begin {e do coeficiente angular da reta.
raiz:=0;
erro:=0;
end;
until(erro*100<1);
if (raiz=0) then
m:=pf/df
else
m:=(4*cons1max*exp(3*ln(raiz))) + (3*cons2max*exp(2*ln(raiz))) +
(2*cons3max*raiz) + cons4max;
da[1]:=raiz;
prop:=raiz;

for i:=1 to itera+1 do {Determinação dos pontos da reta tangente
reta[i]:=m*(delta[i]-df)+pf;

for i:=1 to itera+1 do
begin

```

```

with series1 do {Traçado da reta tangente no gráfico do formulário
begin
AddXY(delta[i],reta[i],"",clyellow);
end;
end;

for j:=2 to cont do
begin
variando:=1e-3;
repeat
xl:=prop+1e-4;
xu:=prop+variando;
fxlow:=((m*xl)+(pf-(m*df)))-(cons1[j]*exp(4*ln(xl)))-(cons2[j]*exp(3*ln(xl)))-
(cons3[j]*exp(2*ln(xl)))-(cons4[j]*xl)-cons5[j];
fxup:=((m*xu)+(pf-(m*df)))-(cons1[j]*exp(4*ln(xu)))-(cons2[j]*exp(3*ln(xu)))-
(cons3[j]*exp(2*ln(xu)))-(cons4[j]*xu)-cons5[j];
if (fxlow*fxup< 0) then
begin
u:=1;
sol[u]:=xu-((fxup*(xl-xu))/(fxlow-fxup));
repeat
fxsol:=((m*sol[u])+(pf-(m*df)))-(cons1[j]*exp(4*ln(sol[u])))-
(cons2[j]*exp(3*ln(sol[u])))-(cons3[j]*exp(2*ln(sol[u])))-(cons4[j]*sol[u])-
cons5[j];
fxlow:=((m*xl)+(pf-(m*df)))-(cons1[j]*exp(4*ln(xl)))-(cons2[j]*exp(3*ln(xl)))-
(cons3[j]*exp(2*ln(xl)))-(cons4[j]*xl)-cons5[j];
mult:=fxlow*fxsol;
if (mult=0) then
da[j]:=sol[u]
else
begin
if (mult<0) then
begin
xu:=sol[u]; {Determinação das intersecções da reta com
fxup:=fxsol; {as curvas de 4º grau para obtenção das
end; {propagações de trinca, realizado através do Método
if (mult>0) then {da Falsa Posição
begin
xl:=sol[u];
fxlow:=fxsol;
end;
u:=u+1;
sol[u]:=xu-((fxup*(xl-xu))/(fxlow-fxup));
end;
until(abs(((sol[u]-sol[u-1])/sol[u])*100)<1);
end;
if (sol[u]=0) then
begin
prop:=da[j-1];
variando:=variando+1e-3;
end;
else
begin
da[j]:=sol[u];

```

```

prop:=sol[u];
variando:=variando+1e-3;
end;
until(da[j]>0) and (da[j]>da[j-1]);
end;

assignfile(arquivo2, 'c:\meus documentos\prop.xls');
rewrite(arquivo2); {Criação do arquivo Excel que armazenará
closefile(arquivo2); os dados de prop. de trinca, cujo nome será
assignfile(arquivo2, 'c:\meus documentos\prop.xls'); {prop.xls.
append(arquivo2);
for j:=1 to cont do
begin
str(da[j],r13);
writeln(arquivo2,r13);
end;
closefile(arquivo2);

str(cons1max,r3);
str(cons2max,r4);
str(cons3max,r5);
str(cons4max,r6); {Este bloco refere-se
                  {a impressão dos dados no formulário}
str(cons5max,r7);
str(pf,r8);
str(df,r9);
str(max,r10);
str(raiz,r11);
str(m,r12);
listbox1.items.add('OBTENÇÃO DOS RESULTADOS: ');
listbox1.items.add(' ');
listbox1.items.add('Pnf = '+r8 + ' df = '+r9);
listbox1.items.add(' ');
listbox1.items.add('Carga máxima= '+r10);
listbox1.items.add(' ');
listbox1.items.add('Ajuste pela equação:  $ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$ :');
listbox1.items.add('a= '+r3);
listbox1.items.add('b= '+r4);
listbox1.items.add('c= '+r5);
listbox1.items.add('d= '+r6);
listbox1.items.add('e= '+r7);
listbox1.items.add(' ');
listbox1.items.add('Pto. de Tangência em x ='+r11);
listbox1.items.add('Coef.Angular da reta = '+r12);
listbox1.items.add(' ');
listbox1.items.add('Temos as propagações resultantes da intersecção da
reta com a Curva:');
listbox1.items.add(' ');

for j:=1 to cont do
begin
str(da[j],r13);
listbox1.items.add(r13);
end;

```



```
closefile(arquivo);
end;
```

```
procedure TForm1.Button2Click(Sender: TObject);
```

```
var arquivotexto:textfile;
maior,max:real;
carga : array [1..5000] of real; {Definição das variáveis
j,cod,cont:integer;
mensagem:array[1..5000] of string;
r1:string;

begin
listbox1.items.clear;
assignfile(arquivotexto,'c:\meus documentos\75ENTA.txt');
reset(arquivotexto); {Leitura do arquivo de carga referente ao arquivo
cont:=strtoint(Edit1.text); {definido no comando assignfile acima
listbox1.items.add('CARREGAMENTO [KN]');
for j:=1 to cont do
begin
readln(arquivotexto,mensagem[j]);
val(mensagem[j],carga[j],cod);
listbox1.items.add(mensagem[j]);
end;
maior:=0;max:=0;
for j:=1 to cont do
begin
if (carga[j]>maior) then
begin
max:=carga[j];
maior:=carga[j];
end;
end;
str(max,r1);
listbox1.items.add('carga máxima = '+r1);
closefile(arquivotexto);
end;
end.
```

SOFTWARE Nº2

Abaixo a listagem e os comentários do software para Cálculo de J de corpos-de-prova C[S] (Pós-Carga Máxima) segundo a norma ASTM E1820:

```

unit JCT;

interface

uses
  Windows, Messages, SysUtils, Classes, Graphics, Controls, Forms,
  Dialogs,
  Math, StdCtrls, TeEngine, Series, ExtCtrls, TeeProcs, Chart;

type
  TForm1 = class(TForm)
    Label1: TLabel;
    Edit1: TEdit;
    Button1: TButton;
    Label2: TLabel;
    Edit2: TEdit;
    Label3: TLabel;
    Edit3: TEdit;
    Label4: TLabel;
    Edit4: TEdit;
    ListBox1: TListBox;
    Label5: TLabel;
    Edit5: TEdit;
    Chart1: TChart;
    Series1: TPointSeries;

    procedure Button1Click(Sender: TObject);
  private
    { Private declarations }
  public
    { Public declarations }
  end;

var
  Form1: TForm1;

implementation

{$R *.DFM}

procedure TForm1.Button1Click(Sender: TObject);
var arquivo1,arquivo2,arquivo3:textfile;
{Declaração de variáveis utilizadas}

areatotal,wcorr,num,compara,max,maior,beff,a0,b,bn,w:real;
raio,teta,cc,comp,daj,desplast,lig,neta,gama,cargap,area,areael,desloc,co,vp
l,func

```

```

a,da,k,jpl,jel,carga,jt : array [1..3000] of real;
fator,contplast,i,atefinal,atepmax,j,cod,cont:integer;
mensagem:array[1..3000] of string;
r1,r2,r3,r4,r5,r6,r7,r8,r9,r10,r11:string;

```

```
begin
```

```

listbox1.items.clear;
cont:=strtoint(Edit1.text); {Os valores inseridos no formulário serão
val(Edit2.text,b,cod); {associados as variáveis correspondentes através
val(Edit3.text,bn,cod);
{do comando val, o qual tranforma um valor do tipo

```

```

val(Edit4.text,w,cod); {string (formulário) para um valor real na variável
val(Edit5.text,a0,cod); {correspondente

```

```

{Inicializa leitura de carga
assignfile(arquivo2,'c:\meus documentos\1520JA.txt');
reset(arquivo2); { acima: 'c:\nome da pasta na unidade c\nome arquivo
listbox1.items.add('Pontos de Carga [KN]:');
for j:=1 to cont do
begin
{Leitura de dados de carga / variável cont = contador
{e deslocamento de um arquivo que é caracterizado pelo comando
{assignfile acima

```

```

readln(arquivo2,mensagem[j]);
val(mensagem[j],carga[j],cod);
listbox1.items.add(mensagem[j]);
end;

```

```

listbox1.items.add('Deslocamento [mm]:'); {Leitura de deslocamento
i:=1; {no mesmo arquivo lido anteriormente
for j:=cont+1 to 2*cont do
begin
readln(arquivo2,mensagem[j]);
val(mensagem[j],desloc[i],cod);
listbox1.items.add(mensagem[j]);
i:=i+1;
end;
closefile(arquivo2);

```

```

maior:=0;max:=0; {Detetectar a carga máxima
for j:=1 to cont do {no arquivo de carga lido anteriormente
begin
if (carga[j]>maior) then
begin
max:=carga[j];
maior:=carga[j];
end;
end;
str(max,r1);
listbox1.items.add('Valor da Carga Máxima = '+r1);

```

```

atepmax:=1;
repeat
compara:=carga[atepmax];
atepmax:=atepmax+1;
{Define o contador atefinal como o número de
{pontos carga x deslocamento até a carga máxima}

until(compara=max);
atefinal:=atepmax-1;
str(atefinal,r2);
listbox1.items.add('Número de Pontos até Carga Máxima = '+r2);

num:=0; {Cálculo da área sob a curva carga x deslocamento:
areael[1]:=((carga[1]*1000)*(desloc[1]/1000))/2; {Primeiro ponto da curva}
for j:=1 to (atefinal-1) do {aproximado pela área de um triângulo}
begin
areael[j+1]:=areael[j]+0.5*((carga[j+1]+carga[j])*1000)*((desloc[j+1]-
desloc[j])/1000);
{Área até a carga máxima utilizando a Regra do Trapézio}

num:=areael[j+1]; {integrando com relação ao deslocamento total}
end;
areatotal:=num;
str(num,r3);
listbox1.items.add('Valor da Área Plástica até Carga Máxima = '+r3);
contplast:=cont-atefinal;{ Contador que define número de cargas ( $P_{máx} - P_f$ )}

assignfile(arquivo1,'c:\meus documentos\prop75(2,13).xls');
reset(arquivo1);
listbox1.items.add('Propagação da trinca [mm]:');
for j:=1 to contplast+1 do {Leitura das propagações de trinca}
begin {geradas no programa de Normalização, sendo este arquivo}
readln(arquivo1,mensagem[j]); {definido pelo comando assignfile}
val(mensagem[j],da[j],cod);
listbox1.items.add(mensagem[j]);
end;
closefile(arquivo1);

comp[1]:=a0;
for i:=1 to contplast+1 do
comp[i+1]:=comp[1]+da[i]; {Define o comprimento de trinca, sendo
{que os valores do vetor da[i] foram lidos do arquivo anterior}

a[1]:=comp[1];
for i:=1 to contplast+1 do
a[i+1]:=comp[i+1]/1000; {Transforma o comprimento de trinca em [m]}

for i:=1 to contplast+1 do
begin
str(a[i+1],r5);
listbox1.items.add('ai='+r5);
end;

```

wcorr:=w/1000; *{Largura do corpo de prova transformada em [m]}*

for i:=1 to contplast+1 do

func[i+1]:=((2+(a[i+1]/wcorr))*(0.886+4.64*(a[i+1]/wcorr)-
13.32*exp(2*ln(a[i+1]/wcorr))+14.72*exp(3*ln(a[i+1]/wcorr))-
5.6*exp(4*ln(a[i+1]/wcorr))))/exp(1.5*ln(1-(a[i+1]/wcorr)));

for i:=1 to contplast+1 do

{Valores para a função f(a/W) que será utilizada}

begin *{no cálculo do fator de tenacidade à fratura para valores de*

str(func[i+1],r6); {comprimento de trinca}

listbox1.items.add('func i='+r6);

end;

fator:=atefinal;

for i:=1 to contplast+1 do *{Variável cargap para cargas a partir*

begin {da carga máxima, e da variável desplast para deslocamentos a

*cargap[i+1]:=carga[fator]*1000; {partir da carga máxima}*

desplast[i+1]:=desloc[fator]/1000;

fator:=fator+1;

end;

for i:=1 to contplast+1 do

begin

str(desplast[i+1],r6);

listbox1.items.add('desplasti'+r6);

end;

for i:=1 to contplast+1 do

*k[i+1]:=(cargap[i+1]/((bn/1000)*exp(0.5*ln(w/1000))))*func[i+1];*

{Acima cálculo do fator de tenacidade à fratura}

for i:=1 to contplast+1 do

*jel[i+1]:=(exp(2*ln(k[i+1]))*(1-exp(2*ln(0.303))))/200e9;*

{Cálculo da parte elástica de J}

for i:=1 to contplast+1 do

begin

str(jel[i+1],r5);

listbox1.items.add('jeli='+r5);

end;

{Para avaliar o deslocamento da abertura de trinca (COD) em corpos de

{prova C[S], a estimativa do comprimento de trinca deverá ser corrigida

{para rotação. O compliance é corrigido como a seguir:

for i:=1 to contplast+1 do

begin

co[i+1]:=1/(200e9(bn/1000))*exp(2*ln((wcorr+a[i+1])/wcorr-*

a[i+1]))(2.1630+12.219*(a[i+1]/wcorr)-20.065*exp(2*ln(a[i+1]/wcorr))-*

*0.9925*exp(3*ln(a[i+1]/wcorr))+20.609*exp(4*ln(a[i+1]/wcorr))-*

*9.9314*exp(5*ln(a[i+1]/wcorr))); {Compliance requerido para fornecer o*

{o atual comprimento de trinca a, e pode ser determinado do fator a/W}

$\text{raio}[i+1] := (\text{wcorr} + a[i+1])/2$; **{Raio de rotação da linha de centro da trinca}**
{(W+ai)/2, onde a_i é o comprimento de trinca atualizado.}

$\text{teta}[i+1] := \arcsin((\text{desplast}[i+1]/2 + 2.5e-3)/(\exp(0.5 \cdot \ln(\exp(2 \cdot \ln(2.5e-3)) + \exp(2 \cdot \ln(\text{raio}[i+1]))))) - \arctan((2.5e-3/\text{raio}[i+1]))$; **{Ângulo de rotação}**
{de um elemento de corpo rígido na linha central}

{A rotação corrigida $\text{cc}[i+1]$ abaixo deverá}

{ser usada ao invés de $\text{co}[i+1]$, fornecendo o novo valor}

$\text{cc}[i+1] := \text{co}[i+1]/((6.5e-3/\text{raio}[i+1] \cdot \sin(\text{teta}[i+1]) - \cos(\text{teta}[i+1])) \cdot (2.5e-3/\text{raio}[i+1] \cdot \sin(\text{teta}[i+1]) - \cos(\text{teta}[i+1])))$;

$\text{vpl}[i+1] := \text{desplast}[i+1] - (\text{cargap}[i+1] \cdot \text{cc}[i+1])$;

{Parte plástica do deslocamento}

end; {na linha de carga = (vi - Pi.Cci)}

for i:=1 to contplast+1 do

begin

str(vpl[i+1],r6);

listbox1.items.add('vpli'+r6);

end;

for i:=1 to contplast+1 do

begin

str(co[i+1],r11);

listbox1.items.add('coi'+r11);

end;

$\text{area}[1] := 0$;

$\text{area}[2] := \text{areatotal} - ((\text{cargap}[2] \cdot \text{cc}[2]) \cdot \text{cargap}[2]/2)$; **{Cálculo da área até a}**
{linha de descarregamento da carga máxima.}

for i:=2 to contplast+1 do

$\text{area}[i+1] := \text{area}[i] + ((\text{cargap}[i+1] + \text{cargap}[i]) \cdot (\text{vpl}[i+1] - \text{vpl}[i])/2)$;

{Cálculo da área}

{plástica para cálculo de J, integrando no deslocamento plástico}

for i:=1 to contplast+2 do

begin

str(area[i],r7);

listbox1.items.add('areai'+r7);

end;

$\text{lig}[1] := (\text{w} - a_0)/1000$; **{Ligamento - comprimento de trinca inicial}**

$\text{neta}[1] := 2 + 0.522 \cdot (\text{lig}[1]/\text{wcorr})$; **{Fator eta - comprimento de trinca inicial}**

$\text{gama}[1] := 1 + 0.76 \cdot (\text{lig}[1]/\text{wcorr})$;

{Fator gama - comprimento de trinca inicial}

$\text{jpl}[1] := 0$;

$\text{jel}[1] := 0$;

```

for i:=1 to contplast+1 do
neta[i+1]:=2+0.522*((wcorr-a[i+1])/wcorr); {Cálculo do fator eta

for i:=1 to contplast+1 do
gama[i+1]:=1+0.76*((wcorr-a[i+1])/wcorr); {Cálculo do fator gama

for i:=1 to contplast+1 do
lig[i+1]:=wcorr-a[i+1]; {Cálculo do ligamento

a[1]:=a0/1000;
for i:=1 to contplast+1 do
jpl[i+1]:=(jpl[i]+(neta[i]/lig[i])*(area[i+1]-area[i])/(bn/1000))*(1-(gama[i]*(a[i+1]-
a[i])/lig[i])); {Cálculo da componente plástica de J

for i:=2 to contplast+2 do
begin
str(jpl[i],r9);
listbox1.items.add('jpli='+r9);
end;

for i:=1 to contplast+1 do
jt[i+1]:=(jel[i+1]+jpl[i+1])/1000; {Cálculo de J somando as componentes
                                     {elásticas e plásticas

for i:=2 to contplast+2 do
begin
str(jt[i],r9);
listbox1.items.add('Jti='+r9);
end;

fator:=1;
for i:=1 to contplast+1 do
begin
daj[i+1]:=da[fator];
fator:=fator+1;
end;

assignfile(arquivo3, 'c:\meus documentos\curva.xls');
rewrite(arquivo3); {Gerando arquivo Excel para armazenar valores de J
closefile(arquivo3);
assignfile(arquivo3, 'c:\meus documentos\curva.xls');
append(arquivo3);

for i:=2 to contplast+2 do
begin
str(jt[i], r7);
writeln(arquivo3,r7); {Armazenando valores de J em um arquivo Excel
end;

i:=2;
for j:=contplast+3 to (2*contplast+3) do
begin
str(daj[i],r5); {Armazenando valores de propagação de trinca no mesmo
writeln(arquivo3,r5); {arquivo Excel

```

```
i:=i+1;
end;

closefile(arquivo3);

for i:=2 to contplast+2 do
begin
with series1 do
begin
AddXY(daj[i],jt[i],",clred); {Plotando curva: Valores de J versus
end; {propagação de trinca
end;

end;

end.
```


SOFTWARE N°3

Listagem da situação proposta para a obtenção de raízes antes da carga máxima $P_{\text{máx}}$ (Modificação apenas da rotina de obtenção de raízes em comparação ao software n°1):

```

da[cont+1]:=0;
inic:=0;
for j:=cont downto 2 do
begin
variando:=1e-4;
repeat
xl:=inic+1e-5;
xu:=inic+variando;
fxlow:=((m*xl)+(pf-(m*df))-(cons1[j]*exp(4*ln(xl)))-(cons2[j]*exp(3*ln(xl)))-
(cons3[j]*exp(2*ln(xl)))-(cons4[j]*xl)-cons5[j];
fxup:=((m*xu)+(pf-(m*df))-(cons1[j]*exp(4*ln(xu)))-(cons2[j]*exp(3*ln(xu)))-
(cons3[j]*exp(2*ln(xu)))-(cons4[j]*xu)-cons5[j];
if (fxlow*fxup< 0) then
begin
u:=1;
sol[u]:=xu-((fxup*(xl-xu))/(fxlow-fxup));
repeat
fxsol:=((m*sol[u])+(pf-(m*df))-(cons1[j]*exp(4*ln(sol[u])))-(cons2[j]*exp(3*ln(sol[u])))-
(cons3[j]*exp(2*ln(sol[u])))-(cons4[j]*sol[u])-cons5[j];
fxlow:=((m*xl)+(pf-(m*df))-(cons1[j]*exp(4*ln(xl)))-(cons2[j]*exp(3*ln(xl)))-
(cons3[j]*exp(2*ln(xl)))-(cons4[j]*xl)-cons5[j];
mult:=fxlow*fxsol;
if (mult=0) then
da[j]:=sol[u]
else
begin
if (mult<0) then
begin
xu:=sol[u];
fxup:=fxsol;
end;
if (mult>0) then
begin
xl:=sol[u];
fxlow:=fxsol;
end;
u:=u+1;
sol[u]:=xu-((fxup*(xl-xu))/(fxlow-fxup));
end;
until(abs(((sol[u]-sol[u-1])/sol[u])*100)<1);
end;
if (sol[u]=0) then
begin
inic:=da[j+1];
variando:=variando+1e-4;
end;
else

```

```

begin
da[j]:=sol[u];
inic:=sol[u];
variando:=variando+1e-4;
end;
until(da[j]>0) and (da[j]>da[j+1]);
end;

```

Descrevendo o processo para obtenção de raízes antes da carga máxima, a única parte do software nº1 a ser modificada é o último módulo que utiliza o método da falsa posição, com o objetivo de encontrar raízes em ordem decrescente da carga máxima até um nível de 50 % de $P_{\text{máx}}$.

A estrutura se mantém basicamente a mesma do software anterior, mas os contadores são iniciados em ordem decrescente. Portanto o único ponto em comum entre as raízes anteriores e posteriores à carga máxima, será a raiz na carga máxima Δa_{tang} .

SOFTWARE N°4

Listagem do software para cálculo de valores de J, incluindo valores antes e após a carga máxima, obtendo assim a curva J-R total:

```
unit JCTTOT;
```

```
interface
```

```
uses
```

```
Windows, Messages, SysUtils, Classes, Graphics, Controls, Forms, Dialogs,  
Math, StdCtrls, TeEngine, Series, ExtCtrls, TeeProcs, Chart;
```

```
type
```

```
TForm1 = class(TForm)
```

```
Label1: TLabel;
```

```
Edit1: TEdit;
```

```
Button1: TButton;
```

```
Label2: TLabel;
```

```
Edit2: TEdit;
```

```
Label3: TLabel;
```

```
Edit3: TEdit;
```

```
Label4: TLabel;
```

```
Edit4: TEdit;
```

```
ListBox1: TListBox;
```

```
Label5: TLabel;
```

```
Edit5: TEdit;
```

```
Chart1: TChart;
```

```
Series1: TPointSeries;
```

```
Label6: TLabel;
```

```
Label7: TLabel;
```

```
Edit6: TEdit;
```

```
procedure Button1Click(Sender: TObject);
```

```
private
```

```
{ Private declarations }
```

```
public
```

```
{ Public declarations }
```

```
end;
```

```
var
```

```
Form1: TForm1;
```

```
implementation
```

```
{ $R *.DFM }
```

```
procedure TForm1.Button1Click(Sender: TObject);
```

```
var arquivo1,arquivo2,arquivo3:textfile;
```

```
areatotal,wcorr,num,compara,max,maior,beff,a0,b,bn,w:real;
```

```
raio,teta,cc,comp,daj,desltot,lig,neta,gama,cargtot,area,areael,desloc,co,vpl,func,a,d
```

```
a,k,jpl,jel,carga,jt : array [1..3000] of real;
```

```

contcarga,primel,fator,contplast,i,atefinal,atepmax,j,cod,cont:integer;
mensagem:array[1..3000] of string;
r1,r2,r3,r4,r5,r6,r7,r8,r9,r10,r11:string;
begin
listbox1.items.clear;
cont:=strtoint(Edit1.text); {Par de pontos carga x deslocamento (P,  $\delta$ )}
val(Edit2.text,b,cod);
val(Edit3.text,bn,cod);
val(Edit4.text,w,cod);
val(Edit5.text,a0,cod);
contcarga:=strtoint(Edit6.text); {Num. Ptos. que apresentam prop. de trinca  $\Delta a$ }

assignfile(arquivo2,'c:\meus documentos\3074j.txt');
reset(arquivo2);
listbox1.items.add('Pontos de Carga [KN]:');
for j:=1 to cont do
begin
readln(arquivo2,mensagem[j]);
val(mensagem[j],carga[j],cod);
listbox1.items.add(mensagem[j]);
end;

listbox1.items.add('Deslocamento [mm]:');
i:=1;
for j:=cont+1 to 2*cont do
begin
readln(arquivo2,mensagem[j]);
val(mensagem[j],desloc[i],cod);
listbox1.items.add(mensagem[j]);
i:=i+1;
end;
closefile(arquivo2);

maior:=0;max:=0;
for j:=1 to cont do
begin
if (carga[j]>maior) then
begin
max:=carga[j];
maior:=carga[j];
end;
end;
str(max,r1);
listbox1.items.add('Valor da Carga Máxima = '+r1);

primel:=cont-contcarga; {Definindo contador até carga máxima}
num:=0;
areael[1]:=((carga[1]*1000)*(desloc[1]/1000))/2;
for j:=1 to primel do
begin
areael[j+1]:=areael[j]+0.5*((carga[j+1]+carga[j])*1000)*((desloc[j+1]-desloc[j])/1000);
num:=areael[j+1];
end;
areatotal:=num;

```

```

str(num,r3);
listbox1.items.add('Valor da Área até Carga Máxima = '+r3);

assignfile(arquivo1,'c:\meus documentos\1361propj36.txt');
reset(arquivo1);
listbox1.items.add('Propagação da trinca [mm]:');
for j:=1 to contcarga do
begin
readln(arquivo1,mensagem[j]);
val(mensagem[j],da[j],cod);
listbox1.items.add(mensagem[j]);
end;
closefile(arquivo1);

comp[1]:=a0;
for i:=1 to contcarga do
comp[i+1]:=comp[1]+da[i];

a[1]:=comp[1];
for i:=1 to contcarga do
a[i+1]:=comp[i+1]/1000;

for i:=1 to contcarga do
begin
str(a[i+1],r5);
listbox1.items.add('ai='+r5);
end;

wcorr:=w/1000;
for i:=1 to contcarga do
func[i+1]:=((2+(a[i+1]/wcorr))*(0.886 + 4.64*(a[i+1]/wcorr)-
13.32*exp(2*ln(a[i+1]/wcorr))+14.72*exp(3*ln(a[i+1]/wcorr))-
5.6*exp(4*ln(a[i+1]/wcorr))))/exp(1.5*ln(1-(a[i+1]/wcorr)));

for i:=1 to contcarga do
begin
str(func[i+1],r6);
listbox1.items.add('func i='+r6);
end;

fator:=primel+1;
for i:=1 to contcarga do
begin
cargtot[i+1]:=carga[fator]*1000;
desltot[i+1]:=desloc[fator]/1000;
fator:=fator+1;
end;

for i:=1 to contcarga do
begin
str(desltot[i+1],r6);
listbox1.items.add('desltoti'+r6);
end;

```

```

for i:=1 to contcarga do
k[i+1]:=(cargtot[i+1]/((bn/1000)*exp(0.5*ln(w/1000))))*func[i+1];

for i:=1 to contcarga do
jel[i+1]:=(exp(2*ln(k[i+1]))*(1-exp(2*ln(0.303))))/200e9;

for i:=1 to contcarga do
begin
str(jel[i+1],r5);
listbox1.items.add('jeli='+r5);
end;

for i:=1 to contcarga do
begin
co[i+1]:=1/(200e9*(bn/1000))*exp(2*ln((wcorr+a[i+1])/(wcorr-
a[i+1])))*(2.1630+12.219*(a[i+1]/wcorr)-20.065*exp(2*ln(a[i+1]/wcorr))-
0.9925*exp(3*ln(a[i+1]/wcorr))+20.609*exp(4*ln(a[i+1]/wcorr))-
9.9314*exp(5*ln(a[i+1]/wcorr)));
raio[i+1]:=(wcorr+a[i+1])/2;
teta[i+1]:=arcsin((desltot[i+1]/2+2.5e-3)/(exp(0.5*ln(exp(2*ln(2.5e-
3))+exp(2*ln(raio[i+1]))))))-arctan((2.5e-3/raio[i+1]));
cc[i+1]:=co[i+1]/((6.5e-3/raio[i+1]*sin(teta[i+1])-cos(teta[i+1]))*(2.5e-
3/raio[i+1]*sin(teta[i+1])-cos(teta[i+1])));
vpl[i+1]:=desltot[i+1]-(cargtot[i+1]*cc[i+1]);
end;

for i:=1 to contcarga do
begin
str(vpl[i+1],r6);
listbox1.items.add('vpli'+r6);
end;

for i:=1 to contcarga do
begin
str(co[i+1],r11);
listbox1.items.add('coi'+r11);
end;

area[1]:=0;
area[2]:=areatotal-((cargtot[2]*cc[2])*cargtot[2]/2);
for i:=2 to contcarga do
area[i+1]:=area[i]+((cargtot[i+1]+cargtot[i])*(vpl[i+1]-vpl[i]))/2;

for i:=1 to contcarga+1 do
begin
str(area[i],r7);
listbox1.items.add('areai='+r7);
end;

lig[1]:=(w-a0)/1000;

neta[1]:=2+0.522*(lig[1]/wcorr);

```

```

gama[1]:=1+0.76*(lig[1]/wcorr);

jpl[1]:=0;
jel[1]:=0;

for i:=1 to contcarga do
neta[i+1]:=2+0.522*((wcorr-a[i+1])/wcorr);

for i:=1 to contcarga do
gama[i+1]:=1+0.76*((wcorr-a[i+1])/wcorr);

for i:=1 to contcarga do
lig[i+1]:=wcorr-a[i+1];

a[1]:=a0/1000;
for i:=1 to contcarga do
jpl[i+1]:= (jpl[i]+(neta[i]/lig[i])*(area[i+1]-area[i])/(bn/1000))*(1-(gama[i]*(a[i+1]-a[i])/lig[i]));

for i:=2 to contcarga+1 do
begin
str(jpl[i],r9);
listbox1.items.add('jpli='+r9);
end;

for i:=1 to contcarga do
jt[i+1]:= (jel[i+1]+jpl[i+1])/1000;

for i:=2 to contcarga+1 do
begin
str(jt[i],r9);
listbox1.items.add('Jti='+r9);
end;

fator:=1;
for i:=1 to contcarga do
begin
daj[i+1]:=da[fator];
fator:=fator+1;
end;

assignfile(arquivo3, 'c:\meus documentos\curva.xls');
rewrite(arquivo3);
closefile(arquivo3);
assignfile(arquivo3, 'c:\meus documentos\curva.xls');
append(arquivo3);

for i:=2 to contcarga+1 do
begin
str(jt[i], r7);
writeln(arquivo3,r7);
end;

```

```

i:=2;
for j:=contcarga+2 to (2*contcarga+2) do
begin
str(daj[i],r5);
writeln(arquivo3,r5);
i:=i+1;
end;

closefile(arquivo3);

for i:=2 to contcarga+1 do
begin
with series1 do
begin
AddXY(daj[i],jt[i],",",clred);
end;
end;

end;

end.

```

Neste programa para cálculo da curva J-R, a diferença básica está na definição de contadores que definem o número de cargas que possuem suas respectivas propagações de trincas geradas pela normalização linear implícitas na variável *contcarga*; na variável *cont*, que contém todos os pares (P, δ) e na variável *primel* que é o número de cargas até a carga máxima. No que se relaciona ao cálculo de área os conceitos permanecem o mesmo do software n°2, só que neste, obteremos valores de J anteriores à carga máxima até níveis de aproximadamente 50 % desta.

APÊNDICE D

Algoritmos em pseudo-códigos dos softwares desenvolvidos

Algoritmo de Normalização Linear baseado em Reese; Schwalbe (1993)

Bloco 1

Módulo Gerar&Ajustar (a_0 , a_f , W , B , $increment$, P , $constpol1$, $constpol2$, $constpol3$, $constpol4$, $constpol5$, Δa , ΔP_N) :

\ vetores

Declarar: a , Δa , G , ΔP_N

\ Matriz bidimensional é usada para armazenar uma matriz 5x6 gerada pela Técnica dos Mínimos Quadrados para um ajuste polinomial do 4º grau.

Declarar: MatrixFG

$\Delta P_N(1) \leftarrow 0$

$\Delta a(1) \leftarrow 0$

$a(1) \leftarrow a_0$ \ comprimento inicial de trinca

\ Atribuir um valor para a variável *iteration*

\ *round* fornece um número inteiro de iterações

$iteration \leftarrow round(a_f - a_0 / increment)$

For [$i = 1, 2, \dots, iteration$]

$a(i+1) \leftarrow a(i) + increment$ \ comprimento incremental de trinca

$\Delta a(i+1) \leftarrow a(i+1) - a_0$ \ propagação incremental de trinca

$G(1) \leftarrow B.W.((W - a_0) / W)^{2.13}$ \ definir função geometria em a_0

$G(i+1) \leftarrow B.W.((W - a(i+1)) / W)^{2.13}$ \ função geometria
 incremental
 $\Delta P_N(i+1) \leftarrow (P / G(i+1)) - (P / G(1))$ \ incremento de variação de
 carga normalizada

End For

$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, y, xy, x_2y, x_3y, x_4y \leftarrow 0$

For [i =1,2, ..., iteration+1]

\ Desenvolver um sistema de equações lineares algébricas para determinar
 os coeficientes (a,b,c,d,e) de uma equação polinomial de 4º grau que melhor
 ajusta (iteration+1) pares de pontos (ΔP_N , Δa) usando a aproximação dos
 mínimos quadrados.

$x_1 \leftarrow x_1 + \Delta a(i)$

$y \leftarrow y + \Delta P_N(i)$

$xy \leftarrow xy + (\Delta a(i) \cdot \Delta P_N(i))$

If [$\Delta a(i) = 0$] **then**

$x_2 \leftarrow x_2 + 0$

$x_3 \leftarrow x_3 + 0$

$x_4 \leftarrow x_4 + 0$

$x_5 \leftarrow x_5 + 0$

$x_6 \leftarrow x_6 + 0$

$x_7 \leftarrow x_7 + 0$

$x_8 \leftarrow x_8 + 0$

$x_2y \leftarrow x_2y + 0$

$x_3y \leftarrow x_3y + 0$

$x_4y \leftarrow x_4y + 0$

Else

$x_2 \leftarrow x_2 + \Delta a^2(i)$

$x_3 \leftarrow x_3 + \Delta a^3(i)$

```

 $x_4 \leftarrow x_4 + \Delta a^4(i)$ 
 $x_5 \leftarrow x_5 + \Delta a^5(i)$ 
 $x_6 \leftarrow x_6 + \Delta a^6(i)$ 
 $x_7 \leftarrow x_7 + \Delta a^7(i)$ 
 $x_8 \leftarrow x_8 + \Delta a^8(i)$ 
 $x_2y \leftarrow x_2y + \Delta a^2(i) \cdot \Delta P_N(i)$ 
 $x_3y \leftarrow x_3y + \Delta a^3(i) \cdot \Delta P_N(i)$ 
 $x_4y \leftarrow x_4y + \Delta a^4(i) \cdot \Delta P_N(i)$ 

```

End If

End For

/ Elementos do sistema linear $A.X=b$ serão armazenados na forma de uma matriz 5x6

```
MatrixFG (1,1)  $\leftarrow$  iteration+1
```

```
MatrixFG (1,2)  $\leftarrow$   $x_1$ 
```

```
MatrixFG (1,3)  $\leftarrow$   $x_2$ 
```

```
MatrixFG (1,4)  $\leftarrow$   $x_3$ 
```

```
MatrixFG (1,5)  $\leftarrow$   $x_4$ 
```

```
MatrixFG (2,1)  $\leftarrow$   $x_1$ 
```

```
MatrixFG (2,2)  $\leftarrow$   $x_2$ 
```

```
MatrixFG (2,3)  $\leftarrow$   $x_3$ 
```

```
MatrixFG (2,4)  $\leftarrow$   $x_4$ 
```

```
MatrixFG (2,5)  $\leftarrow$   $x_5$ 
```

```
MatrixFG (3,1)  $\leftarrow$   $x_2$ 
```

```
MatrixFG (3,2)  $\leftarrow$   $x_3$ 
```

```
MatrixFG (3,3)  $\leftarrow$   $x_4$ 
```

```
MatrixFG (3,4)  $\leftarrow$   $x_5$ 
```

```
MatrixFG (3,5)  $\leftarrow$   $x_6$ 
```

```
MatrixFG (4,1)  $\leftarrow$   $x_3$ 
```

```
MatrixFG (4,2)  $\leftarrow$   $x_4$ 
```

```
MatrixFG (4,3)  $\leftarrow$   $x_5$ 
```

MatrixFG (4,4) $\leftarrow x_6$
 MatrixFG (4,5) $\leftarrow x_7$
 MatrixFG (5,1) $\leftarrow x_4$
 MatrixFG (5,2) $\leftarrow x_5$
 MatrixFG (5,3) $\leftarrow x_6$
 MatrixFG (5,4) $\leftarrow x_7$
 MatrixFG (5,5) $\leftarrow x_8$
 MatrixFG (1,6) $\leftarrow y$
 MatrixFG (2,6) $\leftarrow xy$
 MatrixFG (3,6) $\leftarrow x_2y$
 MatrixFG (4,6) $\leftarrow x_3y$
 MatrixFG (5,6) $\leftarrow x_4y$

\ Rotina para passes de Eliminação de Gauss

For [k = 1,2,..., 4]

 For [l = k+1, ..., 5] \ loop de linha

 Factor $\leftarrow$ MatrixFG(l,k) / MatrixFG(k,k) \ multiplicador de coluna

 For [p = k+1, ..., 6] \ loop de coluna

 MatrixFG(l,p) $\leftarrow$ MatrixFG(l,p) – factor . MatrixFG(k,p) \

 valor da coluna p

 End For

 End For

 For [l = k+1, ..., 5]

 MatrixFG(l,k) $\leftarrow$ 0

 End For

End For

coef(5) $\leftarrow$ MatrixFG(5,6) / MatrixFG(5,5) \ solução triangular

superior

 For [u = 1,2, ..., 4] \ loop de acumalação

 sum $\leftarrow$ 0

 l $\leftarrow$ 5-u

 For [p = l+1, ..., 5]

```

sum ← sum + MatrixFG(l,p) . coef(p)
End For
coef(l) ← (MatrixFG(l,6) – sum) / MatrixFG(l,l)
End For

```

\ Coeficientes da equação polinomial do 4º grau

```

constpol1 ← coef(5)
constpol2 ← coef(4)
constpol3 ← coef(3)
constpol4 ← coef(2)
constpol5 ← coef(1)
End Módulo Gerar&Ajustar

```

Program :

Bloco 1

Declare: Δa_{tang} , sol \ vetores

\ Fornecer dados de entrada

Initialize: initcrack, fincrack, width, thickness, propcrack, numload

```

For [countload = 1, 2, ..., numload] \ contar o
número de cargas
load(countload) ← Read (fileload(countload)) \ Ler dados de carga de
um arquivo
End For

```

$P_f \leftarrow \text{load}(\text{numload})$

\ Módulo Gerar&Ajustar é chamado para gerar valores de $\Delta P_N \times \Delta a$ e ajustá-los por uma equação polinomial do 4º grau para a carga final, P_f .

Gerar&Ajustar (initcrack, fincrack, width, thickness, propcrack, P_f , a , b , c , d ,
 e , CP , CNL)

$\Delta P_{Nf} \leftarrow CNL$ / Ponto final do experimento que é definido pelo par $(\Delta a_f,$
 $\Delta P_{Nf})$

$\Delta a_f \leftarrow CP$

$P_{max} \leftarrow load(1)$

\ Módulo Gerar&Ajustar é chamada para gerar valores de $\Delta P_N \times \Delta a$ e ajustá-
 los por uma equação polinomial para a carga máxima, P_{max}

Gerar&Ajustar (initcrack, fincrack, width, thickness, propcrack, P_{max} , a , b , c ,
 d , e , CP , CNL)

Bloco 3

\ Método de Newton-Raphson é aplicado para estimar a tangência (Δa_{tang})
 entre a curva de variação de carga normalizada (carga máxima) e a linha
 reta.

$u \leftarrow 1$ \ u = contador de interação

$\Delta a_{tang}(1) \leftarrow 0.5$ \ valor inicial

Repeat

$fx(u) \leftarrow 3.a.\Delta a_{tang}^4(u) + (2.b - 4.a.\Delta a_f) \Delta a_{tang}^3(u) + (c - 3.b.\Delta a_f).\Delta a_{tang}^2(u) -$
 $(2.c.\Delta a_f).\Delta a_{tang}(u) + (\Delta P_{Nf} - e - d.\Delta a_f)$ \ valor da função na nova
 estimativa

\ Primeira derivada obtida analiticamente

$dfx(u) \leftarrow 12.a.\Delta a_{tang}^3(u) + (6.b - 12.a.\Delta a_f)\Delta a_{tang}^2(u) + (2.c -$
 $6.b.\Delta a_f).\Delta a_{tang}(u) - (2.c.\Delta a_f)$

```

u ← u+1          atualizar contador de interação

 $\Delta a_{tang}(u) \leftarrow \Delta a_{tang}(u-1) - (fx(u-1)/dfx(u-1))$       \ aperfeiçoar estimativa
da raiz

rootang ←  $\Delta a_{tang}(u)$ 

error ←  $|(\Delta a_{tang}(u) - \Delta a_{tang}(u-1)) / \Delta a_{tang}(u)|$       \ indicador de
convergência

Until [error.100<1]      \ condição de parada

m ←  $4.a.rootang^3 + 3.b.rootang^2 + 2.c.rootang + d$       \ coef. angular da curva

da(1) ← rootang \ Associar o ponto de tangência ao vetor propagação de
trinca

prop ← rootang

```

Bloco 4

```

For [countload = 2, ..., numload]

```

```

  Read (load(countload))

```

\ Módulo Gerar&Austar é chamado para gerar valores $\Delta P_N \times \Delta a$ e ajustá-los por uma equação polinomial do 4º grau para cada carga, P , depois da carga máxima, P_{max}

```

  Gerar&Ajustar (initcrack, fincrack, width, thickness, propcrack, load, a, b, c,
                d, e, CP, CNL)

```

$\text{range} \leftarrow 10^{-3}$ \ Definir o intervalo

Repeat

$\text{xl} \leftarrow \text{prop} + 10^{-4}$ \ Definir limite inferior

$\text{xu} \leftarrow \text{prop} + \text{range}$ \ Definir limite superior

\ Calcular função no limite inferior

$\text{fxlow} \leftarrow a.\text{xl}^4 + b.\text{xl}^3 + c.\text{xl}^2 + (d - m).\text{xl} + (e - \Delta P_{Nf} + m.\Delta a_f)$

\ Calcular função no limite superior

$\text{fxup} \leftarrow a.\text{xu}^4 + b.\text{xu}^3 + c.\text{xu}^2 + (d - m).\text{xu} + (e - \Delta P_{Nf} + m.\Delta a_f)$

If [$\text{fxlow}.\text{fxup} < 0$] **then**

$u \leftarrow 1$

$\text{sol}(u) \leftarrow \text{xu} - ((\text{fxup}.\text{xl} - \text{xu})) / (\text{fxlow} - \text{fxup})$ \ Calcular ponto intermediário

Repeat

\ Calcular função no ponto intermediário

$\text{fxsol} \leftarrow a.\text{sol}(u)^4 + b.\text{sol}(u)^3 + c.\text{sol}(u)^2 + (d - m).\text{sol}(u) + (e - \Delta P_{Nf} + m.\Delta a_f)$

$\text{fxlow} \leftarrow a.\text{xl}^4 + b.\text{xl}^3 + c.\text{xl}^2 + (d - m).\text{xl} + (e - \Delta P_{Nf} + m.\Delta a_f)$

$\text{mult} \leftarrow \text{fxlow} . \text{fxsol}$ \ Verificação do sinal da função

If [$\text{mult} = 0$] **then** \ check $\text{mult} = 0$

$\text{da}(\text{countload}) \leftarrow \text{sol}(u)$

else

If [$\text{mult} < 0$] **then** \ check $\text{mult} < 0$

$\text{xu} \leftarrow \text{sol}(u)$

$fxup \leftarrow fxsol$

End If

If [mult > 0] **then** \ check mult > 0

$xl \leftarrow sol(u)$

$fxlow \leftarrow fxsol$

End If

$u \leftarrow u+1$

$sol(u) \leftarrow xu - ((fxup \cdot (xl - xu)) / (fxlow - fxup))$ \ nova estimativa do ponto intermediário

End If

Until [| (((sol(u) - sol(u-1)) / sol(u)) . 100) < 1 |]

End If

If [sol(u) = 0] **then**

$prop \leftarrow da(countload-1)$

$range \leftarrow range + 10^{-3}$ \ Aumentar o intervalo se a raiz não é encontrada

Else

\ Atribuir a solução ao vetor propagação de trinca para cada carga.

$da(countload) \leftarrow sol(u)$

$prop \leftarrow sol(u)$

$range \leftarrow range + 10^{-3}$ \ Aumentar o intervalo se a raiz é encontrada

End If

\ Condição para calcular a nova estimativa da raiz para a próxima carga.

Until [da(countload) > 0] **and** [da(countload) > da(countload-1)]

End For

```

For [countload = 1, 2, ..., numload]
  \ Resultados da propagação de trinca para cada carga
  Write 'Change of Crack Length  $\Delta a =$ ', da(countload)
End For

```

Temos abaixo a listagem e os comentários deste segundo software

Algoritmo para Cálculo de J (Pós-Carga Máxima)

Program:

Declare: a, da, load, displacement, func, k, jel, c, R, θ , cc, vpl, loadplast, displast, Ael, areaplast, lig, η , γ , jpl, jel \ vetores

Initialize: a_0 , B, B_N , W, numpairs

```

For [j = 1, 2, ..., numpairs]
  load(j)  $\leftarrow$  Read (fileload(j))      \ Ler dados de carga de um arquivo
End For

```

```

For [j = 1,2, ..., numpairs]
  displacement(j)  $\leftarrow$  Read (filedispl(j))      \ Ler dados de deslocamento
  de um arquivo
End For

```

high $\leftarrow$ 0

max $\leftarrow$ 0

```

For [j = 1,2, ..., numpairs]
  If [load(j) > high] then
    max  $\leftarrow$  load(j)      \ Definir carga máxima
    high  $\leftarrow$  load(j)

```

End If

End For

reachP_{MAX} ← 1

Repeat

compare ← load(reachP_{max})

reachP_{MAX} ← reachP_{MAX} + 1

Until [compare = max]

numpointP_{Max} ← reachP_{MAX} - 1 \ Número de pontos até a carga máxima
P_{MAX}

BLOCO 1

num ← 0

Ael(1) ← (load(1) . displacement(1))/2 \ Definir primeiro ponto da área total

For [j=1,2 ,..., numpointP_{MAX}-1]

\ Área total sob a curva P x δ usando a Regra do Trapézio

Ael(j+1) ← Ael(j) + ½.(load(j+1)+load(j)).(displacement(j+1) –
displacement(j))

num ← Ael(j+1)

End For

totalarea ← num

countplast ← numpairs - numpointP_{MAX} \ Números de pontos depois de P_{MAX}

For[j=1,2, ..., countplast+1]

\ ler a propagação de trinca derivados pela Normalização Linear.

da(j) ← **Read** (filepropNORMLIN(j))

End For

```

a(1) ← a0
For[j=1,2, ..., countplast+1]
a(j+1) ← a(1) + da(j)          \ comprimento de trinca incremental
End For

For[j=1,2, ..., countplast+1]
func(j+1) ← ((2+a(j)/W) . (0,886 + 4,64.(a(j)/W) – 13,32.(a(j)/W)2 +
14,72.(a(j)/W)3 – 5,6.(a(j)/W)4)) / (1 – a(j)/W)3/2          \ Função de
comprimento de trinca
End For

u ← numpointPMax
For[j=1,2, ..., countplast+1]
loadplast(j+1) ← load(u)      \ pontos de carga depois de Pmax
displast(j+1) ← displacement(u) \ pontos de deslocamento depois de PMAX
u ← u + 1
End For

For[j=1, 2, ..., countplast+1]
\ fator de intensidade de tensão para cada carga depois de Pmax
k(j+1) ← (loadplast(j+1) / (BN. W1/2)) . func(j+1)
jel(j+1) ← (k2(j+1) . (1 – 0,3032)) / 200.109          \ Parte Elástica de J
End For

For[j=1,2, ..., countplast+1]

\ flexibilidade elástica atualizado com comprimento de trinca
c(j+1) ← 1/(200.109.BN). (w + a(j) / w – a(j))2. ((2,1630 + 12,219.(a(j)/W) –
20,065.(a(j)/W)2 – 0,9925.(a(j)/W)3 + 20,609.(a(j)/W)4 + 9,9314.(a(j)/W)5)

\ raio de rotação da linha de centro da trinca
R(j+1) ← (W + a(j+1)) / 2

```

\ ângulo de rotação de um elemento de corpo rígido sobre a linha de centro não-partida

$$\theta(j+1) \leftarrow \sin^{-1}[(\text{desplast}(j+1)/2 + 2.5 \cdot 10^{-3}) / ((2.5 \cdot 10^{-3})^2 + R^2(j+1))^{1/2}] - \tan^{-1}(D / R(j+1))$$

\ variação de flexibilidade elástica corrigida

$$cc(j+1) \leftarrow c(j+1) / [((6,5 \cdot 10^{-3}/R(j+1)) \cdot \sin(\theta(j+1)) - \cos(\theta(j+1))) \cdot ((2,5 \cdot 10^{-3}/R(j+1)) \cdot \sin(\theta(j+1)) - \cos(\theta(j+1)))]$$

\ parte plástica do deslocamento na linha de carga

$$vpl(j+1) \leftarrow \text{displast}(j+1) \cdot (\text{loadplast}(j+1) \cdot cc(j+1))$$

End For

BLOCO 2

$$\text{areaplast}(1) \leftarrow 0$$

\ área total até a linha de descarregamento na carga máxima P_{MAX}

$$\text{areaplast}(2) \leftarrow \text{totalarea} - (\text{loadplast}^2(2) \cdot cc(2)) / 2$$

For[j=2,3, ..., countplast+1]

\ incremento de área plástica no ponto (j+1) depois de P_{MAX}

$$\text{areaplast}(j+1) \leftarrow \text{areaplast}(j) - \frac{1}{2} \cdot (\text{loadplast}(j+1) + \text{loadplast}(j)) \cdot (vpl(j+1) - vpl(j))$$

End For

BLOCO 3

$$\text{lig}(1) \leftarrow W - a_0$$

$$\eta(1) \leftarrow 2 + 0,522 \cdot (\text{lig}(1) / w)$$

$$\gamma(1) \leftarrow 1 + 0,76 \cdot (\text{lig}(1) / w)$$

jpl(1) $\leftarrow$ 0

jel(1) $\leftarrow$ 0

For[j=1,2, ..., countplast+1]

$\eta(j+1) \leftarrow 2 + 0.522.(W - a(j+1) / W)$

$\gamma(j+1) \leftarrow 1 + 0.76.((W - a(j+1) / W)$

$lig(j+1) \leftarrow W - a(j+1)$

End For

For[j=1,2, ..., countplast+1]

\ valor total de J para o comprimento de trinca corrigido no ponto (j+1) depois de P_{MAX}.

$jpl(j+1) \leftarrow (jpl(j) + (\eta(j) / lig(j)) \cdot (areaplast(j+1) - areaplast(j)) / B_N) \cdot (1 - \gamma(j)) \cdot (a(j+1) - a(j) / lig(j)))$

End For

For[j=1,2, ..., countplast+1]

$jtotal(j+1) \leftarrow jel(j+1) + jpl(j+1)$ \ valor total de J

End For

For[j=2, ..., countplast+2]

Write 'Crack Length', da(j) \ valor de saída de propagação de trinca

Write 'J Value', jtotal(j) \ valor de saída de J

End For

Algoritmo para determinação de pontos antes da carga máxima

Trecho modificado do software de normalização

da(numload+1) $\leftarrow$ 0;

inic $\leftarrow$ 0;

For [countload=numload downto 2]

Read (load(countload))

\ Módulo Gerar&Austar é chamado para gerar valores $\Delta P_N \times \Delta a$ e ajustá-los por uma equação polinomial do 4º grau para cada carga, P , depois da carga máxima, P_{max}

Gerar&Ajustar (initcrack, fincrack, width, thickness, propcrack, load, a , b , c , d , e , CP , CNL)

range $\leftarrow 10^{-4}$ \ Definir o intervalo

Repeat

xl $\leftarrow$ inic + 10^{-5} \ Definir limite inferior

xu $\leftarrow$ inic + range \ Definir limite superior

\ Calcular função no limite inferior

fxlow $\leftarrow a.xl^4 + b.xl^3 + c.xl^2 + (d - m).xl + (e - \Delta P_{Nf} + m.\Delta a_f)$

\ Calcular função no limite superior

fxup $\leftarrow a.xu^4 + b.xu^3 + c.xu^2 + (d - m).xu + (e - \Delta P_{Nf} + m.\Delta a_f)$

If [fxlow.fxup < 0] **then**

u $\leftarrow$ 1

$\text{sol}(u) \leftarrow x_u - ((\text{fxup} \cdot (x_l - x_u)) / (\text{fxlow} - \text{fxup}))$ \ Calcular ponto intermediário

Repeat

\ Calcular função no ponto intermediário

$\text{fxsol} \leftarrow a \cdot \text{sol}(u)^4 + b \cdot \text{sol}(u)^3 + c \cdot \text{sol}(u)^2 + (d - m) \cdot \text{sol}(u) + (e - \Delta P_{\text{Nr}} + m \cdot \Delta a_f)$

$\text{fxlow} \leftarrow a \cdot x_l^4 + b \cdot x_l^3 + c \cdot x_l^2 + (d - m) \cdot x_l + (e - \Delta P_{\text{Nr}} + m \cdot \Delta a_f)$

$\text{mult} \leftarrow \text{fxlow} \cdot \text{fxsol}$ \ Verificação do sinal da função

If [$\text{mult} = 0$] **then** \ check $\text{mult} = 0$

$\text{da}(\text{countload}) \leftarrow \text{sol}(u)$

else

If [$\text{mult} < 0$] **then** \ check $\text{mult} < 0$

$x_u \leftarrow \text{sol}(u)$

$\text{fxup} \leftarrow \text{fxsol}$

End If

If [$\text{mult} > 0$] **then** \ check $\text{mult} > 0$

$x_l \leftarrow \text{sol}(u)$

$\text{fxlow} \leftarrow \text{fxsol}$

End If

$u \leftarrow u + 1$

$\text{sol}(u) \leftarrow x_u - ((\text{fxup} \cdot (x_l - x_u)) / (\text{fxlow} - \text{fxup}))$ \ nova estimativa do ponto intermediário

End If

Until [$|(((\text{sol}(u) - \text{sol}(u-1)) / \text{sol}(u)) \cdot 100) < 1|]$]

End If

If [sol(u) = 0] **then**

inic $\leftarrow$ da(countload+1)

range $\leftarrow$ range + 10^{-4} \ Aumentar o intervalo se a raiz não é encontrada

Else

\ Atribuir a solução ao vetor propagação de trinca para cada carga.

da(countload) $\leftarrow$ sol(u)

inic $\leftarrow$ sol(u)

range $\leftarrow$ range + 10^{-4} \ Aumentar o intervalo se a raiz é encontrada

End If

\ Condição para calcular a nova estimativa da raiz para a próxima carga.

Until [da(countload) > 0] **and** [da(countload) > da(countload+1)]

End For

TESE
1565

Universidade de São Paulo
CAMPUS DE SÃO CARLOS
Escola de Engenharia de São Carlos

Biblioteca Central