Campus de São Carlos

**DESENVOLVIMENTO DE UM MODELO ESTATÍSTICO
PARA APLICAÇÃO NO ESTUDO DE FADIGA EM
EMENDAS DENTADAS DE MADEIRA**

MARIANO MARTINEZ ESPINOSA

ORIENTADOR: Prof. Dr. Carlito Calil Junior

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

**ÁREA INTERUNIDADES EM
“CIÊNCIA E ENGENHARIA DE MATERIAIS”**

**DESENVOLVIMENTO DE UM MODELO ESTATÍSTICO PARA
APLICAÇÃO NO ESTUDO DE FADIGA EM EMENDAS DENTADAS DE
MADEIRA**

MARIANO MARTINEZ ESPINOSA

**Tese apresentada à Área Interunidades
em Ciência e Engenharia de Materiais da
EESC, IFSC, IQSC, da Universidade de
São Paulo, como parte dos requisitos para
obtenção do título de Doutor em Ciência e
Engenharia de Materiais**

Orientador: Prof. Dr. Carlito Calil Junior

**São Carlos – São Paulo
2001**

DEDALUS - Acervo - EESC

31100036884

Class.	TESE-EEESC
Curr.	3384
Tombo	10021/02

12.32.211

Espinosa, Mariano Martinez

"Desenvolvimento de um modelo estatístico para aplicação no estudo de fadiga em emendas dentadas de madeira"/ Mariano Martinez Espinosa – São Carlos, 2001

Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos/Instituto de Física de São Carlos/Instituto de Química de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2001 – páginas: 165

Área Interunidades: Ciência e Engenharia de Materiais

Orientador: Prof. Dr. Carlito Calil Junior

1.: MLC, 2. Fadiga, 3. Emendas Dentadas

I. Título

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Ciência e Engenharia de Materiais

Caixa Postal 369 – CEP 13560-970 - São Carlos-SP – Brasil

Tel: (0xx16) 2739589/ Fax: (0xx16) 2739777

e-mail: wladerez@if.sc.usp.br

MEMBROS DA COMISSÃO JULGADORA DA TESE DE DOUTORADO DE MARIANO MARTINEZ ESPINOSA, APRESENTADA AO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO INTERUNIDADES EM CIÊNCIA E ENGENHARIA DE MATERIAIS, DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO, EM 27/11/2001.

COMISSÃO JULGADORA:

Prof. Dr. **CARLITO CALIL JUNIOR** – EESC / USP (Orientador e Presidente)

Prof. Dr. **FRANCISCO ANTONIO ROCCO LAHR** – EESC / USP

Prof. Dr. **DIRCEU SPINELLI** – EESC / USP

Prof. Dr. **FRANCISCO LOUZADA NETO** – UFSCar

Prof. Dr. **ADRIANO WAGNER BALLARIN** – UNESP

DEDICATÓRIA

A minha esposa Virlei, brasileira linda por natureza,
companheira de minha vida, meu grande amor,
que tanto amo e admiro.

A minha filha Jennyfer, estrelinha que ilumina minha vida,
princesinha linda de meu coração.

A meu filho Bryan, razão e existência de meu viver,
amigo e companheiro de sempre.

A vocês meus filhos complementos de meu existir,
que me fazem sentir quanto coisa boa existe no mundo;
pelas quais vale a pena viver.

A minha mãe Eugenia, rosa pura e bela, imagem divina de Deus,
Santa como a Virgem Maria, ser inabalável cheio de amor
e ternura, que sempre levo dentro de minha alma.

A meu pai Mariano, amigo inigualável de sempre,
que com sua sabedoria divina sempre me orienta
na vida e continua sendo meu melhor mestre.

A meus irmãos e familiares pela convivência,
estima, e carinho de sempre.

A meus sogros Romeu e Enedy,
que me tratam como um filho
e sempre estão presentes.

AGRADECIMENTOS

- A Deus, pela vida, pela fé e sabedoria.
- Ao prof. Dr. Carlito Calil Jr., pela excelente orientação deste trabalho, pelo incentivo e pela constante demonstração de amizade e estima.
- Ao prof. Dr. Francisco Antônio Rocco Lahr (EESC-USP), a profa. Maria Creusa Bretãs Salles (ICMC-USP), ao prof. Francisco Louzada Neto (UFSCAR), ao prof. Dirceu Spinelli (EESC-USP), pela amizade, pelos comentários e sugestões na versão final desta tese.
- A meus filhos Jennyfer e Bryan, tantas vezes sem a minha companhia, pela absorção no trabalho, a minha esposa Virlei pela versão portuguesa deste trabalho, pelo incentivo e apoio nos momentos de desânimo, a você Virlei fonte de inspiração e amparo indispensável para minha vida.
- A meus pais Mariano e Eugenia e a minha família pelo estímulo e carinho, que mesmo de longe sempre me dedicaram, em especial a você Rita pelo seu valioso apoio incondicional.
- A meus sogros Romeu e Eneidy e família pela cooperação e estima exemplar.
- Aos professores Antônio Alves Dias e Almir Sales pelo incentivo e amizade.
- Ao colega, Alcibíades Negrão Macêdo, pelo companheirismo e colaboração no desenvolvimento do trabalho.

- À equipe técnica e administrativa do LAMEM: Tânia, Sílvia, Roberto, José Francisco, Jaime, Bragatto, Aparecido Galindo e Arnaldo, pelo apoio dado na realização deste trabalho, e também pela amizade.
- A todos os colegas do LaMEM pela ajuda, amizade e bom companheirismo em todos os momentos; meu muito obrigado pessoal.
- A todos os colegas e professores da USP e outros centros, por me permitirem uma vez mais, estudar na minha segunda pátria: BRASIL.
- À CAPES, pela oportunidade de dar continuidade à minha formação acadêmica e, pelo apoio financeiro para a realização deste trabalho.

SUMÁRIO

	Página
Lista de figuras.	vi
Lista de tabelas.	xi
Lista de siglas e abreviaturas.	xv
Lista de símbolos.	xvi
Resumo.	xxii
Abstract.	xxiii
CAPÍTULO 1	1
INTRODUÇÃO	1
1.1. Madeira Laminada Colada.	1
1.2. Emendas dentadas.	2
1.3. Avaliação das emendas dentadas.	3
CAPÍTULO 2	6
REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	6
2.1. Considerações sobre a revisão bibliográfica.	8
CAPÍTULO 3	9
OBJETIVO E JUSTIFICATIVA	9
CAPÍTULO 4	11
FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	11
4.1. ELEMENTOS BÁSICOS DE FADIGA.	11
4.1.1. Introdução.	11
4.1.2. Ciclos e tensões.	11
4.1.3. Vida à fadiga (N).	13
4.1.4. Limite de fadiga.	13
4.1.5. Propriedades de fadiga da madeira.	14
4.1.6. Medição do desempenho da fadiga em madeira.	15
4.2. PLANEJAMENTO ESTATÍSTICO DE EXPERIMENTOS.	16
4.2.1. Introdução.	16

4.2.2. Definição.	17
4.2.3. Aplicação.	17
4.2.4. Requisitos básicos.	18
4.2.4.1. Réplicas.	18
4.2.4.2. Aleatorização.	19
4.2.4.3. Análise por blocos.	19
4.2.4.4. Ensaios preliminares.	19
4.2.5. Passos principais.	20
4.2.5.1. Formular problemas e hipóteses.	20
4.2.5.2. Seleção da variável resposta.	21
4.2.5.3. Seleção de fatores (variáveis) e níveis.	21
4.2.5.4. Seleção do planejamento experimental.	22
4.2.5.5. Realização do experimento.	22
4.2.5.6. Análise dos dados.	22
4.2.5.7. Conclusões e recomendações.	23
4.2.6. Planejamentos fatoriais.	23
4.2.6.1. Finalidade dos planejamentos fatoriais (MONTGOMERY, 1991).	24
4.2.6.2. Funções aproximadas de resposta.	24
4.2.6.3. Planejamentos fatoriais com três níveis (3^k).	26
4.2.6.4. Planejamentos Compostos centrais (PCC)	28
4.2.6.5. Planejamentos Compostos Centrais Ortogonais (PCCO).	31
4.3. MODELO ESTATÍSTICO.	32
4.3.1. Introdução.	32
4.3.2. Primeiro modelo estatístico: número de ciclos em função da tensão.	33
4.3.2.1. Definição do modelo.	33
4.3.3. Segundo modelo estatístico: análise clássica de polinômios ortogonais múltiplos com distribuição normal.	36
4.3.3.1. Introdução.	36
4.3.3.2. Definição do modelo.	36
4.3.3.3. O método dos mínimos quadrados.	39
4.3.3.4. Verificação da adequabilidade do modelo.	40

4.3.3.5. Propriedade dos estimadores de Mínimos Quadrados e estimativa da variância σ^2 .	41
4.3.3.6. Teste de hipóteses e intervalos de confiança sobre os parâmetros $\hat{A}$ num modelo de regressão.	42
4.3.3.7. Intervalo de confiança sob a resposta média.	44
4.3.3.8. Previsão de novas observações.	45
4.3.3.9. Ortogonalização do modelo.	46
4.3.4. Método de Bootstrap no modelo polinomial ortogonal múltiplo da distribuição normal.	48
4.3.4.1. Introdução.	48
4.3.4.2. Método de Bootstrap para modelos de regressão (DRAPER, 1998).	49
4.3.4.2.1. O Bootstrap residual (BR).	49
4.3.4.2.2. O Bootstrap de pares (BP).	50
4.3.5. Terceiro Modelo Estatístico: análise clássica de polinômios ortogonais múltiplos da distribuição de Birnbaum-Saunders.	51
4.3.5.1. Modelo de Birnbaum-Saunders.	51
4.3.5.2. Modelo Log-Linear para a distribuição de Birnbaum-Saunders.	53
4.3.5.2.1. Considerando uma variável independente.	53
4.3.5.2.2. Considerando p variáveis independentes.	55
4.3.5.3. Polinômios ortogonais múltiplos da distribuição de Birnbaum-Saunders.	56
4.3.5.3.1. Modelo de regressão polinomial.	56
4.3.5.3.2. Estimadores de máxima verossimilhança para os parâmetros do modelo quadrático dado pela eq. (4.56).	58
4.3.5.3.3. Inferência sobre os parâmetros $\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_5$ e α .	60
4.4. CONSIDERAÇÕES DA FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA DO MODELO PROPOSTO.	65

CAPÍTULO 5	67
MATERIAIS E MÉTODOS	67
5.1. Espécies de madeira utilizadas na pesquisa.	67
5.2. Os adesivos.	68
5.3. Método de amostragem.	68
5.4. Dimensão e confecção dos corpos-de-prova	69
5.5. Execução dos ensaios.	71
5.6. Planejamento Estatístico.	72
5.7. Procedimento Estatístico.	72
CAPÍTULO 6	73
RESULTADOS	73
6.1. Corpos-de-prova sem emendas.	73
6.2. Corpos-de-prova com emendas dentadas.	74
6.3. Corpos-de-prova sem emendas complementais.	76
6.4. Corpos-de-prova com emendas dentadas complementais, coladas com o adesivo poliuretano à base de óleo de mamona.	76
CAPÍTULO 7	78
ANÁLISE E DISCUSSÕES	78
7.1. Considerando a distribuição normal.	78
7.1.1. Verificação da adequabilidade do modelo dado pela eq. (4.37).	78
7.1.2. Comparações médias dos dados (transformados).	83
7.1.3. Modelo Estatístico para os dados transformados.	88
7.1.4. Verificação do comportamento do modelo da eq. (4.37) pelos métodos de Bootstrap.	94
7.2. Considerando a distribuição de Birnbaum-Saunders.	100
CAPÍTULO 8	106
CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES PARA FUTUROS TRABALHOS	106
8.1. Conclusões.	106
8.2. Recomendações para futuros trabalhos.	108

BIBLIOGRAFIA	109
APÊNDICE A	116
TESTE ESTATÍSTICO DE SHAPIRO	116
APÊNDICE B	118
ORTOGONALIZAÇÃO DE EFEITOS PARA PLANEJAMENTOS COM TRÊS NÍVEIS	118
APÊNDICE C	120
SEGUNDAS DERIVADAS PARCIAIS DA EQ. (4.56)	120
APÊNDICE D	122
ESPERANÇAS DAS SEGUNDAS DERIVADAS PARCIAIS DA EQ. (4.56)	122
APÊNDICE E	125
GRÁFICO DOS RESÍDUOS	125
APÊNDICE F	130
MODELOS ESTATÍSTICOS, UTILIZANDO A EQ. (4.37)	130
APÊNDICE G	137
VERIFICAÇÃO DO COMPORTAMENTO DO MODELO DA EQ. (4.37) PELOS MÉTODOS DE BOOTSTRAP	137
APÊNDICE H	154
VALORES DE RESISTÊNCIA À TRAÇÃO (f_{t0})	154
APÊNDICE I	161
PUBLICAÇÕES EM REVISTAS E CONGRESSOS	161
H.1. Publicações de artigos em revistas arbitradas.	161
H.2. Publicações em congressos.	162
APÊNDICE J	164
PROGRAMA DE APERFEIÇOAMENTO DE ENSINO (PAE) E CURSOS MINISTRADOS	164
I.1. Programa de Aperfeiçoamento de Ensino.	164
I.2. Cursos Ministrados.	164

Lista de figuras.

	Página.
Figura 1.1- Esquema geral de uma peça de MLC.	2
Figura 1.2- Disposição das emendas dentadas.	3
Figura 1.3- Ruptura por tração, na flexão numa viga de MLC com emendas dentadas.	4
Figura 1.4- Tração paralela às fibras.	4
Figura 1.5- Tração normal às fibras.	4
Figura 1.6- Ponte de madeira laminada colada na Alemanha.	5
Figura 4.1- Gráfico de $\log(S)$ contra $\log(N)$.	16
Figura 4.2- Representação gráfica de um PCC.	30
Figura 4.3- Gráfico dos resíduos contra valores estimados, com variância não constante.	40
Figura 4.4- Gráfico da densidade da eq. (4.42) para vários valores de α , com $\beta = 1$.	53
Figura 4.5- Gráfico da densidade da eq. (4.51) para alguns valores de $\alpha < 2$, com $\gamma = 0$.	56
Figura 5.1- Forma de seleção dos corpos-de-prova das peças de madeira.	69
Figura 5.2- Dimensões da geometria da emenda (a) e do corpo-de-prova (b) da resistência a tração nas emendas dentadas (MACEDO, 2000).	70
Figura 7.1- Gráfico dos resíduos contra os valores estimados, para os dados da Tabela 6.1.	79
Figura 7.2- Gráfico dos resíduos contra os escores normais, para os dados da Tabela 6.1.	79
Figura 7.3- Gráfico dos resíduos contra os valores estimados, para os dados da Tabela 6.2.	79
Figura 7.4- Gráfico dos resíduos contra os escores normais, para os dados da Tabela 6.2.	79
Figura 7.5- Gráfico dos resíduos contra os valores estimados, para os	79

	dados da Tabela 6.3.	
Figura 7.6-	Gráfico dos resíduos contra os escores normais, para os dados da Tabela 6.3.	79
Figura 7.7-	Gráfico dos resíduos contra os valores estimados, para os dados da Tabela 6.1 (transformados).	80
Figura 7.8-	Gráfico dos resíduos contra os escores normais, para os dados da Tabela 6.1 (transformados).	80
Figura 7.9-	Gráfico dos resíduos contra os valores estimados, para os dados da Tabela 6.2 (transformados).	80
Figura 7.10-	Gráfico dos resíduos contra os escores normais, para os dados da Tabela 6.2 (transformados).	80
Figura 7.11-	Gráfico dos resíduos contra os valores estimados, para os dados da Tabela 6.3 (transformados).	81
Figura 7.12-	Gráfico dos resíduos contra os escores normais, para os dados da Tabela 6.3 (transformados).	81
Figura 7.13-	Gráfico de probabilidade normal para os resíduos dos dados da Tabela 6.1 (transformados).	81
Figura 7.14-	Gráfico de probabilidade normal para os resíduos dos dados da Tabela 6.2 (transformados).	82
Figura 7.15-	Gráfico de probabilidade normal para os resíduos dos dados da Tabela 6.3 (transformados).	82
Figura 7.16-	Gráfico da vida média à fadiga em MPa dos dados transformados ($\ln(N)$) da madeira com emendas dentadas contra espécie.	83
Figura 7.17-	Gráfico do efeito da f para os dados da Tabela 6.2.	84
Figura 7.18-	Gráfico do efeito da f para os dados da Tabela 6.4.	85
Figura 7.19-	Gráfico do efeito da f para os dados da Tabela 6.5.	85
Figura 7.20-	Gráfico do efeito da S para os dados da Tabela 6.2.	86
Figura 7.21-	Gráfico do efeito da S para os dados da Tabela 6.4.	86
Figura 7.22-	Gráfico do efeito da S para os dados da Tabela 6.5.	86

Figura 7.23-	Gráfico do efeito da S e f para todas as espécies com emendas dentadas.	87
Figura 7.24-	Comparação da vida média à fadiga da madeira sem emendas e com emendas dentadas, para a espécie de Eucaliptos Grandis.	87
Figura 7.25-	Comparação da vida média à fadiga da madeira sem emendas e com emendas dentadas, para a espécie de Pinus Caribea variedade Hondurensis.	87
Figura 7.26-	Histograma de θ_0 (EBR).	96
Figura 7.27-	Gráfico quantil-quantil de θ_0 (EBR).	96
Figura 7.28-	Histograma de θ_1 (EBR).	97
Figura 7.29-	Gráfico quantil-quantil de θ_1 (EBR).	97
Figura 7.30-	Histograma de θ_2 (EBR).	97
Figura 7.31-	Gráfico quantil-quantil de θ_2 (EBR).	97
Figura 7.32-	Histograma de θ_3 (EBR).	97
Figura 7.33-	Gráfico quantil-quantil de θ_3 (EBR).	97
Figura 7.34-	Histograma de θ_4 (EBR).	98
Figura 7.35-	Gráfico quantil-quantil de θ_4 (EBR).	98
Figura 7.36-	Histograma de θ_5 (EBR).	98
Figura 7.37-	Gráfico quantil-quantil de θ_5 (EBR).	98
Figura 7.38-	Histograma de θ_0 (EBP).	98
Figura 7.39-	Gráfico quantil-quantil de θ_0 (EBP).	98
Figura 7.40-	Histograma de θ_1 (EBP).	99
Figura 7.41-	Gráfico quantil-quantil de θ_1 (EBP).	99
Figura 7.42-	Histograma de θ_2 (EBP).	99
Figura 7.43-	Gráfico quantil-quantil de θ_2 (EBP).	99
Figura 7.44-	Histograma de θ_3 (EBP).	99
Figura 7.45-	Gráfico quantil-quantil de θ_3 (EBP).	99

Figura 7.46-	Histograma de θ_4 (EBP).	100
Figura 7.47-	Gráfico quantil-quantil de θ_4 (EBP).	100
Figura 7.48-	Histograma de θ_5 (EBP).	100
Figura 7.49-	Gráfico quantil-quantil de θ_5 (EBP).	100
Figura 7.50-	Gráfico quantil-quantil dos resíduos para os dados da tabela 6.1, considerando o modelo da distribuição de Birnbaum-Saunders.	103
Figura 7.51-	Gráfico quantil-quantil dos resíduos para os dados da tabela 6.1, considerando o modelo da distribuição normal.	103
Figura 7.52-	Gráfico quantil-quantil dos resíduos para os dados da tabela 6.2, considerando o modelo da distribuição de Birnbaum-Saunders.	104
Figura 7.53-	Gráfico quantil-quantil dos resíduos para os dados da tabela 6.2, considerando o modelo da distribuição normal.	104
Figura 7.54-	Gráfico quantil-quantil dos resíduos para os dados da tabela 6.3, considerando o modelo da distribuição de Birnbaum-Saunders.	104
Figura 7.55-	Gráfico quantil-quantil dos resíduos para os dados da tabela 6.3, considerando o modelo da distribuição normal.	104
Figura 7.56-	Gráfico quantil-quantil dos resíduos para os dados da tabela 6.4, considerando o modelo da distribuição de Birnbaum-Saunders.	104
Figura 7.57-	Gráfico quantil-quantil dos resíduos para os dados da tabela 6.4, considerando o modelo da distribuição normal.	104
Figura 7.58-	Gráfico quantil-quantil dos resíduos para os dados da tabela 6.5, considerando o modelo da distribuição de Birnbaum-Saunders.	105
Figura 7.59-	Gráfico quantil-quantil dos resíduos para os dados da tabela 6.5, considerando o modelo da distribuição normal.	105
Figura 7.60-	Gráfico quantil-quantil dos resíduos para os dados da tabela	105

6.6, considerando o modelo da distribuição de Birnbaum-Saunders.

Figura 7.61- Gráfico quantil-quantil dos resíduos para os dados da tabela 6.6, considerando o modelo da distribuição normal. 105

Lista de tabelas.

	Página.
Tabela 4.1- Notações utilizadas num planejamento fatorial 3^2 , com p^* réplicas.	28
Tabela 4.2- Planejamento composto central para duas variáveis independentes.	30
Tabela 4.3- Planejamento composto central ortogonal para duas variáveis independentes.	31
Tabela 4.4- Alguns valores de α^* (PCCO).	32
Tabela 5.1- Número de corpos-de-prova usados para os ensaios cíclicos, realizados no LaMEM, 2000.	70
Tabela 5.2- Número de corpos-de-prova adicionais usados para os ensaios cíclicos, realizados no LaMEM, 2000.	70
Tabela 5.3- Número de ciclos, sob três níveis de tensões e três tipos de frequências.	72
Tabela 6.1- Dados da vida à fadiga dos corpos-de-prova sem emendas, para a espécie de Pinus Caribea variedade Hondurensis, obtidos no LaMEM (MACEDO, 2000).	73
Tabela 6.2- Dados da vida à fadiga dos corpos-de-prova sem emendas, para a espécie de Eucalipto Grandis, obtidos no LaMEM (MACEDO, 2000).	74
Tabela 6.3- Dados da vida à fadiga dos corpos-de-prova com emendas dentadas, para a espécie de Pinus Caribea variedade Hondurensis com o adesivo CASCOPHEN RS-216M, obtidos no LaMEM (MACEDO, 2000).	74
Tabela 6.4- Dados da vida à fadiga dos corpos-de-prova com emendas dentadas, para a espécie de Eucalipto Grandis com o adesivo CASCOPHEN RS-216M, obtidos no LaMEM (MACEDO, 2000).	75
Tabela 6.5- Dados da vida à fadiga dos corpos-de-prova com emendas	75

dentadas, para a espécie de *Pinus Caribea* variedade *Hondurensis* com o adesivo poliuretano à base de óleo de mamona, obtidos no LaMEM (MACEDO, 2000).

Tabela 6.6-	Dados da vida à fadiga dos corpos-de-prova com emendas dentadas, para a espécie de <i>Eucalipto Grandis</i> com o adesivo poliuretano à base de óleo de mamona, obtidos no LaMEM (MACEDO, 2000).	75
Tabela 6.7-	Dados complementais da vida à fadiga dos corpos-de-prova sem emendas, para a espécie de <i>Pinus Caribea</i> variedade <i>Hondurensis</i> , obtidos no LaMEM, no 2000.	76
Tabela 6.8-	Dados complementais da vida à fadiga dos corpos-de-prova sem emendas, para a espécie de <i>Eucalipto Grandis</i> , obtidos no LaMEM, no 2000.	76
Tabela 6.9-	Dados complementais da vida à fadiga dos corpos-de-prova com emendas dentadas, para a espécie de <i>Pinus Caribea</i> variedade <i>Hondurensis</i> , obtidos no LaMEM, no 2000.	76
Tabela 6.10-	Dados complementais da vida à fadiga dos corpos-de-prova com emendas dentadas, para a espécie de <i>Eucalipto Grandis</i> , obtidos no LaMEM, no 2000.	77
Tabela 7.1-	Valores médios, desvios padrões e intervalo de confiança da vida à fadiga em MPa , para os corpos-de-prova sem emendas, dos dados transformados.	83
Tabela 7.2-	Valores médios, desvios padrões e intervalo de confiança da vida à fadiga, para a madeira com emendas dentadas dos dados transformados.	84
Tabela 7.3-	Coefficientes de regressão das variáveis independentes, DP , t_o , n , R^2 e s , para os dados do modelo da eq. (7.1).	88
Tabela 7.4-	Soma de Quadrados (SQ) e graus de liberdade (g.l.) das variáveis independentes, para os dados do modelo da eq. (7.1).	89
Tabela 7.5-	Ensaio, réplicas, $\ln(N)$, S , f , estimado e resíduo (valores	89

	com resíduos grandes), para os dados do modelo da eq. (7.1).	
Tabela 7.6-	Coeficientes de regressão das variáveis independentes, DP, t_o , n , R^2 e s , para os dados do modelo da eq. (7.2).	90
Tabela 7.7-	Soma de Quadrados (SQ) e graus de liberdade (g.l.) das variáveis independentes, para os dados do modelo da eq. (7.2).	90
Tabela 7.8-	Coeficientes de regressão das variáveis independentes, DP, t_o , n , R^2 e s , para os dados do modelo da eq. (7.3).	91
Tabela 7.9-	Soma de Quadrados (SQ) e graus de liberdade (g.l.) das variáveis independentes, para os dados do modelo da eq. (7.3).	91
Tabela 7.10-	Ensaio, réplicas, $\ln(N)$, S , f , estimado e resíduo (valores com resíduos grande), para os dados do modelo da eq. (7.3).	91
Tabela 7.11-	Valores médios ($\bar{y}$), desvios padrões (DP) e intervalos de confiança a 95%, para os dados da Tabela 6.7 (transformados).	92
Tabela 7.12-	Extrapolção ($\hat{y}_0 = \ln(\hat{N})$) utilizando o modelo dado pela eq. (7.1), com f de 13HZ e 17HZ, e S de 60, 75 e 90%; $DP(\hat{y}_0)$ e $IP(95\%)$.	92
Tabela 7.13-	Valores médios ($\bar{y}$), desvios padrões (DP) e intervalos de confiança a 95%, para os dados da tabela 6.8 (transformados).	93
Tabela 7.14-	Extrapolção ($\hat{y}_0 = \ln(\hat{N})$) utilizando o modelo dado pela eq. (7.23), do apêndice B, com f de 13HZ e 17HZ, e S de 60, 75 e 90%; $DP(\hat{y}_0)$ e $IP(95\%)$.	93
Tabela 7.15-	Valores médios ($\bar{y}$), desvios padrões (DP) e intervalos de confiança a 95%, para os dados da tabela 6.9 (transformados).	93
Tabela 7.16-	Extrapolção ($\hat{y}_0 = \ln(\hat{N})$) utilizando o modelo dado pela eq. (7.30), do apêndice B, com f de 13HZ e 17HZ, e S de 60,	93

75 e 90%; $DP(\hat{y}_0)$ e $IP(95\%)$.

Tabela 7.17-	Valores médios ($\bar{y}$), desvios padrões (DP) e intervalos de confiança a 95%, para os dados da Tabela 6.10 (transformados).	94
Tabela 7.18-	Extrapolção ($\hat{y}_0 = \ln(\hat{N})$) utilizando o modelo dado pela eq. (7.3), com f de 13HZ e 17HZ, e S de 60, 75 e 90%; $DP(\hat{y}_0)$ e $IP(95\%)$.	94
Tabela 7.19-	EMQ, EBR, EBP, VREBR e VREBP dos parâmetros do modelo da eq. (4.37), para os dados da Tabela 6.1.	95
Tabela 7.20-	Intervalos de confiança 90% AS, BR, BP, PBR e PBR, para todos os parâmetros, utilizando os dados das Tabelas 6.1 e 7.19.	95
Tabela 7.21-	Estimador, DP e IC dos parâmetros do modelo polinomial ortogonal múltiplo da distribuição de Birnbaum-Saunders e da distribuição normal, para os dados da Tabela 6.1.	101
Tabela 7.22-	Estimador, DP e IC dos parâmetros do modelo polinomial ortogonal múltiplo da distribuição de Birnbaum-Saunders e da distribuição normal, para os dados da Tabela 6.2.	102
Tabela 7.23-	Estimador, DP e IC dos parâmetros do modelo polinomial ortogonal múltiplo da distribuição de Birnbaum-Saunders e da distribuição normal, para os dados da Tabela 6.3.	102
Tabela 7.24-	Estimador, DP e IC dos parâmetros do modelo polinomial ortogonal múltiplo da distribuição de Birnbaum-Saunders e da distribuição normal, para os dados da Tabela 6.4.	102
Tabela 7.25-	Estimador, DP e IC dos parâmetros do modelo polinomial ortogonal múltiplo da distribuição de Birnbaum-Saunders e da distribuição normal, para os dados da Tabela 6.5.	103
Tabela 7.26-	Estimador, DP e IC dos parâmetros do modelo polinomial ortogonal múltiplo da distribuição de Birnbaum-Saunders e da distribuição normal, para os dados da Tabela 6.6.	103

Lista de siglas e abreviaturas.

ASTM	American Society for Testing and Materials.
DP	Desvio padrão.
BR	Bootstrap residual.
BP	Bootstrap de pares.
EBR	Estimadores Bootstrap residuais.
EBP	Estimadores Bootstrap de pares.
EMQ	Estimador de mínimos quadrados.
EMV	Estimador de máxima verossimilhança.
gl	Graus de liberdade.
GLULAM	Glued Laminated Timber.
HZ	Herz
IC	Intervalo de confiança.
IP	Intervalo de previsão.
LaMEM -	Laboratório de Madeira e de Estruturas de Madeira.
MLC -	Madeira Laminada Colada.
NBR -	Norma Brasileira.
PCC -	Planejamento Composto Central.
PCCO -	Planejamento Composto Central Ortogonal.
SQ	Soma de quadrados.
VR	Vício relativo
VREBR	Vício relativo para os EBR.
VREBP	Vício relativo para os EBP.

Lista de símbolos.

a	Intercepto das linhas de regressão das eqs. (4.45), (4.46) e (4.47).
a^*	Pontos axiais em cada eixo das variáveis do planejamento.
a_i	Parâmetros desconhecidos a ser determinados no modelo da eq. (4.13).
$\tilde{A}$	Vetor de parâmetros a ser determinados, do modelo dado pela eq. (4.14).
$\hat{\tilde{A}}$	Vetor de parâmetros estimados pela eq. (4.20).
$\tilde{A}^*$	Vetor de parâmetros a ser determinados, do modelo dado pela eq. (4.40).
$\hat{\tilde{A}}^*$	Vetor de parâmetros estimados pela eq. (4.40).
$\tilde{A}^{**}$	Vetor de parâmetros a ser determinados, do modelo dado pela eq. (4.41).
$\hat{\tilde{A}}^{**}$	Vetor de parâmetros estimados pela eq. (4.41).
α	Parâmetro de forma da distribuição de Birnbaum-Saunders e Senh-Normal.
α^*	Nível de significância.
b	Coefficiente de inclinação da reta de regressão das eqs. (4.45), (4.46) e (4.47).
b_0	Intercepto das linhas de regressão (das expressões dadas pelas eqs. (4.4) e (4.10) e do modelo da eq. (4.11).
b_1	Coefficiente de inclinação das retas de regressão (das expressões dadas pelas eqs. (4.4) e (4.10) e do modelo da eq. (4.11).
$\hat{b}_0$	Estimativa do parâmetro b_0 .
$\hat{b}_1$	Estimativa do parâmetro b_1 .
β	Parâmetro de escala da distribuição de Birnbaum-Saunders.
C	Matriz inversa dada pela equação (4.24).
C_{ii}	enésimo elemento da diagonal da matriz C .
d	Ordem o grau de um polinômio.
D_i	Resíduos do modelo da eq. (4.11).
δ	Erro de um modelo com distribuição de Birnbaum-Saunders.
$E(\tilde{A})$	Valor esperado de $\tilde{A}$.
$E(\tilde{\epsilon}^c)$	Valor esperado dos resíduos do modelo dado pela eq. (4.14).

$E(\tilde{Y})$	Valor esperado do vetor de respostas, para a relação funcional dada pela eq. (4.16).
$E(Y \tilde{x}_0^c)$	Valor esperado de Y dado $\tilde{x}_0^c$ ou equação de regressão.
ε^*	Resíduos da relação funcional, dada pela eq (4.6).
ε^C	Resíduos da relação funcional, dada pela eq (4.8).
ε^c	Resíduos do modelo da eq. (4.13).
$\tilde{\varepsilon}^c$	Vetor de resíduos do modelo da eq. (4.14).
$\hat{\tilde{\varepsilon}}^c$	Vetor dos resíduos estimados codificados da eq. (4.22).
$\tilde{\varepsilon}$	Vetor de resíduos do modelo da eq. (4.36).
$\tilde{\varepsilon}^{BR}$	Vetor de resíduos do modelo da eq. (4.39).
$\tilde{\varepsilon}^{BR*}$	Vetor de resíduos do modelo da eq. (4.40).
$\tilde{\varepsilon}^{bb}$	Vetor de resíduos do modelo da eq. (4.41).
f	Frequência.
$f(t; \alpha, \beta)$	Função densidade de probabilidade da distribuição Birnbaum-Saunders.
$f(y; \alpha, \gamma, \nu)$	Função densidade de probabilidade da distribuição Senh-Normal.
$f(\tilde{X}^*)$	Função das variáveis independentes.
$f(\tilde{X}^c)$	Função das variáveis independentes codificadas.
ϕ_i	Resíduos do modelo Log-Linear da distribuição de Birnbaum-Saunders, dados pela eq. (4.54), (4.55) e (4.56).
φ^2	Variância dos resíduos dos modelos da eq. (4.23).
φ^{2c}	Variância dos resíduos dos modelos das eqs. (4.13) e (4.14).
g_i	Logaritmo de S.
H_0	Hipótese nula.
H_1	Hipótese alternativa.
γ	Parâmetro de locação da distribuição Senh-Normal.
i	Sub-índice.
I_n	Matriz identidade.
I_o	Matriz de informação observada.

$I(\tilde{\theta})$	Matriz de informação de Fisher.
j	Sub-índice.
k	Número de fatores ou variáveis independente num planejamento fatorial.
l	Nível de um fator.
I_1	Níveis do fator 1.
I_2	Níveis do fator 2.
I_k	Níveis do fator k .
$L(\theta_0, \dots, \theta_s, \alpha)$	Função de verossimilhança para $\theta_0, \dots, \theta_s$ e α , para a função densidade de probabilidade da eq. (4.54).
$l(\theta_0, \dots, \theta_s, \alpha)$	Logaritmo da função de verossimilhança para $\theta_0, \dots, \theta_s$ e α , para a função densidade de probabilidade da eq. (4.54).
$\ln(\delta)$	Resíduo do modelo dado pela eq. (4.46).
$\ln(N)$	Logaritmo de N .
$\log(N)$	Logaritmo natural de N .
$\log(S)$	Logaritmo natural de S .
M	Matriz de um planejamento de k fatores com 2 níveis cada um (2^k).
M^*	Matriz com pontos axiais das variáveis de um PCC.
$\mu_Y \tilde{x}_0^c$	Valor esperado de Y dado $\tilde{x}_0^c$ ou equação de regressão.
$\hat{\mu}_Y \tilde{x}_0^c$	Valor esperado de Y dado $\tilde{x}_0^c$ estimado, dado pela eq. (4.30).
n	Número de observações.
n_0	Pontos centrais.
N	Número total de ciclos até a falha.
$N(0, \varphi^2)$	Distribuição normal com média 0 e variância φ^2 .
N_p	Distribuição normal multiparamétrica.
$\tilde{0}$	Vetor de zeros.
p	Número de variáveis independentes.
p^*	Número de réplicas.
$\tilde{\theta}$	Vetor de parâmetros do modelo Log-Linear da distribuição Senh-Normal.

R	Razão de tensão.
R^2	Coefficiente de determinação.
s_i^*	Diferença de dois fatores.
S_n	Limite de fadiga.
S	Tensão aplicada (Stress).
$SN(\alpha, 0, 2)$	Distribuição Senh-Normal com parâmetros de forma α , parâmetro de escala 0 e parâmetro de locação 2.
σ_a	Tensão alternada ou amplitude de tensão.
$\sigma_{\min}$	Tensão de compressão mínima.
$\sigma_{\max}$	Tensão de tração máxima.
σ_m	Tensão média.
t	Tempo de vida da distribuição de Birnbaum Saunders.
t^*	Valor da distribuição t de Student.
t_0	Estatística do teste num modelo de regressão.
T	Variável aleatória com distribuição de Birnbaum Saunders.
$Var(\hat{A})$	Matriz de variância covariância.
$Var(\hat{\varepsilon}^c)$	Variância do modelo dada pela eq. (4.14).
$V(\hat{\mu}_r \tilde{x}_0^c)$	Variância de $\hat{\mu}_r \tilde{x}_0^c$, dada pela eq. (4.31).
$V(\hat{y}_0)$	Variância de uma nova observação, dada pela eq. (4.30).
υ	Parâmetro de locação da distribuição Senh-Normal.
W_i	$\frac{2}{\alpha} \cosh[\frac{\phi_i}{2}]$
x	Variável independente ($\ln(S)$).
x^*	Fator ou variável independente de um planejamento de experimento.
x_1^*	Fator 1 de um planejamento de experimento.
x_2^*	Fator 2 de um planejamento de experimento.
x_i^*	Fator i de um planejamento de experimento.
x_i^{*b}	Nível baixo do fator i de um planejamento de experimento.

x_i^{*i}	Nível intermediário do fator i de um planejamento de experimento.
x_i^{*a}	Nível alto do fator i de um planejamento de experimento.
$\bar{x}_i^*$	Média do fator i de um planejamento de experimento.
x_k^*	Fator k de um planejamento de experimento.
X	Matriz X^c ortogonalizada.
$\tilde{X}$	Vetor $\tilde{X}^c$ ortogonalizado.
X'	Matriz X transposta.
$X'X$	Produto da matriz X' vezes a matriz X .
$\tilde{X}^*$	Vetor de fatores de um planejamento de experimento.
X^*	Matriz de fatores de um planejamento de experimento.
X^{**}	Matriz transposta de fatores de um planejamento de experimento.
$X^{**}X^*$	Produto da matriz X^{**} vezes a matriz X^* .
$\tilde{X}^B$	Vetor de variáveis independentes do modelo Log-Linear da distribuição de Birnbaum-Saunders generalizado.
X^{BP}	Novos valores da Matriz X obtida pelo método de BP.
x_1^c	Fator 1 de um planejamento de experimento codificado.
x_2^c	Fator 2 de um planejamento de experimento codificado.
x_i^c	Fator i de um planejamento de experimento codificado.
x_k^c	Fator k de um planejamento de experimento codificado.
$\tilde{X}^c$	Vetor de fatores de um planejamento de experimento codificado.
$\tilde{X}_0^c$	Vetor específico de $\tilde{X}^c$.
X^c	Matriz de fatores de um planejamento de experimento codificado.
X'^c	Matriz transposta de fatores de um planejamento de experimento codificado.
$X'^c X^c$	Produto da matriz X'^c vezes a matriz X^c .
ξ^2	Variância dos resíduos do modelo da eq. (4.11).
y	Variável resposta.
$\hat{y}$	Resposta estimada.
Y_i	Resposta dada pelo logaritmo de N ($\ln(N)$).

$\tilde{Y}$	Vetor resposta dado pelo logaritmo de N ($\ln(N)$).
$\bar{y}$	Média amostral.
y_{ij}	Réplicas de uma variável resposta.
y^*	Resposta ($\log(y)$).
Y^*	Variável aleatória da resposta y^* .
Y_i^*	Valor i da variável aleatória Y^* .
$\hat{Y}_i^*$	Valores estimados de Y_i^* .
$\hat{y}_0$	Valor estimado de uma nova observação.
$\tilde{Y}^{BR}$	Novos valores de $\tilde{Y}$ obtidos pelo método de Bootstrap residual.
$\tilde{Y}^{BR*}$	Modelo de regressão de Bootstrap residual.
$\tilde{Y}^{BP}$	Modelo de regressão de Bootstrap de pares.
Z_i	$\frac{2}{\alpha} \sinh[\frac{\phi_i}{2}]$
$Z_{\phi^*/2}$	Percentil da distribuição normal padronizada.

RESUMO

Madeira laminada colada (MLC) é um material de construção muito empregado em estruturas. Este produto é composto de lâminas classificadas de madeira, coladas horizontalmente, para formar peças estruturais de madeira de grandes dimensões. A união das lâminas é realizada através de distintos tipos de emendas longitudinais, sendo as emendas dentadas as mais utilizadas. Considerando que os componentes estruturais de MLC, em geral, são constituídos por um grande número de emendas dentadas e que algumas destas estruturas são solicitadas a carregamentos cíclicos, este trabalho tem por finalidade a proposta de um modelo estatístico para a determinação da vida à fadiga em emendas dentadas de madeira. O trabalho foi realizado no Laboratório de Madeiras e de Estruturas de Madeira (LaMEM), com o estudo teórico e experimental da fadiga em corpos-de-prova tracionados de ligações com emendas dentadas, baseado em um planejamento estatístico de experimentos e na NBR 7190/97. Os resultados obtidos mostram que o modelo Polinomial Ortogonal Múltiplo da distribuição de Birnbaum-Saunders é de grande precisão e o mais adequado para o estudo da fadiga. O uso deste modelo pode ser de grande benefício, já que com ele se poderá estimar e caracterizar com maior confiabilidade e precisão a um menor custo a vida à fadiga em emendas dentadas de madeira, considerando as variáveis independentes tensão e frequência.

Palavras – Chaves: MLC, fadiga , emendas dentadas, madeira, Planejamentos Estatísticos de Experimentos, Planejamento Fatoriais, Modelo Estatístico, distribuição normal, Método de Bootstrap, distribuição de Birnbaum-Saunders.

ABSTRACT

In the production of structural elements of Glued Laminated Timber (GLULAM), the horizontal union of lumbers are made with finger joints. Considering that the structural components of GLULAM need a great number of finger joints, and some of these structures are subject to cyclic loading, the objective of this work is to present a statistical model to estimate the fatigue life in lumber tension finger joints. The theoretical and experimental work was made in the Laboratory of Wood and Timber Structures (LaMEM), based on a statistical experiment design using tension tests and in agreement with the NBR 7190/97 code. The estimation procedure was based on the multiple orthogonal polynomial Birnbaum-Saunders model and the results show that the parameter estimates of the multiple orthogonal polynomial Birnbaum-Saunders model are obtained with at good accuracy and the most appropriate for the wood fatigue study. The use of the model can be of great benefit, since with it can be fit and characterize with greater reliability and precision at a smaller cost the fatigue life in finger joints of wood, considering the independent variables stress and frequency.

Keywords: GLULAM, Fatigue, Finger Joints, wood, Statistical Designs of Experiments, Factorial Designs, Statistical Model, normal distribution, Bootstrap procedure, Birnbaum-Saunders distribution.

CAPITULO 1

INTRODUÇÃO

1.1. Madeira Laminada Colada (MLC).

A madeira laminada colada é um dos mais antigos produtos colados de madeira utilizados na engenharia. Este produto é definido como um material feito de lâminas classificadas de madeira, com espessura máxima de 50 mm, coladas entre si, na forma reta ou curva, com as fibras de todas as lâminas orientadas na direção paralela ao comprimento do elemento. Desta maneira, obtém-se uma única peça que funcionará exclusivamente como uma unidade estrutural, possuindo várias vantagens em relação as peças estruturais de madeira maciça.

Algumas das vantagens da MLC em relação às peças estruturais de madeira maciça são as seguintes:

- Possibilidade da utilização de madeira de reflorestamento ou espécies nativas que não são utilizadas ou são pouco utilizadas estruturalmente (MACÊDO, 1996).
- Possibilidade de construir grandes estruturas a partir de lâminas de dimensões comerciais, pois o adesivo permite o uso de lâminas curtas e estreitas, as quais unidas eficientemente, podem formar peças estruturais de diversas espessuras, larguras, comprimentos e formas (MANTILLA, 1989).
- Redução da intensidade dos defeitos de secagem, próprios de peças maciças de grandes dimensões (ROCCO LAHR, 1998).

- Possibilidade do emprego seletivo das lâminas que compõem a peça, isto é, utilizar lâminas com qualidade inferior, nas regiões onde a solicitação é menos intensa e madeira de melhor qualidade nas regiões de alta solicitação (MANTILLA, 1989).

Alguns aspectos restritivos da MLC em relação às peças estruturais de madeira maciça são os seguintes (ROCCO LAHR, 1998):

- Em geral, custo superior ao da madeira maciça.
- Processo de fabricação com equipamentos, técnicas e mão de obra especializada.

Na produção de elementos estruturais de MLC, em geral é preciso utilizar lâminas de grandes comprimentos, e para isto são realizadas emendas longitudinais de tábuas (Figura 1.1). As regiões das emendas, por apresentarem descontinuidades do material, representam um fator significativo na caracterização da resistência mecânica dos componentes estruturais de MLC, pois estas regiões são consideradas potencialmente fracas e, portanto, as emendas devem ser da melhor qualidade possível.

Figura 1.1 - Esquema geral de uma peça de MLC.

1.2. Emendas dentadas.

A união de lâminas com a finalidade de obter elementos de maior comprimento é realizada através de diversos tipos de emendas longitudinais, sendo as emendas

dentadas (Finger joints) as mais utilizadas em nível nacional e internacional (Figura 1.2), por distintas vantagens tais como (MACÊDO, 1996):

- Facilita a retirada de defeitos da madeira, a aplicação de adesivo e a pressão de colagem.
- Otimização da produção dos elementos estruturais de MLC.
- Resultados de resistências mais uniformes que os outros tipos de emendas.

Figura 1.2 – Disposição das emendas dentadas

Por estas e outras vantagens, a utilização das emendas dentadas na indústria da MLC teve grande aceitação e, portanto, é importante conhecer os fatores que influenciam na eficiência das emendas dentadas, no desempenho mecânico da MLC. Desta maneira, torna-se necessário o desenvolvimento de um método estatístico eficaz para estimar com segurança o comportamento das estruturas de MLC.

1.3. Avaliação das emendas dentadas.

A MLC tem distintas aplicações estruturais, sendo bastante utilizada em vigas, onde a forma principal de ruptura é por tração nas lâminas inferiores, iniciando-se predominantemente nas emendas dentadas da lâmina inferior mais externa (Figura 1.3). Assim, para a avaliação das mesmas, o ensaio de tração é o mais crítico, e portanto o mais adequado, pois neste todos os dentes são igualmente solicitados, indicando que a linha de cola é mais uniformemente tensionada e mais influenciada pelas variações nas propriedades básicas da madeira (MACÊDO, 1996). Em peças de madeira duas solicitações diferentes de tração podem ocorrer: tração paralela (Figura 1.4) ou tração perpendicular às fibras da madeira (Figura 1.5). As propriedades da madeira referentes a estas solicitações diferem consideravelmente.

Figura 1.3 – Ruptura por tração, na flexão numa viga de MLC com emendas dentadas.

Figura 1.4 – Tração paralela às fibras.

Figura 1.5 – Tração Normal às fibras.

A ruptura por tração paralela às fibras pode ocorrer de duas maneiras: por deslizamento entre as células ou por ruptura das paredes das células. Em ambos os modos de ruptura a madeira apresenta baixos valores de deformação e elevados valores de resistência (CALIL, 1997).

Já na ruptura por tração normal às fibras, a madeira apresenta baixos valores de resistência, pois na tração os esforços são na direção perpendicular ao comprimento

das fibras, tendendo a separá-las, alterando significativamente a sua integridade estrutural, desta maneira apresentando também baixos valores de deformação. Por tal motivo, deve-se evitar, sempre que possível, a solicitação à tração na direção normal às fibras para efeito de projetos (CALIL, 1997).

Considerando que os componentes estruturais de MLC, em geral são constituídos por um grande número de emendas dentadas e que algumas estruturas são solicitadas a carregamentos cíclicos, a determinação da vida das emendas dentadas à fadiga é um parâmetro importante de projeto e cálculo destas estruturas. A fadiga é o processo de mudança estrutural permanente, localizada e progressiva que ocorre num material sujeito a variações de tensões e deformações no mesmo ponto ou pontos e que pode culminar em trincas ou ruptura completa após um número suficiente de variações de tensões (ASTM E1150/87).

Portanto é necessário e fundamental o conhecimento da vida à fadiga das emendas dentadas, pois existem diversas aplicações de componentes estruturais de MLC que são submetidos a carregamentos cíclicos durante a vida útil dos mesmos, como por exemplo, o trânsito de veículos em pontes (Figura 1.6), circulação de produtos em silos, ações do vento nas estruturas de coberturas, entre outros.

Figura 1.6 – Ponte de madeira laminada colada na Alemanha.

CAPITULO 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A bibliografia básica utilizada neste trabalho se divide em 4 temas genéricos, a saber: MLC, fadiga em madeira e derivados de madeira, planejamentos estatísticos de experimentos e modelos estatísticos, sendo os três últimos de maior relevância para o trabalho.

Em MLC foram consultados vários trabalhos porém são apresentados basicamente os de MANTILLA (1989), MACÊDO (1996) e MACÊDO (2000), considerando suas importâncias para o presente trabalho. O primeiro autor realiza um trabalho sobre resistência, elasticidade e distribuição de tensão nas vigas retas de MLC, e o segundo desenvolve um estudo de Emendas Dentadas em MLC para a avaliação dos métodos de ensaios, contendo uma ampla revisão bibliográfica atualizada sobre emendas dentadas em MLC e apresentando os métodos de ensaio que serão utilizados para obter os dados deste trabalho.

Considerando o número de trabalhos publicados sobre a fadiga dos metais e compósitos, poucos estudos têm sido realizados sobre a vida à fadiga em madeira e derivados da madeira. LEWIS (1960) apresentou um dos primeiros trabalhos utilizando a curva tensão-número de ciclos. ANSELL (1991) conclui que compósitos de madeira são materiais resistentes à fadiga; HANSEN (1991) apresenta algumas propriedades de fadiga em MLC nas quais estabelece que a frequência deve ser considerada em estudos de fadiga de madeira e derivados de madeira. Porém, os ensaios de fadiga com frequências muito elevadas ($HZ > 10$) devem ser evitados,

pois nestes ocorre uma elevação na temperatura da madeira conduzindo a um decréscimo do teor de umidade e por conseguinte maiores resistências à fadiga; CLORIUS (1996) desenvolveu uma pesquisa sobre a influência da frequência no desempenho da fadiga em madeira, para diversos níveis de tensões, concluindo em seus estudos que a frequência é um fator importante no estudo da fadiga de madeira e derivados, e que somente a curva tensão número de ciclos é inadequada para descrever a fadiga em madeira. BOND (1998 a) e BOND (1998 b) realizam, em seus dois trabalhos, uma análise estatística sobre a curva tensão número de ciclos em compósitos de madeira, e conclue que com o uso da inferência estatística se aumenta a confiabilidade dos dados e se reduz o número de ensaios necessários para derivar a curva tensão número de ciclos. Além disso, conclui que para caracterizar a resposta da fadiga devem-se gerar modelos estatísticos, os quais podem ser utilizados para estimar o tempo de vida à fadiga. MACÊDO (2000) desenvolve um trabalho de fadiga em emendas dentadas de madeira para avaliar o comportamento da vida das emendas dentadas à fadiga na tração através de um estudo experimental, visando propor uma metodologia de ensaio e estimar um coeficiente de redução da vida à fadiga das emendas dentadas em relação à madeira maciça para diferentes espécies de madeira e adesivos.

Atualmente não existem trabalhos publicados sobre planejamentos estatísticos de experimentos e modelos estatísticos em estudo de fadiga na madeira e derivados considerando a frequência e os níveis de tensão simultaneamente. Portanto, a bibliografia utilizada para estes temas será genérica destacando a seguinte literatura: (MARTÍNEZ, 2001 c), (MARTÍNEZ, 2001 a), (MARTÍNEZ, 2000 a), (DRAPER, 1998), (KHURI, 1996), (NETER, 1996), (WERKENA, 1996), (MYERS, 1995), (ACHCAR, 1995), (MARTÍNEZ, 1993), (MENDENHALL, 1992), (GUJARATI, 1992), (MARTÍNEZ, 1991), (MONTGOMERY, 1991), (MASON, 1989), (BOX, 1987), (ASTM: E739/80, 1981), (BOX, 1978), (CHATTERJEE, 1977) e (LITTE, 1975). As principais considerações da bibliografia consultada são apresentadas na página seguinte.

2.1. Considerações sobre a revisão bibliográfica.

- A MLC é um material de construção muito utilizado atualmente na aplicação estrutural.
- Na produção de peças de MLC as emendas dentadas são as mais utilizadas.
- É importante conhecer os principais fatores que influenciam na eficiência das emendas dentadas, no desempenho mecânico da MLC.
- É importante o conhecimento da vida à fadiga das emendas dentadas, pois existem diversas aplicações de componentes estruturais de MLC, que são submetidos a carregamentos cíclicos.
- A estimativa da vida à fadiga em emendas dentadas ainda é bastante limitada, por falta de um **planejamento estatístico de experimentos** e de um **modelo estatístico apropriado**, que considere a **tensão e frequência**, pois além da tensão a frequência é um fator importante no **estudo da fadiga de madeira e derivados**.

CAPITULO 3

OBJETIVO E JUSTIFICATIVA

Embora ultimamente tenha sido estudada a resistência à fadiga em emendas dentadas, as estimativas estatísticas ainda são bastante limitadas, por falta de um planejamento estatístico de experimentos e de um modelo estatístico apropriado, o que representa um problema a ser resolvido, o qual pode ser especificamente formulado da seguinte maneira:

Como desenvolver um modelo estatístico apropriado para o estudo de fadiga em emendas dentadas de madeira?

Com a finalidade de planejar, estruturar e sintetizar a pesquisa, baseando-se no problema formulado se estabelece a seguinte hipótese de trabalho:

Com a realização de um planejamento estatístico de experimentos, será desenvolvido um modelo estatístico apropriado para o estudo da fadiga em emendas dentadas.

Desta maneira, este trabalho tem como objetivo principal, o desenvolvimento de um modelo estatístico para aplicação no estudo da fadiga na tração em emendas dentadas de madeira, baseado em um planejamento estatístico de experimentos.

Em particular, a utilização de um planejamento estatístico de experimentos, no estudo da fadiga na tração em emendas dentadas é justificado por varias causas:

menor número e menos tempo nos ensaios e por conseguinte menor custo, menor variabilidade e melhor confiabilidade nos resultados. Porém, a causa principal é poder conhecer os efeitos que algumas variáveis exercem sobre outras, relacionando-as por meio de um modelo estatístico, o qual pode ser útil para estimar o valor de uma ou várias variáveis, sob determinadas condições experimentais.

O uso de um modelo estatístico pode ser de grande benefício para projetos que tratam sobre a fadiga em emendas dentadas, já que com ele se poderá estimar e caracterizar com maior confiabilidade e precisão, a um menor custo à vida à fadiga em emendas dentadas de madeira, considerando as variáveis tensão e frequência.

CAPITULO 4

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

4.1. ELEMENTOS BÁSICOS DE FADIGA.

4.1.1. Introdução.

A determinação da ruptura ou a falha dos materiais é um estudo importante da área de ciências e engenharia dos materiais. As rupturas podem ser ocasionadas por diversas solicitações, sendo uma destas por fadiga.

As tensões que um material pode tolerar sob carregamentos cíclicos são muito menores que as suportáveis sob carregamentos estáticos. Em outras palavras, uma falha por fadiga pode ocorrer a uma tensão consideravelmente menor que o limite de resistência do material considerando cargas estáticas.

4.1.2. Ciclos e tensões.

Um **ciclo** em fadiga é uma sequência completa de valores de carga que é repetida sob cargas de amplitude constante. O símbolo N (na definição de vida à fadiga) é usado para indicar o número de ciclos (ASTM E1150/87). **Tensão** é a carga aplicada ou força dividida pela área seccional inicial do corpo-de-prova (ASKELAND, 1994).

O desempenho à fadiga dos materiais é influenciado pela amplitude dos ciclos de tensão, assim como pelo nível de tensão considerado, isto é, percentagem da

resistência estática aplicada ao nível de tensão. Desta maneira, quanto maior a diferença entre as tensões máximas e mínimas de cada ciclo, menor será o número de ciclos antes da ruptura (LEWIS, 1960).

A forma das ondas de tensão utilizadas nos ensaios de fadiga geralmente são triangulares, quadradas ou senoidais (DIETER, 1981), e os ciclos de tensões típicas em fadiga são:

- **Ciclo de tensões alternadas (ciclo de tensões reversas) de forma senoidal:** para este tipo de ciclo de tensões, as tensões máximas e mínimas são simétricas, onde a amplitude é simétrica em torno de um nível de tensão com média zero, por exemplo, alternando a partir de uma tensão de tração máxima ($\sigma_{\max}$) para uma tensão de compressão mínima ($\sigma_{\min}$) de igual magnitude (CALLISTER, 1994).
- **Ciclo de tensões flutuantes:** neste tipo de ciclo, as tensões máximas ($\sigma_{\max}$) e mínimas ($\sigma_{\min}$) são relativamente assimétricas para o nível de tensão zero. Em outras palavras ambas as tensões podem ser de tração ou ambas de compressão, no entanto um ciclo de tensões flutuantes pode apresentar tensões mínimas e máximas com sinais opostos (DIETER, 1981) e (CALLISTER, 1994).
- **Ciclo de tensões irregulares ou aleatórios:** num ciclo aleatório os níveis de tensões podem variar aleatoriamente em amplitude e frequência (CALLISTER, 1994).

Em geral os materiais são submetidos a ciclos de tensões flutuantes. Um ciclo de tensão flutuante pode ser dividido em dois componentes, uma tensão alternada σ_a (amplitude de tensão) e uma tensão média σ_m (DIETER, 1981).

A amplitude de tensão (σ_a) é definida como a metade da diferença entre a tensão máxima e mínima (CALLISTER, 1994):

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}. \quad (4.1)$$

A tensão média (σ_m) é definida como a média das tensões máxima e mínima no ciclo, a qual pode ser representada por (ASKELAND, 1994):

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}. \quad (4.2)$$

Geralmente, na prática, para identificar o tipo de ciclo de tensão se utiliza o valor da razão de tensão R , dado por (DIETER, 1981):

$$R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}. \quad (4.3)$$

Observação 4.1.1: Se $0 \leq R \leq 1$ as tensões são de tração-tração, se $-1 \leq R < 0$ as tensões são de compressão-compressão (CALLISTER, 1994).

4.1.3. Vida à fadiga (N).

A vida à fadiga é o número de ciclos de carregamento de um caráter especificado, que um determinado corpo-de-prova pode suportar, antes que ocorra a falha de uma natureza especificada (ASTM E1150/87), sendo esse número contado na própria máquina de fadiga (SOUZA, 1990).

4.1.4. Limite de fadiga.

O limite de fadiga é o valor limite da tensão, abaixo da qual o material pode suportar um número essencialmente infinito de ciclos de tensões regulares sem romper (SOUZA, 1990).

4.1.5. Propriedades de fadiga da madeira.

A produção mundial de madeira para fins estruturais atualmente encontra-se em torno de 10^9 toneladas por ano, fazendo da mesma um material estrutural muito importante (BOND, 1998 a). Apesar do alto volume, as informações sob o desempenho da fadiga em madeira são bastantes limitadas quando comparado aos metais, ou até mesmo com outros materiais compósitos (MACÊDO, 2000). Isto pode ser devido à dificuldade dos ensaios e das análises deste material, em estruturas sujeitas a esta solicitação, e também, porque o mesmo é essencialmente um compósito natural com uma estrutura muito complexa (BOND, 1998 a), pois a madeira é um material heterogêneo (diferente tipos de células com propriedades e funções específicas) e anisotrópico (três planos de simetria, perpendiculares entre si, os quais em geral podem ser identificados em nível macroscópico). Desta maneira as propriedades físicas e mecânicas da madeira e dos produtos de madeira são influenciadas por diversos fatores.

Em particular as propriedades da fadiga em madeira e produtos de madeira (por exemplo, madeira laminada) são influenciadas pelos seguintes fatores (HANSEN, 1991):

- 1) Os gêneros de madeira, por exemplo coníferas e dicotiledôneas, região de origem, densidade, espécie, etc.
- 2) Tamanho e forma do corpo-de-prova.
- 3) O teor de umidade tem uma influência significativa nas características da madeira, incluindo as propriedades de fadiga.
- 4) O tipo de solicitação. Normalmente os experimentos são feitos em ensaios de tração, compressão, flexão ou cisalhamento ou uma combinação destes. Também podem ser utilizadas cargas multi-direcionais. Desta maneira as condições de cargas são muito importantes e devem ser especificadas. Em geral os experimentos de fadiga são feitos com cargas regulares, e para este tipo de cargas três fatores possuem importância:

- A razão R .
 - O valor da tensão.
 - A frequência e portanto o tempo de carga total de carregamento até o início da ruptura são também muito importantes, sendo assim, a frequência (período de carregamento) deve ser levada em consideração.
- 5) Outros fatores que podem afetar as propriedades da fadiga em madeira são a temperatura, tratamentos químicos, adesivos, a colagem, os tipos de ligações, etc.

No caso da MLC um dos fatores mais importantes é a resistência das emendas dentadas, que pode ser afetada por outros fatores tais como: geometria e usinagem da emenda, adesivo e a técnica de colagem usada, que inclui a aplicação e secagem do adesivo, montagem da emenda e teor de umidade da madeira. Outros aspectos da técnica da manufatura, tais como alinhamento, pressão de colagem e eliminação de defeitos da madeira também afetam as propriedades de resistência destas emendas (MACÊDO, 1996).

4.1.6. Medição do desempenho da fadiga em madeira.

Geralmente o desempenho da fadiga em madeira e outros materiais é determinado estimando o número total de ciclos até a falha (N), por meio da relação de variáveis, quantificando o efeito de algumas variáveis sobre outras, através de funções matemáticas.

No estudo da madeira, basicamente se utiliza a curva tensão-número de ciclos ((LEWIS, 1960), (HANSEN, 1991), (BOND, 1998 a) e (BOND, 1998 b)), com técnicas de análises de regressão linear, porém com carências estatísticas significantes tais como: falta de um planejamento estatístico adequado, falta de verificação da distribuição dos dados, entre outras. Além disso diversos autores, tais como ANSELL (1991), HANSEN (1991) e CLORIUS (1996), verificaram que a frequência é uma variável significativa, porém nos modelos existentes sobre o estudo da fadiga em madeira e derivados, esta não é considerada.

4.2. PLANEJAMENTO ESTATÍSTICO DE EXPERIMENTOS.

4.2.1. Introdução.

Na prática, a distribuição de probabilidade da vida à fadiga, em qualquer ensaio, é desconhecida e em certas situações complexa (ASTM E739/80), como é o caso da madeira e de produtos derivados da madeira. A forma mais usual para apresentar os resultados de fadiga é a curva tensão-número de ciclos, ou simplesmente curva $S - N$, onde S é a tensão aplicada (Stress) e N o número de ciclos suportados pelo corpo de prova até a fratura (até o corpo de prova falhar). Nessa curva, o número N (ou mais precisamente $\log(N)$) é plotado no eixo das abscissas e no eixo das ordenadas é plotado o nível de tensão máxima S (ASTM E739/80), que também, na prática pode ser dada na escala logarítmica (Figura 4.1). No entanto, por N ser a variável dependente, consideramos que esta deveria ser representada no eixo das ordenadas, pois geralmente em estatística, se procede deste modo.

Figura 4.1 - Gráfico de $\log(S)$ contra $\log(N)$.

A escala logarítmica mostrada na Figura 4.1 fornece curvas de diversos materiais, a qual pode ser expressa da seguinte maneira:

$$\log(N) = b_0 + b_1 \log(S), \quad (4.4)$$

onde b_0 e b_1 são parâmetros a serem determinados.

Embora a expressão (4.4) seja utilizada para o estudo da fadiga em madeira e derivados, o N não depende unicamente de S , pois existem outras variáveis

independentes (por exemplo, a frequência (HANSEN, 1991) e (CLORIUS, 1996)) que podem ser estatisticamente significativas, sendo assim, podemos ter outros relacionamentos funcionais, com a forma linear ou com outras formas, como por exemplo as quadráticas e exponenciais. Deste modo, estas considerações levam a diversas perguntas, tais como:

- a) Como identificar variáveis independentes que sejam estatisticamente significativas?
- b) Como estabelecer um relacionamento funcional, com variáveis independentes que sejam estatisticamente significativas?
- c) Quantos ensaios se devem realizar, para que o estudo seja representativo?

Em geral, a resposta para estas perguntas está na utilização de um **Planejamento Estatístico de Experimentos**.

4.2.2. Definição.

Um Planejamento Estatístico de Experimentos é o processo de planejar um experimento para obter dados apropriados, que possam ser analisados mediante métodos estatísticos, com o objetivo de produzir conclusões **válidas e objetivas**.

4.2.3. Aplicação.

O planejamento estatístico de experimentos é fundamental na **engenharia**, sua aplicação numa fase inicial do desenvolvimento de um processo pode dar por resultado:

- a) Melhoras no rendimento do processo.
- b) Menor variabilidade.
- c) Menor tempo de desenvolvimento.
- d) Menor custo.

O planejamento estatístico de experimentos também tem uma importância relevante nas atividades de planejamento de engenharia (planejamento técnico), nas quais se desenvolvem novos produtos e se melhoram outros já existentes. Algumas aplicações do planejamento estatístico no planejamento técnico são:

- a) Avaliação de materiais alternativos.
- b) Avaliação e comparação de configurações de planejamentos básicos.
- c) Seleção de parâmetros de planejamento de modo que o produto seja confiável.

4.2.4. Requisitos básicos.

A aplicação do planejamento estatístico de experimentos pode ser simples, porém em sua utilização deve-se cumprir certos requisitos. Os três requisitos básicos no planejamento estatístico de experimentos são: a obtenção de réplicas, aleatorização e análises por blocos (MONTGOMERY, 1991).

4.2.4.1. Réplicas.

Uma réplica é a repetição de cada ensaio, e este conceito tem duas propriedades importantes:

- a) **Primeiro:** permite ao experimentador obter uma estimativa do erro experimental. Quando um ensaio é repetido sob as mesmas condições, em geral os resultados não são idênticos, sendo que a flutuação que ocorre de uma repetição para outra é chamado de erro experimental ou simplesmente erro. Os erros experimentais são os erros de medição, erros de operador, erros de calibração de equipamentos, variabilidade intrínseca do material experimental, entre outros.
- b) **Segundo:** o uso de réplicas permite ao experimentador calcular uma estimativa mais precisa do efeito de um fator no experimento, principalmente se é usada a média da mostra ($\bar{y}$) como um estimador de tal efeito.

Observação 4.2.1: Para representar as réplicas de uma variável resposta se usará a seguinte notação: y_{ij} , para $i = 1, 2, \dots, n$ e $j = 1, 2, \dots, p^*$, onde n representa o número de ensaios e p^* o número de réplicas.

4.2.4.2. Aleatorização.

Um fato importante na experimentação é que todos os dados experimentais (medidas numéricas que descrevem o resultado de um ensaio), de quantidades tais como pressão e temperatura sempre estão sujeitos a alguma variação ou erro experimental. Por tal motivo a metodologia estatística é o único enfoque objetivo para analisar um problema que possua dados sujeitos a erros experimentais. Desta maneira, a aleatorização é o que fundamenta o uso dos métodos estatísticos. Na aleatorização o material experimental, assim como a ordem em que se realizam os ensaios são definidos aleatoriamente.

4.2.4.3. Análise por blocos.

O análise por blocos é uma técnica que se usa para aumentar a precisão do experimento. O termo bloco se refere a conjuntos geralmente homogêneos de unidades experimentais. Por exemplo, máquinas de ensaio com mesmo funcionamento utilizadas para obter dados experimentais, são diferentes em suas características de operação, o que constitui uma fonte de variação que é necessário controlar, as quais podem ser consideradas como blocos. Remessas de matéria prima e pessoas, também são outras fontes de variabilidade num experimento, as quais podem ser controladas sistematicamente mediante a análise por blocos, isto é, definindo elas como um bloco.

4.2.4.4. Ensaios preliminares.

Além dos três requisitos básicos descritos anteriormente LITTLE (1975) recomenda para o estudo da fadiga, a realização de ensaios preliminares com alguns corpos-de-prova, utilizando todos ou a maioria dos níveis de tensões selecionados para o

programa de ensaios, com o propósito de obter informações gerais sob a variabilidade dos dados, condições dos ensaios e variáveis que não tem sido controladas.

4.2.5. Passos principais.

Para que um experimento se realize na forma mais eficiente e econômica, é recomendável em seu planejamento, utilizar o método científico (MONTGOMERY, 1991), pois o mesmo engloba as principais etapas da pesquisa: definição da área de pesquisa, seleção do tema, formulação do problema, formulação e comprovação de hipóteses e finalmente interpretação de resultados e conclusões. Lembrando que, o método científico é o caminho planejado ou a estratégia que se segue para descobrir ou determinar as propriedades do objeto de estudo.

Para utilizar os métodos estatísticos ao planejar e analisar um experimento, de acordo com o método científico, se recomenda seguir os seguintes passos:

4.2.5.1. Formular problemas e hipóteses.

Tendo selecionado um tema específico de uma área de pesquisa, procede-se à formulação do problema. Este deve ser formulado em forma de pergunta e de maneira concreta, de tal modo que revele o essencial do tema ou assunto da pesquisa.

Uma vez escolhido o problema, se fixarão os objetivos, isto é, as metas que se pretendem alcançar durante e depois da pesquisa.

Neste primeiro passo é necessário desenvolver todas as idéias sobre os objetivos do experimento. Em geral a formulação clara do problema e das hipóteses de trabalho contribui para uma “melhor solução do mesmo”. Uma solução tentativa do problema em forma de proposição é uma hipótese de trabalho.

A hipótese deve cumprir certos requisitos no processo da pesquisa. Entre estes requisitos, merecem destaques os seguintes:

- a) Contar com suposições referentes ao problema.
- b) Estabelecer as variáveis a estudar.
- c) Permitir uma relação entre as variáveis.

As variáveis são as características que se apresentam nas unidades experimentais, e o término de relação ou enlace lógico permite a relação entre estas unidades e as variáveis. As unidades experimentais são as pessoas, corpos-de-prova, espécies, etc.

Em geral, em toda pesquisa científica existem variáveis independentes e dependentes.

A variável independente (x^*) determina a presença de outro fenômeno e pode ser manipulada pelo pesquisador, é a **causa do fenômeno estudado** e a variável dependente (y) é a **conduta ou fenômeno que necessita de explicação** ou que se deve explicar.

4.2.5.2. Seleção da variável resposta.

Ao selecionar a resposta ou variável dependente, o experimentador deve estar seguro de que a resposta que vai ser medida, realmente fornece informação útil em relação ao processo em estudo. Nos planejamentos de experimentos, geralmente a média da característica medida ($\bar{y}$) é a variável resposta, portanto deve-se fazer réplicas.

4.2.5.3. Seleção de fatores (variáveis) e níveis.

Em um planejamento de experimento, um fator (variável independente) é uma variável experimental qualitativa ou quantitativa que está sendo investigada para determinar seu efeito sobre uma resposta. Os valores específicos dos fatores são chamados níveis (I), os quais podem ser determinados a priori.

O experimentador deve selecionar os fatores que variam no experimento, os intervalos de tal variação e os níveis específicos nos quais se realizará o experimento. Também deve-se considerar a forma como se controlam estes fatores para mantê-los nos valores desejados e a maneira de como se mede. O pesquisador também deverá selecionar uma região experimental para cada variável e quantos níveis de cada variável usará. É importante pesquisar todos os fatores que possam ser de interesse. Estatisticamente recomenda-se utilizar dois níveis para cada fator ou no máximo 3 níveis por fator, pois se o número de fatores aumenta o número de ensaios aumentará exponencialmente. Por exemplo, um planejamento completo com 4 fatores e 3 níveis requer $3^4 = 81$ unidades experimentais.

4.2.5.4. Seleção do planejamento experimental.

Se os três passos anteriores forem seguidos de maneira correta, este quarto passo é relativamente fácil. O importante ao selecionar um planejamento experimental é ter presente os objetivos experimentais. Embora existam muitos planejamentos experimentais, na área de engenharia, em geral, os fatoriais são os mais eficientes. As razões serão explicadas na seção 4.2.6.

4.2.5.5. Realização do experimento.

Para comprovar ou não, uma hipótese de trabalho, são necessários dados. Para coletar os dados, se realiza um experimento, de acordo com o planejamento selecionado. Nesta etapa é vital vigiar o processo cuidadosamente, para reduzir os erros de procedimentos, que geralmente anulam a validade experimental.

4.2.5.6. Análises dos dados.

Para análise dos dados devem utilizar-se métodos e técnicas estatísticas, de modo que os resultados e conclusões sejam mais objetivos que subjetivos. Se o pesquisador planejou corretamente e realizou conforme o planejado, os métodos estatísticos que

se requerem geralmente não são complexos, pois quando se planeja adequadamente um experimento e se realiza conforme o planejado, as técnicas estatísticas utilizadas para analisar os dados normalmente não são complicadas. Desta maneira existem dois aspectos em qualquer problema experimental: o planejamento do experimento e a análise estatística dos dados. Estes dois temas estão intimamente relacionados, já que o método de análise depende diretamente do planejamento utilizado.

Atualmente existem muitos programas computacionais comerciais para a análise de dados, sendo o MINITAB um dos mais utilizados, por diversas vantagens, tais como: facilidade no seu uso, precisão, versatilidade das diversas técnicas estatísticas, entre outras.

4.2.5.7. Conclusões e recomendações.

Uma vez que se tenha analisado os dados, o experimentador deve extrair conclusões práticas dos resultados e recomendar os procedimentos.

4.2.6. Planejamentos fatoriais.

Em muitas situações experimentais de engenharia se sabe de antemão que alguns fatores produzem respostas diferentes. Um caso particular destas, é por exemplo, o estudo da fadiga dos materiais. Quando alguma resposta é influenciada por certos fatores, pode-se mostrar que em geral os planejamentos fatoriais são os planejamentos estatísticos de experimentos mais eficientes. Um planejamento fatorial é aquele no qual se investigam todas as possíveis combinações dos níveis dos fatores em cada ensaio (MONTGOMERY, 1991).

O **efeito de um fator** pode ser definido como a mudança sofrida pela variável resposta quando passamos do nível baixo para o nível alto do fator. Geralmente, este é conhecido como **efeito principal**, porque refere-se aos fatores de interesse primordial do experimento. O **efeito principal** de um fator x_i^* é diferença da resposta

média entre o primeiro e segundo nível desse fator. Se o efeito do fator x_1^* depende do nível do fator x_2^* , então existe uma interação entre os fatores x_1^* e x_2^* .

Um planejamento fatorial completo com k fatores (variáveis) se obtêm escolhendo l_1 níveis do fator 1, l_2 níveis do fator 2, ..., l_k níveis do fator k , e então selecionando os $n = l_1 \times l_2 \times \dots \times l_k$ experimentos obtidos tomando todas as possíveis combinações dos níveis selecionados. Por exemplo, um planejamento fatorial $3 \times 3 \times 3$ requer 27 ensaios, e um planejamento fatorial $2 \times 2 \times 2$ requer 8 ensaios (BOX, 1978).

4.2.6.1. Finalidade dos planejamentos fatoriais (MONTGOMERY, 1991):

- a) Direcionar a pesquisa, pois são especialmente úteis na etapa exploratória da pesquisa.
- b) Indicar o tamanho da amostra a ser selecionada.
- c) Permitir fazer múltiplas comparações, e por conseguinte facilitar o desenvolvimento e crítica dos modelos.
- d) Proporcionar estimadores de parâmetros altamente eficientes (estimadores cuja variância é pequena).

Das finalidades descritas a (c) é a mais importante, pois os planejamentos fatoriais permitem o desenvolvimento de uma relação funcional.

4.2.6.2. Funções aproximadas de respostas.

Nas pesquisas de engenharia, física, química, biologia e outras áreas, muitas vezes há interesse em alguma relação funcional, isto pode ser obtido com os planejamentos fatoriais usando-se aproximações da forma (BOX, 1978):

$$y = f(\tilde{X}^*) = f(x_1^*, x_2^*, \dots, x_k^*), \quad (4.5)$$

que relaciona o valor de uma resposta y , como por exemplo o número de ciclos com k variáveis quantitativas ou qualitativas $x_1^*, x_2^*, \dots, x_k^*$, tais como a tensão (S), frequência (f), espécie, etc.

A função $f(\tilde{X}^*)$ pode assumir uma grande variedade de formas: linear, parabólica, exponencial, etc. Estas formas são importantes porque aproximam muitas relações do mundo real e, além disso, porque é relativamente fácil trabalhá-las e interpretá-las (BOX, 1987) e (BOX, 1978). Como são feitas repetições dos ensaios para as mesmas condições de $\tilde{X}^*$, as medidas da resposta y estariam variando por causa do erro experimental que denotamos por ε^* (letra épsilon do alfabeto grego, com um asterisco). Portanto, em geral o objetivo é pesquisar certos aspectos de um relacionamento funcional, afetado por um erro (ε^*) e expresso por (BOX, 1987):

$$y = f(\tilde{X}^*) + \varepsilon^*, \quad (4.6)$$

onde ε^* representa um componente de erro aleatório com alguma distribuição de probabilidade, que leva em consideração a variação observada na variável resposta que não é explicada pelos fatores $x_1^*, x_2^*, \dots, x_k^*$. Este erro aleatório, geralmente chamado de resíduo é estimado pela diferença entre os valores observados y e os valores da função $f(\tilde{X}^*)$. No entanto, na maioria das situações práticas se desconhece a forma da relação entre a variável dependente (y) e as variáveis independentes ($\tilde{X}^*$). Desta maneira, deve-se determinar uma aproximação apropriada da função real (y) e o conjunto de variáveis independentes, geralmente utilizando polinômios de primeira e segunda ordem, sendo o último o mais utilizado, pois este permite analisar uma curva da resposta, o que possibilita modelar com uma função linear ou quadrática a relação entre a resposta e cada fator.

Os modelos de segunda ordem devem envolver pelo menos três níveis de cada fator para que os coeficientes do modelo sejam estimados (ACHCAR, 1995). Existem

muitos planejamentos fatoriais que poderiam ser utilizados para estimar um modelo de segunda ordem, sendo os planejamentos fatoriais com três níveis (3^k), os planejamentos compostos centrais e os planejamentos compostos centrais ortogonais os de maior aplicação na prática, os quais serão descritos nas seções 4.2.6.3, 4.2.6.4 e 4.2.6.5.

4.2.6.3. Planejamentos fatoriais com três níveis (3^k).

Os planejamentos fatoriais com três níveis são formados por k fatores, cada um com três níveis. Num planejamento 3^k ou em qualquer planejamento fatorial, na prática é conveniente não ter que tratar com as medidas atuais das variáveis x_i^* , em vez disso é conveniente trabalhar com variáveis codificadas x_i^c , isto é, codificando os níveis dos fatores. A codificação é realizada principalmente pelas seguintes razões (MENDENHALL, 1992):

- a) Se as variáveis independentes são qualitativas, elas não são numéricas, portanto é necessário codificar seus níveis para estimar um modelo de regressão.
- b) Se as variáveis independentes são quantitativas, também se deve codificar para estimar um modelo de regressão por duas razões principais:
 - b.1) Para estimar os parâmetros do modelo deve-se inverter uma matriz denotada por $(X^* X^*)$. Durante o processo de inversão desta, podem ocorrer erros consideráveis de arredondamento se os números da matriz $(X^* X^*)$ variam grandemente em valor absoluto, o qual geralmente produz erros nas estimativas dos parâmetros. Com a codificação se facilita a inversão da matriz, desta maneira reduzindo os erros de cálculos, e portanto, conduzindo a uma estimativa mais precisa dos parâmetros.
 - b.2) A segunda razão para codificar as variáveis quantitativas, são os problemas de multicolinearidade. A multicolinearidade refere-se à existência de uma

relação linear exata ou aproximada entre as variáveis independentes (GUJARATI, 1992). Quando modelos de regressão (exemplo, modelos de ordem maior ou igual que dois) são estimados, o problema de multicolinearidade é inevitável, especialmente quando são estimados termos de ordem alta. Por exemplo nos modelos quadráticos, as duas variáveis x_1^* e x_1^{2*} geralmente são altamente correlacionadas, onde $x_1^{2*} = x_1^* \times x_1^*$. Também a probabilidade de erros de arredondamento nos coeficientes de regressão aumenta na presença de multicolinearidade. Com a codificação em geral são eliminados estes problemas.

A codificação dos níveis dos fatores de um planejamento 3^k mais utilizada é -1, 0 e 1 para denotar os níveis baixos, intermediários e altos do fator, respectivamente, tal como se ilustra na Tabela 4.1. Esta codificação, teoricamente se obtém utilizando a seguinte fórmula (MARTÍNEZ, 2000 a):

$$x_i^c = \frac{x_i^* - \bar{x}_i^*}{s_i^*}, \quad (4.7)$$

com

$$\bar{x}_i^* = \frac{x_i^{*b} + x_i^{*i} + x_i^{*a}}{3} \text{ e } s_i^* = x_i^{*i} - x_i^{*b} \text{ ou } s_i^* = x_i^{*a} - x_i^{*i}, \text{ onde } x_i^b, x_i^{*i} \text{ e } x_i^{*a} \text{ são}$$

valores correspondentes aos níveis baixos, intermediários e altos, respectivamente. Nestas condições recomenda-se utilizar a seguinte equação:

$$y = f(x_1^c, x_2^c, \dots, x_k^c) + \varepsilon^c = f(\tilde{X}^c) + \varepsilon^c. \quad (4.8)$$

De particular importância para este estudo é o planejamento 3^2 , isto é, dois fatores com três níveis cada um, pois no uso do estudo da fadiga em emendas dentadas de madeira há interesse em determinar se o número de ciclos depende dos fatores tensão e frequência.

Tabela 4.1- Notações utilizadas num planejamento fatorial 3^2 , com p^* réplicas.

Ensaio (i)	Resposta (y)	Fatores	
		A	B
1	$y_{11} \dots y_{1p^*}$	-1	-1
2	$y_{21} \dots y_{2p^*}$	0	-1
3	$y_{31} \dots y_{3p^*}$	1	-1
4	$y_{41} \dots y_{4p^*}$	-1	0
5	$y_{51} \dots y_{5p^*}$	0	0
6	$y_{61} \dots y_{6p^*}$	1	0
7	$y_{71} \dots y_{7p^*}$	-1	1
8	$y_{81} \dots y_{8p^*}$	0	1
9	$y_{91} \dots y_{9p^*}$	1	1

Observação: $y_{11}, \dots, y_{9p^*}$ na tabela 4.1 indicam as réplicas da resposta y .

4.2.6.4. Planejamentos Compostos Centrais (PCC).

Nos planejamentos fatoriais 3^k se o número de fatores aumenta, conseqüentemente o número de ensaios aumentará grandemente. Portanto, uma alternativa aos planejamentos fatoriais 3^k , para reduzir o número de ensaios, são os planejamentos compostos centrais, isto é, planejamentos fatoriais de primeira ordem aumentados por pontos experimentais adicionais, para permitir a estimativa dos coeficientes de segunda ordem. Desta maneira um planejamento composto central é formado por (KHURI, 1996):

- Um planejamento fatorial 2^k completo ou um planejamento fatorial fracionário, onde os níveis dos fatores são codificados pelos valores -1 e 1, os quais podem ser representados pela matriz M , dada na página seguinte.
- n_0 pontos centrais ($n_0 \geq 1$), isto é, n_0 observações no centro do planejamento: $(0, 0, \dots, 0)$.

$$M = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & \dots & -1 \\ 1 & -1 & -1 & \dots & -1 \\ -1 & 1 & -1 & \dots & -1 \\ 1 & 1 & -1 & \dots & -1 \\ \vdots & & & & \\ -1 & 1 & -1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & -1 & \dots & 1 \\ -1 & -1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & -1 & 1 & \dots & 1 \\ -1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

- c) Dois pontos axiais em cada eixo das variáveis do planejamento, a uma distância a^* do centro do planejamento, onde a^* é uma constante, que deve ser escolhida apropriadamente pelo pesquisador. Estes pontos podem ser representados pela seguinte matriz:

$$M^* = \begin{pmatrix} -a^* & 0 & 0 \dots 0 & 0 \\ a^* & 0 & 0 \dots 0 & 0 \\ 0 & -a^* & 0 \dots 0 & 0 \\ 0 & a^* & 0 \dots 0 & 0 \\ \vdots & & & \\ 0 & 0 \dots 0 & -a^* & 0 \\ 0 & 0 \dots 0 & a^* & 0 \\ 0 & 0 \dots 0 & 0 & -a^* \\ 0 & 0 \dots 0 & 0 & a^* \end{pmatrix}$$

Observação 4.2.2: O número total de pontos experimentais num planejamento composto central é: $n = 2^k + 2k + n_0$.

Observação 4.2.3: Uma escolha adequada de a^* é obtida fazendo: $a^* = (2^k)^{1/4}$, pois esta converte o PCC em rotativo, isto é, invariabilidade ante o giro. Em outras palavras a variância da resposta estimada ($\hat{y}$) é constante para todos os pontos, os quais são equidistantes a partir do centro do planejamento.

Na Tabela 4.2 apresenta-se um planejamento composto central com duas variáveis independentes x_1^c e x_2^c , isto é, $k = 2$ fatores, com $n_0 = 1$ e $\alpha^* = (2^2)^{1/4} = \sqrt{2}$.

Tabela 4.2- Planejamento composto central para duas variáveis independentes.

Ensaio (i).	x_1^c	x_2^c	Resposta.
1	-1	-1	$y_{11} \dots y_{1p}^*$
2	1	-1	$y_{21} \dots y_{2p}^*$
3	-1	1	$y_{31} \dots y_{3p}^*$
4	1	1	$y_{41} \dots y_{4p}^*$
5	0	0	$y_{51} \dots y_{5p}^*$
6	$-\sqrt{2}$	0	$y_{61} \dots y_{6p}^*$
7	$\sqrt{2}$	0	$y_{71} \dots y_{7p}^*$
8	0	$-\sqrt{2}$	$y_{81} \dots y_{8p}^*$
9	0	$\sqrt{2}$	$y_{91} \dots y_{9p}^*$

Observação: O ensaio do 1 ao 4 correspondem ao planejamento fatorial 2^2 completo, o ensaio 5 é o centro do planejamento e os ensaios do 6 a 9 são os dois pontos axiais em cada eixo das variáveis do planejamento, a uma distância $\alpha^* = (2^2)^{1/4} = \sqrt{2}$ do centro do planejamento

Na Figura 4.2 é ilustrado graficamente o planejamento apresentado na Tabela 4.2.

Figura 4.2 – Representação gráfica de um PCC.

4.2.6.5. Planejamentos Compostos Centrais Ortogonais (PCCO).

Os planejamentos compostos centrais são uma alternativa aos planejamentos fatoriais 3^k propiciando grande flexibilidade ao pesquisador, pois permitem várias escolhas de α^* dependendo das propriedades que se quer obter. Uma outra escolha possível para α^* é dada por planejamentos compostos centrais ortogonais, ou seja, obter α^* tal que $X^{1^c} X^c$ seja uma matriz ortogonal, pois a ortogonalização desta matriz facilita a estimativa dos parâmetros e diminui a possibilidade de problemas de correlação entre as variáveis independentes, e portanto conduzindo a uma estimativa mais precisa dos parâmetros. Para isto, considere a equação dada por KHURI (1996):

$$\alpha^* = \left(\frac{(2^k)^{1/2} (2^k + 2k + n_0) - 2^k}{2} \right)^{1/2}. \quad (4.9)$$

Na Tabela 4.3 apresenta-se um exemplo de um planejamento composto central ortogonal com duas variáveis independentes x_1^c e x_2^c , isto é, $k = 2$ fatores, com $n_0 = 1$ e $\alpha^* = 1$ (obtido pela eq. (4.9)).

Tabela 4.3- Planejamento composto central ortogonal para duas variáveis independentes.

Ensaio (i).	x_1^c	x_2^c	Resposta.
1	-1	-1	$y_{11} \dots y_{1p}^*$
2	1	-1	$y_{21} \dots y_{2p}^*$
3	-1	1	$y_{31} \dots y_{3p}^*$
4	1	1	$y_{41} \dots y_{4p}^*$
5	0	0	$y_{51} \dots y_{5p}^*$
6	-1	0	$y_{61} \dots y_{6p}^*$
7	1	0	$y_{71} \dots y_{7p}^*$
8	0	-1	$y_{81} \dots y_{8p}^*$
9	0	1	$y_{91} \dots y_{9p}^*$

Observação: para $k = 2$, $\alpha^* = 1$ o PCCO é igual a um planejamento fatorial 3^2 .

Na Tabela 4.4, apresentam-se alguns valores de α^* obtidos pela eq. (4.9) para alguns valores de k (planejamentos compostos centrais ortogonais).

Tabela 4.4 – Alguns Valores de α^* (PCCO).

k	α^*
2	1,000
3	1,216
4	1,414

4.3. MODELO ESTATÍSTICO.

4.3.1. Introdução.

Em geral é muito importante conhecer os efeitos que algumas variáveis exercem sobre outras, relacionando-as por meio de um modelo estatístico.

Um modelo estatístico é um modelo matemático que contém um erro aleatório, com alguma distribuição de probabilidade específica. Geralmente este modelo é utilizado para estimar os valores de uma das variáveis quando conhecemos os valores das outras, sob determinadas condições (HOFFMANN, 1977).

Cabe destacar que, um modelo nunca pode dar uma descrição completa e exata da realidade. Para descrever a realidade exatamente teria que se desenvolver um modelo tão complexo, que seria de pouca utilidade prática. Desta maneira é recomendável manter o mais simples possível o modelo, introduzindo poucas variáveis, porém sem excluir aquelas estatisticamente significativas (GUJARATI, 1992).

Portanto, ao desenvolver um modelo estatístico é importante dar resposta as seguintes perguntas:

- Quais variáveis deve-se incluir no modelo?
- Qual é a forma funcional do mesmo?
- Quais são as suposições probabilísticas que se incluem no modelo?

A resposta a estas perguntas é fundamental para desenvolver um modelo, pois a omissão de variáveis significativas, a seleção incorreta da forma funcional e a formulação inadequada das suposições sobre o modelo estatístico, serão muito questionáveis na validade da interpretação dada ao modelo estimado (GUJARATI, 1992).

Na prática a técnica que mais se utiliza para determinar a forma de relação entre duas ou mais variáveis é a técnica de análise de regressão (GUJARATI, 1992). Quando aplicamos a análise de regressão ao estudo da relação funcional entre duas ou mais variáveis, o problema consiste na determinação da forma matemática da função que será ajustada; isto pode ser feito de duas formas diferentes:

- a) Utilizando o conhecimento que temos a priori sobre o fenômeno.
- b) Empregando o conhecimento adquirido pela análise dos dados numéricos disponíveis.

Para o estudo da fadiga apresentam-se aqui três modelos estatísticos: **primeiro modelo** (modelo linear), que é bem conhecido na área de fadiga dos materiais, onde o número de ciclos depende somente da tensão; **segundo e terceiro modelo** (não necessariamente lineares) onde o número de ciclos depende de p variáveis independentes, chamados de **aproximação polinomial**, os quais correspondem a nossa **proposta de trabalho**.

4.3.2. Primeiro modelo estatístico: número de ciclos em função da tensão.

4.3.2.1. Definição do modelo.

A equação matemática que “melhor” descreve a relação entre tensão (S) e número de ciclos até a falha (N), é a equação de regressão linear (curva de regressão), dada pela seguinte equação:

$$y^* = b_0 + b_1 g_i, \quad (4.10)$$

para $i = 1, \dots, n$ onde n é o número de observações, y_i^* é o logaritmo de N ($\log(N)$) e g_i é o logaritmo da tensão ($\log(S)$), onde os valores de g_i dependem do material e das condições testadas. Na equação (4.10) g é a variável independente (preditora), y^* é a variável resposta, b_0 é a interseção da linha de regressão com o eixo y^* , e b_1 é o coeficiente de inclinação da reta, ou coeficiente que mede o número de unidades em y^* que mudam para cada unidade da variável independente g (MARTÍNEZ, 1993).

Na análise de duas variáveis, um modelo particular de interesse pode ser a reta de regressão da população (modelo linear da população). Esta refere-se à população, e em geral pode não ser conhecida, e portanto, deve ser estimada com base nos dados amostrais, obtendo-se desta maneira uma reta de regressão estimada. Para dar validade às conclusões da reta mencionada, há que se estabelecer certas suposições:

- a) Os valores de g_i são prefixados com antecedência, e sem erros.
- b) A variável resposta y^* se considera de natureza aleatória, portanto esta variável é denotada por Y^* , e seu valor é somente uma resposta das tantas que podem corresponder a um mesmo valor de g_i .
- c) Supõe-se que na realidade existe uma verdadeira relação linear entre Y^* e g_i (modelo estatístico, denominado modelo log-linear) a qual pode ser escrita como:

$$Y_i^* = b_0 + b_1 g_i + D_i, \quad (4.11)$$

para $i = 1, 2, \dots, n$, onde n indica o número de observações.

Na eq. (4.11) b_0 e b_1 são parâmetros do modelo de regressão (isto é, são valores populacionais), D_i é um valor aleatório, denominado erro aleatório (ou resíduos). O

valor de D_i para qualquer observação dependerá de um possível erro de medição e dos valores de outras variáveis distintas a g_i , que poderiam influir sob a variável Y^* .

Os D_i são variáveis aleatórias com as seguintes suposições (CHATTERJEE, 1977):

- a) a média dos D_i é zero e sua variância ξ^2 é desconhecida e constante, para $1 \leq i \leq n$;
- b) os D_i não são correlacionados;
- c) a distribuição dos D_i é normal, para $1 \leq i \leq n$.

Observação 4.3.1: a segunda e terceira suposições, sobre os resíduos, implicam que os D_i são independentes.

Na prática a distribuição de probabilidade da vida à fadiga, de alguns ensaios mecânicos é desconhecida e em muitas situações pode ser complexa (ASTM E739/80). Porém, para simplificar as análises em geral é considerada uma transformação logarítmica da vida à fadiga para estabilizar a variância dos D_i e levar a uma distribuição de probabilidade normal dos mesmos. Sendo assim, geralmente assume-se que os D_i do modelo dado pela eq. (4.11) são normalmente distribuídos e que a variância do logaritmo da vida é constante (ASTM E739/80 e CHATTERJEE, 1977).

Como a reta dada pela eq. (4.11), em geral não é conhecida, esta deve ser estimada dos dados amostrais, ou seja, se deve encontrar uma reta de regressão estimada que se ajuste bem aos dados amostrais considerados.

No caso particular, onde a regressão de Y^* em relação a g_i é linear, o problema é determinar a equação da reta que proporciona o “melhor” ajuste, isto é, utilizar os

dados observados como uma estimativa dos parâmetros b_0 e b_1 da linha de regressão da população.

Desta maneira Y^* pode ser estimada por meio da seguinte equação:

$$\hat{Y}_i^* = \hat{b}_0 + \hat{b}_1 g_i, \quad (4.12)$$

para $i = 1, 2, \dots, n$, onde $\hat{b}_0$ e $\hat{b}_1$ devem ser determinados, e $\hat{Y}_i^*$ (Y_i^* chapéu) são os valores estimados de Y_i^* pela equação (4.12).

4.3.3. Segundo modelo estatístico: análise clássica de polinômios ortogonais múltiplos com distribuição normal.

4.3.3.1. Introdução.

Em geral, um polinômio composto pelas variáveis independentes codificadas $x_1^c, x_2^c, \dots, x_k^c$ é uma função formada pela combinação de potências e produtos das x_i^c – *iésimas* variáveis independentes. Um termo no polinômio é denominado de ordem ou grau d se este contém o produto de i das x_i^c – *iésimas* variáveis. Por exemplo, os termos envolvendo x_1^{3c} e $x_1^c x_2^c x_3^c$ podem ser chamados de ordem 3. Assim, um polinômio é chamado de grau d , se o termo de ordem mais alta é de ordem d .

4.3.3.2. Definição do modelo.

Uma expressão polinomial de grau d pode ser considerada como uma expansão da Serie de Taylor da função teórica verdadeira básica $f(\tilde{X}^c)$ truncada depois do termo de ordem d , onde as seguintes propriedades usualmente se cumprem (BOX, 1987):

- a) A ordem mais alta da função aproximada, ou mais fechada da serie de Taylor pode aproximar a função verdadeira.
- b) Quanto menor é a região sobre a qual a aproximação é feita, melhor será a possível aproximação com uma função polinomial de um dado grau.

Geralmente, na prática podemos supor que, sobre regiões limitadas do espaço dos fatores, um polinômio de primeiro ou segundo grau pode representar adequadamente a função verdadeira (BOX, 1987). Porém, pelas razões explicadas na seção 4.2.6.2, consideraremos os modelos de segunda ordem, baseados nos planejamentos de experimentos considerados na seção 4.2.6.3, 4.2.6.4 e 4.2.6.5.

A forma geral de um modelo de segunda ordem, considerando os planejamentos de experimentos descritos na seção 4.2.6.3 será dado por:

$$Y_i = a_0 + \sum_{i=1}^k a_i x_i^c + \sum_{i=1}^k a_{ii} x_i^{2c} + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=2}^k a_{ij} x_i^c x_j^c + \varepsilon_i^c \quad (4.13)$$

$i < j$

onde a resposta Y_i em problemas de fadiga em geral representa o logaritmo de N ($\ln(N)$), $x_1^c, x_2^c, \dots, x_k^c$ são as variáveis independentes codificadas que influem na resposta Y_i , a_0 , a_i ($i = 1, 2, \dots, k$), a_{ii} ($i = 1, 2, \dots, k$), a_{ij} ($i = 1, 2, \dots, k; j = 1, 2, \dots, k$), são os parâmetros desconhecidos a ser determinados e ε_i^c é o erro aleatório (resíduo), onde a c minúscula indica o resíduo do modelo com as variáveis independentes codificadas.

Os ε_i^c são variáveis aleatórias com as seguintes suposições:

- a) A média dos ε_i^c é zero e sua variância φ^{2c} é desconhecida e constante, para $1 \leq i \leq n$.
- b) Os ε_i^c não são correlacionados.

c) A distribuição dos ε_i^c é normal, para $1 \leq i \leq n$.

Observação 4.3.2: a segunda e terceira suposições, sobre os resíduos, implicam que os ε_i^c são independentes.

Para estimar os parâmetros do modelo dado na eq. (4.13) é preferível utilizar a notação matricial, pois esta facilita os cálculos, sendo assim a eq. (4.13) pode ser escrita como:

$$\tilde{Y} = X^c \tilde{A} + \tilde{\varepsilon}^c, \quad (4.14)$$

onde $\tilde{Y} = (y_1, y_2, \dots, y_n)'$, X^c é uma matriz $n \times p$ codificada, com n linhas as quais representam os n ensaios experimentais e $p = (k+1)(k+2)/2$ colunas, $\tilde{A}$ é um vetor $p \times 1$ de parâmetros desconhecidos e $\tilde{\varepsilon}^c = (\varepsilon_1^c, \varepsilon_2^c, \dots, \varepsilon_n^c)'$.

As suposições feitas sobre os $\tilde{\varepsilon}^c$ para as estimativas por mínimos quadrados são (ver por exemplo, DRAPER, 1998):

$$E(\tilde{\varepsilon}^c) = \tilde{0}, \quad Var(\tilde{\varepsilon}^c) = \varphi^{2c} I_n, \quad (4.15)$$

isto é, os $\tilde{\varepsilon}^c$ são independentes, com média zero e variância constante, onde I_n é a matriz identidade de ordem $n \times n$. Desta maneira,

$$E(\tilde{Y}) = X^c \tilde{A}, \quad (4.16)$$

isto é, $\tilde{Y}$ pode ser estimado por meio da seguinte equação:

$$\hat{\tilde{Y}} = X^c \hat{\tilde{A}}, \quad (4.17)$$

onde $\hat{\tilde{A}}$ é obtido pelo método dos mínimos quadrados.

4.3.3.3. O método dos mínimos quadrados.

Os estimadores de mínimos quadrados $\hat{\tilde{A}}$ de $\tilde{A}$ são obtidos por minimização da soma de quadrados dos desvios das observações a partir de seus valores esperados. Visto que, os estimadores de mínimos quadrados são obtidos pela minimização de $S(\tilde{A})$, onde:

$$S(\tilde{A}) = \tilde{\varepsilon}'^c \tilde{\varepsilon}^c = (\tilde{Y} - X^c \tilde{A})' (\tilde{Y} - X^c \tilde{A}). \quad (4.18)$$

Portanto, minimizando $S(\tilde{A})$ se obtém o seguinte sistema de equações (ver por exemplo, CHATTERJEE, 1977):

$$(X'^c X^c) \hat{\tilde{A}} = X' \tilde{Y}, \quad (4.19)$$

este sistema de equações é chamado sistema de equações normais. Assim assumindo que $(X'^c X^c)$ tem uma inversa, os estimadores de mínimos quadrados $(\hat{\tilde{A}})$ de $\tilde{A}$ do modelo dado pela eq. (4.14) são dados por:

$$\hat{\tilde{A}} = (X'^c X^c)^{-1} X' \tilde{Y}. \quad (4.20)$$

O vetor dos valores estimados $\hat{\tilde{Y}}$ correspondentes aos valores observados $\tilde{Y}$ é:

$$\hat{\tilde{Y}} = X^c \hat{\tilde{A}}, \quad (4.21)$$

assim, o vetor dos resíduos estimados codificados é:

$$\hat{\tilde{\varepsilon}}^c = \tilde{Y} - \hat{\tilde{Y}} = \tilde{Y} - X^c \hat{\tilde{A}}. \quad (4.22)$$

4.3.3.4. Verificação da adequabilidade do modelo. *anexo*

Uma das ferramentas mais significantes para a verificação da adequabilidade de um modelo de regressão é a análise dos resíduos, estes valores são obtidos com a eq. (4.22). Com esta análise, é possível verificar, se as suposições sobre os resíduos ($\tilde{\epsilon}^e$) do modelo dado pela eq. (4.13) ou pela eq. (4.14) se satisfazem, isto é, verificar se as suposições de igualdade de variância, de normalidade e de independência, se cumprem. As validades destas suposições, podem ser verificadas por meio de gráficos.

Para avaliar a suposição de igualdade de variância, em geral é traçado o gráfico dos resíduos ($\hat{\tilde{\epsilon}}^e$) contra os valores estimados ($\hat{Y}$). Esta suposição será válida se a dispersão dos resíduos, neste gráfico, não revelar nenhum padrão óbvio. Um dos problemas que ocasionalmente revelam tais gráficos é a forma de funil, onde a variância pode diminuir ou aumentar, ver Figura 4.3. Geralmente, quando isto ocorre se realiza uma transformação logarítmica dos dados, para estabilizar a variância (MARTÍNEZ, 2000 b).

Figura 4.3- Gráfico dos resíduos contra valores estimados, com variância não constante.

A verificação da distribuição normal, também pode ser feita por meio de gráficos, tais como: dos escores normais e de probabilidade normal. Nestes gráficos, considera-se que a suposição de normalidade é válida se os pontos do gráfico estiverem localizados aproximadamente ao longo de uma reta (WERKEMA, 1996). No entanto, para confirmar a indicação visual da linearidade aproximada, deve ser realizado um

teste estatístico para normalidade. Os mesmos, podem ser encontrados em diversos textos de estatística (ver por exemplo, NETER, 1996).

A suposição de independência também pode ser verificada através de um gráfico, geralmente utilizando o gráfico dos resíduos contra o tempo (ordem de coleta dos dados). No mesmo, se os resíduos estiverem distribuídos de forma aleatória em torno do tempo (eixo horizontal), a suposição de independência será válida. Um dos problemas que pode revelar este gráfico são os padrões cíclicos ou de alternância de sinais, os quais indicam que os dados não são independentes (GUJARATI, 1992).

Outra forma muito usual de verificar a adequabilidade de um modelo de regressão é por meio do coeficiente de determinação (R^2). O R^2 pode ser determinado de diversas formas, uma delas é dada pela seguinte equação:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}. \quad (4.23)$$

O R^2 é um valor numérico entre zero e um, quando o modelo é adequado se deve obter valores de R^2 próximos de 1 ($R^2 \approx 1$). Se o modelo não é adequado, se obtêm valores pequenos ($R^2 \approx 0$). Apesar disso, um valor alto de R^2 não necessariamente implica que os dados sejam bem ajustados pelo modelo (CHATTERJEE, 1977). Portanto sempre se deve construir o gráfico dos resíduos para confirmar a adequabilidade do modelo (ANSCOMBE, 1973 e DRAPER, 1998).

4.3.3.5. Propriedades dos estimadores de mínimos quadrados e estimativa da variância ϕ^{2c} .

As propriedades estatísticas dos estimadores de mínimos quadrados $\hat{A}$ são (ver por exemplo, ACHCAR, 1995):

- a) $\hat{\tilde{A}}$ é um estimador não-viciado de $\tilde{A}$, com matriz de variância-covariância ($Var(\hat{\tilde{A}})$) dada por:

$$Var(\hat{\tilde{A}}) = E[(\hat{\tilde{A}} - \tilde{A})(\hat{\tilde{A}} - \tilde{A})'] = \varphi^{2c} (X'^c X^c)^{-1} = \varphi^{2c} C, \quad (4.24)$$

onde, $C = (X'^c X^c)^{-1}$ e $E(\hat{\tilde{A}}) = \tilde{A}$.

- b) O vetor de $\tilde{A}$ tem distribuição normal com vetor de médias $\tilde{A}$ e matriz de variância-covariância φ^{2c} , isto é:

$$\hat{\tilde{A}} \approx N_p[\tilde{A}, \varphi^{2c} (X'^c X^c)]. \quad (4.25)$$

Em outras palavras, cada elemento de $\hat{\tilde{A}}$ tem distribuição normal, com média A_i e variância $\varphi^{2c} C_{ii}$, onde C_{ii} é o i -ésimo elemento da diagonal da matriz C .

- c) Devido a que na prática se desconhece φ^{2c} , esta deve ser estimada. Um estimador não-viciado de φ^{2c} é dado por:

$$\hat{\varphi}^{2c} = \frac{\hat{\tilde{E}}' \hat{\tilde{E}}}{n-p-1} = \frac{(\tilde{Y} - \hat{\tilde{Y}})' (\tilde{Y} - \hat{\tilde{Y}})}{n-p-1} = \frac{\tilde{Y}' \tilde{Y} - \hat{\tilde{A}} X'^c \tilde{Y}}{n-p-1}. \quad (4.26)$$

4.3.3.6. Testes de hipóteses e intervalos de confiança sobre os parâmetros $\hat{\tilde{A}}$ num modelo de regressão.

Uma hipótese estatística é uma “afirmação” sobre um parâmetro da população, associado a uma distribuição de probabilidade baseada em uma amostra aleatória. Para confirmar ou rejeitar tal afirmação, deve-se testar duas hipóteses, uma chamada hipótese nula, e outra hipótese alternativa. Em geral a hipótese nula é representada por H_0 e a hipótese alternativa é representada por H_1 . Desta maneira, quando uma pesquisa é relacionada a um fato baseado numa amostra, o conhecimento prévio deste

fato é considerada como a hipótese nula (H_0), e o fato a ser comprovado pelos dados é considerado como a hipótese alternativa (H_1).

Em geral um teste de hipótese sobre os parâmetros $\hat{A}_i$ de um modelo de regressão é da forma:

$$\begin{cases} H_0 : A_i = 0 \\ H_1 : A_i \neq 0 \end{cases} \quad (4.27)$$

Para determinar a ação que devemos tomar se deve selecionar uma amostra aleatória, e a partir desta calcular uma estatística do teste, com objetivo de rejeitar ou não a hipótese nula, isto é, verificar se os parâmetros são significativos ou não. Num modelo de regressão, a estatística do teste é dada pela razão t_o , definida por:

$$t_o = \frac{\hat{A}_i - A_i^0}{\hat{\phi}_i^c \sqrt{C_{ii}}}, \quad (4.28)$$

que tem uma distribuição t de Student com $(n-p-1)$ graus de liberdade (g.l.). Desta maneira comparar o valor de t_o com o valor de t tabulado, com $(n-p-1)$ g.l. e um nível de significância α^* .

Um intervalo de confiança $100(1-\alpha^*)\%$ para A_i é dado por:

$$\hat{A}_i \pm t_{\alpha^*/2} \hat{\phi}_i^c \sqrt{C_{ii}} = \hat{A}_i \pm t_{\alpha^*/2} DP(\hat{A}_i), \quad (4.29)$$

onde $t_{\alpha^*/2}$ é determinado a partir de uma distribuição t de Student, com $(n-p-1)$ g.l. e um nível de significância α^* , o valor de $\hat{\phi}_i^c$ é $\sqrt{\hat{\phi}^{2c}}$, e C_{ii} é o i -ésimo elemento da diagonal da matriz C , dada na eq. (4.24).

4.3.3.7. Intervalo de confiança sob a resposta média.

Um intervalo de confiança pode ser construído sob a resposta média para um valor específico de $\tilde{X}^c$ denotado por $\tilde{X}_0^{c'} = (x_{00}^c, x_{01}^c, x_{02}^c, \dots, x_{0p}^c)$ com $x_{00}^c = 1$. Este é um intervalo de confiança em torno de $E(Y|\tilde{X}_0^c) = \mu_{r|\tilde{X}_0^c} = \tilde{X}_0^{c'} \tilde{A}$ e é frequentemente chamado de intervalo de confiança em torno da equação de regressão, já que é possível obter uma estimativa pontual de $E(Y|\hat{\tilde{X}}_0^c) = \mu_{r|\hat{\tilde{X}}_0^c} = \tilde{X}_0^{c'} \hat{\tilde{A}}$, a partir do modelo estimado dado por (MONTGOMERY, 1994):

$$\hat{\mu}_{r|\tilde{X}_0^c} = \tilde{X}_0^{c'} \hat{\tilde{A}}. \quad (4.30)$$

Pois $\hat{\mu}_{r|\tilde{X}_0^c}$ é um estimador pontual não-viciado de $\mu_{r|\tilde{X}_0^c}$, uma vez que $\hat{\tilde{A}}$ são estimadores não-viciados de $\tilde{A}$, e a variância de $\hat{\mu}_{r|\tilde{X}_0^c}$ é dada por:

$$V(\hat{\mu}_{r|\tilde{X}_0^c}) = \sigma^2 \tilde{X}_0^{c'} (X' X)^{-1} \tilde{X}_0^c, \quad (4.31)$$

e um intervalo de confiança (IC) $100(1 - \alpha^*)\%$ sob a resposta média $\hat{\mu}_{r|\tilde{X}_0^c}$ no ponto $x_{01}^c, x_{02}^c, \dots, x_{0p}^c$ é dada por:

$$\hat{\mu}_{r|\tilde{X}_0^c} \pm t_{\alpha^*/2} \sigma^c \sqrt{\tilde{X}_0^{c'} (X'^c X^c)^{-1} \tilde{X}_0^c}, \quad (4.32)$$

onde $\hat{\mu}_{r|\tilde{X}_0^c}$ é calculado a partir do modelo de regressão estimado, dado pela eq. (4.30) e sua variância é dada pela eq. (4.31), e $t_{\alpha^*/2}$ é determinado a partir de uma distribuição t de Student, com $(n - p)$ g.l. e um nível de significância α^* .

4.3.3.8. Previsão de novas observações.

Uma aplicação importante de um modelo de regressão é a extrapolação ou previsão do valor da variável dependente para uma nova observação ($\hat{y}_0$) correspondendo a um vetor de observações $\tilde{X}_0^c = (x_{00}^c, x_{01}^c, x_{02}^c, \dots, x_{0p}^c)$ com $x_{00}^c = 1$, fora da região dos valores das variáveis independentes da amostra. Desta maneira, o estimador pontual do novo ou futuro valor da resposta y_0 , no ponto $x_{01}^c, x_{02}^c, \dots, x_{0p}^c$ é:

$$\hat{y}_0 = \tilde{X}_0^c \hat{A}. \quad (4.33)$$

Observe que esta nova observação é independente das observações usadas para desenvolver o modelo de regressão. Portanto, o intervalo de confiança dado pela eq. (4.32), neste caso não pode ser utilizado, pois o mesmo é baseado unicamente nos dados utilizados para estimar o modelo de regressão, não em observações futuras (MONTGOMERY, 1994).

Portanto, um intervalo de previsão (IP) $100(1 - \alpha^*)\%$ para uma nova observação é dado por:

$$\hat{y}_0 \pm t_{\alpha^*/2} \phi^c \sqrt{1 + X_0^c (X^c X^c)^{-1} X_0^c} = \hat{y}_0 \pm t_{\alpha^*/2} \sqrt{V(\hat{y}_0)}, \quad (4.34)$$

onde $t_{\alpha^*/2}$ é determinado a partir de uma distribuição t de Student, com $(n - p)$ graus de liberdade e um nível de significância α^* , com variância dada por $V(\hat{y}_0) = \phi^{2c} [1 + \tilde{X}_0^c (X^c X^c)^{-1} \tilde{X}_0^c]$.

Observação 4.3.4: o IP é maior que o intervalo de confiança sob a resposta média, pois o primeiro apresenta dois erros: o erro próprio do modelo ajustado, e erro associado com as futuras observações.

4.3.3.9. Ortogonalização do modelo.

Para a formulação do modelo da eq. (4.13) ou da eq. (4.14), na seção 4.3.3.2 foi considerado um planejamento fatorial, por este motivo, os valores das variáveis independentes foram codificadas. Neste caso os valores das variáveis que formam a matriz X^c dada pelo modelo da eq. (4.14) podem ser ortogonalizados com bastante facilidade (ver apêndice B), a matriz X^c ortogonalizada, em forma geral, pode ser representada da seguinte maneira:

$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1p} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{np} \end{bmatrix}. \quad (4.35)$$

As variáveis x_{ip} e x_{iq} são chamadas ortogonais uma em relação a outra se $x_{ip}x_{iq} = 0$, para $p \neq q$ (KHURI, 1996).

Assim utilizando a matriz dada pela eq. (4.35) o modelo dado pela eq. (4.14) pode ser escrito como:

$$\tilde{Y} = X\tilde{A} + \tilde{\varepsilon}, \quad (4.36)$$

que é o **modelo polinomial ortogonal múltiplo da distribuição normal**, onde $\tilde{\varepsilon}$ é o erro aleatório do modelo com distribuição normal, com média zero e variância constante.

A utilização da ortogonalidade na aplicação estatística é justificada por várias razões, porém uma das causas principais é que a matriz $\tilde{X}'\tilde{X}$ é uma matriz diagonal, o que facilita notavelmente as estimativas dos parâmetros, do modelo polinomial ortogonal dado pela eq. (4.36). Outra vantagem é que se pode decompor facilmente a soma de quadrados da regressão em componentes com apenas um grau de liberdade, cada uma

das quais correspondendo a quantidade de variação de Y explicada por um dado fator.

Um caso especial do modelo dado pela eq. (4.36), para $k = 2$ variáveis independentes é o modelo quadrático dado por (MARTÍNEZ, 2001 a):

$$Y_i = a_0 + a_1 x_{1i} + a_2 x_{2i} + a_3 x_{1i}^2 + a_4 x_{2i}^2 + a_5 x_{1i} x_{2i} + \varepsilon_i, \quad (4.37)$$

para $i = 1, 2, \dots, n$ e $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$, onde os parâmetros do modelo são obtidos pelo método dos mínimos quadrados. Observe que nesta situação é preciso ao menos 7 valores, considerando que temos seis parâmetros a ser estimados. Além disso, desde que o modelo contém termos quadráticos em ambas as variáveis, ao menos três níveis de cada variável precisam ser usados, o que corresponde a no mínimo 9 valores para a utilização do modelo dado pela eq. (4.37). Para este caso a matriz ortogonalizada X , sem réplicas é dada por:

$$X = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -2 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & -2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

No entanto, em todo estudo experimental de engenharia ou em qualquer área exata, sempre devem ser consideradas réplicas (p^*), por motivos explicados anteriormente, na seção 4.2.4.1, neste caso, cada linha da matriz ortogonalizada dada pela eq. (4.38), se repete p^* vezes.

A adequabilidade ou não dos modelos dados pelas eqs. (4.36) e (4.37), podem ser verificadas pela análise dos gráficos dos resíduos e o coeficiente de determinação (R^2). Outras técnicas podem ser encontradas nos livros de estatísticas e de regressão (ver por exemplo, DRAPER, 1998 e BOX, 1987, entre outros).

Em geral, os dados de fadiga em madeira e derivados não seguem uma distribuição simétrica, e isto pode representar um problema na utilização do modelo dado pela eq. (4.36), pois neste caso os $\tilde{\epsilon}$ do mesmo, não seguem uma distribuição normal. Uma solução para este problema, pode ser a utilização de uma transformação dos dados de N , como por exemplo uma transformação logarítmica, para levar a uma distribuição de probabilidade normal (MARTÍNEZ, 2000 a). Observe que de acordo com o planejamento proposto, não é necessário transformar os dados das variáveis independentes, basta apenas codificar seus valores. Uma outra alternativa é utilizar o terceiro modelo estatístico proposto (modelo da distribuição de Birnbaum-Saunders) apresentado na seção 4.3.5. No entanto, antes de abordar este novo modelo, será apresentada a técnica de simulação, conhecida por reamostragem Bootstrap, para verificar o comportamento do modelo polinomial ortogonal múltiplo da distribuição normal, em diversas situações experimentais.

4.3.4. Método de Bootstrap no modelo polinomial ortogonal múltiplo da distribuição normal.

4.3.4.1 Introdução.

Uma técnica de simulação bastante utilizada atualmente em diferentes situações estatísticas é a técnica de reamostragem Bootstrap. Com a mesma é possível obter “novos” conjuntos de dados, através da reamostragem do conjunto de dados original (EFRON, 1993). Neste trabalho os métodos de reamostragem serão utilizados especificamente para modelos de regressão, pois pelo método de Bootstrap, podemos re-examinar uma análise de regressão já feita, comparando esta com uma população

de resultados que poderiam ter sido obtidos sob certas circunstancias assumidas (DRAPER, 1998).

Cabe destacar que um ponto importante da utilização das técnicas de Bootstrap, não é unicamente avaliar as estimativas dos parâmetros, mas também obter estimativas dos erros padrões mais realistas, a partir das distribuições geradas pelos parâmetros estimados nas iterações de reamostragem (LEPAGE, 1992). Este método pode ser especialmente valioso em situações de estimação não lineares, tais como nos modelos de regressão polinomiais (DRAPER, 1998). Estes modelos são amplamente utilizados em dados obtidos através de um planejamento estatístico de experimentos. Um caso particular de aplicação dos mesmos é no estudo da fadiga de madeira e derivados (MARTÍNEZ, 2001 a).

A utilização do método de Bootstrap no estudo da vida à fadiga em corpos-de-prova de madeira sem emendas e com emendas dentadas, em particular, é justificado por várias causas, sendo a principal a verificação do comportamento do modelo polinomial ortogonal múltiplo da distribuição normal, em diversas situações experimentais, considerando que para a realização dos ensaios experimentais é necessário tempo e os custos podem ser elevados, além de poder obter melhores estimativas dos parâmetros, dos erros padrões e intervalos de confianças.

4.3.4.2. Métodos de Bootstrap para modelos de regressão (DRAPER, 1998).

Em modelos de regressão dois métodos de Bootstrap podem ser utilizados: O Bootstrap residual e o Bootstrap de pares. Para a utilização destes métodos é considerado o modelo dado pela eq. (4.36).

4.3.4.2.1. O Bootstrap residual (BR).

Os passos principais deste método são os seguintes (MARTÍNEZ, 2001 d):

- a) Obter os n residuais ($\hat{\varepsilon}$) através do modelo de regressão ajustado, utilizando a amostra original.
- b) Utilizar a reamostragem com reposição e selecionar uma amostra aleatória de tamanho n , com probabilidade $1/n$ para cada resíduo ($\tilde{\varepsilon}^{BR}$), a partir dos residuais $\hat{\varepsilon}$, obtidos no passo (a).
- c) Gerar os novos valores de $\tilde{Y}$ pela seguinte equação:

$$\tilde{Y}^{BR} = X\hat{A} + \tilde{\varepsilon}^{BR}, \quad (4.39)$$

onde $\tilde{\varepsilon}^{BR}$ são os resíduos obtidos no passo (b).

- d) Realizar uma regressão pelo método dos mínimos quadrados, utilizando o seguinte modelo:

$$\tilde{Y}^{BR*} = X\tilde{A}^* + \tilde{\varepsilon}^{BR*}, \quad (4.40)$$

para obter um estimador ($\hat{\tilde{A}}^*$) de $\tilde{A}^*$.

- e) Repetir os passos (a), (b) e (d), isto é, realizar tantas iterações quanto desejadas, em geral o número de iterações é fixado em 1000.
- f) Finalmente a média amostral usual (média BR) e o desvio padrão amostral (desvio padrão BR) de cada um dos elementos do vetor estimado ($\hat{\tilde{A}}^*$), pode ser determinado, assim como intervalos de confianças BR. Além disso, podem ser obtidos intervalos de confiança percentil BR $100(1-\alpha^*)\%$ para cada um dos elementos de $\hat{\tilde{A}}^*$.

4.3.4.2.2. O Bootstrap de pares (BP).

O BP é realizado com os pares de valores (Y_i, x_i') originais, onde Y_i é a i -ésima observação e x_i' é a i -ésima linha da matriz X . Os passos principais deste método são (MARTÍNEZ, 2001 d):

- a) Utilizar a reamostragem com reposição e selecionar uma amostra aleatória de n pares de valores (Y_i, x_i') , com probabilidade $1/n$ para cada par $\tilde{Y}^{BP}$ e X^{BP} , a partir dos pares originais.
- b) Realizar uma regressão pelo método dos mínimos quadrados, utilizando o seguinte modelo:

$$\tilde{Y}^{BP} = X^{BP} \tilde{A}^{**} + \tilde{\varepsilon}^{bb}, \quad (4.41)$$

para obter um estimador $(\hat{\tilde{A}}^{**})$ de $\tilde{A}^{**}$.

- c) A Repetir os passos (a) e (b), isto é, realizar tantas iterações quanto desejadas, em geral o número de iterações é fixado em 1000.
- d) Finalmente a média amostral usual (média BP) e o desvio padrão amostral (desvio padrão BP) de cada um dos elementos do vetor estimado $(\hat{\tilde{A}}^{**})$, pode ser determinado, assim como intervalos de confiança BP. Além disso, podem ser obtidos intervalos de confiança percentil BP $100(1-\alpha^*)\%$ para cada um dos elementos de $\hat{\tilde{A}}^{**}$.

4.3.5. Terceiro Modelo estatístico: análise clássica de polinômios ortogonais múltiplos da distribuição de Birnbaum-Saunders.

4.3.5.1. Modelo de Birnbaum-Saunders.

Um modelo sobre fadiga de materiais utilizado na área de engenharia é dado pela distribuição de Birnbaum-Saunders. Esta distribuição, baseada em dois parâmetros foi proposta por Birnbaum e Saunders em 1969, a qual foi desenvolvida considerando as características básicas dos processos de fadiga (BIRNBAUM, 1969 a), por meio de uma idealização do número de ciclos necessários para a ruptura por fadiga.

A função densidade de probabilidade de Birnbaum-Saunders para uma variável aleatória T é dada por:

$$f(t; \alpha, \beta) = \frac{(t + \beta) \exp\left\{\frac{-1}{2\alpha^2} \left[\frac{t}{\beta} + \frac{\beta}{t} - 2\right]\right\}}{2\sqrt{2\pi\alpha\beta^{\frac{1}{2}}} t^{\frac{3}{2}}}, \quad (4.42)$$

para $t > 0$; $\alpha, \beta > 0$, onde os parâmetros α e β são respectivamente os parâmetros de forma e escala. Os estimadores de máxima verossimilhança para α e β foram obtidos por BIRNBAUM (1969 b).

A média de T é dada pela eq. (4.43):

$$E(T) = \beta \left[1 + \frac{\alpha^2}{2}\right], \quad (4.43)$$

e a variância pela eq. (4.44):

$$Var(T) = (\alpha\beta)^2 \left[1 + \frac{5}{4}\alpha^2\right], \quad (4.44)$$

(MARTÍNEZ, 1993).

Na Figura 4.4 apresenta-se o gráfico da densidade dada pela eq. (4.42), para vários valores de α ($\alpha=0,10$; $0,25$; $0,50$; $1,0$; $1,5$; $2,1$), com $\beta=1$. Observe como a distribuição vai tornando-se assimétrica a medida que o valor de α aumenta.

Figura 4.4- Gráfico da densidade da eq. (4.42) para vários valores de α , com $\beta=1$.

4.3.5.2. Modelo Log-Linear para a distribuição de Birnbaum-Saunders.

4.3.5.2.1. Considerando uma variável independente.

A forma mais usual para apresentar os resultados de fadiga é a curva tensão(S)-número de ciclos(N). Nessa curva, o $\ln(N)$ é plotado no eixo das ordenadas e no eixo das abscissas é plotado S , que também, na prática pode ser dada na escala logarítmica ($\ln(S)$). Assim, encontram-se regras empíricas distintas de grande utilidade para o estudo da fadiga, as quais podem ser expressas das seguintes maneiras:

$$\ln(N) = a + bS, \quad (4.45)$$

$$\ln(N) = a + b \ln(S), \quad (4.46)$$

ou ainda como:

$$\ln(N) = a + bx, \quad (4.47)$$

onde x é o logaritmo da tensão ($\ln(S)$).

Na prática estimar os parâmetros a e b da eq. (4.46) ou a eq. (4.47) é um problema estatístico. Para fornecer uma estrutura estatística adequada para estimação, são feitas as seguintes suposições (RIECK, 1991):

Suposição 1: O número de ciclos até a falha (N) tem uma distribuição de Birnbaum-Saunders.

Suposição 2: O parâmetro de forma α é independente da tensão por ciclo.

BIRNBAUM (1969 b) mostra que se N tem esta distribuição, e se $c > 0$ é uma constante, então cN tem uma distribuição de Birnbaum-Saunders, e se as suposições (1) e (2) são válidas, então a eq. (4.47) pode ser representada da seguinte maneira:

$$N = \exp[a + bx]\delta, \quad (4.48)$$

onde δ tem uma distribuição de Birnbaum-Saunders. Aplicando logaritmo na eq. (4.48) temos:

$$\ln(N) = a + bx + \ln(\delta). \quad (4.49)$$

Desta maneira a eq. (4.49) é o modelo Log-Linear na forma aditiva, onde $\ln(\delta)$ tem uma distribuição Seno-Normal (distribuição seno-hiperbólico-normal). Isto é, se a variável aleatória N tem uma distribuição de Birnbaum-Saunders com parâmetros α e β , a variável aleatória $Y = \ln(N)$ tem uma distribuição Senh-Normal com função densidade de probabilidade dada por:

$$f(y; \alpha, \gamma, v) = \left\{ \frac{2}{2\sqrt{2\pi\alpha}} \right\} \cosh\left\{ \frac{y-\gamma}{v} \right\} \exp\left\{ \frac{-2}{\alpha^2} \sinh^2\left(\frac{y-\gamma}{v} \right) \right\}, \quad (4.50)$$

para $-\infty < y < \infty$, $\alpha, v > 0$, $-\infty < \gamma < \infty$, onde α é um parâmetro de forma, v um parâmetro de escala e γ um parâmetro de locação. Definindo $\gamma = \ln(\beta)$ e $v = 2$ obtemos um caso particular da distribuição Senh-Normal dada por (MARTÍNEZ, 1991):

$$f(y; \alpha, \gamma, 2) = \left\{ \frac{2}{2\sqrt{2\pi\alpha}} \right\} \cosh\left\{ \frac{y-\gamma}{2} \right\} \exp\left\{ \frac{-2}{\alpha^2} \sinh^2\left(\frac{y-\gamma}{2} \right) \right\}. \quad (4.51)$$

A seguir mencionam-se as principais propriedades da distribuição Senh-Normal (RIECK, 1991):

- a) A distribuição é simétrica em torno do parâmetro de locação γ .
- b) A distribuição é fortemente unimodal para $\alpha \leq 2$ e bimodal para $\alpha > 2$.
- c) A média da distribuição é dada por $E(y) = \gamma$.

RIECK (1991) afirma que valores de $\alpha > 2$ não são usuais na prática. Observe que se $\alpha > 1$, o coeficiente de variação é maior que 100%, o qual não é tolerado na engenharia.

Na Figura 4.5 apresenta-se o gráfico da densidade dado pela eq. (4.51), para alguns casos especiais de α ($\alpha = 0,10; 0,25; 0,50; 1,0$), com $\beta = 1$, isto é, $\gamma = 0$. Observe como a variabilidade aumenta quando $\alpha = 1$.

Figura 4.5- Gráfico da densidade da eq. (4.51) para alguns valores de $\alpha < 2$, com $\gamma = 0$.

4.3.5.2.2. Considerando p variáveis independentes.

O modelo Log-Linear da eq. (4.50), pode ser generalizado para p variáveis independentes, denotadas por:

$$\tilde{X}^B = (X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{ip}), \quad (4.52)$$

para $i = 1, 2, \dots, n$. Sendo assim, as suposições (1) e (2) podem ser generalizadas da seguinte maneira (MARTÍNEZ, 1993):

Suposição 3: $N = \exp[\tilde{X}^B \tilde{\theta}]$, para $i = 1, 2, \dots, n$, onde $\tilde{\theta} = (\theta_1, \dots, \theta_p)$ é um vetor de parâmetros desconhecidos o qual deve ser estimado, onde N tem uma distribuição de Birnbaum-Saunders.

Suposição 4: O parâmetro de forma α é independente do vetor explanatório $\tilde{X}^B$, isto é, $\alpha_i = \alpha$ para $i = 1, 2, \dots, n$.

Além disso, se $c > 0$, então cN tem uma distribuição de Birnbaum-Saunders com parâmetros de forma α e parâmetro de escala $c\beta_i$. Usando este fato e as suposições (3) e (4) antes mencionada, vemos que N pode ser expresso como:

$$N = \exp[\tilde{X}^B \tilde{\theta}] \delta_i, \quad (4.53)$$

onde os δ_i tem uma distribuição de Birnbaum-Saunders com parâmetros de forma α e parâmetro de escala 1. Portanto, aplicando o logaritmo na eq. (4.53) temos:

$$Y_i = \ln(N) = \tilde{X}^B \tilde{\theta} + \phi_i, \quad (4.54)$$

que é o modelo Log-Linear em sua forma generalizada, onde $\phi_i = \ln(\delta_i)$ é o erro do modelo, o qual tem uma distribuição Senh-Normal com parâmetros α , $\gamma = 0$ e $\nu = 2$ (MARTÍNEZ, 1993).

4.3.5.3. Polinômios ortogonais múltiplos da distribuição de Birnbaum-Saunders.

4.3.5.3.1. Modelo de regressão Polinomial.

Um caso especial do modelo dado pela eq. (4.54) é quando os valores das variáveis independentes são codificados, isto é quando é utilizado um planejamento fatorial.

Neste caso, os valores das variáveis que formam o vetor $\tilde{X}^B$ dos fatores codificados, em geral, podem ser ortogonalizados com bastante facilidade (BOX, 1987), sendo assim o vetor $\tilde{X}^B$ pode ser representado pela matriz dada pela eq. (4.35).

Técnicas de mínimos quadrados também podem ser aplicadas quando o modelo envolve potências e produtos das variáveis $\tilde{X}^B$. Este tipo de modelo é chamado de modelo de regressão polinomial. Assim utilizando a matriz dada pela eq. (4.35) o modelo dado pela eq. (4.54) pode ser escrito como (MARTÍNEZ, 2001 c):

$$Y_i = \ln(N) = \tilde{X}\tilde{\theta} + \phi_i, \quad (4.55)$$

que é o modelo polinomial ortogonal múltiplo da distribuição de Birnbaum-Saunders, onde $\phi_i = \ln(\delta_i)$ é o erro aleatório do modelo o qual tem distribuição Senh-Normal com parâmetros α , $\gamma = 0$ e $\nu = 2$.

Um caso especial do modelo dado pela eq. (4.55), para $k = 2$ variáveis independentes é o modelo quadrático dado por:

$$Y_i = \theta_0 + \theta_1 x_{1i} + \theta_2 x_{2i} + \theta_3 x_{1i}^2 + \theta_4 x_{2i}^2 + \theta_5 x_{1i} x_{2i} + \phi_i, \quad (4.56)$$

para $i = 1, 2, \dots, n$ e $\phi_i \sim SN(\alpha, 0, 2)$, onde os parâmetros do modelo são obtidos pelo método de máxima verossimilhança, este método é dado na seção 4.3.5.3.2. Observe que nesta situação é preciso ao menos 8 valores, considerando que temos sete parâmetros a ser estimados. Além disso, desde que o modelo contém termos quadráticos em ambas as variáveis, ao menos três níveis de cada variável precisam ser usados, o que corresponde a no mínimo 9 valores para a utilização do modelo dado pela eq. (4.56), onde a matriz ortogonalizada X , é dada pela eq. (4.35), caso se utilizem réplicas, cada linha da matriz ortogonalizada, se repete p^* vezes. Portanto para o estudo da fadiga em madeira e derivados pode ser utilizado o modelo dado pela eq. (4.55). Para o caso específico de dois fatores com três níveis cada um, utilizar o modelo dado pela eq. (4.56).

4.3.5.3.2. Estimadores de máxima verossimilhança para os parâmetros do Modelo quadrático dado pela eq. (4.56).

Sejam $y_1, \dots, y_n$, n observações independentes do modelo dado pela eq. (4.56), com $\phi_i = y_i - (\theta_0 + \theta_1 x_{1i} + \theta_2 x_{2i} + \theta_3 x_{1i}^2 + \theta_4 x_{2i}^2 + \theta_5 x_{1i} x_{2i})$ onde $\phi_i \sim SN(\alpha, 0, 2)$. A função densidade de probabilidade de ϕ_i é dada na seguinte forma:

$$f(\phi_i) = \left(\frac{2}{2\sqrt{2\pi}}\right) \times W_i \times \exp\left\{-\frac{1}{2}Z_i^2\right\}, \quad (4.57)$$

onde,

$$W_i = \frac{2}{\alpha} \cosh\left[\frac{y_i - (\theta_0 + \theta_1 x_{1i} + \theta_2 x_{2i} + \theta_3 x_{1i}^2 + \theta_4 x_{2i}^2 + \theta_5 x_{1i} x_{2i})}{2}\right],$$

$$Z_i = \frac{2}{\alpha} \sinh\left[\frac{y_i - (\theta_0 + \theta_1 x_{1i} + \theta_2 x_{2i} + \theta_3 x_{1i}^2 + \theta_4 x_{2i}^2 + \theta_5 x_{1i} x_{2i})}{2}\right],$$

para $-\infty < \theta_0, \theta_1, \dots, \theta_5 < \infty$; $\alpha > 0$ e $-\infty < y_i < \infty$ (MARTÍNEZ, 2001 c).

Portanto a função de verossimilhança para $\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_5$ e α é dada por:

$$L(\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_5, \alpha) = \left(\frac{1}{2\sqrt{2\pi}}\right) \prod_{i=1}^n W_i \times \exp\left\{-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n Z_i^2\right\}, \quad (4.58)$$

e o logaritmo da função de verossimilhança (da parte informativa) para $\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_5$ e α é,

$$l(\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_5, \alpha) = \sum_{i=1}^n \ln(W_i) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n Z_i^2. \quad (4.59)$$

Assim derivando a eq. (4.59) em relação a $\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_5$ e α , e igualando a zero, obtemos as seguintes equações de verossimilhança:

$$\frac{\partial l(\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_5, \alpha)}{\partial \theta_0} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left\{ Z_i W_i - \frac{Z_i}{W_i} \right\} = 0 \quad (4.60)$$

$$\frac{\partial l(\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_5, \alpha)}{\partial \theta_1} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n x_{1i} \left\{ Z_i W_i - \frac{Z_i}{W_i} \right\} = 0 \quad (4.61)$$

$$\frac{\partial l(\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_5, \alpha)}{\partial \theta_2} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n x_{2i} \left\{ Z_i W_i - \frac{Z_i}{W_i} \right\} = 0 \quad (4.62)$$

$$\frac{\partial l(\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_5, \alpha)}{\partial \theta_3} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n x_{1i}^2 \left\{ Z_i W_i - \frac{Z_i}{W_i} \right\} = 0 \quad (4.63)$$

$$\frac{\partial l(\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_5, \alpha)}{\partial \theta_4} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n x_{2i}^2 \left\{ Z_i W_i - \frac{Z_i}{W_i} \right\} = 0 \quad (4.64)$$

$$\frac{\partial l(\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_5, \alpha)}{\partial \theta_5} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n x_{1i} x_{2i} \left\{ Z_i W_i - \frac{Z_i}{W_i} \right\} = 0 \quad (4.65)$$

$$\frac{\partial l(\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_5, \alpha)}{\partial \alpha} = -\frac{n}{\alpha} + \frac{1}{\alpha} \sum_{i=1}^n Z_i^2 = 0 \quad (4.66)$$

Desta maneira resolvendo a eq. (4.66) encontramos uma expressão para o estimador de máxima verossimilhança de α^2 em termos de $\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_5$, o qual é dado por:

$$\hat{\alpha}^2 = \frac{4}{n} \sum_{i=1}^n \sinh^2 \left[\frac{y_i - (\hat{\theta}_0 + \hat{\theta}_1 x_{1i} + \hat{\theta}_2 x_{2i} + \hat{\theta}_3 x_{1i}^2 + \hat{\theta}_4 x_{2i}^2 + \hat{\theta}_5 x_{1i} x_{2i})}{2} \right], \quad (4.67)$$

onde $\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_5$ são os estimadores de máxima verossimilhança de $\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_5$, os quais são obtidos numericamente.

4.3.5.3.3. Inferência sobre os parâmetros $\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_5$ e α .

Para n grande ($n \geq 30$) é usual fazer inferência sobre os parâmetros $\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_5$ e α , utilizando a aproximação normal assintótica dos estimadores de máxima verossimilhança $\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_5$ e $\hat{\alpha}$ (ver por exemplo, MOOD, 1974). Assim consideramos,

$$(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_5, \hat{\alpha}) \stackrel{a}{\sim} N\{(\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_5, \alpha); I_0^{-1}\}, \quad (4.68)$$

onde I_0 é a matriz de informação observada, dada por:

$$I_0 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{4} \sum_{i=1}^n v_0^2 \hat{u}_i & -\frac{1}{4} \sum_{i=1}^n v_0 v_1 \hat{u}_i & \cdots & -\frac{1}{4} \sum_{i=1}^n v_0 v_5 \hat{u}_i & -\frac{1}{\alpha} \sum_{i=1}^n v_0 \hat{Z}_i \hat{W}_i \\ -\frac{1}{4} \sum_{i=1}^n v_1 v_0 \hat{u}_i & -\frac{1}{4} \sum_{i=1}^n v_1^2 \hat{u}_i & \cdots & -\frac{1}{4} \sum_{i=1}^n v_1 v_5 \hat{u}_i & -\frac{1}{\alpha} \sum_{i=1}^n v_1 \hat{Z}_i \hat{W}_i \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -\frac{1}{4} \sum_{i=1}^n v_5 v_0 \hat{u}_i & -\frac{1}{4} \sum_{i=1}^n v_5 v_1 \hat{u}_i & \cdots & -\frac{1}{4} \sum_{i=1}^n v_5^2 \hat{u}_i & -\frac{1}{\alpha} \sum_{i=1}^n v_5 \hat{Z}_i \hat{W}_i \\ -\frac{1}{\alpha} \sum_{i=1}^n v_0 \hat{Z}_i \hat{W}_i & -\frac{1}{\alpha} \sum_{i=1}^n v_1 \hat{Z}_i \hat{W}_i & \cdots & -\frac{1}{\alpha} \sum_{i=1}^n v_5 \hat{Z}_i \hat{W}_i & -\frac{1}{\alpha^2} (3 \sum_{i=1}^n \hat{Z}_i^2 - n) \end{bmatrix}, \quad (4.69)$$

com

$$\hat{W}_i = \frac{2}{\hat{\alpha}} \cosh \left[\frac{y_i - (\hat{\theta}_0 + \hat{\theta}_1 x_{1i} + \hat{\theta}_2 x_{2i} + \hat{\theta}_3 x_{1i}^2 + \hat{\theta}_4 x_{2i}^2 + \hat{\theta}_5 x_{1i} x_{2i})}{2} \right],$$

$$\hat{Z}_i = \frac{2}{\hat{\alpha}} \sinh \left[\frac{y_i - (\hat{\theta}_0 + \hat{\theta}_1 x_{1i} + \hat{\theta}_2 x_{2i} + \hat{\theta}_3 x_{1i}^2 + \hat{\theta}_4 x_{2i}^2 + \hat{\theta}_5 x_{1i} x_{2i})}{2} \right],$$

$$\hat{u}_i = 1 - \hat{W}_i^2 - \hat{Z}_i^2 - \frac{\hat{Z}_i^2}{\hat{W}_i^2}, \quad v_0 = x_{0i} = \tilde{1}, \quad v_1 = x_{1i}, \quad v_2 = x_{2i}, \quad v_3 = x_{1i}^2, \quad v_4 = x_{2i}^2 \quad \text{e}$$

$v_5 = x_{1i} x_{2i}$, onde os elementos da matriz dada na eq. (4.69) são as segundas derivadas parciais estimadas de $l(\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_5, \alpha)$ em relação a $(\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_5, \alpha)$ a menos do sinal, as quais são dadas no apêndice C.

Também podemos utilizar a matriz de informação de Fisher $I(\tilde{\theta}^*)$, em lugar da matriz I_o , dada pela eq. (4.65), onde $\tilde{\theta}^*$ é definido pelo seguinte vetor:

$$\tilde{\theta}^* = (\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_5, \alpha). \quad (4.70)$$

Desta maneira, considerando a notação dada pela eq. (4.70) a matriz de informação de Fisher é dada por:

$$I(\tilde{\theta}^*) = \begin{bmatrix} E\left\{-\frac{\partial l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_0^2}\right\} & E\left\{-\frac{\partial l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_0 \partial \theta_1}\right\} & \dots & E\left\{-\frac{\partial l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_0 \partial \theta_5}\right\} & E\left\{-\frac{\partial l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_0 \partial \alpha}\right\} \\ E\left\{-\frac{\partial l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_1 \partial \theta_0}\right\} & E\left\{-\frac{\partial l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_1^2}\right\} & \dots & E\left\{-\frac{\partial l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_1 \partial \theta_5}\right\} & E\left\{-\frac{\partial l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_1 \partial \alpha}\right\} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ E\left\{-\frac{\partial l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_5 \partial \theta_0}\right\} & E\left\{-\frac{\partial l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_5 \partial \theta_1}\right\} & \dots & E\left\{-\frac{\partial l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_5^2}\right\} & E\left\{-\frac{\partial l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_5 \partial \alpha}\right\} \\ E\left\{-\frac{\partial l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \alpha \partial \theta_0}\right\} & E\left\{-\frac{\partial l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \alpha \partial \theta_1}\right\} & \dots & E\left\{-\frac{\partial l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \alpha \partial \theta_5}\right\} & E\left\{-\frac{\partial l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \alpha^2}\right\} \end{bmatrix}, \quad (4.71)$$

a qual é obtida das esperanças das segundas derivadas parciais de $l(\tilde{\theta}^*)$ em relação a $(\tilde{\theta}^*)$ a menos do sinal.

Para calcular os elementos da matriz de informação de Fisher, RIECK (1991) demonstra que para pequenos valores de α ($0 < \alpha < 1$), Z_i dada pela eq. (4.57) é normalmente distribuída com média zero e variância 1, isto é,

$$Z_i = \frac{2}{\alpha} \sinh \left[\frac{y_i - (\theta_0 + \theta_1 x_{1i} + \theta_2 x_{2i} + \theta_3 x_{1i}^2 + \theta_4 x_{2i}^2 + \theta_5 x_{1i} x_{2i})}{2} \right]^a \sim N(0,1). \quad (4.72)$$

Assim, considerando a eq. (4.72) a variável aleatória Z_i^2 tem uma distribuição de Qui-Quadrado com 1 grau de liberdade (χ_1^2), a qual tem média 1 e variância 2 (ver

por exemplo, MOOD, 1974). Por outro lado, das funções trigonométricas hiperbólicas temos o seguinte resultado (ver por exemplo, LEITHOLD, 1972):

$$\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1. \quad (4.73)$$

Desta maneira, utilizando as eqs. (4.57) e (4.73) temos a seguinte equação:

$$W_i^2 - Z_i^2 = \frac{4}{\alpha^2}(1), \text{ isto é,}$$

$$W_i^2 = Z_i^2 + \frac{4}{\alpha^2}. \quad (4.74)$$

Assim, considerando as eqs. (4.69) e (4.71) nas esperanças das segundas derivadas parciais de $l(\tilde{\theta}^*)$ em relação a $(\tilde{\theta}^*)$, dadas no apêndice D, e definindo:

$$c(\alpha) = 1 + \frac{4}{\alpha^2} + E\left[\frac{Z_i^2}{Z_i^2 + 4/\alpha^2}\right], \quad (4.75)$$

nestas esperanças. Obtemos a matriz de informação de Fisher, dada por:

$$I(\tilde{\theta}^*) = \begin{bmatrix} \frac{1}{4}c(\alpha)\sum_{i=1}^n v_0^2 & \frac{1}{4}c(\alpha)\sum_{i=1}^n v_0 v_1 \cdots & \frac{1}{4}c(\alpha)\sum_{i=1}^n v_0 v_5 & 0 \\ \frac{1}{4}c(\alpha)\sum_{i=1}^n v_1 v_0 & \frac{1}{4}c(\alpha)\sum_{i=1}^n v_1^2 & \cdots & \frac{1}{4}c(\alpha)\sum_{i=1}^n v_1 v_5 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \frac{1}{4}c(\alpha)\sum_{i=1}^n v_5 v_0 & \frac{1}{4}c(\alpha)\sum_{i=1}^n v_5 v_1 \cdots & \frac{1}{4}c(\alpha)\sum_{i=1}^n v_5^2 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \frac{2n}{\alpha^2} \end{bmatrix} \quad (4.76)$$

RIECK (1991) e MARTÍNEZ (1993) demonstram que para pequenos valores de α ($0 < \alpha < 1$):

$$E\left[\frac{Z_i^2}{Z_i^2 + 4/\alpha^2}\right] \approx 0, \quad (4.77)$$

desta maneira,

$$c(\alpha) \approx 1 + \frac{4}{\alpha^2}. \quad (4.78)$$

Assim, considerando a eq. (4.78), obtemos uma forma simplificada da matriz de informação de Fisher para $\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_5$ e α , dada por:

$$I(\tilde{\theta}^*) = \begin{bmatrix} \frac{1}{4}(1 + \frac{4}{\alpha^2}) \sum_{i=1}^n v_0^2 & \frac{1}{4}(1 + \frac{4}{\alpha^2}) \sum_{i=1}^n v_0 v_1 & \dots & \frac{1}{4}(1 + \frac{4}{\alpha^2}) \sum_{i=1}^n v_0 v_5 & 0 \\ \frac{1}{4}(1 + \frac{4}{\alpha^2}) \sum_{i=1}^n v_1 v_0 & \frac{1}{4}(1 + \frac{4}{\alpha^2}) \sum_{i=1}^n v_1^2 & \dots & \frac{1}{4}(1 + \frac{4}{\alpha^2}) \sum_{i=1}^n v_1 v_5 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \frac{1}{4}(1 + \frac{4}{\alpha^2}) \sum_{i=1}^n v_5 v_0 & \frac{1}{4}(1 + \frac{4}{\alpha^2}) \sum_{i=1}^n v_5 v_1 & \dots & \frac{1}{4}(1 + \frac{4}{\alpha^2}) \sum_{i=1}^n v_5^2 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \frac{2n}{\alpha^2} \end{bmatrix} \quad (4.79)$$

Utilizando a distribuição normal assintótica dos estimadores de máxima verossimilhança $\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_5$ e $\hat{\alpha}$, a qual é dada pela eq. (4.68), com $I(\tilde{\theta}^*)$ dada pela eq. (4.79); é possível calcular em forma fácil as variâncias assintóticas (estimadas) dos estimadores de máxima verossimilhança $\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_5$ e $\hat{\alpha}$. Basta observar que o inverso da matriz de informação de Fisher é a matriz de variância e covariância de $\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_5$ e $\hat{\alpha}$ (ver por exemplo, KALFLEISCH, 1985).

Portanto, os intervalos de confiança para os parâmetros $\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_5$ e α , considerando um nível de confiança $100(1 - \phi^*)\%$, são fornecidos por:

$$IC(\alpha) = [\hat{\alpha} \pm Z_{\phi^*/2} \sqrt{\hat{var}(\hat{\alpha})}], \quad (4.80)$$

e

$$IC(\theta_i) = [\hat{\theta}_i \pm Z_{\phi^*/2} \sqrt{\text{var}(\hat{\theta}_i)}], \quad (4.81)$$

para $i = 1, \dots, 5$, onde $Z_{\phi^*/2}$ é um percentil da distribuição normal padronizada (ver por exemplo, KALFLEISCH, 1985).

4.4. CONSIDERAÇÕES DA FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA DO MODELO PROPOSTO.

- Geralmente o desempenho da fadiga em madeira é estimado por meio de funções matemáticas, basicamente utilizando a curva $S - N$.
- No estudo da fadiga em madeira o N não depende unicamente de S , pois existem outras variáveis independentes que podem ser estatisticamente significativas.
- Para identificar variáveis independentes que sejam estatisticamente significativas e estabelecer um relacionamento funcional com as mesmas, deve-se realizar um planejamento estatístico de experimentos.
- A aplicação de um planejamento estatístico de experimentos no estudo de fadiga da madeira pode reduzir o tempo e o custo dos experimentos, além de reduzir a variabilidade dos resultados.
- Na aplicação de um planejamento estatístico de experimentos deve-se cumprir os requisitos básicos, descritos nesta pesquisa, na seção 4.2.4.
- Quando alguma resposta é influenciada por certos fatores, os planejamentos fatoriais são os planejamentos estatísticos de experimentos mais usados.
- Os planejamentos fatoriais mais utilizados para estimar um modelo de segunda ordem são: os 3^k , PCC e os PCCO. Na prática é conveniente trabalhar com variáveis codificadas x_i^c em lugar das medidas originais das variáveis x_i^* .
- Os planejamentos fatoriais direcionam a pesquisa, indicam o tamanho da amostra a ser selecionada, facilitam o desenvolvimento e crítica de modelos e proporcionam estimadores de parâmetros altamente eficientes.
- O mais importante dos planejamentos fatoriais é permitir a criação de uma relação funcional.
- Geralmente, na prática se desconhece a forma da relação entre a variável dependente e os fatores.

- Uma alternativa usual é determinar uma aproximação apropriada da função real e os fatores, geralmente utilizando um polinômio de primeira ou segunda ordem.
- Os polinômios de segunda ordem são os mais utilizados, pois possibilitam modelar com uma função linear ou quadrática a relação entre a resposta e cada fator.
- Os modelos de segunda ordem devem envolver pelo menos três níveis de cada fator para que os coeficientes do modelo sejam estimados.
- Para verificar a adequabilidade de um modelo, em diversas situações podem ser utilizadas simulações, a partir dos dados obtidos experimentalmente, por meio do método de Bootstrap.

CAPITULO 5

MATERIAIS E MÉTODOS

Neste capítulo são apresentados os aspectos principais referentes aos materiais e métodos utilizados no desenvolvimento do trabalho, direcionado a estimar os valores de vida à fadiga em emendas dentadas de madeira, na tração, considerando a fundamentação teórica dada no capítulo 4 e os fatores estatísticos em ensaios mecânicos (MARTINEZ, 2001 b).

5.1. Espécies de madeira utilizadas na pesquisa.

As espécies de madeira que foram utilizadas no estudo são as de reflorestamento, particularmente, o *Pinus Caribea* variedade *Hondurensis* (*Pinus caribea* var. *hondurensis*) e o Eucalipto Grandis (*Eucalyptus grandis*). A escolha destas espécies, se deve ao fato de que as mesmas estão sendo bastante utilizadas pelas indústrias produtoras de MLC do país, bem como pela grande disponibilidade destas espécies no Brasil, que possibilitam sua exploração comercial, principalmente nas regiões sul e sudeste. A madeira utilizada nos ensaios foi retirada de dois hortos florestais: a de Eucalipto Grandis, foi retirada do *Horto Florestal Navarro de Andrade* localizado na cidade de Rio Claro, e a de *Pinus Caribea* variedade *Hondurensis*, foi retirada do *Horto Florestal da Cidade de Itirapina*, ambas cidades do Estado de São Paulo.

5.2. Os adesivos.

Os adesivos utilizados para a colagem dos corpos-de-prova foram o CASCOPHEN RS-216-M produzido pela Alba Química Indústria e Comércio Ltda, e o adesivo poliuretano à base de óleo de mamona desenvolvido pelo Grupo de Química Analítica e Tecnologia de Polímeros do Departamento de Química e Física Molecular do Instituto de Química de São Carlos.

A escolha do CASCOPHEN RS-216-M foi definida pelo fato do mesmo ser amplamente empregado pelo parque produtor de MLC do país. O adesivo poliuretano à base de óleo de mamona foi escolhido por apresentar algumas vantagens como: o processo de cura a frio, a matéria prima é um recurso natural renovável facilmente encontrado no território nacional, ser quimicamente menos agressivo ao homem e ao ambiente e ter grande resistência ao intemperismo. Além disso, os estudos mostram que este apresenta grande resistência mecânica, é uma tecnologia nacional e um produto alternativo para a aplicação em MLC (MACÊDO, 2000).

5.3. Método de amostragem.

Na avaliação da fadiga em emendas dentadas de madeira deve-se tomar um cuidado especial com relação à resistência de referência (resistência estática) para definição dos níveis de tensão, pois uma resistência de referência incorreta pode ter uma influência significativa nos resultados dos ensaios de fadiga, podendo aumentar significativamente a dispersão dos resultados dos ensaios. Portanto, a forma da seleção dos corpos-de-prova ao longo do comprimento das peças de madeira isentas de defeitos, com dimensões de 6cm x 12 cm de seção e 130 cm de comprimento, foi realizada de maneira que os corpos-de-prova tivessem a maior probabilidade de serem considerados gêmeos (Figura 5.1).

Para garantir a aleatoriedade dos valores da resistência obtidos nos ensaios, os corpos-de-prova foram retirados de vários trechos de vigas diferentes (peças diferentes), sem

levar em consideração sua posição no tronco da árvore e nem de qual tronco foram retiradas. Assim, de cada peça de madeira foi selecionada em forma aleatória ao longo da seção, pelo menos uma sequência de corpos-de-prova de madeira sem emendas que foram identificados de maneira semelhante aos corpos-de-prova com emendas dentadas. Os corpos-de-prova de controle foram usados para determinação das resistências de referência usadas nos ensaios de fadiga. É importante ressaltar que em alguns casos foi possível a seleção de mais corpos-de-prova por seção transversal dos que ilustrados na Figura 5.1.

Seção	Fadiga	Controle	Fadiga
A			
B			
C			
D			
E			

Figura 5.1 – Forma de seleção dos corpos-de-prova das peças de madeira.

O método de amostragem utilizado na seleção dos corpos-de-prova para os ensaios cíclicos foi o aleatório simples (MARTÍNEZ, 2000 c). Selecionando-se aleatoriamente 324 corpos-de-prova, considerando frequências de 1, 5 e 9HZ (Tabela 5.1) e 60 corpos-de-prova adicionais, considerando frequências de 13 e 17HZ (Tabela 5.2). Os corpos-de-prova adicionais foram utilizados para verificar experimentalmente, as projeções feitas com os modelos propostos. Esta seleção foi realizada de acordo com o planejamento de experimento indicado no capítulo 4, e seguindo as indicações de MACÊDO (1996), MACÊDO (2000) e da NBR 7190/97.

5.4. Dimensão e confecção dos corpos-de-prova.

Para a determinação da resistência estática e dinâmica em madeira sem emendas e com emendas dentadas na tração, foram utilizados corpos-de-prova confeccionados

com as dimensões estabelecidas em MACÊDO (1996 e 2000) e adotados pela NBR 7190/97, como se mostra na Figura 5.2.

Tabela 5.1- Número de corpos-de-prova usados para os ensaios cíclicos, realizados no LaMEM, 2000.

Espécie.	Ensaio cíclico.			Total.
	Madeira com emendas dentadas.		Madeira sem emendas.	
	Ades.1	Ades.2		
Pinus Caribea variedade Hondurensis.	54	54	54	162
Eucalipto Grandis.	54	54	54	162
Total	108	108	108	324

Nota1: Ades.1 = Adesivo CASCOPHEN RS-216-M.

Ades.2 = Adesivo poliuretano à base de óleo de mamona.

Nota 2: Para cada 2 corpos-de-prova dinâmicos foi retirado 1 estático, para definir a resistência de referência.

Tabela 5.2- Número de corpos-de-prova adicionais usados para os ensaios cíclicos, realizados no LaMEM, 2000.

Espécie.	Ensaio cíclico.		Total.
	Madeira com emendas dentadas (Ades.2).	Madeira sem emendas.	
Pinus Caribea variedade Hondurensis.	18	12	30
Eucalipto Grandis.	18	12	30
Total	36	24	60

Nota1: Ades.2 = Adesivo poliuretano à base de óleo de mamona.

Nota 2: Para cada 2 corpos-de-prova dinâmicos foi retirado 1 estático, para definir a resistência de referência.

Figura 5.2 – Dimensões da geometria da emenda (a) e do corpo-de-prova (b) de resistência à tração nas emendas dentadas (MACÊDO, 2000).

5.5. Execução dos ensaios.

A execução dos ensaios estáticos e cíclicos foi realizada na máquina universal de ensaios DARTEC M1000/RC do LaMEM. Os ensaios estáticos em corpos-de-prova de madeira sem emendas e com emendas dentadas, seguiram as recomendações prescritas na NBR 7190/97 e MACÊDO (1996). Os dados obtidos nos ensaios estáticos dos corpos-de-prova gêmeos foram utilizados para estabelecer os níveis de tensão máxima e mínima para os ensaios de fadiga na tração. Desta maneira, os níveis de tensão, máximos para os carregamentos cíclicos foram de 90%, 75% e 60% da resistência do material (f_{t0}), estimados nos ensaios estáticos dos corpos-de-prova gêmeos, sendo que o nível mínimo da tensão ($\sigma_{\min}$) foi de 10% do máximo ($0,10 \sigma_{\max}$). Nos ensaios cíclicos se utilizaram ciclos de tensões flutuantes de forma senoidal, considerando frequências de 1; 5 e 9 HZ para os corpos-de-prova. O procedimento e os resultados dos ensaios estáticos utilizados são parte do trabalho de MACÊDO (1996) sobre ensaios estáticos de tração paralela em MLC. O programa de

ensaios foi definido utilizando um planejamento estatístico de experimento, com base na fundamentação teórica apresentada no capítulo 4, sendo válido tanto para os corpos-de-prova de tração com emendas dentadas quanto para os corpos-de-prova de madeira sem emendas.

5.6. Planejamento Estatístico.

Para o problema em estudo se utilizou um planejamento fatorial 3^2 , no qual estuda-se o número total de ciclos até a falha N (variável resposta) considerando-se seis réplicas e utilizando combinações de dois fatores (tensão e frequência), cada uma testada com três níveis. Os níveis para cada fator, assim como a codificação para cada nível é dada na Tabela 5.3, onde os códigos -1, 0 e 1, se obtêm pela equação (4.7), da seguinte maneira:

$$x_i^c = \frac{x_i^* - 75}{15}, \quad x_2^c = \frac{x_2^* - 5}{4}, \quad \text{onde,}$$

$$\bar{x}_1^* = \frac{60 + 75 + 90}{3} = 75, \quad \bar{x}_2^* = \frac{1 + 5 + 9}{3} = 5, \quad s_1^* = 75 - 60 = 15 \quad \text{e} \quad s_2^* = 5 - 1 = 4.$$

Tabela 5.3- Número de ciclos, sob três níveis de tensões e três tipos de frequências.

Código dos níveis.	x_i^c	-1	0	1
Tensão (S) em %.	x_1^*	60	75	90
Frequência (f) em %.	x_2^*	1	5	9

5.7. Procedimento estatístico.

O procedimento estatístico a ser utilizado para o modelo polinomial ortogonal múltiplo, será realizado considerando duas distribuições de probabilidades, a saber, a distribuição normal e a distribuição de Birnbaum-Saunders, isto é, considerando uma distribuição de probabilidade simétrica e assimétrica, respectivamente. Para ambas distribuições é considerada uma análise clássica.

CAPÍTULO 6

RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados os resultados dos ensaios cíclicos em corpos-de-prova de madeira sem emendas e com emendas dentadas. Estes dados serão utilizados para testar os modelos estatísticos propostos. No apêndice H são apresentados os valores de resistência à tração (f_{c0}).

6.1. Corpos-de-prova sem emendas.

Nas Tabelas 6.1 e 6.2 são apresentados os resultados experimentais, considerando-se a notação dada na Tabela 5.3, para os dados dos números de ciclos correspondentes à vida à fadiga nos corpos-de-prova sem emendas, com os fatores tensão e frequência, para as espécies de *Pinus Caribea* variedade *Hondurensis* e *Eucalipto Grandis*.

Tabela 6.1- Dados da vida à fadiga nos corpos-de-prova sem emendas, para a espécie de *Pinus Caribea* variedade *Hondurensis*, obtidos no LaMEM (MACÊDO, 2000).

Ensaio (i)	RESPOSTA (N).						Fatores	
	N_{i1}	N_{i2}	N_{i3}	N_{i4}	N_{i5}	N_{i6}	S (%)	f (HZ)
1	211480	430899	204017	229270	252510	400197	60	1
2	93432	118610	178388	66818	72917	87134	75	1
3	91	57	21	139	113	87	90	1
4	900005	703389	1794615	1149067	1382568	791034	60	5
5	360056	124050	309413	163539	253120	219832	75	5
6	187	417	348	617	584	381	90	5
7	793417	1106942	1814582	1264336	1330109	1016584	60	9
8	150375	241314	454026	264474	297954	373929	75	9
9	103	325	649	619	669	925	90	9

Tabela 6.2- Dados da vida à fadiga nos corpos-de-prova sem emendas, para a espécie de Eucalipto Grandis, obtidos no LaMEM (MACÊDO, 2000).

Ensaio (i)	RESPOSTA (N).						Fatores	
	N_{i1}	N_{i2}	N_{i3}	N_{i4}	N_{i5}	N_{i6}	S (%)	f (HZ)
1	300060	447727	256633	483367	428444	180865	60	1
2	153472	124896	81872	94734	77639	114332	75	1
3	13	45	204	104	34	134	90	1
4	1601572	902906	1310678	867411	1413229	1887691	60	5
5	339606	255226	356979	249317	182182	290385	75	5
6	181	120	236	639	594	897	90	5
7	963383	1367100	1410236	1145759	1145760	1535709	60	9
8	175454	241199	310731	473653	332578	329510	75	9
9	355	157	430	284	745	1077	90	9

6.2. Corpos-de-prova com emendas dentadas.

Nas Tabelas 6.3 a 6.6 são apresentados os resultados experimentais, considerando-se a notação dada na Tabela 5.3, para os dados dos números de ciclos correspondentes à vida à fadiga, nos corpos-de-prova com emendas dentadas, com os fatores tensão e frequência, para as espécies de Pinus caribea variedade hondurensis e Eucalipto grandis, utilizando os adesivos CASCOPHEN-RS-216M e poliuretano à base de óleo de mamona.

Tabela 6.3- Dados da vida à fadiga dos corpos-de-prova com emendas dentadas, para a espécie de Pinus Caribea variedade Hondurensis com o adesivo CASCOPHEN RS-216M, obtidos no LaMEM (MACÊDO, 2000).

Ensaio (i)	RESPOSTA (N).						Fatores	
	N_{i1}	N_{i2}	N_{i3}	N_{i4}	N_{i5}	N_{i6}	S (%)	f (HZ)
1	20007	25001	8232	32240	21424	25254	60	1
2	4368	2738	3150	6003	5001	3027	75	1
3	85	34	48	110	25	75	90	1
4	50144	27771	30155	60000	50018	50178	60	5
5	14019	12315	10692	3374	6667	7655	75	5
6	272	145	98	138	202	542	90	5
7	80000	60348	67514	120062	78108	105919	60	9
8	26214	47513	25374	35325	15180	7027	75	9
9	364	301	92	473	121	279	90	9

Tabela 6.4- Dados da vida à fadiga dos corpos-de-prova com emendas dentadas, para a espécie de Eucalipto Grandis com o adesivo CASCOPHEN RS-216M, obtidos no LaMEM (MACÊDO, 2000).

Ensaio (i)	RESPOSTA (N).						Fatores	
	N_{i1}	N_{i2}	N_{i3}	N_{i4}	N_{i5}	N_{i6}	S (%)	f (HZ)
1	30000	26052	16135	36250	25161	16019	60	1
2	6007	2924	6014	2075	4321	5378	75	1
3	69	31	108	67	49	40	90	1
4	50073	35106	26022	66561	21410	47202	60	5
5	9205	4138	13371	6027	10327	9535	75	5
6	325	264	139	216	413	335	90	5
7	80135	40166	70910	101142	104429	95920	60	9
8	25796	51125	30239	10556	17613	31451	75	9
9	627	155	198	400	130	203	90	9

Tabela 6.5- Dados da vida à fadiga dos corpos-de-prova com emendas dentadas, para a espécie de Pinus Caribea variedade Hondurensis com o adesivo poliuretano à base de óleo de mamona, obtidos no LaMEM (MACÊDO, 2000).

Ensaio (i)	RESPOSTA (N).						Fatores	
	N_{i1}	N_{i2}	N_{i3}	N_{i4}	N_{i5}	N_{i6}	S (%)	f (HZ)
1	20269	28210	32824	18370	18865	33526	60	1
2	3459	7229	6337	4237	5445	2513	75	1
3	58	38	19	78	90	81	90	1
4	40011	48331	45326	72388	38887	31605	60	5
5	10095	3295	13724	9144	9127	4138	75	5
6	256	201	96	276	544	139	90	5
7	105933	89235	37879	104860	34625	122984	60	9
8	24629	20084	33358	22472	18430	15161	75	9
9	193	157	328	260	509	286	90	9

Tabela 6.6- Dados da vida à fadiga dos corpos-de-prova com emendas dentadas, para a espécie de Eucalipto Grandis com o adesivo poliuretano à base de óleo de mamona, obtidos no LaMEM (MACÊDO, 2000).

Ensaio (i)	RESPOSTA (N).						Fatores	
	N_{i1}	N_{i2}	N_{i3}	N_{i4}	N_{i5}	N_{i6}	S (%)	f (HZ)
1	32412	16138	20073	25765	46278	9654	60	1
2	6452	6349	3798	3199	6294	4255	75	1
3	72	49	11	56	155	53	90	1
4	67434	50000	20788	63208	46081	44230	60	5
5	12764	7386	9640	5268	5624	8561	75	5
6	234	214	116	212	509	387	90	5
7	70819	108540	117265	39331	97100	62769	60	9
8	26638	21256	18870	15358	38047	8099	75	9
9	295	247	318	159	321	593	90	9

6.3. Corpos-de-prova sem emendas complementais.

Tabela 6.7- Dados complementais da vida à fadiga dos corpos-de-prova sem emendas, para a espécie de Pinus Caribea variedade Hondurensis, obtidos no LaMEM, no 2000.

Ensaio (i)	RESPOSTA (N).		Fatores	
	N_{ii}	N_{i2}	S (%)	f (HZ)
1	4939830	2454319	60	13
2	299297	198314	75	13
3	1819	1186	90	13
4	7185056	10000000	60	17
5	689235	363015	75	17
6	3845	2536	90	17

Nota: os ensaios foram limitados em 10.000.000 ciclos, portanto o corpo-de-prova do ensaio 4 da segunda réplica do Pinus Caribea variedade Hondurensis, não rompeu.

Tabela 6.8- Dados complementais da vida à fadiga dos corpos-de-prova sem emendas, para a espécie de Eucalipto Grandis, obtidos no LaMEM, no 2000.

Ensaio (i)	RESPOSTA (N).		Fatores	
	N_{ii}	N_{i2}	S (%)	f (HZ)
1	2939418	4367251	60	13
2	304819	159369	75	13
3	1617	1378	90	13
4	9654185	6739416	60	17
5	723655	251914	75	17
6	4369	1897	90	17

6.4. Corpos-de-prova com emendas dentadas complementais, coladas com o adesivo poliuretano à base de óleo de mamona.

Tabela 6.9- Dados complementais da vida à fadiga dos corpos-de-prova com emendas dentadas para a espécie de Pinus Caribea variedade Hondurensis, obtidos no LaMEM no 2000.

Ensaio (i)	RESPOSTA (N).			Fatores	
	N_{ii}	N_{i2}	N_{i3}	S (%)	f (HZ)
1	152545	276374	411545	60	13
2	8701	33606	53628	75	13
3	1575	793	1167	90	13
4	663539	975417	138681	60	17
5	83413	55149	22316	75	17
6	4637	1015	2904	90	17

Tabela 6.10- Dados complementais da vida à fadiga dos corpos-de-prova com emendas dentadas para a espécie de Eucalipto Grandis, obtidos no LaMEM no 2000.

Ensaio (i)	RESPOSTA (N).			Fatores	
	N_{i1}	N_{i2}	N_{i3}	S (%)	f (HZ)
1	435024	85950	239367	60	13
2	15819	22614	38147	75	13
3	1832	1079	644	90	13
4	339417	751262	418839	60	17
5	78531	61343	11090	75	17
6	2513	1819	3197	90	17

CAPITULO 7

ANÁLISE E DISCUSSÕES

Neste capítulo são apresentadas as análises e discussões dos ensaios cíclicos em corpos-de-prova de madeira sem emendas e com emendas dentadas, considerando a distribuição normal e a distribuição de Birnbaum-Saunders.

7.1. Considerando a distribuição normal.

7.1.1. Verificação da adequabilidade do modelo dado pela eq. (4.37).

A análise dos dados, para os números de ciclos correspondentes às vidas à fadiga em corpos-de-prova de madeira sem emendas e com emendas para as espécies e adesivos considerados, se inicia com a verificação da adequabilidade do modelo, utilizando o procedimento apresentado na seção 4.3.3.4, ou seja, realizando uma análise dos resíduos deste modelo.

Assim, para verificar a igualdade de variância, foram utilizados gráficos de resíduos contra os valores estimados. As Figuras 7.1, 7.3 e 7.5 exemplificam estes gráficos, e mostram que os mesmos apresentam uma forma de funil, indicando um aumento da variância, e portanto, deve ser feita uma transformação dos dados, para ver se é possível estabilizá-la.

Para verificar a distribuição normal, utilizamos gráficos dos escores normais. As Figuras 7.2, 7.4 e 7.6 exemplificam estes gráficos, e pode ser observado que os

pontos não estão localizados ao longo de uma reta, o que indica que os resíduos do modelo não seguem uma distribuição normal.

O aumento da variância e a falta de normalidade se observam em todos os resultados deste trabalho, o qual pode ser verificado nos gráficos apresentados no apêndice E.

Figura 7.1– Gráfico dos resíduos contra os valores estimados, para os dados da Tabela 6.1.

Figura 7.2 – Gráfico dos resíduos contra os escores normais, para os dados da Tabela 6.1.

Figura 7.3– Gráfico dos resíduos contra os valores estimados, para os dados da Tabela 6.2.

Figura 7.4 – Gráfico dos resíduos contra os escores normais, para os dados da Tabela 6.2.

Figura 7.5– Gráfico dos resíduos contra os valores estimados, para os dados da Tabela 6.3.

Figura 7.6 – Gráfico dos resíduos contra os escores normais, para os dados da Tabela 6.3.

A seguir realiza-se uma transformação logarítmica dos dados ($\ln(N)$), e se constroem os gráficos dos resíduos contra valores estimados e os gráficos dos resíduos contra os escores normais, tal como se exemplifica nas Figuras 7.7 a 7.12.

Das Figuras 7.7, 7.9 e 7.11 pode-se concluir que a variância é constante. Porém, na Figura 7.7 se observa a presença de dois valores com resíduos pequenos (terceira réplica do terceiro ensaio, com $N = 21$, frequência 1 e tensão de 90; primeira réplica do nono ensaio, com $N = 103$, frequência 9 e tensão de 90), e na Figura 7.9 se destaca a presença de um valor com resíduo pequeno (primeira réplica do terceiro ensaio, com $N = 13$, $f = 1$ e tensão de 90). Neste trabalho, os valores dos resíduos considerados pequenos ou grandes são destacados com um quadrado, e correspondem aos valores dos resíduos que não pertencem ao intervalo de confiança 95%, isto é, $(0 \pm 1,96 \times s)$, onde s é o desvio padrão amostral.

Figura 7.7 – Gráfico dos resíduos contra os valores estimados, para os dados da Tabela 6.1 (transformados).

Figura 7.8 – Gráfico dos resíduos contra os escores normais para os dados da Tabela 6.1 (transformados).

Figura 7.9 – Gráfico dos resíduos contra os valores estimados, para os dados da Tabela 6.2 (transformados).

Figura 7.10 – Gráfico dos resíduos contra os escores normais para os dados da Tabela 6.2 (transformados).

Figura 7.11 – Gráfico dos resíduos contra os valores estimados para os dados da Tabela 6.3 (transformados).

Figura 7.12 – Gráfico dos resíduos contra os escores normais para os dados da Tabela 6.3 (transformados).

Nas Figuras 7.8, 7.10 e 7.12 se observa um comportamento aproximadamente linear, ou que indica que os resíduos seguem uma distribuição normal aproximada, a menos dos valores destacados anteriormente nas Figuras 7.7 e 7.9, porém não considerados problemáticos, para a utilização do modelo proposto dado pela eq. (4.37).

Para confirmar a suposição de normalidade indicada, dos dados transformados foi utilizado o teste estatístico de Shapiro (apêndice A) e se concluiu que a suposição de normalidade não foi rejeitada pelos dados amostrais considerados, nos níveis usuais ($0,01 < \alpha^* < 0,05$), conforme pode ser observado nas Figuras 7.13 a 7.15. A estabilidade da variância e a suposição de normalidade aproximada dos dados transformados, também se observou em todos os resultados deste trabalho, o qual pode ser verificado nos gráficos apresentados no apêndice E.

Figura 7.13- Gráfico de probabilidade Normal para os resíduos dos dados da Tabela 6.1 (transformados).

Figura 7.14- Gráfico de probabilidade Normal para os resíduos dos dados da Tabela 6.2 (transformados).

Figura 7.15- Gráfico de probabilidade Normal para os resíduos dos dados da Tabela 6.3 (transformados).

Portanto, da análise dos resíduos, pode-se concluir que é necessário fazer uma transformação logarítmica nos valores da variável resposta (N) e, de acordo com o planejamento proposto, uma codificação dos valores das variáveis independentes. Por conseguinte, para a análise dos dados deste trabalho, será considerada a transformação $\ln(N)$.

7.1.2. Comparações médias dos dados (transformados).

a) Espécies e adesivo.

Em média a vida à fadiga da madeira sem emendas da espécie Eucalipto Grandis é maior, porém com mais variabilidade que a da espécie Pinus Caribea variedade Hondurensis (Tabela 7.1).

Tabela 7.1- Valores médios, desvios padrões e intervalos de confiança da vida à fadiga em MPa , para os corpos-de-prova sem emendas dos dados transformados.

Espécie.	n	Média (MPa)	Desvio padrão.	Intervalo de confiança (95%).
Eucalipto Grandis.	54	10,388	3,745	(9,366 ; 11,411)
Pinus Caribea variedade Hondurensis.	54	10,344	3,622	(9,356 ; 11,333)

Observe que embora a vida à fadiga do Eucalipto Grandis seja maior em média, não é uma diferença estatisticamente significativa. Também em média a vida à fadiga dos dados de madeira com emendas dentadas é aproximadamente igual, quando se utiliza o adesivo poliuretano a base de óleo de mamona, para ambas espécies. Quando usamos o adesivo Cascophen, há uma pequena diminuição da resistência média à fadiga na espécie Pinus Caribea variedade Hondurensis (Figura 7.16 e Tabela 7.2), porém, não é uma diferença estatisticamente significativa.

Figura 7.16- Gráfico da vida média à fadiga em MPa dos dados transformados ($\ln(N)$), da madeira com emendas dentadas contra espécie.

Tabela 7.2- Valores médios, desvios padrões e intervalos de confiança da vida à fadiga em MPa , para a madeira com emendas dentadas dos dados transformados.

Espécie.	Adesivo	n	Média MPa	Desvio padrão.	Intervalo de confiança (95%)
Eucalipto Grandis.	Cascophen	54	8,273	2,516	(7,586 ; 8,960)
Eucalipto Grandis.	Mamona	54	8,274	2,518	(7,587 ; 8,962)
Pinus Caribea variedade Hondurensis.	Cascophen	54	8,217	2,569	(7,516 ; 8,919)
Pinus Caribea variedade Hondurensis.	Mamona	54	8,254	2,535	(7,562 ; 8,946)

Do anterior pode-se concluir que a vida à fadiga da madeira sem emendas independe das espécies estudadas, desde que os níveis de tensão sejam definidos em função de sua resistência. Esta conclusão também é válida para madeira com emendas dentadas das espécies utilizadas, e se pode observar, que o adesivo poliuretano a base de óleo de mamona, produz um pequeno aumento na vida à fadiga da madeira com emenda para as espécies utilizadas.

b) Frequência e tensão.

Em média a vida à fadiga da madeira sem emendas das espécies consideradas, aumenta quando a frequência aumenta, sendo que o comportamento da mesma é aproximadamente igual para as frequências (f) de 5 e 9 Hz , tal como se exemplifica na Figura 7.17. Este comportamento crescente também se observa na resistência média à fadiga dos dados de madeira com emendas dentadas, nas espécies e adesivos considerados. No entanto, há maior diferença nas frequências consideradas (Figuras 7.18 e 7.19).

Figura 7.17- Gráfico do efeito da f para os dados da Tabela 6.2.

Figura 7.18- Gráfico do efeito da f para os dados da Tabela 6.4.

Figura 7.19- Gráfico do efeito da f para os dados da Tabela 6.5.

Ao contrário da f , em média, a vida à fadiga da madeira sem emendas nas espécies consideradas, diminui quando a tensão aumenta em forma de curva, para os níveis considerados, sendo que o comportamento da mesma é significativamente menor para a tensão de 90, tal como se pode observar na Figura 7.20. Este comportamento decrescente também se observa na resistência média à fadiga dos dados de madeira com emendas dentadas, nas espécies e adesivos considerados (Figuras 7.21 e 7.22).

Da análise conjunta dos fatores, para as tensões e frequências utilizadas, se observa que há uma relação quadrática entre a resposta ($\ln(N)$) e as variáveis independentes utilizadas, ver por exemplo Figura 7.23. Também se observa esta relação ao comparar a madeira sem emendas com a madeira com emendas em função da tensão, para ambas espécies consideradas (Figuras 7.24 e 7.26).

Figura 7.20- Gráfico do efeito da S para os dados da Tabela 6.2.

Figura 7.21- Gráfico do efeito da S para os dados da Tabela 6.4.

Figura 7.22- Gráfico do efeito da S para os dados da Tabela 6.5.

Figura 7.23- Gráfico da interação entre S e f para todas as espécies com emendas.

Figura 7.24- Comparação da vida média à fadiga da madeira sem emendas e com emendas, para a espécie de Eucalyptus Grandis.

Figura 7.25- Comparação da vida média à fadiga da madeira sem emendas e com emendas, para a espécie de Pinus Caribea variedade Hondurensis.

Portanto, considerando as análises da seção 7.1.1 e os gráficos da parte (b) da seção 7.1.2, há evidência para a utilização do modelo dado pela eq. (4.37), nos dados de madeira sem emendas e com emendas.

7.1.3. Modelo Estatístico para os dados transformados.

Para determinar os efeitos dos fatores, será utilizado o modelo dado pela eq. (4.37), com os dados do N transformados e os valores dos fatores codificados. Esta utilização é exemplificada nos modelos dados pelas eqs. 7.1 a 7.3. No apêndice F encontram-se todos os modelos com suas respectivas tabelas, necessárias para realizar as inferências pertinentes a um modelo estatístico com distribuição normal. A seguir na eq. (7.1) apresenta-se este modelo, para a espécie *Pinus Caribea* variedade *Hondurensis*, na madeira sem emendas (Tabela 6.1), dado por:

$$\hat{y} = 10,344 - 4,001x_1^c + 0,723x_2^c - 0,885x_1^{2c} - 0,189x_2^{2c} + 0,091x_1^c x_2^c, \quad (7.1)$$

onde x_1^c representa a tensão e x_2^c a frequência.

Este modelo, tem um desvio padrão amostral de 0,4851 e um coeficiente de determinação de 98,4% ($R^2 = 98,4\%$). Além destes valores, na Tabela 7.3 apresentam-se os coeficientes das variáveis independentes, com seus respectivos desvios padrões (DP), valor da razão t_o e numero de observações (n).

Tabela 7.3- Coeficientes de regressão das variáveis independentes, DP, t_o , n , R^2 e s , para os dados do modelo da eq. (7.1).

Variável.	Coeficiente.	DP.	t_o
Constante	10,3445	0,0660	156,72
x_1^c	-4,00138	0,08084	-49,50
x_2^c	0,72345	0,08084	8,95
x_1^{2c}	-0,88545	0,04667	-18,97
x_2^{2c}	-0,18929	0,04667	-4,06
$x_1^c x_2^c$	0,09080	0,09901	0,92
$n = 54 \quad R^2 = 0,984 \quad s = 0,4851$			

Na Tabela 7.4, apresenta-se a soma de quadrados (SQ) e graus de liberdade (g.l.), para os dados do modelo da eq. (7.1).

Tabela 7.4- Soma de Quadrados (SQ) e graus de liberdade (g.l.) das variáveis independentes, para os dados do modelo da eq. (7.1).

Variável.	g.l.	SQ.
x_1^c	1	576,40
x_2^c	1	18,84
x_1^{2c}	1	84,67
x_2^{2c}	1	3,87
$x_1^c x_2^c$	1	0,20
Regressão	5	683,98
Resíduo	48	11,29

Na Tabela 7.5 apresentam-se os ensaios, réplica, valor transformado de N ($\ln(N)$), S , f e valor estimado de $\ln(N)$ pelo modelo da eq. 7.1 com seus respectivos resíduos (valores de resíduos pequenos).

Tabela 7.5- Ensaios, réplicas, $\ln(N)$, S , f , estimado e resíduo (valores com resíduos grande), para os dados do modelo da eq. (7.1).

Ensaio.	Réplica.	$\ln(N)$	S	f	Estimado.	Resíduo.
3	3	3,0445	90	1	4,4541	-1,4096
9	1	4,6347	90	9	6,0826	-1,4479

Do mesmo modo, utilizando a eq. (4.37), o modelo para espécie *Pinus Caribea* variedade *Hondurensis*, na madeira com emendas considerando o adesivo CASCOPHEN-RS-216M (Tabela 6.3) é dado por:

$$\hat{y} = 8,217 - 2,861x_1^c + 0,764x_2^c - 0,440x_1^{2c} - 0,053x_2^{2c} + 0,009x_1^c x_2^c \quad (7.2)$$

Este modelo tem um desvio padrão amostral de 0,5178 e um coeficiente de determinação de 96,3%. Além destes valores, nas Tabelas 7.6 e 7.7 se apresentam os coeficientes das variáveis independentes, com seus respectivos desvios padrões (DP), valor da razão t_o , e numero de observações (n), e a soma de quadrados (SQ) e graus de liberdade (g.l.), para os dados do modelo da eq. (7.2), respectivamente.

Tabela 7.6- Coeficientes de regressão das variáveis independentes, DP, t_o , n , R^2 e s , para os dados do modelo da eq. (7.2).

Variável.	Coeficiente.	DP.	t_o
Constante	8,21723	0,07047	116,61
x_1^c	-2,86146	0,08630	-33,16
x_2^c	0,76404	0,08630	8,85
x_1^{2c}	-0,43979	0,04983	-8,83
x_2^{2c}	-0,05328	0,04983	-1,07
$x_1^c x_2^c$	0,0092	0,1057	0,09
$n = 54 \quad R^2 = 0,963 \quad s = 0,5178$			

Tabela 7.7- Soma de Quadrados (SQ) e graus de liberdade (g.l.) das variáveis independentes, para os dados do modelo da eq. (7.2).

Variável.	g.l.	SQ.
x_1^c	1	294,767
x_2^c	1	21,015
x_1^{2c}	1	20,889
x_2^{2c}	1	0,307
$x_1^c x_2^c$	1	0,002
Regressão	5	336,980
Resíduo	48	12,871

Também utilizando a eq. (4.37), o modelo para espécie Eucalipto Grandis, na madeira com emendas considerando o adesivo poliuretano à base de óleo de mamona (Tabela 6.6) é dado por:

$$\hat{y} = 8,274 - 2,807x_1^c + 0,731x_2^c - 0,416x_1^{2c} - 0,065x_2^{2c} + 0,129x_1^c x_2^c, \quad (7.3)$$

com um desvio padrão amostral de 0,5285 e um coeficiente de determinação de 96,0% ($R^2 = 96,0\%$). Na Tabela 7.8, se apresentam os coeficientes das variáveis independentes, com seus respectivos DP, valor da razão t_o , e numero de observações (n), para os dados do modelo da eq. (7.3).

Tabela 7.8- Coeficientes de regressão das variáveis independentes, DP, t_o , n , R^2 e s , para os dados do modelo da eq. (7.3).

Variável.	Coefficiente.	DP.	t_o
Constante	8,27423	0,07192	115,05
x_1^c	-2,80724	0,08808	-31,87
x_2^c	0,73079	0,08808	8,30
x_1^{2c}	-0,41633	0,05085	-8,19
x_2^{2c}	-0,06531	0,05085	-1,28
$x_1^c x_2^c$	0,1287	0,1079	1,19
$N = 54 \quad R^2 = 0,960 \quad s = 0,5285$			

Na Tabela 7.9 se apresenta a soma de quadrados (SQ) e graus de liberdade (g.l.), para os dados do modelo da eq. (7.3), e na Tabela 7.10 se apresentam os ensaios, réplica, valor transformado de N ($\ln(N)$), S , f e valor estimado de $\ln(N)$ pelo modelo da eq. (7.3) com seus respectivos resíduos (valores de resíduos pequenos).

Tabela 7.9- Soma de Quadrados (SQ) e graus de liberdade (g.l.) das variáveis independentes, para os dados do modelo da eq. (7.3).

Variável.	g.l.	SQ.
x_1^c	1	283,702
x_2^c	1	19,226
x_1^{2c}	1	18,720
x_2^{2c}	1	0,461
$x_1^c x_2^c$	1	0,398
Regressão	5	322,506
Resíduo	48	13,407

Tabela 7.10- Ensaios, réplicas, $\ln(N)$, S , f , estimado e resíduo (valores com resíduos grande), para os dados do modelo da eq. (7.3).

Ensaio.	Réplica.	$\ln(N)$	S	f	Estimado.	Resíduo.
3	3	2,3979	90	1	4,1258	-1,7279

Da análise das Tabelas 7.3 a 7.10, se observa que os efeitos lineares (x_1^c) e quadráticos (x_1^{2c}) da S no logaritmo do número total de ciclos até a falha ($\ln(N)$)

são altamente significativos, sendo o efeito linear (x_1^e) da S relativamente grande quando comparado com o efeito quadráticos, enquanto que a f somente tem efeito linear (x_2^e) no número total de ciclos até a falha. O efeito da interação entre a S e a frequência ($x_1^e x_2^e$) não é significativa, isto é, não existe interação entre os dois fatores.

Os modelos dados pelas eqs. (7.1), (7.2) e (7.3) são adequados, como pode ser observado nos gráficos dos resíduos e os valores dos coeficientes de determinação. Estes modelos permitem estimar o número de ciclos em função da S e da f para os dados obtidos, ou para extrapolar valores não determinados. Nas Tabelas 7.12, 7.14, 7.16 e 7.18 exemplificam-se estas extrapolações ($\hat{y}_0$) obtidas com a eq. (4.33), com seus respectivos desvios padrões de $\hat{y}_0$ ($DP(\hat{y}_0)$) e intervalos de previsão a 95% para $\hat{y}_0$ ($IP(95\%)$), estimados com a eq. (4.34); considerando frequências de 13HZ e 17HZ, e tensões de 60, 75 e 90%. Nas Tabelas 7.11, 7.13, 7.15 e 7.17 são apresentados os valores médios, desvios padrões e os intervalos de confiança a 95%, para os dados das Tabelas 6.7, 6.8, 6.9 e 6.10 (transformados), obtidos experimentalmente.

Tabela 7.11- Valores médios ($\bar{y}$), desvios padrões (DP) e intervalos de confiança a 95%, para os dados da Tabela 6.7 (transformados).

Ensaio (i)	RESPOSTA ($y = \ln(N)$).				Fatores	
	p^*	$\bar{y}$	DP	IC(95%)	S	f
1	2	15,063	0,495	(10,619 ; 19,507)	60	13
2	2	12,403	0,291	(9,789 ; 15,018)	75	13
3	2	7,292	0,302	(4,575 ; 10,009)	90	13
4	2	15,953	0,234	(13,853 ; 18,053)	60	17
5	2	13,123	0,453	(9,050 ; 17,196)	75	17
6	2	8,046	0,294	(5,402 ; 10,691)	90	17

Tabela 7.12- Extrapolação ($\hat{y}_0 = \ln(\hat{N})$) utilizando o modelo dado pela eq. (7.1), com f de 13HZ e 17HZ, e S de 60, 75 e 90%; $DP(\hat{y}_0)$ e $IP(95\%)$.

S	f	$\hat{y}_0$	$DP(\hat{y}_0)$	$IP(95\%)$
60	13	13,9686	0,3366	(12,7815 ; 15,1557)
75	13	11,0342	0,2556	(9,9318 ; 12,1367)
90	13	6,3290	0,3366	(5,1419 ; 7,5161)
60	17	13,6548	0,5802	(12,1343 ; 15,1753)
75	17	10,8113	0,4895	(9,4256 ; 12,1969)
90	17	6,1968	0,5802	(4,6763 ; 7,7173)

Tabela 7.13- Valores médios ($\bar{y}$), desvios padrões (DP) e intervalos de confiança a 95%, para os dados da Tabela 6.8 (transformados).

Ensaio (i)	RESPOSTA $y = \ln(N)$				Fatores	
	p^*	$\bar{y}$	DP	IC(95%)	S	f
1	2	15,092	0,280	(12,576 ; 17,607)	60	13
2	2	12,303	0,459	(8,183 ; 16,423)	75	13
3	2	7,3084	0,1131	(6,292 ; 8,324)	90	13
4	2	15,903	0,254	(13,620 ; 18,187)	60	17
5	2	12,964	0,746	(6,260 ; 19,668)	75	17
6	2	7,965	0,590	(2,665 ; 13,265)	90	17

Tabela 7.14- Extrapolação ($\hat{y}_0 = \ln(\hat{N})$) utilizando o modelo dado pela eq. (7.23), do apêndice B, com f de 13HZ e 17HZ, e S de 60, 75 e 90%; $DP(\hat{y}_0)$ e $IP(95\%)$.

S	f	$\hat{y}_0$	$DP(\hat{y}_0)$	$IP(95\%)$
60	13	13,8961	0,3788	(12,5600 ; 15,2322)
75	13	10,9750	0,2877	(9,7341 ; 12,2159)
90	13	6,2173	0,3788	(4,8812 ; 7,5534)
60	17	13,4127	0,6530	(11,7013 ; 15,1241)
75	17	10,6377	0,5510	(9,0781 ; 12,1973)
90	17	6,0261	0,6530	(4,3147 ; 7,7375)

Tabela 7.15- Valores médios ($\bar{y}$), desvios padrões (DP) e intervalos de confiança a 95%, para os dados da Tabela 6.9 (transformados).

Ensaio (i)	RESPOSTA $y = \ln(N)$				Fatores	
	p^*	$\bar{y}$	DP	IC(95%)	S	f
1	3	12,464	0,499	(11,223 ; 13,705)	60	13
2	3	10,128	0,944	(7,782 ; 12,474)	75	13
3	3	7,033	0,344	(6,179 ; 7,888)	90	13
4	3	13,012	1,033	(10,446 ; 15,578)	60	17
5	3	10,754	0,674	(9,079 ; 12,429)	75	17
6	3	7,779	0,778	(5,847 ; 9,712)	90	17

Tabela 7.16- Extrapolação ($\hat{y}_0 = \ln(\hat{N})$) utilizando o modelo dado pela eq. (7.30), do apêndice B, com f de 13HZ e 17HZ, e S de 60, 75 e 90%; $DP(\hat{y}_0)$ e $IP(95\%)$.

S	f	$\hat{y}_0$	$DP(\hat{y}_0)$	$IP(95\%)$
60	13	11,6914	0,3351	(10,5096 ; 12,8732)
75	13	9,5284	0,2545	(8,4309 ; 10,6259)
90	13	6,5146	0,3351	(5,3328 ; 7,6964)
60	17	12,0898	0,5776	(10,5761 ; 13,6035)
75	17	10,0547	0,4874	(8,6752 ; 11,4341)
90	17	7,1688	0,5776	(5,6551 ; 8,6825)

Tabela 7.17- Valores médios ($\bar{y}$), desvios padrões (DP) e intervalos de confiança a 95%, para os dados da Tabela 6.10 (transformados).

Ensaio (i)	RESPOSTA ($y = \ln(N)$).				Fatores	
	p^*	$\bar{y}$	DP	IC(95%)	S	f
1	3	12,243	0,820	(10,206 ; 14,281)	60	13
2	3	10,081	0,443	(8,982 ; 11,181)	75	13
3	3	6,988	0,523	(5,690 ; 8,287)	90	13
4	3	13,070	0,412	(12,047 ; 14,093)	60	17
5	3	10,536	1,066	(7,888 ; 13,185)	75	17
6	3	7,802	0,283	(7,099 ; 8,505)	90	17

Tabela 7.18- Extrapolação ($\hat{y}_0 = \ln(\hat{N})$) utilizando o modelo dado pela eq. (7.3), com f de 13HZ e 17HZ, e S de 60, 75 e 90%; $DP(\hat{y}_0)$ e $IP(95\%)$.

S	f	$\hat{y}_0$	$DP(\hat{y}_0)$	$IP(95\%)$
60	13	11,6080	0,3667	(10,3146 ; 12,9014)
75	13	9,4746	0,2785	(8,2734 ; 10,6757)
90	13	6,5085	0,3667	(5,2151 ; 7,8018)
60	17	11,8835	0,6321	(10,2268 ; 13,5401)
75	17	9,8788	0,5334	(8,3691 ; 11,3885)
90	17	7,0414	0,6321	(5,3848 ; 8,6981)

Das projeções feitas com o modelo da eq. (4.37) para as frequências de 13 e 17HZ, pode-se concluir que os valores estimados estão próximos dos valores médios adicionais obtidos experimentalmente, observe que em geral $IP(95\%)$ dos valores estimados estão incluídos nos intervalos de confiança a 95%, obtidos experimentalmente (ver Tabelas 7.11 a 7.18). Cabe destacar que nos valores adicionais foram utilizadas apenas duas réplicas para o caso de madeira sem emendas e 3 réplicas para a madeira com emendas. Desta forma verifica-se experimentalmente a adequabilidade do modelo dado pela eq. (4.37), para a análise de dados de fadiga em madeira sem emendas das espécies utilizadas, e de madeira com emendas dentadas, das espécies e adesivos considerados.

7.1.4. Verificação do comportamento do modelo da eq. (4.37) pelos métodos de Bootstrap.

Para avaliar o comportamento do modelo polinomial ortogonal múltiplo da distribuição normal (eq. (4.37)), foram feitas simulações, pelos métodos de BR e BP, utilizando as eq. (4.40) e (4.41). Um resumo destas simulações é exemplificado nas

Tabela 7.19 e 7.20, considerando os dados da Tabela 6.1. Na Tabela 7.19, são apresentados os estimadores de mínimos quadrados (EMQ), os estimadores Bootstrap residual (EBR) e os estimadores Bootstrap de pares (EBP), com seus respectivos desvios padrões e vícios relativos (VR) para os EBR e EBP, de todos os parâmetros. Na Tabela 20, são apresentados os intervalos de confiança assintóticos (AS), BR e BP e também são apresentados os intervalos de confiança percentil para BR (PBR) e BP (PBP) de todos os parâmetros. Para obter os estimadores pontuais e por intervalos, utilizando os métodos de BR e BP foram consideradas 1000 iterações.

Cabe destacar que para realizar os cálculos dos métodos de BR e de BP, foi necessário elaborar um programa em MINITAB V. 13.

Tabela 7.19- EMQ, EBR, EBP, VREBR e VREBP dos parâmetros do modelo da eq. (4.37), para os dados da Tabela 6.1.

Método.	Parâmetro.					
	θ_0	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5
EMQ	10,3445 (0,0660)	-4,0014 (0,0808)	0,7234 (0,0808)	-0,8854 (0,0466)	-0,1893 (0,0466)	0,0908 (0,0990)
EBR	10,3415 (0,0629)	-4,0019 (0,0744)	0,7259 (0,0749)	-0,8861 (0,0434)	-0,1890 (0,0452)	0,0904 (0,0895)
EBP	10,3467 (0,0679)	-3,9981 (0,0890)	0,7187 (0,0885)	-0,8831 (0,0435)	-0,1875 (0,0429)	0,0911 (0,1181)
VREBR	-0,03	0,01	0,33	0,07	-0,17	-0,50
VREBP	0,02	-0,08	-0,66	-0,26	-0,96	0,33

Nota: Os valores entre parêntesis são os desvios padrão.

Tabela 7.20- Intervalos de confiança 90% AS, BR, BP, PBR e PBP, para todos os parâmetros, utilizando os dados das Tabelas 6.1 e 7.19.

Parâmetro.	Intervalo de confiança 90%.				
	AS	BR	BP	PBR	PBP
θ_0	(10,2362;10,4527)	(10,2383;10,4487)	(10,2355;10,4580)	(10,2364;10,4431)	(10,2314;10,4567)
θ_1	(-4,1340;-3,8688)	(-4,1239;-3,8799)	(-4,1441;-3,9816)	(-4,1296;-3,8808)	(-4,1493;-3,8564)
θ_2	(0,5909;0,8560)	(0,6031;0,8487)	(0,5735;0,8638)	(0,6011;0,8462)	(0,5676;0,8562)
θ_3	(-0,9620;-0,8089)	(-0,9573;-0,8149)	(-0,9545;-0,8118)	(-0,9581;-0,8128)	(-0,9548;-0,8138)
θ_4	(-0,2658;-0,1127)	(-0,2631;-0,1149)	(-0,2578;-0,1172)	(-0,2587;-0,1110)	(-0,2598;-0,1181)
θ_5	(-0,0716;0,2532)	(-0,0559;0,2367)	(-0,1026;0,2840)	(-0,0578;0,2334)	(-0,0997;0,2843)

Das Tabelas 7.19 e 7.20, pode-se concluir que os estimadores pontuais e por intervalos, obtidos pelos métodos de BR e BP, considerando 1000 iterações, estão bem próximos dos valores estimados pelo método dos mínimos quadrados, exceto para o parâmetro θ_4 , para o qual o desvio padrão obtido pelo método de BP é relativamente menor. Isto se deve provavelmente ao vício envolvido na estimação empírica deste parâmetro, que é relativamente menor quando comparado com o outro método.

A seguir constroem-se histogramas e gráficos quantil-quantil para as distribuições dos estimadores dos parâmetros obtidas via BR (EBR) e BP (EBP), tal como se exemplifica nas Figuras 7.26 a 7.49 e, a partir destes gráficos, pode-se concluir que a distribuição dos parâmetros é normal. Portanto, considerando uma transformação logarítmica dos dados originais da variável resposta e uma codificação das variáveis independentes dos dados obtidos experimentalmente e, pelos procedimentos de simulação de Bootstrap, podemos concluir que o modelo polinomial ortogonal múltiplo da distribuição normal, dado pela eq. (4.37) pode ser utilizado para a análise de dados de fadiga em corpos-de-prova de madeira.

Um comportamento similar foi observado nas outras simulações, com base nas Tabelas 6.2 a 6.6. Um resumo destes resultados e gráficos para as distribuições dos estimadores dos parâmetros obtidas via BR (EBR) e BP (EBP) é apresentado no apêndice G.

Figura 7.26 – Histograma de θ_0 (EBR).

Figura 7.27 – Gráfico quantil-quantil de θ_0 (EBR).

Figura 7.28 – Histograma de θ_1 (EBR). Figura 7.29 – Gráfico quantil-quantil de θ_1 (EBR). Figura 7.30 – Histograma de θ_2 (EBR). Figura 7.31 – Gráfico quantil-quantil de θ_2 (EBR). Figura 7.32 – Histograma de θ_3 (EBR). Figura 7.33 – Gráfico quantil-quantil de θ_3 (EBR).

Figura 7.34 – Histograma de θ_4 (EBR). Figura 7.35 – Gráfico quantil-quantil de θ_4 (EBR). Figura 7.36 – Histograma de θ_5 (EBR). Figura 7.37 – Gráfico quantil-quantil de θ_5 (EBR). Figura 7.38 – Histograma de θ_0 (EBP). Figura 7.39 – Gráfico quantil-quantil de θ_0 (EBP).

Figura 7.40 – Histograma de θ_1 (EBP). Figura 7.41 – Gráfico quantil-quantil de θ_1 (EBP). Figura 7.42 – Histograma de θ_2 (EBP). Figura 7.43 – Gráfico quantil-quantil de θ_2 (EBP). Figura 7.44 – Histograma de θ_3 (EBP). Figura 7.45 – Gráfico quantil-quantil de θ_3 (EBP).

Figura 7.46 – Histograma de θ_4 (EBP). Figura 7.47 – Gráfico quantil-quantil de θ_4 (EBP). Figura 7.48 – Histograma de θ_5 (EBP). Figura 7.49 – Gráfico quantil-quantil de θ_5 (EBP).

7.2. Considerando a distribuição de Birnbaum-Saunders.

Para a análise dos dados consideramos uma transformação logarítmica dos dados da variável dependente ($y = \ln(N)$) e uma codificação das variáveis independentes. Esta análise é resumida nas Tabelas 7.21 a 7.26, onde se representam os estimadores de máxima verossimilhança (EMV) obtidos numericamente, utilizando as eqs. (4.57) a (4.64), com seus desvios padrões (DP) e com seus respectivos intervalos de confiança (IC) 90% para os parâmetros, considerando as eqs. (4.80) e (4.81). Para comparar os resultados, nas Tabelas 7.21 a 7.26, também são apresentados os estimadores de mínimos quadrados (EMQ) obtidos com o modelo dado pela eq. (4.37).

Das Tabelas 7.21 a 7.26 pode-se observar que os valores das estimativas pontuais para os parâmetros estudados são muito próximos. Porém, de acordo com os intervalos de confiança para os parâmetros, observa-se que há melhor precisão nas inferências dos resultados utilizando a distribuição de Birnbaum-Saunders, pois a variâncias estimadas dos parâmetros obtidas considerando a distribuição de Birnbaum-Saunders são aproximadamente menores que as obtidas pela utilização da distribuição normal (9, 11 e 12% para os dados das tabelas 6.1, 6.2, 6.6; 6.3, 6.5 e 6.4, respectivamente), dos dados considerados, embora esta distribuição tenha um parâmetro a mais que a distribuição normal. Também, os gráficos dos quantil-quantil dos resíduos estimados (Figuras 7.50 a 7.61) mostram que o modelo da distribuição de Birnbaum-Saunders estima melhor os dados, pois os desvios padrões deste modelo são menores. Outra vantagem deste modelo é que a distribuição de Birnbaum-Saunders foi derivada para o estudo da fadiga (BIRNBAUM, 1969 a).

Cabe destacar que, para realizar os cálculos da distribuição de Birnbaum-Saunders, foram desenvolvidos dois programas computacionais, um em DELPHI V. 4 e outro em MINITAB V. 13. No primeiro é necessário apenas entrar os dados da variável resposta (número de ciclos até a falha), e no segundo deve-se entrar a matriz codificada ortogonalizada com réplicas, N e o número de réplicas, estes programas serão devidamente documentados para sua utilização na área de fadiga de madeiras e derivados.

Tabela 7.21- Estimador, DP e IC dos parâmetros dos modelos polinomiais ortogonais múltiplos da distribuição de Birnbaum-Saunders e distribuição normal, para os dados da Tabela 6.1.

Parâmetro	EMV			EMQ		
	Estimador	DP	IC (90%)	Estimador	DP	IC (90%)
θ_0	10,3295	0,0629	(10,2263 ; 10,4327)	10,3445	0,0660	(10,2362 ; 10,4527)
θ_1	-4,0248	0,0771	(-4,1513 ; -3,8985)	-4,0014	0,0808	(-4,1339 ; -3,8689)
θ_2	0,7204	0,0771	(0,5941 ; 0,8470)	0,7234	0,0808	(0,5909 ; 0,8560)
θ_3	-0,8926	0,0445	(-0,9657 ; -0,8197)	-0,8854	0,0466	(-0,9619 ; -0,8090)
θ_4	-0,1955	0,0445	(-0,2686 ; -0,1226)	-0,1893	0,0466	(-0,2657 ; -0,1129)
θ_5	0,0921	0,0944	(-0,0627 ; 0,2470)	0,0908	0,0990	(-0,0716 ; 0,2532)
α	0,4754	0,0457	(0,4004 ; 0,5504)			

Tabela 7.22- Estimador, DP e IC dos parâmetros dos modelos polinomiais ortogonais múltiplos da distribuição de Birnbaum-Saunders e da distribuição normal, para os dados da Tabela 6.2.

Parâmetro	EMV			EMQ		
	Estimador	DP	IC (90%)	Estimador	DP	IC (90%)
θ_0	10,3790	0,0707	(10,2631 ; 10,4950)	10,3882	0,0743	(10,2664 ; 10,5101)
θ_1	-4,1416	0,0866	(-4,2836 ; -3,9995)	-4,1315	0,0910	(-4,2808 ; -3,9823)
θ_2	0,7310	0,0866	(0,5889 ; 0,8730)	0,7139	0,0910	(0,5646 ; 0,8631)
θ_3	-0,9227	0,0500	(-1,0048 ; -0,8407)	-0,9183	0,0525	(-1,0044 ; -0,8322)
θ_4	-0,2176	0,0500	(-0,2996 ; -0,1356)	-0,2102	0,0525	(-0,2963 ; -0,1241)
θ_5	0,1708	0,1061	(-0,0032 ; 0,3447)	0,1461	0,1114	(-0,0366 ; 0,3288)
α	0,5381	0,0518	(0,4532 ; 0,6230)			

Tabela 7.23- Estimador, DP e IC dos parâmetros dos modelos polinomiais ortogonais múltiplos da distribuição de Birnbaum-Saunders e da distribuição normal, para os dados da Tabela 6.3.

Parâmetro	EMV			EMQ		
	Estimador	DP	IC (90%)	Estimador	DP	IC (90%)
θ_0	8,2126	0,0665	(8,1035 ; 8,3216)	8,2172	0,0705	(8,1016 ; 8,3328)
θ_1	-2,8596	0,0814	(-2,9932 ; -2,7261)	-2,8615	0,0863	(-3,0030 ; -2,7110)
θ_2	0,7622	0,0814	(0,6286 ; 0,8957)	0,7640	0,0863	(0,6225 ; 0,9055)
θ_3	-0,4380	0,0470	(-0,5151 ; -0,3609)	-0,4398	0,0498	(-0,5215 ; -0,3581)
θ_4	-0,0592	0,0470	(-0,1363 ; -0,0180)	-0,0533	0,0498	(-0,1350 ; 0,0284)
θ_5	-0,0017	0,0997	(-0,1652 ; 0,1619)	0,0092	0,1057	(-0,1642 ; 0,1826)
α	0,5038	0,0484	(0,4243 ; 0,5834)			

Tabela 7.24- Estimador, DP e IC dos parâmetros dos modelos polinomiais ortogonais múltiplos da distribuição de Birnbaum-Saunders e da distribuição normal, para os dados da Tabela 6.4.

Parâmetro	EMV			EMQ		
	Estimador	DP	IC (90%)	Estimador	DP	IC (90%)
θ_0	8,2699	0,0638	(8,1652 ; 8,3746)	8,2729	0,0682	(8,1610 ; 8,3848)
θ_1	-2,7981	0,0782	(-2,9264 ; -2,6699)	-2,7999	0,0836	(-2,9370 ; -2,6628)
θ_2	0,7420	0,0782	(0,6138 ; 0,8702)	0,7410	0,0836	(0,6039 ; 0,8781)
θ_3	-0,4408	0,0451	(-0,5148 ; -0,3668)	-0,4403	0,0482	(-0,5194 ; -0,3612)
θ_4	-0,0546	0,0451	(-0,1286 ; 0,0194)	-0,0543	0,0482	(-0,1334 ; 0,0248)
θ_5	0,0678	0,0958	(-0,0892 ; 0,2249)	0,0698	0,1023	(-0,0980 ; 0,2376)
α	0,4826	0,0464	(0,4064 ; 0,5587)			

Tabela 7.25- Estimador, DP e IC dos parâmetros dos modelos polinomiais ortogonais múltiplos da distribuição de Birnbaum-Saunders e da distribuição normal, para os dados da Tabela 6.5.

Parâmetro	EMV			EMQ		
	Estimador	DP	IC (90%)	Estimador	DP	IC (90%)
θ_0	8,2484	0,0621	(8,1465 ; 8,3502)	8,2542	0,0657	(8,1464 ; 8,3620)
θ_1	-2,8419	0,0761	(-2,9666 ; -2,7171)	-2,8443	0,0805	(-2,9763 ; -2,7123)
θ_2	0,7146	0,0761	(0,5898 ; 0,8394)	0,7110	0,0805	(0,5790 ; 0,8430)
θ_3	-0,4212	0,0439	(-0,4932 ; -0,3491)	-0,4254	0,0465	(-0,5017 ; -0,3491)
θ_4	-0,0413	0,0439	(-0,1134 ; 0,0307)	-0,0369	0,0465	(-0,1132 ; 0,0394)
θ_5	0,1401	0,0932	(-0,0127 ; 0,2929)	0,1279	0,0986	(-0,0338 ; 0,2896)
α	0,4688	0,0451	(0,3948 ; 0,5428)			

Tabela 7.26- Estimador, DP e IC dos parâmetros dos modelos polinomiais ortogonais múltiplos da distribuição de Birnbaum-Saunders e da distribuição normal, para os dados da Tabela 6.6.

Parâmetro	EMV			EMQ		
	Estimador	DP	IC (90%)	Estimador	DP	IC (90%)
θ_0	8,2619	0,0686	(8,1494 ; 8,3743)	8,2742	0,0719	(8,1563 ; 8,3921)
θ_1	-2,8174	0,0840	(-2,9551 ; -2,6796)	-2,8072	0,0881	(-2,9517 ; -2,6627)
θ_2	0,7485	0,0840	(0,6107 ; 0,8863)	0,7308	0,0881	(0,5863 ; 0,8753)
θ_3	-0,4213	0,0485	(-0,5009 ; -0,3418)	-0,4163	0,0509	(-0,4998 ; -0,3328)
θ_4	-0,0740	0,0485	(-0,1536 ; 0,0055)	-0,0653	0,0509	(-0,1488 ; 0,0182)
θ_5	0,1559	0,1029	(-0,0128 ; 0,3246)	0,1287	0,1079	(-0,0483 ; 0,3057)
α	0,5208	0,0511	(0,4386 ; 0,6030)

Figura 7.50 – Gráfico quantil-quantil dos resíduos para os dados da tabela 6.1, considerando o modelo da distribuição de Birnbaum-Saunders.

Figura 7.51 – Gráfico quantil-quantil dos resíduos para os dados da tabela 6.1, considerando o modelo da distribuição normal.

Figura 7.52 – Gráfico quantil-quantil dos resíduos para os dados da tabela 6.2, considerando o modelo da distribuição de Bimbaum-Saunders.

Figura 7.53 – Gráfico quantil-quantil dos resíduos para os dados da tabela 6.2, considerando o modelo da distribuição normal.

Figura 7.54 – Gráfico quantil-quantil dos resíduos para os dados da tabela 6.3, considerando o modelo da distribuição de Bimbaum-Saunders.

Figura 7.55 – Gráfico quantil-quantil dos resíduos para os dados da tabela 6.3, considerando o modelo da distribuição normal.

Figura 7.56 – Gráfico quantil-quantil dos resíduos para os dados da tabela 6.4, considerando o modelo da distribuição de Bimbaum-Saunders.

Figura 7.57 – Gráfico quantil-quantil dos resíduos para os dados da tabela 6.4, considerando o modelo da distribuição normal.

Figura 7.58 – Gráfico quantil-quantil dos resíduos para os dados da tabela 6.5, considerando o modelo da distribuição de Birnbaum-Saunders.

Figura 7.59 – Gráfico quantil-quantil dos resíduos para os dados da tabela 6.5, considerando o modelo da distribuição normal.

Figura 7.60 – Gráfico quantil-quantil dos resíduos para os dados da tabela 6.6, considerando o modelo da distribuição de Birnbaum-Saunders.

Figura 7.61 – Gráfico quantil-quantil dos resíduos para os dados da tabela 6.6, considerando o modelo da distribuição normal.

CAPÍTULO 8

CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES PARA FUTUROS TRABALHOS

Neste capítulo são apresentadas as conclusões e recomendações para futuros trabalhos dos ensaios cíclicos em corpos-de-prova de madeira sem emendas e com emendas dentadas, considerando a distribuição normal e a distribuição de Birnbaum-Saunders.

8.1. Conclusões.

- 1) O uso de um planejamento estatístico de experimentos de fadiga em madeira serrada com ou sem emendas dentadas, certamente diminui o número de ensaios e pode aumentar grandemente a eficiência destes experimentos, além de realçar as conclusões.
- 2) Para analisar os dados de fadiga em corpos-de-prova de madeira sem emendas e com emendas dentadas deve-se utilizar uma relação quadrática entre o logaritmo da variável resposta ($\ln(N)$) e as variáveis independentes tensão e frequência codificadas. Por meio desta relação, concluiu-se que os efeitos das tensões e frequências utilizadas são altamente significativos; sendo que a tensão tem efeito quadrático e linear e a frequência somente efeito linear.
- 3) Como os efeitos da tensão e da frequência são estatisticamente significativos, o pesquisador deve utilizar um modelo estatístico aos dados, para estimar o número total de ciclos até a falha como função da frequência e da tensão, e não unicamente em função da tensão como é usual na prática.

- 4) O modelo estatístico mais apropriado considerando a distribuição normal, para as espécies e adesivos considerados é dado pela eq. (4.37), este modelo permite estimar o número de ciclos em função da tensão e da frequência para os dados obtidos, ou para extrapolar valores não determinados.
- 5) Das projeções feitas com o modelo da eq. (4.37) para as frequências de 13 e 17HZ, pode-se concluir que os valores estimados estão próximos dos valores médios adicionais obtidos experimentalmente. Desta forma se verifica experimentalmente a adequabilidade do modelo dado pela eq. (4.37), para a análise de dados de fadiga em madeira sem emendas das espécies utilizadas, e de madeira com emendas dentadas, das espécies e adesivos considerados. Também, por meio de 1000 simulações, concluiu-se que modelo polinomial ortogonal múltiplo da distribuição normal, dado pela eq. (4.37) pode ser utilizado para a análise de dados de fadiga em corpos-de-prova de madeira sem emendas e com emendas dentadas.
- 6) Outra alternativa para estimar os efeitos da tensão e da frequência no número total de ciclos até a falha, em estudos de fadiga na tração de madeira e derivados, é utilizar o modelo polinomial ortogonal múltiplo da distribuição de Birnbaum-Saunders, dado pela eq. (4.56).
- 7) Da comparação feita com os modelos das eq. (4.37) e (4.56), se observa que há melhor precisão nas inferências dos resultados utilizando a distribuição de Birnbaum-Saunders, dos dados considerados, embora esta distribuição tenha um parâmetro a mais que a distribuição normal.
- 8) Cabe destacar que, embora o modelo da eq. (4.56) seja mais complexo que o modelo dado pela eq. (4.37), isto não terá nenhuma dificuldade prática na utilização do mesmo, pois foram elaborados dois programas computacionais para sua utilização.
- 9) Finalmente, concluímos que o modelo estatístico mais apropriado para o estudo da fadiga em corpos-de-prova de madeira serrada com emendas dentadas e sem emendas, das duas espécies estudadas, considerando as variáveis tensão e frequência é o polinomial ortogonal múltiplo da distribuição de Birnbaum-Saunders dado pela eq. (4.56).

8.2. Recomendações para futuros trabalhos.

- 1) Desenvolver uma análise Bayesiana para o modelo da distribuição de Birnbaum-Saunders, para utilizar o conhecimento a priori sobre estudo de fadiga em madeira e derivados.
- 2) Realizar um estudo sobre o modelo de Birnbaum-Saunders utilizando teoria da confiabilidade.
- 3) Realizar um estudo sobre a fadiga em emendas dentadas de madeira com peças estruturais, para determinar o efeito do volume das peças.
- 4) Estudar o efeito da tensão em peças estruturais com emendas e sem emendas, considerando que os resultados mostram que o efeito tensão é muito mais significativo (o dobro) em corpos-de-prova sem emendas comparados com os com emendas dentadas.
- 5) Considerar tensões de 75%, 60% e 45% da resistência de ruptura e frequências de 9, 13 e 17HZ, pois segundo os dados complementais deste trabalho (Tabela 6.7), quando se considerou uma tensão de 60% da resistência e uma frequência de 17HZ um dos corpo-de-prova da espécie *Pinus Caribea* variedade *Hondurensis* não rompeu com 10,000,000 de ciclos. Com estas recomendações provavelmente poderia se estabelecer o limite da fadiga em madeira serrada sem emendas e com emendas dentadas, das espécies consideradas.
- 6) Avaliar o efeito da temperatura na resistência à fadiga para níveis de frequência superiores a 9HZ.

BIBLIOGRAFIA

ACHCAR, J. A. *Planejamento de experimentos em engenharia e indústria*. Brasil, ICMSC-USP, São Carlos-SP, 1995.

ANSCOMBE, F. J. Graphs in Statistical Analysis. *American Statistician*, v. 27, p. 17-21, 1973.

ANSELL, M. P.; HANCOCK, M.; BONFIELD, P. W. Wood Composites: The optimum Fatigue Resistant Materials for commercial wind Turbine Blades. *International Timber Engineering conference London*, Pap – 3741, 1991.

ASKELAND, D. R. *The Science and Engineering of Materials*. PWS Publishing Company, Boston, 1994.

ASTM: E1150/87 Standard Definitions of Terms Relating to Fatigue. *American Society for testing and Materials*, p1-10, 1987.

ASTM: E739/80 Statistical Analysis of Fatigue Data. *American Society for testing and Materials*, p129-137, 1981.

BIRNBAUM, S. W.; SAUNDERS, S. C. A New Family of life distribution. *Journal of Applied Probability*, v.6, p. 319-27, 1969 a.

BIRNBAUM, S. W.; SAUNDERS, S. C. Estimation for a Family of life distribution com Application to Fatigue. *Journal of Applied Probability*, v.6, p. 328-47, 1969 b.

BOND, I. P.; ANSELL, M. P. Fatigue Properties of Jointed Wood Composites: Part 1 Statistical analysis fatigue masters curves and constant life diagrams. *Journal of Materials Science*, v33, p2751-2762, 1998 a.

BOND, I. P.; ANSELL, M. P. Fatigue Properties of Jointed Wood Composites: Part 2 Life prediction analysis for variable amplitude loading. *Journal of Materials Science*, v33, p4121-4129, 1998 b.

BOX, G. E. P.; DRAPER, N. R. *Empirical Model – Building and response surfaces*. John Wiley & Sons, inc., New York, 1987.

BOX, G. E. P.; HUNTER, W. G.; HUNTER, J. S. *Statistics for experimenters: An introduction to Design, Data Analysis, and Model Building*. John Wiley & Sons, inc., New York, 1978.

CALIL, C. J.; BARALDI, L. T. *SET 406 – Estruturas de Madeira (NBR 7190/1996): Notas de Aula*. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, SET, 1997.

CALLISTER, W. D. *Materials Science and Engineering an Introduction*. John Wiley & Sons, inc., New York, 1994.

CHATTERJEE, S.; PRICE, B. *Regression Analysis by example*. John Wiley and Sons, Inc. New York, 1977.

CLORIUS, S. O.; PEDERSEN, M. U. *Fatigue Damage In Wood: An investigation of Frequency Influence on Fatigue Development in Wood*. Denmark, M.Sc. Thesis

– Technical University of Denmark – Institute of Structural Engineering and Materials, Feb., 1996.

DIETER, G. E. *Metalurgia Mecânica*. Mc Graw Hill, Inc., 1981.

DRAPER, N. R.; SMITH, H. *Applied Regression Analysis*. John Wiley & Sons, Inc., New York, 1998.

EFRON, B.; TIBSHIRANI, R. J. *An Introduction to the Bootstrap*. John Wiley & Sons, Inc., New York, 1993.

ENGELHARDT, M.; BAIN, L. J.; WRIGHT, F. T. Inferences on the Parameters of the Birnbaum-Saunders Fatigue Life distribution based on maximum likelihood estimation. *Technometrics*, v. 23, p. 251-6, 1981.

HANSEN, L. P. Experimental investigation of fatigue properties of Laminated Wood Beams. *Timber Engineering conference London*, Pap – 3742, 1991.

HOFFMANN, R.; VIEIRA, S. *Análise de Regressão: Uma Introdução à Econometria*. Editora da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1977.

GUJARATI, D. N. *Econometria*. Mc Graw-Hill Interamericana de México S.A. de CV, 1992.

KALBFLEISCH, J.G. *Probability and Statistical Inference*. 2 ed., New York, Springer-Verlag, v. 2: Statistical inference, 1985.

KHURI, A. I.; CORNELL, J. A. *Response Surfaces: Designs and Analysis*. Marcel Dekker, Inc., New York, 1996.

LEITHOLD, L. *The Calculus with Analytic Geometry*. Harpers & Row, Inc., New York, 1972.

LEPAGE, R., BILLARD, L. *Exploring the Limits of Bootstrap*. John Wiley & Sons, Inc., New York, 1992.

LEWIS, W. C.; ASCE, M. Design Considerations for fatigue in Timber Structures. *Journal of the Structural Division: Proceedings of the American Society of Civil Engineers*, Vol. 86, No. ST 5, May, 1960.

LITTLE, R. E.; JEBE, E. H. Manual on Statistical Planning and Analysis for Fatigue Experiments. *American Society for Testing and Materials*, ASTM STP 588, 1975.

MACÊDO, A. N. *Estudo de Emendas Dentadas em Madeira Laminada Colada (MLC): Avaliação de Métodos de ensaios*. São Carlos. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, SET, 1996.

MACÊDO, A. N. *Fadiga em Emendas Dentadas em Madeira Laminada Colada (MLC)*. São Carlos. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, SET, 2000.

MANTILLA, E. V. *Resistência, elasticidade e distribuição de tensões nas vigas retas de Madeira Laminada Colada (MLC)*. São Carlos. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1989.

MARTÍNEZ, E. M. *Uso de métodos Bayesianos nas inferências para a distribuição de Birnbaum-Saunders*. Brasil, Tese de mestrado – Estatística – ICMSC – USP, março, 1993.

MARTÍNEZ, E. M.; ACHCAR, J. A. Bayesian Methods in Accelerated Life Test Considering a Log-Linear Model for the Birnbaum-Saunders Distribution.

Revista Brasileira de Estatística, v52, No. 197/198, p47-68, jan./dez. ISSN: 0034-7175, 1991.

MARTÍNEZ, E. M.; CALIL, C. J. Statistical Design of Experiments of Fatigue in MDF. *Journal Materials Research*, v3, No. 3, p84-91, july. ISSN: 1516-1439, 2000 a.

MARTÍNEZ, M. E.; CALIL, C. J. Determinação do Valor Característico da Resistência da Madeira: Distribuições de Probabilidades Simétricas e Assimétricas. Anais do VII ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRA E EM ESTRUTURAS DE MADEIRA – EBRAMEM. São Carlos–SP, julho, 2000 b.

MARTÍNEZ, M. E.; CALIL, C. J. Statistical Design and Orthogonal Polynomial Model to Estimate the Fatigue Strength in Finger Joints of Wood. Artigo aceito para publicação no *International Journal of Fatigue*, 2001 a.

MARTÍNEZ, E. M.; CALIL, C. J.; FLIORELLI, J. Resistencia Mecánica de los Tableros de Densidad Media. Parte 1: Resistencia a la tracción Paralela a la superficie y Conceptos Básicos de Diseño Estadístico de Experimentos. Submetido à publicação na *Revista Forestal Yvyrareta*, 2001 b.

MARTÍNEZ, M. E.; CALIL, C. J.; SALES, A. Un método de muestreo para la determinación de las propiedades físicas y mecánicas de la madera. *Revista Madera Ciencia y Tecnología*, v. 2, n. 1, p. 5-20. ISSN: 01717-3644, 2000 c.

MARTÍNEZ, E. M.; LOUZADA, F. N.; CALIL, C. J. A Multiple Orthogonal Polynomial Birnbaum-Saunders Model for Fitting Fatigue in Wood. Artigo aceito para publicação no *International Journal of Engineering Science*, 2001 c.

- MARTÍNEZ, E. M.; LOUZADA, F. N.; CALIL, C. J. Bootstrap Procedure for Studies of Fatigue Strength in Wood Specimen. Artigo Submetido à publicação no *International Journal of Fatigue*, 2001 d.
- MASON, R. L.; GUNST, R. F.; HESS, J. L. *Statistical Design and Analysis of Experimenters, with Applications to Engineering and Science*. John Wiley & Sons, Inc., New York, 1989.
- MENDENHALL, W. *Statistical for the Engineering and the Sciences*. Dellen Publishing Company, New York, 1992.
- MONTGOMERY, D. C. *Diseño y Análisis de Experimentos*. Editora Panamericana S.A. México, 1991.
- MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C. *Applied Statistical and Probability for Engineers*. John Wiley & Sons, Inc., New York, 1994.
- MOOD, A. M.; GRAYBILL, F. A.; BOES, D. C. *Introduction to the Theory of Statistics*, 3 ed. New York, McGraw-Hill, 1974.
- MYERS, R. H.; MONTGOMERY, D. C. *Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Designed Experiments*. John Wiley & Sons, Inc., New York, 1995.
- NBR 7190/97. Norma Brasileira: Projeto de Estruturas de Madeira. *Associação Brasileira de Normas Técnicas*, mar, 1997.
- NETER, J. et al. *Applied Linear Statistical Models*. Mc Graw Hill, Companies, Inc. New York, 1996.

RYAN, T. A.; JOINER, B. L. Normal Probability Plots and Tests for Normality. *Technical Report*, Statistics Department, The Pennsylvania State University. (Available from Minitab Inc.), 1976.

RIECK, J. R.; NEDELMAN, J. R. A Log-Linear Model for the Birnbaum-Saunders distribution. *Technometrics*, v. 33, p. 51-60, 1991.

ROCCO LAHR, F. A.; SALES, A. *Materiais Derivados de Madeira: Processos e aplicações*. Notas de Aula, segundo semestre. LaMEM – EESC/IQSC/IFSC – USP, 1998.

SHAPIRO, S. S.; FRANCA, R. S. An Approximate Analysis of Variance Test for Normality. *Journal of the American Statistical Association*, v. 67, p.215, 1972.

SMITH, W. F. *Foundations of Materials Science and Engineering*. Mc Graw Hill, Inc. New York, 1993.

SOUZA, S. A. *Ensaaios Mecânicos de Materiais Metálicos: Fundamentos Teóricos e Práticos*. Edgard Blucher. São Paulo, 1982.

WERKENA, M. C. C.; AGUIAR, S. *Otimização Estatística de Processos: Como Determinar a Condição de Operação de um Processo que Leva ao Alcance de uma Meta de Melhoria*. Fundação Christiano Ottoni, Belo Horizonte – MG, 1996.

APÊNDICE A

TESTE ESTATÍSTICO DE SHAPIRO

O teste estatístico de Shapiro, utilizado para verificar se os dados seguem uma distribuição normal, é baseado na correlação (SHAPIRO, 1972). Este teste é similar ao teste de Ryan-Joiner (RYAN, 1976), e as hipóteses são:

$$\begin{cases} H_0 : \text{Os dados seguem uma distribuição normal} \\ H_1 : \text{Os dados não seguem uma distribuição normal,} \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

é rejeitado H_0 se o p-valor do teste é menor que um nível α^* .

Para a realização deste teste será utilizado o MINITAB V. 13, procedindo da seguinte maneira:

- 1) Escolher **Stat > Basic Statistics > Normality Test**
- 2) Em **Variables**, entrar na coluna ou colunas contendo os dados, a ser testados.
- 3) Caso não deseje as opções padrão, selecione outras opções na caixa, então pulse **OK**.

Em **Reference probabilities**, entre uma coluna contendo as probabilidades de referencias, as quais devem ser valores entre 0 e 1.

No gráfico de probabilidade normal, o eixo vertical tem uma escala de probabilidade e o eixo horizontal uma escala dos dados. Com os pontos da representação gráfica uma

linha é estimada pelo método dos mínimos quadrados e representada no gráfico, para referencia. A forma da linha, uma estimativa da função de distribuição acumulada para a população a partir da qual os dados são representados. Estimativas numéricas da população (média, desvio padrão) são apresentadas com o gráfico, e o p-valor aproximado a ser utilizado para o teste. O p-valor (nível descritivo) é freqüentemente utilizado em testes de hipóteses para rejeitar a hipótese nula. O p-valor representa a menor probabilidade de rejeitar a hipóteses nula (H_0) quando é verdadeira (erro de tipo I).

APÊNDICE B

ORTOGONALIZAÇÃO DE EFEITOS PARA PLANEJAMENTOS COM TRÊS NÍVEIS

Suponha uma variável de entrada x_1^* com três níveis igualmente espaçados, codificados com $x_1^c = -1, 0, 1$ e que um modelo quadrático é estimado por:

$$y = \beta_0^* x_0 + \beta_1^* x_1^c + \beta_{11}^* x_1^{2c} + \varepsilon \quad (\text{B.1})$$

onde $x_0 = 1$. Se escrevemos o modelo (B.1) na forma matricial como $\tilde{Y} = Z\tilde{\beta}^* + \tilde{\varepsilon}$, a matriz Z é da forma:

$$Z = \begin{matrix} & \begin{matrix} x_0 & x_1^c & x_1^{2c} \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (\text{B.2})$$

Observe que a terceira coluna não é ortogonal a primeira, porém podemos re-escrever o modelo para obter uma matriz Z com colunas ortogonais, pelo seguinte procedimento (BOX, 1987). Fazendo uma regressão da coluna x_1^{2c} (como resposta) e da coluna x_0 (como preditora) e tomando os residuais, para obter uma nova coluna. A terceira nova coluna consiste de elementos da forma $x_{iu}^{2c} - x_1^{2c}$, isto é, da forma $x_{iu}^{2c} - 2/3$ ou $3x_{iu}^{2c} - 2$.

Com este procedimento temos uma nova matriz Z , a qual chamaremos de Z_0 , isto é,

$$x_0 \quad x_1^c \quad x_1^{2c} = 3x_1^{2c} - 2$$

$$Z_0 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.2})$$

Assim para duas variáveis codificadas x_1^c e x_2^c existem 9 componentes ortogonais, como se apresentam na Tabela B.1 (BOX, 1987). No entanto, as interações de ordem superior (as de terceira, quarta ou mais ordem) em geral são desprezíveis (MONTGOMERY, 1991). Assim a tabela B.1 pode ser expressa pela tabela B.2.

Tabela B.1- Uma matriz Z_0 ortogonalizada para duas variáveis x_1^c e x_2^c .

x_0	x_1^c	x_2^c	x_1^{2c}	x_2^{2c}	$x_1^c x_2^c$	$x_1^{2c} x_2^c$	$x_1^c x_2^{2c}$	$x_1^{2c} x_2^{2c}$
1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1
1	0	-1	-2	1	0	-2	0	-2
1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1
1	-1	0	1	-2	0	0	2	-2
1	0	0	-2	-2	0	0	0	4
1	1	0	1	-2	0	0	-2	-2
1	-1	1	1	1	-1	1	-1	1
1	0	1	-2	1	0	-2	0	-2
1	1	1	1	1	1	1	1	1

Tabela B.2- Matriz Z_0 ortogonalizada para duas variáveis x_1^c e x_2^c , sem as interações de terceiro e quarta ordem.

x_0	x_1^c	x_2^c	x_1^{2c}	x_2^{2c}	$x_1^c x_2^c$
1	-1	-1	1	1	1
1	0	-1	-2	1	0
1	1	-1	1	1	-1
1	-1	0	1	-2	0
1	0	0	-2	-2	0
1	1	0	1	-2	0
1	-1	1	1	1	-1
1	0	1	-2	1	0

APÊNDICE C

SEGUNDAS DERIVADAS PARCIAIS DA EQ. (4.56)

As segundas derivadas parciais de $l(\tilde{\theta}^*)$ da eq. (4.56) com respeito a $\tilde{\theta}^*$ são dadas por:

$$\frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_0^2} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^n v_0^2 u_i, \quad (C.1)$$

$$\frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_0 \partial \theta_1} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^n v_0 v_1 u_i = \frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_1 \partial \theta_0}, \dots, \frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_0 \partial \theta_5} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^n v_0 v_5 u_i = \frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_5 \partial \theta_0}, \quad (C.2)$$

$$\frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_1^2} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^n v_1^2 u_i, \quad (C.3)$$

$$\frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_1 \partial \theta_2} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^n v_1 v_2 u_i = \frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_2 \partial \theta_1}, \dots, \frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_1 \partial \theta_5} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^n v_1 v_5 u_i = \frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_5 \partial \theta_1}, \quad (C.4)$$

$$\frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_2^2} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^n v_2^2 u_i, \quad (C.5)$$

$$\frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_2 \partial \theta_3} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^n v_2 v_3 u_i = \frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_3 \partial \theta_2}, \dots, \frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_2 \partial \theta_5} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^n v_2 v_5 u_i = \frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_5 \partial \theta_2}, \quad (C.6)$$

$$\frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_3^2} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^n v_3^2 u_i, \quad (\text{C.7})$$

$$\frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_3 \partial \theta_4} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^n v_3 v_4 u_i = \frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_4 \partial \theta_3}, \text{ e } \frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_3 \partial \theta_5} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^n v_3 v_5 u_i = \frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_5 \partial \theta_3}, \quad (\text{C.8})$$

$$\frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_4^2} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^n v_4^2 u_i, \quad (\text{C.9})$$

$$\frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_4 \partial \theta_5} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^n v_4 v_5 u_i = \frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_5 \partial \theta_4}, \text{ e } \frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_5^2} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^n v_5^2 u_i, \quad (\text{C.10})$$

$$\frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_0 \partial \alpha} = -\frac{1}{\alpha} \sum_{i=1}^n v_0 u_i^* = \frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \alpha \partial \theta_0}, \dots, \frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_5 \partial \alpha} = -\frac{1}{\alpha} \sum_{i=1}^n v_5 u_i^* = \frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \alpha \partial \theta_5}, \quad (\text{C.11})$$

$$\frac{\partial^2 l(\tilde{\theta})}{\partial \alpha^2} = \frac{n}{\alpha^2} - \frac{3}{\alpha^2} \sum_{i=1}^n Z_i^2, \quad (\text{C.12})$$

$$\text{onde } \tilde{\theta}^* = (\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_5, \alpha), \quad u_i = 1 - W_i^2 - Z_i^2 - \frac{Z_i^2}{W_i^2}, \quad u_i^* = Z_i W_i, \quad v_0 = x_{0i} = \tilde{1},$$

$$v_1 = x_{1i}, \quad v_2 = x_{2i}, \quad v_3 = x_{1i}^2, \quad v_4 = x_{2i}^2 \text{ e } v_5 = x_{1i} x_{2i}.$$

APÊNDICE D

ESPERANÇAS DAS SEGUNDAS DERIVADAS PARCIAIS DA EQ. (4.56)

As esperanças das segundas derivadas parciais de $l(\tilde{\theta}^*)$ da eq. (4.56) em relação a $(\tilde{\theta}^*)$, são dadas por:

$$E\left\{-\frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_0^2}\right\} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^n v_0^2 \left[1 + \frac{4}{\alpha^2} + E\left(\frac{Z_i^2}{Z_i^2 + 4/\alpha^2}\right) \right], \quad (D.1)$$

$$E\left\{-\frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_0 \partial \theta_1}\right\} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^n v_0 v_1 \left[1 + \frac{4}{\alpha^2} + E\left(\frac{Z_i^2}{Z_i^2 + 4/\alpha^2}\right) \right] = E\left\{-\frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_1 \partial \theta_0}\right\}, \quad (D.2)$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$E\left\{-\frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_0 \partial \theta_5}\right\} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^n v_0 v_5 \left[1 + \frac{4}{\alpha^2} + E\left(\frac{Z_i^2}{Z_i^2 + 4/\alpha^2}\right) \right] = E\left\{-\frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_5 \partial \theta_0}\right\}, \quad (D.3)$$

$$E\left\{-\frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_1^2}\right\} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^n v_1^2 \left[1 + \frac{4}{\alpha^2} + E\left(\frac{Z_i^2}{Z_i^2 + 4/\alpha^2}\right) \right], \quad (D.4)$$

$$E\left\{-\frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_1 \partial \theta_2}\right\} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^n v_1 v_2 \left[1 + \frac{4}{\alpha^2} + E\left(\frac{Z_i^2}{Z_i^2 + 4/\alpha^2}\right) \right] = E\left\{-\frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_2 \partial \theta_1}\right\}, \quad (D.5)$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$E\left\{-\frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_1 \partial \theta_5}\right\} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^n v_1 v_5 \left[1 + \frac{4}{\alpha^2} + E\left(\frac{Z_i^2}{Z_i^2 + 4/\alpha^2}\right)\right] = E\left\{-\frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_5 \partial \theta_1}\right\}, \quad (\text{D.6})$$

$$E\left\{-\frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_2^2}\right\} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^n v_2^2 \left[1 + \frac{4}{\alpha^2} + E\left(\frac{Z_i^2}{Z_i^2 + 4/\alpha^2}\right)\right], \quad (\text{D.7})$$

$$E\left\{-\frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_2 \partial \theta_3}\right\} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^n v_2 v_3 \left[1 + \frac{4}{\alpha^2} + E\left(\frac{Z_i^2}{Z_i^2 + 4/\alpha^2}\right)\right] = E\left\{-\frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_3 \partial \theta_2}\right\}, \quad (\text{D.8})$$

$$\vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots$$

$$E\left\{-\frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_2 \partial \theta_5}\right\} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^n v_2 v_5 \left[1 + \frac{4}{\alpha^2} + E\left(\frac{Z_i^2}{Z_i^2 + 4/\alpha^2}\right)\right] = E\left\{-\frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_5 \partial \theta_2}\right\}, \quad (\text{D.9})$$

$$E\left\{-\frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_3^2}\right\} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^n v_3^2 \left[1 + \frac{4}{\alpha^2} + E\left(\frac{Z_i^2}{Z_i^2 + 4/\alpha^2}\right)\right], \quad (\text{D.10})$$

$$E\left\{-\frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_3 \partial \theta_4}\right\} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^n v_3 v_4 \left[1 + \frac{4}{\alpha^2} + E\left(\frac{Z_i^2}{Z_i^2 + 4/\alpha^2}\right)\right] = E\left\{-\frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_4 \partial \theta_3}\right\}, \quad (\text{D.11})$$

$$E\left\{-\frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_3 \partial \theta_5}\right\} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^n v_3 v_5 \left[1 + \frac{4}{\alpha^2} + E\left(\frac{Z_i^2}{Z_i^2 + 4/\alpha^2}\right)\right] = E\left\{-\frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_5 \partial \theta_3}\right\}, \quad (\text{D.12})$$

$$E\left\{-\frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_4^2}\right\} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^n v_4^2 \left[1 + \frac{4}{\alpha^2} + E\left(\frac{Z_i^2}{Z_i^2 + 4/\alpha^2}\right)\right], \quad (\text{D.13})$$

$$E\left\{-\frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_4 \partial \theta_5}\right\} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^n v_4 v_5 \left[1 + \frac{4}{\alpha^2} + E\left(\frac{Z_i^2}{Z_i^2 + 4/\alpha^2}\right)\right] = E\left\{-\frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_5 \partial \theta_4}\right\}, \quad (\text{D.14})$$

$$E\left\{-\frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_5^2}\right\} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^n v_5^2 \left[1 + \frac{4}{\alpha^2} + E\left(\frac{Z_i^2}{Z_i^2 + 4/\alpha^2}\right)\right], \quad (\text{D.15})$$

$$E\left\{-\frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_0 \partial \alpha}\right\} = E\left\{-\frac{\partial^2 l(\tilde{\theta})}{\partial \theta_1 \partial \alpha}\right\} = \dots = E\left\{-\frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \theta_s \partial \alpha}\right\} = 0, \quad (\text{D.16})$$

$$E\left\{-\frac{\partial^2 l(\tilde{\theta}^*)}{\partial \alpha^2}\right\} = \frac{2n}{\alpha^2}, \quad (\text{D.17})$$

Observe que, as esperanças das segundas derivadas parciais da eq. (D.16) são iguais a zero, sendo assim, o parâmetro α é ortogonal aos parâmetros $\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_s$.

APÊNDICE E

GRÁFICOS DOS RESÍDUOS

Figura E.1– Gráfico dos resíduos contra os valores estimados, para os dados da Tabela 6.1.

Figura E.2 – Gráfico dos resíduos contra os valores estimados para os dados da Tabela 6.2.

Figura E.3 – Gráfico dos resíduos contra os escores normais, para os dados da Tabela 6.1.

Figura E.4 – Gráfico dos resíduos contra os escores normais, para os dados da Tabela 6.2.

Figura E.5 – Gráfico dos resíduos contra os valores estimados, para os dados da Tabela 6.1 (transformados).

Figura E.6 – Gráfico dos resíduos contra os valores estimados para os dados da Tabela 6.2 (transformados).

Observação E.1: neste trabalho, os valores dos resíduos considerados pequenos ou grandes são destacados com um quadrado, e correspondem aos valores dos resíduos que não pertencem ao intervalo de confiança 95%, isto é, $(0 \pm 1,96 \times s)$, onde s é o desvio padrão amostral.

Figura E.7 – Gráfico dos resíduos contra os escores normais para os dados da Tabela 6.1 (transformados).

Figura E.8 – Gráfico dos resíduos contra os escores normais para os dados da Tabela 6.2 (transformados).

Figura E.9 – Gráfico dos resíduos contra os valores estimados, para os dados da Tabela 6.3.

Figura E.10 – Gráfico dos resíduos contra os valores estimados para os dados da Tabela 6.3 (transformados).

Figura E.11 – Gráfico dos resíduos contra os escores normais, para os dados da Tabela 6.3.

Figura E.12 – Gráfico dos resíduos contra os escores normais para os dados da Tabela 6.3 (transformados).

Figura E.13 – Gráfico dos resíduos contra os valores estimados, para os dados da Tabela 6.4.

Figura E.14 – Gráfico dos resíduos contra os valores estimados para os dados da Tabela 6.4 (transformados).

Figura E.15 – Gráfico dos resíduos contra os escores normais, para os dados da Tabela 6.4.

Figura E.16 – Gráfico dos resíduos contra os escores normais para os dados da Tabela 6.4 (transformados).

Figura E.17– Gráfico dos resíduos contra os valores estimados, para os dados da Tabela 6.5.

Figura E.18 – Gráfico dos resíduos contra os valores estimados para os dados da Tabela 6.5 (transformados).

Figura E.19 – Gráfico dos resíduos contra os escores normais, para os dados da Tabela 6.5.

Figura E.20 – Gráfico dos resíduos contra os escores normais para os dados da Tabela 6.5 (transformados).

Figura E.21– Gráfico dos resíduos contra os valores estimados, para os dados da Tabela 6.6.

Figura E.22 – Gráfico dos resíduos contra os valores estimados para os dados da Tabela 6.6 (transformados).

Figura E.23 – Gráfico dos resíduos contra os escores normais, para os dados da Tabela 6.6.

Figura E.24 – Gráfico dos resíduos contra os escores normais para os dados da Tabela 6.6 (transformados).

APÊNDICE F

MODELOS ESTATÍSTICOS, UTILIZANDO A EQ. (4.37)

A seguir para todos os modelos estatísticos dos dados transformados ($\ln(y)$), se apresenta uma Tabela com os coeficientes das variáveis independentes, com seus respectivos DP, t_o , n , R^2 e desvio padrão amostral (s). Uma Tabela com a SQ e graus de liberdade (g.l.). Além destas Tabelas, para alguns dos modelos com valores de resíduos “pequenos” ou “grandes”, se apresenta uma outra Tabela com os ensaios, réplica, valor transformado de $N (\ln(N))$, S , f e valor estimado de $\ln(N)$ com seus respectivos resíduos (valores de resíduos “pequenos” ou “grandes”).

Modelo completo para espécie *Pinus Caribea* variedade *Hondurensis*, na madeira sem emendas (Tabela 6.1) é dado por:

$$\hat{y} = 10,344 - 4,001x_1^c + 0,723x_2^c - 0,885x_1^{2c} - 0,189x_2^{2c} + 0,091x_1^c x_2^c \quad (F.1)$$

onde x_1^c representa a tensão e x_2^c a frequência.

Tabela F.1- Coeficientes de regressão das variáveis independentes, DP, t_o , n , R^2 e s , para os dados do modelo da eq. (F.1).

Variável.	Coeficiente.	DP.	t_o
Constante	10,3445	0,0660	156,72
x_1^c	-4,00138	0,08084	-49,50
x_2^c	0,72345	0,08084	8,95
x_1^{2c}	-0,88545	0,04667	-18,97
x_2^{2c}	-0,18929	0,04667	-4,06
$x_1^c x_2^c$	0,09080	0,09901	0,92
$n = 54 \quad R^2 = 0,984 \quad s = 0,4851$			

Tabela F.2- Soma de Quadrados (SQ) e graus de liberdade (g.l.) das variáveis independentes, para os dados do modelo da eq. (F.1).

Variável.	g.l.	SQ.
x_1^c	1	576,40
x_2^c	1	18,84
x_1^{2c}	1	84,67
x_2^{2c}	1	3,87
$x_1^c x_2^c$	1	0,20
Regressão	5	683,98
Resíduo	48	11,29

Tabela F.3- Ensaios, réplicas, $\ln(N)$, S , f , estimado e resíduo (valores com resíduos muito grandes), para os dados do modelo da eq. (F.1).

Ensaio.	Réplica.	$\ln(N)$	S	f	Estimado.	Resíduo.
3	3	3,0445	90	1	4,4541	-1,4096
9	1	4,6347	90	9	6,0826	-1,4479

Modelo completo para espécie Eucalipto Grandis, na madeira sem emendas (Tabela 6.2) é dado por:

$$\hat{y} = 10,388 - 4,132x_1^c + 0,714x_2^c - 0,918x_1^{2c} - 0,210x_2^{2c} + 0,146x_1^c x_2^c, \quad (\text{F.2})$$

Tabela F.4- Coeficientes de regressão das variáveis independentes, DP, t_o , n , R^2 e s , para os dados do modelo da eq. (F.2).

Variável.	Coeficiente.	DP.	t_o
Constante	10,3882	0,0743	139,82
x_1^c	-4,13154	0,09099	-45,40
x_2^c	0,71386	0,09099	7,85
x_1^{2c}	-0,91832	0,05254	-17,48
x_2^{2c}	-0,21023	0,05254	-4,00
$x_1^c x_2^c$	0,1461	0,1114	1,31
$n = 54 \quad R^2 = 0,981 \quad s = 0,5460$			

Tabela F.5- Soma de Quadrados (SQ) e graus de liberdade (g.l.) das variáveis independentes, para os dados do modelo da eq. (F.2).

Variável.	g.l.	SQ.
x_1^c	1	614,51
x_2^c	1	18,35
x_1^{2c}	1	91,08
x_2^{2c}	1	4,77
$x_1^c x_2^c$	1	0,51
Regressão	5	729,21
Resíduo	48	14,31

Tabela F.6- Ensaios, réplicas, $\ln(N)$, S , f , Estimado e resíduo (valores com resíduos muito grandes), para os dados do modelo da eq. (F.2).

Ensaio.	Réplica.	$\ln(N)$	S	f	Estimado.	Resíduo.
3	1	2,5649	90	1	4,2682	-1,7032

Modelo completo para espécie *Pinus Caribea* variedade *Hondurensis*, considerando o adesivo CASCOPHEN RS-216M (Tabela 6.3) é dado por:

$$\hat{y} = 8,217 - 2,861x_1^c + 0,764x_2^c - 0,440x_1^{2c} - 0,053x_2^{2c} + 0,009x_1^c x_2^c, \quad (\text{F.3})$$

Tabela F.7- Coeficientes de regressão das variáveis independentes, DP, t_o , n , R^2 e s , para os dados do modelo da eq. (F.3).

Variável.	Coeficiente.	DP.	t_o
Constante	8,21723	0,07047	116,61
x_1^c	-2,86146	0,08630	-33,16
x_2^c	0,76404	0,08630	8,85
x_1^{2c}	-0,43979	0,04983	-8,83
x_2^{2c}	-0,05328	0,04983	-1,07
$x_1^c x_2^c$	0,0092	0,1057	0,09
$n = 54 \quad R^2 = 0,963 \quad s = 0,5178$			

Tabela F.8- Soma de Quadrados (SQ) e graus de liberdade (g.l.) das variáveis independentes, para os dados do modelo da eq. (F.3).

Variável.	g.l.	SQ.
x_1^c	1	294,767
x_2^c	1	21,015
x_1^{2c}	1	20,889
x_2^{2c}	1	0,307
$x_1^c x_2^c$	1	0,002
Regressão	5	336,980
Resíduo	48	12,871

Modelo completo para espécie Eucalipto Grandis, considerando o adesivo CASCOPHEN RS-216M (Tabela 6.4) é dado por:

$$\hat{y} = 8,273 - 2,800x_1^c + 0,741x_2^c - 0,440x_1^{2c} - 0,054x_2^{2c} + 0,070x_1^c x_2^c, \quad (\text{F.4})$$

Tabela F.9- Coeficientes de regressão das variáveis independentes, DP, t_o , n , R^2 e s , para os dados do modelo da eq. (F.4).

Variável.	Coefficiente.	DP.	t_o
Constante	8,27286	0,06821	121,28
x_1^c	-2,79994	0,08355	-33,51
x_2^c	0,74099	0,08355	8,87
x_1^{2c}	-0,44028	0,04823	-9,13
x_2^{2c}	-0,05430	0,04823	-1,13
$x_1^c x_2^c$	0,0698	0,1023	0,68
$n = 54 \quad R^2 = 0,963 \quad s = 0,5178$			

Tabela F.10- Soma de Quadrados (SQ) e graus de liberdade (g.l.) das variáveis independentes, para os dados do modelo da eq. (F.4).

Variável.	g.l.	SQ.
x_1^c	1	282,227
x_2^c	1	19,767
x_1^{2c}	1	20,936
x_2^{2c}	1	0,318
$x_1^c x_2^c$	1	0,117
Regressão	5	323,365
Resíduo	48	12,061

Modelo completo para espécie *Pinus Caribea* variedade *Hondurensis*, considerando o adesivo poliuretano à base de óleo de mamona (Tabela 6.5) é dado por:

$$\hat{y} = 8,254 - 2,844x_1^c + 0,711x_2^c - 0,425x_1^{2c} - 0,037x_2^{2c} + 0,128x_1^c x_2^c, \quad (\text{F.5})$$

Tabela F.11- Coeficientes de regressão das variáveis independentes, DP, t_o , n , R^2 e s , para os dados do modelo da eq. (F.5).

Variável.	Coefficiente.	DP.	t_o
Constante	8,25417	0,06571	125,61
x_1^c	-2,84427	0,08048	-35,34
x_2^c	0,71099	0,08048	8,83
x_1^{2c}	-0,42540	0,04647	-9,15
x_2^{2c}	-0,03694	0,04647	-0,80
$x_1^c x_2^c$	0,12792	0,09857	1,30
$n = 54 \quad R^2 = 0,967 \quad s = 0,4829$			

Tabela F.12- Soma de Quadrados (SQ) e graus de liberdade (g.l.) das variáveis independentes, para os dados do modelo da eq. (F.5).

Variável.	g.l.	SQ.
x_1^c	1	291,235
x_2^c	1	18,198
x_1^{2c}	1	19,544
x_2^{2c}	1	0,147
$x_1^c x_2^c$	1	0,393
Regressão	5	329,517
Resíduo	48	11,193

Tabela F.13- Ensaios, réplicas, $\ln(N)$, S' , f , Estimado e resíduo (valores com resíduos muito grandes), para os dados do modelo da eq. (F.5).

Ensaio.	Réplica.	$\ln(N)$	S'	f	Estimado.	Resíduo.
6	5	6,2989	90	5	5,0584	1,2406

Modelo completo para espécie Eucalipto Grandis, considerando o adesivo poliuretano à base de óleo de mamona (Tabela 6.6) é dado por:

$$\hat{y} = 8,274 - 2,807x_1^c + 0,731x_2^c - 0,416x_1^{2c} - 0,065x_2^{2c} + 0,129x_1^c x_2^c, \quad (\text{F.6})$$

Tabela F.14- Coeficientes de regressão das variáveis independentes, DP, t_o , n , R^2 e s , para os dados do modelo da eq. (F.6).

Variável.	Coeficiente.	DP.	t_o
Constante	8,27423	0,07192	115,05
x_1^c	-2,80724	0,08808	-31,87
x_2^c	0,73079	0,08808	8,30
x_1^{2c}	-0,41633	0,05085	-8,19
x_2^{2c}	-0,06531	0,05085	-1,28
$x_1^c x_2^c$	0,1287	0,1079	1,19
$n = 54 \quad R^2 = 0,960 \quad s = 0,5285$			

Tabela F.15- Soma de Quadrados (SQ) e graus de liberdade (g.l.) das variáveis independentes, para os dados do modelo da eq. (F.6).

Variável.	g.l.	SQ.
x_1^c	1	283,702
x_2^c	1	19,226
x_1^{2c}	1	18,720
x_2^{2c}	1	0,461
$x_1^c x_2^c$	1	0,398
Regressão	5	322,506
Resíduo	48	13,407

Tabela F.16- Ensaios, réplicas, $\ln(N)$, S , f , Estimado e resíduo (valores com resíduos muito grandes), para os dados do modelo da eq. (F.6).

Ensaio.	Réplica.	$\ln(N)$	S	f	Estimado.	Resíduo.
3	3	2,3979	90	1	4,1258	-1,7279

APÊNDICE G

VERIFICAÇÃO DO COMPORTAMENTO DO MODELO DA EQ. (4.37) PELOS MÉTODOS DE BOOTSTRAP

Para avaliar o comportamento do modelo polinomial ortogonal múltiplo da distribuição normal (eq. (4.37)), foram feitas simulações, pelos métodos de BR e BP, utilizando as eq. (4.40) e (4.41). Os resumos destas simulações são apresentados nas Tabelas G.1 a G.12, considerando os dados das Tabelas 6.1 a 6.6. Nas Tabelas G.1 a G.6, são apresentados os estimadores de mínimos quadrados (EMQ), os estimadores Bootstrap residual (EBR) e os estimadores Bootstrap de pares (EBP), com seus respectivos desvios padrões (DP) e vícios relativos (VR) para os EBR e EBP, de todos os parâmetros. Nas Tabelas G.7 a G.12, são apresentados os intervalos de confiança assintóticos (AS), BR e BP e também são apresentados os intervalos de confiança percentil para BR (PBR) e BP (PBP) de todos os parâmetros. Para obter os estimadores pontuais e por intervalos, utilizando os métodos de BR e BP foram consideradas 1000 iterações.

Tabela G.1- EMQ, EBR, EBP, VREBR e VREBP dos parâmetros do modelo da eq. (4.37), para os dados da Tabela 6.1.

Método.	Parâmetro.					
	θ_0	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5
EMQ (DP)	10,3445 (0,0660)	-4,0014 (0,0808)	0,7234 (0,0808)	-0,8854 (0,0466)	-0,1893 (0,0466)	0,0908 (0,0990)
EBR (DP)	10,3415 (0,0629)	-4,0019 (0,0744)	0,7259 (0,0749)	-0,8861 (0,0434)	-0,1890 (0,0452)	0,0904 (0,0895)
EBP (DP)	10,3467 (0,0679)	-3,9981 (0,0890)	0,7187 (0,0885)	-0,8831 (0,0435)	-0,1875 (0,0429)	0,0911 (0,1181)
VREBR	-0,03	0,01	0,33	0,07	-0,17	-0,50
VREBP	0,02	-0,08	-0,66	-0,26	-0,96	0,33

Tabela G.2- EMQ, EBR, EBP, VREBR e VREBP dos parâmetros do modelo da eq. (4.37), para os dados da Tabela 6.2.

Método.	Parâmetro.					
	θ_0	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5
EMQ (DP)	10,3882 (0,0743)	-4,1315 (0,0910)	0,7139 (0,0910)	-0,9183 (0,0525)	-0,2102 (0,0525)	0,1461 (0,1114)
EBR (DP)	10,3866 (0,0707)	-4,1286 (0,0891)	0,7155 (0,0881)	-0,9182 (0,0482)	-0,2105 (0,0504)	0,1418 (0,1055)
EBP (DP)	10,3917 (0,0766)	-4,1308 (0,1081)	0,7098 (0,0961)	-0,9182 (0,0444)	-0,2082 (0,0496)	0,1466 (0,1311)
VREBR	-0,02	-0,07	0,23	-0,01	0,13	-2,93
VREBP	0,03	-0,02	-0,57	-0,01	-0,96	0,35

Tabela G.3- EMQ, EBR, EBP, VREBR e VREBP dos parâmetros do modelo da eq. (4.37), para os dados da Tabela 6.3.

Método.	Parâmetro.					
	θ_0	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5
EMQ (DP)	8,2172 (0,0705)	-2,8615 (0,0863)	0,7640 (0,0863)	-0,4398 (0,0498)	-0,0533 (0,0498)	0,0092 (0,1057)
EBR (DP)	8,2162 (0,0659)	-2,8610 (0,0817)	0,7631 (0,0819)	-0,4396 (0,0460)	-0,0531 (0,0469)	0,0113 (0,1026)
EBP (DP)	8,2191 (0,0709)	-2,8550 (0,0897)	0,7642 (0,0900)	-0,4356 (0,0528)	-0,0539 (0,0499)	0,0092 (0,1114)
VREBR	-0,01	-0,02	-0,12	-0,04	-0,34	22,40
VREBP	0,02	-0,23	0,02	-0,95	1,24	-0,54

Tabela G.4- EMQ, EBR, EBP, VREBR e VREBP dos parâmetros do modelo da eq. (4.37), para os dados da Tabela 6.4.

Método.	Parâmetro.					
	θ_0	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5
EMQ (DP)	8,2729 (0,0682)	-2,7999 (0,0836)	0,7410 (0,0836)	-0,4403 (0,0482)	-0,0543 (0,0482)	0,0698 (0,1023)
EBR (DP)	8,2745 (0,0649)	-2,7979 (0,0801)	0,7402 (0,0781)	-0,4406 (0,0451)	-0,0570 (0,0444)	0,0705 (0,1009)
EBP (DP)	8,2711 (0,0710)	-2,7978 (0,0851)	0,7425 (0,0875)	-0,4375 (0,0492)	-0,0532 (0,0517)	0,0685 (0,1037)
VREBR	0,02	3,24	-0,11	0,07	4,97	1,00
VREBP	-0,02	3,24	0,20	-0,64	-2,03	-1,86

Tabela G.5- EMQ, EBR, EBP, VREBR e VREBP dos parâmetros do modelo da eq. (4.37), para os dados da Tabela 6.5.

Método.	Parâmetro.					
	θ_0	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5
EMQ (DP)	8,2542 (0,0657)	-2,8443 (0,0805)	0,7110 (0,0805)	-0,4254 (0,0465)	-0,0369 (0,0465)	0,1279 (0,0986)
EBR (DP)	8,2534 (0,0610)	-2,8463 (0,07365)	0,7174 (0,0762)	-0,4229 (0,0452)	-0,0376 (0,0445)	0,1279 (0,0955)
EBP (DP)	8,2586 (0,0670)	-2,8395 (0,0830)	0,7141 (0,0779)	-0,4231 (0,0457)	-0,0383 (0,0472)	0,1302 (0,1026)
VREBR	-0,01	0,07	0,90	-0,59	1,90	0,00
VREBP	0,05	-0,17	0,44	-0,54	3,79	1,80

Tabela G.6- EMQ, EBR, EBP, VREBR e VREBP dos parâmetros do modelo da eq. (4.37), para os dados da Tabela 6.6.

Método.	Parâmetro.					
	θ_0	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5
EMQ (DP)	8,2742 (0,0719)	-2,8072 (0,0881)	0,7308 (0,0881)	-0,4163 (0,0509)	-0,0653 (0,0509)	0,1287 (0,1079)
EBR (DP)	8,2734 (0,0692)	-2,8092 (0,0830)	0,7312 (0,0846)	-0,4158 (0,0475)	-0,0668 (0,0495)	0,1347 (0,1065)
EBP (DP)	8,2785 (0,0715)	-2,7980 (0,0961)	0,7307 (0,0921)	-0,4164 (0,0490)	-0,0676 (0,0515)	0,1266 (0,1228)
VREBR	-0,01	0,07	0,06	-0,12	2,30	4,66
VREBP	0,05	-0,33	-0,01	0,02	3,52	-1,63

Tabela G.7- Intervalos de confiança 90% AS, BR, BP, PBR e PBP, para todos os parâmetros, utilizando os dados das Tabelas 6.1 e G.1.

Parâmetro.	Intervalo de confiança 90%.				
	AS	BR	BP	PBR	PBP
θ_0	(10,2362;10,4527)	(10,2383;10,4487)	(10,2355;10,4580)	(10,2364;10,4431)	(10,2314;10,4567)
θ_1	(-4,1340;-3,8688)	(-4,1239;-3,8799)	(-4,1441;-3,9816)	(-4,1296;-3,8808)	(-4,1493;-3,8564)
θ_2	(0,5909;0,8560)	(0,6031;0,8487)	(0,5735;0,8638)	(0,6011;0,8462)	(0,5676;0,8562)
θ_3	(-0,9620;-0,8089)	(-0,9573;-0,8149)	(-0,9545;-0,8118)	(-0,9581;-0,8128)	(-0,9548;-0,8138)
θ_4	(-0,2658;-0,1127)	(-0,2631;-0,1149)	(-0,2578;-0,1172)	(-0,2587;-0,1110)	(-0,2598;-0,1181)
θ_5	(-0,0716;0,2532)	(-0,0559;0,2367)	(-0,1026;0,2840)	(-0,0578;0,2334)	(-0,0997;0,2843)

Tabela G.8- Intervalos de confiança 90% AS, BR, BP, PBR e PBP, para todos os parâmetros, utilizando os dados das Tabelas 6.2 e G.2.

Parâmetro.	Intervalo de confiança 90%.				
	AS	BR	BP	PBR	PBP
θ_0	(10,2664;10,5101)	(10,2706;10,5026)	(10,2661; 10,5174)	(10,2742;10,5075)	(10,2659; 10,5212)
θ_1	(-4,2808;-3,9823)	(-4,2747;-3,9824)	(-4,3080; -3,9536)	(-4,2890;-3,9877)	(-4,3108; -3,9630)
θ_2	(0,5646;0,8631)	(0,5709;0,8601)	(0,5521 ; 0,8674)	(0,5697;0,8621)	(0,5525; 0,8683)
θ_3	(-1,0044;-0,8322)	(-0,9972;-0,8392)	(-0,9911; -0,8453)	(-0,9992;-0,8380)	(-0,9895; -0,8437)
θ_4	(-0,2963;-0,1241)	(-0,2931;-0,1278)	(-0,2896; -0,1268)	(-0,2980;-0,1270)	(-0,2917; -0,1277)
θ_5	(-0,0366;0,3288)	(-0,0312;0,3148)	(-0,0684; 0,3616)	(-0,0271;0,3167)	(-0,0631; 0,3672)

Tabela G.9- Intervalos de confiança 90% AS, BR, BP, PBR e PBP, para todos os parâmetros, utilizando os dados das Tabelas 6.3 e G.3.

Parâmetro.	Intervalo de confiança 90%.				
	AS	BR	BP	PBR	PBP
θ_0	(8,1016 ; 8,3328)	(8,1081 ; 8,3244)	(8,1029 ; 8,3354)	(8,1033 ; 8,3210)	(8,0994 ; 8,3343)
θ_1	(-3,0030 ; -2,7110)	(-2,9950 ; -2,7270)	(-3,0021 ; -2,7079)	(-2,9859 ; -2,7206)	(-3,0011 ; -2,7024)
θ_2	(0,6225 ; 0,9055)	(0,6287 ; 0,8975)	(0,6182 ; 0,9101)	(0,6264 ; 0,8988)	(0,6244 ; 0,9124)
θ_3	(-0,5215 ; -0,3581)	(-0,5150 ; -0,3642)	(-0,5223 ; -0,3490)	(-0,5145 ; -0,3626)	(-0,5229 ; -0,3497)
θ_4	(-0,1350 ; 0,0284)	(-0,1300 ; 0,0238)	(-0,1357 ; 0,0278)	(-0,1280 ; 0,0266)	(-0,1415 ; 0,0299)
θ_5	(-0,1642 ; 0,1826)	(-0,1569 ; 0,1796)	(-0,1735 ; 0,1919)	(-0,1624 ; 0,1741)	(-0,1702 ; 0,1949)

Tabela G.10- Intervalos de confiança 90% AS, BR, BP, PBR e PBP, para todos os parâmetros, utilizando os dados das Tabelas 6.4 e G.4.

Parâmetro.	Intervalo de confiança 90%.				
	AS	BR	BP	PBR	PBP
θ_0	(8,1610 ; 8,3848)	(8,1681 ; 8,3809)	(8,1547 ; 8,3875)	(8,1660 ; 8,3794)	(8,1535 ; 8,3907)
θ_1	(-2,9370 ; -2,6628)	(-2,9293 ; -2,6666)	(-2,9374 ; -2,6582)	(-2,9299 ; -2,6657)	(-2,9360 ; -2,6596)
θ_2	(0,6039 ; 0,8781)	(0,6122 ; 0,8683)	(0,5990 ; 0,8861)	(0,6042 ; 0,8666)	(0,6021 ; 0,8905)
θ_3	(-0,5194 ; -0,3612)	(-0,5145 ; -0,3667)	(-0,5181 ; -0,3569)	(-0,5142 ; -0,3656)	(-0,5157 ; -0,3504)
θ_4	(-0,1334 ; 0,0248)	(-0,1299 ; 0,0158)	(-0,1380 ; 0,0316)	(-0,1330 ; 0,0170)	(-0,1392 ; 0,0304)
θ_5	(-0,0980 ; 0,2376)	(-0,0949 ; 0,2359)	(-0,1016 ; 0,2387)	(-0,0931 ; 0,2410)	(-0,0944 ; 0,2351)

Tabela G.11- Intervalos de confiança 90% AS, BR, BP, PBR e PBP, para todos os parâmetros, utilizando os dados das Tabelas 6.5 e G.5.

Parâmetro.	Intervalo de confiança 90%.				
	AS	BR	BP	PBR	PBP
θ_0	(8,1464 ; 8,3620)	(8,1534 ; 8,3534)	(8,1487 ; 8,3684)	(8,1534 ; 8,3528)	(8,1393 ; 8,3658)
θ_1	(-2,9763 ; -2,7123)	(-2,9671 ; -2,7256)	(-2,9757 ; -2,7033)	(-2,9611 ; -2,7204)	(-2,9756 ; -2,7016)
θ_2	(0,5790 ; 0,8430)	(0,5925 ; 0,8424)	(0,5863 ; 0,8419)	(0,5946 ; 0,8389)	(0,5878 ; 0,8468)
θ_3	(-0,5017 ; -0,3491)	(-0,4970 ; -0,3488)	(-0,4981 ; -0,3480)	(-0,4983 ; -0,3505)	(-0,5006 ; -0,3484)
θ_4	(-0,1132 ; 0,0394)	(-0,1106 ; 0,0354)	(-0,1158 ; 0,0391)	(-0,1139 ; 0,0321)	(-0,1182 ; 0,0381)
θ_5	(-0,0338 ; 0,2896)	(-0,0287 ; 0,2845)	(-0,0380 ; 0,2985)	(-0,0304 ; 0,2852)	(-0,0320 ; 0,3026)

Tabela G.12- Intervalos de confiança 90% AS, BR, BP, PBR e PBP, para todos os parâmetros, utilizando os dados das Tabelas 6.6 e G.6.

Parâmetro.	Intervalo de confiança 90%.				
	AS	BR	BP	PBR	PBP
θ_0	(8,1563 ; 8,3921)	(8,1599 ; 8,3869)	(8,1613 ; 8,3957)	(8,1551 ; 8,3849)	(8,1577 ; 8,3916)
θ_1	(-2,9517 ; -2,6627)	(-2,9453 ; -2,6731)	(-2,956 ; -2,6404)	(-2,9474 ; -2,6728)	(-2,9639 ; -2,6422)
θ_2	(0,5863 ; 0,8753)	(0,5925 ; 0,8700)	(0,5797 ; 0,8817)	(0,5940 ; 0,8701)	(0,5880 ; 0,8905)
θ_3	(-0,4998 ; -0,3328)	(-0,4937 ; -0,3378)	(-0,4969 ; -0,3360)	(-0,4916 ; -0,3382)	(-0,4984 ; -0,3414)
θ_4	(-0,1488 ; 0,0182)	(-0,1480 ; 0,0144)	(-0,1520 ; 0,0169)	(-0,1486 ; 0,0097)	(-0,1596 ; 0,0136)
θ_5	(-0,0483 ; 0,3057)	(-0,0399 ; 0,3093)	(-0,0748 ; 0,3279)	(-0,0364 ; 0,3021)	(-0,0688 ; 0,3330)

A seguir constroem-se os gráficos quantil-quantil para as distribuições dos estimadores dos parâmetros obtidas via BR (EBR) e BP (EBP), tal como se ilustra nas Figuras G.1 a G.36, considerando os dados das Tabelas 6.1. a 6.6.

Figura G.1 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_0 , **Figura G.2** – Gráfico Quantil-Quantil de θ_0 , para a Tabela 6.1 (EBR). para a Tabela 6.1 (EBP).

Figura G.3 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_1 , Figura G.4 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_1 , para a Tabela 6.1 (EBR).

Figura G.5 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_2 , Figura G.6 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_2 , para a Tabela 6.1 (EBR).

Figura G.7 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_3 , Figura G.8 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_3 , para a Tabela 6.1 (EBR).

Figura G.9 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_4 , para a Tabela 6.1 (EBR). Figura G.10 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_4 , para a Tabela 6.1 (EBP).

Figura G.11 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_5 , para a Tabela 6.1 (EBR). Figura G.12 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_5 , para a Tabela 6.1 (EBP).

Figura G.13 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_0 , para a Tabela 6.2 (EBR). Figura G.14 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_0 , para a Tabela 6.2 (EBP).

Figura G.15 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_1 , para a Tabela 6.2 (EBR). Figura G.16 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_1 , para a Tabela 6.2 (EBP).

Figura G.17 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_2 , para a Tabela 6.2 (EBR). Figura G.18 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_2 , para a Tabela 6.2 (EBP).

Figura G.19 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_3 , para a Tabela 6.2 (EBR). Figura G.20 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_3 , para a Tabela 6.2 (EBP).

Figura G.21 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_4 , para a Tabela 6.2 (EBR). Figura G.22 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_4 , para a Tabela 6.2 (EBP).

Figura G.23 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_5 , para a Tabela 6.2 (EBR). Figura G.24 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_5 , para a Tabela 6.2 (EBP).

Figura G.25 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_0 , para a Tabela 6.3 (EBR). Figura G.26 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_0 , para a Tabela 6.3 (EBP).

Figura G.27 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_1 , para a Tabela 6.3 (EBR). Figura G.28 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_1 , para a Tabela 6.3 (EBP).

Figura G.29 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_2 , para a Tabela 6.3 (EBR). Figura G.30 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_2 , para a Tabela 6.3 (EBP).

Figura G.31 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_3 , para a Tabela 6.3 (EBR). Figura G.32 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_3 , para a Tabela 6.3 (EBP).

Figura G.33 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_4 , para a Tabela 6.3 (EBR). Figura G.34 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_4 , para a Tabela 6.3 (EBP).

Figura G.35 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_5 , para a Tabela 6.3 (EBR). Figura G.36 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_5 , para a Tabela 6.3 (EBP).

Figura G.37 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_0 , para a Tabela 6.4 (EBR). Figura G.38 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_0 , para a Tabela 6.4 (EBP).

Figura G.39 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_1 , para a Tabela 6.4 (EBR). Figura G.40 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_1 , para a Tabela 6.4 (EBP).

Figura G.41 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_2 , para a Tabela 6.4 (EBR). Figura G.42 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_2 , para a Tabela 6.4 (EBP).

Figura G.43 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_3 , para a Tabela 6.4 (EBR). Figura G.44 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_3 , para a Tabela 6.4 (EBP).

Figura G.45 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_4 , para a Tabela 6.4 (EBR). Figura G.46 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_4 , para a Tabela 6.4 (EBP).

Figura G.47 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_5 , para a Tabela 6.4 (EBR). Figura G.48 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_5 , para a Tabela 6.4 (EBP).

Figura G.49 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_0 , para a Tabela 6.5 (EBR). Figura G.50 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_0 , para a Tabela 6.5 (EBP).

Figura G.51 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_1 , Figura G.52 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_1 , para a Tabela 6.5 (EBR).

Figura G.53 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_2 , Figura G.54 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_2 , para a Tabela 6.5 (EBR).

Figura G.55 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_3 , Figura G.56 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_3 , para a Tabela 6.5 (EBR).

Figura G.57 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_4 , para a Tabela 6.5 (EBR). Figura G.58 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_4 , para a Tabela 6.5 (EBP).

Figura G.59 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_5 , para a Tabela 6.5 (EBR). Figura G.60 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_5 , para a Tabela 6.5 (EBP).

Figura G.61 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_0 , para a Tabela 6.6 (EBR). Figura G.62 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_0 , para a Tabela 6.6 (EBP).

Figura G.63 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_1 , para a Tabela 6.6 (EBR). Figura G.64 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_1 , para a Tabela 6.6 (EBP).

Figura G.65 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_2 , para a Tabela 6.6 (EBR). Figura G.66 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_2 , para a Tabela 6.6 (EBP).

Figura G.67 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_3 , para a Tabela 6.6 (EBR). Figura G.68 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_3 , para a Tabela 6.6 (EBP).

Figura G.69 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_4 , para a Tabela 6.6 (EBR). Figura G.70 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_4 , para a Tabela 6.6 (EBP).

Figura G.71 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_5 , para a Tabela 6.6 (EBR). Figura G.72 – Gráfico Quantil-Quantil de θ_5 , para a Tabela 6.6 (EBP).

APÊNDICE H

VALORES DE RESISTÊNCIA À TRAÇÃO (f_{t0})

Tabela H1- Dados de resistência a tração paralela às fibras (f_{t0}) e vida à fadiga (N) de corpos-de-prova de madeira sem emendas, para a espécie *Pinus Caribea* variedades *Hondurensis*, obtidos no LaMEM (MACÊDO, 2000).

Ensaio.	Réplica.	f (HZ)	S (%)	f_{t0} (kN/cm^2)	N
1	1	1	60	4,902	211480
1	2	1	60	7,290	430899
1	3	1	60	4,561	204017
1	4	1	60	3,614	229270
1	5	1	60	6,750	252510
1	6	1	60	6,880	400197
2	1	5	60	3,117	900005
2	2	5	60	6,763	703389
2	3	5	60	5,177	1794615
2	4	5	60	4,884	1149067
2	5	5	60	4,710	1382568
2	6	5	60	6,680	791034
3	1	9	60	4,125	793417
3	2	9	60	6,763	1106942
3	3	9	60	5,177	1814582
3	4	9	60	3,968	1264336
3	5	9	60	3,614	1330109
3	6	9	60	6,860	1016584
4	1	1	75	4,125	93432
4	2	1	75	7,290	118610
4	3	1	75	7,100	178388
4	4	1	75	3,750	66818
4	5	1	75	6,860	72917
4	6	1	75	6,880	87134
5	1	5	75	3,697	360056
5	2	5	75	7,100	124050
5	3	5	75	5,862	309413
5	4	5	75	4,812	163539
5	5	5	75	5,400	253120
5	6	5	75	6,750	219832

6	1	9	75	4,726	150375
6	2	9	75	4,882	241314
6	3	9	75	5,862	454026
6	4	9	75	7,210	264474
6	5	9	75	5,350	297954
6	6	9	75	4,710	373929
7	1	1	90	3,569	91
7	2	1	90	3,117	57
7	3	1	90	4,561	21
7	4	1	90	6,985	139
7	5	1	90	6,880	113
7	6	1	90	6,750	87
8	1	5	90	3,697	187
8	2	5	90	3,717	417
8	3	5	90	4,812	348
8	4	5	90	6,985	617
8	5	5	90	5,400	584
8	6	5	90	6,750	381
9	1	9	90	3,569	103
9	2	9	90	3,717	325
9	3	9	90	4,884	649
9	4	9	90	7,210	619
9	5	9	90	5,350	669
9	6	9	90	6,75	925

Nota: S = tensão e f = frequência.

Tabela H2- Dados de resistência a tração paralela às fibras (f_{t0}) e vida à fadiga (N) de corpos-de-prova de madeira sem emendas para as espécies Eucalipto Grandis, obtidos no LaMEM (MACÊDO, 2000).

Ensaio.	Réplica.	f (HZ)	S (%)	f_{t0} (kN/cm^2)	N
1	1	1	60	8,478	300060
1	2	1	60	7,830	447727
1	3	1	60	4,041	256633
1	4	1	60	8,175	483367
1	5	1	60	6,747	428444
1	6	1	60	10,893	180865
2	1	5	60	8,677	1601572
2	2	5	60	7,574	902906
2	3	5	60	6,899	1310678
2	4	5	60	7,694	867411
2	5	5	60	10,893	1413229
2	6	5	60	6,747	1887691
3	1	9	60	4,902	963383
3	2	9	60	8,175	1367100
3	3	9	60	9,566	1410236
3	4	9	60	9,215	1145759
3	5	9	60	5,610	1145760
3	6	9	60	5,870	1535709
4	1	1	75	7,610	153472
4	2	1	75	7,574	124896

4	3	1	75	9,623	81872
4	4	1	75	8,894	94734
4	5	1	75	6,017	77639
4	6	1	75	9,039	114332
5	1	5	75	8,144	339606
5	2	5	75	9,623	255226
5	3	5	75	7,089	356979
5	4	5	75	9,566	249317
5	5	5	75	7,553	182182
5	6	5	75	9,215	290385
6	1	9	75	8,144	175454
6	2	9	75	8,677	241199
6	3	9	75	6,899	310731
6	4	9	75	7,553	473653
6	5	9	75	9,039	332578
6	6	9	75	5,870	329510
7	1	1	90	8,767	13
7	2	1	90	8,478	45
7	3	1	90	7,830	204
7	4	1	90	4,041	104
7	5	1	90	6,694	34
7	6	1	90	8,125	134
8	1	5	90	8,767	181
8	2	5	90	4,902	120
8	3	5	90	10,346	236
8	4	5	90	7,480	639
8	5	5	90	7,089	594
8	6	5	90	8,125	897
9	1	9	90	7,610	355
9	2	9	90	10,346	157
9	3	9	90	8,894	430
9	4	9	90	6,017	284
9	5	9	90	10,05	745
9	6	9	90	5,610	1077

Nota: S = tensão e f = frequência.

Tabela H3- Dados de resistência a tração paralela às fibras (f_{t0}) e vida à fadiga (N) de corpos-de-prova de madeira com emendas dentadas para as espécies Pinus Caribea variedades Hondurensis com os adesivos CASCOPHEN RS-216 (Ades.1) poliuretano à base de óleo de mamona (Ades.2), obtidos no LaMEM (MACÊDO, 2000).

Ensaio.	Réplica.	f (HZ)	S (%)	f_{t0} (kN/cm^2)		N	
				Ades.1	Ades.2	Ades.1	Ades.2
1	1	1	60	2,900	6,956	20007	20269
1	2	1	60	3,378	4,336	25001	28210
1	3	1	60	3,724	5,112	8232	32824
1	4	1	60	2,850	4,768	32240	18370
1	5	1	60	5,213	4,505	21424	18865
1	6	1	60	3,840	3,104	25254	33526

2	1	5	60	2,900	3,138	50144	40011
2	2	5	60	3,378	2,119	27771	48331
2	3	5	60	3,742	4,600	30155	45326
2	4	5	60	2,779	5,112	60000	72388
2	5	5	60	5,337	4,437	50018	38887
2	6	5	60	2,971	6,427	50178	31605
3	1	9	60	3,060	3,906	80000	105933
3	2	9	60	3,596	1,928	60348	89235
3	3	9	60	3,786	4,600	67514	37879
3	4	9	60	3,906	4,805	120062	104860
3	5	9	60	5,440	4,336	78108	34625
3	6	9	60	3,840	6,958	105919	122984
4	1	1	75	3,320	3,138	4368	3459
4	2	1	75	2,931	3,906	2738	7229
4	3	1	75	3,533	3,422	3150	6337
4	4	1	75	3,873	4,803	6003	4237
4	5	1	75	3,329	6,958	5001	5445
4	6	1	75	3,293	5,554	3027	2513
5	1	5	75	4,340	1,918	14019	10095
5	2	5	75	4,213	4,027	12315	3295
5	3	5	75	4,292	3,422	10692	13724
5	4	5	75	5,485	4,805	3374	9144
5	5	5	75	5,213	6,427	6667	9127
5	6	5	75	2,971	5,940	7655	4138
6	1	9	75	3,900	2,019	26214	24629
6	2	9	75	4,340	3,104	47513	20084
6	3	9	75	3,724	4,777	25374	33358
6	4	9	75	5,440	4,418	35325	22472
6	5	9	75	5,240	4,348	15180	18430
6	6	9	75	3,293	5,940	7027	15161
7	1	1	90	3,000	4,505	85	58
7	2	1	90	3,533	1,928	34	38
7	3	1	90	3,873	4,768	48	19
7	4	1	90	3,259	3,916	110	78
7	5	1	90	3,906	6,656	25	90
7	6	1	90	5,473	5,365	75	81
8	1	5	90	3,320	1,918	272	256
8	2	5	90	4,213	4,315	145	201
8	3	5	90	3,912	3,219	98	96
8	4	5	90	4,341	4,752	138	276
8	5	5	90	4,292	4,513	202	544
8	6	5	90	5,240	5,365	542	139
9	1	9	90	3,000	2,180	364	193
9	2	9	90	3,596	4,027	301	157
9	3	9	90	3,912	4,158	92	328
9	4	9	90	4,775	3,916	473	260
9	5	9	90	2,850	4,513	121	509
9	6	9	90	3,840	5,554	279	286

Nota: S = tensão e f = frequência.

Tabela H4- Dados de resistência a tração paralela às fibras (f_{t0}) e vida à fadiga (N) de corpos-de-prova de madeira com emendas dentadas para as espécies Eucalipto Grandis com os adesivos CASCOPHEN RS-216 (Ades.1) poliuretano à base de óleo de mamona (Ades.2), obtidos no LaMEM (MACÊDO, 2000).

Ensaio.	Réplica.	f (HZ)	S (%)	f_{t0} (kN/cm^2)		N	
				Ades.1	Ades.2	Ades.1	Ades.2
1	1	1	60	6,390	6,023	30000	32412
1	2	1	60	6,391	8,938	26052	16138
1	3	1	60	5,957	4,052	16135	20073
1	4	1	60	4,761	6,568	36250	25765
1	5	1	60	2,778	5,718	25161	46278
1	6	1	60	6,469	6,627	16019	9654
2	1	5	60	6,372	4,756	50073	67434
2	2	5	60	3,242	7,182	35106	50000
2	3	5	60	7,018	3,791	26022	20788
2	4	5	60	4,615	6,483	66561	63208
2	5	5	60	4,829	5,877	21410	46081
2	6	5	60	2,900	7,467	47202	44230
3	1	9	60	6,313	7,182	80135	70819
3	2	9	60	6,284	5,278	40166	108540
3	3	9	60	3,964	7,999	70910	117265
3	4	9	60	3,882	6,586	101142	39331
3	5	9	60	4,829	4,667	104429	97100
3	6	9	60	2,900	6,792	95920	62769
4	1	1	75	6,390	6,427	6007	6452
4	2	1	75	6,418	5,813	2924	6349
4	3	1	75	6,980	3,712	6014	3798
4	4	1	75	7,018	7,508	2075	3199
4	5	1	75	5,892	4,667	4321	6294
4	6	1	75	3,817	6,347	5378	4255
5	1	5	75	6,308	5,813	9205	12764
5	2	5	75	6,218	4,798	4138	7386
5	3	5	75	6,326	3,539	13371	9640
5	4	5	75	7,189	8,995	6027	5268
5	5	5	75	5,892	4,990	10327	5624
5	6	5	75	4,615	6,774	9535	8561
6	1	9	75	6,549	4,756	25796	26638
6	2	9	75	5,912	5,989	51125	21256
6	3	9	75	7,982	3,539	30239	18870
6	4	9	75	5,318	8,995	10556	15358
6	5	9	75	3,565	4,990	17613	38047
6	6	9	75	3,817	6,627	31451	8099
7	1	1	90	8,108	4,613	69	72
7	2	1	90	6,269	6,427	31	49
7	3	1	90	6,520	3,867	108	11
7	4	1	90	6,284	3,545	67	56
7	5	1	90	5,957	8,393	49	155
7	6	1	90	3,155	5,877	40	53
8	1	5	90	6,269	5,278	325	234
8	2	5	90	6,308	6,051	264	214
8	3	5	90	6,218	7,999	139	116

8	4	5	90	6,391	3,545	216	212
8	5	5	90	3,242	6,732	413	509
8	6	5	90	6,469	6,347	335	387
9	1	9	90	7,401	4,798	627	295
9	2	9	90	5,844	6,051	155	247
9	3	9	90	6,418	4,052	198	318
9	4	9	90	6,990	3,712	400	159
9	5	9	90	3,242	8,393	130	321
9	6	9	90	2,778	6,732	203	593

Nota: S = tensão e f = frequência.

Tabela H5- Dados adicionais de resistência a tração paralela às fibras (f_{t0}) e vida à fadiga (N) de corpos-de-prova de madeira sem emendas, para a espécie *Pinus Caribea* variedades *Hondurensis*, obtidos no LaMEM no 2000.

Ensaio.	Réplica.	f (HZ)	S (%)	f_{t0} (kN/cm^2)	N
1	1	13	60	3,904	4939830
1	2	13	60	4,884	2454319
2	1	17	60	3,904	7185056
2	2	17	60	4,879	10000000
3	1	13	75	5,016	299297
3	2	13	75	4,213	198314
4	1	17	75	3,416	689235
4	2	17	75	4,213	363015
5	1	13	90	5,016	1819
5	2	13	90	3,968	1186
6	1	17	90	4,879	3845
6	2	17	90	3,750	2536

Nota: S = tensão e f = frequência.

Tabela H6- Dados adicionais de resistência a tração paralela às fibras (f_{t0}) e vida à fadiga (N) de corpos-de-prova de madeira sem emendas, para a espécie *Eucalipto Grandis*, obtidos no LaMEM no 2000.

Ensaio.	Réplica.	f (HZ)	S (%)	f_{t0} (kN/cm^2)	N
1	1	13	60	8,339	2939418
1	2	13	60	7,519	4367251
2	1	17	60	8,339	9654185
2	2	17	60	7,519	6739416
3	1	13	75	8,559	304819
3	2	13	75	7,019	159369
4	1	17	75	9,016	723655
4	2	17	75	6,958	251914
5	1	13	90	8,559	1617
5	2	13	90	6,958	1378
6	1	17	90	9,016	4369
6	2	17	90	6,958	1897

Nota: S = tensão e f = frequência.

Tabela H7- Dados adicionais de resistência a tração paralela às fibras (f_{t0}) e vida à fadiga (N) de corpos-de-prova de madeira com emendas dentadas para as espécie Pinus Caribea variedades Hondurensis com o adesivos poliuretano à base de óleo de mamona, obtidos no LaMEM no 2000.

Ensaio.	Réplica.	f (HZ)	S (%)	f_{t0} (kN/cm^2)	N
1	1	13	60	4,315	152545
1	2	13	60	4,039	276374
1	3	13	60	1,940	411545
2	1	17	60	4,039	663539
2	2	17	60	3,109	975417
2	3	17	60	5,431	138681
3	1	13	75	4,119	8701
3	2	13	75	4,418	33606
3	3	13	75	1,940	53628
4	1	17	75	3,958	83413
4	2	17	75	4,805	55149
4	3	17	75	3,779	22316
5	1	13	90	2,019	1575
5	2	13	90	3,958	793
5	3	13	90	5,431	1167
6	1	17	90	2,180	4637
6	2	17	90	4,119	1015
6	3	17	90	5,431	2904

Tabela H8- Dados adicionais de resistência a tração paralela às fibras (f_{t0}) e vida à fadiga (N) de corpos-de-prova de madeira com emendas dentadas para as espécie Eucalipto Grandis com o adesivos poliuretano à base de óleo de mamona, obtidos no LaMEM no 2000.

Ensaio.	Réplica.	f (HZ)	S (%)	f_{t0} (kN/cm^2)	N
1	1	13	60	4,798	435024
1	2	13	60	4,831	85950
1	3	13	60	7,508	239367
2	1	17	60	3,867	339417
2	2	17	60	6,483	751262
2	3	17	60	7,314	418839
3	1	13	75	7,073	15819
3	2	13	75	5,990	22614
3	3	13	75	4,089	38147
4	1	17	75	7,073	78531
4	2	17	75	5,990	61343
4	3	17	75	3,958	11090
5	1	13	90	4,089	1832
5	2	13	90	7,314	1079
5	3	13	90	6,174	644
6	1	17	90	6,023	2513
6	2	17	90	3,958	1819
6	3	17	90	2,900	3197

Nota: S = tensão e f = frequência.

APÊNDICE I

PUBLICAÇÕES EM REVISTAS E CONGRESSOS

I.1. Publicações de artigos em revistas arbitradas.

1. MARTÍNEZ, E. M.; ACHCAR, J. A. Bayesian Methods in Accelerated Life Test Considering a Log-Linear Model for the Birnbaum-Saunders Distribution. *Revista Brasileira de Estatística*, v52, No. 197/198, p47-68, jan./dez. ISSN: 0034-7175, 1991.
2. MARTÍNEZ, E. M.; CALIL, C. J. Statistical Design of Experiments of Fatigue in MDF. *Journal Materials Research*, v3, No. 3, p84-91, july. ISSN: 1516-1439, 2000.
3. MARTÍNEZ, M. E.; CALIL, C. J.; SALES, A. Un método de muestreo para la determinación de las propiedades físicas y mecánicas de la madera. *Revista Madera Ciencia y Tecnología*, v. 2, n. 1, p. 5-20. ISSN: 01717-3644, 2000.
4. MARTÍNEZ, M. E.; CALIL, C. J. Statistical Design and Orthogonal Polynomial Model to Estimate the Fatigue Strength in Finger Joints of Wood. Artigo aceito para publicação no *International Journal of Fatigue*, 2001.
5. MARTÍNEZ, E. M.; CALIL, C. J.; FLIORELLI, J. Resistencia Mecánica de los Tableros de Densidad Media. Parte I: Resistencia a la tracción Paralela a la superficie y Conceptos Básicos de Diseño Estadístico de Experimentos. Artigo submetido à publicação na *Revista Forestal Yvyrareta*, 2001.
6. MARTÍNEZ, E. M.; LOUZADA, F. N.; CALIL, C. J. A Multiple Orthogonal Polynomial Birnbaum-Saunders Model for Fitting Fatigue in Wood. Artigo

aceito para publicação no *International Journal of Engineering Science*, 2001.

7. MARTÍNEZ, E. M.; LOUZADA, F. N.; CALIL, C. J. Bootstrap Procedure for Studies of Fatigue Strength in Wood Specimen. Artigo submetido à publicação no *International Journal of Fatigue*, 2001.

I.2. Publicações em congressos.

1. MARTÍNEZ, E. M.; ACHCAR, J. A. **Uso de métodos bayesianos em testes acelerados, considerando um modelo log-linear para a distribuição de Birnbaum-Saunders.** Anais da trigésima sétima reunião anual da região brasileira da sociedade internacional de Biometria, Realizada no departamento de Matemática e estatística da Universidade Estadual de São Paulo (ESALQ/USP), 1992, Piracicaba - SP. – Brasil.
2. MARTÍNEZ, E. M. **Toma de decisões com estatística bayesiana.** Anais da semana de Engenharia Industrial, Universidad Tecnológica de Panamá, Centro Regional de Chiriquí - Panamá, 1995.
3. MARTÍNEZ, M. E.; CALIL, C. J.; SALES, A. **Amostragem para a determinação das propriedades físicas e mecânicas da madeira.** Anais do DÉCIMO TERCEIRO CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA DE MATERIAIS (13º CBECIMAT), celebrado no Centro de Convenções Curitiba – PR, 9 de dezembro de 1998.
4. MARTÍNEZ, M. E.; CALIL, C. J. **Desenvolvimento de um modelo estatístico para aplicação no estudo de fadiga em emendas dentadas de madeira.** Livro de Programa e Resumos do II SIMPÓSIO INTERUNIDADES DE CIÊNCIA E ENGENHARIA DE MATERIAIS (II SICEM), celebrado no Instituto de Química de São Carlos – SP, 12 de Novembro de 1999.
5. MARTÍNEZ, M. E.; CALIL, C. J. **Determinação do valor característico da resistência da madeira: distribuições de probabilidades simétricas e assimétricas.** Anais do VII ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRA E

EM ESTRUTURAS DE MADEIRA (VII EBRAMEM), celebrado na Escola de Engenharia de São Carlos (EESC) da Universidade de São Paulo (USP), São Carlos - SP, 12 de julho de 2000.

6. MARTÍNEZ, M. E.; CALIL, C. J. **Planejamento estatístico de experimentos de fadiga em MDF.** Anais do VII ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRA (VII EBRAMEM), celebrado na Escola de Engenharia de São Carlos (EESC) da Universidade de São Paulo (USP), São Carlos - SP, 12 de julho de 2000.
7. MARTÍNEZ, M. E.; CALIL, C. J. **Um método de amostragem para a determinação das propriedades físicas e mecânicas da madeira.** Anais do VII ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRA (VII EBRAMEM), celebrado na Escola de Engenharia de São Carlos (EESC) da Universidade de São Paulo (USP), São Carlos - SP, 12 de julho de 2000.
8. MARTÍNEZ, M. E.; CALIL, C. J. **Desenvolvimento de um modelo estatístico para aplicação no estudo de fadiga em emendas dentadas de madeira.** Livro de Programa e Resumos do III SIMPÓSIO EM CIÊNCIA E ENGENHARIA DE MATERIAIS (III SICEM), celebrado no Prédio anexo do Serviço de Biblioteca da Escola de Engenharia de São Carlos (EESC) da Universidade de São Paulo (USP), São Carlos - SP, 24 de Novembro de 2000.
9. MARTÍNEZ, M. E.; CALIL, C. J. **O Planejamento Estatístico na determinação das propriedades da fadiga em madeira e derivados.** Trabalho aceito para o VIII ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRA (VIII EBRAMEM), a ser realizado na Faculdade de Engenharia Civil (FECIV) da Universidade Federal de Uberlândia (UFU), Uberlândia - MG, 24 a 26 de julho de 2002.

APÊNDICE J

PROGRAMA DE APERFEIÇOAMENTO DE ENSINO (PAE) E CURSOS MINISTRADOS

J.1. Programa de Aperfeiçoamento de Ensino.

1. **Carga horária:** 6 horas, **Período:** 2º semestre de 2000, **atividades:** didáticas, **disciplina:** Introdução à Inferência Estatística, **Lugar:** Departamento de Ciências de Computação e Estatística do Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, **nível:** graduação, **supervisão:** Profa. Dra. Maria Creusa Bretas Salles.
2. **Carga horária:** 6 horas, **Período:** 1º semestre de 2000, **atividades:** didáticas, **disciplina:** Estatística 1, **Lugar:** Departamento de Ciências de Computação e Estatística do Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, **nível:** graduação, **supervisão:** Profa. Dra. Maria Creusa Bretas Salles.
3. **Carga horária:** 6 horas, **Período:** 2º semestre de 1999, **atividades:** didáticas, **disciplina:** Probabilidade e Estatística, **Lugar:** Departamento de Ciências de Computação e Estatística do Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, **nível:** graduação, **supervisão:** Profa. Dra. Maria Creusa Bretas Salles.

J.2. Cursos Ministrados.

1. ESTATÍSTICA E PLANEJAMENTO ESTATÍSTICO DE EXPERIMENTOS EM MADEIRAS E PRODUTOS DERIVADOS, curso de

- 40 horas, apresentado no âmbito do Instituto Brasileiro de Madeira (IBRAMEM), para pós-graduandos das Áreas de Engenharia de Estruturas e Ciências dos Materiais, Escola de Engenharia de São Carlos – USP, Universidade de São Paulo, 2000.
2. PLANEJAMENTO DE PESQUISA E TÉCNICAS DE AMOSTRAGEM UTILIZADAS NAS PESQUISAS CIENTÍFICAS, curso de 42 horas, apresentado na Escola de Química, da Faculdade de Ciências Naturais e Exatas, da Universidad Autónoma de Chiriquí (UNACHI), David - Chiriquí-Panamá, 1995.
 3. A AUTOMATIZAÇÃO NA TOMA DE DECISÕES E ENSINO, curso de 40 horas, apresentado no Departamento de Estatística Econômica e Social, da Faculdade de Economia, do Centro Regional Universitario de Chiriquí (CRUCHI), da Universidad de Panamá, David - Chiriquí – Panamá, 1995.
 4. ESTATÍSTICA APLICADA A PROBLEMAS ECONÔMICOS, curso de 40 horas, apresentado no Departamento de Estatística Econômica e Social, da Faculdade de Economia, do Centro Regional Universitario de Chiriquí (CRUCHI), da Universidad de Panamá, David - Chiriquí – Panamá, 1994.
 5. INTRODUÇÃO AO PROCESSAMENTO ELECTRÔNICO DE DADOS, curso de 40 horas, apresentado na sala de Contabilidade, da Faculdade de Administração de Empresas e Contabilidade, do Centro Regional Universitario de Chiriquí (CRUCHI), da Universidad de Panamá, David - Chiriquí - Panamá, 1995.
 6. MÉTODOS E TÉCNICAS DE PESQUISA, curso Teórico Prático de 42 horas, apresentado para docentes, no Centro Regional de Chiriquí, da Universidad Tecnológica de Panamá (UTP), David – Chiriquí - Panamá, 1994.