AUTARQUIA ASSOCIADA À UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

INTERFEROMETRIA SPECKLE COM LASERS DE DIODO MULTIMODO PARA ANÁLISE DE MATERIAIS E DISPOSITIVOS

DANILO MARIANO DA SILVA

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do Grau de Mestre em Ciências na Área de Tecnologia Nuclear - Materiais

Orientador:
Prof. Dr. Niklaus Ursus Wetter

São Paulo
2011

INSTITUTO DE PESQUISAS ENERGÉTICAS E NUCLEARES

Autarquia associada à Universidade de São Paulo

INTERFEROMETRIA *SPECKLE* COM LASERS DE DIODO MULTIMODO PARA ANÁLISE DE MATERIAIS E DISPOSITIVOS

DANILO MARIANO DA SILVA

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para a obtenção do grau de Mestre em Ciências na Área de Tecnologia Nuclear – Materiais.

Orientador: Prof. Dr. Niklaus Ursus Wetter

SÃO PAULO

2011

Dedico este trabalho aos meus

queridos pais e irmã

Agradecimentos

A minha família por todo o incentivo, apoio, ajuda e por me aturarem durante este período

Ao meu orientador Niklaus Ursus Wetter pela orientação e conhecimento que me tornaram um profissional melhor.

Ao Eduardo Acedo Barbosa pela oportunidade, incentivo, amizade, todo o ensinamento passado, sem o qual, este projeto não seria possível.

Não tenho palavras que demonstrem a gratidão que tenho por todos os meus colegas que me apoiaram e tornaram esta experiência muito agradável. Obrigado a todos os meus colegas do laboratório de desenvolvimento de lasers: Alessandro, Cris, Fábio, Fabíola Giovanna, Gustavo (Catatau), Gustavo S., Jonas, Lídia, Luiz, Matheus, Renato, Vitor. E a todos os funcionários do CLA, em especial, o Marcão e o Paulinho pelas inúmeras peças confeccionadas. Ao seu Luíz e Rubens por toda segurança prestada e a Dona Marta pelo santo cafezinho de todo dia. Um agradecimento especial aos meus colegas da salinha: Ana Ballet, Ana Cláudia, Antônio, Artur,Camila, Cláudia (Cacau), Débora, Letícia, Leonardo e Lívia.

E a todos os meus colegas do Laboratório de Óptica Aplicada: Merilyn, Emanuel, André, Camila, Carlos, Elias, Fábio, Fernando, Wellinton, Vitor.

Aos meus eternos amigos Camila, Leice, Marcus, Martinha e Vitor por todo apoio e por estar sempre presentes. Sem me esquecer também de todos os membros do AMC por proporcionarem sempre ótimos momentos de descontração e churrascos fantásticos.

Aos colegas do Laboratório de Vidros e datação, e Laboratório de Vácuo da Fatec por serem ótimos vizinhos científicos.

Ao CNPq e a Fapesp pelo apoio financeiro.

"O futuro não pode ser previsto, mas pode ser inventado. É a nossa habilidade de inventar o futuro que nos dá esperança para fazer de nós o que somos."

Dennis Gabor

INTERFEROMETRIA *SPECKLE* COM LASERS DE DIODO MULTIMODO PARA ANÁLISE DE MATERIAIS E DISPOSITIVOS

Danilo Mariano da Silva

RESUMO

Neste trabalho foi desenvolvido um novo método voltado para a caracterização de lentes térmicas em materiais fotônicos, utilizados como meios ativos no desenvolvimento de lasers. Este método baseia-se em interferometria por padrão de *speckle* eletrônico (ESPI), utilizando dois lasers de diodo multímodo sintonizados a diferentes freqüências. Com o ajuste desta diferença, foi possível escolher uma resolução apropriada para medirmos as variações geradas no raio de curvatura da frente de onda, relacionados ao efeito térmico. Para os nossos experimentos escolhemos uma amostra vítrea de aluminato de cálcio dopado com 4% de érbio; e potências de bombeio incidentes de até 1,76 mW do laser de bombeio. Os lasers de diodo foram sintonizados para ter um intervalo de contorno por volta de 120 μm. Com o aumento da potência absorvida pela amostra, observamos a diminuição da curvatura da frente de onda incidente na CCD, devido ao aumento da potência da lente térmica gerada. Através de uma análise paraxial dos feixes, foi feita uma aproximação para obtermos os valores das lentes para cada configuração, apresentando comprimentos focais de 131,39 mm a 42,76 mm.

SPECKLE INTERFEROMETRY WITH MULTIMODE DIODE LASERS FOR ANALISIS OF MATERIALS AND DEVICES

Danilo Mariano da Silva

ABSTRACT

In this work we will develop a new method focused on the caracterization of thermal lenses effect in photonic materials used as active media in lasers design. This method is based on electronic *speckle* pattern interferometry (ESPI) using two multimode diode lasers tuned to different frequencies. Adjusting this difference we can achieve an appropriate resolution to measure the variability generated within the curvature radius of the wavefront due to thermal lens effect. For our experiments we chose a vitreous sample of calcium aluminate doped with 4% erbium and incident pump powers ranging to 1.76mW. The diode lasers were tuned to have a contour interval of around 120μm. With addition in power absorbed by the sample, we observed a decrease in the curvature radius incident on the camera due to increased power of the thermal lens generated. Through a paraxial of the wavefront, an approach was made to obtain the values of the lenses for each configuration, with focal lengths ranging from 131.39 mm to 42.76 mm.

Sumário

Agradecimentos **3**

RESUMO **5**

ABSTRACT **6**

1. Introdução **13**

2. Efeito de lente térmica **15**

3.*Speckle* **17**

3.1. Estatística da intensidade 18

3.2. Tipos de *Speckle* 22

3.2.1. *Speckle* Objetivo 22

3.2.2. *Speckle* Subjetivo 23

4. Interferometria por padrão de *speckle* eletrônico (Electronic *speckle* pattern interferometry) **25**

5. Interferometria por padrão de *speckle* eletrônico (ESPI) com lasers de diodo multímodo **28**

6. Interferometria *speckle* por deslocamento de fase (Phase-Shifting *Speckle* Interferometry) **32**

7. Deconvolução de fase (Phase Unwrapping) **33**

8. Feixes paraxiais e Matriz ABCD **35**

8.1.Aproximação paraxial para feixes gaussianos 38

9. Desenvolvimentos teóricos **40**

9.1.Sistema óptico do projeto 40

9.2.Cálculo do comprimento focal gerado na amostra 42

10. Procedimento experimental **47**

10.1 *Parte A* da montagem experimental 48

10.2 *Parte B* da montagem experimental 49

10.3 *Parte C* da montagem experimental 50

10.4 Processamento das imagens 52

11. Resultados e discussões 57

11.1 Medidas de absorção 57

11.2 Influência da amostra no sistema óptico 58

11.3 Medidas dos comprimentos focais 61

12. Conclusões 69

13. Sugestões de continuidade da pesquisa 70

14. Referências bibliográficas 71

Lista de figuras

Figura 1*:curva de potência do material, à esquerda e a curva de comprimentos focais a direita* 16

Figura 2*: A- Espalhamento de um feixe coerente B- padrão speckle* 17

Figura 3*: Origem física do padrão de speckle. A- Reflexão difusa de luz coerente por uma superfície rugosa; B- Transmissão de luz coerente por um objeto translucido; C- Formação de uma imagem de uma superfície rugosa* 19

Figura 4*: Passeio aleatório no plano complexo* 20

Figura 5*: Formação do speckle objetivo* 23

Figura 6*: Formação do speckle subjetivo* 24

Figura 7*: Interferência do padrão speckle com um feixe referência plano ou esférico* 25

Figura 8*: Interferência o padrão speckle com um feixe referência obtido de um objeto difuso* . 26

Figura 9*: ESPI com dois lasers baseado no interferômetro de Twyman-Green.* 29

Figura 10*: a) fase como módulo de 2π, b) função a ser adicionada,c) distribuição da fase deconvoluída (unwrapped)* 34

Figura 11*: Comportamento de um feixe a uma distância d* 35

Figure 12*: Propagação de um feixe Gaussiano* 39

Figura 13*: Sistema óptico utilizado neste projeto e sua representação paraxial.* 41

Figura 14*: nova configuração para lente delgada.* 45

Figura 15*: Diagrama esquemático do arranjo speckle- A: Lasers de prova utilizados para a formação de imagens; B: Braço do feixe referência e sistema de formação de imagens; C- Braço do feixe objeto.* 47

Figura 16*: Foto da montagem* 48

Figura 17*: Fenômeno do batimento A- Duas frentes de onda com mesma amplitude e diferentes comprimentos de onda e B- O padrão resultante da interferência destas ondas.* 49

Figura 18*: Subtração de imagens (formação dos frames).* 52

Figura 19*: Deslocamento de fase.* 53

Figura 20*: Filtragem da imagem por transformada de Fourier.* 53

Figura 21*:Transformada inversa de Fourier para o frame 1.* 53

Figura 22 *:Cálculo da diferença de fase.*..... 54
Figura 23*: unwraping do mapa de fases.*..... 54
Figura 24*: Soma dos mapas de fase.*..... 55
Figura 25*: perfil de curvatura da frente de onda.* 55
Figura 26*: Curva de absorção da amostra.*..... 58
Figure 27*: Curvatura da frente de onda do arranjo sem a amostra.*..... 59
Figura 28*: Curvatura da frente de onda do arranjo com a amostra.*..... 60
Figura 29*: Etapas do processamento das imagens obtidas com a amostra absorvendo 15 mW do feixe de bombeio: A- Padrões de interferência obtidos com o deslocamento de fase; B- Imagens após filtragem por transformada de Fourier; C- Mapas de fase obtidos a partir dos quatro frames; D- Unwrapping dos mapas de fases.* 62
Figura 30*: Perfil da frente de onda com absorção de 15 mW da amostra a esquerda e sua representação pseudo 3D à direita.*..... 62
Figura 31*: Etapas do processamento das imagens obtidas com a amostra absorvendo 266 mW do feixe de bombeio: A- Padrões de interferência obtidos com o deslocamento de fase; B- Imagens após filtragem por transformada de Fourier; C- Mapas de fase obtidos a partir dos quatro frames; D- Unwrapping dos mapas de fases.* 63
Figura 32*: Perfil da frente de onda com absorção de 266 mW da amostra a esquerda e sua representação pseudo 3D à direita.*..... 63
Figura 33*: Etapas do processamento das imagens obtidas com a amostra absorvendo 424 mW do feixe de bombeio: A- Padrões de interferência obtidos com o deslocamento de fase; B- Imagens após filtragem por transformada de Fourier; C- Mapas de fase obtidos a partir dos quatro frames; D- Unwrapping dos mapas de fases.* 64
Figura 34*: Perfil da frente de onda com absorção de 424 mW da amostra a esquerda e sua representação pseudo 3D à direita.*..... 64
Figura 35*: Etapas do processamento das imagens obtidas com a amostra absorvendo 601 mW do feixe de bombeio: A- Padrões de interferência obtidos com o deslocamento de fase; B- Imagens após filtragem por transformada de Fourier; C- Mapas de fase obtidos a partir dos quatro frames; D- Unwrapping dos mapas de fases.* 65

Figura 36*: Perfil da frente de onda com absorção de 601 mW da amostra a esquerda e sua representação pseudo 3D à direita.* 65
Figura 37*: Etapas do processamento das imagens obtidas com a amostra absorvendo 738 mW do feixe de bombeio: A- Padrões de interferência obtidos com o deslocamento de fase; B- Imagens após filtragem por transformada de Fourier; C- Mapas de fase obtidos a partir dos quatro frames; D- Unwrapping dos mapas de fases.* 66
Figura 38*: Perfil da frente de onda com absorção de 738 mW da amostra a esquerda e sua representação pseudo 3D à direita.* 66
Figura 39*: Curva dos comprimentos focais.* 67

Lista de tabelas

Tabela 1: Sumário de matrizes ABCD para os elementos mais comuns. 38

Tabela 2: medida de absorção da amostra. 57

Tabela 3: Resultados para cada potência absorvida pela amostra para $\boldsymbol{\delta x = 0,5mm}$ 67

1. Introdução

Métodos que utilizam dois comprimentos de onda são bem conhecidos na interferometria. Ao combinar diferentes comprimentos de onda, com um laser de diodo multímodo ou dois lasers, é gerado um comprimento de onda sintético (também conhecido por equivalente ou comprimento de onda efetivo) que é muito maior que o comprimento de onda de uma fonte monocromática e inversamente proporcional aos comprimentos de onda utilizados. Ao aplicar o comprimento de onda sintético em deslocamentos ou varreduras de superfícies, aumentamos a sensibilidade para a detecção de diferenças de fase de um único comprimento de onda.

Interferometria por padrão de *speckle* eletrônico (ESPI) tem-se demonstrado uma técnica óptica adequada para a investigação de propriedades mecânicas de materiais sob a influência de tensões, calor ou vibrações, por exemplo, onde o efeito é comparado a um estado de referência bem definido [1].

A técnica ESPI é uma poderosa técnica de caracterização não-destrutiva, baseada no efeito *speckle*. O *speckle* é primeiramente tratado como um portador de informações, levando a formação de um padrão de franjas. Estas características permitem que analises sejam realizadas em tempo real.

Utilizando um par de lasers de diodo multimodo sintonizáveis e ajustado a comprimentos de onda apropriados, é possível gerar franjas de contorno em um objeto teste. O processo de interferência ocorre ao sobrepor à luz do objeto e um feixe de referência sobre o detector. A imagem registrada mostra o padrão de interferência com o feixe referência de fundo. Para revelar o contorno e eliminar esta intensidade de fundo, dois padrões *speckle* são registrados sucessivamente e então subtraídos.

Visando a detecção e reconstrução de frentes de onda com pequenas variações de fase e não-uniformidades, projetamos um interferômetro *speckle* operando com um comprimento de onda equivalente a algumas dezenas de mícrons. Neste estudo, imagens do objeto sob diferentes estados são subtraídas, e os interferogramas resultantes somados em um único frame, com a iluminação simultânea dos dois lasers. Isto permite a formação do

comprimento de onda equivalente sem a necessidade de seleção de comprimentos de onda entre duas exposições [2]. Uma possível aplicação de nosso interesse, para esta metodologia, é a avaliação do efeito de lentes térmicas em ressonadores ópticos.

No estudo de lasers de estado sólido o efeito de lentes térmicas é um limitante, considerado um parâmetro importante no design de ressonadores ópticos por diminuir a qualidade do feixe laser, a estabilidade do ressonador e a potência de saída do laser [3]. Em lasers de alta potência este efeito é dominante. O limite superior para o aumento de potência de bombeio nos meios ativos é determinado em função das tensões mecânicas geradas devido ao aquecimento não uniforme. A previsão das distorções ópticas induzidas é de extrema importância para o projeto de um laser, de forma que na literatura, inúmeras técnicas têm sido publicadas com foco na caracterização deste efeito [4,5,6].

Técnicas convencionais não-interferométricas registram em uma câmera CCD ou em um detector, um feixe de prova, após o mesmo passar por um cristal laser sob o efeito de lente térmica, apresentando boa resolução temporal, porém baixa resolução espacial; diferente dos métodos interferométricos que são capazes de captar pequenas perturbações de fase.

Neste trabalho será abordado o método de interferometria *speckle* como um método alternativo ao estudo do efeito térmico presentes em materiais fotônicos. As técnicas ópticas de caracterização de componentes e materiais apresentam uma série de vantagens e características interessantes, por permitirem ensaios de alta precisão (geralmente da ordem do comprimento de onda utilizado), ótima reprodutibilidade e por se tratar de um método completamente não destrutivo. Tais processos permitem a medição e a análise de todo o objeto em estudo, em vez de medições ponto-a-ponto. Esta propriedade, além de facilitar e acelerar a análise quanlitativa, favorece avaliações qualitativas com elevado grau de exatidão. A interferometria *speckle* dispensa o uso de meios de registro intermediários, tais como filmes ou cristais fotorrefrativos, e o interferograma é gravado no próprio alvo de uma câmera CCD. Para o nosso caso, aplicamos a interferometria com dois comprimentos de onda diferentes ao arranjo speckle. Este recurso nos permitiu controlar a resolução das imagens a ponto de registrarmos as diferenças de fase presentes em meios ativos, na região de bombeio.

2. Efeito de lente térmica

Este efeito decorre da deposição de calor resultante de processos de decaimento não-radiativos quando há a incidência de um feixe laser de alta intensidade sobre uma interface. O meio de ganho (cristal ou vidro, por exemplo) é mais aquecido ao longo do eixo óptico em comparação as regiões mais externas.

Este efeito é mais pronunciado quando o feixe é focalizado no interior do material, onde há uma maior deposição de energia luminosa sobre uma pequena região do meio ativo. A variação de temperatura criada entre a região central mais quente e a periférica com temperatura mais baixa gera, entre outros efeitos, a variação local do índice de refração, um efeito termo-óptico quantificado com o coeficiente dn/dT. Mudanças do índice podem gerar tensões mecânicas, um efeito foto-elástico ρ_{ij} e o coeficiente de expansão térmica α. As tensões podem levar a mudanças na curvatura do meio de ganho. Uma combinação destes fenômenos é predominantemente a responsável pelo efeito de lente térmica.

O conhecimento da magnitude deste efeito sobre uma amostra pode ser extremamente útil nos campos da óptica de lasers e fotônica. Na literatura, podemos encontrar alguns modelos desenvolvidos para o cálculo da vergência ou potência da lente gerada em um meio ativo [7,8]. Vamos considerar um laser com seu meio de ganho sendo bombeado uniformemente, com o fluxo de calor puramente radial, como é o caso de lasers compostos por cristais em forma de bastão bombeados lateralmente. Temos que o foco da lente térmica pode ser dado por,[7]

$$f^{-1} = \frac{dn/dT}{2\kappa A} P_d \tag{2.1}$$

onde P_d é a potência dissipada, A é a área onde ocorre o bombeio, κ é a condutividade térmica do material e dn/dT é o coeficiente termo-óptico. Neste caso não está sendo considerada a possibilidade de dilatação do meio ativo, o comprimento ou diferentes curvaturas nas faces do bastão.

Algumas possibilidades para redução do efeito de lente térmica podem ser ponderadas analisando a expressão 2.1. Uma primeira opção seria utilizar uma área maior de bombeio durante a operação do laser, o que indica um foco menos pronunciado; entretanto, um modo maior excitaria mais íons, tornado o laser mais sensível ao efeito. Outra possibilidade pode ser observada analisando a dependência $(dn/dT)/\kappa$, que deve ser a menor possível, e conseqüentemente, a potência convertida em calor será menor.

Dos trabalhos já realizados nesta área, podemos citar como exemplo alguns materiais com condutividade térmica positiva. Wang et. al.[9] verificaram o efeito de lente térmica em um laser *self-Raman* composto por um cristal de Nd:GdVO4 (κ =11,7 W/mK< 110 >;dn/dT= 4,7x10^{-6}/K), medindo a posição do foco de um feixe colimado, após este passar pela amostra. O efeito foi verificado para diversas potências e freqüências do pulso de bombeamento. Os resultados são apresentados a seguir na figura 1.

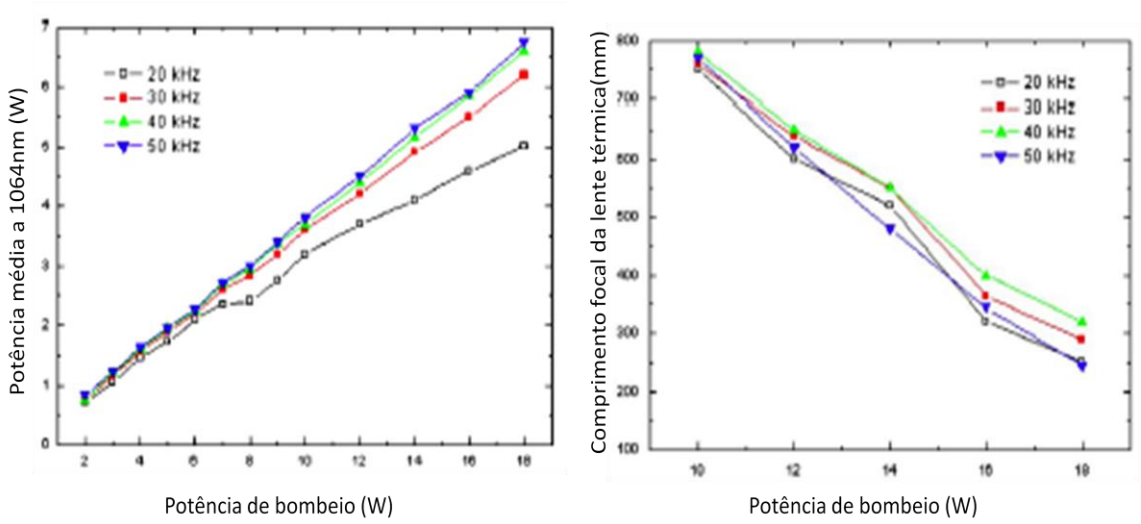


Figura 1:curva de potência do material, à esquerda e a curva de comprimentos focais a direita

Outro recurso associado a este efeito é a técnica de Espectroscopia de Lente Térmica [4], para obtenção de parâmetros como a eficiência quântica, a difusividade térmica e a condutividade térmica de sólidos fluorescentes usados como meios ativos de laser em função da temperatura.

3.*Speckle*

Ao iluminarmos um objeto não absorvedor com luz coerente, sendo a rugosidade deste da mesma ordem de grandeza do comprimento de onda utilizado, a luz é espalhada de maneira aleatória, similar a de um refletor com a superfície difusora. Todos os pontos iluminados pela superfície tornam-se emissores de ondas esféricas, segundo o princípio de Huygens (figura 2a), cuja interferência resulta em um padrão intrínseco ao sistema, denominado na literatura como "padrão de granulado" ou de *speckle*, com fase e intensidade variando aleatoriamente, como pode ser observado na figura 2b.

A diferença de fase aleatória entre as ondas que interferem dos centros de espalhamento permanece constante no tempo e é praticamente independente das características do objeto, tanto que este padrão pode ser observado por um sistema fotográfico ou mesmo com os olhos. Se o objeto difuso for colocado em movimento lento, a fase de cada ponto emissor irá mudar devido a este movimento, e com isso iremos observar uma mudança gradual na estrutura detalhada do padrão de *speckle*. Isto sugere que a imagem resultante deste padrão aleatório seja portadora de informações pode ser utilizado para quantificar perfis [10], vibrações [11,12,13], tensões [14], deformações [15], translações, rotações, ou mesmo mudanças de fase de um determinado objeto áspero ou translúcido [16].

Contudo, o padrão varia muito de ponto a ponto e depende fortemente das propriedades ópticas do sistema de visualização. Como a luz é espalhada para todas as direções preenchendo todo o espaço ao redor do meio difusor, pode ser registrado com um filme fotográfico ou uma CCD, a uma determinada distância do objeto.

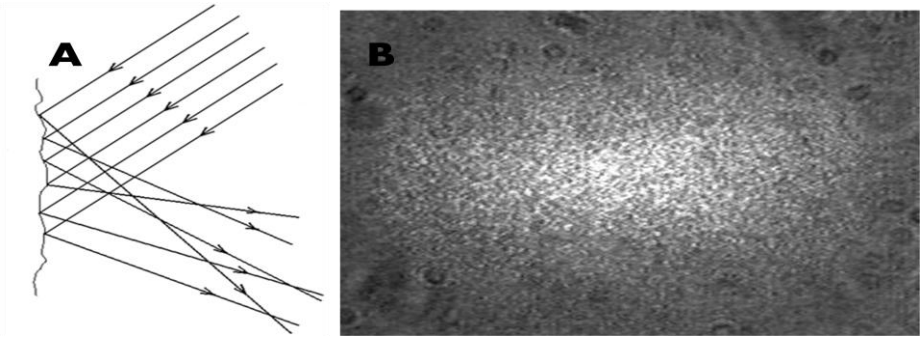


Figura 2: A- Espalhamento de um feixe coerente B- padrão speckle

3.1. Estatística da intensidade

Vamos assumir um feixe coerente e colimado de comprimento de onda λ iluminando uma superfície opticamente rugosa, onde o comprimento de onda escolhido é muito menor que as variações do relevo da superfície. Como as alturas da superfície variam de maneira aleatória, as pequenas ondas esféricas refletidas da superfície vão apresentar distribuição de fase e amplitude aleatórias, figura 3a.

Todas as ondas interferem em um determinado ponto no espaço $P(x, y, z)$. Outra situação análoga a esta, podemos considerar um vidro fosco iluminado na parte de trás por um feixe coerente e colimado, como na figura 3b. A superfície de entrada da luz pode ser considerada plana, e as curvaturas na superfície de saída irão espalhar a luz em ondas esféricas. É importante ressaltar que variações na espessura do vidro podem levar a formação de ondas secundárias. Além disso, não podemos deixar de considerar os efeitos de difração ao utilizar um sistema óptico para formar imagem desta superfície.

Ainda na configuração da figura 3b, o sistema óptico para observar o padrão *speckle* precisa ter uma função de espalhamento pontual suficientemente ampla para garantir muitas regiões individuais do objeto se sobreponham no plano da imagem, apresentado na figura 3c. Independente da imagem assumida, podemos perceber que a luz em um dado ponto $P(x, y, z)$ é composta pela soma dos N componentes que representam a contribuição de todos os pontos da superfície refletora para o caso da figura 3a, ou transmissora para o caso da figura 3b. Considerando uma iluminação por luz coerente e polarizada, as contribuições no ponto P constituídas por elementos de superfície j, podem ser representadas por:

$$u_j(P) = |u_j| e^{i\phi_j} = |u_j| e^{ikr_j} \tag{3.1}$$

onde r é a distância do ponto de espalhamento da superfície j, e as fases $\phi_j = kr_j$, as quais variaram aleatoriamente, no ponto P. Então, a amplitude no ponto P pode ser descrito pela expressão [17]:

$$U(P) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{j=1}^{N} u_j \, e^{i\phi_j} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{j=1}^{N} u_j \, e^{ikr_j} \tag{3.2}$$

A somatória apresentada na equação 3.2 pode ser considerada como um "caminhar ou passeio aleatório no plano complexo". E, visualmente, este efeito está representado na figura 4.

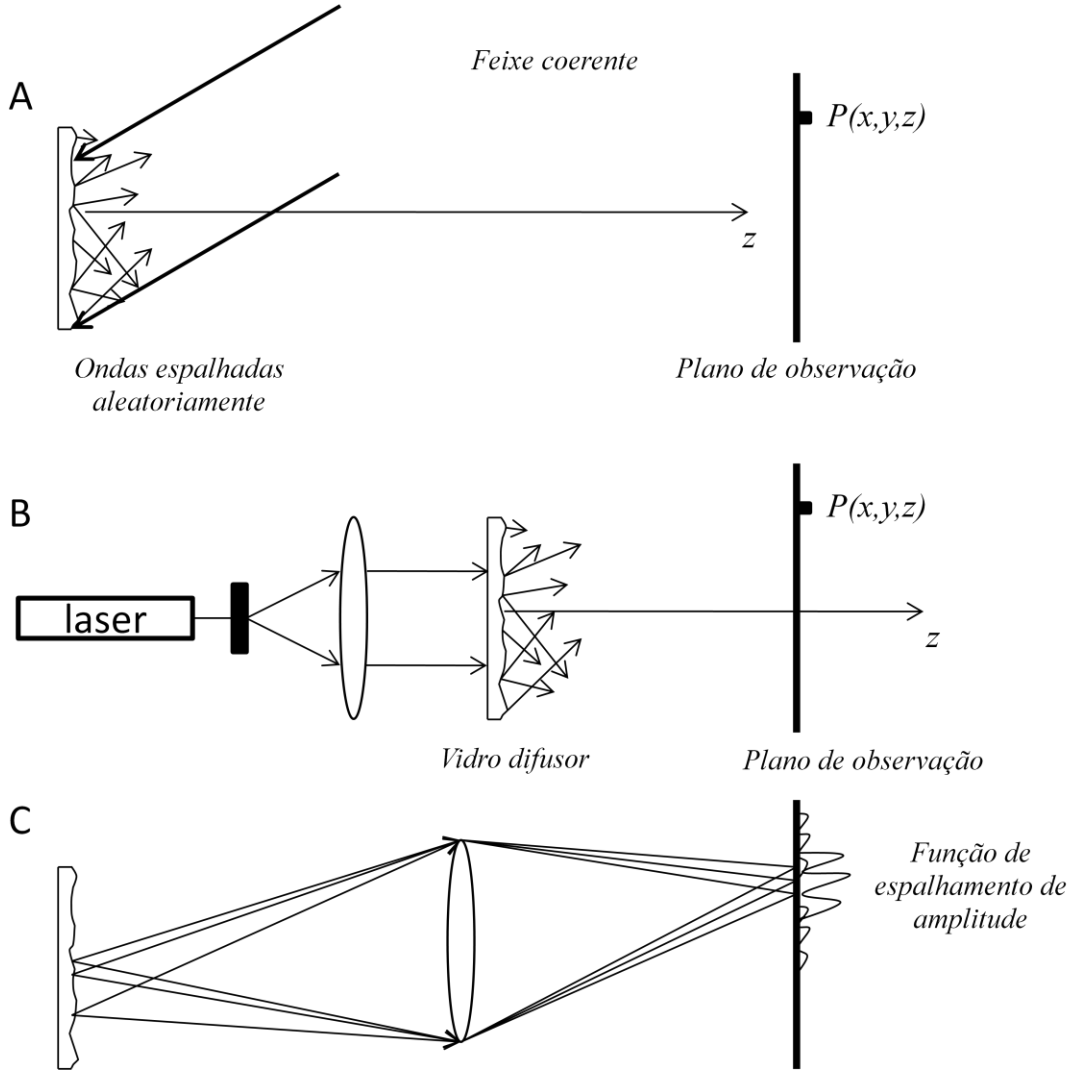


Figura 3: Origem física do padrão de speckle. A- Reflexão difusa de luz coerente por uma superfície rugosa; B- Transmissão de luz coerente por um objeto translucido; C- Formação de uma imagem de uma superfície rugosa

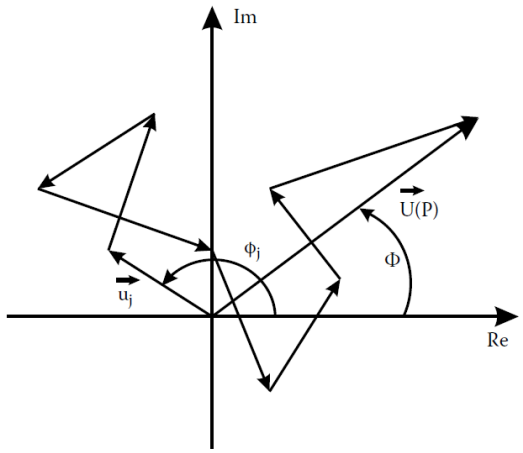


Figura 4: Passeio aleatório no plano complexo [18]

Ao observar a figura 4 vamos considerar que a amplitude u_j e a fase ϕ_j de cada componente sejam independentes entre si, e considerar também estas fases distribuídas uniformemente em um intervalo $(-\pi, \pi)$, desta forma, assumimos que a superfície é rugosa comparando-a com o comprimento de onda utilizado. Além destas considerações, ao supor que o número total de centros de espalhamento *N* é bem grande, podemos validar o teorema do limite central desenvolvido por Linderberg-Levy [19], no qual foi demonstrado que as partes reais e imaginárias do campo são Gaussianas [17,20]. A função de densidade de probabilidade nos é dada por

$$P_{r,i}\left(U^{(r)}, U^{(i)}\right) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{\left[\frac{\left(U^{(r)}\right)^2 + \left(U^{(i)}\right)^2}{2\sigma^2}\right]} \tag{3.3}$$

3.5

$$\begin{aligned} U^{(r)} &= \sqrt{I}\cos\phi \\ U^{(i)} &= \sqrt{I}\,\mathrm{sen}\,\phi \end{aligned} \tag{3.5}$$

Temos que a densidade de probabilidade $p(I)$ e fase $p(\phi)$ são dadas por

$$p(I) = \frac{1}{\langle I \rangle} e^{-\frac{1}{\langle I \rangle}} \; para \;\; I \geq 0 \tag{3.6}$$

E

$$p(\phi) = \frac{1}{2\pi} \; para - \pi \leq \phi \leq \pi \tag{3.7}$$

Para a equação 3.6, $\langle I \rangle$ representa a média dos valores de intensidade em um diagrama *speckle*. De acordo com a equação 3.6 e 3.7, a distribuição de intensidade segue a lei da exponencial negativa, quando as fases são uniformemente distribuídas no intervalo $(-\pi, \pi)$.

O momento desta intensidade pode ser obtido integrando 3.6, sendo que o n –ésimo momento da intensidade, de interesse para o entendimento das propriedades estatísticas da intensidade, é dado por

$$\langle I^n \rangle = (2\sigma^2)^n n! = n! \, \langle I \rangle^n \tag{3.8}$$

Para um caso especial onde n=1, observamos que $\langle I \rangle$ é igual a $2\sigma^2$. O momento de segunda ordem e a variância dados por,

$$\langle I^2 \rangle = 2\langle I \rangle^2 \; e \; \sigma_I = \langle I^2 \rangle - \langle I \rangle^2 = \langle I \rangle^2 \tag{3.9}$$

Esta equação mostra que o desvio padrão σ_I dos padrões de *speckle* polarizado é igual a média dos valores de intensidade. Um método conhecido para medir as flutuações da intensidade é chamado de *contraste*, definido por

$$C = \frac{\sigma_I}{\langle I \rangle} \tag{3.10}$$

Esta definição juntamente com a equação 3.9 significa que o contraste do padrão de *speckle* é sempre unitário.

3.2. Tipos de *Speckle*

O padrão *speckle* pode ser classificado de duas maneiras: Speckle objetivo, quando o padrão é registrado sem a inserção de qualquer elemento óptico entre o objeto e o detector; e Speckle subjetivo, no qual o padrão é registrado com um sistema de formação de imagem.

3.2.1. *Speckle* Objetivo

O *speckle* objetivo é formado quando luz coerente é espalhada por uma superfície áspera e incide em outra superfície qualquer, sem que o sinal passe por qualquer elemento óptico, como apresentado na figura 5. Se considerarmos um ponto (x,y) iluminado, tanto este ponto quanto os pontos vizinhos espalharão a luz. Para um dado observador a uma distância *L* do plano iluminado, a amplitude total será uma contribuição de todos os pontos iluminados,

$$U(r) = C \iint_{-\infty}^{+\infty} u(x,y) e^{[ikG\Gamma(x,y)]} dxdy \tag{3.11}$$

onde *C* é uma constante relacionada às características da superfície (como transmissão, absorção, reflexão, entre outras), *u(x,y)* é a amplitude no ponto (x,y) e *G* é um fator geométrico associado às direções de observação e iluminação. O caminho óptico até o

ponto *r* é representado por *Γ(x,y)* e *k* é o número de onda. As fases relativas destas ondas variam de acordo com a superfície, de modo que a soma, das ondas individuais, varia aleatoriamente. O padrão é o mesmo independente da forma como é captada a imagem.

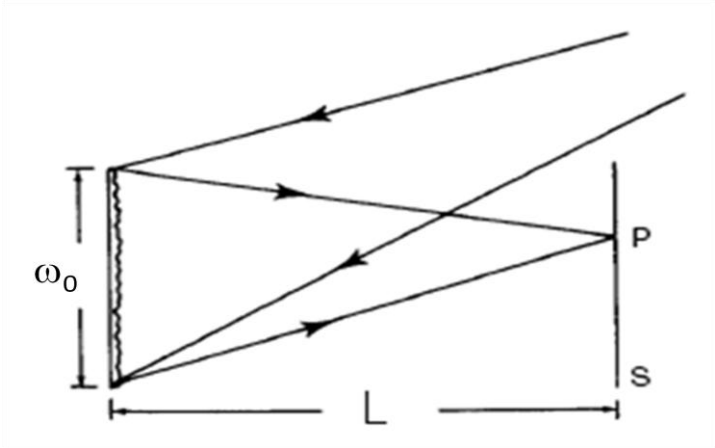


Figura 5: Formação do speckle objetivo

O tamanho do *speckle* ΔX é uma função do comprimento de onda da luz λ, o diâmetro do feixe laser que ilumina a superfície ω_0 e a distância *L* entre a superfície e o padrão *speckle* formado [16].

$$\Delta X = \frac{\lambda L}{\omega 0} \tag{3.12}$$

3.2.2. *Speckle* Subjetivo

A intensidade de cada ponto da imagem varia devido à aleatoriedade do efeito *speckle*. Durante a formação das imagens, pelos efeitos de difração relacionados ao sistema óptico utilizados, o tamanho do *speckle* e a distribuição espacial são determinados por este sistema.

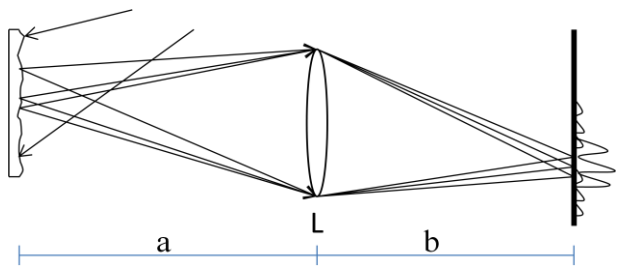


Figura 6: Formação do speckle subjetivo

Podemos abordar este assunto da seguinte forma: cada ponto da imagem pode ser considerado iluminado por uma área finita do objeto. O tamanho desta área é determinado pela resolução do limite de difração da lente que é dado pelo disco de Airy [21],

$$d_S = \frac{2{,}4\lambda \mathrm{f}}{D} = 2{,}4\ \lambda \mathrm{f}_{\#} \tag{3.13}$$

onde f é a distância entre o objeto e a lente, e D é o diâmetro da abertura da lente. Pela expressão podemos perceber forte dependência entre o tamanho do *speckle* e a abertura numérica da lente $\mathrm{f}_{\#}$

4. Interferometria por padrão de *speckle* eletrônico (Electronic *speckle* pattern interferometry)

A interferometria *speckle* eletrônica teve início em 1971 [22,23] com o surgimento da detecção eletrônica e sofreu diversas modificações conforme o desenvolvimento das tecnologias de detecção de imagens. Neste campo podemos realizar duas aproximações.

As demonstrações a seguir serão desenvolvidas para o caso de análises de dupla exposição. Em uma delas, o padrão *speckle* do objeto interfere com um feixe referência uniforme, sendo uma onda esférica ou plana representada na figura 7, e na outra aproximação tanto a luz do objeto quanto a referência são padrões obtidos pela iluminação de objetos difusos, tendo a referência tanto o próprio objeto em estudo quanto um objeto separado apresentado na figura 8.

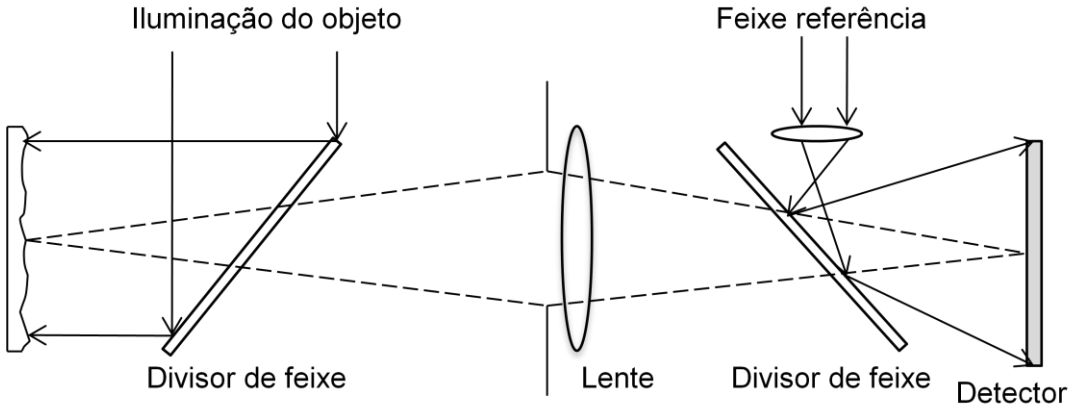


Figura 7: Interferência do padrão speckle com um feixe referência plano ou esférico

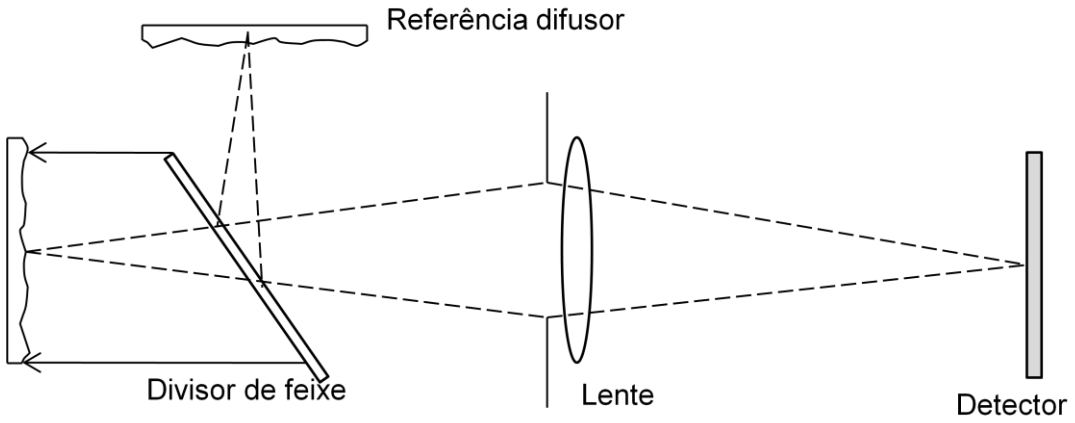


Figura 8: Interferência o padrão speckle com um feixe referência obtido de um objeto difuso

Em ambos os casos é introduzida uma diferença de fase na frente de onda do objeto $\Delta\phi(x,y) = 4\pi\Delta z(x,y)/\lambda$ onde $\Delta z(x,y)$ é um deslocamento longitudinal do objeto em cada ponto (x,y), devido ao fato do objeto ser iluminado e observado normalmente.

Duas distribuições de intensidade diferentes são detectadas, I_1 e I_2 são detectadas em seqüência com frames separados (como na figura 2b), sendo uma imagem com o objeto em estado de repouso e a outra com o objeto sob um deslocamento ou força mecânica. As intensidades são representadas como:

$$I_1(x,y) = I_r + I_o + 2\sqrt{I_r I_o}\cos(\phi_r - \phi_o) \tag{4.1}$$

$$I_2(x,y) = I_r + I_o + 2\sqrt{I_r I_o}\cos(\phi_r - \phi_o + \Delta\phi) \tag{4.2}$$

onde I_r e I_o são as intensidades dos feixes referência e objeto no detector, e ϕ_r e ϕ_o são suas respectivas fases, $\Delta\phi$ é a diferença de fase introduzida pelo stress oferecido ao

objeto. As duas intensidades são subtraídas eletronicamente, e a diferença das imagens é então sujeita a uma retificação de onda,

$$I_1 - I_2 = 4\sqrt{I_r I_o}\left|sen\frac{\Delta\phi}{2}\right|\left|sen(\phi_r - \phi_o - \frac{\Delta\phi}{2})\right| \tag{4.3}$$

No caso em que o perfil do padrão da frente de onda do feixe referência é esférico, a diferença é uma média dos valores da intensidade e fase do objeto, assumindo que eles são independentes e que a intensidade obedece à estatística da exponencial negativa, apresentado na equação 3.6, e a fase é uniformemente distribuída entre $(-\pi, \pi)$, equação 3.7 [17], então

$$\overline{I_1 - I_2} = 4\sqrt{I_r}\overline{\sqrt{I_o}}\left|sen\frac{\Delta\phi}{2}\right|\overline{\left|sen(\phi_r - \phi_o - \frac{\Delta\phi}{2})\right|} \tag{4.4}$$

Para simplificar os cálculos,

$$\overline{\sqrt{I_o}} = \sqrt{\pi\overline{I_o}/2} \text{ e } \overline{\left|sen(\phi_r - \phi_o - \tfrac{\Delta\phi}{2})\right|} = 2/\pi \tag{4.5}$$

Assim temos 4.4 como,

$$|\overline{I_1 - I_2}| = \frac{4}{\sqrt{\pi}}\sqrt{I_r I_o}\left|sen\frac{\Delta\phi}{2}\right| \tag{4.6}$$

Para o caso de utilizarmos uma referência difusa, vamos considerar a média dos termos de intensidade e fase da referência e do objeto. Assumindo novamente que todos os termos são independentes entre si. Assim, a diferença entre as intensidades é descrito como:

$$|\overline{I_1 - I_2}| = 2\sqrt{\overline{I_r I_o}}\left|sen\frac{\Delta\phi}{2}\right| \tag{4.7}$$

Deste modo, apresentamos a magnitude da diferença entre frames tanto para uma frente de onda esférica ou plana quanto para uma referência difusa, e todos os frames proporcionais a $|sen\,\Delta\phi/2|$. Dessa forma, para uma perfeita correlação entre as intensidades I_1 e I_2, o valor mínimo ocorre quando $\Delta\phi = n2\pi$, e os máximos valores quando $\Delta\phi = (2n+1)\pi$. As franjas com valores constantes de deslocamento podem ser vistos na tela, com modulação da imagem do objeto por $\sqrt{\overline{I_o(x,y)}}$.

É importante lembrar que as franjas do padrão de interferência registradas apresentam um padrão granular, dificultando a determinação exata de picos e vales. Para solucionar este problema, as imagens podem ser digitalizadas e podemos aplicar vários algoritmos para suavizar (*smooth*) os padrões de *speckle*, assim como transformadas de Fourier ou filtros para melhorar a qualidade das imagens e determinar com bastante precisão os picos e vales do padrão de interferência formado.

5. Interferometria por padrão de *speckle* eletrônico (ESPI) com lasers de diodo multímodo

Neste tópico, vamos nos basear em um interferômetro do tipo Twyman-Green ou Michelson, figura 9, para descrever como é formado o contorno de franjas na superfície de um objeto. Como meio para visualizar os interferogramas, será abordado o método subtrativo [1] com dois comprimentos de onda. Por esta técnica a formação de franjas é devida ao batimento resultante das ondas que incidem na câmera, e a distância entre as

franjas visualizadas é dada pelo comprimento de onda equivalente dos lasers utilizados $\lambda_{eq} = \lambda_1\lambda_2/|\lambda_1 - \lambda_2|$.

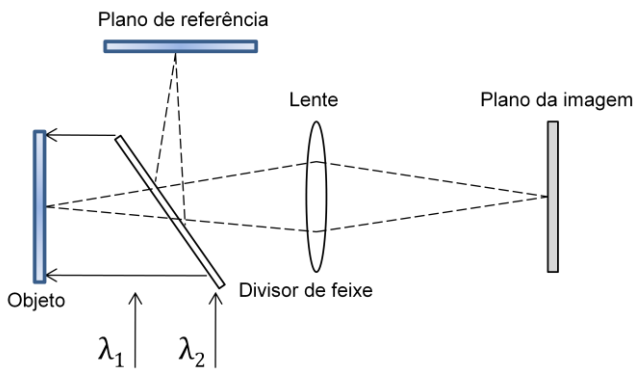


Figura 9: ESPI com dois lasers baseado no interferômetro de Twyman-Green.

Nesta situação, o processo de interferência dos campos elétricos é descrito por um feixe referência e um feixe objeto, R_N e S_N respectivamente, incidindo simultaneamente na câmera CCD (plano imagem). Ambas as ondas originadas de lasers com emissão centrada em λ_S e diferença $\Delta\lambda$ entre os modos adjacentes emitidos. Deste modo, podemos representar R_N e S_N como,

$$R_N = R_0 \sum_{n=-(N-1)/2}^{n=(N-1)/2} A_n e^{\{i[(\bar{k}-n\Delta k)\Gamma_R+\phi_n]\}}$$

$$S_N = S_0 \sum_{n=-(N-1)/2}^{n=(N-1)/2} A_n e^{\{i[(\bar{k}-n\Delta k)\Gamma_S+\phi_n]\}} \tag{5.1}$$

Nas expressões temos N como número de modos oscilando, $\bar{k}$ é o número de onda, $\bar{k} \equiv 2\pi/\lambda_S$ e $\Delta k \equiv 2\pi\Delta\lambda/\lambda_S$, A_n é um coeficiente real e Γ_R e Γ_S são os caminhos ópticos dos feixes referência e objeto, respectivamente. Assim, a intensidade resultante no ponto

P(x,y,z), figura9, pode ser escrita como o quadrado absoluto dos campos referência e objeto. Logo:

$$I_1 = |(R_N + S_N)|^2 = |R_N|^2 + |S_N|^2 + R_N^*.S_N + S_N^*.R_N \qquad (5.2)$$

Como modos diferentes não são coerentes entre si, precisamos seguir as condições de ortogonalidade [24],

$$S_N^*.R_N = \delta_{n,m} S_0 R_0 A_n A_m e^{\{-i[(\bar{k}+n\Delta k)\Gamma_s+\phi_n]\}} \times e^{\{i[(\bar{k}+m\Delta k)\Gamma_s+\phi_m]\}} \qquad (5.3)$$

Aplicando 5.3 em 5.2, temos,

$$I_1 = R_0^2 + S_0^2 + S_0 R_0 e^{i\bar{k}(\Gamma_S-\Gamma_R)} \times \sum_{n=-(N-1)/2}^{n=(N-1)/2} A_N^2 e^{in\Delta k(\Gamma_S-\Gamma_R)} + R_0 S_0 e^{i\bar{k}(\Gamma_S-\Gamma_R)} \times \sum_{n=-(N-1)/2}^{n=(N-1)/2} A_N^2 e^{-in\Delta k(\Gamma_S-\Gamma_R)} \qquad (5.4)$$

Sabendo todos os termos que compõe a intensidade, podemos reescrevê-la na equação 5.5

$$I_1 = R_0^2 + S_0^2 + 2R_0S_0 \cos\left(\bar{k}(\Gamma_S - \Gamma_R)\right) \sum_{n=-(N-1)/2}^{n=(N-1)/2} A_N^2 e^{in\Delta k(\Gamma_S - \Gamma_R)} \tag{5.5}$$

Esta relação nos dá a intensidade do interferograma para uma exposição registrada pela CCD. Para visualizarmos o padrão de franjas formado, aplicamos uma modulação senoidal na fase do feixe objeto. Em nosso experimento, a modulação foi realizada por um espelho preso a um transdutor piezoelétrico (PZT). Com um determinado sinal, este transdutor pode oscilar. A freqüência de vibração utilizada foi por volta de algumas dezenas de hertz e sua amplitude de vibração na faixa de alguns micra. Caso a amplitude seja larga o bastante, o padrão de *speckle* é decorrelacionado e a intensidade da segunda exposição é apenas $I_2 = R_0^2 + S_0^2$. Após a subtração temos:

$$I = I_2 - I_1 = 2R_0S_0 \left| \cos\left(\bar{k}(\Gamma_S - \Gamma_R)\right) \sum_{n=-(N-1)/2}^{n=(N-1)/2} A_N^2 e^{in\Delta k(\Gamma_S - \Gamma_R)} \right| \tag{5.6}$$

O termo cosseno na equação 5.6 representa o a modulação da alta freqüência espacial do comportamento aleatório do padrão de *speckle*, observado pelo padrão granular presente nas franjas dos interferogramas obtidos. Esta característica torna este termo muito sensível a deslocamentos de fase que são da mesma ordem de grandeza de $\bar{\lambda}$. O segundo termo tem baixa freqüência espacial e varia de acordo com o relevo da superfície do objeto, sendo responsáveis pela formação do contorno das franjas de interferência.

Eliminamos o termo de alta freqüência responsável por ruídos na imagem aplicando uma transformada de Fourier como filtro de sinal e, para evitarmos componentes negativas da intensidade, o sinal foi elevado ao quadrado. O interferograma da equação 5.6 é reescrito na eq. 5.7

$$V \equiv \langle I \rangle^2 = 2R_0S_0\left(\sum_{n=-(N-1)/2}^{n=(N-1)/2} A_N^2 e^{in\Delta k(\Gamma_S-\Gamma_R)}\right)^2 \tag{5.7}$$

Podemos simplificar a equação 5.7 considerando todos os modos oscilando com mesma amplitude, $A_N = 1$, para facilitar a análise do interferograma [25].

$$V = 2R_0S_0\frac{\mathrm{sen}^2[N\Delta k(\Gamma_S-\Gamma_R)/2]}{\mathrm{sen}^2[\Delta k(\Gamma_S-\Gamma_R)/2]} \tag{5.8}$$

Ao analisar a intensidade resultante na equação 5.8, podemos observar que as diferenças de fase $\Delta k(\Gamma_S - \Gamma_R)$ vão variar apenas em função do relevo do objeto e, o padrão sen^2 nos indica que a imagem reconstruída por este sinal será modulada por um contorno de franjas de interferência devido aos múltiplos modos utilizados no processo de interferência.

6. Interferometria *speckle* por deslocamento de fase (Phase-Shifting *Speckle* Interferometry)

A interferometria por deslocamento de fase é uma técnica que pode determinar com altíssima precisão o perfil de uma superfície ou frente de onda calculando o mapa de fases de intensidades medidas [26,27]. A informação de fase é obtida deslocando-se a fase do feixe de um interferômetro em uma distância conhecida e medindo-se a intensidade para cada fase deslocada. Os interferogramas obtidos são associados às mudanças ou efeitos do objeto de estudo, em cada ponto (x, y) deste objeto.

Dentre os métodos de deslocamento de fase existentes, escolhemos para este trabalho o deslocamento por quatro passos (*four-stepping)* [17]. Nesta técnica, registramos os interferogramas obtidos do objeto, variando a fase de um dos feixes da montagem por valores discretos da fase. A intensidade obtida para cada passo pode ser descrita a partir da equação 5.8 em função do deslocamento de fase $m\phi/2$.

$$V = \left(2R_0S_0\frac{\text{sen}[N\Delta k\Gamma_S(x,y) + m\phi/2]}{\text{sen}[\Delta k\Gamma_S(x,y) + m\phi/2]}\right)^2 \tag{6.1}$$

Os frames são obtidos da equação 6.1, onde ϕ representa o deslocamento de fase e m é um número inteiro. Para o deslocamento de quatro passos, faz-se necessário, variações de fase $\phi = {}^{\pi}/_{2}\, rad.$ Assim $m = 1, 2, 3\ e\ 4$ gerando quatro frames, respectivamente, V_1, V_2, V_3 e V_4,. Por meio de relações trigonométricas e combinando as intensidades, podemos recuperar as fases do objeto com a expressão:

$$\psi_{4-step} = arctan\left(\frac{V_4 - V_2}{V_1 - V_3}\right) \tag{6.2}$$

A distribuição de fase é dada na forma de um mapa de fases em que um diagrama do nível de cinza da imagem representa cada ponto do objeto. As medidas são apresentadas de –π (0, preto) a π (256, branco). A função arco-tangente nos indica que o padrão resultante possui descontinuidades ou perfil "dente de serra" (figura 10a). O processo para remover estas descontinuidades é chamado deconvolução de fase (*phase unwrapping*) [26].

7. Deconvolução de fase (Phase Unwrapping)

O termo deconvolução de fase aparece como etapa final do processamento da franjas como meio para obter a fase calculada. O método analisa *pixels* vizinhos ao longo do mapa de fases contando cada 2π, e adicionando a cada vez que encontrar uma descontinuidade, onde o angulo da fase pula de 2π para 0, ou subtraindo 2π quando ocorre o oposto, como exemplo na figura 10b e 10c. [28].

$$\phi(x,y) = \phi_{WP}(x,y) \pm 2\pi\lambda(x,y) \tag{7.1}$$

sendo $\lambda(x,y)$ a ordem da franja no ponto (x,y), que é determinado pela diferença de fase entre os pixels adjacentes para a deconvolução de fase $\{x_i\}$ [29].

$$\Delta\phi(x_i) = \phi(x_i) - \phi(x_{i-l}) \tag{7.2}$$

Dentre os algorítimos responsáveis pelo processo de deconvolução, podemos citar *Temporal Phase Unwrapping*, Autônomo Celular, *Branch-Cut*, utilizado neste projeto, entre outros [30].

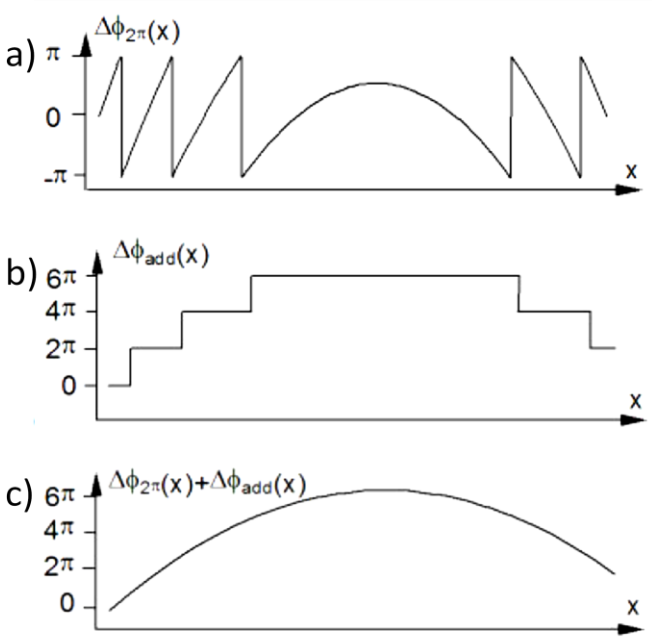


Figura 10: a) fase como módulo de 2π, b) função a ser adicionada,c) distribuição da fase deconvoluída (unwrapped)

8. Feixes paraxiais e Matriz ABCD

A radiação coerente, gerada por um laser na região do visível ou do infravermelho, geralmente aparece na forma de um feixe cuja extensão é maior que seu comprimento de onda. As propriedades de tais feixes em uma cavidade ressonante, suas característica ao se propagar no espaço livre, e seu comportamento ao interagir com diversos componentes ópticos ou dispositivos tem sido extensivamente estudados por muitos anos. Uma análise paraxial dos feixes que passam por ressonadores ou estruturas similares pode nos revelar importantes propriedades desses sistemas, como estabilidade da estrutura ou perdas por instabilidade em um ressonador [31].

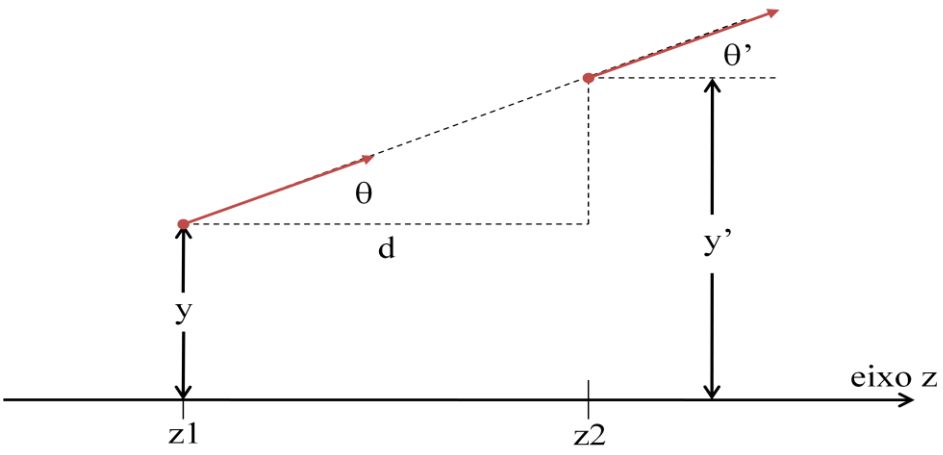


Figura 11: Comportamento de um feixe a uma distância d

Para uma aproximação paraxial, consideramos os feixes próximos e paralelos a seção transversal de um sistema óptico ou eixo-z. Esta aproximação é similar ao estudo de formação de imagens em lentes. A imagem é formada quando todos os raios de um ponto do objeto convergem para um ponto correspondente, devemos lembrar que os raios devem incidir sobre as lentes ou espelhos curvos incidência perto da normal. Para quantificar esta afirmação, a aproximação paraxial é válida na medida em que temos,

$$sen\theta \cong \theta \text{ ou } tan\theta \cong \theta \tag{8.1}$$

O ângulo θ (em radianos) representa o ângulo que a luz faz com eixo z. A função seno é uma função não-linear, mas para baixos ângulos pode ter uma aproximação linear, o que é fundamental para esta teoria, uma vez que a linearidade reduz os problemas de difração para álgebra linear e simplifica as equações para ser tratada pelo formalismo matricial.

Se considerarmos um feixe divergente confinado no plano *y-z* com o eixo óptico na direção z(figura 11). E o deslocamento da luz do ponto *z1* no eixo *y* e ângulo *θ;* o feixe continua o caminho em linha reta por um meio homogêneo. Assim, podemos prever as coordenadas para o mesmo feixe no ponto *z2*. Caso a luz continue na mesma direção, teremos:

$$\theta' = \theta \tag{8.2}$$

Escrevendo *y'* nos termos de *y* e *θ*:

$$y' = y + d.tan\theta \tag{8.3}$$

onde *d= z2-z1*. A equação 8.3 não é linear para *θ,* entretanto, na aproximação paraxial ela se torna linear. Assim podemos reescrever a expressão para *y'*,

$$y' = y + d.\theta \tag{8.4}$$

As equações 8.2 e 8.4 descrevem uma transformação linear de forma que podemos introduzir uma notação matricial para essas expressões:

$$\begin{pmatrix} y' \\ \theta' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ \theta \end{pmatrix} \tag{8.5}$$

Os vetores da equação nos dão a informação do feixe antes e depois de atravessar a distância *d* e a matriz descreve o efeito da passagem por esta distância. Este tipo de matriz é chamada de *matriz ABCD*.

O caso acima foi apresentado para o caso da propagação da luz por uma distância *d*. Contudo, as matrizes ABCD podem ser utilizadas para aproximações paraxiais de sistemas ópticos. Neste caso a temos,

$$\begin{pmatrix} y' \\ \theta' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ \theta \end{pmatrix} \tag{8.6}$$

onde y caracteriza a distância do feixe em relação ao eixo óptico, e o ângulo θ ou inclinação igualmente em relação ao eixo óptico. O caminho óptico do feixe atravessando os componentes vai depender das propriedades ópticas da estrutura e das condições de entrada, posição y e ângulo θ do feixe no plano de entrada do sistema.

Apresentamos na tabela 1 alguns exemplos de como diferentes elementos ópticos podem ser representados na forma matricial.

Tabela 1: Sumário de matrizes ABCD para os elementos mais comuns.

$\begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	Propagação em um meio homogêneo
$\begin{bmatrix} 1 & d/n \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	Lâmina com índice de refração *n* e espessura *d*
$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{bmatrix}$	Lente delgada
$\begin{bmatrix} 1+\frac{d}{R_1}\left(\frac{1}{n}-1\right) & d/n \\ (1-n)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)+\frac{d}{R_1R_2}\left(2-\frac{1}{n}-n\right) & 1-\frac{d}{R_2}\left(\frac{1}{n}-1\right) \end{bmatrix}$	Lente espessa

8.1.Aproximação paraxial para feixes gaussianos

O formalismo de matrizes ABCD pode ser empregado para o estudo de feixes gaussianos. Este método permite prever os parâmetros de saída de um feixe gaussiano de acordo com os parâmetros de entrada deste feixe, sendo necessária apenas a matriz ABCD do sistema óptico em estudo. Este sistema pode apresentar arbitrariamente valores complexos para muitos componentes ópticos.

A luz de um feixe emitida por um laser com perfil de intensidade Gaussiana é chamado de modo fundamental ou modo TEM_{00}. O decréscimo da amplitude do campo com a distância *r* no eixo deste feixe gaussiano é dado por:

$$E(r) = E_0 \exp\left(\frac{-\mathrm{r}^2}{\omega^2}\right) \tag{8.7}$$

Então a distribuição de densidade de potência será:

$$I(r) = I_0\left(\frac{-2r^2}{\omega^2}\right) \tag{8.8}$$

A quantidade de ω é a distância em que a amplitude do campo diminui para $1/e$ de seu valor no eixo e a densidade de potência decresce para $1/e^2$. Este parâmetro ω é conhecido como raio do feixe e 2ω o diâmetro do feixe.

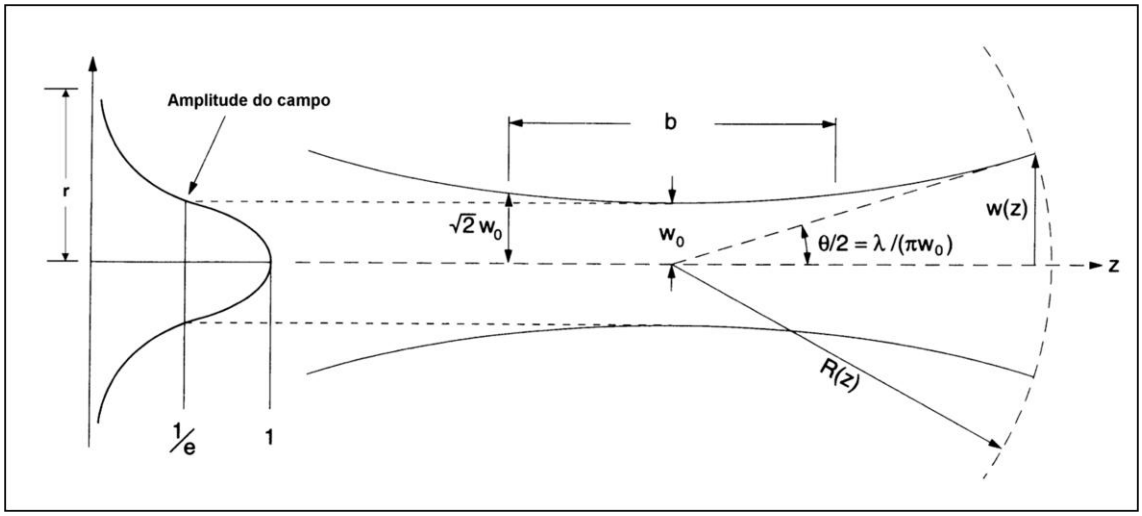


Figure 12: Propagação de um feixe Gaussiano

O raio de curvatura *R(z)* e a cintura do feixe $\omega(z)$ podem ser calculados quando os relacionamos a uma função complexa *q(z)* do feixe gaussiano com a relação [25].

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} - i\frac{\lambda}{\pi\omega^2(z)} \tag{8.9}$$

O feixe gaussiano encontra seu diâmetro mínimo em $2\omega_0$ onde a frente de onda é plana figura 12, portanto neste ponto a relação 8.9 pode ser simplificada para:

$$q_0 = i\frac{\pi\omega_0^2}{\lambda} \tag{8.10}$$

Podemos obter uma nova relação para este feixe após ele passar por um sistema óptico:

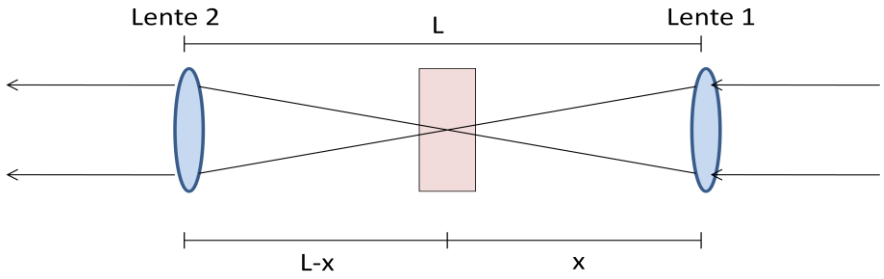
$$q_2 = \frac{Aq_1 + B}{Cq_1 + D} \tag{8.11}$$

onde A, B, C e D são os elementos do sistema de matriz. Estas relações 8.10 e 8.11 podem ser bastante úteis desde que nos permitam calcular os limites de difração da cintura do feixe, assim como sua posição, passando por qualquer sistema óptico conhecido pelo sistema de matrizes.

9. Desenvolvimentos teóricos

9.1.Sistema óptico do projeto

Neste tópico será desenvolvido o estudo matricial do sistema óptico utilizado neste projeto. O conjunto apresentado na figura 13 é composto por um telescópio afocal com as lentes 1 e 2, e um terceiro elemento com o foco variável f_0, decorrente do efeito de lente térmica na amostra. O nosso objetivo é medir as diferentes frentes de onda para cada foco f_0 apresentado.



$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ f_2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & L-x \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ f_0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & x \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ f_1 & 1 \end{bmatrix}$$

Figura 13: Sistema óptico utilizado neste projeto e sua representação paraxial.

Resolvendo o sistema paramétrico, temos:

$$A = 1 - \frac{L-x}{f_0} + \frac{(L-x)x}{f_0 f_1} + \frac{L}{f_1} \tag{9.12}$$

$$B = L - \frac{(L-x)x}{f_0} \tag{9.13}$$

$$C = \frac{x^2}{f_2 f_1 f_0} - \frac{2x}{f_2 f_0} + \frac{f_1}{f_2 f_0} \tag{9.14}$$

$$D = 1 - \frac{x}{f_2} - \frac{x}{f_0} - \frac{(L-x)}{f_2} + \frac{(L-x)x}{f_2 f_0} \tag{9.15}$$

A partir da equação 8.6 desenvolvida anteriormente podemos obter os parâmetros de um feixe após atravessar o sistema acima.

$$y' = Ay + B\theta$$
$$\theta' = Cy + D\theta \tag{9.16}$$

Considerando as lentes 1 e 2 estão colimadas entre si, podemos assumir que a divergência na saída da lente 2 é igual a zero, assim podemos cancelar os termos de θ da equação 9.16.

O elemento *C* da matriz corresponde ao foco do sistema, $C = -{}^{1}/_{f}$. Do resultado obtido, *C* apresenta uma função quadrática em relação à *x*, portanto, igualando a equação a zero e derivando esta função em *x*, teremos a distância no arranjo que demonstrará maior sensibilidade para variações do foco da amostra f_0,

$$\theta' = Cr \tag{9.17}$$

$$\frac{d\theta'}{dx} = 0 \;\Rightarrow\; x = f_1 \tag{9.18}$$

9.2.Cálculo do comprimento focal gerado na amostra

Os parâmetros da frente de onda serão obtidos a partir equações 8.9 e 8.10 apresentadas na seção 8.1. Vamos considerar as transformações sofridas nos parâmetros do feixe gaussiano.

$$\frac{1}{q_2(z)} = \frac{1}{R(z)} - i\frac{\lambda}{\pi\omega^2(z)} \tag{8.9}$$

$$q_2 = \frac{Aq_1 + B}{Cq_1 + D} \tag{8.11}$$

Nestas equações, (8.9) nos mostra os parâmetro do feixe ao passar pela lente 1, com raio R(z) de curvatura e raio da frente de onda $\omega^2(z)$. Os parâmetros q_1 e q_2 representam respectivamente a entrada do feixe na lente 1 e a saída do feixe na lente 2, figura 13, e A, B, C e D são os elementos de matriz apresentados anteriormente. Unindo estas equações podemos extrair o valor de R(z).

$$\frac{1}{R(z)} - i\frac{\lambda}{\pi\omega^2(z)} = \frac{Cq_1 + D}{Aq_1 + B} \tag{9.19}$$

Separando a parte real e imaginária da equação (8.19), temos a parte real,

$$\frac{A}{R(z)} - \frac{B\lambda^2}{\pi^2\omega_1^2\omega_2^2} = C \tag{9.20}$$

E a parte imaginária, onde ω_1 e ω_2 são os diâmetro dos feixes das lentes 1 e 2, respectivamente.

$$\frac{B}{R_2\omega_1^2} + \frac{A}{\omega_2^2} = \frac{D}{\omega_1^2} \tag{9.21}$$

Isolando a ω_2^2 da equação 9.20, temos

$$\omega_2^2 = \frac{B\lambda^2}{\pi^2\omega_1^2\left(\frac{A}{R_2} - C\right)} \tag{9.22}$$

Substituindo a equação 9.22 em 9.21 conseguimos extrair o valor de R_2.

$$R(z) = \frac{A^2b^2 + B^2}{ACb^2 + DB} \tag{9.23}$$

onde o parâmetro confocal do feixe de entrada está relacionado por $b = {}^{\lambda}/_{\pi\omega_1^2}$. Para o caso em que o feixe possui um diâmetro de saída grande, como no caso de nosso experimento, temos que os termos $A^2b^2 \gg B^2$ e $ACb^2 \gg BD$. Isto nos permite reescrever a equação 9.23 como,

$$\frac{1}{R(z)} \cong \frac{C}{A} \tag{9.24}$$

Vamos considerar a amostra posicionada no foco do sistema. Neste caso $x = f_1$, assim os elementos A e C podem ser simplificados para,

$$A = 1 - \frac{L}{f_1} \tag{9.25}$$

$$C = \frac{L}{f_2 f_1} - \frac{1}{f_2} - \frac{1}{f_1} \tag{9.26}$$

A relação obtida até agora foi para uma amostra representada por uma lente delgada. Podemos observar que o valor da curvatura R_2 não depende do foco f_0 da amostra. Neste caso, para observarmos alguma variação na frente de onda consideramos um pequeno deslocamento na amostra δx, onde os elementos A' e C' podem ser reescritos para esta nova configuração como

$$A' = A \tag{9.27}$$

$$C' = C\left(1 - \frac{\delta x}{f_0}\right) \tag{9.28}$$

O termo δ_x^2 foi desprezado por ser muito pequeno.

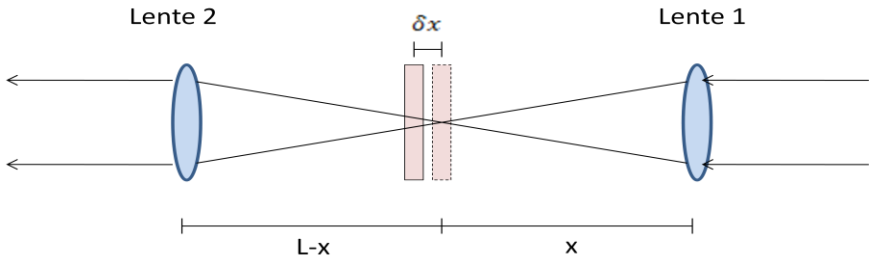


Figura 14: nova configuração para lente delgada.

Portanto, pelas equações 9.27 e 9.28 a nova relação que nos dá a variação do raio de curvatura em função das variações do comprimento focal.

$$\frac{1}{R'_2} \cong \frac{C'}{A'} = \frac{1}{R_2}\left(1 - \frac{\delta x}{f_0}\right) \tag{9.29}$$

Ao isolar f_0 da equação acima, obtemos o foco gerado na amostra.

$$\frac{1}{f_0} \cong \frac{1}{\delta x}\left(1 - \frac{R_2}{R'_2}\right) \tag{9.30}$$

10. Procedimento experimental

O interferômetro *speckle* utilizado neste projeto é mostrado na figura 15. Para facilitar o entendimento da montagem, a imagem foi dividida em diferentes seções, onde são descritas as funções e características de cada componente.

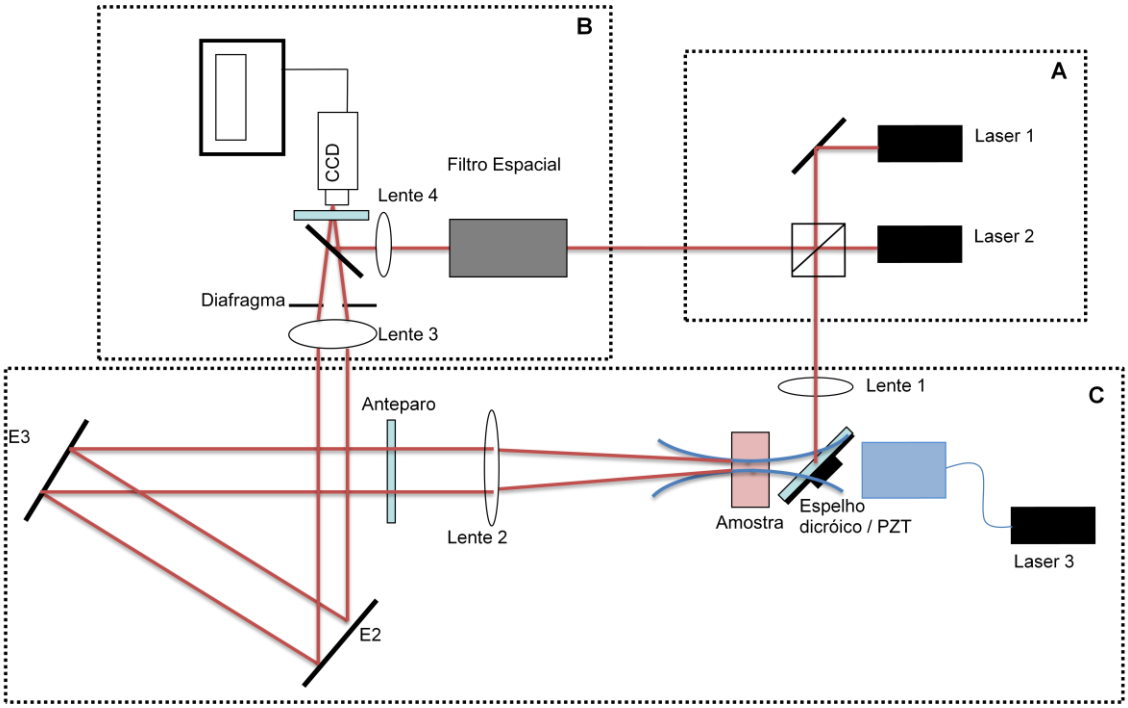


Figura 15: Diagrama esquemático do arranjo speckle- A: Lasers de prova utilizados para a formação de imagens; B: Braço do feixe referência e sistema de formação de imagens; C- Braço do feixe objeto.

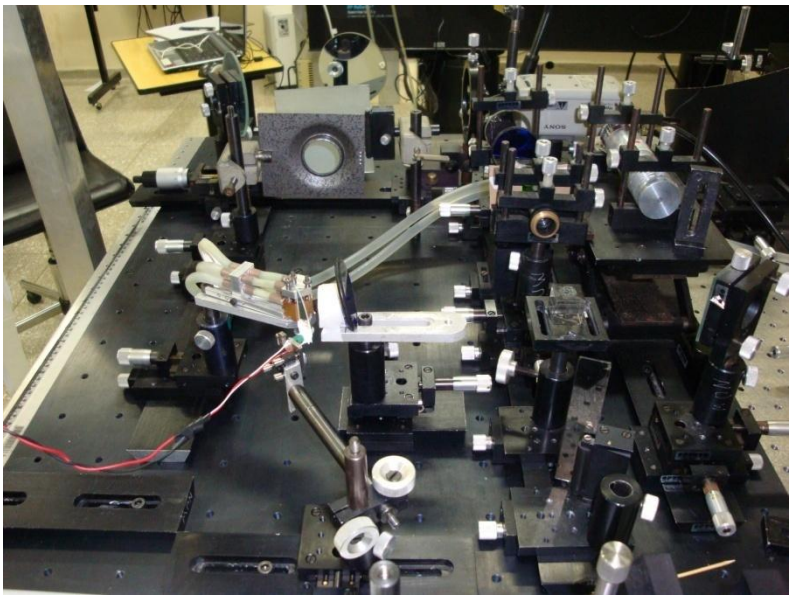


Figura 16: Foto da montagem

10.1 *Parte A* da montagem experimental

Na parte A da figura 15 temos os dois lasers de prova utilizados para a formação das imagens, um espelho e um divisor de feixes. Os dois são lasers de diodo emitindo na região do vermelho, sendo o laser 1 emitindo em 656,52 nm e o laser 2 em 657,70 nm.

Neste trabalho aplicamos a interferometria com dois comprimentos de onda, observando o batimento dos padrões formados, figura 17, com maior densidade de franjas. O espaçamento entre as franjas é determinado pelo comprimento de onda sintético ou comprimento de onda equivalente dado pela expressão abaixo [32]:

$$\lambda_{eq} = {\lambda_1 \lambda_2}/{|\lambda_1 - \lambda_2|} \tag{10.1}$$

A diferença de caminho óptico encontrado para esse caso é dada por:

$$\Gamma = {\phi(x,y)\lambda_{eq}}/{2\pi} \tag{10.2}$$

Pela expressão 10.2 podemos observar que os valores para o deslocamento de fase do sistema será da mesma ordem de grandeza que o comprimento de onda sintético.

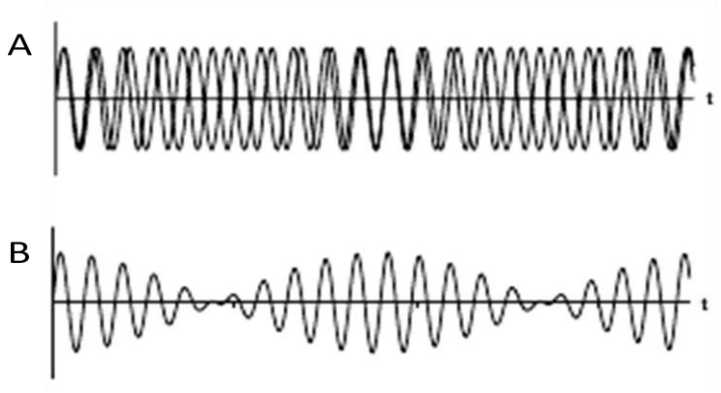


Figura 17: Fenômeno do batimento A- Duas frentes de onda com mesma amplitude e diferentes comprimentos de onda e B- O padrão resultante da interferência destas ondas.

O intervalo de contorno para estes lasers foi ajustado para 120 μm, de acordo com os comprimentos de onda citados. Escolhemos estes valores por apresentarem resolução suficiente para aferir as pequenas variações de fase esperadas com a variação do foco da lente térmica.

10.2 *Parte B* da montagem experimental

Esta região do arranjo contém o braço do feixe referência com o filtro espacial, uma lente e o conjunto da câmera e o sistema de formação de imagens utilizado. Este filtro espacial é composto por uma objetiva de microscópio 10X e NA=0,25 e um *pinhole* de 30 μm. O conjunto é utilizado para remover padrões de interferência no laser causado por difrações, imperfeições nas lentes, sujeira ou outras causas que gerem variações nas características do feixe.

Após o feixe passar pelo filtro espacial, o feixe referência incide em um divisor de feixes e incide na câmera. Utilizamos um divisor em forma de cunha para evitar a formação de padrões de interferência por efeito de filme fino. Em frente à câmera

também foi posicionado um filtro que reflete 100% do feixe de 974 nm e transmite 100% dos feixes vermelhos, para não danificar a CCD durante as medidas.

Em frente ao divisor de feixes posicionamos uma objetiva com foco de 5cm responsável pela formação das imagens do feixe objeto. E acoplado a esta objetiva, temos um diafragma com diâmetro ajustado para 5 mm para forçar o aparecimento do efeito *speckle*, como apresentado na equação 3.13 . O tamanho do *speckle* depende fortemente do foco da lente e do diâmetro de iluminação.

A CCD utilizada é uma câmera *Sony*, modelo *Hyper Had SSC-C104*, com resolução de 768X494 *pixels* e tamanho de pixel de 14X14μm. Dentre os programas utilizados, temos o *Debut Video Capture Software* [33] para captar as imagens, o programa *Image J* [34] para subtrair as imagens, o *Rising Sun Moire* [35] para filtrar as imagens e calcular os mapas de fase e reconstrução de imagens.

10.3 *Parte C* da montagem experimental

A parte da montagem contém o braço do feixe objeto. Temos as lentes 1 e 2 com focos de 2,5 cm e 26 cm, respectivamente, a amostra a ser analisada, um vidro fosco como anteparo, dois espelhos E2 e E3 para refletir o espalhamento para a câmera e um espelho dicróico altamente refletor para os comprimentos de ondas na região do vermelho e altamente transmissor para o infravermelho utilizado. O espelho dicróico foi anexado a um transdutor piezo-elétrico (PZT) para adicionar uma diferença de fase ao caminho óptico do feixe objeto com uma freqüência de 4 Hz e onda triangular, para gerar o efeito descrito pelas equações apresentadas na seção 5.

Escolhemos para os testes uma amostra vítrea composta por aluminato de cálcio dopado com 4% de érbio com dimensões de 2,36 X 6,08 X 4,06 mm. O pico de absorção desta amostra está centrado em 976 nm com largura a meia altura deste pico de 6 nm.

O laser 3 é um diodo de bombeamento fabricado pela *OptoPower* (modelo BF-NSI-ENG), acoplado em fibra. Na saída da fibra óptica tem um sistema de colimação que entrega o feixe com uma qualidade $M^2 = 159$, foco a 2 cm e cintura de feixe de

aproximadamente 230 µm. O pico de emissão central do diodo depende da temperatura e pode ser alterado por seu sistema de refrigeração termoelétrica (*peltier*). Assim, sintonizamos o pico de emissão para 974 nm com 23ºC.

Os valores do comprimento focal das lentes térmicas foram obtidos pela deformação da frente de onda do feixe objeto, medindo-se esta deformação para cada potência de bombeio aplicada na amostra.

A posição mais adequada para a amostra no sistema óptico utilizado foi definida segundo o estudo paraxial da passagem dos feixes apresentado no capítulo 8.

O método para a obtenção dos resultados segue os passos da técnica ESPI descrita no capítulo 5. Os feixes lasers de prova vermelhos seguem colineares pelos braços objeto e referência do arranjo. Pelo braço do feixe referência, o feixe incide diretamente pelo na CCD. No braço do feixe objeto, o feixe incide na lente 1, é refletido pelo espelho dicróico, passando pela amostra, pela lente 2 e incidindo no anteparo. A frente de onda espalhada pelo objeto é direcionada pelos espelhos E2 e E3 e então incide na câmera.

Uma amostragem de dez imagens foi captada para cada deslocamento de fase para estas medidas. E, para a análise do efeito da lente térmica, foram feitas várias medidas, variando a potência de bombeio do laser 3 de 15 mW a 758 mW absorvidos pela amostra.

Todas as etapas para a reconstrução das frentes de onda serão demonstradas na seção 10.4. Além disso, como um exemplo, será demonstrado um dos resultados obtidos com esta montagem.

10.4 Processamento das imagens

O primeiro passo do processamento das imagens é a obtenção do padrão de franja de interferência. Para isso, subtraímos as imagens obtidas umas das outras e em seguida somamos os padrões resultantes para obtermos uma média dos resultados para cada deslocamento de fase. Como apresenta a figura 18.

Figura 18: Subtração de imagens (formação dos frames).

Tanto na figura com o espelho em repouso quanto na figura com o espelho deslocado, figura 18, os feixes objeto e referência incidem diretamente a câmera, com variação apenas no caminho óptico do feixe objeto. Podemos observar que na subtração das imagens ocorre a eliminação do ruído gerado pelo feixe referência, e visualizamos apenas o padrão de interferência.

O procedimento foi realizado para cada deslocamento de fase. No nosso caso, os lasers foram ajustados para apresentar um intervalo de contorno de 120 µm, de modo que, para deslocar as franjas em $\pi/2$ os deslocamentos no espelho do objeto foram de 30 µm.

As imagens a seguir são os resultados para os 4 deslocamentos de fase necessários para a reconstrução da frente de onda.

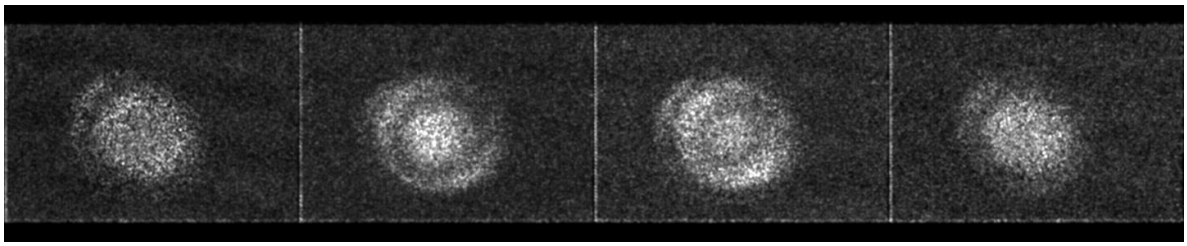


Figura 19: Deslocamento de fase.

Nesta etapa, as imagens ainda não possuem qualidade para dar continuidade os próximos passos, pois nela encontramos tanto os sinais associados a baixas freqüências originadas da frente de onda do objeto quanto altas freqüências que geram ruídos nas imagens. No próximo passo as imagens são filtradas com uma transformada de Fourier como mostra a figura 20:

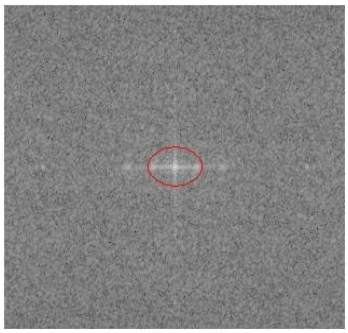


Figura 20: Filtragem da imagem por transformada de Fourier.

A região mais clara (em destaque) caracteriza ondas de baixa freqüência com as informações do objeto, e o restante são os sinais de alta freqüência aos ruídos e imperfeições captadas pela câmera. Com uma transformada reversa da região selecionada obtemos o padrão de interferência sem ruídos figura 21.

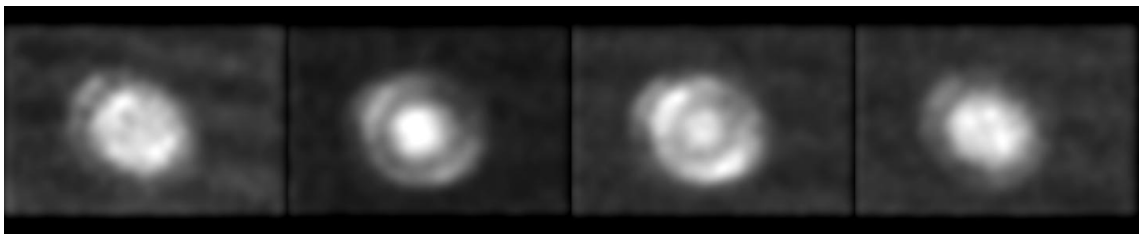


Figura 21:Transformada inversa de Fourier para o frame 1.

Com os quatro frames, podemos calcular a fase. Utilizamos o algoritmo a seguir para a obtenção dos mapas de fase. O processo foi realizado quatro vezes, dentre as possíveis seqüências dos deslocamentos, para obtermos a posição das franjas para a próxima etapa em que normalizamos os valores de pixel obtidos para milímetros.

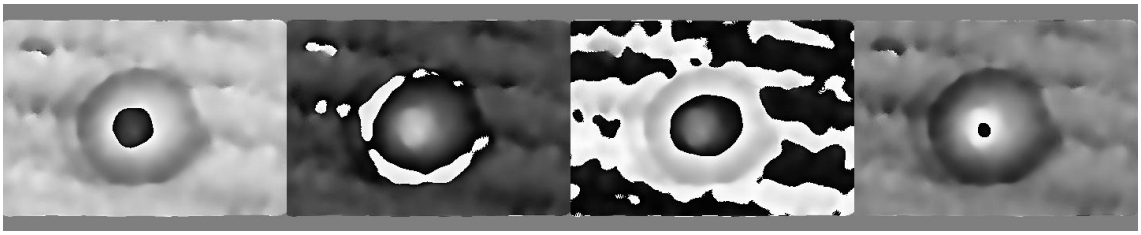


Figura 22 :Cálculo da diferença de fase..

Com qualquer um dos mapas obtidos podemos reconstruir a frente de onda com a deconvolução (*unwrapping*) do mapa de fases.

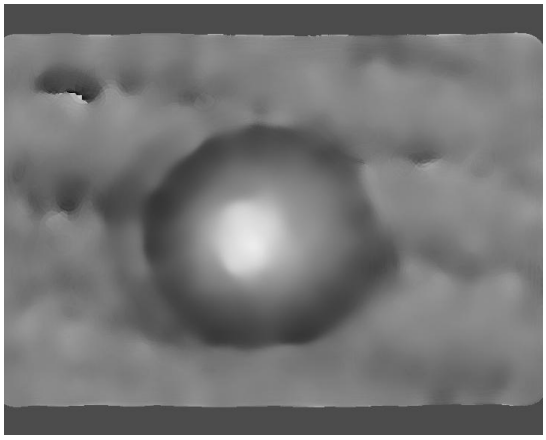


Figura 23: unwraping do mapa de fases.

Os valores dos tons de cinza da imagem reconstruída pelo programa são dados em função do número de *pixels*. A conversão da escala de *pixels* para milímetros é feita com a soma dos mapas de fase.

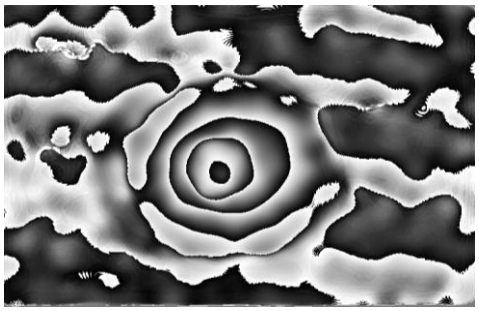


Figura 24: Soma dos mapas de fase.

As descontinuidades da figura 24 possuem as distâncias do deslocamento de fase entre si. Portanto, através do programa normalizamos os valores de intensidade encontrados em função deste intervalo. O eixo x é normalizado tomando o número de *pixels* da região iluminada do objeto e suas respectivas dimensões. Deste modo encontramos os valores reais dos tons de cinzas relativos ao perfil da frente de onda do objeto.

O gráfico a seguir é o perfil da imagem reconstruída obtida de uma seção transversal no meio da imagem.

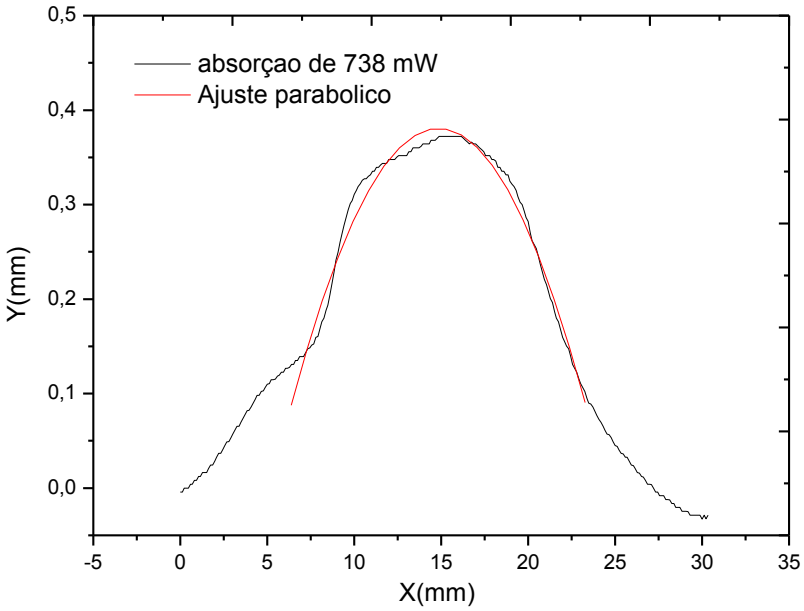


Figura 25: perfil de curvatura da frente de onda.

O perfil apresentou uma curvatura bem suave, de modo que tanto um ajuste parabólico quanto um ajuste para frente de onda circular apresentaram os mesmos resultados. Abaixo temos a equação relacionada ao ajuste do perfil, seu respectivo valor de curvatura e o comprimento focal.

$$Y = -0{,}51254 + 0{,}1203X - 0{,}00405X^2 \tag{10.3}$$

$$R' = -\frac{1}{2A} = 123{,}46\ mm \tag{10.4}$$

O valor do comprimento focal foi obtido com uma relação das curvaturas do arranjo com e sem o efeito de lente térmica, devido a dificuldades experimentais de obterem-se frentes de onda perfeitamente planas.

$$\boldsymbol{\frac{1}{f} \cong \frac{1}{\delta x}\left(1 - \frac{R}{R'}\right)} = 11{,}28\ dp \tag{10.5}$$

onde R e R' são as curvaturas da frente de onda medida, Do sistema em repouso e sob a influencia do efeito térmico, respectivamente.

$$f_{eq} = 88.61\ mm \tag{10.6}$$

11. Resultados e discussões

Todos os resultados foram obtidos a partir da amostra vitrea de aluminato de cálcio dopado com 4% de érbio (CaO-Al_2O_3: Er 4%). O perfil da frente de onda foi medido para o laser de bombeio desligado e sem amostra e com potências do laser de bombeio variando de 25 mW a 1,76 W.

11.1 Medidas de absorção

Realizamos uma medida de potência na amostra com o laser de bombeio para obtermos os valores de absorção para cada potência utilizada. Segue abaixo a tabela com os valores encontrados.

Tabela 2: medida de absorção da amostra.

I(A) ±0,05A	P_{Fonte}(mW) ±1mW	$P_{Transmitida}$(mW) ±1mW	$P_{Absorvida}$(mW) ±1mW
5	25	10	15
7	330	202	128
9	666	400	266
11	1031	607	424
13	1398	797	601
15	1758	1020	738

O gráfico na figura 26 apresenta o perfil de absorção da amostra com os valores listados na tabela 2.

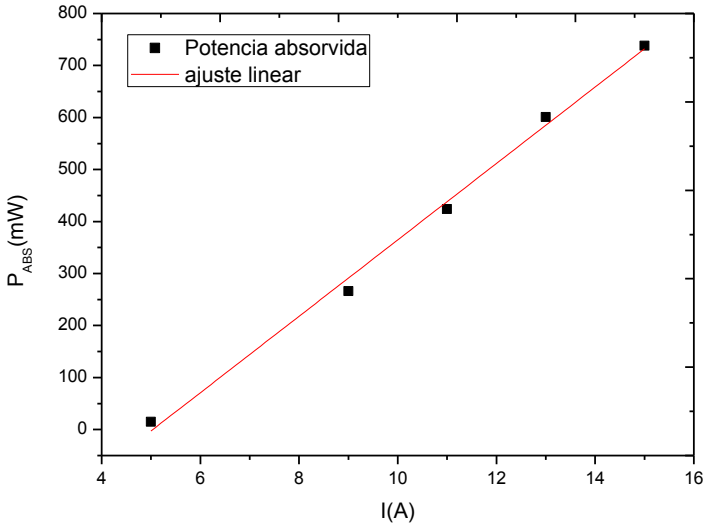


Figura 26: Curva de absorção da amostra.

11.2 Influência da amostra no sistema óptico

Antes de aferir a variações do comprimento focal, foi necessário analisarmos a influência que a amostra exerce na frente de onda ao ser inserida no conjunto óptico. Inicialmente colimamos as lentes do feixe objeto e medimos a frente de onda do arranjo, em seguida, inserimos a amostra no foco do sistema e medimos novamente a frente de onda.

Para os cálculos iremos considerar a frente de onda equivalente entre nossa referência e as medidas da amostra sob efeito de lente térmica.

Os resultados a seguir registram a frente de onda lateralmente, com o centro de curvatura deslocado para direita, para obtenção de um maior número de franjas na CCD.

Sistema óptico sem amostra:

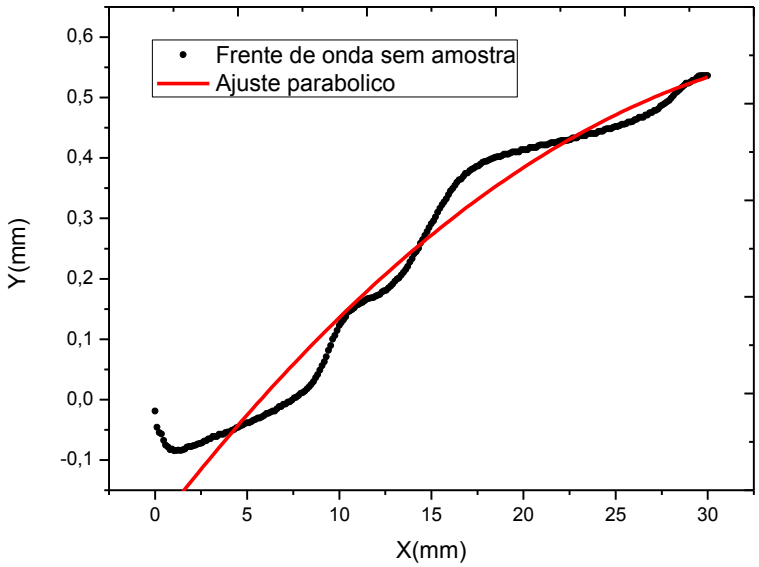


Figure 27: Curvatura da frente de onda do arranjo sem a amostra.

- Curva de ajuste:

$$Y = -5{,}14663.10^{-4}X^2 + 0{,}0404X - 0{,}21455 \tag{10.1}$$

- Raio de curvatura:

$$R = \frac{-1}{2a} = 971{,}51\ mm \tag{10.2}$$

Sistema óptico com amostra:

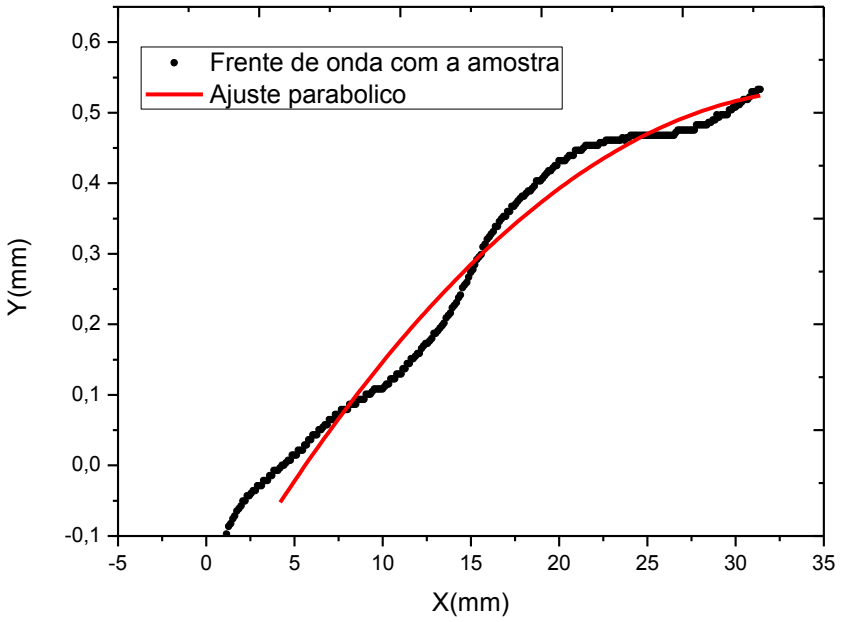


Figura 28: Curvatura da frente de onda do arranjo com a amostra.

Curva de ajuste:

$$Y = -6{,}09722.10^{-4}X^2 + 0{,}04288X - 0{,}22124 \tag{10.3}$$

Raio de curvatura:

$$R = \frac{-1}{2a} = 820{,}05\ mm \tag{10.4}$$

Os valores nos indicaram uma diminuição de cerca de 15% no raio de curvatura do arranjo óptico com a presença da amostra. A partir destes dados, podemos utilizar a frente de onda da amostra sem bombeamento como referência para a análise do efeito.

11.3 Medidas dos comprimentos focais

Sabendo a influência da amostra no sistema, podemos calcular o foco da lente gerada na amostra a partir da frente de onda medida depois do conjunto de lentes. Abaixo serão apresentados os resultados referentes às variações do foco do conjunto para diferentes potências absorvidas pela amostra. Será apresentado também o processamento das imagens realizado para cada medida.

Para cada resultado, a primeira imagem acima é composta por todos os frames necessários para o processamento de imagens, utilizados para a extração das diferenças de fase das frentes de onda. Dos dezesseis frames apresentados nesta figura, os quatro primeiros (parte A da figuras 29, 31, 33,35 e 37) representam o método subtrativo desenvolvido no capítulo 5. A parte B é composta pelo interferogramas obtidos pelo método subtrativo após uma filtragem por transformada de Fourier. A parte C apresenta os diferentes mapas de fase obtidos para diferentes seqüências dos interferogramas, obedecendo a sequência do deslocamento de fases descrito no capítulo 6. Por fim, a parte de desta imagem nos mostra a frente de onda reconstruída para cada mapa de fases.

As figuras 30, 32, 34, 36 e 38 a esquerda são referentes aos ajustes parabólicos realizados para a obtenção do raio de curvatura da amostra para cada potência de bombeio, e a direita, temos uma representação pseudo 3D das frentes de onda reconstruídas.

Frente de onda obtida da amostra absorvendo 15 mW da potência de bombeio

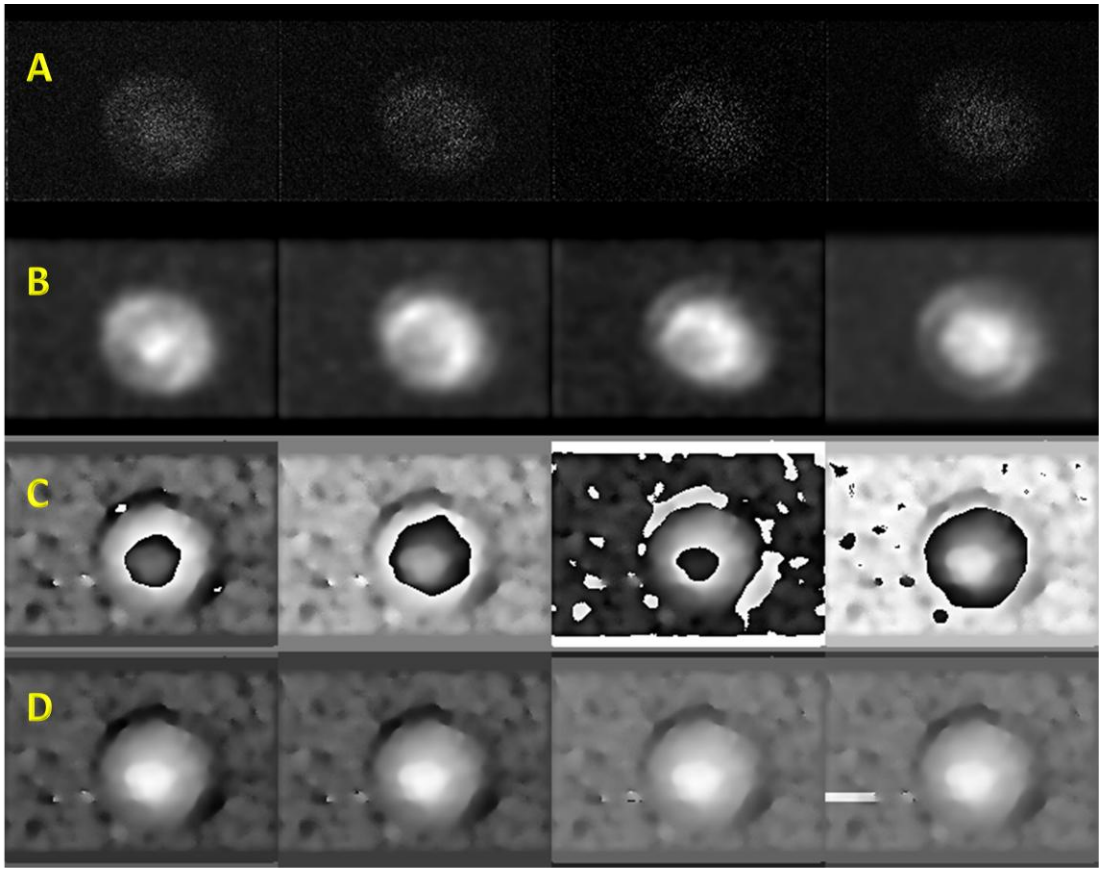


Figura 29: Etapas do processamento das imagens obtidas com a amostra absorvendo 15 mW do feixe de bombeio: A- Padrões de interferência obtidos com o deslocamento de fase; B- Imagens após filtragem por transformada de Fourier; C- Mapas de fase obtidos a partir dos quatro frames; D- Unwrapping dos mapas de fases.

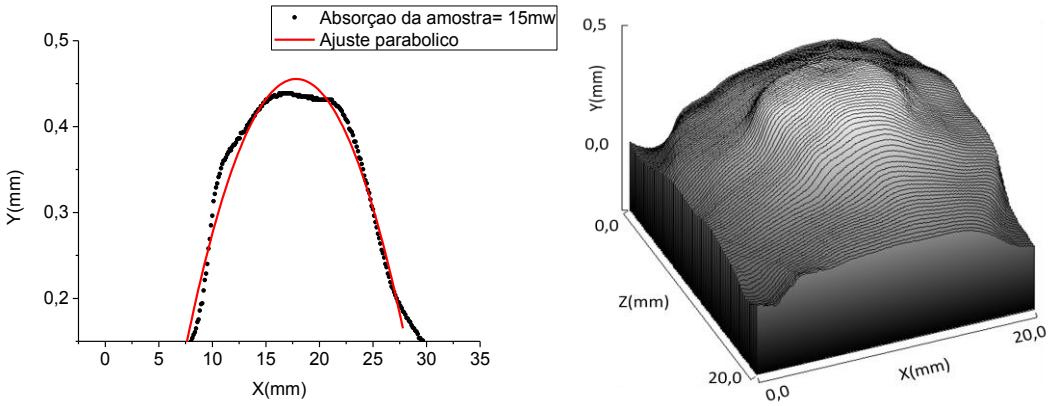


Figura 30: Perfil da frente de onda com absorção de 15 mW da amostra a esquerda e sua representação pseudo 3D à direita.

Frente de onda obtida da amostra absorvendo 266 m W da potência de bombeio

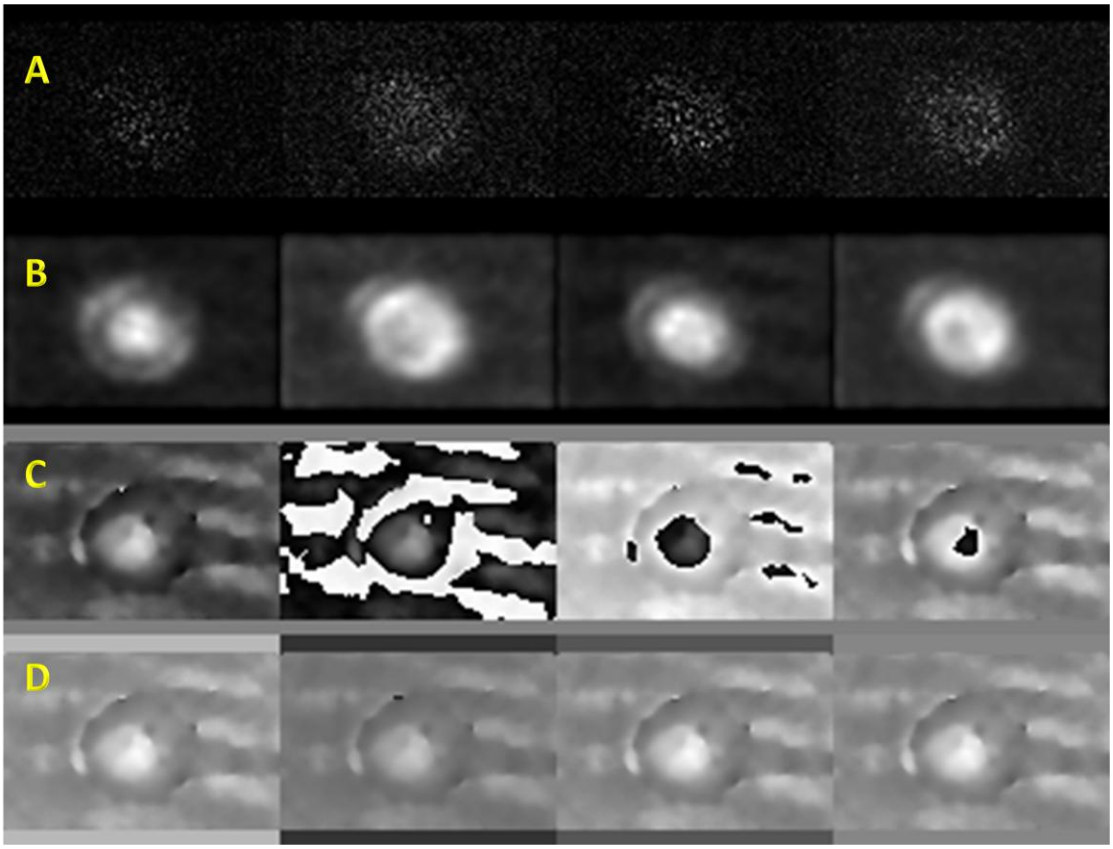


Figura 31: Etapas do processamento das imagens obtidas com a amostra absorvendo 266 mW do feixe de bombeio: A- Padrões de interferência obtidos com o deslocamento de fase; B- Imagens após filtragem por transformada de Fourier; C- Mapas de fase obtidos a partir dos quatro frames; D- Unwrapping dos mapas de fases.

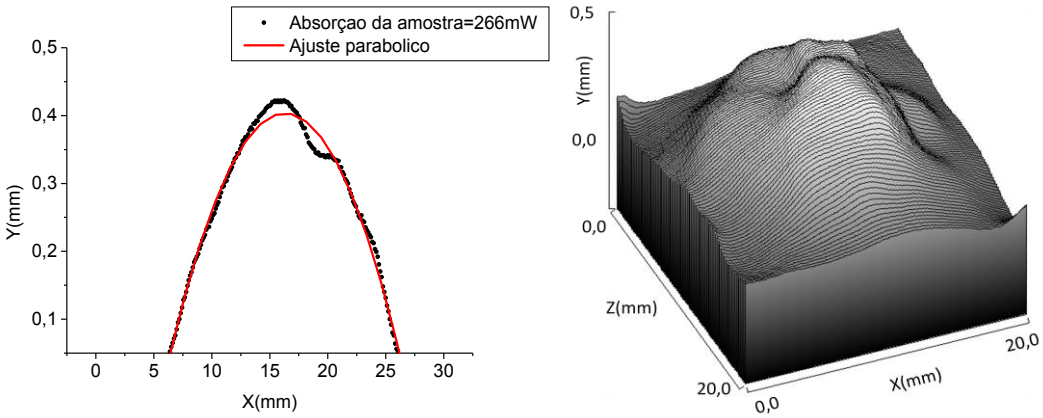


Figura 32: Perfil da frente de onda com absorção de 266 mW da amostra a esquerda e sua representação pseudo 3D à direita.

Frente de onda obtida da amostra absorvendo 424 mW da potência de bombeio

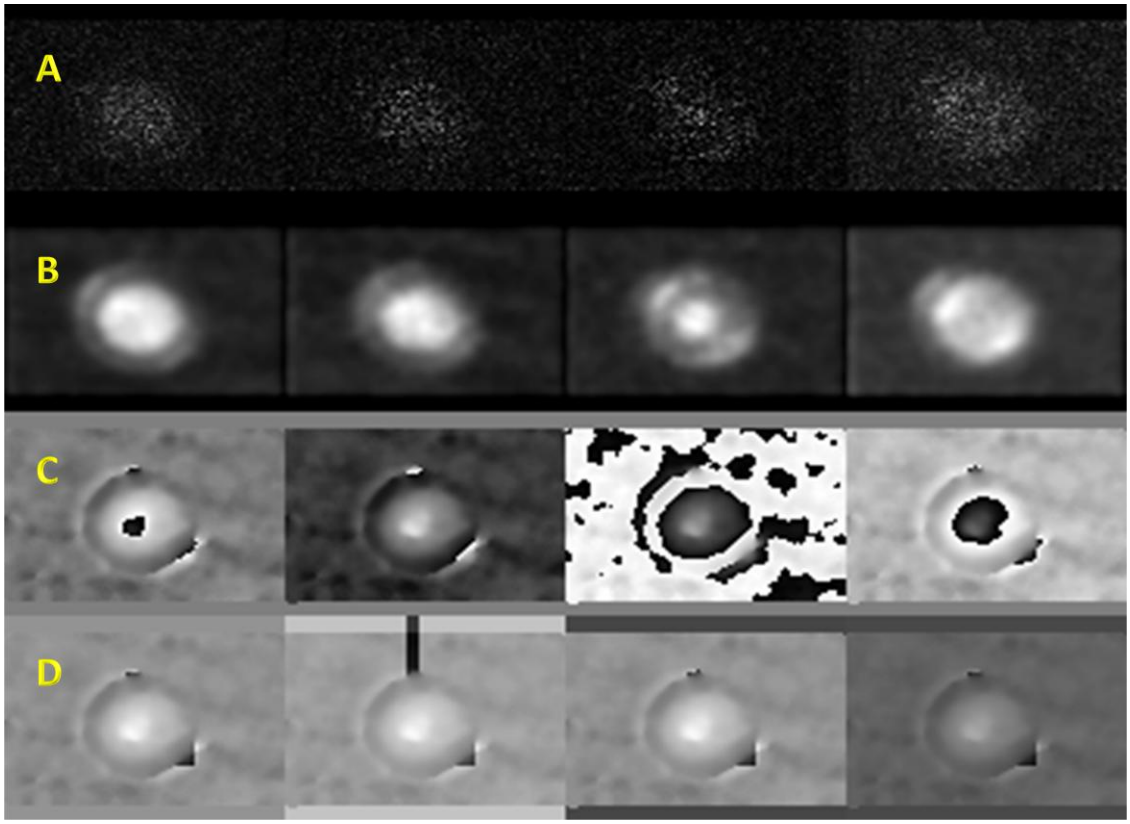


Figura 33: Etapas do processamento das imagens obtidas com a amostra absorvendo 424 mW do feixe de bombeio: A- Padrões de interferência obtidos com o deslocamento de fase; B- Imagens após filtragem por transformada de Fourier; C- Mapas de fase obtidos a partir dos quatro frames; D- Unwrapping dos mapas de fases.

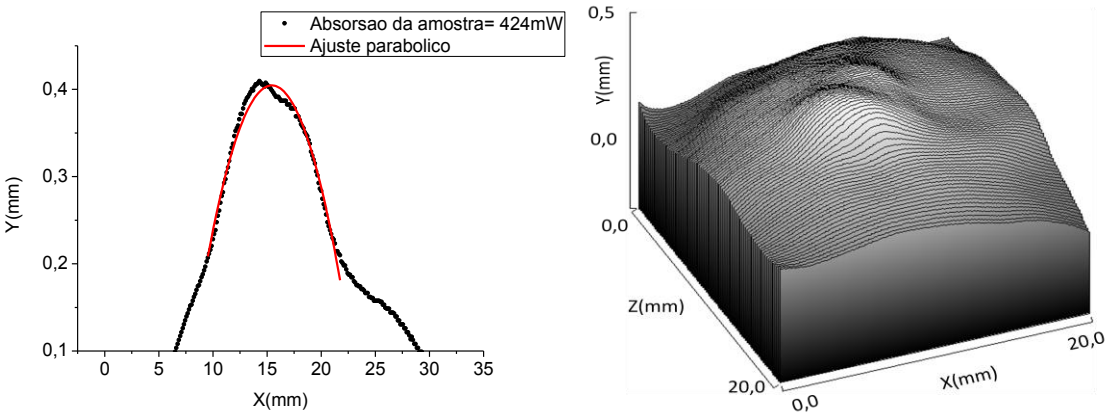


Figura 34: Perfil da frente de onda com absorção de 424 mW da amostra a esquerda e sua representação pseudo 3D à direita.

Frente de onda obtida da amostra absorvendo 601 mW da potência de bombeio

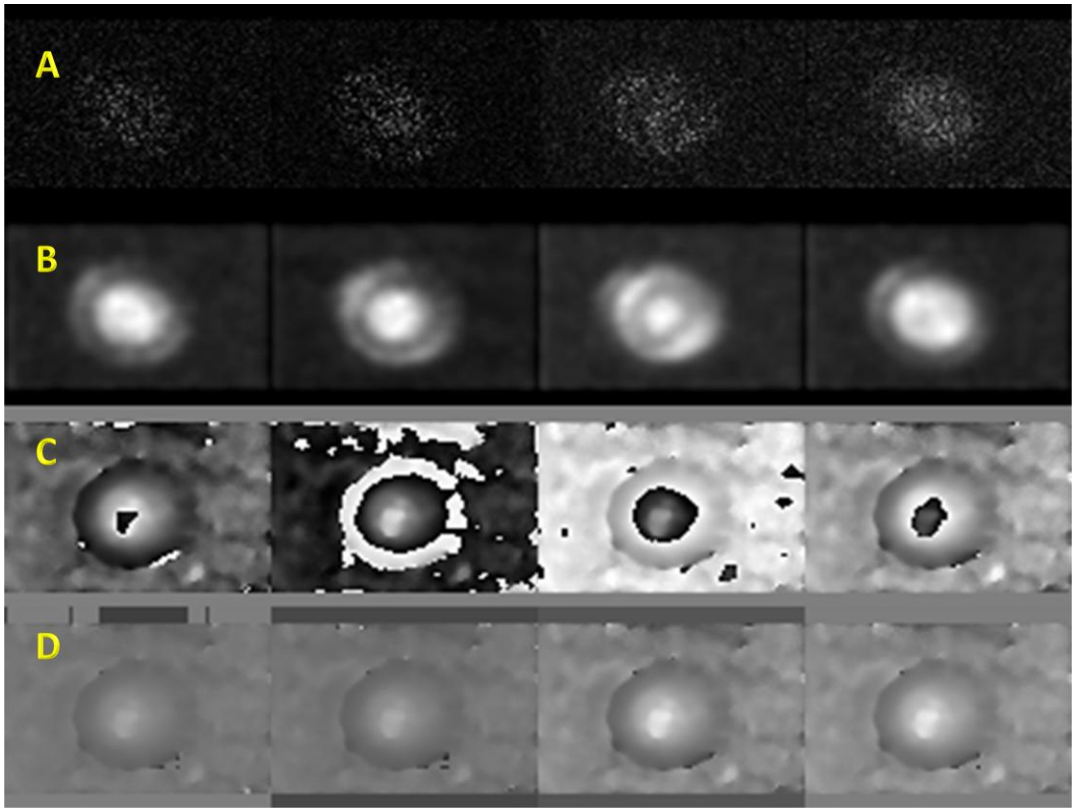


Figura 35: Etapas do processamento das imagens obtidas com a amostra absorvendo 601 mW do feixe de bombeio: A- Padrões de interferência obtidos com o deslocamento de fase; B- Imagens após filtragem por transformada de Fourier; C- Mapas de fase obtidos a partir dos quatro frames; D- Unwrapping dos mapas de fases.

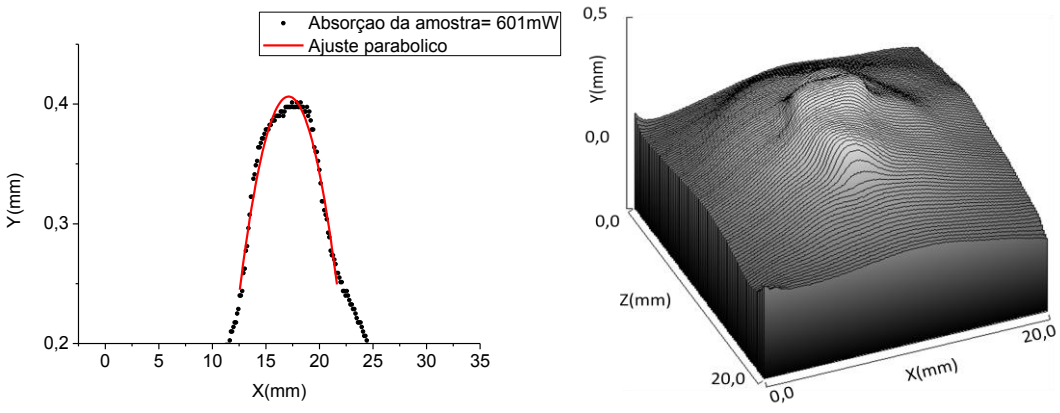


Figura 36: Perfil da frente de onda com absorção de 601 mW da amostra a esquerda e sua representação pseudo 3D à direita.

Frente de onda obtida da amostra absorvendo 738 mW da potência de bombeio

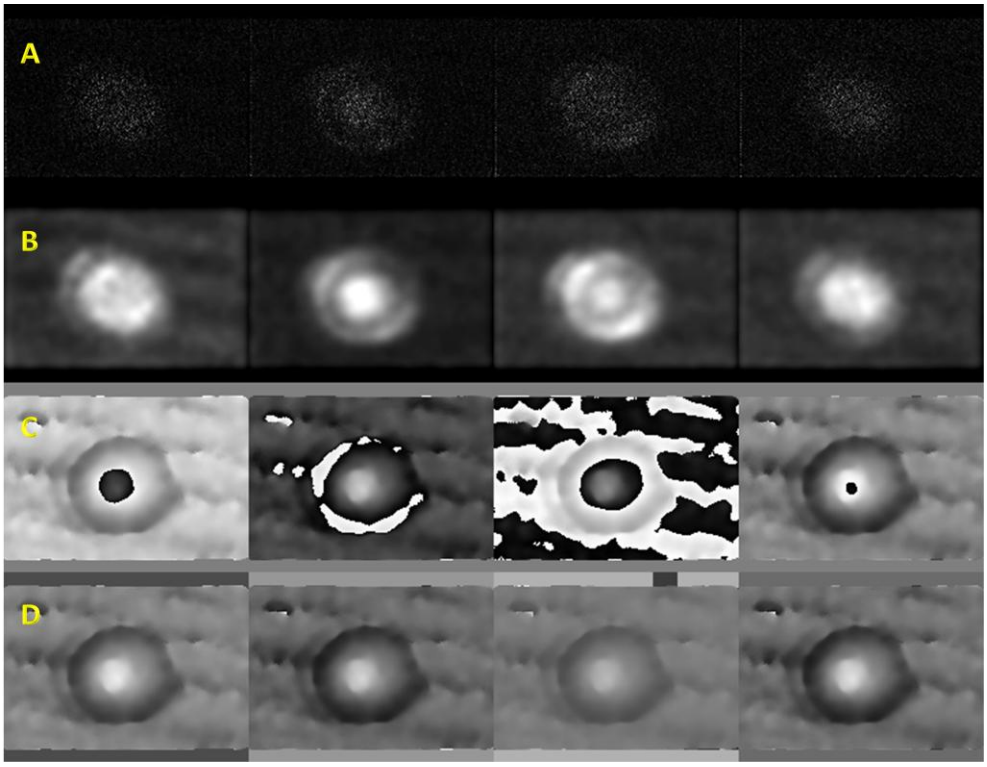


Figura 37: Etapas do processamento das imagens obtidas com a amostra absorvendo 738 mW do feixe de bombeio: A- Padrões de interferência obtidos com o deslocamento de fase; B- Imagens após filtragem por transformada de Fourier; C- Mapas de fase obtidos a partir dos quatro frames; D- Unwrapping dos mapas de fases.

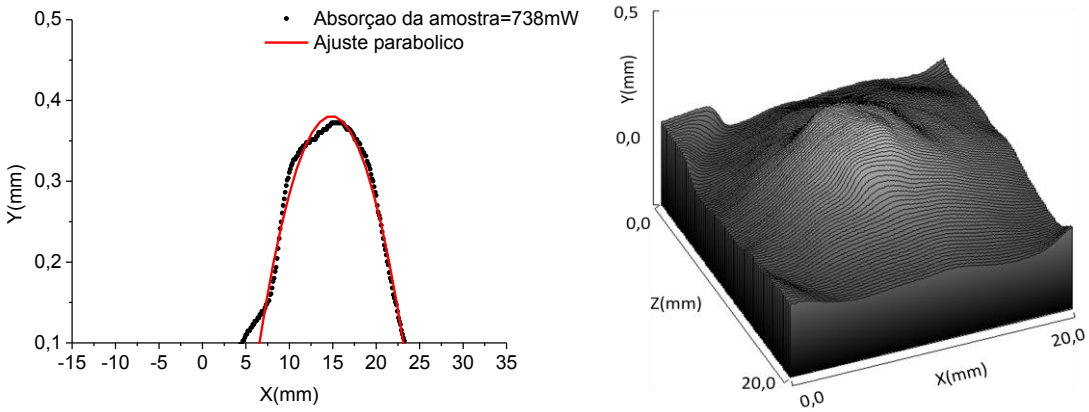


Figura 38: Perfil da frente de onda com absorção de 738 mW da amostra a esquerda e sua representação pseudo 3D à direita.

Os resultados a seguir demonstram a aproximação paraxial para lentes delgadas, conforme descrito no capítulo 8, a partir das frentes de onda obtidas. Para este análise, faz-se necessário de um fator de desalinhamento δx, portanto, assumimos um valor de 0,5 mm como uma aproximação, apenas para verificarmos o perfil do efeito térmico.

Tabela 3: Resultados para cada potência absorvida pela amostra para $\delta x = 0,5mm$

P_{ABS}	15 mW	266 mW	424 mW	601 mW	738 mW
$R' = -\frac{1}{2A}$ ±0,05mm	*170,65 mm*	*138,12 mm*	*88,96 mm*	*64,60 mm*	*123,46 mm*
$\frac{1}{f} \cong \frac{1}{\delta x}\left(1 - \frac{R_2}{R_2'}\right)$ ±2,17dp	*7,61 dp*	*9,87 dp*	*16,43 dp*	*23.39 dp*	*11,28 dp*
Comprimento focal, *f(mm)* ±7,24mm	*131,39 mm*	*101,27 mm*	*60,85 mm*	*42,76 mm*	*88,61 mm*

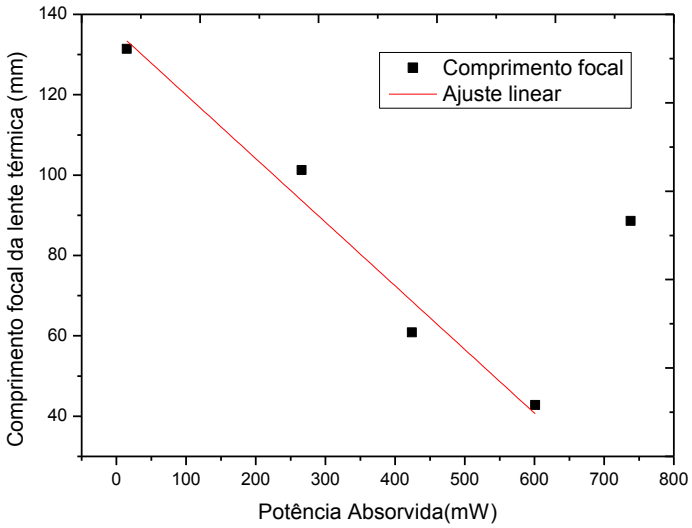


Figura 39: Curva dos comprimentos focais.

Os valores na figura 39 foram extraídos da tabela 3. Nela podemos observar a análise semi-quantitativa (uma vez que foi estipulado o valor de δx) realizada em nosso estudo do efeito de lente térmica. O perfil apresentando nos resultados possui o mesmo

comportamento, já descrito em na literatura para materiais com condutividade térmica positiva [4,9], que mostra uma relação inversamente proporcional do comprimento focal com aumento da potência de bombeio.

No gráfico, o ponto a 738 mW foi retirado do ajuste linear uma vez que este foge da relação do comprimento focal e potência de bombeio. O motivo para esta não-linearidade dos pontos deve-se ao fato de termos ultrapassado o limiar de ruptura da amostra, gerando trincas. A presença de trincas aliviou as tensões internas no material, levando a um aumento do foco medido.

12. Conclusões

Neste projeto, foi desenvolvido um método para detectar frentes de onda baseados em um interferômetro do tipo *speckle* eletrônico ESPI. Utilizando dois lasers de diodo centrados na região do vermelho foram sintonizados a diferentes comprimentos de onda, foi possível gerar um comprimento de onda sintético com uma única exposição na câmera CCD.

A nossa metodologia foi adaptada para alternativa ao estudo do efeito de lentes térmicas, dentre as possíveis aplicações previstas. Para este objetivo, a resolução do interferômetro *speckle* foi ajustada para um comprimento de onda sintético que oferecesse resolução para registrar as pequenas deformações de fase oferecidas pela amostra durante o efeito térmico, com a variação da potência nela depositada, a fim de simular o efeito de lente térmica.

Utilizamos uma amostra vítrea de aluminato de cálcio dopada com 4% de érbio, sob diversas potências de bombeio. Para cada potência, foi aferido o raio de curvatura da frente de onda composta pelos feixes dos diodos de prova.

A partir dos resultados obtidos, foi realizada uma aproximação paraxial para lentes delgadas, para extrair os valores dos comprimentos focais gerados na amostra e seu comportamento.

Uma vantagem que se pode observar nesta técnica, foi à facilidade para a confecção desta montagem. Uma vez que o tamanho do grão de *speckle* depende apenas do sistema de focalização para ser formado, não é obrigatório o uso de câmeras de alta resolução ou lasers sofisticados para obtermos bons resultados.Observamos também a praticidade ao gerarmos o padrão de speckle a partir do vidro despolido, assim podemos trocar sempre a amostra sem a necessidade de ajustarmos o arranjo para cada medida.

Não podemos dizer que os valores obtidos são os valores absolutos da amostra para cada potência, pois ainda é necessário um modelo matemático que leva em conta mais parâmetros da amostra, como a espessura e índice de refração. Porém, com os

resultados obtidos observamos que o método desenvolvido atende as expectativas iniciais do projeto. Os resultados apresentam valores dentro da ordem de grandeza esperada e com um comportamento observado em lentes térmicas de outros trabalhos.

13. Sugestões de continuidade da pesquisa

Após o desenvolvimento e estudo do interferômetro *speckle* com dois lasers, temos a possibilidade de novos estudos e possibilidade de continuidade:

- Desenvolver um estudo paraxial para lentes espessas, para continuar o estudo de lentes térmicas;
- Desenvolver um software para aquisição e processamento de imagens;
- Comparar os resultados obtidos com um medidor de frentes de onda comercial para validar os resultados;
- Aplicar o método desenvolvido pelo grupo para estabilizar e sintonizar os lasers de diodo por meio de uma cavidade externa.
- Modificar o arranjo, de maneira que a amostra se bombeada por toda sua extensão, e iluminada por completo pelos feixes de prova para avaliarmos as variações de temperatura e índices de refração simultaneamente em todos os pontos do material;
- Utilizar holografia digital como meio para facilitar a obtenção dos interferogramas.

14. Referências bibliográficas

[1] Maack, T.; Notni, G.; Schreiber, W., Three-coordinate measurement of an object surface with a combined two-wavelength and two-source phase-shifting speckle interferometer, **Optics Communications** 115: 576-584, 1995.

[2] Hack, E.; Frei, B.; Kästle, R.; Sennhauser, U.,Additive-subtractive two-wavelength ESPI contouring by using a synthetic wavelength phase shifh, **Appl. Opt.**, 37(13) :2591-2597, 1998.

[3] Koechner, W. **Solid-State Laser Engineering**. 6ªed, New York, Springer, 2006.

[4] Wetter, N. U.; Maldonado, E. P.; Vieira Jr, N. D., Enhanced efficiency of a continous-wave mode-locked Nd:YAG laser by compensation of the thermally induced, polarization-dependent bifocal lens, **Appl. Opt.**, 32:5280, 1993.

[5] Roth, M. S.; V. Romano, ;T. Feurer, ;T. Graf, Self-compensating amplifier design for cw and Q-switched high-power Nd:YAG lasers, **Opt. Express** 14:2191-2196, 2006.

[6] Ma, Z.; Li, D.; Gao, J.; Wu, N.; Du, K., Thermal effects of the diode end-pumped Nd:YVO4 slab, **Optics Communications** 275:179, 2007.

[7] Wesfreid, J.; Burgos, A.; Mancini, H.; Quel, E., Calculation of the focal length of a thermal lens inside a laser cavity, **Optics Communications** 21:3, 1997.

[8] Lima, S.M.; et.al., Mode-mismatched thermal lens spectrosmetry for thermo-optical properties measurement in optical glasses: a review, **Journal of Non-Crystalline Solids**, 273:215-227, 2000.

[9] Wang, Z.; Du, C.; Ruan, S., Thermal lens measurements in a Nd:GdVO4 self-Raman laser, **Opt. laser Technol**. 42:872-877, (2010)

[10] Tatam, R. P.; Davis, J. C., Buckberry, C. H.; Jones, D.C. Holographic surface contouring using wavelenght modulation of laser diodes, **Opt. laser Technol**. 22:317-21, 1990.

[11] Løkberg, O. J.; Høgmoeg, K., Vibration phase mapping using electronic *speckle* pattern interferometry, **Appl. Opt.**, 15:2701-04, 1976.

[12] Huang, J.R.; Ford, H.D. and Tatam, R.P., Heterodyning of *speckle* shearing interferometers using laser diode wavelength modulation, **Meas. Sci. Technol.** 7:1721-7, 1996.

[13] Atcha, H.; Tatam, R. P., Heterodyning of fiber optic electronic *speckle* pattern interferometers using laser diode wavelength modulation, **Meas. Sci. Technol.** 5:704-9, 1994.

[14] Moore, A.J.; Tyrer, J.R., An electronic *speckle* pattern interferometer for complete in-plane displacement measurement, **Meas. Sci. Technol.** 1:1024-30, 1990.

[15] Leendertz, J., Interferometric displacement measurement on scattering surfaces utilizing *speckle* effect, **J. Phys. E.: Sci. Instrum**. 3:214-8, 1970.

[16] Dainty, J. C., **Laser *Speckle* and Related Phenomena**, Springer Verlag, Berlin, 1984.

[17] Goodman, J.W.**, *Speckle* Phenomena in Optics: Theory and Applications**, Roberts & Company, Eaglewood, Colorado.

[18] Gåsvik, K. J., **Optical Metrology,** 3ªed., John Wiley & Sons, LTD, 2002.

[19] Veerarajan, T., **Probability, Statistics and Random Process,** 3ªed., The McGraw-Hill Companies,2009.

[20] Goodman, J.W., Some fundamental properties of *speckle*, **J. Soc. Am.**, v.66 11:1145-1150, 1976.

[21] Kreis, T., **Handbook of Holographic Interferometry: Optical and Digital Methods**, Wiley-VCH, 2005

[22] Butters, J.N., *Speckle* pattern interferometry using video techniques, **J. Soc. PhotoOpt. Instrum. Eng**, 10:5-9, 1971.

[23] Macovski, A.; Ramsey, S.D. and Schaefer, L.F., Time-lapse interferometry and contouring using television systems, **Appl. Opt.**, 10:2722-2727, 1971.

[24] Barbosa, E. A.; Lino, A. C. L., Multiwavelength electronic *speckle* pattern interferometry for surface shape measurement, **Appl. Opt.**, 14:2624-2631, 2007.

[25] Yariv, A., **Quantum Eletronics**, 3rd. International edition, p. 545. V 2, 1985.

[26] Creath, K., Phase-shifting *speckle* interferometry, **Appl. Opt.**, 24:3053-3058, 1985.

[27] Wyant, J.C. and Creath, K., Absolute measurement of surface rougness, **Appl. Opt.**, 29, 3823-3827, 1990.

[28] Munoz, J.; Strojnik, M.; Paez., G., Phase recovery from a single undersampled interferogram. **Appl. Opt.**, 42(34):6846-6852, 2003.

[29] Gutmann, B.; Weber, Phase Unwrapping with the Branch-Cut Method: Clustering of Discontinuity Sources and Reverse Simulated Annealing H., **Appl. Opt.**, 38:5577. 1999.

[30] Judge, T.R.; Bryanston, P.J., A Review of phase unwrapping techiniques in fringe analysis. **Opt. Laser Eng.**, 21: 199-239, 1994.

[31] Kogelnik, H. and Li, T., Laser Beams Resonators, **Appl. Opt.**, 5(10):1560-1567

[32] Creath, K.; Cheng, Y. and Wyant, J.C., Contourning aspheric surfaces using two-wavelength phase-shifting interferometry, **Appl. Opt.**, 12:1455-1404, 1985.

[33] Debut Video Software, versão 1.5, Disponível em: http://www.nchsoftware.com/capture/index.html acessado em 14 de junho de 2011.

[34] IMAGEJ Software, versão 1.44. Disponível em: http://rsbweb.nih.gov/ij/download.html acessado em 14 de junho de 2011.

[35] W. Zywang, RISING-SUN *MOIRÉ* Software. Disponível em: http://faculty.cua.edu/wangz/download.htm acessado em 14 de junho de 2011.