AUTARQUIA ASSOCIADA À UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Desenvolvimento de um laser pulsado com emissão em 1053 nm para utilização na técnica de "Cavity Ring-Down Spectroscopy"

Fabio Cavalcanti

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do Grau de Mestre em Ciências na Área de Tecnologia Nuclear - Materiais

Orientador
Prof. Dr. Niklaus Ursus Wetter

São Paulo
2014

INSTITUTO DE PESQUISAS ENERGÉTICAS E NUCLEARES
Autarquia associada à Universidade de São Paulo

Desenvolvimento de um laser pulsado com emissão em 1053 nm para utilização na técnica de "Cavity Ring-Down Spectroscopy"

Fabio Cavalcanti

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do Grau de Mestre em Ciências na Área de Tecnologia Nuclear - Materiais

Orientador
Prof. Dr. Niklaus Ursus Wetter

Versão Corrigida
Versão Original disponível no IPEN

São Paulo
2014

Para minha esposa Patrícia
e meus filhos Fábio e Maria Júlia

Agradecimentos

Ao Dr. Niklaus Ursus Wetter pela oportunidade deste trabalho e orientação.

Aos pesquisadores: Dr. Alessandro Deana pela ajuda na montagem da cavidade laser duplo passo, Dr. Jonas Jakutis pela ajuda no laboratório, Dr. Dimitri Geskus pela ajuda na montagem da Cavidade entre espelhos altamente refletivos e discussões teóricas, Dr. Marcus Raele pelos comentários e correção do texto deste trabalho e Dr. Walter Nakaema pelas discussões teóricas sobre a técnica CRDS.

Aos colegas de laboratório: Adriana, Cristine, Danilo, Lidia, Regiane, pelo convívio, ajuda e compreensão.

Aos funcionários e colaboradores do Centro de Lasers e Aplicações.

À Comissão Nacional de Energia (CNEN) pelo financiamento de bolsa e ao departamento de Ensino do IPEN pela infraestrutura.

Desenvolvimento de um laser pulsado com emissão em 1053 nm para utilização na técnica de "Cavity Ring-Down Spectroscopy"

Fabio Cavalcanti

Resumo

Neste trabalho, foi desenvolvido um laser pulsado utilizando um chaveador-*Q* passivo em uma cavidade com a tecnologia de controle de modo por duplo-passo. Utilizando um cristal de Nd:$LiYF_4$ com 0,8 mol% de dopagem, foi possível gerar um pulso com duração de 5,5 ns (FWHM), com 1,2 mJ de energia e potência pico de 220 kW para utilização na técnica "Cavity Ring-Down Spectroscopy" (CRDS).

A técnica (CRDS), que pode ser traduzida por espectroscopia de cavidade ressonante, é utilizada para medida de espectros de absorção de gases, líquidos e sólidos. Com a técnica CRDS é possível medir perdas com altíssimo grau de precisão, ressaltando sua sensibilidade que é confirmada pela utilização de espelhos com alta refletividade. Foram avaliadas, com essa técnica, as perdas por reflexão e espalhamento de materiais transparentes. Após a calibração da cavidade ressonante, foi possível medir as perdas nas amostras com resolução de até 0,045%, sendo o valor máximo alcançado de 1,73%. Essa calibração foi possível, pois obteve se um tempo de decaimento de aproximadamente 20 μs com a cavidade desobstruída. Também foi conseguido um método de determinação do índice de refração dos materiais transparentes com precisão de cinco casas decimais.

Development of a pulsed laser with emission at 1053 nm for Cavity Ring-Down Spectroscopy

Fabio Cavalcanti

ABSTRACT

In this work, a pulsed and Q-switched laser resonator was developed using the double-beam mode-controlling technique. A Nd:$LiYF_4$ crystal with 0,8mol% of doping concentration was used to generate a giant pulse with duration of 5,5 ns (FWHM), 1,2 mJ of energy and 220 kW peak power for the Cavity Ring-Down Spectroscopy (CRDS) technique.

The CRDS technique is used to measure absorption spectra for gases, liquids and solids. With the CRDS technique it is possible to measure losses with high degree of accuracy, underscoring the sensitivity that is confirmed by the use of mirrors with high reflectivity. With this technique, the losses by reflection and scattering of transparent materials were evaluated. By calibrating the resonant cavity, it was possible to measure the losses in the samples with resolution of 0,045%, the maximum being reached by 1,73%. The calibration was possible because there was obtained to measure a decay time of approximately 20 μs with the empty cavity. Besides was obtained a method for determining the refractive index of transparent materials with accuracy of five decimals.

SUMÁRIO

1. Lista de figuras.....8

2. Lista de Tabelas.....11

3. Capítulo 1 – Introdução.....12

4. Capítulo 2 – Teoria do LASER.....14

5. Capítulo 3 – A Técnica "*Cavity Ring-Down Spectroscopy*".....37

6. Capítulo 4 – Materiais e Métodos.....41

7. Capítulo 5 – Resultados e Discussões.....50

8. Capítulo 6 – Conclusões.....58

9. Apêndice A – Lei das matrizes ABCD.....59

10. Apêndice B – Equações de Fresnel e ângulo de Brewster.....61

11. Apêndice C – Rotação de Faraday e o isolador óptico.....66

12. Referências.....68

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Esquema com os três processos: (a) emissão espontânea, (b) emissão estimulada e (c) absorção.....15

Figura 2 – Diagrama dos níveis de energia em um sistema de quatro níveis.....17

Figura 3 – Configuração dos modos transversais: (a) cilíndricos e (b) retangulares 19

Figura 4 – Perfil de um feixe gaussiano próximo de z = 0 na vizinhança da região $b = 2z_{R.}$ 20

Figura 5 – Parâmetros para um ressonador com espelhos de curvatura diferente.....22

Figura 6 – Diagrama de estabilidade e localização de diferentes ressonadores.....22

Figura 7 – Transformação da frente de onda pela lente fina.....23

Figura 8 – Distância e parâmetros da transformação do feixe pela lente fina.....24

Figura 9 – Esquema demonstrando a saída de um pulso chaveado.....27

Figura 10 – Níveis de energia de um absorvedor saturável com absorção do estado excitável (σ_{gs} e σ_{es} são os estados de repouso e absorção excitado respectivamente e τ o tempo de vida da excitação.....31

Figura 11 – Diagrama simplificado dos níveis de energia do $Nd:LiYF_4$ 34

Figura 12 – Esquema de descrição de um pulso dentro da cavidade com comprimento L.....38

Figura 13 – Sequência de eventos que ocorre com o primeiro pulso dentro da cavidade.....39

Figura 14 – Espectro da analise do ar pela técnica CRDS: exemplos de detecção de gases traço de mercúrio e oxigênio molecular.....40

Figura 15 – Espectro de absorção (cm^{-1}) do cristal $Nd:LiYF_4$ - 0,8 mol%.....41

Figura 16 – Esquema com indicação de orientação do eixo óptico (eixo-*c*) do cristal.....42

Figura 17 – Espectro de emissão do diodo laser.....42

Figura 18 – Espectro de emissão da cavidade.....43

Figura 19 – Esquema de montagem do cristal em ângulo de Brewster (34º) em relação à mesa juntamente com os espelhos da cavidade laser. LE é uma lente esférica com 25 mm e $\lambda/2$ é uma placa de meia onda. Também está evidente a posição do eixo-c perpendicular ao cristal.....44

Figura 20 – À esquerda, configuração da cavidade com duplo passo. O sentido da emissão do feixe em 1053 nm está representado pela linha vermelha. À direita, imagem focando no cristal, com o feixe do laser de alinhamento dentro do cristal indicando as duas passagens.....45

Figura 21 – Isolador óptico.....46

Figura 22 – Esquema de montagem do sistema óptico com lentes e espelhos.....47

Figura 23 – Curva de reflexão (R) em função do comprimento de onda (nm) dos dois espelhos.....47

Figura 24 – Esquema com cavidade, conjunto de lentes, espelhos da cavidade ressonante e sistema de detecção e análise de dados.....48

Figura 25 – Esquema de detecção do sinal do tempo de decaimento. No osciloscópio era possível medir o tempo de decaimento conforme variava-se o ângulo (θ) da amostra em

relação ao feixe laser. Nesta representação, a polarização TM está paralela à face da amostra.....49

Figura 26 – Distância “D” entre as duas passagens do feixe intracavidade na configuração com duplo-passo.....50

Figura 27 – Perfil temporal do feixe laser com o absorvedor saturável de 41,1 % de transmissão inicial.....51

Figura 28 – Tempo de decaimento cavidade vazia com a curva exponencial.....52

Figura 29 – Amostra 1 na posição presa ao suporte para medida de refletividade em torno do ângulo de Brewster.....53

Figura 30 – Medida da refletividade em torno do ângulo de Brewster na amostra número 1 (quartzo) de 2 mm de espessura.....55

Figura 31 – Amostra 2 na posição presa ao suporte para medida de refletividade em torno do ângulo de Brewster.....56

Figura 32 – Medida da refletividade em torno do ângulo de Brewster na amostra número 2 de 0,1 mm de espessura.....58

Figura A.1 – Planos de referência de um sistema óptico.....60

Figura B.1 – Gráfico de $|E'/E|^2$ versus ângulo de incidência, n = 1.5 para reflexão externa.....64

Figura B.2 – Gráfico de $|E'/E|^2$ versus ângulo de incidência, n = 1/1.5 para reflexão interna.....65

Figura B.3 – Janela de Brewster.....66

Figura C.1 – Rotação do plano de polarização de um meio opticamente ativo.....67

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Propriedades do $Nd:LiYF_4$.....36

Tabela 2 – Valores do tempo de decaimento para cada ângulo medido na amostra número 1 (quartzo) juntamente com o valor do cálculo de E_{B1} para cada ângulo medido utilizando a propagação de erro.....54

Tabela 3 – Valores do cálculo de R_1 para cada ângulo medido tendo com referência em 57º $R_1 = 0$.....54

Tabela 4 – Valores do tempo de decaimento para cada ângulo medido na amostra número 2 juntamente com o valor do cálculo de E_{B2} para cada ângulo medido.....56

Tabela 5 – Valores do cálculo de R_2 para cada ângulo medido tendo com referência em 56º $R_2 = 0$.....57

Tabela A.1 – Matrizes de transferência para elementos ópticos.....61

Capítulo 1

Introdução

Muitas são as pesquisas envolvendo o desenvolvimento de lasers para aplicação na área militar [1], no meio ambiente [2], na área de saúde [3] e em espectroscopia [4], com emissão no comprimento de onda de 1053 nm. Nesse desenvolvimento, são utilizados lasers de estado sólido bombeados por diodo, que em comparação com os lasers bombeados por lâmpadas de gás, têm grande eficiência óptica, alta durabilidade, além de terem construção compacta e com alta confiabilidade [5,6]. Além disso, o bombeamento por diodo faz com que as perdas por calor sejam bem menores, pois os diodos trabalham com uma estreita faixa de comprimento de onda, fazendo com que, em caso de coincidência com os picos do espectro de absorção, o ganho no meio ativo seja máximo [7].

O laser com emissão no comprimento de onda de 1053 nm tem como principal meio ativo o cristal de $Nd:YLiF_4$ no qual possibilita uma ótima qualidade do feixe de saída, além de uma baixa lente térmica. Neste cristal são utilizados dois tipos de bombeamento: o longitudinal e o transversal. Mesmo tendo maior eficiência de transferência de energia para o meio ativo, o bombeamento longitudinal tem a desvantagem de utilizar óptica complexa para melhorar a qualidade do feixe de saída. Para contornar o baixo limiar de fratura desse cristal, utiliza-se o bombeamento transversal, que utiliza elementos ópticos simples, porém, neste bombeamento a qualidade do feixe é baixa. Uma forma de contornar a baixa qualidade do feixe de saída no bombeamento transversal e aumentar a eficiência é a utilização da configuração onde o cristal é posicionado em ângulo de Brewster para a reflexão interna total na face de bombeamento. Essa configuração é feita com duas reflexões internas do cristal otimizando o acoplamento com o modo fundamental.

Outra característica do cristal $Nd:YLiF_4$ é seu grande tempo de fluorescência (comparado com outras matrizes como Nd:YAG) propicio para a utilização no chaveamento-*Q*. Nesse chaveamento-*Q* é utilizado um cristal absorvedor saturável, por exemplo neste trabalho foi utilizado o Cr^{+4}:YAG, para a geração de pulsos de alta potência pico. Esses pulsos com alta energia e curta duração são utilizados na ablação de metais, na medicina (remoção de pigmentos na pele) e na técnica de espectroscopia.

Uma das técnicas mais estudadas atualmente de espectroscopia é chamada de "Cavity ring-down spectroscopy", que pode ser traduzida livremente por espectroscopia por cavidade ressonante. Essa técnica tem um alto grau de sensibilidade, pois utiliza na cavidade espelhos com altíssima refletividade, muitas vezes maiores que 99,99%. Além disso, a configuração da cavidade, ou seja, a distância entre os espelhos pode passar de 1 metro de comprimento. Neste tipo de cavidade, os fótons podem viajar várias vezes dentro da cavidade, onde são detectados por um sensor posicionado através dos espelhos. O sensor de resposta rápida faz a leitura de uma pequena fração de luz transmitida pelo espelho em função do tempo e o resultado disso é uma curva de decaimento exponencial da intensidade com uma constante do tempo τ. Utilizando o tempo de decaimento (exponencial) é possível determinar a razão de absorção da amostra, em vez de medir a intensidade total, como em outras técnicas de espectroscopia, que utiliza a atenuação da luz sofrida através de uma amostra [30].

Neste trabalho, através de uma calibração feita para conseguir um maior tempo possível de decaimento com a cavidade vazia τ_0, no qual indica que as perdas são determinadas apenas pelo grau de refletividade dos espelhos e pela extinção da luz (neste trabalho a cavidade não estava isolada hermeticamente do ar do laboratório) foi possível mensurar o tempo de decaimento de amostras de materiais transparentes e medir com precisão as perdas por refletividade em até 0,045%. Essa precisão se deve a dois fatores: a) ao comprimento efetivo de absorção, que depende da reflexão dos espelhos, que pode chegar a vários quilômetros de distância, enquanto que a amostra está confinada em um pequeno volume dentro da cavidade, além da precisão da medida de comprimento da cavidade; b) as medições são imunes as flutuações da luz, pois é medido o decaimento temporal do sinal ao invés da magnitude da luz.

Capítulo 2

Teoria do LASER

2 – Fundamentos do LASER

Segundo a teoria quântica da matéria, existem apenas certos estados discretos de energia permitidos para o átomo, implicando que uma transição está relacionada com a emissão ou absorção de energia para esses estados e essa energia quantizada é chamada de fóton. Assim, existem estados discretos de energia, ou seja, só haverá transição eletrônica se a energia for exatamente aquela no qual o elétron precisa para transitar entre os níveis energéticos [8].

Para descrever o fenômeno de emissão espontânea de um sistema atômico e com suas respectivas energias E_1 e E_2, pode-se utilizar um sistema de dois níveis de energia, 1 e 2 (figura 1). Assumindo que o átomo esteja inicialmente no nível E_2, desde que $E_2 > E_1$ o átomo tende a decair para o nível E_1, conforme a conservação da energia. A frequência ν_{21} da onda irradiada é dada pela relação:

$$\nu_{21} = \frac{E_2 - E_1}{h} \tag{1}$$

onde h é a constante de Planck. Utilizando agora a lei de Planck, que descreve no equilíbrio térmico a distribuição da densidade de radiação em função do comprimento de onda e temperatura T (Kelvin), emitida por um corpo negro[1] é escrita como [9]:

$$\rho(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}\frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1} \tag{2}$$

[1] O corpo negro é um corpo hipotético, um conceito físico, no qual ele absorve toda radiação eletromagnética incidente e não reflete nenhuma luz. Além disso, sua emissão é perfeitamente térmica que é descrita pela lei de Planck.

onde c é a velocidade da luz no vácuo, k é a constante de Boltzmann e ρ(ν) que é a densidade de energia.

Com o conceito de probabilidade, para os casos de emissão e absorção, seja N_i o número de átomos ou moléculas do sistema por unidade de volume, que no tempo *t* é ocupado com um nível de energia da população do nível 1 – N_1 e chamando N_2 de população do nível 2. O nível N_1 é o número de átomos por unidade de volume cujo elétron está no nível 1 de energia (considerando um sistema de 2 níveis). Para a emissão espontânea (e.e.) emitida de N_2 em função do tempo pode-se escrever:

$$\left(\frac{dN_2}{dt}\right)_{\text{e.e.}} = -A_{21}N_2 = -\frac{N_2}{\tau_{\text{e.e.}}} \tag{3}$$

onde A_{21} é o coeficiente de Einstein, no qual representa a probabilidade por unidade de tempo para que ocorra a emissão espontânea. Sendo $\tau_{\text{e.e.}} = 1/A_{21}$ o tempo de vida da emissão espontânea do nível 2 →1.

A absorção, para o nível 2 é dada pela seguinte taxa:

$$\left(\frac{dN_2}{dt}\right)_{a} = -B_{12}N_1\rho(\nu) \tag{4}$$

onde B_{12} é o coeficiente de Einstein para absorção induzida.

Para os casos dos processos estimulados (emissão e absorção), a emissão estimulada (e.s.) reduz a população do nível 2:

$$\left(\frac{dN_2}{dt}\right)_{\text{e.s.}} = -N_2W_{21} = -N_2B_{21}\rho(\nu) \tag{5}$$

onde dN_2/dt é a taxa no qual ocorre a transição *2 →1* resultado da emissão estimulada e W_{21} é a taxa de emissão estimulada.

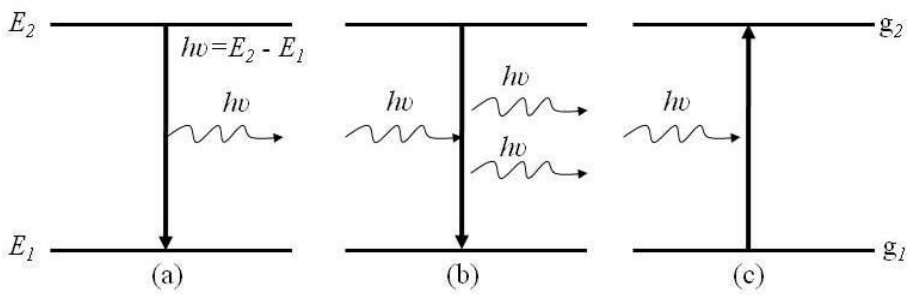

Figura 1 – Esquema com os três processos: (a) emissão espontânea, (b) emissão estimulada e (c) absorção.

Na condição de equilíbrio térmico, o número de elétrons na emissão espontânea e estimulada são iguais à absorção, isso porque o número de elétrons é igual quando

chega no nível 2 [10]. Ou seja, a soma da emissão estimulada (5) com a absorção (4) tem a resultante nula:

$$B_{12}N_1\rho(\nu) - A_{21}N_2\rho(\nu) - N_2W_{21} = 0 \tag{6}$$

Considerando agora a estatística de Boltzmann (k), a qual descreve a seguinte relação:

$$\frac{N_2}{N_1} = e^{\left(\frac{-(E_2-E_1)}{kT}\right)} \tag{7}$$

Utilizando a equação (7) chega-se à equação (8) aplicando as seguintes regras de degenerescências[2] N_1=g_1 e N_2 = g_2:

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2}{g_1} e^{\left(\frac{-(E_2-E_1)}{kT}\right)} \tag{8}$$

onde g_1 e g_2 são a degenerescências dos estados de menor e maior energia respectivamente.

Com a equação (2) e (7) chega-se a:

$$A_{21} = B_{21}\frac{8\pi\nu^3 h}{c^3} \quad \text{e} \quad B_{21} = \frac{g_1}{g_2}B_{12} \tag{9}$$

que são as relações dos coeficientes de Einstein. Em um sistema simples não-degenerado, onde g_1 = g_2 tem-se que B_{21} = B_{12}. Assim, os coeficientes de Einstein para emissão estimulada e absorção são iguais. Quando a degenerescência é desigual nos dois níveis, ou seja, quando o valor total da energia é diferente, a probabilidade para emissão não é igual para absorção.

Para que ocorra a ação laser é necessária a existência de diferença entre os níveis superior e inferior, ou seja, o nível da população superior tem que ser maior que a população inferior. Com isso ocorrerá a inversão de população viabilizando a ação laser. Desta forma, é possível escrever a inversão de população como [11]:

$$\Delta N_{21} = \left[N_2 - \left(\frac{g_2}{g_1}N_1\right)\right] > 0 \tag{10}$$

Dentre esses sistemas, o mais eficiente é o sistema de 4 níveis que pode ser visto (figura 2) [12]:

[2] Degenerescência é quando dois ou mais estados físicos tem o mesmo valor total de energia.

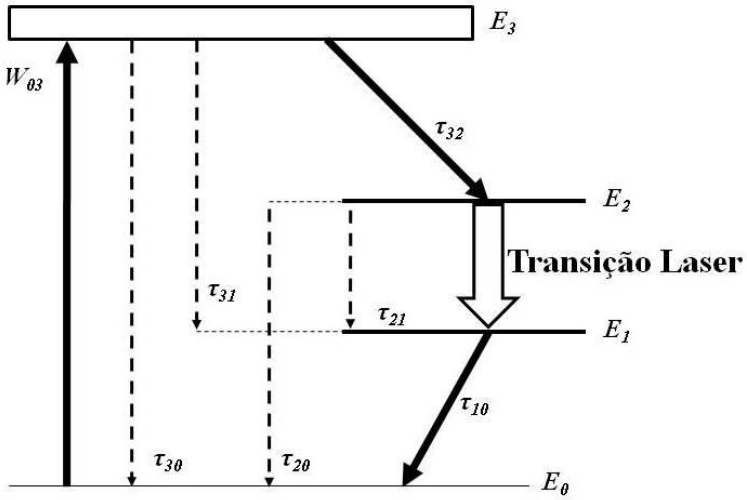

Figura 2 – Diagrama dos níveis de energia em um sistema de quatro níveis.

Com a ajuda de um campo eletromagnético externo, os átomos do nível fundamental E_0 são excitados com uma energia $E_{03} = E_3 - E_0$ para o nível E_3. Os átomos do nível E_3 têm o decaimento não Radioativo para o nível E_2. Depois, a transição laser ocorre por decaimento estimulado E_2 para E_1 pela emissão radiativa. Após a transição laser, os átomos decaem de emissão não radiativa para o nível fundamental E_0. As transições τ_{32} e τ_{10} têm por decaimento rápido em comparação com o decaimento τ_{21} que tem a característica de ser fluorescente.

Quando ocorrem as transições do tipo não-Radioativas, ocorre também a emissão de fônons na rede cristalina que tem a característica de fazer a matriz hospedeira aquecer, ou seja, fônons podem interagir com outras transições atômicas na rede cristalina, obtendo respostas dessas interações atômicas. Os decaimentos não-radioativos têm probabilidade menor de acontecer em níveis onde existe uma grande diferença de energia, com isso podem ocorrer decaimentos radioativos ou processos não-radioativos. Utilizando a regra de seleção, que afetam as possíveis mudanças dos níveis de energia do átomo, pode ocorrer que o nível de energia apresente transições proibidas. Nesta transição proibida o decaimento não-radioativo pode ter seu tempo de vida aumentado. Este nível é chamado de *metaestável* e é fundamental para que haja a ação laser, sem o qual não é possível a inversão de população [12].

Mesmo com o nível *metaestável* a inversão de população só ocorre com algumas condições: primeiro – o tempo de decaimento $\tau_{30} \gg \tau_{32}$, pois os elétrons no E_3 não podem ir direto para o estado fundamental; segundo – como ocorre somente o decaimento para E_2 podemos fazer $E_3 = 0$, pois tempo de vida neste nível é muito

pequeno, assim sendo, pode-se escrever a equação de taxa do estado superior do sistema de quatro níveis como:

$$\frac{dN_2}{dt} = W_p N_0 - \left[N_2 - \left(\frac{g_2}{g_1} N_1\right)\right] \sigma \phi c - \left(\frac{N_2}{\tau_{21}} + \frac{N_2}{\tau_{20}}\right) \tag{11}$$

onde o termo $W_p N_0$ é a taxa de bombeamento do nível fundamental para E_3, σ é a secção de choque da emissão estimulada, ϕ é a densidade de fótons, c é a velocidade da luz e os últimos termos as emissões do nível superior para os níveis inferior e fundamental. Sendo a taxa do estado inferior do sistema de quatro níveis como:

$$\frac{dN_1}{dt} = \left[N_2 - \left(\frac{g_2}{g_1} N_1\right)\right] \sigma \phi c + \left(\frac{N_2}{\tau_{21}} - \frac{N_2}{\tau_{10}}\right) \tag{12}$$

2.1 – Ressonadores ópticos

Para que ocorra a ação laser, além de fornecer radiação eletromagnética, também é necessário que os fótons fiquem “aprisionados” em uma cavidade ressonante. A cavidade ressonante, além de possibilitar o crescimento da intensidade da radiação eletromagnética, também seleciona certas frequências para as quais a ação laser ocorre. Essas frequências podem ser associadas a diferentes modos na cavidade ressonante. Os modos, que podem estar juntos na cavidade, são: **longitudinais**, que diferem uns dos outros apenas pela frequência de oscilação, determinando o comprimento de onda do laser; e **transversais** que diferem pela frequência de oscilação e na distribuição espacial do campo, determinando a distribuição de energia do laser. Cada modo transversal é constituído de um ou mais modos longitudinais [13].

O modo transversal TEM_{mn} é definido pelas coordenadas cartesianas e os índices m e n representam os nós de intensidade na vertical e horizontal, dos polinômios de *Hermite*. O modo longitudinal TEM_{pl} é definido com as coordenadas cilíndricas e os índices p e l representam os nós radial e angular dos polinômios de *Laguerre* (figura 3). Nas coordenadas cartesianas, pode-se definir a distribuição de intensidade do modo TEM_{mn} como [11]:

$$I_{mn}(x,y,z) = I_0 \left[H_m\left(\frac{(2)^{\frac{1}{2}}x}{w(z)}\right)\left(e^{\frac{-x^2}{w^2(z)}}\right)\right]^2 \times \left[H_n\left(\frac{(2)^{\frac{1}{2}}y}{w(z)}\right)\left(e^{\frac{-y^2}{w^2(z)}}\right)\right]^2 \tag{13}$$

sendo H_m polinômio de *Hermite* de ordem m e $w(z)$ é o raio do feixe.

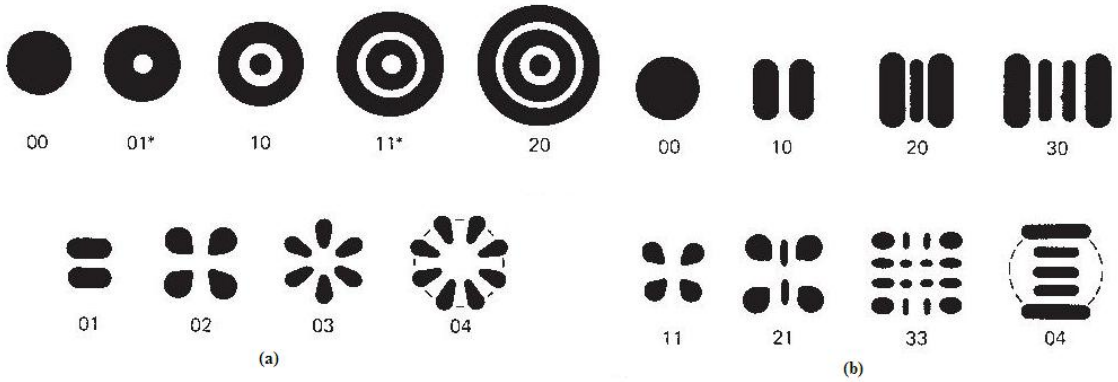

Figura 3 – Configuração dos modos transversais: (a) cilíndricos e (b) retangulares [11].

Outra característica importante do feixe laser é a sua **distribuição gaussiana.** É quando sua distribuição espacial de intensidade se dá conforme a distribuição gaussiana, e o feixe é chamado de feixe gaussiano, correspondendo ao modo de menor ordem ou modo fundamental TEM_{00}. Neste feixe têm-se várias qualidades como: divergência angular mínima, alta coerência espacial e o diâmetro no foco é o mínimo possível. A intensidade desse feixe pode ser calculada através da seguinte equação:

$$I(z,r) = I_0 e^{\left(\frac{-r^2}{w(z)^2}\right)} \tag{14}$$

Com a equação (14) pode-se verificar que a intensidade I reduz-se a $1/e^2$ do seu máximo a uma distância radial de um campo de tamanho de um ponto. A energia total desse feixe gaussiano tem ≈ 86,5% quando $r = w$. A amplitude do feixe TEM_{00} pode ser calculada como:

$$E(r) = E_0 e^{\left(\frac{-r^2}{w^2}\right)} \tag{15}$$

O diâmetro mínimo $2w_0$ ocorre durante a propagação do feixe gaussiano, na direção z (figura 4), quando se expande novamente na forma de uma hipérbole e pode ser calculado como:

$$w(z) = w_0 \left[1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \tag{16}$$

onde $z_R = \pi w_0^2/\lambda$ é o intervalo de Rayleigh e λ é o comprimento de onda da emissão laser.

O intervalo de Rayleigh é distância *z* em que o raio *w(z)* do feixe aumenta no fator de $(2)^{1/2}$. Para a caracterização do feixe gaussiano, também chamado de parâmetro *confocal*, pode-se calcular a distancia do intervalo Rayleigh com o parâmetro *b:*

$$b = 2z_R \tag{17}$$

Quando $z \gg z_R$ ocorre a divergência do feixe e o ângulo total dessa divergência para o modo fundamental pode ser calculado como:

$$\theta = \lim_{z\to\infty} \frac{2w(z)}{z} = \frac{2\lambda}{\pi w_0} \tag{18}$$

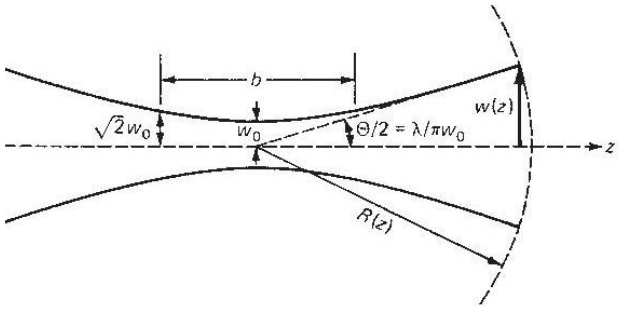

Figura 4 – Perfil de um feixe gaussiano próximo de *z* = 0 na vizinhança da região *b* = 2z_R [10].

Nas distâncias muito grandes da cintura do feixe, a frente de onda torna-se esférica. Sendo *R(z)* o raio da curvatura, pode-se calcular a frente de onda esférica que passa no eixo no ponto *z:*

$$R(z) = z\left[1 + \left(\frac{z_R}{z}\right)^2\right] \tag{19}$$

Outra qualidade fundamental que ocorre com os modos dentro da cavidade são chamados de **modos de ordem superior,** são os que determinam a menor divergência do feixe e o menor diâmetro do feixe. Ou seja, quanto menor o diâmetro e menor divergência maior será o modo. Assim, o raio *w'*(z) de um feixe no modo superior aumenta no fator de M em relação ao modo fundamental e pode ser escrito como:

$$w'(z) = \mathrm{M}w(z) \tag{20}$$

De certa maneira, a divergência do feixe também muda conforme o fator M:

$$\theta' = \mathrm{M}\theta \tag{21}$$

Multiplicando (20) por (21) temos:

$$\theta' w_0{}'(z) = \mathrm{M}^2 \theta w_0(z) = \mathrm{M}^2 \frac{\lambda}{\pi} \tag{22}$$

Ao se propagar na direção *z* o feixe de modo superior tem a seguinte equação:

$$w'(z) = w_0{}' \left[1 + \left(\mathrm{M}^2 \frac{z}{z_R}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \tag{23}$$

Pode-se dizer que se existe um feixe com qualidade $M^2 = 1$, ele tem a qualidade máxima. Como na física experimental ocorrem muitas variáveis, o fator M^2 vai determinar o quanto o feixe diverge sendo seu valor sempre maior que 1.

2.2 – Estabilidade dos Ressonadores

Para a montagem de uma cavidade linear simples ou ressonador óptico, é necessário basicamente de dois espelhos esféricos ou planos que estejam um de frente para o outro [14]. Pode-se verificar na figura (7) que o feixe gaussiano, tem uma frente de onda com curvatura de R_1 e uma distância L_1 da cintura do feixe. Se for colocado um espelho em L_1, onde o raio da curvatura é igual, o modo de propagação não é alterado. Da mesma forma colocando-se outro espelho na posição L_2 com o respectivo raio coincidindo com a distância, o modo TEM_{00} não se altera. Sendo assim, pode-se utilizar a equação (19) para obter um ressonador.

Uma vez que os parâmetros de modo: w_2, w_1, w_0, L_1 e L_2 estão relacionados com os parâmetros do ressonador: L, R_1 e R_2 (figura 5), pode-se calcular os diâmetros do feixe através dos espelhos com a seguinte as equações (lembrando que por convenção, as curvaturas côncavas são positivas) [15]:

$$w_1^4 = \left(\frac{\lambda R_1}{\pi}\right)^2 \frac{R_2 - L}{R_1 - L} \frac{L}{R_2 + R_1 - L} \quad ; \quad w_2^4 = \left(\frac{\lambda R_2}{\pi}\right)^2 \frac{R_1 - L}{R_2 - L} \frac{L}{R_2 + R_1 - L} \tag{24}$$

O diâmetro da cintura do feixe $2w_0$, que é formado dentro ou fora do ressonador é dado pela seguinte equação:

$$w_0^4 = \left(\frac{\lambda}{\pi}\right)^2 \frac{L(R_1 - L)(R_2 - L)(R_2 + R_1 - L)}{(R_2 + R_1 - 2L)^2} \tag{25}$$

As medidas L_1 e L_2 entre os espelhos e a cintura, com medida positiva são dadas por:

$$L_1 = \frac{L(R_2-L)}{R_2+R_1-2L} \quad ; \quad L_2 = \frac{L(R_1-L)}{R_2+R_1-2L} \tag{26}$$

Nos casos mais gerais, para configuração do ressonador, utilizam-se as equações (24 – 26).

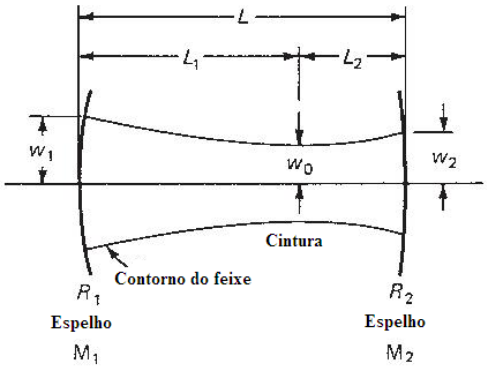

Figura 5 – Parâmetros para um ressonador com espelhos de curvatura diferente [9].

Para algumas combinações de R_1, R_2 e L, tem-se uma área de estabilidade, no qual uma cavidade pode suportar os modos de ressonância quando ela sofre perdas por difração, em um ressonador que deve obedecer a seguinte relação:

$$0 < \left(1 - \frac{L}{R_1}\right)\left(1 - \frac{L}{R_2}\right) < 1 \tag{27}$$

O critério de estabilidade (figura 6) é uma representação útil para visualizar se a geometria do ressonador é estável ou não.

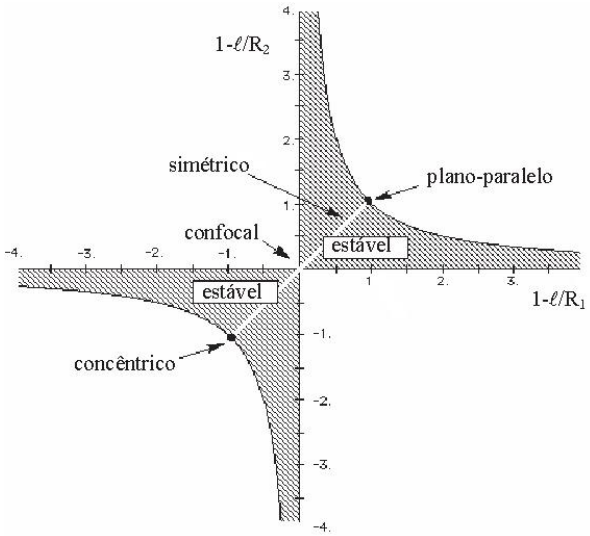

Figura 6 – Diagrama de estabilidade e localização de diferentes ressonadores [9].

A princípio, todas as configurações são instáveis, a menos que os pontos estejam localizados na área hachurada delimitada por um ramo da hipérbole:

$$g_1 g_2 = 1 \quad \text{ou} \quad 0 < g_1 g_2 < 1$$

Pode-se escrever os parâmetros g_1 e g_2 como:

$$g_1 = 1 - \frac{L}{R_1} \quad ; \quad g_2 = 1 - \frac{L}{R_2} \tag{28}$$

Sendo que na origem (0,0) tem-se o ponto confocal. Quando existe uma cavidade com espelhos de raio de curvatura iguais, existe uma simetria e por isso tem-se uma linha em 45º em relação aos eixos.

2.3 – Mode Matching – Casamento de modos espaciais

Em um experimento com um feixe gaussiano é muito comum a sua modificação ao utilizar uma lente. Por isso, a propagação desse feixe não segue as leis de óptica geométrica, mas segue as leis da óptica ondulatória. O fenômeno da difração é muito importante para o estudo da óptica ondulatória. Assim sendo, é importante para caracterização do feixe gaussiano determinar como *w(z)* e *R(z)* variam conforme o feixe se propaga [14].

Utilizando uma lente fina ideal, com uma distância focal *f*, a lente transforma uma onda esférica de entrada com um raio R_1 saindo do outro lado com um raio R_2 (figura 7), assim tem-se:

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_1} - \frac{1}{f} \tag{29}$$

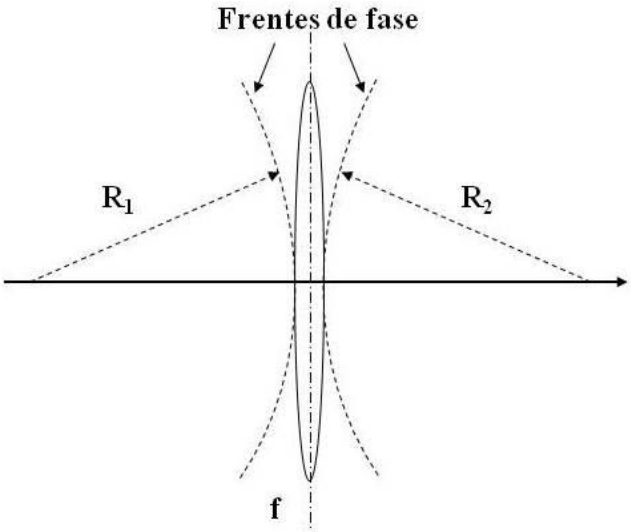

Figura 7 – Transformação da frente de onda pela lente fina.

O raio de curvatura é positivo se a frente de onda é convexa quando vista de $z = \infty$.

Sendo o mesmo diâmetro do feixe antes e depois da lente fina, o parâmetro-*q*, que é um parâmetro do feixe complexo que descreve a variação gaussiana na intensidade do feixe com a distância *r* do eixo óptico dos feixes, agora pode ser escrito como:

$$\frac{1}{q_2} = \frac{1}{q_1} - \frac{1}{f} \tag{30}$$

Se q_1 e q_2 são medidas das distancias d_1 e d_2 (figura 8), a relação entre eles é dada por:

$$q_2 = \frac{(1-d_2/f)q_1+(d_1+d_2-d_1d_2/f)}{-(d_1/f)+(1-d_1/f)} \tag{31}$$

Sendo os parâmetros das cinturas puramente imaginários, escrevemos q_1 e q_2 como:

$$q_1 = \frac{j\pi w_1^2}{\lambda} \quad ; \quad q_2 = \frac{j\pi w_2^2}{\lambda} \tag{32}$$

Quando um feixe gaussiano precisa ser inserido em uma cavidade é necessário que seu modo "case" com outro modo dentro do dispositivo ressonador. Ou seja, quando o feixe gaussiano passa através de uma lente não é mais o mesmo feixe, este tem outras propriedades. O método *Mode Matching*, que pode ser traduzido como "casamento de modos espaciais", utiliza a lei das matrizes *ABCD* (ver apêndice A) para encontrar as relações entre as posições e tamanhos das cinturas após o sistema óptico.

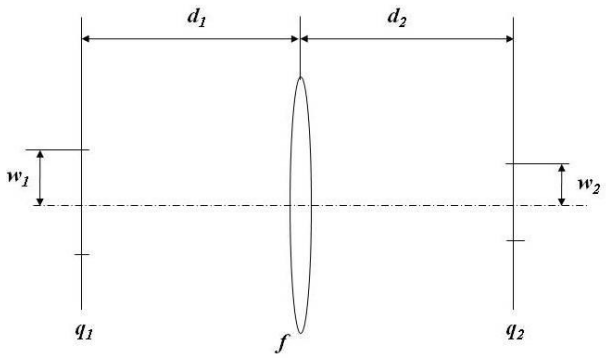

Figura 8 – Distância e parâmetros da transformação do feixe pela lente fina.

A lei das matrizes *ABCD*, que também pode ser a generalizada de (31), pode ser escrita como:

$$q_2 = \frac{Aq_1+B}{Cq_1+D} \tag{33}$$

E a partir da analogia entre as leis para um feixe e para uma onda esférica na óptica geométrica, o raio da onda esférica *R* obedece a mesma lei do parâmetro-*q*.

A posição da cintura de dois feixes pode ser calculada combinando a distância focal *f*, que pode ser maior que o comprimento f_0, definidos pela distância entre as duas lentes. Se utilizarmos q_1 e q_2 da equação (32) e colocando-se na equação (31), igualando as partes imaginárias, tem-se:

$$\frac{d_1-f}{d_2-f} = \frac{w_1^2}{w_2^2} \tag{34}$$

Igualando as partes reais chega-se a:

$$(d_1 - f)(d_2 - f) = f^2 - f_0^2 \tag{35}$$

onde

$$f_0 = \pi w_1 w_2/\lambda \tag{36}$$

Pode-se notar que a característica do comprimento de f_0 é definida pelo diâmetro da cintura dos feixes combinados. Exceto para o termo f_0^2, que tende a zero quando diminui o comprimento de onda, é igual na fórmula para imagem na ótica geométrica. Qualquer lente escolhida com comprimento $f > f_0$ pode usada para realizar o casamento de modos ou a transformação correspondente. Uma vez escolhido *f*, as distâncias d_1 e d_2 podem ser ajustadas para satisfazer as equações de transformação:

$$d_1 = f \pm \frac{w_1}{w_2}(f^2 - f_0^2)^{1/2} \quad ; \quad d_2 = f \pm \frac{w_2}{w_1}(f^2 - f_0^2)^{1/2} \tag{37}$$

Muito frequentemente, é adicionado os parâmetros confocais b_1 e b_2 dentro das equações de transformação. Estes parâmetros são definidos pelos diâmetros de cintura a serem combinados:

$$b_1 = \frac{2\pi w_1^2}{\lambda} \quad ; \quad b_2 = \frac{2\pi w_2^2}{\lambda} \tag{38}$$

Utilizando esses parâmetros, pode-se obter para o comprimento característico de f_0:

$$f_0^2 = \tfrac{1}{4} b_1 b_2 \tag{39}$$

Assim pode-se escrever (37) como:

$$d_1 = f \pm \frac{1}{2} b_1 [(f^2/f_0^2) - 1]^{1/2} \quad ; \quad d_2 = f \pm \frac{1}{2} b_2 [(f^2/f_0^2) - 1]^{1/2} \tag{40}$$

Verificando-se que em (40) o comprimento de onda não está explicito. Também pode-se utilizar equações (34) e (35) para resolver em função de b_2 como:

$$\frac{b_2}{f} = \frac{\frac{b_1}{f}}{\left(1-\frac{d_1}{f}\right)^2 + \left(\frac{b_1}{f}\right)^2} \tag{41}$$

no qual indica que o parâmetro b_2 do feixe emergindo da lente muda de acordo com a distância d_1. Colocando a equação (41) na equação (34) temos:

$$\frac{d_2}{f} = 1 - \left[\frac{1-\frac{d_1}{f}}{\left(1-\frac{d_1}{f}\right)^2 + \left(\frac{b_1}{2f}\right)^2}\right] \tag{42}$$

que mostra a mudança de d_2 com d_1.

2.4 – Teoria *Q-Switching*

A teoria *Q-Switching*, que pode ser traduzida como **chaveamento-*Q***, é utilizada para o estudo da geração de pulsos de alta potência pico. No chaveamento-*Q*, tem-se o fator de qualidade *Q* da cavidade e este fator é reduzido para que temporariamente cause um atraso na ação laser [16]. Com esse atraso, a inversão de população aumenta e consequentemente o limiar de inversão também aumenta, sendo maior que no estado estacionário. Quando a cavidade retorna a condição normal de transmissão, muito rapidamente, ocorre a emissão de um pulso muito curto e com alta intensidade [18]. Os tipos de chaveadores são: chaveadores mecânicos (rotação de prismas), chaveadores eletro-ópticos e chaveadores acústico-ópticos, além dos chaveadores passivos que serão abordados mais adiante. Essa sequência de geração do pulso laser pode ser brevemente resumida abaixo (figura 9).

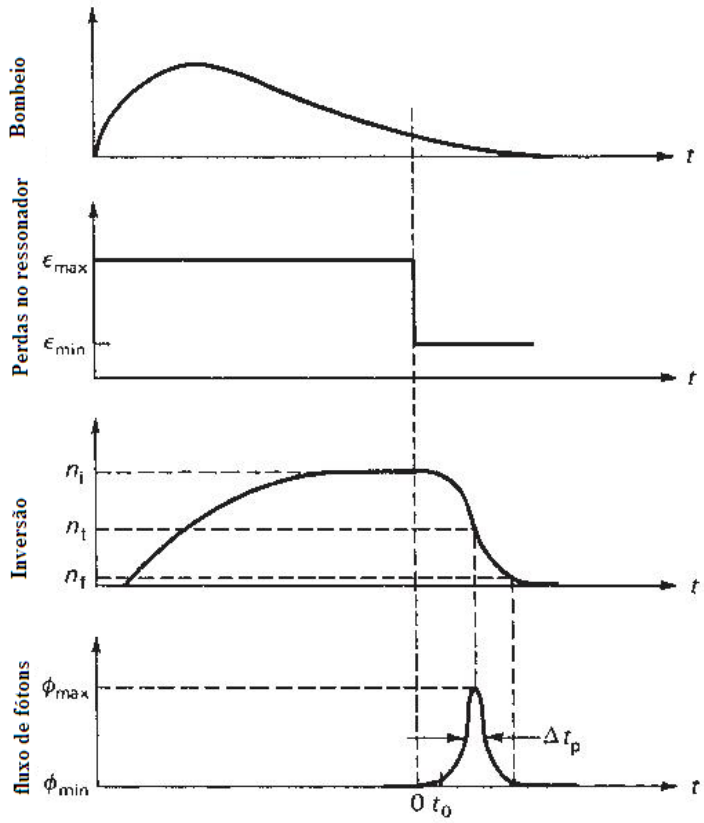

Figura 9 - Esquema demonstrando a saída de um pulso chaveado[9].

O fator de qualidade Q é definido como a razão da energia armazenada na cavidade pela perda de energia por ciclo. A energia armazenada está relacionada como o tempo de decaimento da cavidade que é calculado a partir das perdas internas por reflexão (T_i) dos espelhos e também pela difração. Sendo a intensidade da onda I_0 inicial, sua intensidade final $I(t_i)$ dependerá do tempo no instante $t_r = 2l/c$, também chamado de tempo de voo do meio ativo de comprimento l e com as refletividades dos espelhos R_1 e R_2 chega-se através da equação (43):

$$e^{(-2mL/c\tau_c)} = [R_1 R_2 (1 - T_i)^2]^m \tag{43}$$

onde L é o comprimento do ressonador, m é o número de idas e voltas e c é a velocidade da luz; verifica-se que, o tempo de decaimento τ_c, é independente o numero de voos m:

$$\tau_c = -\frac{2L}{c\ln[R_1 R_2 (1-T_i)^2]} = \frac{t_r}{\left[\ln\left(\frac{1}{R}\right)+L\right]} \tag{44}$$

E para a perda por fração ε, relaciona-se o tempo de decaimento da cavidade τ_c com o tempo de decaimento do meio ativo τ_r:

$$\varepsilon = \tau_r/\tau_c \tag{45}$$

Com o tempo de decaimento, pode-se escrever o fator de qualidade Q:

$$Q = 2\pi\nu\tau_c \tag{46}$$

onde v é a frequência de ressonância da cavidade.

Como mencionado anteriormente, o chaveamento-Q produz um pulso de laser muito curto e com intensidade elevada. Desta forma, pode-se desconsiderar bombeamento óptico e a emissão espontânea nas equações de taxa. Com isso a taxa de mudança de densidade de fótons pode ser escrita como [10]:

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{2l\sigma n\phi}{t_r} - \frac{\phi}{t_c} \tag{47}$$

e

$$\frac{dn}{dt} = -\gamma n\phi\sigma c \tag{48}$$

onde γ é o fator de redução de inversão e σ é seção de choque da emissão estimulada.
A energia de saída do pulso derivada por [18] é escrita como:

$$E = \frac{h\nu A}{2\sigma\gamma}\ln\left(\frac{1}{R}\right)\ln\left(\frac{n_i}{n_f}\right) \tag{49}$$

onde hv é energia do fóton emitido e A é a área transversal efetiva do feixe laser. E a energia máxima de saída pode ser:

$$E_{max} = \frac{h\nu AL}{2\sigma\gamma}(z - 1 - \ln z) \tag{50}$$

Tendo as densidades de inversão final n_f e inicial n_i , estão relacionadas como:

$$n_i - n_f = n_t \ln\left(\frac{n_i}{n_f}\right) \tag{51}$$

onde n_t é densidade de inversão de população no limiar. Então pode-se escrever n_t através da seguinte equação:

$$n_t = \frac{L}{2\sigma l}\left[\frac{z-1}{\ln z}\right] \tag{52}$$

sendo z parâmetro adimensional, definido como a relação entre o ganho de sinal fraco insaturado com a dissipação (não útil) da perda óptica[19]:

$$z = \frac{2\sigma n_i l}{L} = \frac{\ln G_0^2}{\delta} \tag{53}$$

onde n_i é a densidade inicial da inversão de população e δ é a perda pelo tempo de voo.
A largura do pulso chaveado também pode ser escrita com uma função dos níveis de inversão:

$$t_p = t_r \frac{n_i - n_f}{n_i - n_t\left(1 + \ln\frac{n_i}{n_t}\right)} \tag{54}$$

sendo assim, a largura do pulso a meia altura, FWHM (*full width at half maximum*) é escrita como:

$$t_p = \frac{t_r}{L}\frac{\ln z}{z}\frac{1}{1-\left[\frac{z-1}{\ln z}\right]\left[1+\ln\left(\frac{z\ln z}{z-1}\right)\right]} \tag{55}$$

Outro modo para a obtenção de laser pulsado, além da técnica já mencionada anteriormente, é a utilização da técnica com **chaveamento-*Q* passivo**. Utilizando um absorvedor saturável, o chaveamento passivo oferece também baixo custo, confiabilidade e simplicidade na fabricação e operação, uma vez que não utiliza complexos dispositivos. Colocando o absorvedor saturável, com elevada absorção para o comprimento de onda de emissão da ação laser, dentro da cavidade, este impede a oscilação do laser até que a inversão de população atinja um valor superior as perdas ópticas dentro da cavidade [21].

Generalizando as equações de taxa do chaveamento-*Q* para o chaveamento passivo tem-se a seguinte forma:

$$\frac{d\phi}{dt} = \left[2l\sigma n - 2\sigma_s n_s l_s - \left(\ln\left(\frac{1}{R}\right) + L\right)\right]\frac{\phi}{t_r} \tag{56}$$

sendo

$$\frac{dn}{dt} = -\gamma n\phi\sigma c \tag{57}$$

e

$$\frac{dn_s}{dt} = -\gamma_s n_s \phi\sigma_s c \tag{58}$$

sendo n densidade de inversão instantânea da população, n_s densidade instantânea de população no estado de absorção (ES), σ_s seção de choque para ES e l_s comprimento do meio ativo, as demais variáveis são as mesmas como no chaveamento-*Q*. Dividindo (57) por (58) fornece a relação entre n_s e n de todos os pontos no tempo, que é:

$$n_s = n_{si}\left[\frac{n}{n_i}\right]^{\alpha} \tag{59}$$

onde n_{si} é a densidade inicial no ES. Sendo α definido como:

$$\alpha = \frac{\gamma_s\sigma_s}{\gamma\sigma}\frac{D_a}{D_s} \tag{60}$$

onde $D_a = h\nu/\gamma_s\sigma_s$ são densidades de energia de saturação para amplificação e absorção respectivamente, e γ e γ_s dependem na velocidade, relativa ao tempo de

decaimento do ressonador, do mecanismo de relaxamento na absorção e amplificação do meio, respectivamente.

Dividindo (56) por (57) e substituindo em (59) resulta em:

$$\frac{d\phi}{dt} = -\frac{l}{\gamma'}\left[1 - \frac{\sigma_s l_s}{\sigma l} n_{si}\left(\frac{n}{n_i}\right)^{\alpha} - \left(\frac{\ln\left(\frac{1}{R}\right)+L}{2l\sigma n}\right)\right] \tag{61}$$

Integrando produz:

$$\phi(n) = \frac{l}{\gamma'}\left[n_i - n - \left(\frac{\ln\left(\frac{1}{R}\right)+L}{2l\sigma n}\right)\ln\left(\frac{n}{n_i}\right) - \frac{l_s}{l}\frac{\gamma}{\gamma_s} n_{si}\left(1 - \left(\frac{n}{n_i}\right)^{\alpha}\right)\right] \tag{62}$$

Assim como no chaveamento-Q a energia é obtida pelo mesmo caminho que em (47). Agora a densidade de inversão final n_f é obtida definindo (62) igual a zero que fornece:

$$n_i - n_f - \left(\frac{\ln\left(\frac{1}{R}\right)+L}{2l\sigma n}\right)\ln\left(\frac{n}{n_i}\right) - \frac{l_s}{l}\frac{\gamma}{\gamma_s} n_{si}\left(1 - \left(\frac{n}{n_i}\right)^{\alpha}\right) = 0 \tag{63}$$

onde o último termo descreve os efeitos do absorvedor saturável.

A densidade de fóton máxima ocorre quando $d\phi/dt = 0$, assim da equação (61) chega-se a expressão para a densidade de inversão, no ponto com a maior energia:

$$\frac{n_t}{n_i} = \left[\frac{\ln\left(\frac{1}{R}\right)+L}{2l\sigma n_i}\right] + \left[\frac{\sigma_s n_{si} l_s}{\sigma l n_i}\right]\left(\frac{n_t}{n_i}\right)^{\alpha} \tag{64}$$

A potência máxima é dada por:

$$P_{max} = \frac{h\nu A l}{\gamma t_r}\ln\left(\frac{1}{R}\right)\left[n_i - n_t + \left(\frac{\ln\left(\frac{1}{R}\right)+L}{2l\sigma}\right)\ln\left(\frac{n_t}{n_i}\right) - \frac{l_s}{l}\frac{\gamma}{\gamma_s} n_{si}\left(1 - \left(\frac{n}{n_i}\right)^{\alpha}\right)\right] \tag{65}$$

e a largura do pulso FWHM é dada por:

$$t_p = t_c\left\{\frac{1 - \frac{n_f}{n_i} - \frac{l_s}{l}\frac{\gamma}{\gamma_s}\frac{n_{si}}{n_i}\left[1 - \left(\frac{n_f}{n_i}\right)^{\alpha}\right]}{1 - \frac{n_t}{n_i} + \left(\frac{\ln\left(\frac{1}{R}\right)+L}{2l\sigma n_i}\right)\ln\left(\frac{n_t}{n_i}\right) - \frac{l_s}{l}\frac{\gamma}{\gamma_s}\frac{n_{si}}{n_i}\left[1 - \left(\frac{n_t}{n_i}\right)^{\alpha}\right]}\right\} \tag{66}$$

Atualmente, o material mais comum para utilização de chaveamento-Q passivo é o Cr^{+4}:YAG. Os íons Cr^{+4} fornecem seção transversal de absorção alta do comprimento de onda laser e o cristal YAG fornece todas as propriedades que um cristal de longa durabilidade deve possuir como: mecânica, térmica e química. Conforme (figura 10),

onde é possível verificar um sistema simples de níveis, tem-se uma configuração de um material de absorção saturável. Neste esquema, a absorção do comprimento de onda de interesse ocorre na transição 1→3, onde se assume que a transição 3→2 é rápida. No chaveamento-*Q* passivo, o material deve possuir uma seção transversal de absorção no estado de repouso grande e o tempo de vida superior deve ser simultâneo, ou seja, longo o suficiente para habilitar a depleção considerável do estado de repouso na radiação laser [10].

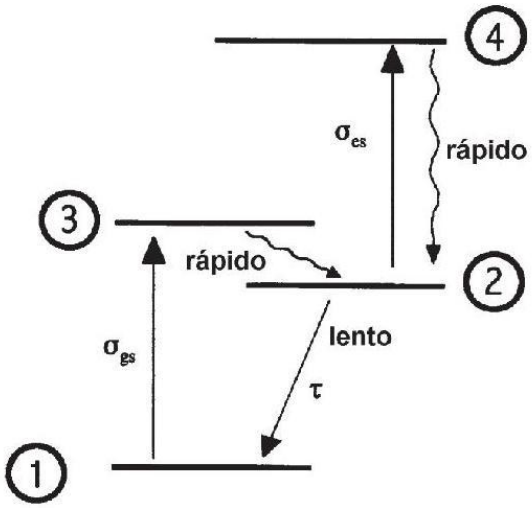

Figura 10 – Níveis de energia de um absorvedor saturável com absorção do estado excitável (σ_{gs} e σ_{es} são os estados de repouso e absorção excitado respectivamente e τ o tempo de vida da excitação [10].

Ao inserir um absorvedor na cavidade laser, ele será opaco à radiação laser até que o fluxo de fótons seja suficientemente grande para que a população do nível de repouso seja retirada. Quando o estado superior está ocupado (populado) o absorvedor tornar-se transparente a radiação laser e utilizando as soluções das equações de taxa, onde o coeficiente de absorção é dependente da intensidade, pode-se escrever:

$$\alpha(E) = \frac{\alpha_0}{1+\frac{E_i}{E_S}} \tag{67}$$

onde α_0 é o coeficiente de absorção do sinal pequeno e E_s é a fluência de saturação,

$$E_S = \frac{h\nu}{\sigma_{gs}} \tag{68}$$

sendo σ_{gs} como a seção transversal de absorção da transição 1→3.

Em absorvedores saturáveis, as principais características são: a transmissão inicial T_0, a absorção residual que resulta em um T_{max} de um absorvedor branqueado e a

fluência E_s na qual a saturação torna-se apreciável. Sendo que, a transmissão de pequeno sinal do absorvedor é escrita como:

$$T_0 = e^{(-\alpha_0 l_s)} = e^{(-n_g l_s \sigma_{gs})} \tag{69}$$

sendo l_s a espessura do cristal absorvedor e n_s é a densidade de população do estado de repouso. No intuito de calcular a transmissão em função da fluência, o fluxo de fótons e a densidade de população devem ser considerados como uma função de posição no interior do cristal absorvedor. Semelhante à situação que ocorre em amplificações de impulsos, equações diferenciais são utilizadas para resolver a densidade de fluxo da população de fótons. A solução da equação de Frantz–Nodvik, que é idêntica a equação (55), exceto que o ganho G, G_0 (ganho de pequeno sinal) é substituído pela transmissão T_i e T_0. Portanto, a energia de transmissão T_i para um absorvedor saturável ideal em função da fluência de entrada E_i é dada por:

$$T_i = \frac{E_s}{E_i} \ln\left[1 + \left(e^{\frac{E_s}{E_i}} - 1\right) T_0\right] \tag{70}$$

onde (70) pode ser reduzida a $T_i = T_0$, para $E_i < E_s$ e $T_i = 1$ para $E_i > E_s$.

Utilizando absorvedores saturáveis reais, a transmissão não chega a 100% pois ocorre a absorção de fótons pelos átomos excitados. O chaveamento-Q passivo requer um material que apresente uma saturação de absorção do estado de repouso, no entanto, a maioria dos materiais apresenta absorção do estado excitado, onde podem ocorrer transições do nível 2 para um nível maior que o nível 4, que possui transição de energia correspondente à transição laser. Como o estado fundamental se esgota, a absorção ocorre cada vez mais entre os níveis 2 e 4. A absorção do estado excitado (AES) resulta em uma perda residual no ressonador quando a absorção do estado fundamental tende a saturar. Na transição 2→4 não ocorre saturação devido à rápida relaxação do nível 4, no entanto, pode ficar maior a medida que a população do estado de repouso é invertida. Como exemplo, o cristal chaveador-Q Cr^{+4}:YAG tem especificação de transmissão de baixa potência ao comprimento de onda do laser. Valores típicos de transmissão estão entre 30 a 50% e o cristal tem a espessura usual entre 1 a 5 mm, sendo que os valores usuais de absorção de sinal pequeno estão entre 3 a 6 cm^{-1}. Para um cristal com 2 mm de espessura e $\alpha_0 = 4$ cm^{-1} a transmissão de baixa potência é $T_0 = 45\%$.

2.5 – Meio Ativo

O meio ativo é onde ocorrem as transições energéticas para emissão característica do laser como amplificação da luz. Existem três tipos básicos de meio ativo: gasoso, líquido e sólido. A matriz de estado sólido, chamado de laser de estado sólido SSL (*solid-state laser*) tem as pesquisas mais recentes [6]. Além de sua robustez, o laser de estado sólido, em relação às outras matrizes, tem sua montagem mais prática e mais simples, além disso, utiliza-se pouco espaço.

Para que ocorra realmente o ganho na ação laser ou amplificação da luz, é necessário que seja inserido na matriz cristalina algum átomo no qual a sua transição energética seja exatamente a pretendida, ou seja, para emissões específicas teremos átomos singulares (átomos dopantes). Esses átomos são alojados conforme a rede cristalina de cada matriz e em pequenas concentrações, além disso, o meio ativo deve ter excelentes propriedades ópticas, mecânicas e térmicas. Todas essas características são geralmente encontradas em cristais e esses cristais devem ser transparentes para a emissão e absorção do átomo dopante [22].

Os materiais hospedeiros são agrupados em grupos com alguns exemplos:

— Fluoretos: $LiYF_4$, CaF_2 e BaF_2;

— Óxidos: Al_2O_3, $LiNbO_3$ e $Y_3Al_5O_{12}$ (YAG);

— Tungstato: $CaWO_4$;

— Molibdato: $LiLa(MoO_4)_2$;

— Vanadato: YVO_4.

Os principais elementos dopantes são os íons de terras raras (Nd^{3+}, Er^{3+}, Ho^{3+} Gd^{3+}) e os metais de transição (Cr^{3+}, Ni^{2+}, Ti^{3+}, V^2). Dentre esses, o íon Nd^{3+} (neodímio) é muito utilizado em vários materiais hospedeiros, entre os quais se destacam o YAG (*Granada de Ítrio e Alumínio*), $LiYF_4$ (*Tetra-Fluoreto de Ítrio e Lítio*) e o YVO_4 (*Vanadato de Ítrio*) [17]. As principais emissões radiativas do íon de neodímio ocorrem a partir do nível $^4F_{3/2}$, para os níveis $^4I_{9/2}$ (nível fundamental) $^4I_{11/2}$ e $^4I_{13/2}$ com comprimento de onda específico para cada transição, 900 *nm*, 1064 *nm* e 1350 *nm* respectivamente [10].

Utilizando o neodímio, o cristal $LiYF_4$ tem características importantes para o desenvolvimento de laser de alta potência no infravermelho próximo, como no regime de funcionamento intermitente do chaveamento-*Q*, quando o tempo de inversão de população estacionária é maior quando comparado com outra matriz, o YAG [23].

Novamente em comparação com o YAG, o $LiYF_4$ tem a secção de choque duas vezes menor e por conta disso a taxa de decaimento por emissão estimulada é menor, ou seja, o meio ativo tem mais energia armazenada e durante a ação laser essa energia pode ser convertida em pulsos altamente energéticos [24].

Devido às ações do campo cristalino, as principais emissões do $Nd:LiYF_4$ são: polarização paralela ao eixo-*c* do cristal (eixo óptico) denominada polarização π, polarização perpendicular ao eixo-*c*, denominada polarização σ, que podem ser vistas abaixo (figura 11).

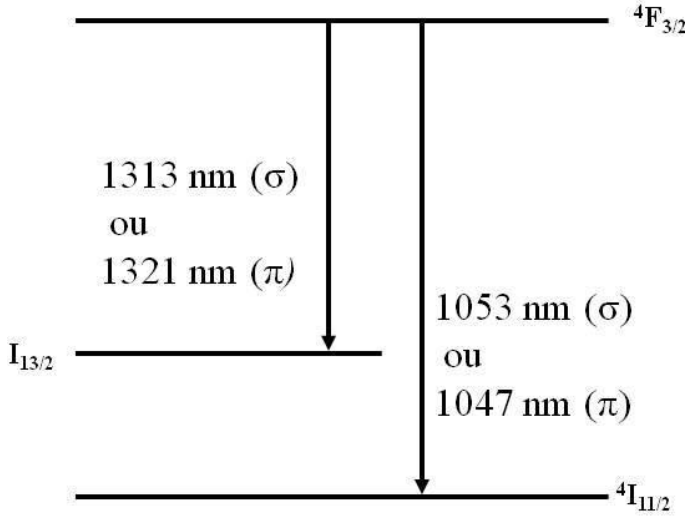

Figura 11 – Diagrama simplificado dos níveis de energia do $Nd:LiYF_4$[9].

O cristal de $Nd:LiYF_4$ tem boas características termo-ópticas, sendo sua birrefringência natural a principal causa da eliminação de despolarização que ocorrem com outras matrizes. Também aliada à sua fraca lente térmica[3] na oscilação laser ocorre o decréscimo do índice de refração, ocasionado pelo aumento de temperatura, fornecendo uma componente negativa da lente térmica que compensa as componentes positivas [26]. A característica pior do cristal $Nd:LiYF_4$ é seu baixo limite de fratura ocasionada pela baixa resistência mecânica e baixa condutividade térmica em comparação com outras matrizes [27].

[3] A lente térmica é ocasionada pela variação do caminho óptico dentro do cristal, devido a três fatores principais: o índice de refração do cristal varia ao longo do gradiente de temperatura, o material deforma mecanicamente resultando em uma curvatura das faces e a expansão não uniforme gera tensões que também ocasionam mudança do índice de refração.

Tabela 1 – Propriedades do $Nd:LiYF_4$ [11].

Comprimento de onda laser (nm)	1053 (σ)
	1047 (π)
Índice de refração, λ = 1.06 μm	n_0 = 1.4481
	n_e = 1.4704
Tempo de vida da fluorescência	480 μs
Secção de choque da emissão estimulada (cm^2)	1.8×10^{-19} (π)
	1.2×10^{-19} (σ)
Densidade (g/cm^3)	3.99 (não dopado)
Dureza (Mohs)	4 – 5
Módulo de elasticidade (N/m^2)	7.5×10^{10}
Estresse (N/m^2)	3.3×10^{7}
Razão de Poisson	0.33
Condutividade térmica (W/cmK)	0.06
Coeficiente de expansão térmica ($ºC^{-1}$)	eixo – *a:* 13×10^{-6}
	eixo – *c:* 8×10^{-6}
Ponto de fusão (ºC)	825

2.6 – Bombeamento

Assim como o meio ativo e a cavidade ressonante, a fonte de luz e consequentemente fonte de energia são os elementos básicos para que um dispositivo laser funcione. Essa luz deverá ter propriedades específicas para cada meio ativo. Desta forma, o comprimento de onda específico de excitação no meio ativo, deverá ter origem no bombeamento. Particularmente nos lasers de estado sólido esse bombeamento é feito por lâmpadas e por diodos lasers.

A grande vantagem na utilização de diodos laser vem do fato de sua emissão ter uma estreita faixa de comprimento de onda específico e que podem ser sintonizáveis através da temperatura de operação. Nas lâmpadas, ocorre a emissão de outros comprimentos de onda que não são utilizadas para a excitação na matriz hospedeira, ocasionando perdas substanciais. No entanto, se os custos dos diodos laser são muito mais elevados em comparação com as lâmpadas, por outro lado o tempo de operação de uma lâmpada é de ordem de 500 hs de trabalho contínuo. Enquanto que o diodo laser pode atingir até 10000 hs de trabalhos ininterruptos.

O custo benefício dos diodos laser é de longe maior que de lâmpadas. Soma-se a isso o fato de utilizar estações de refrigeração bem menores, a relação da energia de bombeamento diminui porque a melhor utilização desta energia diminui o calor gerado na matriz. Com menos calor gerado na matriz é possível aumentar a potência sem ocasionar fratura nesta.

Existem dois tipos de bombeamento: o **longitudinal** e o **transversal.** O bombeamento longitudinal é feito ao longo da direção de propagação do feixe laser intracavidade. No bombeamento transversal ou lateral a radiação do diodo é perpendicular ao eixo do feixe laser.

O bombeamento longitudinal é a configuração mais eficiente para transferir energia para o meio ativo. Isso se deve ao acoplamento entre a radiação de bombeamento com o modo transversal do ressonador. Também, essa configuração permite a maior otimização do acoplamento com o modo fundamental do laser. No entanto, as emissões dos diodos laser não são gaussianas e por isso é necessário a utilização de acessórios ópticos para corrigir essa deficiência no modo transversal. Os efeitos mencionados no bombeamento longitudinal não ocorrem no bombeamento transversal, pois no bombeamento transversal não é necessária a reconfiguração do feixe e pode ser distribuída a potência do feixe ao longo da matriz. Entretanto, o bombeamento transversal tem a dificuldade de acoplar o feixe intracavidade ocasionando a baixa eficiência quando no modo fundamental.

A utilização de cristal na forma de *slab* com múltiplas reflexões internas do feixe tem seu emprego a partir do fato da diminuição da birrefringência e lente térmica induzida [28]. Com essa configuração de *slab*, utilizando como matriz o $Nd:LiYF_4$ e com *coating* nas faces do cristal, é possível maximizar o acoplamento com a radiação emitida de um único emissor de diodo, fazendo o alinhamento do feixe intracavidade [29].

Capítulo 3

A técnica *Cavity Ring-Down Spectroscopy*

A técnica CRDS é um método de análise muito sensível de perdas por absorção em amostras de gases, líquidos e sólidos [30]. A análise por CRDS conta com uma cavidade óptica de grande fator de qualidade, a qual consiste em dois espelhos com altíssima refletividade, apresentando um coeficiente de refletividade (R) maior que 99,99%, separados com um comprimento típico entre 10 e 200 centímetros.

Por conta dos espelhos terem alta refletividade, o feixe de laser pulsado que se propaga ao longo do eixo da cavidade fica confinado no ressonador, sendo refletido dezena de milhares de vezes [31]. A cada volta dentro da cavidade, uma pequena fração de luz é transmitida através do espelho de saída que então é detectada por um sensor de resposta rápida. A perda da cavidade é uma função do tempo de decaimento da intensidade da luz dentro da cavidade e quando a duração do laser pulsado é menor que o tempo total, o sensor detectará uma sequência de pulsos (figura 12) cada um com uma intensidade menor do que a do antecessor. A separação entre um pulso e outro é igual ao tempo de voo da cavidade, $t_{voo} = 2L/c$, onde L é o comprimento da cavidade, distância entre espelhos e c é a velocidade da luz no vácuo.

O decaimento é exponencial e conhecendo o valor (L), pode-se medir as perdas da intensidade da luz por passo dentro da cavidade [32]. A perda de intensidade por passo na cavidade vazia (somente espelhos) de $dI = -I_0(1 - R)$ e o tempo que a luz leva para percorrer a cavidade é $dt = L/c$. Sabendo que o número de passos que ocorrem durante um evento na cavidade é muito grande, pode-se escrever:

$$\frac{dI}{dt} = -\frac{I_0 c(1-R)}{L} \tag{71}$$

Resolvendo a equação (71) como uma equação de primeira ordem, tem-se:

$$I(t) = I_0 e^{\left(-\frac{t}{\tau}\right)} \tag{72}$$

onde τ é o tempo de decaimento exponencial. Quando ocorre absorção pelo meio com comprimento $d = L$ tem-se:

$$I = I_0 e^{(-\alpha d)} \tag{73}$$

conhecida como lei de *Beer-Lambert*, onde I_0 é a intensidade da luz incidente e α é o coeficiente de absorção da amostra dentro da cavidade. Assumindo-se que a amostra está presente ao longo de um comprimento *(L)* da cavidade.

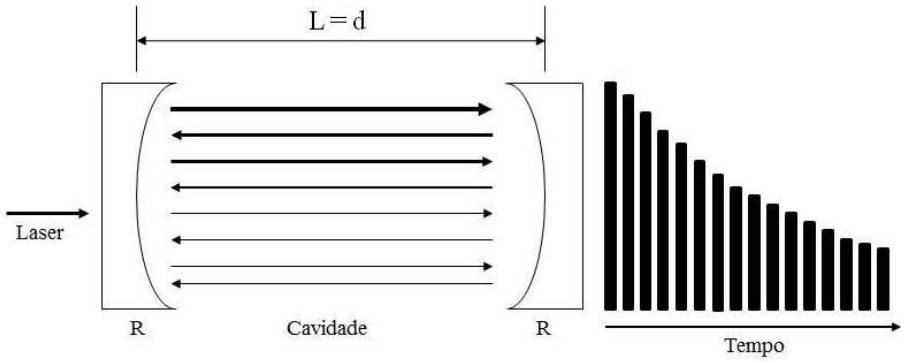

Figura 12 – Esquema de um pulso dentro da cavidade com comprimento L.

Um pulso laser de intensidade I_L que incide pela esquerda na cavidade(figura 12) gera após um passo pela cavidade absorvedora (73) um pulso de saída com intensidade,

$$I_0 = I_L T^2 e^{(-\alpha d)} \tag{74}$$

A intensidade do segundo passo é dada pela próxima equação:

$$I_1 = I_0 R^2 e^{(-2\alpha d)} \tag{75}$$

onde $R^2 e^{(-2\alpha d)}$ ocorre por conta de um ciclo completo que o pulso percorre dentro da cavidade. Portanto, para um ciclo de *n* voltas, pode-se escrever a seguinte equação:

$$I_n = I_0 R^{2n} e^{(-2n\alpha d)} \tag{76}$$

Essa seqüência é demonstrada abaixo (figura 13):

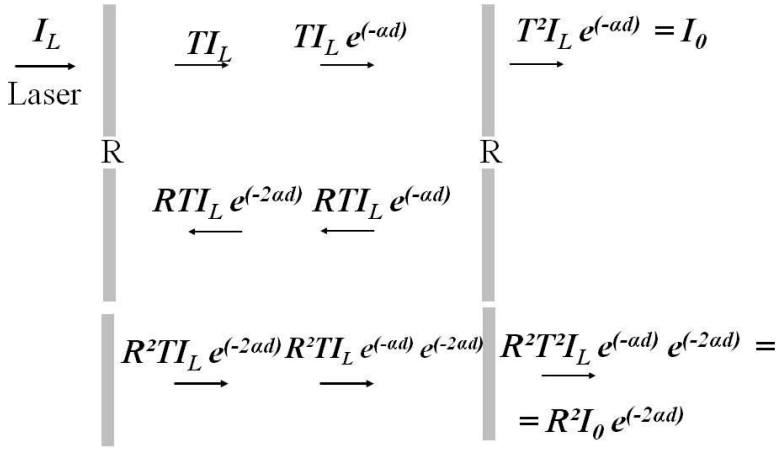

Figura 13 – Sequência de eventos que ocorre com primeiro pulso dentro da cavidade[34].

O número discreto de idas e voltas n pode ser substituído pelo parâmetro contínuo de tempo, $t = 2n_i\ L/c$, com n_i sendo o índice de refração do meio. Adicionalmente, R^{2n} pode ser substituído por $e^{(2n \ln R)}$ em (76):

$$I(t) = I_0 e^{\left(\frac{tc}{L}(\ln R - \alpha d)\right)} \tag{77}$$

Como comentado anteriormente, esta técnica utiliza espelhos com refletividade muito perto de 1, assim sendo, $\ln R \approx -(1 - R)$, com isso tem-se (77):

$$I(t) = I_0 e^{\left(-\frac{tc}{L}(1 - R + \alpha d)\right)} \tag{78}$$

Conhecendo o meio de absorção entre os espelhos, o tempo de vida da cavidade é

$$\tau = \frac{L}{c(1 - R + \alpha d)} \tag{79}$$

onde τ é o tempo que leva para a que a intensidade decai para $1/e$ de I_0.

Com a equação (79) pode-se determinar o coeficiente de reflexão dos espelhos da cavidade quando esta é vazia, isto é, quando $\alpha d = 0$. No experimento de CRDS, o

tempo de vida da cavidade τ, é medido em função da freqüência do laser ν. Assim pode-se escrever a equação (79) quando a cavidade está vazia como:

$$\tau_0(\nu) = \frac{L}{c(1-R(\nu))} \tag{80}$$

Para determinar o coeficiente absorção da amostra dentro da cavidade combina-se as equações (79) e (80), chegando a:

$$\alpha(\nu) = \frac{1}{c}\left[\frac{1}{\tau(\nu)} - \frac{1}{\tau_0(\nu)}\right] \tag{81}$$

Pode-se observar a partir de (81) que o espectro de absorção de uma amostra que esteja dentro da cavidade depende apenas das constantes de tempo τ e τ_0. O termo $1/c\tau$ é proporcional ao coeficiente de absorção em função da frequência. Desta forma, a medida feita é absoluta porque outras atenuações, como espalhamento Rayleigh e absorção dos espelhos, são obtidas na mesma medida e a técnica é considerada auto-calibrante. Abaixo (figura 14) pode-se verificar o espectro obtido em uma amostra de ar pela técnica CRDS com 253.7 nm demonstrando o quanto a técnica é sensível, separando o espectro fraco de amostras abundantes como O_2 quanto o espectro forte de amostras menos abundantes como Hg. Para esta amostra foram utilizados dois espelhos com refletividade igual R = 99,56% (309 nm) e ambos com raio de curvatura de 25 cm, separados por uma distância de 45 cm [33].

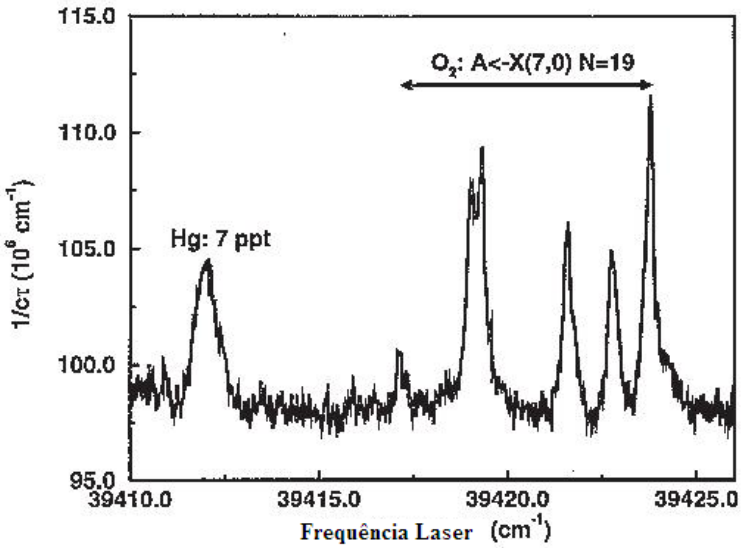

Figura 14 – Espectro da analise do ar pela técnica CRDS: exemplos de detecção de gases traço de mercúrio e oxigênio molecular. Extraído de [31].

Capítulo 4

Materiais e Métodos

4.1 – O meio ativo e o bombeamento

Para o desenvolvimento da cavidade laser foi utilizado o cristal $Nd:LiYF_4$ com 0,8 mol% crescido pela técnica Czochralski no Centro de Lasers e Aplicações do Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares – IPEN pela Dra. Izilda Ranieri. Esse cristal foi cortado e polido pelo M.Sc. Eduardo Colombo de Sousa [35]. Na época foi utilizado o equipamento CARY 13D para obtenção do espectro de absorção do cristal (figura 15).

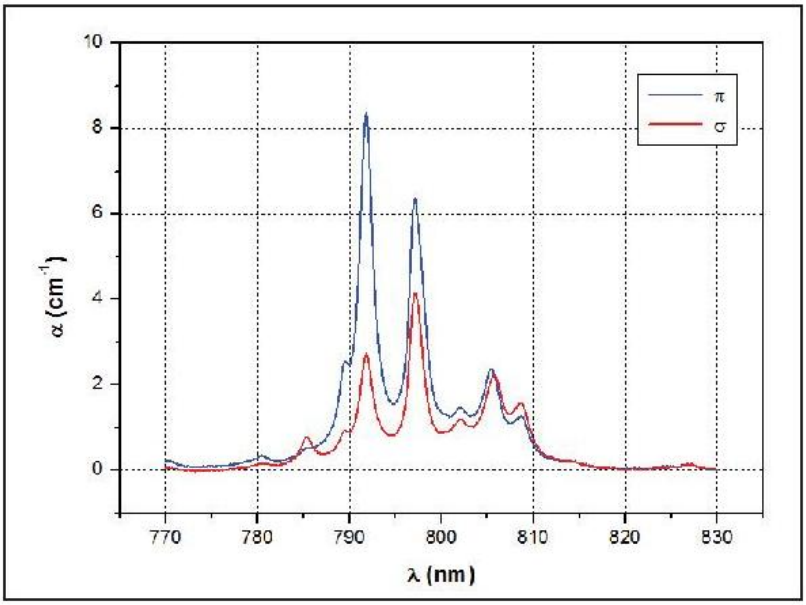

Figura 15 – Espectro de absorção (cm^{-1}) do cristal $Nd:LiYF_4$ - 0,8 mol% [34].

No processo final de corte e polimento, o cristal ficou com as seguintes dimensões: 14,0 X 13,0 X 3,7 mm^3, sendo que a orientação do eixo óptico (eixo-***c***) ficou perpendicular à área maior do cristal (figura 16).

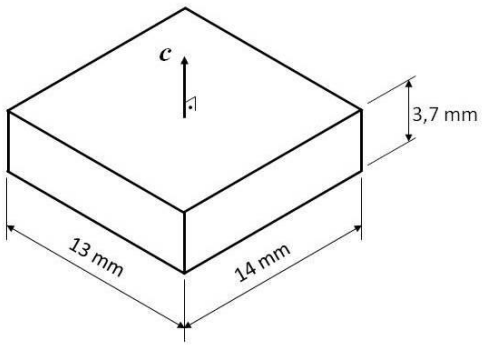

Figura 16 – Esquema com indicação de orientação do eixo óptico (eixo-*c*) do cristal.

O bombeamento do cristal foi feito com um diodo laser da marca Oclaro com emissão em 792 nm (figura 17) a 25ºC controlado por um sistema de refrigeração tipo *Peltier* (pastilha termoelétrica). O espectro de emissão do diodo laser obtido com um espectrômetro modelo HR2000 da empresa *OceanOptics* com resolução de 0,24 nm.

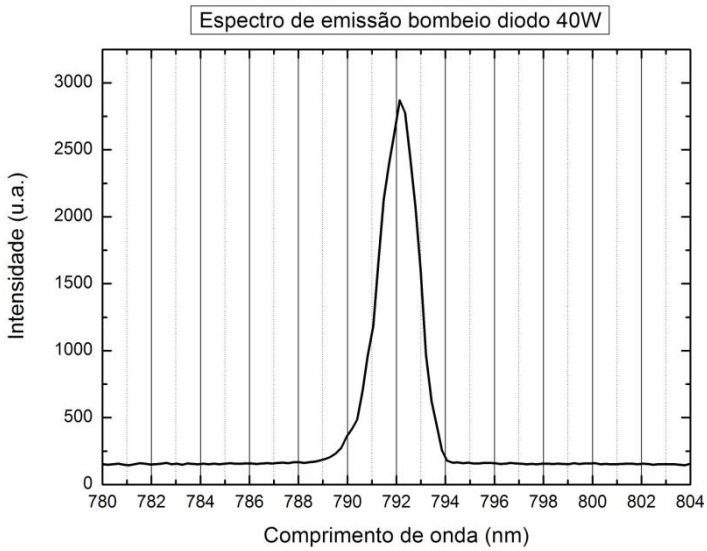

Figura 17 – Espectro de emissão do diodo laser.

A emissão polarizada TM do diodo laser é perpendicular ao eixo-*c* do cristal que foi colocado em ângulo de Brewster (θ_B) dentro da cavidade laser. A posição do cristal em ângulo (θ_B) privilegia a emissão polarizada sigma (σ). Neste ângulo, a luz transmitida pelo cristal, com a polarização paralela ao plano de incidência, não possui perdas por reflexão. Dada a geometria quadrática do cristal, ao entrar com ângulo de Brewster dentro do cristal, o feixe laser sofre uma reflexão total na face do bombeamento.

A emissão sigma em 1053 nm (figura 19), por apresentar uma seção de choque menor, resulta em um menor ganho, porém a sua lente térmica mais fraca em comparação a emissão em 1047 nm, proporciona melhor qualidade do feixe de saída [36].

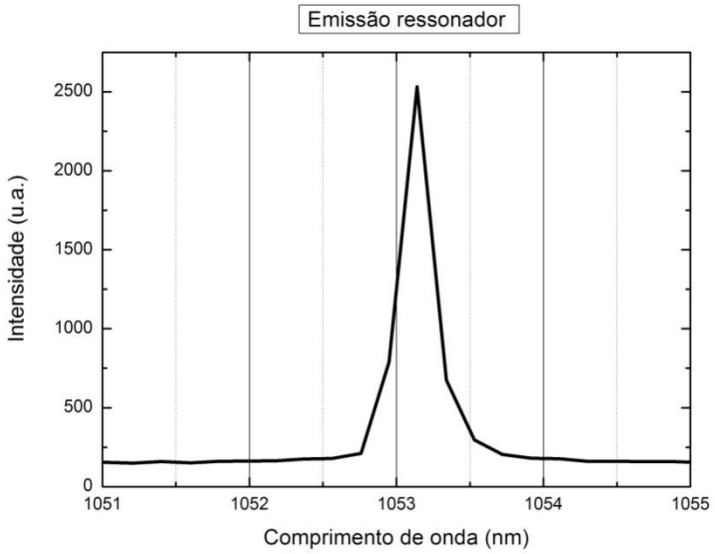

Figura 18 – Espectro de emissão da cavidade.

O feixe de bombeiamento foi focalizado no cristal com uma lente esférica com distância focal de 2,5 cm, resultando em um feixe com aproximadamente 4 mm de largura e 0,1 mm de altura na face de bombeio do cristal. Também foi utilizada uma placa $\lambda/2$, entre a lente e o diodo laser, para rodar a polarização e acessar a absorção π. Com todos os elementos de óptica e juntando as perdas por reflexão de Fresnel nas faces do cristal, a perda efetiva do sistema de bombeamento era de 5,5 % da potência. Assim a potência máxima efetiva absorvida pelo cristal ficou em 30,5 W. Outro fator importante foi o ciclo útil da fonte de alimentação do diodo que era operado em regime pulsado. Para evitar a fratura do cristal, devido às tensões térmicas, foi utilizada uma fonte com ciclo útil de 7%, duração do pulso de 1 ms e taxa de repetição de 70 Hz.

4.2 – A cavidade laser com duas dobras e o cristal chaveador

A cavidade com uma dobra ocasiona um feixe no modo transversal fundamental (gaussiano) muito menor do que o volume da região excitada pelo diodo laser e com isso pode ocorrer o acoplamento de modos de alta ordem e consequentemente o feixe de saída é multímodo (figura 19).

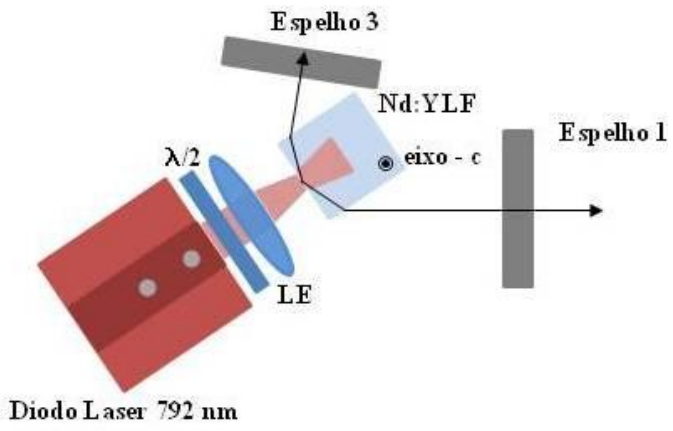

Figura 19 – Esquema de montagem do cristal em ângulo de Brewster (56º) em relação à mesa juntamente com os espelhos da cavidade laser. LE é uma lente esférica com 25 mm e λ/2 é uma placa de meia onda. Também está evidente a posição do eixo-c perpendicular ao cristal Nd:YLF_4.

A cavidade laser com duas dobras apresenta uma melhor qualidade do feixe em comparação ao bombeamento com uma dobra. Com duplo passo os dois feixes são quase paralelos e deslocados na direção do bombeamento forçando a oscilação em modo fundamental. Isto é feito introduzindo uma barreira mecânica intracavidade próximo ao feixe de bombeio. Esta técnica tem a desvantagem de ter diminuição da potência de saída do laser e aumento da carga térmica no cristal. Ao colocar o espelho 2, vai ocorrer uma segunda reflexão interna total do feixe laser na região de ganho, próximo à superfície de bombeamento, aumentando a sobreposição do feixe de bombeamento com o modo fundamental de oscilação do feixe laser. Com isso, ter-se-á um impacto na máxima potência de bombeamento no modo fundamental ou modo TEM_{00} [37].

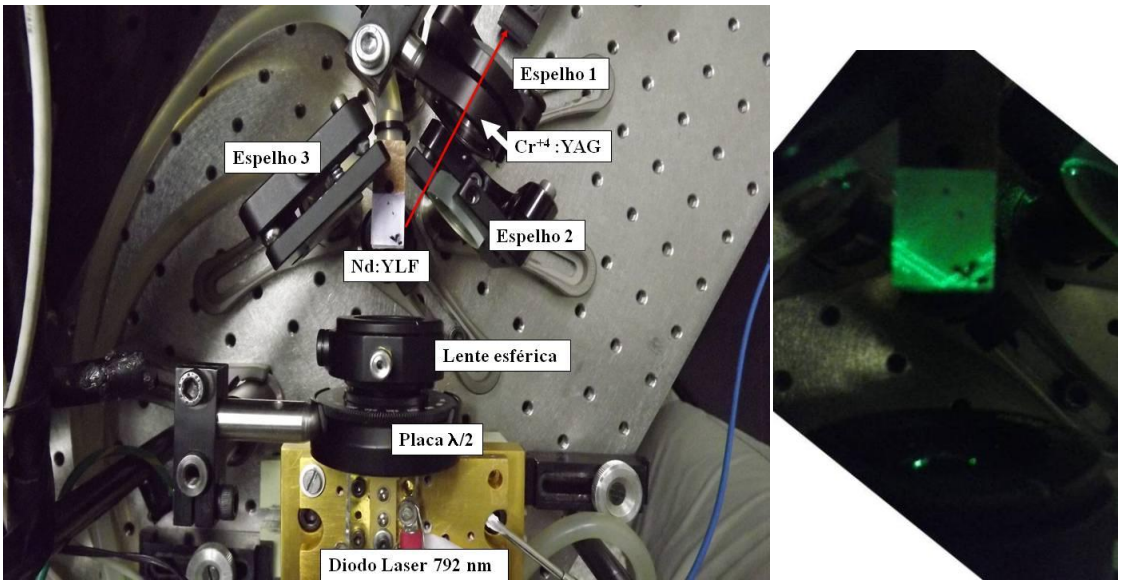

Figura 20 – À esquerda, configuração da cavidade com duplo passo. O sentido da emissão do feixe em 1053 nm está representado pela linha vermelha. À direita, imagem focada no cristal, com o feixe do laser de alinhamento dentro do cristal indicando as duas passagens.

O espelho 1, chamado de espelho de saída, tem um filme parcialmente refletor para 1053 nm, plano-paralelo e com transmissão de 40%. O espelho 2 (chamado de espelho de dobra) tem um filme parcialmente refletor para 1053 nm, sendo plano-paralelo com 0,01 % de transmissão para 1053 nm. O espelho 3 (fornecido pela empresa *Layertec*) tem um raio de curvatura de 3 m com 0,01 % de transmissão para 1053 nm. O cristal chaveador passivo (fornecido pela empresa *FocTek*) Cr^{+4}:YAG possui 46,2% de transmissão inicial.

4.3 – O isolador óptico

Para que não ocorresse a retroalimentação do feixe de saída da cavidade, devido à reflexão na entrada da cavidade ressonante de CRDS, foi necessária a colocação de um isolador óptico logo após a saída do feixe. Utilizando um isolador óptico da marca *Thorlabs* – modelo IO-5-1064-VHP (figura 21) que é constituído por: um polarizador de entrada, um rotator de Faraday e um polarizador de saída.

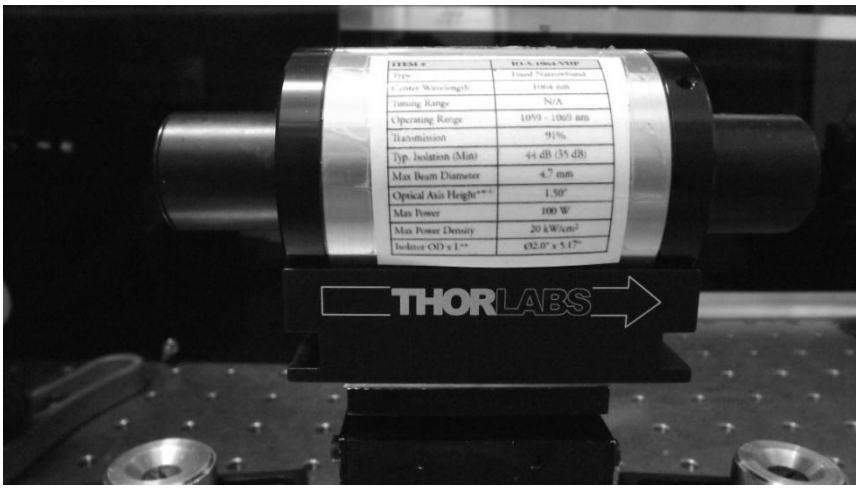

Figura 21 – Isolador óptico.

4.4 – A configuração do feixe e a cavidade ressonante com espelhos altamente refletivos

Como o feixe laser divergia ao sair do ressonador, foi necessária a utilização de um sistema óptico para ajustar o diâmetro do feixe para casar com a cintura dentro da cavidade ressonante CRDS (Mode Matching). Com uma simulação feita pelo programa *Lascad*, foi calculado que era necessária uma cintura do feixe com diâmetro ($2w_0$) com 360 μm no foco da cavidade ressonante. Tendo o feixe laser na saída o diâmetro ($2w_1$) com 1 mm, foi necessário colocar um telescópio e uma lente para que fosse obtida uma cintura de 360 μm.

Diante disso foram utilizados os seguintes elementos ópticos para montagem do telescópio: uma lente esférica com comprimento focal de 2,5 cm, separada por 202,5 cm de outra lente esférica com 20 cm de comprimento focal. Uma lente esférica com foco de 75 cm com uma distância de 64 cm da posição da cintura $2w_0$ (figura 22) gerava então o valor correto para a cintura.

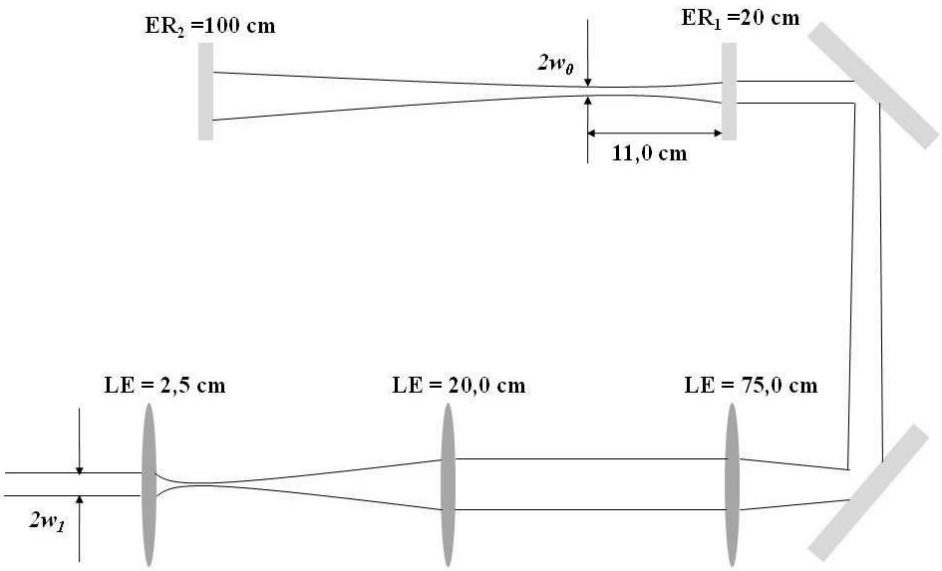

Figura 22 – Esquema de montagem do sistema óptico com lentes esféricas (LE) e espelhos da cavidade ressonante (ER$_1$ e ER$_2$).

Na cavidade ressonante foram utilizados dois espelhos altamente refletivos $R \geq$ 0,99992 (dados fornecidos pela *Layertec* – figura 23) O espelho de entrada E_1 com raio de curvatura de 20 cm e o espelho de saída E_2 com 100 cm de raio de curvatura eram separados por 1,1085 m para que a cavidade ressonante estivesse no centro do intervalo de estabilidade.

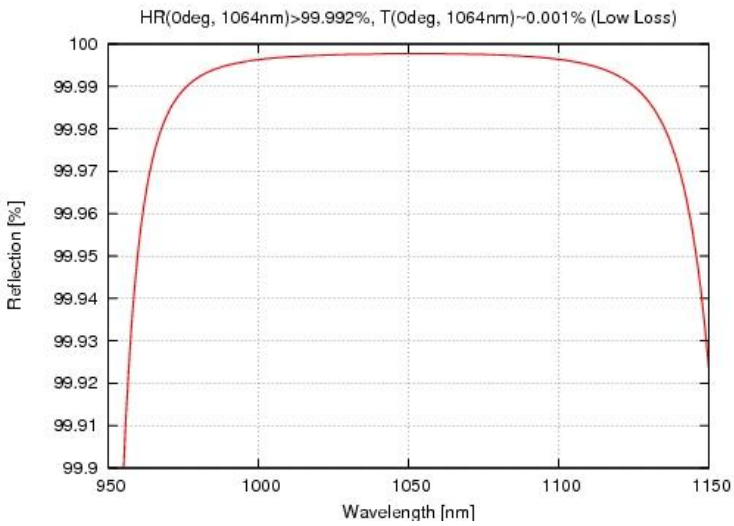

Figura 23 – Curva de refletividade (R) em função do comprimento de onda (nm) dos dois espelhos.

4.5 – O sistema de detecção da cavidade CRDS

Para que fosse feita a detecção do sinal, da cavidade ressonante, foi utilizada uma fotomultiplicadora (marca *Newport*: modelo 77361) sensível para o intervalo espectral de 400 – 1100 nm e com tempo de resposta de 50 ns.

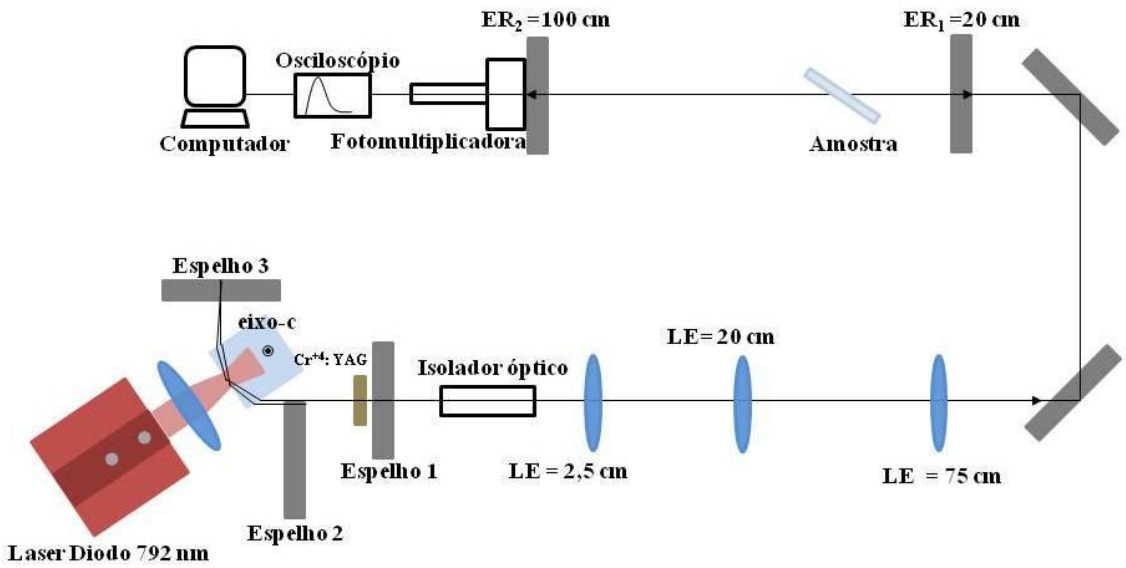

Figura 24 – Esquema com cavidade, conjunto de lentes (LE = 2,5 cm; LE = 20 cm e LE = 75 cm), espelhos da cavidade ressonante (ER_1 = 20 cm e ER_2 = 100 cm) com a amostra na posição e sistema de detecção e análise de dados.

4.6 – Arranjo para medida de refletividade das amostras em ângulo de Brewster.

Uma amostra inserida no foco da cavidade (figura 25) em ângulo de Brewster pode prejudicar a transmissão de luz por vários efeitos. Pode ocorrer espalhamento na superfície irregular e no volume da amostra como também pode haver absorção. Em um material no qual sua organização molecular demonstra propriedade birrefringente, por exemplo, o quartzo, haverá despolarização da luz. Esta fração de luz despolarizada apresenta polarização TE em relação à janela de Brewster e será parcialmente ejetada da cavidade pela janela. Seja R_B a perda por reflexão da superfície da amostra em ângulo de Brewster e E_B a perda por espalhamento e despolarização, tem-se:

$$I = I_0 R^2 (1 - R_\mathrm{B})^4 e^{(-2\alpha d)} e^{(-2E_B)} \tag{82}$$

que, em analogia com as equações (77) e (78) pode ser escrito como:

$$I(t) = I_0 e^{\left[-\frac{tc}{L}(1-R+2R_B+E_B+\alpha d)\right]} \tag{83}$$

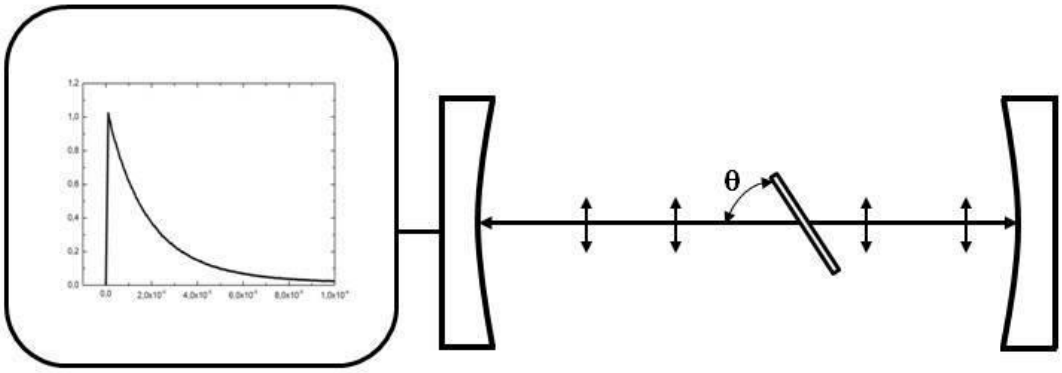

Figura 25 – Esquema de detecção do sinal do tempo de decaimento. No osciloscópio foi possível medir o tempo de decaimento conforme variava-se o ângulo (θ) da amostra em relação ao feixe laser. Nesta representação, a polarização TM está paralela à face da amostra.

Capítulo 5

Resultados e Discussões

5.1 – Cavidade

Excitando o meio ativo com 30,5 W e utilizando uma distância D [37] entre os feixes de 1,5 mm (figura 26) foi possível extrair uma potência média de 400 mW, conforme medido com detector de potência marca *Thorlabs* modelo S302C, no modo fundamental (TEM_{00}). A duração do pulso em 1053 nm acompanhava a duração do pulso de bombeamento do diodo laser e foi de 1,05 ms; a sua potência pico era 5,7 W e a eficiência óptica de 17,1 % (pulso de bombeamento para pulso laser).

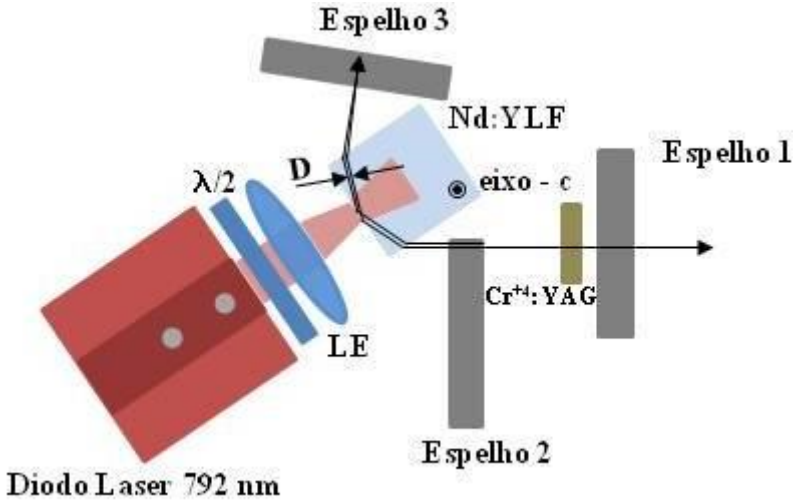

Figura 26 – Distância "D" entre as duas passagens do feixe intracavidade na configuração com duplo-passo.

Para obter um único pulso gigante no regime chaveado foi utilizado um absorvedor saturável de Cr^{4+}:YAG com transmissão inicial de 46,2%. Foi possível medir o tempo de pulso (figura 27), com um detector rápido marca *Thorlabs* modelo (DET01CFC):

$$\tau = 5{,}5 \times 10^{-9}\ \text{s (FWHM).}$$

A utilização do absorvedor saturável faz com que uma grande energia acumulada dentro da cavidade seja emitida em uma pequena fração de tempo, como pôde ser vista na medição do detector de sinal rápido.

Sendo a potência média de 85 mW e ciclo útil de 70 Hz, calcula-se a energia por pulso:

$$\mathbf{E_{pulso} = 85\ mW/\ 70\ Hz = 1{,}2\ mJ.}$$

Utilizando a energia por pulso e a duração do pulso, a potência por pico é calculada como:

$$\mathbf{Potência_{pico} = Energia\ /\ tempo\ do\ pulso}$$

Com a energia 1,2 mJ e o tempo do pulso com 5,5 ns temos aproximadamente:

$$\mathbf{Potência_{pico} = 1{,}2\ mJ\ /\ 5{,}5 \times 10^{-9}\ s = 2{,}2 \times 10^{5}\ W.}$$

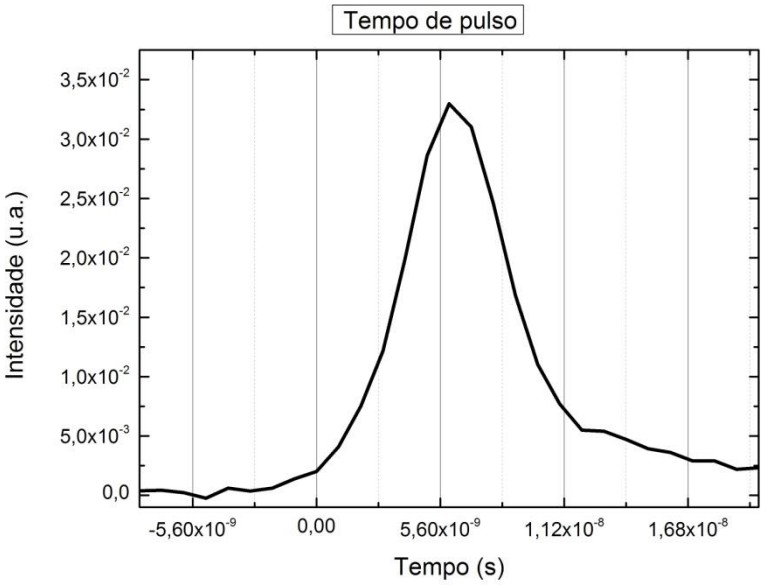

Figura 27 – Perfil temporal do feixe laser com o absorvedor saturável de 46,2 % de transmissão inicial.

5.2 – Tempo de decaimento com a cavidade vazia e contendo amostras transparentes em ângulo de Brewster.

Através da equação (81) é possível verificar a alta sensibilidade da técnica CRDS. Em um sistema onde não existem perdas por absorção é possível verificar o grau de transmissão de espelhos na quinta casa decimal [39].

Neste trabalho foi possível através desta técnica demonstrar a sensibilidade da cavidade utilizando como amostras uma janela de Brewster (quartzo) com 2 mm de espessura e uma lamínula (BK7) com 0,1 mm de espessura. Primeiramente foi obtido o tempo de decaimento da cavidade desobstruída, ou seja, quando:

$$\alpha d = 0$$

Utilizando a equação (80) com os seguintes dados:

L = 1,1085 m ± 0,0005; c = 299792458 m/s e R = 0,99992, o tempo de decaimento da cavidade vazia (vácuo) seria de:

$$4{,}6 \times 10^{-5} \text{ s.}$$

Este tempo seria apenas com espelhos novos imediatamente após tirar da embalagem e no vácuo. Como a cavidade para as medidas estava aberta, existem perdas por espalhamento pelo ar do laboratório e pela conseqüente contaminação dos espelhos (poeira). Estas perdas aumentam com o tempo e durante o experimento mediu-se um tempo de decaimento da cavidade desobstruída de:

$$\boldsymbol{\tau_0 = (1{,}987 \pm 0{,}004) \times 10^{-5} \text{ s.}}$$

que pode ser visto abaixo (figura 28).

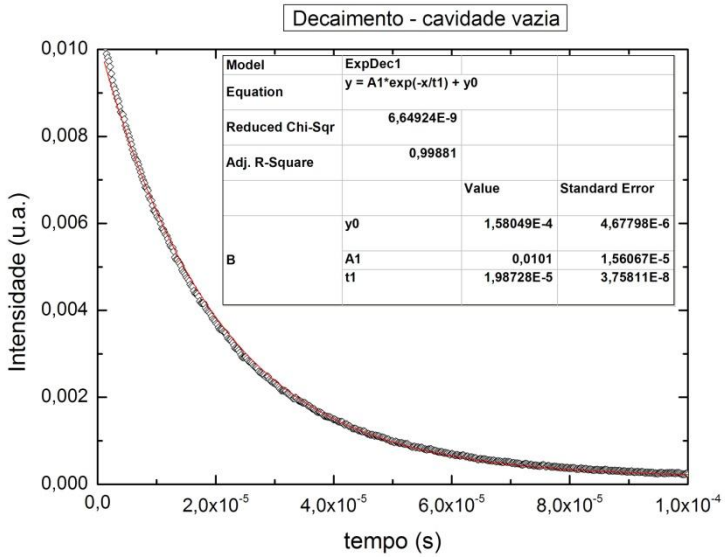

Figura 28 – Tempo de decaimento cavidade vazia com a curva exponencial.

Utilizando novamente (80), calcula-se que a refletividade efetiva é:

$$R_{ef} = 0{,}9998$$

Quando não existe perda por absorção no material da amostra, mas as perdas são por espalhamento (E_B) e reflexão (R), é possível determinar essas perdas com uma precisão maior que 0,08%. Pode-se reescrever a equação (79) como:

$$\tau = \frac{L}{c(1-R+E_B+2R)} \tag{85}$$

5.2.1 – Medidas efetuadas na amostra 1 (quartzo)

Colocando a amostra número 1 (figura 29) na posição do foco (360 μm e 0,11 m de distância do E_1), foi feita a varredura de ângulo (conforme figura 25) até conseguir o maior tempo de decaimento, isto é, quando são menores as perdas E_{B1}. O maior valor obtido foi de:

τ_1 = (1,859 ± 0,005) x10^{-6} s.

Figura 29 – Amostra 1 na posição presa ao suporte para medida de refletividade em torno do ângulo de Brewster.

Utilizando (83) juntamente com (85) e sendo αd = 0, chega-se a:

$$I(t) = I_0 e^{\left[-\frac{tc}{L}(1-R+2RBrewster+E_{B1})\right]} \tag{86}$$

Assumindo que no ângulo de Brewster R_b = 0, tem-se:

$$E_{B1} = \frac{L}{c}\left[\frac{1}{\tau_1} - \frac{1}{\tau_0}\right] \tag{87}$$

Para o maior valor de tempo de decaimento (τ_1), na amostra 1, foi calculado o valor da perda por espalhamento em ângulo de Brewster de **0,0018 ± 0,0005** conforme visto na tabela 2 abaixo:

Tabela 2 – Valores do tempo de decaimento para cada ângulo medido na amostra 1 juntamente com o valor do cálculo de perda por espalhamento (E_{B1}) para cada ângulo medido utilizando a propagação de erros [40].

Ângulo (º)	Tempo decaimento (s)	cálculo $E_{B1} + 2R_1$
38 ± 0,05º	1,04E-07 ± 8,6754E-10	0,0352 ± 0,0005
39 ± 0,05º	1,12E-07 ± 7,8421E-10	0,0326 ± 0,0005
40 ± 0,05º	1,20E-07 ± 7,1476E-10	0,0304 ± 0,0005
41 ± 0,05º	1,31E-07 ± 6,5601E-10	0,0280 ± 0,0005
42 ± 0,05º	1,41E-07 ± 6,0563E-10	0,0260 ± 0,0005
43 ± 0,05º	1,51E-07 ± 5,6198E-10	0,0244 ± 0,0005
44 ± 0,05º	1,59E-07 ± 5,2379E-10	0,0230 ± 0,0005
45 ± 0,05º	1,89E-07 ± 4,3333E-10	0,0192 ± 0,0005
46 ± 0,05º	2,11E-07 ± 3,8531E-10	0,0172 ± 0,0005
47 ± 0,05º	2,40E-07 ± 3,3282E-10	0,0152 ± 0,0005
48 ± 0,05º	2,80E-07 ± 2,7826E-10	0,0130 ± 0,0005
49 ± 0,05º	3,14E-07 ± 2,4323E-10	0,0116 ± 0,0005
50 ± 0,05º	3,89E-07 ± 1,8592E-10	0,0092 ± 0,0005
51 ± 0,05º	4,50E-07 ± 1,5458E-10	0,0080 ± 0,0005
52 ± 0,05º	5,61E-07 ± 1,1431E-10	0,0064 ± 0,0005
53 ± 0,05º	7,00E-07 ± 8,1828E-10	0,0050 ± 0,0005
54 ± 0,05º	8,99E-07 ± 5,2727E-10	0,0038 ± 0,0005
55 ± 0,05º	1,19E-06 ± 2,7264E-09	0,0028 ± 0,0005
56 ± 0,05º	1,65E-06 ± 6,4309E-09	0,0020 ± 0,0005
57 ± 0,05º	1,86E-06 ± 4,8808E-09	0,0018 ± 0,0005
58 ± 0,05º	1,47E-06 ± 1,4269E-09	0,0022 ± 0,0005
59 ± 0,05º	1,21E-06 ± 1,4269E-09	0,0028 ± 0,0005
60 ± 0,05º	1,05E-06 ± 3,8177E-09	0,0032 ± 0,0005
61 ± 0,05º	7,81E-07 ± 1,0836E-10	0,0044 ± 0,0005
62 ± 0,05º	4,49E-07 ± 1,5458E-10	0,0080 ± 0,0005
63 ± 0,05º	3,50E-07 ± 2,1278E-10	0,0102 ± 0,0005
64 ± 0,05º	2,51E-07 ± 3,1754E-10	0,0146 ± 0,0005
65 ± 0,05º	1,71E-07 ± 4,0921E-10	0,0214 ± 0,0005
66 ± 0,05º	1,38E-07 ± 6,0564E-10	0,0266 ± 0,0005
67 ± 0,05º	1,02E-07 ± 8,5676E-10	0,0362 ± 0,0005

Este valor corresponde a E_{B1} porque R_1 deverá ser zero neste ângulo de 57º. Colocou-se E_{B1} = **0,0018 ± 0,0005** como perdas por espalhamento fixas para fazer as medidas de refletividade na amostra 1. Utilizando a equação (85) foi calculado o R_1 para cada ângulo conforme a seguinte equação:

$$R_1 = \left\{\frac{1}{2}\frac{L}{c}\left[\frac{1}{\tau_1} - \frac{1}{\tau_0}\right]\right\} - \frac{E_{B1}}{2} \tag{88}$$

Tabela 3 – Valores do cálculo de R_1 para cada ângulo medido tendo com referência em 57º R_1 = 0.

Ângulo (º)	R_1
38 ± 0,05º	0,0167 ± 0,0005
39 ± 0,05º	0,0155 ± 0,0005
40 ± 0,05º	0,0144 ± 0,0005
41 ± 0,05º	0,0131 ± 0,0005
42 ± 0,05º	0,0121 ± 0,0005
43 ± 0,05º	0,0113 ± 0,0005
44 ± 0,05º	0,0106 ± 0,0005

45 ± 0,05º	0,0088 ± 0,0005
46 ± 0,05º	0,0078 ± 0,0005
47 ± 0,05º	0,0067 ± 0,0005
48 ± 0,05º	0,0056 ± 0,0005
49 ± 0,05º	0,0049 ± 0,0005
50 ± 0,05º	0,0038 ± 0,0005
51 ± 0,05º	0,0031 ± 0,0005
52 ± 0,05º	0,0023 ± 0,0005
53 ± 0,05º	0,0016 ± 0,0005
54 ± 0,05º	0,0011 ± 0,0005
55 ± 0,05º	0,0005 ± 0,0005
56 ± 0,05º	0,0001 ± 0,0005
57 ± 0,05º	0
58 ± 0,05º	0,0003 ± 0,0005
59 ± 0,05º	0,0005 ± 0,0005
60 ± 0,05º	0,0008 ± 0,0005
61 ± 0,05º	0,0014 ± 0,0005
62 ± 0,05º	0,0031 ± 0,0005
63 ± 0,05º	0,0043 ± 0,0005
64 ± 0,05º	0,0064 ± 0,0005
65 ± 0,05º	0,0098 ± 0,0005
66 ± 0,05º	0,0124 ± 0,0005
67 ± 0,05º	0,0173 ± 0,0005

Com os dados da tabela 3, foram utilizados para plotar os valores (figura 30). Pode-se verificar que os valores medidos estão próximos da curva de refletividade (o ajuste de curva em vermelho) baseada nas equações de Fresnel (apêndice B).

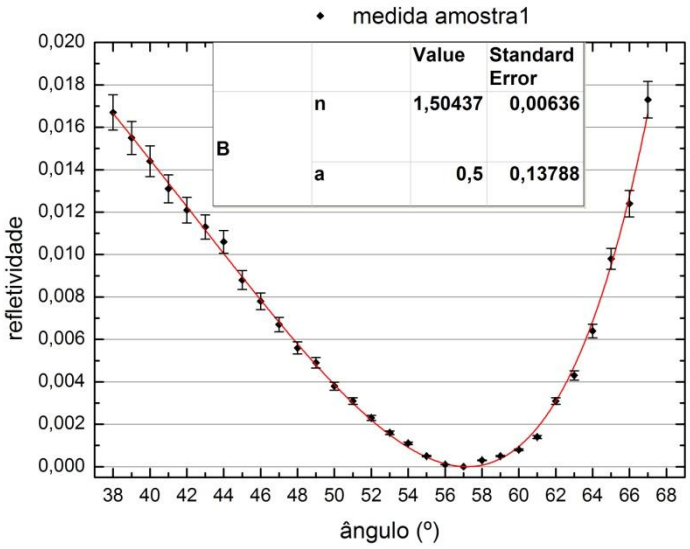

Figura 30 – Medida da refletividade em torno do ângulo de Brewster na amostra número 1 (quartzo) de 2 mm de espessura.

Para o cálculo do índice de refração do material é necessário utilizar a seguinte relação: $\theta_{\text{Brewster}} = \tan^{-1} n$, onde no ângulo de Brewster a luz tem a menor perda por refletividade e utilizando o ajuste de curva com o ângulo de 56,4º foi possível verificar que o índice de refração *n* da amostra 1 era de 1,50437 fornecido também pelo ajuste do

programa. O fator *a* na curva de ajuste se refere ao erro associado do goniômetro conforme tabela 2.

5.2.2 – Medidas efetuadas na amostra 2

Também foi realizada a medida do tempo de decaimento em cada ângulo, com uma amostra número 2 (figura 31) com 0,1 milímetro de espessura. O tempo de decaimento máximo, quando se tem a menor perda por espalhamento, obtido foi de:

$$\tau_2 = (3{,}579 \pm 0{,}003)\ x10^{-6}\ s.$$

Figura 31 - Amostra 2 na posição presa ao suporte para medida de refletividade em torno do ângulo de Brewster

Com esse valor de tempo (τ_2), foi utilizada novamente a equação (87). Neste caso para E_{B2}, o valor foi de **0,0008 ± 0,0005** conforme é visto na tabela 4 abaixo:

Tabela 4 – Valores do tempo de decaimento para cada ângulo medido da amostra 2 juntamente com o valor do cálculo de perdas por espalhamento (E_{B2}) para cada ângulo medido.

Ângulo (º)	Tempo decaimento (s)	$E_{B2} + 2R_2$
37 ± 0,05º	1,92E-07 ± 6,0754E-10	0,0372 ± 0,0005
38 ± 0,05º	1,98E-07 ± 9,0421E-10	0,0359 ± 0,0005
39 ± 0,05º	2,14E-07 ± 5,7476E-10	0,0333 ± 0,0005
40± 0,05º	2,35E-07 ± 4,9601E-10	0,0302 ± 0,0005
41 ± 0,05º	2,55E-07 ± 9,0563E-10	0,0278 ± 0,0005
42 ± 0,05º	2,84E-07 ± 8,2198E-10	0,0250 ± 0,0005
43 ± 0,05º	3,09E-07 ± 2,2477E-10	0,0230 ± 0,0005
44 ± 0,05º	3,48E-07 ± 4,3291E-10	0,0204 ± 0,0005
45 ± 0,05º	3,91E-07 ± 5,8531E-10	0,0180 ± 0,0005
46 ± 0,05º	4,46E-07 ± 7,3662E-10	0,0158 ± 0,0005
47 ± 0,05º	5,39E-07 ± 2,7886E-10	0,0130 ± 0,0005
48 ± 0,05º	6,08E-07 ± 5,4313E-10	0,0116 ± 0,0005

49 ± 0,05º	7,56E-07 ± 6,8992E-10	0,0092 ± 0,0005
50 ± 0,05º	8,73E-07 ± 5,5467E-10	0,0080 ± 0,0005
51 ± 0,05º	1,09E-06 ± 2,4031E-10	0,0064 ± 0,0005
52 ± 0,05º	1,36E-06 ± 9,3728E-10	0,0050 ± 0,0005
53 ± 0,05º	1,74E-06 ± 2,8927E-10	0,0038 ± 0,0005
54 ± 0,05º	2,32E-06 ± 1,7554E-09	0,0028 ± 0,0005
55 ± 0,05º	3,21E-06 ± 4,4437E-09	0,0020 ± 0,0005
56 ± 0,05º	3,58E-06 ± 3,3258E-09	0,0008 ± 0,0005
57 ± 0,05º	2,81E-06 ± 2,4456E-09	0,0022 ± 0,0005
58 ± 0,05º	2,34E-06 ± 6,4499E-09	0,0028 ± 0,0005
59 ± 0,05º	1,91E-06 ± 4,8767E-09	0,0034 ± 0,0005
60 ± 0,05º	1,42E-06 ± 2,0376E-10	0,0048 ± 0,0005
61 ± 0,05º	8,72E-07 ± 7,5498E-10	0,0080 ± 0,0005
62 ± 0,05º	6,18E-07 ± 3,1098E-10	0,0114 ± 0,0005
63 ± 0,05º	4,21E-07 ± 4,1984E-10	0,0168 ± 0,0005
64 ± 0,05º	2,97E-07 ± 6,8921E-10	0,0239 ± 0,0005
65 ± 0,05º	2,41E-07 ± 7,0994E-10	0,0296 ± 0,0005
66 ± 0,05º	1,91E-07 ± 9,0071E-10	0,0376 ± 0,0005

Da mesma forma que foi feito com as medidas da amostra 1, foram feitos os cálculos de refletividade para cada ângulo (R_2), em função do tempo de decaimento medido, utilizando a seguinte equação:

$$R_2 = \left\{\frac{1}{2}\frac{L}{c}\left[\frac{1}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_0}\right]\right\} - \frac{E_{B2}}{2} \tag{89}$$

Utilizando como referencia a medida em 56º, dessa vez R_2 = 0, foi possível montar a tabela abaixo com as medidas calculadas a partir de (89):

Tabela 5 – Valores do cálculo de R_2 para cada ângulo medido tendo com referência em 56º R_2 = 0.

Ângulo (º)	R_2
37 ± 0,05º	0,0093 ± 0,0005
38 ± 0,05º	0,0090 ± 0,0005
39 ± 0,05º	0,0083 ± 0,0005
40± 0,05º	0,0076 ± 0,0005
41 ± 0,05º	0,0070 ± 0,0005
42 ± 0,05º	0,0062 ± 0,0005
43 ± 0,05º	0,0056 ± 0,0005
44 ± 0,05º	0,0050 ± 0,0005
45 ± 0,05º	0,0044 ± 0,0005
46 ± 0,05º	0,0038 ± 0,0005
47 ± 0,05º	0,0031 ± 0,0005
48 ± 0,05º	0,0027 ± 0,0005
49 ± 0,05º	0,0021 ± 0,0005
50 ± 0,05º	0,0018 ± 0,0005
51 ± 0,05º	0,0014 ± 0,0005
52 ± 0,05º	0,0011 ± 0,0005
53 ± 0,05º	0,0007 ± 0,0005
54 ± 0,05º	0,0005 ± 0,0005
55 ± 0,05º	0,0003 ± 0,0005
56 ± 0,05º	0
57 ± 0,05º	0,0004 ± 0,0005
58 ± 0,05º	0,0007 ± 0,0005
59 ± 0,05º	0,0010 ± 0,0005
60 ± 0,05º	0,0012 ± 0,0005
61 ± 0,05º	0,0018 ± 0,0005
62 ± 0,05º	0,0027 ± 0,0005
63 ± 0,05º	0,0041 ± 0,0005
64 ± 0,05º	0,0059 ± 0,0005

65 ± 0,05º	0,0074 ± 0,0005
66 ± 0,05º	0,0094 ± 0,0005

Com os dados da tabela 5 foi possível plotar, para cada ângulo sua respectiva medida de refletividade e obter o gráfico (figura 32).

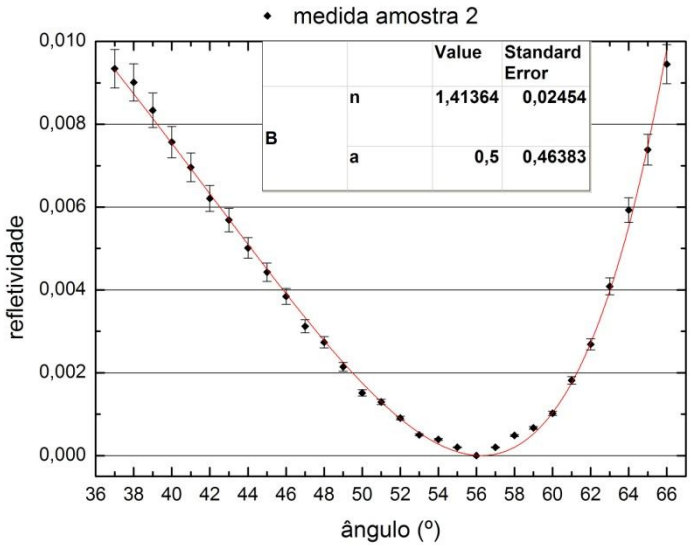

Figura 32 – Medida da refletividade em torno do ângulo de Brewster na amostra 2 de 0,1 mm de espessura.

Também como foi feito na amostra 1, para o cálculo do índice de refração utilizou-se a relação: $\theta_{\text{Brewster}} = \tan^{-1} n$, utilizando o ajuste de curva com o ângulo de 54,7º foi possível verificar que o índice de refração *n* da amostra 1 era de 1,41364 fornecido também pelo ajuste do programa. O fator *a* na curva de ajuste se refere ao erro associado do goniômetro conforme tabela 4. O ajuste de curva em vermelho apresenta a curva de refletividade obtida a partir das equações de Fresnel (apêndice B).

Ajustando a cavidade desobstruída para seu maior tempo de decaimento (aproximadamente 20 μs), foi possível verificar que o valor medido está próximo no valor da literatura, onde são utilizados espelhos com refletividade maior que 99,99% [41]. O valor medido na amostra 1 indica que o material é de BK7 e não quartzo, como supostamente aventado, pois o valor da literatura do índice de refração para o BK7, em 1053 nm, é de n_1 = 1,50678 [49] com ângulo de Brewster de 56,429º. Levantou-se a hipótese de que amostra 2 fosse feita de BK7, porém o valor medido indica que o material da amostra 2 é feito de sílica fundida, pois o valor da literatura do índice deste material, em 1053 nm, é de n_2 = 1,44976 [50] que está mais próximo com ângulo de Brewster de 55,403º. Pode-se verificar que o ajuste das curvas (fig. 29) e (fig. 30) tem o desvio padrão na quarta casa decimal para o índice de refração e o erro do ângulo é de ± 0,05º conforme tabelas 3 e 5. O ajuste considera esse erro máximo mostrando o melhor ajuste de curva.

Capítulo 6

Conclusões

A montagem da cavidade laser de duplo passo, emitindo em 1053 nm, foi efetuada adequadamente para gerar um pulso laser com nanosegundos de duração para ser utilizada como fonte de luz na técnica de espectroscopia de cavidade ressonante (CRDS). Utilizando uma tecnologia bem conhecida e documentada pela equipe do laboratório de desenvolvimento de lasers alocado ao Centro de Lasers e Aplicações (CLA) e com um cristal totalmente manufaturado nas dependências do CLA como meio ativo, foi possível emitir no modo TEM_{00} um laser pulsado com energia de 1,2 mJ, potência por pulso de 220 kW e duração de 5,5 ns (FWHM).

Com a técnica CRDS foi possível medir perdas com precisão de 0,045%, limitado pela precisão na medida de comprimento da cavidade, sendo que o máximo alcançado neste trabalho foi de 1,73% e o mínimo valor de 0,08%. Para a maioria dos componentes em um ressonador de LASER Raman, por exemplo, precisa-se de uma precisão da ordem de 0,05% a 0,15%, ou seja, este trabalho está no limite para medir perdas destes componentes. Essa limitação deve-se à fotomultiplicadora que possui 50 ns de tempo de resposta e também pelas perdas causadas por componentes ópticos que estão na faixa de 1 a 2%. Este trabalho é útil para medir amostras finas e sem *coating*, sendo que para uma amostra espessa de face plano-paralela, com *coating* no comprimento λ = 1053 nm, precisa-se somente saber a perda total. Com esse trabalho também foi possível medir o índice de refração, em 1053 nm, com precisão de cinco casas decimais.

Apêndice A

Lei das matrizes ABCD

No estudo da estabilidade do ressonador óptico é importante também a utilização das matrizes de transferência [42]. O princípio desse método está no fato de associar cada elemento óptico como: lente, espelho, ar e qualquer substrato que esteja no caminho óptico, com uma matriz 2X2. Inicialmente, considera-se um simples raio de luz que passa através de um sistema óptico como pode ser visto abaixo (figura A.1).

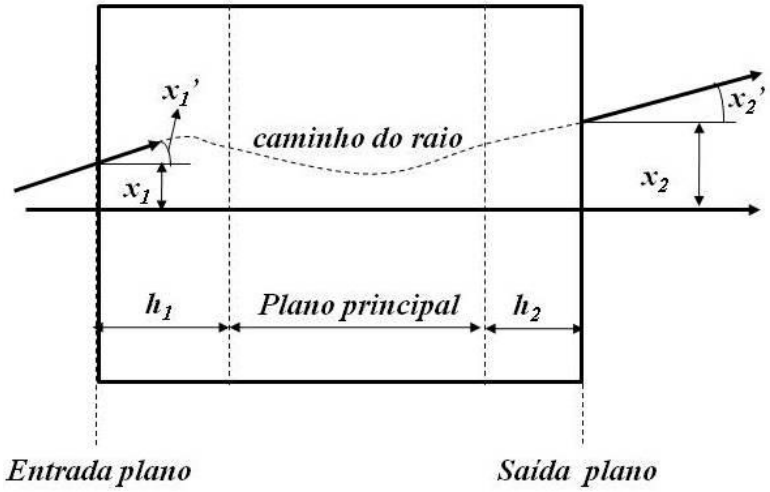

Figura A.1 – Planos de referência de um sistema óptico.

Assumindo-se que a inclinação *x'* do feixe é pequena. O caminho do raio depende das propriedades óticas e das condições de entrada no plano, isto é, a posição x_1 e a inclinação x_1' do raio na entrada do plano. Para os raios paraxiais as quantidades de saída do plano x_2 e x_2' são linearmente dependentes da entrada do plano. Desta forma é conveniente escrever na seguinte forma de matriz:

$$\begin{vmatrix} x_2 \\ x_2' \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x_1 \\ x_1' \end{vmatrix} \tag{A.1}$$

onde as inclinações são medidas positivas como indicado anteriormente (figura A.1). A matriz *ABCD* é chamada também de matriz de transferência de raio e geralmente é determinada por unidade:

$$\mathrm{AD} - \mathrm{BC} = 1 \tag{A.2}$$

Os elementos da matriz estão relacionados como comprimento focal f do sistema e para o local dos planos principais como:

$$f = -\frac{1}{C} \quad ; \quad h_1 = \frac{D-1}{C} \quad ; \quad h_2 = \frac{A-1}{C} \tag{A.3}$$

onde h_1 e h_2 são as distancias dos planos principais de entrada e saída conforme (figura A.1). Com a lei de Snell, $n_1/n_2 = \sin x_2'/\sin x_1'$, pode-se mostrar que [42]:

$$\mathrm{AD} - \mathrm{BC} = \mathrm{n}_1/\mathrm{n}_2 \tag{A.4}$$

onde n_1 e n_2 são os índices de refração do meio dos planos de entrada e saída.

A seguir é possível ver na tabela (A.1) o sistema óptico com sua respectiva matriz:

Tabela A.1 –Matrizes de transferência para elementos ópticos.

Matriz	Variáveis	Elemento
$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{n_1}{n_2} \end{pmatrix}$	Índice de refração n_1 e n_2	Interface dielétrica de um plano
$\begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	Distância = d	Índice de refração constante
$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix}$	f = distância focal da lente. Somente para distâncias $\gg$ espessura da lente.	Lente fina
$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R_C} & 1 \end{pmatrix}$	R_C = raio de curvatura	Reflexão em um espelho curvo

Apêndice B

Equações de Fresnel e Ângulo de Brewster

Amplitude das ondas refletidas e refratadas

Seja **E** a amplitude do vetor elétrico da onda plana harmônica que incide na interface de dois meios e sejam **E'** e **E''** as amplitudes das ondas refletida e transmitida respectivamente. Utilizando as equações de Maxwell [43] aplicadas para ondas harmônicas, chega-se as seguintes equações para amplitudes dos vetores magnéticos:

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu\omega}\mathbf{k} \times \mathbf{E} \quad \text{(incidente)} \tag{B.1}$$

$$\mathbf{H}' = \frac{1}{\mu\omega}\mathbf{k}' \times \mathbf{E}' \quad \text{(refletida)} \tag{B.2}$$

$$\mathbf{H}'' = \frac{1}{\mu\omega}\mathbf{k}'' \times \mathbf{E}'' \quad \text{(transmitida)} \tag{B.3}$$

Nota-se que as equações acima podem ser aplicadas tanto para valores instantâneos comuns de campo elétrico e magnético ou amplitude, desde que o valor exponencial seja $e^{i(\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}-\omega t)}$ [44]. Chama-se de onda *transversal elétrica* ou polarizada TE quando o vetor de onda incide perpendicular ao plano de incidência. Na onda *transversal magnética* ou polarizada TM o vetor de onda incide paralelo ao plano de incidência. Para aplicar as condições de limite, é necessário que os componentes tangenciais dos campos elétrico e magnético sejam contínuos quando o limite é ultrapassado. Isso significa que para a polarização TE **E + E' = E''**, e para polarização TM **H – H' = H''** [45]. Sendo assim:

Polarização TE

$$\begin{gathered} \mathbf{E} + \mathbf{E}' = \mathbf{E}'' \\ -\mathbf{H}\cos\theta + \mathbf{H}'\cos\theta = -\mathbf{H}''\cos\varphi \\ -\mathbf{kE}\cos\theta + \mathbf{k'E'}\cos\theta = -\mathbf{k''E''}\cos\varphi \end{gathered} \tag{B.4}$$

Polarização TM

$$\begin{gathered} \mathbf{H} - \mathbf{H}' = \mathbf{H}'' \\ \mathbf{kE} - \mathbf{k'E'} = \mathbf{k''E''} \\ \mathbf{E}\cos\theta + \mathbf{E}'\cos\theta = \mathbf{E}''\cos\varphi \end{gathered} \tag{B.5}$$

As equações (B.4) e (B.5) são definidas utilizando do fato que cada amplitude do campo magnético **H, H'** e **H''** é proporcional a **kE, k'E'** e **k''E''** respectivamente como indica as equações de (B.1) a (B.3). Os coeficiente de reflexão r_s e r_p e os

coeficientes de transmissão t_s e t_s podem ser definidos como razões de amplitude, sendo assim:

$$r_s = \left[\frac{\mathbf{E}'}{\mathbf{E}}\right]_{\mathrm{TE}} \qquad r_p = \left[\frac{\mathbf{E}'}{\mathbf{E}}\right]_{\mathrm{TM}} \qquad t_s = \left[\frac{\mathbf{E}''}{\mathbf{E}}\right]_{\mathrm{TE}} \qquad t_p = \left[\frac{\mathbf{E}''}{\mathbf{E}}\right]_{\mathrm{TM}}$$

Depois elimina-se ***E''*** das equações (B.4) e (B.5) e usando a *relação* $n = c/u = ck/\omega$ para obter as relações entre as amplitudes das ondas refletidas e das ondas incidentes:

$$r_s = \frac{\cos\theta - n\cos\varphi}{\cos\theta + n\cos\varphi} \tag{B.6}$$

$$r_p = \frac{-n\cos\theta + \cos\varphi}{n\cos\theta + \cos\varphi} \tag{B.7}$$

Sendo $n = n_2/n_1$

Equações de Fresnel

Utilizando a lei de Snell, $n = \sin\theta/\sin\varphi$, as equações para as amplitudes das ondas refletidas e refratadas podem ser expressas como [44]:

$$r_s = -\frac{\sin(\theta-\varphi)}{\sin(\theta+\varphi)} \tag{B.8}$$

$$t_s = \frac{2\cos\theta\sin\varphi}{\sin(\theta+\varphi)} \tag{B.9}$$

$$r_p = -\frac{\tan(\theta-\varphi)}{\tan(\theta+\varphi)} \tag{B.10}$$

$$t_p = \frac{2\cos\theta\sin\varphi}{\sin(\theta+\varphi)\cos(\theta-\varphi)} \tag{B.11}$$

Essas são chamadas de equações de Fresnel. Outro caminho para expressar a razão da amplitude da luz refletida é eliminando a variável φ nas equações (B.6) e (B.7) utilizando a lei de Snell. Assim o resultado é:

$$r_s = \frac{\cos\theta - \sqrt{n^2 - \sin^2\theta}}{\cos\theta + \sqrt{n^2 - \sin^2\theta}} \tag{B.12}$$

$$r_p = \frac{-n^2\cos\theta + \sqrt{n^2 - \sin^2\theta}}{n^2\cos\theta + \sqrt{n^2 - \sin^2\theta}} \tag{B.13}$$

A refletância é definida como a fração incidente da energia da luz que é refletida e pode-se denotar com os símbolos R_s e R_p para os casos TE e TM, respectivamente. Desde que a energia é proporcional ao quadrado absoluto da amplitude do campo, tem-se:

$$R_s = |r_s|^2 = \left|\frac{\mathrm{E}\prime}{\mathrm{E}}\right|^2_{\mathrm{TE}} \qquad R_p = |r_p|^2 = \left|\frac{\mathrm{E}\prime}{\mathrm{E}}\right|^2_{\mathrm{TM}} \tag{B.14}$$

Nas figuras B.1 e B.2 pode-se verificar a variação de [**E/E'**]^2 com o ângulo de incidência calculados da teoria anterior.

Para incidência normal ($\theta = 0$) R_s e R_p reduz para o mesmo valor, isto é

$$R_s = R_p = \left[\frac{n-1}{n+1}\right]^2 \tag{B.15}$$

Assim, para o vidro com n = 1.5 a refletância na incidência normal é igual 0,04 para interface ar-vidro. Neste caso, um instrumento óptico terá uma perda de 4 % de refletividade que poderá constituir uma grande perda global no sistema.

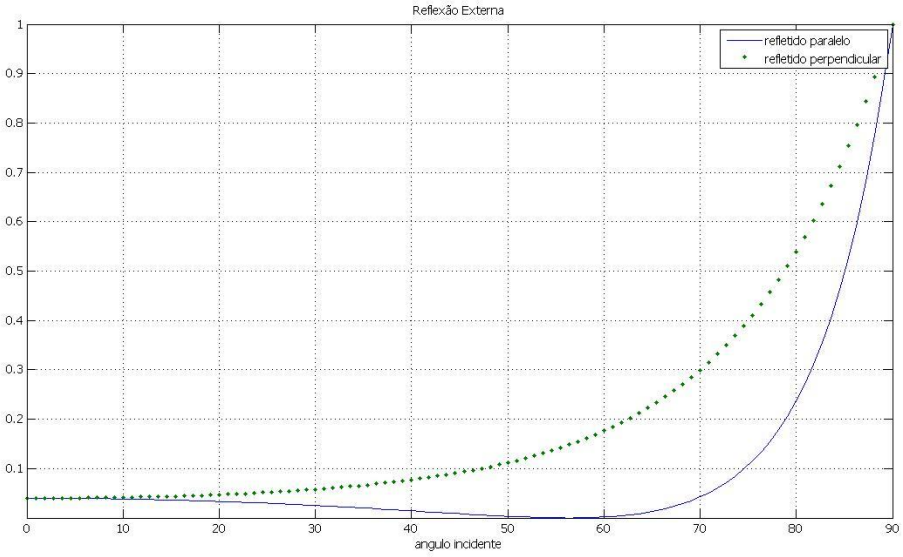

Figura B.1 – Gráfico de |E'/E|^2 versus ângulo de incidência, *n* = 1,5 para reflexão externa.

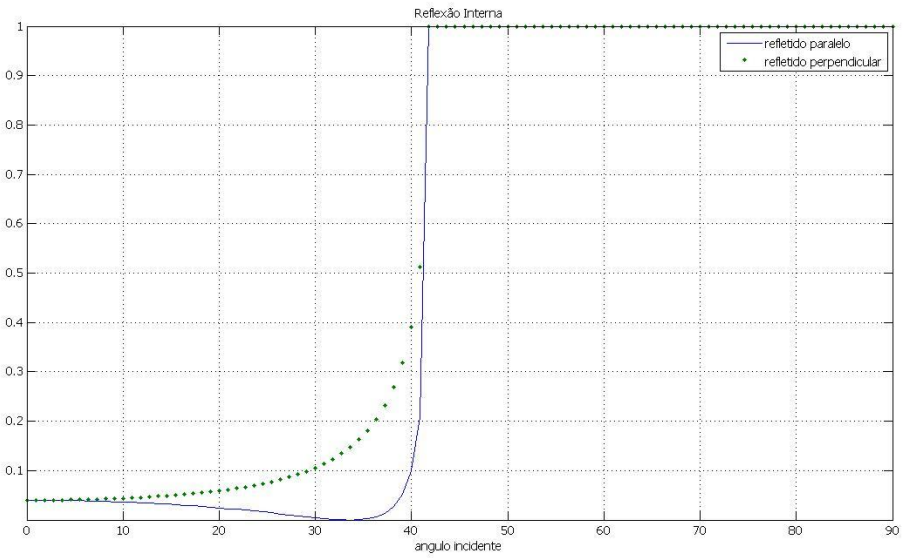

Figura B.2 – Gráfico de $|E'/E|^2$ versus ângulo de incidência, n = 1/1,5 para reflexão interna.

Reflexão Externa e Interna

Na discussão sobre a reflexão da luz entre valores de θ, pode-se distinguir entre duas possibilidades diferentes. Primeiro, no caso em que o índice de refração $n_2/n_1 = n$ é maior que uma unidade. Neste caso tem-se *a reflexão externa.* No segundo caso, quando o índice de refração é menor que uma unidade, chamamos de *reflexão interna.* No caso de $n > 1$, quando a reflexão externa as relações entre as amplitudes dadas pelas equações (B.6) até (B.11) são reais para todos os valores de θ. O calculo da refletância é perfeitamente claro. Para o caso de $n < 1$, no entanto podem existir valores de θ de tal modo que $sin\ \theta > n$. que é $\theta < sin^{-1}n$. O ângulo $sin^{-1}n$ é chamado de ângulo crítico. Assim, o ângulo crítico para o vidro comum onde o índice de refração é 1.5 é dado como:

$$\theta_{\text{crítico}} = \sin^{-1}\frac{1}{1.5} \approx 41 \text{ graus}$$

Ângulo de Brewster

Da equação (B.13) que dá a razão de amplitude para a reflexão no caso TM, pode-se verificar que o ângulo de reflexão é zero para um angulo de incidência particular, que é

$$\theta = \tan^{-1} n \qquad \text{(B.16)}$$

Esse ângulo é chamado de ângulo polarizado ou ângulo de Brewster. No exemplo anterior das figuras (B.1) e (B.2), utilizamos o n = 1.5, assim tem-se:

$$\theta_{\text{Brewster}} = \tan^{-1} 1.5 \approx 57 \text{ graus} \tag{B.17}$$

$$\theta_{\text{Brewster}} = \tan^{-1}\left(\frac{1}{1.5}\right) \approx 33 \text{ graus} \tag{B.18}$$

Estritamente falando, o ângulo de Brewster é função de comprimento de onda por causa da dispersão. Todavia, a variação ao longo do espectro visível é pequena.

Imagine uma luz não polarizada que incide em uma superfície em ângulo de Brewster, a luz refletida torna-se linearmente polarizada com o vetor elétrico transverso com o plano de incidência. A luz transmitida é parcialmente polarizada. Apesar de o feixe refletido ser completamente polarizado, uma pequena fração da luz refletida, isto é, aproximadamente 15% da componente TE da interface ar-vidro, o índice de refração sendo 1.5, daí a produção da luz polarizada pela reflexão no ângulo de Brewster não ser muito eficiente.

Janela de Brewster

Supondo que tem-se um feixe de luz linearmente polarizado no modo TM e este incide em ângulo de Brewster em um vidro laminado com as faces paralelas, como mostra a figura (B.3). Teoricamente, não tem nenhuma luz refletida na primeira face. Também, teoricamente, não existe nenhuma reflexão interna na segunda face. Pode-se verificar que toda luz é transmitida, ou seja, tem-se uma janela perfeita. Estes dispositivos são chamados de janela de Brewster [46].

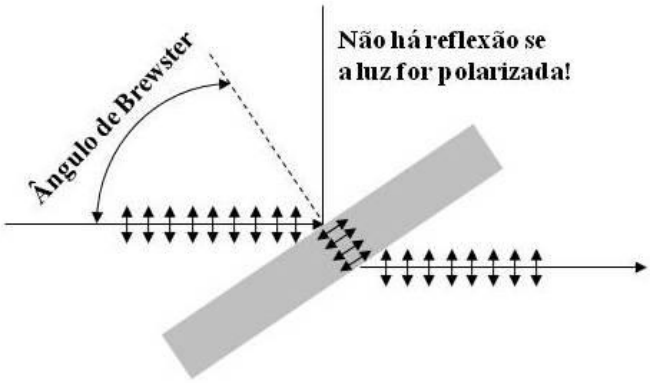

Figura B.3 – Janela de Brewster.

Apêndice C

Rotação de Faraday e Isolador óptico

Na rotação Faraday ocorrem dois fenômenos: o efeito Faraday é um fenômeno óptico-magnético e ocorre a interação entre a luz e o campo magnético. A rotação do plano de polarização é proporcional a intensidade do componente do campo magnético na direção do feixe de luz [48]. A relação entre o ângulo de rotação da polarização e o campo magnético em um material diamagnético é:

$$\beta = vBd \tag{C.1}$$

onde β é o ângulo da rotação em radianos, B é a densidade de fluxo magnético na direção de propagação em Tesla (Wb/m^2), d é a distância, em *metros*, onde a luz e o campo magnético interagem e v é a constante de Verdet para o material. Como exemplo, para água na temperatura de 20ºC, a constante de Verdet é 2.8×10^{-5} *rad*/Tm.

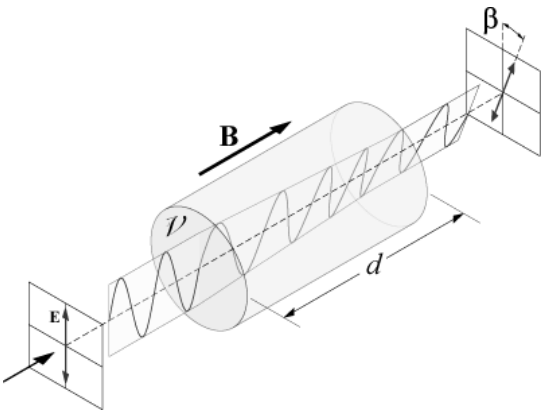

Figura C.1 – Rotação do plano de polarização de um meio opticamente ativo.

Basicamente, o isolador óptico é constituído por: um polarizador de entrada, um rotator de Faraday e um polarizador de saída. O polarizador de entrada funciona como um filtro para permitir somente a luz polarizada linearmente no rotador Faraday. O elemento de Faraday gira a polarização da luz de entrada, p. ex. de 45 °, após sai através de outro polarizador linear. A luz de saída é agora rotacionada de 45 ° em relação ao sinal de entrada. No sentido inverso, o rotator de Faraday continua a rodar a polarização da luz na mesma direção que o fez na direção de entrada, de modo que a polarização da luz é agora rodada de 90 ° em relação ao sinal de entrada. A Polarização desta luz é

agora perpendicular ao eixo de transmissão do polarizador de entrada, e como resultado, a energia é refletida ou absorvida em função do tipo de polarização.

REFERÊNCIAS

1) FORRESTER, P. A. & HULME, K. F., Laser rangefinders, **Optical and Quantum Electronics**, v.13, p. 259-293, 1981.

2) LANDULFO, E.; PAPAYANNIS, A.; DE FREITAS, A. Z.; VEIEIRA, N. D.; SOUZA, R. F.; GONÇALVES, A.; CASTANHO, A. D. A.; ARTAXO, P.; SANCHEZ-CCOYLLO, O. R.; MOREIRA, D. S. & JORGE, M. P.; Thopospheric aerosol observations in São Paulo, Brazil using a compact lidar system, **International Journal of Remote Sensing,** v.26, nº13, p.2797-2816, 2005.

3) GOMES, H.; BOARI, D.; ZEZELL, D. M.; EDUARDO, C. D.; Nd:YAG Laser in caries prevention: clinical trial, **Journal of Dental Research,** v. 80, nº4, p.1089-1102, 1995.

4) KASSI, S.; ROMANINI, D.; CAMPARGUE, A.; BUSSERY-HONVAULT, B. Very high sensitivity CW-Cavity ring down spectroscopy: Application to the $a^1\Delta g(0)$-$X^3\ \Sigma_g^-$ (1) O_2 band near 1.58 μm. **Chemical Physics Letters**, vol. 409 – p.281-287, 2005.

5) BARNES, N. P.; Diode-pumped solid-state laser, **Journal Applied Physics**, 44, 230, 1973.

6) TIDWELL, S. C.; SEAMANS, J. F.; HAMILTON, C. E.; MULLER, C. H.; LOWENTHAL, D. D., Efficient , 15-W output Power, diode-end-pumped Nd:YAG laser. **Optics Letters**, vol. 16, n.8, pp. 584-586, 1991.

7) KELLER, U.; MILLER, D. A. B.; BOYD, G. D.; CHIU, T. H.; FERGUSON, J. F., & ASOM, M. T., Solid-state low-loss intracavity saturable absorber for Nd:YLF lasers: an antiresonant semiconductor Fabry–Perot saturable absorber, **Optics Letters**, vol. 17, ed. 7, pp. 505-507, 1992.

8) SAKURAI, J. J., **Advanced Quantum Mechanics,** Addison-Wesley Pub. Co, 1967.

9) SVELTO, O. **Principles of Lasers,** 4th. Ed., New York, Springer, 1996.

10) KOECHNER, W. **Solid-State Laser Engineering,** 5th. Ed., New York, Springer**,** 2006.

11) SILFVAST, W. T., **Lasers Fundamentals**, Cambridge, Eng., New York, Cambridge University Press, 1996.

12) SIEGMAN, A. E., **Lasers,** Mills Valley, Calif., University Science Books, 1986.

13) HALL, D. R. & JACKSON, P. E. **The physics and technology of laser resonators,** Hilgler 1989.

14) KOGELNIK, H. & LI, T., Laser beams and resonators, **Applied Optics,** v. 5, nº10, p. 1550-1567,1966.

15) BAKER, H. J., Mode-matching techniques as an aid to laser cavity alignment, **Optica Acta,** v. 27, nº 7, p. 897-903, 1980.

16) YARIV, A., **Quantum Electronics**, 3th ed., John Wiley and Sons, New York, 1989.

17) MINASSIAN, A., THOMPSON, B. & DAMZEN, M. J., Ultrahigh-efficinecy TEM_{00} diode-side-pumped Nd:YVO4 laser, **Applied Physics B-Lasers and Optics,** vol. 76, pp. 341-343, 2003.

18) WAGNER, W. G. & LENGYEL, B. A., Evolution of the giant pulse in a laser, **Journal Applied Physics**, vol. 34, pp. 2040-2046, 1963.

19) KAY, R. B. & WALDMAN, G. S., Complete solutions to the rate equations describing Q-spoiled and PTM laser operation, **Journal Applied Physics**,vol. 36, pp. 1319-1323, 1965.

20) DEGAN, J. J., Theory of the Optimally Coupled Q-Switched Laser, **IEEE Journal of Quantum Electronics**, vol. 25, nº 2, 1989.

21) _____, Optimization of Passively Q-Switched Lasers, **IEEE Journal of Quantum Electronics**, vol. 31, nº 11, 1995.

22) KAMINSKII, A. A., **Lasers Crystals: Their Physics and Properties.** Springer-Verlag, New York, 1996.

23) POLLNAU, M.; HARDMAN, P.J.; KERN, M. A.; CLARKSON, W. A.; HANNA, D. C., Upconversion-induced heat generation and thermal lensing in Nd:YLF and Nd:YAG, **Physical Review B,** v.58, nº 24, p. 16076 – 16092, 1998.

24) BARNES, N. P., STORM, M. E., CROSS, P. L., SKOLAUT JR., M. W., Efficiency of Nd laser materials with laser diode pumping. **Journal of Quantum Electronics,** vol. 26, nº 3, p. 558-569, 1990.

25) MORRISON, G.R., EBRAHIRNZADEH, M., ERA, C. F. & DUNN, M.H.; Diode-pumped, Q-switched, 1.321 pm Nd:YLF laser and its frequency doubling, **Optics Communications,** vol. 118, p. 55-60, 1995.

26) MURRAY, J. E., Pulsed Gain and Thermal Lensing of Nd:$LiYF_4$, **Quantum Electronics Letters,** vol. QE-19, nº 4, 1983.

27) BERNHARDI, H. E.; FORBES, A.; BOLLIG, C. and ESSER, M. J. D., Estimation of thermal fracture limits in quasi-continuous-wave end-pumped lasers through a time-dependent analytical model, **Optics Express**, vol. 16, p. 11115-11123, 2008.

28) EGGLESTON, J. M., KANE, T. J., KUHN, K., UNTERNAHER, J., BYER, R. L., The Slab Geometry Laser: part 1, **Journal of Quantum Electronics**, vol. 20, p. 289-301, 1984.

29) BAER, T.M., HEAD, D. F, GOODING, P., KINTZ, G. J., HUTCHISON, S., Performance of Diode-Pumped Nd : YAG and Nd : YLF Lasers in a Tightly Folded Resonator Configuration, **Journal of Quantum Electronics,** vol. 28, nº4, 1992.

30) O'KEEFE, A. & DEACON, D. A. G., Cavity ring-down optical spectrometer for absorption measurements using pulsed laser sources, **Review of Scientific Instruments**, 59, 2544, 1988.

31) ANDERSON, D. Z.; FRISCH, J. C.; MASSER, C. S., Mirror reflectometer based on optical cavity decay time, **Applied Optics,** vol. 23, p. 1238-1245, 1984.

32) BERDEN, G.; PEETERS, R. & MEIJER, G., Cavity ring-down spectroscopy: Experimental schemes and applications, In t. **Reviews in Physical Chemistry**, v. 19, nº 4, p.565-607, 2000.

33) JONGMA, R.T., BOOGAARTS, M. G. H., HOLLEMAN, I, MEIJER, G., Trace gas detection with cavity ring down spectroscopy, **Rev. ScL. Instrum**. 66 (4), 1995.

34) NAKAEMA, W. M., **Espectroscopia de cavidade ressonante tipo Ring-Down Supercontinuum resolvida no tempo para detecção de multicomponentes gasosos,** Tese – Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares, São Paulo, 2010.

35) SOUSA, E. C., **Otimização da eficiência do modo TEM_{00} em lasers de Nd:YLF de alta potência bombeados lateralmente**, Dissertação – Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares, São Paulo, 2008.

36) WETTER, N. U., SOUSA, E. C., RANIERI, I. M., BALDOCHI, S. L., Compact, diode-side-pumped Nd3+:YLiF4 laser at 1053 nm with 45% efficiency and diffraction- limited quality by mode controlling, **Optics Letters**, vol. 34, pp. 292-294, 2009.

37) _____, CAMARGO, F. A., SOUSA, E. C., RANIERI, I. M., BALDOCHI, S. L, Efficient and compact diode-side-pumped Nd:YLF laser operating at 1053 nm with high beam quality, **Journal of Optics A: Pure Applied Optics,** vol. 10, 2008.

38) DEANA, M. A., WETTER, N. U., SOUSA, E. C., RANIERI, I. M., BALDOCHI, S. L, 1kHz repetition rate, mode-controlled, passively Q-switched Nd:YLF laser operating at 1053 nm, **Proc. of SPIE Vol. 8235, 82350G,** 2012.

39) LEHMANN, K. K.; BERDEN, G.; ENGELN, R., An Introduction to Cavity Ring-Down Spectroscopy. In: Berden, G.; Engeln, R. **Cavity Ring-Down Spectroscopy – Techniques and Applicantions,** U. K., John Wiley and Sons Ltd, 2009.

40) BEVINGTON, P. R. & ROBINSON, D. K., **Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences,** 3th ed., McGraw Hill, 2003.

41) YANG, D., JIANG, Y., ZHAO, J., DI, N., Measurement of low loss and mirrors' reflectivity using cavity ring down spectroscopy with high accuracy, **Proc. of SPIE vol. 6150, 615007**, 2006.

42) PEDROTTI, F. L. & PEDROTTI, L. S.; **Introduction to Optics,** 2th ed., Englewood Cliffs, N.J., Prentice Hall, 1993.

43) JACKSON, J. D., **Classical Electrodynamics,** 3th ed., Wiley, 1998.

44) BORN, M. & WOLF, E. , **Principles of Optics**. New York: Mac-millan, 1964.

45) FOWLES, G. R.; **Introduction to modern optics**, New York, Holt, Rinehart and Winston, 1975.

46) GOODMAN, J. W.; **Laser Applications**, New York, Academic Press, 1980.

47) FRANCOIS, G. E., LIBRECHT, F. M. & ENGELEN, J. J., Mode Matching with a Single Thin Lens**; Applied Optics,** vol. 10, nº 5, p.1157 – 1159, 1971.

48) YARIV, A. & YEH, P, Photonics - Optical Electronics in Modern Communications, New York, **Oxford University Press**; 6th ed., 2007.

49) Disponível em: http://refractiveindex.info/legacy/?group=GLASSES&material=BK7 acesso em: 05/06/2014.

50) Disponível em: http://refractiveindex.info/legacy/?group=GLASSES&material=F_SILICA acesso em: 05/06/2014.