INSTITUTO DE PESQUISAS ENERGÉTICAS E NUCLEARES

Autarquia Associada à Universidade de São Paulo

**Modelo numérico para cálculo do Transitório Hidráulico e Interação
Fluido-Estrutura em sistemas de transporte de fluidos**

RAFAEL SANT'ANNA PINTO DE ALMEIDA

Dissertação apresentada como parte dos
requisitos para obtenção do Grau de
Mestre em Ciências na Área de
Tecnologia Nuclear- Reatores

Orientador:

Prof. Dr. Marcelo da Silva Rocha

Coorientador:

Delvonei Alves de Andrade

São Paulo

2018

INSTITUTO DE PESQUISAS ENERGÉTICAS E NUCLEARES
Autarquia Associada à Universidade de São Paulo

Modelo numérico para cálculo do Transitório Hidráulico e Interação
Fluido-Estrutura em sistemas de transporte de fluidos

Versão Corrigida

Versão Original disponível no IPEN

RAFAEL SANT'ANNA PINTO DE ALMEIDA

Dissertação apresentada como parte
dos requisitos para obtenção do Grau de
Mestre em Ciências na Área de
Tecnologia Nuclear- Reatores

Orientador:
Prof. Dr. Marcelo da Silva Rocha

Coorientador:
Delvonei Alves de Andrade

São Paulo

2018

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho,
para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte

Como citar:

ALMEIDA, R. S. P. d. ***Modelo numérico para cálculo do Transitório Hidráulico e Interação Fluido-Estrutura em sistemas de transporte de fluidos***. 2018. 97 p.
Dissertação (Mestrado em Tecnologia Nuclear), Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares, IPEN-CNEN/SP, São Paulo. Disponível em: (data de consulta no formato: dd/mm/aaaa)

Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema de geração automática da Biblioteca IPEN/USP,
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Almeida, Rafael Sant'Anna Pinto de
Modelo numérico para cálculo do Transitório Hidráulico e
Interação Fluido-Estrutura em sistemas de transporte de
fluidos / Rafael Sant'Anna Pinto de Almeida; orientador
Marcelo da Silva Rocha; co-orientador Delvonei Alves de
Andrade. -- São Paulo, 2018.
97 p.

Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em
Tecnologia Nuclear (Reatores) -- Instituto de Pesquisas
Energéticas e Nucleares, São Paulo, 2018.

1. Transitórios Hidráulicos. 2. Interação Fluido-Estrutura.
3. Método das Características. 4. Modelo numérico. I. Rocha,
Marcelo da Silva, orient. II. Andrade, Delvonei Alves de,
co-orient. III. Título.

DEDICATÓRIA

A Deus, a minha família e aos meus pais.

AGRADECIMENTOS

A conclusão deste trabalho é uma enorme satisfação pessoal. Sei, entretanto, que sozinhos nada somos. Por este motivo eu gostaria de agradecer a todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para o sucesso deste empreendimento.

Primeiramente a Deus, pela minha vida e de minha família. Obrigado.

À minha família. Raíssa minha esposa querida, obrigado por sempre estar ao meu lado me apoiando e por me mostrar o que de fato é importante na vida. Maria Catarina e Emmanuel, vocês são minha maior motivação. Obrigado.

Aos meus pais, Neuzmar e Roberto, pelo apoio incondicional e principalmente pelos valores que deixaram como legado para mim. Obrigado.

Aos meus sogros Regina e Fernando que, como bibliotecários de ofício, contribuíram enormemente com este projeto. Obrigado.

Ao Prof. Dr. Marcelo da Silva Rocha, meu orientador, pelos valorosos ensinamentos passados e pela paciência com seu orientado. Muito obrigado.

Ao Prof. Dr. Delvonei Alves de Andrade pela prontidão em me ajudar sempre que foi necessário. Obrigado.

Aos membros da banca, Prof. Dr. Edevar Luvizotto Júnior e Prof. Karl Peter Burr por aceitarem participar e desta forma contribuir com o presente trabalho. Obrigado

À Marinha do Brasil pela grande oportunidade de realizar este curso. Obrigado.

Ao CF (EN) André Ricardo pela confiança e apoio. Obrigado.

Aan professor Arris S. Tijsseling (Technische Universiteit Eindhoven). Uw Bereidheid Te helpen was cruciaalvoor de voltooiing van ditwerk. Bedankt.

Especialmente ao Prof. Dr. Valério Almeida da EPUSP (Eng. Civil). Escrevo sem medo de errar: sem a vossa orientação, ensinamentos e apoio este trabalho não estaria sendo concluído. Muitíssimo obrigado.

“A única revolução possível é dentro de nós”

“A satisfação está no esforço e não
apenas na realização final”

(Mahatma Gandhi)

RESUMO

ALMEIDA, Rafael S. P. **Modelo Numérico para Cálculo do Transitório Hidráulico e Interação Fluido-Estrutura em Sistemas de Transporte de Fluidos**. 2018. 97 p. Dissertação (Mestrado em Tecnologia Nuclear) Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares – IPEN, São Paulo.

Sistemas de transporte de fluidos são largamente utilizados na engenharia e estão frequentemente sujeitos a manobras que podem provocar grandes flutuações de pressões, denominados Transitórios Hidráulicos. A severidade, assim como os danos causados pelos Transitórios Hidráulicos podem ser tais que reclamam a atenção dos projetistas de transporte de fluidos na fase de dimensionamento do sistema. A análise e compreensão dos transitórios hidráulicos são muito importantes para a engenharia, demandando o desenvolvimento de ferramentas (códigos computacionais específicos) para tal. Este trabalho trata do estudo dos transitórios hidráulicos e do desenvolvimento de um código numérico computacional para simular transitórios hidráulicos com Interação Fluido-Estrutura unidimensionais em sistemas de tubulações de transporte de fluidos. Os problemas de Interação Fluido-Estrutura considerados neste trabalho são problemas de valor inicial e de contorno, caracterizados por um sistema de equações diferenciais parciais hiperbólicas que descrevem, simultaneamente, a propagação de ondas de pressão no líquido e de ondas de esforços axiais. O método de resolução do sistema de equações diferenciais parciais hiperbólicas é o Método das Características associado a um procedimento de diferenças finitas e um método de interpolações lineares. O procedimento numérico proposto é validado contra dados experimentais disponíveis na literatura para um sistema composto por um reservatório com nível constante à montante, um tubo reto e uma válvula acoplada à jusante, podendo a mesma estar rigidamente fixa ou livre para movimentar-se.

Palavras-chave: Transitórios Hidráulicos, Interação fluido-estrutura, Método das características, Modelo numérico.

ABSTRACT

ALMEIDA, Rafael S. P. **Numerical Model for Calculation of Hydraulic Transient and Fluid-Structure Interaction in Fluid Transport Systems**. 2018. 97 p. Dissertação (Mestrado em Tecnologia Nuclear) Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares – IPEN, São Paulo.

Fluid transport systems are widely used in engineering and are often subject to maneuvers that can cause large pressure fluctuations, called Hydraulic Transients. The phenomenon severity, as well as its damage, may be such that they demand the attention of the fluid transport designers during the design phase of the project. The analysis and understanding of Hydraulic Transients are very important for the engineering, demanding the development of tools (specific computational codes) for such. This work deals with the study of Hydraulic Transients and the development of a computational numerical code, to simulate Hydraulic Transients with Fluid-Structure Interaction (one-dimension) in systems of pipes of transport of fluids. The Fluid-Structure Interaction problems considered here are of initial value and boundary type problems characterized by a system of hyperbolic partial differential equations that simultaneously describe the propagation of pressure waves in the fluid and of axial stress waves in the structure. The Method of Characteristics was used for solving the hyperbolic partial differential equations system, associated with finite differences and linear interpolations procedures. The proposed numerical procedure was validated against experimental data available in the literature for a system composed of a reservoir with upstream constant level, a straight pipe and a valve coupled downstream, which can be rigidly fixed or free to move.

Keywords: Hydraulic Transients, Fluid-Structure Interaction, Method of Characteristics, Numerical Model.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	10
LISTA DE TABELAS	13
LISTA DE SÍMBOLBOS	14
1 INTRODUÇÃO	17
1.1 Transitórios Hidráulicos	17
1.2 Transitórios Hidráulicos em reatores Nucleares	22
1.3 Modelos Matemáticos	25
1.4 Interação Fluido-Estrutura	25
1.5 Objetivos	28
1.6 Organização do trabalho	28
2 REVISÃO DA LITERATURA	29
2.1 Transitórios Hidráulicos	30
2.2 Interação Fluido-Estrutura	34
2.3 Modelos Teóricos	38
2.4 Métodos de solução	40
3 MÉTODOS MATEMÁTICOS	44
3.1 Introdução	45
3.2. Transitórios Hidráulicos	45
3.2.1 O Modelo Rígido	45
3.2.2 O Modelo Elástico	49
3.3 Método das Características	56
3.4 Interação Fluido-Estrutura	58
3.5 Conclusões Parciais dos Modelos	62
4 MODELO NUMÉRICO	63
4.1 Integração das equações de compatibilidade	64
4.2 Malhas Computacionais	66
4.3 Condições Iniciais.....	67
4.4 Condições de Contorno	68
4.5 Código Computacional	69
5 RESULTADOS E DISCUSSÕES	73

5.1 Transitórios Hidráulicos	74
5.1.1 Análise do efeito da geometria da válvula	74
5.1.2 Análise do efeito do fator de atrito	76
5.1.3 Análise do efeito do tempo de fechamento da válvula	78
5.2 Interação Fluido Estrutura	80
5.2.1 Validação do código FSI_01	81
5.2.2 Análises com o código FSI_01	85
6 CONCLUSÕES	92
7 SUGESTÕES E CONTINUIDADE	94
8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS	95

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Sistema reservatório tubo-válvula.....	18
Figura 2 – Diagrama ilustrando o primeiro período completo de uma onda gerada por uma manobra de fechamento de válvula.	19
Figura 3 - Ilustração exemplificando a variação de pressão ao longo do tempo durante o transitório hidráulico, onde: P_i – pressão inicial do sistema; P_f – pressão final do sistema; P_{max} – pressão máxima atingida; P_{min} – pressão mínima atingida (subpressão); T_i – tempo de início do transitório; e T_f – tempo final do transitório.	20
Figura 4 - Imagens de antes e depois do desastre na UHE de Sayano Shusheskaya <i>Fonte: archive.boston.com</i>	22
Figura 5 - Eventos de Golpe de aríete reportados por ano.	23
Figura 6 – Quantitativo total de eventos reportados.....	24
Figura 7 – Percentual do total de eventos reportados por tipo de evento.	24
Figura 8 – Fontes de transitórios hidráulicos e excitação da tubulação.	27
Figura 9 - Mecanismo do acoplamento de Poisson.	34
Figura 10 - Mecanismos do acoplamento de Poisson.....	35
Figura 11 - Gravação simultânea de pressão e movimento circunferencial em seção de um tubo de aço durante transitório hidráulico causado pela parada de uma bomba.	37
Figura 12 – Quatro primeiras formas do modo circunferencial do modelo de casca .	38
Figura 13 - Volume de controle mostrando as forças atuantes em um instante t ..	44
Figura 14 - Corte longitudinal e transversal em uma seção de tubo. São mostradas as tensões axiais (σ_x), circunferenciais (σ_ϕ) e radiais (σ_r) que atuam no tubo devido a um aumento de pressão interna.	50
Figura 15 - Linhas características no plano x - t	56
Figura 16 - Modelo reservatório tubo-válvula.....	63
Figura 17 - Pontos P e A _i no plano x - t e linhas características.	64
Figura 18 - Malha de processamento baseada na onda de pressão: $\Delta x = a_f \cdot \Delta t$. Há necessidade de interpolação dos pontos A3 e A4.....	66
Figura 19 – Ponto A3 situado no limite à montante do tubo.....	66

Figura 20 - fluxograma dos códigos numéricos computacionais desenvolvidos. ..	69
Figura 21 - Comparação de resultados de $P(t)$ na seção da válvula ($x=L$) entre as condições de fechamento não instantâneo $T_c = 3,0s$ e $T_c=5,0s$. Dados de entrada: Tabela 1.	74
Figura 22 – Comparação de resultados de $H(t)$ na seção da válvula ($x=L$) entre diversas condições de fechamento da válvula. Dados de entrada: Tabela 1.	74
Figura 23 – Resultado de $P(t)$ na seção da válvula ($x=L$). $Fat=0,02$ e $Fat=0,03$. Dados de entrada: Tabela 1 ($T_c=1s$).	75
Figura 24 - Resultados de $P(t)$ na seção da válvula ($x=L$) para diferentes valores de Fator de atrito (Fat). Dados de entrada: Tabela 1 ($T_c=1s$).	76
Figura 25 - Variação dos coeficientes de descarga vs abertura para válvulas Globo, Cone e Borboleta.	77
Figura 26 - Variação da pressão representada no plano espaço-tempo.	78
Figura 27 - Modelo reservatório tubo-válvula do problema de referência “A” da <i>Deft Hydraulics</i>	79
Figura 28 - Comparação entre os resultados obtidos com o código FSI_01 e a solução exata obtido por Tijsseling (2003). O gráfico mostra $P(t)$ na seção da válvula. $T_c = 0$	80
Figura 29 - Comparação entre os resultados obtidos com o código FSI_01 e a solução exata obtida por Tijsseling (2003). O gráfico mostra Tensão vs Tempo na seção da válvula. $T_c = 0$	81
Figura 30 - Comparação entre os resultados obtidos com o código FSI_01 e a solução exata obtida por Tijsseling (2003). O gráfico mostra Velocidade do fluido vs Tempo na seção da válvula. $T_c = 0$	81
Figura 31 - Comparação entre os resultados obtidos com o código FSI_01 e a solução exata obtida por Tijsseling (2003). O gráfico mostra $P(t)$ na seção da válvula. $T_c = 30ms$	82
Figura 32 – Comparação entre as análises sem IFE e utilizando o acoplamento de Poisson. Pressão na seção da válvula para o problema de referência “A” com fechamento instantâneo e válvula rigidamente ancorada.	83
Figura 33 – Comparação entre as análises sem IFE e utilizando os acoplamentos de Poisson e de Junção. Pressão na seção da válvula para o problema de referência “A” com fechamento instantâneo e válvula livre para movimentar-se.	84

Figura 34 - Comparação da análise sem IFE, utilizando o acoplamento de Poisson e usando os acoplamentos Poisson e Junção. $P(t)$ na seção da válvula para o problema de referência “A” com fechamento instantâneo e válvula livre para movimentar-se. $T_c = 0$.	85
Figura 35 – Efeito do transitório hidráulico com IFE em diferentes seções da tubulação. Problema de referência “A” com fechamento instantâneo e válvula livre para movimentar-se.	86
Figura 36 – Efeito do transitório hidráulico em todas as seções do tubo. Problema de referência “A” com fechamento instantâneo e válvula livre para movimentar-se.	87
Figura 37 – Comparação de resultados obtidos com o código FSI_01 entre diferentes tempos de fechamento da válvula para uma dada condição. O gráfico mostra Pressão vs Tempo na seção da válvula.	87
Figura 38 - Comparação de resultados obtidos com o código FSI_01 entre diferentes tempos de fechamento da válvula para uma dada condição. O gráfico mostra Pressão vs Tempo na seção da válvula.	88
Figura 39 - Comparação entre os resultados obtidos com o código TH_01, FSI_01 e a solução exata obtida por Tijsseling (2003). O gráfico mostra Pressão vs Tempo na seção da válvula. $T_c = 30\text{ms}$.	89
Figura 40 - Comparação entre os resultados obtidos com o código TH_01 e FSI_01. O gráfico mostra Pressão vs Tempo na seção da válvula. $T_c = 50\text{ms}$.	90
Figura 41 - Comparação entre os resultados obtidos com o código FSI_01 solução exata obtida por Tijsseling (2003). O gráfico mostra deslocamento radial vs Tempo na seção da válvula. $T_c = 0\text{s}$	91

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Variáveis utilizadas no programa.....	71
Tabela 2 - Dados de entrada no programa (Tullis, 1989).....	73
Tabela 3 - Dados de entrada (<i>DELFT HYDRAULICS Benchmark problem A</i>):	79

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolo – Denominação [Unidade]

x – coordenada espacial longitudinal [m];

dx – distância infinitesimal [m];

t – coordenada temporal [s];

dt – tempo infinitesimal [s];

T_i – tempo de início do transitório [s];

T_f – tempo final do transitório [s];

α – velocidade de propagação de uma oscilação de pressão [m/s];

c_f – velocidade do som no fluido [m/s];

P – pressão piezométrica [N/m^2];

P_i – pressão inicial [N/m^2];

P_f – pressão final [N/m^2];

P_{max} – pressão máxima atingida [N/m^2];

P_{min} – pressão mínima atingida (subpressão) [N/m^2];

dp – volume infinitesimal [m^3];

p_r – pressão resultante [N/m^2];

P_e – pressão externa ao tubo [N/m^2];

H – altura piezométrica [m];

H_u – altura piezométrica à montante [m];

H_d – altura piezométrica à jusante [m];

v – volume inicial do fluido [m^3];

dv – volume infinitesimal [m^3];

PHR – plano horizontal de referência;

Z – altura de referência da tubulação em relação ao PHR(PHR) [m];

ρ_f – massa específica do fluido [Kg/m^3];

ρ_t – massa específica do material do tubo [Kg/m^3];

g – aceleração da gravidade [m/s^2];

Q – vazão média do fluido [m^3/s];

V – velocidade média do fluido [m/s].

V_0 – velocidade inicial do fluido [m/s];

V_{rel} – velocidade relativa entre o fluido e a parede do tubo [m/s];

a_f – celeridade da onda de pressão no fluido [m/s];

a_t – celeridade da onda de tensão no tubo [m/s];

$\bar{a}_f$ – valor ajustado da velocidade de propagação da onda de pressão [m/s];

$\bar{a}_t$ – valor ajustado da velocidade de propagação da onda de tensão [m/s];

K_f – módulo de elasticidade do fluido [N/m^2];

e – espessura da parede do tubo [m];

E – módulo de Young (módulo de elasticidade) do material do tubo [N/m^2];

C – coeficiente relacionado com os graus de liberdade do tubo;

τ_w – tensão de cisalhamento entre fluido e a parede do tubo [N/m^2];

τ_o – tensão de cisalhamento média entre fluido e a parede do tubo [N/m^2];

ϵ_x – deformação axial do tubo [m];

ϵ_ϕ – deformação circunferencial do tubo [m];

ϵ_r – deformação radial do tubo [m];

$d\epsilon_\phi^x$ – deformação parcial relativo (direção circunferencial) [m];

$d\varepsilon_\phi$ – deformação circunferencial total [m];

σ – tensão [N/m²];

σ_x – tensão axial [N/m²];

σ_ϕ – tensão circunferencial (*hoop stress*) [N/m²];

$\overline{\sigma_\phi}$ – tensão circunferencial média [N/m²];

$\overline{\sigma_x}$ – tensão axial média [N/m²];

$d\sigma_\phi$ – tensão incremental circunferencial total [N/m²];

$d\sigma_x$ – tensão incremental axial total [N/m²];

$\dot{u}_x$ – velocidade estrutural axial [m/s];

$\dot{u}_r$ – velocidade estrutural radial [m/s];

$\dot{u}_\phi$ – velocidade estrutural circunferencial [m/s];

$\overline{\dot{u}_r}$ – velocidade radial média [m/s];

$\overline{\dot{u}_x}$ – velocidade axial média [m/s];

F_a – força de atrito entre fluido e a parede do tubo [N];

θ – inclinação da tubulação [graus];

f – coeficiente de atrito de Darcy-Weisbach;

$\alpha_f, \beta_f, \gamma_f, \delta_f, q_f$ – coeficientes das equações de compatibilidade do fluido;

$\alpha_t, \beta_t, \gamma_t, \delta_t, q_t$ – coeficientes das equações de compatibilidade do tubo;

$\tau_{(t)}$ – função no tempo que expressa o fechamento da válvula;

T_c – tempo de fechamento da válvula [s];

C_d – coeficientes de descarga das válvulas;

K_v – coeficiente de perda de carga na válvula;

1 INTRODUÇÃO

Sistemas de transporte de fluidos são largamente utilizados na engenharia como em usinas hidrelétricas, termonucleares, termelétricas convencionais, no transporte de petróleo e derivados e também em redes de abastecimento de água. Tais sistemas estão frequentemente sujeitos a um fenômeno físico de grande importância sempre que houver mudanças (retardamento ou aceleração) no escoamento do fluido. Trata-se do fenômeno de transitórios hidráulicos. Este fenômeno pode causar severas oscilações de pressões assim como produzir ruídos, fadiga no material e erosão causada por cavitação. Como consequência, tal fenômeno pode causar a interrupção da operação ou o colapso dos sistemas. Além disto, devido às características de frequências naturais de oscilação dos sistemas de tubulações, podem ocorrer ressonâncias com as ondas geradas, podendo haver resultados catastróficas para tais sistemas. Com o avanço da tecnologia, a construção de sistemas cada vez maiores e com o emprego de velocidades mais altas, o problema de transitórios hidráulicos torna-se cada vez mais importante (Streeter e Wylie, 1982 e 1993).

Diretamente associado ao fenômeno dos transitórios hidráulicos, a Interação Fluido-Estrutura (IFE) trata da interação do fluido em movimento com uma superfície sólida com a qual está em contato, gerando forças e deslocamentos resultantes dessa interação. A IFE ocorre em todos os sistemas de tubulação de transporte de fluidos. Frequentemente, suas consequências não geram grandes impactos e podem ser negligenciadas para fins de projetos simples. Em alguns casos, no entanto, a IFE pode ser responsável pelo comportamento operacional crítico do ponto de vista da engenharia (vibrações, oscilações, etc.), ou mesmo a falha do tubo ou de todo o seu sistema. Quando a segurança do sistema em questão é muito crítica como, por exemplo, usinas termonucleares, os efeitos da IFE devem ser muito bem conhecidos para que se possam evitar acidentes provenientes dessa ação.

1.1 Transitórios hidráulicos

Os Transitórios Hidráulicos podem ser definidos como “a situação de escoamento variável (no qual as variáveis associadas oscilam no tempo) existente entre duas condições de escoamento inicial e final, de regime permanente”. (Koelle, 1983). A análise de fenômenos hidráulicos transitórios trata das pressões e velocidades que resultam de uma mudança de um regime de escoamento permanente para outro,

como, por exemplo, o ajuste de uma válvula num sistema de tubulações ou a partida ou parada de uma bomba, também denominados manobras do sistema.

Quando em um sistema de tubulação contendo fluido em condições de escoamento permanente, é realizada uma manobra, oscilações de pressão são geradas e propagam a uma determinada velocidade α através do sistema. Os picos de pressão gerados, referidos na literatura como golpe de aríete ou martelo hidráulico, podem atingir magnitudes muitas vezes maiores que a pressão de trabalho do sistema (Tijsseling e Lavooij, 1990).

Os sistemas de transporte de fluidos estão sujeitos a carregamentos sempre que ocorram mudanças na quantidade de movimento do fluido ou na estrutura da tubulação, seja devido a uma ação (manobra) planejada, abertura ou fechamento de válvulas, ou acidentais como rompimentos de tubulações, interrupção repentina do escoamento, terremotos e maremotos, etc. (Rocha, 2011). Tais carregamentos podem ser extremamente danosos. Num transitório hidráulico, as ondas de pressão positivas ou negativas geradas no sistema podem ocorrer em amplitude e frequência tais que são capazes de acarretar o rompimento ou falha de elementos da instalação. (Rocha, 1998).

Para exemplificar o fenômeno dos transitórios hidráulicos, define-se um sistema simples composto por reservatório, tubo e válvula de acordo com a figura 1. O tubo tem comprimento L e o fluido tem velocidade inicial V_0 :

Figura 1 – Sistema reservatório tubo-válvula.

Fonte: Autor da dissertação.

O fenômeno pode ser exemplificado quando o fluxo permanente e estável com velocidade V_0 é parado devido ao fechamento da válvula. Durante o fechamento a vazão através da válvula é reduzida. Com isso a pressão interna na seção da válvula, aumenta e esta pressão vai se propagando por toda a tubulação à montante, ou seja, na direção do reservatório. Esta onda de pressão viaja com velocidade de propagação (celeridade) α , que é a velocidade de propagação de ondas sonoras no fluido estudado.

Essa flutuação de pressão atua de modo a reduzir a velocidade do escoamento. À jusante da válvula a pressão reduz-se e uma onda de baixa pressão (ou de subpressão) propaga-se para jusante também com celeridade α , diminuindo a velocidade do fluxo (Streeter e Wylie, 1982). O diagrama abaixo ilustra um período completo de uma onda gerada por uma manobra de fechamento de válvula:

Figura 2 – Diagrama ilustrando o primeiro período completo de uma onda gerada por uma manobra de fechamento de válvula.

Fonte: Larock et al, 2000.

No instante do fechamento ($t=0$) o fluido mais próximo da válvula é parado e comprimido, e a parede do tubo se distende. Tão logo a primeira camada é comprimida

o processo repete-se com a camada adjacente. O fluido a montante da válvula continua movendo-se para jusante sem diminuição de velocidade, até que camadas sucessivas tenham sido comprimidas em toda a extensão do conduto. A alta pressão move-se para montante como uma onda, freando o fluido a sua passagem, comprimindo-o e expandindo o tubo. Quando a onda atinge o início do tubo ($t=L/\alpha$), todo o fluido encontra-se sob a pressão extra ΔH , toda a quantidade de movimento foi eliminada e toda a energia cinética transformou-se em carga elástica. Uma vez que a pressão no reservatório não se altera, ocorre uma condição de desequilíbrio quando a onda chega ao reservatório. O fluido começa a escoar de volta, principiando pela extremidade junto ao reservatório. Esse escoamento alivia a pressão até o valor inicial antes do fechamento, a parede do conduto volta à condição normal e o fluido assume a velocidade V_0 no sentido de montante. Estando à válvula fechada, não há fluido disponível para manter o escoamento na seção da válvula, e uma baixa pressão se desenvolve ($-\Delta H$) de tal modo a parar o fluido. Está onda de baixa pressão avança para montante com uma velocidade α , paralisa o fluido, ocasiona a sua expansão em virtude da pressão mais baixa e permite que a parede do tubo se contraia. No instante em que a onda de pressão negativa chega ao reservatório, $3L/\alpha$ segundos após fechamento, o fluido está em repouso. Isso deixa uma condição de desequilíbrio no reservatório, e o fluido move-se para o tubo, adquirindo velocidade V_0 para jusante e devolvendo ao tubo e ao fluido as condições iniciais enquanto a onda avança para jusante com a velocidade α . No momento em que essa onda atinge a válvula, as condições são exatamente as mesmas que prevaleciam no instante do fechamento, $4L/\alpha$ segundos antes. (Streeter e Wylie, 1982).

O termo “golpe de aríete” deve ser usado quando as variações de pressão são tais que provocam alterações dimensionais elásticas no tubo e variações na massa específica do líquido. No equacionamento do fenômeno de transitórios hidráulicos deve-se considerar a elasticidade da tubulação e a compressibilidade do fluido (modelo elástico). Se tais fatores são desprezados, diz-se que a situação transitória corresponde a uma oscilação em massa (modelo rígido).

A figura 3 ilustra o histórico de um transitério hidráulico:

Figura 3 - Ilustração exemplificando a variação de pressão ao longo do tempo durante o transitério hidráulico, onde: P_i – pressão inicial do sistema; P_f – pressão final do sistema; P_{max} – pressão máxima atingida; P_{min} – pressão

mínima atingida (subpressão); T_i – tempo de início do transitório; e T_f – tempo final do transitório.

Fonte: Koelle, 1983.

O sistema da Figura 3 operava inicialmente em regime permanente a uma pressão P_i . Após uma manobra, por exemplo, o fechamento parcial de uma válvula, nota-se um aumento da pressão no interior do tubo seguido de um pico de subpressão. A ação da força de atrito entre o fluido e a parede da tubulação assim como da compressibilidade do fluido e da elasticidade do tubo atuam no sentido de amortecer a amplitude da onda (dissipando de energia) até que ela se atenua por completo e uma nova condição de regime permanente se estabeleça. Com o histórico do transitório hidráulico pode-se determinar as pressões máximas e mínimas nas várias seções da tubulação. Nota-se que os valores extremos das cargas indicados na Figura 3 não ocorrem simultaneamente em todas as seções.

Para exemplificar o quão destruidor pode ser o efeito de um transitório hidráulico, será mostrado acidente ocorrido na usina hidroelétrica de *Sayano Shushenskaya*, na Rússia, em 2009. A unidade número 2 da usina sofreu uma catastrófica onda de pressão proveniente de um transitório hidráulico. As causas do acidente ainda são uma incógnita, porém suspeita-se de um fechamento repentino na válvula principal da unidade devido à entrada de um corpo estranho na admissão da turbina. O súbito aumento da pressão da água resultou na ejeção da turbina dois e toda sua equipagem, cujo peso aproximado era de 1.000 toneladas. Pode-se observar na figura 4 uma comparação de antes e depois do desastre na UHE:

Figura 4 - Imagens de antes e depois do desastre na UHE de Sayano Shusheskaya

Fonte: archive.boston.com.

Além de ter causado a paralisação total da usina, que gerava em torno de 6,4 GW, causando um enorme prejuízo econômico-financeiro para aquele país, o acidente provocou a morte 76 operários.

1.2 Transitórios em reatores Nucleares

Sistemas de transporte de fluidos em sistemas críticos como os de uma usina termonuclear estão sujeitos a condições extremas de pressão e temperatura e, por isso, é de significativa importância se conhecer as condições exatas de operação que ocorrem durante os transitórios. Tal fenômeno está associado aos efeitos mais perigosos das oscilações de pressões e deve ser considerado no estudo, projeto e exploração das instalações hidráulicas (Almeida, 1990).

Segundo Chaudhry (1979), em plantas nucleares de potência as principais causas de transitórios hidráulicos são essencialmente:

- 1 Partida e parada de bombas, sejam elas planejadas ou acidentais (por exemplo, falta de energia para alimentação da bomba ou quebra da mesma);
- 2 Abertura ou fechamento de válvulas de controle sejam elas também planejadas ou acidentais;
- 3 Instabilidade nas bombas principais do circuito primário;
- 4 Liberação de ar preso no interior de tubulação, ou colapso de bolhas de vapor;
- e
- 5 Ruptura de tubulação principal de refrigeração (LOCA – *loss of coolant accident*).

A partida e parada de bombas, a abertura e fechamento de válvulas de controle em condições normais de operação e, a falha de bombas por falta de energia elétrica (*LOOP – loss of offsite power*) ou por falha mecânica, são considerados transitórios em operação normal. Variações de fluxo do fluido refrigerante podem ser causadas por instabilidade gerada na bomba devido a anormalidades em suas características.

Um estudo foi desenvolvido pela *Electric Power Research Institute* (EPRI, 1996) e teve como objetivos compilar eventos relacionados ao efeito do transitório hidráulico assim como classificá-los quanto ao tipo de planta, sistema em que ocorreu e o problema causador do efeito. Para tanto foram analisados os dados de 283 eventos relacionados ao transitório hidráulico em plantas do *tipo Boiling Water Reactor* (BWR) e *Pressurized Water Reactor* (PWR) nos Estados Unidos entre 1969 e 1988. O trabalho desenvolvido pela EPRI compila um banco de dados com informações sobre a ocorrência do fenômeno, como pode ser observado abaixo:

Figura 5 - Eventos de Golpe de aríete reportados por ano.

Fonte: EPRI, 1996.

Figura 6 – Quantitativo total de eventos reportados.

Fonte: EPRI, 1996.

Figura 7 – Percentual do total de eventos reportados por tipo de evento.

Fonte: EPRI, 1996.

A pesquisa corroborou a necessidade de se estudar devidamente o fenômeno a fim de prover ferramenta que investigue as causas do efeito para identificar projeto e procedimentos com a finalidade de prevenir e mitigar os efeitos dos transitórios hidráulicos, senão eliminá-los.

Dos fatos mencionados anteriormente surgiu a motivação para a realização deste trabalho, que reside no fato de que, a previsibilidade dos transitórios hidráulicos

e suas consequências são importantes do ponto de vista dos projetos hidráulicos e mecânicos de tais sistemas.

1.3 Modelos matemáticos

Os modelos matemáticos devem ser um conjunto completo e consistente de equações que representem a situação física real do sistema a ser estudado (Koelle, 1983). No que tange aos transitórios hidráulicos, dois modelos são adotados: o primeiro modelo, e também o mais simples, é o modelo de coluna rígida ou de oscilação em massa. O segundo modelo é o caso em que a velocidade do fluido em um sistema de tubos muda rapidamente, de modo que se exige a consideração da compressibilidade do líquido e da elasticidade da parede do tubo. Embora este tipo de análise seja mais complexo do que uma análise de coluna rígida, representa com mais precisão o comportamento real do fluido.

A simulação numérica dos transitórios hidráulicos é geralmente baseada em modelos matemáticos unidimensionais compostos de equações diferenciais do tipo hiperbólicas e equações empíricas de acoplamento, específicas para singularidades, como uma válvula por exemplo. A solução das equações nos permite relacionar a causa do transitório, ou seja, o fato que o gerou (uma manobra de válvula, entrada de bomba, acidente de perda de refrigerante etc.) com o efeito, que é o transitório em si.

Para o fluido, são resolvidas as equações da continuidade e da quantidade de movimento, sendo que esta última é resolvida axial e radialmente. As equações que governam esse fenômeno podem ser resolvidas de forma exata nos domínios do tempo e da frequência. O método clássico de resolução, restringindo-se o foco às soluções transitórios no domínio do tempo, é o Método das Características (MC).

1.4 Interação Fluido-Estrutura

A teoria dos transitórios hidráulicos (Streeter e Wylie, 1993, Chaudhry, 1979 e Almeida e Koelle, 1992) é suficiente e adequada para prever cargas extremas em um sistema, desde que o mesmo esteja rigidamente ancorado. Entretanto, quando o sistema possui algum grau de liberdade, desvios graves da teoria clássica podem ocorrer. As ondas de pressão irão exercer forças e fazer com que o sistema se mova. O movimento provoca ondas de pressão em retorno. Tal fenômeno é denominado Interação Fluido-Estrutura (Lavooij e Tijsseling, 1991).

As análises de transitórios hidráulicos fornecem informação sobre o comportamento líquido num sistema de tubos, por exemplo, as pressões no sistema. A dinâmica estrutural fornece informação sobre o sistema de tubos, por exemplo, as tensões e forças de reação. Nas análises de transitórios hidráulicos convencionais, a velocidade de propagação das ondas de pressão inclui a elasticidade do tubo, mas a inércia do tubo e o movimento do tubo são negligenciados. Isto é aceitável para sistemas de tubulações rigidamente ancoradas, por exemplo, tubos enterrados (exceto em caso de terremotos). No entanto, o movimento do tubo altera as pressões dinâmicas, de modo que, para sistemas menos restritos, as duas análises não podem ser consideradas de forma independente. Quando comparadas às análises convencionais, as previsões, incluindo a IFE, podem levar a pressões e tensões extremas maiores ou menores, mudanças nas frequências naturais, e mais, amortecimento e dispersão nas histórias de pressão e tensão (Leslie e Vardy, 2001)

Pesquisas experimentais e teóricas têm mostrado que as análises dos movimentos do fluido e da tubulação devem ser conduzidas simultaneamente de forma acoplada. Esse tipo de abordagem é referido na literatura como Interação Fluido-Estrutura (Rocha, 2011) e tem sido objeto de intensa pesquisa nos últimos anos, conforme tem sido documentado em uma série publicações como Leishear (2012), Chakrabarti (2005), Bungartz, Mehl e Schäfer (2010), Tijsseling (1993), Rocha (2011), Almeida e Koele (1992) etc, e em artigos de revisão como Wiggert (1986), Tijsseling (1996) e Wiggert e Tijsseling (2001).

Dentro do contexto da IFE em sistemas de tubulações, três mecanismos de acoplamento foram identificados como sendo responsáveis pela transferência de energia mecânica entre o fluido e a tubulação: acoplamento de atrito, acoplamento de Poisson e acoplamento de junção. Enquanto os dois primeiros mecanismos de acoplamento são distribuídos ao longo da extensão da tubulação, o último ocorre em pontos localizados, tais como curvas, cotovelos, válvulas, junções do tipo “T” e outros (Rocha, 2011). O acoplamento de atrito é induzido pelas tensões transientes de cisalhamento do fluido no lado interno das paredes da tubulação e é, em geral, menos importante do que os outros dois mecanismos de acoplamento. O acoplamento de Poisson é responsável pela interação entre os pulsos de pressão no fluido e ondas de tensão axial nas paredes da tubulação, como resultado do acoplamento entre as tensões circunferenciais e axiais na tubulação devido ao coeficiente de Poisson.

Finalmente, o acoplamento de junção, que é o mais significativo de todos, ocorre em locais discretos, onde forças desequilibradas de pressão aparecem devido às variações na quantidade de movimento linear do fluido. Em sistemas de tubulação flexíveis, o acoplamento de Poisson e, especialmente, o acoplamento de junção podem criar vibrações localizadas, dando origem à existência e interação de diferentes tipos de propagação de onda de esforços mecânicos na tubulação, tais como esforços axiais e de cisalhamento bem como os momentos de flexão e torção (Tijsseling, 1996).

De acordo com Wiggert e Tijsseling (2001) o fenômeno de Interação Fluido-Estrutura em sistemas de tubulação consiste na transferência de momento e forças entre o duto e o fluido durante o transitório hidráulico. Mecanismos de excitação podem ser causados por mudanças rápidas no fluxo e na pressão ou podem ser iniciados por ação mecânica da tubulação. O diagrama da figura 8 exemplifica o processo de interação fluido-estrutura.

Figura 8 – Fontes de transitórios hidráulicos e excitação da tubulação.

Fonte: Tijsseling, 1996.

O estudo da IFE vem aprimorar os modelos existentes tratando o fenômeno matematicamente de forma mais realista. Trata-se de uma modelagem matemática mais minuciosa, uma vez que considera os efeitos acoplados de ação e reação entre a onda de pressão no fluido e tensão resultante na parede do duto, além dos possíveis movimentos que a tubulação venha a adquirir. A dinâmica resultante envolverá uma coleção de ondas de pressão no fluido e ondas de tensão na parede do duto. Sempre que uma delas refletir, por exemplo, em um suporte ou uma curva, novas ondas de ambos os tipos serão induzidas. Por essa razão as interações são inerentemente dependentes uma da outra e desta forma seus efeitos devem ser levados em conta de forma acoplada.

1.5 Objetivos

O principal objetivo do trabalho é o desenvolvimento de um modelo numérico para a simulação dos efeitos do transitório hidráulico e da interação fluido-estrutura estrutura (IFE) em um sistema composto por um reservatório, tubo e válvula, levando-se em consideração a transferência de energia do fluido para a estrutura associada às ondas de pressão e seus efeitos, ou seja, os esforços e deslocamentos gerados.

1.6 Organização do trabalho

Este trabalho está organizado da seguinte forma:

No capítulo 1 introduz-se o fenômeno físico do transitório hidráulico e fazem-se breves comentários sobre os modelos matemáticos e Interação fluido-estrutura. Descrevem-se os objetivos do trabalho;

No capítulo 2 faz-se a revisão bibliográfica do tema abordado, ou seja, Transitórios Hidráulicos e Interação Fluido-Estrutura;

No capítulo 3 demonstra-se o conjunto de equações que modelam os fenômenos considerados e a apresenta-se um método de resolução das equações de compatibilidade por meio do Método das Características;

No capítulo 4 descreve-se o modelo matemático adotado assim como o código computacional desenvolvido;

No capítulo 5 avaliam-se os resultados obtidos e os compara com resultados experimentais e analíticos;

No capítulo 6 apresentam-se as conclusões do trabalho, e;

No capítulo 7 destacam-se os trabalhos futuros que podem ser realizados.

2 REVISÃO DA LITERATURA

2.1 Os Transitórios Hidráulicos

Por mais de um século o fenômeno Transitórios hidráulicos têm sido objeto de estudos de muitos pesquisadores, que contribuíram para a área não só por meio de novas abordagens e soluções do problema, como também com artigos, livros texto e trabalhos visando à revisão da bibliografia. Pode-se citar nesse contexto o extenso conteúdo de revisão apresentado por Wiggert (1986), Tijsseling (1996) e Wiggert e Tijsseling (2001), além do conteúdo de livros texto como Wylie e Streeter (1978 e 1993) e Chaudry (1979), que faz uma extensa linha do tempo com os principais contribuidores do campo de pesquisa dos fenômenos de transitórios hidráulicos desde meados do sec. XIX. Além destes, destacam-se os artigos publicados por Leslie e Vardy (2001), Zhang et al (1999) e Li, Karney e Liu (2015).

Chaudhry (1979) comenta que os estudos acerca dos transitórios hidráulicos se iniciaram com a investigação da propagação de ondas sonoras no ar, da propagação de ondas em águas rasas, e do fluxo de sangue em artérias do corpo humano. Diversos pesquisadores e cientistas entre eles Newton (1687), Euler (1759, 1775), Lagrange (1788), Young (1808) e Weber (1866) lidaram com estes problemas e sedimentaram os conhecimentos necessários para o estudo dos transitórios hidráulicos. Weber (1866) estudou o escoamento de um fluido incompressível em um tubo de parede elástica e conduziu experimentos para determinar a velocidade das ondas de pressão. Atribui-se a ele o desenvolvimento das equações da continuidade e das equações dinâmicas, base para o estudo dos transitórios hidráulicos. Em 1789, Monge desenvolveu um método gráfico para integrar as equações diferenciais parciais e introduziu o termo “método de características”.

De acordo com Tijsseling (1996) e Chaudhry (1979), atribui-se ao francês Ménabréa (1858, 1862) as primeiras investigações a respeito do fenômeno de transitórios hidráulicos. Tal atribuição deve-se aos seus dois artigos denominados “Notas sobre os efeitos do choque de água em dutos (1858, 1862)”. Entretanto, apesar de várias outras publicações terem surgido na segunda metade do século XIX, a teoria atual do fenômeno de transitórios hidráulicos é derivada das investigações de Joukowsky (1898) e Allievi (1902). Em seu trabalho denominado “Sobre o golpe de aríete em dutos de abastecimento de água”, Joukowsky realizou medições extensivas

no sistema de distribuição de água de Moscou em tubulações de diferentes comprimentos e diâmetros. É creditada a ele a expressão que relaciona mudanças na velocidade do fluido e a conseqüente mudança de pressão, a fórmula de Joukowsky:

$$\Delta P = \rho_f c_f \Delta V \quad (2.1)$$

que pode ser descrita em termos da altura piezométrica H e da vazão Q como:

$$\Delta H = \frac{c_f \Delta V}{g} \quad (2.2)$$

Onde:

c_f – velocidade do som no fluido [m/s];

P – pressão piezométrica ($P = \rho_f g(H - Z)$) [N/m²];

H – altura piezométrica [m];

Z – altura de referência da tubulação [m];

ρ_f – massa específica de massa do fluido [g/cm³];

g – aceleração da gravidade [m/s²];

Q – vazão média do fluido [m³/s]; e

V – velocidade média do fluido [m/s].

A relação de Joukowsky, considerada como a equação fundamental do transitório hidráulico (Koelle, 1983), expressa que as mudanças de pressão são diretamente proporcionais às mudanças de velocidade multiplicadas por um fator constante, a saber, o produto entre as constantes ρ_f , densidade de massa do fluido e c_f , a velocidade do som no fluido. Joukowsky usou a velocidade do som determinada por Korteweg (1878), que considera os efeitos tanto da compressibilidade do fluido quanto da elasticidade das paredes do tubo. A fórmula de Korteweg para a velocidade da onda sonora no fluido em um tubo de paredes deformáveis é dada por:

$$c_f = \sqrt{\frac{K_f}{\rho_f(1 + \frac{C(K_f D)}{eE})}} \quad (2.3)$$

Onde:

c_f – velocidade do som no fluido [m/s];

K_f – módulo de elasticidade do fluido [N/m²];

ρ_f – massa específica do fluido [Kg/m³];

e – espessura do tubo [m];

E – módulo de Young (módulo de elasticidade) do material do tubo [N/m²];

C – coeficiente relacionado com os graus de liberdade do tubo.

Para um tubo perfeitamente rígido, E tende ao infinito, então a celeridade c_f da onda simplifica-se a:

$$c_f = \sqrt{\frac{K_f}{\rho_f}} \quad (2.4)$$

Allievi (1902, 1913) desenvolveu os princípios da teoria geral do transitório hidráulico. Ele obteve uma expressão para o aumento de pressão em uma válvula associado a um tempo de fechamento e apresentou gráficos para aumento e diminuição da pressão causados pelo fechamento ou abertura uniforme de uma válvula. Em seu segundo artigo “Teoria do golpe de aríete”, Allievi dá um excelente tratamento matemático às equações do transitório hidráulico e demonstra que o termo convectivo na equação de momento é desprezível. Seu método de solução foi utilizado até que um método gráfico mais prático foi desenvolvido em meados do século XX (Tijsseling, 1996).

As teorias de Joukowsky e Allievi são à base dos estudos dos transitórios hidráulicos e foram usadas por diversos outros pesquisadores ao longo do século XX, como Gibson (1920) que introduziu pela primeira vez um termo de atrito não linear à formulação existente e Strowger e Kerr (1926) que apresentaram uma metodologia computacional para determinar as mudanças de velocidade de uma turbina hidráulica causadas por uma mudança de carga (Chaudhry 1979).

O estudo clássico dos fenômenos de transitórios hidráulicos em tubos é geralmente conduzido em fluxo unidimensional. O modelo matemático do fenômeno é expresso pelo conjunto de duas equações diferenciais parciais de primeira ordem de tipo hiperbólico, mostradas abaixo (Streeter e Wylie, 1978):

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} + \frac{1}{\rho_f} \frac{\Delta P}{\Delta x} = 0 \quad (2.5)$$

$$\frac{\Delta V}{\Delta x} + \frac{1}{\rho_f c_f^2} \frac{\Delta P}{\Delta t} = 0 \quad (2.6)$$

Onde:

x - coordenada espacial ao longo do tubo; e

t - coordenada temporal.

A equação (2.5) é derivada da equação de quantidade de movimento e indica o equilíbrio dinâmico das partículas líquidas na seção transversal da tubulação. A equação (2.6) é derivada da equação de continuidade, e exprime a conservação da massa das partículas de um fluido durante o seu fluxo através de um tubo. Este par de equações descreve o modelo mais simples de transitório hidráulico, no qual são negligenciados os termos de atrito e gravidade.

Koelle (1983) apresenta duas formulações para a modelagem dos fenômenos de transitórios hidráulicos, a saber:

Modelo Rígido: no modelo rígido considera-se a tubulação indeformável e o fluido nela contido incompressível, desta forma, as operações de controle de fluxo do sistema afetam apenas os aspectos de inércia e atrito do fluxo transitório. Neste modelo as pressões envolvidas não são suficientemente grandes para causar deformações consideráveis na parede do tubo e por esse motivo este fator é desconsiderado na formulação do fenômeno. No modelo rígido o fenômeno transitório ocorre muito lentamente, como uma coluna rígida de fluido se movimentando. O modelo rígido tem aplicações limitadas na análise de transitórios hidráulicos, pois as equações resultantes não representam com precisão ondas de pressão causadas por operações rápidas de controle de fluxo. O modelo se aplica aos transitórios de oscilação de massa ou de oscilação mais lentos.

Modelo elástico: o modelo elástico corresponde à situação do escoamento transitório na qual são considerados conjuntamente os efeitos de deformação da tubulação, no regime elástico, e do líquido que se comprime e se dilata segundo uma condição definida a cada instante pelo seu módulo de elasticidade volumétrico. Neste modelo as variações de pressão são tais que deverão provocar alterações dimensionais elásticas no tubo e variações na massa específica do líquido (Koelle, 1983). Levando-se em consideração os efeitos da gravidade e do atrito as equações clássicas de massa e momento para o fluxo unidimensional transitório tomam a seguinte forma:

$$\frac{c_f^2}{g} \frac{\Delta V}{\Delta x} + \frac{\Delta H}{\Delta t} = 0 \quad (2.7)$$

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} + g \frac{\Delta H}{\Delta x} + \frac{4}{\rho D} \tau_w = 0 \quad (2.8)$$

Onde:

τ_w - tensão de cisalhamento na parede do tubo;

Estas duas equações são as relações fundamentais que descrevem o problema transitório hidráulico em uma dimensão e consideram tanto o atrito quanto o efeito da gravidade além da compressibilidade do fluido e elasticidade da parede do tubo.

2.2 Interação Fluido-Estrutura

A teoria clássica do golpe de aríete é a base, bem conhecida e aceita, para a previsão de surtos de pressão em sistemas de tubulação. Nesta teoria, assume-se que o sistema de tubos não se move. Porém, na realidade estes sistemas de fato se movem quando ocorrem tais carregamentos. O movimento do sistema de tubulação induz pressões que não são levadas em consideração na teoria clássica do golpe de aríete. A IFE consiste na transferência de momento e forças entre uma tubulação e um líquido nela contido durante um transitório hidráulico. Três mecanismos de acoplamento ocorrem na transferência de energia mecânica entre o fluido e a tubulação:

Acoplamento de atrito – ocorre devido a tensões de cisalhamento que resistem ao movimento axial relativo entre o fluido e a parede do tubo. Estas tensões são causadas devido às forças de atrito que atuam na interface entre o fluido e a parede do tubo;

Acoplamento de Poisson – ocorre devido a tensões normais que atuam na interface entre o fluido e a parede do tubo. Um aumento na pressão do fluido provoca um aumento na tensão circunferencial do tubo e, por conseguinte, uma mudança na tensão normal de suas paredes. O acoplamento de Poisson relaciona as pressões no fluido com as tensões axiais no tubo através da contração ou expansão de suas paredes. A figura 9 ilustra o mecanismo do acoplamento de Poisson:

Figura 9 - Mecanismo do acoplamento de Poisson.

Fonte: Tijsseling e Lavooij, 1990.

Na figura 9a o fluido encontra-se em regime permanente com velocidade V e pressão de referência $P = 0$. Na figura 9b o fluido é parado instantaneamente, resultando em um aumento de pressão que se propaga com velocidade a_f através do fluido. O aumento da pressão é acompanhado por uma expansão radial da parede do tubo como mostrado na figura 9c. Devido a esta expansão radial, o tubo se encurta e se alonga respectivamente atrás e à frente da onda de pressão. Este alongamento revela-se, assim como a onda de pressão que viaja ao longo do tubo, também como uma onda. Esta se propaga através do tubo com velocidade a_t , causando uma contração radial na parede (Figura 9c). Esta contração radial causa um aumento da pressão secundária no fluido como mostrado na Figura 9c. Este aumento de pressão secundária é muitas vezes referido como onda precursora, uma vez que se propaga à velocidade a_t , que é geralmente maior que a velocidade de propagação a_f da elevação da pressão primária (Tijsseling e Lavooij, 1990).

Acoplamento de junção – ocorre devido às forças locais que atuam mutuamente entre fluidos e locais discretos na tubulação, tais como curvas, Tês, válvulas e orifícios. As fontes de excitação incluem não só aquelas associadas com movimento líquido, mas também do lado estrutural. Em tubulações flexíveis, as ondas do transitório que impactam nas junções podem configurar vibrações que por sua vez podem se traduzir em uma variedade de respostas estruturais como flexão, torção, cisalhamento e tensões axiais, em locais distantes da junção (Rocha 2011). A figura 10 ilustra o mecanismo de acoplamento de junção:

Figura 10 - Mecanismos do acoplamento de Poisson

Fonte: Tijsseling e Lavooij, 1990.

Considera-se a tubulação como mostrado na Figura 10. Quando uma onda de pressão passa pelo cotovelo à direita (Figura 10a), a diferença de pressão entre os dois cotovelos faz com que a tubulação se mova (Figura 10b). Devido ao movimento, a pressão cai no cotovelo do lado direito e sobe no cotovelo esquerdo (Figura 10b). O movimento do tubo induz ondas de pressão no fluido, que, por conseguinte, influenciam o movimento do tubo.

Segundo diversos autores (Almeida e Koelle, 1992, Rocha, 2011, Tijsseling, 1993 e 1996, Wiggert e Tijsseling, 2001), credita-se ao estudo pioneiro de Skalak (1956) como primeiro trabalho com respeito à interação fluido-estrutura realizado. Seu trabalho estendeu o trabalho realizado por Lamb (1898), incluindo rigidez à flexão e inércia rotacional no seu modelo. Skalak (1956) considerou a propagação de ondas em um tubo infinitamente longo e as respostas, radial e axial, acopladas das paredes do tubo. A partir de sua equação de dispersão, ele encontrou dois tipos de ondas. As ondas mais lentas viajam com uma velocidade de fase muito próxima da obtida pela equação

de Korteweg (Eq. 2.3), e as mais rápidas (ondas precursoras ou de tensão devido ao efeito de acoplamento Poisson) viajam com uma amplitude muito menor e uma velocidade muito próxima da velocidade do som na parede do tubo (Almeida e Koelle, 1992, Tijsseling, 1993). O trabalho de Skalak foi complementado por outros autores que trabalharam na resposta dinâmica de um tubo elástico de paredes finas, integrando as equações dinâmicas do modelo de casca (*Shell model*), por exemplo. King e Frederick (1968) e Tang (1967), além de ter sido a base de muitos trabalhos subsequentes sobre transitórios hidráulicos com IFE (Tijsseling, 1996).

Lin e Morgan (1956a, b) desenvolveram trabalhos semelhantes aos de Skalak. Além da flexibilidade e da inércia rotatória, eles levaram em consideração a deformação transversal em seu modelo de tubo, que são importantes somente na faixa de alta frequência.

Hermann e Mirsky (1956) consideraram um tubo vazio e encontraram equações básicas que diferem ligeiramente das de Lin e Morgan (1956a). Eles examinaram os vários modelos em uso na época para movimentos axialmente simétricos de cilindros de paredes finas. As equações que regem o movimento não-axialmente simétrico dos cilindros foram dadas em Mirsky e Herrmann (1957), enquanto que em Mirsky e Herrmann (1958) foram considerados cilindros de paredes grossas (Tijsseling, 1993).

Spillers (1965) e Tang (1965) aplicaram o método de características para, respectivamente, as equações de Herrmann e Mirsky e Lin e Morgan.

Thorley (1969) seguiu a abordagem de Skalak, mas negligenciou a deformação do cisalhamento transversal, a inércia rotatória e, em parte, a resistência à flexão. Ele realizou experimentos físicos em tubos de aço, alumínio e polietileno de 14m de comprimento, 0,05m de diâmetro e 0,005m de espessura da parede. Thorley foi o primeiro que realmente observou as ondas precursoras (Tijsseling, 1996).

O gráfico da figura 11 mostra o experimento realizado por Jonsson (1988) e apresenta medições de campo sobre a variação da pressão transitória e tensão circunferencial para tubos de aço e PVC após a parada de uma bomba. Para todos os casos, e de acordo com o autor e os números apresentados, a tensão acompanha a pressão sem qualquer atraso de tempo visível ou qualquer efeito de inércia. No entanto,

segundo Almeida e Koelle, 1992, não se podem generalizar esses resultados para todas as situações práticas em sistemas de transporte de fluidos.

Figura 11 - Gravação simultânea de pressão e movimento circunferencial em seção de um tubo de aço durante transitório hidráulico causado pela parada de uma bomba.

Fonte: Almeida e Koelle, 1992.

Pesquisas desenvolvidas recentemente envolvem o estudo da interação fluido estrutura com separação das colunas líquidas, ou cavitação, (Fan e Tijsseling, 1992; Tijsseling et al., 1996; Tijsseling e Vardy, 2005). Outra linha de pesquisa desenvolvida por Keramat et al. (2012) investiga os efeitos da IFE em materiais viscoelásticos, em que a viscoelasticidade é uma propriedade mecânica crucial que altera as respostas transitórias, tanto hidráulicas quanto estruturais.

2.3 Modelos teóricos

Segundo Li, Karney e Liu (2015), essencialmente, dois modelos teóricos para tubos são abordados na literatura de IFE: modelo de casca (*Shell model*) e o modelo de viga (*beam model*). O modelo de casca é usado em problemas que envolvem tubos com alta proporção comprimento/diâmetro e paredes. Neste modelo as deformações das secções transversais dos tubos podem ser decompostas em componentes harmônicos das ordens circunferenciais $n = 0, 1, 2 \dots$. A ordem $n = 0$ é

chamada de "modo de respiração" do tubo, e a ordem $n = 1$ é o "modo de flexão". As quatro primeiras formas do modo circunferencial podem ser observadas na figura 12:

Figura 12 – Quatro primeiras formas do modo circunferencial do modelo de casca

Fonte: Li, Karney e Liu, 2015.

No modelo de casca a deformação ocorre na seção transversal do tubo e por este motivo o modelo é utilizado para acoplar a vibração radial do movimento do fluido à estrutura. O modelo de casca tem sido amplamente utilizado para prever características de vibração de formas de tubulação simples, como tubos retos e sistema de tubulação contendo um cotovelo (Li, Karney e Liu, 2015).

O modelo de vigas é usado principalmente para vibração de baixa frequência de tubos delgados (Wiggert e Tijsseling, 2001) e é mais facilmente resolvido para sistemas complexos de tubulação. Existem dois modelos de vigas, a saber: o modelo de viga de Euler-Bernoulli e o modelo de viga de Timoshenko. O modelo de Timoshenko considera a deformação do cisalhamento e os efeitos de flexão rotacional, que não estão incluídas no modelo de Euler-Bernoulli. Desta forma, este último apresenta maior rigidez que o primeiro. Entretanto, se a relação entre comprimento e espessura for grande o suficiente, o erro entre ambos os modelos é pequeno. O modelo de Timoshenko pode ser usado para frequências mais altas em relação ao modelo de Euler-Bernoulli (Chan et al., 2011).

As ondas longitudinais de pressão são essencialmente os carregamentos hidrodinâmicos relevantes em um modelo de IFE. Estes modelos são descritos por equações diferenciais parciais hiperbólicas e são classificados de acordo com o seu número de equações, que por sua vez, refletem os esforços que são considerados na tubulação (Rocha 2011). Diversos modelos foram desenvolvidos para representar o fenômeno de transitórios hidráulicos com interação fluido-estrutura. O modelo de quatro equações é derivado a partir do modelo clássico do golpe de aríete. Adicionando-se

duas equações relativas ao tubo pode-se determinar o movimento axial do tubo assim como a tensão axial em suas paredes. O modelo de quatro equações é obtido através do acoplamento dessas novas equações com as equações do fluido via razão de Poisson e condições de contorno mútuas. O primeiro modelo de quatro equações foi obtido por Skalak (1956). Tijsseling (2003) obteve a solução exata do modelo de quatro equações e apresentou um modelo de quatro equações para tubos de paredes grossas (Tijsseling, 2007). O modelo de quatro equações é considerado o modelo mais simples de IFE, uma vez que considera apenas a existência das ondas de tensão axiais na parede do tubo e descreve os movimentos axiais da tubulação.

O modelo de seis equações surge quando se leva em consideração forças de inércia radial, adicionando-se ao modelo de quatro equações duas equações que descrevem, respectivamente, as tensões circunferenciais (*hoop stress*) e a velocidade radial da parede do tubo. O modelo de seis equações foi proposto inicialmente por Walker e Phillips (1977).

O modelo de oito equações é válido para a vibração de sistemas de tubulação no plano (Tijsseling et al., 1996). Além de esforços axiais, o modelo de oito equações é capaz de descrever os movimentos laterais e de rotação induzidos por forças de cisalhamento e momentos fletores.

Quando, em adição a esses esforços, forças de cisalhamento e momentos fletores ortogonais a este plano são considerados, junto com torção no eixo longitudinal, obtém-se o modelo de quatorze equações (Wiggert et al., 1987). Este modelo permite a análise de sistemas tridimensionais de tubulação e representa o mais completo modelo unidimensional de IFE existente até o presente momento para escoamentos internos em tubulações (Rocha, 2011). O presente trabalho será baseado no modelo de quatro equações proposto por Lavvooij e Tijsseling (1991).

2.4 Métodos de solução

O estudo dos fenômenos transitórios pode ser realizado de duas formas: no domínio do tempo e no domínio da frequência. A análise do domínio do tempo é realizada por uma solução numérica direta das equações básicas que irá fornecer os valores das incógnitas em função de coordenadas espaciais (x) e tempo (t). Os fluxos oscilatórios também podem ser simulados impondo perturbações harmônicas. As

análises no domínio da frequência são realizadas por meio de um operador de transformação que pode fornecer a solução das equações básicas linearizadas no domínio da frequência. Uma transformada inversa também pode dar soluções de tempo ou a resposta de tempo a distúrbios não harmônicos.

As soluções no domínio do tempo são as mais utilizadas para a análise de fenômenos transitórios, entretanto as soluções de domínio de frequência são mais indicadas para descrever vibrações livres e forçadas. As análises harmônicas, de Fourier ou de Laplace, substituem a variável de tempo nas equações diferenciais parciais (EDP) por um parâmetro de frequência. As equações diferenciais ordinárias (EDO) resultantes podem ser integradas de forma exata (Wiggert e Tijsseling 2001).

Para um projeto prático de controle de pressão ou análise do golpe de aríete, a análise no domínio do tempo é a mais útil. O segundo tipo de análise é, no entanto, uma ferramenta poderosa para análise especial de efeitos dinâmicos ou dependentes da frequência e também para análise de estabilidade de sistemas de controle e para o cálculo das frequências naturais do sistema. Desenvolvimentos matemáticos complexos e linearização são duas desvantagens da análise no domínio da frequência (Almeida e Koelle, 1992). De acordo com Zhang et al (1999), existem vantagens práticas relevantes quando se considera o comportamento no domínio da frequência, sendo a mais óbvia a predição das frequências naturais.

Streeter e Wylie (1993), Almeida e Koelle (1992), Chaudhry (1979) e Li, Karney e Liu (2015) elencam diversos métodos de análise para a solução das equações básicas do transitório hidráulico, dentre os quais se destacam: o método gráfico; o método das características (MC); o método das diferenças finitas; e o método de elementos finitos (MEF).

Método gráfico: o método gráfico negligencia o atrito em seu desenvolvimento teórico, entretanto utiliza meios para levá-lo em conta por uma correção. O método foi utilizado como a principal maneira de resolver problemas transitórios até a década de 1960 quando foi gradualmente substituído por métodos que utilizavam processamento digital para a solução das equações.

Método das características (MC): o método das características transforma as equações diferenciais parciais hiperbólicas quasi-lineares, de momento e continuidade, em equações diferenciais ordinárias. Estas são então integradas para se

obter uma representação de diferenças finitas das variáveis. Streeter e Wilye (1993) comentam que o MC tem várias vantagens em relação a outros métodos, dentre as quais se inclui um critério de estabilidade firmemente estabelecido, um procedimento relativamente simples com aproximações bem definidas, e para sistemas mais simples, uma implementação que inclui uma interpretação física simples e precisa. Segundo Chaudhry (1979), o método apresenta correta simulação da propagação de ondas, facilidade de programação e alta eficiência computacional.

Riemann (1860) originalmente concebeu a solução de características para equações diferenciais parciais hiperbólicas. Outros autores usaram a solução por características para problemas de ondas como Schnyder (1929) e Massau (1889). Lamoen (1947) usou o método das características para resolver os problemas do golpe de aríete e Stoker (1948) aplicou o método de características para resolver os problemas de fluxo de canais abertos instáveis. O método das características, introduzido por Gray (1953), é considerado o mais preciso na sua representação das equações governantes. (Boulus et al 2005).

Método das diferenças finita (MDF): o método das diferenças finitas pode ser dividido em duas categorias, com base nos esquemas de discretização do tempo, a saber: método implícito e explícito. O método implícito permite que maiores variações de tempo sejam usadas nas simulações, preservando a estabilidade numérica. O procedimento é particularmente aplicável em situações em que as forças de inércia não são tão importantes quanto os efeitos de armazenamento ou capacitância. O método é formulado de tal forma que o requisito de manter uma relação entre o intervalo de comprimento Δx e o incremento de tempo Δt é relaxado. Quando aplicado a problemas de transitórios hidráulicos, é necessário aderir à condição de Courant-Friedrichs-Levy que relaciona o intervalo de distância e o intervalo de tempo, a fim de manter um nível de precisão satisfatório (Streeter e Wilye, 1993).

Método dos elementos finitos (MEF): o método é um procedimento numérico poderoso e tem ampla aceitação em problemas de mecânica sólida e fluida. Em problemas de transitórios hidráulicos é utilizada uma técnica híbrida que geralmente envolve o MEF para a solução no domínio do espaço e o MDF para o domínio do tempo. Em diversos modelos de IFE (Wiggert e Tijsseling 2001, Achouyab e Bahar 2011) utiliza-se um modelo híbrido denominado MC-MEF (do inglês, MOC-FEM) em que as equações do fluido são resolvidas pelo método das características e as equações

estruturais pelo método dos elementos finitos. Entretanto para problemas de acoplamento estrutural, é vantajoso usar um único método para todas as equações, MC ou MEF.

Além dos métodos supracitados, frequentemente abordados na literatura, outras metodologias foram adotadas para resolver o problema de transitórios hidráulicos e de interação fluido estrutura. Segundo França (2012), alguns pesquisadores (Bhallamudi e Chaudhry, 1991, Garcia-Navarro e Savirón, 1992) utilizaram o esquema explícito de MacCormack (1971) para a solução numérica de transitórios em canais. O autor cita como características do método a acuracidade de segunda ordem (espaço e tempo) e a habilidade de manipular simultaneamente cálculos de escoamentos contendo choques ou descontinuidades; Rocha (2011) utiliza o método de Glimm (Glimm, 1965), também conhecido como o método da escolha aleatória, com uma técnica de decomposição do operador para calcular o modelo de oito equações de IFE. O autor comenta que quando fenômenos não lineares ocorrem no sistema, tais como o comportamento inelástico, como dano nas paredes da tubulação e escoamentos bifásicos, as velocidades de ondas não são mais constantes e variam significativamente de um ponto a outro dentro do domínio. Em tais situações outros métodos de solução podem introduzir dispersão e atenuação numérica excessivas na solução, inviabilizando sua utilização como técnica de aproximação numérica.

Dentre os métodos supracitados, o método das características é aquele mais amplamente aplicado aos problemas de transitórios hidráulicos e de IFE. O método é de fácil implementação e permite o tratamento de condições de contorno lineares e não lineares de uma maneira direta. Segundo Almeida e Koelle (1992), a popularidade do MC é devida: a sua conceituação e fundamentação, que exprimem bem a natureza física do escoamento transitório sob pressão; à facilidade de escrever e programar um código computacional por meio do uso de um esquema explícito de diferenças finitas; e por ser historicamente a técnica mais utilizada.

O MC tem sido utilizado por vários pesquisadores para investigar diferentes problemas associados a modelos de IFE. Wiggert et al.,(1985) utilizaram o MC para resolver os modelos de quatro e de quatorze equações (Wiggert et al., 1987) com o intuito de investigar o efeito de restrição do movimento dos joelhos sobre as respostas de pressão em sistemas de tubulações. Lavooij e Tijsseling (1991) relatam o uso de

dois modelos numéricos diferentes para seu modelo de IFE de quatro equações: a solução das quatro equações (fluido e estrutura) pelo método das características; e a solução das equações do fluido pelo MC e das equações estruturais pelo método dos elementos finitos (MC – MEF). O primeiro utilizou a teoria de viga de Timoshenko, e o último, a teoria de viga de Bernoulli-Euler.

O método das características será utilizado como método de solução para o problema proposto neste trabalho e sua formulação matemática será melhor abordada em capítulos subsequentes deste trabalho.

3 MÉTODOS MATEMÁTICOS

Neste capítulo serão demonstrados os equacionamentos para os dois modelos de transitórios hidráulicos citados anteriormente, os modelos rígido e elástico. Estes modelos consideram os efeitos do transitório no fluido, ou seja, pressões e velocidades do fluido, e não levam em conta movimentos e tensões da tubulação. O método das características será apresentado e aplicado ao modelo elástico. O modelo de IFE de quatro equações, em que se consideram conjuntamente e de forma acoplada os efeitos do transitório hidráulico assim como as respostas dinâmicas na tubulação, será apresentado ao final do capítulo.

3.1 Introdução

Na análise dos transitórios hidráulicos e interação fluido-estrutura quer-se determinar os valores das pressões P (ou cargas H), velocidades V (ou vazões Q), tensões σ e velocidades axiais $\dot{u}$ do tubo em função da posição (x) e do tempo (t), isto é, $P(x,t)$, $V(x,t)$, $\sigma(x,t)$ e $\dot{u}(x,t)$. Dois equacionamentos da mecânica são aplicados a uma seção de tubo contendo líquido para a obtenção das equações diferenciais do transatório hidráulico: a segunda lei de Newton para o movimento (equação do momento) e a equação da conservação de massa. Quando se considera o fenômeno dos transitórios hidráulicos com IFE, soma-se a estas uma equação de momento para o tubo assim como as relações tensão-deformação através da lei de Hooke.

3.2 Transitórios Hidráulicos

3.2.1 O Modelo Rígido

Consideremos um volume de controle (VC) abrangendo um elemento de tubulação de área transversal “A” na qual se verifica um transatório hidráulico, como mostrado na figura 13:

Figura 13 - Volume de controle mostrando as forças atuantes em um instante t .

Fonte: Koelle, 1983.

Na Figura 13 estão representadas, em um dado instante t , as forças que agem no volume de controle: as forças de pressão, P_1 e P_2 , nas seções de jusante e montante do VC, a força de atrito F_a , que ocorre entre fluido e a parede do tubo, e a força do peso do volume de líquido. O escoamento é positivo na direção x e a inclinação θ da tubulação considerada positiva no sentido ascendente. A cota geométrica Z define a posição da seção do tubo em relação a um plano horizontal de referência (PHR). O comprimento do VC é definido pela distância infinitesimal dx . No modelo rígido a massa específica ρ do líquido assim como a área A da seção transversal da tubulação são constantes.

Aplicam-se as equações da continuidade e do momento para o volume de controle mostrado na figura acima.

Equação da conservação de massa (Eq. da continuidade)

Na equação da continuidade o primeiro termo representa a taxa de variação em massa dentro do volume de controle; o segundo termo representa a vazão líquida em massa ao longo da superfície de controle. A conservação da massa exige que a soma dos dois termos seja nula.

$$\int \rho_f (\vec{V} \cdot d\vec{A}) + \frac{\partial}{\partial t} \int \rho_f dv = 0 \quad (3.1)$$

Uma vez que no modelo rígido o fluido é incompressível e não se leva em consideração a elasticidade do material do tubo, a massa específica do líquido assim

como a área da seção do tubo são constantes, ou seja, $A_1 = A_2 = A$. Desta forma o volume de controle de dimensões $A \cdot dx$ também não varia resultando no segundo termo da equação 3.1 ser nulo. Infere-se, portanto, que a velocidade média (V) do fluido no interior do tubo é constante.

$$\int \rho_f (\vec{V} \cdot d\vec{A}) = -\rho_f V_1 A + \rho_f V_2 A = 0 \quad (3.2)$$

Então,

$$V_1 = V_2 = V \quad (3.3)$$

Deste modo, a velocidade V e a vazão $Q = V \cdot A$ são independentes da abscissa x num dado instante t , isto é, $V = V(t)$ e $Q = Q(t)$. Conclui-se que toda a massa líquida contida na tubulação possui, a cada instante, a mesma velocidade V , que irá variar durante o transitório igualmente para todas as seções. A massa irá oscilar como se fosse um corpo sólido, o que justifica o nome “oscilação em massa”.

Equação do momento

Da segunda lei de Newton tem-se:

$$\sum F_x = \int \rho_f \cdot V_x (\vec{V} \cdot d\vec{A}) + \frac{\partial}{\partial t} \int \rho_f \cdot V_x \cdot dv \quad (3.4)$$

Onde $\sum F_x$ é a resultante das forças externas no instante t considerado. São elas:

Forças de pressão (F_{Pr}), atuando nas faces transversais (1) e (2) – admitindo-se que o escoamento é uniforme nas seções e p e a pressão na seção (1), a pressão na seção (2), no mesmo instante, será $p + \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right) dx$. A força de pressão resultante será, portanto:

$$F_{Pr} = -\frac{\partial p}{\partial x} \cdot dx \cdot A \quad (3.5)$$

Forças de atrito (F_a), atuando na superfície lateral – a força de atrito é calculada através da tensão de cisalhamento média, τ_o , resultante da interação entre o fluido e as paredes do tubo. Inicialmente admitir-se-á o valor de τ_o como o calculado no regime permanente, para as velocidades atingidas durante um dado instante do transitório hidráulico. Será utilizado, desta forma, o coeficiente de atrito (f) de Darcy-Weisbach (Koelle 1983), resultando na seguinte formulação para a força de atrito:

$$F_a = \tau_o \cdot \pi \cdot D \cdot dx,$$

Porém $\tau_o = \frac{\rho_f \cdot f \cdot V \cdot |V|}{8}$ e desta forma:

$$F_a = \frac{\rho_f \cdot f \cdot V \cdot |V|}{2D} A \cdot dx \quad (3.6)$$

Na equação 3.6 escreve-se $V \cdot |V|$ ao invés de V^2 para se obter o sentido da força de atrito durante o transitório em relação ao sentido da velocidade do fluido.

Força do campo gravitacional – a força peso (F_W) do volume de líquido contido na seção do tubo, projetada na direção x resulta em:

$$F_W = \rho_f \cdot g \cdot A \cdot dx \cdot \sin\theta \quad (3.7)$$

Chega-se então ao primeiro termo da equação 3.4:

$$\sum F_x = F_{Pr} + F_a + F_W = -\frac{\partial p}{\partial x} A \cdot dx + \frac{\rho_f \cdot f \cdot V \cdot |V|}{2D} A \cdot dx + \rho_f \cdot g \cdot A \cdot dx \cdot \sin\theta \quad (3.8)$$

O primeiro membro do segundo termo da equação 3.4 é nulo uma vez que, em um dado instante, a velocidade média é constante. Desta forma:

$$\int \rho_f \cdot V_x (\vec{V} \cdot d\vec{A}) = 0 \quad (3.9)$$

Para o último termo da equação 3.4 o cálculo é imediato, utilizando-se o resultado de 3.3, ou seja, $V_x = V$:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \rho_f \cdot V_x \cdot dv = \rho_f \cdot A \cdot dx \frac{dV}{dt} = \rho_f \cdot A \cdot dx \frac{dV}{dt} \quad (3.10)$$

Substituindo os valores de 3.8, 3.9 e 3.10 em 3.4 chega-se a seguinte expressão:

$$\frac{\partial p}{\partial x} + \rho_f \cdot g \cdot \sin\theta + \rho_f \frac{dV}{dt} + \frac{\rho_f \cdot f \cdot V \cdot |V|}{2D} = 0 \quad (3.11)$$

A expressão 3.11 constitui a equação fundamental do modelo rígido e traduz o comportamento transitório do escoamento de um líquido no interior de uma tubulação rígida. A equação também pode ser expressa em função da carga piezométrica H e da vazão Q por meio da expressão que define a carga H (Koelle, 1983):

$$H = \frac{p}{\rho_f \cdot g} + Z + \frac{V^2}{2g} \quad (3.12)$$

A expressão acima, ao ser derivada em relação a x , resulta em:

$$\frac{\partial H}{\partial x} = \frac{1}{\rho_f g} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial Z}{\partial x} + 0 \quad (3.13)$$

Porém da figura 12, $\frac{\partial Z}{\partial x} = \frac{dZ}{dx} = \text{sen}\theta$ e, portanto:

$$\frac{\partial p}{\partial x} + \rho_f g \text{sen}\theta = \rho_f g \frac{\partial H}{\partial x} \quad (3.14)$$

Substituindo 3.14 em 3.11 e usando a relação $Q = V.A$, obtêm-se a expressão equivalente da equação 3.11, em termos da carga H e da vazão Q :

$$\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{1}{gA} \frac{dQ}{dt} + \frac{f}{2gDA^2} Q \cdot |Q| = 0 \quad (3.15)$$

3.2.2 O Modelo Elástico

O modelo elástico caracteriza-se por levar em consideração os efeitos de deformação da tubulação, no regime elástico, e a compressibilidade do fluido. Para o desenvolvimento das equações fundamentais são adotadas as seguintes hipóteses (Rocha, 1998):

- Fluido homogêneo, monofásico e pouco compressível (módulo de elasticidade volumétrico (K_f), constante);
- Tubo uniforme (espessura (e) e diâmetro (D), constantes);
- O tubo se deforma no regime elástico (lei de Hooke);
- Não é considerado o caso de separação das colunas líquidas (ocorrência de cavitação);
- Escoamento unidimensional com simetria axial; e
- A distribuição de velocidade e pressão é uniforme na seção transversal do tubo;

O módulo de elasticidade volumétrico dos fluidos (K_f)

O módulo de elasticidade volumétrico dos fluidos descreve a capacidade de compressão do mesmo dado um acréscimo de pressão. Para a dedução considera-se um fluido de volume inicial (v) e massa específica (ρ). A redução de volume ($v - dv$) pode ser obtida pelo acréscimo de pressão dp . A compressibilidade do fluido é

avaliada relacionando a pressão incremental dp necessária para provocar uma variação percentual $\frac{dv}{v}$ no volume do fluido. Defini-se o módulo de elasticidade volumétrico K_f pela expressão:

$$K_f = -\frac{dp}{\frac{dv}{v}} \quad (3.16)$$

O sinal negativo existe de forma que K_f seja positivo uma vez que o coeficiente $\frac{dp}{dv}$ é negativo. Note-se que a massa de fluido em questão não varia, desta forma vale a expressão $m = \rho_f v$. Por derivação resulta $\frac{dv}{v} = -\frac{d\rho_f}{\rho_f}$ e então:

$$K_f = \frac{dp}{\frac{d\rho_f}{\rho_f}} \text{ ou ainda, } \frac{K_f}{\rho_f} = \frac{dp}{d\rho_f} \quad (3.17)$$

Celeridade da onda de pressão

A equação de Newton que determina a velocidade de propagação de uma onda sonora ou de pressão em um fluido considerado pouco compressível no interior de um tubo rígido é dada por:

$$a_1 = \sqrt{\frac{K_f}{\rho_f}} \quad (3.18)$$

Para a determinação da velocidade de propagação de uma onda de pressão de um fluido incompressível no interior de um tubo de paredes deformáveis, tem-se a expressão:

$$a_2 = \sqrt{\frac{A}{\rho_f} \frac{dp}{dA}} \quad (3.19)$$

que, aplicada a tubos de parede fina recai na fórmula de Young dada por:

$$a_2 = \sqrt{\frac{Ee}{\rho_f D}} \quad (3.20)$$

Considerando-se os dois efeitos abordados anteriormente, ou seja, um fluido compressível no interior de um conduto deformável, a velocidade de propagação de uma onda de pressão foi formulada por Korteweg (Rocha, 1998) como sendo:

$$\frac{1}{a^2} = \frac{1}{a_1^2} + \frac{1}{a_2^2} = \frac{\rho_f}{K_f} + \frac{\rho_f}{A} \frac{dA}{dp} \quad \longrightarrow \quad \frac{1}{\rho_f a^2} = \frac{1}{K_f} \left(1 + \frac{K_f}{A} \frac{dA}{dp} \right) \quad (3.21)$$

Ou ainda:

$$a_f = \sqrt{\frac{K_f}{\rho_f \left(1 + \frac{K_f dA}{A dp}\right)}} \quad (3.22)$$

A celeridade depende das características do fluido (K_f, ρ_f) e das características do material da tubulação assim como sua geometria e de seus vínculos. A quantidade $\frac{dA}{A.dp}$ relaciona o efeito da deformação transversal relativa $\frac{dA}{A}$ com a causa dessa deformação, o acréscimo de pressão dp .

Quando uma tubulação é submetida a um aumento da pressão interna dp a dilatação transversal é acompanhada de uma contração longitudinal. A relação entre a dilatação transversal relativa e a contração longitudinal relativa é constante entre os limites elásticos, para um determinado material. Esta constante é chamada de Coeficiente de Poisson (μ):

$$\mu = \frac{\text{dilatação transversal relativa}}{\text{contração longitudinal relativa}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$$

As deformações relativas dos materiais podem ser relacionadas com o às tensões atuantes por meio da lei de Hooke ($\sigma = \varepsilon.E$). Em tubulações sujeitas a variações de pressão interna, as deformações circunferenciais (ε_ϕ) dependerão além dessas variações de pressão, das tensões longitudinais as quais a tubulação ficará submetida. Isto pode ser verificado na figura 14:

Figura 14 - Corte longitudinal e transversal em uma seção de tubo. São mostradas as tensões axiais (σ_x), circunferenciais (σ_ϕ) e radiais (σ_r) que atuam no tubo devido a um aumento de pressão interna.

Fonte: autor da dissertação.

O alongamento parcial relativo, na direção circunferencial ($d\varepsilon_\phi^x = d\sigma_\phi/E$), devido somente à tensão incremental $d\sigma_\phi$ provocada pelo aumento de pressão dp , será igual a $d\varepsilon_\phi^x = dpD/2eE$ pois, $d\sigma_\phi = dpD/2e$. No entanto, a restrição longitudinal caso exista, acarreta no aumento $d\sigma_x$ da tensão axial. A contração longitudinal irá causar uma nova deformação circunferencial de valor $d\varepsilon_\phi^\phi = \mu d\varepsilon_x = \mu d\sigma_x/E$. A deformação circunferencial total é obtida superpondo-se as deformações calculadas anteriormente:

$$d\varepsilon_\phi = d\varepsilon_\phi^x + d\varepsilon_\phi^\phi = \frac{dpD}{2eE} - \mu \frac{d\sigma_x}{E} \quad (3.23) \quad A$$

variação de área transversal do tubo será:

$$dA = \frac{\pi}{4} (D + dD)^2 - \frac{\pi}{4} D^2 = \frac{\pi}{2} D \cdot dD$$

porém, $d\varepsilon_\phi = \frac{D}{dD}$, então:

$$\frac{dA}{A} = 2d\varepsilon_\phi \quad (3.24)$$

Desta feita, a relação $\frac{dA}{Adp}$ poderá ser reescrita em função das equações 3.23 e 3.24:

$$\frac{dA}{Adp} = \frac{D}{eE} - \frac{2\mu}{E} \frac{d\sigma_x}{dp} \quad (3.25)$$

e, de 3.22, a celeridade da onda como:

$$a_f = \sqrt{\frac{K_f}{\rho_f \left(1 + \frac{C \cdot K_f \cdot D}{eE}\right)}} \quad (3.26)$$

Três casos podem ser considerados para a determinação da constante C:

a) o movimento longitudinal do tubo é restrito pela pressão interna exercida no extremo do tubo, ou seja, na válvula fechada. O tubo se comporta como ancorado apenas na extremidade à montante. Neste caso:

$$d\sigma_x = \frac{dp \cdot D}{4e}, \text{ e a constante C resulta:}$$

$$C = 1 - 0,5\mu \quad (3.27)$$

b) a tubulação é ancorada nos extremos e, portanto, impedida de movimentar-se longitudinalmente. Neste caso:

$$d\sigma_x = \mu \cdot d\sigma_\phi = \mu \frac{dp \cdot D}{2e}, \text{ e a constante C resulta:}$$

$$C = 1 - \mu^2 \quad (3.28)$$

c) a tubulação não transmite tensões longitudinais, como é o caso de tubulações aéreas com junta de expansão ao longo do tubo. Neste caso:

$$d\sigma_1 = 0, \text{ e a constante C resulta:}$$

$$C = 1 \quad (3.29)$$

Equação da continuidade

A principal mudança na equação da continuidade em relação ao modelo rígido é a inclusão dos efeitos de compressibilidade do fluido e da elasticidade da parede do tubo. A conservação da massa exige que a soma dos dois termos da equação 3.1 seja nula. O comprimento dx define o volume de controle, não dependente do tempo, e por isso pode ser arbitrado infinitesimalmente pequeno. Desta forma tem-se:

$$\lim_{dx \rightarrow 0} \left[\frac{\partial}{\partial t} (\rho_f A) dx + \frac{\rho_f A}{\partial x} (V_1 - V_2) \right] = 0 \quad (3.30)$$

que resulta:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_f A) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_f V A) = 0 \quad (3.31)$$

Utilizando o conceito de derivada total e das derivadas parciais em x aplicadas à equação 3.31 e após simplificações, obtém-se:

$$V \frac{\partial}{\partial x}(\rho_f A) + \frac{\partial}{\partial t}(\rho_f A) + \rho_f A \frac{dV}{dx} = 0 \quad (3.32)$$

Onde os dois primeiros termos representam as derivadas de $\rho_f A$ em relação ao movimento de uma partícula de massa, ou:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_f A) + \rho_f A \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (3.33)$$

Aplicando a regra da cadeia à derivada total e dividindo-se o resultado por ρA , resulta:

$$\frac{1}{A} \frac{dA}{dt} + \frac{1}{\rho_f} \frac{d\rho}{dt} + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (3.34)$$

O termo dA/A é uma medida da deformação geométrica da tubulação e seu valor depende das características estruturais e dos vínculos a que está submetida. A variação $d\rho_f/\rho_f$ da massa específica do fluido pode ser escrita em termos do módulo de elasticidade volumétrico (K) supondo-se que o transitório está associado à situação estática. Aplicando-se a relação 3.17 à relação 3.34 obtém-se:

$$\frac{dp}{dt} \left[\frac{1}{K} \left(\frac{K}{A} \frac{dA}{dp} + 1 \right) \right] + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (3.35)$$

Substituindo a equação 3.21 na equação 3.35, resulta:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \rho_f a_f^2 \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (3.36)$$

que após o desenvolvimento da derivada total da pressão, resulta em:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + V \frac{\partial p}{\partial x} + \rho_f a_f^2 \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (3.37)$$

A expressão 3.37 pode ser reescrita em função da carga H . Para tal deve-se utilizar a equação 3.12, derivando-a em relação ao tempo. O efeito do termo convectivo da variação de pressão ($V \frac{\partial p}{\partial x}$) pode ser considerado desprezível no transiente com líquidos quando comparado com a variação local de pressão, uma vez que $V \ll a_f$.

Obtém-se assim a expressão final da equação da continuidade, envolvendo transientes em líquidos no interior de tubulações sob pressão:

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a_f^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (3.38)$$

que em termos da vazão Q , utilizando a relação $Q = V \cdot A$, resulta:

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a_f^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (3.39)$$

Equação da quantidade de movimento linear

Partindo-se da equação fundamental da quantidade de movimento, descrita em 3.4, mantêm-se o resultado obtido para o somatório de forças externas (Eq 3.8). O primeiro membro do segundo termo da eq. 3.4 descreve o fluxo da quantidade de movimento através da superfície de controle, levando-se em conta a dilatação do material e a compressibilidade do fluido, que é dado por:

$$\int \rho_f \cdot V_x (\vec{V} \cdot \vec{dA}) = \left(2\rho_f AV \frac{\partial V}{\partial x} + \rho_f V^2 \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial x} AV^2 \right) dx \quad (3.40)$$

O último termo da equação 3.4 descreve a variação da quantidade de movimento no interior do volume de controle, e é dada por:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \rho_f \cdot V_x \cdot dv = \frac{\partial}{\partial t} (\rho_f V A dx) = \left(\rho_f A \frac{\partial V}{\partial t} + \rho_f V \frac{\partial A}{\partial t} + V A \frac{\partial \rho}{\partial t} \right) dx \quad (3.41)$$

Substituindo 3.41, 3.40 e 3.8 na equação 3.4 e dividindo-se o resultado por $\rho_f A dx$, obtem-se:

$$\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial p}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} + g \sin \theta + \frac{fV|V|}{2D} = 0 \quad (3.42)$$

Utilizando o resultado de 3.14 e desprezando-se o termo convectivo $V \frac{\partial V}{\partial x}$, uma vez que $V \ll a$, resulta na expressão final da equação do momento para transitórios hidráulicos no interior de tubulações contendo líquidos sob pressão:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{fV|V|}{2D} = 0 \quad (3.43)$$

que escrita em termos da vazão Q, resulta:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{fQ|Q|}{2DA} = 0 \quad (3.44)$$

O par de expressões 3.38 e 3.43, que constituem o modelo elástico para o fluido, formam o sistema fundamental de equações hiperbólicas de derivadas parciais quasi-lineares, válidas para o plano (x, t) , que possibilitam a avaliação de escoamentos transitórios de líquidos no interior de tubulações contendo líquidos sob pressão.

3.3 Método das Características

As equações 3.43 e 3.44 formam um par de equações hiperbólicas de derivadas parciais, não integráveis de forma analítica. O método das características transforma estas equações em equações diferenciais totais. A solução será obtida determinando-se as linhas características do problema. Uma vez que as equações supracitadas incluem derivadas parciais de H e V em relação ao espaço e tempo, serão apresentadas as expressões para as derivadas totais de H e V , ou seja:

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial H}{\partial t} \quad (3.45)$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial V}{\partial t} \quad (3.46)$$

Sejam as equações da continuidade e do momento recém desenvolvidas:

$$L_1 = \frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{fV|V|}{2D} = 0 \quad (3.47)$$

$$L_2 = \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a_f^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (3.48)$$

Pode-se fazer uma combinação linear das equações 3.47 e 3.48 multiplicando-se uma delas por uma constante qualquer λ e somando a outra, ou seja:

$$L_1 + \lambda L_2 = \frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{fV|V|}{2D} + \lambda \left(\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a_f^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} \right) = 0 \quad (3.49)$$

Expandindo a equação 3.49 e colocando em evidência termos que se assemelham às derivadas totais dH/dt e dV/dt mostradas nas equações 3.45 e 3.46, produz:

$$\lambda \left(\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{g}{\lambda} \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \left(\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\lambda a_f^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \frac{fV|V|}{2D} = 0 \quad (3.50)$$

Comparando-se a equação 3.50 com os termos dH/dt e dV/dt das derivadas totais chega-se aos possíveis valores de λ :

$$\frac{dx}{dt} = \frac{g}{\lambda} = \frac{\lambda a_f^2}{g} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \pm \frac{g}{a_f} \quad \Rightarrow \quad \frac{dx}{dt} = \pm a_f \quad (3.51)$$

Com os valores de λ (3.51) pode-se reescrever a equação 3.50, que irá formar duas equações diferenciais totalmente independentes:

$$\frac{g}{a_f} \frac{dH}{dt} + \frac{dV}{dt} + \frac{fV|V|}{2D} = 0 \quad (3.52)$$

$$\text{válida para } \frac{dx}{dt} = +a_f, \text{ e} \quad (3.53)$$

$$\frac{g}{a_f} \frac{dH}{dt} - \frac{dV}{dt} - \frac{fV|V|}{2D} = 0 \quad (3.54)$$

$$\text{válida para } \frac{dx}{dt} = -a_f \quad (3.55)$$

Desta forma, dois valores reais de λ foram utilizados para converter as duas equações diferenciais parciais originais, (3.47) e (3.48), em duas equações diferenciais totais, (3.52) e (3.54), ambas com a restrição de que são válidas somente quando as equações 3.53 e 3.55, respectivamente, são válidas. Ambas as equações de reta expressas por 3.53 e 3.55 são chamadas de linhas características e representam fisicamente o caminho percorrido pelo distúrbio de pressão ao longo do tubo (Chaudhry, 1979). As equações 3.52 e 3.54 são referidas na literatura como equações de compatibilidade, sendo cada uma válida somente em sua respectiva linha característica. A Figura 15 exemplifica uma perturbação no ponto *A* no tempo $t=0$ que irá atingir o ponto *P* depois de decorridos Δt segundos:

Figura 15 - Linhas características no plano x-t.

Fonte: Autor da dissertação.

Nenhuma aproximação matemática foi feita na transformação das equações diferenciais parciais originais e por esse motivo, cada solução do conjunto de equações 3.52 e 3.54 será uma solução do sistema original. A integração das equações de compatibilidade resulta em um sistema de duas equações e duas incógnitas, H_p e V_p .

3.4 Interação Fluido-Estrutura

A IFE caracteriza-se quando uma tubulação, submetida a um TH, tem algum grau de liberdade, seja axial, lateral ou de torção. Neste caso as ondas de pressão provenientes do TH exercem forças que fazem com que o sistema se mova fato que gera novas ondas de pressão. Este trabalho limitar-se-á a descrever o modelo de IFE composto de quatro equações, proposto por Lavooij e Tijsseling (1991). O modelo é composto por duas equações que descrevem o movimento do fluido (equações do modelo elástico) e duas equações para a tubulação. As novas incógnitas introduzidas são as tensões e velocidades axiais da tubulação. Para o desenvolvimento das equações fundamentais seguir-se-á o trabalho de Tijsseling (1993). As seguintes hipóteses são adotadas:

- A teoria desenvolvida é válida para tubos retos, esbeltos, de paredes finas e de seção transversal circular;
- O material do tubo é homogêneo, isotrópico, linearmente elástico e submetido a pequenas deformações;
- O atrito entre o líquido e a parede do tubo é modelado de forma quasi-estacionário, ou seja, o atrito é modelado como se o fluxo fosse estável;
- A descrição unidimensional para o fluxo do fluido é válida para ondas de pressão de baixa frequência. Esta hipótese é conhecida como a aproximação de comprimento

de onda. Esta abordagem é válida quando o comprimento de onda (λ) é longo em relação ao diâmetro da tubulação ($\lambda \gg D$); Como resultado, a inércia radial da parede do tubo pode ser negligenciada;

- As velocidades do líquido e do tubo (V e $\dot{u}$) são consideradas muito menores que as velocidades de onda (a_f e a_t) de modo que os termos convectivos podem ser negligenciados (aproximação acústica, em que $V \ll a_f$ e $\dot{u} \ll a_t$).

A demonstração das equações para o tubo parte da equação do momento expressa em duas dimensões, axial e radial, em coordenadas cilíndricas (Tijsseling, 1993).

Equação do momento na direção axial:

$$\rho_t \frac{\partial \dot{u}_x}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r \tau_{xr})}{\partial r} + \rho_t \cdot g \cdot \sin \theta \quad (3.56)$$

Equação do momento na direção radial:

$$\rho_t \frac{\partial \dot{u}_r}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r \sigma_r)}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rx}}{\partial x} - \frac{\sigma_\phi}{r} \quad (3.57)$$

Para se chegar a formulação unidimensional ambas as equações são multiplicadas por $2\pi r$, integradas em r no intervalo de R a $R + e$ e por fim divididas por $2\pi \left(R + \frac{1}{2}e\right)$ e o que resulta em:

$$\rho_t \frac{\partial \bar{\dot{u}}_x}{\partial t} = \frac{\partial \bar{\sigma}_x}{\partial x} + \frac{R+e}{\left(R+\frac{1}{2}e\right)} \tau_{xr}|_{r=R+e} - \frac{R}{\left(R+\frac{1}{2}e\right)} \tau_{xr}|_{r=R} + \rho_t \cdot g \cdot \sin \theta \quad (3.58)$$

$$\rho_t \frac{\partial \bar{\dot{u}}_r}{\partial t} = \frac{R+e}{\left(R+\frac{1}{2}e\right)} \sigma_r|_{r=R+e} - \frac{R}{\left(R+\frac{1}{2}e\right)} \sigma_r|_{r=R} - \frac{1}{\left(R+\frac{1}{2}e\right)} \bar{\sigma}_\phi \frac{\partial \tau_{rx}}{\partial x} \quad (3.59)$$

Onde $\bar{\sigma}_\phi$, $\bar{\dot{u}}_r$, $\bar{\dot{u}}_x$ e $\bar{\sigma}_x$ são valores médios.

A equação de momento para o tubo relaciona velocidades axiais ($\dot{u}_x$) a tensões axiais (σ_x) e velocidades circunferenciais ($\dot{u}_r$) a tensões circunferenciais (σ_ϕ), ou *hoop stress*. As seguintes relações tensão-deformação também serão utilizadas para se completar o modelo. As relações advêm da lei de Hooke geral:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \mu(\sigma_\phi + \sigma_r)] \quad (3.60)$$

$$\varepsilon_\phi = \frac{1}{E} [\sigma_\phi - \mu(\sigma_x + \sigma_r)] \quad (3.61)$$

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E} [\sigma_r - \mu(\sigma_x + \sigma_\phi)] \quad (3.62)$$

Além destas as seguintes relações entre deslocamentos e deformações

também são utilizadas:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u_x}{\partial x} \quad (3.63)$$

$$\varepsilon_\phi = \frac{u_r}{r} \quad (3.64)$$

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u_r}{\partial r} \quad (3.65)$$

Substituindo-se a equação 3.63 em 3.60 resulta na seguinte expressão:

$$\sigma_x = E \frac{\partial u_x}{\partial x} + \mu(\sigma_\phi + \sigma_r) \quad (3.66)$$

a relação axial entre tensão e deslocamento. A expressão 3.66, após ser diferenciada no tempo, multiplicada por $2\pi r$, integrada em r no intervalo de R a $R + e$ e por fim dividida por $2\pi \left(R + \frac{1}{2}e\right)e$, resulta em:

$$\frac{\partial \overline{\sigma_x}}{\partial t} = E \frac{\partial \overline{\dot{u}_x}}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial \overline{\sigma_\phi}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{\sigma_r}}{\partial t} \right) \quad (3.67) \text{ a}$$

relação axial entre tensão e velocidade do tubo.

As equações acima descritas são suficientes para modelar o fenômeno de IFE para a tubulação. Fazem-se necessárias relações de acoplamento entre fluido e estrutura para se completar o modelo de IFE. Os acoplamentos ocorrem por meio das condições de contorno do problema e representam o contato na interface do fluido com a parede do tubo. São elas:

$$\tau_{xr}|_{r=R} = -\tau_0 \quad (3.68)$$

$$\tau_{xr}|_{r=R+e} = 0 \quad (3.69)$$

$$\sigma_r|_{r=R} = -P \quad (3.70)$$

$$\sigma_r|_{r=R+e} = -P_e \quad (3.71)$$

Onde P_e representa a pressão externa ao tubo e τ_0 a tensão de cisalhamento entre fluido e a parede do tubo. As expressões 3.68 a 3.71 são substituídas em 3.58 e 3.59. Utilizando a hipótese do comprimento de onda longo, mencionada anteriormente, podem-se desprezar os termos de aceleração na direção radial (Tijsseling, 1993), ou seja, os termos de inércia radial podem ser ignorados. Isto equivale a dizer que a pressão do fluido é constante ao longo de uma seção do tubo. Após as substituições, rearranjo das equações e introdução das equações do fluido (modelo elástico) acopladas ao tubo, chega-se ao modelo unidimensional de quatro equações, cujas incógnitas são H , V , σ_x e $\dot{u}_x$:

Equações do fluido:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial x} = -f \frac{V_{rel}|V_{rel}|}{4R} \quad (3.72)$$

$$\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{g}{a_f^2} \frac{\partial H}{\partial t} = 2\mu \frac{\partial \dot{u}_x}{\partial x} \quad (3.73)$$

Equações do tubo:

$$\frac{\partial \dot{u}_x}{\partial t} - \frac{1}{\rho_t} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = f \frac{\rho_f A_f V_{rel}|V_{rel}|}{\rho_t A_t 4R} + g \cdot \text{sen}\theta \quad (3.74)$$

$$\frac{\partial \dot{u}_x}{\partial x} - \frac{1}{\rho_t a_t^2} \frac{\partial \sigma_x}{\partial t} = -\rho_f g \frac{\mu R}{E e} \frac{\partial H}{\partial t} \quad (3.75)$$

onde:

a_f é o valor da celeridade da onda de pressão no fluido, definido por 3.26;

V_{rel} é a velocidade relativa entre o fluido e a parede do tubo;

$$V_{rel} = V - \dot{u}_x \quad (3.76)$$

a_t é o valor da celeridade da onda de tensão na parede do tubo.

$$a_t = \sqrt{\frac{E}{\rho_t}} \quad (3.77)$$

Aplicando-se o método das características chega-se às seguintes equações de compatibilidade:

Fluido:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} + \frac{g}{a_f} \left[\frac{\bar{a}_f}{a_f} + 2\mu^2 \frac{R}{e} \frac{\rho_f}{\rho_t} \frac{\frac{a_f \bar{a}_f}{a_t^2}}{1 - \left(\frac{\bar{a}_f}{a_t}\right)^2} \right] \frac{dH}{dt} + 2\mu \frac{\left(\frac{\bar{a}_f}{a_t}\right)^2}{1 - \left(\frac{\bar{a}_f}{a_t}\right)^2} \frac{d\dot{u}_x}{dt} - \frac{2\mu}{\rho_t \bar{a}_f} \frac{\left(\frac{\bar{a}_f}{a_t}\right)^2}{1 - \left(\frac{\bar{a}_f}{a_t}\right)^2} \frac{d\sigma_x}{dt} = \\ = -f \frac{V_{rel}|V_{rel}|}{4R} + 2\mu \frac{\left(\frac{\bar{a}_f}{a_t}\right)^2}{1 - \left(\frac{\bar{a}_f}{a_t}\right)^2} \left[f \frac{\rho_f A_f V_{rel}|V_{rel}|}{\rho_t A_t 4R} + g \cdot \text{sen}\theta \right] \end{aligned} \quad (3.78)$$

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} - \frac{g}{a_f} \left[\frac{\bar{a}_f}{a_f} + 2\mu^2 \frac{R}{e} \frac{\rho_f}{\rho_t} \frac{\frac{a_f \bar{a}_f}{a_t^2}}{1 - \left(\frac{\bar{a}_f}{a_t}\right)^2} \right] \frac{dH}{dt} + 2\mu \frac{\left(\frac{\bar{a}_f}{a_t}\right)^2}{1 - \left(\frac{\bar{a}_f}{a_t}\right)^2} \frac{d\dot{u}_x}{dt} - \frac{2\mu}{\rho_t \bar{a}_f} \frac{\left(\frac{\bar{a}_f}{a_t}\right)^2}{1 - \left(\frac{\bar{a}_f}{a_t}\right)^2} \frac{d\sigma_x}{dt} = \\ = -f \frac{V_{rel}|V_{rel}|}{4R} + 2\mu \frac{\left(\frac{\bar{a}_f}{a_t}\right)^2}{1 - \left(\frac{\bar{a}_f}{a_t}\right)^2} \left[f \frac{\rho_f A_f V_{rel}|V_{rel}|}{\rho_t A_t 4R} + g \cdot \text{sen}\theta \right] \end{aligned} \quad (3.79)$$

Tubo:

$$\begin{aligned}
& -\mu \frac{R \rho_f}{e \rho_t} \frac{\left(\frac{a_f}{a_t}\right)^2}{1 - \left(\frac{a_f}{a_t}\right)^2} \frac{dV}{dt} - \mu \frac{R \rho_f g \bar{a}_t}{e \rho_t a_t \bar{a}_t} \frac{\left(\frac{a_f}{a_t}\right)^2}{1 - \left(\frac{a_f}{a_t}\right)^2} \frac{dH}{dt} + \left[1 + 2\mu^2 \frac{R \rho_f}{e \rho_t} \frac{\left(\frac{a_f}{a_t}\right)^2}{1 - \left(\frac{a_f}{a_t}\right)^2} \right] \frac{d\dot{u}_x}{dt} \\
& - \frac{1}{\rho_t a_t} \frac{\bar{a}_t}{a_t} \frac{d\sigma_x}{dt} = \left[1 + 2\mu^2 \frac{R \rho_f}{e \rho_t} \frac{\left(\frac{a_f}{a_t}\right)^2}{1 - \left(\frac{a_f}{a_t}\right)^2} \right] \left[f \frac{\rho_f A_f V_{rel} |V_{rel}|}{\rho_t A_t 4R} + g \cdot \text{sen}\theta \right] + \\
& \mu \frac{R \rho_f}{e \rho_t} \frac{\left(\frac{a_f}{a_t}\right)^2}{1 - \left(\frac{a_f}{a_t}\right)^2} f \frac{V_{rel} |V_{rel}|}{4R}
\end{aligned} \tag{3.80}$$

$$\begin{aligned}
& -\mu \frac{R \rho_f}{e \rho_t} \frac{\left(\frac{a_f}{a_t}\right)^2}{1 - \left(\frac{a_f}{a_t}\right)^2} \frac{dV}{dt} + \mu \frac{R \rho_f g \bar{a}_t}{e \rho_t a_t \bar{a}_t} \frac{\left(\frac{a_f}{a_t}\right)^2}{1 - \left(\frac{a_f}{a_t}\right)^2} \frac{dH}{dt} + \left[1 + 2\mu^2 \frac{R \rho_f}{e \rho_t} \frac{\left(\frac{a_f}{a_t}\right)^2}{1 - \left(\frac{a_f}{a_t}\right)^2} \right] \frac{d\dot{u}_x}{dt} \\
& + \frac{1}{\rho_t a_t} \frac{\bar{a}_t}{a_t} \frac{d\sigma_x}{dt} = \left[1 + 2\mu^2 \frac{R \rho_f}{e \rho_t} \frac{\left(\frac{a_f}{a_t}\right)^2}{1 - \left(\frac{a_f}{a_t}\right)^2} \right] \left[f \frac{\rho_f A_f V_{rel} |V_{rel}|}{\rho_t A_t 4R} + g \cdot \text{sen}\theta \right] + \\
& \mu \frac{R \rho_f}{e \rho_t} \frac{\left(\frac{a_f}{a_t}\right)^2}{1 - \left(\frac{a_f}{a_t}\right)^2} f \frac{V_{rel} |V_{rel}|}{4R}
\end{aligned} \tag{3.81}$$

Onde $\bar{a}_f$ e $\bar{a}_t$ são valores ajustados das velocidades de propagação das ondas:

$$\bar{a}_f = \{0.5 [q^2 - (q^4 - 4a_f^2 a_t^2)^{\frac{1}{2}}]\}^{\frac{1}{2}} \tag{3.82}$$

$$\bar{a}_t = \{0.5 [q^2 + (q^4 - 4a_f^2 a_t^2)^{\frac{1}{2}}]\}^{\frac{1}{2}} \tag{3.83}$$

$$q = \sqrt{a_f^2 + a_t^2 + 2\mu^2 \frac{R \rho_f}{e \rho_t} a_f^2} \tag{3.84}$$

As seguintes retas características completam o sistema, respectivamente para as equações 3.78 a 3.81:

$$+\bar{a}_f, -\bar{a}_f, +\bar{a}_t \text{ e } -\bar{a}_t \tag{3.85}$$

A integração das equações de compatibilidade resulta em um sistema de quatro equações e quatro incógnitas $H(x,t)$, $V(x,t)$, $\sigma(x,t)$ e $\dot{u}(x,t)$. No próximo capítulo estas equações serão resolvidas numericamente.

Neste trabalho algumas etapas da dedução do modelo de IFE de quatro equações foram omitidas. A demonstração completa das equações que formam o modelo de IFE de quatro equações pode ser vista em Tijsseling (1993).

3.5 Conclusões Parciais dos Modelos

Foram abordados os modelos rígido e elástico para o fluido assim como o modelo acoplado de IFE, objeto deste estudo. No modelo de IFE o movimento axial do fluido é acoplado à tubulação por resultado do acoplamento de Poisson. O termo de atrito assim como os movimentos de expansão e contração radial do tubo são calculados de forma estacionária. Desta forma a tensão circunferencial e o movimento radial da tubulação seguem instantaneamente a pressão do fluido e a tensão axial do tubo.

4 MODELO NUMÉRICO

A construção do modelo numérico baseou-se no modelo físico composto por reservatório, tubo e válvula. O referido modelo tem sido o foco de muita pesquisa e é um excelente ponto de partida para a maioria dos estudos. A figura 16 exemplifica o modelo:

Figura 16 - Modelo reservatório tubo-válvula.

Fonte: Autor da dissertação.

O modelo é composto por dois reservatórios, um à montante e outro à jusante do tubo. Os reservatórios têm alturas piezométricas H_u e H_d , o que equivale a dizer que existe uma diferença de pressão ($H_u - H_d$) constante entre as extremidades do tubo. A válvula representa o mecanismo por meio do qual se gera o TH e pode ser modelada com um fechamento instantâneo ou de forma linear no tempo. As condições de contorno em ambos os extremos da tubulação são necessárias para completar a solução.

4.1 Integração das equações de compatibilidade

As equações de compatibilidade (3.78 - 3.81) podem ser escritas da seguinte forma, para o fluido e o tubo respectivamente:

$$\alpha_f \left[\frac{dV}{dt} \right] \pm \beta_f \left[\frac{dH}{dt} \right] + \gamma_f \left[\frac{d\dot{u}_x}{dt} \right] \pm \delta_f \left[\frac{d\sigma_x}{dt} \right] = q_f(\dot{u}_x, V) \quad (4.1)$$

$$\alpha_t \left[\frac{dV}{dt} \right] \pm \beta_t \left[\frac{dH}{dt} \right] + \gamma_t \left[\frac{d\dot{u}_x}{dt} \right] \pm \delta_t \left[\frac{d\sigma_x}{dt} \right] = q_t(\dot{u}_x, V) \quad (4.2)$$

Onde os coeficientes $\alpha_f, \beta_f, \gamma_f, \delta_f, q_f$ e $\alpha_t, \beta_t, \gamma_t, \delta_t, q_t$ representam respectivamente os coeficientes das equações 3.78 - 3.81. A integração das equações 4.1 e 4.2, ao longo das respectivas linhas características definidas por 3.85, resulta em:

$$\alpha_f(V_P - V_{A_1}) + \beta_f(H_P - H_{A_1}) + \gamma_f(\dot{u}_{x_P} - \dot{u}_{x_{A_1}}) + \delta_f(\sigma_{x_P} - \sigma_{x_{A_1}}) = \int_{A_1}^P q_f dt \quad (4.3)$$

Válido para a linha característica $\frac{dx}{dt} = \bar{a}_f$

$$\alpha_f(V_P - V_{A_2}) - \beta_f(H_P - H_{A_2}) + \gamma_f(\dot{u}_{x_P} - \dot{u}_{x_{A_2}}) - \delta_f(\sigma_{x_P} - \sigma_{x_{A_2}}) = \int_{A_2}^P q_f dt \quad (4.4)$$

Válido para a linha característica $\frac{dx}{dt} = -\bar{a}_f$

$$\alpha_t(V_P - V_{A_3}) + \beta_t(H_P - H_{A_3}) + \gamma_t(\dot{u}_{x_P} - \dot{u}_{x_{A_3}}) + \delta_t(\sigma_{x_P} - \sigma_{x_{A_3}}) = \int_{A_3}^P q_t dt \quad (4.5)$$

Válido para a linha característica $\frac{dx}{dt} = \bar{a}_t$

$$\alpha_t(V_P - V_{A_4}) - \beta_t(H_P - H_{A_4}) + \gamma_t(\dot{u}_{x_P} - \dot{u}_{x_{A_4}}) - \delta_t(\sigma_{x_P} - \sigma_{x_{A_4}}) = \int_{A_4}^P q_t dt \quad (4.6)$$

Válido para a linha característica $\frac{dx}{dt} = -\bar{a}_t$

Onde P e A_i ($i = 1, 2, 3$ e 4) são pontos no plano x-t de acordo com a figura 17:

Figura 17 - Pontos P e A_i no plano x-t e linhas características.

Fonte: Autor da dissertação.

Da Figura 17 conclui-se que para se determinar as incógnitas no ponto P, localizado em $t + \Delta t$, devem-se conhecer as incógnitas nos pontos A_i no tempo t .

A integral definida por $\int_A^P q \cdot dt$ pode ser escrita genericamente na forma:

$$I = K_1 \int_A^P V_{rel} |V_{rel}|. dt + K_2 \int_A^P g. \sin \theta. dt \quad (4.7)$$

Onde K_1 e K_2 são constantes conhecidas provenientes dos coeficientes das equações 3.78 - 3.81. Tijsseling (1993) utiliza uma aproximação por meio de uma regra de integração para a integral $\int_A^P V_{rel} |V_{rel}|. dt$, de forma que a expressão 4.7 resulta:

$$I = K_1 (V_{rel})_A |(V_{rel})_A| (t_P - t_A) + K_2 g. \sin \theta (t_P - t_A) \quad (4.8)$$

A integração das equações de compatibilidade resulta em um sistema de quatro equações e quatro incógnitas $H(x,t)$, $V(x,t)$, $\sigma(x,t)$ e $\dot{u}(x,t)$. Este sistema de equações será usado para se obter a solução para pontos no interior da malha de processamento. As equações também serão usadas, duas a duas, para se obter a solução nos extremos da tubulação, juntamente com as condições de contorno.

De posse das equações de compatibilidade recém integradas (4.3 – 4.6 e 4.8), pode-se desenvolver um método de solução numérica usando-se o método das diferenças finitas (explícito). A técnica de diferenças finitas de primeira ordem é suficientemente precisa para o modelo objeto deste estudo, pelo fato de que os intervalos de tempo utilizados para resolver tais equações em problemas práticos, geralmente, são pequenos.

4.2 Malhas computacionais

A malha de processamento é definida pelos espaçamentos Δx e Δt . Divide-se o comprimento do tubo em n subintervalos de igual comprimento ($\Delta x = \frac{L}{N}$). O domínio da solução começa na entrada do tubo ($x_1 = 0$) e termina na válvula ($x_{n+1} = L$). Neste tipo de malha, para garantir estabilidade do processo de cálculo, deve-se utilizar a condição proposta por Courant-Friedrichs-Lewy (Rocha, 1998), em que $\frac{\Delta x}{\Delta t} = a$.

Neste trabalho adotou-se a chamada malha “onda de pressão”, em que $\frac{\Delta x}{\Delta t} = \overline{a}_f$. Da figura 18 percebe-se que, por conta do espaçamento ter valor $\Delta x = \overline{a}_f \Delta t$, os pontos A_1 e A_2 , contidos nas linhas características oriundas das equações do fluido (4.3 e 4.4), sempre irão coincidir com pontos da malha, não havendo necessidade de interpolações. Diferentemente, os pontos A_3 e A_4 , contidos nas linhas características oriundas das equações do tubo (4.5 e 4.6), sempre estarão fora dos pontos da malha.

Por esse motivo haverá a necessidade de se interpolar os valores destes pontos de forma que os mesmos sejam conhecidos em pontos da malha.

Figura 18 - Malha de processamento baseada na onda de pressão: $\Delta x = \bar{a}_f \cdot \Delta t$. Há necessidade de interpolação dos pontos A_3 e A_4 .

Fonte: Autor da dissertação.

Outra interpolação será necessária em situações em que os pontos A_3 ou A_4 se encontrarem nos limites da tubulação, como pode ser observado no exemplo da figura 19. Nestes casos também haverá a necessidade de interpolação neste caso, no entanto, no eixo do tempo.

Figura 19 – Ponto A_3 situado no limite à montante do tubo.

Fonte: Autor da dissertação.

Os processos de interpolações adotados neste trabalho, quando necessários em ambos os eixos, são feitos através de aproximações lineares. Traça-se uma reta entre os valores a serem interpolados e por meio da equação da mesma chega-se ao valor interpolado das variáveis de interesse.

4.3 Condições iniciais

As condições iniciais são as condições de estado estacionário antes do evento que irá gerar o TH. Assume-se como que a tubulação esteja em um estado de regime permanente com fluxo constante entre os reservatórios antes do início de um evento transitório, ou seja, em $(t = 0)$. Ao se definir as condições iniciais saber-se-á o valor das variáveis de interesse ao longo do tubo para o tempo $t = 0$, ou seja, $H(x,0)$, $V(x,0)$, $\sigma(x,0)$ e $\dot{u}(x,0)$. Os valores iniciais das variáveis básicas são (Tijsseling, 1993):

$$H(x, 0) = H_U - \left[\rho_f f \frac{V_{rel}|V_{rel}|}{4R} - \rho_f \cdot g \cdot \sin\theta \right] x \quad (4.9)$$

$$V(x, 0) = \text{constante} \quad (4.10)$$

$$\sigma(x, 0) = \sigma(0,0) - \left[\frac{1}{\left(1 + \frac{1}{2R}\right)e} \rho_f f \frac{V_{rel}|V_{rel}|}{4R} \rho_t \cdot g \cdot \sin\theta \right] x \quad (4.11)$$

$$\dot{u}(x, 0) = 0 \quad (4.12)$$

4.4 Condições de contorno

Reservatório – os reservatórios são considerados infinitos e desta forma mantêm a pressão constante durante o TH. Uma vez que o nível é constante, a condição de contorno exige que na entrada do tubo a pressão seja igual a do reservatório qualquer que seja o tempo. Além disto, considera-se que a tubulação é rigidamente engastada ao reservatório e ambos não se movem.

$$H(0, t) = H_U \quad (4.13)$$

$$\dot{u}(0, t) = 0 \quad (4.14)$$

Válvula – a válvula pode ser modelada como sendo rigidamente fixa, ou seja, com restrição de movimentos axiais ou podendo mover-se axialmente. Além disto, o tempo de fechamento da válvula (T_c) pode ser variado desde instantâneo $T_c = 0$ até o tempo que se desejar simular. As seguintes relações satisfazem tais condições:

- a) Fechamento instantâneo e válvula fixa.

$$V(x = L, t) = 0 \quad (4.15)$$

$$\dot{u}(x = L, t) = 0 \quad (4.16)$$

b) Fechamento instantâneo e válvula sem restrição de movimentos axiais.

$$V(x = L, t) = \dot{u}(x = L, t) \quad (4.17)$$

$$\rho_f \cdot g \cdot A_f \cdot \Delta H = A_t \cdot \Delta \sigma_x \quad (4.18)$$

c) Fechamento linear no tempo.

Substituem-se as eq.4.15 e 4.17 pela expressão:

$$\Delta H = H_D + K_v \frac{V_{rel}|V_{rel}|}{2g} \quad (4.19)$$

Onde K_v é o coeficiente de perda de carga na válvula e C_d é o coeficiente de descarga da válvula:

$$K_v = \frac{1}{C_d^2} - 1 \quad (4.20)$$

4.5 Código computacional

Foram desenvolvidos dois códigos distintos neste trabalho. O primeiro código (TH_01) calcula os efeitos dos transitórios hidráulicos no fluido (modelo elástico), sem levar em consideração a interação com a estrutura que o contém. O segundo código (FSI_01) inclui os acoplamentos de IFE. No código FSI_01 modelou-se a válvula livre para movimentar-se axialmente ou com restrição de movimento axial. Os códigos, desenvolvidos na linguagem C++, são capazes de resolver o conjunto de equações matemáticas que descrevem o fenômeno do transitório hidráulico e interação fluido-estrutura em uma tubulação de transporte de fluido. Os modelos são compostos por um módulo de entrada, um módulo pré-processamento, um módulo de processamento (resolução das equações) e um módulo de pós-processamento que fornecerá as variáveis de interesse. A figura 20 mostra o fluxograma comum aos códigos desenvolvidos:

Figura 20 - fluxograma dos códigos numéricos computacionais desenvolvidos.

Fonte: Autor da dissertação.

Os dados de entradas do programa são as variáveis que irão caracterizar o transitório estudado. Primeiramente definem-se variáveis relacionadas à tubulação:

- Comprimento (L);
- Diâmetro (D);
- Espessura (e);
- Módulo de Young do material (E);
- Massa específica do material (ρ_t);
- Ângulo de inclinação (θ);
- Coeficiente de Poisson (μ);
- Constante de ancoragem (C);

Da mesma forma, definem-se variáveis relacionadas às características do fluido e do fluxo:

- Massa específica do fluido (ρ_f);
- Módulo de elasticidade do fluido (K_f);
- Fator de atrito (f);
- Pressão (carga) à montante da válvula (H_u);
- Pressão (carga) à jusante da válvula (H_d);
- Pressão externa à tubulação (P_e);
- Aceleração da gravidade (g);

Deve-se ainda definir variáveis de controle do fenômeno e da malha de processamento:

- Tempo de processamento do fenômeno (t_{max});
- Intervalo no espaço (Δx);
- Intervalo no tempo (Δt);
- Tempo de fechamento da válvula (t_c);
- Abertura inicial da válvula (VO_i);
- Número de pontos de controle no tubo (n);
- Número de pontos de controle no tempo (m);
- Vetores das incógnitas (H , V , SIG e U);
- Coeficientes da integral do atrito (q_f e q_t)

O módulo de pré-processamento é responsável pela criação das diversas funções que serão utilizadas posteriormente no módulo de processamento, além da declaração de outras variáveis, cujo cálculo é função das variáveis de entrada. As seguintes funções fazem parte do módulo de pré-processamento:

- Condição inicial de carga ($initialcondH$);
- Condição inicial de tensões ($initialcondsig$);
- Condição inicial de deslocamentos ($initialcondu$);
- Função para zerar os vetores ($PoeVet$);
- Função cálculo de q_f e q_t ($calcqf$ e $calcqt$);
- Função interpolação ($interpola$);
- Função para cálculo de V_{rel} ($getVrel$); e
- Função de resolução do sistema linear 4x4 ($solve$);
- Função de resolução do sistema não linear 4x4 (para o caso de fechamento não instantâneo);

As variáveis utilizadas no programa estão sintetizadas na tabela 1:

Tabela 1 - Variáveis utilizadas no programa.

n	número de divisões do tubo no espaço
m	numero de pontos de controle no tempo
Hu	Pressão de entrada [m]
Hd	Pressão de saída [m]
L	Comprimento do tubo [m]
D	diâmetro do tubo [m]
e	espessura da parede do tubo [m]
VO0	abertura inicial da válvula [%]
tc	tempo de fechamento da válvula [s]
tmax	tempo total de simulação [s]
teta	angulo de inclinação do tubo [grau]
E	módulo de Young do aço [N/m ²]
Rof	massa específica do fluido [Kg/m ³]
Kf	módulo de elasticidade do fluido [N/m ²]
poiss	coeficiente de Poisson
C	constante de ancoragem
g	aceleração da gravidade [m/s ²]
Rot	massa específica do aço [Kg/m ³]
fat	Fator de atrito de Darcy-Weissbach
Vzero	velocidade inicial do fluido [m/s]
Pe	Pressão externa à tubulação [m]
R	raio da tubulação [m]
Af	área da seção reta do tubo [m ²]
At	área da seção reta da parede do tubo [m ²]
Dv	diâmetro da válvula [m]
dx	incremento no espaço [m]
af	celeridade da onda de pressão (clássica) [m/s]
at	celeridade da onda de tensão (clássica) [m/s]
qe2	constante para cálculo das celeridades ajustadas
afb	celeridade da onda de pressão (ajustada) [m/s]
atb	celeridade da onda de tensão (ajustada) [m/s]
dt	incremento no tempo [s]
C11 a C44	coeficientes das equações de compatibilidade
q1 a q4	coeficientes das equações de compatibilidade
H[] e HX[]	Vetor carga [m]
V[] e VX[]	vetor velocidade do fluido [m/s]
SIG[] e SIGX[]	vetor tensão [N/m ²]
U[] e UX[]	vetor velocidade do tubo [m/s]

Fonte: Autor da dissertação

O módulo de processamento é a parte do código que calcula o transitório. A arquitetura do módulo é feita por meio de dois laços, o externo variando o tempo e o interno o espaço. O tempo de simulação (T_{max}) assim como o comprimento do tubo (L) são definidos pelo usuário. Uma vez que é necessário conhecer as incógnitas nos pontos A_i no tempo t para se calcular as incógnitas no ponto P, (ver figura 16), utilizou-se um par de vetores para o cálculo de cada incógnita, sendo um vetor para gravar os dados anteriores (pontos A_i) e o outro para gravar os valores calculados no ponto P (função solve).

A título de exemplo toma-se o par de vetores HX[] e H[]. No tempo $t = 0$ carrega-se o vetor HX[] com os valores iniciais de carga (eq 4.9) ao longo da tubulação. No tempo $t = 1$, uma vez que são conhecidos os valores de H em todos os pontos, procede-se com o cálculo dos pontos P ao longo do comprimento da tubulação. Após o cálculo em P os valores são gravados em um arquivo de saída (tabela) que ao final do processamento irá conter todos os valores das incógnitas ao longo dos nós da malha de processamento. E o processo se repete. Carrega-se o vetor HX[] com os valores recém calculados em $t = 1$ e procede-se com os cálculos para $t = 2$.

Nas situações em que são necessárias interpolações criou-se uma sub-rotina denominada “interpola” que executa uma interpolação linear entre dois pontos escolhidos, seja no eixo vertical ou horizontal. Quando o ponto P se encontra sobre um dos limites do tubo, seja à montante ou à jusante, as condições de contorno são utilizadas. Isto é feito por meio do comando condicionante “IF”.

O módulo de processamento calcula o transitório a partir das equações 4.3 a 4.6 e 4.8, por meio da sub-rotina “solve”, e das condições de contorno discutidas no subitem 4.4.

O módulo de saída do programa é composto por comandos específicos da linguagem C++ relativos à gravação de dados em arquivos texto (.txt ou .xls). A saída dos dados é feita na forma tabular e contém os valores das variáveis de interesse $H(x,t)$, $V(x,t)$, $\sigma(x,t)$ e $\dot{u}(x,t)$ dentro do domínio estipulado pelo usuário.

No próximo capítulo serão discutidos os casos de interesse e os resultados comparados com resultados já existentes na literatura.

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Serão apresentados neste capítulo os resultados obtidos a partir das análises de alguns casos de interesse.

5.1 Transitórios Hidráulicos

A validação do código TH_01 foi feita comparando-se os resultados obtidos com resultados da literatura (Tullis, 1989).

Foram realizadas análises de sensibilidade para o modelo apresentado (reservatório tubo-válvula) utilizando o código TH_01, a saber:

- Efeito do tempo de fechamento da válvula (T_c) sobre o transitório hidráulico;
- Efeito do fator de atrito (Fat) sobre o transitório hidráulico; e
- Efeito da geometria da válvula sobre o transitório hidráulico.

5.1.1 Análise do efeito do tempo de fechamento da válvula

Para se avaliar o efeito do tempo de fechamento da válvula, foram realizadas simulações para diversos tempos de fechamento. Para esta análise utilizou-se dados característicos de uma válvula globo (retirados de Tullis, 1989. Figura 4.3, pag. 91). Para as análises supracitadas foram usados os dados de acordo com a tabela 2 (Tullis, 1989, pag. 219 tab. 9.2 caso “b”):

Tabela 2 - Dados de entrada no programa

L	609,6	m
n	4	-
D	0,3048	m
f	0,03	-
a	457,2	m/s
tc	0,0/3.0 e 5.0	s
tmax	10	s
Hu	15,24	m
Hd	0	m
VOi	100	%
e	0,008	m

Fonte: (Tullis, 1989).

Os resultados podem ser vistos nas figuras 21 e 22:

Figura 21 - Comparação de resultados de $P(t)$ na seção da válvula ($x=L$) entre as condições de fechamento não instantâneo $T_c = 3,0s$ e $T_c=5,0s$. Dados de entrada: Tabela 1.

Fonte: Autor da dissertação.

Figura 22 – Comparação de resultados de $H(t)$ na seção da válvula ($x=L$) entre diversas condições de fechamento da válvula. Dados de entrada: Tabela 1.

Fonte: Autor da dissertação.

Percebe-se pelos gráficos acima mostrados que o tempo de fechamento da válvula tem relação direta com a amplitude máxima atingida pela pressão no interior do tubo. O fechamento instantâneo é o que apresenta o maior pico de pressão. Para tempos de fechamento maiores diminui-se o pico de pressão e desloca-se o mesmo para a direita. Nota-se que o modelo apresenta resultados bastante satisfatórios em comparação com os dados de referencia.

5.1.2 Análise do efeito do fator de atrito

O efeito do fator de atrito (Fat) sobre o transitório hidráulico será mostrado a seguir. O fator de atrito tem relação direta com a rugosidade da parede interna do tubo. Variou-se o valor de Fat da seguinte forma: $Fat = 0,0; 0,015; 0,03; \text{ e } 0,15$. Utilizou-se dos dados da mesma válvula do exemplo anterior e $T_c=1s$. Os seguintes resultados foram obtidos:

Figura 23 – Resultado de $P(t)$ na seção da válvula ($x=L$). $Fat=0,02$ e $Fat=0,03$. Dados de entrada: Tabela 1 ($T_c=1s$).

Fonte: Autor da dissertação.

Figura 24 - Resultados de $P(t)$ na seção da válvula ($x=L$) para diferentes valores de Fator de atrito (Fat). Dados de entrada: Tabela 1 ($T_c=1s$).

Fonte: Autor da dissertação.

Percebe-se pelos gráficos da Figura 24 que o valor do fator de atrito tem influencia direta no amortecimento dos picos de pressão, tanto os positivos quanto os negativos, ao longo do tempo. Para $Fat = 0$ e $Fat = 0,015$ praticamente pouco se percebe a atenuação dos valores máximos de pressão. Para valores maiores do Fat a atenuação é mais evidente ($Fat = 0,03$ e $Fat = 0,15$). Percebe-se também que os valores do Fat têm relação direta com a amplitude máxima atingida pela pressão no interior do tubo. Os resultados obtidos são satisfatórios.

5.1.3 Análise do efeito da geometria da válvula

O efeito da geometria da válvula sobre o transitório hidráulico se dá devido às diferentes arquiteturas das válvulas estudadas, a saber, válvulas globo, cone e borboleta. Cada uma dessas válvulas têm em sua arquitetura uma razão de área diferente em cada posição de fechamento fato que gera diferentes curvas de coeficiente de descarga (C_d) e, por consequência, de coeficiente de perda de carga, como pode ser observado na figura 25.

Figura 25 - Variação dos coeficientes de descarga vs abertura para válvulas Globo, Cone e Borboleta.

Fonte: Tullis, 1989.

Observando-se a Figura 25 nota-se que para transitórios mais rápidos, ou seja, para tempos de fechamento menores, não haverá grande influência do tipo de válvula no transitério hidráulico uma vez que no intervalo entre 40% e 100% de abertura de válvula os valores de K_v são muito próximos. Entretanto em transitórios mais lentos percebe-se que a válvula globo tem perda de carga maior que as outras duas válvulas no intervalo de fechamento entre 40% e 100%, o que indica que o transitério nesta válvula será mais acentuado neste trecho. Os valores do coeficiente de descarga foram retirados de Tullis, 1989 (Figura 4.3, pag. 91).

O gráfico mostrado na Figura 26 é uma representação em três dimensões do problema de transitério hidráulico, caracterizado pelos dados da Tab.1. Via de regra, representa-se os resultados em duas dimensões, por exemplo, pressão vs tempo, escolhendo-se sempre a seção mais crítica do tubo, a seção da válvula. Porém o problema é resolvido no espaço-tempo e com gráficos em 3 dimensões pode-se verificar como a pressão varia nas diversas seções do tubo.

Figura 26 - Variação da pressão representada no plano espaço-tempo.

Fonte: Autor da dissertação.

5.2 Interação fluido-estrutura

A influência da interação fluido-estrutura durante transitórios hidráulicos é estudada a partir de resultados numéricos obtidos para um problema de referência proposto pela Universidade de Tecnologia de *Delft*, nos Países Baixos (*DELFT HYDRAULICS Benchmark problem "A"*). O problema de referência "A" consiste em um sistema reservatório-tubo-válvula, de acordo com a figura 27.

Figura 27 - Modelo reservatório tubo-válvula do problema de referência “A” da *Deft Hydraulics*.

Fonte: Tijsseling e Lavooij, 1991.

As características do modelo reservatório tubo-válvula do problema de referência “A” da *Deft Hydraulics*, que serão os dados de entrada do programa, estão compiladas na tabela 3:

Tabela 3 - dados de entrada (*DELFT HYDRAULICS Benchmark problem A*):

L	20	m
μ	0.3	-
D	0,798	m
f	0,02	-
e	0,008	m
Tc	0 e 0,03	s
tmax	0,10	s
V	1	m/s
Hd	0	m
VOi	100	%

Fonte: Tijsseling e Lavooij, 1991

5.2.1 Validação do código FSI_01

Os resultados do código desenvolvido devem ser validados comparando-os com resultados já existentes na literatura específica. A metodologia de validação, desta forma, pode ser feita confrontando os resultados obtidos com resultados experimentais ou de soluções analíticas exatas existentes na literatura. Para a validação do código FSI_01 utilizou-se dados da solução exata apresentado por Tijsseling (2003), que gentilmente cedeu os arquivos das respostas obtidas para o problema de referência

“A”. Assume-se que a válvula é livre para movimentar-se na direção axial e tem massa desprezível. Considera-se o fechamento instantâneo da válvula e o fechamento em 30ms. Os resultados podem ser observados nas figuras abaixo:

Figura 28 - Comparação entre os resultados obtidos com o código FSI_01 e a solução exata obtido por Tijsseling (2003). O gráfico mostra $P(t)$ na seção da válvula. $T_c = 0$.

Fonte: Autor da dissertação.

Figura 29 - Comparação entre os resultados obtidos com o código FSI_01 e a solução exata obtida por Tijsseling (2003). O gráfico mostra Tensão vs Tempo na seção da válvula. $T_c = 0$.

Fonte: Autor da dissertação.

Figura 30 - Comparação entre os resultados obtidos com o código FSI_01 e a solução exata obtida por Tijsseling (2003). O gráfico mostra Velocidade do fluido vs Tempo na seção da válvula. $T_c = 0$.

Fonte: Autor da dissertação.

Figura 31 - Comparação entre os resultados obtidos com o código FSI_01 e a solução exata obtida por Tijsseling (2003). O gráfico mostra $P(t)$ na seção da válvula. $T_c = 30\text{ms}$.

Fonte: Autor da dissertação.

Nota-se que o modelo apresenta resultados bastante satisfatórios em comparação com os dados de referência. Isto demonstra que o modelo de quatro equações implementado é capaz de reproduzir os principais efeitos de IFE gerados.

5.2.2 Análises com o código FSI_01

Após a validação do código algumas análises podem ser feitas de forma a atestar as funcionalidades da ferramenta desenvolvida. As seguintes análises foram realizadas:

1. Comparação entre acoplamento de Poisson e desacoplada (sem IFE) para fechamento instantâneo e válvula rigidamente ancorada;
2. Comparação entre análise acoplada (Poisson e Junção) e desacoplada (sem IFE);
3. Comportamento do transitório em outras seções da tubulação para uma dada condição;
4. Comparação entre diferentes tempos de fechamento da válvula para uma dada condição;

5. Comparação entre os códigos TH e FSI_01 para fechamento não instantâneo; e
6. Curva de deslocamento radial da tubulação.

Os resultados das análises podem ser observados nas figuras a seguir:

Figura 32 – Comparação entre as análises sem IFE e utilizando o acoplamento de Poisson. Pressão na seção da válvula para o problema de referência “A” com fechamento instantâneo e válvula rigidamente ancorada.

Fonte: Autor da dissertação.

Figura 33 – Comparação entre as análises sem IFE e utilizando os acoplamentos de Poisson e de Junção. Pressão na seção da válvula para o problema de referência “A” com fechamento instantâneo e válvula livre para movimentar-se.

Fonte: Autor da dissertação.

Figura 34 - Comparação da análise sem IFE, utilizando o acoplamento de Poisson e usando os acoplamentos Poisson e Junção. $P(t)$ na seção da válvula para o problema de referência “A” com fechamento instantâneo e válvula livre para movimentar-se. $T_c = 0$.

Fonte: Autor da dissertação.

Observa-se das Figuras. 31 a 34 os efeitos da adição dos acoplamentos de Poisson e da Junção nos resultados de pressão na seção da válvula. Pode-se observar que o modelo elástico (código TH_01) não é capaz de prever corretamente as variações de pressão na tubulação que tenha algum grau de liberdade. O código FSI_01 é capaz de prever a variação temporal da pressão de maneira mais precisa. É evidente a diferença de comportamento das curvas quando a válvula está livre ou rigidamente ancorada. Observa-se que, com o acoplamento dos efeitos de Poisson e Junção, o maior pico de pressão não ocorre no primeiro ciclo de pressão, e sim posteriormente. Esse resultado está de acordo com os resultados analíticos apresentados para o problema de referência “A” (Tijsseling, 2003).

Figura 35 – Efeito do transitório hidráulico com IFE em diferentes seções da tubulação. Problema de referência “A” com fechamento instantâneo e válvula livre para movimentar-se.

Fonte: Autor da dissertação.

O gráfico da Figura 35 mostra os efeitos do transitório hidráulico com IFE para diferentes seções transversais do tubo. Nota-se a capacidade do modelo numérico de fazer previsão dos efeitos de reflexões de ondas em função do acoplamento fluido-estrutura. É possível notar que a onda de deformação do tubo propaga-se com velocidade muito superior à onda de pressão, provocando variações de pressão em diferentes seções transversais no mesmo instante. O mesmo pode ser observado na figura 36 abaixo:

Figura 36 – Efeito do transitório hidráulico em todas as seções do tubo. Problema de referência “A” com fechamento instantâneo e válvula livre para movimentar-se.

Fonte: Autor da dissertação.

A próxima análise realizada foi a variação do tempo de fechamento da válvula para uma mesma condição, a saber, válvula livre para movimentar axialmente. No gráfico da Figura 37 percebe-se que o pico de pressão se desloca para a direita à medida que se aumenta o tempo de fechamento da válvula. Da mesma forma, há uma diminuição na magnitude do pico de pressão ao se aumentar o tempo de fechamento pois trata-se de um transitório mais lento do que aquele produzido devido ao fechamento instantâneo. O gráfico da Figura 38 mostra a mesma comparação, entretanto com um tempo maior de processamento. Neste gráfico percebe-se claramente a diminuição da magnitude dos picos de pressão quando se aumenta o tempo de fechamento da válvula. , resultado que se encontra de acordo com o fenômeno físico.

Figura 37 – Comparação de resultados obtidos com o código FSI_01 entre diferentes tempos de fechamento da válvula para uma dada condição. O gráfico mostra Pressão vs Tempo na seção da válvula.

Fonte: Autor da dissertação.

Figura 38 - Comparação de resultados obtidos com o código FSI_01 entre diferentes tempos de fechamento da válvula para uma dada condição. O gráfico mostra Pressão vs Tempo na seção da válvula.

Fonte: Autor da dissertação.

As próximas análises tratam da comparação entre os resultados obtidos com os códigos TH_01 (sem IFE) e FSI_01 (acoplamentos de Poisson e Junção). Na Figura 39 compara-se a solução exata obtida por Tijsseling (2003) com os resultados obtidos pelos códigos ($T_c = 30\text{ms}$) e na Figura 40 comparam-se os resultados obtidos pelos códigos TH_01 e FSI_01 para a condição de $T_c = 50\text{ms}$.

Figura 39 - Comparação entre os resultados obtidos com o código TH_01, FSI_01 e a solução exata obtida por Tijsseling (2003). O gráfico mostra Pressão vs Tempo na seção da válvula. $T_c = 30\text{ms}$.

Fonte: Autor da dissertação.

Figura 40 - Comparação entre os resultados obtidos com o código TH_01 e FSI_01. O gráfico mostra Pressão vs Tempo na seção da válvula. $T_c = 50\text{ms}$.

Fonte: Autor da dissertação.

Por fim a última análise mostra o deslocamento radial do tubo na seção da válvula. Nota-se da Figura 41 que o diâmetro da tubulação varia diretamente com a pressão exercida na seção em determinado momento.

Figura 41 - Comparação entre os resultados obtidos com o código FSI_01 solução exata obtida por Tijsseling (2003). O gráfico mostra deslocamento radial vs Tempo na seção da válvula. $T_c = 0s$

Fonte: Autor da dissertação.

6 CONCLUSÕES

Com o desenvolvimento deste trabalho compilou-se um amplo conhecimento do fenômeno de transitórios hidráulicos e interação fluido-estrutura, contemplando todo desenvolvimento histórico do problema, os métodos de solução existentes assim como técnicas e estratégias computacionais aplicadas ao tema abordado.

Foi desenvolvido um modelo numérico para a solução do conjunto de equações que descreve o modelo de IFE de quatro equações (FSI_01) proposto por Lavooij e Tijsseling (1991). O modelo de quatro equações resolve as equações do fluido para uma situação de TH, determina pressões e vazões do fluido ao longo do espaço e tempo, considerando a compressibilidade do fluido, a elasticidade das paredes da tubulação e o atrito entre fluido e parede. Para o fluido, resolvem-se as equações da continuidade e da quantidade de movimento, sendo que esta última é resolvida axial e radialmente. Para a estrutura, são resolvidas as equações de tensão-deformação bidimensionais (axial e radial). As equações de acoplamento do líquido e do tubo são determinadas por condições de contorno que representam o contato entre o líquido e a parede da tubulação.

O procedimento de interpolação linear foi criado para resolver pontos onde havia a necessidade do mesmo, no que tange às condições de contorno, tanto no reservatório quanto na válvula. Este procedimento também foi utilizado para interpolar pontos provenientes das equações características do tubo que se encontravam “fora” da malha de processamento. Os resultados encontrados foram considerados bastante satisfatórios em comparação com os dados de referência, uma solução analítica obtida por Tijsseling (2003).

O procedimento computacional desenvolvido se diferencia da abordagem utilizada por outros autores, como Lavooij e Tijsseling (1991) e Tijsseling (1993) que, para evitar o uso das interpolações, fizeram ajustes em parâmetros, como a massa específica do fluido e do material do tubo. Neste trabalho fez-se uso da interpolação linear para se determinar os valores da onda de tensão nos pontos da malha de processamento.

Os códigos computacionais desenvolvidos, TH_01 e FSI_01, são capazes de reproduzir os efeitos de geração e propagação das ondas de pressão no fluido (TH) e também da interação com a estrutura (tubo) gerando uma onda de deformação na mesma (IFE) que se propaga com velocidade diferente.

Para o modelo simplificado proposto (reservatório-tubo-válvula), o código computacional é capaz de reproduzir os efeitos de IFE, mesmo utilizando malha e métodos de interpolação simplificados.

7 SUGESTÕES E CONTINUIDADE

Como sugestões de continuidade deste trabalho recomendam-se:

- a) A elaboração de outro tipo de malha de processamento, podendo ser implementada a malha escalonada cruzada (Rocha, 1998);
- b) A implementação do termo de atrito transiente, que representa mais fielmente o fenômeno físico (Vardy, 1992, e Vitkoskyet al., 2001), assim como da separação das colunas líquidas/cavitação (Tijsseling, 1993);
- c) A implementação, partindo-se do código FSI_01, do modelo de interação fluido estrutura de seis, oito (Rocha, 2011) ou quatorze equações (Wiggert e Tijsseling, 2001);

8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, A. B. **Protecção Contra o Golpe de Aríete**. Manual de Saneamento Básico, Volume 1 – Ministério do Ambiente e dos Recursos Naturais. Lisboa 1991.

ALMEIDA, A. B.; KOELLE, E. **Fluid Transients in Pipe Networks**. Southampton. Computational Mechanics Publications, 1992.

CHAUDRY, M. H. **Applied Hydraulic Transients**, 2nd ed. Van Nostrand Reinolds, 1987.

Electric Power Research Institute. **Water Hammer Handbook for Nuclear Plant Engineers and Operators**. TR-106438. Palo Alto, 1996.

FAN, D., **Fluid-Structure Interaction in Internal Flows**. (Doutorado em engenharia Civil) The University of Dundee, UK, 1989.

KOELLE, E. **Transientes hidráulicos em condutos forçados, aplicações em engenharia**, Apostila Didática, Escola Politécnica da USP, 1983.

LAVOOIJ, C. S. W.; TIJSSELING, A. S. **Fluid-Structure Interaction In Liquid filled Piping Systems**. Journal of Fluids and Structures, n. 5, p. 573-595, 1991.

LAVOOIJ, C. S. W.; TIJSSELING, A. S. **Fluid-Structure Interaction In Liquid Filled Piping Systems**. Journal of Fluids and Structures, Vol. 18, pp.573-595, 1991.

LESLIE, D. J.; VARDY, A. E. **Practical Guidelines for fluid-structure interaction in pipelines: A review**. International Association for Hydro-Environment Engineering and Research - IAHR, 2001.

ROCHA, M.S. **Influência do fator de atrito no cálculo do Transiente hidráulico**. 1998. 89 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Estadual de Campinas, UNICAMP/SP, Campinas.

ROCHA, R. G. **Interação Fluido-Estrutura em sistemas de tubulações conduzindo líquidos via Método de Glimm**. 2011. 97 p. Tese (Doutorado em engenharia mecânica) – Universidade Federal Fluminense, UFF/RJ, Niterói.

STREETER, V. L.; WYLIE, E. B. **Fluid Mechanics**. 8th ed., McGraw-Hill, 1985. WYLIE, E. B.; STREETER, V. L. **Fluid Transients in Systems**. Prentice Hall, 1993.

TIJSSELING, A. S. AND LAVOOIJ, C. S. W., **Waterhammer with Fluid- Structure Interaction**. Appl. Sci. Res. 47, 273-285, 1990.

TIJSSELING, A. S. **Fluid-Structure Interaction in case of Waterhammer with cavitation**. 1993. Tese (Doutorado em engenharia mecânica) – Technische Universiteit Delft, Holanda.

TIJSSELING, A. S., **Exact Computation of the Axial Vibration of Two Coupled Liquid Filled Pipes**. In: Proceedings of the 2009 ASME Pressure Vessels and Piping Division Conference, PVP2009-77250, Prague, Czech Republic, 2009.

TIJSSELING, A. S., **Exact Solution of linear Hyperbolic four-equation system in axially liquid-pipe vibration**. Journal of Fluids and Structures, Vol. 18, pp.179-196, 2003.

TIJSSELING, A. S., **Fluid-Structure Interaction in Liquid-Filled Pipe Systems: a Review**. Journal of Fluids and Structures, Vol. 10, pp. 109-146, 1996.

TIJSSELING, A. S., VARDY, A. E. AND FAN, D., **Fluid-Structure Interaction and Cavitation in a Single-Elbow Pipe System**. Journal of Fluids and Structures, Vol. 10, pp. 395-420, 1996.

TULLIS, J. P. **Hydraulics of pipelines: pumps, valves, cavitation, transients**. John Wiley & Sons, 1989.

VITKOSKY, J. P., BERGANT, A., SIMPSON, A. R. AND LAMBERT, M. F., **Systematic Evaluation of One-Dimensional Unsteady Friction Models in Simple Pipelines**. Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 132, (7), pp. 696-708, 2001.

WIGGERT, D. C. AND TIJSSELING, A.S., **Fluid Transients and Fluid- Structures Interaction in Flexible Liquid-Filled Piping**. ASME Applied Mechanics Reviews Vol 54(5), pp. 455-481, 2001.

WIGGERT, D. C., HATFIELD, F. J.; STUCKENBRUCK, S., **Analysis of Liquid and Structural Transients by the Method of Characteristics**. ASME Journal of Fluids Engineering, Vol. 109, pp. 161-165, 1987.

WIGGERT, D. C.; OTWELL, R. S.; HATFIELD, F. J., **The effect of elbow restraint on pressure transients**. Transactions of ASME, 107 (1985), pp. 402- 406.

ZHANG, L., TIJSSELING, A. S. AND VARDY, A. E., **FSI Analysis of Liquid- Filled Pipes**. Journal of Sound and Vibration, Vol. 224(1), pp. 69-99, 1999.

INSTITUTO DE PESQUISAS ENERGÉTICAS E NUCLEARES
Diretoria de Pesquisa, Desenvolvimento e Ensino
Av. Prof. Lineu Prestes, 2242 – Cidade Universitária CEP: 05508-000
Fone/Fax(0XX11) 3133-8908
SÃO PAULO – São Paulo – Brasil
<http://www.ipen.br>

**O IPEN é uma Autarquia vinculada à Secretaria de Desenvolvimento, associada
à Universidade de São Paulo e gerida técnica e administrativamente pela
Comissão Nacional de Energia Nuclear, órgão do
Ministério da Ciência, Tecnologia, Inovações e Comunicações.**