**INSTITUTO DE PESQUISAS ENERGÉTICAS E NUCLEARES
AUTARQUIA ASSOCIADA À UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**

**O EFEITO DO REFLETOR SOBRE O TEMPO DE VIDA NEUTRÔNICO NO
REATOR IPEN/MB-01**

EDUARDO GONNELLI

**Dissertação apresentada como parte
dos requisitos para obtenção do Grau
de Mestre em Ciências na Área de
Tecnologia Nuclear – Reatores**

**Orientador:
Prof. Dr. Ricardo Diniz**

**São Paulo
2013**

AGRADECIMENTOS

Ao Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares da Comissão Nacional de Energia Nuclear (IPEN/CNEN-SP) por disponibilizar a infraestrutura, materiais e equipamentos necessários para que este trabalho pudesse ter sido realizado.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo auxílio financeiro concedido na forma de bolsa de estudo durante o desenvolvimento deste trabalho, sem o qual não poderia realizá-lo.

Aos meus pais que sempre me apoiaram e incentivaram as minhas decisões, independente das dificuldades encontradas, que podemos ser aquilo que quisermos, basta só acreditar e lutar.

Aos meus avós pelo amor incondicional.

Ao Dr. Ricardo Diniz por ter me dado o privilégio e a oportunidade de ter sido seu aluno, pela valiosa orientação, pelas discussões construtivas e essenciais sobre física de reatores, pela paciência nos ensinamentos de como abordar e resolver os problemas encontrados durante o desenvolvimento deste trabalho. Agradeço imensamente por ter contribuído de forma significativa na minha formação pessoal e profissional.

Ao Dr. Adimir dos Santos pelo prazer de conhecê-lo e da oportunidade de poder ter sido seu aluno e aproveitar da sua elevada sabedoria, pelas discussões e ensinamentos em física de reatores, além dos conselhos e sugestões dadas ao decorrer do desenvolvimento deste trabalho. Uma pessoa que sempre visa o melhor para seus alunos.

Aos meus amigos: Fábio Mattos, Marcelo Veloso, Allan Alves e Tiago Oliveira pelo companheirismo, pela ajuda com os problemas aparentemente sem soluções e, pelas inúmeras e produtivas discussões sobre física, filosofia e música.

Aos colegas do Centro de Engenharia Nuclear, Tassio Cavalieri, Gregório Soares, Felipe Massicano, Rodrigo Viana, Talita Salles, Vinícius Castro, Tiago Tardelli, Leonardo Peres, Cesar Loureiro, André Formigoni e Felipe Cintra por me ajudarem

sempre que precisei nas horas mais complicadas, pela amizade, e por proporcionarem a convivência na sala de bolsistas algo agradável e bem humorado. Sou muito grato por isto.

Ao técnico de radioproteção Eduardo Cardoso Monteiro por proporcionar e garantir a segurança na instalação do reator nuclear IPEN/MB-01.

Ao operador e chefe do Reator IPEN/MB-01 Rogério Jerez pelas operações realizadas para que os dados experimentais fossem obtidos com confiabilidade.

Ao operador do Reator IPEN/MB-01 César Luiz Veneziani por me ajudar obter as imagens da nova configuração do núcleo e pelas operações realizadas.

Ao colega Msc. Seung Min Lee pela ajuda no entendimento do modelo desenvolvido para estados subcríticos e pelas discussões esclarecedoras sobre física de reatores.

À Msc. Leticia Negrão pelas inúmeras vezes que me ajudou com os problemas de física de reatores e pelos debates de alto nível que contribuíram para a minha formação.

A todos que contribuíram direta e indiretamente para que esse trabalho pudesse ter sido realizado. Sou muito grato por tudo que fizeram pela minha evolução e desenvolvimento.

O EFEITO DO REFLETOR SOBRE O TEMPO DE VIDA NEUTRÔNICO NO REATOR IPEN/MB-01

EDUARDO GONNELLI

RESUMO

Este trabalho apresenta o estudo do efeito do refletor sobre o tempo de vida neutrônico do Reator IPEN/MB-01. O método empregado requer uma abordagem que leve em conta tanto o núcleo quanto o refletor, de modo que as equações de cinética pontual, as quais constituem a base teórica de todo desenvolvimento matemático, contemplem ambas as regiões do reator. A partir dessas equações, conhecidas como equações de cinética pontual do modelo duas regiões, são obtidas as expressões teóricas para as APSD's (Auto Power Spectral Densities), as quais são utilizadas para o ajuste por mínimos quadrados aos dados das APSD's experimentais obtidas em vários estados subcríticos. O tempo de geração de nêutrons prontos, o tempo de vida dos nêutrons no refletor e a fração desses nêutrons que retornam ao núcleo, são obtidos como parâmetros do ajuste.

THE REFLECTOR EFFECT ON THE NEUTRON LIFETIMES IN THE IPEN/MB-01 REACTOR

EDUARDO GONNELLI

ABSTRACT

The aim of this study is to present the reflector effect on the neutron lifetimes in the IPEN/MB-01 reactor. The proposed method requires an approach which takes into account both the reflector and the core, so that the point kinetics equations, which constitute the theoretical basis of all mathematical development, contemplate both regions of the reactor. From these equations, as known as two regions kinetics point equations, theoretical expressions are obtained for the Auto Power Spectral Densities (APSD), which are used for least squares fit of the experimental data of APSD obtained in several subcritical states. The prompt neutron generation time, the neutron lifetimes in the reflector and the neutron return fraction from the reflector to the core are derived from the fitting.

SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS	i
RESUMO.....	iii
ABSTRACT	iv
LISTA DE FIGURAS.....	vii
1. INTRODUÇÃO	1
2. OBJETIVOS.....	4
3. JUSTIFICATIVAS	5
4. TÉCNICAS DE ANÁLISE DE RUÍDO	6
4.1 DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE DOS NÊUTRONS DE FISSÃO	7
4.2 CADEIAS DE FISSÃO	9
5. MODELO TEÓRICO.....	12
5.1 EQUAÇÕES DE CINÉTICA PONTUAL DE DUAS REGIÕES EM FUNÇÃO DA REATIVIDADE	12
5.2 CALCULO DA REATIVIDADE DO SISTEMA	17
5.3 MÉTODO DE MÍNIMOS QUADRADOS.....	19
5.4 ERRO ASSOCIADO AOS PARÂMETROS CINÉTICOS.....	22
6. MATERIAIS E MÉTODOS.....	24
6.1 CONFIGURAÇÃO DA INSTRUMENTAÇÃO NUCLEAR E AQUISIÇÃO DE DADOS.....	24
6.2 CONFIGURAÇÃO DO NÚCLEO	27
7. RESULTADOS E DISCUSSÕES	32
8. CONCLUSÕES	46
ANEXO A.....	50
EQUAÇÕES DE CINÉTICA PONTUAL DE DUAS REGIÕES EM FUNÇÃO DA REATIVIDADE	50

ANEXO B.....	54
FORMALISMO DA CINÉTICA DE REATORES REFLETIDOS.....	54
ANEXO C.....	68
TRATAMENTO ALTERNATIVO DA CINÉTICA DE REATORES REFLETIDOS	68
ANEXO D.....	76
D.1 FLUXOGRAMA PARA OS MODELOS DESENVOLVIDOS E EQUACÕES DE CRITICALIDADE.....	76
D.2 OBTENÇÃO DA FUNÇÃO TRANSFERÊNCIA DE UM REATOR REFLETIDO .	78
ANEXO E	83
E.1 PRÉ AMPLIFICADORES	83
E.2 AMPLIFICADORES	84
E.3 ANALISADOR MODO CANAL	86
ANEXO F	89
F.1 DETECTORES DE NÊUTRONS	89
F.2 DETECTORES COM BASE NA REAÇÃO DE BORO	90
F.2.1 REAÇÃO DE $^{10}\text{B}(\text{n},\alpha)$.....	90
F.2.2 ESPECTROS E AMPLITUDE DOS PULSOS DO TUBO DE BF_3	92
F.3 CONTADOR PROPORCIONAL DE ^3He	97
F.3.1 REAÇÃO DE $^3\text{He}(\text{n},\text{p})$.....	97
F.3.2 ESPECTROS E AMPLITUDE DOS PULSOS DO TUBO DE ^3He	98
ANEXO G.....	101
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	105

LISTA DE FIGURAS

<i>Figura 1 – Respostas de um detector exposto a um fluxo de nêutrons de um reator operando em regime estacionário. (a) Resposta ideal. (b) Resposta real</i>	<i>6</i>
<i>Figura 2 - Distribuição de probabilidade do número de nêutrons prontos emitidos por fissão do ^{235}U</i>	<i>7</i>
<i>Figura 3 - Diagrama ilustrando três cadeias de fissão. A letra S indica a fonte, F eventos de fissão, C nêutrons que são removidos do sistema (captura, absorção, fuga, etc.) e D1, D2 e D3 nêutrons que são detectados.</i>	<i>10</i>
<i>Figura 4- Diagrama da eletrônica de aquisição e do sistema de processamento de dados do reator nuclear IPEN/MB-01, usado em medições de ruído de análise do reator.</i>	<i>25</i>
<i>Figura 5 – APSD adquirida para um nível de subcriticalidade com as duas barras de controle na posição 75,5% retiradas (-874,70 pcm) com uma fonte externa de nêutrons de 100 mCi. ...</i>	<i>26</i>
<i>Figura 6 – Configuração retangular do núcleo do reator IPEN/MB-01 para a realização do experimento. Com disposição das varetas combustíveis em 24x26 na matriz.</i>	<i>28</i>
<i>Figura 7 – Vista lateral do reator IPEN/MB-01 mostrando o detector e a posição da fonte externa de nêutrons.</i>	<i>29</i>
<i>Figura 8 – Valores das reatividades obtidos pelo modelo clássico da cinética pontual para o experimento dividido em duas etapas. Na etapa 01 as duas barras de controle movimentam-se simultaneamente, na etapa 02 apenas BC#1se desloca, enquanto BC#2 permanece fixa em 88,56% retirada.</i>	<i>33</i>
<i>Figura 9 – Comparação entre os valores das reatividades do segundo experimento obtidas pelo modelo da cinética pontual clássica a partir do parâmetro “alpha” e o modelo desenvolvido para sistemas subcríticos.</i>	<i>33</i>
<i>Figura 10 – Comportamento do tempo de geração de nêutrons, considerando uma geometria infinita, em função da reatividade negativa para as duas partes do experimento com a fonte extra de nêutrons de 100mCi.</i>	<i>35</i>

<i>Figura 11 – Tempo de geração de nêutrons considerando o reator nuclear com geometria infinita para o modelo da cinética pontual clássica e o modelo desenvolvido para sistemas subcríticos.</i>	<i>35</i>
<i>Figura 12 – Constante de decaimento do refletor em função da reatividade negativa para as duas etapas do experimento.</i>	<i>37</i>
<i>Figura 13 – Constante de decaimento do refletor para o modelo clássico da cinética pontual e o modelo desenvolvido para sistemas subcríticos.</i>	<i>37</i>
<i>Figura 14 – Fração de nêutrons que migram do refletor de volta para o núcleo em função da reatividade negativa para as duas etapas do experimento.</i>	<i>38</i>
<i>Figura 15 – Fração de nêutrons que retornam para o núcleo a partir do refletor, obtidos a partir dos valores de reatividades do modelo clássico da cinética pontual e pelo modelo do Gandini para sistemas subcríticos.</i>	<i>39</i>
<i>Figura 16 – Comportamento do tempo de geração de nêutrons para o reator finito em função da reatividade negativa para as duas etapas do experimento.</i>	<i>40</i>
<i>Figura 17 – Tempo de geração de nêutrons obtidos a partir dos valores de reatividades do modelo clássico da cinética pontual e pelo modelo desenvolvido para sistemas subcríticos.</i>	<i>41</i>
<i>Figura 18 – Diminuição do tempo de vida dos nêutrons prontos com a inserção de material absorvedor (^{10}B) no sistema.</i>	<i>42</i>
<i>Figura 19 – Comparação entre as densidades espectrais obtidas para os três últimos passos de inserção das barras de controle com a densidade espectral no estado mais próximo do crítico para a primeira etapa.</i>	<i>43</i>
<i>Figura 20 – Dispersão dos dados das densidades espectrais para os últimos passos de BC#1 e BC#2 da primeira etapa do experimento.</i>	<i>44</i>
<i>Figura 21 – Diagrama de fluxo para cinética de reatores sem refletor (bare reactor).</i>	<i>79</i>
<i>Figura 22 – Diagrama de fluxo para cinética de reatores refletidos.</i>	<i>79</i>
<i>Figura 23 – Diagrama de fluxo modificado para cinética de reatores refletidos.</i>	<i>81</i>
<i>Figura 24 – Forma dos pulsos de saídas de um amplificador espectroscópico.</i>	<i>84</i>

<i>Figura 25 – Saída do discriminador integral.</i>	<i>87</i>
<i>Figura 26 – Função do analisador mono canal (SCA).</i>	<i>88</i>
<i>Figura 27 – Reação nuclear entre um nêutron e um átomo de Boro-10 e os produtos desta reação com seus respectivos valores de energia.</i>	<i>90</i>
<i>Figura 28 – Seção de choque versus energia do nêutron para algumas reações de interesse em detecção de nêutrons.</i>	<i>92</i>
<i>Figura 29 – Espectro esperado da amplitude do pulso para tubos de BF₃. (a) Espectro para um tubo muito extenso onde os produtos das reações são totalmente absorvidos. (b) Adição dos patamares contínuos devido ao efeito de parede.</i>	<i>93</i>
<i>Figura 30 – Colisão da partícula alfa com a parede do detector.</i>	<i>94</i>
<i>Figura 31 – Variação da deposição da energia do produto da reação $^{10}\text{B}(n,\alpha)^7\text{Li}$ no gás. Tendo como mínimo apenas a energia do ^7Li e como máximo a soma das energias dos produtos.</i>	<i>94</i>
<i>Figura 32 - Variação da deposição da energia do produto da reação $^{10}\text{B}(n,\alpha)^7\text{Li}$ no gás. Tendo como mínimo apenas a energia da partícula alfa e como máximo a soma das energias dos produtos.</i>	<i>95</i>
<i>Figura 33 – Soma da deposição das energias dos produtos da reação $^{10}\text{B}(n,\alpha)^7\text{Li}$ no interior do detector de ^{10}B.</i>	<i>95</i>
<i>Figura 34 - Reação nuclear entre um nêutron e um átomo de ^3He e os produtos desta reação com seus respectivos valores de energia.</i>	<i>97</i>
<i>Figura 35 – Espectro de amplitude esperada para o pulso de um tubo de ^3He na qual o efeito de parede é significativo.</i>	<i>99</i>
<i>Figura 36 – Variação na inclinação dos pulsos digitalizados oriundos de um tubo de ^3He devido às diferentes orientações dos produtos da reação (próton-trítio) em relação ao fio do ânodo. A legenda adotada é a mesma da Fig. 28.</i>	<i>100</i>

1. INTRODUÇÃO

Reatores refletidos constituem uma das classes mais importantes de reatores nucleares, e desde os primórdios da era nuclear tais tipos de reatores têm sido sistematicamente estudados utilizando o modelo de cinética pontual^[1]. O modelo de cinética pontual considera apenas uma região do reator, não considerando o refletor explicitamente em suas equações.

Experimentos realizados em reatores refletidos durante décadas mostraram, contudo, que o modelo de cinética pontual não descreve de modo satisfatório alguns resultados experimentais^[2]. Os múltiplos modos de decaimento em distribuições Rossi- α e em experimentos com fontes pulsadas^[3, 4, 5, 6], o desvio das densidades espectrais nas regiões de alta frequência^[2, 7], e a discrepância entre os *lifetimes* neutrônicos preditos pelo modelo de uma região (cinética pontual) e os dados experimentais^[8, 9] são alguns exemplos.

Devido a essas discrepâncias, numerosas teorias e modelos têm sido desenvolvidos para sistemas refletidos^[2], os quais explicam uma ou outra anomalia observada. Contudo, parece que apenas um desses modelos é capaz de explicar todas as anomalias. Trata-se do modelo de duas regiões proposto por Avery^[10, 11] para sistemas acoplados, o qual foi posteriormente adaptado por Cohn^[12, 13] e Spriggs^[2] para sistemas refletidos. Basicamente, o formalismo de Cohn e Spriggs considera que o reator é representado por duas regiões, núcleo e refletor. Os nêutrons existentes no núcleo podem ser absorvidos, induzir fissões, ou escapar para o refletor, enquanto os nêutrons presentes no refletor podem ser absorvidos, retornar ao núcleo ou escapar do sistema. As duas regiões são então acopladas, sendo que os coeficientes do acoplamento representam as probabilidades de que nêutrons desapareçam de uma dada região e apareçam, ou não, em outra. A determinação dos parâmetros de acoplamento e o tempo de vida dos nêutrons (*lifetimes* neutrônicos) é baseada nas relações de probabilidade que descrevem a migração de nêutrons entre o núcleo e o refletor.

O modelo de duas regiões já foi aplicado em experimentos realizados no reator IPEN/MB-01 em dois trabalhos distintos: um envolvendo as densidades espectrais do ruído neutrônico^[7], considerada uma técnica de análise de ruído macroscópica, e outro envolvendo as técnicas de Rossi- α e Feynman- α ^[14], consideradas técnicas microscópicas. No segundo caso, o modelo de duas regiões permitiu identificar e explicar a existência de duas raízes distintas da equação *Inhour*, o comportamento não linear entre a constante de decaimento de nêutrons prontos e a reatividade e os *lifetimes* neutrônicos nas duas regiões. Os experimentos com as técnicas de Rossi- α e Feynman- α mostraram que os efeitos do refletor se tornam evidentes apenas em grandes níveis de subcriticalidade. Em baixos níveis de subcriticalidade as equações de cinética pontual são suficientemente boas.

No caso das densidades espectrais, pôde ser observado o comportamento anômalo em altas frequências (acima da frequência correspondente ao parâmetro β_{eff}/Λ , onde β_{eff} é a fração efetiva total de nêutrons atrasados e Λ é o tempo de geração de nêutrons prontos), mas os *lifetimes* encontrados não corresponderam ao esperado. As medidas de densidades espectrais foram realizadas apenas em estados críticos e, talvez por isso, o efeito do refletor sobre os *lifetimes* não se tornou evidente.

As técnicas de análise de ruído neutrônico microscópica e macroscópica são, em princípio, equivalentes. Ambas se baseiam na detecção de nêutrons correlacionados, ou pertencentes à mesma cadeia de fissão. No entanto, enquanto a técnica microscópica detecta nêutrons individualmente, utilizando detectores em modo pulso, e não funciona no estado crítico (devido à superposição das cadeias de fissão), a técnica macroscópica se baseia na detecção das flutuações da corrente DC fornecida por um detector de nêutrons, sendo esta corrente proporcional ao fluxo local de nêutrons e formada por vários pulsos de corrente provenientes de vários nêutrons detectados. A técnica macroscópica não é sensível às superposições das cadeias de fissão e pode ser utilizada em experimentos com o reator no estado crítico em várias potências. Em estados subcríticos a técnica não é satisfatória devido aos valores muito pequenos (da ordem de 10^{-12} A ou menos) das correntes fornecidas pelos detectores. É possível, no entanto, utilizar detectores em modo pulso para obter as densidades espectrais em estados subcríticos.

De forma a verificar as discrepâncias nos *lifetimes* obtidos pelas duas técnicas de medida de ruído neutrônico, o presente trabalho propõe a medida de densidades espectrais, com detectores operando em modo pulso, em vários níveis de subcriticalidade, visando contribuir para uma melhor compreensão do efeito do refletor sobre os *lifetimes* neutrônicos do Reator IPEN/MB-01.

2. OBJETIVOS

Tendo em vista as necessidades de se estudar e entender o modelo de cinética pontual de duas regiões para sistemas refletidos em reatores nucleares, os objetivos do trabalho desenvolvido são:

- a) Obtenção experimental das densidades espectrais APSD's (Auto Power Spectral Density) em configurações subcríticas e próximas da crítica do reator IPEN/MB-01, utilizando detectores operando em modo pulso.
- b) Estudar e analisar a viabilidade da aplicação dos modelos desenvolvidos ao longo dos anos para reatores refletidos.
- c) Obtenção dos *lifetimes* neutrônicos no núcleo, refletor e global, a partir do ajuste não linear utilizando o método de mínimos quadrados (Levenberg-Marquardt).
- d) Análise dos resultados e comparação com valores calculados por códigos específicos e com os resultados obtidos com técnicas microscópicas.

3. JUSTIFICATIVAS

A seguir estão as justificativas para a execução deste projeto:

- 1) A implementação da técnica experimental de análise de ruído do reator via construção de densidades espectrais com detectores modo pulso (APSD). Assim, o grupo de Física de Reatores do Reator IPEN/MB-01 possuirá o domínio de todas as técnicas experimentais de análise de ruído do reator existentes atualmente, a saber: Método Rossi- α , Método Feynman- α , densidades espectrais adquiridas com detectores em modo corrente e densidades espectrais adquiridas com detectores em modo pulso. Com relação a esta última, na literatura há registro de apenas um experimento realizado até o presente momento (Ref. 15). Para a APSD existem trabalhos similares^[15], mas com precisões insatisfatórias para a obtenção de parâmetros integrais e diferenciais de interesse para a área de Física de reatores.
- 2) A utilização de detectores modo pulso, devido à grande variedade disponível no Reator IPEN/MB-01, proporcionará uma grande versatilidade na montagem dos experimentos, permitindo grande variação nos níveis de subcriticalidade.
- 3) Dar continuidade ao processo de modernização do sistema de aquisição e processamento de dados do Reator IPEN/MB-01.

4. TÉCNICAS DE ANÁLISE DE RUÍDO

O conceito de *ruído do reator* é mais bem entendido com o sistema em um estado estacionário, seja crítico ou subcrítico governado por uma fonte. A resposta de um detector exposto a um fluxo de nêutrons de um reator operando em um regime estacionário deve apresentar, a princípio, o comportamento ilustrado na Fig. 1a. Todavia, em um experimento real, uma análise minuciosa da resposta do detector mostra, sobreposta ao nível contínuo, uma flutuação, aparentemente, aleatória. Desta maneira, a resposta real do detector seria a mostrada na Fig. 1b. Estas flutuações em torno de um nível médio são denominadas de "ruído do reator" e, o propósito das técnicas de análise de ruído do reator é obter informações do comportamento do sistema através do estudo destas flutuações. Sendo o ruído do reator uma função do tempo, as informações obtidas devem conter uma descrição do comportamento cinético do sistema. Assim, é possível obter informações do comportamento dinâmico do sistema realizando medidas no estado estacionário. Isto faz com que as técnicas de análise de ruído do reator possuam vantagens econômicas e técnicas, pois não há necessidade de se interferir na operação normal do reator, muito menos de se perturbar o mesmo.

Figura 1 – Respostas de um detector exposto a um fluxo de nêutrons de um reator operando em regime estacionário. (a) Resposta ideal. (b) Resposta real

Serão apresentadas as origens do ruído do reator e, técnicas experimentais que possibilitam a obtenção de parâmetros cinéticos importantes, dentre outras informações do comportamento dinâmico do sistema.

4.1 DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE DOS NÊUTRONS DE FISSÃO

A causa fundamental da flutuação estatística na população de nêutrons em reatores nucleares de potência zero é a variação no número de nêutrons emitidos nos processos de fissão. No caso do ^{235}U , a probabilidade de se produzir ν_p nêutrons prontos em um evento de fissão, onde ν_p é um inteiro entre 0 e 6, é dada pela função densidade de probabilidade $p(\nu_p)$, a qual está disposta na tabela 1.

Tabela 1: Distribuição de probabilidade para emissão de ν_p nêutrons na fissão do ^{235}U .

ν_p	$p(\nu_p)$	$\nu_p p(\nu_p)$	$\nu_p^2 p(\nu_p)$
0	0.03	0	0
1	0.16	0.16	0.16
2	0.33	0.66	1.32
3	0.30	0.90	2.70
4	0.15	0.60	2.40
5	0.03	0.15	0.75
6	~ 0	0	0
	1.00	$\bar{\nu}_p = 2.47$	$\bar{\nu}_p^2 = 7.33$

A Fig. 2 ilustra a função de densidade de probabilidade $p(\nu_p)$ para o ^{235}U . Embora a forma seja familiar, esta distribuição de probabilidade não segue a estatística de Poisson^[16].

Figura 2 - Distribuição de probabilidade do número de nêutrons prontos emitidos por fissão do ^{235}U .

Sendo $\bar{\nu}_p$ o número médio de nêutrons emitidos por fissão, a largura relativa da distribuição de probabilidade $p(\nu_p)$ é dada por:

$$D_v = \frac{\overline{v_p^2} - \overline{v_p}^2}{\overline{v_p}^2} \quad (1)$$

Esta quantidade é denominada de *fator de Diven* ^[17]. Para o ^{235}U , utilizando os dados da tabela 2, obtemos:

$$D_v = \frac{\overline{v_p^2} - \overline{v_p}^2}{\overline{v_p}^2} = \frac{7.33 - 2.47}{(2.47)^2} = 0.796 \quad (2)$$

O qual concorda com o valor de 0.795 ± 0.007 dado por Diven et al. ^[17]. Valores de D_v para outros isótopos físséis estão dispostos na tabela 2. Como pode ser observado, tais valores diferem significativamente de 1, o qual seria o valor do fator de Diven se o processo de fissão seguisse a estatística de Poisson.

Tabela 2: Fatores de Diven para alguns isótopos físséis ^[16]

Isótopo	D_v
^{235}U	0.795 ± 0.007
^{233}U	0.786 ± 0.013
^{239}Pu	0.815 ± 0.017
^{240}Pu	0.807 ± 0.008

4.2 CADEIAS DE FISSÃO

O termo *cadeia de fissão* ^[18,19] refere-se ao conjunto dos nêutrons que surgem no sistema que possuem um ancestral comum, ou seja, o nêutron que originou a cadeia, chamado de nêutron da fonte. Na determinação do número de nêutrons que compõem uma cadeia de fissão, são considerados apenas os nêutrons prontos e o nêutron fonte. Em um sistema multiplicativo, os nêutrons da fonte surgem de diferentes maneiras:

Fontes externas: Fontes que não pertencem ao elemento combustível e não participam do processo de fissão em cadeia como, por exemplo, fontes de partida do reator do tipo Am-Be ou fontes pulsadas;

Fontes intrínsecas: fontes inerentes ao elemento combustível. Os nêutrons originários destas fontes são provenientes de fissões espontâneas dos constituintes do elemento combustível.

Precusores de nêutrons atrasados: Produtos de fissão ricos em nêutrons que sofrem desexcitação via decaimento β e subsequente emissão de nêutrons.

Embora os nêutrons atrasados tenham origem no processo de fissão, estes não são considerados como membros da cadeia de fissão. Isto se deve ao fato de que os nêutrons atrasados surgem de um processo estatístico, e independente, de decaimento, fazendo com que os mesmos percam a relação temporal com os ancestrais. O diagrama ilustrado na Fig. 3 mostra a propagação de três cadeias de fissão. Os nêutrons que iniciam as cadeias são originários da fonte S, a qual pode ser uma fonte externa, intrínseca ou um precursor de nêutrons atrasados. Os nêutrons gerados por tal fonte interagem com o sistema através de processos de fissão (F), captura (C) e detecção (D1, D2 e D3). Os processos de fuga, absorção ou qualquer outro que não introduza nêutrons adicionais ou induza sinais no detector estão inclusos no processo C.

Figura 3 - Diagrama ilustrando três cadeias de fissão. A letra S indica a fonte, F eventos de fissão, C nêutrons que são removidos do sistema (captura, absorção, fuga, etc.) e D1, D2 e D3 nêutrons que são detectados.

Experimentalmente, é impossível identificar através de um simples processo de detecção, de qual cadeia de fissão um dado nêutron é proveniente. Todavia, através de técnicas de análise de ruído do reator esta identificação torna-se possível. Nestas técnicas, comumente definimos dois tipos de eventos de detecção:

Eventos correlacionados. Correspondem a processos de detecção de dois ou mais nêutrons provenientes de uma mesma cadeia de fissão, ou seja, nêutrons que possuam um ancestral comum. Desta forma, os eventos indicados como D1 e D2 na Fig. 3 são ditos correlacionados. Estas detecções estão correlacionadas no tempo devido à evolução da cadeia de fissão;

Eventos não correlacionados ou aleatórios. São processos de detecção de dois ou mais nêutrons provenientes de cadeias distintas de fissão, ou seja, todos os nêutrons detectados não possuem nenhum ancestral em comum. Estas detecções não possuem correlação temporal e a sequência destes eventos obedece à estatística de Poisson. Como exemplo, citam-se os eventos D1 e D3, bem como D2 e D3, mostrados na Fig. 3.

De um modo geral, cada cadeia de fissão é única, pois os processos que regem a propagação das cadeias são estatísticos. O primeiro processo estatístico está relacionado com o número de nêutrons emitidos em um evento de fissão. Como mencionado, este número pode variar de 0 a 6, ou mais, dependendo da distribuição de probabilidade $p(v_p)$ para um dado isótopo. O número exato de nêutrons produzidos por fissão varia

de fissão para fissão, mesmo que os eventos de fissão ocorram sob condições idênticas. Consequentemente, mesmo cadeias de fissão que possuam o mesmo número de fissões com o mesmo número total de nêutrons, podem ter taxas de produção completamente diferentes ao longo do tempo.

Outro fator que contribui com a aleatoriedade das cadeias de fissão, é o *lifetime* dos nêutrons. O *lifetime* dos nêutrons corresponde ao tempo médio transcorrido entre o surgimento e a remoção (absorção ou fuga) dos mesmos do sistema. Assim, o tempo entre o surgimento e a remoção varia mesmo para os nêutrons com as mesmas condições iniciais.

O último fator que contribui com o comportamento aleatório das cadeias de fissão é a probabilidade de que uma dada interação com o nêutron ocorra. Em qualquer sistema multiplicativo, o nêutron pode interagir com o meio através de diferentes mecanismos de reações nucleares. Tais mecanismos incluem a fissão, absorções parasitas, espalhamentos elásticos e inelásticos, reações com partículas carregadas, dentre outras. Devido a estes três fatores estatísticos, é impossível prever o exato comportamento de cada cadeia de fissão. Todavia, quando um grande número de cadeias são amostradas, o comportamento médio das mesmas pode ser descrito. As técnicas de análise de ruído são baseadas na descrição do comportamento médio de um grande número de cadeias de fissão.

5. MODELO TEÓRICO

Nesta seção está descrito o modelo teórico desenvolvido para a realização do ajuste aos dados experimentais e obtenção dos parâmetros cinéticos relacionados com o efeito do refletor baseado no modelo desenvolvido por HUGO VAN DAM^[20]. As demonstrações matemáticas para a obtenção das funções transferências e algumas considerações adicionais sobre este modelo utilizado estão contidas no anexo A.

Outros modelos também foram estudados e analisados ao longo desse trabalho, com o intuito de viabilizar outras abordagens a cerca do problema. Como consequência desse estudo foram propostas diferentes equações de ajustes não lineares para a obtenção dos parâmetros cinéticos, porém com abordagens diferentes e considerações alternativas para as interações e probabilidades de migração dos nêutrons no sistema nuclear (núcleo e o refletor), estando descritos nos anexo B e C.

5.1 EQUAÇÕES DE CINÉTICA PONTUAL DE DUAS REGIÕES EM FUNÇÃO DA REATIVIDADE

O modelo teórico utilizado nesse trabalho foi baseado na abordagem desenvolvida por HUGO VAN DAM, onde as equações de cinética para o núcleo, o refletor e para concentração de precursores de nêutrons atrasados estão em função da reatividade do sistema e são dadas, respectivamente, pelas Equações (03), (04) e (05).

$$\frac{dN_c}{dt} = \frac{\rho_0 - \beta_{eff} - \alpha_{cr}\alpha_{rc}}{\Lambda_c} N_c + \frac{\alpha_{rc}}{L_r} N_r + \sum \lambda_i C_i + Q_c \quad (03)$$

$$\frac{dN_r}{dt} = \frac{\alpha_{cr}}{\Lambda_c} N_c - \frac{N_r}{L_r} + Q_r \quad (04)$$

$$\frac{dC_i}{dt} = \frac{\beta_i}{\Lambda_c} N_c - \lambda_i C_i \quad (05)$$

onde,

N_c = número total de nêutrons no núcleo;

N_r = número total de nêutrons no refletor;

C_i = população de precursores de nêutrons atrasados, considerando-se 6 grupos;

Λ_c = tempo de geração de nêutrons para um núcleo infinito;

Q = refere-se às fontes externas de nêutrons;

α_{cr} = fração de nêutrons produzidos que escapam para o refletor;

α_{rc} = fração de nêutrons do refletor que retornam para o núcleo;

L_r = tempo de vida do nêutron no refletor;

ρ_0 = reatividade do sistema;

β_i = fração efetiva de nêutrons atrasados considerando 6 grupos;

λ_i = constante de decaimento para os 6 grupos de nêutrons atrasados.

As equações de cinética, que descrevem o comportamento temporal de um reator pontual, são obtidas a partir da equação de transporte utilizando procedimentos descritos pela *Teoria de Perturbação*.^[1, 21] As definições dos parâmetros envolvidos e os procedimentos adotados para a obtenção destas equações estão descritos em maiores detalhes nas Refs. 22 e 14.

No conceito de função transferência de reatividade, a reatividade é considerada como o sinal de entrada e a população de nêutrons no núcleo e no refletor como variáveis de saída. Além disso, as equações devem ser linearizadas, a fim de aplicar a transformada de Laplace^[23].

A ideia, como no caso simples sem refletor^[24], consiste em assumir que as populações de nêutrons N_c e N_r e a concentração de precursores C_i são compostas de uma parte estacionária e uma parte dependente do tempo ou flutuante, por exemplo, como $N_c = \bar{n}_c + n_{oc}$ onde o sub índice “o” representa a parte estacionária.

A única não linearidade está presente no produto da reatividade e a população de nêutrons do núcleo. Este termo é linearizado usualmente considerando pequenas perturbações de reatividade e pequenos desvios a partir do valor estacionário de N_c e

desconsiderando os termos de segunda ordem. As equações lineares são então transformadas de Laplace, onde o termo de precursores atrasados é eliminado, e as funções transferências são obtidas tomando a razão entre os sinais de saída e de entrada das transformadas de Laplace.

$$N(s) = \frac{1}{N_{co}} \frac{\delta N_c(s)}{\delta \rho(s)} = \frac{1}{\Lambda_c s - \rho_o + \frac{\alpha_{cr} \alpha_{rc} L_r s}{1 + L_r s} + \sum_i \frac{\beta_i s}{s + \lambda_i}} \quad (06)$$

$$R(s) = \frac{1}{N_{ro}} \frac{\delta N_r(s)}{\delta \rho(s)} = \frac{N(s)}{(1 + L_r s)} \quad (07)$$

$N(s)$ e $R(s)$ denotam as funções de transferência da reatividade (FTR) do núcleo e do refletor, respectivamente. Essa é a variável da transformada de Laplace. Como esperado, a FTR convencional de cinética pontual pode ser obtida como um caso especial da Eq. (06), tomando $L_r = 0$. Fisicamente o tempo de vida neutrônico no refletor sendo igual a zero pode ser interpretado como nêutrons escapando do núcleo e sendo instantaneamente refletidos para o núcleo ou instantaneamente absorvidos pelo refletor, então a cinética do nêutron no núcleo não é influenciada pelo refletor. É interessante notar que o efeito físico do refletor na FTR do núcleo é equivalente a adicionar um grupo extra de nêutrons atrasados com tempo de vida médio L_r e fração efetiva $\alpha_{cr} \alpha_{rc}$ [20].

A ideia de se considerar a população de nêutrons do refletor como um grupo adicional de nêutrons atrasados, ou seja, um pseudogruppo de nêutrons atrasados foi proposto por Gamble^[25] e Wasserman^[26]. Tomando como base este conceito foi desenvolvido por Cohn um tratamento matemático alternativo das equações de cinética para reatores refletidos. Uma abordagem mais detalhada a respeito desse modelo e as principais características, assim como, a obtenção de uma equação para o ajuste aos dados experimentais pelo método de mínimos quadrados estão expressas no ANEXO B.

A densidade espectral do refletor pode agora ser obtida como o módulo quadrado da Eq. (07):

$$|R(f)|^2 = \frac{1}{(\beta_{eff} - \rho)^2 + (2\pi f)^2 [\beta_1^2 L_r^2 + \beta_1 (2L_r^2 (\beta_{eff} - \rho) + 2\Lambda_c L_r) + \Lambda_c^2 + L_r^2 (\beta_{eff} - \rho)^2] + (2\pi f)^4 \Lambda_c^2 L_r^2} \quad (08)$$

onde,

$$\beta_7 = \alpha_{cr} \alpha_{rc},$$

Uma vez obtidas as densidades espectrais de energia experimentais, os parâmetros L_r e Λ_c , podem ser obtidos por um procedimento de mínimos quadrados utilizando a Eq. (08) em sua forma de APSD. Na Eq. (08), os únicos termos conhecidos são o parâmetro β_{eff} , resultante de dois experimentos independentes^[7,14] e a reatividade ρ ; enquanto todos os outros são desconhecidos, os quais podem ser deixados livres para ajuste.

Porém as densidades espectrais do tipo APSD, utilizadas na prática, são obtidas acrescentando-se os termos devidos aos equipamentos eletrônicos e ao ruído não correlacionado^[7], assim a Eq. (08) é simplificada.

$$APSD_r(w) = \frac{K}{A_0 + A_1 w^2 + A_2 w^4} + BG \quad (09)$$

onde,

$$A_0 = (\beta_{eff} - \rho)^2;$$

$$A_1 = \beta_7^2 L_r^2 + \beta_7 [2L_r^2 (\beta_{eff} - \rho) + 2\Lambda_c L_r] + \Lambda_c^2 + L_r^2 (\beta_{eff} - \rho)^2;$$

$$A_2 = \Lambda_c^2 L_r^2;$$

$w = 2\pi f$, sendo f a frequência;

BG = ruído não correlacionado;

$K = \Lambda'^2 A$, sendo que Λ' é o tempo de geração de nêutrons no estado crítico e vale $32\mu s$ e A é uma constante obtida a partir do ajuste da Eq. 10.

Observa-se que com o ajuste da Eq. (09) não é possível extrair diretamente o tempo de geração de nêutrons para um reator infinito (Λ_c) e a constante de decaimento do refletor, porém obtêm-se somente o produto ao quadrado desses parâmetros. Por conta disso manipula-se algebricamente a Eq. (09), multiplicando tanto o numerador quanto o denominador pela constante de decaimento do refletor ao quadrado (λ_r^2), que é

o inverso o tempo de vida dos nêutrons no refletor ($1/L_r$). Assim temos que a equação da densidade espectral do refletor é:

$$APSD_{rr}(w) = \frac{K\lambda_r^2}{A_0\lambda_r^2 + Dw^2 + \Lambda_c^2 w^4} + BG \quad (10)$$

onde,

$$D = \beta_7^2 + \beta_7[2(\beta_{eff} - \rho) + 2\Lambda_c\lambda_r] + \Lambda_c^2\lambda_r^2 + (\beta_{eff} - \rho)^2$$

Utilizando a Eq. (10) da densidade espectral para realizar o ajuste dos parâmetros pelo método de mínimos quadrados, obtêm-se diretamente o tempo de geração de nêutrons para um reator infinito (Λ_c) e a constante de decaimento do refletor (λ_r). Como consequência dos ajustes realizados pelas equações 09 e 10, é calculada a fração de nêutrons do refletor que retornam para o núcleo (β_7).

Com a determinação dos parâmetros Λ_c , β_7 e L_r pode-se calcular o tempo de geração de nêutrons (Λ)^[20] a partir da expressão,

$$\Lambda = \Lambda_c + \beta_7 L_r \quad (11)$$

5.2 CALCULO DA REATIVIDADE DO SISTEMA

A reatividade é um parâmetro fundamental e bastante importante no estudo da cinética de reatores. Este é uma variável que nos indica o quanto o reator está afastado de sua criticalidade e pode ser definido como a variação fracional da população de nêutrons entre duas gerações sucessivas.

A importância da reatividade nesse trabalho ocorre pelo fato de se considerá-la como um parâmetro fixo no ajuste das densidades espectrais. Além de que as funções transferências utilizadas estão em função da reatividade, ou seja, a utilização da reatividade nesse trabalho se tornou parâmetro de estudo por conta do modelo utilizado, onde as equações de cinética para reatores refletidos estão em função da reatividade.

Para a determinação da reatividade, denotada por “ ρ ”, realizou-se o ajuste não linear aos dados experimentais das densidades espectrais do tipo APSD, pelo método de mínimos quadrados, utilizando-se a Eq. (12). Esta equação é uma função simplificada da densidade espectral obtida a partir das equações de cinética pontual. Um exemplo da obtenção da reatividade para um estado subcrítico está contido na Fig. 04.

$$\Phi_{kk}(f) = \frac{A}{B^2 + (2\pi f)^2} + C \quad (12)$$

onde $\Phi_{kk}(f)$ representa a APSD, f a frequência, A e C são constantes determinadas pelo ajuste de mínimos quadrados. O parâmetro B é conhecido como *constante de decaimento de nêutrons prontos*^[16,27,28], usualmente denotado por α , e é definido como:

$$B = \alpha = \frac{\rho - \beta_{eff}}{\Lambda'} \quad (13)$$

onde ρ é a reatividade, β_{eff} a fração de nêutrons atrasados e Λ' o tempo de geração de nêutrons prontos para o reator nuclear IPEN/MB-01 no estado próximo do crítico.

Através do conhecimento de α , e por intermédio de análises subsequentes, é possível determinar experimentalmente alguns parâmetros cinéticos importantes como β_{eff} , Λ' e a razão β_{eff}/Λ' , ou realizar medidas de reatividade subcrítica. Por esse motivo a Eq. (13) será utilizada para o cálculo da reatividade para cada etapa de movimentação das barras de controle durante o experimento.

Além da constante de decaimento de nêutrons prontos para a obtenção da reatividade, será utilizado um modelo que apresenta uma abordagem direcionada para sistemas subcríticos, desenvolvido por GANDINI e SALVATORES^[29]. Do ponto de vista teórico, o modelo de cinética de sistemas subcríticos é o mais completo porque além de vários outros aspectos, esse modelo introduz o índice de subcriticalidade que é uma função da posição e da magnitude da fonte de nêutrons. Por conta disso os resultados utilizando esse modelo serão comparados com os resultados do modelo clássico da cinética pontual.

5.3 MÉTODO DE MÍNIMOS QUADRADOS

Os ajustes não lineares por mínimos quadrados aos dados experimentais foram feitos empregando-se o pacote computacional OriginLab™ 7.5. As equações utilizadas para se realizar o ajuste não linear, Eq. 09 e 10, contém os parâmetros mais relevantes envolvendo o problema, uma vez que estas equações foram derivadas das equações de cinética pontual de duas regiões considerando o refletor explicitamente em suas equações.

A estimativa inicial da ordem de grandeza dos valores dos parâmetros deve ser o primeiro procedimento adotado, sendo que uma boa estimativa se torna importante para que o resultado do ajuste venha convergir apropriadamente.

É possível notar nas equações de ajuste que ambas são matematicamente equivalentes, como explicado na seção 5.1. Nestas equações, (09) e (10), os parâmetros K e BG são constantes e serão fixadas durante o processo de ajuste, porém uma estimativa de seus valores iniciais deve ser realizada. O BG origina-se a partir do ruído dos eventos não correlacionado e é representado graficamente pelo segundo patamar da curva da densidade espectral, Fig. 05, então é utilizado o valor médio desse patamar. O valor de K pode ser estimado por $K = \Lambda'^2 A$, onde Λ' é o tempo de geração de nêutrons no estado crítico para o reator nuclear IPEN/MB-01 e vale $32\mu s$ e A é uma constante obtida a partir do ajuste da Eq. 12.

Os valores iniciais estimados dos parâmetros A_0 , A_1 , A_2 , D , A_c e λ_r foram baseados em suas definições e ordens de grandeza. O parâmetro A_0 é definido como $A_0 = (\beta_{eff} - \rho)^2$, sabendo-se o valor da fração efetiva de nêutrons atrasados^[7] do reator IPEN/MB-01, $\beta_{eff} = 0.0075$ e calculando a reatividade, ρ , a partir de um dos dois modelos descritos na seção 5.2, é possível estimar a ordem de grandeza do parâmetro A_0 . O parâmetro A_2 é definido como $A_2 = \Lambda_c^2 L_r^2$, e os valores de A_c e L_r apresentam, respectivamente, as ordens de grandezas conhecidas de 10^{-6} e 10^{-3} . Assim a ordem de grandeza do valor inicial de A_2 é 10^{-18} . Para o parâmetro A_1 , definido como

$A_1 = \beta_7^2 L_r^2 + \beta_7 [2L_r^2 (\beta_{eff} - \rho) + 2\Lambda_c L_r] + \Lambda_c^2 + L_r^2 (\beta_{eff} - \rho)^2$, utilizou-se os valores já estipulados para L_r , Λ_c , β_{eff} e ρ . Para o valor de β_7 sabe-se que por se tratar de uma fração com intervalo de 0 a 1, pode-se inferir o valor de A_1 , que vale 10^{-10} . O valor inicial do parâmetro D foi obtido da mesma maneira que os demais, uma vez que é definido como $D = \beta_7^2 + \beta_7 [2(\beta_{eff} - \rho) + 2\Lambda_c \lambda_r] + \Lambda_c^2 \lambda_r^2 + (\beta_{eff} - \rho)^2$, é possível observar que o único parâmetro que deve ser obtido é λ_r , que é o inverso do tempo de vida do nêutron no refletor ($1/L_r$). Os valores obtidos para λ_r e D foram, respectivamente, 10^3 e 0.0085.

Conhecendo quais os valores que devem ser inseridos para se iniciar o ajuste dos parâmetros, das equações (09) e (10), aos dados experimentais, um procedimento de ajuste para cada equação foi estipulado a fim de se obter os melhores resultados e minimizar a dependência entre os parâmetros. Por ser um ajuste não linear e estar evidente que alguns parâmetros estão multiplicando diretamente a variável independente alguns parâmetros devem variar durante o ajuste enquanto outros permanecem fixos.

Partindo da Eq. (10), após inserir todos os valores iniciais estimados, consideraram-se todos os parâmetros livres para o ajuste, no entanto se observou a dependência entre todos estes parâmetros, e por conta disto o valor do erro associado a cada parâmetro é maior do que o próprio valor do parâmetro. A dependência entre parâmetros é quantificada pelo intervalo de 0 a 1, e quanto mais próximo da unidade, maior é a dependência entre os parâmetros e pior é o ajuste. No caso de se liberar todos os parâmetros simultaneamente para o ajuste, em ambas as equações a dependência foi igual a 1.

Tomando como base o número de parâmetros em cada equação de ajuste e a relação de dependência entre eles iniciou-se a criação do procedimento de ajuste. Iniciou-se o ajuste considerando os parâmetros BG e K , pois estes realizam com precisão o posicionamento dos patamares da curva de ajuste aos dados experimentais. Para os demais parâmetros da Eq. (10), A_0 , D , Λ_c e λ_r pôde-se notar a dependência igual à unidade entre D e λ_r e desta forma realizou-se o ajuste variando-se A_0 , Λ_c e D e depois A_0 , Λ_c e λ_r . Sucessivas iterações foram realizadas até que o valor do $\chi^2_{reduzido}$ não

sofresse mais variação. Na Eq. 09, A_1 foi o único parâmetro que permaneceu livre para o ajuste, pois os valores dos demais parâmetros já foram ajustados e definidos anteriormente.

5.4 ERRO ASSOCIADO AOS PARÂMETROS CINÉTICOS.

O cálculo do erro associado a cada parâmetro cinético foi realizado a partir da fórmula de propagação de erros. Esta fórmula foi aplicada apenas para os parâmetros cinéticos cujo o erro não foi obtido diretamente pelo ajuste, pois o erro associado aos parâmetros obtidos pelo ajuste foi determinado pelo próprio programa que realiza o ajuste.

$$\sigma_U^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial U}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_i^2 \quad (14)$$

A fórmula de propagação de erros foi aplicada para as variáveis ρ , β_7 e Λ .

$\rho \pm \sigma_\rho$ (reatividade)

$\beta_7 \pm \sigma_{\beta_7}$ (fração de retorno)

$\Lambda \pm \sigma_\Lambda$ (tempo de geração de nêutrons)

Aplicando a fórmula de propagação de erros foram obtidas as expressões para o cálculo dos erros para cada parâmetro cinético.

Reatividade:

$$B = \alpha = \frac{\rho - \beta_{eff}}{\Lambda'} \quad (\text{Modelo clássico da cinética pontual})$$

$$\rho = \alpha \Lambda' + \beta_{eff}$$

onde,

ρ = reatividade do sistema;

α = constante de decaimento de nêutrons prontos;

β_{eff} = fração efetiva de nêutrons atrasados;

Λ' = tempo de geração de nêutrons do reator nuclear IPEN/MB-01 no estado próximo do crítico; apresenta valor de $32\mu s$.

$$\sigma_\rho = \sqrt{(\alpha\sigma_{\Lambda'})^2 + (\Lambda'\sigma_\alpha)^2 + (\sigma_{\beta_{eff}})^2}$$

Fração de retorno:

$$A_1 = \beta_7^2 L_r^2 + \beta_7 [2L_r^2 (\beta_{eff} - \rho) + 2\Lambda_c L_r] + \Lambda_c^2 + L_r^2 (\beta_{eff} - \rho)^2$$

$$\beta_7^2 L_r^2 + \beta_7 [2L_r^2 (\beta_{eff} - \rho) + 2\Lambda_c L_r] + \Lambda_c^2 + L_r^2 (\beta_{eff} - \rho)^2 - A_1 = 0$$

$$\beta_7^2 L_r^2 + \beta_7 t + u = 0$$

onde,

$$t = 2L_r^2 (\beta_{eff} - \rho) + 2\Lambda_c L_r$$

$$u = \Lambda_c^2 + L_r^2 (\beta_{eff} - \rho)^2 - A_1$$

Resolvendo a equação do segundo grau:

$$\beta_7 = \frac{-t \pm \sqrt{(t)^2 - 4L_r^2 u}}{2L_r^2}$$

$$\beta_7 = \frac{-(2L_r^2 (\beta_{eff} - \rho) + 2\Lambda_c L_r) + \sqrt{(2L_r^2 (\beta_{eff} - \rho) + 2\Lambda_c L_r)^2 - 4L_r^2 (\Lambda_c^2 + L_r^2 (\beta_{eff} - \rho)^2 - A_1)}}{2L_r^2}$$

$$\sigma_{\beta_7}^2 = \left(\frac{\partial \beta_7}{\partial L_r} \right)^2 \sigma_{L_r}^2 + \left(\frac{\partial \beta_7}{\partial \Lambda_c} \right)^2 \sigma_{\Lambda_c}^2 + \left(\frac{\partial \beta_7}{\partial \beta_{eff}} \right)^2 \sigma_{\beta_{eff}}^2 + \left(\frac{\partial \beta_7}{\partial \rho} \right)^2 \sigma_\rho^2 + \left(\frac{\partial \beta_7}{\partial A_1} \right)^2 \sigma_{A_1}^2$$

Tempo de geração de nêutrons:

$$\Lambda = \Lambda_c + \beta_7 L_r$$

$$\sigma_\Lambda = \sqrt{\sigma_{\Lambda_c}^2 + L_r^2 \sigma_{\beta_7}^2 + \beta_7^2 \sigma_{L_r}^2}$$

Todas as demonstrações referentes aos cálculos relacionados aos erros dos parâmetros estão contidas no anexo G.

6. MATERIAIS E MÉTODOS

6.1 CONFIGURAÇÃO DA INSTRUMENTAÇÃO NUCLEAR E AQUISIÇÃO DE DADOS

O procedimento experimental desse trabalho baseia-se em equipamentos virtuais a partir da utilização de placas de aquisição de dados juntamente com a linguagem gráfica LabVIEWTM. Os pulsos oriundos dos detectores modo pulso foram adquiridos pela placa de aquisição de dados (ORTECTM – MCS - PCI) e transformados em linguagem digital para a leitura e interpretação do software LabVIEWTM.

Um diagrama da eletrônica e da aquisição de dados e sistema de processamento encontra-se ilustrados na Fig. 04. De acordo com essa figura, os pulsos de nêutrons provenientes dos detectores são formatados e amplificados por pré-amplificadores e amplificadores e posteriormente discriminados da radiação- γ através de módulos monocanais (*Single-Channel Analyzer* – ORTECTM Mod. 551). Nas saídas dos monocanais são gerados pulsos lógicos negativos (padrão NIM *fast negative*) com largura de 25ns e amplitude de -5V sobre uma impedância de 50 Ω . A placa de aquisição de dados (*Multi-Channel Scaler* - MCS), com barramento PCI, registra o número de contagens em cada intervalo de tempo (*dwell time*) escolhido pelo usuário, dependendo da frequência a ser estudada.

O menor valor para o *dwell time* da placa de aquisição de dados é 100 ns e o número de canais podem variar de 4 a 65536. O *dwelltime* fornece a frequência máxima que será analisada, e o número de canais fornecem a resolução da frequência correspondente. Além disso, esta placa tem duas portas de memórias que permite o acesso direto aos dados espectrais para processamento e sua análise sem parar a aquisição dos dados.

Para assegurar uma taxa satisfatória de aquisição de dados, minimizando o tempo morto de processamento, as características do computador de aquisição são muito

importantes. Por esta razão, a placa MCS está instalada em um computador com processador de 3,0 GHz, que é dedicado exclusivamente à aquisição de dados.

O controle da aquisição de dados é realizado através de instrumentos virtuais (*Virtual Instruments - VI's*), desenvolvidos em linguagem G (*Graphical programming language*) utilizando o software LabVIEWTM 8.0 (*Laboratory Virtual Instrument Engineering Workbench*) da National Instruments sob uma plataforma Windows XP.

Um segundo PC (3.0GHz), para o qual os dados são transferidos através de comunicação Ethernet (TCP/IP) é utilizado para processamento de dados. O processamento e análise de dados são feitos através de código C/C++ em uma plataforma Windows XP. Assim, o dispositivo de correlação IPEN/MB-01 fornece uma análise *online* das densidades espectrais obtidas com os detectores de modo de pulso.

Figura 4- Diagrama da eletrônica de aquisição e do sistema de processamento de dados do reator nuclear IPEN/MB-01, usado em medições de ruído de análise do reator.

Exemplo de alguns dados experimentais já obtidos com detectores operando em modo pulso no reator IPEN/MB-01 são mostrados na Fig. 05. Estes dados foram utilizados apenas para ilustração de um ajuste pelo método de mínimos quadrados a partir do modelo padrão da cinética pontual. Na Fig. 05 o *dwelt time* foi de 2×10^{-4} segundos, o que fornece uma frequência máxima de 2.5 kHz (*single-sided spectrum*), e o número de canais, no domínio do tempo, foi escolhido para ser 8192, que dá uma resolução no domínio da frequência de aproximadamente 0.61 Hz. As barras de erro mostradas são dadas por $1/\sqrt{N}$ (%), onde N é o número de médias.^[30]

Figura 5 – APSD adquirida para um nível de subcriticalidade com as duas barras de controle na posição 75,5% retiradas (-874,70 pcm) com uma fonte externa de nêutrons de 100 mCi.

6.2 CONFIGURAÇÃO DO NÚCLEO

Para realizar as medidas no estado subcrítico de interesse no reator IPEN/MB-01 foi necessário alterar a configuração padrão do núcleo. A configuração padrão do núcleo é constituída por um arranjo de 28x26 varetas combustíveis e 48 tubos guias, destinados à inserção das varetas de controle/segurança, responsáveis pelo controle da reação em cadeia e desligamento do reator. Nesta configuração, dita retangular, temos um total de 680 varetas e um excesso de reatividade de aproximadamente 2415 pcm.

No entanto o núcleo do reator nuclear IPEN/MB-01 possibilita a montagem de diferentes arranjos críticos, ou seja, configurações de núcleos, uma vez que foi projetado para que apresentasse a versatilidade e a flexibilidade necessárias para tais finalidades. Para tal, a placa matriz que sustenta o núcleo do reator possui 900 furos espaçados entre si por 15 mm, em um arranjo de 30x30. Nesta placa matriz já foram montados os arranjos críticos retangulares, quadrados e cilíndricos.

A configuração padrão do núcleo foi alterada para a disposição de 24x26 varetas combustíveis; retiraram-se quatro fileiras de varetas para que o excesso de reatividade seja praticamente nulo. Assim foi possível tornar o reator crítico com aproximadamente 6% de inserção das barras de controle, pois o interesse são os estados subcríticos de reatividade. A Fig. 06 representa a configuração utilizada em uma vista superior da configuração do núcleo, contendo a legenda referente às varetas combustíveis, barras absorvedoras de controle, barras absorvedoras de segurança, o número da operação e os operadores responsáveis.

O experimento utilizando o ajuste aos dados experimentais das densidades espectrais pelo método de mínimos quadrados a partir do modelo clássico da cinética pontual para a obtenção das reatividades foi dividido em duas etapas. Sendo que na primeira inseriram-se as barras de controle BC#1 e BC#2 simultaneamente, a partir de 93% retiradas, com passos de 2,5% cada uma, até estarem totalmente inseridas; na segunda etapa BC#2 foi mantida na posição de 88,56% retirada e BC#1 foi inserida, a partir de 100% retirada, com passos de 5%, até a posição de 5% retirada.

Além da fonte de partida do reator, em ambas as etapas desse experimento, foi utilizada uma fonte radioativa de nêutrons de Am-Be com atividade de 100mCi, a fim de melhorar as estatísticas de contagem de nêutrons.

Figura 6 – Configuração retangular do núcleo do reator IPEN/MB-01 para a realização do experimento.

Com disposição das varetas combustíveis em 24x26 na matriz.

Quanto mais negativa se tornava a reatividade do reator, devido à inserção de barras, foi preciso alterar o detector utilizado pra a obtenção dos pulsos de nêutrons. Isso ocorre devido à necessidade de se ter uma maior sensibilidade no sistema de detecção que é causada por uma limitação do próprio detector.

Os detectores utilizados foram do tipo BF_3 e ^3He . O detector de BF_3 (Reuter-Stokes) apresenta uma alimentação de alta tensão de 1700 Volts e foi utilizado do início da operação, onde a reatividade variou de um estado próximo ao crítico até por volta de -1000 pcm. Para reatividades menores que -1000 pcm foram utilizados dois detectores de ^3He (Centronic Radiation Detectors), que são mais sensíveis que o utilizado anteriormente. O primeiro opera com alimentação de alta tensão de 1400 Volts no intervalo de reatividade de -1000 pcm até -2500pcm. O segundo detector de ^3He opera

com alta tensão de 1950 Volts, e foi utilizado para intervalos de reatividade de -2500 pcm até -6000 pcm.

Em todos os casos os detectores foram posicionados no refletor para a realização das medidas. A Fig. 07 mostra uma representação em uma vista lateral da posição da fonte de nêutrons adicional, da fonte de partida do reator e da posição do detector.

Figura 7 – Vista lateral do reator IPEN/MB-01 mostrando o detector e a posição da fonte externa de nêutrons.

Além do experimento dividido em duas etapas para diferentes inserções das barras de controle, e aplicando-se apenas o modelo clássico da cinética pontual sobre os dados experimentais, foi realizado outro experimento independente para a aplicação do modelo direcionado para sistemas subcríticos no reator IPEN/MB-01^[31]. Nesse experimento foram obtidas as densidades espectrais em vários níveis de subcriticalidade, com detectores operando em modo pulso, e a partir dos dados experimentais foram aplicados os dois modelos aqui apresentados para o cálculo das reatividades e os resultados comparados.

A configuração desse experimento é a mesma descrita anteriormente. A única variação ocorreu em relação aos passos de inserção das barras de controle e quanto às atividades das fontes extras de nêutrons.

O experimento consiste na inserção simultânea das barras de controle BC#1 e BC#2 a partir de 93% retiradas. Para cada intervalo de movimentação das barras estipulou-se um passo de inserção específico. Entre 93% e 75,5% das barras retiradas utilizou-se o passo de 2,5% com uma fonte extra de nêutrons com atividade de 100mCi e um detector de nêutrons de BF₃. Entre as posições de 70,5% e 65,5% das barras retiradas utilizou-se o passo de 5% com uma fonte extra de nêutrons com atividade de 1,0Ci e um detector de nêutrons de BF₃. Entre 60,5% e 50,5% das barras retiradas o passo foi de 2,5% com uma fonte extra de nêutrons com atividade de 2.0Ci e um detector de ³He intermediário. Para o intervalo final de 45,5% até 0% das barras retiradas utilizou-se o passo de 5% com uma fonte extra de nêutrons com atividade de 1,0Ci e um detector de ³He. A tabela 03 contém os valores das movimentações das barras de controle, os detectores utilizados para cada intervalo assim como as fontes extras de nêutrons utilizadas e o passo de inserção entre cada movimentação.

Tabela 03 – Detectores, fontes de nêutrons e posições das barras de controle (BC#1 e BC#2)

Detector de nêutrons	Fonte de nêutrons	BC#1 (%)	BC#2 (%)	Passo de inserção (%)
BF3	100 mCi	93	93	2,5
		90,5	90,5	2,5
		88	88	2,5
		85,5	85,5	2,5
		83	83	2,5
		80,5	80,5	2,5
		78	78	2,5
		75,5	75,5	2,5
BF3	1Ci	70,5	70,5	5
		65,5	65,5	5
He3 - Intermediário	2Ci	60,5	60,5	2,5
		58	58	2,5
		55,5	55,5	2,5
		53	53	2,5
		50,5	50,5	2,5

He3	1Ci	45,5	45,5	5
		40,5	40,5	5
		35,5	35,5	5
		30,5	30,5	5
		25,5	25,5	5
		20,5	20,5	5
		15,5	15,5	5
		10,5	10,5	5
		5,5	5,5	5,5
		0	0	0

7. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Utilizando as equações de cinética pontual de duas regiões para reatores refletidos foi possível obter os parâmetros cinéticos de interesse. O tempo de geração de nêutrons, o tempo de vida dos nêutrons no refletor, a fração de nêutrons que retornam para o núcleo a partir do refletor e o cálculo da reatividade para cada passo de inserção de barra de controle (BC#1 e BC#2) permitiram analisar o efeito do refletor em estados subcríticos.

Os valores de reatividade foram obtidos a partir dos dados experimentais do experimento dividido em duas etapas, sendo utilizado apenas o modelo clássico da cinética pontual a partir do ajuste de mínimos quadrados. E um segundo experimento, onde os mesmos dados experimentais das densidades espectrais foram utilizados para a obtenção da reatividade utilizando o modelo clássico de cinética pontual e o modelo para sistemas subcríticos e, assim, compará-los.

A Fig. 08 mostra os valores das reatividades em função da posição das barras de controle do experimento utilizando o modelo de cinética pontual. Para a segunda etapa do primeiro experimento a inserção de apenas uma barra de controle, BC#1, mostra que a menor reatividade obtida nessas condições foi de -2854,51(151,14) pcm para a posição de 5% de barra retirada. Enquanto que na primeira etapa do experimento obteve-se uma reatividade de -5831,54(283,44) pcm para BC#1 e BC#2 totalmente inseridas.

Na Fig. 09 compararam-se as reatividades entre o modelo clássico da cinética pontual, a partir do parâmetro α , com o modelo para sistemas subcríticos, utilizando os mesmos dados experimentais. Estes modelos apresentam abordagens diferentes, sendo que para o modelo clássico da cinética pontual as equações de cinética, que dão origem à equação de ajuste, descrevem muito bem a variação da população de nêutrons para o núcleo e para a concentração de precursores de nêutrons atrasados para sistemas estacionários no estado crítico. Enquanto que o modelo desenvolvido para sistemas subcríticos leva em consideração o índice de subcriticalidade que é uma função da posição e da magnitude da fonte de nêutrons. Por conta dos diferentes embasamentos é importante comparar os valores das reatividades obtidos entre os dois modelos.

Figura 8 – Valores das reatividades obtidos pelo modelo clássico da cinética pontual para o experimento dividido em duas etapas. Na etapa 01 as duas barras de controle movimentam-se simultaneamente, na etapa 02 apenas BC#1 se desloca, enquanto BC#2 permanece fixa em 88,56% retirada.

Figura 9 – Comparação entre os valores das reatividades do segundo experimento obtidas pelo modelo da cinética pontual clássica a partir do parâmetro “alpha” e o modelo desenvolvido para sistemas subcríticos.

As Figuras 10 e 11 mostram os valores obtidos para o tempo de geração de nêutrons, considerando a geometria infinita do reator. A Fig. 10 foi elaborada a partir do ajuste aos dados do experimento utilizando apenas o modelo clássico da cinética pontual, enquanto que a Fig. 11 foi elaborada a partir do ajuste aos dados experimentais utilizando os dois modelos para o cálculo da reatividade, o modelo clássico da cinética pontual e o modelo direcionado para sistemas subcríticos^[29].

Tanto para a Fig. 10 quanto para a Fig. 11 nota-se que o tempo de geração de nêutrons, considerando a geometria infinita do reator, tende a diminuir à medida que ocorre a inserção de reatividade negativa por meio das barras de controle. Para a Fig. 10 a comparação ocorre entre duas etapas do experimento, onde se utiliza uma fonte extra de nêutrons com atividade de 100mCi. Os resultados mais significativos são observados na primeira etapa. Nota-se nesta etapa que com a inserção total das barras de controle (BC#1 e BC#2) a reatividade negativa máxima atingida foi de aproximadamente 6000pcm negativos e os valores do tempo de geração de nêutrons para a geometria infinita diminuem quase que linearmente a partir de 2500pcm negativos.

Na Fig. 11 observa-se um comportamento análogo ao da Fig. 10, onde o tempo de geração de nêutrons para a geometria infinita também sofre uma redução à medida que a reatividade se torna negativa. No entanto, este decréscimo não é tão acentuado para as regiões mais negativas como observado na Fig. 10, não ocorrendo variações tão significativas a partir de 4500pcm negativos.

Figura 10 – Comportamento do tempo de geração de nêutrons, considerando uma geometria infinita, em função da reatividade negativa para as duas partes do experimento com a fonte extra de nêutrons de 100mCi.

Figura 11 – Tempo de geração de nêutrons considerando o reator nuclear com geometria infinita para o modelo da cinética pontual clássica e o modelo desenvolvido para sistemas subcríticos.

Como o interesse principal é entender e verificar o efeito do refletor sobre o tempo de vida dos nêutrons foi necessário variar a reatividade para estados subcríticos, pois pesquisas anteriores^[7,14], realizadas no reator nuclear IPEN/MB-01, prediziam que esse fenômeno só seria possível se o reator estivesse sob essas condições. Além disso, pode-se dizer que tal efeito é evidenciado quando o modelo matemático utilizado considera a população de nêutrons do refletor como uma família adicional de nêutrons atrasados nas equações de cinética de reatores refletidos. Essa família adicional de nêutrons atrasados é definida como um *pseudogrupo de nêutrons atrasados*, uma vez que estes nêutrons que retornam para o núcleo são nêutrons refletidos e moderados pelo refletor e são oriundos da fissão e não dos precursores de nêutrons atrasados propriamente ditos, que são isótopos provenientes da fissão. O tempo de vida dos nêutrons do refletor obtido foi da ordem de décimos de milissegundos e se mantém praticamente constante durante a variação da reatividade, esse comportamento pode ser visto nas Figuras 12 e 13, onde foi obtida a constante de decaimento do refletor. Quando comparado com o tempo de geração de nêutrons em um sistema infinito e finito, pode-se observar que as ordens de grandeza dos dados para ambos os experimentos estão de acordo com o modelo proposto por Randall e Griffin^[32], onde $\Lambda_c < \Lambda < L_r$.

Figura 12 – Constante de decaimento do refletor em função da reatividade negativa para as duas etapas do experimento.

Figura 13 – Constante de decaimento do refletor para o modelo clássico da cinética pontual e o modelo desenvolvido para sistemas subcríticos.

Outro parâmetro que está diretamente relacionado com o efeito do refletor é a fração de nêutrons que retorna para o núcleo a partir do refletor, denotado por β_7 . Na Fig. 14, observa-se o comportamento deste parâmetro em todos os estados de subcriticalidade das etapas 1 e 2. Para o intervalo compreendido entre o primeiro passo das barras de controle até o valor de -500pcm de reatividade, os valores de β_7 apresentam um comportamento não previsto em ambas as etapas. Isto pode ser explicado por uma possível limitação do modelo teórico que consegue descrever o fenômeno adequadamente apenas a partir de -500pcm até o limite de reatividade estudado. Assumindo esta hipótese, o efeito do refletor foi evidenciado para estados subcríticos abaixo de -500pcm, sendo os intervalos dos valores de β_7 contidos entre 2,32(0,25) % e 3,87(0,32) % na primeira etapa e entre 2,57(0,14) % e 3,49 (0,17) % na segunda etapa.

Figura 14 – Fração de nêutrons que migram do refletor de volta para o núcleo em função da reatividade negativa para as duas etapas do experimento.

Os valores obtidos da fração de nêutrons que retornam para o núcleo utilizando as densidades espectrais experimentais do segundo experimento estão contidos na Fig. 15. Esse gráfico mostra o comportamento do parâmetro β_7 a medida que a reatividade se torna negativa. Os valores da fração de retorno estão expressos em porcentagem e considerando o intervalo de reatividade inferior à -500pcm, temos para o modelo clássico da cinética pontual valores compreendidos entre 3,63(0,58) % e 1,86(0,21) % e para o modelo desenvolvido para sistemas subcríticos valores entre 2,91(0,49) % e 0,81(0,28) %.

Figura 15 – Fração de nêutrons que retornam para o núcleo a partir do refletor, obtidos a partir dos valores de reatividades do modelo clássico da cinética pontual e pelo modelo do Gandini para sistemas subcríticos.

Com relação ao tempo de geração de nêutrons do reator IPEN/MB-01, nota-se que este parâmetro diminui juntamente com a reatividade do sistema. Pode-se conferir este comportamento nas Figuras. 16 e 17. Além disso, deve-se ressaltar que este

parâmetro também foi obtido experimentalmente em outros trabalhos para o estado crítico^[7,14]. Tomando como análise os valores obtidos para o estado de reatividade próximo do crítico nos dois experimentos aqui abordados, temos que para a primeira etapa o valor foi de 30,63(2,56) μ s e para a segunda etapa 30,57(1,47) μ s. No segundo experimento utilizando o modelo clássico da cinética pontual para o cálculo da reatividade, temos o valor de 31,78(2,56) μ s e para o modelo desenvolvido para sistemas subcríticos para o cálculo da reatividade, temos valor de 31,41(1,93) μ s. Enquanto que para do tempo de geração de nêutrons utilizando a técnica microscópica de Rossi- α para a análise de ruído de nêutrons^[14], é de 32,03(1,33) μ s. Quanto ao comportamento do tempo de geração de nêutrons quando a reatividade diminui, constata-se em outro trabalho^[33] o mesmo comportamento aqui observado.

Figura 16 – Comportamento do tempo de geração de nêutrons para o reator finito em função da reatividade negativa para as duas etapas do experimento.

Figura 17 – Tempo de geração de nêutrons obtidos a partir dos valores de reatividades do modelo clássico da cinética pontual e pelo modelo desenvolvido para sistemas subcríticos.

Considerando o trabalho realizado por HANSON e DIAMOND^[33], a cerca da análise do tempo de vida dos nêutrons prontos, adicionou-se material absorvedor de nêutrons uniformemente no sistema, nesse caso em específico utilizou-se ¹⁰B. À medida que se adiciona material absorvedor uniformemente no sistema diminui-se a reatividade do sistema, alcançando-se estados subcríticos. Pelo fato do material absorvedor estar distribuído uniformemente no sistema, a distribuição do fluxo de nêutrons permanece no modo fundamental, onde este é preservado mesmo em estados subcríticos. Por este fato as equações de cinética pontual de uma região são consistentes para estados subcríticos. Neste caso observou-se a diminuição do tempo de vida dos nêutrons prontos com o decréscimo da reatividade, Fig. 18. Quando se utiliza bancos de controle para controlar as reações em cadeia e, assim, poder alterar a reatividade do sistema, nota-se que a distribuição do fluxo de nêutrons não permanece no modo fundamental, sendo que este não se preserva devido a efeitos espaciais. Como consequência as equações de cinética pontual não são mais válidas para estados subcríticos.

Figura 18 – Diminuição do tempo de vida dos nêutrons prontos com a inserção de material absorvedor (^{10}B) no sistema.

Deve-se notar também que as densidades espectrais obtidas neste trabalho, na forma de APSD, apresentaram limitações em relação à obtenção dos pulsos de nêutrons para estados de reatividades muito subcríticos. Na Fig. 19, observa-se que quando temos 93% de BC#1 e BC#2 retiradas (condição próxima do estado de criticalidade para a primeira etapa), observam-se dois patamares bem definidos no espectro da densidade espectral; o primeiro patamar é devido aos nêutrons atrasados e o segundo ocorre por conta do ruído não correlacionado, porém a diferença entre os patamares tende a diminuir quanto maior for a inserção de reatividade negativa pelas barras de controle. Foi constatado por Randall e Griffiin^[32] que esse fenômeno faz com que as frequências de corte do reator simplesmente desapareçam, o que impede que os parâmetros cinéticos abordados nesse trabalho sejam calculados. Esse fenômeno tem dificultado seriamente as tentativas de se utilizar as técnicas de análise de ruído para realizar medidas com precisão quando o reator se encontra no estado subcrítico, ou na margem de desligamento, quando é realizada a inserção quase que total das duas barras de controle.

Figura 19 – Comparação entre as densidades espectrais obtidas para os três últimos passos de inserção das barras de controle com a densidade espectral no estado mais próximo do crítico para a primeira etapa.

A limitação da sensibilidade dos detectores e a diminuição da diferença entre os patamares das densidades espectrais do tipo APSD para altos níveis de subcriticalidade podem ser contornadas utilizando-se mais de um detector para a obtenção das densidades espectrais de correlação cruzada (*Cross Power Spectral Density* - CPSD). Esse tipo de densidade espectral corresponde ao cruzamento dos sinais de dois detectores, o que determina o quanto dois sinais estão correlacionados por um agente comum. A vantagem desse tipo de medida é a eliminação do segundo patamar da APSD, referente ao ruído não correlacionado, tornando a medida mais simples, além de não sofrer influência da diminuição da diferença dos patamares em estados subcríticos.

Na Fig. 20, em reatividades bastante negativas, as densidades espectrais obtidas começaram a apresentar dispersão em baixas e altas frequências durante a aquisição dos dados. Consequentemente, as reatividades calculadas para esses três últimos passos de BC#1 e BC#2 da primeira etapa nas posições 5.5% e 3.0% retiradas e totalmente inseridas, foram respectivamente, -5881.04(284.31) pcm, -5961.65(287.50) pcm e -5831.54(283.44) pcm. Nota-se que a reatividade calculada quando as barras de controle estão totalmente inseridas é maior do que dois passos anteriores, sendo que o esperado

era que as reatividades apresentassem uma sequência decrescente, porém se o desvio padrão das medidas for considerado, as reatividades calculadas são aparentemente constantes de um passo para o outro. Esse fato mostra que o ideal seria utilizar um detector mais sensível nesses níveis de subcriticalidade para poder diminuir a dispersão dos dados e aumentar a acurácia do cálculo da reatividade.

Figura 20 – Dispersão dos dados das densidades espectrais para os últimos passos de BC#1 e BC#2 da primeira etapa do experimento.

Um fator que deve ser considerado é a relação do posicionamento dos detectores com as funções transferências utilizada. Como descrito na seção 6.2, os detectores foram posicionados no refletor e para a análise dos dados foi considerada a Eq. 08, que representa o módulo ao quadrado da função transferência do refletor. A respeito da obtenção dos dados considerando essa configuração, deve ser esclarecido que quando se utilizam as densidades espectrais para a obtenção de alguns parâmetros cinéticos, tais como a potência do reator, a constante de decaimento de nêutrons prontos e a reatividade, é utilizada a equação de cinética pontual de uma região, onde a abordagem matemática é feita para o núcleo com o reator no estado crítico. O que difere deste

trabalho, pois a abordagem matemática se baseou para as equações do refletor para estados subcríticos.

O critério utilizado para determinar qual ajuste obteve o melhor resultado foram os que apresentaram o menor valor para a variável χ^2 (Chi-quadrado) resultante do ajuste de mínimos quadrados. Num caso em que vários parâmetros estão multiplicando um ao outro, a dependência entre parâmetros pode ser grande, indicando que a função é superparametrizada. Assim, o procedimento de mínimos quadrados deve ser realizado com cuidado, deixando alguns parâmetros livres em algumas iterações e fixando-os em outras.

8. CONCLUSÕES

Este trabalho tinha como principal objetivo o entendimento do efeito do refletor sobre o tempo de vida dos nêutrons no reator nuclear IPEN/MB-01 e, para que este efeito fosse evidenciado foi necessário obter os parâmetros cinéticos relacionados ao refletor a partir de um modelo da cinética de reatores nucleares que levasse em consideração o refletor em suas equações. Os objetivos do trabalho foram atingidos, pois foi possível obter os valores dos parâmetros relacionados ao refletor para cada estado de reatividade subcrítica, assim como o erro associado a cada parâmetro. Além disso, por meio dos experimentos realizados com a inserção das barras de controle, também foi possível analisar o comportamento individual de cada um dos parâmetros.

Foi feito um estudo e uma análise da viabilidade da aplicação dos modelos desenvolvidos ao longo dos anos para reatores refletidos. E a escolha do modelo que melhor se adaptou ao problema foi baseada nas equações de cinética pontual de duas regiões em função da reatividade. A partir deste modelo, foi possível formular a função transferência para o núcleo e para o refletor e, conseqüentemente, realizar o ajuste não linear aos dados experimentais.

Os dados experimentais utilizados neste trabalho estão na forma de densidades espectrais do tipo APSD (*Auto Power Spectral Density*) e foram obtidos em várias configurações subcríticas e próximas da crítica do reator nuclear IPEN/MB-01, utilizando-se detectores operando em modo pulso.

Os parâmetros cinéticos relacionados ao refletor foram obtidos utilizando-se a equação de ajuste não linear a partir do método de mínimos quadrados e, desta maneira, pôde-se evidenciar o comportamento destes parâmetros para cada um dos estados de reatividade do reator. Os resultados apresentados estão de acordo com alguns trabalhos disponíveis na literatura. Uma das grandes dificuldades encontradas no desenvolvimento deste projeto foi a grande escassez de trabalhos na literatura a respeito desse assunto, fazendo com que uma melhor comparação quantitativa entre resultados seja difícil.

Entre os parâmetros cinéticos observou-se que o único parâmetro que não sofreu variação em relação à inserção de reatividade negativa foi a constante de decaimento do refletor (λ_r) e, conseqüentemente, o tempo de vida do nêutron no refletor (L_r). Analisando-se o comportamento do tempo de geração de nêutrons (Λ) percebe-se que este apresenta uma variação praticamente linear quando a reatividade utilizada para se realizar o ajuste é proveniente do modelo clássico da cinética pontual. Entretanto, este mesmo parâmetro não varia linearmente quando a reatividade utilizada é obtida a partir do modelo desenvolvido para sistemas subcríticos. Apesar de alguns trabalhos estarem de acordo com os resultados aqui obtidos para o comportamento do tempo de geração de nêutrons, cálculos recentes realizados no IPEN, a partir do código computacional TORT, mostraram que o comportamento do parâmetro tende a aumentar à medida que a reatividade diminui. Fazendo-se então todas estas considerações, temos que mais estudos devem ser realizados a respeito do comportamento do tempo de geração de nêutrons (Λ) em estados subcríticos para um maior entendimento de seu real comportamento.

Os valores da fração de retorno dos nêutrons do refletor para o núcleo (β_7), no intervalo compreendido entre o primeiro passo das barras de controle até o valor de 500pcm negativos de reatividade, apresentam um comportamento similar em ambos os experimentos. Para este intervalo ocorreu um aumento gradativo no valor da fração de retorno dos nêutrons. Entretanto, para os intervalos subsequentes os valores da fração de retorno permaneceram entre 2% e 3% nas etapas 1 e 2. Notando-se uma diminuição nos valores apenas para o segundo experimento onde se utilizou as reatividades calculadas a partir do modelo desenvolvido para estados subcríticos. Como foi predito em trabalhos anteriores, o efeito do refletor seria evidenciado apenas em grandes níveis de subcriticalidade, onde a fração de retorno apresenta valores consideráveis.

Os cálculos referentes às reatividades nos estados subcríticos foram realizados a partir do modelo clássico da cinética pontual e do modelo direcionado para sistemas subcríticos. Por conta das diferenças nas definições e considerações de cada um dos modelos, os valores de reatividades obtidos divergiram entre si, para os mesmos dados experimentais. A utilização de diferentes valores de reatividades nos ajustes não lineares é significativa e notória quanto à obtenção dos valores dos parâmetros cinéticos, uma

vez que a reatividade é considerada um parâmetro fixo durante a realização do ajuste não linear.

Entre os modelos analisados, o modelo de cinética pontual de duas regiões em função da reatividade (Eqs. 03 ,04 e 05) utilizado neste trabalho foi considerado o mais adequado para abordar o problema. Este modelo considera em suas equações todos os parâmetros de interesse além de apresentar a menor dependência entre os parâmetros a serem ajustados, simplificando a utilização do método de mínimos quadrados. A partir deste modelo obteve-se a função transferência utilizada para ser ajustada aos dados experimentais. Foi possível determinar tanto a função transferência do núcleo quanto a do refletor. No entanto, utilizou-se apenas a função do refletor, pois esta apresentou maior simplicidade no resultado do módulo ao quadrado quando comparada com o módulo ao quadrado do núcleo.

Os detectores utilizados apresentaram algumas limitações quando operavam em modo pulso. As limitações foram observadas apenas para os últimos passos das barras de controle, quando faltavam cerca de 5% para estarem totalmente inseridas no núcleo do reator. Nestes estados de subcriticalidade a quantidade de nêutrons é muito baixa para que os detectores pudessem gerar uma quantidade satisfatória de pulsos, sendo necessário detectores com maior sensibilidade para estas condições. Deve-se lembrar também que os detectores foram posicionados no refletor, já que este era objeto de estudo. O local de posicionamento do detector é um fator que deve ser levado em consideração, uma vez que foram utilizadas as funções transferências do refletor para a realização do ajuste aos dados experimentais. Mesmo assim, o cálculo da reatividade, em um primeiro momento, foi realizado a partir do modelo clássico da cinética pontual, que leva em consideração apenas o núcleo em suas equações.

Finalmente, vemos que foi possível obter os parâmetros cinéticos de interesse para se estudar e analisar o comportamento do refletor sobre o tempo de vida dos nêutrons. Percebemos que os resultados obtidos podem vir ser utilizados para o cálculo da reatividade em estados subcríticos através da técnica da cinética inversa. Isto se o refletor for considerado como um pseudogrupo adicional de nêutrons atrasados, sendo β_7 e λ_r os parâmetros que mais contribuem para o cálculo da reatividade. Se tornando um trabalho inédito e contribuindo assim de forma significativa com toda a área nuclear.

Para trabalhos futuros espera-se analisar uma maior quantidade de dados experimentais de estados subcríticos obtidos para outras configurações do núcleo do reator IPEN/MB-01, aplicando o mesmo modelo de cinética de duas regiões apresentado neste trabalho. Além de aprimorar o modelo teórico utilizando a função transferência do núcleo para que possa ser realizada uma comparação entre os resultados das funções transferências do núcleo e do refletor. Espera-se também contornar a limitação dos detectores e das densidades espectrais do tipo APSD em estados subcríticos utilizando-se mais de um detector para a obtenção das densidades espectrais de correlação cruzada (*Cross Power Spectral Density* - CPSD) com o auxílio de outras técnicas de análise de ruído, como as técnicas microscópicas de Rossi- α , contribuindo para uma maior compreensão da cinética de reatores em estados profundamente subcríticos.

ANEXO A

EQUAÇÕES DE CINÉTICA PONTUAL DE DUAS REGIÕES EM FUNÇÃO DA REATIVIDADE

No presente trabalho foram utilizadas as equações de cinética pontual de duas regiões para reatores refletidos, que foram desenvolvidas por HUGO VAN DAM ^[20]. As funções transferências são utilizadas para calcular a resposta do sistema para uma fonte de nêutrons pulsada e para estudar o chamado efeito da cinética de distorção. A fim de possibilitar um tratamento analítico em favor da compreensão da física envolvida, foi adotado o modelo de duas regiões com um grupo de energia.

As equações de cinética pontual de duas regiões serão apresentadas neste anexo, representando, respectivamente, a variação da concentração da população de nêutrons no núcleo, no refletor e da concentração de precursores de nêutrons atrasados.

Equações de Cinética pontual de duas regiões:

$$\frac{dN_c(t)}{dt} = \frac{\rho_0 - \beta_{eff} - \alpha_{rc}\alpha_{cr}}{\Lambda_c} N_c(t) + \frac{\alpha_{rc}}{L_r} N_r(t) + \sum_i \lambda_i C_i(t) + Q_c \quad (A.1)$$

$$\frac{dN_r(t)}{dt} = \frac{\alpha_{cr}}{\Lambda_c} N_c(t) - \frac{N_r(t)}{L_r} + Q_r \quad (A.2)$$

$$\frac{dC_i(t)}{dt} = \frac{\beta_i}{\Lambda_c} N_c(t) - \sum_i \lambda_i C_i(t) \quad (A.3)$$

$$\text{Considerando as flutuações} \quad \left\{ \begin{array}{l} N_c(t) = \delta n_c(t) + n_{co} \\ N_r(t) = \delta n_r(t) + n_{ro} \\ C_i(t) = \delta c_i(t) + c_{io} \\ \rho_o(t) = \delta \rho_o(t) + \rho_o \end{array} \right.$$

Substituindo as flutuações na Eq. (A.3) da concentração de precursores de nêutrons atrasados, temos:

$$\frac{d(\delta c_i(t) + c_{io})}{dt} = \frac{\beta_i}{\Lambda_c} (\delta n_c(t) + n_{co}) - \sum_i \lambda_i (\delta c_i(t) + c_{io}) \quad (\text{A.4})$$

Para o estado estacionário, considera-se $d/dt = 0$ e desprezam-se os termos de segunda ordem.

Estado estacionário para a Eq. (A.4), temos:

$$0 = \frac{\beta_i}{\Lambda_c} (n_{co}) - \lambda_i (c_{io})$$

$$\frac{n_{co} \beta_i}{\Lambda_c} = c_{io} \lambda_i \quad (\text{A.5})$$

Aplicando a transformada de Fourier na Eq. (A.4), e substituindo a Eq. (A.5), temos:

$$\delta c_i(f) j\omega = \frac{\beta_i}{\Lambda_c} (\delta n_c(f)) - \lambda_i (\delta c_i(f))$$

$$\delta c_i(f) [j\omega + \lambda_i] = \frac{\beta_i}{\Lambda_c} \delta n_c(f)$$

$$\delta c_i(f) = \frac{\delta n_c(f) \beta_i}{\Lambda_c [j\omega + \lambda_i]} \quad (\text{A.6})$$

Também é necessário considerar a equação de cinética da população de nêutrons do refletor para que seja isolado δn_r em função de δn_c . Para tal considera-se o estado estacionário e desprezam-se os termos de segunda ordem para a equação (A.2), aplica-se a transformada de Fourier, além de substituir as flutuações pertinentes ao refletor.

Portanto, temos:

$$\frac{d(\delta n_r(t) + n_{ro})}{dt} = \frac{\alpha_{er}}{\Lambda_c} (\delta n_c(t) + n_{co}) - \frac{(\delta n_r(t) + n_{ro})}{L_r} + Q_r \quad (\text{A.7})$$

Estado estacionário:

$$0 = \frac{\alpha_{cr}}{\Lambda_c}(n_{co}) - \frac{(n_{ro})}{L_r} + Q_r$$

$$\frac{\alpha_{cr} n_{co}}{\Lambda_c} = \frac{n_{ro}}{L_r} \quad (\text{A.8})$$

Transformada de Fourier e isolar δn_r ,

$$\delta n_r(f) j\omega = \frac{\alpha_{cr}}{\Lambda_c}(\delta n_c(f)) - \frac{(\delta n_r(f))}{L_r} + Q_r$$

$$\delta n_r(f) \left[j\omega + \frac{1}{L_r} \right] = \frac{\alpha_{cr} \delta n_c(f)}{\Lambda_c}$$

$$\delta n_r(f) = \frac{L_r \alpha_{cr} \delta n_c(f)}{\Lambda_c (1 + j\omega L_r)} \quad (\text{A.9})$$

Agora para a obtenção da função transferência do núcleo, substituem-se as flutuações do núcleo, as Eqs. (A.6) e (A.9) e aplica-se a transformada de Fourier na Eq. (A.1) do núcleo.

Seguindo a sequência, temos:

$$\frac{d(\delta n_c(t) + n_{co})}{dt} = \frac{(\delta n_c(t) + n_{co})}{\Lambda_c} \{ (\delta \rho_0(t) + \rho_0) - \beta_{eff} - \alpha_{rc} \alpha_{cr c} \} + (\delta n_r(t) + n_{ro}) \frac{\alpha_{rc}}{L_r} + \sum_i \lambda_i (\delta c_i(t) + c_{io}) + Q_c \quad (\text{A.10})$$

Considerando os estados estacionários do refletor e dos precursores de nêutrons atrasados, temos:

$$\sum_i \lambda_i c_{io} = \frac{n_{co}}{\Lambda_c} \sum_i \beta_i; \quad \frac{n_{ro}}{L_r} = \frac{\alpha_{cr} n_{co}}{\Lambda_c}$$

Aplicando a transformada de Fourier em (A.10)

$$\left\{ \begin{aligned} \delta n_c(f) j\omega &= \frac{\delta n_c(f)}{\Lambda_c} \{ (\delta \rho_0(f) + \rho_0) - \beta_{eff} - \alpha_{rc} \alpha_{cr c} \} + \frac{n_{co}}{\Lambda_c} \{ (\delta \rho_0(f) + \rho_0) - \beta_{eff} - \alpha_{rc} \alpha_{cr c} \} \\ &+ \delta n_r(f) \frac{\alpha_{rc}}{L_r} + \frac{\alpha_{cr} \alpha_{rc} n_{co}}{\Lambda_c} + \sum_i \lambda_i \delta c_i(f) + \frac{n_{co}}{\Lambda_c} \sum_i \beta_i \end{aligned} \right.$$

$$\delta n_c(f) j\omega = \frac{\delta n_c(f)}{\Lambda_c} \{(\delta \rho_0(f) + \rho_0) - \beta_{eff} - \alpha_{rc} \alpha_{cr_c}\} + \frac{n_{co}}{\Lambda_c} (\delta \rho_0(f) + \rho_0) + \delta n_r(f) \frac{\alpha_{rc}}{L_r} + \sum_i \lambda_i \delta c_i(f)$$

Desprezando os termos de segunda ordem, temos:

$$\delta n_c(f) j\omega = \frac{\delta n_c(f)}{\Lambda_c} \{\rho_0 - \beta_{eff} - \alpha_{rc} \alpha_{cr_c}\} + \frac{n_{co}}{\Lambda_c} \delta \rho_0(f) + \delta n_r(f) \frac{\alpha_{rc}}{L_r} + \sum_i \lambda_i \delta c_i(f)$$

Substituindo $\delta n_r(f) = \delta n_c(f) \frac{\alpha_{cr}}{\Lambda_c} \left\{ \frac{L_r}{(L_r j\omega + 1)} \right\}$ e $\delta c_i(f) = \frac{\delta n_c(f) \beta_i}{\Lambda_c [j\omega + \lambda_i]}$,

$$\delta n_c(f) j\omega = \frac{\delta n_c(f)}{\Lambda_c} \{\rho_0 - \beta_{eff} - \alpha_{rc} \alpha_{cr_c}\} + \frac{n_{co}}{\Lambda_c} \delta \rho_0(f) + \frac{\delta n_c(f) \alpha_{cr} \alpha_{rc}}{\Lambda_c (L_r j\omega + 1)} + \frac{\delta n_c(f)}{\Lambda_c} \sum_i \frac{\lambda_i \beta_i}{[j\omega + \lambda_i]}$$

Isolando $\delta n_c(f)$,

$$\delta n_c(f) \left(j\omega - \frac{\{\rho_0 - \beta_{eff} - \alpha_{rc} \alpha_{cr_c}\}}{\Lambda_c} - \frac{\alpha_{cr} \alpha_{rc}}{\Lambda_c (L_r j\omega + 1)} - \frac{1}{\Lambda_c} \sum_i \frac{\lambda_i \beta_i}{[j\omega + \lambda_i]} \right) = \frac{n_{co}}{\Lambda_c} \delta \rho_0(f)$$

$$\delta n_c(f) \left(\Lambda_c j\omega \{-\rho_0 + \alpha_{rc} \alpha_{cr_c}\} - \frac{\alpha_{cr} \alpha_{rc}}{(L_r j\omega + 1)} + \beta_{eff} - \sum_i \frac{\lambda_i \beta_i}{[j\omega + \lambda_i]} \right) = n_{co} \delta \rho_0(f)$$

Portanto a função transferência do Núcleo é:

$$N(f) = \frac{\delta n_c(f)}{\delta \rho_0(f)} \frac{1}{n_{co}} = \frac{1}{\left(\Lambda_c j\omega - \rho_0 + \frac{\alpha_{rc} \alpha_{cr_c} L_r j\omega}{(L_r j\omega + 1)} + \sum_i \frac{\beta_i j\omega}{[j\omega + \lambda_i]} \right)}$$

Aplicando a mesma metodologia para a variação da concentração de nêutrons no refletor é possível obter a função transferência do Refletor após algum traquejo matemático. A função transferência para o Refletor é dada pela equação abaixo.

$$R(f) = \frac{\delta n_r(f)}{\delta \rho_0(f)} \frac{1}{n_{ro}} = \frac{1}{\left(\Lambda_c j\omega - \rho_0 + \frac{\alpha_{rc} \alpha_{cr_c} L_r j\omega}{(L_r j\omega + 1)} + \sum_i \frac{\beta_i j\omega}{[j\omega + \lambda_i]} \right) (1 + L_r s)} = \frac{N(f)}{(1 + L_r s)}$$

ANEXO B

FORMALISMO DA CINÉTICA DE REATORES REFLETIDOS

Neste anexo será demonstrada uma das primeiras abordagens da cinética pontual de duas regiões aplicada a reatores refletidos, desenvolvida por C. E. COHN^[12]. A obtenção da função transferência e da densidade espectral de energia a partir desse modelo para reatores refletidos é descrita de uma forma algébrica detalhada. Por final teremos as funções tanto do refletor quanto para o núcleo. Nota-se também que por ser adotado o fator de multiplicação do sistema em suas equações, se torna praticamente inviável a realização do ajuste aos dados experimentais pelo método de mínimos quadrados devido ao fato da grande interdependência dos parâmetros a serem ajustados.

Num caso como este, onde vários parâmetros estão multiplicando um ao outro, a dependência entre os parâmetros pode ser grande, indicando que a função é superparametrizada. Assim, o procedimento de mínimos quadrados deve ser realizado com cuidado, deixando alguns parâmetros livres em algumas iterações e fixando-os em outras. O melhor ajuste será o que apresentar o menor valor para a variável χ^2 (Chi-quadrado) resultante do ajuste.

Equações de Cinética:

$$\frac{dN_c(t)}{dt} = \frac{N_c(t)(K_c(1-\beta)-1)}{L_c} + \frac{N_r(t)K_{rc}}{L_r} + \sum_i \lambda_i C_i(t) + S_c \quad (\text{B.1})$$

$$\frac{dN_r(t)}{dt} = \frac{N_c(t)K_{cr}}{L_c} - \frac{N_r(t)}{L_r} + S_r \quad (\text{B.2})$$

$$\frac{dC_i(t)}{dt} = \frac{N_c(t)K_c\beta_i}{L_c} - \lambda_i C_i(t) \quad (\text{B.3})$$

N_c = número total de nêutrons no núcleo;

N_r = número total de nêutrons no refletor;

L_c = tempo de vida dos nêutrons prontos no núcleo;

L_r = tempo de vida dos nêutrons no refletor;

k_c = probabilidade que um nêutron desaparecendo no núcleo cause fissão;

k_{cr} = probabilidade de desaparecer um nêutron no núcleo e aparecer no refletor;

k_{rc} = probabilidade de retorno do refletor para o núcleo;

S_c = fonte de nêutrons no núcleo, em nêutrons/s;

S_r = fonte de nêutrons no refletor, em nêutrons/s.

Considerando as flutuações
$$\begin{cases} N_c(t) = \delta n_c(t) + n_{co} \\ N_r(t) = \delta n_r(t) + n_{ro} \\ C_i(t) = \delta c_i(t) + c_{io} \end{cases}$$

Primeiramente será obtida a densidade espectral do núcleo.

Para o estado estacionário, tanto o termo fonte ($S=0$) quanto as derivadas dependentes do tempo são nulos ($d/dt = 0$).

Para a Eq. (B.1)

$$\begin{aligned} \frac{N_c(t)K_c - N_c(t)K_c\beta_{eff} - N_c(t)}{L_c} + \frac{N_r(t)K_{rc}}{L_r} + \sum_i \lambda_i C_i(t) &= 0 \\ \frac{(\delta n_c(t) + n_{co})K_c - (\delta n_c(t) + n_{co})K_c\beta_{eff} - (\delta n_c(t) + n_{co})}{L_c} + \frac{(\delta n_r(t) + n_{ro})K_{rc}}{L_r} + \sum_i \lambda_i (\delta c_i(t) + c_{io}) &= 0 \\ -\frac{n_{ro}}{L_r} = \frac{n_{oc}K_c - n_{oc}K_c\beta_{eff} - n_{oc}}{K_{rc}L_c} - \frac{1}{K_{rc}} \sum_i \lambda_i c_{oi} \end{aligned} \quad (B.4)$$

Estado estacionário para a Eq. (B.2) do refletor:

$$0 = \frac{N_c(t)K_{cr}}{L_c} - \frac{N_r(t)}{L_r} + 0$$

$$-\frac{(\delta n_r(t) + n_{ro})}{L_r} + \frac{(\delta n_c(t) + n_{co})K_{cr}}{L_c} = 0$$

$$\frac{n_{ro}}{L_r} = \frac{n_{co}K_{cr}}{L_c} \quad (\text{B.5})$$

Estado estacionário para a Eq. (B.3) da concentração de precursores de nêutrons atrasados:

$$0 = \frac{N_c(t)K_c\beta_i}{L_c} - \lambda_i C_i(t)$$

$$\frac{(\delta n_c(t) + n_{co})K_c\beta_i}{L_c} - \lambda_i(\delta c_i(t) + c_{io}) = 0$$

$$\frac{n_{co}K_c\beta_i}{L_c} = \lambda_i c_{io} \quad (\text{B.6})$$

É necessário deixar tanto a flutuação da concentração de precursores de nêutrons atrasados δc_i quanto à flutuação o numero de nêutrons no refletor δn_r em função da flutuação do numero de nêutrons no núcleo δn_c .

Iniciando com δc_i , da Eq. (B.3), temos:

$$\frac{dC_i(t)}{dt} = \frac{N_c(t)K_c\beta_i}{L_c} - \lambda_i C_i(t)$$

$$\frac{d(\delta c_i(t) + c_{io})}{dt} = \frac{(\delta n_c(t) + n_{co})K_c\beta_i}{L_c} - \lambda_i(\delta c_i(t) + c_{io})$$

$$\frac{d(\delta c_i(t))}{dt} = \frac{K_c\beta_i\delta n_c(t)}{L_c} + \frac{K_c\beta_i n_{co}}{L_c} - \lambda_i c_{io} - \lambda_i \delta c_i(t)$$

$$\frac{d(\delta c_i(t))}{dt} = \frac{K_c\beta_i\delta n_c(t)}{L_c} + \frac{K_c\beta_i n_{co}}{L_c} - \frac{n_{co}K_c\beta_i}{L_c} - \lambda_i \delta c_i(t) \quad (\text{Substituir a Eq. (B.6)})$$

$$\frac{d(\delta c_i(t))}{dt} = \frac{K_c \beta_i \delta n_c(t)}{L_c} - \lambda_i \delta c_i(t)$$

Aplicando a transformada de Fourier,

$$\delta c_i(f) j\omega = \frac{K_c \beta_i \delta n_c(f)}{L_c} - \lambda_i \delta c_i(f)$$

$$\delta c_i(f) [j\omega + \lambda_i] = \frac{K_c \beta_i \delta n_c(f)}{L_c}$$

$$\delta c_i(f) = \frac{K_c \beta_i \delta n_c(f)}{L_c [j\omega + \lambda_i]} \quad (\text{B.7})$$

Isolando-se δn_r da Eq. (B.2) em função de δn_c , temos:

$$\frac{dN_r(t)}{dt} = \frac{N_c(t) K_{cr}}{L_c} - \frac{N_r(t)}{L_r} + S_r$$

$$\frac{d(\delta n_r(t) + n_{ro})}{dt} = \frac{(\delta n_c(t) + n_{co}) K_{cr}}{L_c} - \frac{(\delta n_r(t) + n_{ro})}{L_r} + S_r$$

$$\frac{d(\delta n_r(t) + n_{ro})}{dt} = \frac{K_{cr} n_{co}}{L_c} + \frac{K_{cr} \delta n_c(t)}{L_c} - \frac{n_{ro}}{L_r} - \frac{\delta n_r(t)}{L_r} + S_r$$

Aplicando a Transformada de Fourier

$$\delta n_r(f) j\omega = \frac{K_{cr} n_{co}}{L_c} + \frac{K_{cr} \delta n_c(f)}{L_c} - \frac{n_{ro}}{L_r} - \frac{\delta n_r(f)}{L_r} + S_r$$

$$\delta n_r(f) [j\omega + \frac{1}{L_r}] = \frac{K_{cr} n_{co}}{L_c} + \frac{K_{cr} \delta n_c(f)}{L_c} - \frac{n_{ro}}{L_r} + S_r$$

$$\delta n_r(f) = \left(\frac{L_r}{j\omega L_r + 1} \right) \left(\frac{K_{cr} n_{co}}{L_c} + \frac{K_{cr} \delta n_c(f)}{L_c} - \frac{n_{ro}}{L_r} + S_r \right) \quad (\text{B.8})$$

Por fim, isola-se δn_c da Eq. (B.1), e substituem-se as Eqs. (B.7) e (B.8):

$$\begin{aligned} \frac{d(\delta n_c(t) + n_{co})}{dt} &= \frac{(\delta n_c(t) + n_{co})(K_c - K_c \beta_{eff} - 1)}{L_c} + \frac{(\delta n_r(t) + n_{ro})K_{rc}}{L_r} + \sum_i \lambda_i (\delta c_i(t) + c_{io}) + S_c \\ \frac{d(\delta n_c(t))}{dt} &= \frac{\delta n_c(t)K_c}{L_c} - \frac{\delta n_c(t)K_c \beta_{eff}}{L_c} - \frac{\delta n_c(t)}{L_c} + \frac{n_{co}K_c}{L_c} - \frac{n_{co}K_c \beta_{eff}}{L_c} - \frac{n_{co}}{L_c} + \frac{\delta n_r(t)K_{rc}}{L_r} + \\ &\quad + \frac{n_{ro}K_{rc}}{L_r} + \sum_i \lambda_i \delta c_i(t) + \sum_i \lambda_i c_{io} + S_c \end{aligned} \quad (B.9)$$

Substituindo as Eqs. (B.5) e (B.6) do estado estacionário,

$$\frac{n_{ro}}{L_r} = \frac{n_{co}K_{cr}}{L_c} \text{ e } \frac{n_{co}K_c \beta_i}{L_c} = \lambda_i c_{io}$$

temos,

$$\begin{aligned} \frac{d(\delta n_c(t))}{dt} &= \frac{\delta n_c(t)}{L_c} [K_c - K_c \beta_{eff} - 1] + \frac{n_{co}}{L_c} [K_c - 1 + K_{cr}K_{rc}] + \frac{\delta n_r(t)K_{rc}}{L_r} + \sum_i \lambda_i \delta c_i(t) + S_c \\ (B.10) \end{aligned}$$

Aplicando a transformada de Fourier, e substituindo as Eqs (B.7) e (B.8),

$$\begin{aligned} \left\{ j\omega \delta n_c(f) = \frac{\delta n_c(f)}{L_c} [K_c - K_c \beta_{eff} - 1] + \frac{n_{co}}{L_c} [K_c - 1 + K_{cr}K_{rc}] + \right. \\ \left. + \frac{K_{rc}}{L_r} \left[\left(\frac{L_r}{j\omega L_r + 1} \right) \left(\frac{K_{cr}n_{co}}{L_c} + \frac{K_{cr}\delta n_c(f)}{L_c} - \frac{n_{ro}}{L_r} + S_r \right) \right] + \frac{K_c \delta n_c(f)}{L_c} \sum_i \frac{\lambda_i \beta_i}{[j\omega + \lambda_i]} + S_c \right. \\ \left. A = \frac{K_{cr}K_{rc}n_{co}}{L_c(j\omega L_r + 1)} + \frac{K_{cr}K_{rc}\delta n_c(f)}{L_c(j\omega L_r + 1)} - \frac{n_{ro}K_{rc}}{L_r(j\omega L_r + 1)} + \frac{S_r K_{rc}}{(j\omega L_r + 1)} \right. \end{aligned}$$

Assim,

$$\left\{ \begin{aligned} & \delta n_c(f) \left[j\omega - \underbrace{\frac{(K_c - K_c \beta_{eff} - 1)}{L_c} - \frac{K_{cr} K_{rc}}{L_c (j\omega L_r + 1)} - \frac{K_c}{L_c} \sum_i \frac{\lambda_i \beta_i}{(j\omega + \lambda_i)}}_{(B)} \right] = \\ & = \underbrace{\frac{n_{co}}{L_c} (K_c - 1 + K_{cr} K_{rc}) + \frac{K_{cr} K_{rc} n_{co}}{L_c (j\omega L_r + 1)} - \frac{n_{ro} K_{rc}}{L_r (j\omega L_r + 1)} + \frac{S_r K_{rc}}{(j\omega L_r + 1)} + S_c}_{(C)} \end{aligned} \right.$$

Desenvolvendo (B),

$$\frac{L_c (j\omega L_r + 1) j\omega - (K_c - K_c \beta_{eff} - 1)(j\omega L_r + 1) - K_{cr} K_{rc} - K_c (j\omega L_r + 1) \sum_i \frac{\lambda_i \beta_i}{(j\omega + \lambda_i)}}{L_c (j\omega L_r + 1)}$$

$$= \frac{-w^2 L_c L_r + j\omega L_c - wjL_r K_c + wjL_r K_c \beta_{eff} + wjL_r + K_c \beta_{eff} + 1 - K_c - K_{cr} K_{rc} - K_c (wjL_r + 1) \sum_i \frac{(\lambda_i \beta_i)}{(wj + \lambda_i)}}{L_c (wjL_r + 1)}$$

Substituindo a equação de criticalidade obtida a partir das Eqs. (B.1), (B.2) e (B.3), obtém-se que $1 - Kc = KcrKrc$ ^[13], temos:

$$\frac{-w^2 L_c L_r + j\omega L_c - wjL_r K_c + wjL_r K_c \beta_{eff} + wjL_r + K_c \beta_{eff} - K_c (wjL_r + 1) \sum_i \frac{(\lambda_i \beta_i)}{(wj + \lambda_i)}}{L_c (wjL_r + 1)}$$

$$= \frac{-w^2 L_c L_r + K_c \left\{ \left(j\omega \frac{(L_r (1 - K_c)) + L_c}{K_c} \right) + \beta_{eff} (wjL_r + 1) - (wjL_r + 1) \sum_i \frac{(\lambda_i \beta_i)}{(wj + \lambda_i)} \right\}}{L_c (wjL_r + 1)}$$

Define-se que o tempo de vida global do nêutron no sistema nuclear^[13] é dado por L^* ,

$$L^* = \frac{L_c + L_r (1 - K_c)}{K_c}$$

$$\frac{-w^2 L_c L_r + K_c \left\{ (j\omega L^*) + (wjL_r + 1) \left(\sum_i \beta_i - \sum_i \frac{(\lambda_i \beta_i)}{(wj + \lambda_i)} \right) \right\}}{L_c (wjL_r + 1)}$$

Por fim, temos que (B) é dado por,

$$B = \frac{-w^2 L_c L_r + K_c \left\{ (j\omega L^*) + (w j L_r + 1) \left(\sum_i \frac{w j \beta_i}{(w j + \lambda_i)} \right) \right\}}{L_c (w j L_r + 1)}$$

Desenvolvendo (C), temos:

$$\frac{n_{co}}{L_c} (K_c - 1 + K_{cr} K_{rc}) + \frac{K_{cr} K_{rc} n_{co}}{L_c (j\omega L_r + 1)} - \frac{n_{ro} K_{rc}}{L_r (j\omega L_r + 1)} + \frac{S_r K_{rc}}{(j\omega L_r + 1)} + S_c$$

$$\frac{n_{co}}{L_c} (K_c - 1 + 1 - K_c) + \frac{n_{co} K_{cr} K_{rc}}{L_c (j\omega L_r + 1)} - \frac{n_{co} K_{cr} K_{rc}}{L_c (j\omega L_r + 1)} + \frac{S_r K_{rc}}{(j\omega L_r + 1)} + S_c$$

$$\frac{S_r K_{rc}}{(j\omega L_r + 1)} + S_c$$

Por fim temos que (C) é dado por,

$$C = \frac{S_r K_{rc} + S_c (j\omega L_r + 1)}{(j\omega L_r + 1)}$$

Assim, a função transferência em função do fator de multiplicação do sistema para o núcleo é dada por,

$$\delta n_c(f) = \frac{C}{B}$$

$$\delta n_c(f) = \frac{S_r K_{rc} + S_c (j\omega L_r + 1)}{(j\omega L_r + 1)} \times \frac{L_c (w j L_r + 1)}{-w^2 L_c L_r + K_c \left\{ (j\omega L^*) + (w j L_r + 1) \left(\sum_i \frac{w j \beta_i}{(w j + \lambda_i)} \right) \right\}}$$

$$\delta n_c(f) = \frac{S_r(f) K_{rc} L_c + S_c(f) L_c (j\omega L_r + 1)}{K_c \left\{ (j\omega L^*) + (w j L_r + 1) \left(\sum_i \frac{w j \beta_i}{(w j + \lambda_i)} \right) \right\} - w^2 L_c L_r} \quad (\text{B.11})$$

Onde $S_c(f)$ e $S_r(f)$ são as flutuações das amplitudes de frequência (f) das fontes no núcleo e no refletor, respectivamente.

Função Transferência do Refletor

O processo para a obtenção da função transferência do refletor é semelhante ao do núcleo, porém utiliza-se a Eq. (B.2) e a partir dela substitui-se os valores de δn_c e δc_i em função de δn_r .

A partir da Eq. (B.10) será obtido δn_c , aplicando a transformada de Fourier, substituindo as flutuações para o núcleo e a Eq. (B.7), temos:

$$\begin{aligned}\delta n_c(f)j\omega &= \frac{\delta n_c(f)}{L_c} [K_c - K_c \beta_{eff} - 1] + \frac{n_{co}}{L_c} [K_c - 1 + \underbrace{K_{cr} K_{rc}}_{1-K_c}] + \frac{\delta n_r(f) K_{rc}}{L_r} + \frac{\delta n_c(f) K_c}{L_c} \sum_i \frac{\lambda_i \beta_i}{(j\omega + \lambda_i)} + S_c \\ \delta n_c(f) [j\omega - \frac{(K_c - K_c \beta_{eff} - 1)}{L_c} - \frac{K_c}{L_c} \sum_i \frac{\lambda_i \beta_i}{(j\omega + \lambda_i)}] &= \frac{\delta n_r(f) K_{rc}}{L_r} + S_c \\ \delta n_c(f) &= [\frac{\delta n_r(f) K_{rc}}{L_r} + S_c] \times [\frac{L_c}{j\omega L_c - (K_c - K_c \beta_{eff} - 1) - K_c \sum_i \frac{\lambda_i \beta_i}{(j\omega + \lambda_i)}}] \quad (B.12)\end{aligned}$$

Agora, a partir da Eq. (B.2) é possível obter a função transferência para o refletor.

$$\begin{aligned}\frac{dN_r(t)}{dt} &= \frac{N_c(t) K_{cr}}{L_c} - \frac{N_r(t)}{L_r} + S_r \\ \frac{d(\delta n_r(t) + n_{ro})}{dt} &= \frac{(\delta n_c(t) + n_{co}) K_{cr}}{L_c} - \frac{(\delta n_r(t) + n_{ro})}{L_r} + S_r\end{aligned}$$

Aplicando a transformada de Fourier,

$$\delta n_r(f)j\omega = \frac{K_{cr} \delta n_c(f)}{L_c} + \frac{K_{cr} n_{co}}{L_c} - \frac{\delta n_r(f)}{L_r} - \frac{n_{ro}}{L_r} + S_r$$

Utilizando o estado estacionário para o núcleo Eq. (B.4),

$$-\frac{n_{ro}}{L_r} = \frac{n_{oc} K_c - n_{oc} K_c \beta_{eff} - n_{oc}}{K_{rc} L_c} - \frac{1}{K_{rc}} \sum_i \lambda_i c_{oi}$$

temos,

$$\delta n_r(f)j\omega = \frac{K_{cr}\delta n_c(f)}{L_c} + \frac{K_{cr}n_{co}}{L_c} - \frac{\delta n_r(f)}{L_r} + \frac{n_{oc}K_c - n_{oc}K_c\beta_{eff} - n_{oc}}{K_{rc}L_c} - \frac{1}{K_{rc}} \sum_i \lambda_i c_{oi} + S_r \quad (\text{B.13})$$

Substituindo (B.12) em (B.13), temos:

$$\left\{ \begin{aligned} \delta n_r(f)j\omega &= \frac{K_{cr}n_{co}}{L_c} - \frac{\delta n_r(f)}{L_r} + \frac{n_{oc}K_c - n_{oc}K_c\beta_{eff} - n_{oc}}{K_{rc}L_c} - \frac{1}{K_{rc}} \underbrace{\sum_i \lambda_i c_{oi}}_{\frac{n_{co}K_c\beta_{eff}}{L_c}} + S_r + \\ &+ \frac{K_{cr}}{L_c} \left[\frac{\delta n_r(f)K_{rc}}{L_r} + S_c \right] \times \left[\frac{L_c}{j\omega L_c - (K_c - K_c\beta_{eff} - 1) - K_c \sum_i \frac{\lambda_i \beta_i}{(j\omega + \lambda i)}} \right] \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \delta n_r(f)j\omega &= \frac{K_{cr}n_{co}}{L_c} - \frac{\delta n_r(f)}{L_r} - \frac{n_{oc}}{K_{rc}L_c} + \frac{n_{oc}K_c}{K_{rc}L_c} + S_r + \\ &+ K_{cr} \left[\frac{\delta n_r(f)K_{rc}}{L_r} + S_c \right] \times \underbrace{\left[\frac{1}{j\omega L_c - (K_c - K_c\beta_{eff} - 1) - K_c \sum_i \frac{\lambda_i \beta_i}{(j\omega + \lambda i)}} \right]}_{(D)} \end{aligned} \right. \quad (\text{B.14})$$

Desenvolvendo (D),

$$K_{cr} \left[\frac{\delta n_r(f)K_{rc}}{L_r} + S_c \right] \times \left[\frac{1}{j\omega L_c - (K_c - K_c\beta_{eff} - 1) - K_c \sum_i \frac{\lambda_i \beta_i}{(j\omega + \lambda i)}} \right]$$

$$\left[\frac{\delta n_r(f)K_{rc}K_{cr}}{L_r(j\omega L_c - (K_c - K_c\beta_{eff} - 1) - K_c \sum_i \frac{\lambda_i \beta_i}{(j\omega + \lambda i)})} \right] + \left[\frac{K_{cr}S_c}{j\omega L_c - (K_c - K_c\beta_{eff} - 1) - K_c \sum_i \frac{\lambda_i \beta_i}{(j\omega + \lambda i)}} \right]$$

Voltando para a Eq. (B.14),

$$\left\{ \begin{aligned} \delta n_r(f) j\omega &= \frac{K_{cr} n_{co}}{L_c} - \frac{\delta n_r(f)}{L_r} - \frac{n_{oc}}{K_{rc} L_c} + \frac{n_{oc} K_c}{K_{rc} L_c} + S_r + \\ &+ \left[\frac{\delta n_r(f) K_{rc} K_{cr}}{L_r (j\omega L_c - (K_c - K_c \beta_{eff} - 1) - K_c \sum_i \frac{\lambda_i \beta_i}{(j\omega + \lambda i)})} \right] + \left[\frac{K_{cr} S_c}{j\omega L_c - (K_c - K_c \beta_{eff} - 1) - K_c \sum_i \frac{\lambda_i \beta_i}{(j\omega + \lambda i)}} \right] \end{aligned} \right.$$

Isolando $\delta n_r(f)$,

$$\left\{ \begin{aligned} \delta n_r(f) \left[j\omega + \frac{1}{L_r} - \frac{K_{rc} K_{cr}}{L_r (j\omega L_c - (K_c - K_c \beta_{eff} - 1) - K_c \sum_i \frac{\lambda_i \beta_i}{(j\omega + \lambda i)})} \right] &= \frac{K_{cr} n_{co}}{L_c} + \frac{n_{oc}}{K_{rc} L_c} \underbrace{(K_c - 1)}_{-K_{cr} K_{rc}} + S_r + \\ &+ \frac{K_{cr} S_c}{j\omega L_c - (K_c - K_c \beta_{eff} - 1) - K_c \sum_i \frac{\lambda_i \beta_i}{(j\omega + \lambda i)}} \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \delta n_r(f) \left[\frac{j\omega L_r (j\omega L_c - (K_c - K_c \beta_{eff} - 1) - K_c \sum_i \frac{\lambda_i \beta_i}{(j\omega + \lambda i)}) + j\omega L_c - (K_c - K_c \beta_{eff} - 1) - K_c \sum_i \frac{\lambda_i \beta_i}{(j\omega + \lambda i)} - K_{rc} K_{cr}}{L_r (j\omega L_c - (K_c - K_c \beta_{eff} - 1) - K_c \sum_i \frac{\lambda_i \beta_i}{(j\omega + \lambda i)})} \right] &= \\ = \frac{S_r (j\omega L_c - (K_c - K_c \beta_{eff} - 1) - K_c \sum_i \frac{\lambda_i \beta_i}{(j\omega + \lambda i)}) + K_{cr} S_c}{j\omega L_c - (K_c - K_c \beta_{eff} - 1) - K_c \sum_i \frac{\lambda_i \beta_i}{(j\omega + \lambda i)}} \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \delta n_r(f) &= \left[\frac{S_r (j\omega L_c - (K_c - K_c \beta_{eff} - 1) - K_c \sum_i \frac{\lambda_i \beta_i}{(j\omega + \lambda i)}) + K_{cr} S_c}{j\omega L_c - (K_c - K_c \beta_{eff} - 1) - K_c \sum_i \frac{\lambda_i \beta_i}{(j\omega + \lambda i)}} \right] \times \\ &\times \left[\frac{L_r (j\omega L_c - (K_c - K_c \beta_{eff} - 1) - K_c \sum_i \frac{\lambda_i \beta_i}{(j\omega + \lambda i)})}{\underbrace{j\omega L_r (j\omega L_c - (K_c - K_c \beta_{eff} - 1) - K_c \sum_i \frac{\lambda_i \beta_i}{(j\omega + \lambda i)}) + j\omega L_c - (K_c - K_c \beta_{eff} - 1) - K_c \sum_i \frac{\lambda_i \beta_i}{(j\omega + \lambda i)} - K_{rc} K_{cr}}_{(E)}} \right] \end{aligned} \right.$$

Desenvolvendo (E),

$$\begin{aligned} & \left\{ -w^2 L_r L_c + jw(L_r(1-K_c) + jwL_r(K_c(\beta_{eff} - \sum_i \frac{\lambda_i \beta_i}{(jw + \lambda_i)})) + \right. \\ & \left. + jwL_c + K_c(\beta_{eff} - \sum_i \frac{\lambda_i \beta_i}{(jw + \lambda_i)}) - K_{rc} K_{cr} \underbrace{+ 1 - K_c}_{K_{cr} K_{rc}} \right. \\ & - w^2 L_r L_c + jw(L_r(1-K_c) + L_c) + K_c[(jwL_r + 1)(\sum_i \frac{jw\beta_i}{(jw + \lambda_i)})] \\ & \left. - w^2 L_r L_c + K_c[jwL^* + (jwL_r + 1)\sum_i \frac{jw\beta_i}{(jw + \lambda_i)}] \right\} \end{aligned}$$

Portanto temos que a função transferência para o refletor é dado por,

$$\delta n_r(f) = \frac{S_r L_r (jwL_c - K_c \{1 - \sum_i \frac{jw\beta_i}{(jw + \lambda_i)}\} + 1) + L_r K_{cr} S_c}{K_c [jwL^* + (jwL_r + 1)\sum_i \frac{jw\beta_i}{(jw + \lambda_i)}] - w^2 L_r L_c} \quad (B.15)$$

Para obtenção da APSD é necessário calcular o módulo ao quadrado da função transferência, que nesse caso deve ser aplicado tanto para o núcleo ($\delta n_c(f)$) quanto para o refletor $\delta n_r(f)$.

$$\langle |\delta n_c(f)|^2 \rangle = \frac{(w^2 L_r^2 + 1) L_c^2 \langle |S_c|^2 \rangle + K_{rc}^2 L_c^2 \langle |S_r|^2 \rangle + 2 K_{rc} L_c^2 \langle |S_c S_r| \rangle}{K_c^2 \left[w^4 \left(\sum_i \frac{\beta_i (1 - \lambda_i L_r)}{w^2 + \lambda_i^2} - \frac{L_r L_c}{K_c} \right)^2 + w^2 \left(L^* + \sum_i \frac{\beta_i (w^2 L_r + \lambda_i)}{w^2 + \lambda_i^2} \right) \right]} \quad (B.16)$$

$$\begin{aligned} \langle |\delta n_r(f)|^2 \rangle = & \frac{\left\{ K_{cr}^2 L_r^2 \langle |S_c|^2 \rangle + L_r^2 \left[w^2 \left(L_c + K_c \sum_i \frac{\lambda_i \beta_i}{w^2 + \lambda_i^2} \right)^2 + \left(1 - K_c \left(1 - w^2 \sum_i \frac{\beta_i}{w^2 + \lambda_i^2} \right) \right)^2 \right] \langle |S_r|^2 \rangle + \right. \\ & \left. + 2 K_{cr} L_r^2 \left(1 - K_c \left(1 - w^2 \sum_i \frac{\beta_i}{w^2 + \lambda_i^2} \right) \right) \langle |S_c S_r| \rangle \right\}}{K_c^2 \left[w^4 \left(\sum_i \frac{\beta_i (1 - \lambda_i L_r)}{w^2 + \lambda_i^2} - \frac{L_r L_c}{K_c} \right)^2 + w^2 \left(L^* + \sum_i \frac{\beta_i (w^2 L_r + \lambda_i)}{w^2 + \lambda_i^2} \right)^2 \right]} \quad (B.17) \end{aligned}$$

As fontes equivalentes de ruído $\langle |S_c|^2 \rangle$ e $\langle |S_r|^2 \rangle$ são calculadas a partir da fórmula de Schottky^[24].

As reações específicas que contribuem para as fontes equivalentes de ruído estão contidas na tabela 04.

Tabela 04 – Contribuições para as Fontes Equivalentes de Ruído.

<i>Natureza do Processo</i>	<i>Taxa média de Ocorrência</i>	<i>Número Líquido de nêutrons Produzidos</i>
NO NÚCLEO		
Fissão originando N nêutrons rápidos	$\frac{NcoKcP_N}{Lc\bar{v}}$	N-1
Nêutrons que entram a partir do refletor	$\frac{NroKrc}{Lr} = \frac{Nco}{Lc}(1 - Kc)$	+1
Nêutrons que escapam para o refletor	$\frac{NcoKcr}{Lc}$	-1
Outras absorções e fugas	$\frac{Nco}{Lc} \left(1 - \frac{Kc}{\bar{v}} - Kcr \right)$	-1
NO REFLETOR		
Nêutrons que entram a partir do núcleo	$\frac{NcoKcr}{Lc}$	+1
Nêutrons que retornam para o núcleo	$\frac{NroKrc}{Lr} = \frac{Nco}{Lc}(1 - Kc)$	-1
Outras absorções e fugas	$\frac{Nro}{Lr}(1 - Krc) = \frac{Nco}{Lc}(Kcr - 1 + Kc)$	-1

Onde, N_{co} e N_{ro} são as populações de nêutrons constantes no núcleo e no refletor, e $\bar{v}$ é o número médio de todos os nêutrons, rápidos e atrasados, emitidos por fissão. (uma vez que se despreza β quando comparado com 1, as reações de nêutrons

atrasados não aparecem). P_N é a probabilidade que N nêutrons prontos irão ser produzidos em qualquer fissão, e está sujeita às restrições:

$$\sum_{N=1}^{\infty} P_N = 1 \quad (\text{B.18})$$

$$\sum_{N=1}^{\infty} N P_N = (1 - \beta_{eff}) \bar{\nu} \approx \bar{\nu} \quad (\text{B.19})$$

Além disso, define-se:

$$\bar{\nu}^2 = \sum_{N=0}^{\infty} N^2 P_N \quad (\text{B.20})$$

Assim, obtêm-se os termos fontes:

$$\langle |S_r|^2 \rangle = \frac{4 N_{co} k_{cr}}{L_c} \quad (\text{B.21})$$

$$\langle |S_c|^2 \rangle = \frac{2 N_{co}}{L_c} [2(1 - k_c) + k_c D \nu] \quad (\text{B.22})$$

O termo $\langle |S_c S_r| \rangle$ é a medida da correlação entre as duas fontes. Se elas forem completamente independentes, este termo é nulo. No entanto, não é o que ocorre nesse caso. A componente correlacionada aumenta com a passagem dos nêutrons entre o núcleo e o refletor, porque alguns nêutrons perdidos do núcleo são simultaneamente contabilizados como ganhos pelo refletor, e vice versa. Então se aplica a fórmula:

$$\langle |S_c S_r| \rangle = 2 \sum_j \overline{m_j} q_{jc} q_{jr} \quad (\text{B.23})$$

Onde q_{jc} é o número líquido de nêutrons produzidos no núcleo na ocorrência de uma reação j , enquanto q_{jr} é simultaneamente o número produzido no refletor na mesma ocorrência. Então obtemos,

$$\langle |S_c S_r| \rangle = \frac{-2 N_{co}}{L_c} (1 - k_c + k_{cr}) \quad (\text{B.24})$$

Substituindo as equações (B.21), (B.22) e (B.24) nas expressões (B.16) e (B.17), temos:

$$\langle |Nc(w)|^2 \rangle = \frac{2N_{co}L_c[(w^2L_r^2+1)\frac{(\bar{v}^2-\bar{v})}{\bar{v}} + \frac{2w^2L_r^2(1-K_c)}{K_c}]}{K_c^2L_c[w^4\{\sum_i \frac{\beta_i(1-\lambda_iL_r)}{w^2+\lambda_i^2} - \frac{L_rL_c}{K_c}\}^2 + w^2\{L^* + \sum_i \frac{\beta_i(w^2L_r+\lambda_i)}{w^2+\lambda_i^2}\}^2]} \quad (B.25)$$

$$|Nr(w)|^2 = \frac{\left\{ 2N_{co}K_{cr}L_r^2 \left\{ K_{cr} \left[2(1-K_{co}) + K_{co} \left(\frac{\bar{v}^2-\bar{v}}{\bar{v}} \right) \right] + 2 \left\{ w^2 \left(L_c + K_{co} \sum_i \frac{\lambda_i\beta_i}{w^2+\lambda_i^2} \right)^2 + \right. \right. \right.}{K_{co}^2L_c \left[w^4 \left(\sum_i \frac{\beta_i(1-\lambda_iL_r)}{w^2+\lambda_i^2} - \frac{L_rL_c}{K_{co}} \right)^2 + w^2 \left(L^* + \sum_i \frac{\beta_i(w^2L_r+\lambda_i)}{w^2+\lambda_i^2} \right)^2 \right]} \quad (B.26)$$

As equações (B.25) e (B.26) representam o módulo ao quadrado das funções transferência para o núcleo e para o refletor, respectivamente. Assim é possível obter a densidade espectral para reatores refletidos. Levando em consideração os parâmetros de acoplamento, o tempo de vida dos nêutrons do núcleo, refletor e global, a fração efetiva de nêutrons atrasados, as constantes de decaimentos dos precursores de nêutrons atrasados.

As densidades espectrais são grandemente simplificadas quando analisadas em regiões de frequências tais que $\omega \gg \lambda_i$, sendo esta a região de interesse no presente trabalho. Nesse caso a Eq. (B.25) se torna,

$$|N_r(\omega)|^2 = \left| \frac{S_rL_r[i\omega L_c - K_c(1-\beta_{eff})+1] + S_cK_{cr}L_r}{K_c[i\omega L + \beta_{eff}(i\omega L_r+1) - \omega^2L_rL_c]} \right|^2 \quad (B.26)$$

ANEXO C

TRATAMENTO ALTERNATIVO DA CINÉTICA DE REATORES REFLETIDOS

Um tratamento alternativo foi sugerido por Gamble^[25] e Wasserman^[26] onde o efeito do refletor é considerado matematicamente equivalente a um grupo adicional de nêutrons atrasados. A definição dos parâmetros do pseudogruppo é dada por:

$$\lambda_r = \frac{1}{L_r} \text{ e } \beta_r = 1 - K_{co},$$

onde λ_r representa a constante de decaimento do nêutron no refletor, ou seja, o inverso do tempo de vida do nêutron no refletor; e β_r como a fração de retorno dos nêutrons do refletor para o núcleo, este parâmetro também pode ser chamado de β_7 . Como é utilizado seis grupos de precursores de nêutrons atrasados, o sub índice 7 faz referência ao pseudogruppo de nêutrons atrasados, que nesse caso origina-se do refletor.

Além disso, é necessário ajustar os restantes grupos de acordo com: $\beta_i' = K_{co}\beta_i$. Assume-se que a reatividade do reator é controlada apenas pelo ajuste de K_c , e então, $K_c = K_{co}K$ - Onde K é o fator de multiplicação efetiva do reator como um todo.

Levando em conta as Eqs. (C.1), (C.2) e (C.3) de cinética para um reator refletido e substituindo as novas condições com $S = 0$, temos:

$$\frac{dN_c(t)}{dt} = \frac{N_c(t)(K(1-\beta')-1)}{L_c} + \sum_i \lambda_i C_i(t) + \lambda_r C_r(t) + S_c \quad (C.1)$$

$$\frac{dC_r(t)}{dt} = \frac{N_c(t)\beta_r}{L_c} - \lambda_r C_r \quad (C.2)$$

$$\frac{dC_i(t)}{dt} = \frac{N_c(t)K\beta_i'}{L_c} - \lambda_i C_i(t) \quad (C.3)$$

Considerando as flutuações
$$\begin{cases} N_c(t) = \delta n_c(t) + n_{co} \\ C_r(t) = K_{rc} N_r(t) = K_{rc} (\delta n_r(t) + n_{ro}) \\ C_i(t) = \delta c_i(t) + c_{io} \end{cases}$$

Será obtida a função transferência a partir das considerações aqui propostas, juntamente com a densidade espectral de energia para ser realizado o ajuste aos dados. Para tal, isola-se $\delta c_i(t)$ e $\delta c_r(t)$ em função de $\delta n_c(t)$. Procedimento semelhante ao realizado nas seções anteriores.

Pseudogrupo de precursores

$$\frac{d(\delta c_r(t) + c_{ro})}{dt} = \frac{(\delta n_c(t) + n_{co})\beta_r}{L_c} - \lambda_r(\delta c_r(t) + c_{ro})$$

$$\frac{d(\delta c_r(t))}{dt} = \frac{\beta_r \delta n_c(t)}{L_c} + \frac{\beta_r n_{co}}{L_c} - \lambda_r \delta c_r(t) - \lambda_r c_{ro}$$

No estado estacionário, $\lambda_r c_{ro} = \frac{n_{co}\beta_r}{L_c}$

$$\frac{d(\delta c_r(t) + c_{ro})}{dt} = \frac{(\delta n_c(t) + n_{co})\beta_r}{L_c} - \lambda_r(\delta c_r(t) + c_{ro})$$

$$\frac{d(\delta c_r(t))}{dt} = \frac{\delta n_c(t)\beta_r}{L_c} - \lambda_r \delta c_r(t)$$

Aplicando a transformada de Fourier:

$$j\omega \delta c_r(f) = \frac{\delta n_c(f)\beta_r}{L_c} - \lambda_r \delta c_r(f)$$

$$\delta c_r(f)[j\omega + \lambda_r] = \frac{\delta n_c(f)\beta_r}{L_c}$$

$$\delta c_r(f) = \frac{\delta n_c(f)\beta_r}{L_c(j\omega + \lambda_r)} \quad (C.4)$$

Precusores de nêutrons atrasados

$$\frac{d(\delta c_i(t) + c_{io})}{dt} = \frac{(\delta n_c(t) + n_{co})K\beta_i}{L_c} - \lambda_i(\delta c_i(t) + c_{io})$$

$$\frac{d(\delta c_i(t))}{dt} = \frac{K\beta_i n_{co}}{L_c} + \frac{K\beta_i \delta n_c(t)}{L_c} - \lambda_i \delta c_i(t) - \lambda_i c_{io}$$

No estado estacionário, $\frac{n_{oc}K\beta_i}{L_c} = \lambda_i c_{io}$

$$\frac{d(\delta c_i(t))}{dt} = \frac{K\beta_i \delta n_c(t)}{L_c} - \lambda_i \delta c_i(t)$$

Aplicando a transformada de Fourier:

$$j\omega \delta c_i(f) = \frac{K\beta_i \delta n_c(f)}{L_c} - \lambda_i \delta c_i(f)$$

$$\delta c_i(f)[j\omega + \lambda_i] = \frac{K\beta_i \delta n_c(f)}{L_c}$$

$$\delta c_i(f) = \frac{K\beta_i \delta n_c(f)}{L_c[j\omega + \lambda_i]} \quad (C.5)$$

Núcleo

$$\frac{d(\delta n_c(t) + n_{co})}{dt} = \frac{(\delta n_c(t) + n_{co})(K(1 - \beta') - 1)}{L_c} + \sum_i \lambda_i(\delta c_i(t) + c_{io}) + \lambda_r(\delta c_r(t) + c_{ro}) + Sc$$

$$\frac{d(\delta n_c(t))}{dt} = \frac{n_{co}(K(1 - \beta') - 1)}{L_c} + \frac{\delta n_c(t)(K(1 - \beta') - 1)}{L_c} + \sum_i \lambda_i \delta c_i(t) + \sum_i \lambda_i c_{io} + \lambda_r \delta c_r(t) + \lambda_r c_{ro} + Sc$$

No estado estacionário, $\frac{n_{oc}(K(1 - \beta') - 1)}{L_c} = -\sum_i \lambda_i c_{oi} - \lambda_r c_{or}$

$$\frac{d(\delta n_c(t))}{dt} = \frac{\delta n_c(t)(K(1-\beta')-1)}{L_c} + \sum_i \lambda_i \delta c_i(t) + \lambda_r \delta c_r(t) + Sc$$

Aplicando a transformada de Fourier:

$$jw \delta n_c(f) = \frac{\delta n_c(f)(K(1-\beta')-1)}{L_c} + \sum_i \lambda_i \delta c_i(f) + \lambda_r \delta c_r(f) + Sc \quad (C.6)$$

Substituindo as Eqs. (C.4) e (C.5) na expressão (C.6), temos:

$$jw \delta n_c(f) = \frac{\delta n_c(f)(K(1-\beta')-1)}{L_c} + \sum_i \frac{\lambda_i \delta n_c(f) K \beta_i^{'}}{L_c [jw + \lambda_i]} + \frac{\lambda_r \delta n_c(f) \beta_r}{L_c (jw + \lambda_r)} + Sc$$

$$\delta n_c(f) [jw - \frac{(K(1-\beta')-1)}{L_c} - \sum_i \frac{\lambda_i K \beta_i^{'}}{L_c [jw + \lambda_i]} - \frac{\lambda_r \beta_r}{L_c (jw + \lambda_r)}] = Sc$$

A função transferência é dada pela razão de $\frac{\delta n_c(f)}{Sc}$, logo:

$$\frac{\delta n_c(f)}{Sc} = \frac{L_c}{L_c wj - \underbrace{K(1-\beta') + 1}_{(A)} - \underbrace{\sum_i \frac{\lambda_i K \beta_i^{'}}{(wj + \lambda_i)}}_{(B)} - \underbrace{\frac{\lambda_r \beta_r}{(wj + \lambda_r)}}_{(C)}}$$

Utilizando as igualdades definidas por Gamble e Wasserman, temos:

$$\left\{ \begin{array}{l} \beta' = \sum_i \beta_i^{' } + \beta_r = 1 - K_{co} (1 - \beta) \\ \lambda_r = 1/L_r \\ \beta_r = 1 - K_{co} \\ \beta_i^{' } = K_{co} \beta_i \\ K_c = K K_{co} \end{array} \right.$$

Desenvolvendo (A), (B) e (C):

(A)

$$- \frac{K_c}{K_{co}} [1 - (1 - K_{co} (1 - \beta))] = - \frac{K_c}{K_{co}} (1 - 1 + K_{co} - K_{co} \beta) = -K_c + K_c \beta$$

(B)

$$\sum_i \frac{\lambda_i K \beta_i}{(wj + \lambda_i)} = \sum_i \frac{\lambda_i K_c \beta_i K_{co}}{K_{co} (wj + \lambda_i)} = \sum_i \frac{\lambda_i K_c \beta_i}{(wj + \lambda_i)}$$

(C)

$$\frac{\lambda_r \beta_r}{(wj + \lambda_r)} = - \frac{\lambda_r (1 - K_{co})}{(wj + \lambda_r)}$$

Substituindo (A), (B) e (C),

$$\begin{aligned} \frac{\delta n_c(f)}{Sc} &= \frac{L_c}{L_c wj - K_c + K_c \beta + 1 - K_c \sum_i \frac{\lambda_i \beta_i}{(wj + \lambda_i)} - \frac{\lambda_r (1 - K_{co})}{(wj + \lambda_r)}} = \\ &= \frac{L_c}{L_c wj + 1 + K_c \left(\sum_i \beta_i - \sum_i \frac{\lambda_i \beta_i}{(wj + \lambda_i)} - 1 \right) - \frac{\lambda_r (1 - K_{co})}{(wj + \lambda_r)}} = \\ &= \frac{L_c}{L_c wj + 1 + K_c \left(\sum_i \frac{\beta_i wj}{(wj + \lambda_i)} - 1 \right) - \frac{\lambda_r (1 - K_{co})}{(wj + \lambda_r)}} \end{aligned}$$

Para $w \gg \lambda_i$,

$$\frac{\delta n_c(f)}{Sc} = \frac{L_c}{L_c wj + 1 + K_c (\beta_{eff} - 1) - \frac{\lambda_r (1 - K_{co})}{(wj + \lambda_r)}} \quad (C.7)$$

Considerando $\beta_{eff} = 0,0075$, temos:

$$Kc(0,0075 - 1) + 1 = K_1$$

$$K_1 = 1 - 0,9925Kc$$

$$K_2 = (1 - Kco)$$

O Módulo ao quadrado da Função Transferência é dado por:

$$|G(f)|^2 = \frac{Lc^2(\lambda r^2 + w^2)}{(\lambda r^2 K_1^2 - 2\lambda r^2 K_2 K_1 + \lambda r^2 K_2^2 + \lambda r^2 w^2 Lc^2 + 2K_2 Lc w^2 \lambda r + w^2 K_1^2 + w^4 Lc^2)} \quad (C.8)$$

A densidade espectral de energia na forma de APSD é dada pela equação abaixo:

$$\text{APSD: } |G(w)|^2 A + BG,$$

onde A é uma constante e BG o ruído não correlacionado. Para simplificar a Eq. (C.8) e assim ser obtida uma equação de ajuste, aplicou-se o método da substituição. Logo,

$$\begin{cases} T_1 = L_c \lambda_r K_2 \\ T_2 = L_c \lambda_r \\ T_3 = \lambda_r K_2 \\ T_4 = K_1 K_2 \lambda_r^2 \\ T_5 = \lambda_r K_1 \end{cases}$$

Assim temos,

$$|G(w)|^2 = \frac{T_2^2 + L_c^2 w^2}{\left(\underbrace{T_5^2 - 2T_4 + T_3^2}_{T_6} + w^2 \underbrace{(T_2^2 + 2T_1 + K_1^2)}_{T_7} + w^4 Lc^2 \right)} \quad (C.09)$$

Realizando outras substituições com o intuito de simplificar a Eq. (C.09),

$$\begin{aligned} T_6 &= T_5^2 - 2T_4 + T_3^2 = (\lambda_r K_1)^2 - 2(K_1 K_2 \lambda_r^2) + (\lambda_r K_2)^2 = \\ &= \lambda r^2 (K_1^2 + K_2^2 - 2K_1 K_2) = \lambda r^2 (K_1 - K_2)^2 = (\lambda_r (K_1 - K_2))^2 \end{aligned}$$

Para que todos os parâmetros em questão sejam obtidos pelo ajuste, é necessário realizar a separação algébrica de K_1 K_2 , que não são obtidos diretamente pelo ajuste, mas sim pelos valores dos parâmetros ajustados.

Cálculo de K_1 e K_2 ,

$$\begin{cases} T_6 = (\lambda r(K_1 - K_2)) \\ K_1 = \frac{T_6}{\lambda r} + K_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_7 = T_2^2 + 2(L_c \lambda_r K_2) + \left(\frac{T_6}{\lambda_r} + K_2 \right)^2 \\ T_2^2 - T_7 + 2(L_c \lambda_r K_2) + \left(\frac{T_6}{\lambda_r} + K_2 \right)^2 = 0 \\ T_2^2 - T_7 + 2(L_c \lambda_r K_2) + \left(\frac{T_6}{\lambda_r} \right)^2 + 2 \frac{T_6}{\lambda_r} K_2 + K_2^2 = 0 \\ K_2^2 + K_2 \left[2L_c \lambda_r + 2 \frac{T_6}{\lambda_r} \right] + \left(T_2^2 - T_8 + \left(\frac{T_6}{\lambda_r} \right)^2 \right) = 0 \end{cases}$$

Substituindo, $T = \left[2L_c \lambda_r + 2 \frac{T_6}{\lambda_r} \right]$ e $U = \left(T_2^2 - T_7 + \left(\frac{T_6}{\lambda_r} \right)^2 \right)$

$$K_2^2 + K_2 T + U = 0$$

$$K_2 = \frac{-T \pm \sqrt{(-T)^2 - 4U}}{2} \quad (C.10)$$

Consequentemente obtém-se K_1 ,

$$K_1 = \frac{T_6}{\lambda r} + K_2 \quad (C.11)$$

Definindo todos os parâmetros e incógnitas obtém-se uma equação para se realizar o ajuste. Esta equação está na forma de uma função racional, que é expressa como uma razão de dois polinômios. Nesse caso um polinômio no numerador de grau 2 e um polinômio de grau 4 no denominador, como mostra a Eq. (C.12).

$$|G(w)|^2 = \frac{T_2^2 + L_c^2 w^2}{(T_6^2 + w^2 T_8 + w^4 L_c^2)} \quad (C.12)$$

Esta razão de polinômios está na forma mais simples do módulo ao quadrado da função transferência quando comparada com a equação de ajuste anterior, Eq. (C.09), porém ainda se torna inviável a realização do ajuste não linear pelo método dos mínimos quadrados. Algumas tentativas de se realizar o ajuste foram feitas, porém os valores dos resultados obtidos para os parâmetros não apresentavam coerência. Alguns parâmetros quando ajustados simultaneamente apresentavam o valor do erro maior do que o valor do próprio parâmetro. Observou-se a ocorrência desse erro na tentativa de se ajustar os parâmetros: tempo de vida dos nêutrons no núcleo (L_c) e T_7 . Talvez isso possa ter ocorrido pelo fato desses parâmetros estarem diretamente vinculados com a variável dependente w , tanto no numerador quando no denominador.

Pelos problemas encontrados para realizar o ajuste utilizando a Eq. (C.12), não foi possível encontrar os parâmetros através da aplicação desse modelo, isso porque é de fundamental importância a obtenção dos parâmetros e assim ser realizada a substituição dos valores ajustados e obter as demais incógnitas do problema com sentido físico para o problema.

ANEXO D

D.1 FLUXOGRAMA PARA OS MODELOS DESENVOLVIDOS E EQUACÕES DE CRITICALIDADE

Serão apresentadas as equação de cinética pontual de uma região e de duas regiões para reatores refletidos, nas suas formas algébricas e em fluxogramas para melhor visualização e entendimento da dinâmica de interação das migrações dos nêutrons entre o núcleo e o refletor. A abordagem sobre a equação de criticalidade para o modelo refletido, desenvolvido por Avery e Cohn, apresenta divergência quanto à equação clássica de criticalidade, e, por conta disso, foi proposto um modelo matemático alternativo^[34] para contornar tal discrepância.

A ideia principal é a proposta do desenvolvimento de uma função transferência para um reator refletido, e, assim, ser aplicável para qualquer reator. Para baixas frequências, o resultado é idêntico à função transferência de um reator simples sem refletor (*bare reactor*), desde que o tempo de vida dos nêutrons incorpore o efeito do refletor. Para altas frequências o refletor introduz como efeito um grupo adicional de nêutrons atrasados.

O comportamento cinético de um reator sem refletor (*bare reactor*) tem sido extensivamente estudado, tanto teoricamente quanto experimentalmente. Estes estudos têm mostrado que tanto a equação *inhour* quanto a função transferência, obtidas a partir da forma usual da cinética pontual, apresentam uma boa concordância com os resultados experimentais^[34].

Reatores refletidos são geralmente tratados assumindo-se que as mesmas equações de cinética são aplicáveis, desde que um valor modificado do tempo de vida dos nêutrons prontos é utilizado, incluindo o efeito do refletor. Porém experimentos realizados em reatores de pesquisa mostraram empiricamente que o tratamento do refletor por um grupo adicional (ou grupos) de nêutrons atrasados poderiam fornecer melhores resultados^[35].

Como dito no início da seção, a aproximação teórica para a cinética de reatores refletidos^[12] mostrou que ao calcular o tempo de vida de nêutrons prontos para um reator crítico com a configuração de acoplamento entre as partes “rápida-térmica”, os resultados concordaram bem com os dados experimentais. No entanto, tentativas em aplicar este método proposto no Reator Experimental de Sódio (SRE)^[34] deram valores totalmente inesperados para o tempo de vida. Além disso, análises mostraram que este método não é aplicável a reatores com refletores que contribuem significativamente para a reatividade.

D.2 OBTENÇÃO DA FUNÇÃO TRANSFERÊNCIA DE UM REATOR REFLETIDO

A equação geral que governa a cinética de reatores é:

$\begin{array}{l} \text{Taxa de variação} \\ \text{da densidade de nêutrons} \end{array} = \text{Taxa de produção} - \text{Taxa de destruição} + \text{Fonte}$
--

Esta equação geralmente aplica-se a um reator sem refletor (*bare reactor*) assumindo o diagrama de fluxo para os nêutrons, mostrado na Fig 21. Então a equação geral e a equação associada aos nêutrons atrasados se tornam, respectivamente, na ausência da fonte externa:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{(1-\beta)K_{eff}N}{l^*} + \sum_i \lambda_i C_i - \frac{N}{l^*}$$

$$\frac{dC_i}{dt} = \frac{\beta_i K_{eff} N}{l^*} - \sum_i \lambda_i C_i$$

onde,

N = Densidade total de nêutrons no sistema;

C_i = Concentração dos precursores de nêutrons atrasados;

K_{eff} = Fator de multiplicação efetiva do sistema;

l^* = Tempo de vida efetivo dos nêutrons no sistema;

β = fração efetiva de nêutrons atrasados;

λ_i = constante de decaimento para os 6 grupos de nêutrons atrasados.

Figura 21 – Diagrama de fluxo para cinética de reatores sem refletor (bare reactor).

Para um reator refletido, a mesma abordagem pode ser utilizada para tratar separadamente os nêutrons no núcleo e no refletor. No entanto, os nêutrons podem migrar do núcleo para o refletor por várias vezes antes de serem finalmente absorvidos. O diagrama na Fig. 22 aplica-se para um reator refletido.

Figura 22 – Diagrama de fluxo para cinética de reatores refletidos.

As equações diferenciais correspondentes ao modelo do diagrama da Fig.22 são:

$$\frac{dN_c}{dt} = \frac{(1-\beta)P_cKN_c}{l_c} + \sum_i \lambda_i C_i + \frac{P_r N_r}{l_r} - \frac{N_c}{l_c}$$

$$\frac{dN_r}{dt} = \frac{(1-P_c)N_c}{l_c} - \frac{N_r}{l_r}$$

$$\frac{dC_i}{dt} = \frac{\beta_i KP_c N_c}{l_c} - \lambda_i C_i$$

As definições dos símbolos são:

N_c = densidade neutrônica do núcleo;

N_r = densidade neutrônica do refletor;

P_c = probabilidade do nêutron permanecer no núcleo;

P_r = probabilidade de um nêutron desaparecer do refletor e aparecer no núcleo;

K = fator de multiplicação do sistema;

l_c = tempo de vida dos nêutrons no núcleo;

l_r = tempo de vida dos nêutrons no refletor.

Estas equações são idênticas às desenvolvidas por C. E. Cohn ^[12].

Embora este modelo seja lógico, não fornece resultados corretos pois alguns nêutrons entram em um *loop* entre o núcleo e o refletor e voltam da mesma forma, nunca sendo absorvidos. Uma consequência disso é que para esse modelo a equação de criticalidade, obtida igualando-se a zero todas as derivadas dependentes do tempo, diverge em relação à equação clássica de criticalidade.

$$KP_c + (1-P_c)P_r = 1 \quad (D.1)$$

Como mencionado anteriormente, pode-se então observar que esta equação não está de acordo com a forma geral da equação de criticalidade dada por,

$$K\xi = 1 \quad (\text{D.2})$$

Onde ξ é a probabilidade líquida de não fuga, e está em função de P_c e P_r . A discrepância surge por causa dos neutros que retornam do refletor que são contabilizados como “novos” neutros de fissão. Em reatores onde o refletor contribui grandemente para a reatividade, o erro da equação de criticalidade pode ser significativo.

O modelo que contorna esta redundância está ilustrado na Fig. 23. Nesse modelo os nêutrons que entram no refletor não são contabilizados no núcleo até que a sua saída final do refletor tenha ocorrido. Embora isto não corresponda com a situação física do reator, irá fornecer resultados corretos para o comportamento da cinética se L_r e L_c forem definidos como o comprimento total de tempo que os nêutrons gastam no refletor e no núcleo, respectivamente. Em outras palavras, o comprimento total de tempo gasto nas duas regiões é o mesmo no modelo quanto no reator, mas com a ordem cronológica alterada, eliminando assim o “loop”.

Figura 23 – Diagrama de fluxo modificado para cinética de reatores refletidos.

As equações diferenciais para esse modelo são:

$$\begin{aligned}\frac{dN_c}{dt} &= \frac{(1-\beta)KP_cN_c}{l_c} + \frac{P_rN_r}{l_r} + P_c \sum_i \lambda_i C_i - \frac{N_c}{l_c} \\ \frac{dN_r}{dt} &= \frac{(1-\beta)K(1-P_c)N_c}{l_c} + (1-P_c) \sum_i \lambda_i C_i - \frac{N_r}{l_r} \\ \frac{dC_i}{dt} &= \frac{\beta_i KN_c}{l_c} - \lambda_i C_i\end{aligned}$$

A equação de criticalidade obtida, igualando-se a zero todas as derivadas dependentes do tempo, é agora da mesma forma que a equação geral de criticalidade.

$$K[P_c + (1-P_c)P_r] = 1 \quad (\text{D.3})$$

ANEXO E

E.1 PRÉ AMPLIFICADORES

Como nem todos os detectores conseguem gerar um pulso de tensão de amplitude considerável a partir do acúmulo de cargas produzidas num evento, com exceção dos detectores do tipo Geiger-Muller onde a quantidade de carga produzida num evento é satisfatória, necessita-se utilizar um pré-amplificador para tratar os pulsos. Este é um amplificador eletrônico que prepara um sinal para uma posterior amplificação ou processamento e deve estar localizado o mais próximo possível dos detectores, de modo a maximizar a relação sinal ruído.

A finalidade básica desse componente é transformar a carga coletada proveniente do processo de detecção, em um pulso de tensão, onde a amplitude é proporcional á carga total coletada no detector. Por esta razão, estes pré-amplificadores são denominados “sensíveis à carga”. Em alguns casos, os pré-amplificadores têm incorporado o circuito necessário para aplicar a tensão de polarização (bias) no detector, bem como para se aplicar um pulso de teste na entrada do mesmo, para verificação do funcionamento^[36].

E.2 AMPLIFICADORES

Vários tipos de amplificadores são utilizados na norma NIM (Nuclear Instrumentation Modules). Basicamente podem ser agrupados como amplificadores lentos (circuitos de medição de energia) e amplificadores rápidos (circuitos geradores de marca de tempo).

São denominados amplificadores espectroscópicos, os módulos que produzem um pulso de forma aproximadamente Gaussiana (unipolar) e sua derivada (bipolar), a partir do pulso gerado por um pré-amplificador. Estes pulsos podem ser observados na Fig 24.a e 24.b, respectivamente.

Figura 24 – Forma dos pulsos de saídas de um amplificador espectroscópico.

Em geral, estes módulos incluem ganho variável (~ 10 -500), diferentes constantes de tempo do diferenciador e dos integradores (em combinações pré-fixadas, que produzem o pulso final com larguras entre 0.5 - $10\mu s$). Pode-se ainda ajustar o cancelamento de polo-zero e em alguns modelos introduzir, um atraso temporal na saída de pulso unipolar. Os amplificadores aceitam tanto pulsos negativos quanto positivos na entrada, mas a saída padrão é sempre positiva. A faixa de tensão útil na saída vai até $10V$. Características típicas incluem estabilidade térmica no ganho e não-linearidade

integral. Constantes de tempo menores ($0.5\text{-}2\mu\text{s}$) são usadas quando as taxas de eventos nos detectores são grandes.

Os amplificadores com limiar (*biased amplifiers*) pertencem a uma outra classe de amplificadores lentos, nestes amplificadores, a saída é proporcional à entrada, acima de um certo valor ajustável (*bias*).

Nos amplificadores rápidos, as constantes de tempo, principalmente de integração são pequenas (dezenas a centenas de nano segundos) e por isso não têm grande precisão na medida da carga total produzida no detector. Entretanto, produzem pulsos muito mais adequados para a obtenção de informações referentes ao instante de ocorrência de eventos no detector.

E.3 ANALISADOR MONO CANAL

O instrumento de medida usado para obtenção das curvas de distribuição de altura de pulso (ou de energia) é conhecido como analisador de altura de pulso. Este instrumento, em geral, determina o número total de pulsos cujas alturas caem em intervalos ou canais selecionados dentro da faixa de altura de pulso de interesse. O chamado analisador mono canal (single-channel analyzer – SCA) consiste de um circuito capaz de gerar um sinal lógico padrão, cada vez que o sinal de entrada (pulso unipolar ou bipolar produzido pelo amplificador espectroscópico) estiver entre determinados valores (modo diferencial ou janela) ou acima de um valor mínimo (modo integral).

A altura do pulso analógico de saída de um amplificador espectroscópico, conectado a um detector, é proporcional à energia dissipada pela radiação nuclear no interior do detector, e, por esta razão, podem ser levantadas as chamadas curvas de distribuição de energia, através da medida das amplitudes dos pulsos de saída do amplificador.

A seleção do nível do sinal na saída do amplificador é equivalente à seleção do intervalo de energia ou da carga coletada nos eventos nucleares. Esta seleção pode ser efetuada utilizando-se um discriminador e um analisador mono canal. O discriminador produz um pulso lógico na saída somente se o sinal de entrada exceder um patamar pré-estabelecido. O analisador mono canal produz um pulso lógico negativo somente se a amplitude do pico do sinal de entrada estiver contida na largura da janela que é estabelecida utilizando-se dois patamares de discriminação pré-estabelecidos.

Discriminador de altura de pulso integral: Um discriminador do tipo integral é um circuito que libera um pulso digital em sua saída toda vez que o pulso análogo aplicado a sua entrada superar o patamar de discriminação (nível DC) do discriminador.

A Fig. 25 mostra três pulsos provenientes de um amplificador para um discriminador integral. O primeiro pulso tem uma amplitude menor do que o limite

ajustado no discriminador e por isso não gera nenhum sinal lógico de saída. Cada um dos dois pulsos, posteriores ao primeiro, apresenta amplitude suficiente para produzir um sinal lógico na saída.

Figura 25 – Saída do discriminador integral.

Os sinais de saída, indicados na Fig. 25, são gerados quando a crista do sinal de entrada cruza o limite do nível do discriminador. Por isso, o tempo de resposta de saída é uma função que depende da amplitude e do tempo de subida do sinal de entrada. Esta dependência da amplitude e do tempo de subida influencia o tempo de geração do sinal de saída, variando quanto ao início do pulso de entrada e, portanto, na saída do discriminador os pulsos com amplitudes maiores são gerados mais rapidamente do que os pulsos com amplitudes mais baixas, que são gerados posteriormente.

Discriminador de altura de pulso diferencial ou Analisador mono canal: Um discriminador do tipo diferencial pode ser sintetizado pelo arranjo de dois discriminadores integrais com suas saídas aplicadas a um circuito anticoincidência.

Neste caso, os pulsos são alimentados simultaneamente aos dois discriminadores integrais cujos patamares de discriminação são ajustados para um nível inferior e um nível superior. As saídas dos dois discriminadores são aplicadas a um circuito de anticoincidência e este por sua vez libera um pulso em sua saída somente quando apenas o pulso de saída do discriminador inferior está presente em sua entrada. Desta forma, apenas os pulsos cujas amplitudes caiam dentro da janela selecionada, é que são detectados. Todos os outros são rejeitados.

A Fig. 26 mostra três pulsos (A, B e C) provenientes de um amplificador para o módulo mono canal. Somente o pulso B satisfaz a condição necessária pra produzir um sinal lógico de saída a partir do SCA.

Figura 26 – Função do analisador mono canal (SCA).

ANEXO F

F.1 DETECTORES DE NÊUTRONS

Os nêutrons são geralmente detectados através de reações nucleares que resultam em partículas energeticamente carregadas como, por exemplo, prótons e partículas alfas. Praticamente todos os tipos de detectores de nêutrons envolvem a combinação de um material alvo projetado para realizar essa conversão juntamente com um detector convencional de radiação. Devido à seção de choque de interação do nêutron na maioria dos materiais estar extremamente ligada à energia do nêutron, técnicas distintas têm sido desenvolvidas para a detecção de nêutrons, em diferentes regiões de energia. Nessa seção será discutido os métodos mais relevante para a detecção de nêutrons onde a energia se encontra na faixa térmica. Isso porque a região de energia dos nêutrons do reator nuclear IPEN/MB-01 se encontra abaixo da energia de corte (*cutoff*) do cádmio, que equivale aproximadamente 0.5 eV, esta é convencionalmente chamada de *região dos nêutrons térmicos* e distingue-se dos nêutrons intermediários e rápidos que apresentam energias acima desse valor^[37].

F.2 DETECTORES COM BASE NA REAÇÃO DE BORO

O detector largamente utilizado para nêutrons lentos é o tubo proporcional de BF_3 . Nesse dispositivo, o trifluoreto de boro serve tanto como alvo para a conversão do nêutron lento em partículas secundárias quanto como gás proporcional. Um número de outros contadores gasosos de boro foi testado, mas o BF_3 é a escolha quase universal devido as suas propriedades superiores como um gás proporcional, bem como a sua alta concentração de boro. Em quase todos os detectores comerciais desse tipo, o gás é altamente enriquecido em ^{10}B , resultando em uma eficiência cinco vezes maior do que o gás contendo boro natural. O desempenho do BF_3 como um gás proporcional é insatisfatória quando operado a pressões mais elevadas, por isso a pressão absoluta nos tubos típicos é limitada a cerca de 0.5 – 1.0 atm.

F.2.1 REAÇÃO DE $^{10}\text{B}(\text{n},\alpha)$

Provavelmente a reação mais conhecida de conversão de nêutrons lentos em partículas diretamente detectáveis é a reação $^{10}\text{B}(\text{n},\alpha)$. A reação pode ser escrita como mostrada na Fig. 27,

Figura 27 – Reação nuclear entre um nêutron e um átomo de Boro-10 e os produtos desta reação com seus respectivos valores de energia.

A ramificação indica que o produto da reação, o ^7Li , pode permanecer no seu estado fundamental ou no seu primeiro estado excitado. Quando nêutrons térmicos (0.025 eV) são usados para induzir a reação, aproximadamente 94% de todas as reações

se conduzem para o estado excitado e 6% diretamente para o estado fundamental. Em ambos os casos, o valor Q da reação é muito grande (2.310 ou 2.792 MeV) comparada com a energia de entrada do nêutron lento, então a energia transmitida para os produtos da reação (${}^7\text{Li}$ e α) é essencialmente o próprio valor de Q . Assim, a energia cinética do nêutron incidente é desprezível comparada com a energia da reação, que é muito maior, e fica impossível extrair qualquer informação a respeito do valor original. Também, pelo momento linear incidente ser muito pequeno, os produtos da reação também devem apresentar um momento líquido praticamente nulo. Consequentemente, os dois produtos da reação devem ser emitidos exatamente em direções opostas, e a energia da reação será sempre compartilhada da mesma maneira entre eles. Energias individuais da partícula alfa e do núcleo de lítio podem ser calculadas simplesmente pela conversão de energia e momento, mostrado a seguir:

$$\begin{aligned} E_{Li} + E_{\alpha} &= Q = 2.31\text{MeV} \\ m_{Li}v_{Li} &= m_{\alpha}v_{\alpha} \\ \sqrt{2m_{Li}E_{Li}} &= \sqrt{2m_{\alpha}E_{\alpha}} \end{aligned}$$

Resolvendo as equações das energia e do momento do lítio da partícula alfa , temos:

$$E_{Li} = 0.84\text{MeV} \quad e \quad E_{\alpha} = 1.47\text{MeV}$$

onde o calculo foi realizado para o caso do estado excitado do ${}^7\text{Li}$. Um cálculo similar traria valores 21% maiores para as reações que conduzem ao estado fundamental.

A Fig. 28 ilustra a seção de choque versus a energia do nêutron para um numero de reações nucleares de interesse na detecção de nêutrons. A seção de choque do nêutron térmico para a reação ${}^{10}\text{B} (n,\alpha)$ é de 3840 barns. O valor da seção de choque decresce rapidamente com o aumento da energia do nêutron e é proporcional a $1/v$ (inverso da velocidade do nêutron) na maior parte da faixa energética do gráfico. A vantagem desta reação decorre da sua alta seção de choque para nêutrons térmicos e pelo fato do boro, altamente enriquecido em concentrações de Boro-10, ser facilmente acessível. A abundância isotópica natural do ${}^{10}\text{B}$ é de 19,8%.

Figura 28 – Seção de choque versus energia do nêutron para algumas reações de interesse em detecção de nêutrons.

F.2.2 ESPECTROS E AMPLITUDE DOS PULSOS DO TUBO DE BF_3

A Fig. 29.a mostra o espectro esperado da amplitude de um pulso ideal do tubo de BF_3 com dimensões muito grandes. Para um tubo grande, quase todas as reações ocorrem suficientemente longe das paredes do detector, depositando toda a energia dos produtos dentro do gás proporcional. Nesse evento, toda a energia da reação é depositada no detector e a única variação é o resultado da ramificação da reação entre o estado excitado e do fundamental do núcleo resultante de ^7Li . A razão da ramificação para os nêutrons térmicos é cerca de 6% da reação que leva para o estado fundamental e 94% para o primeiro estado excitado. Portanto, as áreas sob os picos mostrados na Fig 29a devem estar na proporção de 94:6 como representado.

Uma vez que o tamanho do tubo não é considerado tão extenso quando comparado com o alcance da partícula alfa e com o núcleo de recuo do lítio produzido na reação, alguns eventos não depositam mais totalmente a energia da reação no gás. Se alguma das partículas colidirem com a parede da câmara, um pequeno pulso é produzido. O efeito acumulativo desse tipo de processo é conhecido como *efeito de parede* em contadores gasosos. Devido ao alcance da partícula alfa produzida na reação, que é na ordem de 1.0 cm, para as pressões características de BF_3 , praticamente quase

todos os tubos apresentam um diâmetro suficientemente pequeno que o efeito de parede seja significativo.

A Fig. 29b mostra a diferença esperada no espectro da amplitude do pulso de um tubo no qual o efeito de parede é importante. A principal mudança a partir do espectro mostrado na Fig. 29a é a adição de um patamar contínuo a esquerda dos picos correspondentes à deposição de energia parcial no gás do tubo. Os dois degraus contínuos apresentam uma característica interessante do espectro e pode ser explicado através do seguinte argumento.

Figura 29 – Espectro esperado da amplitude do pulso para tubos de BF_3 . (a) Espectro para um tubo muito extenso onde os produtos das reações são totalmente absorvidos. (b) Adição dos patamares contínuos devido ao efeito de parede.

O nêutron incidente não apresenta momento significativo, os dois produtos da reação devem apresentar direções opostas. Se a partícula alfa colidir com a parede, o ${}^7\text{Li}$ recuado dirige-se para longe da parede e é muito provável que depositará toda a sua energia no gás. Reciprocamente, se o ${}^7\text{Li}$ colidir com a parede, toda a energia da partícula alfa dessa mesma reação é absorvida pelo gás.

Assim, a perda pela parede ocorre para apenas um produto da reação. Existem duas possibilidades: (1) a partícula alfa colide com a parede depois de depositar uma fração da sua energia no gás, enquanto que o ${}^7\text{Li}$ recuado é inteiramente absorvido pelo gás, ou (2) o ${}^7\text{Li}$ recuado colide com a parede após depositar parte da sua energia e a partícula alfa é inteiramente absorvida pelo gás. No caso 1, a reação poderia ocorrer a uma distância da parede podendo estar em qualquer lugar entre zero e o alcance máximo da partícula alfa. A Fig. 30 ilustra o caso (1). A quantidade de energia depositada no gás em questão pode variar de $(E_{\text{Li}} + 0)$ até $(E_{\text{Li}} + E_{\alpha})$, como ilustrado na Fig. 31.

Figura 30 – Colisão da partícula alfa com a parede do detector.

Pelo fato de todos os locais da reação serem igualmente prováveis, a distribuição da energia depositada será aproximadamente uniforme entre esses dois extremos.

Figura 31 – Variação da deposição da energia do produto da reação ${}^{10}\text{B}(n,\alpha){}^7\text{Li}$ no gás. Tendo como mínimo apenas a energia do ${}^7\text{Li}$ e como máximo a soma das energias dos produtos.

Argumento semelhante pode ser feito no caso 2, para mostrar que a energia depositada no gás irá variar de $(E_\alpha + 0)$ até $(E_\alpha + E_{Li})$.

Figura 32 - Variação da deposição da energia do produto da reação $^{10}\text{B}(n,\alpha)^7\text{Li}$ no gás. Tendo como mínimo apenas a energia da partícula alfa e como máximo a soma das energias dos produtos.

A combinação da deposição da distribuição de energia de todos os eventos nas quais ambos os produtos da reação colidem com a parede será a simples soma dos dois casos.

Figura 33 – Soma da deposição das energias dos produtos da reação $^{10}\text{B}(n,\alpha)^7\text{Li}$ no interior do detector de ^{10}B .

Além dos eventos devido ao efeito de parede, o esboço acima também mostra o local de energia máxima que resulta de todas aquelas interações nas quais os produtos da reação são totalmente absorvidos pelo gás. O efeito de parede se estende de E_{Li} (0.84MeV) até o pico de energia máxima de $(E_{Li} + E_\alpha)$ (2.31MeV). Foi considerado apenas as reações que se conduzem para o estado excitado do ^7Li , porque o efeito da parede associada ao estado fundamental é normalmente bem menos provável a ponto de desaparecer no resto do espectro.

O tubo de BF_3 é um exemplo de detector que o espectro de amplitude do pulso não fornece nada a respeito do espectro da energia da radiação incidente, mas é somente em função da geometria e do tamanho do detector. Em aplicações rotineiras, não existe, portanto, nenhuma motivação para gravar o espectro de altura de pulso de um tubo BF_3 que não seja de forma indireta. Em vez disso, estamos propensos a buscar um ponto de operação estável ou um patamar de contagem onde pequenos desvios dos parâmetros de operação não afetem significativamente a sensibilidade do contador em relação aos nêutrons. Este objetivo seria atingido através da criação de um nível discriminador fixado no ponto A, marcado na Fig. 29b. É de se esperar que o patamar de contagem do tubo sofra variações devido à alta tensão, alterando o ganho interno, ou seja, o processo de multiplicação do gás proporcional. A parte mais plana do platô deve ocorrer quando o ponto de discriminação efetiva estiver no ponto mínimo do espectro de amplitude do pulso, ou no ponto A. Sob essas condições, todos os nêutrons serão contados, enquanto que os eventos de baixa amplitude serão rejeitados. Se o efeito de parede for eliminado ou muito suprimido, tornando o tubo muito extenso, será obtido como resultado o espectro de amplitude de pulso da Fig. 29b. O patamar de contagem terá um alcance maior sobre a tensão aplicada e assim a extensão útil de operação aumenta, fazendo com que todas as interações neutrônicas sejam contabilizadas.

F.3 CONTADOR PROPORCIONAL DE ^3He

Com uma seção de choque ainda maior do que a da reação de boro, a reação ^3He (n,p) é uma alternativa atrativa para detecção de nêutrons lentos. Infelizmente, pelo fato do ^3He ser um gás nobre, sem que compostos sólidos sejam fabricados, o material deve ser utilizado na forma gasosa.

Se o ^3He estiver com pureza suficiente, atuará como gás proporcional sendo que detectores baseados nessa abordagem tem se tornado cada vez mais comuns.

F.3.1 REAÇÃO DE ^3He (n,p)

O gás ^3He também é largamente utilizado como meio de detecção de nêutrons através da reação ilustrada na Fig. 34.

Figura 34 - Reação nuclear entre um nêutron e um átomo de ^3He e os produtos desta reação com seus respectivos valores de energia.

Para reações induzidas por nêutrons lentos, o valor Q de 764 keV leva os produtos da reação a direções opostas com energias:

$$E_p = 0.573\text{MeV} \quad e \quad E_{^3\text{H}} = 0.191\text{MeV}$$

A seção de choque dos nêutrons térmicos para essa reação é de 5330 barns, significativamente maior do que a reação de boro, e o decaimento da energia também ocorre com a dependência de $1/v$. Embora o ^3He seja comercialmente disponível, seu custo relativamente alto é um fator negativo em algumas aplicações.

F.3.2 ESPECTROS E AMPLITUDE DOS PULSOS DO TUBO DE ^3He

Em um detector com dimensões grandes, cada nêutron térmico deposita 764 keV na forma de energia cinética nos produtos da reação, o trítio e o próton. Devido ao alcance dos produtos da reação, este alcance nem sempre é pequeno se comparado com as dimensões do tubo proporcional, contudo, o efeito de parede discutido anteriormente para o tubo de BF_3 também é importante para os contadores proporcionais de ^3He . O espectro da amplitude de pulso esperado para um tubo típico contendo esse gás é ilustrado na Fig. 35. Somente um único pico com energia máxima deveria ser esperado para a energia do nêutron que é menor quando comparada com 764keV. O degrau à esquerda do pico é semelhante aquela mostrada na Fig. 29, do tubo de BF_3 , exceto que a descontinuidade irá ocorrer à energia correspondente do próton (573keV) e do trítio (191 keV).

O patamar no espectro de amplitude do pulso devido ao efeito de parede é prejudicial em vários sentidos. A faixa de tensão sobre a qual um patamar de contagem aceitável será observado é reduzida, e a menor amplitude de pulsos para alguns eventos de nêutrons irão reduzir a separação esperada para a baixa amplitude, ou seja, pulsos originados por raios gama. Consequentemente, considerações são geralmente realizadas no design dos tubos de ^3He para minimizar o efeito de parede. Uma medida a ser tomada é construir um contador com o diâmetro o maior possível para que a maior parte das interações de nêutrons ocorra longe da parede. Outra maneira é aumentar a pressão do gás ^3He para reduzir o alcance das partículas carregadas dos produtos da reação. Por causa da baixa massa atômica do ^3He , os alcances dos produtos da reação são extraordinariamente longos e o efeito de parede é consideravelmente mais significativo do que o tubo de BF_3 com o mesmo tamanho e pressão de confinamento do gás. Um método para se reduzir os alcances dessas partículas carregadas é adicionar uma pequena quantidade de um gás pesado ao ^3He para proporcionar um maior poder de freamento.

Figura 35 – Espectro de amplitude esperada para o pulso de um tubo de ^3He na qual o efeito de parede é significativo.

O tempo de subida do pulso de saída observado para um tubo de BF_3 ou um tubo de ^3He dependerá da posição de interação do nêutron e da orientação do caminho da partícula carregada com relação ao eixo do tubo. Uma vez que essas duas variáveis são randômicas, diferenças significativas são observadas no tempo de subida dos pulsos. Na Fig 36, o tempo para atingir 80% da amplitude final variou de 0.3-1.6 μs . Estas variações são os resultados dos diferentes tempos de movimentação dos elétrons ao longo do ânodo. As cargas significativas que dão origem ao pulso de saída são produzidas apenas nas avalanches em torno do fio do ânodo. Se todos os elétrons apresentam o mesmo tempo de movimentação das avalanches, então ambos devem ser acionados quase ao mesmo tempo. Se a chegada dos elétrons for escalonada devido aos diferentes tempos de movimentação, no entanto, as avalanches estão espalhadas no tempo e o tempo de subida do pulso é mais lento. No mesmo estudo, percebe-se que a amplitude total do pulso não se completa mesmo depois de 50 μs . Esta componente de subida lenta ocorre por causa do lento movimento dos íons positivos depois de deixarem as imediações do fio do ânodo. Nas circunstâncias práticas um tempo muito menor para a modelagem do pulso (“shaping time”) deve ser usado para evitar empilhamento dos pulsos e, portanto, prevalecem as condições em que há um déficit balístico relativamente grande. Se o tempo de modelagem for muito pequeno, a variabilidade do tempo de subida de pulso também irá contribuir para o déficit balístico e começará a

ampliar os picos observados no espectro de amplitude do pulso. Se for suficientemente alto, estas mudanças irão reduzir o comprimento do patamar de contagem e diminuirão a capacidade de discriminação dos raios gamas.

Figura 36 – Variação na inclinação dos pulsos digitalizados oriundos de um tubo de ^3He devido às diferentes orientações dos produtos da reação (próton-trítio) em relação ao fio do ânodo. A legenda adotada é a mesma da Fig. 28.

ANEXO G

Neste anexo será demonstrada a obtenção dos erros para os parâmetros cinéticos, fração de retorno (β_7), tempo de geração de nêutrons (Λ) e a reatividade (ρ) para o modelo clássico da cinética pontual. De acordo com a teoria de erros, utilizou-se a Eq. (G.1) para essa finalidade.

$$\sigma_U^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial U}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_i^2 \quad (\text{G.1})$$

Pelo fato dos parâmetros das equações de ajuste, (09) e (10), serem obtidos diretamente do ajuste juntamente com seus respectivos erros a equação de propagação de erros foi aplicada somente para alguns parâmetros cinéticos. A tabela 05 divide todos os parâmetros utilizados nesse trabalho e o modo de como foram encontrados seus erros.

Tabela 05 – Divisão entre os erros obtidos pelo método de ajuste e pela teoria de erros.

Erros obtidos a partir do Ajuste	Erros calculados a partir da teoria
$\sigma_{Ac}, \sigma_a, \sigma_{Lr}, \sigma_{A1},$	$\sigma_\rho, \sigma_{\beta_7} \text{ e } \sigma_\Lambda$

Os valores dos erros associados a $\sigma_{\Lambda'}$ e a $\sigma_{\beta_{eff}}$ foram adquiridos mediante experimentos^[7,14] realizados no reator IPEN/MB-01.

$\rho \pm \sigma_\rho$ (reatividade)

$\beta_7 \pm \sigma_{\beta_7}$ (fração de retorno)

$\Lambda \pm \sigma_\Lambda$ (tempo de geração de nêutrons)

Aplicando a fórmula de propagação de erros foram obtidas as expressões para o cálculo dos erros para cada parâmetro cinético

Reatividade:

$$B = \alpha = \frac{\rho - \beta_{eff}}{\Lambda'} \quad (\text{Modelo clássico da cinética pontual})$$

$$\rho = \alpha\Lambda' + \beta_{eff} \quad (G.2)$$

onde,

ρ = reatividade do sistema;

α = constante de decaimento de nêutrons prontos;

β_{eff} = fração efetiva de nêutrons atrasados;

Λ' = tempo de geração de nêutrons no estado crítico; apresenta valor de $32\mu s$.

Calculando as derivadas parciais e aplicando a Eq. (G.1) em (G.2), temos:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \alpha} = \Lambda'; \quad \frac{\partial \rho}{\partial \Lambda'} = \alpha; \quad \frac{\partial \rho}{\partial \beta_{eff}} = 1$$

$$\sigma_\rho = \sqrt{\left(\frac{\partial \rho}{\partial \alpha} \sigma_\alpha\right)^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial \Lambda'} \sigma_{\Lambda'}\right)^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial \beta_{eff}} \sigma_{\beta_{eff}}\right)^2}$$

$$\sigma_\rho = \sqrt{(\Lambda' \sigma_\alpha)^2 + (\alpha \sigma_{\Lambda'})^2 + (\sigma_{\beta_{eff}})^2}$$

Fração de retorno:

$$A_1 = \beta_\gamma^2 L_r^2 + \beta_\gamma [2L_r^2 (\beta_{eff} - \rho) + 2\Lambda_c L_r] + \Lambda_c^2 + L_r^2 (\beta_{eff} - \rho)^2$$

$$\beta_\gamma^2 L_r^2 + \beta_\gamma [2L_r^2 (\beta_{eff} - \rho) + 2\Lambda_c L_r] + \Lambda_c^2 + L_r^2 (\beta_{eff} - \rho)^2 - A_1 = 0$$

$$\beta_\gamma^2 L_r^2 + \beta_\gamma t + u = 0$$

onde,

$$t = 2L_r^2 (\beta_{eff} - \rho) + 2\Lambda_c L_r$$

$$u = \Lambda_c^2 + L_r^2 (\beta_{eff} - \rho)^2 - A_1$$

Resolvendo a equação do segundo grau:

$$\beta_\gamma = \frac{-t \pm \sqrt{(t)^2 - 4L_r^2 u}}{2L_r^2}$$

$$\beta_7 = \frac{-(2L_r^2(\beta_{eff} - \rho) + 2\Lambda_c L_r) + \sqrt{(2L_r^2(\beta_{eff} - \rho) + 2\Lambda_c L_r)^2 - 4L_r^2(\Lambda_c^2 + L_r^2(\beta_{eff} - \rho)^2 - A_1)}}{2L_r^2} \quad (G.3)$$

Calculando as derivadas parciais e aplicando a Eq. (G.1) em (G.3), temos:

$$\frac{\partial \beta_7}{\partial L_r} = \frac{1}{L_r^2} \frac{[\Lambda_c \sqrt{L_r^2(2L_r\Lambda_c(\beta_{eff} - \rho) + A_1)} - L_r^2\Lambda_c(\beta_{eff} - \rho) - L_r A_1]}{\sqrt{L_r^2(2L_r\Lambda_c(\beta_{eff} - \rho) + A_1)}}$$

$$\frac{\partial \beta_7}{\partial \Lambda_c} = -\frac{1}{L_r} \frac{[\sqrt{L_r^2(2L_r\Lambda_c(\beta_{eff} - \rho) + A_1)} - L_r^2(\beta_{eff} - \rho)]}{\sqrt{L_r^2(2L_r\Lambda_c(\beta_{eff} - \rho) + A_1)}}$$

$$\frac{\partial \beta_7}{\partial \beta_{eff}} = \frac{-\sqrt{L_r^2(2L_r\Lambda_c(\beta_{eff} - \rho) + A_1)} - L_r L_c}{\sqrt{L_r^2(2L_r\Lambda_c(\beta_{eff} - \rho) + A_1)}}$$

$$\frac{\partial \beta_7}{\partial \rho} = \frac{\sqrt{L_r^2(2L_r\Lambda_c(\beta_{eff} - \rho) + A_1)} - L_r L_c}{\sqrt{L_r^2(2L_r\Lambda_c(\beta_{eff} - \rho) + A_1)}}$$

$$\frac{\partial \beta_7}{\partial A_1} = \frac{1}{2\sqrt{2L_r^3\Lambda_c(\beta_{eff} - \rho) + L_r^2 A_1}}$$

$$\sigma_{\beta_7}^2 = \left(\frac{\partial \beta_7}{\partial L_r}\right)^2 \sigma_{L_r}^2 + \left(\frac{\partial \beta_7}{\partial \Lambda_c}\right)^2 \sigma_{\Lambda_c}^2 + \left(\frac{\partial \beta_7}{\partial \beta_{eff}}\right)^2 \sigma_{\beta_{eff}}^2 + \left(\frac{\partial \beta_7}{\partial \rho}\right)^2 \sigma_{\rho}^2 + \left(\frac{\partial \beta_7}{\partial A_1}\right)^2 \sigma_{A_1}^2$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{\beta\gamma}^2 = & \left(\frac{1}{L_r^2} \frac{[\Lambda_c \sqrt{L_r^2(2L_r\Lambda_c(\beta_{eff} - \rho) + A_1) - L_r^2\Lambda_c(\beta_{eff} - \rho) - L_r A_1}] - L_r^2\Lambda_c(\beta_{eff} - \rho) - L_r A_1}{\sqrt{L_r^2(2L_r\Lambda_c(\beta_{eff} - \rho) + A_1)}} \right)^2 \sigma_{L_r}^2 \\
& + \left(-\frac{1}{L_r} \frac{[\sqrt{L_r^2(2L_r\Lambda_c(\beta_{eff} - \rho) + A_1) - L_r^2(\beta_{eff} - \rho)}] - L_r^2(\beta_{eff} - \rho)}{\sqrt{L_r^2(2L_r\Lambda_c(\beta_{eff} - \rho) + A_1)}} \right)^2 \sigma_{\Lambda_c}^2 \\
& + \left(\frac{-\sqrt{L_r^2(2L_r\Lambda_c(\beta_{eff} - \rho) + A_1) - L_r L_c}}{\sqrt{L_r^2(2L_r\Lambda_c(\beta_{eff} - \rho) + A_1)}} \right)^2 \sigma_{\beta_{eff}}^2 \\
& + \left(\frac{\sqrt{L_r^2(2L_r\Lambda_c(\beta_{eff} - \rho) + A_1) - L_r L_c}}{\sqrt{L_r^2(2L_r\Lambda_c(\beta_{eff} - \rho) + A_1)}} \right)^2 \sigma_{\rho}^2 + \left(\frac{1}{2\sqrt{2L_r^3\Lambda_c(\beta_{eff} - \rho) + L_r^2 A_1}} \right)^2 \sigma_{A_1}^2
\end{aligned}$$

Tempo de geração de nêutrons:

$$\Lambda = \Lambda_c + \beta_\gamma L_r$$

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial \Lambda_c} = 1; \quad \frac{\partial \Lambda}{\partial \beta_\gamma} = L_r; \quad \frac{\partial \Lambda}{\partial L_r} = \beta_\gamma$$

$$\sigma_\Lambda = \sqrt{\left(\frac{\partial \Lambda}{\partial \Lambda_c}\right)^2 \sigma_{\Lambda_c}^2 + \left(\frac{\partial \Lambda}{\partial \beta_\gamma}\right)^2 \sigma_{\beta_\gamma}^2 + \left(\frac{\partial \Lambda}{\partial L_r}\right)^2 \sigma_{L_r}^2}$$

$$\sigma_\Lambda = \sqrt{\sigma_{\Lambda_c}^2 + L_r^2 \sigma_{\beta_\gamma}^2 + \beta_\gamma^2 \sigma_{L_r}^2}$$

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] G. I. BELL & S. CLASSTONE, *Nuclear Reactor Theory*: Van Nostrand Reinhold, New York, (1979).
- [2] G. D. SPRIGGS, et. al., Two-Region Kinetic Model for Reflected Reactors, **Ann. Nucl. Energy**, Vol. 24, No. 3, pp. 205-250, 1997.
- [3] R. A. KARAN, Measurement of Rossi-alpha in Reflected Reactors, **Trans. Am. Nucl. Soc.**, V.7, No. 2, p. 283, 1964.
- [4] R. A. KARAN, Spatial Dependence of the Decay Rates of Prompt-Neutron Chains in Reflected Reactors, **Trans. Am. Nucl. Soc.**, V.8, No. 1, p. 224, 1965.
- [5] R. D. BUSCH; G. D. SPRIGGS, Preliminary Results of a Rossi-alpha Experiment on the University of New Mexico's Agn-201 Experiment, **Trans. Am. Nucl. Soc.**, V. 13-17, p. 459, 1994.
- [6] G. S. BRUNSON; R. J. HUBER, Two-Region Analysis of Pulsing Data in Fast Critical System, **Nucl. Instr. and Methods**, V. 128, p. 379, 1975.
- [7] R. DINIZ, **Obtenção das Constantes de Decaimento e Abundâncias Relativas de Nêutrons Atrasados Através da Análise de Ruído em Reatores de Potência Zero**. 2005. Tese (Doutorado) - Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares, São Paulo.
- [8] G. S. BRUNSON, **A Survey of Prompt-Neutron Lifetimes in Fast Critical Systems**. Argonne National Laboratory, 1963. (ANL-6681)
- [9] A. I. MOGILNER, **Comparison of Neutron Lifetime Measurement Results Made by Statistical and 1/v-Method**, Proc. of a Symp. On Statistical Methods in

Experimental Reactor Kinetics, and Related Techniques, Reactor Centrum Nederland, Petten, Netherlands, 219, Jul. 1968. (N69-14878)

[10] R. AVERY, et.al., **Proc. 2nd. Intern. Conf. Peaceful Uses Atomic Energy**, V.12, p. 151, 1958.

[11] R. AVERY, **Proc. 2nd Intern. Conf. Peaceful Uses Atomic Energy**, V.12, p. 182, 1958.

[12] C. E. COHN, Reflected-reactor Kinetics, **Trans. Amer. Nucl. Soc.**, V.4, No.1, p. 73, 1961.

[13] C. E. COHN, Reflected-reactor Kinetics, **Nucl. Sci. Eng.**, V.13, No.12, 1962.

[14] R. Y. R. KURAMOTO, **Desenvolvimento de uma Metodologia Baseada no Modelo de Duas Regiões e em Técnicas de Análise de Ruído Microscópico para a Medida Absoluta dos Parâmetros Cinéticos β_{eff} , Λ e $\beta_{\text{eff}}/\Lambda$ do Reator IPEN/MB-01**. 2007. Tese (Doutorado) - Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares, São Paulo.

[15] Y. KITAMURA et al., Reactor Noise Experiments by Using Acquisition System for Time Series Data of Pulse Train, **J. Nucl. Sci. Technol.**, 36, 8, p. 653-660 (1999).

[16] R. E. UHRIG, **Random Noise Techiques in Nuclear Reactor Systems**: The Ronald Press Company, 1970.

[17] B. C. DIVEN et al., **Phys. Rev.**, v. 101, p. 1012, 1956.

[18] S. D. NOLEN, **The Chain-Length Distribution in Subcritical Systems**. 2000. Tese (Doutorado) - Los Alamos National Laboratory, Springfield, Virginia. (LA-13721-T)

[19] T. E. VALENTINE, **Review of subcritical source-driven noise analysis measurements**, Nov.1999. (ORNL/TM-1999/288)

- [20] H. V DAM, Inhour equation and kinetic distortion in a two-point reactor kinetic model, **Ann. Nucl. Energy**, vol. 23, No 14, pp. 1127-1142, 1996.
- [21] A. F. HENRY, **Nuclear Reactor Analysis**: MIT, 1975.
- [22] J. R. LAMARSH, **Introduction to Nuclear Reactor Theory**: Addison-Wesley, 1966.
- [23] J. LEWINS, **Nuclear Reactor Kinetics and Control**: Pergamon Press, Oxford, 1978.
- [24] C. E. COHN, A Simplified Theory of Pile Noise, **Nucl. Sci. Eng.** 7, pp. 472-475, 1960.
- [25] D. P. GAMBLE, The Effect of Reflector-Moderated Neutrons on the Kinetics of the Kinetic Experiment Water Boiler Reactor, **Trans. Amer. Nucl. Soc.**, 3, 1, p. 122, 1960.
- [26] A. A. WASSERMAN, **A Simple Model for the Effect of Reflected Neutrons Upon Reactor Kinetics**, Phillips Petroleum Company Quarterly Technical Report-Spert Project, 32-50, Jul. 1960. (IDO-16606)
- [27] M.M.R. WILLIAMS, **Random. Processes in Nuclear Reactor**: Pergamon, 1974.
- [28] J.A. THIE, **Reactor Noise**: Rowman and Littlefield, Inc., 1963.
- [29] A. GANDINI & M. SALVATOIRES, The Physics of Subcritical Multiplying Systems, **Journal of Nuclear Science and Technology**, Vol. 39, No 6, pp. 673~686, 2002.

[30] J. S. BENDAT & A. G. PIERSON, **Random Data: Analysis and Measurement Procedures**: 3.ed., John Wiley & Sons, 2000.

[31] A. DOS SANTOS et al., Subcritical reactivity measurements through APSD measurements using pulse mode detectors in IPEN/MB-01 Reactor. In: International Conference on Mathematics and Computational Methods Applied to Nuclear Science and Engineering, Maio 8-12, 2011, Rio de Janeiro, RJ. **Latin American Section (LAS)/American Nuclear Society (ANS)**. CD-ROM.

[32] R. L. RANDALL & C. W. GRIFFIN, Application of Power Spectra to Reactor System Analysis, Proceedings of Symposium, **Noise Analysis in Nuclear Systems**, pp. 107-134, University of Florida, Nov. 1963.

[33] A. L. HANSON & D. J. DIAMOND, Prompt Neutron Lifetime for the NBSR Reactor, **ANS Annual Meeting**, 2012

[34] R. W. KEATEN & C. W. GRIFFIN, **Reflected Reactor Kinetics**, Mar. 1963. (NAA-SR-7263)

[35] J. W. Flora et al., **Kinetic Experiments on Water Boilers “A” Core Report – Part 1: Program History Facility Description and Experimental Results**, Mar. 1962. (NAA-SR-5415)

[36] P. HOROWITZ & W. HILL, **The Art of Electronics**: 2.ed., Cambridge University Press, 1983.

[37] G. F. KNOLL, **Radiation Detection and Measurement**: 1.ed., John Wiley & Sons, 1989.