AUTARQUIA ASSOCIADA À UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

**Análise da aplicação de diferentes algoritmos de reconstrução de imagens
tomográficas de objetos industriais**

Alexandre França Velo

**Tese apresentada como parte dos
requisitos para obtenção do Grau de
Doutor em Ciências na Área
de Tecnologia Nuclear - Aplicações**

Orientador:

Prof. Dr. Carlos Henrique de Mesquita

Coorientadora:

Profa. Dra. Margarida Mizue Hamada

São Paulo

2018

INSTITUTO DE PESQUISAS ENERGÉTICAS E NUCLEARES
Autarquia associada à Universidade de São Paulo

**Análise da aplicação de diferentes algoritmos de reconstrução de imagens
tomográficas de objetos industriais**

Alexandre França Velo

**Tese apresentada como parte dos
requisitos para obtenção do Grau de
Doutor em Ciências na Área
de Tecnologia Nuclear - Aplicações**

Orientador:

Prof. Dr. Carlos Henrique de Mesquita

Coorientadora:

Profa. Dra. Margarida Mizue Hamada

Versão Corrigida

Versão Original disponível no IPEN

São Paulo

2018

Fonte de Financiamento: Comissão Nacional de Energia Nuclear - CNEN

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho,
para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte

Como citar:

FRANÇA VELO, A. . **ANÁLISE DA APLICAÇÃO DE DIFERENTES ALGORITMOS DE RECONSTRUÇÃO DE IMAGENS TOMOGRÁFICAS DE OBJETOS INDUSTRIAIS**. 2018. 118 p. Tese (Doutorado em Tecnologia Nuclear), Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares, IPEN-CNEN/SP, São Paulo. Disponível em: <www.teses.usp.br> (data de consulta no formato: dd/mm/aaaa)

Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema de geração automática da Biblioteca IPEN/USP,
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

França Velo, Alexandre

ANÁLISE DA APLICAÇÃO DE DIFERENTES ALGORITMOS DE
RECONSTRUÇÃO DE IMAGENS TOMOGRÁFICAS DE OBJETOS INDUSTRIAIS /
Alexandre França Velo; orientador Carlos Henrique de
Mesquita; co-orientador Margarida Mizue Hamada. -- São Paulo,
2018.

118 p.

Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Tecnologia
Nuclear (Aplicações) -- Instituto de Pesquisas Energéticas e
Nucleares, São Paulo, 2018.

1. Tomografia industrial computadorizada. 2. Algoritmos de
reconstrução de imagens. 3. Métodos analíticos e iterativos. 4.
Avaliação da qualidade de imagens tomográficas. I. de
Mesquita, Carlos Henrique , orient. II. Hamada, Margarida
Mizue, co-orient. III. Título.

Dedico a minha avó Maria da Cunha,
no qual tenho certeza que esta comigo
nos momentos de alegrias e de tristezas.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por me guiar, iluminar e me dar tranquilidade para seguir em frente com os meus objetivos e não desanimar com as dificuldades encontradas, pois ele sabe todos os obstáculos pelos quais passei e passo na minha vida pessoal e profissional.

À minha mãe, que sempre foi meu pai e mãe, sendo meu exemplo de vida por sua coragem, força e determinação em todas as adversidades que a vida lhe trouxe.

Ao Carlos Consolmagno, no qual o considero um pai, pois sempre me ajudou em tudo que precisei nesses anos em que está na nossa família, me fornecendo os melhores conselhos e me ajudando em todos os aspectos.

Aos meus irmãos Vinicius França Velo e Fernanda França Velo da Silva, pelo apoio incondicional sempre prestado a mim em toda a minha jornada acadêmica e de vida.

À minha namorada Florença Maria Borges, com quem eu sei que passarei por muitos e muitos momentos de felicidade, e que é a pessoa que a vida escolheu para ser minha companheira nas horas boas e ruins.

À minha família, que sempre foi meu suporte para tudo.

Ao Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares, que me acolheu nestes últimos anos, se tornando meu segundo lar.

Ao meu orientador Professor Doutor Carlos Henrique de Mesquita, que é uma pessoa no qual tento me espelhar, pelo que é, e pelos conhecimentos que possui. Sempre me fornecendo os melhores conselhos acadêmicos e de vida.

À minha coorientadora Professora Doutora Margarida Mizue Hamada, pela sua dedicação e empenho prestados a mim nesta longa jornada de doutorado. Sua ajuda foi fundamental para a conclusão desta etapa.

Aos integrantes do laboratório de tomografia, Diego Vergaças, João Trencher e Adriano Oliveira, pelos companheirismos nestes anos de doutorado.

Aos servidores e colaboradores do Centro de Tecnologia das Radiações.

RESUMO

VELO, Alexandre F. *Análise da aplicação de diferentes algoritmos de reconstrução de imagens tomográficas de objetos industriais*. 2018. 116p. Tese (Doutorado em Tecnologia Nuclear) – Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares – IPEN-CNEN/SP. São Paulo.

Existe na indústria o interesse em utilizar as informações da tomografia computadorizada a fim de conhecer o interior (i) dos objetos industriais fabricados ou (ii) das máquinas e seus meios de produção. Nestes casos, a tomografia tem como finalidade (a) controlar a qualidade do produto final e (b) otimizar a produção, contribuindo na fase piloto dos projetos e na análise da qualidade dos meios sem interromper a produção. O contínuo controle de qualidade dos meios de produção é a chave mestra para garantir a qualidade e a competitividade dos produtos.

O Centro de Tecnologia das Radiações (CTR), do Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares (IPEN/CNEN-SP) vem desenvolvendo esta tecnologia para fins de análises de processos industriais há algum tempo. Atualmente, o laboratório tem desenvolvido três gerações de tomógrafos: (i) primeira geração; (ii) terceira geração; e (iii) tomógrafo *Instant Non-Scanning*. Os algoritmos de reconstrução de imagens tomográficas tem uma importância relevante para o funcionamento ideal desta tecnologia. Nesta tese, foram desenvolvidos e analisados os algoritmos de reconstrução de imagens tomográficas para serem implementados aos protocolos experimentais dos tomógrafos.

Os métodos de reconstrução de imagem analítico e iterativo foram desenvolvidos utilizando o *software* Matlab® r2013b. Os algoritmos iterativos apresentaram imagens com melhor resolução espacial comparado com as obtidas pelo método analítico. Entretanto as imagens por método analítico apresentaram menos ruídos. O tempo para obtenção de imagem pelo método iterativo é relativamente elevado, e aumenta conforme aumenta a matriz de pixels da imagem. Já o método analítico fornece imagens instantâneas. Para as reconstruções de imagens utilizando o tomógrafo *Instant Non-Scanning*, as imagens pelo método analítico não apresentaram qualidade de imagem satisfatória comparada aos métodos iterativos.

Palavras-chave: Tomografia industrial computadorizada, algoritmos de reconstrução de imagens, métodos analíticos e iterativos, avaliação da qualidade de imagens tomográficas.

ABSTRACT

VELO, Alexandre F. *Analysis of different algorithms application for the tomographic image reconstruction of industrial objects*. 2018. 116p. Tese (Doutorado em Tecnologia Nuclear) – Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares – IPEN-CNEN/SP. São Paulo

There is an interest in the industry to use the CT information in order to know the interior (i) of the manufactured industrial objects or (ii) the machines and their means of production. In these cases, the purpose of the tomography systems is to (a) control the quality of the final product and (b) to optimize production, contributing to the pilot phase of the projects and to analyze the quality of the means without interrupting the line production. Continuous quality assurance of the means of production is the key to ensuring product quality and competitiveness.

The Radiation Technology Center of the Nuclear and Energy Research Institute (IPEN/CNEN-SP) has been developing this technology for the purpose of industrial analysis. Currently the laboratory has developed three generations of tomography systems: (i) first generation; (ii) third generation; and (iii) Instant Non-Scanning tomography. The algorithms for the reconstruction of tomographic images are of relevant importance for the optimal functioning of this technology. In this PhD thesis, the reconstruction algorithms of tomographic images were developed and analyzed to be implemented to the tomography systems developed.

The analytical and iterative image reconstruction methods were developed using the software Matlab® r2013b. The iterative algorithms presented images with better spatial resolution compared to those obtained by the analytical method; however the images of the analytical method presented be less image noisy. The time to obtain the image by the iterative method is high, and increases as the image matrix increases, while the analytical method provides fast images. For images reconstructions using the Instant Non-Scanning tomography system, the images by the analytical method did not present satisfactory image quality compared to the iterative methods.

Keywords: Industrial computed tomography, image reconstruction algorithms, analytical and iterative methods, quality evaluation of tomographic images.

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	13
2.	OBJETIVOS	18
2.1.	Objetivo global	18
2.2.	Objetivos específicos	18
3.	FUNDAMENTOS TEÓRICOS	19
3.1.	Método analítico	20
3.1.1.	Teorema da fatia de Fourier.....	21
3.1.2.	Retroprojeção filtrada	29
3.1.2.1.	Filtro <i>Ram-Lak</i>	33
3.1.2.2.	Filtro <i>Butterworth</i>	34
3.1.2.3.	Filtro Hanning	36
3.1.2.4.	Filtro Hamming	37
3.1.2.5.	Filtro <i>Shepp-Logan</i>	38
3.1.2.6.	Filtro Cosseno.....	39
3.2.	Métodos iterativos	45
3.2.1.	Métodos algébricos.....	46
3.2.1.1.	Técnica de reconstrução algébrica (ART)	46
3.2.1.2.	Técnica de reconstrução iterativa simultânea (SIRT).....	47
3.2.1.3.	Técnica de reconstrução algébrica multiplicativa simultânea (SMART)	48
3.2.1.4.	Técnica iterativa dos mínimos quadrados (ILST)	48
3.2.2.	Métodos estatísticos.....	50
3.2.2.1.	Técnica de estimativa de máxima verossimilhança (MLEM).....	50
3.2.2.2.	Máxima verossimilhança para tomografia de transmissão (MLTR)	51
3.2.2.3.	Algoritmo de gradiente ascendente diagonalmente escalonado (DSGA)	52
3.2.3.	Processo iterativo.....	52
3.2.4.	Matriz de pesos.....	54
3.3.	Qualidade de imagem	58
4.	MATERIAL E MÉTODOS	67
4.1.	Tomógrafo de terceira geração	67
4.2.	Mensuração da MTF	70

4.3.	<i>Noise power spectrum (NPS)</i>	72
4.4.	Avaliação da relação contraste e ruído (CNR)	73
4.5.	Erro quadrático médio (RMSE).....	74
4.6.	Tomógrafo <i>Instant Non-Scanning</i>	75
5.	RESULTADOS E DISCUSSÃO	78
5.1.	Análise da qualidade das imagens reconstruídas pelos parâmetros MTF e NPS.	84
5.2.	Avaliação do método analítico.....	86
5.3.	Avaliação dos métodos iterativos	91
5.4.	Resultados do tomógrafo <i>Instant Non-Scanning</i>	97
6.	CONCLUSÃO	101
	REFEÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	103
	APÊNDICE 1: Avaliação da MTF(f) para 100 iteração para as janelas de energias estudadas.....	107
	APÊNDICE 2: Avaliação da NPS para 100 iteração para as janelas de energias estudadas.....	113

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Parâmetros e dimensões do fantom <i>Shepp-Logan</i>	25
Tabela 2 - Configuração do tomógrafo de terceira geração.	69
Tabela 3 - Configuração de aquisição de dados utilizando o tomógrafo <i>Instant Non-Scanning</i>	77
Tabela 4 - Relação contraste e ruído (CNR) das imagens reconstruídas pelo método analítico para os diferentes filtros e energias.	90
Tabela 5 - Erro quadrático médio (RMSE) das imagens reconstruídas pelo método analítico para os diferentes filtros e energias.	90
Tabela 6 - Relação contraste e ruído (CNR) das imagens reconstruídas pelo método iterativo para os diferentes filtros e energias.	94
Tabela 7 - Valores da RMSE para os algoritmos iterativos desenvolvidos na centésima iteração	96
Tabela 8 - Tempo utilizado em cada algoritmo iterativo para realizar 100 iterações. ...	96
Tabela 9 - Tempo utilizado por cada algoritmo iterativo para realizar 100 iterações. .	100

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Gerações da tomografia computadorizada.....	15
Figura 2 - Algoritmos de reconstrução de imagens tomográficas	19
Figura 3 - Objeto $f(x, y)$ e sua projeção $P\phi(t)$ para um angulo ϕ	20
Figura 4 - Teorema da fatia de Fourier.....	23
Figura 5 - Representação esquemática da Transformada de Fourier de uma quantidade finita de projeções para diferentes ângulos no plano (u, v)	24
Figura 6 - Imagem do Fantom <i>Shepp-Logan</i> (a); dimensões das elipses do fantom <i>Shepp-Logan</i> (b).....	25
Figura 7 - Sinograma do fontom <i>Shepp-Logan</i> após a aplicação da Transformada de Radon.	26
Figura 8 - Esquema da reconstrução de imagens pelo método da Fatia de Fourier.	27
Figura 9 - Esquemas de projeção pelas emissões da fonte em fan-beam.	28
Figura 10 - Fantom Shepp–Logan (a); imagem reconstruída do fantom Shepp-Logan pelo método de Fourier (b); comparação dos valores dos pixels teórico do fantom com o reconstruído (c)	30
Figura 11 - Esquema das distribuições das frequências das imagens após a aplicação da transformada de Fourier	31
Figura 12 - Filtro de função sinc (domínio dos espaços) e o filtro rect (domínio de frequências)	31
Figura 13 - Esquema da aplicação do filtro sinc como um filtro “passa-baixa”	32
Figura 14 - Esquema da aplicação do filtro sinc como um filtro “passa-alta”.	32
Figura 15 - Filtro Ramp no domínio de frequências (a); e no domínio dos espaços (b) ..	34
Figura 16 - Filtro <i>Butterworth</i> de ordens de 2, 4 e 15 com frequências de corte de 20% e 60% no domínio de frequência (a); filtro <i>Butterworth</i> no domínio dos espaços com frequência de corte em 20% e ordem 15.....	35
Figura 17 - Multiplicação de um filtro <i>Butterworth</i> de ordem 4 com frequência de corte de 0,1 ciclos/pixel pelo filtro Ramp	36
Figura 18 - Filtro Hanning no domínio de frequência (a); filtro Hanning no domínio dos espaços (b).....	37
Figura 19 - Multiplicação do filtro Hanning com o filtro Ramp.	37
Figura 20 - Filtro Hamming no domínio de frequência (a); filtro Hamming no domínio dos espaços (b)	38

Figura 21 - Multiplicação do filtro Hamming com o filtro Ramp	38
Figura 22 - Filtro <i>Shepp-Logan</i> no domínio de frequência (a); filtro <i>Shepp-Logan</i> no domínio dos espaços (b)	39
Figura 23 - Multiplicação do filtro <i>Shepp-Logan</i> com o filtro Ramp	39
Figura 24 - Filtro Cosseno no domínio de frequência (a); filtro Cosseno no domínio dos espaços (b)	40
Figura 25 - Multiplicação do filtro Cosseno com o filtro Ramp	40
Figura 26 - Reconstrução do fantom <i>Shepp-Logan</i> pelo método analítico utilizando o filtro Ramp.	41
Figura 27 - Reconstrução do fantom <i>Shepp-Logan</i> pelo método analítico utilizando o filtro <i>Butterworth</i> com frequência de corte de 0,8 ciclos/pixel e ordem 15.	41
Figura 28 - Reconstrução do fantom <i>Shepp-Logan</i> pelo método analítico utilizando o filtro Hamming com frequência de corte de 0,8 ciclos/pixel	42
Figura 29 - Reconstrução do fantom <i>Shepp-Logan</i> pelo método analítico utilizando o filtro Hanning com frequência de corte de 0,8 ciclos/pixel	42
Figura 30 - Reconstrução do fantom <i>Shepp-Logan</i> pelo método analítico utilizando o filtro <i>Shepp-Logan</i> com frequência de corte de 0,8 ciclos/pixel	43
Figura 31 - Reconstrução do fantom <i>Shepp-Logan</i> pelo método analítico utilizando o filtro Cosseno com frequência de corte de 0,8 ciclos/pixel	43
Figura 32 - Influência da variação do número de projeções no processo de reconstrução da imagem pelo método analítico	44
Figura 33 - Influência da variação do número de raios por projeção no processo de reconstrução da imagem pelo método analítico	44
Figura 34: Objeto contínuo aproximado por uma matriz discreta de $M \times N$	45
Figura 35 - Ilustração das técnicas de projeção para resolver equações simultâneas	47
Figura 36 - Representação da distância Euclidiana entre o valor teórico e o mensurado	49
Figura 37 - Representação de um processo iterativo.	53
Figura 38 - Representação do loop do processo iterativo	54
Figura 39 - Representação da matriz de pesos	55
Figura 40 - Matriz de peso representando a técnica I (a); matriz de pesos representando técnica II (b); matriz de pesos representando a técnica III (c)	55

Figura 41 - Representação da reconstrução do fantom <i>Shepp-Logan</i> pelo método iterativo ART para a matriz de peso com a técnica I (a); e pela técnica II (b)	56
Figura 42 - Reconstrução do fantom <i>Shepp-Logan</i> utilizando matriz de pesos por linha (técnica II) e o algoritmo ART para diferentes números de raios	56
Figura 43 - Reconstrução do fantom <i>Shepp-Logan</i> utilizando matriz de pesos por área (técnica III) e o algoritmo ART para diferentes números de raios	57
Figura 44 - Reconstrução do fantom <i>Shepp-Logan</i> utilizando matriz de pesos por linha (técnica II) e o algoritmo ART para diferentes números projeções	57
Figura 45 - Exibição de uma fonte pontual (a), função de espalhamento de ponto (b)	58
Figura 46 - Representação da PSF, LSF e da ESF	59
Figura 47 - Representação de frequência espacial entre função seno e função quadrada	60
Figura 48 - Comparação do padrão de barras (a) com o mesmo padrão imageado pelo sistema digital (b)	60
Figura 49 - Comparação entre o padrão de barras, e o padrão de barras digitalizado	61
Figura 50 - Ilustração do esquema de obtenção e comportamento da MTF pelo método de borda	62
Figura 51 - Comparação entre três funções de mesma LMMA, porém com respostas de MTF(f) diferentes	62
Figura 52 - Ilustração de uma função “pente” no domínio dos espaços e no domínio de frequências	63
Figura 53 - Representação do processo de amostragem de um sinal, onde (a) e (b) a subamostragem, (c) a relação apropriada de Nyquest e (d) a sobreamostragem	64
Figura 54 - Processo de amostragem de uma imagem com <i>aliasing</i>	65
Figura 55 - Esquema de aquisição de imagens do tomógrafo de terceira geração	68
Figura 56 - Imagem do fantom multifásico composto por PMMA, preenchido com tubo de vidro (1) e barras de alumínio (2) e ferro (3)	68
Figura 57 - Espectro da fonte radioativa de ^{192}Ir com as janelas de energias utilizadas	69
Figura 58 - Filtros utilizados no método analítico com frequência de corte em 80% de Nyquest	70
Figura 59 - Esquema ilustrativo para obtenção da MTF(f)	71

Figura 60 - Imagem do fantom homogêneo de PMMA utilizado para a obtenção da <i>Noise Power Spectrum</i> (NPS)	72
Figura 61 - Esquema ilustrativo da obtenção da <i>Noise Power Spectrum</i> (NPS).....	73
Figura 62 - Esquema das regiões de interesse (ROIs) utilizadas para mensurar a CNR; (1) representa a barra de alumínio; e (2) o PMMA.	74
Figura 63 - Imagens teóricas do fantom multifásico para as janelas de energias da fonte radioativa selada de ^{192}Ir , onde (a) representa a janela de 200 keV a 377 keV, (b) a janela de 420 keV a 520 keV e (c) a janela aberta (200 keV a 618 keV)	75
Figura 64 - Esquema do tomógrafo <i>Instant Non-Scanning</i> (a), sendo A os detectores, B os porta-fontes, C a plataforma de madeira e D o objeto de estudo.....	75
Figura 65 - Coluna de bolhas dinâmicas.	76
Figura 66 - Imagem do tomógrafo <i>Instant Non-Scanning</i> com a coluna de bolhas dinâmicas.....	76
Figura 67 - Imagem do sinograma do fantom multifásico obtida pela janela de energias entre 200 keV a 377 keV (a); 420 e 520 keV (b); janela de energia aberta entre 200 keV a 618 keV, e fonte radioativa selada de ^{192}Ir	78
Figura 68 - Imagens da reconstrução do fantom multifásico pelo método analítico para os diferentes filtros e janelas de energias utilizadas.....	79
Figura 69 - Imagens da reconstrução do fantom multifásico pelo método iterativo para os diferentes algoritmos e janelas de energias utilizadas	80
Figura 70 - Imagens da reconstrução do fantom homogêneo pelo método analítico para os diferentes filtros e janelas de energias utilizadas.....	82
Figura 71 - Imagens da reconstrução do fantom homogêneo pelo método iterativo para os diferentes algoritmos e janelas de energias utilizadas	83
Figura 72 - Imagem reconstruída do fantom multifásico com o filtro <i>Shepp-Logan</i> (A), filtro <i>Shepp-Logan</i> (B), $\text{MTF}(f)$ (C) e a NPS (D), todas em 10% de Nyquist	84
Figura 73 - Imagem reconstruída do fantom multifásico pelo o filtro <i>Shepp-Logan</i> em 20% de Nyquist (A), filtro <i>Shepp-Logan</i> em 10% e 20% de Nyquist (B), $\text{MTF}(f)$ em 10% e 20% de Nyquist (C), e NPS em 10% e 20% de Nyquist (D)	85

Figura 74 - Imagem reconstruída do fantom multifásico com o filtro <i>Shepp-Logan</i> em 80% de Nyquist (A), filtro <i>Shepp-Logan</i> em 10% e 80% de Nyquist (B), MTF(f) em 10% e 80% de Nyquist (C), e NPS em 10% e 80% de Nyquist (D)	86
Figura 75 - Análises das MTF(f) das imagens obtidas pelos filtros utilizados nas janelas de energias estudadas para a fonte radioativa selada de ^{192}Ir	87
Figura 76 - Análises das NPS das imagens obtidas pelos filtros utilizados nas janelas de energias estudadas para a fonte radioativa selada de ^{192}Ir	88
Figura 77 - Comparação da MTF(f) e <i>Noise Power Spectrum</i> (NPS) entre os filtros aplicados no método analítico para as janelas de energias estudadas, utilizando a fonte radioativa selada de ^{192}Ir	89
Figura 78 - Comparação das áreas sob a curva da MTF e da <i>Noise Power Spectrum</i> (NPS) para os diferentes algoritmos desenvolvidos pelas janelas de energias	92
Figura 79 - Comparação da relação contraste e ruído (CNR) dos algoritmos desenvolvidos entre as janelas de energias após 100 iterações	93
Figura 80 - Comparação da CNR para cada janela de energia entre os algoritmos desenvolvidos após 100 iterações	94
Figura 81 - Comparação do erro quadrático médio (RMSE) das imagens reconstruídas pelo método iterativo pelos algoritmos desenvolvidos entre as janelas de energias	95
Figura 82 - Comparação da MTF(f) da imagem obtida do fantom multifásico pela janela aberta (200 keV a 618 keV) utilizando o método analítico com o filtro Ramp, e pelo método iterativo MLTR de janela entre 420 keV a 520 keV após 100 iterações	97
Figura 83 - Sinograma da coluna de bolhas obtido pelo tomógrafo <i>Instant Non-Scanning</i> utilizando janela aberta (200 keV a 618 keV)	97
Figura 84 - Imagens da reconstrução da coluna de bolhas pelo método analítico para os diferentes filtros, utilizando janela aberta (200 keV a 618 keV) do espectro de energia da fonte radioativa selada de ^{192}Ir	98
Figura 85 - Imagens da reconstrução da coluna de bolhas pelo método iterativo para os diferentes algoritmos desenvolvidos, utilizando janela aberta (200 keV a 618 keV) do espectro de energia da fonte radioativa selada de ^{192}Ir	99

1. INTRODUÇÃO

Atualmente, o maior impacto da aplicação da tecnologia dos tomógrafos ocorre na medicina. Nesta área, as tomografias computadorizadas vêm sendo utilizadas em quase todo o espectro da atividade médica, tais como, na oncologia, neurologia, cardiologia, endocrinologia e ortopedia [1].

O grande sucesso da tomografia médica se deve ao corpo humano possuir dimensões razoavelmente padronizadas com composição química bem estabelecida (Oxigênio 62%; Carbono 19%; Hidrogênio 9% e Nitrogênio 5%). Este fato possibilitou que algumas indústrias produzam tomógrafos comerciais em escala industrial. Comparando-se o corpo humano com os objetos industriais, tais como, motores, turbinas e colunas de destilação, observa-se haver grandes diferenças em seus tamanhos, composições e densidades dos seus materiais [2, 3]. Neste caso, estas características desestimulam a produção em série de tomógrafos para fins industriais. Entretanto, há na indústria, muito interesse em utilizar as informações da tomografia computadorizada a fim de conhecer o interior (i) dos objetos industriais fabricados ou (ii) das máquinas e seus meios de produção. Nestes casos, a tomografia tem como finalidade (a) controlar a qualidade do produto final e (b) otimizar a produção, contribuindo na fase piloto dos projetos e na análise da qualidade dos meios de produção (avaliar as condições operacionais ou de *stress* das máquinas, reatores e colunas de destilação) sem interromper a produção [4, 5].

Entre as várias reações químicas que ocorrem nas áreas de aplicação industrial estão amplamente disseminadas as reações catalíticas gás-líquido-sólido (processos multifásico) [6]. Essas reações ocorrem em processos industriais químicos, petrolíferos, petroquímicos, bioquímicos, materiais e ambientais para uma ampla variedade de produtos como hidrogenação, oxidação e alquilação [6, 7].

Diferentemente da tomografia médica, o tomógrafo deve ser transportado às plantas industriais, e mecanicamente adaptado para diferentes tamanhos de objetos que geralmente estão localizados em um ambiente severo aos materiais envolvidos (superaquecidos e inflamáveis), ocasionalmente sujeitos a alta pressão interna apresentando muitas dificuldades para ser instalado. Somam-se a estas dificuldades, as composições destes materiais, que geralmente são feitos com aço e possuem grandes diâmetros e espessuras que inviabilizam sua análise com raios X convencionais [4, 8,

9]. Por esta razão, fontes radioativas gama com energias de 317 keV (^{192}Ir), 662 keV (^{137}Cs) a ~ 1250 keV (^{60}Co) são preferíveis [4].

A integridade física das colunas de destilação e a dinâmica dos componentes de destilação são fatores importantes que levam à qualidade dos produtos gerados. No decorrer do tempo, as colunas de destilação sofrem degradação devido ao aparecimento de crostas de fuligem e de polímeros. Assim, causam a diminuição da eficiência de troca de calor nos componentes das colunas, na sequência tem-se a perda da qualidade dos destilados, e como corolário, incide as perdas econômicas inerentes e a competitividade dos produtos [7, 8].

No mundo globalizado atual, a perda e qualidade dos produtos e as perdas econômicas são mortais para a economia de qualquer país que tenha a ambição de ganhar o mercado internacional. Portanto, o contínuo controle de qualidade dos meios de produção de uma empresa é a chave mestra para garantir à competitividade de seus produtos. Como se sabe, no mercado consumidor, a aceitação de qualquer produto necessita atender dois itens: preço e qualidade.

O que diferencia uma empresa competitiva é a sua produtividade [3, 5] alcançada com as estratégias do uso de novas tecnologias e da competência técnica do seu quadro de servidores. Nesse contexto o aprimoramento e obtenção de novos conhecimentos são de grande valia para o crescimento dos profissionais que atuam nestas da área.

A tomografia deverá ser em breve integrada ao controle de qualidade de vários produtos industriais, sem danificá-los. Estes aspectos são tão importantes quanto à contribuição da tomografia à medicina. Atender e resolver as dificuldades atuais encontradas na tomografia dos objetos industriais de grande porte constitui um ideal que os pesquisadores de vários países desenvolvidos vêm perseguindo.

Fenômenos relacionados aos processos multifásicos são geralmente rápidos, exigindo alta resolução temporal da aquisição dos dados do sistema tomográfico [4, 5, 7]. Nesse sentido, o tomógrafo a ser instalado nos processos industriais devem satisfazer as condições nas quais se encontram os objetos e as medidas a serem realizadas.

Atualmente, a maioria dos sistemas de tomografia que atende a esses requisitos são usadas no ambiente de laboratório para estudar e otimizar projetos de colunas e processos industriais. No entanto, na prática, esses dispositivos não são adequados para

uso em plantas industriais para medições em tempo real. Existem até o momento, cinco gerações de tomógrafos, como mostra a Fig. 1 [10 -12].

Figura 1 - Gerações da tomografia computadorizada.

O tomógrafo de primeira geração é constituído de apenas um único detector de radiação e uma fonte radioativa, onde esta fonte emite um feixe estreito denominado de *pencil beam*, como é mostrado na Fig. 1. Neste sistema, o arranjo fonte - detector translada linearmente pelo objeto, formando emissões paralelas. Após uma translação completa, o arranjo fonte-detector rotaciona e o processo é repetido para o novo ângulo [11, 12].

Para reduzir o tempo de escaneamento, a segunda geração de tomógrafos apresenta uma emissão estreita de um feixe em leque (*fan - beam*), e passa a compor um conjunto de detectores. Mas o sistema ainda apresenta movimentos de translação e rotação [11, 12].

Na terceira geração de tomógrafos, o número de detectores aumenta comparado ao de segunda geração, e o feixe em leque abrange todo o objeto de estudo, apresentando apenas o movimento de rotação, tanto para a fonte quanto para os detectores [11, 12].

Nos tomógrafos de quarta geração, os detectores são fixos e distribuídos em torno do objeto, e somente a fonte rotaciona. O tomógrafo *Instant Non-Scanning*, é semelhante ao tomógrafo de quarta geração, onde os detectores estão fixos ao redor do objeto, contudo as fontes estão fixas [11, 12].

Na quinta geração de tomógrafos, os detectores e o alvo estão dispostos ao redor do objeto, onde então os feixes de elétrons são acelerados e focalizados nestes alvos, produzindo os raios X que serão mensurados pelos detectores [11, 12].

No Brasil são poucas as indústrias que tem acesso à tecnologia de tomografia industrial computadorizada para obter as informações de processos multifásicos para o controle de qualidade da sua linha de produção. Adicionam-se a isto os poucos centros de pesquisas que desenvolvem este tipo de tecnologia para análises industriais no âmbito nacional e internacional.

O Centro de Tecnologia das Radiações (CTR), do Instituto de pesquisas energéticas e nucleares (IPEN-CNEN/SP) iniciou suas atividades com a temática da Tomografia Industrial em 2006 quando foi convidado a integrar um grupo de experts reunidos pela AIEA (Agência Internacional de Energia Atômica) [3].

A AIEA incentivou as atividades desta área de aplicações industriais fornecendo recursos à pesquisa da tomografia industrial no CTR de acordo com o projeto AIEA Reseach Contract Project n° 12459/RO Gamma Industrial Process Tomography. Por meio deste projeto foi adquirido um sistema eletrônico da LUDULUM (modelo 4612) para a aquisição de dados tomográficos contendo 12 monocanais, 12 detectores de

NaI(Tl) de 2 x 2 polegadas (diâmetro e espessura), fontes radioativas de ^{137}Cs e ^{60}Co e outros componentes eletrônicos voltados para a análise de dados, o que possibilitou o desenvolvimento do tomógrafo de primeira geração. [3, 13, 14].

Paralelamente, a equipe do CTR desenvolveu uma eletrônica própria constituída de sistema de aquisição de dados com a tecnologia dos multicanais (256 canais). Com essa eletrônica foi possível utilizar um sistema com multifontes (^{75}Se , ^{192}Ir , ^{137}Cs e ^{60}Co) em um único conjunto de detectores para obter resultados de medidas em diferentes níveis de energia, possibilitando o desenvolvimento do tomógrafo de terceira geração [5, 14].

Recentemente o grupo desenvolveu o tomógrafo tipo *Instant Non-Scanning* com recursos da FAPESP (Processo nº. 2012/22705-3). Dentre as vantagens deste tomógrafo pode-se destacar sua facilidade de adaptação aos objetos industriais, o uso de multifontes devido ao seu sistema de aquisição de dados tipo multicanais, e a alta resolução temporal. Nesse sentido o laboratório tem desenvolvido três tipos de tomógrafos: (i) primeira geração; (ii) terceira geração; e (iii) *Instant Non-Scanning*. Dentre as aplicações destes tomógrafos estão às análises de processos multifásicos, que tem grande interesse das indústrias, principalmente nas refinarias, petroquímicas, químicas, têxteis, farmacêuticas e alimentícias.

Os tomógrafos de primeira e terceira geração são mais adequados quando necessita de alta resolução espacial, como reatores de coluna de recheio, e o *Instant Non-Scanning* para processos com transientes rápidos, como colunas de destilação química, reatores de bolhas ou processos multifásicos por apresentar uma alta resolução temporal [4, 15, 16].

Existem na literatura diversos trabalhos relatando os resultados sobre pesquisas e desenvolvimentos de tomógrafos para avaliação de processos industriais. Entretanto, ainda são objetos de estudo de grandes centros nacionais e internacionais [1-16]. A contribuição deste trabalho foi: (i) desenvolver diferentes algoritmos de reconstrução de imagens tomográficas dedicado a processos industriais, aplicando a diferentes sistemas de tomografia (3ª geração e tomógrafo *Instant Non-Scanning*); (ii) apresentar o desempenho de cada algoritmo e (iii) a eficiência dos mesmos para cada um dos sistemas tomográficos estudados.

2. OBJETIVOS

2.1. Objetivo global

Desenvolver algoritmos de reconstrução de imagens tomográficas para serem implantadas nos tomógrafos desenvolvidos no laboratório de tomografia do CTR no Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares (IPEN-CNEN/SP).

2.2. Objetivos específicos

1. Desenvolver algoritmos de reconstrução de imagens tomográficas: (i) Método analítico; e (ii) Método Iterativo;
2. Desenvolver filtros a serem utilizados no método analítico;
3. Integrar os algoritmos de reconstrução de imagens nos tomógrafos de processos industriais desenvolvidos no IPEN-CNEN/SP.
4. Avaliar o tempo de processamento para cada algoritmo desenvolvido;
5. Avaliar a resolução espacial das imagens obtidas pelos algoritmos desenvolvidos por meio do método da função de transferência de modulação (MTF (f));
6. Avaliar o ruído das imagens obtidas pelos algoritmos desenvolvidos por meio do método da *noise power spectrum* (NPS (f));
7. Avaliar o contraste das imagens obtidas pelos algoritmos desenvolvidos por meio da Relação Contraste e Ruído;
8. Avaliar o erro quadrático médio das imagens (RMSE) obtidas pelos algoritmos desenvolvidos;
9. Comparar os resultados obtidos entre os métodos de algoritmos desenvolvidos.

3. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Os algoritmos para reconstrução de imagens tomográficas são procedimentos para mensuração do coeficiente de atenuação de uma projeção medida [12]. De modo geral, estes algoritmos pertencem a duas categorias, a saber: (i) Métodos Analíticos, e (ii) os métodos Iterativos [17]. Estes métodos iterativos por sua vez são divididos em duas classes: (a) Os métodos algébricos; e (b) os métodos estatísticos [17, 18]. Alguns destes métodos estão discriminados na Fig. 2.

Figura 2 - Algoritmos de reconstrução de imagens tomográficas

ART *Algebraic Reconstruction Technique*

SMART *Simultaneous Multiplicative Algebraic Reconstruction Technique*

SIRT *Simultaneous Iterative Reconstruction Technique*

ILST *Iterative Least Square Technique*

ML-EM *Maximum Likelihood Expectation Maximization*

DSGA *Diagonally-Scaled Gradient Ascent*

ML-TR *Maximum Likelihood for Transmission Tomography*

Fonte: autor da tese.

3.1. Método analítico

Um sistema de coordenada (x, y) , como mostrado na Fig. 3, é utilizado para descrever pontos no objeto a ser estudado [19-21]. A contribuição de cada ponto em direção ao sinal detectado é denominada de função densidade $f(x, y)$. Para tomografia de transmissão, com raios X ou gama, $f(x, y)$ representa o coeficiente de atenuação linear μ ; para imagens com radioisótopos, $f(x, y)$ é proporcional a densidade de concentração do radioisótopo [18].

Figura 3 - Objeto $f(x, y)$ e sua projeção $P_\varnothing(t)$ para um angulo $\varnothing$

Fonte: imagem adaptada de KAK, A.C., 1979 [19].

Uma linha que passa pelo objeto $f(x, y)$ é denominada de *raio*. A integral de $f(x, y)$ ao longo do *raio* é chamada de *integral do raio* e o conjunto de *integrais de raios* forma uma *projeção*, onde o conjunto de projeções é denominado de *sinograma*. A equação da linha (AB na Fig. 3) é dada pela equação (1) [19-21].

$$x \cos \varnothing + y \sin \varnothing = t_1 \quad (1)$$

Na qual t_1 é a distância perpendicular da linha em relação a origem do sistema (x, y) . A integral do raio é expressa pela equação (2) [19-21].

$$P_{\emptyset}(t_1) = \int_{\text{raio } AB} f(x, y) ds = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \delta(x \cos \emptyset + y \sin \emptyset - t_1) dx dy \quad (2)$$

sendo $\delta(\cdot)$ é a função delta de Dirac. A função $P_{\emptyset}(t)$ em função de t , para um determinado ângulo $\emptyset$, define as projeções paralelas da função $f(x, y)$. A função bidimensional $P_{\emptyset}(t)$ também é conhecida como a transformada de Radon de $f(x, y)$ [17, 19-21].

Para as imagens tomográficas, as projeções são proporcionais ao logaritmo do sinal do detector de radiação. Isto ocorre porque a relação da intensidade dos fótons transmitidos é baseada na lei da atenuação exponencial¹, mostrada na equação (3).

$$I = I_0 \exp[-\int \mu(x, y) ds] \quad (3)$$

na qual I_0 é a intensidade do feixe incidente sem atenuação. Então p pode ser normalizado segundo a equação (4).

$$p_{\text{norm}} = \ln \left(\frac{I_0}{I} \right) \quad (4)$$

3.1.1. Teorema da fatia de Fourier

O teorema da fatia de Fourier, também conhecida como teorema da fatia central, estabelece uma importante relação entre a transformada de Fourier e a transformada de Radon [equação (2)] [22]. Este teorema relaciona as projeções mensuradas com a transformada de Fourier bidimensional do corte transversal do objeto $f(x, y)$, como ilustrado na equação (5) [19-21].

$$F(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-j2\pi(ux+vy)} dx dy \quad (5)$$

Da mesma forma, define-se a transformada de Fourier para uma projeção em 1-D na angulação $\emptyset$ segundo a equação (6).

¹ Também conhecida como lei de *Beer-Lambert*.

$$S_{\emptyset}(w) = \int_{-\infty}^{\infty} P_{\emptyset}(t) e^{-j2\pi wt} dt \quad (6)$$

O teorema da fatia de Fourier pode ser melhor explicada considerando uma projeção em $\emptyset = 0^\circ$. Neste sentido, a transformada de Fourier de um objeto terá um domínio de frequência em $v = 0$. Aplicando esta hipótese na equação (5) obtém-se a equação (7) [21].

$$F(u, 0) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-j2\pi ux} dx dy = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dy \right] e^{-j2\pi ux} dx \quad (7)$$

A parte em colchetes, na equação (7), representa a transformada de Fourier de uma projeção. Ela pode ser escrita conforma a equação (8) [21].

$$P_{\emptyset=0}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dy \quad (8)$$

Substituindo a equação (8) na equação (7), obtém-se a equação (9) [21].

$$F(u, 0) = \int_{-\infty}^{\infty} P_{\emptyset=0}(x) e^{-j2\pi ux} dx \quad (9)$$

A equação (9) representa a transformada de Fourier em uma dimensão para a projeção $P_{\emptyset=0}$. Nesse sentido existe uma correlação entre a transformada de Fourier para uma projeção com a transformada de Fourier bidimensional do objeto, como mostra a equação (10) [21].

$$F(u, 0) = S_{\emptyset=0}(u) \quad (10)$$

Este teorema mostra que o resultado é independente da orientação entre o objeto e o sistema de coordenadas. Em outras palavras, se o sistema de coordenadas (t, s) for rotacionado em um ângulo $\emptyset$, a transformada de Fourier da projeção definida na equação (9) é igual a transformada de Fourier bidimensional do objeto na orientação $\emptyset$. A transformada de Fourier para projeções paralelas de uma imagem $f(x, y)$ em uma angulação $\emptyset$ fornece a fatia da transformada bidimensional $F(u, v)$, ou seja, a transformada de Fourier de $P_{\emptyset}(t)$ fornece os valores de $F(u, v)$ no domínio de frequência, como mostra a Fig. 4 [21, 23].

Figura 4 - Teorema da fatia de Fourier

Fonte: imagem adaptada de KAK, A., STANLEY, M., 2001 [21]

Sendo o sistema de coordenadas (t, s) um sistema rotacionável do sistema original do (x, y) , então (t, s) pode ser obtido segundo a matriz da equação (11) [18-21].

$$\begin{bmatrix} t \\ s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi \\ -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (11)$$

Utilizando deste sistema de coordenadas rotacional (t, s) , então a equação (5) pode ser reescrita conforme a equação (12).

$$F(\omega, \phi) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-j2\pi w(x \cos \phi + y \sin \phi)} dx dy \quad (12)$$

Aplicando as mesmas propriedades realizadas pelas equações (6-9), porém agora com o sistema de coordenadas (t, s) , obtém-se a equação (13).

$$S_{\phi}(\omega) = F(\omega, \phi) = F(\omega \cos \phi, \omega \sin \phi) \quad (13)$$

Na teoria a imagem $f(x, y)$ é uma função bidimensional contínua, e é desejável um número infinito de projeções para reconstruir a imagem do objeto. Contudo, na prática, somente um numero finito para cada projeção é mensurado assim como o número de projeções, ou seja, as aquisições são discretas, fazendo com que a função $F(u, v)$ somente seja obtida por um numero finito de linhas como mostra a Fig. 5. Como as

aquisições são discretas, então a equação (5) pode ser reescrita conforme a equação (14) [21, 24].

$$f(x, y) \propto \frac{1}{A^2} \sum_{m=-N/2}^{N/2} \sum_{n=-N/2}^{N/2} F\left(\frac{m}{A}, \frac{n}{A}\right) e^{j2\pi\left(\left(\frac{m}{A}\right)x + \left(\frac{n}{A}\right)y\right)} \quad (14)$$

Sendo que os limites da função $f(x, y)$ está compreendido entre $-\frac{A}{2} < x < \frac{A}{2}$ e $-\frac{A}{2} < y < \frac{A}{2}$, na qual N é um valor inteiro par. A equação (14) pode ser obtida aplicando a Transformada Rápida de Fourier (FFT) [21, 23, 24].

Figura 5 - Representação esquemática da Transformada de Fourier de uma quantidade finita de projeções para diferentes ângulos no plano (u, v) .

Fonte: imagem adaptada de KAK, A., STANLEY, M., 2001 [21].

Para mostrar como as reconstruções de imagens são realizadas para os diferentes métodos existentes, o conhecido fantom *Shepp-Logan* será utilizado [25]. Este fantom é composto de 10 elipses superpostas, onde as suas dimensões e magnitudes estão mostradas pela tabela 1 e pela Fig. 6. Este fantom pode ser encontrado no *software* Matlab®. Aplicando a transformada de Radon no fantom obtém-se o sinograma [22].

A Fig. 7 mostra o sinograma do fantom *Shepp-Logan*, após a aplicação da transformada de Radon, para uma rotação θ de 0-180° com um passo de 1 em 1°.

Tabela 1: Parâmetros e dimensões do fantom *Shepp-Logan*

ELIPSE	COORDENADAS	MAIOR EIXO	MENOR EIXO	ROTAÇÃO
a	(0,0)	0,92	0,69	0°
b	(0, -0,0184)	0,874	0,6624	0°
c	(0,22, 0)	0,31	0,11	18°
d	(-0,22, 0)	0,41	0,16	-18°
e	(0, 0,35)	0,25	0,21	0°
f	(0, 0,1)	0,046	0,046	90°
g	(0, -0,1)	0,046	0,046	90°
h	(-0,08, -0,605)	0,046	0,023	90°
i	(0, -0,605)	0,023	0,023	90°
j	(0,06, -0,605)	0,046	0,023	0°

Fonte: tabela adaptada de KAK, A., STANLEY, M., 2001 [21].

Figura 6 - Imagem do Fantom *Shepp-Logan* (a); dimensões das elipses do fantom *Shepp-Logan* (b).

Fonte: imagem adaptada de KAK, A., STANLEY, M., 2001 [21].

A Fig. 8 mostra a aplicação do método da fatia de Fourier sobre o sinograma mostrado pela Fig.7. Como explicado anteriormente, este método correlaciona a transformada de Fourier de uma projeção (1-D) com a transformada de Fourier de um objeto (2-D) para uma única angulação, por exemplo, $\theta = 0^\circ$ [equação (7)] [21]. Nesse sentido, aplicando a transformada de Fourier para as projeções obtidas em todas as angulações, é possível estimar a transformada bidimensional completa, onde então aplicando a transformada

inversa de Fourier, obter-se-ia a imagem do objeto a partir das projeções. Este sistema de obter a imagem do objeto a partir das projeções é conhecido por Retroprojeção [21].

Figura 7 - Sinograma do fontom *Shepp-Logan* após a aplicação da Transformada de Radon.

Fonte: autor da tese.

Na sequência apresentada pela Fig. 8, observa-se a projeção para uma angulação de $\emptyset = 0^\circ$ e a aplicação do método proposto. Conforme as projeções para outras angulações vão sendo adquiridas, o método vai sendo aplicado e os resultados vão sendo sobrepostos uns aos outros, até completar uma rotação completa [21]. É possível verificar estas sobreposições na Fig. 8, quando adquiridas 90 projeções e 180 projeções. Ao final deste método, a imagem do objeto é obtida.

Aquisições com projeções obtidas com raios paralelos, o sistema fonte-detector “escaneiam” um determinado comprimento sobre um objeto formando uma projeção (esquema de aquisição de dados estilo tomógrafo de primeira geração). Este procedimento resulta em um tempo longo para coletar todos os dados. Uma maneira mais rápida de adquirir os dados de uma projeção seria como no esquema de um tomógrafo de terceira geração, com os raios em “leque” [17, 20].

Este sistema de aquisição em leque utiliza uma fonte em um dos lados do objeto, e um conjunto de detectores opostos diametralmente à fonte [11, 12]. A fonte e todo o conjunto de detectores rotacionam para gerar uma quantidade de projeções desejadas. Existem dois tipos de projeções em leque, a saber: (i) De mesma angulação; (ii) De mesmo espaçamento [11, 12, 20, 24].

Figura 8 - Esquema da reconstrução de imagens pelo método da Fatia de Fourier.

Fonte: autor da tese.

Nos equipamentos de mesma angulação, as projeções são amostradas com raios em intervalos equiangulares, porém as distancias entre os detectores podem ser diferentes, como mostrado na Fig. 9a, na qual, neste caso, os detectores estão distribuídos em linha, assim como, podem apresentar detectores espaçados igualmente, onde os mesmos estão distribuídos geometricamente na forma de arco, como mostra a Fig. 9b [12, 18].

Nos equipamentos de mesmo espaçamento, diferente dos equipamentos explicados anteriormente, os detectores estão espaçados igualmente, podendo ser em linha ou em arco, porém os raios podem apresentar mesma angulação ou angulações diferentes, como mostra a Fig. 9b e Fig. 9c [12, 18].

Figura 9 - Esquemas de projeção pelas emissões da fonte em fan-beam.

Fonte: imagem adaptada de KAK, A., STANLEY, M., 2001 [21].

3.1.2. Retroprojeção filtrada

A “seção 3.1.1. Teorema da fatia de Fourier”, mostra que aplicando o método do teorema da fatia de Fourier nas projeções obtidas para as diferentes angulações $\emptyset$ é possível reconstruir uma imagem $f(x, y)$ do objeto de estudo. A equação (14) mostra que a resolução espacial de uma imagem é determinada por N . Na prática, os resultados obtidos pelo método da retroprojeção devem ser interpolados ponto a ponto em uma matriz quadrada, nesse sentido, algumas implementações devem ser aplicadas [21, 26, 27].

Fazendo uma comparação entre os valores do fantom teórico (valores obtidos pela intensidade dos pixels do centro do fantom), como mostrado na Fig. 10a com a imagem do fantom reconstruído, Fig. 10b, observa-se que os resultados obtidos pela reconstrução possuem uma grande diferença quando comparado com os valores teóricos, como mostra a Fig. 10c.

Para melhorar as imagens reconstruídas, alguns filtros matemáticos, $|H_k|$, são aplicados nas projeções $P_{\emptyset}(t)$ obtidas, como mostra a equação (15). Estes filtros são funções com características próprias, onde podem eliminar baixas frequências da imagem, como também podem eliminar altas frequências, ou médias frequências (banda) [26-28].

$$P'_{\emptyset}(t) = |H_k|.P_{\emptyset}(t) \quad (15)$$

Existem duas formas de filtrar uma função: (i) filtragem no domínio da frequência, na qual se multiplicam as funções, após a aplicação da transformada de Fourier; e (ii) filtragem no domínio dos espaços, realizando uma convolução entre funções. Este procedimento é conhecido como a teoria da convolução, e pode ser visto pela equação (16) [26, 28].

$$\begin{aligned} \mathcal{F}\{f(x, y) * g(x, y)\} &= F(v_x, v_y)G(v_x, v_y) \\ \mathcal{F}\{f(x, y)g(x, y)\} &= F(v_x, v_y) * G(v_x, v_y) \end{aligned} \quad (15)$$

No processo de filtragem, quando se aplica a transformada de Fourier bidimensional em uma imagem, as baixas frequências concentram-se no centro, as altas frequências nas extremidades e as bandas entre as baixas e a alta como mostra a Fig. 11 [28].

Figura 10 - Fantom Shepp-Logan (a); imagem reconstruída do fantom Shepp-Logan pelo método de Fourier (b); comparação dos valores dos pixels teórico do fantom com o reconstruído (c)

Fonte: autor da tese.

Figura 11 - Esquema das distribuições das frequências das imagens após a aplicação da transformada de Fourier

Fonte: autor da tese.

A Fig. 12 mostra um filtro de função sinc em 2-D no domínio dos espaços e o mesmo filtro após a aplicação da transformada de Fourier (2-D), onde então a função passa a ser uma função rect (função retangular) e pertencer ao domínio das frequências. O filtro sinc/rect é por natureza um filtro “passa-baixa”. Os filtros desta natureza têm por propriedade deixar as imagens mais suavizadas, enquanto que os filtros “passa-alta” ressaltam mais as finezas de detalhes de uma imagem, como bordas e arestas, porém não eliminam o ruído intrínseco das imagens [28]. Para utilizar este filtro como um passa – alta, basta subtrair a função por 1 ($1 - \text{rect}(\tau/x)$) [28]. A Fig. 13 mostra a aplicação deste filtro, como uma passa-baixa na imagem teórica do fantom *Shepp-Logan*, e o processo do teorema da convolução. Assim como a Fig. 14 mostra a aplicação deste filtro no mesmo fantom, porém agora atuando como um filtro "passa-alta”.

Figura 12 - Filtro de função sinc (domínio dos espaços) e o filtro rect (domínio de frequências)

Fonte: imagem adaptada de GONZALEZ, R.C., *et al.*, 2012 [28].

Figura 13 - Esquema da aplicação do filtro sinc como um filtro “passa-baixa”

Fonte: imagem adaptada de CHERRY, S.R., *et al*, 2012 [27].

Figura 14 - Esquema da aplicação do filtro sinc como um filtro “passa-alta”.

Fonte: imagem adaptada de CHERRY, S.R., *et al*, 2012 [27].

Os filtros utilizados pela retroprojeção filtrada (FBP), como explicado anteriormente, são funções matemáticas que variam conforme a frequência [26, 28]. Estes filtros podem variar dependendo do objetivo proposto, como: (a) redução de artefatos; (b) eliminação de ruídos, e (c) aprimoramento de sinais e restauração.

A escolha do filtro para uma determinada função a ser realizada na reconstrução de imagens geralmente compreende entre redução de ruídos ou supressão de detalhes, bem como o padrão de frequência espacial dos dados de interesse da imagem. Os filtros mais aplicados em reconstrução de imagem são: (i) filtro *Ramp (Ram-Lak)*; (ii) *Butterworth*; (iii) *Hanning*; (iv) *Hamming*; (v) *Shepp-Logan*; e (vi) *Cosine* [29 -30].

3.1.2.1. Filtro *Ram-Lak*

O filtro *Ram-Lak*, também conhecido como filtro Ramp, é um filtro de natureza “passa-alta”, ou seja, este filtro filtra as baixas frequências impedindo a desfocagem na imagem. No domínio de frequência a sua função é dada pela equação (17) [29 -30].

$$H_R(K_x, K_y) = k = (K_x^2 + K_y^2)^{1/2} \quad (17)$$

onde k_x e k_y são frequências espaciais.

Este filtro tem por propriedade eliminar artefatos “estrela” resultantes do processo de reconstrução de imagem pelo método analítico, além de aprimorar as bordas da imagem (áreas da imagem onde o sinal muda rapidamente), contudo possui como desvantagem a amplificação do ruído estatístico. Para sanar este problema, o filtro Ramp é sempre combinado com um filtro “passa-baixa”. Este filtro é linearmente proporcional à frequência espacial, como mostra a Fig. 15 [28].

Figura 15 - Filtro Ramp no domínio de frequências (a); e no domínio dos espaços (b)

Fonte: autor da tese.

O método mais comum de remover o ruído estatístico das imagens é pela aplicação dos filtros de suavização. Estes filtros são do tipo “passa-baixa”, onde mantém as baixas frequências e barram as altas. Usualmente estes filtros são caracterizados por dois parâmetros principais: (i) frequência de corte; e (ii) potência ou ordem [28 -30].

A frequência de corte define a frequência cujos ruídos serão eliminados, ou seja, todos os valores de frequências acima do valor estabelecido são reduzidos a zero. A frequência de Nyquist (f_{Ny}), definida como a maior frequência que pode ser exibida em uma imagem, é a maior frequência de corte para um filtro [29-30]. Usualmente a frequência de corte é expressa em ciclos por pixel ou em fração de frequência de Nyquist [30].

O valor da frequência de corte determina como o filtro se comportará na imagem, seja reduzindo o ruído estatístico ou aumentando a suavização. Uma alta frequência de corte aumenta a resolução espacial, consequentemente muitos detalhes são preservados, contudo mantém o ruído estatístico [28, 30]. Uma baixa frequência de corte aumenta a suavização e degrada o contraste da imagem [28, 30].

O parâmetro potência/ordem controla o declive da função do filtro. Uma alta potência resultará em um declive mais acentuado [28-30].

3.1.2.2. Filtro *Butterworth*

O filtro *Butterworth* é o filtro mais utilizado nas reconstruções de imagens. Este filtro é por natureza um filtro “passa-baixa”, e tem como vantagem alterar tanto a frequência de corte como o declive do filtro. Esta habilidade faz com que este filtro suavize o ruído

preservando a resolução da imagem. A equação deste filtro no domínio da frequência espacial é dada pela equação (18) [28-30].

$$B(f) = \frac{1}{[1 + (f/f_c)^{2n}]} \quad (18)$$

na qual f é o domínio da frequência espacial, f_c é a frequência de corte e n é a ordem do filtro. A Fig. 16a mostra o filtro *Butterworth* de ordens de 2, 4 e 15 com frequências de corte de 0,1 e 0,3 ciclos/pixel (20% e 60% respectivamente), e o filtro no domínio dos espaços para uma frequência de corte de 0,1 ciclos/pixel e ordem 15 esta mostrada na Fig. 16b.

Figura 16 - Filtro *Butterworth* de ordens de 2, 4 e 15 com frequências de corte de 20% e 60% no domínio de frequência (a); filtro *Butterworth* no domínio dos espaços com frequência de corte em 20% e ordem 15

Fonte: autor da tese.

Usualmente os filtros de baixa frequência são multiplicados pelo filtro Ramp e o resultado dessa multiplicação é aplicado para reconstruir as imagens tomográficas pelo método analítico [30]. A Fig. 17 mostra a multiplicação de um filtro *Butterworth* com frequência de corte de 0,1 ciclos/pixel e ordem 4 pelo filtro Ramp.

Figura 17 - Multiplicação de um filtro *Butterworth* de ordem 4 com frequência de corte de 0,1 ciclos/pixel pelo filtro Ramp

Fonte: autor da tese.

3.1.2.3. Filtro Hanning

O filtro Hanning é um filtro “passa-baixa” relativamente simples, pois é descrito por apenas uma única variável que é a frequência de corte. Este filtro é definido pela equação (19) [29, 30].

$$H(f) = \begin{cases} 0,50 + 0,50 \cos\left(\frac{\pi f}{f_m}\right), & 0 \leq |f| \leq f_m \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (19)$$

na qual f são as frequências espaciais da imagem e f_m é a frequência de corte. Este filtro é bem eficiente em reduzir o ruído, contudo preserva borda [29]. A Fig. 18a mostra o filtro Hanning no domínio de frequência, e a Fig. 18b o filtro no domínio dos espaços. A Fig. 19 mostra a multiplicação do filtro Hanning pelo filtro Ramp.

Figura 18 - Filtro Hanning no domínio de frequência (a); filtro Hanning no domínio dos espaços (b)

Fonte: autor da tese.

Figura 19 - Multiplicação do filtro Hanning com o filtro Ramp.

Fonte: autor da tese.

3.1.2.4. Filtro Hamming

O filtro Hamming é um filtro “passa-baixa” similar ao filtro Hanning, diferenciando apenas na sua amplitude. Por deixar passar somente as baixas frequências, este filtro suaviza as imagens eliminando os ruídos estatísticos [29-30]. Este filtro é definido pela equação (20) [30].

$$H(f) = \begin{cases} 0,54 + 0,46 \cos\left(\frac{\pi f}{f_m}\right), & 0 \leq |f| \leq f_m \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (20)$$

na qual f são as frequências espaciais da imagem e f_m é a frequência de corte. A Fig. 20a mostra o filtro Hamming no domínio de frequência, e a Fig. 20b mostra o filtro no

domínio dos espaços. A Fig. 21 mostra a multiplicação do filtro Hamming pelo filtro Ramp.

Figura 20 - Filtro Hamming no domínio de frequência (a); filtro Hamming no domínio dos espaços (b)

Fonte: autor da tese.

Figura 21 - Multiplicação do filtro Hamming com o filtro Ramp

Fonte: autor da tese.

3.1.2.5. Filtro *Shepp-Logan*

O filtro *Shepp-Logan* é mais um filtro que pertence a família dos filtros “passa-baixa”. A sua função é definida pela equação (21) [29,30].

$$S(f) = \frac{2f_m}{[\pi(\sin|f| \pi/2f_m)]} \quad (21)$$

na qual f são as frequências espaciais da imagem e f_m é a frequência de corte. A Fig. 22a mostra o filtro *Shepp-Logan* no domínio de frequência, e a Fig. 22b o filtro no

domínio dos espaços. A Fig. 23 mostra a multiplicação do filtro *Shepp-Logan* pelo filtro Ramp.

Figura 22 - Filtro *Shepp-Logan* no domínio de frequência (a); filtro *Shepp-Logan* no domínio dos espaços (b)

Fonte: autor da tese.

Figura 23 - Multiplicação do *filtro Shepp-Logan* com o filtro Ramp

Fonte: autor da tese.

3.1.2.6. Filtro Cosseno

O filtro Cosseno também faz parte da família dos “passa-baixa”. Este filtro é dependente de apenas um parâmetro, que é a frequência de corte. A equação da sua função está definida pela equação (22).

$$C(f) = \cos\left(\frac{\pi f}{2f_m}\right) \quad (22)$$

A Fig. 24a mostra o filtro Cosseno no domínio de frequência, e a Fig. 24b o filtro no domínio dos espaços. A Fig. 25 mostra a multiplicação do filtro Cosseno pelo filtro Ramp.

Figura 24 - Filtro Cosseno no domínio de frequência (a); filtro Cosseno no domínio dos espaços (b)

Fonte: autor da tese.

Figura 25 - Multiplicação do filtro Cosseno com o filtro Ramp

Fonte: autor da tese

Como mostrado na “seção 3.1.2. Retroprojeção filtrada”, os filtros são aplicados no sinograma, equação (15), e posteriormente, o método da retroprojeção é realizado reconstruindo as imagens de forma filtrada [20, 21, 30]. As Figs. 26 a 31 mostram o desempenho de cada filtro no processo de reconstrução das imagens. Estas figuras apresentam o sinograma filtrado (para cada filtro), a imagem reconstruída, a imagem no domínio de frequência (2-D) e a comparação dos valores teóricos do fantom *Shepp-Logan* com os valores da reconstrução posterior a filtragem, tal qual a Fig. 10.

Figura 26 - Reconstrução do fantom *Shepp-Logan* pelo método analítico utilizando o filtro Ramp.

Fonte: autor da tese.

Figura 27 - Reconstrução do fantom *Shepp-Logan* pelo método analítico utilizando o filtro *Butterworth* com frequência de corte de 0,8 ciclos/pixel e ordem 15

Sinograma Filtrado (*Butterworth*), $n = 15$ $f_m = 0.8$ ciclos/pixel

Retroprojeção Filtrada

Retroprojeção Domínio de Frequências

Fonte: autor da tese.

Figura 28 - Reconstrução do fantom *Shepp-Logan* pelo método analítico utilizando o filtro Hamming com frequência de corte de 0,8 ciclos/pixel

Sinograma Filtrado (*Hamming*), $f_m = 0.8$ ciclos/pixel

Retroprojeção Filtrada

Retroprojeção Domínio de Frequências

Fonte: autor da tese.

Figura 29 - Reconstrução do fantom *Shepp-Logan* pelo método analítico utilizando o filtro Hanning com frequência de corte de 0,8 ciclos/pixel

Sinograma Filtrado (*Hanning*), $f_m = 0.8$ ciclos/pixel

Retroprojeção Filtrada

Retroprojeção Domínio de Frequências

Fonte: autor da tese.

Figura 30 - Reconstrução do fantom *Shepp-Logan* pelo método analítico utilizando o filtro *Shepp-Logan* com frequência de corte de 0,8 ciclos/pixel

Sinograma Filtrado (*Shepp-Logan*), $f_m = 0.8$ ciclos/pixel

Retroprojeção Filtrada

Retroprojeção Domínio de Frequências

Fonte: autor da tese.

Figura 31 - Reconstrução do fantom *Shepp-Logan* pelo método analítico utilizando o filtro Cosseno com frequência de corte de 0,8 ciclos/pixel

Sinograma Filtrado (*Cosseno*), $f_m = 0.8$ ciclos/pixel

Retroprojeção Filtrada

Retroprojeção Domínio de Frequências

Fonte: autor da tese.

Este método analítico de reconstrução de imagens é dependente do número de raios (detectores) e do número de projeções [11, 20, 21]. O número de projeções influencia na habilidade da imagem reconstruída de transmitir as frequências mais altas sem o surgimento de artefatos. Poucas projeções resultam em *aliasing*, que é mais perceptível em direção à periferia da imagem [11, 21]. A Fig. 32 mostra a influência da variação do número de projeções na reconstrução de imagens para um mesmo número de raios.

Figura 32 - Influência da variação do número de projeções no processo de reconstrução da imagem pelo método analítico

Fonte: autor da tese.

O número de raios usados para reconstruir uma imagem tomográfica sobre um mesmo campo de visão (FOV) possui uma grande influência [11]. Para um FOV fixo, o número de raios aumenta conforme aumenta a quantidade de detectores. A influência do número de raios na imagem reconstruída para um mesmo número de projeções está mostrada na Fig. 33.

Figura 33 - Influência da variação do número de raios por projeção no processo de reconstrução da imagem pelo método analítico

Fonte: autor da tese.

3.2. Métodos iterativos

A “seção 3.1. Método analítico” mostra que as reconstruções são baseadas na lei da atenuação exponencial, e que os dados necessários para realizar as reconstruções devem ser discretos [17, 20, 21, 23]. Nesse caso, um objeto contínuo passa ser aproximado a um matriz $M \times N$ (onde $M = N$) de forma discreta, Fig. 34.

Sabe-se também que cada projeção consiste no somatório de raios para uma determinada angulação $\emptyset$, onde cada j -ésimo raio é atenuado pelo objeto, e então é possível estimar a função de atenuação para cada raio [11, 24]. O problema da reconstrução de imagem é criar uma aproximação discreta da função de atenuação [24].

Figura 34: Objeto contínuo aproximado por uma matriz discreta de $M \times N$

Fonte: autor da tese.

A atenuação do feixe para certo ponto no objeto depende do material presente neste ponto [31]. A Fig. 34 mostra as projeções de aquisição de um tomógrafo de transmissão. Para uma quantidade finita de projeções a equação final de aquisição é obtida pela equação $p = Wf$, onde p são as projeções normalizadas, W é a matriz de pesos, w_{ij} são elementos da matriz de pesos e f são os valores dos coeficientes de atenuação linear. Matricialmente, esta equação pode ser escrita conforme a equação (23) [18, 31].

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_{1,j} & \cdots & w_{1,N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ W_{M,j} & \cdots & W_{M,N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_M \end{bmatrix} \quad (23)$$

O interesse é descobrir o vetor f que é a solução de $p = Wf$ [15, 23, 31]. Teoricamente existem métodos diretos para resolver este sistema. O método direto consiste na inversão da matriz W , (W^{-1}), resultando em $f = W^{-1}p$, contudo existem algumas falhas para este método, como (i) o custo computacional para a inversão da matriz, mesmo para matrizes com poucos elementos; (ii) W^{-1} pode não existir; (iii) W^{-1} pode não ter solução única, (iv) pode ser matriz esparsa e (v) W^{-1} pode ser mal-condicionada, p. ex., pequenas mudanças nos dados da projeção de p (p muito ruidoso) pode produzir grandes diferenças no resultado de f . Na prática ocorre muito a condição (v), devido os ruídos das projeções [31].

O sistema $p = Wf$ pode ser resolvido aplicando o método analítico, explicado na “seção 3.1. Método analítico”, ou aplicando os métodos iterativos. Os algoritmos fundamentados no método iterativo se subdividem em duas categorias: (1º) Algébricos e (2º) Estatísticos [15, 16].

Os métodos algébricos de reconstrução de imagens resolvem uma quantidade de equações lineares comparando o conjunto de resultados obtidos com um conjunto estimado, e após cada iteração a diferença entre eles vão diminuindo [15, 16, 32].

Os métodos estatísticos reconstroem a imagem pela maximização da função de verossimilhança, reconhecendo a função de distribuição de Poisson das projeções com os dados medidos p como uma média [15, 16, 32].

3.2.1. Métodos algébricos

3.2.1.1. Técnica de reconstrução algébrica (ART)

A técnica de reconstrução algébrica (ART) corresponde matematicamente com o método de Kaczmarz [18, 24]. Cada equação representada na Fig. 34 é considerada um representante do hiperplano, e as intersecções de todos os hiperplanos providenciará um ponto no espaço N -dimensional que representa a imagem reconstruída. Este conceito é exemplificado na Fig. 35. Inicia-se com um valor, posteriormente projeta-se para o primeiro hiperplano, definido como $P_1 = w_{1,1}f_1 + w_{1,2}f_2 + \cdots + w_{1,N}f_n$, em seguida o

valor é projetado para o segundo hiperplano, definido como $P_2 = w_{2,1}f_1 + w_{2,2}f_2 + \dots + w_{2,N}f_n$, assim sucessivamente, até convergir ao valor correspondente [24, 33].

Figura 35 - Ilustração das técnicas de projeção para resolver equações simultâneas

Fonte: autor da tese.

A técnica ART é realizada pela iteração representada pela equação (24) [15, 24, 33, 34].

$$f_i^{k+1} = f_i^k + \lambda w_{ij} \frac{\left[p_j - \sum_{j=1}^N w_{ij} f_j^k \right]}{\sum_{m=1}^N w_{jm}^2} \quad (24)$$

sendo $j = k(\text{mod } J) + 1$ e λ é o parâmetro de relaxamento. Este parâmetro faz com que o processo de iteração convirja mais rapidamente ao valor correspondente. Geralmente este valor compreende – se entre $0 < \lambda < 2$ [35].

3.2.1.2. Técnica de reconstrução iterativa simultânea (SIRT)

Esta técnica de reconstrução de imagem é uma variação da técnica ART. Enquanto o

termo da retroprojeção ponderada do ART fornecido por $\frac{\left[p_j - \sum_{j=1}^N w_{ij} f_j^k \right]}{\sum_{m=1}^N w_{jm}^2}$ da equação (23)

é aplicada para o i -ésimo pixel após cada projeção no hiperplano indexado por j . No SIRT a ponderação é feita simultaneamente para todos os raios passando pelo i -ésimo pixel [15, 36]. Os passos para a reconstrução iterativa do SIRT estão definidos pela equação (25).

$$f_i^{k+1} = f_i^k + \lambda \sum_{j=1}^M w_{ij} \frac{\left[p_j - \sum_{j=1}^N w_{ij} f_j^k \right]}{\sum_{m=1}^N w_{jm}^2} \quad (25)$$

3.2.1.3. Técnica de reconstrução algébrica multiplicativa simultânea (SMART)

O SMART é uma técnica baseada na minimização da função de divergência de *Kullback-Leibler* (KL), expressa na equação (26) [37, 38].

$$KL \left(\sum_{j=1}^N w_{ij} f_j^k, P \right) = \sum_{j=1}^N KL \left(\sum_{j=1}^N w_{ij} f_j^k, P \right) \quad (26)$$

Onde KL é a distância *Kullback-Leibler* dado por: $KL(a, b) = a \log \left(\frac{a}{b} \right) + b - a$ [38].

O algoritmo iterativo SMART é fornecido pela equação (27) [15, 39].

$$f_i^{k+1} = \exp \left\{ \ln(f_i^k) + \frac{\sum_{j=1}^N \left\{ w_{ij} \ln \left[\frac{p_j}{\sum_{j=1}^N w_{ij} f_j^k} \right] \right\}}{\sum_{j=1}^N w_{ij}} \right\} \quad (27)$$

3.2.1.4. Técnica iterativa dos mínimos quadrados (ILST)

Na mensuração de um raio, um valor no detector é adquirido (P_i). Este valor corresponde às atenuações deste raio conforme o mesmo passa pelo objeto de estudo. Na teoria este valor de P_i é igual ao somatório da multiplicação dos coeficientes de atenuação linear pelos elementos da matriz de pesos $\sum_{j=1}^N w_{ij} f_j^k$. Contudo na prática, alguns fatores diferenciam estes resultados, como o ruído intrínseco do sistema por exemplo. Então existe uma diferença entre a projeção obtida e o somatório dos dados teóricos [35]. Esta teoria é exemplificada pela Fig. 36.

Figura 36 - Representação da distância Euclidiana entre o valor teórico e o mensurado

Fonte: autor da tese.

Então o objetivo é descobrir o argumento que minimiza $E(x)$, distancia euclidiana, dada pela equação (28) [35, 40, 41].

$$E(x) = \left\| \sum_{j=1}^N w_{ij} f_j^k - P_i \right\|^2 \quad (28)$$

Expandindo $E(x)$, obtém-se $(P_i - Wf)^T (P_i - Wf)$, onde $Wf = \sum_{j=1}^N w_{ij} f_j^k$.

A equação (29) mostra o resultado da derivada de $E(x)$.

$$\frac{dE}{df} = W^T P - W^T W f = 0 \rightarrow W^T W f = W^T P \quad (29)$$

Pela equação (29), $f = (W^T W)^{-1} W^T P$.

O termo $(W^T W)^{-1}$ não pode ser calculado se a matriz $W^T W$ não for reversível. Para solucionar este problema, uma matriz regularizada deve ser adicionada à $W^T W$, como por exemplo, o termo λI , onde λ é uma constante usada para a regularização e I é a matriz identidade. Nesse caso f passa a ser $(W^T W + \lambda I)^{-1} W^T P$ [35, 41, 42].

O método ILST então itera segundo a equação (30).

$$f^{k+1} = f^k + \delta^k Z^k \quad (30)$$

na qual Z^k é definido pelo método de Jacobi como $Z^k = W^T (P - Wf)$ e δ^k é um valor escalar que determina a taxa de convergência [15,35].

$$\text{Estendendo } Z \text{ e } \delta, \text{ então } Z_i^k = \frac{\sum_{j=1}^N \{w_{ij} [p_j - \sum_{j=1}^N w_{ij} f_j^k]\}}{\sum_{j=1}^N w_{ij}^2}, \delta^k = \frac{\sum_{j=1}^N \{c_j^k [p_j - \sum_{j=1}^N w_{ij} f_j^k]\}}{\sum_{j=1}^N c_j^2},$$

onde $C^k = W Z^k$.

A equação final então é representada pela equação (31) [15, 35].

$$f_i^{k+1} = f_i^k + \lambda \delta^k z_i^k \quad (31)$$

3.2.2. Métodos estatísticos

3.2.2.1. Técnica de estimativa de máxima verossimilhança (MLEM)

Este algoritmo é muito utilizado para reconstruções de imagens de tomógrafos por emissão, como SPECT (*Single Photon Emission Computed Tomography*) e PET (*Positron Emission Tomography*). Este método tem como característica a otimização, ou seja, ele procura a melhor estimativa para solucionar um dado critério, no caso, ele se utiliza da máxima verossimilhança [43-47]. As mensurações estão sujeitas a variações devido à distribuição de Poisson. Para emissões gama, como nos tomógrafos explicados acima, essas variações acontecem devido às emissões do material radioativo. Nesse sentido, o número médio de desintegrações radioativas na imagem podem fornecer projeções P com a maior verossimilhança. Desta forma, cada iteração do algoritmo é dividido em duas partes: (i) o passo da estimativa (E-Step), encontra-se a fórmula que expressa a verossimilhança da imagem reconstruída; (ii) o passo da maximização (M-Step), a imagem que possui a maior verossimilhança a ser fornecido para os dados mensurados é encontrada [31, 32, 46].

O teorema de Bayes mostra que $p(f|I) = \frac{p(I|f)p(f)}{p(I)}$. Na qual $p(f|I)$ é a probabilidade de obter f tendo o valor de I , onde I é o valor obtido pelos detectores [44].

A distribuição de Poisson é dada por: $p(I|f) = e^{-r_i} \frac{r_i^I}{I!}$, onde $r_i = \sum_j w_{ij} f_j$.

Numa distribuição para varias projeções, como em um sinograma, a distribuição de Poisson pode ser escrita como [44]: $p(I_i, I_{i+1}, I_{i+2}, \dots, I_N|f) = \prod_i e^{-r_i} \frac{r_i^{I_i}}{I_i!}$.

O objetivo é encontrar a maximização de $p(I_i, I_{i+1}, I_{i+2}, \dots, I_N|f)$.

Aplicando o logaritmo na distribuição de Poisson, obtém-se a equação (32) [45, 47].

$$\ln p(I_i|f) = \sum_i [I_i \ln r_i - r_i - \ln I_i!] \quad (32)$$

Na qual a verossimilhança é obtida segundo a equação (33) [45, 47, 48].

$$L_I(f) = \sum_i [I_i \ln r_i - r_i] = \sum_i \sum_j (I_i \ln(w_{ij} f_j) - w_{ij} f_j) \quad (33)$$

Nesse sentido o E-STEP é encontrado [45]: $E(L_I(f) | I, f^{k-1}) = \sum_i \sum_j (I_i \ln(w_{ij} f_j) - w_{ij} f_j)$.

Igualando a derivada parcial do E-STEP a zero, encontra-se o M-STEP, mostrado na equação (34) [45]:

$$\frac{\partial}{\partial f_j} E(L_I(f) | I, f^{k-1}) = 0 \quad (34)$$

A equação final do algoritmo MLEM de emissão é apresentada pela equação (35) [31, 45].

$$f_j^{k+1} = \frac{f_j^k}{\sum_{i=1}^N w_{ij}} \sum_{i=1}^M \frac{I_i}{\sum_j w_{ij} f_j^k} w_{ij} \quad (35)$$

Este algoritmo pode ser visto como um conjunto de sucessivas projeções/retroprojeções [31, 32].

No caso de tomógrafos por transmissão, a equação (35) sofre algumas modificações, como mostra a equação (36) [15, 45].

$$f_j^{k+1} = \frac{\sum_{i=1}^M [\bar{I}_i (1 - e^{-w_{ij} f_j^k})]}{\sum_{i=1}^M [I_i - \bar{I}_i + 0.5(1 + e^{-w_{ij} f_j^k}) \bar{I}_i]} \quad (36)$$

na qual $\bar{I}_i = I_0 e^{-\sum_{j=1}^N w_{ij} f_j^k}$, I_i é o valor da projeção sem a normalização, equação (4), e I_0 é a transmissão sem a atenuação do objeto.

3.2.2.2. Máxima verossimilhança para tomografia de transmissão (MLTR)

Este algoritmo, assim como o MLEM, também tem como propriedade a maximização da verossimilhança, apresentada por $L_I(f) = \sum_i [I_i \ln r_i - r_i]$. A equação do algoritmo iterativo MLTR está mostrada pela equação (37) [48].

$$f_j^{k+1} = f_j^k + \frac{\sum_{i=1}^M (w_{ij} (\bar{I}_i - I_i))}{\sum_{i=1}^M (w_{ij} \bar{I}_i \sum_{j=1}^N w_{ij})} \quad (37)$$

3.2.2.3. Algoritmo de gradiente ascendente diagonalmente escalonado (DSGA)

O algoritmo MLEM para emissão pode ser expresso como um gradiente ascendente diagonalmente escalado, com uma matriz diagonal escalonada que garante a monotonicidade e preservando os não negativos [46]. O algoritmo pode ser expresso segundo a equação (38) [49].

$$f_i^{k+1} = f^k + D(f^k) \nabla' L(f) \quad (38)$$

onde $D(\cdot)$ é uma matriz diagonal com dependência de iteração e ∇' é o operador gradiente. Onde o gradiente da função de verossimilhança é dada pela equação (39) [15, 49].

$$[\nabla' L(f)]_j = \frac{\partial}{\partial f_j} L(f) = \sum_{i=1}^N w_{ij} \left[1 - \frac{I_i}{I_i^0 e^{-\sum_j^N w_{ij} f_j^k} + r_i} \right] I_i^0 e^{-\sum_j^N w_{ij} f_j^k} \quad (39)$$

Considerando o caso de $r_i = 0$, então a matriz diagonal pode ser expressa como uma atualização multiplicativa. A equação (40) mostra a equação da matriz diagonal [49].

$$D(f_j) = \frac{f_j}{\sum_i^M w_{ij} I_i} \quad (40)$$

A equação final do algoritmo DSGA está mostrada pela equação (41) [15, 49].

$$f_j^{k+1} = f_j^k \frac{\sum_{i=1}^M I_i^0 e^{-\left(\sum_j^N w_{ij} f_j^k\right)} w_{ij}}{\sum_i^M w_{ij} I_i} \quad (41)$$

3.2.3. Processo iterativo

A inicialização do processo iterativo começa com um “chute inicial” [50]. Este chute pode ser uma matriz de zeros, do tamanho da matriz a ser reconstruída a imagem. Esta maneira de inicializar um processo iterativo somente pode ser aplicada aos algoritmos que tem por base o somatório nos processos iterativos, como o ART e o SIRT [35]. Os que são baseados pelo produtório, como por exemplo, MLEM e o MLTR, se inicializar com uma matriz de zeros, o processo nunca irá convergir, uma vez que multiplicando

algo por zero, sempre será zero. Nesses casos o chute inicial pode ser uma matriz de valores próximos a zeros, ou até mesmo com os valores sendo a média da matriz de pesos [35].

O processo iterativo depende de um poder computacional grande para convergir as imagens durante as iterações, além de demandar de um tempo maior para reconstruir uma imagem tomográfica quando comparada com os métodos analíticos que são instantâneos. Nesse sentido, uma forma de diminuir o tempo de iteração, é fornecendo para o “chute inicial” uma matriz correspondente a reconstrução analítica, e posteriormente, entra no *loop* dos processos iterativos [50].

A forma mais tradicional de encerrar um processo iterativo se dá quando o valor do erro (ϵ) de todos os valores de pixels da reconstrução da imagem avançada, f_j^{k+1} , comparados com a reconstrução anterior f_j^k , for menor que o valor do erro estabelecido [50]. A Fig. 37 mostra o processo iterativo utilizando o algoritmo ART para 100 iterações. O *loop* do processo iterativo pode ser mais bem explicado pela Fig. 38.

Figura 37 - Representação de um processo iterativo.

Fonte: autor da tese.

Figura 38 - Representação do loop do processo iterativo.

Fonte: autor da tese.

3.2.4. Matriz de pesos

Um dos elementos principais para a reconstrução de imagens pelo método iterativo é a matriz de pesos (w_{ij}). Esta matriz define o tamanho na qual a imagem será reconstruída, o tamanho dos pixels da imagem, e as características de reconstrução a ser realizada [15].

O cálculo da matriz de pesos é dependente da geometria do tomógrafo, da geração do tomógrafo (emissão em leque (*fan-beam*), ou em feixes paralelos (*pencil-beam*)), da distância fonte – detector, da geometria de distribuição dos detectores, em arco ou em linha, do número de projeções e do número de raios por projeção. Os elementos da matriz (w_{ij}) são definidos por i e j , e sofrem modificações conforme se altera as configurações de aquisição da imagem, onde o tamanho de i é calculado pelo produto do número de raios pela quantidade de projeções, e j é calculado pelo quadrado do tamanho da matriz onde será reconstruída a imagem, Fig. 39 [15].

Figura 39 - Representação da matriz de pesos

$$\begin{array}{c}
 \text{Número de raios} \\
 \times \\
 \text{Número de projeções}
 \end{array}
 \left\{ \begin{array}{c} \text{(Tamanho da Matriz)}^2 \\ \\ \left[\begin{array}{ccc} w_{ij} & \cdots & w_{iN} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{Mj} & \cdots & w_{MN} \end{array} \right] \end{array} \right.$$

Fonte: autor da tese.

Diferentes métodos são utilizados para calcular os valores dos elementos (w_{ij}) da matriz de pesos, tais como:

- I. Se o j -ésimo feixe passa pelo i -ésimo pixel, então $w_{ij} = 1$, do contrário $w_{ij} = 0$;
- II. O comprimento do percurso do j -ésimo feixe no i -ésimo pixel dividido pela diagonal do pixel (hipotenusa);
- III. A área interseccional entre o j -ésimo feixe no i -ésimo pixel dividido pela interseccional área entre o j -ésimo raio e a amostra.

A Fig. 40 mostra os métodos de cálculos para os elementos da matriz de pesos.

Figura 40 - Matriz de peso representando a técnica I (a); matriz de pesos representando técnica II (b); matriz de pesos representando a técnica III (c)

Fonte: autor da tese.

A Fig. 41 mostra a reconstrução do fantom *Shepp-Logan* pelo método iterativo ART, para uma matriz de peso obtida pela técnica I (Fig. 41a), e pela técnica II (Fig. 41b).

Percebe-se que a matriz de pesos obtida pela técnica II possui uma imagem com melhor resolução espacial, além de aproximar mais dos valores teóricos quando comparados com a imagem reconstruída pela técnica I.

Figura 41 - Representação da reconstrução do fantom *Shepp-Logan* pelo método iterativo ART para a matriz de peso com a técnica I (a); e pela técnica II (b)

Fonte: autor da tese.

Em geral, a matriz de pesos por linha (técnica II), proporciona uma imagem reconstruída com melhor resolução espacial quando comparada a outras técnicas. Contudo, esta técnica por linha é dependente do número de raios e do tamanho da matriz reconstruída. Se o número de raios for pequeno, os raios (j) da matriz de peso ficam mais espaçados, consequentemente a imagem apresentará artefatos. Este artefato pode ser observado na Fig. 42.

Figura 42 - Reconstrução do fantom *Shepp-Logan* utilizando matriz de pesos por linha (técnica II) e o algoritmo ART para diferentes números de raios

Fonte: autor da tese.

Para contornar este problema, usualmente reconstroem-se as imagens com a matriz de pesos por área (técnica III). Desta forma, tomógrafos que possuem poucas projeções e poucos detectores, como o tomógrafo *Instant Non-Scanning*, são mais recomendáveis

reconstruções utilizando esta técnica. A Fig. 43 mostra as reconstruções do fantom *Shepp-Logan* conforme o número de raios por projeção é reduzido utilizando a matriz de pesos por área (técnica III).

Figura 43 - Reconstrução do fantom *Shepp-Logan* utilizando matriz de pesos por área (técnica III) e o algoritmo ART para diferentes números de raios

Fonte: autor da tese.

Pode-se observar que com a matriz de pesos por área (técnica III), a imagem fica mais suavizada quando comparada com a matriz de pesos por linha (técnica II) para menores números de raios por projeção.

Outro fator que influencia na qualidade da imagem são os números de projeções. A influência da diminuição do número de projeções na qualidade da imagem é mostrada na Fig. 44.

Figura 44 - Reconstrução do fantom *Shepp-Logan* utilizando matriz de pesos por linha (técnica II) e o algoritmo ART para diferentes números projeções

Fonte: autor da tese.

Conforme o número de projeções diminui, a imagem degrada diminuindo a sua qualidade. Contudo, percebe-se que para menos números de projeções, as imagens reconstruídas pelo método iterativo apresentam menos artefatos (*aliasing*) quando comparado com as reconstruções pelo método analítico. Nesse sentido, quando o sistema de aquisição possui poucas projeções e poucos detectores, é mais recomendável utilizar as reconstruções iterativas.

3.3. Qualidade de imagem

O domínio espacial refere-se às duas dimensões de uma imagem, a saber: (i) a largura (coordenada x); e (ii) o comprimento (coordenada y) [11]. A resolução espacial é uma propriedade que descreve a habilidade de sistemas de imagem de retratar com exatidão objetos em uma imagem [11]. A noção clássica de resolução espacial é a habilidade de um sistema de imagem retratar distintamente dois objetos pontuais conforme estes forem diminuindo e se aproximando. Se em um determinado momento, conforme estes pontos são aproximados, o sistema de imagem apresentar somente um ponto, então neste momento a resolução espacial é perdida [11, 28]. A imagem de uma fonte pontual é denominada como função de espalhamento de ponto (PSF). A Fig. 45a mostra um estímulo de uma fonte pontual, e a Fig. 45b, mostra a função de espalhamento de ponto deste estímulo.

Figura 45 - Exibição de uma fonte pontual (a), função de espalhamento de ponto (b)

Fonte: imagem modificada de BUSHBERG, J.T., 2002 [11].

A PSF é uma função que descreve a resposta de um sistema de imagem para um estímulo pontual, assim como as propriedades da resolução espacial do sistema. No entanto, para alguns sistemas de imagens, a medida experimental da PSF torna-se complicada. O sistema teria que responder a objetos infinitesimalmente pequenos, como uma função delta 2-D, no caso $I(x, y) = PSF(x, y)$ [11, 28]. Se realizado, a magnitude do sinal seria muito pequena, e conseqüentemente dominada por ruído.

Um modo mais conveniente é medindo a função de espalhamento de linha (LSF), que é obtida pela transformada de Radon da PSF [11, 28]. A LSF pode ser mensurada utilizando uma fenda estreita. Alternativamente, a função de espalhamento de bordas (ESF) é obtida pela integral da LSF. A ESF é mensurada utilizando as bordas de uma imagem [11]. A Fig. 46 mostra as funções de espalhamento PSF, LSF e ESF e as suas relações.

Figura 46 - Representação da PSF, LSF e da ESF

Fonte: imagem modificada de BUSHBERG, J.T., 2002 [11].

As funções de espalhamentos explicadas são descrições das propriedades de resolução de um sistema de imagem no domínio espacial. Outra forma muito útil de expressar a resolução é pelo domínio de frequências [11].

Frequência espacial é uma maneira diferente de mensurar o tamanho de objetos. Baixas frequências espaciais correspondem a objetos maiores na imagem, e altas frequências espaciais correspondem a objetos menores [11]. Desta forma, se o tamanho do objeto é conhecido, então é possível convertê-lo em frequência espacial, e vice-versa [11, 28].

Usualmente as frequências possuem como unidade Hertz ou ciclos/segundos, isto quando a função da onda está no domínio temporal. Se a onda estiver no domínio espacial, então a unidade se converte em ciclos/milímetros [11]. A Fig. 47 mostra uma função seno de comprimento de onda 2Δ . A relação entre a distância abrangida pela metade do ciclo da função seno é dada pela equação (42).

$$F = \frac{1}{2\Delta} \quad (42)$$

sendo Δ é a metade do comprimento de onda e F é a frequência em ciclos/mm ou pl/mm.

A Fig. 47 também mostra uma função quadrada. Conceitualmente é comum utilizar a função seno como uma função quadrada. A função quadrada é simplesmente um padrão de alternância entre faixas de densidades. Nesse sentido, cada ciclo tonar-se pares de linhas por milímetros (pl/mm).

Figura 47 - Representação de frequência espacial entre função seno e função quadrada

Fonte: imagem modificada de BUSHBERG, J.T., 2002 [11].

Um padrão de barras, correspondendo picos e vales, é um exemplo de como um sistema de imagem atua conforme se aumentam as frequências [11]. A Fig. 48 apresenta um padrão de barras cuja frequência aumenta de 0,5 a 4,0 pl/mm. Para cada onda senoidal apresentada pelo padrão de barras, a PSF do sistema digital desfoca a imagem.

Figura 48 - Comparação do padrão de barras (a) com o mesmo padrão imageado pelo sistema digital (b)

Fonte: autor da tese.

A amplitude do padrão de barras é o contraste entre picos e vales. Num sistema perfeito de aquisição, o contraste de saída seria igual ao de entrada, ou seja, para qualquer frequência na imagem, a função senoidal não sofreria modulações, contudo tanto a Fig. 48 quanto a Fig. 49 mostram que conforme se aumenta as frequências da imagem o contraste diminui, em outras palavras, as altas frequências são mais moduladas [11, 28].

Figura 49 - Comparação entre o padrão de barras, e o padrão de barras digitalizado

Fonte: autor da tese.

A modulação é essencialmente a normalização entre o contraste de saída pelo contraste de entrada [11]. A função de transferência de modulação ($MTF(f)$) é uma comparação da modulação do sistema pela frequência espacial [11, 51]. A $MTF(f)$ de um sistema de imagem é a descrição mais completa das propriedades de resolução de um sistema [51, 52]. Este método ilustra a fração do contraste do objeto que é registrado pelo sistema, em função do tamanho [ou frequência espacial, equação (42)] do objeto [11, 51].

Uma das formas de mensurar a resolução espacial de uma imagem é pela função de espalhamento de borda (ESF). Aplicando a deriva nesta função, obtém-se a LSF. Posteriormente, aplicando a transformada de Fourier na LSF obtém-se a $MTF(f)$ [52, 53]. A equação (43) mostra como se mensura a $MTF(f)$.

$$MTF(f) = \left| \int \frac{\partial}{\partial x} ESF(x) e^{-2\pi jfx} dx \right| \quad (43)$$

A Fig. 50 mostra a influência da ESF no método de mensuração da resolução espacial [$MTF(f)$]. Percebe-se que quanto mais suavizada for a borda (primeira linha da figura) mais espaçada fica a LSF e pior é a medida da resolução espacial. Conforme a borda vai se definindo (linha do meio e última linha da figura), a LSF vai se aproximando de uma função Delta e, conseqüentemente, a resolução espacial do sistema melhora [11].

Figura 50 - Ilustração do esquema de obtenção e comportamento da MTF pelo método de borda

Fonte: autor da tese.

Existem outros métodos para mensurar a resolução, como a Largura Máxima a Meia Altura (LMMA), onde mensura – se a largura máxima de uma função, que se aproxima muito de uma distribuição normal, na metade de sua altura [51].

A PSF contém informações completas sobre a resolução espacial. O método da LMMA ignora a forma da função e mede-se somente a largura [51]. A Fig. 51 apresenta três funções que possuem LMMA iguais, ou seja, pelo método da LMMA todas apresentariam mesmas resoluções. Porém aplicando a transformada de Fourier nas funções (MTF (f)), observa-se que suas distribuições não são iguais.

Figura 51 - Comparação entre três funções de mesma LMMA, porém com respostas de MTF(f) diferentes

Fonte: imagem modificada de SMITH, S.W.,1994 [51]..

A amostragem de um sinal digital constitui uma etapa necessária nos processos de digitalização de sinais [54]. O período de um sinal é o intervalo de tempo antes que ele se repita [11, 54]. No exemplo de uma senóide, é necessário conhecer somente a sua frequência f , pois sabendo a frequência define-se o período, onde $T = 1/f$.

No processo de amostragem, substitui-se o índice contínuo t de uma função contínua $x(t)$, por nT_s , um valor discreto. Na qual n é utilizado para indexar a lista discreta, e T_s é o período de amostragem [54]. O processo de discretização de um sinal é feito utilizando do teorema da convolução, entre o sinal e a função “Pente”. A função pente no domínio dos espaços e no domínio de frequências está apresentada na Fig. 52

Figura 52 - Ilustração de uma função “pente” no domínio dos espaços e no domínio de frequências

Fonte: autor da tese.

A faixa de frequência do sinal de interesse é denominada como largura de banda. Usualmente a frequência mais alta é utilizada como a largura da banda (B), indicando que o interesse está compreendido entre a faixa de 0 Hz até a máxima [54].

O termo amostragem crítica aplica-se ao caso em que a taxa de amostragem equivale exatamente ao dobro da largura da banda $f_a = 2B$. Isso significa que o sinal registrado será reconstruído de forma apropriada. Este valor segue o critério de amostragem de Nyquist, onde $f_a \geq 2B$ [54]. Neste sentido, valores coletados muito acima de Nyquist ocorrem a sobreamostragem, resultando em dados redundantes, e valores abaixo ocorrem a subamostragem, onde não são coletadas amostras suficientes para reconstruir o sinal adequadamente. Nestes casos ocorre o fenômeno denominado de *Aliasing* [54]. A Fig. 53 mostra o processo de amostragem de um sinal no domínio dos espaços.

Figura 53 - Representação do processo de amostragem de um sinal, onde (a) e (b) a subamostragem, (c) a relação apropriada de Nyquist e (d) a sobreamostragem

Fonte: autor da tese

A Fig. 53a mostra uma amostragem cuja frequência de amostragem é igual à banda do sinal ($F_a = B$), a Fig. 53b, uma frequência de amostragem equivalente a aproximadamente 1,43 da banda do sinal. Nas Figs 53a e 53b, ocorrem a subamostragem do sinal de entrada, ocasionando *Aliasing*. A Fig 53c mostra exatamente o critério de Nyquist ($F_a = 2B$), reconstruindo o sinal adequadamente, e a Fig. 53d uma sobreamostragem da banda ($F_a = 5B$).

A Fig. 54 mostra o processo de amostragem no domínio das frequências. Neste exemplo, o processo de amostragem não obedeceu às condições de Nyquist, e apresentou *Aliasing* na imagem amostrada. Nas imagens digitais, esta subamostragem do sinal faz surgir detalhes não desejados na imagem denominados de artefatos.

Figura 54 - Processo de amostragem de uma imagem com *aliasing*

Fonte: autor da tese.

Nos processos de amostragem para imagens digitais, a frequência de amostragem é obtida pelo inverso do tamanho do pixel, $F_a = 1/p$, e consequentemente a frequência de Nyquest é mesurada pela metade da frequência de amostragem, $F_{Ny} = 1/2p$ [55].

Conclui-se então, que a Frequência de Nyquest é a maior frequência que pode ser amostrada em imagens digitais [51, 55]. No caso para a mensuração da resolução da MTF (f), a disposição das frequências corresponde a uma faixa de 0 até Nyquest, onde a resolução máxima do sistema usualmente é mensurada em 10% de sua amplitude máxima [51].

O ruído é um fator muito importante para avaliar a qualidade de imagem, assim como, o desempenho do sistema [56]. Em sistemas digitais, como a tomografia computadorizada, uma das maiores causas do ruído são as estatísticas de detecção dos fótons [11, 57]. Para quantificar ruído em imagens, é comumente utilizada a variância dos valores dos pixels, entretanto, este método pode não representar completamente o impacto que o ruído causa na imagem. Comparada com a variância, o método da *Noise Power Spectrum (NPS)*, também conhecida como espectro de Wiener, pode descrever com mais propriedades o ruído em imagens, pois permite comparações entre sinal e ruído para cada faixa de frequência espacial, fazendo com que a NPS seja o melhor método para analisar ruídos gerados em sistemas de imagem [57,58].

4. MATERIAL E MÉTODOS

4.1. Tomógrafo de terceira geração

O tomógrafo de terceira geração desenvolvido no CTR possui atualmente 15 detectores de NaI(Tl) de $\varnothing 25,4 \times 50,8$ mm (diâmetro e espessura), com espaçamentos iguais entre si, e geometria em arco (*fan beam*). Estes detectores estão colimados com um material composto de chumbo com septos de $\varnothing 5,0 \times 50$ mm (diâmetro e comprimento), e estão localizados acima de um suporte, que é controlado por um motor de passo, diametricamente oposto à fonte radioativa [7]. O número de detectores a ser utilizado está relacionado ao tamanho do objeto de estudo. Quanto maior o objeto, mais detectores são necessários, quanto menor o objeto, menos detectores são utilizados.

Este tomógrafo possui dois movimentos: (1) movimento dos detectores; e (2) o movimento da mesa. No primeiro movimento, o suporte que contém os detectores é rotacionado pelo motor de passo. Esta rotação serve para registrar mais raios por projeção. Ao final do movimento dos detectores, a mesa rotaciona um determinado ângulo pré-estabelecido, fazendo com que todo o sistema rotacione junto. Após a rotação da mesa, inicia-se novamente a rotação dos detectores, assim por diante, até completar 360° [7].

Diferentemente da emissão por raios X, a emissão das fontes gama são discretas, e com uma fluência de fótons bem inferior. Nesse sentido, para melhorar o ruído estatístico, a contagem de detecção dura certo tempo antes de passar para a outra, fazendo com que a resolução temporal deste tomógrafo seja baixa.

O seu sistema de aquisição de dados é de multicanal (256 canais/ detector), sendo possível utilizar múltiplas fontes radioativas, ou fontes radioativas que emitem mais do que uma energia, como por exemplo, ^{192}Ir (317 keV, 468 keV e 604 keV). Para cada energia registrada, é possível reconstruir uma imagem, consequentemente, nesse sistema de multicanal, para uma única rotação, é possível obter mais do que uma imagem. A Fig. 55 mostra o esquema do tomógrafo de terceira geração.

Figura 55 - Esquema de aquisição de imagens do tomógrafo de terceira geração

Fonte: autor da tese.

As análises dos algoritmos desenvolvidos foram feitas com base nos dados obtidos de um fantom multifásico [7]. Este fantom é composto de Polimetilmetacrilato [PMMA ($\rho = 1,19 \text{ g/cm}^3$)], preenchido com uma barra de ferro ($\rho = 7,874 \text{ g/cm}^3$), uma de alumínio ($\rho = 2,698 \text{ g/cm}^3$) e um tubo de vidro contendo ar, como mostra a Fig. 56.

Figura 56 - Imagem do fantom multifásico composto por PMMA, preenchido com tubo de vidro (1) e barras de alumínio (2) e ferro (3)

Fonte: auto da tese.

Os sinogramas do phantom multifásico foram adquiridos utilizando quatro detectores, onde cada detector moveu-se 35 passos ($0,165^\circ/\text{passo}$), totalizando 140 raios por projeção. Posteriormente, o sistema todo rotacionou 1° . Esta sequência de movimentos

foi repetida até que todo o sistema completasse 360⁰. O tempo de aquisição foi de 5 segundos por passo, totalizando 63000 segundos (17,5 horas) para uma volta completa.

A fonte radioativa utilizada foi o ¹⁹²Ir, com uma atividade próxima de 3,24 MBq (120 mCi). Pelo sistema de multicanal, foram utilizadas as janelas de 200 keV a 377 keV (energia média em torno de 317 keV), 420 keV a 520 keV (energia média em torno de 468 keV) e a janela aberta entre 200 keV a 618 keV de energia, totalizando três sinogramas por volta [7]. O espectro do ¹⁹²Ir com as áreas utilizadas estão mostradas na Fig. 57. Estas configurações utilizadas estão apresentadas na tabela 2.

Figura 57 - Espectro da fonte radioativa de ¹⁹²Ir com as janelas de energias utilizadas

Fonte: autor da tese.

Tabela 2: Configuração do tomógrafo de terceira geração.

Detector	NaI
Dimensão do detector	Ø 25,4 x 50,8 mm
Material do colimador	Pb
Espessura do colimador	50 mm
Septo do colimador	Ø 5,0 X 50 mm
Passo dos detectores	0,16 ⁰ /passo
Ângulo de rotação	1 ⁰
Raios/projeção	140
Distância fonte-detector	940 mm
Distância fonte-objeto	470 mm
Fonte radioativa	¹⁹² Ir
Atividade da fonte	~ 4,44 GBq (120 mCi)
Tempo de aquisição	5 segundos
Tempo total de aquisição	63000 segundos (17,5 horas)

Fonte: autor da tese.

Após a obtenção dos sinogramas, aplicaram-se os algoritmos desenvolvidos para reconstruir as imagens. Os algoritmos utilizados foram: Retroprojeção Filtrada (FBP); ART; SIRT; SMART; DSGA; MLEM; e MLTR.

Os filtros utilizados na FBP foram: Ramp, *Butterworth*, *Shepp-Logan*, Hamming, Hanning e Cosseno. Os parâmetros utilizados nos algoritmos foram padronizados. Para as reconstruções utilizando o algoritmo FBP, a frequência de corte foi de 80% da frequência de Nyquist, e a ordem no filtro *Butterworth* foi de 20. Nas reconstruções iterativas, o número de iterações foi de 100, o parâmetro de relaxamento foi de 0,8 e a matriz de pesos foi de linha (método b). A Fig. 58 mostra os filtros utilizados com a frequência de corte estabelecida.

Figura 58 - Filtros utilizados no método analítico com frequência de corte em 80% de Nyquist

Fonte: autor da tese.

As imagens foram reconstruídas utilizando uma matriz de 128x128, com tamanho de pixel de 1,47 x 1,47 mm. Todos os algoritmos e análises foram desenvolvidos no software Matlab® r2013b.

4.2. Mensuração da MTF

Como explicado na “seção 3.3. Qualidade de imagem”, a MTF pode ser mensurada de várias formas. Neste trabalho, a MTF foi mensurada pelo método de espalhamento de borda (ESF) [59]. O esquema ilustrativo da mensuração da MTF pode ser observado na Fig. 59.

Utilizando as imagens reconstruídas do fantom multifásico, selecionou – se o centro da região circular do alumínio, e a partir deste centro obteve – se a ESF pela distribuição

radial do centro encontrado. A distância entre o centro e o fim da ESF foi calculada utilizando a distância euclidiana.

Figura 59 - Esquema ilustrativo para obtenção da MTF(f).

Fonte: autor da tese.

O alumínio possui uma densidade maior comparada ao PMMA, consequentemente, quando se realiza a ESF começando pelo centro do alumínio em direção ao PMMA, a tendência é que se obtenha um sistema “tudo ou nada”, onde começa com uma intensidade elevada e sofre uma queda rápida dos valores das intensidades. Quanto mais inclinada for a ESF, melhor a resolução espacial do sistema, quanto menor for pior é a resolução espacial.

Depois de obtida a ESF, utilizou-se do filtro Hanning (filtro passa baixa) para remover os ruídos da função, e posteriormente realizou-se o fit da função pela equação (38) [59].

$$f(x) = \frac{a}{1 + \exp(-b * (x - c))} + d \quad (38)$$

A função de espalhamento de linha (LSF) foi obtida aplicando a derivada da ESF, onde posteriormente, aplicou-se um novo fit. A função do novo fit aplicado esta mostrado na equação 39 [59].

$$f(x) = a + (b - a) * \exp\left(-\frac{(x - c)^2}{2 * d^2}\right) \quad (39)$$

Posteriormente a obtenção da LSF, aplicou – se a transformada de Fourier nesta função para mensurar a MTF(f) em função das frequências.

4.3. Noise power spectrum (NPS)

Para a obtenção do espectro de ruído, utilizou – se um fantom homogêneo de PMMA de dimensões Ø 200 x 12 mm (diâmetro e espessura), como mostra a Fig. 60. As configurações de aquisição dos sinogramas foram as mesmas da tabela 2, e as imagens foram reconstruídas em uma matriz de 128x128 [56].

Figura 60 - Imagem do fantom homogêneo de PMMA utilizado para a obtenção da Noise Power Spectrum (NPS)

Fonte: autor da tese.

A quantificação da NPS foi realizada para todos os algoritmos desenvolvidos utilizando a equação (40) [56].

$$NPS(u_n, v_k) = \lim_{N_x N_y M \rightarrow \infty} \frac{\Delta x \Delta y}{M \cdot N_x N_y} \sum_{m=1}^M \left| \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} [I(x_i, y_j) - \bar{I}] e^{-2\pi j(u_n x_i + v_k y_j)} \right|^2 \quad (40)$$

Na qual $I(x_i, y_j)$ é a intensidade do pixel na posição (x_i, y_j) , $\bar{I}$ é média da intensidade global, u e v são as frequências espaciais conjugadas com x e y , N_x e N_y são os números de pixels nas direções x e y da imagem digital, Δx e Δy são os espaçamentos de pixel em x e y , e M é quantidade de regiões de interesse (ROI) para analisar a média do conjunto [56].

Posteriormente as reconstruções das imagens, selecionou uma ROI no centro das imagens do fantom de acrílico com dimensões de 80 x 80 pixels. Essa ROI foi então dividida em outras ROIs menores de 30 x 30 pixels. Como a matriz utilizada para reconstruir as imagens possui uma grade pequena (128x128), para aumentar a quantidade de ROIs, utilizou-se do método de sobreposição de ROIs, como mostra a Fig. 61, totalizando 121 ROIs [56].

A equação (40) mostra que a NPS é obtida pelo somatório da transformada discreta de Fourier para cada ROI. Na teoria, um conjunto infinito de ROIs forneceria fidedignamente o valor da NPS da imagem, contudo isso não é possível, uma vez que as imagens são discretas. Então quanto mais ROIs são obtidas, melhor é a análise da NPS.

Figura 61 - Esquema ilustrativo da obtenção da *Noise Power Spectrum* (NPS)

Fonte: autor da tese.

4.4. Avaliação da relação contraste e ruído (CNR)

A relação contraste ruído (CNR) foi mensurada selecionando duas regiões de interesse (ROI) das imagens reconstruídas do fantom multifásico (Fig. 56) pelos diversos algoritmos desenvolvidos. Estas ROIs possuem geometria circular de aproximadamente

Ø 25 pixels de diâmetro. A ROI 1 foi posicionada sobre a região do alumínio da imagem e a ROI 2 no corpo da imagem, no caso o PMMA, como mostra a Fig.62 [60, 61].

O cálculo da CNR foi realizado utilizando a equação 40 [60, 61].

$$CNR = \frac{|\overline{\mu_A} - \overline{\mu_B}|}{\sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_B^2}} \quad (40)$$

Na qual $\overline{\mu_A}$ é a média dos valores de pixels da ROI 1, $\overline{\mu_B}$ é a média dos valores dos pixels da ROI 2, σ_A é o desvio padrão da ROI 1 e σ_B é o desvio padrão da ROI 2.

Figura 62 - Esquema das regiões de interesse (ROIs) utilizadas para mensurar a CNR; (1) representa a barra de alumínio; e (2) o PMMA.

Fonte: autor da tese.

4.5. Erro quadrático médio (RMSE)

Outra forma de avaliar a qualidade da imagem é utilizando o parâmetro denominado como Erro Quadrático Médio [do inglês, *Root Mean Square Error* (RMSE)] que é obtido utilizando a equação 41 [16, 23].

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\mu_i - \hat{\mu}_i)^2}{N^2}} \quad (41)$$

Na qual μ_i representa o coeficiente de atenuação linear (mm^{-1}) obtido pelos algoritmos de reconstrução de imagem, $\hat{\mu}_i$ o respectivo valor conhecido, N é o número de pixels da imagem reconstruída, em outras palavras, o parâmetro RMSE representa o desvio padrão entre o valor obtido pelos algoritmos e o esperado [7]. Para cada energia utilizada na obtenção das imagens, os valores dos coeficientes de atenuação linear são alterados. Os valores dos $\hat{\mu}_i$ da imagem teórica do fantom foram obtidos pela *National Institute of Standards and Technology* (NIST) [62]. As imagens teóricas utilizadas com suas respectivas barras de intensidades dos pixels estão representadas na Fig. 63. Na

qual a Fig. 63a representa a imagem teórica para a janela de 200 keV a 377 keV, a Fig. 63b representa a imagem teórica para a janela de 420 keV a 520 keV e a Fig. 63c representa a imagem teórica para a janela aberta (200 keV a 618 keV).

Figura 63 - Imagens teóricas do fantom multifásico para as janelas de energias da fonte radioativa selada de ^{192}Ir , onde (a) representa a janela de 200 keV a 377 keV, (b) a janela de 420 keV a 520 keV e (c) a janela aberta (200 keV a 618 keV)

Fonte: autor da tese.

4.6. Tomógrafo *Instant Non-Scanning*

O tomógrafo *Instant Non-Scanning* é constituído de cinco conjuntos de quatorze detectores de NaI(Tl), totalizando 70 detectores. Diametralmente oposto a cada conjunto de detectores, possui um porta fontes de tungstênio contendo uma fonte radioativa selada de ^{192}Ir , com atividade aproximada de 4,44 MBq (120 mCi) [4]. A Fig. 64 mostra o esquema do tomógrafo *Instant Non-Scanning*, onde A representa os detectores de radiação, B os porta fontes, C a plataforma, D o objeto de estudo.

Figura 64 - Esquema do tomógrafo *Instant Non-Scanning* (a), sendo A os detectores, B os porta-fontes, C a plataforma de madeira e D o objeto de estudo

Fonte: VELO, A.F., *et al*, 2017 [4]

As aquisições foram realizadas utilizando uma coluna de PMMA de $\varnothing 9,0 \times 140$ cm (diâmetro x comprimento) contendo água e um fluxo de bolhas para análises dinâmicas multifásicas (Fig 65). A Fig. 66 mostra o tomógrafo *Instant Non-Scanning* com a coluna de bolhas dinâmicas.

Figura 65 - Coluna de bolhas dinâmicas.

Fonte: autor da tese.

Figura 66 - Imagem do tomógrafo *Instant Non-Scanning* com a coluna de bolhas dinâmicas

Fonte: autor da tese.

Como as aquisições são rápidas, para melhorar a estatística de contagem, foi utilizado para reconstruir as imagens a janela aberta (200 keV a 618 keV) do espectro do ^{192}Ir . O procedimento de reconstrução de imagem seguiu conforme as reconstruções realizadas para os sinogramas obtidos pelo tomógrafo de terceira geração, alterando somente o

tamanho da matriz da imagem para 32x32, e para as reconstruções utilizando os algoritmos iterativos, a matriz de pesos foi desenvolvida conforme a técnica III (matriz de pesos por área). A tabela 3 apresenta as configurações de aquisição dos dados utilizando o tomógrafo *Instant Non-Scanning*.

Tabela 3: Configuração de aquisição de dados utilizando o tomógrafo *Instant Non-Scanning*

Número de detectores	70
Detector	NaI
Geometria do tomógrafo	Fan-beam
Fontes	5 fontes de ^{192}Ir
Janela de energia	Janela aberta (200 keV a 618 keV)
Portas-fonte	Tungstênio
Distância fonte-detector	780 mm
Distância fonte-objeto	390 mm
Atividade da fonte	~ 4,44 GBq (120 mCi)
Coluna	PMMA
Dimensão da coluna	Ø 9,0 x 140 cm

Fonte: autor da tese.

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Na Fig. 65 são mostrados três sinogramas referentes às medidas nas janelas de 200 keV a 377 keV (Fig. 65a), 420 a 520 keV (Fig. 65b), e janela aberta entre 200 a 618 keV (Fig. 65c) utilizando o tomógrafo de terceira geração e fonte radioativa selada de ^{192}Ir .

Figura 67 - Imagem do sinograma do fantom multifásico obtida pela janela de energias entre 200 keV a 377 keV (a); 420 e 520 keV (b); janela de energia aberta entre 200 keV a 618 keV, e fonte radioativa selada de ^{192}Ir .

Fonte: autor da tese.

As imagens reconstruídas a partir destes sinogramas pelo método analítico (FBP) utilizando os filtros indicados na Fig. 58 estão apresentadas na Fig. 66. A Fig. 67 mostra as imagens reconstruídas pelos métodos iterativos.

Figura 68 - Imagens da reconstrução do fantom multifásico pelo método analítico para os diferentes filtros e janelas de energias utilizadas.

Fonte: autor da tese.

Figura 69 - Imagens da reconstrução do fantom multifásico pelo método iterativo para os diferentes algoritmos e janelas de energias utilizadas

Fonte: autor da tese.

As Figs. 66 e 67 foram reconstruídas conforme descrito na “seção 4. Material e métodos”. A frequência de corte para os filtros utilizados pelo método analítico foi de 80% da frequência de Nyquist, e a ordem do filtro *Butterworth* foi de 20. Para os métodos iterativos, o número de iterações foi de 100 e o parâmetro de relaxamento utilizado foi de 0,8.

Analizando as imagens reconstruídas e comparando-as para as três janelas de energia da emissão da fonte radioativa selada de ^{192}Ir , pode-se observar que as imagens obtidas pela janela de 200 keV a 377 keV apresentaram artefatos (sombras) ao redor da barra de ferro. Este artefato também pode ser observado para as imagens obtidas pela janela aberta (200 keV a 618 keV). Isso ocorre em decorrência da densidade do ferro ($\rho \cong 7,874 \text{ g/cm}^3$) que é elevada, fazendo com que energias mais baixas sejam atenuadas, e consequentemente, diminuindo os seus registros pelos detectores. Para os outros materiais do fantom, como o alumínio e o vidro, por apresentarem menores densidades, este artefato não ocorre.

Para as imagens obtidas pela janela de 420 keV a 520 keV, este artefato não aparece, uma vez que as energias são mais elevadas e, portanto possuem maior probabilidade de atravessar a barra de ferro.

Em contra partida, as medidas na janela de 200 keV a 377 keV e na janela aberta (200 keV a 618 keV) apresentam maiores números de contagens quando comparados com a janela de 420 keV a 520 keV, como pode ser observado no espectro de emissão da fonte radiativa selada de ^{192}Ir mostrada na Fig. 57. Neste sentido, a estatística de contagem para a janela de 200 keV a 377 keV e a janela aberta (200 keV a 618 keV) é mais favorável quando comparada com janela de 420 keV a 520 keV, de modo que as suas imagens sejam menos ruidosas.

A resolução espacial foi calculada pela técnica da $\text{MTF}(f)$ utilizando as imagens do fantom multifásico (Fig. 56). Quanto à avaliação do ruído avaliada pelo parâmetro NPS, foi efetuada pelas imagens do fantom homogêneo (Fig. 60). As imagens obtidas do fantom homogêneo pelo método analítico estão mostradas na Fig. 68 e pelos métodos iterativos na Fig. 69.

Figura 70 - Imagens da reconstrução do fantom homogêneo pelo método analítico para os diferentes filtros e janelas de energias utilizadas

Fonte: autor da tese.

Figura 71 - Imagens da reconstrução do fantom homogêneo pelo método iterativo para os diferentes algoritmos e janelas de energias utilizadas

Fonte: autor da tese.

5.1. Análise da qualidade das imagens reconstruídas pelos parâmetros MTF e NPS.

Uma imagem é composta por varias faixas de frequência, na qual as baixas frequências caracterizam o corpo da imagem e as altas frequências caracterizam os detalhes da imagem. Este fenômeno pode ser observado nas Figs. 13 e 14. Ao utilizar de filtros, se estes possuir como característica “passar as baixas frequências”, então este irá eliminar as altas frequências, e consequentemente irá reduzir os detalhes da imagem, diminuindo o ruído estatístico e desfocando a imagem. Se o filtro “deixar passar as altas frequências”, então este irá melhorar a resolução espacial da imagem, porém aumentará o ruído estatístico. Para demonstrar este efeito, reconstruiu-se, utilizando o método analítico, os sinogramas dos fantoms multifásico e homogêneo, aplicando o filtro *Shepp-Logan* variando as frequências de corte entre 10, 20 e 80 % da frequência de Nyquist. Como o tamanho do pixel da matriz de 128x128 é de 1,47 mm, então a frequência de Nyquist é de aproximadamente 0,34 ($F_{Ny} = \frac{1}{2P}$, sendo P o tamanho do Pixel). A Fig. 70 mostra a imagem reconstruída do fantom multifásico com o filtro *Shepp-Logan* em 10% de Nyquist (Fig. 70A), o filtro *Shepp-Logan* (Fig. 70B), a MTF(*f*) (Fig. 70C), e a NPS (Fig. 70D), todas em 10% de Nyquist.

Figura 72 - Imagem reconstruída do fantom multifásico com o filtro *Shepp-Logan* (A), filtro *Shepp-Logan* (B), MTF(*f*) (C) e a NPS (D), todas em 10% de Nyquist

Fonte: autor da tese.

Observa-se que com o filtro na frequência de corte em 10% de Nyquist, a imagem formada eliminou muito as altas frequências, reconstruindo uma imagem com baixa resolução espacial, reduzindo o ruído e desfocando a imagem. A Fig. 71 apresenta o mesmo procedimento, alterando somente a frequência de corte de 10% para 20% da frequência de Nyquist.

Figura 73 - Imagem reconstruída do fantom multifásico pelo o filtro *Shepp-Logan* em 20% de Nyquist (A), filtro *Shepp-Logan* em 10% e 20% de Nyquist (B), MTF(f) em 10% e 20% de Nyquist (C), e NPS em 10% e 20% de Nyquist (D)

Fonte: autor da tese

Alterando a frequência de corte para 20%, observa-se que o filtro aumenta a sua amplitude (Fig. 71A). Desta forma, com frequências mais altas, a resolução espacial melhora, como mostra a curva da MTF(f) (Fig. 71C), e, conseqüentemente, permite que ruídos pertencentes a esta faixa de frequência sejam adicionados a imagem. Como a amplitude do filtro em 20% da frequência de Nyquist é maior que o filtro em 10%, então o ruído aumenta proporcional a esta amplitude, como mostra a curva da NPS (Fig. 71D). A Fig. 72 mostra o mesmo procedimento de filtragem, contudo para frequência de corte em 80% de Nyquist. Além de aumentar as frequências da imagem, a amplitude do filtro aumenta consideravelmente. Comparada ao filtro em 10% de Nyquist, a resolução espacial melhora significativamente, como mostra a curva da MTF(f) (Fig. 72C), entretanto, os ruídos pertencentes a frequência filtro em 80% são adicionados na imagem. O aumento do ruído esta mostrada na curva da NPS (Fig. 72D). Nesse sentido, existe uma relação proporcional entre resolução e ruído, ao aumentar a resolução

espacial, aumenta o ruído da imagem. Por este motivo, é importante estudar a relação sinal ruído de imagens.

Os métodos de análises de resolução e ruído pela MTF e NPS, respectivamente, são ferramentas valiosas para estudos de desempenhos de sistemas de imagens.

Figura 74 - Imagem reconstruída do fantom multifásico com o filtro *Shepp-Logan* em 80% de Nyquist (A), filtro *Shepp-Logan* em 10% e 80% de Nyquist (B), MTF(f) em 10% e 80% de Nyquist (C), e NPS em 10% e 80% de Nyquist (D)

Fonte: autor da tese.

5.2. Avaliação do método analítico

A Fig. 73 mostra a comparação dos resultados da resolução espacial [MTF(f)] utilizando a FBP para os diferentes filtros aplicados entre as janelas de energias da fonte radioativa selada de ¹⁹²Ir. As aquisições realizadas com janela de energia aberta (200 keV a 618 keV) apresentaram melhor resolução espacial comparada com as outras janelas de energias da fonte radioativa de ¹⁹²Ir. A janela de 200 keV a 377 keV apresentou resolução pior que a janela aberta (200 keV a 618 keV), contudo apresenta uma resolução espacial melhor que janela de 420 keV e 520 keV. A janela entre 420 keV e 520 keV apresentou pior resolução espacial entre as três analisadas.

A Fig. 74 mostra a comparação entre os ruídos dos filtros utilizados pelas janelas de energias. A janela de 420 keV a 520 keV apresentou imagens mais ruidosas quando comparadas as outras janelas de energia. A janela aberta apresentou imagens menos ruidosas, uma vez que abrange mais quantidade de fótons.

Figura 75 - Análises das MTF(f) das imagens obtidas pelos filtros utilizados nas janelas de energias estudadas para a fonte radioativa selada de ^{192}Ir

Fonte: autor da tese.

Figura 76 - Análises das NPS das imagens obtidas pelos filtros utilizados nas janelas de energias estudadas para a fonte radioativa selada de ^{192}Ir

Fonte: autor da tese.

Cada filtro utilizado possui uma característica própria. O filtro Ramp é por propriedade um filtro passa-alta, consequentemente, apresenta mais detalhes comparados aos filtros passa-baixa, e, portanto possui uma melhor resolução espacial, como mostra a Fig. 75. Entretanto, é possível observar pela Fig. 74 que este tipo de filtro permite ruídos de mais faixas de frequência.

Os outros filtros utilizados são por propriedades filtros passa-baixa, portanto, frequências mais altas serão barradas por estes filtros, diminuindo a resolução espacial e reduzindo o ruído. Estes filtros podem ser observados na Fig. 58.

Pela Fig. 75, o comportamento da resolução e do ruído foram os mesmos para as três janelas de energias estudadas, onde os filtros Ramp e *Butterworth* apresentaram melhores resoluções espaciais, contudo apresentaram mais ruídos do que os outros filtros, e os filtros Hamming e Hanning apresentaram piores resoluções e menores ruídos.

Figura 77 - Comparação da MTF(f) e Noise Power Spectrum (NPS) entre os filtros aplicados no método analítico para as janelas de energias estudadas, utilizando a fonte radioativa selada de ^{192}Ir

Fonte: autor da tese.

A tabela 3 mostra a relação contraste ruído (CNR) das imagens reconstruídas pelo método analítico para os diferentes filtros e energias.

Tabela 4: Relação contraste e ruído (CNR) das imagens reconstruídas pelo método analítico para os diferentes filtros e energias.

Filtro Janela (keV)	Ramp	<i>Butterworth</i>	<i>Shepp-Logan</i>	Hamming	Hanning	Cosseno
200 a 377	0,9822	1,0557	1,1588	1,5639	1,5281	1,3780
420 a 520	0,7329	0,7898	0,8656	1,1803	1,2224	1,0563
Janela Aberta (200 a 618)	1,0215	1,0932	1,1820	1,5702	1,6125	1,4094

Fonte: autor da tese.

Pela tabela 3, os filtros Hamming e Hanning apresentam melhor CNR. Apesar de estes filtros apresentarem menor resolução espacial, os mesmos apresentam menores ruídos, e quando correlacionados, apresentam melhor CNR comparada aos outros filtros. A janela aberta de energia para todos os filtros teve valores de CNR maiores comparados às outras janelas de energias.

A tabela 4 apresenta os valores do erro quadrático médio (RMSE). Pela tabela, é possível verificar que os filtros não apresentaram alterações significativas quando analisadas pelas linhas das janelas de energias. As reconstruções de imagens pela janela aberta se aproximaram mais do valor teórico comparada com as outras janelas de energias.

Tabela 5: Erro quadrático médio (RMSE) das imagens reconstruídas pelo método analítico para os diferentes filtros e energias.

Filtro Janela (keV)	Ramp	<i>Butterworth</i>	<i>Shepp-Logan</i>	Hamming	Hanning	Cosseno
200 a 377	0,0581	0,0573	0,0562	0,0543	0,0543	0,0592
420 a 520	0,0672	0,0651	0,0627	0,0585	0,0585	0,0597
Janela Aberta (200 a 618)	0,0464	0,0459	0,0453	0,0444	0,0444	0,0446

Fonte: autor da tese

Após todos os resultados obtidos para o método analítico, as reconstruções pela janela aberta apresentaram melhor resolução espacial, menor ruído, melhor relação contraste ruído e melhor erro quadrático médio. A janela de 420 keV a 520 keV de energia apresentar pior desempenho nas análises.

Os filtros Ramp e *Butterworth* apresentam melhor resolução espacial, pois permitem mais altas frequências, consequentemente permitem mais ruídos nas imagens. Em

contrapartida, os filtros Hamming e Hanning apresentaram pior resolução espacial, pois filtram mais altas frequências, diminuindo o ruído. Contudo apresentaram melhor CNR.

5.3. Avaliação dos métodos iterativos

O Apêndice 1 apresenta as avaliações da resolução espacial pela $MTF(f)$ dos algoritmos iterativos desenvolvidos no trabalho utilizando o software Matlab®r2013b, quando comparados pelas janelas de energias estudadas. Diferentemente da reconstrução analítica, as reconstruções iterativas iniciam-se com um “chute inicial” e posteriormente inicia-se o processo iterativo. Esse procedimento é mostrado na Fig. 38.

No Apêndice 1, as curvas da MTF mostram que a resolução espacial da imagem melhora conforme aumenta o número de iterações. Esse fenômeno ocorre para todas as janelas de energias estudadas e todos os algoritmos desenvolvidos. Para apresentar o crescimento da resolução espacial em função do aumento no número de iterações, realizou-se a área sob a curva das MTF em cada iteração nas três janelas de energias, para cada algoritmo. A área sob a curva também está evidenciada no Apêndice 1.

Assim como nas avaliações dos filtros utilizados no método analítico, a análise da área sob a curva das MTF mostrou que a janela de energia aberta apresenta melhor resolução espacial comparada às outras janelas estudadas. A janela entre 420 keV e 520 keV de energia apresentou a pior resolução espacial. Como demonstrado anteriormente, a resolução espacial melhora com o aumento das altas frequências (detalhes na imagem), consequentemente, permite que ruídos de maiores frequências sejam adicionados na imagem. As curvas da NPS, mostradas no Apêndice 2, mostram que quando o processo iterativo aumenta, o ruído também aumenta para todos os algoritmos e janelas de energias.

A área sob a curva da NPS, apresentada no Apêndice 2, mostra que a janela de 420 keV e 520 keV possui maior ruído, e a janela aberta apresenta menor ruído, para todos os algoritmos. Este fato ocorre em função do janelamento dos picos de energia no espectro, onde a quantidade de fótons para a janela de 420 keV a 520 keV é menor comparada às outras janelas estudadas.

A Fig. 76 mostra a comparação das áreas sob a curva da MTF e da NPS para os diferentes algoritmos pelas janelas de energias. Por esta figura percebe-se que os algoritmos DSGA e MLEM (estatísticos), SIRT e ART (algébricos) tiveram mesmo comportamento. O MLTR e o SMART foram muito parecidos durante as iterações. O

MLEM e o DSGA apresentaram melhor resolução durante todo processo de iteração, onde no final da centésima iteração, os algoritmos ART e SIRT se aproximaram dos algoritmos MLEM e DSGA.

A análise do ruído, ainda na Fig. 76, mostra que o MLEM e o DSGA possuem maior ruído para as janelas de 200 keV a 377 keV, e 420 keV e 520 keV. Na janela aberta (200 keV a 618 keV), a análise dos ruídos mostrou que estão muito próximos entre os algoritmos, utilizando a fonte radioativa selada de ^{192}Ir .

Figura 78 - Comparação das áreas sob a curva da MTF e da *Noise Power Spectrum* (NPS) para os diferentes algoritmos desenvolvidos pelas janelas de energias

Fonte: autor da tese.

A relação contraste ruído (CNR), na Fig. 77, mostra que para todos os algoritmos iterativos desenvolvidos, a janela aberta (200 keV a 618 keV) apresentou melhor desempenho que as outras janelas de energias estudadas durante o processo iterativo.

A Fig. 78 mostra a comparação da CNR entre os algoritmos iterativos, onde o SMART e o MLTR apresentaram melhor desempenho, e os algoritmos DSGA e MLEM apresentaram pior rendimento.

Figura 79 - Comparação da relação contraste e ruído (CNR) dos algoritmos desenvolvidos entre as janelas de energias após 100 iterações

Fonte: autor da tese.

Figura 80 - Comparação da CNR para cada janela de energia entre os algoritmos desenvolvidos após 100 iterações

Fonte: autor da tese.

A tabela 5 apresenta os valores da CNR após 100 iterações. Com esta tabela é possível comparar os valores da CNR do método analítico para os diferentes filtros estudados (tabela 3). Analisando ambas as tabelas, o método analítico, em sua maioria, apresentou melhor CNR comparada aos métodos iterativos.

Tabela 6: Relação contraste e ruído (CNR) das imagens reconstruídas pelo método iterativo para os diferentes filtros e energias.

Algoritmo	ART	SIRT	SMART	DSGA	MLEM	MLTR
Janela (keV)						
200 a 377	1,0336	1,0336	1,0892	0,9445	0,9449	1,1158
420 a 520	0,7631	0,7631	0,7923	0,6913	0,6913	0,8066
Janela Aberta (200 a 618)	1,0884	1,0884	1,1506	1,0163	1,0162	1,1755

Fonte: autor da tese.

A avaliação do erro quadrático médio (RMSE) dos algoritmos iterativos mostrou que para as janelas estudadas, a janela aberta (200 keV a 618 keV) apresentou melhor desempenho, onde o valor experimental se aproximou mais do valor teórico comparado com as outras janelas, e a janela de 420 keV a 520 keV apresentou pior desempenho. Essa avaliação pode ser observada na Fig. 79. Observando o comportamento da RMSE para as 100 iterações, após a 20ª iteração o comportamento das curvas se mantém quase que constante, mostrando que não há muita diferença e que o processo iterativo poderia cessar neste valor. Contudo, pelas análises da resolução espacial realizadas, percebe-se que conforme o numero de iterações aumenta, a resolução aumenta também, evidenciando a importância do estudo da qualidade de imagens.

Figura 81 - Comparação do erro quadrático médio (RMSE) das imagens reconstruídas pelo método iterativo pelos algoritmos desenvolvidos entre as janelas de energias

Fonte: autor da tese.

A tabela 6 apresenta os valores da RMSE para os algoritmos iterativos na centésima iteração. Comparando os valores encontrados com os valores da tabela 4 (RMSE para o método analítico com diferentes filtros), percebe-se que não houve variação significativa, mostrando que este parâmetro de comparação, nas condições de reconstrução estabelecidas, os métodos de reconstrução foram bem parecidos, evidenciando que ambos possuem o mesmo desempenho em convergir o resultado para o valor teórico do coeficiente de atenuação linear.

Tabela 7: Valores da RMSE para os algoritmos iterativos desenvolvidos na centésima iteração

Algoritmo	ART	SIRT	SMART	DSGA	MLEM	MLTR
Janela (keV)						
200 a 377	0,0536	0,0536	0,0513	0,0510	0,0510	0,0498
420 a 520	0,0632	0,0632	0,0635	0,0573	0,0573	0,0551
Janela Aberta (200 a 618)	0,0431	0,0431	0,0405	0,0400	0,0400	0,0395

Fonte: autor da tese.

A tabela 7 mostra o tempo gasto em cada algoritmo para interagir 100 vezes, em uma matriz de 128 x 128, com o “chute inicial” sendo uma matriz de zeros para os algoritmos algébricos e outra bem próxima de zero para os estatísticos. Por esta tabela é possível verificar que o algoritmo ART leva menos tempo para realizar 100 iterações quando comparado com os outros algoritmos, e o MLEM leva mais tempo para realizar as 100 iterações.

Tabela 8: Tempo utilizado em cada algoritmo iterativo para realizar 100 iterações.

ALGORITMO	TEMPO (s)
ART	23,99 ± 0,77
SIRT	202,79 ± 1,05
SMART	217,43 ± 1,21
DSGA	406,66 ± 1,78
MLEM	1591,82 ± 2,1
MLTR	536,76 ± 1,82

Fonte: autor da tese.

Os métodos iterativos apresentaram melhor resolução espacial quando comparados com os métodos analíticos para todos os filtros analisados. A Fig. 80 mostra a comparação do filtro que fornece melhor resolução espacial pelo método analítico [Filtro Ramp de janela aberta (200 keV a 618 keV)], com o considerado pior dos métodos iterativos

após, 100 iterações (algoritmo MLTR de janela de 420 keV a 520 keV). Por esta figura é possível perceber que ambos tiveram mesmo comportamento, nesse sentido, para qualquer algoritmo iterativo desenvolvido, o desempenho da resolução espacial será igual ou melhor que qualquer outro filtro utilizado no método analítico anteriormente demonstrado após 100 iterações.

Figura 82 - Comparação da MTF(f) da imagem obtida do fantom multifásico pela janela aberta (200 keV a 618 keV) utilizando o método analítico com o filtro Ramp, e pelo método iterativo MLTR de janela entre 420 keV a 520 keV após 100 iterações

Fonte: autor da tese.

5.4. Resultados do tomógrafo *Instant Non-Scanning*

A Fig. 81 apresenta um sinograma obtido da coluna de bolhas pelo tomógrafo *Instant Non-Scanning*. É possível observar por esta figura que a quantidade de informação coletada é bem menor que o sinograma obtido pelo tomógrafo de terceira geração, uma vez que esse tomógrafo possui menores números de projeções e de detectores.

Figura 83 - Sinograma da coluna de bolhas obtido pelo tomógrafo *Instant Non-Scanning* utilizando janela aberta (200 keV a 618 keV)

Fonte: autor da tese.

As imagens reconstruídas do sinograma mostrado na Fig.81 utilizando os métodos analíticos e iterativos estão apresentadas nas Fig. 82 e Fig. 83 respectivamente.

Figura 84 - Imagens da reconstrução da coluna de bolhas pelo método analítico para os diferentes filtros, utilizando janela aberta (200 keV a 618 keV) do espectro de energia da fonte radioativa selada de ^{192}Ir

Fonte: autor da tese.

Figura 85 - Imagens da reconstrução da coluna de bolhas pelo método iterativo para os diferentes algoritmos desenvolvidos, utilizando janela aberta (200 keV a 618 keV) do espectro de energia da fonte radioativa selada de ^{192}Ir

Fonte: autor da tese.

A Fig. 82 mostra as reconstruções utilizando os filtros estudados pelo método analítico. Apesar de apresentar com nitidez a bolha subindo pela coluna, o algoritmo não manteve o formato da coluna comprometendo a imagem, além de apresentar muitos artefatos nas extremidades da imagem. Este problema é ocorrido em função da baixa quantidade de projeções realizadas pelo tomógrafo *Instant Non-Scanning*.

A Fig. 83 mostra as reconstruções utilizando os métodos iterativos desenvolvidos. Por este método de reconstrução, a imagem reconstruída manteve o formato da coluna, além de apresentar com nitidez a bolha passando pela coluna, e poucos artefatos nas extremidades da imagem comparada ao método analítico. Os algoritmos SMART, DSGA, MLEM e MLTR conseguem apresentar o contorno da coluna de PMMA.

Nos casos de aquisição de imagens com poucas projeções e poucos raios, os métodos iterativos possuem melhor desempenho, uma vez que apresentam menos artefatos na reconstrução, conservando melhor as estruturas dos objetos analisados. A desvantagem deste método iterativo é o tempo de reconstrução, contudo para uma matriz baixa, como a utilizada, 32x32, o tempo para 100 iterações foi baixo, como apresentado na tabela 8.

Tabela 9: Tempo utilizado por cada algoritmo iterativo para realizar 100 iterações.

ALGORITMO	TEMPO (s)
ART	0,581±0,0491
SIRT	0,634 ±0,0091
SMART	0,812 ± 0,0166
DSGA	0,811 ± 0,0684
MLEM	1,416 ± 0,0565
MLTR	1,424± 0,1381

Fonte: autor da tese.

Diferentemente do tomógrafo de terceira geração, onde a resolução espacial é alta, o tomógrafo *Instant Non-Scanning* apresenta baixa resolução espacial. Em contrapartida, sua resolução temporal é alta, o que permite fazer análises de processos multifásicos dinâmicos.

6. CONCLUSÃO

A proposta da tese de desenvolver algoritmos de reconstrução de imagens, tanto o método analítico quanto os métodos iterativos, para serem implementados nos tomógrafos industriais desenvolvidos no laboratório de tomografia do Centro de Tecnologia das Radiações, no IPEN-CNEN/SP foi alcançado.

As imagens obtidas do fantom multifásico pelo tomógrafo de terceira geração apresentaram qualidade de imagem muito boa, para as três janelas de energias do espectro do ^{192}Ir estudadas.

As comparações dos filtros utilizados pelo método analítico, mostraram que o filtro Ramp apresentou melhor resolução espacial $[\text{MTF}(f)]$ comparado aos outros filtros implementados. Este filtro é de natureza “passa-alta”, consequentemente mais altas frequências serão incluídas na imagem, melhorando a resolução espacial. Os outros filtros são de natureza “passa-baixa”, nesse caso diminui a quantidade de altas frequências na imagem piorando a resolução espacial.

No caso da análise dos ruídos o processo se inverte, uma vez que os filtros “passa-baixa” diminuem a quantidade de altas frequências, e consequentemente diminuem os ruídos pertencentes a estas frequências, fazendo com que a imagem fique mais desfocada. O filtro de alta frequência permite que mais quantidades de frequências sejam adicionadas na imagem, consequentemente o ruído é maior. Esta análise foi realizada pela NPS.

A avaliação da relação contraste e ruído (CNR) dos filtros mostrou que os filtros Hamming e Hanning apresentaram melhor relação comparada aos outros. Contudo isso não significa que apresentaram melhor qualidade de imagem, uma vez que suas imagens tiveram piores resolução espacial e imagens mais desfocadas, pois filtram bastante perdendo em qualidade.

O erro quadrático médio, feita pela RMSE, mostrou que em todas as imagens reconstruídas com os filtros utilizados não apresentaram muita variações entre si.

Na comparação entre as janelas de energias da fonte radioativa selada de ^{192}Ir , a janela de energia aberta (200 keV a 618 keV) apresentou melhor desempenho em todas as avaliações feitas, seguida da janela de 200 keV a 377 keV, e a que apresentou pior desempenho foi a janela entre 420 keV a 520 keV de energia. Um fator importante que faz com que as imagens da janela de 420 keV a 520 keV sejam pior é a baixa

quantidade de fótons nesta região, que aumenta o ruído das imagens, e sua alta energia diminui o contraste da imagem.

Nas reconstruções utilizando os métodos iterativos, a análise da MTF mostrou que quanto maior o número de iteração melhor é a resolução espacial. Nesse sentido, para obter uma imagem com boa qualidade, necessita iteragir certa quantidade de vezes. Consequentemente, este método de reconstrução demanda de um poder computacional elevado, fazendo com que as imagens demorem a serem reconstruídas. Nas análises dos tempos de reconstrução, o algoritmo ART levou menos tempo para realizar 100 iterações ($23,99 \pm 0,77$ s) comparadas aos outros algoritmos (tabela 7). Esse tempo tende a aumentar para matrizes maiores que a utilizada nesta tese (128×128).

O comportamento da NPS dos algoritmos iterativos foi parecido com o da MTF, ou seja, quanto maior o número de iteração, maior o ruído.

Os algoritmos DSGA e o MLEM apresentaram desempenho muito parecido. Para a análise de resolução espacial, estes dois apresentaram melhor desempenho que os outros. Contudo apresentaram mais ruídos que os outros algoritmos. Os algoritmos MLTR e SMART apresentaram menos ruído que os outros iterativos, além de apresentar melhor CNR para maiores iterações. A avaliação da RMSE não apresentou variações significativas entre os algoritmos para as janelas de energias estudadas.

Nos métodos iterativos, a janela de energia aberta (200 keV a 618 keV) apresentou melhor qualidade de imagem para todos os algoritmos, a janela de 420 keV a 520 keV de energia apresentou a pior qualidade. Entretanto, comparando os algoritmos iterativos com o método analítico, para todas as janelas de energia, este apresentou melhor resolução espacial.

O ruído apresentado pelo método analítico foi menor, isso é decorrente dos filtros utilizados e da resolução do sistema, que modula mais os ruídos de altas frequências quando comparados aos métodos iterativos.

Para o tomógrafo *Instant Non-Scanning*, o método analítico não foi muito satisfatório, uma vez que este método degrada mais a qualidade da imagem conforme diminui o número de projeções do que os métodos iterativos, além do surgimento de muitos artefatos nas extremidades da imagem. Nesse sentido, a reconstrução utilizando os métodos iterativos para este tipo de tomógrafo é o mais indicado.

REFEÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] NIKITIN, V., KARAVAEVA, E., CHEREPENNIKOV, Y., & MILOICHKOVA, I. The application of computed tomography and magnetic resonance imaging at diagnostics of the human maxillofacial system. **IOP Conference Series: Materials Science and Engineering**, v. 135, p. 1-5, 2016.
- [2] CHIFFRE L., CARMAGNATO S., KRUTH J.P., SCHMITT R., WECKENMANN, A. Industrial applications of computed tomography, **CIRP Annals - Manufacturing Technology**, v. 63, n. 2, 2014.
- [3] IAEA-TECDOC-1589, Industrial Process Gamma Tomography Final report of a coordinated research project, 2003–2007. 2008.
- [4] VELO, A.F., HAMADA, M.M., CARVALHO, D.V.S., MARTINS, J.F.T., MESQUITA, C.H., A portable tomography system with seventy detectors and five gamma-ray sources in fan beam geometry simulated by Monte Carlo method. **Flow Measurement and Instrumentation**, v. 53, p. 89 – 94, 2017.
- [5] MESQUITA CH, DANTAS CR, COSTA FE, CARVALHO DVS, MADI Fo T., VASQUEZ PAS, HAMADA MM. Development of a Fourth Generation Industrial Tomography for Multiphase Systems Analysis. **IEEE Nuclear Science Symposium Conference Record**, n.01-7. p.19-22, 2010.
- [6] ROY, S., BAUER, T., LEHNER P., TUREK. T., AL-DAHMAN, M., Monoliths as Multiphase Reactors: **A Review. American Institute of Chemical Engineers**, v. 50, p. 2918 – 2938, 2004.
- [7] MESQUITA, C.H., VELO, A.F., CARVALHO, D.V.S., MARTINS, J.F.T., M.M. HAMADA, Industrial tomography using three different gamma ray. **Flow Measurement and Instrumentation**, v. 47, p. 1 -9, 2016.
- [8] CHAOUKI, J, LARACHI, F, DUDUKOVIC, M.P. Non-Invasive Monitoring of Multiphase Flows. In: CHAOUKI, J, LARACHI, F, DUDUKOVIC, M.P **Computer-assisted gamma and X-ray tomography: Application to multiphase flow In Non-Invasive Monitoring of Multiphase Flows**, 1st ed.; Elsevier: Amsterdam, The Netherlands, p 47 – 97, 1997.
- [9] ISMAILA, I., GAMIOB, J.C. Tomography for multi-phase flow measurement in the oil industry. **Flow measurement and instrumentation**. v. 16, p. 145-155, 2002.
- [10] JOHANSEN G.A. and JACKSON PETER. **Radioisotope Gauges for Industrial Process Measurements**, 1. ed. Wiley-Blackwell, 2004.
- [11] BUSHBERG, J.T., **The essential physics of medical imaging**. 1. ed. Lippincott Williams &Wilkins, 2, 2002.
- [12] PEREIRA, L.F.A. Development of a fast and cost-effective Computed Tomography system for industrial environments by incorporating priors into the imaging workflow. Tese (Doutorado em ciências da computação) Universidade Federal de Pernambuco. p. 98, 2018.
- [13] MESQUITA, CH; LEGOUPIL, S.; HAMADA, M.M. Development of an industrial computed tomography designed with a plastic scintillator position sensitive detector. **IEEE Nuclear Science Symposium Conference Record**, v.1, p. 540 – 544. 2005.

- [14] MESQUITA, C.H., CALVO, W.A.P., CARVALHO, D.V.S., SPRENGER, F.E., KIRITA, R., VASQUEZ, P.A.S., COSTA, F.E., HAMADA, M.M. Development of the Mechanical System on a Third-Generation Industrial Computed Tomography Scanner in Brazil. **Journal of Physical Science and Application**, v. 2, p. 158-165, 2012.
- [15] MAAD, R. **Design Optimization of High Speed Gamma-Ray Tomography**. Doctor of Philosophy in Physics. Department of Physics and Technology University of Bergen Norway, 2009
- [16] MAAD, R., e JOHANSEN GA. Experimental analysis of high-speed gamma ray tomography performance. **Meas. Sci. Technol.** v.19, p. 1-10, 2008
- [17] HERMAN, G.T. **Fundamentals of Computed Tomography: Image Reconstruction from Projections**. 2009
- [18] REZVANI, N. **Iterative Reconstruction Algorithm for Polyenergetic X-Ray Computed Tomography**. Tese de Doutorado, Universidade de Toronto, 2012.
- [19] KAK, A.C. Computed Tomography with X-Ray, Emission, and Ultrasound Sources. **Proceedings of the IEEE**. v. 67, No. 9, p. 1245 – 1269, 1979.
- [20] BROOKS, R.A. Principles of Computed Assisted Tomography (CAT) in Radiographic and Radioisotopic Imaging. **Physic in Medicine and Biology**. v. 21, No. 5, p. 689-732, 1976.
- [21] KAK, A., STANLEY, M. **Principles of Computerized Tomographic Imaging**, SIAM, Philadelphia, PA. 2001.
- [22] RADON J. On the determination of functions from their integrals along certain manifolds [in German]. **Math Phys Klass.** v.69, p.262–277, 1917.
- [23] SALVADOR, P.A.V. **Análise de sistemas multifásicos utilizando tomografia computadorizada gama monoenergética e polienergética**. Tese (Doutorado em Tecnologia Nuclear – Aplicações). Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares – IPEN/CNEN – SP. 2008
- [24] KAK. A.C., Algorithms for Reconstruction. **Cardiovascular Imaging and Image Processing: Theory and Practice**. p 163 – 176, 1976.
- [25] ROSENFELD, A., KAK, A.C, **Digital Picture Processing**, 2 ed. Nova York, NY:Academic Press, 1982.
- [26] AARSVOLD, J.N. **The fundamentals of PET and SPECT**, 2 ed. Miles N. Wernick, 2004.
- [27] CHERRY, S.R., SORESON, J.A., PHELPS, M.E. **Physics in Nuclear Medicine**, 4 ed, Saunders Elsevier, Phyladelphia 2012.
- [28] GANZALEZ, R.C., WOODS, R.E., EDDINS, S.L. Digital Image Processing using MATLAB. 1 ed. Pearson Education, Inc. 2004.
- [29] LYRA, M., PLOUSSI, A., ROUCHOTA, M., SYNEFIA, S. Filters in 2D and 3D Cardiac SPECT Image Processing. **Cardiology Research and Practice**. p. 1-11, 2014
- [30] LYRA, M., PLOUSSI, A., Filtering in SPECT Image Reconstruction. **International Journal of Biomedical Imaging**. p. 1-14, 2011.
- [31] BRYANT, P.P. Analytic and Iterative Reconstruction Algorithms in SPECT, **The Journal of Nuclear Medicine**. v. 43, No. 10, p. 1343- 1358, 2002.

- [32] MAO, Y.I., ZENG, G.L. A tailored ML-EM algorithm for reconstruction of truncated projection data using few view angles. **Phys Med Biol.** v.12, p.157-169, 2013.
- [33] NUYTS, J., MAN, B., FESSLER, J.A., ZBIJEWSKI, W., BEEKMAN, F.J. Modelling the physics in iterative reconstruction for transmission computed tomography. **Physics in Medicine and Biology.** v. 12, No. 12, p. 1-42, 2013.
- [34] POPA, CONSTANTIN, ZDUNEK, R., Kaczmarz Extended **Algorithm for Tomographic Image Reconstruction from Limited – Data.** 2003. Disponível em <<http://www.bsp.brain.riken.jp/~zdunek/MCS.PDF>>. Acessado em 21 jul 2018.
- [35] HERMAN, G.T. **Algorithms for Computed Tomography.** CRC Press LLC, 1999
- [36] GILBERT P. Iterative Method for the Reconstruction of Three Dimensional Objects from their projection. **Journal Theor. Biol.**, v. 36, p. 105-117, 1972
- [37] BYRNE, C., Iterative Algorithms in Tomography, 2005, Universidade de Massachusetts, Departamento de Ciências Matemáticas. Disponível em <<https://pdfs.semanticscholar.org/a342/4bdfa4f338a30b549dcfd21a04968c8fb42a.pdf>,> Acessado em 21 jul 2018.
- [38] ROCHA, B.M. **O uso da Divergência de Kullback-Leibler e da Divergência Generalizada como medida de similaridade em sistemas CBIR.** Dissertação (Mestrado em Ciências da Computação), Univesidade Federal de Uberlândia, 2015.
- [39] BYRNE, C.L., Convergent Block – Iterative Algorithms for Image Reconstruction from Inconsistent Data. **IEEE Transactions on Image Processing.** v. 6, No. 9, 1997.
- [40] CHU, D.I, BROWN, H.C., CHU, M.T., **On Least Squares Euclidean Distance Matrix Approximation and Completion.** Disponível em <<http://www4.ncsu.edu/~mtchu/Research/Papers/distance03.pdf>>. Acessado em 21 jul 2018.
- [41] CHANG, X.W., PAIGE, C.C. Euclidean distances and least squares problems for a given set of vectors. **Applied Numerical Mathematics.** v. 57, p. 1240 – 1244, 2007.
- [42] DOKMANIC, I., PARHIZKAR, R., RANIERI, J., VETTERLI, M. **Euclidean Distance Matrices Essential Theory, Algorithms and Applications.** Disponível em <<https://arxiv.org/pdf/1502.07541.pdf>>. Acessado em 21 jul 2018.
- [43] SHEPP, L.A, VARDI Y. Maximum likelihood reconstruction for emission tomography. **IEEE Trans Med Imaging.** p.113–122, 1982
- [44] LANGE K., CARSON R. EM reconstruction algorithms for emission and transmission tomography. **J Comput Assist Tomogr.** v. 8, p. 306–316, 1984.
- [45] DEMPSTER A., LAIRD N, RUBIN D. Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm. **J R Stat Soc [B].** v. 39, p.1–38, 1977.
- [46] KAUFMAN L. Implementing and accelerating the EM algorithm for positron emission tomography. **IEEE Trans Med Imaging.** v. 6, p. 37–51, 1987.
- [47] KAUFMAN L. Maximum likelihood, least squares and penalized least squares for PET. **IEEE Trans Med Imaging.** v. 12, p. 200–214, 1993.
- [48] NUYTS, J., KIM, J., FULTON, R. **Iterative CT Reconstruction with Correction for Known Rigid Motion.** Disponível em <ftp://kumulus.uzleuven.be/pub/nuyts/publications/Nuyts_Kim_Fulton_CTmotion.pdf>

Acessado em 21 jul 2018..

- [49] SONKA, M., FITZPATRICK, J.M., **Handbook of Medical Imaging, Volume 2. Medical Image Processing and Analysis**. Spie Press, Washington USA, 2004.
- [50] BEISTER, M., KOLDITZ, D., KALENDER, W.A., Iterative Reconstruction Methods in X-ray CT. **Physica Medica**. v. 28, p. 94 – 108, 2012.
- [51] SMITH, S.W., **The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing**. 1994
- [52] SAMEI, E. Performance of Digital Radiographic Detectors: Quantification and Assessment Methods. **Advances in Digital Radiography: RSNA Categorical Course in Diagnostic Radiology Physics**. p. 37-47, 2003..
- [53] SAMEI, E., FLYNN, M.J. A Method for Measuring the Presampled MTF of Digital Radiographic Systems using an Edge Test Device. **Medical Physics**. v. 25, p. 102 – 113, 1998.
- [54] WEEKS, M. **Processamento Digital de Sinais utilizando MATLAB e WAVELETS**. 2 ed. GEN. 2012.
- [55] WILILMS, M.B., ELIZABETH A., STRAUSS, K. J., BREEDEN, W.K., Mark S. RZESZOTARSKI, M.S., APPEGATE K., WYATT M., BJORK S., J. SEIBERT A., **Digital Radiography Image Quality: Image Acquisition**. American College of Radiology; v. 4,p. 371-388, 2007
- [56] DOBBINS III, J., SAMEI E., RANGER N., CHEN Y. Intercomparison of methods for image characterization. II. Noise power spectrum b).**Med Phys**. v. 33, 2006..
- [57] KIJEWski, M.F., JUDY, P.,F. The Noise Power Spectrum of CT Images. **Physics in Medicine and Biology**. v. 32, No. 5, p. 565 – 575, 1987.
- [58] BAEK, J., PELC, N.J., The Noise Power Spectrum in CT With Direct Fan Beam Reconstruction. **Medical Physics**. v. 35, p. 2074 – 2081, 2010.
- [59] RICHARD, S., HUSARIK, D.B, YADAVA, G., MURPHY, S.N., SAMEI, E. Towards task-based assessment of CT performance: System and object MTF across different reconstruction algorithms. **Medical Physics**. v. 9, p. 4115 – 4122, 2012.
- [60] BARCA, P., GIANNELLI, M., FANTACCI, M.E., CARAMELLA, D. Computed Tomography Imaging with the Adaptive Statistical Iterative Reconstruction (ASIR) Algorithm: Dependence of Image Quality on the Blending Level of reconstruction. **Australasian Physical & Engineering Sciences in Medicine**. v. 41, p. 463- 473, 2018.
- [61] CHRISTIANSON, O., CHEN, J.J.S., YANG, Z., SAIPRASAD, G., DIMA, A., FILIBEN, J.J, PESKIN, A., TRIMBLE, C., SIEGEL, E., SAMEI, E. An Improved Index of Image Quality for Task – Based Performance of CT Iterative Reconstruction Across Three Commercial Implementations. **Radiology**. v. 275, p. 725 – 734, 2015.
- [62] Disponível em <<https://physics.nist.gov/cgi-bin/Star/compos.pl?matno=104>>, Acesso em 21 jul 2018.

APÊNDICE 1: Avaliação da MTF(f) para 100 iteração para as janelas de energias estudadas.

Técnica de reconstrução algébrica (ART)

Técnica de reconstrução iterativa simultânea (SIRT)

Técnica de reconstrução multiplicativa simultânea (SMART)

200 a 377 keV

420 a 520 keV

Janela Aberta

Algoritmo de gradiente crescente diagonalmente escalonado (DSGA)

Técnica de estimativa de máxima verossimilhança (MLEM)

Máxima verossimilhança para tomografia de transmissão (MLTR)

APÊNDICE 2: Avaliação da NPS para 100 iteração para as janelas de energias estudadas.

Técnica de reconstrução algébrica (ART)

200 a 377 keV

420 a 520 keV

Janela Aberta

Técnica de reconstrução iterativa simultânea (SIRT)

200 a 377 keV

420 a 520 keV

Janela Aberta

Técnica de reconstrução multiplicativa simultânea (SMART)

200 a 377 keV

420 a 520 keV

Janela Aberta

Algoritmo de gradiente crescente diagonalmente escalonado (DSGA)

Técnica de estimativa de máxima verossimilhança (MLEM)

200 a 377 keV

420 a 520 keV

Janela Aberta

Máxima verossimilhança para tomografia de transmissão (MLTR)

INSTITUTO DE PESQUISAS ENERGÉTICAS E NUCLEARES
Diretoria de Pesquisa, Desenvolvimento e Ensino
Av. Prof. Lineu Prestes, 2242 – Cidade Universitária CEP: 05508-000
Fone/Fax(0XX11) 3133-8908
SÃO PAULO – São Paulo – Brasil
<http://www.ipen.br>

**O IPEN é uma Autarquia vinculada à Secretaria de Desenvolvimento, associada
à Universidade de São Paulo e gerida técnica e administrativamente pela
Comissão Nacional de Energia Nuclear, órgão do
Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovação.**