UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE FÍSICA

PAULO URBANO ÁVILA

**EFETIVIDADE DE ESTRATÉGIAS RESSIGNIFICANTES NO ENSINO APRENDIZAGEM DO
CONCEITO TENSÃO MECÂNICA E TENSOR, PARA O NÍVEL MÉDIO E SUPERIOR.**

SÃO PAULO - SP

2019

PAULO URBANO ÁVILA

Efetividade de estratégias ressignificantes no ensino aprendizagem do conceito tensão mecânica e tensor, para o nível médio e superior.

Versão Corrigida

(Versão original encontra-se na unidade que aloja o Programa de Pós-graduação)

Tese apresentada ao Instituto de Física da Universidade de São Paulo para a obtenção do título de Doutor em Ensino de Ciências.

Orientador: Prof. Dr. Oscar João Abdounur
(IME-USP)

São Paulo

2019

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

FICHA CATALOGRÁFICA
Preparada pelo Serviço de Biblioteca e Informação
do Instituto de Física da Universidade de São Paulo

Ávila, Paulo Urbano

Efetividade de estratégias ressignificantes no ensino aprendizagem do conceito tensão mecânica e tensor, para o nível médio e superior. São Paulo, 2019.

Tese (Doutorado) – Universidade de São Paulo. Faculdade de Educação, Instituto de Física, Instituto de Química e Instituto de Biociências.

Orientador: Prof. Dr. Oscar João Abdounur
Área de Concentração: Recursos Didáticos para o Ensino de Ciências.

Unitermos: 1. Física – Estudo e ensino; 2. Ressignificação; 3. Inovação em ensino; 4. Vetores; 5. Tensores; 6. Física dos materiais.

USP/IF/SBI-028/2019

A minha família, Nadia Said, Paulo Youssef,
André Yuri e Pedro Amin;

in memoriam a minha primeira professora
Sra. Florinda Chinelli Barros do Grupo Escolar Estadual Isai Leirner (1965 ate 1968);

e a meus pais Sr. Sebastião Bueno e Sra. Villasia Lima (*in memoriam*).

Agradecimentos

A minha esposa Prof^a. Dra. Nadia Said Avila, que ao conquistar seu mestrado e doutorado, na área de botânica, deixou um grande exemplo de foco e determinação para esse trabalho.

Ao meu amigo e cunhado, Bernd Walter Glaser, que desde 1974 apoia minha vida profissional e acadêmica.

Ao Prof. Dr. Oscar João Abdounur por ser de fato um orientador, iluminador e colaborador.

Aos meus professores da Pós Graduação USP, que muito colaboraram com meu projeto de pesquisa e visão de mundo, Alberto Villani, Anne Louise Scarinci, Claudio Hiroyuki Furukawa, Cristiano Rodrigues de Mattos, Daniela Provedel, Fuad Daher Saad, Ivã Gurgel, Jesuina Lopes de Almeida Pacca, João Zanetic, Jose Maria Saiz Jabardo, José Luiz de França Freire, Julio Cezar Adamowski, Luis Carlos de Menezes, Mikiya Muramatsu, Nilson José Machado e Oscar João Abdounur.

Ao IPT, particularmente aos Laboratório de Metrologia Mecânica/CTMETRO e Engenharia de Estruturas/CTOBRAS pelo apoio imprescindível nas calibrações em geral.

A HBM (Hottinger Baldwin Messtechnik), matriz em Darmstadt (Alemanha). HBM Test and Measurement líder em tecnologia e mercado e oferece produtos e serviços para uma extensa gama de aplicações em medição em diferentes segmentos industriais. A gama de produtos da HBM engloba sensores, *strain gauges*, amplificadores e sistemas de aquisição de dados, bem como *software* para teste e análise de resistência estrutural, pela parceria e suporte no desenvolvimento do Kit Didático versão II (KiDiTen VII).

A Voith Siemens Hydro Turbinas Pelton pelo acolhimento aos alunos da Fatec, permitindo assim uma visão experimental das turbinas usadas nas usinas hidrelétricas do Brasil (UHE) integradas ao Sistema Interligado Nacional (SIN).

A Faculdade de Tecnologia (Fatec) Franco da Rocha e Faculdade Sumaré pela rica participação do alunos, coordenação e direção, colaborando nos questionários.

Ao Gilmar Correia Jeronimo pelo importante trabalho de conversão para o $\text{\LaTeX}$.

Ao Parque de Ciência e Tecnologia da Universidade de São Paulo (Parque CienTec) pelo acolhimento aos alunos da Fatec Franco da Rocha e Faculdade Sumaré e possibilidade de expor o Kit Didático de Tensões.

Ao Instituto Principia - Fundação Instituto de Física Teórica (IFT-SP) pela possibilidade de expor o Kit Didático de Tensões.

Ao Museu Catavento pelo acolhimento aos alunos da Fatec Franco da Rocha e Faculdade Sumaré e possibilidade de expor o Kit Didático de Tensões.

A Secretaria de Pós - Graduação CPGI - Programa de Pós-Graduação Interunidades em Ensino de Ciências Sr. Thomas Alexandre, pela habitual atenção e esclarecimentos gerais.

E a Mercedes Benz do Brasil. Centro de Desenvolvimento Tecnológico, em especial, Alfred Erwin Klenk, Silvio Luís Paschoal e Maurício Coelho Damásio (*in memoriam*) onde por 30 anos, aprendi na teoria e prática planejar e executar medições experimentais e simulações, atuando como Físico de Experiência.

“Ele, Jesus Cristo, é antes de todas as coisas, e todas as coisas subsistem por Ele.”

(Colossenses 1:17)

“Figuras, descrições, medidas, números e desenhos ainda não expõem em fenômeno”.

(Goethe)

Não se **gerencia** o que não se **mede**, não se **mede** o que não se **define**, não se **define** o que não se **entende**, e não há **sucesso** no que não se **gerencia**.

(William Edwards Deming)

La imposibilidad de penetrar el esquema divino del universo no puede, sin embargo, disuadirnos de plantear esquemas humanos, aunque nos conste que éstos son provisórios.

(Borges)

Não basta ensinar ao homem uma especialidade, porque ele se tornará assim uma máquina utilizável, e não uma personalidade. É necessário que ele adquira um sentimento, um senso prático daquilo que vale a pena ser empreendido, daquilo que é belo, do que é moralmente correto.

(Albert Einstein)

Resumo

ÁVILA, Paulo Urbano. **Efetividade de estratégias ressignificantes no ensino aprendizagem do conceito tensão mecânica e tensor, para o nível médio e superior**. 2019. 210 f. Dissertação (Doutorado em Ensino de Ciências) - Instituto de Física, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2019.

O ensino da Matemática e da Física exige que o professor estimule continuamente o aluno para que este desenvolva raciocínio lógico, de forma a melhorar sua inserção e compreensão do mundo. Sem isto, é bem possível que apresente bloqueios ou até mesmo aversão a estas disciplinas. Na maioria das vezes, estes comportamentos acontecem porque essas matérias são ministradas de maneira isolada, independentes uma da outra. Sem interação, transformam-se em verdadeiros obstáculos ao processo de aprendizagem.

Este problema, verificado no Ensino Médio e potencializado no Ensino Superior, revela a dificuldade de integração entre o que se ensina e o que é assimilado pelos alunos, pois em muitos momentos eles são apenas espectadores passivos deste aprendizado. Estratégias pouco intuitivas, com conteúdos fragmentados, descontextualizados e por vezes obsoletos contribuem para este diagnóstico.

A proposta deste trabalho é inovadora no sentido que visa superar essas fragmentações, especialmente no que tange a escalares, matrizes, vetores e tensores. O objetivo é unir e organizar ferramentas fundamentais de ambas as disciplinas, com o intuito de construir técnicas inovadoras, mais prazerosas e acessíveis aos alunos nesses temas.

O resultado atingido foi uma maior aproximação entre ensino, pesquisa e tecnologia. O diferencial está em estender um novo olhar sobre os campos da Matemática e da Física, dentro das Instituições de Ensino Médio e Superior (IES). . O ineditismo deste projeto fundamenta-se no desenvolvimento do módulo educacional KiDiTen - Kit Didático para Ensino do Binômio Tensões Mecânicas e Tensores. Com este suporte, será possível inserir, dentro da disciplina de Física dos Materiais, uma aplicação real da medição de flexões e torções mecânicas em uma barra de metal. Utilizando de um *Strain-Gauge*, sensor que altera sua resistência conforme sofre uma deformação, é possível determinar com precisão a deformação elástica no sólido analisado.

Para a comprovação da efetividade de proposta, o recurso empregado é o da Análise de Variância (ANOVA), que analisa os resultados de estudantes quando submetidos a uma prova

dos conteúdos escalar, vetor, matrizes e tensores. Para tanto, os alunos são divididos em grupos e todos fazem a prova. Após a aula com o kit, o aluno refaz a prova. Passado um tempo, escolhe-se um grupo de alunos para fazer novamente a prova. A análise dessa variância é também uma forma de resumir um modelo de regressão linear através da decomposição da soma dos quadrados para cada fonte de variação no modelo e, através do teste F, verificar a hipótese de que qualquer fonte de variação no modelo é igual a zero. Assim foi avaliada a efetividade do kit didático (KiDiTen) antes do uso e após o uso desta estratégia experimental, verificando-se assim o processo de aprendizagem de Vetor, Matriz e Tensor. Quanto ao resultado da utilização do *Kit* (KiDiTen), foi verificado que cerca de 71% dos alunos que utilizaram o *Kit*, tiveram uma melhora significativa, de acordo com as respostas do questionário aplicado.

Nota-se que houve uma confusão conceitual entre *stress* e *strain*, provavelmente devido a conceitos e/ou vícios anteriores adquiridos ao longo da vida escolar.

Conteúdos fundamentais de Matemática, Física, Mecânica dos Sólidos e Teoria da Resistência dos Materiais e Elasticidade como álgebra linear e noções qualitativas de tensores foram abordados para o desenvolvimento deste experimento de modo simples, criativo, motivador e com significado real para os estudantes. Acredita-se com isto contribuir para a formação de um aluno com melhor desempenho e, portanto, mais confiante, apto a enfrentar os desafios que surgirem em seus experimentos e estudos universitários. Por seu caráter inovador, acredita-se que a proposta contribuirá tanto para o aprendizado, como para a formação de espírito crítico, elevando o nível de autonomia intelectual do aluno, tão carente nos dias atuais. Tais elementos podem ainda tornar-se um fator determinante ou fonte de inspiração para suas futuras escolhas na vida. Esta é a crença no poder transformador da Educação, fator inerente ao papel e à missão do professor.

O projeto KidiTen está em sintonia com a abordagem *Science, Technology, Engineering and Mathematics* (STEM). Tem por finalidade ser um kit educacional de baixo custo, envolvendo de forma sinérgica o patrocínio PIPE_ FAPESP, o apoio do Dr. Daniel Fleisch - Universidade de Wittenberg (USA), o apoio da HBM do Brasil, o apoio de estudante com bolsa da USP e da PUC-SP. Além da empresa MicroDAQ e o IPT SP, engajando assim o aluno em atividades práticas que misturam diferentes conhecimentos e conduzem a uma aprendizagem criativa.

Desta forma a missão de Pesquisa, Ensino e Extensão estará, em parte, sendo eficaz e efici-

ente, no foco Educacional e Social.

Palavras-chave: Ensino. Física-Matemática. Inovação em ensino. Vetores. Matrizes. Tensores. Mecânica dos Sólidos e Teoria da Resistência dos Materiais.

Abstract

ÁVILA, Paulo Urbano. **Effectiveness of resigificant strategies in the mechanical stress and tensor concept teaching-learning, for high school and superior level.** 2019. 210 f. Dissertação (Doutorado em Ensino de Ciências) - Instituto de Física, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2019.

The teaching of Mathematics and Physics requires that the teacher continually stimulate the student to develop logical reasoning, in order to improve their insertion and world comprehension. Without this, it is quite possible that you present blockages or even dislike of these disciplines. Most of the time, these behaviors happen because they are taught in an isolated way, independent of each other. Without interaction, they become real obstacles in the learning process. This problem, verified in High School and enhanced in Higher Education, reveals the difficulty of integration between what is taught and what is assimilated by the students because in many moments they are only passive viewers of this learning. Unintuitive strategies in fragmented, decontextualized and sometimes obsolete content contribute to this diagnosis. The proposal of this work is innovative in the sense that it aims to overcome these fragmentations, especially in relation to scalars, matrices, vectors, and tensors. The objective is to unite and organize fundamental tools of both disciplines, with the interest of building innovative techniques, more enjoyable and accessible to students in these subjects. The expected result is a closer approximation between teaching, research, and technology. The difference is in extending a new look at the fields of Mathematics and Physics, within the Institutions of High School and Higher Education. And the novelty of this project is based on the development of the educational module KiDiTen - Didactic Kit for Teaching the Mechanical Stress and Tensors Binomial. With this support, will be possible to insert inside the Material Physics subject one real measurement application of mechanical flexion and torsions in a metal bar. Using a Strain-Gauge, a sensor that changes its resistance as suffers a strain, it is possible to determinate with precision the elastic strain of the analyzed solid.

To prove the effectiveness of the proposal, the resource used is the Analysis of Variance (ANOVA), which analyzes the results of students when they were submitted to a test of scalar, vector, matrices and tensors subject. To do so, the students are divided into groups and everyone takes the test. After the lesson with the *kit*, the student retakes the test. After a while, a group of students is chosen to take the test again. The analysis of this variance is also

a way to summarize a linear regression model by decomposing the sum of the squares for each source of variation in the model and, through the F test, verify the hypothesis that any source of variation in the model is equal to zero. Thus, the effectiveness of the didactic *kit* (KiDiTen) was evaluated before the use and after the use of this experimental strategy, thus verifying the learning process of Vector, Matrix and Tensor. About the utilization result of the *Kit* (KiDiTen), it was verified that approximately 71% of the students that used the *Kit* got better grades, according to the applied quiz.

It's noted that have a confusion between the *stress* and *strain* concepts, probably due to previous concepts or addictions throughout school life.

Fundamental contents of Mathematics, Physics, Solid Mechanics and Material Resistance Theory and Elasticity as linear algebra and qualitative notions of tensors were notted for the development of this experiment in a simple, creative, motivating and real meaningful way for the students. It is believed that this will contribute to the formation of a student with better performance and, therefore, more confident, able to face the challenges that arise in his experiments and university studies. Due to its innovative nature, it is believed that the suggestion will contribute to both learning and critical thinking, raising the student's level of intellectual autonomy. Such elements can still become a determining factor or source of inspiration for your future choices in life. This is the belief in the transforming power of Education, an inherent factor in the role and mission of the teacher.

The KiDiTen project uses the *Science, Technology, Engineering and Mathematics* (STEM) approach. Its purpose is to be a low cost educational kit, synergistically involving the sponsorship PIPE_ FAPESP, the support of Dr. Daniel Fleisch - University of Wittenberg (USA), the support of HBM do Brasil, student scholarship support USP and PUC-SP. In addition to the MicroDAQ company and the IPT SP, thus engaging the student in practical activities that mix different knowledge and lead to creative learning.

In this way the mission of Research, Education and Extension will be, in part, being effective and efficient, in the Educational and Social focus.

Key-words: Teaching. Mathematical physics. Innovation in teaching. Vectors. Matrices. Tensors. Solid Mechanics and Strenght of Materials Theory.

Lista de Ilustrações

1.1	Estratégias para Efetividade no Processo Ensino e Aprendizagem.	45
1.2	Diagrama de Explicação do STEM.	51
1.3	Metodologia Fenomenológica	52
2.1	Matriz, Vetor e Tensor.	59
2.2	Contexto Fenomenológico, Histórico e Filosófico.	70
4.1	Representação do Vetor Tensão Mecânica e seus Componentes.	85
4.2	Volume Infinitesimal no Ponto. Estudo com o Tensor Tensão em Suas Faces em (a). Em (b) Volume Deformado Linearmente em Três Dimensões. .	88
4.3	Deformação Cisalhante Homogênea.	89
4.4	Arthur Claude Ruge (a), Inventor do Extensômetro, Trabalhando em seus Experimentos (b).	90
4.5	Em (a) um Extensômetro para Medição Bi-Axial-Tensão. Em (b) um para Medição de Estados de Tensão. Em (c) um para Medição de Torque. Em (d) um para Deformação XY com Ponte Completa. Em (e) um Extra Comprido para Corpos não homogêneos (Omega Engineering, 1992).	91
4.6	Diagrama de Resposta de um <i>Strain-Gauge</i>	92
4.7	Em (a) Diagrama da Extensão de um Corpo Cilíndrico, que Representa um Pequeno Segmento de um Extensômetro. Analogia de Funcionamento de um (b) Extensômetro com um (c) Transistor.	93
4.8	Relação Resistência/ <i>Stress</i> para Fios Tensionados	95
4.9	<i>Gauge Factor</i> (GF) para Silício Monocristalino nos Três Eixos, em Relação à sua Condutividade.	96
4.10	Em (a), Aplicação de uma Ponte Completa com Quatros Sensores <i>Strain-Gauge</i> com uma Amplificação de Quatro Vezes na Sensibilidade do Sensor. Em (b), Célula de <i>Strain-Gauge</i> Configurada em um Circuito de Ponte Completa. A Tensão Elétrica no Voltímetro Varia Proporcionalmente com a Pressão sobre o ERE.	98
4.11	Circuito I em (a) e Circuito II em (b)	99

4.12	Em (a) Extensômetro Instalado com Matriz de Terminais Soldáveis para Preservar os Finos Capilares. Em (b) a Célula de Extensômetro de Resistência Elétrica Aplicada em uma Barra de Aço Inoxidável	101
4.13	Bomba de Água de Alimentação.	102
4.14	Em (a) Extensômetro de Resistência Elétrica (ERE) – Strain Gauge. Em (b) Bomba DE.	104
4.15	Análise Modal	104
4.16	Visão Geral Carroceria Monobloco.	105
4.17	Visão de Aplicação (potencial).	106
4.18	Em (a) Engates Retirados de Serviço. Em (b) Colagem de Extensômetros no Lado Direito do Engate.	107
4.19	Na Figura (a) Sistema da CATMAN Quantum HBM para Monitoramento março 2019. Na Figura (b) Ponte Rio Pinheiros.	108
4.20	Na Figura (a) Configuração da Célula de Carga do Leste da Baía Concatenada à Viga Central. Na Figura (b) Calibre de Tiragem.	109
4.21	Instalação do Extensômetro de Resistência Elétrica.	109
4.22	Monoestaca Instrumentada em (a). Em (b) <i>Strain-Gauges</i> da HBM sendo Instalados. Em (c) Trabalho de Instalação da HBM.	110
5.1	Ponte de <i>Wheatstone</i> completa desbalanceada	111
5.2	Em (a) Barra de Torção do Fusca Endurecida, Comportamento Frágil. Em (b) Torção de Giz Escolar Frágil Intrinsecamente. Em (c) Barra Cilíndrica em Torção e em (d) Ondas de Torção na Barra Cilíndrica.	115
5.3	Em (a) Extensômetro de Resistência Elétrica SG-4/350-TY33 para Medição de Torque. Em (b) Esquema de Instalação do ERE SG-4/350-TY33 em um Tarugo Redondo de Bronze 83100.	116
5.4	Em (a) Um Corpo Cilíndrico que Sofre Torção tem Suas Geratrizes Transformadas em Hélices e as Sessões Normais Permanecem Planas e Normais ao Eixo de Rotação. Em (b) Ângulos Formados por uma Torção num Corpo de Prova.	117
6.1	Diagrama de Blocos do Projeto.	122
6.2	Flexão I em (a) e Flexão II em (b)	123
6.3	Calibração no IPT-SP do KiDiTen de Flexão.	124

6.4	Torção I em (a) e Torção II em (b).	124
6.5	Calibração no IPT-SP do KiDiTen de Torção.	125
6.6	Descrição da Versão 3 do KiDiTen em Diagrama de Blocos.	126
6.7	Em (a) Kit de Torção,(b) Módulo de Aquisição MX1615B e em (c) Kit de Torque.	126
6.8	Instrução para Criação de Peça no SolidWorks.	129
6.9	Esboço do Torquímetro.	130
6.10	Ressalto/Base Revolucionado do Torquímetro.	130
6.11	Torquímetro Pronto.	131
6.12	Esboço Peça 1.	131
6.13	Ressalto/Base Extrudado Peça 1.	132
6.14	Seleção de Superfície para Fazer Furo na Peça 1.	132
6.15	Realização de um Corte Extrudado na Peça 1.	133
6.16	Peça 1 Pronta	133
6.17	Esboço Peça 2.	134
6.18	Ressalto/Base Extrudado Peça 2.	134
6.19	Seleção de Superfície para Fazer Furos na Peça 2.	135
6.20	Realização de um Corte Extrudado na Peça 2.	135
6.21	Peça 2 Pronta.	136
6.22	Esboço Peça 3.	136
6.23	Ressalto/Base Extrudado Peça 3.	137
6.24	Seleção de Superfície para Fazer Furo na Peça 3.	137
6.25	Realização de um Corte Extrudado na Peça 3.	138
6.26	Peça 3 Pronta.	138
6.27	Esboço Peça 4.	139
6.28	Ressalto/Base Extrudado Peça 4.	139
6.29	Seleção de Superfície para Fazer Furo na Peça 4.	140
6.30	Realização de um Corte Extrudado na Peça 4.	140
6.31	Peça 4 Pronta.	141
6.32	Esboço Peça 5.	142
6.33	Ressalto/Base Extrudado Peça 5.	142
6.34	Seleção de Superfície para Fazer Furo na Peça 5.	143
6.35	Realização de um Corte Extrudado na Peça 5.	143

6.36	Peça 5 Pronta.	144
6.37	Tela Inicial para Montagem de Projeto.	144
6.38	Seleção de Peças da Montagem.	145
6.39	Instruções para Inserção de Peças na Montagem.	145
6.40	Posicionamento das Peças na Montagem.	146
6.41	Peças Posicionadas.	146
6.42	Seleção de Parafusos pela <i>ToolBox</i>	147
6.43	Instrução para Acoplamento de Parafuso.	147
6.44	Peça Final Montada.	148
6.45	Aba para Seleção de Suplementos do SolidWorks.	148
6.46	Aba para Seleção de Simulação.	149
6.47	Seleção de um Novo Estudo de Simulação.	149
6.48	Seleção de Análise Estática para Simulação	150
6.49	Painel para Escolher o Tipo de Simulação e Material.	150
6.50	Definição de Geometrias Fixas.	151
6.51	Aplicação de um Esforço no Objeto.	152
6.52	Realização da Simulação.	153
6.53	Resultados da Simulação.	153
6.54	Aba de Seleção de Suplementos do SolidWorks.	154
6.55	Aba de Seleção da Simulação para Torção.	154
6.56	Criação de Um Novo Estudo.	155
6.57	Definições de Estudo e Material.	155
6.58	Definição de Geometria Fixa.	156
6.59	Escolha do Tipo de Esforço Aplicado.	156
6.60	Realizando Simulação de Torque	157
6.61	Diagrama da Peça que Sofre Flexão.	158
6.62	Diagrama da Peça que Sofre Torção	159
6.63	Diagrama do Experimento.	162
6.64	Turma 1 Fase 1.	162
6.65	Turma 1 Fase 2.	163
6.66	Comparação entre as fases.	163
6.67	Turma 2 Fase 1.	164
6.68	Turma 2 Fase 2.	164

6.69	Comparação entre as fases.	165
6.70	Turma 1 Fase 1.	165
6.71	Turma 1 Fase 2.	166
6.72	Comparação entre as fases.	166
7.1	Versão do KiDiTen para Aplicações em Aula.	171
ANEXO C.2	Capa da Apresentação da COBENGE.	201
ANEXO C.3	Artigo Publicado no XII Encontro do Programa de Pós-Graduação Interunidades em Ensino de Ciências.	202
ANEXO C.4	Certificado de Apresentação no XL Congresso Paulo Leal Ferreira de Física.	203
ANEXO C.5	Certificado de o XII Encontro do Programa de Pós-Graduação Interunidades em Ensino de Ciências XII Encontro da Pós-Graduação Interunidades em Ensino de Ciências da Universidade de São Paulo (XII EPIEC USP).	204
ANEXO C.6	Declaração de Autoria de Capítulo.	205
ANEXO C.7	Capa do Livro Publicado.	206
ANEXO C.8	Declaração de Aplicação de Teste Sumaré.	207
ANEXO C.9	Declaração de Aplicação de Teste Franco da Rocha.	208

Lista de Tabelas

5.1	Dados de medição do estudo de caso I.	112
5.2	Resultados dos tratamentos de dados do estudo de caso I.	113
6.3	Análise dos dados da prova 2 sem kit e com kit.	167
6.4	Teste-F: duas amostras para variâncias.	167
6.5	Teste-F: duas amostras para variâncias.	168
ANEXO A.1	Tabela de Calibração para o KiDiTen de Flexão.	184
ANEXO A.2	Tabela de Calibração para o KiDiTen de Torção.	185
ANEXO A.3	Tabela de Calibração para o Kit de Torque V2 HBM.	186
ANEXO A.4	Tabela de Calibração para o Kit de Tração V2 HBM.	187
ANEXO B.1	Aproveitamento Turma 1.	192
ANEXO B.2	Aproveitamento Turma 2.	195
ANEXO B.3	Aproveitamento Turma 3.	198

Lista de Abreviaturas e Siglas

ANOVA Análise de Variância

ASCII *American Standard Code for Information Interchange*

BiTT Binômio Tensão Mecânica e Tensor

CAD *Computer-Aided Design*

DLI Dispositivo Lúdico Interativo

EMI Ensino Médio Inovador

ERE Extensômetro de Resistência Elétrica

GF *Gauge Factor*

GPS *Global Position System*

HBM *Hottinger Baldwin Messtechnik*

HTML *Hypertext Markup Language*

IES Instituição de Ensino Superior

IFUSP Instituto de Física da Universidade de São Paulo

INEP Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira

INMETRO Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia

IPT Instituto de Pesquisas Tecnológicas

KiDiTen *Kit Didático para Ensino do Binômio Tensões Mecânicas e Tensores*

MATLAB *Matrix Laboratory*

MB *megabytes*

MEC Ministério da Cultura e Educação

MG Minas Gerais

MLT Massa, Comprimento e Tempo

OA Objeto de Aprendizagem

PBL *Problem Based Learning*

PCB *Printed Circuit Board*

PCN Parâmetros Curriculares Nacionais

PEA Processo de Ensino e Aprendizagem

PhET *Physics Education Technology Project*

PLE Educação Conduzida pelo Projeto

PROINFO Programa Nacional de Tecnologia Educacional

RIVED Rede Interativa Virtual de Educação

rpm Rotações por Minuto

s segundos

SEED Secretaria de Educação a Distância

SI Sistema Internacional de Unidades

SNS Scuola Normale Superiore

ULSAB *Ultra Light Steel Auto Body*

VBA *Virtual Basic for Applications*

Lista de Símbolos

$\mathbb{R}^3$	Espaço tridimensional do conjunto dos Reais
$\vec{t}$	Vetor Tensão $\left[N/m^2\right]$
$\vec{F}$	Vetor Força $[N]$
A	Área da Seção Transversal $[m^2]$
σ	Tensão Normal $\left[N/m^2\right]$
τ	Tensão de Cisalhamento $\left[N/m^2\right]$
$T_{ab\cdots n}^{\alpha\beta\cdots\mu}$	Tensor n-dimensional covariante e μ -dimensional contravariante
m_p	Massa de um corpo de Prova $[kg]$
$F^{\mu\nu}$	Tensor Eletromagnético de Ordem Dois
$\vec{B}$	Vetor Campo Magnético $[T]$
$\vec{E}$	Vetor Campo Elétrico $[C]$
c	Velocidade da Luz $\left[m/s\right]$
T	Tensor Tensão $\left[N/m^2\right]$
$\equiv$	Equivalente
ε	Deformação Linear
Δ	Variação
$d\alpha$	Variação Infinitesimal de uma Variável α
α	Ângulo de Deformação Cisalhante Próximo ao Eixo y
β	Ângulo de Deformação Cisalhante Próximo ao Eixo x
γ_{xy}	Deformação Cisalhante

GF	Gauge Factor
L	Comprimento Inicial [m]
R	Resistência Elétrica [Ω]
ρ	Resistividade [$\Omega \cdot m$]
E	Módulo de Young $\left[\frac{N}{m^2} \right]$
$\therefore$	Portanto
ν	Coeficiente de Poisson
S	Coeficiente Angular Inicial da Razão entre a Variação Porcentual de Resistência e a Variação Porcentual de Comprimento
U	Tensão Elétrica [V]
$\Rightarrow$	Implicação
V_r	Diferença Entre as Tensões Amplificadas pela Ponte de <i>Wheatstone</i> do Extensômetro Extendido e Não Extendido [V]
V_{in}	Tensão de Alimentação da Ponte de <i>Wheatstone</i>
V_{out}	Tensão de Saída da Ponte de <i>Wheatstone</i>
C_m	Massa do Corpo de Prova
α	Gravidade
k	Constante Elástica do Material
d	Diâmetro
C	Comprimento de Circunferência
π	Constante (3,141592...)
$\tan(x)$	Tangente do Ângulo x
r	Raio de uma Circunferência
ϕ	Ângulo em Função do Raio

g

Torção

μ

Módulo de Cisalhamento

Sumário

1	INTRODUÇÃO	35
1.1	Motivação	35
1.2	Problemas e Justificativa	36
1.3	Objetivos e Metodologia	43
1.4	Principais Contribuições	53
1.5	Organização do Texto	54
2	UMA BREVE VISÃO DO ENSINO	57
2.1	Linha de Pensamento	57
2.2	Educação para Complexidade	60
2.2.1	Investigação do Problema	64
2.3	Abordagem Utilizada	67
2.4	Didática e Aprendizado	68
3	A HISTÓRIA DOS TENSORES	73
3.1	Sobre as Origens dos Conceitos de Tensor	73
3.2	Quem Criou o Conceito de Tensor e o Cálculo Tensorial?	74
3.3	De Riemann a Einstein Passando pelos Italianos	76
4	SOBRE MECÂNICA DOS SÓLIDOS E FÍSICA DOS MATERIAIS	83
4.1	A Ciência da Resiliência	83
4.2	Conceitos Básicos de Tensor em Resistência dos Materiais	84
4.2.1	Operações Matemáticas com Tensores	87
4.2.2	Aplicação Prática do Conceito de Tensor: o Tensor de Deformações	87
4.3	Extensômetro de Resistência Elétrica (ERE) ou Strain-Gauge	90
4.3.1	História	90
4.3.2	Princípios de Funcionamento	91
4.3.2.1	Extensômetro de Semicondutor	97
4.3.2.2	Medições com Extensômetros	97
4.3.3	Aplicação de uma Célula de Extensometria	100

4.3.4	Aplicações de Extensometria	102
4.3.4.1	Nuclear	102
4.3.4.2	Automobilístico	105
4.3.4.3	Ferroviário	106
4.3.4.4	Civil	107
4.3.4.5	Hottinger Baldwin Messtechnik - HBM	110
5	TEORIA MATEMÁTICA DO VETOR E TENSOR	111
5.1	Estudo de Caso I: A Flexão de uma Barra	111
5.1.1	Aplicação e Teste	112
5.1.2	Tratando os dados	113
5.2	Estudo de caso II: A torção de um cilindro	114
5.2.1	Aplicação e teste	116
5.2.2	Tratando os dados	117
5.2.2.1	Um Exemplo de Estimativa com Uso de Simplificações	119
6	DESENVOLVIMENTO DO PROJETO E RESULTADOS	121
6.1	Estudos Experimentais dos Dois <i>Kit's</i> (KiDiTen)	121
6.1.1	KiDiTen Versão 1 para Flexão	123
6.1.2	KiDiTen Versão 1 para Torção	125
6.1.3	KiDiTen Versão 2 com Parceria HBM	125
6.2	Simulação Computacional Através de SolidWorks	128
6.2.1	Modelagem das peças	129
6.2.2	Montagem do Projeto de Tensão	144
6.2.3	Simulação SolidWorks	148
6.2.3.1	Exemplos de Cálculos Analíticos por Meio de Simulação	157
6.3	Resultados do Kit e Experimentos em Sala	159
6.3.1	Contextualizando a aplicação	160
6.3.2	A Análise de variância	160
6.3.2.1	O Modelo ANOVA e seus pressupostos	161
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS E TRABALHOS FUTUROS	169
	REFERÊNCIAS	173

ANEXO A	TABELAS DE CALIBRAÇÃO	184
ANEXO B	GRÁFICOS E RESULTADOS DOS EXPERIMENTOS EM AULA	189
ANEXO C	ARTIGOS, APRESENTAÇÕES E PUBLICAÇÕES	201

INTRODUÇÃO

1.1 Motivação

O conhecimento é construído pelo homem à medida que a história ocorre com o intuito de criar novas ideias e aperfeiçoar as existentes, sendo moldado com resultados de experiências e da sua interação com o meio.

Pode-se dizer que o conhecimento faz parte do processo de desenvolvimento do pensamento, descrito em Mosquera (2006). Neste desenvolvimento, a inteligência desperta a curiosidade e coloca em funcionamento as atividades psíquicas, na tentativa de buscar compreensão de solução para problemas e antecipar inovações, surgindo assim a criação do conhecimento.

De acordo com Nonaka (2008), a capacidade de gerar um novo conhecimento depende também da análise, categorização, reconfiguração e internalização de informações. A internalização é compreendida como a absorção das informações e aprendizado assistido pela prática. Alguns pesquisadores sustentam a hipótese da verbalização do conhecimento em forma de histórias contadas, auxiliando na compreensão das experiências vividas (AVILA, 2012b).

Além disso, compartilhar conhecimento é considerado de importância estratégica e social, como explicado por Avila (2012a) em seu projeto:

A sociedade do conhecimento é resultante deste compartilhar, do conhecimento coletivo, no qual se perpetua como principal fator estratégico de riqueza e poder, tanto para as organizações quanto para os países. Neste ambiente, a inovação tecnológica ou novo conhecimento, passa a ter importância para a produtividade e para o desenvolvimento.

Portanto, pode-se dizer que o conhecimento é a base da sociedade, sendo de extrema importância seu compartilhamento e discussão com diversos indivíduos. Por este papel, a Educação é responsável, sendo o principal meio de troca de informações e contribuições tanto para o âmbito social, quanto para o acadêmico. Machado (2014) cita que a educação é o espaço da inter-relação entre projetos individuais e coletivos, essenciais para a vida política. Porém, diversos problemas ocorrem com esta poderosa ferramenta, sendo reflexo das condições políticas e socio-econômicas do país.

A hipótese a ser investigada lida com a superação das fragmentações dos temas apresentados, em especial com os temas de escalares, matrizes, vetores e tensores. Com essa superação visa-se uma maior aproximação entre o ensino, pesquisa e tecnologia. Desta forma, diversas metodologias de ensino podem contribuir significativamente na aprendizagem. Para isto, o objetivo deste projeto foi de unir e organizar ferramentas fundamentais das disciplinas de Matemática e Física, com o interesse de construir novas estratégias de ensino para o vetor tensão mecânica e tensores. Elas podem ser mais prazerosas e acessíveis aos alunos, mostrando que é possível aprender tensores, levando o estudante a entender a importância do tensor enquanto um conceito que generaliza matriz, vetor e escalar, a partir de uma efetiva ressignificação dos conceitos estudados.

Tal como é importante a compreensão da generalização da teoria de conjuntos, estruturas, categorias e alegorias (MACHADO, 2005; ABDOUNUR, 2006).

1.2 Problemas e Justificativa

Ao refletir acerca dos problemas escolares de hoje, Bourdieu, Passeron e Silva (1975), Althusser (1985), Connell (1995), Silva (1999) conclui que é vital considerar as diversidades que o Brasil oferece, assim como tantos outros países. De um lado, há uma triste desigualdade social, em que indivíduos mal conseguem obter recursos para sobreviver. Por outro lado, se identificam pessoas que possuem acesso a bens materiais e culturais de alto valor.

O problema que fomentou esta pesquisa parte do ensino de tensores e sua ação no estudante, conduzindo-o a ter um maior entendimento da Física dos Materiais de forma simples e intuitiva, utilizando ferramentas matemáticas adequadas. Partindo da ideia de que “Ensinar Física não é fácil. Aprender é menos ainda” como cita Gleiser (2006).

No contexto educacional, cabe à escola, como agente transformador e formador, ajudar na capacitação e na assimilação das informações e promover novas mudanças. Na entrevista de Barco (2010a) e Barco (2010b) traz a ideia de que se deve substituir o ensinar pelo compreender. Quando o professor tem uma postura adequada, com didática, dinâmica, conhecimento e incentivo, é possível evitar que o aluno simplesmente decore conceitos ou que estes sejam um conhecimento inaplicável em sua vida.

Segundo Barco (2010a) e Barco (2010b) a escola brasileira algebriza a criança, esta passa a ser adestrada para um tipo de pergunta com uma resposta para aquilo que se espera. O estudante não pensa aritmeticamente e encontra dificuldades em todas as fases da aprendizagem.

Dentro desta concepção, Barco (2010a) e Barco (2010b) aponta que este ideal de escola existe e pode ser construído. É importante instrumentalizar os estudantes e capacitá-los a conseguir emprego, porém, sem desumanizá-los. Tornando-os cidadãos conscientes preocupado com o bem estar social e justiça.

No processo de formação, deve-se estimular o indivíduo a buscar novos conhecimentos e formas de aplicação de suas competências. Porém, quando desenvolvidas na disciplina (FREIRE, 2018), essa tarefa se torna mais complexa se, no processo de aprendizagem, o discente não se sentir estimulado e com sentimentos positivos em relação ao conteúdo trabalhado. Esta condição nunca deveria ser desconsiderada. Deve-se sempre levar em consideração os aspectos afetivos do discente em relação ao conteúdo trabalhado, seja em cursos livres ou em qualquer nível de ensino clássico.

Será muito mais fácil estimular a motivação do aluno para realizar novas pesquisas e desenvolver autonomia no processo de aprendizagem sobre determinado assunto, caso ele sinta que está tendo uma experiência “positiva” durante seus estudos. Se sua experiência for “negativa”, ele tende a criar repulsa e evitar passar por tal situação novamente (DAMÁSIO, 2012).

O fato de a pessoa se sentir acolhida e com sentimentos positivos em relação ao conteúdo que está estudando também irá evitar desistência no processo de aprendizagem. O processo de ensino aprendizagem, por vezes, pode ser duro e desmotivador, necessitando muita força de vontade para a conclusão de um curso. Essa desmotivação pode levar o estudante a se fechar em relação a um conteúdo ou até mesmo a evadir-se do curso por falta de

interesse.

Também se fazem necessárias a utilização e a aplicação de trabalhos em grupos, com investigações e atividades práticas ou experimentais (SAAD, 2005), nas quais os alunos relatam e compartilham suas experiências. Com isso, consegue-se estimular a interação entre os discentes, propiciar um ambiente favorável à criação e ao desenvolvimento do conhecimento, bem como fortalecer os vínculos pessoais e os laços entre os estudantes.

A Educação também pode ser vista de caráter cultural, na qual pode-se relacionar a educação artística e musical, por exemplo. Diversos casos como de Borges (2019) demonstram uma maior conexão dos estudantes à Educação caso tenham na sua grade curricular alguma disciplina voltada para o desenvolvimento dessas habilidades e sua relação com a cultura brasileira. Este é um dos principais meios que permitem jovens de baixa renda ingressarem no meio educacional.

No contexto geral, cultura está sempre associada à uma obra literária, uma sinfonia, pintura ou cultura erudita. A cultura falada, nacional ou internacional impulsiona o intelecto. Ao pensar num quadro de Picasso ou de Tarsila, uma sinfonia de Beethoven ou de Villa-Lobos, um romance de Dostoiévski ou Machado de Assis, ao passo que a cultura popular se expressa na capoeira, num samba de Noel ou em um tango de Gardel. Ao pensar em cultura, raramente se inclui as áreas do conhecimento como Física ou Matemática como citado em Zanetic (2005). Dificilmente, cultura se vincula ao teorema de Godel ou às equações de Maxwell.

Zanetic e Menezes (1990) julgam a evolução do pensamento acadêmico, transformando-a em duas formas elementares de cultura: *a humanística* e *a científica*. Esta quebra foi uma das causas do advento da ciência moderna, que deu origem a formas características de pensamento e prática, que contribuiu na constituição de um campo independente das humanidades. É possível que o efeito educacional mais problemático dessa desagregação seja tornar a ciência desumanizada e desculturalizada. Tal vicissitude é o que Zanetic e Menezes (1990) denunciava há quase três décadas, ao defender a tese “Física também é cultura”. Conforme sustentado:

Física e cultura são vistas como manifestações humanas sem relação. Ou seja, a cultura sempre está relacionada a manifestações artísticas, enquanto a Física não aparece como manifestação cultural.

Para Zanetic e Menezes (1990), isto representa uma nova maneira de ensinar a Física, resgatando seus aspectos históricos e perscrutando conteúdos escondidos em outras manifestações culturais, não se atendo somente aos livros didáticos. Aprender Física hoje implica conferir aos estudantes um novo olhar sobre as questões do mundo, instigando-os a realizar um trabalho mais difícil dentro de sua própria cultura de origem, confirmados pela experiência científica. Esta, por sua vez, pode estar representada em livros, poemas, sambas, entre outros. Ela respeita a cultura que o estudante leva para a escola e de modo concomitante aumenta sua visão de mundo por meio desse conhecimento.

São vários os autores contemporâneos que a empregam e que defendem a utilização da Física-Matemática para uma melhor compreensão das necessidades de ensino atuais, como Barata (2005). À luz das ideias de Barata (2005), em seu artigo “Uma Apologia da Física-Matemática”, se obtém a seguinte definição:

[...] de acordo com o entendimento moderno, a Física-Matemática é uma área de pesquisa inserida dentro do contexto amplo da Física Teórica e da Matemática que se caracteriza, não por estudar um conjunto específico de sistemas físicos, como por exemplo o fazem a Mecânica, a Termodinâmica e o Eletromagnetismo, mas por representar um estilo especial de abordagem de problemas físicos. Mais especificamente, a Física-Matemática caracteriza-se por dar ênfase a aspectos matemáticos da Física Teórica, visando enriquecê-la com maior rigor matemático, clareza de raciocínio e limpeza de argumentos e de premissas, sempre mantendo como objetivo principal a compreensão de propriedades e o conteúdo físico de modelos e teorias estudados. É, portanto, claro por essa definição que a Física-Matemática permeia com suas atividades praticamente todas as áreas da Física.

Essa preocupação em promover ações integradas entre as duas disciplinas dentro do contexto escolar é demonstrada por Pietrocola (2002), quando ressalta que, se a Matemática é a linguagem que permite ao cientista estruturar seu pensamento para apreender o mundo, o ensino de ciências deve propiciar meios para que os estudantes adquiram esta habilidade. Pois, “[...] não se trata apenas de saber matemática para poder operar as teorias físicas que representam a realidade, mas saber apreender teoricamente o real através de uma estruturação matemática” (PIETROCOLA, 2002).

Quais são, portanto, as relações entre o conhecimento matemático e o físico e como é possível utilizá-las no contexto educacional? Em Karam (2007), é abordado que a Física, do grego *phísiké*, configurado como natureza, é comumente vista tal qual a ciência que se propõe a compreender os fenômenos naturais e a descrever as leis que regem o universo.

Matemática, do grego *mathema*, termo associado à ciência, conhecimento e aprendizagem, pode ser entendida como o estudo de padrões, de estruturas abstratas, do espaço, além de ser encarada como linguagem.

Seria correto supor que a primeira trata do mundo real, do concreto, do empírico, enquanto que a segunda trabalha em um mundo imaginário, abstrato, constituído por objetos pré-existentes e independentes do mundo empírico, como acreditava Platão? Essa distinção parece estar presente na forma como essas duas disciplinas vêm sendo abordadas no contexto escolar. Porém, uma análise histórica e epistemológica leva a discordar dessa visão reducionista. Sobretudo, permite perceber as complexas relações existentes entre o conhecimento físico e o matemático desde sua mais remota essência.

Diante dessas reflexões, é discutido como essa interdependência entre Física e Matemática vem sendo trabalhada principalmente no Ensino Superior para áreas de Engenharia. Observando os sumários dos principais livros didáticos deste tipo de ensino, é notado a falta de preocupação em distribuir os conteúdos de forma a conciliar os objetivos de ambas as disciplinas. A ideia predominante consiste em ser necessário primeiro dominar a ferramenta matemática, para posteriormente mencionar as aplicações das mesmas nas disciplinas da Física. Essa postura, como abordado em Karam (2007), é contrária ao próprio desenvolvimento histórico desses conteúdos, já que na evolução de ambas as disciplinas encontram diversos exemplos de teorias matemáticas desenvolvidas como respostas a questões formuladas pela experiência física, ou seja, o mundo “real” servindo de inspiração para a Matemática.

Paulino, Paulino e Felix (2007) fizeram um levantamento das impressões dos estudantes acerca das disciplinas de Matemática e Física, e buscou identificar se os mesmos percebiam suas inter-relações. Neste estudo, 90% dos entrevistados disseram não ser possível estudar Física sem Matemática e 70% dos estudantes afirmaram que essas duas disciplinas são fortemente ligadas.

Nas Instituições de Ensino Superior, o ensino de Física-Matemática traz à tona a dificuldade dos estudantes de compreenderem leis e teorias, parâmetros que envolvem raciocínio lógico, capacidade de interpretação e de abstração. Entretanto, apesar das dificuldades, esse ensino auxilia os estudantes na aquisição de conhecimentos e habilidades nos campos onde estão inseridos.

Na rotina do ensino de Física, conforme Frota-Pessoa (1985) é comum que se confundam dois aspectos relacionados com o trabalho mental do aluno na aprendizagem: de um lado, pensar, analisar e armar raciocínios; de outro, aplicar modelos e formular problemas. O aluno, para interpretar a natureza ou o mundo, constrói e desenvolve um esquema, um mapa mental, ou modelo de agir altamente coerente, que envolve os recursos metodológicos da indução e da dedução. Esse esquema mental é dinâmico; em outras palavras, está sempre crescendo e, às vezes, viola o bom senso.

Por esta razão, acredita-se que um ensino inovador num país cheio de desigualdades sociais tem grande relevância frente ao desafio de oferecer autonomia aos seus estudantes, capacitando-os a ter uma nova visão de mundo. Para isso, é necessário compreender a influência da tecnologia e ciência na cultura e educação.

Educação para Ciência e Tecnologia

Pacey (1983) fala sobre a importância de uma melhor educação em ciência e tecnologia, tanto para o cidadão quanto para os profissionais do ramo, sugerindo uma revisão em toda filosofia da educação, incluindo livros-texto e outros recursos para a aprendizagem como o uso de tecnologias. Nesse sentido, é necessário criar novos processos e métodos para o trabalho pedagógico, investindo em novas mídias de informação e comunicação. Deve-se adequá-las ao atendimento das necessidades de demanda, utilizando-as especialmente como ferramenta a serviço da formação permanente e continuada das pessoas na busca do conhecimento.

Portanto, considerando a dificuldade de absorção desses conteúdos pelo estudante de nível superior e, ao mesmo tempo, partindo da própria aplicabilidade direta e da dinamicidade desse conhecimento na vida de todos os indivíduos, faz-se necessária uma nova abordagem de ensino que aproxime conhecimento e interesse, teoria e prática, sala de aula e a vida cotidiana dos alunos.

Programas de ensino com base tecnológica

Todo este trabalho tem sua relevância aumentada a partir do cruzamento do seu propósito com as diretrizes de inovação na área do ensino promulgadas pelo governo a partir

de programas do Ministério da Cultura e Educação (MEC), Ensino Médio Inovador (EMI) (Portal MEC, 2014) e Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). Os campos de conhecimento que o MEC propõe para o desenvolvimento destas atividades integradoras, são:

- Acompanhamento Pedagógico;
- Iniciação Científica e Pesquisa;
- Cultura Corporal;
- Cultura e Artes;
- Comunicação e uso de Mídias;
- Cultura Digital;
- Participação Estudantil e Leitura e Letramento.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) indicam a necessidade de se incorporar ao trabalho da escola “tradicionalmente apoiado na oralidade e escrita, novas formas de comunicar e conhecer” (Ministério da Educação do Brasil, 1998). O ato de aprender conceitos matemáticos deve ser uma das preocupações do corpo docente.

Através do Programa Nacional de Tecnologia Educacional (PROINFO), o Governo brasileiro determina a implantação da informática nas escolas públicas, o que reveste a formação escolar de novas tarefas e deveres. Ela prepara o indivíduo para o convívio em uma sociedade competitiva, numa época que, além das habilidades linguísticas (falar, escutar, ler e escrever), faz-se necessário o domínio do conhecimento científico e tecnológico, justificando o uso e aprendizagem de Objetivo de Aprendizagem (OA) (GARCIA, 2006). Sobre o OA, vale citar o programa denominado Rede Interativa Virtual de Educação (RIVED) (Ministério da Educação do Brasil, 2019), da Secretaria de Educação a Distância (SEED) (Ministério da Educação do Brasil, 2007), criado com o objetivo de intensificar e transferir o processo de produção dos objetos de aprendizagem para as instituições de ensino superior, vinculado ao MEC. Dispõe como propósito, a produção de conteúdos pedagógicos digitais, na forma de objetos de aprendizagem. (Ministério da Educação do Brasil, 2007; GARCIA, 2006; PRADO et al., 2010).

Diante do exposto, faz-se necessário pensar em alternativas e estratégias didáticas para levar as discussões sobre a relação entre Matemática e Física para a sala de aula, bem como apropriar-se da expressão Física-Matemática. Para tanto, é necessário criar ferramentas e modelos de ensino que contemplem sua real aplicação em turmas, de modo a se tornar viável, factível, legítima e urgente. É preciso suprir as demandas dos estudantes, com os consequentes desdobramentos e reverberações sócio-político-culturais e econômicos latentes. Esta estratégia levará à construção de uma nova cosmovisão possível e, acima de tudo, desejável sobre o ensino (por parte dos professores) e o aprendizado (por parte dos estudantes) dessas disciplinas no contexto do Ensino Superior.

A relevância desta pesquisa advém da necessidade de reconhecer que o ensino da Matemática e Física, no nível superior, reveste-se da dificuldade de integração entre o que é ensinado pelo professor e o que é assimilado pelos alunos, já que ocorre um desencontro de conhecimentos entre o que é vivido pelo estudante de forma empírica e o que lhe é ensinado em termos teóricos.

1.3 Objetivos e Metodologia

O presente projeto trata sobre o tema do ensino de tensores, aspectos básicos e fundamentais, a partir da Teoria da Elasticidade e da Teoria da Resistência dos Materiais enquanto ferramenta e linguagem matemática. A questão central girou em torno da construção física e aplicação efetiva do *Kit* didático KiDiTen, além de outras estratégias conforme Figura 1.1.

O problema que fomentou esta pesquisa parte do ensino de tensores e sua ação no estudante, conduzindo-o a ter um maior entendimento da Física dos Materiais de forma simples e intuitiva, utilizando ferramentas matemáticas adequadas. Partindo da ideia de que “Ensinar Física não é fácil. Aprender é menos ainda” como cita Gleiser (2006).

Com base nos argumentos citados na Seção anterior, o projeto proposto possui sua relevância a partir da despertada curiosidade. Também auxilia os estudantes na busca de respostas às perguntas relativas aos fenômenos naturais que normalmente são feitas nos primeiros anos de aprendizagem. É pretendido assim, incluir os principais aspectos conceituais da Teoria da Resistência dos Materiais a suas correlações com a matemática. Será

apresentado e desenvolvido ideias atuais sobre o movimento dos corpos, partindo dos princípios de Galileu e Newton, salientando a importância da mensuração de Galileu. Toda essa abordagem conceitual é necessária para que o aluno de curso superior tecnológico possa compreender, de forma satisfatória e motivadora, os conceitos físicos e matemáticos, com aplicações diretas na Tecnologia. À vista disso, será procurado tratar de forma sistemática os conceitos em Física de forma simples, conforme Dib (1974), Arruda e Villani (1996).

Será estudo deste projeto o ensino de tensores, que interage com estas proposições quando há fenômenos oscilatórios, ao se considerar tudo aquilo que se movimenta em duplo sentido, alternadamente em função de uma posição de equilíbrio. Sumariamente, na condição dada ao emprego de diversos modos de descrição e representação de informações (gráficos, tabelas e equações), como também favorecendo a utilização dos conhecimentos teóricos e empíricos. É da natureza desta matéria promover diálogos entre essas ferramentas e oferecer uma síntese ao aluno de forma clara e dinâmica. Sua importância no ensino varia, do mesmo modo, conforme a natureza de seus argumentos fundamentais.

Para uma maior completude e relevância desta pesquisa, será salientado a importância da Matemática como ferramenta de linguagem para o desenvolvimento da Física, por sua capacidade inata de criar as tensões necessárias para a aprendizagem entre o campo da intuição versus pensamento rigoroso na Relatividade e interpretação conceitual das Transformações de Lorentz, conforme Pietrocola (2002).

Para ser possível a compreensão do ensino dessas áreas do conhecimento foi realizada uma organização de algumas técnicas pedagógicas fundamentais da Física-Matemática para um ensino inovador, cujo propósito é superar as barreiras de aprendizagem dessas disciplinas pelos alunos do curso de Engenharia-Tecnologia. O objetivo principal desta prática é fazer com que possam ter uma nova visão da Física-Matemática, de forma a servir de estímulo no estudo da mecânica dos materiais, como resistência de materiais e elasticidade.

O projeto está baseado em Vigotski (2001), Vigotski et al. (2008), que enfoca a interação social, realizando experimentos. Este estudo visa unir e organizar ferramentas fundamentais dessas disciplinas, a fim de construir novas estratégias de ensino mais acessíveis e prazerosas ao aluno, criando uma nova cosmovisão sobre a Matemática e Física nos cursos superiores.

Outros pensadores e pesquisadores que perscrutam tal assunto fazem parte do con-

Figura 1.1: Estratégias para Efetividade no Processo Ensino e Aprendizagem.

Fonte: Elaborada pelo Autor.

junto de obras que foram analisadas, tais como: (ABDOUNUR, 2006), Machado (2004), Menezes (2005), Barco (2010a), Barco (2010b), Bourdieu (1989), Campos (2012), Junior (2008), Pietrocola (2002), Zanetic (2005), Mosquera (2006), Certeau (1990), Husserl (2018), Heidegger (2007) e Peirce (1972), com a finalidade de contextualizar e oferecer bases de análise, de forma a garantir sua relevância e a tangibilidade do projeto. Também se lançará mão de propostas e diretrizes de programas do MEC, EMI e INEP, entidades norteadoras das aplicações práticas tomadas pelo Governo para processos inovadores de educação. Elas destacarão a relevância deste projeto no que tange a colaborar com esses centros de interesse, já que eles consolidam o mundo do trabalho, da tecnologia, da ciência, da arte e da cultura, importantes para a formação mais integral do estudante.

Para a vertente tecnológica foi idealizado um *Kit* Didático para Ensino do Binômio Tensões Mecânicas e Tensores (KiDiTen) para compreensão de tensões mecânica a partir de sua formulação por tensores. Utilizando *Strain-Gauges*, sensores resistivos que alteram resistência conforme deformados, será medido tensões mecânicas em vigas metálicas. Com

este *kit* será possível realizar a integração entre as áreas da Física, Matemática e Engenharia. A representação completa do projeto abrange Cálculo Numérico, Cálculo Analítico, *Kits* didáticos, aspectos históricos, entre outros, como mostrado na Figura 1.1.

Analizando cada balão da Figura 1.1 se desenvolve as estratégias abordadas neste trabalho.

Aspectos Históricos

Nas últimas cinco décadas observa-se um crescente desenvolvimento de pesquisas relacionadas à História das Ciências e, em particular, a História da Matemática. Estas pesquisas representam um valioso elemento para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem desta disciplina nas diferentes áreas e nos diversos níveis. Isto permite compreender as origens das ideias que deram forma à nossa cultura e observar os diversos aspectos de seu desenvolvimento. Sobretudo, permite perceber que as teorias, que hoje aparecem como acabadas e elegantes, resultaram de desafios enfrentados com grandes esforços e, em grande parte, numa ordem bem diferente daquela apresentada após todo o processo de formalização.

Pesquisas atuais indicam que a inserção de fatos do passado pode ser uma interessante dinâmica para introduzir determinados conteúdos matemáticos em sala de aula. Isto porque o aluno pode reconhecer a Matemática como uma criação humana, surgida da busca de soluções para resolver problemas do cotidiano, conhecer as preocupações dos vários povos em diferentes momentos e estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente. Neste sentido, os estudos apontam que a história da Matemática, combinada com outros recursos didáticos e metodológicos, pode contribuir para a melhoria de seu ensino e de sua aprendizagem (MENDES; CHAQUIAM, 2016).

Cálculo Numérico, SOLIDWORKS

Depois de construir um projeto no SOLIDWORKS, que é uma simulação computacional (cf 6.2), é natural surgirem questões como: a peça pode quebrar, qual será sua deformação ou se é possível usar menos material sem afetar o desempenho? Sem ferramentas de simulação, essas perguntas só podem ser respondidas com ciclos de desenvolvimento de projetos demorados e dispendiosos, que geralmente envolvem pelo menos cinco etapas. As simulações são importantes porque possibilitam reduzir custos, testando o modelo no com-

putador em vez de dispendiosos testes de campo. Também reduz o tempo necessário para o produto entrar no mercado, diminuindo a quantidade de ciclos de desenvolvimento. Por fim, otimiza os projetos simulando conceitos e cenários antes de se tomar a decisão final.

O *Simulation Xpress* usa a análise linear estática, baseada no Método de Elementos Finitos, para calcular as tensões. A análise linear estática adota várias pressuposições para calcular as tensões na peça. A análise de tensão ou estática calcula os deslocamentos, deformações e tensões em uma peça com base nos materiais, acessórios de fixação e cargas. Um material falha quando a tensão atinge um determinado nível. Diferentes materiais falham com diferentes níveis de tensão (Dassault Systèmes, 2018).

Cálculo Analítico Relação *Stress/ Strain*

Para esta estratégia o projeto é baseado no estudo desenvolvido em Altman e Oliveira (1977), que tratam do cálculo analítico e a relação *stress/strain*. A Resistência dos Materiais, assim como a Teoria da Elasticidade, a Análise Experimental de Tensões e o Método de Elementos Finitos têm como objetivos determinar as tensões que atuam nas faces dos pequenos cubos elementares que representam estes pontos críticos e permitir estabelecer suas tensões equivalentes com base em critérios de resistência referentes a cada possível modo de falha. A Resistência dos Materiais estabelece uma metodologia simples e analítica que trabalha sob considerações lineares e elásticas.

***Learning Object PhET* Universidade do Colorado**

O projeto PhET, sigla em inglês para *Physics Education Technology Project*, que cria simulações interativas gratuitas, será utilizado como uma metodologia de ensino da Física. Foi criado em 2002 pelo detentor do Nobel Carl Wieman, da Universidade de Colorado Boulder. As simulações PhET baseiam-se em extensa pesquisa na área da Educação e simulam fenômenos físicos de forma divertida e interativa, onde os alunos aprendem através da exploração e da descoberta. Também ajudam a compreender conceitos através de cuidadosa visualização dos fenômenos, que não poderiam ser observados em aulas expositivas tradicionais, nem mesmo em experimentos didáticos de ensino médio, como, por exemplo, a movimentação dos elétrons em um fio condutor e o comportamento destes, quando a corrente for contínua ou alternada.

As simulações são escritas em Java e Flash, podendo ser executadas por um navega-

dor da web da preferência do usuário, desde que Java e Flash já estejam instalados. Agora também são escritas em HTML 5 para *tablets* e *smartphones*. O simulador pode ser acessado em Wieman (2019).

Kit's Didáticos (KiDiTen) (Flexão e Torção) - com Calibração IPT

Estudos experimentais desenvolvidos nessa tese mostram que os dois *kits* criados (do tipo KiDiTen) disponibilizam dois circuitos independentes: um para flexão e outro para torção; seus esquemas elétricos possibilitam a criação de um ambiente de entendimento e fruição, que permite aos estudantes superar barreiras no aprendizado de vetor, tensão mecânica e tensor.

Os *kits* (KiDiTen) experimentais de flexão e torção são compostos por *strain gauges*, ou extensômetros de resistência elétrica (ERE). O *strain gauge*, ou extensômetro, é o dispositivo de medição de quantidades mecânicas mais universal da atualidade. Existem muitos tipos, que diferem entre si pela proporcionalidade da variação da resistência elétrica em função de sua deformação. Os mais procurados são: resistência piezoresistiva, carbono-resistiva, bi-metálica, resistência colada e de folha resistiva. Este último, mais amplamente utilizado, consiste em uma pista de fio ou folha resistiva inserida a uma matriz de acetato. A resistência elétrica da pista varia linearmente em função da tensão sofrida, causando desbalanceamento da Ponte de *Wheatstone* (Omega Engineering, 1992).

Contexto Educacional, Semiótica, Complexidade, Fenomenologia

Outra importante estratégia é a que leva a concatenar e relacionar os aspectos de Educação com Semiótica, Complexidade e Fenomenologia. Este inter-relacionamento propicia conduzir e motivar o processo de ensino e aprendizagem (PEA) ao Binômio Tensão Mecânica e Tensor (BiTT). (PIQUEIRA; OLIVEIRA, 2017; MORIN, 2003)

Além disso, cita-se a transdisciplinaridade de D'ambrosio (2001):

A transdisciplinaridade leva o indivíduo a tomar consciência da essencialidade do outro e da sua inserção na realidade social, natural e planetária, e cósmica. Uma consequência imediata da essencialidade é que a inserção só pode se dar através de um relacionamento de respeito, solidariedade e cooperação com o outro, conseqüentemente com a sociedade, com a natureza e com o planeta, todos e tudo integrados na realidade cósmica. Esse é o despertar da consciência na aquisição do conhecimento. A grande transformação pela qual passa a humanidade é o encontro do conhecimento e da consciência. A transdisciplinaridade procura entender e propor como o

ser humano, um fato biológico, material, atinge a sobrevivência e a transcendência, características da qualidade de ser humano, um fato espiritual.

Teoria - Matriz - Vetor – Tensor - Tensões/Deformações

Será usada a literatura básica citada, em particular obras do Prof. Oscar João Abdounur e suas notas de aulas de Cálculo no IMESP (ABDOUNUR, 2006; HARIKI; ABDOUNUR, 1999). O objetivo é embasar o trabalho em uma teoria sólida, que permita refletir sobre a prática educativa, para que assim possa-se promover a efetividade no ensino do BiTT.

Metodologia Ativa PBL/PLE/STEM

A ideia de (CAMPOS, 2012) ultrapassa as fronteiras do ensino tradicional rumo a uma metodologia ativa de ensino e aprendizagem, onde os alunos são elementos ativos e o tutor é um elemento facilitador, numa metodologia dinâmica e individualizada. Obtém-se um foco de aprendizagem autodirigido, centrado no estudante. Há integração entre universidades e empresas.

As metodologias educacionais que se encaixam nas definições acima são a Educação Conduzida pelo Projeto (PLE) e a Aprendizagem Baseada em Problemas (PBL). PLEE é focado na atividade estudantil baseada em trabalho em equipe e em resolução de projetos abertos, apoiados por vários cursos de palestras baseados em teoria. Os alunos lidam com o projeto e fornecem uma solução dentro do prazo, discutindo o que aprenderam.

O PBL pode ser tanto um currículo quanto um processo. O currículo consiste em problemas cuidadosamente selecionados e projetados que exigem a aquisição, por parte do estudante, de conhecimento crítico, proficiência na resolução de problemas, estratégias de aprendizado auto direcionadas e habilidades de participação da equipe. O PBL começa com um problema de pequena escala para os estudantes aprenderem mais, relacionado a um pequeno número de questões, muitas vezes em um cenário ou formato de estudo de caso projetado para refletir a complexidade dos casos da vida real.

A amplitude da definição de PBL e PLEE, sua similaridade conceitual e o uso do termo PBL resultam em alguma confusão na literatura. À primeira vista, as características do PBL parecem ser as mesmas que no PLEE; elas são diferentes em ênfase e forma. Fundamentalmente, o aprendizado baseado em problemas e projetos tem a mesma orientação:

ambos são abordagens autênticas e construtivistas para a aprendizagem. As diferenças entre ambos podem estar em variações sutis.

O construtivismo defende que os estudantes sejam aprendizes ativos, que constroem seu próprio entendimento e direcionam seu próprio processo. As metodologias educacionais que se encaixam nas definições acima são a Educação Conduzida pelo Projeto (PLE) e a Aprendizagem Baseada em Problemas (PBL).

Metodologia STEM e STEAM

A metodologia de ensino STEM, é uma metodologia integrada e baseada em projetos, que tem o objetivo de formar pessoas com diversos conhecimentos, desenvolver valores juntamente com os conteúdos abordados e preparar alunos e cidadãos para os desafios do futuro. Essa metodologia é baseada na integração de quatro áreas das ciências exatas: Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática.

Atividades extracurriculares focadas na robótica, física, computação, ciência ou matemática se proliferaram nos últimos anos devido a disponibilidade de equipamentos de baixo custo e a percepção de que habilidades nessas quatro áreas integradas foram se tornando cruciais no mercado de trabalho.

A metodologia STEAM, é uma vertente da metodologia STEM, onde artes é integrada às quatro áreas de ciência exatas, como podemos visualizar na

1. História da origem dos conceitos, processos de investigação, física, biologia, química, ciências espaciais, geociências, bioquímica;
2. História das tecnologias, tecnologia e sociedade. Design, habilidades, projetos para o mundo, agricultura, biomedicina, biotecnologia, informática, comunicação, construção, indústrias, transporte, energia;
3. Aeroespacial, fluidos, arquitetura, agronomia, civil, computacional, de minas, acústica, química, elétrica, ambiental, industrial, de materiais, mecânica, dos oceanos, naval;
4. Operações, álgebra, geometria, medições, análise de dados, probabilidade, resolução de problemas, comunicação, cálculos, trigonometria, causas e efeitos;

Figura 1.2: Diagrama de Explicação do STEM.

Fonte: Adaptado de (YAKMAN, 2008).

5. Humanidades (finas, visuais performáticas): música, teatro, fisiologia (artes manuais, corporais e psicologia), antropologia, relações internacionais, filosofia.

O aprendizado prático em projetos interdisciplinares, desenvolvidos em equipe, contribui para uma compreensão mais aprofundada dos conceitos que ultrapassam os limites da realidade (CAMPOS, 2012).

É imprescindível que uma nova geração de alunos aprenda os conteúdos STEM (acrônimo em inglês utilizada para designar quatro áreas do conhecimento: Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática), trabalhando para alcançar uma educação líder mundial para todos os jovens em ciência, tecnologia, engenharia e matemática (STEM) de maneira integrada. Esse modelo mostrou que os alunos têm uma visão dos fenômenos que compõem essas áreas em relação ao cotidiano. Assim, a experimentação é um instrumento que contribui para o entendimento e para o sucesso nos processos de ensino e aprendizagem, pois pode contribuir para diminuir as dificuldades de aprendizagem e aflorar o interesse do aluno nas disciplinas das áreas STEM, como mostrado na Figura 1.2.

Figura 1.3: Metodologia Fenomenológica

Fonte: Elaborada pelo Autor.

Livro, Vídeo YouTube e Dispositivo Lúdico Interativo (DLI)

O projeto conta com o apoio do Professor Daniel Fleisch, Ph.D. – Universidade de Wittenberg (USA). Com sua autorização, será utilizado seu vídeo no YouTube, seu livro e dispositivo lúdico e interativo (FLEISCH, 2011a; FLEISCH, 2011b). O vídeo trata do ensino didático e básico do conceito de tensor. Foi realizada a tradução e legenda, a partir do texto original fornecido pelo próprio autor da tese.

Uma abordagem mais detalhada pode ser ilustrada pela Figura 1.3, no qual a metodologia fenomenológica guiará todos os princípios de educação utilizados, dando em especial foco para a prática. Para o estudante compreender o conceito, será utilizado aulas expositivas, experimentais e demonstrativas sobre os fenômenos físicos Flexão e Torção, guiados por princípios de metodologia ativa. A partir dessa nova construção de conteúdo, será dado ao aluno uma resignificação do conceito aprendido, ou seja, uma nova visão.

- Analisar os aspectos da linguagem matemática concatenados com a natureza, conforme obra de Lagemann (1968), Altman e Oliveira (1977) e D’ambrosio (2001).
- Desenvolver a situação de aprendizagem da relação espaço-tempo e sistema massa,

comprimento e tempo (MLT), de acordo com os estudos do Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia (INMETRO) (INMETRO, 2019) e aplicações diretas nos Sistemas de Medição.

- Aplicar conceitos de matriz, vetor e tensor, demonstrando qual a mudança na cosmovisão do estudante a partir desses conhecimentos.

Resumindo, o contexto instiga a investigação sobre a seguinte problemática:

- É importante conhecer a ferramenta matemática tensor, para melhor compreender a Teoria da Resistência dos Materiais?
- Como esse conhecimento contribuirá para uma nova cosmovisão do aluno na física dos materiais?
- É possível concatenar o mundo prático - industrial com o mundo teórico - acadêmico?

1.4 Principais Contribuições

O presente projeto se enquadra perfeitamente com essas diretrizes do MEC, pois está embasado na pesquisa de teorias e novas tecnologias advindas das próprias disciplinas em questão. Ganham em si não só relevância, mas também eficácia em futuras aplicações teóricas a serem desenvolvidas.

Estes serão instrumentos que promoverão uma interação mais fluida entre teoria e aplicação prática dos conhecimentos, tais como:

- Simulação computacional através de softwares amigáveis e pertinentes como SolidWorks, por exemplo);
- Experimentos ilustrativos, descritivos e investigativos, bem como demonstrações práticas que aproximem a teoria da vivência cotidiana do estudante, como citado no OA Phet;
- Técnica de análise de tensões com *Strain Gauge*;
- Dois KiDiTen experimentais medindo a Flexão e Torção;

- Conceituação matemática e qualitativa de matriz, vetor e tensor;
- Aplicação das Tensões em diversos campos da engenharia;
- A Teoria da Complexidade de Morin (2003) e a abordagem da Transdisciplinaridade de D’ambrosio (2001), apresentando uma Ciência relacionada à teoria sistêmica, em consonância com a importância da generalização escalar, matriz, vetor e tensor.

Claramente não se pretende aqui solucionar as lacunas criadas na educação básica, mas sim oferecer alternativas para jovens que estão se formando no ensino superior, e que veem Física-Matemática como disciplinas distantes da sua vida cotidiana e, também por isso, de difícil compreensão.

1.5 Organização do Texto

A proposta articula inicialmente, no Capítulo 2, conceitos da fenomenologia para entender como se constrói o conhecimento e o papel transformador e formador da escola na disseminação de um novo tipo de aprendizado, em que o aluno não apenas decore conceitos inaplicáveis na sua vida posterior, mas permita que ele faça a conexão entre teoria e aplicação prática, por meio do incentivo ao uso de *softwares* amigáveis, experimentos ilustrativos (torção de giz, por exemplo) e demonstrações essencialmente práticas. E, por fim, a epistemologia que nos permite perceber as complexas relações entre o conhecimento físico e o matemático desde o seu mais remoto início. Em especial, lança-se mão de Vigotski (2001), com seu foco na interação social e nos experimentos, para unir e organizar as ferramentas fundamentais daquelas disciplinas, oferecendo estratégias de ensino mais acessíveis e prazerosas para o aluno e criando uma nova cosmovisão sobre a Matemática e Física nos cursos superiores.

O Capítulo 3 oferece um cenário de desenvolvimento histórico do conceito de tensor e do cálculo tensorial, num breve percurso pelas ideias de Gauss e Riemann até Ricci-Curbastro e Levi-Civita, chegando a Einstein. Pedagogicamente, cuida-se do desafio de acessar fontes que basicamente são oferecidas a qualquer pessoa com acesso à internet.

Os Capítulos 4 e 5 se estendem sobre as estratégias didáticas para o ensino dos tensores, desde o modo de apresentar a conceituação básica às aplicações práticas via extensô-

metro de resistência elétrica e célula de *Strain-Gauge*, além de dois estudos de caso, flexão de barra e torção de cilindro (neste caso, um simples giz). Mostra também como tratar os dados obtidos nos experimentos.

O Capítulo 6 explica todo desenvolvimento físico e computacional do KiDiTen, mostrando os processos utilizados, além da simulação em SolidWorks. Além disso, mostra a análise estatística dos dados coletados a respeito dos formulários desenvolvidos para o projeto utilizando a ANOVA.

Por fim o Capítulo 7 apresenta as conclusões obtidas no decorrer deste projeto. O Anexo ANEXO A descreve as tabelas de calibração do KiDiTen. O ANEXO ANEXO B apresenta os dados em relação aos experimentos realizados com os KiDiTen. Por fim, o Anexo ANEXO C apresenta a apresentação de trabalho já publicados oriundos desta tese na COBENGE 2018 publicado nos anais e submetido na COBENGE 2019, IFUSP, UNESP, FEUSP, a declaração de autoria de capítulo nos livros “Engenharia no Século XXI” e “Dinâmica e Desempenho Veicular” e as declarações de questionários da unidade de Sumaré e FATEC Franco da Rocha.

UMA BREVE VISÃO DO ENSINO

Neste capítulo será feita uma reflexão sobre a educação, bem como um estudo da Teoria dos Sistemas Complexos quanto a sua contribuição abrangente, expandindo as aprendizagens para vários campos de conhecimento e melhorando a educação no decorrer da história.

2.1 Linha de Pensamento

A linha metodológica a ser seguida consiste no pensamento de Vigotski (2001), Vigotski et al. (2008) que reafirma a centralidade de um signo, objeto linguístico que contém um significante e um conceito, na formação dos processos humanos de ensino e aprendizagem, colocando em evidência o forte papel da palavra. Para o autor mencionado, não há conceito sem atividade semiótica verbal. É esta que possibilita modos de conhecer específicos do homem. Embora outros signos, que não os verbais, possam mediar o conhecimento humano, para ele existe uma ligação entre o conceito e a palavra. Os significados, por sua vez, são interiorizados ao longo de seu processo de desenvolvimento, culminando com o aparecimento do pensamento verbal. Assim, o pensamento verbal - síntese entre a atividade prática e a fala - é uma forma de comportamento que se circunscreve num processo histórico-cultural, considerando que suas características e propriedades não podem ser vislumbradas nas formas naturais da fala e do pensamento.

Como o foco nas preocupações de Vigotski (2001), Vigotski et al. (2008), apresentando o desenvolvimento do indivíduo e da espécie humana enquanto resultado de um processo sócio-histórico, buscar-se incluir e confrontar Almeida (2004) com seus aspectos sociológicos do ensino da ciência, bem como diferentes reflexões na educação científica ao

questionar quais são os usos sociais dentro deste campo, investigando assim a possibilidade de elaborar uma nova ciência a partir da primeira.

Almeida (2004) considera a ciência como um campo, e desse modo, defende a ideia de que a dinâmica da construção científica se dá pelo ininterrupto diálogo entre os fatos históricos, econômicos e sociais externos, com suas leis internas. O campo científico é segundo Almeida (2004):

O universo no qual estão inseridos os agentes e as instituições que produzem, reproduzem, ou difundem [...] a ciência

Todavia, neste universo construído por agentes e instituições, devem ser percebidas suas próprias leis, mas, por se inter cruzar com outros campos sociais (pressões externas), pode-se perceber que a autonomia do campo científico se dá de forma relativa. Em síntese, a estrutura do campo científico será determinada pela distribuição de capital científico entre os seus agentes que podem ser instituições ou indivíduos. Por capital científico, Almeida (2004) entende que:

[...] o capital científico é uma espécie particular do capital simbólico (o qual, sabe-se, é sempre fundado sobre atos de conhecimento e reconhecimento) que consiste no reconhecimento (ou no crédito) atribuído pelo conjunto de pares-concorrentes no interior do campo científico.

Contudo, indivíduos e instituições têm um poder estruturante no interior do campo científico a partir da posição por estes ocupada. Tal posição é determinada e determinante da acumulação de capital científico. O acúmulo de capital, por sua vez, e, de posições hierarquicamente mais elevadas, resulta de como tais agentes têm seus trabalhos conhecidos pela comunidade científica, se são reconhecidos, consagrados ou não. Lembrando que, aqueles que recebem os maiores financiamentos produzem mais, publicam suas pesquisas, têm maiores possibilidades de se consagrarem no campo, havendo a possibilidade, inclusive, de se tornarem dominantes temporais e participarem dos processos decisórios que constroem a política científica.

Também fez parte da discussão a linha seguida por Peirce (1972), trazendo esclarecimentos sobre a conceituação do signo e seu significado. Para Peirce (1972), somente o método científico pode nos levar à verdade, em longo prazo, num longo percurso, que constitui o processo dinâmico da investigação. Este processo está sujeito ao erro, ao acaso, mas

Figura 2.1: Matriz, Vetor e Tensor.

“O livro do Universo está escrito em linguagem matemática” (GALILEI, 1864)

“Os limites da minha linguagem são os limites do mundo” (WITTGENSTEIN, 2013)

Fonte: Elaborada pelo Próprio Autor.

também é passível de autocorreção. Entende-se que a finalidade da ciência é aprender a lição que o universo tem a ensinar. Ciência, portanto, é conhecimento acumulado. Uma ilustração na Figura 2.1 descreve esse processo.

Kneller (1968) define criatividade a partir de 4 enfoques:

- Pessoa portadora de personalidade, valores e hábitos capazes de criar;
- Processos mentais formados por cognições, pensamentos e comunicação;
- Influências ambientais e culturais;
- Funções dos seus produtos, como teorias, invenções, esculturas e poemas.

A ciência está inserida nesta vertente, uma vez que na história há um grande destaque para as realizações científicas, como por exemplo, a teoria da gravidade de Newton e a

explicação do efeito fotoelétrico por Einstein. Peirce (1972) entende que a verdade é o fim da investigação, verdade esse resultado da opinião de quem recorre ao método científico, ou melhor, aquela opinião sobre a qual aqueles que dispõem de tal método irão concordar, ou concordarão se houver persistência o suficiente.

Peirce (1972) toma a crença como uma disposição para a ação e a dúvida como a interrupção de tal disposição por uma resistência por parte da experiência. Logo, a investigação é impelida pela dúvida, que se configura em um estado desagradável, percorrendo com diligência rumo à substituição de uma crença estabelecida. Para ele, o método científico capacita a adquirir crenças estáveis, crenças que não serão postas em dúvida, pois este é o único entre os métodos de investigação a ser condicionado (*constrained*) por uma realidade que é independente do que qualquer um acredita e, por isso pode levar ao consenso. Deste modo, a verdade é a opinião na qual o método científico vai se assentar.

2.2 Educação para Complexidade

A compreensão da realidade conforme o pensamento complexo não pode acontecer de forma simples e sistemática. Conforme Nussenzveig et al. (1999), os problemas considerados mais difíceis, que encorajam a desafiar a compreensão, são discutidos por meio da proposta de uma nova disciplina: a Teoria dos Sistemas Complexos, como presente na Figura 1.1, que debate conceitos sobre a origem da vida, a evolução das espécies, o funcionamento do sistema imunológico e do sistema nervoso central.

Sabendo que os seres humanos são seres inacabados e construídos com o passar do tempo, passa-se a entender a importância do pensar a partir da Complexidade Humana, já que são seres biológicos e culturais. Assim, a Complexidade é, concomitantemente, a tentativa de estender interpretação e paradigmas aos fenômenos naturais como meio de tentar compreender a natureza em sua totalidade, tendo como maior desafio a fragmentação dos saberes humanos, científicos e da tecnologia.

Castilho Piqueira e Mascarenhas Oliveira no artigo “Engenharia de Sistemas Complexos” (PIQUEIRA; OLIVEIRA, 2017), partem da relação de eventos trágicos como o rompimento da barragem de Mariana (MG) em 2015, a queda de um avião no Aeroporto de Orly em 1973 ou ainda o malogro da missão de treinamento em 1967 para dizer como é possível

melhorar os modelos de análises de riscos e previsões de catástrofes. Para tanto, basta fazer uso de uma grande quantidade de dados disponíveis e das facilidades computacionais modernas e de seu processamento e identificação. Segundo os autores, usar as medidas de complexidade e sua dinâmica temporal em problemas complexos de engenharia deve produzir maneiras de realizar projetos complexos e de prevenir desastres.

Por sua vez, quando Piqueira cita a “Engenharia da Complexidade em Edgar Morin”, diz que não trata nesse artigo de questões filosóficas ou de suas relações com o saber científico porque elas já foram cumpridas com competência por Morin. Ele prefere discorrer sobre o relacionamento dos princípios do pensamento complexo com a prática da engenharia, tanto no trabalho de concepção como no de operação, pois a Engenharia da Complexidade adiciona à visão tradicional da disjunção e do fechamento dos sistemas uma abordagem aberta, não linear e com a incompletude em sua gênese. “Conciliar unidade e diversidade, continuidade e rupturas é tarefa do pensamento complexo que, semelhante aos sistemas lógicos, é incompleto” (PIQUEIRA, 2018).

Conforme Waddington (1979), a noção de Complexidade está relacionada ao número de elementos que podem ser particularmente definidos no sistema e ao de modos em que eles são relacionados.

É impossível dar uma definição de complexidade do mundo moderno que chegue perto de ser completa ou exata – mundo este que o homem se vê tentado a manipular com instrumentos imperfeitos. Pode-se, no entanto, ter uma ideia ao menos parcial do problema, considerando os estudos e o crescimento da informação científica nos últimos dois séculos.

Segundo ele, o esforço para vencer as barreiras causadas pelo ensino interdisciplinar terá, no máximo, um sucesso parcial; dado que a quantidade de conhecimento que uma pessoa possui é mais ou menos constante, não se pode duvidar que, ensinando dois ou três assuntos, ela detenha o mesmo grau de proporção de conhecimento de um especialista que estuda apenas um dos assuntos.

A rápida multiplicação da quantidade de informação foi gerando, velozmente, a obsolescência do conhecimento, devido à descoberta cada vez mais constante de fatos novos.

A ciência, por sua vez, configurou um avanço significativo para a humanidade, dado que se considerar o saber como o método mais apropriado na aquisição de conhecimento. Em tempos que remontam ao método científico principiado por Galileu (1564-1642), junto

aos critérios para aceitação da validade de uma teoria, hipótese ou suposição, predominava o critério da Autoridade, ou seja, a possibilidade da teoria ser ou não aceita, aprovando deste modo a ideia do seu preconizador ou defensor.

Enfim, a proposta de Galileu é a realização de experimentos com o propósito de comprovar a veracidade das previsões da teoria. Sua proposta se deu pelo método de conclusão e repetição destes experimentos por parte de outros investigadores, no qual tal declaração corresponde a uma questão de bom senso, contrariando a revolução no pensamento científico.

Ao contrário do método científico de aquisição de conhecimento, se depara com diversas formas, no qual metáforas não justificadas apresentam algumas características do funcionamento dos sistemas naturais ou do Universo. Atualmente, algumas destas explicações estão ultrapassadas em virtude da divulgação de novos resultados de pesquisas científicas e tecnológicas.

A Teoria da Complexidade está inerentemente ligada à área da educação, dado que assume uma nova maneira de lidar com o conhecimento, especialmente por criar vínculos entre disciplinas que se separaram. Conforme descrito em Morin (2003), deve-se.

[...] portanto, ser animados por um princípio de pensamento que nos permitisse ligar as coisas que nos parecem separadas umas em relação às outras. Ora, o nosso sistema educativo privilegia a separação em vez de praticar a ligação. A organização do conhecimento sob a forma de disciplinas seria útil se estas não estivessem fechadas em si mesmas, compartimentadas umas em relação às outras; assim, o conhecimento de um conjunto global, o homem, é um conhecimento parcelado.

Isto posto, a Teoria da Complexidade (ou pensamento complexo) que será abordada nesta tese, possui um nexos visceral relacionado às questões aprofundadas por Edgar Morin. Porém, é imprescindível citar obra e pensamento do importante físico Nussenzveig et al. (1999), sendo cada vez mais categórico que se desenvolva uma linguagem comum entre pesquisadores de diversas áreas de conhecimento.

Assim, a progressão deste estudo se desenvolve a fim de romper com o pensamento simplificador e fragmentado que marcou a educação clássica por vários anos, conforme cita Morin (2003):

O currículo escolar é mínimo e fragmentado. Na maioria das vezes, peca tanto quantitativa como qualitativamente. Não oferece, através de suas dis-

ciplinas, a visão do todo, do curso e do conhecimento uno, nem favorece a comunicação e o diálogo entre os saberes; dito de outra forma, as disciplinas com seus programas e conteúdos não se integram ou complementam, dificultando a perspectiva de conjunto e de globalização, que favorece a aprendizagem.

Deste modo, o saber fragmentado apresenta lacunas que não possuem uma abordagem de ligação entre áreas, limitando, e, inclusive, causando bloqueio na aprendizagem das partes envolvidas no processo de ensino. Desta forma, se admite que o essencial, ao se abordar a respeito da Complexidade, é a compreensão de que o todo necessita das partes, assim como as partes necessitam do todo para que haja uma realização de ambas. No entanto, tal abordagem não procura desvalorizar o avanço do pensamento disciplinar, mas considerá-lo como uma das várias opções de desenvolvimento.

Pode-se designar interdisciplinaridade como a explicação do diálogo dentro dos conhecimentos, sendo superior a um diálogo entre disciplinas opostas, assim como o conhecimento do senso comum e o conhecimento científico (FAZENDA, 1991). Como reflete Klein (1998), a interdisciplinaridade sustenta um significado de integração bastante estável, que tem como finalidade reprimir a fragmentação que desmembra em diferentes disciplinas. Essa integração apresenta, sobretudo, a resposta frente aos problemas de maneira diferente, com a cooperação de conhecimentos de diversificadas áreas, que conseqüentemente passam a se integrar com mais amplitude.

A explicação dada por Klein (1998) sobre a interdisciplinaridade é de que esta já não é um assunto recente nas escolas. Este conceito ultrapassou os últimos 50 anos, tanto no Brasil quanto nos Estados Unidos e na Europa, aplicando os vários formatos de currículos, visando essa integração. Todavia, Klein também pondera que, de uns tempos para cá, houve certo modismo ao trabalho interdisciplinar, uma vez que nem todos os professores estão preparados para atuarem desta forma. Com isso, o que acontece é um planejamento em equipe, sobrepondo um ensino em equipe. Dessa forma, os professores passam a trabalhar sozinhos, de modo que a interdisciplinaridade não chega ao alcance de todos.

Além disso, cita-se a transdisciplinaridade de D'Ambrosio (2001):

A transdisciplinaridade leva o indivíduo a tomar consciência da essencialidade do outro e da sua inserção na realidade social, natural e planetária, e cósmica. Uma consequência imediata da essencialidade é que a inserção só pode se dar através de um relacionamento de respeito, solidariedade e cooperação com o outro, conseqüentemente com a sociedade, com a natureza e com o planeta, todos e tudo integrados na realidade cósmica. Esse é

o despertar da consciência na aquisição do conhecimento. A grande transformação pela qual passa a humanidade é o encontro do conhecimento e da consciência. A transdisciplinaridade procura entender e propor como o ser humano, um fato biológico, material, atinge a sobrevivência e a transcendência, características da qualidade de ser humano, um fato espiritual.

Assim, a educação tem uma conexão fundamental com a Teoria da Complexidade, podendo ser na própria concepção de educação, no entendimento da escola como um sistema complexo, ou como um outro qualquer tirado da natureza. Tornando-se compreensível este conceito, reflete-se em novos campos capazes de gerar uma educação constituidora, considerando os elementos e as conexões, tal e qual ao todo. As propostas e os meios de aplicação são muitos, de maneira a impulsionar o sucesso frente as tarefas de desenvolvimento que se espera de uma pessoa de certa idade e gênero, dentro da esfera de sua cultura, sociedade e época.

2.2.1 Investigação do Problema

Ao verificar sistemas simbólicos rivais, tais como certas religiões, escolas filosóficas ou correntes políticas que estabelecem entre si relações de oposição, pode-se assimilar o que é tendencioso em cada um deles. Também da mesma forma, em relação às teorias científicas que deverão ter seu confronto e sua análise comparativa formada por instrumentos poderosos, capazes de tomar consciência da arbitrariedade e educação científica.

As possibilidades que facultam o caráter arbitrário para a cultura científica escolar, ligadas às suas ações pedagógicas, acontecem, assim como, com respeito ao planejamento curricular, que geralmente resulta numa seleção parcialmente injustificada de algumas ideias em decréscimo de outras, ou à própria organização do conhecimento científico, que jamais se torna justificada de forma completa e permanente, frente aos fundamentos teóricos ou por sua comprovação empírica. Em vista disso, se percebe o caráter arbitrário da educação científica pelo contraste existente no âmbito das concepções curriculares dessemelhantes, ou pela análise de teorias científicas opostas.

Pierre Bourdieu, sociólogo francês, destacou-se nas análises sistêmicas sobre os sistemas de ensino e nas estruturas das relações entre classes. Suas publicações foram consideravelmente relevantes na sociologia da educação. A principal, no entanto, que o tornou mais conhecido foi – A reprodução, escrita em parceria com Jean Claude Passeron, em 1970

em Bourdieu, Passeron e Silva (1975). Eles advertem que as escolas depauperam o ato de ensinar, contribuindo deste modo para as desigualdades sociais.

Bourdieu, Passeron e Silva (1975) faz menção de que sua obra ativa o entusiasmo no ato de ressignificar problemas encontrados na escola. O primeiro ponto a ser levado em consideração é constatar que a escola atua como mecanismo de reprodução das desigualdades sociais. Essa é uma conclusão bastante controversa ao pensar a escola como meio de melhoria social. Ao se notar que os sistemas de ensino geralmente não cumprem com o papel, é mais vantagem pensar em como viabilizar uma educação que de fato inclua e promova. Todas as partes constituidoras da educação devem refletir sobre o significado social de seu trabalho. Ao contrário disto, é provável que se descubra que, inconscientemente, contribui-se com os processos de criação de desigualdades sociais. Isso cogita o desenvolvimento de novas alternativas de mudanças na forma de se trabalhar nas escolas.

Conforme Bourdieu, Passeron e Silva (1975), um outro ponto que não pode ser negligenciado é a natureza do fracasso escolar. Sem perceber, nos acomodamos no pensamento que tem origem no iluminismo do século XVIII e que tem relação com as bases do liberalismo. Acredita-se que todos lograrão êxito em seus estudos, caso tenham as mesmas oportunidades.

Gurgel (2010) e Zanetic e Menezes (1990) apontam o cenário habitual de um ambiente escolar como sendo a apatia e o desinteresse dos alunos, que parecem não entender o sentido de estar na escola. Mesmo com o esforço do professor por lhes apresentar os conteúdos mais simplificados, incentivando-os a fazer as atividades de forma ativa, sobretudo tratando de conceitos contíguos à rotina estudantil, nota-se que há algumas lacunas que precisam ser preenchidas, de modo a melhorar o ensino educacional. Apesar do esforço, muitos alunos se distraem das aulas. Quando as aulas mais cativantes são ministradas, surge então uma faísca de interesse, que nem sempre dá mostras muito claras de vínculo permanente.

É importante perceber que um dos problemas históricos que ocorrem ao se ensinar a Física é a restrição aos alunos no que diz respeito ao contato com apenas uma teoria hegemônica em cada domínio disciplinar.

O resultado dessa ideação curricular típica revela que geralmente os físicos não compreendam a Teoria Eletromagnética e, mesmo sendo eventualmente capazes de criticar tal

teoria, estes físicos devem se satisfazer com a eletrodinâmica de Maxwell-Lorentz por não saber o que poderá substituí-la. Essa operação limita os alunos ao contato com apenas uma teoria hegemônica em cada área disciplinar, não sendo designada de modo consciente pelos agentes da educação científica. Estes buscam a defesa das teorias hegemônicas em detrimento das críticas legítimas. Esse mecanismo curricular apresenta contribuições para o estudo do arbitrário da ciência e para a determinação de uma relação pouco crítica com suas teorias mais hegemônicas.

Busca-se vivenciar a Física em sala de aula. Conforme especifica Carvalho (2004), quando é possível, a partir daí, estabelecem-se semelhanças entre o ensino da Física a estudantes universitários e estudantes de primeiro e segundo graus. A dificuldade de apropriação plena do conhecimento é semelhante. Segundo Carvalho (1989), através da relação cotidiana com o mundo, cada pessoa, consciente ou inconscientemente, estrutura conceitos físicos e estabelece relações que expliquem fenômenos. Essas explicações, contudo, podem mesmo chegar a coincidir com as definições científicas já estruturadas e reconhecidas na sociedade. Diante disso, deduz-se a necessidade de o professor perceber como os alunos trabalham com os conceitos físicos, pois “[...] a Física faz parte de seu mundo, sobre o qual já tiveram de pensar e, portanto, de estruturar alguns conceitos” Carvalho (1989).

Em particular, salientam-se os trabalhos físico, matemático e filosófico de Isaac Newton, que desenvolve e cria a ferramenta matemática (cálculo integral e diferencial) em 1666 D.C., para estudar primorosamente as leis da natureza, a Física, objetivando a construção de ideias e sistemas para a formação de novas teorias.

Conforme cita Assis (2011), Isaac Newton relaciona muito bem o sistema do mundo (tratado matematicamente), as regras de raciocínio em filosofia, os fenômenos e as proposições em geral da Física-Matemática. Esse é o exemplo mais forte de integração entre a Física e a Matemática, um marco na ciência e no método científico que teve, na verdade, suas origens com Galileu Galilei no período do Renascimento Científico, por volta de 1630 D.C., conforme Cohen (1967).

Dentro deste contexto, pretende-se construir a ideia de que a Física-Matemática, matérias estas interdisciplinares, em conjunto com a tecnologia, possuem em todas as partes constituidoras, ferramentais para aumentar o Capital Cultural – metáfora criada por Bourdieu, para explicar como a cultura em uma sociedade dividida em classes se transforma

numa espécie de moeda, no qual as classes dominantes utilizam para acentuar as diferenças. Com vista à Complexidade de tais elementos que constituem o todo, utilizar ferramentas tecnológicas inovadoras não apenas contribuem para compreensão e assimilação de tais ideias, mas sobretudo, contribuem para reduzir as desigualdades sociais entre os estudantes.

De acordo com Nussenzweig et al. (1999), na conjuntura da Teoria Geral de Sistemas Dinâmicos, um tratamento analítico dos sistemas complexos representa um desafio para os matemáticos. Na falta destes, utilizam-se de forma coletiva simulações em computador. Tal simplicidade de acesso a técnicas computacionais gradativamente poderosas tornaram-se condições preponderantes de estímulo às pesquisas em Complexidade. Aos *in vivo* e *in vitro* dos experimentos em biologia, já se acrescentou o *in silico*.

2.3 Abordagem Utilizada

A Tecnologia da Informação e Comunicação que, conforme Fabre, Tamusiunas e Tarouco (2003) apontam, permite criar material didático usando multimídia com interatividade, recursos pelos quais tornam mais efetivos os ambientes de ensino-aprendizagem. Tais ferramentas constituíram parte integrante do desenvolvimento deste estudo, com aplicações educacionais como as de OA, capaz de potencializar o processo de aprendizagem, buscando proporcionar ao aluno uma interação sadia e intuitiva com o computador, o que não deixa de dar importância aos diferentes estilos cognitivos, a saber: aprendizes ativos e reflexivos, sensitivos e intuitivos, visuais verbais, e sequenciais e globais (PRADO et al., 2010). Todavia, é pertinente para o enriquecimento da pesquisa a inclusão de outros recursos:

1. *Kit Didático para Ensino do Binômio Tensões Mecânicas e Tensores (KiDiTen)*: Um *kit* que permite através de *Strain Gauges*, sensores que mudam de resistência conforme deformados, medir tensões e trações em vigas metálicas;
2. Implantação de Laboratório de Física e Matemática (Informática), no qual será utilizado OA e SolidWorks;
3. Uma ênfase clara e obrigatória das mais diversas aplicações Tecnológicas (civil, automotivo e nuclear);

Neste sentido, com base no estudo bibliográfico para o desenvolvimento deste trabalho, são propostos novos parâmetros de análise e comprovação do aprendizado dos conteúdos de Física e da Matemática do Ensino Superior Tecnológico, fundamentados nas novas abordagens de ensino.

2.4 Didática e Aprendizado

Este trabalho contempla o ensino dos tensores como ferramenta e linguagem matemáticas, organizando técnicas pedagógicas da Física-Matemática de forma a criar um ambiente de entendimento e usando de formas efetivas as estratégias de ensino-aprendizagem, conforme diagrama da Figura 1.1. Nesta perspectiva, o desenvolvimento desta pesquisa será dado pelos instrumentos que promoverão uma interação mais fluida entre teoria e aplicação prática dos conhecimentos: SolidWorks, técnica de análise de tensões com *Strain-Gauge*, kits de medição de Flexão e Torção, conceituação matemática e qualitativa de Matriz, Vetor e Tensor, aplicação das Tensões na engenharia, aspectos históricos, filosóficos, sociológicos, semióticos e Teoria da Complexidade, integrando e motivando o aluno no estudo de Tensões, levando assim ao conceito qualitativo de Tensor.

O trabalho alcança três linhas de pesquisa do Programa de Pós-Graduação Interunidades em Ensino das Ciências do Instituto de Física da Universidade de São Paulo (IFUSP):

- **L1 - Recursos Didáticos para o Ensino de Ciências**

- O estudo da natureza, do conteúdo e da linguagem de diferentes meios como experimentos, atividades lúdicas, computadores, vídeos, filmes, etc. e o papel dos mesmos no processo ensino-aprendizagem.

- **L2 - História, Filosofia e Cultura no Ensino de Ciências**

- As investigações relativas a aspectos históricos, filosóficos ou sociológicos da ciência (Física, Química e Biologia), bem como das relações entre ciência e cultura, e suas implicações no ensino de Ciências (Física, Química e Biologia) em diferentes níveis ou abordagens.

- **L3 - Ensino-Aprendizagem de Ciências**

- Os estudos que abordam aspectos do processo de ensino-aprendizagem relativos à construção do conhecimento e à formação conceitual em Física, Química e Biologia. Ou seja, que tratam das concepções conceituais dos estudantes, modelos, propostas e diagnósticos de aprendizagem; da avaliação e de aspectos linguísticos na formação conceitual ou nos discursos de estudantes e professores.

As abordagens diferenciadas de estratégias que almeja-se desenvolver consistem em aproximar o campo teórico ao das experiências empíricas pessoais do aluno, mediante a utilização de algumas ferramentas. Assim, cria-se relevância desses estudos em sua vida prática, despertando maior interesse. Campos e Nigro (1999) apresentam uma classificação das atividades práticas capazes de fazer essa aproximação de mundos:

- Demonstrações práticas: atividades realizadas pelo professor que possibilitam ao aluno um maior contato com os fenômenos já conhecidos junto com equipamentos, instrumentos e até com seres vivos;
- Experimentos ilustrativos: atividades que os alunos podem realizar e que cumprem as mesmas finalidades das demonstrações práticas;
- Experimentos descritivos: atividades que o aluno realiza que sejam obrigatoriamente dirigidas com tanta frequência pelo professor. Nelas, o aluno tem contato direto com os fenômenos que precisa apurar, sejam ou não em comum ao seu dia a dia;
- Experimentos investigativos: atividades práticas que exigem participação ativa do aluno durante sua execução. Diferem das outras por envolver obrigatoriamente a discussão de ideias, a elaboração de hipóteses investigativas e experimentos para testá-las.

Tais classificações entram de acordo com a teoria desenvolvida por Saad (2017) e Kuhn (1991). Kuhn acredita que técnicas quantitativas são a melhor forma de se entender conceitos abstratos ou explicar fenômenos naturais. Entre eles, cita-se três maneiras de descrever estes fenômenos: o *qualitativo*, no qual se observa o fenômeno; o *não-numérico*, no qual se aplica um processo experimental de medição; e *exploração de leis*, no qual parte-se dos resultados e formula-se leis naturais.

Figura 2.2: Contexto Fenomenológico, Histórico e Filosófico.

Fonte: Pacca e Scarinci (2011), Saad (2017) e Silva e Muramatsu (2007).

Além disso, ao se propor uma nova forma de ensino, entra em compatibilidade com Saad (2017), no qual o novo sistema de aprendizagem deve ser especificado de objetivos, realizar testes antes e após os experimentos e principalmente, ser flexível, ajustando-se ao desempenho do estudante.

Será verificado se houve sentido e coerência, na hipótese de haver uma redução eidética (volta à essência), ou melhor, uma busca de sentido do fenômeno em estudo conforme ilustra a Figura 2.2 (HUSSERL, 2018; PEIRCE, 1972; HEIDEGGER, 2007)

Isto pode ser explicado dentro da concepção do professor Campos (2012) que, na metodologia de ensino tradicional, o aluno é o elemento passivo e o professor elemento ativo. É explicado pelo autor que o ensino tradicional da engenharia abrange conceitos, definições, teorias, teoremas, fórmulas, regras, exemplos, textos, aulas expositivas, experiências tradicionais, exercícios propostos e avaliação do conhecimento adquirido. Esta tese propõe o inverso, ou seja, que o aluno deixe de ser passivo.

Ao contrário do ensino tradicional, a ideia de Campos (2012) vai ao encontro de uma metodologia ativa de ensino-aprendizagem, na qual os alunos são elementos ativos e o tutor, elemento facilitador. A vantagem é que o ambiente acadêmico fica em perfeita sintonia com o mercado, através de uma metodologia dinâmica e individualizada. Os programas curriculares nos cursos tecnológicos são atualizados anualmente, de acordo com as novas exigências do mercado e com as novas tecnologias e ferramentas disponíveis. Há integração

entre universidade e empresa. Conforme Campos (2012), para garantir um resultado mais eficiente no ensino é necessário aplicar a metodologia do *Problem Based Learning* (PBL) que tem como elementos:

- Alterar o modelo de ensino praticado pelas universidades;
- As metodologias devem ser reformuladas;
- Dar maior ênfase ao trabalho do aluno;
- Aprendizagem ativa baseada na solução de problemas reais orientadas a projetos e a necessidade do mercado;
- Uma contraposição a uma forma de ensino passiva e assentada na transmissão de conhecimentos;
- Modelo de aprendizagem mais participativa, mais atrativa para os alunos e mais centrada na aquisição de competências;
- Maior acompanhamento dos alunos por parte dos professores e um investimento permanente na melhoria da qualidade da educação.

Após investigado as linhas pedagógicas e técnicas a serem utilizadas dentro em sala de aula, se vê a necessidade de um conteúdo melhor trabalhado para o ensino de tensores e sua importância histórica, apresentando uma visão geral de seu desenvolvimento. Assim, o próximo capítulo abordará um breve histórico a respeito da criação do cálculo tensorial e sua importância para o meio científico, em especial para Física Moderna.

Esta análise permite o estudante a se aproximar e entender a sequência de desenvolvimento histórica tanto da matemática quanto da física, compreendendo conceitos para investigar o mundo real através de ferramentas abstratas, como o caso de tensores.

A HISTÓRIA DOS TENSORES

Este breve capítulo sobre a história do cálculo tensorial deriva do levantamento bibliográfico de diversos autores, buscando informações precisas sobre o cálculo tensorial e com quais problemas os mesmos lidavam naquele momento. Esta breve introdução está muito mais centrada no ambiente acadêmico e de ideias na origem do cálculo tensorial. Em Silva et al. (2006) oferece uma ótima apresentação matemática do esforço dos autores como Riemann (CONNOR; ROBERTSON, 1998), Ricci-Curbastro (CONNOR; ROBERTSON, 2000) e Levi-Civita (CONNOR; ROBERTSON, 2005).

3.1 Sobre as Origens dos Conceitos de Tensor

No fascinante universo do diálogo entre as ciências puras e as aplicadas a consciência dos conceitos fundamenta uma linguagem essencial para a busca do entendimento do mundo real.

Além do que se vê ou se percebe da Natureza, além do deslumbramento ante o belo e do espanto diante do dramático, uma miríade de fenômenos e processos físicos, evidentes ou subjacentes, desafia tanto os filósofos quanto os demais cientistas.

Desde a descrição de um dado elementar ou de um fenômeno observável, até a conclusão de um estudo a seu respeito, toda uma caminhada metodológica recorre a procedimentos de pesquisa que precisam ser aprendidos e ensinados com qualidade.

Para os saltos mentais gigantescos, tais como do discreto para o contínuo, do concreto para o imaginário, do finito para o infinitesimal, tanto o estudante quanto o professor precisam de trapézios construídos com material bem sólido conquanto aparentemente in-

visível, os conceitos.

Dentre estes, destacam-se no campo das ciências físicas e matemáticas, de um lado a ideia da generalização e do outro a da simplificação. A primeira pavimenta a estrada da evolução do entendimento enquanto a segunda viabiliza a aplicabilidade do conhecimento. Permeando-as, a consciência da relevância das medições e modelagens, constrói elos entre o saber e o fazer.

Seus verbos, a saber, generalizar, simplificar, medir e modelar, configuram o escopo dos objetivos da relação ensino-aprendizagem deste trabalho. As próximas seções abordaram a história acerca do conceito de tensor e do cálculo tensorial, indo de Riemann até Einstein.

3.2 Quem Criou o Conceito de Tensor e o Cálculo Tensorial?

Os tensores são entidades invariantes sob qualquer transformação do sistema de coordenadas. Esta ferramenta geométrica da matemática é utilizada para generalizar o conceito de escalares, vetores e matrizes, permitindo transformações sob qualquer sistema de coordenadas. Seu conceito é utilizado em diversas áreas do conhecimento, como Engenharia, Computação, Neurociência, Física e Matemática.

O uso da notação tensorial começou no início do século XIX, tanto na Física, quanto na Matemática. Mesmo assim, o nome *tensor* só seria definido posteriormente as primeiras aplicações.

O físico e matemático francês Augustin-Louis Cauchy (1789-1857) (BELHOSTE, 2012) propôs em 1822, em seu curso na Escola Politécnica de Paris, o conceito do que hoje é conhecido por tensor tensão. Este tensor é uma matriz simétrica 3×3 que descreve a mecânica do contínuo (CAUCHY, 1822; CAUCHY, 1827). Desde então, este tensor passou a ser utilizado para analisar a tensão de corpos submetidos a pequenas deformações e é o conceito central da teoria da elasticidade.

O termo tensor aparece somente em 1846 porém com outro significado ao definido hodiernamente. O termo é descrito em um artigo de William Rowan Hamilton (HAMILTON, 1846; MILLER et al., 2015) e faz parte de uma série de outros cunhados por ele em seus estudos sobre os *quaternions*. Note-se que o sentido de tensor usado por Hamilton não é

mais utilizado.

Georg Friedrich Bernhard Riemann (CONNOR; ROBERTSON, 1998) apresentou em 1854 o que hoje é conhecido como tensor de curvatura para descrever como uma superfície é torcida ou curvada, estabelecendo as bases da geometria diferencial.

Entre 1880 e 1884, o matemático e físico norte-americano Josiah Gibbs (1839-1903) desenvolveu o cálculo vetorial a partir da álgebra exterior desenvolvida na década de 40 por Hermann Grassmann (1809-1877) (GRASSMANN, 2012), que já continha “como detalhe implícito a álgebra do cálculo tensorial”, desbancando os *quaternions* de Hamilton (HAMILTON, 1846). Em seu trabalho introduziu a ideia do viria a ser conhecido como produto tensorial de vetores em $\mathbb{R}^3$, com o nome de *produto indeterminado*, aplicando o conceito ao estudo de deformações de um corpo. Dois anos depois, generalizou a ideia de produto indeterminado para n dimensões e criou a notação de multiplicação com ponto ($\cdot$) e com cruz ($\times$) para pares de vetores, comum hoje. Gibbs usou o termo *indeterminado* porque considerava o que viria a ser conhecido como produto tensorial “a forma mais geral de produto de dois vetores”, já que não estava sujeita a nenhuma lei, exceto a bilinearidade (GIBBS, 1884; WILSON; GIBBS, 1901).

O termo tensor foi usado no sentido moderno pela primeira vez em 1898 por Wolde-mar Voigt (1850-1919), professor de física teórica na Universidade de Göttingen, Alemanha. Em Voigt (1898) pode-se analisar seu estudo sobre propriedades físicas de cristais, definindo assim o tensor.

O conceito de tensor e o cálculo tensorial são uma evolução extraordinária da geometria diferencial, desenvolvidos no fim do século XIX e no início do século XX por Gregorio Ricci Curbastro (1853-1924) (CONNOR; ROBERTSON, 2000) e seu aluno Tullio Levi-Civita (1873-1941) (CONNOR; ROBERTSON, 2005), explorando de forma pioneira as contribuições de Bernhard Riemann (CONNOR; ROBERTSON, 1998). O artigo escrito pelos dois matemáticos italianos seria publicado em 1901, mas poucos acadêmicos entenderam seu alcance. Somente em 1915 os tensores e o cálculo tensorial, que em suas obras tratavam seus algoritmos como sistemas, ganhariam fama instantânea com a teoria da relatividade geral de Albert Einstein (FÖLSING, 1997). Foi o cálculo tensorial que permitiu a Einstein dominar as equações da geometria do espaço-tempo e do campo gravitacional.

A larga adoção do termo tensor e do cálculo tensorial, tanto na Física como na Ma-

temática, derivam do uso feito por Einstein em seus artigos a partir de 1913 e do papel essencial da ferramenta na relatividade geral. Einstein chamou de cálculo tensorial o cálculo diferencial absoluto de Ricci e Levi-Civita.¹

A partir desse evento, o cálculo tensorial encontraria uma enorme gama de outras aplicações além da geometria Riemanniana. Em 1917, Levi-Civita introduziria com seu novo conceito de transporte paralelo de vetores, o fundamento geométrico dos algoritmos de invariância em (LEVI-CIVITA, 1916), permitindo que o cálculo desenvolvido por seu professor nos anos 90 do século anterior ganhasse uma nova série de desenvolvimentos e generalizações, sua validação foi feita particularmente com Weyl (1918) e A. S. Eddington (1923) (CONNOR; ROBERTSON, 2003).

J.A. Schouten, que em 1918 havia descoberto o paralelismo de forma independente de Levi-Civita, em Delft, Holanda, fez em 1924 uma nova sistematização do método na obra Ricci-Calculi (STRUIK, 2012). Em 1938, o matemático norte-americano Hassler Whitney (1907-1989) definiu o produto tensorial para os grupos abelianos e, em 1948, Nicolas Bourbaki, pseudônimo coletivo de um grupo de matemáticos franceses que tinha entre seus fundadores Henri Cartan, Claude Chevalley, e André Weil, definiu o produto tensorial de módulos em geral.

3.3 De Riemann a Einstein Passando pelos Italianos

Em 1851, exatos 50 anos antes da publicação do artigo de Ricci e Levi-Civita, o matemático alemão Georg Friedrich Bernhard Riemann (1826-1866) havia elevado a um novo patamar a geometria diferencial. Sua tese de doutorado sobre a teoria das funções complexas (RIEMANN, 1851), apresentada na Universidade de Göttingen e orientada por Carl Friedrich Gauss (GAUSS, 1966), trazia pelo menos duas notáveis contribuições.

A primeira é o que passou a se conhecer como equações diferenciais de Cauchy-Riemann, que permitem a análise de uma função de variável complexa. A segunda é o conceito, hoje é chamado, de superfície de Riemann, que introduziu a análise topológica na teoria das funções complexas.

¹ A tradução de 1926 do livro de Levi-Civita “Lezioni di calcolo differenziale assoluto” (LEVI-CIVITA, 1925) ganhou um acréscimo explicativo ao título: “The Absolute Differential Calculus (Calculus of Tensors)” (LEVI-CIVITA, 1977)

A tese de Riemann fazia parte do esforço da moderna Matemática de alcançar o maior grau possível de generalização, o que significava superar o espaço tridimensional e estudar “variedades n -dimensionais imersas em espaços n -dimensionais” (SILVA et al., 2006). Isso seria conseguido plenamente mais adiante pelo cálculo tensorial, que é uma exploração exaustiva das geometrias Riemannianas, que por sua vez, são geometrias diferenciais generalizadas com o aperfeiçoamento da notação e o desenvolvimento de uma abordagem dependente apenas da natureza da variedade, e não do sistema de coordenadas particular usado (RICCI; LEVI-CIVITA, 1900). O resultado seria uma mudança significativa no desenvolvimento da geometria diferencial que, a partir de então, foi paulatinamente se afastando dos casos concretos tão caros à abordagem clássica.

Na segunda parte de sua tese, Riemann relaciona a geometria e o mundo e se pergunta com surpreendente profundidade filosófica: qual é a dimensão do espaço real? Qual geometria realmente descreve o espaço real? Mesmo jovem, era claro o alcance filosófico do seu pensamento matemático. Seu pensamento estava muito além da compreensão do público, exceto para Gauss.

Seria a partir de 1872, em Pisa, que o jovem estudante Gregorio Ricci Curbastro (1853-1925) (CONNOR; ROBERTSON, 2000), que tinha aulas com Enrico Betti (1823-1892) e Ulisse Dini (1845-1918) na *Scuola Normale Superiore* (SNS), conhecida como *Normale di Pisa* (Scuola Normale Superiore, 2019), começaria a tomar contato com as ideias de Riemann. Sob a liderança de Betti, a escola superior havia se transformado no principal centro de formação em matemática da Itália (CONNOR; ROBERTSON, 2000; SILVA et al., 2006).

Depois de obter o título de doutor e passar um ano estudando com Felix Klein em Munique, na Alemanha, Ricci Curbastro voltou para Pisa em 1879, onde passaria a ser assistente de Dini, mas, em dezembro de 1880, foi nomeado professor de matemática e física na Universidade de Pádua, dedicando-se nos 15 anos seguintes a estudar a geometria diferencial (CONNOR; ROBERTSON, 2000; SPEZIALI, 2008).

Entre 1884 e 1994, Ricci Curbastro inventaria o cálculo diferencial absoluto, cuja base havia sido lançada por Gauss e desenvolvida por Riemann, levando adiante as ideias de Elwin Bruno Christoffel publicadas num artigo de 1869 (CONNOR; ROBERTSON, 2000; RIEMANN, 1923; CHRISTOFFEL, 1869; SPEZIALI, 2008). Ricci Curbastro e Pierre Speziali nota que Christoffel não percebeu todo potencial de seu trabalho como descrito em Speziali

(2008):

Foi essencialmente a ideia de Christoffel da derivação covariante que permitiu Ricci realizar um gigantesco progresso. [...] Ricci percebeu que os métodos introduzidos e utilizados por estes três autores (Riemann, Christoffel e Lipschitz) requeria um desenvolvimento mais completo e capacidade de ser generalizado.

Em 1887, aos 34 anos, Ricci apresenta pela primeira vez o algoritmo da derivada covariante. Sua demonstração da invariância das funções quadráticas leva-o a desenvolver o cálculo diferencial absoluto, que ele apresentaria em quatro artigos publicados entre 1888 e 1892 (CURBASTRO, 1888; RICCI-CURBASTRO, 1889; RICCI, 1883; RICCI-CURBASTRO, 1892).

Em 1890, Levi-Civita, aluno de Ricci Curbastro, estudou e entendeu a teoria dos invariantes absolutos para casos mais gerais usando resultados da pesquisa de Sophus Lie, que realizou a teoria da transformação de grupos.

A invenção de Ricci Curbastro mudava o procedimento usual do cálculo diferencial e permitia que as fórmulas e os resultados mantivessem a mesma forma com qualquer sistema de variáveis. Isto exigia o emprego de sistemas de funções que se comportassem, dada uma mudança de variáveis, como coeficientes de expressões que fossem eles mesmos independentes da escolha de variáveis, por sua natureza ou por convenção. No passo seguinte, Ricci introduziu um elemento invariante, o *absoluto*, que pode também ser usado para lidar com outros sistemas. O absoluto que melhor se presta a esta operação é a forma quadrática diferencial, que expressa geometricamente a distância entre dois pontos (SPEZIALI, 2008).

Em 1893, Ricci apresentou as primeiras aplicações práticas do seu algoritmo e, pela primeira vez, usou o nome com que ele passaria a ser conhecido. Dois anos depois, Felix Klein, à frente dos *Mathematische Annalen*, jornal acadêmico especializado em matemática, pediu a Ricci um artigo para explicar seu método de cálculo e suas aplicações, mas só cinco anos mais tarde este cumpriria a tarefa. Preparou também um artigo sobre geometria intrínseca, publicado somente em 1896 (RICCI-CURBASTRO, 1896), no qual analisou a congruência de linhas em uma variedade arbitrária de Riemann, definindo o que hoje é conhecido como tensor de Ricci, cujo papel foi fundamental na teoria da relatividade.

Em geometria diferencial, o tensor Ricci é um tensor que mede a curvatura de uma variedade Riemanniana. É obtido através da contração de dois índices do tensor de Rie-

mann, sendo um ingrediente da equação de campo de Einstein. Com este estudo Ricci foi capaz de identificar também a presença de invariantes na teoria da curvatura de variedades.

Einstein conclui que só a geometria diferencial de Riemann, o cálculo diferencial absoluto e os tensores de Ricci, Curvatura e Levi-Civita poderiam viabilizar matematicamente a teoria da relatividade geral.

A partir de 1907, Einstein lançou-se à tarefa de generalizar a teoria da relatividade, que ele apresentara em seu consagrado artigo de 1905, estendendo o princípio da relatividade dos movimentos uniformes para os movimentos arbitrários (CRAWFORD, 2005). Einstein havia intuído corretamente que, para um observador num campo gravitacional, a geometria espacial não deveria ser, em geral, euclidiana, levando-o a ideia de representar a gravidade pela curvatura do espaço-tempo.

Em 1911, o matemático Marcel Grossmann (CONNOR; ROBERTSON, 2010), percebeu que o método apresentado por Ricci e Levi-Civita em 1901 poderia enfrentar as exigências matemáticas para pôr de pé a generalização da teoria da relatividade, dando à Einstein a ferramenta com a qual o físico alemão domaria os espaços-tempo curvos a quatro dimensões.

O problema é que Einstein estava confuso sobre a invariância de Gauge e concluiu que seria impossível chegar a uma teoria geral. Isso o fez desistir de procurar por equações tensoriais covariantes completamente gerais e levou-o a procurar equações invariantes apenas sob transformações lineares gerais².

A nova geometria de que o físico alemão precisava “era diabolicamente difícil”, mas Einstein se lançou à obrigação de dominá-la para levar a cabo o esforço de generalização da relatividade. Como citado em Ferreira (2017):

Foi um desafio monumental, como aprender sânscrito do zero e escrever um livro no novo idioma.

Com muito estudo, no início de 1913 Einstein já utilizava amplamente o cálculo tensorial e havia escrito com Grossmann dois artigos que esboçavam a teoria geral da relatividade (CRAWFORD, 2005). Mais de uma vez elogiaria a ferramenta e seu criador. De fato, fora por meio do cálculo diferencial absoluto desenvolvido por Ricci que ele conseguiria es-

² Estas seriam sistematizadas somente em um artigo de 1913, a teoria do *Entwurf* (esboço, em alemão). As equações de movimento estavam sujeitas a condições adicionais de fixação de calibre.

crever as equações de campo gravitacional, como no esboço da teoria da relatividade que apresentou em 1914. Mas Levi-Civita, o dileto aluno de Ricci e leitor atento do artigo de 1914, não deixaria de perceber os erros no uso do cálculo tensorial cometidos por Einstein, discutindo-os com seu colega alemão numa longa troca de cartas que duraria de 1915 a 1917 (WEINSTEIN, 2012; EINSTEIN, 2005). Uma curiosa observação fora realizada por Pierre Speziali em Speziali (2008):

[...] Albert Einstein, teve a intuição que somente os métodos de Ricci poderia permitir a expressão de uma métrica quadridimensional. E, além disso, foi por meio do cálculo diferencial absoluto que Einstein foi capaz de escrever as equações gravitacionais [...].

Einstein defendera no artigo de 1914 a teoria do *Entwurf*. Em março de 1915, Levi-Civita enviou uma primeira carta a Einstein. Ele havia apresentado um teorema e sua prova, estabelecendo as bases de sua crença e postulava que as equações de campo gravitacional eram restritas a um sistema adaptado de coordenadas. Einstein acreditava que seu tensor gravitacional era covariante para o sistema adaptado de coordenadas que ele postulava então. Levi-Civita, ao longo da troca de cartas entre março e maio, e não sem a resistência obstinada do físico alemão, levantaria um problema de fundo fatal para a teoria do *Entwurf*: nem o sistema de coordenadas era invariante nem o tensor gravitacional de Einstein era covariante para o sistema de coordenadas adaptado. Os dois cientistas trocaram cerca de 20 cartas e cartões postais. Vale ressaltar que a correspondência entre ambos teve interrupção por causa do início da primeira guerra mundial (WEINSTEIN, 2012).

No final, Einstein abandonaria os dois anos anteriores de intenso trabalho ao perceber que o argumento do buraco que ele postulava não estava correto. O *Entwurf* era ao mesmo tempo menos elegante e mais difícil do que a relatividade geral (CRAWFORD, 2005).

Em 25 de novembro de 1915, Einstein publicaria o artigo “Equações de campo gravitacionais” (EINSTEIN, 1915), o coração da relatividade geral, meros cinco dias após “Os Fundamentos da Física” (HILBERT, 2007), uma derivação axiomática das equações de campo do grande matemático alemão David Hilbert (1862-1943) (CONNOR; ROBERTSON, 2014), professor em Göttingen. Note-se que Hilbert creditou a Einstein a origem da teoria.

A questão da preeminência entre Hilbert e Einstein nas equações de campo gravitacional estava longe de ser simples. Sauer (1999) explica a complexidade do evento:

O artigo de Hilbert “Os Fundamentos da Física (Primeira Comunicação)” é , agora conhecido, principalmente por sua publicação paralela de essencialmente as mesmas equações de campo gravitacional da relatividade geral que Einstein publicou em nota em “As Equações de Campos Gravitacionais”.

Ainda assim, seria apenas na primavera de 1916, muito tempo depois do debate epistolar com Levi-Civita e da própria publicação da relatividade geral, que Einstein entenderia completamente seu erro, ao discutir o mesmo tema com Hilbert.

Em 30 de Março de 1916, Einstein mandou a Hilbert uma carta admitindo, 'O erro que achou no meu artigo de 1914 ficou perfeitamente claro para mim agora'

Einstein só viria a conhecer Levi-Civita e Ricci em 1921, o ano em que ganhou o Nobel de Física, numa visita à Itália para uma série de conferências sobre a relatividade geral. Numa aula magna em Padua no dia 27 de outubro, Ricci Curbastro apresentou-o a audiência e lembrou que três séculos antes Galileu Galilei apresentara naquele mesmo prédio um novo tema: a mecânica. Einstein, que deu a palestra em italiano com forte sotaque alemão, se disse feliz por estar na cidade onde trabalhava o criador do cálculo diferencial absoluto (PANETTO, 2013; MANU, 2019).

Assim, com Einstein concluindo seu trabalho, somente 60 anos depois do trabalho de (RIEMANN, 1923), com a teoria da relatividade de Einstein, que aquele conjunto de conjecturas filosóficas criados pelos matemáticos seria finalmente compreendido. Freudenthal diz:

A teoria geral da relatividade justificava o seu trabalho (de Riemann). No aparato matemático desenvolvido por Riemann, Einstein achou a parte que encaixava as ideias físicas, cosmologia e cosmogonia. O espírito do trabalho de Riemann era justamente o que a física precisava: uma estrutura métrica determinada por dados. (CONNOR; ROBERTSON, 1998).

Paulo Crawford descreve o trabalho realizado em (CRAWFORD, 2005):

No caso do espaço-tempo quadridimensional da teoria de Einstein, o tensor métrico, que tem dez componentes independentes, desempenha um duplo papel: descreve a geometria do espaço-tempo e o próprio campo gravitacional.

SOBRE MECÂNICA DOS SÓLIDOS E FÍSICA DOS MATERIAIS

Após se elucidar todo o conceito histórico dos tensores, como analisado no Capítulo 3, será abordado nesse capítulo as aplicações de tensores em problemas físicos. Em especial, será dado foco a disciplina de Resistência dos Materiais, conforme proposto no presente projeto. O capítulo inicia com uma discussão sobre resiliência.

4.1 A Ciência da Resiliência

No tocante à história, conforme pensamento de Blandtt (2009), a palavra resiliência vem sendo empregada pela Física e Engenharias por um bom tempo. Um de seus pioneiros foi o cientista inglês Thomas Young que, em 1807, criou o conceito de tensão e compressão, apresentado pela primeira vez a noção de módulo de elasticidade. Este cientista realizou experimentos sobre tensão e compressão de barras, procurou estabelecer um vínculo entre a força que era aplicada num corpo e a deformação que essa força gerava, Young foi também o precursor na análise deformação versus tensão ocasionados pelo impacto, tendo realizado um método para o cálculo dessas forças.

Nos anos 60 e 70 a resiliência esteve associada à definição dada pela Física. Michael Rutter, um dos pioneiros no estudo da resiliência no campo da Psicologia, ao buscar um termo que melhor explicasse esse atributo nas pessoas, recorreu a esse conceito da Física que dava com definição aos materiais resilientes àqueles que tinham a capacidade de sofrer uma forte pressão e em seguida voltar ao seu estado normal sem sofrer grandes defeitos (BLANDTT, 2009).

No final dos anos 80, observa-se que o termo resiliência já estava se desvencilhando dessa ideia original da Física e passava a se apresentar como a capacidade de ser flexível diante da adversidade. Nas últimas décadas, ela vem sendo apresentada como uma capacidade de ser flexível ao atribuir significados aos fatos e que pode ser desenvolvida em todo ser humano (BLANDTT, 2009).

Quando, em 1660, Robert Hooke escreveu a lei fundamental da elasticidade no formato de anagrama, letras agrupadas em ordem alfabética, ele somente dizia haver uma proporcionalidade entre deslocamentos e forças. O conceito de tensão não existia naquela época, surgindo apenas após 150 anos com Cauchy. Em razão disso, com a falta de sintonia entre Hooke e Isaac Newton (1643-1727), o assunto ficou esquecido na Inglaterra por mais de 100 anos. Porém em 1802, cerca de 75 anos após a morte de Newton, e 100 anos depois de Hooke, é que o físico inglês Thomas Young retomou os estudos de Hooke, que foi progredindo com o passar do tempo, chegando à noção de módulo de elasticidade.

A resiliência de um material está relacionada a uma dada solicitação, tal qual a energia de deformação máxima armazenada por ele, sem sofrer deformações permanentes, ou seja, a resiliência na Física diz respeito à capacidade de um material consumir energia livre no regime elástico.

Logo, nos materiais, é possível obter o módulo de resiliência em laboratório, por meio de contínuas medições ou emprego de uma fórmula matemática que faz uma concatenação entre tensão e deformação, fornecendo diligentemente a resiliência dos materiais. Assim, é imprescindível colocar em evidência que diferentes materiais indicam módulos de resiliência diferentes. Assim, inicia-se o estudo da resistência dos materiais

4.2 Conceitos Básicos de Tensor em Resistência dos Materiais

Para o estudo da resistência dos materiais, o tensor é um instrumento importante para a quantificação da deformação de um sólido em relação as forças externas aplicadas sobre este. Antes de apresentar o tensor, vale contextualizar seu estudo para a área de Resistência dos Materiais.

Um sólido contínuo sob a ação de forças externas produz uma resultante em cada ponto de seu volume. Para estudo, escolhe-se um ponto no interior do volume e então uma

Figura 4.1: Representação do Vetor Tensão Mecânica e seus Componentes.

Fonte: (LAGES, 2018)

seção transversal que contenha este ponto. É chamado de *vetor tensão* ($\vec{t}$) a razão entre a média dos vetores força resultante ($\vec{F}_r$) em todos os pontos da seção e a área da seção (A), como mostrado na Eq. 4.1. Grandeza esta representada no Sistema Internacional de Unidades (SI) em $\left[\frac{N}{m^2} \right]$, Pascal e seus múltiplos (HALLACK, 2012).

$$\vec{t} = \frac{\sum_{i=1}^n \vec{F}_i}{A} = \frac{\vec{F}_r}{A} \quad (\text{Eq. 4.1})$$

O diagrama da Figura 4.1 representa o ponto em estudo na origem do vetor tensão $\vec{t}$ em um campo vetorial com as forças resultantes em cada ponto da seção representados pelos vetores em azul.

A componente normal da Figura 4.1 é $\vec{t}_N$ e tem módulo $|\vec{t}_N| = \sigma$ chamado tensão normal. A componente tangente ao plano é $\vec{t}_T$ e tem módulo $|\vec{t}_T| = \tau$ chamado tensão de cisalhamento (POPOV et al., 2000).

Em muitos casos, utilizar da geometria analítica pode não ser o suficiente para extrair todos os dados desejados do problema. Isso sugere a necessidade de um modelo, onde pode-se expressar simultaneamente as tensões mecânicas em todas as infinitas seções que contém o ponto em estudo. Para tanto, extrapola-se a noção de vetor para o tensor e a partir da geometria analítica e da álgebra linear desenvolve-se o cálculo tensorial.

O conceito de tensor foi desenvolvido por Tullio Levi-Civita e Gregorio Ricci-Curbastro em 1900 como descrito no Capítulo 3, embora suas raízes datem de mais de seis décadas an-

teriores, quando o prolífico pesquisador matemático barão Augustin-Louis Cauchy introduziu ao cálculo de elasticidade o uso de matrizes tridimensionais simétricas, hoje conhecidas como tensor de Cauchy (LAGES, 2018).

Assim, tensores são comumente representados e também operados em matrizes n -dimensionais. O número de índices necessários para indicar um elemento de uma matriz dá ao tensor uma propriedade denominada grau ou ordem. Em outras palavras, o grau de um tensor é dado pela dimensionalidade da matriz que o representa. Assim sendo, um tensor de ordem m em um espaço n -dimensional terá n^m elementos em sua matriz. Sendo assim, um tensor T_{ij} é um tensor de segundo grau e se ele é definido em um espaço $\mathbb{R}^3$ ele possuirá 3^2 elementos. A Eq. 4.2 exemplifica dois desses tensores.

Eq. 4.2 - A Massa de um Corpo de Prova m_p como um Tensor de Ordem Zero e o Tensor Tensão de Ordem Dois em um Espaço Tridimensional.

$$m_p = [T] = [12, 5] \quad (\text{Eq. 4.2a}) \quad T = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} \quad (\text{Eq. 4.2b})$$

Fonte: (Priberam, 2017)

Pode-se dizer que tensores são generalizações de operações matemáticas e qualquer tipo de sistema de coordenadas. Escalares, são considerados tensores de ordem zero, eles realizam operações somente ao longo da reta real, por exemplo $x = 5 \cdot 4 = 20$. Vetores, são tensores de ordem um, estes são operações que ocorrem em um espaço n -dimensional, generalizando para o espaço 3D, um vetor possuirá três componentes que realizam operações simultâneas, como em:

$$\vec{v}_2 = 5 \cdot \vec{v}_1 = 5 \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \cdot 1 \\ 5 \cdot 2 \\ 5 \cdot -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 10 \\ -25 \end{bmatrix}$$

Matrizes 1D são tensores de ordem 2, elas podem representar operações em três vetores n -dimensionais simultaneamente, simplificando para o caso 3D é obtido:

$$A = 5 \cdot \begin{bmatrix} \vec{v}_1 & \vec{v}_2 & \vec{v}_3 \end{bmatrix} = 5 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 5 & -2.5 \\ 2 & 10 & 6 \\ -5 & -25 & 41 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \cdot 1 & 5 \cdot 5 & 5 \cdot -2.5 \\ 5 \cdot 2 & 5 \cdot 10 & 5 \cdot 6 \\ 5 \cdot -5 & 5 \cdot -25 & 5 \cdot 41 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 25 & -12.5 \\ 10 & 50 & 30 \\ -25 & -125 & 205 \end{bmatrix}$$

Assim, pode ser definido diversas outras operações simultâneas para achar o resultado desejado, com outros parâmetro desejáveis.

Assim como um campo vetorial, onde cada ponto do espaço pode estar associado a um vetor, em um campo tensorial cada ponto pode corresponder a um tensor. As ideias de campo vetorial e tensores de segunda ordem constituem um papel fundamental no estudo da tensão mecânica em resistência de materiais.

Tal como os vetores, os tensores também podem mudar de base em um espaço tensorial. Isso é particularmente útil no estudo da tensão mecânica quando se deseja analisá-la num sólido utilizando outra seção transversal como plano para o campo dos vetores tensão. Para isso, muda-se a base com uma translação da origem e uma rotação dos eixos.

4.2.1 Operações Matemáticas com Tensores

Dois tensores podem ser somados, se e somente se, forem do mesmo tipo. O somatório de dois tensores do mesmo tipo pode ser feito de forma intuitiva, extrapolando o conceito de soma de vetores. Pode-se somar quaisquer n tensores que tenham a mesma ordem e número de elementos. Na soma de um tensor T_{ij} com um tensor S_{ij} , o tensor resultante tem a mesma ordem e número de elementos onde cada elemento é definido como a soma dos elementos de mesmo índice dos tensores S e T .

Os tensores são muito utilizados principalmente em áreas da engenharia. Um exemplo é GPS, que utiliza no mínimo três satélites para triangulação, além de usar as leis da relatividade para correção da posição do dispositivo. Outra aplicação de tensores é em tensões mecânicas, como descrito na próxima seção.

4.2.2 Aplicação Prática do Conceito de Tensor: o Tensor de Deformações

Tomando um volume infinitesimal dV no ponto estudado como sendo um paralelepípedo em equilíbrio, montado em um espaço x_1, x_2, x_3 e a cada tensão T em sua origem,

Figura 4.2: Volume Infinitesimal no Ponto. Estudo com o Tensor Tensão em Suas Faces em (a). Em (b) Volume Deformado Linearmente em Três Dimensões.

Fonte: (a) (SHUNPIKE, 2017) e (b) (HALLACK, 2012)

pode-se decompor a tensão em componentes em cada uma das faces do paralelepípedo. As componentes perpendiculares as faces são consideradas positivas quando produzem tração e negativas quando produzem compressão, como indicado na Figura 4.2(a).

Para estudar então o tensor tensão T , generaliza-se o espaço vetorial (x_1, x_2, x_3) para um tensor de segunda ordem, o tensor tensão. E uma vez que as componentes tangentes às faces do paralelepípedo são tensões de cisalhamento, pode-se deduzir a expressão da Eq. 4.3. Considera-se $T^{(e_i)}$ a tensão T correspondente a face e_i . Cada tensão $T^{(e_i)}$ é representado por suas componentes do eixo x sendo σ_{i1} , y sendo σ_{i2} e z sendo σ_{i3} .

$$T = \begin{bmatrix} T^{(e_1)} \\ T^{(e_2)} \\ T^{(e_3)} \end{bmatrix} = \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} \begin{bmatrix} x & y & z \\ \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} \quad (\text{Eq. 4.3})$$

Admitindo que o volume dV está em equilíbrio, é somado todos os momentos sobre um dos eixos, igualando a zero. Chega-se à conclusão de que $\tau_{ij} = \tau_{ji}$ (POPOV et al., 2000).

Ao ser submetido a uma tensão mecânica, o volume é deformado, tendo variações nos comprimentos de suas arestas, conforme na Figura 4.2(b). Deformação linear específica é definida como a razão entre a diferença do comprimento pelo comprimento inicial, dado pela Eq. 4.4. A deformação linear será parte do tensor deformação (FEYNMAN; LEIGHTON;

Figura 4.3: Deformação Cisalhante Homogênea.

Fonte: (FEYNMAN; LEIGHTON; SANDS, 2008b).

SANDS, 2008a; FEYNMAN; LEIGHTON; SANDS, 2008b).

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta dx}{dx} \quad (\text{Eq. 4.4a}) \quad \varepsilon_y = \frac{\Delta dy}{dy} \quad (\text{Eq. 4.4b}) \quad \varepsilon_z = \frac{\Delta dz}{dz} \quad (\text{Eq. 4.4c})$$

Esta quantidade de deformação é geralmente dada em cm/cm , mm/mm ou ainda em porcentagem.

Adotando arbitrariamente o eixo x como referência para medição do ângulo e assumindo uma deformação como homogênea, é obtido $\alpha \equiv \beta$. É definido distorção por $\gamma_{xy} = \alpha + \beta$. Assim é possível designar as deformações transversais a x por $\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} = \frac{1}{2}\gamma_{xy}$. A Eq. 4.5 generaliza as outras deformações do volume.

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\gamma_{ij} \quad (\text{Eq. 4.5})$$

Assim é possível apresentar o tensor deformação da Eq. 4.6.

$$[\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon^{e_1} \\ \varepsilon^{e_2} \\ \varepsilon^{e_3} \end{bmatrix} = \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} \begin{matrix} x & y & z \\ \varepsilon_x & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_y & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_z \end{matrix} \equiv \begin{bmatrix} \frac{\Delta dx}{dx} & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \frac{\Delta dy}{dy} & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{zx} & \frac{1}{2}\gamma_{zy} & \frac{\Delta dz}{dz} \end{bmatrix} \quad (\text{Eq. 4.6})$$

Figura 4.4: Arthur Claude Ruge (a), Inventor do Extensômetro, Trabalhando em seus Experimentos (b).

Fonte: (HOFFMANN, 1989).

4.3 Extensômetro de Resistência Elétrica (ERE) ou Strain-Gauge

4.3.1 História

Em uma publicação em 1843, Charles Wheatstone citou ter observado a mudança de resistência em um condutor elétrico devido ao tensão mecânica (*stress*) que era submetido. Este tema foi trabalhado anos depois e publicado em 1856 por Wiliam Thomson, também conhecido como Lorde Kelvin (HOFFMANN, 1989).

Thomson descobriu que a mudança da resistência do fio submetido a tensão mecânica era muito baixa. Com isso, Thomson utilizou galvanômetros extremamente sensíveis para as medições, o que tornava inviável sua aplicação. E ainda, sua aplicação era possível apenas em processos estáticos. Apenas com o surgimento dos amplificadores eletrônicos foi possível aplicar esta nova metodologia de medição.

Apenas em 1938, nos Estados Unidos, em um trabalho desenvolvido independentemente, mas simultaneamente por Edward E. Simmons e Artur Claude Ruge, da Figura 4.4(a), foi aplicado o uso do Efeito Thomson para fins de medição. Como resultado, surgiu o *Strain-Gauge* ou extensômetro elétrico de resistência ERE (*Bonded Strain-Gauge*). O experimento

Figura 4.5: Em (a) um Extensômetro para Medição Bi-Axial-Tensão. Em (b) um para Medição de Estados de Tensão. Em (c) um para Medição de Torque. Em (d) um para Deformação XY com Ponte Completa. Em (e) um Extra Comprido para Corpos não homogêneos (Omega Engineering, 1992).

Fonte: (Omega Engineering, 1992)

de Ruge é mais próximo do *Strain-Gauge*, ou extensômetro, comumente conhecido, por isso ele é considerado o pai do extensômetro, como mostrado na Figura 4.4(b), (HOFFMANN, 1989).

Primeiro extensômetro de Ruge que foi produzido utilizava uma grade de medição colada em papel isolante, fios de conexão, um suporte isolante, cobertura para proteção da grade de medição e um suporte temporário que era removido após a fixação (HOFFMANN, 1989).

4.3.2 Princípios de Funcionamento

O *Strain-Gauge*, ou ERE é o dispositivo de medição de quantidades mecânicas mais universal da atualidade. Existem diversos tipos de *Strain-Gauges* ou extensômetros que diferem entre si pela proporcionalidade da variação de resistência elétrica em função de sua deformação. Os mais comercializados são: o piezo-resistivo e resistivos, este último, sendo o mais utilizado. Consiste em uma pista de fio ou folha resistiva inserida à uma matriz polimérica. A resistência elétrica da pista varia linearmente em função da tensão sofrida (Omega Engineering, 1992).

Este sensor é fabricado em uma variedade de dimensões, e pode conter mais de um sensor instalado na mesma matriz polimérica para a medição simultânea da tensão em mais de um eixo conforme mostrado na Figura 4.5.

Idealmente, o extensômetro de resistência elétrica é um resistor em um circuito elé-

Figura 4.6: Diagrama de Resposta de um *Strain-Gauge*.

Fonte: (EETech Media, 2017)

trico de instrumentação cuja saída é proporcional à grandeza mecânica a ser medida. A rigor, é o único resistor variável do circuito.

O princípio de funcionamento do extensômetro de resistência elétrica é baseado na relação existente entre a tensão mecânica e resistência elétrica em um condutor.

Um parâmetro fundamental do extensômetro é sua sensibilidade à deformação. A resistência elétrica de um extensômetro varia gradualmente em função da deformação sofrida em seu corpo, podendo ser por tensão ou compressão. Este fator é denominado *Gauge Factor* (GF) ou fator de sensibilidade. O GF é definido pelo fabricante, e tipicamente seu valor é aproximadamente 2. Ele pode ser definido pela razão entre: a diferença entre a resistência do extensômetro antes e depois da deformação pela resistência nominal do extensômetro, dividido pelo coeficiente de deformação linear, sendo representado pela Eq. 4.7.

$$GF = \frac{\frac{\Delta R}{R}}{\frac{\Delta L}{L}} = \frac{\frac{\Delta R}{R}}{\epsilon} \quad (\text{Eq. 4.7})$$

No qual GF é o *Gauge Factor* ou fator de sensibilidade, ΔR é a variação da resistência elétrica, ϵ é a deformação linear, ΔL é a variação do comprimento após deformação e L é o comprimento inicial.

Esta propriedade do extensômetro de variar sua resistência em função da deformação de seu corpo está em sua construção, e pode ser explicado pela 2ª lei de Ohm. O extensômetro é composto de um fio longo, disposto em formato de grade. Ao sofrer tração, a

Figura 4.7: Em (a) Diagrama da Extensão de um Corpo Cilíndrico, que Representa um Pequeno Segmento de um Extensômetro. Analogia de Funcionamento de um (b) Extensômetro com um (c) Transistor.

Fonte: Elaborado pelo Autor.

área de seção transversal do fio irá diminuir, resultando no aumento da resistência elétrica do fio. Por outro lado, ao sofrer contração, a área da seção transversal do fio irá aumentar, e sua resistência elétrica diminuir, conforme ilustrado na Figura 4.6.

A 2ª lei de Ohm afirma que a resistência elétrica de um condutor depende de três fatores: resistividade do material do condutor, comprimento do condutor e área da seção transversal. Este valor de resistência é diretamente proporcional à resistividade e comprimento do condutor, e inversamente proporcional à área transversal do condutor, sendo representado pela Eq. 4.8

$$R = \frac{\rho \cdot L}{A} \quad (\text{Eq. 4.8})$$

No qual R é a resistência do fio ou condutor, ρ é a resistividade do material do condutor, L é o comprimento do fio ou condutor e A é a área transversal do condutor.

É possível dizer que um extensômetro tem comportamento semelhante à um transistor. No transistor ocorre a variação da corrente entre os terminais base e emissor em fun-

ção da tensão aplicada ao terminal da base. Assim, é possível concluir que os terminais do extensômetro equivalem aos terminais coletor-emissor do transistor, e o corpo do extensômetro que sofre o tensão mecânica (*stress*) equivale ao terminal base do transistor, conforme mostrado na Figura 4.7. Em ambos os casos ocorre uma amplificação de resistência e tensão elétrica.

A relação de *Stress/ Strain* pode ser demonstrado através de um corpo cilíndrico, que equivale à um pequeno segmento de um extensômetro, conforme a Figura 4.7(a) e a Eq. 4.9.

E = Módulo de Elasticidade = Módulo de Young

$$E = \frac{\text{Stress}}{\text{Strain}} = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{\Delta L}{L}} \quad (\text{Eq. 4.9})$$

Considerando que:

- Load $\leftrightarrow$ Stress (σ) Esforço/Tensão Mecânica.
- Extension $\leftrightarrow$ Strain (ϵ) Enlongação/deformação.

Como mostrado pelas equações Eq. 4.1 e Eq. 4.4, se obtém a Eq. 4.10. A forma mais simples da lei de Hooke, ou equação constitutiva ou estado das tensões.

$$\therefore E = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{\Delta L}{L}} = \frac{\sigma}{\epsilon} \implies \sigma = E \cdot \epsilon \quad (\text{Eq. 4.10})$$

No qual σ é a tensão mecânica ($[Pa] = N/m^2$), E é o módulo de elasticidade ($[Pa]$) e ϵ é a deformação linear (*Strain*).

Esta mudança de resistência é em partes devido sua deformação e em partes devido à mudança na resistividade do material condutor, como resultado da mudança micro estrutural, descrito na Eq. 4.11.

$$\frac{dR}{R_o} = \underbrace{\epsilon(1 + 2\nu)}_{\text{deformação}} + \underbrace{\frac{d\rho}{\rho}}_{\text{micro estrutural}} \quad (\text{Eq. 4.11})$$

No qual, ΔR é a variação da resistência elétrica, ϵ é a deformação linear, ν é o coeficiente de Poisson e ρ é a resistividade do material do condutor.

Figura 4.8: Relação Resistência/ *Stress* para Fios Tensionados

Fonte: (BERTODO, 1959).

Os resultados de experimentos realizados em vários materiais, e resultou no diagrama da Figura 4.8. Este diagrama demonstra duas características como citado em (BERTODO, 1959):

- 1) Há diferença significativa no início da inclinação das curvas, com destaque entre platina-irídio e níquel. Esta variação pode ser explicada pela variação da resistência devido à mudança micro estrutural.
- 2) Em um certo nível de tensão, ocorre uma transição e a variação da curva alcança um coeficiente angular de valor 2. Esta transição ocorre para diferentes níveis de *stress* e na transição da deformação de elástica para plástica.

Considerando que a deformação plástica o coeficiente de Poisson tem o valor de $\nu = 0,5$ em um volume constante, sendo assim é considerado apenas a parte de deformação,

Figura 4.9: Gauge Factor (GF) para Silício Monocristalino nos Três Eixos, em Relação à sua Condutividade.

Fonte: (HOFFMANN, 1989).

desprezando a variação microestrutural, como analisado na Eq. 4.12.

$$\frac{\Delta R}{R_0} = \varepsilon(1 + 2\nu) = \varepsilon(1 + 2 \cdot 0.5) = 2\varepsilon \quad (\text{Eq. 4.12})$$

Pela Eq. 4.12, verifica-se que a parte micro estrutural é anulada. Com isso, é possível concluir que os melhores materiais são aqueles com um coeficiente angular inicial S conforme descrito pela Eq. 4.13, e mantém sua curva através de toda região elástica.

$$S = \frac{\frac{\Delta R}{R}}{\frac{\Delta L}{L}} \approx 2 \frac{\frac{\Omega}{m}}{\frac{m}{m}} \quad (\text{Eq. 4.13})$$

Este resultado é alcançado com a utilização de algumas ligas, e sendo utilizado pelos fabricantes de extensômetros (HOFFMANN, 1989).

4.3.2.1 Extensômetro de Semicondutor

A medição com o extensômetro semicondutor, assim como o extensômetro de resistência elétrica, é baseado na mudança de sua resistência elétrica. A maior diferença está na relação *stress*/resistência, que ocorre principalmente devido a mobilidade de seus elétrons. A variação de resistência devido à variação da resistividade ρ e à deformação é baixa, sendo menor que 2% (HOFFMANN, 1989).

O silício é utilizado para a produção do extensômetro semicondutor, onde é extraído um monocristal deste material utilizando o processo de Czochralski (GREGER, 1961). Para alcançar a pureza necessária, é utilizado o processo de dopagem.

Átomos trivalentes receptores são utilizados para a dopagem do silício tetravalente, por exemplo boro ou gálio, resultando em um condutor tipo **P**. Caso seja utilizado átomos de valência cinco (5), como fósforo ou arsênico, resulta-se em um excesso de elétrons e o condutor será então do tipo **N**. O grau de dopagem determina sua condutividade elétrica.

A característica do monocristal após sofrer esta manipulação está em sua resistência variar quando submetido a um *stress*, e esta intensidade varia nos três eixos da estrutura do cristal. Este efeito é anisotrópico, ou seja, o efeito inverte conforme a direção de medição (HOFFMANN, 1989).

Se observa pela Figura 4.9 que o GF depende da condutividade do silício, e por consequência, ao seu grau de dopagem. Para a fabricação do extensômetro semicondutor, o monocristal é dopado em tiras, onde a direção longitudinal corresponde ao eixo da estrutura, tendo o maior GF.

4.3.2.2 Medições com Extensômetros

Por conta de sua grande sensibilidade, a resistência elétrica do sensor é medida através de uma ponte de *Wheatstone*. A ponte de *Wheatstone* pode ser configurada como ponte completa, meia ponte ou um quarto de ponte, no qual cada quarto de uma ponte é um único sensor de *Strain-Gauge*. Sendo assim, uma ponte completa precisa de um total de quatro extensômetros, como mostrado na Figura 4.10(a). A diferença prática no uso de cada tipo de ponte de *Wheatstone* é a sensibilidade do sinal. Um circuito de ponte completa tem o dobro de sensibilidade de um circuito de meia ponte e o quádruplo da sensibilidade de um circuito

Figura 4.10: Em (a), Aplicação de uma Ponte Completa com Quatros Sensores *Strain-Gauge* com uma Amplificação de Quatro Vezes na Sensibilidade do Sensor. Em (b), Célula de *Strain-Gauge* Configurada em um Circuito de Ponte Completa. A Tensão Elétrica no Voltímetro Varia Proporcionalmente com a Pressão sobre o ERE.

Fonte: (EETech Media, 2017).

de um quarto de ponte.

No circuito da Figura 4.10(b), os valores das resistências R_1 , R_2 e R_3 devem ser idênticos entre si, e do mesmo valor do extensômetro quando não utilizado. A resistência nominal de um extensômetro varia com seu tamanho e aplicação, estando geralmente entre 120Ω e 5000Ω (Omega Engineering, 1992; HOFFMANN, 1989).

Configurando o voltímetro para uma polaridade conveniente, é possível medir um aumento na tensão elétrica quando o extensômetro é deformado, após amplificação adequada. Sendo a ponte de *Wheatstone* um circuito de balanço de tensões com simetria de resistências, é importante notar que a instalação dos extensômetros em pares implica na ligação dos mesmos como resistores paralelos quando ambos estão sob compressão ou tração.

Quando um deles estiver em compressão e o outro em tração, devem ser ligados na ponte de *Wheatstone* como resistores em série. Colocando de outra forma, quando um par de sensores for submetido a tensão mecânica $\vec{t}$, obedecendo principalmente o sentido do vetor, eles devem ser instalados nas posições R_2 e R_3 , ou instalados na posição R_1 e R_4 considerando a Figura 4.10(b). Isso assegura que a tensão sobre o voltímetro será duplicada quando a célula de *Strain-Gauge* for deformada (EETech Media, 2017). Isso acontece pelo mesmo motivo que uma ponte em balanço tem uma tensão de saída igual a 0V tal qual

Figura 4.11: Circuito I em (a) e Circuito II em (b)

Fonte: Elaborado pelo Autor.

mostrada na Eq. 4.14.

$$\begin{aligned}
 R_1 &= R_2 = R_3 = R_x \\
 \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} &= \frac{R_3}{R_x} \\
 \Rightarrow \frac{U_{in}}{U_{out}} &= \frac{R_1}{R_1 + R_2} - \frac{R_3}{R_3 + R_x} \equiv \frac{R_1 \cdot R_x - R_2 \cdot R_3}{(R_1 + R_2) \cdot (R_3 + R_x)}
 \end{aligned}
 \tag{Eq. 4.14}$$

Só é válida a relação $\frac{U_{in}}{U_{out}} = 0V$ se as resistências forem idênticas, ou seja, se a ponte estiver balanceada (Omega Engineering, 1992).

Analogamente, para a aplicação de uma ponte completa, os sensores que sofrem compressão devem ficar paralelos entre si e em série com os sensores que sofrem tração, conforme ilustra a Figura 4.10(a).

Conforme citado pela Eq. 4.7, o que define a sensibilidade de um extensômetro é o chamado de GF. Esse fator é tipicamente igual a 2, e é definido pelo fabricante. Ele pode ser definido pela razão entre a diferença entre a resistência do extensômetro antes e depois da extensão pela resistência nominal do extensômetro dividido pela deformação linear.

Desenvolvendo a Eq. 4.7 fazendo uso das leis de Ohm e Kirchhoff se deduz a deformação obtida pelas aplicações das pontes de *Wheatstone* na Eq. 4.15.

Eq. 4.15 - Para o Circuito: (a) $1/4$ de Ponte, (b) $1/2$ Ponte e (c) Ponte Completa.

$$\varepsilon = \frac{-4V_r}{GF(1+2V_r)} \quad (\text{Eq. 4.15a}) \quad \varepsilon = \frac{-2V_r}{GF} \quad (\text{Eq. 4.15b}) \quad \varepsilon = \frac{-V_r}{GF} \quad (\text{Eq. 4.15c})$$

No qual $V_r = \left(V_{\text{out}}/V_{\text{in}} \right)_{\text{extendido}} - \left(V_{\text{out}}/V_{\text{in}} \right)_{\text{n\~ao-extendido}}$, V_{in} é a tensão elétrica em Volts de alimentação da ponte de *Wheatstone*, V_{out} é a tensão elétrica em Volts medida na ponte de *Wheatstone*, ε é a deformação linear e GF é o *Gauge Factor* especificado pelo fabricante.

4.3.3 Aplicação de uma Célula de Extensometria

Baseando-se em quais dados se deseja extrair do experimento, inicialmente determina-se em quais pontos serão instalados os sensores. Levando em conta que o extensômetro mede a razão entre a extensão de um eixo sob carga e a extensão do mesmo eixo sem carga, escolhe-se inicialmente o eixo do corpo de prova aonde será feita a instalação de acordo com a mudança de extensão esperada no dado eixo. Isso será variante caso o corpo de prova não seja homogêneo ou apresente rupturas de falha em lugares específicos, rupturas estas que se deseja analisar.

O próximo ponto a se definir é qual tipo de sensor deve ser utilizado. A Figura 4.5 sugere que existem desenhos de sensores para diversas medições diferentes. Um manual de aplicação de extensômetros mostra-se útil ao listar quais tipos de sensores são indicados para determinadas aplicações. Além disso, será necessário o conhecimento da sensibilidade do sensor, tensão elétrica máxima de excitação, compensação térmica e eixo de trabalho (Omega Engineering, 1992).

Conhecendo o ponto e o sensor que será aplicado, deve-se então adotar um ângulo de aplicação de forma a maximizar a sensibilidade do sensor posto que cada modelo tem um ou mais eixos de medição que diferem entre si.

Em seguida, passa-se a limpeza do local de aplicação do sensor. A superfície deve ser cuidadosamente limpa para assegurar que o sensor seja colado de forma uniforme e não se desprenda, visto que a superfície sofrerá mudanças de extensão. Os fabricantes sugerem um

Figura 4.12: Em (a) Extensômetro Instalado com Matriz de Terminais Soldáveis para Preservar os Finos Capilares. Em (b) a Célula de Extensômetro de Resistência Elétrica Aplicada em uma Barra de Aço Inoxidável

Fonte: (HOFFMANN, 1989).

conjunto de solventes para graxas, ácidos e neutralizantes semelhante ao processo preparatório de pintura.

Uma vez preparada, aplica-se a cola na superfície. Adesivos de poliuretano, bi componentes são utilizados em casos onde a deformação será maior ou onde o corpo de prova sofrerá estresse térmico. Para os casos mais corriqueiros, um adesivo de contato com base acrílica pode ser aplicado. Os adesivos mais indicados são listados na folha de dados do sensor escolhido. Para reduzir a camada de cola ao mínimo necessário e assim garantir melhor aderência do extensômetro com a superfície, é comum fazer uso de uma prensa com superfície de contato de borracha. Caso a aplicação seja feita em superfícies que não sejam planas, uma peça negativa à superfície deve ser utilizada na prensagem.

Cola-se então paralelo ao extensômetro, na região de seus terminais, a matriz de terminais soldáveis onde irão soldados os fios capilares do extensômetro para aliviar o trabalho mecânico. Nos mesmos terminais são soldados os cabos de maior diâmetro, encapados, que ligarão o extensômetro ao circuito. Sempre que necessário, cobrir os sensores com massa própria para proteção de células de *Strain-Gauge* ou adesivo a base de borracha de silicone como mostrado na Figura 4.12 (a) e (b).

Figura 4.13: Bomba de Água de Alimentação.

Fonte: (Mechanical Solutions, 2016)

4.3.4 Aplicações de Extensometria

4.3.4.1 Nuclear

De acordo com Mechanical Solutions (2016) uma usina de energia nuclear procurava compreender amplitude de vibração na extremidade do acionamento de suas novas bombas de água de alimentação, que manifestavam alterações na vibração durante todo o tempo e com isso houve resultados inconsistentes. Alguns exemplos são mostrados na Figura 4.13 e 4.14.

Declaração de Problemas (Desafio)

- **Qual (tipo de máquina):** Bomba de água de alimentação de sucção de fase dupla em serviço nuclear;

- **Onde (Estado / País):** Wisconsin
- **Por que (problema / razão):** uma usina nuclear buscava encontrar respostas sobre o por que de suas novas bombas de água de alimentação apresentarem alta amplitude de vibração na extremidade da movimentação (DE), manifestando mudanças na vibração ao longo do tempo e com isso houve resultados inconsistentes relacionados ao alinhamento antes e depois dos desligamentos. A planta buscava uma segunda opinião sobre se era seguro continuar a correr as bombas ou tirar a planta inteira da linha para uma interrupção cara e inesperada.

Trabalho realizado

- **Métodos:** Análise Modal Experimental na 4.15, Monitoramento de Condição, Forma de Deflexão Operacional e Instalação de Célula de Carga.

Resultados/Solução

- **Constatações:** A alta vibração da bomba DE foi por causa da tensão de tubulação excessiva nos bicos de sucção e descarga. Dentro destas circunstâncias, o invólucro da bomba estava operando como um suporte de âncora para a tubulação. Todas as vezes que a carga de tubulação foi requerida, a extremidade sul de ambas as bombas foi pressionada para baixo, alterando o alinhamento angular da bomba e dos eixos do motor.

Figura 4.14: Em (a) Extensômetro de Resistência Elétrica (ERE) – Strain Gauge. Em (b) Bomba DE.

(a) (b)

Fonte: (Mechanical Solutions, 2016)

Figura 4.15: Análise Modal

(a) (b)

Fonte: (Mechanical Solutions, 2016)

4.3.4.2 Automobilístico

Conforme Petracconi (2008) Um conceito construtivo muito amplo atualmente, o MONOBLOCO, também denominado de *Unibody*, equivale a integração do corpo da carroceria com o *chassi*, que deixou de ser uma estrutura individual (*body on frame*). O primeiro automóvel a utilizar foi o Lancia Lâmbda em 1923. Na Figura 4.16 é possível enxergar de modo geral o que compõe os conjuntos formadores desta modalidade construtiva:

Figura 4.16: Visão Geral Carroceria Monobloco.

Fonte: (PETRACCONI, 2008)

Geralmente, neste padrão de solução monobloco usa-se o aço de Alta e Ultra Alta resistência, Taylored Blanks e chapas *sandwich*. Trata-se do conceito de ULSAB (*Ultra Light Steel Auto Body*), como se pode verificar na Figura 4.17.

Figura 4.17: Visão de Aplicação (potencial).

Fonte: (PETRACCONI, 2008)

Petracconi (2008) aponta que apesar de atualmente serem pouco utilizados, os ULSAB totalizam 90% do consumo na carroceria agrupando assim resistência com economia de peso.

Alcançando metade do peso temos como base os Blanks Taylorianos, dentro deste conceito ULSAB.

Isto possibilita uma economia de peso perto dos 25%. Há também um aumento da rigidez torsional em torno de 80%, 52% na rigidez flexional e 58% de melhora no *first body mode* (frequência natural). Isto tudo sem atrapalhar as necessidades de atendimento das normas de *crash tests*, valorizando a manutenção da rigidez estrutural.

4.3.4.3 Ferroviário

Segundo Morgado, Branco e Infante (2007), o dano por fadiga é o deterioramento das propriedades do material por causa da aplicação cíclica da carga, ocorrendo não apenas sob cargas de amplitude constante, sobretudo nas cargas de amplitude variável.

Foram submetidas ao componente algumas medições das extensões em serviço, empregando dez extensômetros elétricos, categoria roseta, colados nas áreas mais críticas deste elemento, entre a cabeça e o corpo do engate, região onde se encontra fissurações Figura 4.18.

A obtenção dos dados foi realizada na trajetória indicada pela UMAT da CP, dado que são mais emblemáticos dentro dos esforços, num total de 48kms.

Foram comparadas as duas presumíveis situações de carregamento, a saber:

- Vagões carregados no sentido Sul Norte Sines-Ermidas);
- Vagões vazios no sentido Norte-Sul (Ermidas-Sines). Seguiu-se o cálculo de amplitudes, valores médios e máximos das tensões de fadiga. E por último, foram pesquisadas as curvas de fadiga com a finalidade de executar a previsão dos danos de vida de fadiga nas localizações críticas da fissuração.

Figura 4.18: Em (a) Engates Retirados de Serviço. Em (b) Colagem de Extensômetros no Lado Direito do Engate.

Fonte: (MORGADO; BRANCO; INFANTE, 2007)

4.3.4.4 Civil

Fisher et al. (2001) pesquisando os células de cargas dos membros de apoio (locais 1-6) relata que estão a cada 4 polegadas do final da placa da prateleira e são centralizados

Figura 4.19: Na Figura (a) Sistema da CATMAN Quantum HBM para Monitoramento março 2019. Na Figura (b) Ponte Rio Pinheiros.

Fonte: Elaborado pelo Próprio Autor.

na largura da seção da placa onde estão ligados. Deste modo, os membros de reforço transversais (locais 2,3,5) são assistidos por 3 medidores (2 na flange e 1 na rede) em cada local. Os membros diagonais de reforço (1,4,6) possuem 2 medidores (na flange) em cada local. A fotografia abaixo retrata a configuração do células de cargas na armadura do leste da baía concatenada à viga central.

Um exemplo importante e atual de aplicação do sistema HBM foi a liberação da ponte Pinheiros, como mostrado nas Figuras 4.19 (a) e (b).

As seções da viga exterior (fascia) (7 e 9) possuem 2 medidores na parte inferior da flange inferior, 1 calibre na parte inferior da flange superior, 2 medidores no lado interior da teia (uma na extremidade norte e sul) da placa da prateleira, apresentada na Figura 4.21 abaixo à direita e um calibre de tiragem exibido na Figura 4.21 logo abaixo, no centro da interseção da placa de conexão transversal e na placa de prateleira na parte externa da rede.

A seção da viga interior (8) tem 2 medidores na parte inferior da flange inferior (mos-

Figura 4.20: Na Figura (a) Configuração da Célula de Carga do Leste da Baía Concatenada à Viga Central. Na Figura (b) Calibre de Tiragem.

Fonte: (FISHER et al., 2001)

trada na fotografia abaixo à esquerda), 1 calibre na parte inferior da flange superior e 3 medidores na rede (um no norte e extremidades sul da placa da prateleira e uma sobre a placa da prateleira perto do espaço na placa da prateleira no lado sul da placa de conexão transversal).

Figura 4.21: Instalação do Extensômetro de Resistência Elétrica.

A viga da baía leste tem três gages no flange inferior

Fonte: (FISHER et al., 2001).

4.3.4.5 Hottinger Baldwin Messtechnik - HBM

A HBM Test and Measurement é líder em tecnologia e mercado e oferece produtos e serviços para uma extensa gama de aplicações em medição em diferentes segmentos industriais.

Conforme artigo “Strain Gages medem as cargas nas fundações de turbinas eólicas offshore” HBM (2018) foi realizado um exame completo, contendo testes sísmicos, do fundo do mar sob o parque eólico de *Westermeerwind*, em *IJsselmeer*, para o projeto *Disstinct*. As fundações em aço foram projetadas conforme tais testes.

As mono-estacas possuem cinco metros de diâmetro, com peso de mais de duzentas toneladas e estão a aproximadamente 25 metros de profundidade do leito do mar. Uma das estacas da fundação foi habilitada com equipamentos de medição para o propósito do experimento. A estaca foi equipada com anéis de quatro extensômetro de resistência elétrica em sete níveis em seu lado interno, com o propósito de medição da expansão do aço.

O número alto de anéis foi escolhido para se ter certeza de que os extensômetros de resistência elétrica pudessem proporcionar as informações requeridas, mesmo com falha de um ou mais anéis.

Há duas maneiras de fixar os extensômetros: por colagem ou soldagem por ponto. A colagem foi a única opção para tal projeto, dado que a mono-estaca já havia sido certificada.

Figura 4.22: Monoestaca Instrumentada em (a). Em (b) *Strain-Gauges* da HBM sendo Instalados. Em (c) Trabalho de Instalação da HBM.

Fonte: (HBM, 2018).

TEORIA MATEMÁTICA DO VETOR E TENSOR

5.1 Estudo de Caso I: A Flexão de uma Barra

Nesse caso, dado um corpo de prova metálico de comprimento l engastado em um suporte de ancoragem mecânica inelástico, deseja-se conhecer ε para forças de módulo $F = 10N$, $F = 20N$ e $F = 30N$ para atestar se a constante de Hooke para esta determinada deformação é proporcional à força F .

Figura 5.1: Ponte de *Wheatstone* completa desbalanceada

Fonte: (EETech Media, 2017)

A escolha de um extensômetro deve ter como critérios o esperado, o fator sensibilidade em $\mu V/\mu\varepsilon$, a tensão elétrica de aplicação desejada e a tensão elétrica máxima aplicável em V.

Assumindo que o corpo de prova é uma barra presumidamente homogênea, o extensômetro pode ser aplicado em qualquer ponto do comprimento da barra. Porém, é con-

Tabela 5.1: Dados de medição do estudo de caso I.

$m[kg]$	$C_m[kg]$	$C_m + m[kg]$	$\alpha \left[\frac{m}{s^2} \right]$	$F[N]$	$V_{out}^{n\grave{a}o-ext}[V]$	$V_{out}^{ext}[V]$	$V_r[V]$
0	0	0	9,876642	0	13×10^{-6}	13×10^{-6}	0
0,1125	0,9	1,0125	9,876642	10,000	13×10^{-6}	-51×10^{-6}	$-2,63 \times 10^{-6}$
0,1125	1,913	2,0255	9,876642	20,005	13×10^{-6}	-115×10^{-6}	$-5,32 \times 10^{-6}$
0,1125	2,925	3,0375	9,876642	30,000	13×10^{-6}	-178×10^{-6}	$-7,97 \times 10^{-6}$

Fonte: Elaborado pelo Autor.

veniente aplicar um par na metade da face superior e mais um par na face inferior da barra, tendo então um total de quatro sensores, e assim montar uma ponte de *Wheatstone* completa como mostrado na Figura 5.1. Isso resulta em uma melhor sensibilidade $\mu V/\mu\epsilon$ e perfeita linearidade de resposta (EETech Media, 2017).

5.1.1 Aplicação e Teste

Pela folha de dados do extensômetro escolhido, o fabricante disponibiliza que $GF \approx 2,000$ e sua máxima tensão elétrica de excitação é de $14V$. Para evitar exceder a máxima tensão elétrica de excitação, escolhe-se excitar os extensômetros com $12V$. Como todos os extensômetros possuem a mesma resistência elétrica nominal, fazendo uso da segunda lei de Kirchhoff, determina-se que a tensão de alimentação do circuito deve ser de $24V$.

Considerando a aceleração da gravidade local $\alpha = 9,876642m/s^2$, utiliza-se de um prato metálico com alça de massa conhecida de $m = 112,5g$ com uma agulha sob sua alça repousada na ponta não ancorada do corpo de prova, no qual é depositado os elementos de um conjunto de massas padrão nos valores $C_{m10} = 900g$, $C_{m20} = 1913g$ e $C_{m30} = 2925g$.

Resultam-se então os dados coletados na Tabela 5.1, os cálculos de V_r são desenvolvidos na Eq. 5.1 segundo a Eq. 4.15.

$$\begin{aligned}
 V_{r1} &= \frac{-51 \times 10^{-6} - 13 \times 10^{-6}}{24} = -2,66 \times 10^{-6} \\
 V_{r2} &= \frac{-115 \times 10^{-6} - 13 \times 10^{-6}}{24} = -5,32 \times 10^{-6} \\
 V_{r3} &= \frac{-178 \times 10^{-6} - 13 \times 10^{-6}}{24} = -7,96 \times 10^{-6}
 \end{aligned} \tag{Eq. 5.1}$$

Tabela 5.2: Resultados dos tratamentos de dados do estudo de caso I.

$V_r [V]$	ε	$F [N]$	$k_x L_0 = \frac{F}{\varepsilon} [N]$
$-2,63 \times 10^{-6}$	$1,33 \times 10^{-6}$	10,000	$7,518 \times 10^6$
$-5,32 \times 10^{-6}$	$2,66 \times 10^{-6}$	20,005	$7,521 \times 10^6$
$-7,97 \times 10^{-6}$	$3,98 \times 10^{-6}$	30,000	$7,518 \times 10^6$

Fonte: Elaborado pelo Autor.

5.1.2 Tratando os dados

Para este estudo em particular, deseja-se conhecer ε apenas para o eixo x . Despreza-se portanto qualquer torção e cisalhamento, e também ε_y e ε_z .

Notando na Figura 5.1 que o circuito tem a configuração correspondente à fórmula da Eq. 4.15(c), pode-se então conhecer ε_x conforme a Tabela 5.2. As contas são desenvolvidas em Eq. 5.2.

$$\begin{aligned}\varepsilon_{x_1} &= \frac{-V_{r_1}}{GF} = \frac{-2,63 \times 10^{-6}}{2} = 1,32 \times 10^{-6} \\ \varepsilon_{x_2} &= \frac{-V_{r_2}}{GF} = \frac{-5,32 \times 10^{-6}}{2} = 2,66 \times 10^{-6} \\ \varepsilon_{x_3} &= \frac{-V_{r_3}}{GF} = \frac{-7,97 \times 10^{-6}}{2} = 3,99 \times 10^{-6}\end{aligned}\tag{Eq. 5.2}$$

Se houvesse conhecimento de ε_y , ε_x e l , poder-se-ia ainda escrever o tensor tensão para o ponto de aplicação de $\vec{F}$.

Apresenta-se então o tensor da generalização da lei de Hooke, sabendo que:

$$\begin{aligned}F &= k_x \Delta L = k_x \cdot \varepsilon_x \cdot L_0 \\ k_x \cdot L_0 &= \frac{F}{\varepsilon_x}\end{aligned}$$

Portanto, após a dedução é obtido a constante elástica do material generalizada para qualquer comprimento inicial do mesmo.

As contas para o cálculo de $k_x \cdot L_0$ são desenvolvidas na Eq. 5.3.

$$\begin{aligned} k_{x_1} \cdot L_0 &= \frac{F_1}{\varepsilon_{x_1}} = \frac{10,000}{1,33 \times 10^{-6}} = 7.518.796,992[N] \\ k_{x_2} \cdot L_0 &= \frac{F_2}{\varepsilon_{x_2}} = \frac{20,005}{2,66 \times 10^{-6}} = 7.520.676,692[N] \\ k_{x_3} \cdot L_0 &= \frac{F_3}{\varepsilon_{x_3}} = \frac{30,000}{3,99 \times 10^{-6}} = 7.518.796,992[N] \end{aligned} \quad (\text{Eq. 5.3})$$

Além disso a expressão para o módulo de Young pode ser deduzida como:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_x} = \frac{F}{A_0 \cdot \varepsilon} = \frac{k_x \cdot L_0}{A_0}$$

Portanto, realizando as devidas contas se obtém que:

Quando um corpo é submetido a tensões de cisalhamento, ele tende a se deformar, apresentando ângulos entre a posição inicial e final das arestas de cada face do volume dV . O ângulo de rotação de acordo com o eixo x é β , o de acordo com y é α , como indicado na 5.2.

- $E \cdot A_0 = 7.519.423,559 \pm 1085,246 \text{ N}$

Nota-se que os tensores são semelhantes e não são constantes, com um leve desvio. Portanto, a constante elástica k mantém-se igual para qualquer força entre $\vec{F} = (10, 0, 0)$ e $\vec{F} = (30, 0, 0)$. Isso dá uma prova substancial de que o corpo de prova é realmente homogêneo e estas tensões estão abaixo da tensão de escoamento.

5.2 Estudo de caso II: A torção de um cilindro

A ruptura por torção em um cilindro por ser visualizada na Figura 5.2 (a). Semelhante a um giz na Figura 5.2 (b), a viga metálica que sofre torção até a sua ruptura apresenta um corte em um plano de aproximadamente 45° em relação ao torque exercido. O ângulo formado depende, principalmente da composição do material.

[...] Giz é um exemplo de material muito mais fraco em tensão que em cisalhamento. Se você puxar um pedaço de giz pelas extremidades, ele quebrará perpendicularmente à direção da tensão aplicada [...]. Ele quebra perpendicularmente à força aplicada porque ele é um monte de partículas empacotadas juntas que podem ser facilmente separadas. Mas o material é duro

Figura 5.2: Em (a) Barra de Torção do Fusca Endurecida, Comportamento Frágil. Em (b) Torção de Giz Escolar Frágil Intrinsecamente. Em (c) Barra Cilíndrica em Torção e em (d) Ondas de Torção na Barra Cilíndrica.

Fonte: Foto feita pelo autor e (FEYNMAN; LEIGHTON; SANDS, 2008b).

de cisalhar porque as partículas estão no caminho umas das outras . Agora, você se lembrará que, quando tínhamos uma barra sob torção, havia cisalhamento em todo o entorno dela. Também mostramos que o cisalhamento era equivalente a uma combinação de tensão e compressão a 45° . Por essas razões, se você torcer um pedaço de giz, ele se quebrará ao longo de uma superfície complicada a 45° do eixo. [...] O giz se quebra onde o material estiver sob máxima tensão (FEYNMAN; LEIGHTON; SANDS, 2008b).

Figura 5.3: Em (a) Extensômetro de Resistência Elétrica SG-4/350-TY33 para Medição de Torque. Em (b) Esquema de Instalação do ERE SG-4/350-TY33 em um Tarugo Redondo de Bronze 83100.

Fonte: (a) (Omega Engineering, 1992) e (b) Elaborada pelo Próprio Autor.

Dado um cilindro de bronze C86100 de $l = 0,25m$ de comprimento por $d = 0,025m$ de diâmetro, repousando na horizontal com uma ponta ancorada em uma base inelástica. No eixo radial da extremidade solta do cilindro, prende-se um braço de aço no sentido radial, paralelo ao solo.

O braço tem uma constante elástica k muitas vezes menor que o corpo de prova, de forma que sua flexão possa ser desprezível para o resultado dos testes. O braço tem $l_b = 0,5m$ de seu engaste com o corpo de prova até uma saliência em sua outra ponta, que será utilizada para pendurar um jogo de massas padrão, de forma a produzir uma força ortogonal ao sentido do braço, resultando na torção no corpo de prova.

O braço foi concebido e ajustado para que ocorra um torque de $1Nm$ quando na posição horizontal e sem massa pendurada. Assim, pode-se então encontrar a torção do corpo de prova quando sob um torque de $5Nm$.

5.2.1 Aplicação e teste

O sensor escolhido é, na verdade, um par de extensômetros integrados à mesma matriz polimérica 5.3(a), específico para aplicações em meia ponte de *Wheatstone* em medições de torque. Tem um fator $GF \approx 2,150$ e excitação máxima de $10V$ contínuos para cada extensômetro. Assim sendo, a ponte de *Wheatstone* é alimentada com uma tensão constante elétrica de $20V$. Por conta de seu desenho específico para esta aplicação, quando aplicado

Figura 5.4: Em (a) Um Corpo Cilíndrico que Sofre Torção tem Suas Geratrizes Transformadas em Hélices e as Sessões Normais Permanecem Planas e Normais ao Eixo de Rotação. Em (b) Ângulos Formados por uma Torção num Corpo de Prova.

Fonte: (NADAL, 2015)

torque sobre o corpo de prova, um extensômetro sofrerá extensão ao mesmo tempo que o outro sofrerá uma compressão proporcional ao seu coeficiente de Poisson.

Como a disposição do ERE muda, como indicado na 5.3(b) é preciso modificar convenientemente a equação. Pode-se fazer isso remontando a Eq. 4.15(a), somando-se duas equações de um quarto de ponte da Eq. 4.14, porém inserindo o coeficiente de Poisson em sua segunda parcela é obtido a Equação Eq. 5.4 como analisado em (Omega Engineering, 1992).

$$\varepsilon = \frac{-4V_r}{GF[(1 + \nu) - 2V_r(\nu - 1)]} \quad (\text{Eq. 5.4})$$

De acordo com a folha de dados, pode-se assumir que a extensão medida dar-se-á no ponto central da linha formada pelas duas marcações de alinhamento centrais. Aplica-se então o sensor com suas marcas centrais no meio da extensão longitudinal, onde $l = 0,125m$.

Com o experimento já montado, tem-se uma tensão de saída $V_0 = 1,4 \cdot 10^{-6}V$. Instala-se então o braço e aplica-se mais um conjunto de massas, de forma que se totaliza um torque de $L = 5N \cdot m$ e lê-se no voltímetro uma tensão elétrica de saída de $V = -446,5 \cdot 10^{-6}V$.

5.2.2 Tratando os dados

Aplicando a fórmula da Equação Eq. 5.4, se obtém uma variação de extensão $\varepsilon = 61,8 \cdot 10^{-6}$. Deve-se notar que este número não se aplica à extensão radial e nem à extensão

axial do corpo de prova, mas sim à deformação do próprio extensômetro. Isso indica qual fração da circunferência radial o sensor foi distendido e comprimido.

A torção pode ser medida em termos de seu ângulo γ pelo extensômetro como indicado na Figura 5.4. Tendo o corpo de prova um diâmetro de $d = 0,025m$, o comprimento de circunferência será como indicado na Eq. 5.5.

$$C = \pi \times 0,025 = 0,07854 = 78,54 \cdot 10^{-3}m \quad (\text{Eq. 5.5})$$

Pode-se então calcular a distensão do extensômetro, conforme indicado na Eq. 5.6

$$\Delta C = C \times \varepsilon = 78,54 \cdot 10^{-3} \times 61,8 \cdot 10^{-6} = 4,854 \cdot 10^{-6}m \quad (\text{Eq. 5.6})$$

E sabendo que $l = 0,125m$, pode-se calcular a tangente de γ , conforme a Eq. 5.7

$$\tan(\gamma) = \frac{\Delta C}{l} = \frac{4,854 \cdot 10^{-6}}{125 \cdot 10^{-3}} = 38,83 \cdot 10^{-6} \quad (\text{Eq. 5.7})$$

E como o ângulo para tangentes tão pequenas é praticamente o valor da tangente, se obtém a Eq. 5.8.

$$\gamma = 38,83 \cdot 10^{-6}\text{rad} \quad (\text{Eq. 5.8})$$

Pode-se também definir o ângulo ϕ em função do raio r , dele γ como descrito na Eq. 5.9, como demonstrado em (FEYNMAN; LEIGHTON; SANDS, 2008a).

$$\gamma = \frac{r\phi}{l} \implies \phi = \frac{l\gamma}{r} = \frac{0,25 \cdot 38,83 \cdot 10^{-6}}{12,5 \cdot 10^{-3}} = 776,6 \cdot 10^{-6}\text{rad} \quad (\text{Eq. 5.9})$$

Este valor de γ tão diminuto permite dizer que o comprimento efetivo do braço l_b utilizado na aplicação do torque pela força gravitacional das massas não foi modificado pela angulação do braço.

A torção g dada no material é dada pela Eq. 5.10, como descrito em (FEYNMAN; LEIGHTON; SANDS, 2008a).

$$g = \mu \frac{\rho\phi}{l} = \mu\gamma \quad (\text{Eq. 5.10})$$

Onde μ é o módulo de cisalhamento, função do módulo de Young e do coeficiente de Poisson, que é conhecido uma vez que esse utiliza uma liga de bronze conhecida e amplamente documentada (HIBBELER, 2004). A Eq. 5.11, representa a relação entre o módulo de cisalhamento e o módulo de Young e o coeficiente de Poisson.

$$\mu = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (\text{Eq. 5.11})$$

O módulo de Young do referido material é $E = 103\text{GPa}$, e como já visto anteriormente, o coeficiente de Poisson é $\nu = 0,34$. Pode-se então definir μ para o bronze 86100 como descrito na Eq. 5.12

$$\mu = \frac{103 \cdot 10^{-9}}{2(1 + 0,34)} = \frac{103 \cdot 10^{-9}}{2(1,34)} = \frac{103 \cdot 10^{-9}}{2,68} = 38,3\text{GPa} \quad (\text{Eq. 5.12})$$

Pode-se então escrever a torção g em função de μ e γ como demonstrado na Eq. 5.13. Sendo as variáveis g , μ e γ a torção, módulo de cisalhamento e ângulo de torção, respectivamente.

$$g = \mu\gamma = 38,3 \cdot 10^9 \cdot 38,83 \cdot 10^{-6} = 1,49\text{MPa} \cdot \text{rad} \quad (\text{Eq. 5.13})$$

5.2.2.1 Um Exemplo de Estimativa com Uso de Simplificações

Seja um tronco de cilindro circular comum. Supondo-o sujeito a uma tração homogênea e uma deformação radial constante em toda a superfície cilíndrica envoltória, estimar a proporção entre a deformação radial e a longitudinal.

Seja L o comprimento e r o raio do cilindro. Supondo que o volume permaneça inal-

terado, tem-se o equacionamento de acordo com a Eq. 5.14

$$\begin{aligned}\pi r^2 L &= \pi (r - \Delta r)^2 (L + \Delta L) = \pi (r^2 - 2r\Delta r + \Delta r^2)(L + \Delta L) \\ &= \pi r^2 L + \pi r^2 \Delta L - 2\pi r L \Delta r - 2\pi r \Delta r \Delta L + \pi L \Delta r^2 + \pi \Delta r^2 \Delta L\end{aligned}$$

Dividindo ambos lados por π :

$$r^2 \Delta L + L \Delta r^2 + \Delta r^2 \Delta L = 2r L \Delta r + 2r \Delta r \Delta L \quad (\text{Eq. 5.14})$$

Desconsiderando os termos relativamente pequenos :

$$\begin{aligned}r^2 \Delta L &= 2r L \Delta r \\ \frac{\Delta L}{L} &= \frac{2\Delta r}{r}\end{aligned}$$

Ou seja, uma primeira estimativa da comparação entre o alongamento e a redução do raio da seção transversal indica que a primeira é da ordem do dobro da segunda.

DESENVOLVIMENTO DO PROJETO E RESULTADOS

6.1 Estudos Experimentais dos Dois Kit's (KiDiTen)

Foram desenvolvidos neste projeto dois *Kit's* Didático para Ensino do Binômio Tensões Mecânicas e Tensores (KiDiTen). Conforme estudos experimentais, foram dispostos dois circuitos independentes. O primeiro KiDiTen é possível medir flexão, o segundo KiDiTen mede torção de acordo com os esquemas elétricos da Figura 4.11. Ambos KiDiTen foram ajustados e feitas calibrações no Instituto de Pesquisas Tecnológicas (IPT – SP).

O diagrama de blocos da Figura 6.1 mostra o processo de desenvolvimento e fabricação do *kit*. Este tem a finalidade de ser um *kit* educacional de baixo custo e preço acessível para o ensino médio e faculdades, para o ensino de Matemática, Física e Resistência dos Materiais.

- 1 . Patrocínio PIPE/FAPESP – Fundação de Pesquisa de São Paulo; apoio às pesquisas científica e tecnológica.
- 2 . Apoio: Daniel Fleisch, Ph.D – Autorização para uso do dispositivo interativo, do livro e do vídeo - Universidade de Wittenberg (USA) (FLEISCH, 2011b) com tradução realizada pelo autor desta tese em (FLEISCH, 2017) (<shorturl.at/fENRU>);
- 3 . HBM do Brasil: Fornecimento de *Strain Gauge* e parceria na montagem do *Kit* KiDiTen V.2;
- 4 . Seleção de aluno-bolsista USP e PUC-SP;
- 5 . Desenvolvimento técnico do *Kit* MicroDAQ;

Figura 6.1: Diagrama de Blocos do Projeto.

Fonte: Elaborado pelo Autor.

6 . KiDiTen® - Kit didático para tensão mecânica

7 . Usuários:

- Centro Paula Souza (médio e superior);
- SENAI (médio e superior);
- Instituto Federal (médio e superior);
- Etc.

8 . Colaboração na calibração - IPT;

9 . Foco: ensino do binômio Tensão Mecânica-Tensor (BiTT)

10 . Exposições:

- Instituto Fundação IFT (UNESP);
- Parque CienTec;
- Projeto Catavento;

11 . Show da Física (IFUSP) Prof. Fuad;

Figura 6.2: Flexão I em (a) e Flexão II em (b)

Fonte: Elaborado pelo Autor.

Figura 6.3: Calibração no IPT-SP do KiDiTen de Flexão.

Fonte: Elaborado pelo Autor.

12 . Arte - Ciência (IFUSP) Prof. Mikiya;

13 . Laboratórios Didáticos do IFUSP Prof. Cláudio Hiroyuki Furukawa.

O Programa FAPESP-PIPE (FAPESP, 2019) (<<http://www.fapesp.br/pipe/>>) apoia à pesquisa científica e/ou tecnológica em micro, pequenas e médias empresas do Estado de São Paulo. MicroDAQ é a empresa responsável pelo desenvolvimento do projeto KiDiTen. O IPT é um apoiador do projeto, fornecendo a calibração do protótipo do KiDiTen. A Universidade de Wittenberg é uma apoiadora didática no ensino básico do conceito de tensor usando vídeo institucional, livro e dispositivo lúdico interativo do Prof. Daniel Fleisch. E

HBM é uma empresa parceira, oferecendo suporte no fornecimento e uso de *Strain Gauge*.

6.1.1 KiDiTen Versão 1 para Flexão

Na Figura 6.2 é mostrado o KiDiTen para a medição de flexões aplicadas em uma viga metálica. A viga é indicada em ①, a alimentação é indicada em ②, o multímetro em ③, a ponte de *Wheatstone* em ④ e o *Strain-Gauge* em ⑤.

Para calibrar o KiDiTen de Flexão foram utilizados massas da Figura 6.3(b) sendo ①, ②, ③ e ④. A Figura 6.3(a) a viga é indicada em ①, a alimentação é indicada em ②, o multímetro em ③, a ponte de *Wheatstone* em ④, o *Strain-Gauge* em ⑤ e a massa em ⑥. A tabela de calibração se encontra em Tabela ANEXO A.1.

Figura 6.4: Torção I em (a) e Torção II em (b).

Fonte: Elaborado pelo Autor.

Figura 6.5: Calibração no IPT-SP do KiDiTen de Torção.

Fonte: Elaborado pelo Autor.

6.1.2 KiDiTen Versão 1 para Torção

Na Figura 6.4 é mostrado o KiDiTen para a medição de torções aplicadas em uma viga metálica. A viga é indicada em ①, a alimentação é indicada em ②, o multímetro em ③, a ponte de *Wheatstone* em ④ e o *Strain-Gauge* em ⑤.

Para calibrar o KiDiTen de Torção foi utilizado um corpo de prova em ① da Figura 6.5, uma fonte de alimentação em ②, um pêndulo de torção em ③, a ponte de *Wheatstone* em ④ e uma massa em ⑤. A tabela de calibração se encontra em Tabela ANEXO A.2.

6.1.3 KiDiTen Versão 2 com Parceria HBM

Uma segunda versão foi desenvolvida, assim será possível integrar o KiDiTen a um módulo de aquisição de dados (MX1615B) e o *software* CATMAN ambos da HBM, como ilustrado na Figura 6.6.

MX1615B

Figura 6.6: Descrição da Versão 3 do KiDiTen em Diagrama de Blocos.

Fonte: Elaborada pelo Próprio Autor.

Figura 6.7: Em (a) Kit de Torção,(b) Módulo de Aquisição MX1615B e em (c) Kit de Torque.

Fonte: Elaborado pelo Próprio Autor.

O módulo MX1615B é equipado com 16 entradas para sensores, dispostas em um corpo compacto. Como resultado, o MX1615B oferece uma densidade de canal incomparável de canais em um pequeno espaço. Áreas de aplicações típicas incluem testes de deformação estática, testes de fadiga quasi-dinâmica para análise de ciclo de vida, tarefas de monitoramento, investigações de material, análise da deformação residual, tarefas de manutenção (ex.: para testes mecânicos em circuitos de placas impressas (PCB)), bem como para gravações gerais de dados de carga no campo.

O módulo de aquisição de dados para *Strain Gauge* QuantumX MX1615B é o utili-

zando neste trabalho pelo fato de ser ideal para testes precisos e seguros de *Strain Gauges* em configurações de ponte completa, $1/2$ ponte e $1/4$ de ponte, bem como para transdutores, potenciômetros, termorresistência (PT100) ou tensão normalizada ($\pm 10V$). Isso significa que esta unidade de aquisição de dados é uma escolha ideal sempre que deformações, forças e deslocamentos são adquiridos, também quando as influências de temperatura devem ser quantificadas (HBM, 2019).

Catman

O *software* Catman é o principal programa para aquisição de dados e de análise da HBM, a maioria de seus equipamentos podem ser utilizados com o mesmo (HBM, 2019). Sendo possível configurar o teste de diferentes maneiras e utilizando os diferentes tipos de ferramentas presentes no *software*, como por exemplo:

- Visualização e controle individualizado em múltiplas páginas, telas ou em formato de tela cheia;
- Visualização dos sinais em função do tempo, frequência ou faixa angular;
- Integração de até quatro sinais de vídeo;
- Visualização dos dados do GPS no mapa;
- Gravação de dados com até 12 MS/s ou 100MB/s;
- Gravação de duas tarefas de medição em paralelo e log de estatísticas;
- Uso de análise de sinais para definição de *triggers* inteligentes;
- Disponibilidade de múltiplos formatos para gravação e exportação (catman BIN, Excel, ASCII, MDF 3/4, DIAdem, MATLAB, RPC III, UFF58 e outros);
- Ações automatizadas de *trigger* por eventos definidos, como alerta por *e-mail* ou envio de mensagem para *smartphone*;
- Uso de auto *sequences* para automatização do fluxo de trabalho e sequências de testes;
- Uso de *script* VBA para automatizar análise e funções avançadas;
- Comparar conjunto de dados, cálculo e análise de sinais;

- Uso de *plugins* para eixos rotacionais mecânicos, motores a combustão, acionamentos elétricos e fadiga mecânica, além da análise do esforço e vida em fadiga.

Os dados de calibração para esta versão estão disponíveis na Tabela ANEXO A.3 e na Tabela ANEXO A.4.

Ambos os kits KiDiTen, tanto versão 1 quanto a 2, foram enviados para o Laboratório de Metrologia Mecânica do IPT para caracterizações, calibrações e emissão de certificados, como mencionado anteriormente.

É importante ressaltar a necessidade da calibração dos sistemas de medição, particularmente os sensores ou transdutores, que influenciam o processo que está sendo estudado, de forma a obter-se rastreabilidade, medir com a exatidão requerida e com incerteza conhecida. A utilização de um instrumento calibrado é portanto, fundamental para a confiabilidade dos resultados obtidos (CASTANHO; BALDO, 2012).

Infelizmente, nem todos os sensores ou instrumentos de medição se comportam conforme as especificações ou níveis de tolerância admissíveis pelas normas técnicas. A experiência da maioria dos laboratórios de calibração revela que cerca de 15% de todos os instrumentos, estão fora das especificações dos fabricantes. Além disso, as normas que se aplicam aos sistemas da qualidade, como por exemplo, a NBR ISO/IEC 17025, exigem que todo instrumento que tenha influência nos resultados de uma medição sejam calibrados. Portanto, a utilização correta de um instrumento calibrado, proporciona segurança, economia, qualidade e rastreabilidade, atendendo assim às exigências de normas internacionais.

6.2 Simulação Computacional Através de SolidWorks

Conforme Universidade Federal de Juiz de Fora (2013), SolidWorks é um *software* de *Computer-Aided Design* (CAD), que foi criado pela *SolidWorks Corporation* e comprada pela *Dassault Systèmes S.A.* em 1997, de forma a facilitar o trabalho dos engenheiros e projetistas, trabalhando nos sistemas operacionais *Windows*. Estabeleceu-se no mercado em 1993, tornando-se um forte concorrente do *PRO-Engineer*, *Inventor* e *SolidEdge*.

O SolidWorks está assentado na computação paramétrica, com tecnologias tridimensionais com base nas formas geométricas elementares. Dentro do programa, a criação

de um sólido ou superfície normalmente parte do significado de topologia em um esquema 2D ou 3D. A topologia é o que irá designar a conectividade e certos relacionamentos geométricos entre vértices e curvas, dentro ou fora do esquema. SolidWorks apresenta um arsenal de recursos com a finalidade de criar Chapas metálicas, estruturas em geral, modelagem de produtos e diversas outras.

As próximas seções contam com um tutorial para montagem do KiDiTen, contendo a modelagem de todas as peças utilizadas, assim como a montagem do *kit* e sua simulação pelo próprio *software*.

6.2.1 Modelagem das peças

As instruções abaixo descrevem como modelar uma peça no SolidWorks, focando especialmente em modelar as peças utilizadas pelo KiDiTEN.

Para modelar uma nova peça, é necessário abrir o SolidWorks. Ao abrir, na barra de ferramentas do *software*, é necessário abrir a opção *Novo* e clicar em *Peça*, conforme ilustrado na Figura 6.8. Esses passos serão executados para todas as outras peças.

Figura 6.8: Instrução para Criação de Peça no SolidWorks.

Fonte: SolidWorks

Figura 6.9: Esboço do Torquímetro.

Fonte: SolidWorks

• Parte 1

Ao abrir a janela, deve-se escolher um plano de desenho, este dependerá da vista desejada para visualização da peça. Para o torquímetro, deve selecionar o plano direito. Após isso, desenhar o esboço contido na Figura 6.9.

• Parte 2

Feito o esboço, na aba de opções, escolher a opção recursos, e então selecionar Ressonância/base revolucionado, conforme indicado na Figura 6.10.

Figura 6.10: Ressonância/Base Revolucionado do Torquímetro.

Fonte: SolidWorks

• Parte 3

Após aplicar o recurso, a peça está pronta, conforme indicado na Figura 6.11

Figura 6.11: Torquímetro Pronto.

Fonte: SolidWorks

KiDiTen para Tensões

Para o KiDiTen de Tensões foram feitas cinco peças.

• Peça 1

1. Para a primeira peça, seleccionar o plano superior e desenhar o esboço contido na Figura 6.12

Figura 6.12: Esboço Peça 1.

Fonte: SolidWorks

2. Com o esboço desenhado em recursos, selecionar *Ressalto/Base extrudado* e aplicar o recurso para desenhar a peça, usa-se a dimensão de $5,75\text{mm}$ nessa parte, conforme a Figura 6.13.

Figura 6.13: Ressalto/Base Extrudado Peça 1.

Fonte: SolidWorks

3. Com a primeira parte feita, selecionar a face com o botão direito e escolher a opção “normal a”, fazendo o esboço do furo passante conforme indicado na Figura 6.14.

Figura 6.14: Seleção de Superfície para Fazer Furo na Peça 1.

Fonte: SolidWorks

4. Então, selecionar o recurso corte extrusão e faz o furo. Note que a opção usada é o furo passante, ou seja, por toda a extensão da peça, conforme indicado na Figura 6.15.

Figura 6.15: Realização de um Corte Extrudado na Peça 1.

Fonte: SolidWorks

5. Com o furo feito, a peça está pronta, conforme indicado na Figura 6.16.

Figura 6.16: Peça 1 Pronta

Fonte: SolidWorks

• Peça 2

1. Para a segunda peça, também será selecionado o plano superior e será desenhado o esboço da Figura 6.17.

Figura 6.17: Esboço Peça 2.

Fonte: SolidWorks

2. Então, novamente utilizando o recurso *Ressalto/base extrudado*, se faz o corpo da peça. Note que aqui, é utilizado espessura 10 mm, conforme Figura 6.18.

Figura 6.18: Ressalto/Base Extrudado Peça 2.

Fonte: SolidWorks

3. Com o corpo feito, novamente é selecionado “normal a”, com o botão direito, desenhando os furos, conforme Figura 6.19.

Figura 6.19: Seleção de Superfície para Fazer Furos na Peça 2.

Fonte: SolidWorks

4. Com os furos desenhados, aplica-se novamente o recurso corte extrudado, com a opção passante selecionada, conforme Figura 6.20.

Figura 6.20: Realização de um Corte Extrudado na Peça 2.

Fonte: SolidWorks

5. Com isso, a segunda peça está pronta, conforme Figura 6.21.

Figura 6.21: Peça 2 Pronta.

Fonte: SolidWorks

• Peça 3

1. Escolhendo o plano superior, desenha-se o esboço da Figura 6.22.

Figura 6.22: Esboço Peça 3.

Fonte: SolidWorks

2. Então, com o recurso *Ressalto/base extrudado* aplicado com espessura de $1,25\text{mm}$, é obtido a peça da Figura 6.23.

Figura 6.23: Ressalto/Base Extrudado Peça 3.

Fonte: SolidWorks

3. Novamente, selecionado a opção “normal a” e esboçando o furo, se obtém a Figura 6.24.

Figura 6.24: Seleção de Superfície para Fazer Furo na Peça 3.

Fonte: SolidWorks

4. Aplicando novamente o corte extrudado no furo, com a opção passante, se obtém a Figura 6.25.

Figura 6.25: Realização de um Corte Extrudado na Peça 3.

Fonte: SolidWorks

5. Portanto, é obtido a peça que sofrerá a tensão/deformação quando aplicada a força, conforme Figura 6.26.

Figura 6.26: Peça 3 Pronta.

Fonte: SolidWorks

• Peça 4

1. Ao escolher o plano superior, deve-se desenhar o esboço da Figura 6.27.

Figura 6.27: Esboço Peça 4.

Fonte: SolidWorks

2. Deste modo, com o recurso *Ressalto/base extrudado* aplicado com a espessura de *28mm*, se obtém a peça da Figura 6.28.

Figura 6.28: Ressalto/Base Extrudado Peça 4.

Fonte: SolidWorks

- Figura 6.29:** Seleção de Superfície para Fazer Furo na Peça 4.

- Figura 6.30:** Realização de um Corte Extrudado na Peça 4.

- 140

Figura 6.31: Peça 4 Pronta.

Fonte: SolidWorks

• Peça 5

1. Para criar a plataforma do projeto, mais uma vez escolhe-se o plano superior e cria-se o primeiro esboço, conforme Figura 6.31.

Figura 6.32: Esboço Peça 5.

Fonte: SolidWorks

2. Executa-se o recurso *Ressalto/base extrudado* com a espessura de 10mm conforme Figura 6.33.

Figura 6.33: Ressalto/Base Extrudado Peça 5.

Fonte: SolidWorks

3. Com o corpo feito, novamente selecionar “normal a”; com o botão direito, desenhar os furos conforme Figura 6.34.

Figura 6.34: Seleção de Superfície para Fazer Furo na Peça 5.

Fonte: SolidWorks

4. Aplicar de novo o corte extrudado no furo, com a opção passante, conforme Figura 6.35.

Figura 6.35: Realização de um Corte Extrudado na Peça 5.

Fonte: SolidWorks

5. Assim, a última peça está pronta, como indicado na Figura 6.36.

Figura 6.36: Peça 5 Pronta.

Fonte: SolidWorks

6.2.2 Montagem do Projeto de Tensão

A montagem de peças seria a parte de confecção do produto final, unindo as peças criadas para formar o KiDiTen. Para montar as peças, deve-se abrir um novo arquivo e selecionar a opção montagem conforme Figura 6.37.

Figura 6.37: Tela Inicial para Montagem de Projeto.

Fonte: SolidWorks

1. Para iniciar a montagem, selecionar uma das peças elaboradas. Logo após, clicar em qualquer lugar da janela para soltá-la, como indicado na Figura 6.38.

Figura 6.38: Seleção de Peças da Montagem.

Fonte: SolidWorks

2. Inserir os componentes ao longo da montagem e posicioná-los, até montar o projeto conforme Figura 6.39 6.39a. Lembre-se que a segunda peça será inserida duas vezes conforme Figura 6.39 6.39b.

Figura 6.39: Instruções para Inserção de Peças na Montagem.

Fonte: SolidWorks

Com todas as peças inseridas, pode-se posicioná-las. Deste modo, selecionar então na aba de ferramentas posicionar, e selecionar as peças e as relações entre elas. Isso deve ser feito para cada posição, conforme Figura 6.40

Figura 6.40: Posicionamento das Peças na Montagem.

Fonte: SolidWorks

Deve-se fazer todos os posicionamentos até obter a montagem da Figura 6.41

Figura 6.41: Peças Posicionadas.

Fonte: SolidWorks

3. Com a montagem feita, pode-se inserir os parafusos. Para isso, selecionar o *Toolbox* do SolidWorks e escolher a opção desejada, conforme a norma escolhida na Figura 6.42 e Figura 6.43.

Figura 6.42: Seleção de Parafusos pela *ToolBox*.

Fonte: SolidWorks

Figura 6.43: Instrução para Acoplamento de Parafuso.

Fonte: SolidWorks

4. Inserir cinco parafusos, sendo 4 M6 e 2 M4, e posicioná-los nas devidas posições, como mostrado anteriormente. Os parafusos, se encaixam pelo tamanho do furo conforme Figura 6.44.

Figura 6.44: Peça Final Montada.

Fonte: SolidWorks

Finalizando a montagem, pode se descrever as simulações.

6.2.3 Simulação SolidWorks

Tensão

Para um estudo de tensão ou torque no programa, deve-se partir do desenho das peças e da montagem do projeto. Daí então, começa-se a simulação.

1. Na aba de comandos do SolidWorks, selecionar a aba Suplementos do SolidWorks, conforme indicador na Figura 6.45.

Figura 6.45: Aba para Seleção de Suplementos do SolidWorks.

Fonte: SolidWorks

2. Com a janela de opções abertas, escolher a opção SOLIDWORKS Simulation conforme indicado na Figura 6.46.

Figura 6.46: Aba para Seleção de Simulação.

Fonte: SolidWorks

3. Com o *simulation* selecionado na aba de comandos, escolher a opção de novo estudo na janela de opção aberta, conforme indicado na Figura 6.47.

Figura 6.47: Seleção de um Novo Estudo de Simulação.

Fonte: SolidWorks

4. Selecionar a opção análise estática e escolher o nome desejado para ela, conforme indicado na Figura 6.48

Figura 6.48: Seleção de Análise Estática para Simulação

Fonte: SolidWorks

- Na janela de opções, o primeiro passo para começar a simulação é aplicar o material escolhido nas peças do projeto. Podem ser materiais diferentes ou iguais para todos os componentes. Seleciona-se o material entre as opções da biblioteca do programa, escolhe-se a opção aplicar e depois fechar, conforme Figura 6.49.

Figura 6.49: Painel para Escolher o Tipo de Simulação e Material.

Fonte: SolidWorks

6. Na árvore de comandos do SolidWorks, é preciso selecionar os planos que serão fixos. Para isso, em acessórios de fixação, clicar com o botão direito e selecionar Geometria fixa. Assim, definem-se quais superfícies serão fixas na simulação, conforme indicado na Figura 6.50.

Figura 6.50: Definição de Geometrias Fixas.

Fonte: SolidWorks

7. É importante selecionar o tipo de carga que será aplicado, o valor e local. Para isso, na árvore do SolidWorks em cargas externas, com o botão direito selecionar o tipo, e com isso pode-se mudar o valor e selecionar o local de aplicação da mesma, conforme indicado na Figura 6.51.

Figura 6.51: Aplicação de um Esforço no Objeto.

Fonte: SolidWorks

8. No entanto, na janela de opções basta executar o estudo, esperar o programa desenvolver a malha e está realizado a simulação, assim como indicado na Figura 6.52.

Figura 6.52: Realização da Simulação.

Fonte: SolidWorks

9. Com os resultados de tensão, deslocamento e deformação do projeto apresentados na árvore de comandos, pode-se animar as mesmas e então salvá-las em forma de vídeo, ilustrado na Figura 6.53.

Figura 6.53: Resultados da Simulação.

Fonte: SolidWorks

Torque

Para estudar a tensão ou torque no programa, primeiramente deve-se fazer o desenho das peças e a montagem do projeto. Com esta etapa realizada, inicia-se a simulação de torque.

1. Abrindo o torquímetro, seleciona a aba de comandos do *software* e clica em Suplementos do SolidWorks, conforme Figura 6.54.

Figura 6.54: Aba de Seleção de Suplementos do SolidWorks.

Fonte: SolidWorks

2. Com a janela de opções abertas, escolher a opção SOLIDWORKS Simulation, assim como na Figura 6.55.

Figura 6.55: Aba de Seleção da Simulação para Torção.

Fonte: SolidWorks

3. Com o *simulation* selecionado na aba de comandos, escolher a opção de novo estudo na janela de opção aberta, assim como na Figura 6.56.

Figura 6.56: Criação de Um Novo Estudo.

Fonte: SolidWorks

4. Selecionar a opção análise estática e escolher o nome desejado para ela.
5. Na janela de opções, o primeiro passo para iniciar a simulação é aplicar o material desejado nas peças do projeto. Podem ser materiais diferentes ou iguais para todos os componentes. Seleciona-se o material entre as opções da biblioteca do programa, escolhe-se a opção aplicar e depois fechar, assim como na 6.57.

Figura 6.57: Definições de Estudo e Material.

Fonte: SolidWorks

6. Na árvore de comandos do SolidWorks, é preciso selecionar os planos que serão fixos. Para isso, em acessórios de fixação, clicar com o botão direito e selecionar Geometria fixa, e assim, definir quais superfícies serão fixas na simulação, conforme Figura 6.58.

Figura 6.58: Definição de Geometria Fixa.

Fonte: SolidWorks

7. Agora, é preciso selecionar o tipo de carga que será aplicado, o valor e local. Para isso, na árvore do SolidWorks, em cargas externas com o botão direito selecionamos o tipo, e com isso é possível mudar o valor e selecionar o local de aplicação da mesma, conforme Figura 6.59.

Figura 6.59: Escolha do Tipo de Esforço Aplicado.

Fonte: SolidWorks

8. Com isso, na janela de opções, é só executar o estudo, esperar o programa desenvolver a malha, como indicado na Figura 6.60.

Figura 6.60: Realizando Simulação de Torque

Fonte: SolidWorks

9. Com os resultados de tensão, deslocamento e deformação do projeto apresentados na árvore de comandos, pode-se animar as mesmas e então salvá-las em forma de vídeo.

6.2.3.1 Exemplos de Cálculos Analíticos por Meio de Simulação

Tensão

Aplicando os cálculos de tensão máxima para força vertical aplicada, considerando a força de $Q = 1N$, as dimensões da prancha abaixo e o aço 1045. É obtido as dimensões, conforme Figura 6.61.

- $l = 115mm$;
- $b = 23mm$;
- $h = 1,25mm$;
- $G = 2,05 \times 10^{11} N/m^2$.

Figura 6.61: Diagrama da Peça que Sofre Flexão.

Fonte: SolidWorks

$$\Delta v = \frac{Q \cdot l}{G \cdot A} = \frac{1 \cdot 0,115}{2,05 \times 10^{11} \cdot 0,023 \cdot 0,00125} \Rightarrow 1,95 \times 10^{-5} \text{ mm} \quad (\text{Eq. 6.1})$$

Torque

Aplicando os cálculos de tensão máxima para força vertical aplicada, considerando a força de $Q = 1N$, as dimensões do torquímetro baixo e a liga de alumínio. É obtido as dimensões, conforme Figura 6.62.

- $T = 1Nm$;
- $d = 12,40mm$;
- $c = 6mm$.

Figura 6.62: Diagrama da Peça que Sofre Torção

Fonte: SolidWorks

Assim:

$$J = \frac{\pi}{2} \cdot c^4 = \frac{\pi}{2} \cdot (0,06)^4 = 2,03 \times 10^{-9} m^4 \quad (\text{Eq. 6.2})$$

$$\tau_{\max} = \frac{T \cdot c}{J} = \frac{1 \cdot 0,006}{2,03 \times 10^{-9}} = 2,95 \text{MPa} \quad (\text{Eq. 6.3})$$

6.3 Resultados do Kit e Experimentos em Sala

A ANOVA ou Análise de Variância é um procedimento usado para comparar a distribuição de três ou mais grupos em amostras independentes (Portal Action, 2019; BECKER, 2015; CASELLA; BERGER, 2010; VIEIRA, 2000). No caso analisado os grupos são:

1° grupo: Todos fazem a prova.

2° grupo: Após a aula com o kit o aluno refaz a prova.

3° grupo: Passado um tempo um grupo de alunos refizeram a prova.

A análise de variância é também uma forma de resumir um modelo de regressão linear através da decomposição da soma dos quadrados para cada fonte de variação no modelo e, utilizando o teste F, testar a hipótese de que qualquer fonte de variação no modelo é igual a zero.

6.3.1 Contextualizando a aplicação

Neste experimento foi preparado uma prova com 7 questões de física referentes aos conceitos abordados como escalar, vetor, matriz e tensor, assim como tensão mecânica e deformação elástica, para os alunos responderem. O primeiro resultado foi obtido uma média de acertos dos alunos através da teoria clássica sem a devida identificação dos alunos, apenas das turmas. Em um segundo momento ministrou-se uma aula do assunto utilizando-se de um kit didático para que os alunos assimilassem melhor a matéria, e após essa aula foi aplicada novamente a prova. Mas para a comprovação do aprendizado com o kit, aplicou-se a prova em um outro grupo que havia feito a prova anterior, mas não recebeu as aulas com o kit didático, sendo esse grupo nomeado de grupo controle.

Para verificar se realmente o desempenho dos alunos após o kit foi melhor que dos alunos sem o kit, se faz necessário realizar um teste estatístico, que além de considerar as médias das notas, leva também em conta a variação das notas dentro de cada turma.

6.3.2 A Análise de variância

Um dos objetivos da aplicação da ANOVA é o de realizar teste estatístico para verificar se há diferenças entre distribuição de uma medida entre três ou mais grupos. No caso analisado, é possível definir a hipótese do teste como:

- H_0 : Não existe diferença entre o desempenho das notas dos alunos de cada grupo independente do uso do kit;
- H_a : Há diferença do desempenho das notas dos alunos após o uso do kit.

Caso os três grupos de alunos apresentem a mesma variabilidade e mesma média de desempenho, suas distribuições tendem a se sobrepor, confirmando a hipótese de que não existe diferença entre o desempenho das turmas. Caso contrário, ou seja, quando os grupos

apresentam mesma variabilidade interna e média de desempenho diferentes, as distribuições se distanciam quanto mais as medias de desempenho se diferenciam.

6.3.2.1 O Modelo ANOVA e seus pressupostos

Para aplicação da análise de variância, são necessárias algumas suposições, sendo elas:

1. As observações são independentes, ou seja, cada elemento amostral (aluno) deve ser independente;
2. Os grupos comparados apresentam a mesma variância;
3. Os erros são independentes e provenientes de uma distribuição normal com media igual a zero e variância constante.

Cabe ressaltar que os grupos de alunos de cada professor podem ser vistos como três níveis de um mesmo fator, sendo que o objetivo é saber se o fator modelo de aula experimental exerce alguma influencia na variação do desempenho das notas dos alunos.

O teste aplicado se encontra no Capítulo ANEXO B, juntamente com as tabelas coletadas de cada turma. Foram analisadas 3 turmas, sendo duas na FATEC e uma na Faculdade Sumaré, como mostrado pela Figura 6.63. Os gráficos, mostram os resultados obtidos em cada turma, para cada fase e a sua respectiva comparação.

Figura 6.63: Diagrama do Experimento.

Fonte: Elaborado pelo Próprio Autor.

Turma 1 FATEC - Grupo de Controle

Figura 6.64: Turma 1 Fase 1.

Fonte: Elaborado pelo Próprio Autor.

Figura 6.65: Turma 1 Fase 2.

Fonte: Elaborado pelo Próprio Autor.

Figura 6.66: Comparação entre as fases.

Fonte: Elaborado pelo Próprio Autor.

Turma 2 FATEC

Figura 6.67: Turma 2 Fase 1.

Fonte: Elaborado pelo Próprio Autor.

Figura 6.68: Turma 2 Fase 2.

Fonte: Elaborado pelo Próprio Autor.

Figura 6.69: Comparação entre as fases.

Fonte: Elaborado pelo Próprio Autor.

Turma 1 - Faculdade Sumaré

Figura 6.70: Turma 1 Fase 1.

Fonte: Elaborado pelo Próprio Autor.

Figura 6.71: Turma 1 Fase 2.

Fonte: Elaborado pelo Próprio Autor.

Figura 6.72: Comparação entre as fases.

Fonte: Elaborado pelo Próprio Autor.

Optou-se por mostrar os resultados apenas dos alunos que fizeram a segunda prova, pois foi verificado que mesmo sem o *kit* os alunos que fizeram a segunda prova tiveram um melhor desempenho que na primeira prova. Mas os alunos que tiveram a aula com o *kit*, apresentaram estatisticamente um resultado melhor.

Tabela 6.3: Análise dos dados da prova 2 sem kit e com kit.

	Prova 1 sem <i>Kit</i>	Prova 2 com <i>Kit</i>
Média	2,4500	3,5325
Desvio Padrão	1,1756	1,8608
Mínimo	1,27	1,67
Máximo	3,63	5,39

Fonte: Elaborado pelo Próprio Autor

Avaliando apenas pela média e desvio padrão dos grupos, da segunda prova com o uso do kit e sem o uso do kit, percebe-se que a média do grupo que foi apresentado o kit foi muito maior, e o resultado muito melhor mesmo apresentando um desvio padrão maior e uma variabilidade de notas maior. Por esses resultados pode-se dizer que alguns alunos não conseguiram entender muito bem o uso do kit como material didático. Então para se verificar ainda mais os resultados foi aplicado o teste F para comparação entre dois grupos.

Tabela 6.4: Teste-F: duas amostras para variâncias.

	Prova 1 sem Kit	Prova 2 com Kit
Média	1,929824561	3,532467532
Variância	2,437509703	3,462747779
Observações	114	77
gl	113	76
F	0,703923548	
P(F<=f) uni-caudal	0,044780471	
F crítico uni-caudal	0,711675249	

Fonte: Elaborado pelo Próprio Autor

Quando verificado o resultado entre a prova 1 sem uso do kit, com a prova 2, com uso do kit, foi verificado que cerca de 71% dos alunos tiveram uma melhora significativa com o uso do kit. Mesmo a variância sendo maior.

Tabela 6.5: Teste-F: duas amostras para variâncias.

	Prova 1 sem <i>Kit</i>	Prova 2 com <i>Kit</i>
Média	2,45	3,532467532
Variância	1,382051282	3,462747779
Observações	40	77
gl	39	76
F	0,399119823	
P(F<=f) uni-caudal	0,001116679	
F crítico uni-caudal	0,617109955	

Fonte: Elaborado pelo Próprio Autor

Quando comparadas as duas provas, prova 2 sem uso do kit e prova 2 com uso do kit é possível verificar que mesmo nesse caso quase 62% dos alunos da prova 2 com uso do *Kit* tiveram uma melhora, ou entenderam melhor a matéria com o uso do kit.

É notado que existe claramente uma confusão teórica entre os conceitos de *stress* e *strain* (questões 4 e 5), devida à relação mecanicista de causa e efeito. A causa está relacionada com a força aplicada (σ) e o efeito com a variação do comprimento (ϵ). Com isso, observa-se acentuados erros nas questões 4 e 5. Diferentemente do universo psicológico humano, o *stress* é considerado efeito e não causa. Já na questão 7 (o que é tensor), observa-se acertos significativos devido ao uso do *Kit*.

CONSIDERAÇÕES FINAIS E TRABALHOS FUTUROS

Este estudo trouxe consigo uma verificação exponencialmente motivadora na área das ciências exatas. O objetivo foi trabalhar os conceitos fundamentais de tensores, definindo-os e analisando-os. Inicialmente, foi abordado o conceito de tensor que, mesmo sendo novo teoricamente, pode ser considerado um tema muito relevante e profícuo para a Matemática, a Engenharia e a Física. As aplicações envolvendo a teoria Física com tensores são abrangentes, como acontece, por exemplo, na teoria da Relatividade Geral de Albert Einstein, totalmente tensorial. Esta teoria apresenta o grau de importância destes elementos matemáticos, assim como a teoria da Elasticidade e a Teoria da Resistência dos Materiais, com aplicação analisada e exemplificada nesta tese.

Vale destacar que não se teve a pretensão de fazer uma Análise Tensorial, mas sim um estudo simplificado, qualitativo e motivador do Tensor, envolvendo aspectos práticos e observados nas medidas experimentais pelo uso do *Kit Didático para Ensino do Binômio Tensões Mecânicas e Tensores (KiDiTen)*, para flexão e torção. Procurou-se escrever sobre a ferramenta matemática e sua aplicação, de modo a ampliar e consolidar a linguagem matemática do aluno, em subtração do mero repertório de trivialidades. Demonstrou-se, neste processo, o desejo de nutrir no aluno e futuro professor a capacidade de se expressar na linguagem tensorial pela utilização das várias estratégias. O objetivo maior para tal aplicabilidade foi o de considerar o conceito de tensor a partir da Teoria da Resistência dos Materiais.

Utilizou-se uma abordagem bem focada e analítica nos seguintes pontos:

- 1) O Objeto de Aprendizagem Phet, criado em 2002 pelo Prêmio Nobel Carl Wieman, que possui simulações Interativas da Universidade de Colorado Boulder, criando simulações interativas gratuitas de matemática e ciências. As simulações PhET baseiam-se em extensa pesquisa em educação e envolvem os alunos através de um ambiente in-

tuitivo, estilo jogo, onde os alunos aprendem através da exploração e da descoberta.

- 2) Cálculo Analítico Relação *Stress* x *Strain*;
- 3) Kit's experimentais (flexão e torção) com calibração IPT (versão 1 e versão 2);
- 4) Cálculo numérico *SolidWorks* Simulação;
- 5) Vídeo e apoio do D. Fleisch de dispositivos lúdicos interativos, incluindo legenda em português feita pelo autor;
- 6) Aspectos históricos;
- 7) Teoria. Matriz – Vetor – Tensor Tensões/Deformações: Flexão e Torção.

As contribuições aqui defendidas representam o pensamento de que a perspectiva da Complexidade em modelo multi, inter e transdisciplinar dá estímulos para observar a existência de relações que sustentam os fenômenos da física dos materiais ao universo atual do aluno. Muito aprendizado pode ser tirado ao se desmembrar um equipamento para estudar suas partes e chegar-se ao entendimento sobre como essas partes funcionam entre si, mas nem tudo pode ser reestudado dessa forma.

A educação para a Complexidade, pouco a pouco, tem se sustentado como uma base epistemológica sólida, com o propósito de entender os fatos e contextos, onde os processos de ensino e aprendizagem estão aplicados. É necessário dar origem às indagações a respeito do quadro educativo planejado. Os cientistas clássicos introduziram procedimentos metodológicos que limitavam a natureza complexa dos fenômenos à condição da análise compreendida. Os avanços científicos e tecnológicos provenientes desses esforços determinaram o melhor paradigma da visão reducionista da ciência clássica até estes quase vinte anos do século XXI. A importância de se enxergar de outro ângulo nos faz estar mais atentos às características de um fenômeno que, até então, ainda não havia sido contemplado, por ser visto apenas por um único paradigma. Apresentou-se a importância do conceito cultural de Bourdieu dentro do polêmico contexto histórico no ensino de Física.

O processo para se avaliar as dificuldades dos estudantes com relação à disciplina Resistência dos Materiais e ao conteúdo de Tensores antes e após o estudo como kit didático baseou-se no teste que se encontra no Capítulo ANEXO B, juntamente com as tabelas

Figura 7.1: Versão do KiDiTen para Aplicações em Aula.

Diagrama de Blocos - Arduino

Fonte: Elaborado pelo Próprio Autor.

coletadas de cada turma. Foram analisadas três turmas, sendo duas na FATEC e uma na Faculdade Sumaré, como mostrado na Figura 6.63. Os gráficos mostram os resultados obtidos em cada turma, para cada fase e a sua respectiva comparação.

Quando se observa o resultado entre a prova 1 sem uso do kit, com a prova 2, com uso do kit, vê-se que cerca de 71% dos alunos tiveram uma melhora significativa com o uso do kit, mesmo a variância sendo maior. Quando comparadas as duas provas, prova 2 sem uso do kit e prova 2 com uso do kit, é possível constatar que, mesmo nesse caso, quase 62% dos alunos da prova 2 tiveram uma melhora ou um entendimento melhor da matéria com o uso do kit. Acrescente-se a isto uma versão V2 do KiDiTen, desenvolvida em parceria com a HBM integrando um módulo de aquisição de dados e o software para tratamento dos mesmos.

Deseja-se evoluir a ideia para uma V3, com substituição do módulo de aquisição por um Arduino e o software por um aplicativo, como ilustrado Figura 7.1.

Outro trabalho futuro é um possível projeto educacional em parceria com o Professor Doutor Mikiya Muramatsu (IFUSP), aplicando tensões mecânicas na área odontológica. Por exemplo, a análise da distribuição das tensões através de prótese xa implanto-suportada e dento-implanto suportada, usando *Strain Gauge* convencionais e fibra óptica, fotoelasticidade e holografia (SILVA; MURAMATSU, 2007).

Outro trabalho futuro é um possível projeto em parceria com o Dr. Alexandre D'Agostini Neto da Voith Group Division Hydro, para aplicação das medidas com *Strain Gau-*
ges em pás de rotores - turbinas Pelton, incluindo importantes aspectos de treinamento para funcionários.

Referências

- ABDOUNUR, J. O. **Música e Matemática: O pensamento analógico na construção de significados**. São Paulo: Escrituras Editora, 2006.
- ABDOUNUR, O. J. **Matemática e música**. Editora Livraria da Física, 2015.
- ALMEIDA, U. Os usos sociais da ciência: por uma sociologia clínica do campo científico. **Revisão Pierre Bourdieu, Patrick Champagne e Etienne Landais. Tradução Denice Bárbara Catani**, Universidade Federal de São Paulo, São Paulo, 2004.
- ALTHUSSER, L. **Aparelhos ideológicos de estado**. Rio de Janeiro: Graal, 1985.
- ALTMAN, W.; OLIVEIRA, A. Physical components of tensors. **Tensor, NS**, CRC Press, New York, v. 31, p. 141–148, 1977.
- ARRUDA, S. M.; VILLANI, A. Sobre as origens da relatividade especial: relações entre quanta e relatividade em 1905. **Caderno Catarinense de Ensino de Física**, v. 13, n. 1, p. 32–47, 1996.
- ASSIS, A. Newton and inverse problems. In: **Brazilian Studies in Philosophy and History of Science**. [S.l.]: Springer, 2011. p. 71–76.
- AVILA, P. U. **Aspectos educacionais de um sistema de medição com aplicações em design, arquitetura e engenharia**. São Paulo, SP, Brasil: Centro Universitário Belas Artes, 2012.
- AVILA, P. U. Desenvolvimento de equipamento de simulação e calibração para aplicações automotivas embarcadas. Dissertação (Mestre em Engenharia Elétrica) - Universidade Estadual de Campinas, Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Engenharia Elétrica da Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação (Feec), Campinas, 2012., 2012.
- BARATA, J. A. C. **Física-Matemática**. Disponível em: <<https://portal.if.usp.br/pesquisa/pt-br/node/407>>. Acesso em 12 de Janeiro de 2015.: Universidade de São Paulo, 2005.
- BARCO, L. **Luiz Barco prof. da USP em entrevista ao consciência humana parte 1.wmv**. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=egfwMr_El28>. Acesso em 15 de Dezembro de 2017.: YouTube, 2010.
- BARCO, L. **Luiz Barco prof. da USP em entrevista ao consciência humana parte 2.wmv**. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=GrzvO6k4qd0>>. Acesso em 15 de Dezembro de 2017.: YouTube, 2010.
- BECKER, J. L. **Estatística básica: transformando dados em informação**. [S.l.]: Bookman Editora, 2015.
- BELHOSTE, B. **Augustin-Louis cauchy: a biography**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2012.
- BELL, E. T. **Historia de las matemáticas**. México: Fondo de cultura económica, 2016.
- BERTODO, R. Development of high-temperature strain gauges. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers**, SAGE Publications Sage UK, London, England, v. 173, n. 1, p. 605–622, 1959.

BLANDTT, L. d. S. **Da resiliência à sustentabilidade: análise do sistema ecológico-social em comunidades rurais da Amazônia brasileira**. Tese (Doutorado) — Tese (Doutorado, Programa de Pós-Graduação em Desenvolvimento Sustentável do ...), 2009.

BORGES, R. **Educação musical para jovens ajuda em vários aspectos**. Disponível em: <https://www.correiobraziliense.com.br/app/noticia/diversao-e-arte/2019/01/03/interna_diversao_arte,728602/trabalho-social-com-musica-em-brasilia.shtml>. Acesso em 10 de Março de 2019: Correio Braziliense, 2019.

BORUSZEWSKI, W. Um estudo diagnostico do campo de geopotencial obtido da equacao de balanço [meteorologia]. Sao Jose dos Campos, SP (Brazil), 1978.

BOURDIEU, P. **O poder simbólico**. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 1989.

BOURDIEU, P.; PASSERON, J.-C.; SILVA, C. P. G. da. **A reprodução: elementos para uma teoria do sistema de ensino**. Petropolis: Vozes, 1975.

CAMPOS, L. C. **XVII Encontro nacional de coordenadores de cursos de engenharia de produção**. Natal: LCC, 2012. Disponível em: <<http://www.abepro.org.br/interna.asp?p=399&m=424&ss=1&c=362>>.

CAMPOS, M. C. da C.; NIGRO, R. G. Orientações behavioristas e orientações construtivistas. **Didática de ciências: o ensino-aprendizagem como investigação**, FTD, São Paulo, 1999.

CARVALHO, A. M. P. d. Física: proposta para um ensino construtivista. EPU, São Paulo, 1989.

CARVALHO, A. M. P. d. Ensino de ciências: unindo a pesquisa e a prática. Pioneira Thomson Learning, São Paulo, 2004.

CASELLA, G.; BERGER, R. L. Inferência estatística. **São Paulo: Cengage Learning**, 2010.

CASTANHO, M.; BALDO, C. A study of inhomogeneities of thermocouples and its contribution to the calibration uncertainty calculus. In: **Proceedings of the XX IMEKO World Congress Metrology for Green Growth**. [S.l.: s.n.], 2012. p. 9–14.

CAUCHY, A.-L. De la pression ou tension dans un corps solide. **Ex. de math**, v. 2, p. 42–56, 1827.

CAUCHY, A. L. B. **Recherches sur l'équilibre et le mouvement intérieur des corps solides ou fluides, élastiques ou non élastiques**. [S.l.: s.n.], 1822.

CERTEAU, M. d. A história cultural: entre práticas e representações. Bertrand Brasil, Rio de Janeiro, 1990.

CHRISTOFFEL, E. B. Ueber die transformation der homogenen differentialausdrücke zweiten grades. **Journal für die reine und angewandte Mathematik**, v. 70, p. 46–70, 1869.

COHEN, I. B. **O nascimento de uma nova física: de Copérnico a Newton**. Lisboa: Gradiva, 1967.

CONNELL, R. W. Justiça, conhecimento e currículo na educação contemporânea. **Reestruturação Curricular: teoria e prática no cotidiano da escola**. Petrópolis: Vozes, p. 11–35, 1995.

CONNOR, J. J. O.; ROBERTSON, E. F. **Georg Friedrich Bernhard Riemann**. Disponível em: <<http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Biographies/Riemann.html>>. Acesso em 18 de Fevereiro de 2019.: University of Saint Andrews, 1998.

CONNOR, J. J. O.; ROBERTSON, E. F. **Gregorio Ricci-Curbastro**. Disponível em: <<http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Biographies/Riemann.html>>. Acesso em 18 de Fevereiro de 2019.: University of Saint Andrews, 2000.

CONNOR, J. J. O.; ROBERTSON, E. F. **Arthur Stanley Eddington**. Disponível em: <<http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Eddington.html>>. Acesso em 22 de Fevereiro de 2019.: University of Saint Andrews, 2003.

CONNOR, J. J. O.; ROBERTSON, E. F. **Tullio Levi-Civita**. Disponível em: <<http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Biographies/Riemann.html>>. Acesso em 18 de Fevereiro de 2019.: University of Saint Andrews, 2005.

CONNOR, J. J. O.; ROBERTSON, E. F. **Marcel Grossmann**. Disponível em: <<http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Grossmann.html>>. Acesso em 23 de Fevereiro de 2019.: University of Saint Andrews, 2010.

CONNOR, J. J. O.; ROBERTSON, E. F. **David Hilbert**. Disponível em: <<http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/history/Biographies/Hilbert.html>>. Acesso em 24 de Fevereiro de 2019.: University of Saint Andrews, 2014.

CRAWFORD, P. **A gênese da teoria da relatividade geral ou a longa história do princípio da equivalência**. 2005.

CURBASTRO, G. R. **Delle derivazioni covarianti e controvarianti e del loro uso nella analisi applicata: memoria**. [S.l.]: Tip. del Seminario, 1888.

DAMÁSIO, A. **O erro de Descartes: emoção, razão e o cérebro humano**. [S.l.]: Editora Companhia das Letras, 2012.

D'AMBROSIO, U. Educação para uma sociedade em transição. In: **Educação para uma sociedade em transição**. [S.l.: s.n.], 2001.

Dassault Systèmes. **Por que gerar simulações?** Disponível em: <http://help.solidworks.com/2018/portuguese-brazilian/SolidWorks/COSMOSXpressHelp/c_Why_Analyze_.htm>. Acesso em 28 de Março de 2019.: Dassault Systèmes, 2018.

DIB, C. Z. **Tecnologia da educação e sua aplicação à aprendizagem de física**. São Paulo: Livraria Pioneira Editora, 1974.

EETech Media. **Strain Gauges: Electrical Instrumentation Signals**. Disponível em: <<https://www.allaboutcircuits.com/textbook/direct-current/chpt-9/strain-gauges/>>. Acesso em 25 de Outubro de 2017.: All About Circuits, 2017.

EINSTEIN, A. Die feldgleichungen der gravitation. **Sitzung der physikalisch-mathematischen Klasse**, v. 25, p. 844–847, 1915.

EINSTEIN, A. Die formale grundlage der allgemeinen relativitätstheorie. **Albert Einstein: Akademie-Vorträge: Sitzungsberichte der Preußischen Akademie der Wissenschaften 1914–1932**, Wiley Online Library, p. 8–64, 2005.

FABRE, M.-C. J.; TAMUSIUNAS, F.; TAROUÇO, L. M. R. Reusabilidade de objetos educacionais. **RENTE**, v. 1, n. 1, 2003.

FAPESP. **Pesquisa Inovativa em Pequenas Empresas (PIPE)**. Disponível em: <<http://www.fapesp.br/pipe/>>. Acesso em 06 de Agosto de 2019.: FAPESP, 2019.

FAZENDA, I. C. A. **Interdisciplinaridade: um projeto em parceria**. São Paulo: Edições Loyola, 1991. v. 13.

FERREIRA, P. G. **A teoria perfeita: Uma biografia da relatividade**. [S.l.]: Editora Companhia das Letras, 2017.

FEYNMAN, R.; LEIGHTON, R.; SANDS, M. **Lições de Física de Feynman**. Porto Alegre: Bookman, 2008. v. 2.

FEYNMAN, R. P.; LEIGHTON, R. B.; SANDS, M. **Lições de física de Feynman: edição definitiva**. São Paulo: Bookman, 2008.

FISHER, J. W. et al. Hoan bridge forensic investigation failure analysis final report. **Wisconsin Dept. of Transportation and the Federal Highway Administration**, Washington DC, 2001.

FLEISCH, D. A. **A student's guide to vectors and tensors**. Ohio: Wittenberg University, 2011.

FLEISCH, D. A. **What's a tensor?** Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=f5liqUk0ZTw>>. Acesso em 9 de Março de 2017.: YouTube, 2011.

FLEISCH, D. A. **Vetores e Tensores**. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=efw9UFCHMNE&feature=youtu.be>>. Acesso em 6 de Agosto de 2019.: YouTube, 2017.

FÖLSING, A. **Albert Einstein: a biography**. [S.l.]: Viking, 1997.

FREIRE, P. Pedagogia dell'autonomia. **Saperi necessari per la**, 2018.

FROTA-PESSOA, O. Como ensinar na era da contestação. **Ciência e Cultura**, v. 37, n. 7, p. 1125–1137, 1985.

GALILEI, G. **Il saggiaiore**. [S.l.]: G. Barbèra, 1864.

GARCIA, L. A. **Curso de Capacitação - Como Usar Objetos de Aprendizagem**. Disponível em: <portaldoprofessor.mec.gov.br/storage/materiais/0000014105.doc>. Acesso em 12 de Fevereiro de 2014.: MEC, 2006.

GAUSS, C. F. **Disquisitiones arithmeticae**. [S.l.]: Yale University Press, 1966. v. 157.

GIBBS, J. W. **Elements of vector analysis: arranged for the use of students in physics**. [S.l.]: Tuttle, Morehouse & Taylor, 1884.

GLEISER, M. **A dança do universo: dos mitos de criação ao big-bang**. São Paulo: Editora Companhia das Letras, 2006.

GRASSMANN, H. **Die lineale Ausdehnungslehre ein neuer Zweig der Mathematik: dargestellt und durch Anwendungen auf die übrigen Zweige der Mathematik, wie auch auf die Statik, Mechanik, die Lehre vom Magnetismus und die Krystallonomie erläutert**. [S.l.]: Cambridge University Press, 2012.

GREGER, G. Zur hestellung von ziliziumkristallennachdem czochzralsky-verfahren. 1961.

GURGEL, I. **Elementos de uma poética da ciência: fundamentos teóricos e implicações para o ensino de ciências**. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, São Paulo, 2010.

HALLACK, J. C. Apostila de resistência de materiais i. UFJF, Juiz de Fora, 2012.

HAMILTON, W. R. Quaternion. **The London and Edinburgh Philosophical Magazine and Journal of Science ; Conducted by Sir David Brewster, Richard Taylor, and Richard Phillips**, R. Taylor, n. v. 29, 1846. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=-ztZAAAACAAJ>>.

HARIKI, S.; ABDOUNUR, O. J. **Matemática aplicada: administração, economia, contabilidade**. [S.l.]: Saraiva, 1999.

HBM. **Strain Gages da HBM Medem as Cargas nas Fundações de Turbinas Eólicas Offshore**. Disponível em: <<https://www.hbm.com/pt/6949/siemens-cargas-em-fundacoes-de-turbinas-eolicas-offshore/>>. Acesso em 16 de Janeiro de 2018: HBM, 2018.

HBM. **HBM: A solução ideal em medição...** Disponível em: <<https://www.hbm.com/pt/>>. Acesso em 27 de Março de 2019: HBM, 2019.

HEIDEGGER, M. A questão da técnica. Revista Scientia Studia, São Paulo, 2007.

HIBBELER, R. C. **Resistência dos materiais**. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2004.

HILBERT, D. The foundations of physics (first communication). In: **The Genesis of General Relativity**. [S.l.]: Springer, 2007. p. 1925–1938.

HOFFMANN, K. **An introduction to measurements using strain gages**. [S.l.], 1989.

HUSSERL, E. **Conferências de Paris**. [S.l.]: Leya, 2018.

INMETRO. **Inovação Tecnológica**. Disponível em: <<http://www3.inmetro.gov.br/inovacao>>. Acesso em 02 de Março de 2019: INMETRO, 2019.

JUNIOR, C. Psicanálise: encontros e desencontros. **Ciência e Vida Filosofia-Especial Psicanálise e Filosofia**, v. 1, p. 24–35, 2008.

KARAM, R. A. Matemática como estruturante e física como motivação: uma análise de concepções sobre as relações entre matemática e física. **Proceedings VI Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências**, Florianópolis, 2007.

KLEIN, D. A. **A gestão estratégica do capital intelectual: recursos para a economia baseada em conhecimento**. São Paulo: Qualitymark Editora Ltda, 1998.

KNELLER, G. F. **Arte e ciência da criatividade**. [S.l.]: Ibrasa, 1968.

KOSIK, K. **Dialética do concreto**. [S.l.]: Valentino Bompiani, 1976.

KUHN, T. A tensão essencial. 1991.

LAGEMANN, R. T. **Ciencia física: orígenes y principios**. México, 1968.

- LAGES, E. N. **Análise de Tensões**. Disponível em: <<http://www.ctec.ufal.br/professor/enl/mecsol2/4%20-%20Analise%20de%20Tensoes.pdf>>. Acesso em 02 de Março de 2019: Universidade Federal de Alagoas, 2018.
- LEVI-CIVITA, M. d. T. Nozione di parallelismo in una varieta qualunque e conseguente specificazione geometrica della curvatura riemanniana. **Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo (1884-1940)**, Springer, v. 42, n. 1, p. 173–204, 1916.
- LEVI-CIVITA, T. Lezioni di calcolo differenziale assoluto. Alberto Stock-Editore, 1925.
- LEVI-CIVITA, T. **The absolute differential calculus (calculus of tensors)**. [S.l.]: Courier Corporation, 1977.
- MACHADO, J. N. **Projetos e Valores**. Disponível em: <<http://www.nilsonjosemachado.net/mil-e-uma-339-projetos-e-valores>>. Acesso em 17 de Janeiro de 2015.: Nilson e Machado, 2014.
- MACHADO, N. J. **Conhecimento e valor**. São Paulo: Moderna São Paulo, 2004.
- MACHADO, N. J. Epistemologia e didática: as concepções de conhecimento e inteligência e a prática docente. 2005.
- MANU, G. **Learn Italian to be a genius. Albert Einstein spoke Italian, as well**. Disponível em: <<http://www.everyoneitalian.com/learn-italian-to-be-a-genius-albert-einstein-spoke-italian-as-well/>>. Acesso em 24 de Fevereiro de 2019.: Everyone's Italian, 2019.
- Mechanical Solutions. **Steam Generator Feed Pump Vibration and Pipe Strain Testing**. Disponível em: <<https://www.mechsol.com/case-study/steam-generator-feed-pump-vibration-and-pipe-strain-testing/>>. Acesso em 16 de Janeiro de 2018: Mechanical Solutions, 2016.
- MENDES, I. A.; CHAQUIAM, M. História nas aulas de matemática: fundamentos e sugestões didáticas para professores. **Belém: SBHMat**, 2016.
- MENEZES, L. C. d. A matéria uma aventura do espírito: fundamentos e fronteiras do conhecimento físico. Livraria da Física, São Paulo, 2005.
- MILLER, J. et al. **Earliest known uses of some of the words of mathematics**. 2015.
- Ministério da Educação do Brasil. Parâmetros curriculares nacionais: Matemática/secretaria de educação fundamental. **Secretaria da Educação Fundamental**, MEC/SEF, Brasília, 1998.
- Ministério da Educação do Brasil. Objetos de aprendizagem: uma proposta de recurso pedagógico. **Secretaria da Educação a Distância**, MEC, SEED, Brasília, 2007.
- Ministério da Educação do Brasil. Rived. MEC, Disponível em: <http://rived.mec.gov.br/site_objeto_lis.php>. Acesso em 15 de Março de 2014, 2019.
- MORGADO, T.; BRANCO, C.; INFANTE, V. Previsão de vida à fadiga dos engates (rabetas) dos vagões de transporte de carvão. **Revista da Associação Portuguesa de Análise Experimental de Tensões ISSN**, v. 1646, n. 7078, p. 14, 2007.
- MORIN, E. A cabeça bem-feita: repensar a reforma, reformar o pensamento (e. jacobina, trad.). **Rio de Janeiro: Bertrand Brasil**, Bertrand Brasil, Rio de Janeiro, 2003.

MOSQUERA, J. J. M. Princípios da universidade no século xxi: universidade e produção do conhecimento. **Inovação e empreendedorismo na universidade. Porto Alegre: EDIPUCRS**, p. 79–81, 2006.

NADAL, C. A. **Torção**. Disponível em: <<http://www.cartografica.ufpr.br/portal/wp-content/uploads/2015/09/AULA-04-TORÇ~AO.pdf>>. Acesso em 27 de Março de 2019: UFPR, 2015.

NONAKA, I. **The knowledge-creating company**. Tokio: Harvard Business Review Press, 2008.

NUSSENZVEIG, H. M. et al. Complexidade e caos. Editora UFRJ/COPEA, Rio de Janeiro, 1999.

Omega Engineering. **The Pressure, Strain and Force Handbook**. Omega Engineering., 1992. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=dqHWAAAAMAAJ>>.

PACCA, J. L.; SCARINCI, A. L. A ressignificação das atividades na sala de aula. **Ensaio Pesquisa em Educação em Ciências**, Universidade Federal de Minas Gerais, v. 13, n. 1, 2011.

PACEY, A. **The culture of technology**. [S.l.]: MIT press, 1983.

PANETTO, M. **Ricci Curbastro, il matematico italiano a cui Einstein disse grazie**. Disponível em: <<https://ilbolive.unipd.it/it/content/ricci-curbastro-il-matematico-italiano-cui-einstein-disse-grazie>>. Acesso em 24 de Fevereiro de 2019.: Università de Padova, 2013.

PAULINO, A. R.; PAULINO, I.; FELIX, P. A falta de conhecimento de matemática atrapalha o aprendizado de física de alunos de ensino médio. **XVII Simpósio Nacional de Ensino de Física-SNEF**, São Luís, 2007.

PEIRCE, C. S. **Semiótica e filosofia**. São Paulo: Editora Cultrix, 1972.

PETRACCONI, C. Análise comparativa do comportamento de fadiga do gancho reboque posterior de um veículo automotor. Belo Horizonte, 2008.

PIETROCOLA, M. A matemática como estruturante do conhecimento físico. **Caderno brasileiro de ensino de física**, v. 19, n. 1, p. 93–114, 2002.

PIQUEIRA, J. R. C. Engenharia da complexidade em edgar morin. **Estudos Avançados**, SciELO Brasil, v. 32, n. 94, p. 363–370, 2018.

PIQUEIRA, J. R. C.; OLIVEIRA, S. M. d. Engenharia de sistemas complexos. **Estudos Avançados**, SciELO Brasil, v. 31, n. 91, p. 249–255, 2017.

POPOV, E. P. et al. **Mecânica de sólidos**. México: Pearson Educación,, 2000.

Portal Action. **ANOVA**. Disponível em: <<http://www.portalaction.com.br/anova>>. Acesso em 03 de Maio de 2019.: Portal Action, 2019.

Portal MEC. **Ensino Médio Inovador: Apresentação**. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/index.php?Itemid=1038&id=13439&option=com_content&view=article>. Acesso em 16 de Dezembro de 2014: MEC, 2014.

PRADO, M. d. F. W. do et al. Um objeto de aprendizagem para apoio a aprendizagem de física. **RENTE**, Porto Alegre, v. 8, n. 3, 2010.

- Priberam. **Quadrimensional**. Disponível em: <<https://dicionario.priberam.org/quadridimensional>>. Acesso em 24 de Outubro de 2017: Priberam, 2017.
- RICCI-CURBASTRO, G. Sopra certi sistemi di funzioni. **Atti Accad. Lincei** 4, v. 6, p. 112–118, 1889.
- RICCI-CURBASTRO, G. Résumé de quelques travaux sur les systèmes variables de fonctions. **Bulletin des sciences mathématiques**, v. 16, p. 167–189, 1892.
- RICCI-CURBASTRO, G. Dei sistemi di congruenze ortogonali in una varietà qualunque. **Mem. Acc. Lincei Serie**, v. 5, p. 276–322, 1896.
- RICCI, G. Principii di una teoria delle forme differenziali quadratiche. **Annali di Matematica Pura ed Applicata (1867-1897)**, Springer, v. 12, n. 1, p. 135–167, 1883.
- RICCI, M. M. G.; LEVI-CIVITA, T. Méthodes de calcul différentiel absolu et leurs applications. **Mathematische Annalen**, Springer, v. 54, n. 1-2, p. 125–201, 1900.
- RIEMANN, B. **Grundlagen für eine allgemeine Theorie der Functionen einer veränderlichen complexen Grösse**. Tese (Doutorado) — EA Huth, 1851.
- RIEMANN, B. **über die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen**. [S.l.]: Springer, 1923.
- SAAD, F. D. **Demonstrações em Ciências**. [S.l.]: Editora Livraria da Física, 2005.
- SAAD, F. D. Elementos básicos para se elaborar um projeto de física fundamentado na tecnologia de ensino. **Tecnologia do Ensino de Física**, Universidade de São Paulo, 2017.
- SAUER, T. The relativity of discovery: Hilberts first note on the foundations of physics. **Archive for History of Exact Sciences**, Springer, v. 53, n. 6, p. 529–575, 1999.
- Scuola Normale Superiore. **Scuola Normale Superiore**. Disponível em: <<https://www.sns.it/>>. Acesso em 23 de Fevereiro de 2019.: Scuola Normale Superiore, 2019.
- SHUNPIKE, S. **Why does stress need to be described with a tensor?** Disponível em: <<https://physics.stackexchange.com/questions/341252/why-does-stress-need-to-be-described-with-a-tensor>>. Acesso em 23 de Março de 2019.: StackExchange, 2017.
- SILVA, A. P. B. d. et al. O desenvolvimento das mecânicas não-euclidianas durante o século xix. UNICAMP, 2006.
- SILVA, E. R. da; MURAMATSU, M. O fenômeno do speckle como introdução à metrologia óptica no laboratório didático. **Rev. Brasileira de Ensino de Física (São Paulo)**, v. 29, p. 283–286, 2007.
- SILVA, T. T. d. Documentos de identidade: uma introdução às teorias do currículo. In: **Documentos de identidade: uma introdução às teorias do currículo**. [S.l.: s.n.], 1999.
- SPEZIALI, P. **Ricci-Curbastro, Gregorio**. Disponível em: <<https://www.encyclopedia.com/science/dictionaries-thesauruses-pictures-and-press-releases/ricci-curbastro-gregorio>>. Acesso em 23 de Fevereiro de 2019.: Encyclopedia.com, 2008.
- STRUIK, D. J. **A concise history of mathematics**. [S.l.]: Courier Corporation, 2012.

- TIMOSHENKO, S. **Resistência dos materiais**. Rio de Janeiro: Ao livro técnico, 1966. v. 2.
- VIEIRA, S. **Análise de variância: ANOVA**. [S.l.]: Editora Atlas SA, 2000.
- VIGOTSKI, L. S. **A construção do pensamento e da linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 2001.
- VIGOTSKI, L. S. et al. **Pensamento e linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 2008.
- VILLANI, A.; PACCA, J. L. de A.; FREITAS, D. de. Science teacher education in brazil: 1950–2000. **Science & Education**, Springer, v. 18, n. 1, p. 125–148, 2009.
- VOIGT, W. **Die fundamentalen physikalischen Eigenschaften der Krystalle in elementarer Darstellung**. [S.l.]: Veit, 1898.
- WADDINGTON, C. H. **Instrumental para o pensamento**. São Paulo: Itatiaia, 1979.
- WEINSTEIN, G. Einstein the stubborn: correspondence between einstein and levi-civita. **arXiv preprint arXiv:1202.4305**, 2012.
- WIEMAN, C. **Simulações Interativas em Ciências e Matemática**. Disponível em: https://phet.colorado.edu/pt_BR/. Acesso em 27 de Março de 2019.: University of Colorado Boulder, 2019.
- WILSON, E. B.; GIBBS, J. W. **Vector analysis: a text-book for the use of students of mathematics & physics: founded upon the lectures of JW Gibbs**. [S.l.]: Scribner, 1901.
- WITTGENSTEIN, L. **Tractatus logico-philosophicus**. [S.l.]: Routledge, 2013.
- YAKMAN, G. Steam education: An overview of creating a model of integrative education. In: **Pupils' Attitudes Towards Technology (PATT-19) Conference: Research on Technology, Innovation, Design & Engineering Teaching, Salt Lake City, Utah, USA**. [S.l.: s.n.], 2008.
- ZANETIC, J. Física e cultura. **Ciência e Cultura**, Sociedade Brasileira para o Progresso da Ciência, v. 57, n. 3, p. 21–24, 2005.
- ZANETIC, J.; MENEZES, L. C. d. Física também é cultura. Universidade de São Paulo, São Paulo, 1990.

ANEXO A Tabelas de Calibração

Tabela ANEXO A.1: Tabela de Calibração para o KiDiTen de Flexão.

Pontos	F (N)	Leitura no multímetro (mV)			Valores (mV)			Média das séries (mV)	erro (mV)	erro (%)
		1ª série	2ª série	3ª série	Nominal	1ª série	2ª série	3ª série		
0	0	-7.5	-7.5	-7.4	0.00	0	0	0	0	0
1	0.5	-7.1	-7.1	-7.0	0.35	0.4	0.4	0.4	0.05	14.29
2	1.0	-6.7	-6.7	-6.6	0.70	0.8	0.8	0.8	0.10	14.29
3	1.5	-6.3	-6.3	-6.3	1.05	1.2	1.2	1.1	0.12	11.11
4	2.0	-6.0	-5.9	-5.9	1.40	1.5	1.6	1.6	0.17	11.90
5	2.5	-5.6	-5.5	-5.5	1.75	1.9	2.0	1.9	0.18	10.48
6	3.0	-5.2	-5.1	-5.1	2.10	2.3	2.4	2.3	0.23	11.11
7	3.5	-4.8	-4.7	-4.7	2.45	2.7	2.8	2.7	0.28	11.56
8	4.0	-4.4	-4.3	-4.4	2.80	3.1	3.2	3.0	0.30	10.71
9	4.5	-4.0	-3.9	-3.9	3.15	3.5	3.6	3.5	0.38	12.17
10	5.0	-3.6	-3.6	-3.5	3.50	3.9	3.9	3.9	0.40	11.43

Tabela ANEXO A.2: Tabela de Calibração para o KiDiTen de Torção.

Pontos	F (N)	Leitura no multímetro (mV)			Valores (mV)			Média das séries (mV)	Força equivalente (N)	Braço (mm)	Momento (N.mmm)	Momento (N.mm)	erro (%)
		1ª série	2ª série	3ª série	Nominal	1ª série	2ª série						
0	0,0	-10,3	-10,2	-10,3	0,00	0	0	0	0	0	27,5	24,0	0
1	0,5	-10,2	-10,1	-10,2	0,11	0,1	0,1	0,1	0,10	0,4	55	48,1	-12,6
2	1,0	-10,1	-10,0	-10,1	0,23	0,2	0,2	0,2	0,20	0,9	55	96,3	-12,5
3	1,5	-9,9	-9,8	-9,9	0,34	0,4	0,4	0,4	0,40	1,8	55	168,4	16,7
4	2,0	-9,8	-9,7	-9,8	0,46	0,5	0,5	0,5	0,50	2,2	55	240,6	9,4
5	2,5	-9,7	-9,6	-9,7	0,57	0,6	0,6	0,6	0,60	2,6	55	312,8	5,0
6	3,0	-9,6	-9,5	-9,6	0,69	0,7	0,7	0,7	0,70	3,1	55	385,0	2,1
7	3,5	-9,5	-9,4	-9,5	0,80	0,8	0,8	0,8	0,80	3,5	55	409,0	0,0
8	4,0	-9,3	-9,2	-9,3	0,91	1,0	1,0	1,0	1,00	4,4	55	440,0	9,4
9	4,5	-9,2	-9,1	-9,2	1,03	1,1	1,1	1,1	1,10	4,8	55	468,0	6,9
10	5,0	-9,1	-9,0	-9,1	1,14	1,2	1,2	1,2	1,20	5,3	55	496,0	5,0
11	5,5	-9,0	-8,9	-9,0	1,26	1,3	1,3	1,3	1,30	5,7	55	524,0	3,4
12	6,0	-8,9	-8,8	-8,9	1,37	1,4	1,4	1,4	1,40	6,1	55	552,0	2,1
13	6,5	-8,8	-8,6	-8,8	1,49	1,5	1,6	1,5	1,53	6,7	55	580,0	2,9
14	7,0	-8,6	-8,5	-8,6	1,60	1,7	1,7	1,7	1,70	7,4	55	608,0	6,2

Fonte: IPT

Tabela ANEXO A.3: Tabela de Calibração para o Kit de Torque V2 HBM.

1) Kit HBM x Kit - Horário									
Horário (+)					Horário (+)				
Nominal (Nm)	kit HBM (Nm)				Nominal (Nm)	kit (Nm)			
	1ª	2ª	3ª	media		1ª	2ª	3ª	media
0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	3.97	3.97	4.02	3.99
8.00	8.00	8.00	8.00	8.00	8.00	7.98	8.02	8.12	8.04
12.00	12.00	12.00	12.00	12.00	12.00	11.90	11.99	12.06	11.98
16.00	16.00	16.00	16.00	16.00	16.00	15.70	15.86	16.01	15.86
20.00	20.00	20.00	20.00	20.00	20.00	19.64	19.88	20.09	19.87
retorno	0.23	0.09	-0.06	0.09	retorno	-0.02	0.04	-0.07	-0.02

2) Kit HBM x Kit - Anti Horário									
Anti Horário (-)					Anti Horário (-)				
Nominal (Nm)	kit HBM (Nm)				Nominal (Nm)	kit (Nm)			
	1ª	2ª	3ª	media		1ª	2ª	3ª	media
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
4.00	-4.00	-4.00	-4.00	-4.00	4.00	-4.09	-4.09	-4.07	-4.08
8.00	-8.00	-8.00	-8.00	-8.00	8.00	-8.07	-8.15	-8.13	-8.12
12.00	-12.00	-12.00	-12.00	-12.00	12.00	-12.02	-12.20	-12.16	-12.13
16.00	-16.00	-16.00	-16.00	-16.00	16.00	-15.92	-16.17	-16.15	-16.08
20.00	-20.00	-20.00	-20.00	-20.00	20.00	-19.83	-20.17	-20.14	-20.05
retorno	-0.27	-0.13	0.04	-0.12	retorno	0.01	-0.09	0.07	0.00

Fonte: IPT.

Tabela ANEXO A.4: Tabela de Calibração para o Kit de Tração V2 HBM.

1) massas padrão x Kit					
massa (kN)	Kit (kN) slot 3				diferença
	1ª	2ª	3ª	media	
0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0000	0.0000
0.0098	-0.0090	-0.0098	-0.0100	-0.0096	0.0002
0.0196	-0.0200	-0.0198	-0.0201	-0.0200	-0.0004
0.0294	-0.0296	-0.0299	-0.0298	-0.0298	-0.0004
0.0392	-0.0400	-0.0399	-0.0401	-0.0400	-0.0008
0.0490	-0.0500	-0.0495	-0.0501	-0.0499	-0.0008
retorno	0.0004	0.0004	-0.0006	0.0001	

2) massas padrão x Kit HBM					
massa (kN)	Kit HBM (kN) slot 4				diferença
	1ª	2ª	3ª	media	
0.0000	0.0000	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000
0.0098	-0.0093	-0.0096	-0.0097	-0.0095	0.0003
0.0196	-0.0189	-0.0192	-0.0220	-0.0200	-0.0004
0.0294	-0.0285	-0.0288	-0.0288	-0.0287	0.0007
0.0392	-0.0381	-0.0384	-0.0384	-0.0383	0.0010
0.0490	-0.0476	-0.0480	-0.0481	-0.0479	0.0012
retorno	0.0004	0.0001	0.0001	0.0002	

3) Kit x Kit HBM					
referencia	kit (kN) slot 3				media
	1ª	2ª	3ª		
massa (kN)					
0.0000	0.0000	-0.0002	-0.0001	-0.0001	
0.0098	-0.0092	-0.0103	-0.0100	-0.0098	
0.0196	-0.0188	-0.0202	-0.0202	-0.0198	
0.0294	-0.0287	-0.0308	-0.0303	-0.0299	
0.0392	-0.0386	-0.0403	-0.0412	-0.0400	
0.0490	-0.0486	-0.0506	-0.0504	-0.0499	

Kit HBM (kN) slot 4				
1ª	2ª	3ª	media	
0.0001	0.0000	-0.0002	0.0000	
-0.0103	-0.0101	-0.0098	-0.0101	
-0.0203	-0.0196	-0.0199	-0.0200	
-0.0299	-0.0301	-0.0297	-0.0299	
-0.0397	-0.0397	-0.0404	-0.0399	
-0.0499	-0.0498	-0.0499	-0.0499	

ANEXO B Gráficos e Resultados dos Experimentos em Aula

1) Podemos dizer que um escalar é

- a) Grandeza que fica totalmente definida utilizando um número, não sendo necessária unidade de medida.
- b) Grandeza que fica totalmente definida utilizando uma unidade de medida, não sendo necessário um número.
- c) Grandeza que necessita de um módulo, direção e sentido para ser totalmente caracterizada.
- d) Grandezas definidas por um valor numérico expresso em termos de unidades de medidas, como massa ou quantidade de carga em uma partícula.
- e) Grandezas que necessitam de 3 informações para serem completamente caracterizadas.

2) Um vetor pode ser definido como

- a) Uma representação matemática feita através de uma seta, com o objetivo de indicar à medida que ele representa composto por módulo, direção e sentido, sendo necessárias unidades de medida em uma avaliação do espaço físico.
- b) A representação matemática feita através de uma seta, com o objetivo de indicar à medida que ele representa composto apenas pelo módulo.
- c) A representação matemática feita através de uma seta, com o objetivo de indicar à medida que ele representa, composto por módulo e sentido.
- d) A representação matemática feita através de uma seta, com o objetivo de indicar à medida que ele representa, composto por módulo e direção.
- e) A representação matemática feita através de uma seta, com o objetivo de indicar à medida que ele representa, composto por módulo, direção e sentido, não sendo necessária unidade de medida.

3) O Módulo de Elasticidade ou Young pode ser definido como

- a) A relação entre a deformação elástica e tensão $\left(\frac{\epsilon}{\sigma}\right)$.
- b) O módulo relacionado com a resistência a ruptura do material.
- c) O módulo relacionado com a resistência a deformação plástica do material.
- d) Uma propriedade intrínseca dos materiais, que não depende da composição química, microestrutura e defeitos.
- e) A relação entre a tensão e deformação elástica $\left(\frac{\sigma}{\epsilon}\right)$ na região de comportamento elástico.

4) *Stress* em física é

- a) Uma medida da intensidade de forças internas atuando dentro de um corpo deformável consequente de forças externas, não causando deformação relativa deste corpo.
- b) Uma medida da intensidade de forças internas atuando dentro de um corpo não deformável consequente de forças externas.

- c) Uma medida da intensidade de forças internas atuando dentro de um corpo deformável consequente de forças internas, não causando uma deformação relativa deste corpo.
- d) Uma medida da intensidade de forças internas atuando dentro de um corpo deformável, dada por $\sigma = \frac{A}{F}$, onde “A” representa a área e “F” a força.
- e) Uma medida de intensidade de forças externas atuando dentro de um corpo deformável, dada por $\sigma = \frac{F}{A}$, onde “A” representa a área e “F” a força.

5) *Strain* em física pode ser descrito como

- a) A variação de comprimento de um objeto em relação ao comprimento inicial que foi submetido à um *stress*.
- b) A variação de área de um objeto que foi submetido à um *stress*.
- c) A variação de volume de um objeto que foi submetido a uma *stress*.
- d) A medida da tensão mínima que causa deformação elástica no objeto.
- e) A medida da tensão mínima que causa deformação plástica no objeto.

6) O *Strain Gauge*

- a) É um sensor, colocado no interior de uma peça, responsável por medir a deformação diante da aplicação de uma tensão.
- b) É um sensor, colocado no interior de uma peça, responsável por medir a tensão aplicada na peça.
- c) É um sensor, colocado na superfície de uma peça, responsável por medir a deformação elástica.
- d) É um sensor, colocado na superfície de uma peça, responsável por medir a área de secção transversal da peça.
- e) É um sensor, colocado na superfície de uma peça, responsável por medir o Módulo de Elasticidade da peça.

7) O que é um Tensor?

- a) Tensores são entidades geométricas, introduzidas na matemática e na física, para generalizar a noção apenas de escalares.
- b) Tensores são entidades geométricas, introduzidas na matemática e na física, para generalizar a noção apenas de matrizes.
- c) Tensores são entidades geométricas, introduzidas na matemática e na física, para generalizar a noção apenas de vetores.
- d) Tensores são entidades geométricas, introduzidas na matemática e na física, para generalizar a notação de escalares, vetores e matrizes.
- e) Os tensores são somente entidades covariantes sob qualquer transformação do sistema de coordenadas.

Tabela ANEXO B.1: Aproveitamento Turma 1.

Aluno	T1 - Resultado Fase 1	T1 - Resultado Fase 2
	Total de acertos por aluno em %	
1	29%	43%
2	29%	43%
3	0%	57%
4	43%	43%
5	14%	29%
6	29%	43%
7	14%	14%
8	29%	29%
9	43%	57%
10	29%	57%
11	29%	14%
12	43%	43%
13	0%	57%
14	29%	57%
15	0%	29%
16	29%	29%
17	14%	43%
18	14%	14%
19	14%	43%
20	29%	57%
21	29%	29%
22	0%	0%
23	14%	29%
24	14%	43%
25	14%	29%
26	43%	29%
27	0%	43%
28	29%	43%
29	14%	43%
30	29%	71%
31	0%	29%
32	29%	29%
33	29%	14%
34	14%	57%
35	29%	29%
36	0%	14%
37	29%	14%

Fonte: Elaborado Pelo Próprio Autor.

QUESTÕES 2ª FASE

10.00%	35.00%	5.00%	12.50%	55.00%	22.50%	7.50%
--------	--------	-------	--------	--------	--------	-------

Aluno	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Total Absoluto
1	D	A	C	D	B	E	D	3
2	D	E	E	D	D	C	C	3
3	D	A	E	E	D	E	E	4
4	D	C	E	E	C	A	E	3
5	D	B	D	C	B	A	D	2
6	A	A	B	E	A	A	C	3
7	D	E	C	A	C	A	C	1
8	C	E	B	A	A	B	D	2
9	D	E	E	A	D	C	D	4
10	D	E	A	E	B	C	D	4
11	D	E	C	D	D	D	A	1
12	A	E	E	A	D	C	D	3
13	D	A	B	B	D	C	D	4
14	D	E	C	B	A	C	D	4
15	C	E	A	E	B	A	D	2
16	D	E	A	E	C	D	C	2
17	D	A	D	E	D	B	A	3
18	D	E	B	A	B	B	C	1
19	C	A	A	E	B	B	D	3
20	D	A	E	C	A	D	B	4
21	D	E	A	A	D	C	E	2
22	A	D	A	B	B	E	B	0
23	C	A	B	D	B	C	B	2
24	C	D	A	A	A	C	D	3
25	C	E	C	D	A	C	E	2
26	C	E	A	E			D	2
27	C		E	D	A	C	E	3
28	D	A	C	B	E	A	D	3
29	B	D	E	D	A	B	D	3
30	D	A	E	A	A	E	D	5
31	D	E	C	A	E	C	A	2
32	E	A	A	C	C	B	D	2
33	C	E	C	A	E	B	D	1
34	D	A	E	A	D	C	A	4
35	C	D	E	A	D	C	C	2
36	C	D	E	B	E	E	C	1
37	E	A						1
38	C	A	A	A	D	E	D	0
39	D	A	A	A				2
40	D	D	A	D	A	A	A	2

QUESTÕES 2ª FASE

GABARITO	D	A	E	E	A	C	D
QUESTOES	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7
1	1	1	0	0	0	0	1
1	0	1	0	0	0	1	0
1	1	1	1	1	0	0	0
1	0	1	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	1
0	1	0	1	1	1	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	1
1	0	1	0	0	0	1	1
1	0	0	1	0	0	1	1
1	0	0	0	1	0	1	1
1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	1	1
1	1	0	0	0	0	1	1
1	0	0	0	0	1	1	1
0	0	0	0	1	0	0	1
1	0	0	1	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0	0
1	1	1	1	0	1	0	0
1	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	1	1	1
0	0	0	0	0	1	1	0
0	0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	1	0
1	1	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0	1
1	0	0	0	0	0	1	0
0	1	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	1
1	1	1	1	0	1	0	1
1	0	0	0	0	0	1	0
0	1	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0	1	0
0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	1
1	1	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	0
22	15	12	9	10	14	18	
55%	38%	30%	23%	25%	35%	45%	

Tabela ANEXO B.2: Aproveitamento Turma 2.

Aluno	T1 - Resultado Fase 1	T1 - Resultado Fase 2
	Total de acertos por aluno em %	
1	14%	0%
2	0%	29%
3	29%	71%
4	0%	14%
5	14%	86%
6	29%	0%
7	14%	29%
8	14%	29%
9	29%	14%
10	14%	0%
11	14%	14%
12	14%	43%
13	0%	71%
14	0%	86%
15	14%	86%
16	14%	43%
17	57%	57%
18	29%	14%
19	29%	14%
20	29%	71%
21	29%	43%
22	29%	43%
23	0%	43%
24	29%	57%
25	14%	29%
26	29%	43%
27	14%	57%
28	0%	43%
29	14%	14%
30	43%	43%
31	29%	57%
32	0%	86%
33	14%	43%
34	0%	29%
35	14%	29%
36	0%	57%
37	0%	100%
38		14%
39		29%
40		29%

Fonte: Elaborado Pelo Próprio Autor.

Aluno	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Total Absoluto
1	A	C	B	B	D	E	A	0
2	D	A	C	A	B	E	E	2
3	D	A	E	A	B	C	D	5
4	C	E	E	B	E	E	E	1
5	D	A	C	E	A	C	D	6
6	E	C	C		C	D	B	0
7	D	B	D	B	C	C	B	2
8	D	E	B	A	A	E	C	2
9	A	D	E	D	D	B	C	1
10	A	D	C	B	B	E	A	0
11	A	C	B	A	D	A	D	1
12	E	A	A	A	A	C	A	3
13	E	A	E	E	A	A	D	5
14	D	A	E	E	A	C	E	6
15	D	E	E	E	A	C	D	6
16	E	E	E	E	C	B	D	3
17	E	E	E	E	B	C	D	4
18	E	C	B	A	A	E	E	1
19	C	E	E	B	B	B	B	1
20	D	E	E	C	A	C	D	5
21	D	D	A	E	A	A	A	3
22	B	A	A	D	D	C	D	3
23	E	A	C	B	C	C	D	3
24	E	A	E	C	C	C	D	4
25	B	B	E	C	B	C	E	2
26	D	E	E	C	D	C	E	3
27	A	A	C	E	C	C	D	4
28	D	E	B	E	A	A	B	3
29	C	C	E	D	C	E	B	1
30	D	E	E	E	B	A	C	3
31	E	A	D	E	D	C	D	4
32	D	A	E	E	D	C	D	6
33	D	B	E	B	D	C	A	3
34	F	A	B	B	C	C	A	2
35	A	E	C	D	A	C	E	2
36	D	A	E	A	E	E	D	4
37	D	A	E	E	A	C	D	7
38	B	C	B	D	A	E	A	1
39	A	A	A	D	A	B	C	2
40	D	C	C	B	B	D	D	2

QUESTÕES 2ª FASE

GABARITO	D	A	E	E	A	C	D
QUESTOES	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7
1	0	0	0	0	0	0	0
2	1	1	0	0	0	0	0
3	1	1	1	0	0	1	1
4	0	0	1	0	0	0	0
5	1	1	0	1	1	1	1
6	0	0	0	0	0	0	0
7	1	0	0	0	0	1	0
8	1	0	0	0	1	0	0
9	0	0	1	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	1
12	0	1	0	0	1	1	0
13	0	1	1	1	1	0	1
14	1	1	1	1	1	1	0
15	1	0	1	1	1	1	1
16	0	0	1	1	0	0	1
17	0	0	1	1	0	1	1
18	0	0	0	0	1	0	0
19	0	0	1	0	0	0	0
20	1	0	1	0	1	1	1
21	1	0	0	1	1	0	0
22	0	1	0	0	0	1	1
23	0	1	0	0	0	1	1
24	0	1	1	0	0	1	1
25	0	0	1	0	0	1	0
26	1	0	1	0	0	1	0
27	0	1	0	1	0	1	1
28	1	0	0	1	1	0	0
29	0	0	1	0	0	0	0
30	1	0	1	1	0	0	0
31	0	1	0	1	0	1	1
32	1	1	1	1	0	1	1
33	1	0	1	0	0	1	0
34	0	1	0	0	0	1	0
35	0	0	0	0	1	1	0
36	1	1	1	0	0	0	1
37	1	1	1	1	1	1	1
38	0	0	0	0	1	0	0
39	0	1	0	0	1	0	0
40	1	0	0	0	0	0	1
	17	16	19	13	14	20	17
	43%	40%	48%	33%	35%	50%	43%

Tabela ANEXO B.3: Aproveitamento Turma 3.

Aluno	T1 - Resultado Fase 1	T1 - Resultado Fase 2
	Total de acertos por aluno em %	
1	86%	86%
2	43%	86%
3	43%	71%
4	29%	57%
5	57%	29%
6	43%	86%
7	86%	71%
8	29%	71%
9	71%	71%
10	43%	71%
11	29%	14%
12	14%	57%
13	57%	29%
14	57%	43%
15	14%	86%
16	14%	43%
17	29%	57%
18	14%	86%
19	14%	71%
20	0%	86%
21	43%	57%
22	14%	71%
23	57%	71%
24	14%	86%
25	29%	86%
26	14%	57%
27	14%	43%
28	71%	57%
29	43%	71%
30	0%	71%
31	43%	71%
32	14%	57%
33	57%	71%
34	43%	57%
35	29%	29%

Fonte: Elaborado Pelo Próprio Autor.

Aluno	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Total Absoluto
1	D	A	E	E	D	C	D	6
2	D	E	A	E	C	B	D	3
3	C	A	E	A	A	A	C	3
4	A	C	D	C	A	D	D	2
5	A	C	E	E	A	C	B	4
6	B	A	E	B	B	A	D	3
7	D	A	E	E	A	C	A	6
8	C	B	E	A	C	E	D	2
9	C	A	E	A	A	C	D	5
10	B	A	A	E	B	A	D	3
11	E	C	D	B	A	C	E	2
12	D	E	C	D	D	A	A	1
13	C	A	B	E	A	B	D	4
14	D	A	E	A	A	D	B	4
15	D	E	C	A	B	D	E	1
16	C	E	A	C	D	C	C	1
17	A	A	E	D	B	A	E	2
18	C	E	C	A	A	A	C	1
19	D	B	C	A	B	E	C	1
20	B	E	D	A	B	D	C	0
21	B	E	E	D	E	C	D	3
22	A						-	1
23	D	A	E	D	A	E	E	4
24	A	A	C	B	C	E	E	1
25	A	E	E	E	D	B	C	2
26	D	E	A	C	B	E	-	1
27	B	E	B	D	C	C	E	1
28	D	A	E	E	B	C	B	5
29	C	A	E	C	A	E	E	3
30	C	B	A	D	E	E	A	0
31	D	D	E	E	C	B	E	3
32	C	D	A	D	A	A	A	1
33	F	A	B	C	A	C	D	4
34	D	E	E	A	B	C	E	3
35	B	E	A	E	D	C	A	2
36								0
37								0

QUESTÕES 2ª FASE

GABARITO	D	A	E	E	A	C	D
QUESTOES	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7
	1	1	1	1	0	1	1
	1	0	0	1	0	0	1
	0	1	1	0	1	0	0
	0	0	0	0	1	0	1
	0	0	1	1	1	1	0
	0	1	1	0	0	0	1
	1	1	1	1	1	1	0
	0	0	1	0	0	0	1
	0	1	1	0	1	1	1
	0	1	0	1	0	0	1
	0	0	0	0	1	1	0
	1	0	0	0	0	0	0
	0	1	0	1	1	0	1
	1	1	1	0	1	0	0
	1	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	1	0
	0	1	1	0	0	0	0
	0	0	0	0	1	0	0
	1	0	0	0	0	0	0
	1	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	1	0	0	1	1
	0	0	1	0	0	0	0
	1	1	1	1	0	1	0
	0	1	1	0	1	0	0
	0	1	0	0	0	0	0
	0	0	1	1	0	0	0
	1	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0
	1	0	0	0	0	0	0
	0	1	0	0	1	1	1
	1	0	1	0	0	1	0
	0	0	0	1	0	1	0
	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0
12	15	16	10	13	12	10	
32.43%	40.54%	43.24%	27.03%	35.14%	32.43%	27.03%	

ANEXO C Artigos, Apresentações e Publicações

Figura ANEXO C.2: Capa da Apresentação da COBENGE.

“Educação Inovadora para uma Engenharia Sustentável”

PROCESSO DE ENSINO APRENDIZAGEM DO CONCEITO DE TENSOR UTILIZANDO ABORDAGENS EXPERIMENTAIS

Educação para Engenharia

Dr. Oscar João Abdounur – abdounur@ime.usp.br; Dr. Luiz Carlos de Campos – lccampos@pucsp.br;

Dra. Andrea Cristina Micchelucci Malanga – andreamicchelucci@sumare.edu.br;

Me. Paulo Urbano Avila – paulo.avila@sumare.edu.br

USP – PUCSP - Faculdade Sumaré

Figura ANEXO C.3: Artigo Publicado no XII Encontro do Programa de Pós-Graduação Interunidades em Ensino de Ciências.

XII EPIEC - Encontro do Programa de Pós-Graduação Interunidades em Ensino de Ciências IQUSP 2017

Tema de Pesquisa: () 1-CEC; (x) 2-EA; () 3- CTSA; () 4-FP; () 5-HFC; () 6-TIC; () 7-DC.

Uma nova cosmovisão no ensino da resistência dos materiais (usando cálculo tensorial) com aspectos históricos, filosóficos e educacionais: linha metodológica de Vigotski

Paulo Urbano Ávila¹; Oscar João Abdounur²
paulo_avila@usp.br¹; abdounur@ime.usp.br²

^{1,2}Programa Interunidades em Ensino de Ciências da Universidade de São Paulo

Palavras-chave: Ensino - Física-Matemática. Inovação em ensino. Tensores. Mecânica dos Sólidos.

INTRODUÇÃO

O ensino da Matemática e Física, tanto no ensino médio quanto em níveis mais elevados, reveste-se da dificuldade de integração entre o que é ensinado pelo professor e o que é assimilado pelos alunos, já que ocorre um desencontro de conhecimentos entre o que é vivido pelo aprendiz de forma empírica e o que lhe é ensinado em termos teóricos. O projeto está baseado em Vygotsky, que enfoca a interação social, realizando experimentos. Este projeto visa unir e organizar ferramentas fundamentais dessas disciplinas, a fim de construir novas estratégias de ensino mais acessíveis e prazerosas ao aluno, criando uma nova cosmovisão sobre a Matemática e Física nos cursos superiores. A aplicação e sua solução serão a aprendizagem e a incorporação das ideias fundamentais da Matemática, Física, Mecânica dos Sólidos, Teoria da Resistência dos Materiais e Teoria da Relatividade por parte dos estudantes, a partir das ferramentas propostas (Sánchez, 2007; Fleish, 2011a, 2011b; Feynman, 2016). Desde objetos matemáticos até a representação da realidade física, a varredura ocorrerá principalmente pela álgebra linear, matriz, vetores e principalmente o conceito de TENSOR, relatividade e mecânica dos sólidos, de forma simples e aplicada, incluindo os importantes aspectos históricos, sociais e filosóficos.

MÉTODOS

Pesquisa e revisão bibliográfica, buscando fontes que tratem sobre a origem da teoria dos espaços vetoriais e tensoriais, origens analíticas e geométricas e evolução histórica do tensor. Foram realizados diversos experimentos simples, com baixo custo, usando o giz escolar; aplicando uma Torção no mesmo. Na sequência da Torção, observação e análise, ocorreu a concatenação com o conceito do Tensor. Já estamos fazendo diversas experiências, mas o processo de pesquisa está em andamento, juntamente com ensaios na máquina de tração, auxiliando a visualização da mecânica do stress.

RESULTADOS

Diferente do esperado, já que os alunos do ensino médio trazem a base matemática fraca, ficou inviabilizada a eficácia do projeto. Ainda que apresentando aspectos positivos quanto a aplicação do tensor (Resistência dos Materiais), pois o aluno foi despertado para uma concepção espontânea e introdutória do conceito Tensor Stress. Ficou claro que a metodologia adotada está adequada (Vygotsky).

CONCLUSÕES / CONSIDERAÇÕES

O ensino do cálculo tensorial – conceito e aplicações nas Teorias da Resistência dos Materiais e Relatividade - deve ser direcionado para o curso superior de exatas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Feynman, R.P. (2016). *Lições de física de Feynman*. São Paulo: Bookman.
- Fleisch, D. A. (2011a). *A student's guide to vectors and tensors*. Ohio: Wittenberg University.
- Fleisch, D. A. (2011b). *What's a tensor?* Recuperado em 9 mar 2017 de <https://www.youtube.com/watch?v=f5liqUk0ZTw>
- Sánchez, E. (2007). *Tensores*. Rio de Janeiro: Editora Interciência.

Figura ANEXO C.4: Certificado de Apresentação no XL Congresso Paulo Leal Ferreira de Física.

Figura ANEXO C.5: Certificado de o XII Encontro do Programa de Pós-Graduação Interunidades em Ensino de Ciências XII Encontro da Pós-Graduação Interunidades em Ensino de Ciências da Universidade de São Paulo (XII EPIEC USP).

Figura ANEXO C.6: Declaração de Autoria de Capítulo.

Editora Poisson

DECLARAÇÃO

A Editora Poisson, cuja razão social é Daferand Consultoria Ltda, CNPJ: 08.642.675.0001-46, situada à Av. Álvares Cabral 397, sl 1803, Cep 30170.000, Belo Horizonte, Minas Gerais, vem através desta declarar que:

Andrea Cristina Micchelucci Malanga
Euclides Martins Oliveira Neto
Luiz Carlos de Campos
Manuel Antonio Pires Castanho
Oscar João Abdounur
Paulo Urbano Avila

São autores do capítulo **PROCESSO DE ENSINO APRENDIZAGEM DO CONCEITO DE TENSOR UTILIZANDO ABORDAGENS EXPERIMENTAIS**, que será publicado no livro Engenharia no Século XXI, previsto lançamento para Abril/2019.

Belo Horizonte, 22 de março de 2019

Milton Francisco Oliveira
Diretor Operacional

08.642.675/0001-46

DAFERAND CONSULTORIA LTDA.

Av. Álvares Cabral, 397 - Sala 1803/04

Centro - CEP 30170-000

BELO HORIZONTE - MG

Figura ANEXO C.7: Capa do Livro Publicado.

Figura ANEXO C.8: Declaração de Aplicação de Teste Sumaré.

DECLARAÇÃO

Declaramos, para os devidos fins que, Paulo Urbano Avila, R.G. – 89.328.77-2-SSP/SP, inscrito no C.P.F./M.F. sob o nº 007.291.698-20, é funcionário da Faculdade Sumaré mantida pelo Instituto Sumaré de Educação Superior – ISES - Ltda, com sede à Avenida Doutor Arnaldo, 1753, cidade de São Paulo, no Estado SP desde 16/03/2017 exercendo a função de Professor I.

Durante o ano de 2018 aplicou o questionário sobre o tema de sua aula (Geometria Analítica, Vetores, Matrizes e Tensores) para suas turmas das disciplinas de Física para Computação e Inteligência Artificial.

São Paulo, 22 de abril de 2019.

INSTITUTO SUMARÉ DE EDUCAÇÃO SUPERIOR – ISES LTDA

Figura ANEXO C.9: Declaração de Aplicação de Teste Franco da Rocha.

Fatec Franco da Rocha

DECLARAÇÃO

Declaramos para os devidos fins que, Paulo Urbano Avila, RG.: 8.932.877-2, CPF: 007.291.698-20, é funcionário do Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza, lotado na Faculdade de Tecnologia de Franco da Rocha, exercendo a função de Professor de Ensino Superior, com contrato de trabalho por prazo determinado.

Declaramos ainda, que durante o 2º semestre de 2018 e o 1º semestre de 2019, o mesmo aplicou questionário sobre o tema de sua aula (Vetores, Matrizes e Tensores) para as turmas dos Cursos Superiores de Tecnologia em Gestão de Energia e Eficiência Energética e Gestão da Tecnologia da Informação.

Franco da Rocha, 29 de abril de 2019.

Paulo Hélio Kanayama
RG 18.600.969-0
Diretor
Fatec Franco da Rocha

Dr. Paulo Hélio Kanayama
Diretor da Faculdade de Tecnologia de Franco da Rocha
Centro Paula Souza

www.cps.sp.gov.br

Rodovia Luiz Salomão Chama, km 41 • Vila Ramos • Franco da Rocha/SP • CEP: 07857-050 • (11) 4449-2007