UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE FILOSOFIA, LETRAS E CIÊNCIAS HUMANAS
DEPARTAMENTO DE FILOSOFIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FILOSOFIA

TIAGO TRANJAN

Carnap e a Natureza da Lógica

v.1

São Paulo
2010

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE FILOSOFIA, LETRAS E CIÊNCIAS HUMANAS
DEPARTAMENTO DE FILOSOFIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FILOSOFIA

Carnap e a Natureza da Lógica

Tiago Tranjan

Tese apresentada ao Programa de
Pós-Graduação em Filosofia do
Departamento de Filosofia da
Faculdade de Filosofia, Letras e
Ciências Humanas da Universidade de
São Paulo, para a obtenção do título de
Doutor em Filosofia.

Orientador: Prof. Dr. João Vergílio Gallerani Cuter

v.1

São Paulo
2010

Dedicatória

Para Silvia,
com todo amor.
(E pode uma tese, o romance mais
bonito, uma vida, conter o carinho
que eu tenho por você?)

Agradecimentos

A meus pais, Nilce e Ercilio, pelas primeiras dúvidas que me deram.

A minha irmã Marina, sempre fiel à sua missão.

A meu cunhado Rui, pela generosidade e largueza de alma.

À Thienes e ao Rogério, de quem não tive a sorte de ser aluno; e ao André, que é sempre um colega e amigo.

Ao João Vergílio, pela orientação e amizade – que continuam.

Ao Caio, Daniel, Diogo e Muquifa, comigo há tanto tempo.

À Mariana, Marianna, Danilo e Leandro, cuja amizade é uma parte grande da minha vida.

Ao Ricardo Ploch e ao Giovane Rodrigues, pelas conversas agradáveis, pelas conversas irritantes.

À Mariê e à Maria Helena e todo pessoal da secretaria, pela competência e gentileza.

À Fapesp, que muito ajudou neste trabalho.

Resumo

Em *The Logical Syntax of Language* (1937) R. Carnap elabora o seu Princípio de Tolerância Lógica. Trata-se de um princípio lógico-filosófico de grande alcance, que condensa as posições mais consistentes do autor acerca do significado filosófico da pesquisa em lógica formal. Apesar do fracasso do projeto geral de uma filosofia sintática, esse princípio permaneceu como base de todo o pensamento posterior de Carnap. Mais do que isso, influenciou boa parte do melhor trabalho realizado em lógica até hoje, tendo deixado marcas duradouras sobre a filosofia analítica. Neste trabalho, buscamos examinar a origem do Princípio de Tolerância no pensamento de Carnap, como melhor caminho para estabelecer seu significado e implicações.

Abstract

In *The Logical Syntax of Language* (1937) R. Carnap develops his Principle of Tolerance in Logic. This is a far-reaching principle for the whole philosophy of logic, and which sums up Carnap's most consistent tenets concerning the philosophical meaning of research in formal logic. Despite the failure of the general project of a syntactical philosophy, the Principle of Tolerance remained the basis for the whole of Carnap's subsequent thought. Moreover, it proved influential in a good deal of the most important work done in logic to this day; it also left permanent traces in analytic philosophy. In this work, we aim at examining the origins of the Tolerance Principle in Carnap's thought, as the best way to establish its significance and implications.

Palavras-Chave / Keywords

CARNAP, PRINCÍPIO DE TOLERÂNCIA, ANALITICIDADE,
POSITIVISMO LÓGICO, CÍRCULO DE VIENA

Índice

Introdução e Notas

Introdução	pág. 10
Acerca da Escolha dos Textos	pág. 15
Acerca das Traduções	pág. 17

Capítulo 1

Der Raum: Tolerância Geométrica e a Lógica do Espaço

Introdução	pág. 18
1.1. A autonomia geométrica	pág. 19
1.2. <i>Der Raum</i> : o projeto	pág. 26
1.3. Geometria riemanniana: o espaço como conceito generalizado	pág. 31
1.4. Geometria riemanniana: a estrutura matemática do espaço	pág. 35
1.5. Geometria riemanniana: a transparência epistemológica	pág. 39
1.6. <i>Der Raum</i> : a estrutura do espaço intuitivo	pág. 51

1.7. <i>Der Raum</i> : a medição do espaço e as fontes do conhecimento espacial	pág. 59
1.8. <i>Der Raum</i> : a função do espaço intuitivo	pág. 62
1.9. <i>Der Raum</i> : a lógica	pág. 71

Capítulo 2

O *Abriss* e as *Untersuchungen*:

A Interpretação da Lógica

Introdução geral	pág. 83
------------------------	---------

Parte 1: *Abriss der Logistik*

Introdução	pág. 85
2.1. Caráter primitivo dos conceitos “verdadeiro” e “falso”	pág. 85
2.2. Admissão de elementos ideais; função “trivial” dessa admissão	pág. 88
2.3. Necessidade de proposições primitivas “materiais” (regras “materiais”)	pág. 90
2.4. Objetos, nomes de objetos, quantificação: a semântica dos objetos	pág. 94
2.5. Teoria de tipos, classes e objetos lógicos: a semântica extensional I	pág. 101
2.6. Identidade de objetos e quantificação de ordem superior: a semântica extensional II	pág. 106
2.6.1. Objetos extensionais e quantificação superior	pág. 106
2.6.2. Ramsey e a definição de identidade	pág. 110
2.6.3. Extensionalidade, sintaxe e semântica	pág. 114

Parte 2: Untersuchungen zur allgemeinen Axiomatik

Introdução	pág. 121
2.7. A disciplina básica da axiomatização	pág. 127
2.8. Sistemas axiomáticos como sistemas não-interpretados	pág. 131
2.9. A interpretação de variáveis de ordem superior: modelos	pág. 134
2.10. Extensionalidade e generalidade lógica	pág. 141
2.11. Conceitos absolutos e construtivos	pág. 144
2.12. Conceitos de satisfação e de completude	pág. 159
2.13. Conceitos de completude	pág. 166
2.14. Estruturas numéricas	pág. 173

Capítulo 3

The Logical Syntax of Language:

Formalismo e Tolerância Lógica

Introdução	pág. 177
3.1. Método formal e sintaxe: a linguagem como cálculo	pág. 179
3.2. Símbolo e conhecimento simbólico	pág. 182
3.3. Metalinguagem e linguagem-objeto	pág. 192
3.4. A Sintaxe Geral	pág. 202
3.4.1. Sintaxe e regras de transformação: admissibilidade de regras indefinidas	pág. 203
3.4.2. O conceito de consequência e o c-método	pág. 209

3.4.3. Termos lógicos e termos descritivos; regras lógicas e regras físicas	pág. 213
3.4.4. Sentenças analíticas e sintéticas	pág. 221
3.5. Tolerância lógica	pág. 226
3.5.1. Estruturas lógicas como espelho da realidade	pág. 229
3.5.2. Estruturas lógicas como espelhos da razão	pág. 232
3.5.3. Estruturas lógicas e significado	pág. 233
3.5.4. Tolerância e aplicabilidade	pág. 237
3.5.5. Uma tolerância de segunda ordem	pág. 242
3.6. O abandono da sintaxe lógica	pág. 244
3.6.1. O fracasso do método sintático	pág. 245
3.6.2. Causas teóricas do fracasso	pág. 248
3.6.3. A extensão do fracasso sintático	pág. 258
Bibliografia	pág. 260

Introdução

O destino do pensamento e das obras de R. Carnap (1891-1970) não deixa de ser curioso. Embora surja como um dos filósofos mais importantes do século XX, principalmente na opinião daqueles estudiosos que defendem uma maior proximidade entre indagação filosófica e prática científica, suas idéias não parecem gozar do mesmo prestígio que sua figura. Em relação a quase qualquer tema específico sobre o qual o filósofo alemão tenha se debruçado, e a despeito da minúcia com que costumava desenvolver suas reflexões – ou talvez justamente por causa dela –, suas concepções tendem a assumir, do ponto de vista atual, um ar inevitavelmente ultrapassado. Essa impressão pode ser resumida assim: Por mais meritórias que tenham sido as tentativas de Carnap, e por mais que sua abordagem lúcida e rigorosa tenha fornecido um parâmetro para muito do que veio depois, certas críticas e desenvolvimentos havidos dentro da própria filosofia “científica”, da parte por exemplo de pensadores como W. Quine e T. Kuhn, mostram a necessidade incontornável de sofisticar as análises carnapianas. Estas aparecem no papel de meras simplificações e esquematizações iniciais, que era necessário superar por modelos mais agudos de compreensão do significado do conhecimento científico e dos mecanismos que permitem seu avanço.

É verdade que a obra de Carnap tem passado, nas duas últimas décadas, por um importante processo de reavaliação sistemática, cujo objetivo é obter uma noção mais clara acerca do valor das idéias ali contidas, bem como determinar a extensão de sua influência. Não obstante, a tendência básica permanece. O tipo de consideração epistemológica desenvolvida por Carnap, calcada sempre na minúcia da prática científica, parece não permitir que seja atribuído a seu pensamento a profundidade normalmente encontrada em filósofos como Wittgenstein e Heidegger. Por outro lado, a inabalável orientação racionalizante dessa epistemologia, cujo impulso íntimo nunca deixou de ser certa esperança na possibilidade de aumentar o conteúdo racional e

objetivo das discussões filosóficas e científicas, faz com que ela seja vista com desconfiança após todas as perspicazes contribuições oriundas do campo da sociologia científica na segunda metade do século XX.

No que diz respeito à lógica, a situação chega a ser ainda mais intrigante. Carnap fez questão de utilizar, desde seu primeiro escrito em 1922, as ferramentas mais modernas da lógica simbólica. Ele acompanhou todas as muitas evoluções dessa disciplina durante o período em que permaneceu ativo, e esteve sempre entre os primeiros a compreendê-las e colocá-las a serviço da análise filosófica. Mais do que isso, sua filosofia corresponde, em muitos momentos, a uma tentativa justamente de determinar o alcance filosófico das novas teorias lógico-formais, para sistematizá-las segundo um ponto de vista filosófico coerente.

A despeito de tudo isso, e a despeito da admiração de que Carnap goza entre lógicos e filósofos por seu domínio do arsenal lógico-formal, suas idéias lógicas raramente recebem alguma adesão ou menção explícita. Nenhum lógico ou filósofo da lógica se define como “carnapiano”. Nenhuma doutrina lógica ou matemático-filosófica, mesmo entre aquelas que já pareciam descartadas segundo avaliações precipitadas, é especificamente associada a seu nome. O logicismo carrega a marca de Frege e Russell; o formalismo a marca de Hilbert; diferentes tendências intuicionistas e construtivistas são ligadas aos nomes de Brouwer, Heyting e mesmo de Wittgenstein. Já a filosofia lógica de viés semântico defendida por Carnap em sua última fase, ou não recebe o *status* de verdadeiro sistema lógico-filosófico, ou é associada ao nome de Tarski (quase certamente com justiça).

Com relação à filosofia sintática desenvolvida em *The Logical Syntax of Language* (1937), com a qual culmina a primeira fase do pensamento de Carnap, o próprio autor fez questão de repudiá-la da maneira mais veemente, após dar-se conta do fracasso que ela representava. Em parte seguindo essa dura avaliação de Carnap, em parte pela compreensão de que a filosofia lógica ali apresentada continha, de fato, deficiências insanáveis, todo o pensamento posterior condenou o livro à vala dos projetos interessantes, talvez, mas irresgatáveis, posto que comprometidos desde o nascimento com um pressuposto equivocado, e demonstravelmente equivocado: a lógica como pura sintaxe.

É para esse projeto que voltaremos nossa atenção no presente trabalho.

* * * * *

Em *The Logical Syntax of Language*, Carnap desenvolve seu *Princípio de Tolerância Lógica*. É o conteúdo desse princípio que nos interessa compreender: em sua origem, em seu significado e em suas implicações. Com esse princípio acreditamos que Carnap forneceu, da maneira filosoficamente mais profunda e consistente, um marco do pensamento teórico em lógica, de influência permanente e frutífera para quase toda a pesquisa que se seguiu na área. Em outras palavras, acreditamos que o Princípio de Tolerância conseguiu escapar ileso à derrocada da abordagem sintática. Ele não apenas permaneceu atuante em todo o pensamento posterior de Carnap, como também se revelou um dos resultados verdadeiramente fundamentais que orientam as melhores concepções hoje disponíveis acerca da lógica formal – de sua função e de sua posição no sistema de conhecimento.

O Princípio de Tolerância, como veremos, está intimamente ligado ao método simbólico de conhecimento e, com este, à idéia da formalização como instância privilegiada de racionalização e objetivação do conhecimento. Seu significado está associado, portanto – e não poderia ser diferente após o século XX –, à elaboração e utilização dos sistemas simbólicos altamente regrados da lógica formal contemporânea. Dois problemas básicos se colocam a respeito desses sistemas: 1) O primeiro diz respeito às condições de instituição dos cálculos simbólicos. Diz respeito, portanto, ao próprio sistema simbólico como objeto de estudo: aos métodos próprios ou possíveis para sua construção; aos conceitos adequados à sua descrição; à validade interna de seus resultados; ao significado do discurso acerca de sua estrutura; etc. 2) O segundo diz respeito à aplicabilidade dos cálculos assim instituídos. Diz respeito, portanto, às condições que poderiam garantir ou permitir sua aplicação à descrição (científica) do mundo; ao modo ou modos possíveis de estabelecer essa aplicação; ao controle que se pode ou deve exercer sobre o significado dessa aplicação; etc.

Carnap sempre conferiu grande destaque – desde a primeira obra que publicou, sua tese de doutorado *Der Raum* (1922) – à utilização dos sistemas formais da lógica contemporânea. Ele sempre acreditou que o emprego dos novos métodos lógico-formais que então nasciam era indispensável à tarefa de clarificação conceitual que permitiria à

filosofia aproximar-se da ciência e do rigor científico (particularmente da física). Mais do que isso, Carnap frequentemente transformou em tema explícito de investigação o valor do método lógico-formal, examinando ao menos um dos dois conjuntos de indagações indicados no parágrafo anterior. Quando não faz dos sistemas formais seu objeto direto de estudo, detém-se no exame detalhado das condições que podem determinar sua aplicação. Em outras palavras, podemos dizer que o uso dos modernos sistemas lógico-simbólicos é posto constantemente por Carnap, não sob a ótica ingênua de quem aceita demasiado facilmente a ferramenta que lhe caiu nas mãos, mas sob uma ótica problemática, que busca averiguar o modo exato como essa ferramenta pode ser utilizada – dessa possibilidade, de fato, Carnap nunca duvidou – para produzir conhecimento.

* * * * *

Nosso propósito, no que segue, será verificar como o pensamento lógico de Carnap evoluiu até chegar à concepção de tolerância lógica formulada em *The Logical Syntax of Language*. Acreditamos que esse é o melhor caminho para esclarecer sua relevância e significado, da maneira mais abrangente possível, e de modo a fazê-la dialogar com os diversos problemas concretos que se apresentam à filosofia lógica. Foi pela elaboração progressiva daquelas questões que consideramos fundamentais para a lógica – questões relativas à instituição e à aplicação de sistemas formais – que Carnap atingiu as soluções condensadas em seu Princípio de Tolerância, cujo interesse nós desejamos elucidar.

Quatro obras dessa primeira fase do pensamento de Carnap servirão de base para nosso estudo. Além dos já mencionados *Der Raum* (1922) e *The Logical Syntax of Language* (1937), examinaremos ainda seu *Abriss der Logistik* (1929) e as *Untersuchungen zur allgemeinen Axiomatik* (escrito em 1928, mas publicado apenas postumamente).

Em *Der Raum*, Carnap considera o conceito de “espaço” sob três aspectos distintos: formal, intuitivo e físico-empírico. Na análise que propomos dessa obra, sobressaem como decisivas justamente as questões relativas à aplicação de um sistema formalizado de lógica à descrição de certo domínio relevante de fatos empíricos. A

pergunta central de Carnap, em certo sentido, continua sendo a pergunta kantiana: O que possibilita a aplicação de uma estrutura racional *a priori* à descrição de fatos empíricos? Veremos como Carnap postula o espaço intuitivo justamente como instância intermediária apta a resolver os problemas que lhe pareciam surgir dessa indagação.

O *Abriss der Logistik* é um manual de lógica escrito pouco após a publicação do célebre *Der logische Aufbau der Welt* (1928)¹. No mesmo período, Carnap concebeu as *Untersuchungen zur allgemeinen Axiomatik* como estudo geral acerca do método axiomático. Seu objetivo principal, nessa obra, seria a elaboração de um conjunto de conceitos capazes de descrever, como o maior rigor possível, a estrutura lógica dos sistemas axiomáticos formais, bem como de suas interpretações. Vemos assim que, nos dois casos, Carnap coloca a própria lógica simbólica como tema de estudo. Principalmente nas *Untersuchungen*, seu objeto de investigação é certa classe de sistemas simbólicos completamente regrados. Ao analisar esses dois textos, portanto, teremos ocasião de ver como Carnap trata diversos problemas relativos à instituição de cálculos formais e à descrição de suas características. Veremos também como os problemas de aplicação do formalismo ganham um enfoque completamente novo, em que qualquer referência à esfera intuitiva já foi abandonada, substituída pela consideração mais direta das possibilidades dadas na linguagem.

Finalmente, em nosso estudo de *The Logical Syntax of Language*, tentaremos indicar como o Princípio de Tolerância emerge de um esforço deliberado e radical para separar as duas ordens de problemas. Por um lado, as possibilidades de aplicação de um cálculo simbólico já não condicionam, em nenhum sentido, a possibilidade de sua instituição e descrição como objeto de formal. Por outro lado, a instituição de um cálculo simbólico não carrega consigo, em nenhum sentido, nem a garantia de sua aplicabilidade, nem a estrutura última de suas possíveis aplicações.

É por meio dessa percepção, sustentada de maneira coerente até suas últimas conseqüências, que Carnap consegue desatar um complicado e antigo nó do pensamento filosófico – por meio de um movimento que, bem considerado, revela-se bem mais simples que o próprio nó.

¹ Vale a pena observar que o *Abriss* traz, em suas seções finais, um pequeno resumo do conteúdo dessa obra.

Acerca da Escolha dos Textos

Já indicamos, na Introdução, os quatro textos de Carnap que servirão de base à nossa análise. São eles: *Der Raum* (1922), *Untersuchungen zur allgemeinen Axiomatik* (1928), *Abriss der Logistik* (1929) e *The Logical Syntax of Language* (1937). Todo o trabalho que se segue está calcado no exame direto dessas quatro obras. Embora elas sejam colocadas em diálogo com alguns clássicos da literatura lógica e, principalmente no caso do capítulo 1, também da epistemologia, nosso principal objetivo é obter uma leitura consistente dos livros escolhidos, que permita compreender o percurso de Carnap até o Princípio de Tolerância.

A respeito da escolha desses textos, alguma indicação também já foi oferecida na Introdução. *Der Raum* e *LSL* constituem, respectivamente, o início e a culminação do percurso. O *Abriss* e as *Untersuchungen*, que são textos lógicos sistemáticos e relativamente autocontidos, permitem obter uma visão de conjunto das concepções lógicas entretidas por Carnap no período intermediário. Uma maior justificação para a escolha feita, porém, deixamos por conta do trabalho à frente; somente ele, e sua boa ou má execução, podem fornecê-la.

Mais importante, e verdadeiro motivo desta nota, é explicar uma omissão relevante: *Der logische Aufbau der Welt* (1928). Nas páginas a seguir, um esforço sistemático permitiu-nos abolir qualquer referência a esta obra clássica de Carnap, considerada com justiça a mais importante de sua primeira fase, juntamente com *LSL*. Por que, então, essa opção por não levá-la em conta?

Nossa preocupação é essencialmente lógica. Desejamos compreender o significado lógico-filosófico da obra inicial de Carnap.

O *Aufbau* é um texto em que as concepções e ferramentas lógicas, abundantemente utilizadas como é do estilo de Carnap, aparecem inextricavelmente

mescladas a toda sorte de problemas epistemológicos, para não mencionar uma complicada temática kantiana e neokantiana relativa à constituição do objeto de conhecimento. Mais do que isso, a própria discussão crítica em torno dessa obra tornou-se extremamente carregada. Bloqueada longo tempo por uma leitura que via na obra de Carnap a tentativa de levar a cabo, com os detalhes exigidos, o projeto elaborado por Russell em *Our Knowledge of the External World* (1914), a discussão hoje pendeu para o lado das influências kantianas e idealistas atuantes sobre o pensamento de seu autor.

Por um ou outro motivo – ou pura e simplesmente porque não se trata, afinal de contas, de uma obra lógica – o significado lógico-filosófico do livro mostra-se extremamente diluído, e é difícil de ser depurado. Isso poderia ser feito? Acreditamos que sim, e talvez com grande benefício, tanto para o estudo de Carnap, como para o estudo da lógica. Nosso caminho, no entanto, foi outro. Havia disponíveis duas obras (uma delas, as *Untersuchungen*, apenas recentemente disponível, publicada pela primeira vez em 2000) escritas exatamente no mesmo período do *Aufbau*, e ambas concentradas exclusivamente (ou majoritariamente) sobre temas lógicos. Assim, julgamos correto partir do pressuposto de que elas traduzem adequadamente as concepções lógicas de Carnap nessa época, e que o fazem com as maiores vantagens.

A introdução de considerações acerca do *Aufbau*, caso realizada, não poderia ficar contida em notas de rodapé. Para não serem supérfluas ou demasiado frouxas, as discussões teriam de avançar sobre o texto principal, ganhar espaço e, muito provavelmente, desviar o rumo e as intenções principais do nosso trabalho. Esse plano de ação corresponderia a um outro projeto de pesquisa, que não o que apresentamos agora.

Acerca das Traduções

Exceto quando indicado em contrário, todas as traduções encontradas nas páginas à frente foram realizadas pelo autor do presente trabalho. Elas vêm acompanhadas sempre, em nota de rodapé, pelo texto original. Nos poucos casos em que não foi possível obter acesso ao original, a nota de rodapé traz a versão a partir da qual a tradução foi feita.

As muitas citações que oferecemos dos textos de Carnap, talvez excessivas e cansativas, justificam-se pela dificuldade de acesso às obras analisadas (com exceção de *The Logical Syntax of Language*). Para o leitor que não conseguir ter em mãos algum dos textos, é sempre preferível a abundância de referências à sua escassez.

Capítulo 1

Der Raum:

Tolerância Geométrica e a Lógica do Espaço

A geometria é o tema do primeiro trabalho acadêmico de Carnap, sua tese de doutorado *Der Raum: ein Beitrag zur Wissenschaftslehre* (O espaço: uma contribuição à teoria da ciência), defendida em 1922 junto à Universidade de Jena. O título da obra, como se vê, não fala em “geometria” – fala em “espaço”. Logo de início, portanto, devemos perguntar: De que geometria está se falando aqui?

A partir de meados do século XIX, a clássica disciplina sistematizada por Euclides havia passado por substanciais alterações, com o aparecimento não somente das chamadas “geometrias não-euclidianas”, mas também da geometria riemanniana e de algo que passou a ser indicado como “geometria empírica”. Tais alterações foram de grande magnitude, e não ficaram limitadas à obtenção de novos resultados, mas envolveram a reorganização, em bases completamente novas, de todos os resultados precedentes. Elas não diziam respeito somente ao conteúdo da geometria como ciência, mas à própria maneira de conceber a posição da geometria em meio às ciências, com uma revisão profunda de seus fundamentos epistemológicos.

De maneira geral, gostaríamos de caracterizar o desenvolvimento da geometria nesse período por um duplo viés². Por um lado, pode-se dizer que o estudo da geometria *ganha* autonomia, ao descolar-se progressivamente da chamada “intuição espacial” como fonte e tribunal exclusivo do conhecimento geométrico. Uma fonte e um tribunal que pareciam sujeitá-la, vale observar, a um regime específico de investigação científico-filosófica, cuja expressão científica era dada pelo que veio a ser chamado de

² Para maiores detalhes a respeito do desenvolvimento histórico da geometria no século XIX e começo do XX, referimos ao estudo específico de Houzel – [Houzel, 1992] – ou ainda a [Lohmar, 1989]: capítulo 1, [Mehrtens, 1990]: págs. 47ss e [Boi, 1992].

estrutura “euclidiana” do espaço, e cuja expressão filosófica predominante, porque supostamente capaz de dar conta do contato privilegiado com a intuição espacial euclidiana, era dada pela teoria kantiana e seu sintético *a priori*. Por outro lado, no entanto, pode-se dizer que, exatamente nesse mesmo processo, a geometria *perde* autonomia. Pois era precisamente a “intuição espacial” que lhe garantia um objeto próprio de estudo, apartado dos demais e sujeito a um regime específico de indagação científico-filosófica: a investigação geométrica racional.

Em resumo, queremos mostrar que a geometria passa, nesse período, da tutela intuitiva para uma dupla tutela: simbólica e empírica. Ao sair da tutela intuitiva, perdeu seu objeto próprio; ao entrar na tutela simbólica (mas também empírica), porém, ganhou autonomia metodológica. É exatamente o balanço dessa situação que o opúsculo de Carnap tenta realizar. E é aí que começa a se delinear sua concepção de tolerância em matéria de lógica. Tal fato é de grande importância para os desdobramentos que, no resto deste trabalho, trataremos de acompanhar e elucidar. Tentemos esclarecê-lo.

1.1. A autonomia geométrica

Em sua clássica obra acerca do pensamento matemático, L. Brunschvicg faz a seguinte observação:

*“Ao retrair as diferentes etapas que o pensamento antigo percorreu, nós pudemos assistir à formação de três edifícios lógicos que atestaram, por sua persistência secular, a solidez de sua estrutura: lógica do número, lógica das classes, lógica das relações espaciais.”*³

A geometria é apresentada aqui, de maneira extremamente sugestiva, e escorada em sólido fundo de referências históricas, como uma “lógica das relações espaciais”. Como seria possível investigar uma disciplina desse tipo?

³ [Brunschvicg, 1912]: seção 202. No original: “En retraçant les différentes étapes que la pensée antique a parcourues, nous avons assisté à la formation de trois édifices logiques qui on attesté par leur persistance séculaire la solidité de leur structure: logique du nombre, logique des classes, logique des relations spatiales.”

Por um lado, há aqui uma resposta que se oferece com força quase irresistível. Para investigar a geometria, a lógica das relações espaciais, é necessário entrar em contato, de alguma maneira, com tais relações espaciais. Por diferentes que tenham sido as inclinações epistemológicas ao longo da história, alguma forma de contato com as figuras espaciais quase sempre foi tomada como fonte do conhecimento geométrico. Seja por meio da abstração a partir de dados sensíveis, seja por meio de alguma forma de representação espacial racional, era o contato com certa “espacialidade”, constitutiva da experiência e/ou dada na experiência, que determinava a investigação do geômetra.

Além disso, o acordo unânime e duradouro em relação aos resultados da geometria – ciência que, assim como a lógica formal aristotélica, impressionava por nunca poder “dar um passo atrás”, embora pudesse, a par com a aritmética, dar vários passos à frente – parecia atestar que o contato com as formas espaciais não apenas constituía a fonte geral e única da teoria geométrica, mas também que tal fonte deveria gozar de algum privilégio especial. A teoria kantiana do espaço como forma *a priori* da intuição, dotado de uma estrutura específica (euclidiana) acessível à razão pura (que podia realizar, na intuição, construções geométricas capazes de evidenciar e garantir a validade dos resultados geométricos usuais), não por acaso conseguiu estabelecer-se com tamanha força em fins do século XVIII: ela conseguia dar conta, aparentemente, dessa situação historicamente dada, milenar e facilmente constatável.

Por outro lado, por maior que tenha sido o prestígio do enfoque kantiano, podemos observar que a situação da geometria como área do conhecimento havia ganhado algumas complicações já a partir do início da Idade Moderna. Sua proximidade com a aritmética, por essa época, havia sido reafirmada de maneira nova e influente. Basta lembrar que a geometria cartesiana permite a operação de entidades geométricas por meios puramente formais, subordinados à matemática numérica (álgebra) e, por meio dela, ao símbolo e à manipulação simbólica. Isso mostra como, a par com a concepção específica de uma ciência do espaço, revelada na intuição espacial, surgia também outra tendência, que vinculava esse conhecimento intuitivo e espacial ao conhecimento simbólico.

Na verdade, a união entre aritmética e geometria é dada, na Idade Moderna, pelo conceito de “grandeza”. O conceito básico da aritmética, nesse período, é o conceito de “número”; o conceito básico da geometria, o conceito de “espaço”; o conceito mais geral, indefinido, que de certa forma une essas duas áreas, é o conceito de “grandeza”.

A matemática passa a ser definida como “ciência das grandezas”, o que deve abranger tanto a aritmética quanto a geometria. Em outras palavras, é como se o conceito de grandeza tentasse promover a síntese entre as duas principais vertentes da pesquisa matemática.

A matemática cartesiana e sua geometria analítica, nesse sentido, conseguem estabelecer de maneira bastante efetiva o encontro entre esses dois âmbitos. Nesse encontro, o número ganha uma concretude e uma aplicabilidade específica, que o torna número de algo, mais especificamente, de uma “grandeza”; mas à grandeza está igualmente associado um conteúdo intuitivo, dado pela espacialidade. Por meio da idéia geral de “grandeza”, portanto, o número passa a traduzir, além da noção natural de contagem, também uma noção de *medida*. E a medida, dada intuitivamente como medida espacial (à qual muitas outras medidas podem ser reconduzidas), ganha por esse modo uma estrutura precisa: a estrutura numérica. Como escreve Mehrtens:

*“(...) a matemática era, segundo a definição corrente, ‘ciência das grandezas’. Esse é o conceito indefinido (“unentschieden”); pode tratar-se de um número, ao qual se associa um segmento, de um segmento, cuja medida deixa-se determinar como número, ou de qualquer outra coisa mensurável.”*⁴

A aproximação entre matemática (em sentido restrito: aritmética) e geometria, porém, não é simétrica. A assimetria essencial entre as duas disciplinas é uma questão semântica: a semântica da geometria revela-se, inevitavelmente, muito mais complicada do que a semântica da aritmética. Isso porque a semântica da aritmética possui um porto seguro do qual a outra carece: ela mantém sempre em vista (ou pode manter) a noção de contagem. O fenômeno natural e onipresente da contagem fornece para a semântica da aritmética um modelo operacional seguro para o qual é sempre possível retornar, caso a situação teórica torne-se demasiadamente complexa ou intratável.

A semântica da geometria, ao contrário, é bastante mais obscura, intrincada, incerta. Afinal, o que é uma reta? Nesse sentido, podemos dizer que a filosofia kantiana conseguiu firmar sua influência nesse tema justamente por haver elaborado uma

⁴ [Mehrtens, 1990]: pág. 42. No original: “(...) Mathematik war nach der geläufigen Definition ‘Größenwissenschaft’. Dies ist der unentschiedene Begriff; es kann sich um eine Zahl handeln, der man eine Strecke zuordnen kann, um eine Strecke, deren Mass sich als Zahl angeben lässt, oder um etwas anderes Messbares.”

resposta específica – e razoavelmente eficiente – para o problema semântico da geometria. O esquema kantiano, de fato, corresponde à opção por uma semântica exclusivamente intuitiva e representacional para a teoria geométrica, que passa a ser vista como teoria *a priori* do espaço tal como revelado na intuição pura (ou ainda: dos objetos espaciais tais como construídos na intuição pura). A esse respeito, Barone escreve o seguinte:

“Já sabemos que ‘construir a priori um conceito’ significa ‘representá-lo na intuição a priori que lhe corresponde’: desse modo, a arbitrariedade fica vinculada – ou, na verdade, supressa –, pois está subordinada ao pressuposto de uma construção puramente interna a formas intuitivas que lhe garantem uma validade objetiva real.

*(...) Os sistemas da matemática na concepção kantiana são sempre sistemas ‘interpretados’, com uma única direção semântica, e não são jamais considerados na sua estrutura sintática, independentemente de uma possível interpretação.”*⁵

Eis porque a aproximação com o estudo matemático algébrico tem, para a geometria, um significado particularmente interessante. Para o estudo “das relações espaciais”, essa aproximação significa, em primeiro lugar, uma reinterpretação em termos puramente simbólicos. A geometria vai assumindo progressivamente o aspecto de um sistema formal abstrato. Torna-se cada vez mais claro, ao longo do século XIX, aquele fato que já está anunciado desde o advento da geometria analítica de Descartes: que a geometria pode ser tratada – e talvez *deva* ser tratada – como cálculo algébrico.

Ainda no século XVIII, por exemplo, Saccheri e Lambert adotaram, com o objetivo de demonstrar o postulado euclidiano das paralelas, a seguinte estratégia: desenvolver com o maior rigor e detalhe possíveis as consequências da negação desse postulado, na tentativa (que se mostraria infrutífera) de deduzir uma contradição a partir de tal hipótese. O aspecto interessante a observar é que, para Lambert particularmente,

⁵ [Barone, 1957]: pág. 169-170. No original: “Già sappiamo che ‘costruire a priori un concetto’ significa ‘rappresentarlo nella intuizione a priori che gli corrisponde’: in tale modo la arbitrarietà viene vincolata – o, in realtà, soppressa – poiché è subordinata al pressuposto di una costruzione puramente interna a forme intuitive che ne garantiscono una validità oggettiva reale.

(...) I sistemi della matematica nella concezione kantiana sono sempre sistemi ‘interpretati’, con un’unica direzione semantica, e non sono mai considerati nelle loro strutture sintattiche, indipendentemente da una possibile interpretazione.”

esse processo de dedução geométrica já se apresentava (devido talvez ao esforço minucioso e “contra-intuitivo” que seu trabalho envolvia) cada vez mais descolado da construção geométrica intuitiva, para assumir um caráter marcadamente simbólico e abstrato. A passagem abaixo, cuja importância é sublinhada por Webb⁶, indica um agudo entendimento do ideal formal em lógica:

*“Pode esse axioma ser derivado a partir dos postulados de Euclides e demais axiomas? Ou, se tais premissas não forem suficientes, podemos produzir outros postulados ou axiomas, não menos evidentes que os de Euclides, a partir dos quais o seu 11º pode ser derivado? Para lidar com a primeira parte da questão, podemos ignorar completamente (...) a representação da matéria tratada. Considerando-se que os postulados de Euclides e demais axiomas são formulados em palavras, nós podemos e devemos exigir que nenhum apelo seja feito, em nenhum lugar da prova, à matéria tratada propriamente dita, mas que a prova seja levada a cabo – se de fato for possível – de maneira inteiramente simbólica. Nesse ponto os postulados de Euclides são, por assim dizer, como tantas equações algébricas que, uma vez dadas, devem ser resolvidas para x , y , z ... sem olhar novamente para o assunto do qual tratam.”*⁷ (sublinhado meu)

Aqui vemos como o aspecto semântico da geometria começa a deslocar-se. Seu conteúdo próprio, como estudo das relações espaciais, começa a diluir-se, substituído explicitamente – ao menos no que diz respeito ao momento dedutivo – por uma referência simbólica (“os postulados de Euclides são formulados em palavras...”) que permite operar mais facilmente com os conceitos geométricos dentro de um sistema lógico formal, essencialmente abstrato.

O trabalho de Saccheri e Lambert foi continuado, no começo do século XIX, por Lobatchevski e por Bolyai, que extraíram conseqüências sistemáticas dos postulados não-euclidianos, organizando-as na forma de estruturas teóricas próprias. O próximo passo foi dado em 1871 por Klein, que conseguiu demonstrar a ausência de contradições nessas geometrias não-euclidianas, ao estabelecer modelos euclidianos

⁶ [Webb, 1995].

⁷ [Lambert, 1766], citado em [Webb, 1995].

para elas. Na verdade, o que seu resultado estabelecia era a consistência relativa das geometrias não-euclidianas; relativa, vale dizer, à consistência da própria geometria euclidiana. Riemann, por sua vez, adotou uma abordagem completamente nova (a respeito da abordagem riemanniana, comentaremos longamente mais à frente), por meio de métodos diferenciais, que dispensavam a restrição a três dimensões e permitiam, pela variação local da métrica, o aparecimento de infinitas geometrias diferentes. Era dado aí um novo passo rumo à abstração e à generalização.

Em 1899, finalmente, Hilbert forneceu uma interpretação completa da geometria euclidiana em termos de um modelo nos números reais. Desse modo, tanto as geometrias não-euclidianas como a euclidiana – com todas as suas características teóricas: sua consistência ou inconsistência, sua estrutura dedutiva e sua base axiomática – apareciam agora imersas na teoria dos números. O “tema” da geometria, por assim dizer, havia completado seu ciclo de deslocamento: ao se falar de sistemas geométricos (sistemas de relações espaciais), era possível considerar que o assunto fosse, *de fato*, certo sistema numérico-simbólico, facilmente operável por via algébrica, ao qual toda a geometria havia sido reconduzida. A esse respeito, D. Lohmar faz o seguinte comentário:

*“Os objetos da teoria passaram a ser somente variáveis sem conteúdo, que obedeciam exclusivamente aos axiomas formais, e para as quais era possível, mas não necessário, procurar modelos intuitivos. (...) Podemos agora precisar, portanto, as observações introduzidas no começo do capítulo a respeito do fim da geometria: O significado da geometria alterou-se completamente para uma teoria puramente formal, que embora possa ser indicada como geométrica, nada mais tem a ver com a geometria herdada da tradição. (...) Permanece aberto, para o quê e como essa matemática pode se mostrar útil.”*⁸

A geometria, despojada de seu objeto intuitivo-espacial característico, é descrita por Lohmar no parágrafo acima como uma ciência desenraizada, que no processo de

⁸ [Lohmar, 1989]: pág. 17. No original: “Die Gegenstände der Theorien waren nur noch inhaltsleere Variablen, die lediglich den formalen Axiomen gehorchten, für die man sich anschauliche Modelle suchen konnte, aber nicht suchen musste. (...) Wir können also die am Anfang des Kapitels geführte Rede vom Ende der Geometrie präzisieren: Der Sinn der Geometrie hat sich völlig gewandelt zu einer rein formalen Theorie, die allenfalls geometrisch gedeutet werden kann, sonst aber nichts mehr mit der herkömmlichen Geometrie zu tun hat. (...) Es blieb offen, zu was und wie diese Mathematik überhaupt nützen konnte.”

progressiva abstração simbólica perdeu contato com sua própria natureza. E, no entanto, ao passar por essa transformação profunda, ela também conseguiu sair da tutela do intuitivo, como fonte exclusiva de validade e verdade. A semântica da geometria se quebra e multiplica. À pergunta: “O que é uma reta?”, já não parece suficiente apelar para o objeto intuído, para o objeto construído (ou reconstruído, conforme o caso) no espaço intuitivo de representações. É necessário encontrar novas referências para os termos da linguagem geométrica – e essas novas referências jamais conseguirão retomar o grau de univocidade que, em certos momentos, pareceu possível alcançar.

Por um lado, portanto, a geometria assume mais e mais a condição de formalismo simbólico. Por outro lado, busca uma nova classe de interpretações que expliquem claramente sua aplicabilidade – como sistema formal simbólico – ao conhecimento do mundo. Essa nova classe de interpretações introduzirá, com maior rigor do que em qualquer etapa anterior do pensamento, o aspecto especificamente empírico em relação à geometria. Daí termos dito que a geometria passa da tutela intuitiva para uma dupla tutela: simbólica e empírica. Daí termos dito também que a perda de autonomia da geometria, correspondente à sua assimilação pela matemática simbólica e à alienação do seu objeto absolutamente próprio, é também um ganho de autonomia: abstratamente simbolizada, ela ganha uma amplitude e liberdade de operação conceitual que antes, sob o jugo da intuição, não pareciam possíveis. Mas essa é apenas uma primeira aproximação. Para entender exatamente em que consiste esse ganho, precisamos realizar uma análise mais detalhada da relação que se estabelece entre o aspecto simbólico da geometria e seu aspecto empírico.

Por enquanto, podemos adiantar os seguintes resultados, que cumpre desde agora reter. Em primeiro lugar, que a geometria passa a trabalhar com um novo par de alternativas: não apenas a alternativa entre o verdadeiro e o não-verdadeiro/falso (entre uma geometria correta e uma geometria errada), mas também a alternativa entre uma geometria empírica e uma geometria não-empírica. Em outras palavras: aos poucos vai se abrindo, dentro de um quadro teórico suficientemente nítido, a opção de opor um espaço empírico a um espaço não-empírico.

Em segundo lugar, gostaríamos de chamar a atenção para o fato de que, ao realizar esse percurso, a geometria torna-se a primeira ciência matemática a assumir distintamente seu aspecto empírico, não mais pelo viés do velho empirismo, mas sob aquela forma que se tornará a mais típica para a filosofia e ciência do século XX: certa

distinção entre a organização (*a priori*) de um sistema formal e as considerações (empíricas) relativas à sua aplicação. Não houve talvez pensador que percebeu tão bem essa circunstância quanto Carnap.

1.2. *Der Raum*: o projeto

Vimos que a geometria pode ser descrita, ao menos inicialmente e de modo bastante geral, como uma “lógica das relações espaciais”. Existe um “lugar” – certa região semântica específica, por assim dizer – em que os termos geométricos, devidamente agrupados, devem ser interpretados: a ele chamamos “espaço”. Pontos, retas e planos – os termos geométricos por excelência – *estão* no espaço, e pode-se dizer mesmo que eles *compõem* o espaço. Vimos ainda que o problema com que se defronta a geometria, no século XIX, é justamente um problema semântico: o problema de estabelecer com clareza qual a referência de seus termos (e o problema correlato de, uma vez encontrada ou estabelecida essa referência, determinar qual o contato possível com os objetos geométricos, ou seja, qual a fonte possível do conhecimento geométrico). Se não quisermos abdicar da definição inicial de geometria, chegamos então à seguinte questão fundamental: *O que se quer indicar, exatamente, pelo próprio termo “espaço”?* A ambigüidade desse termo é o que está na base de todas as dificuldades com que a nova geometria/ciência do espaço terá de lidar. E é precisamente a ela que Carnap se dirige em *Der Raum*.

O objetivo de Carnap nessa sua primeira obra teórica não é outro que o de esclarecer o conceito de espaço. Conhecedor da matemática e da ciência de seu tempo, Carnap sabe muito bem que tal conceito tornara-se equívoco, diante do surgimento progressivo de uma multiplicidade de teorias e práticas “geométricas”. Para ele, isso só pode querer dizer uma coisa: que o significado do termo “espaço” deve ser buscado, não mais em uma única fonte de revelação, exclusiva em relação a todas as demais, mas sim em diferentes contextos teóricos. Mais precisamente, Carnap julga distinguir três conceitos de espaço relevantes para a compreensão da questão: o espaço formal (lógico-matemático), o espaço filosófico e o espaço físico. Cada um deles traduz um ponto de vista específico, irreduzível aos outros dois e essencial para uma correta apreensão da

situação. Por outro lado, e como não poderia deixar de ser, os três conceitos estão intimamente relacionados, a ponto de quase se confundirem; e é da confusão feita entre eles que nascem as infindáveis discussões em que matemáticos, físicos e filósofos costumam se enredar, sem que nunca o nó possa ser conclusivamente desatado.

Já nesse momento, portanto, Carnap assume o tipo de abordagem que viria a caracterizar toda a sua carreira filosófica⁹. Ele deposita suas esperanças de obter real avanço teórico no refinamento conceitual, acompanhado de uma atitude tolerante em relação aos diferentes usos teóricos a que certos conceitos – ou as diferentes faces de um mesmo conceito – podem se submeter. Em resumo, pode-se dizer que Carnap desejava: 1) distinguir os três conceitos de espaço, mostrando a necessidade de separá-los adequadamente; 2) esclarecer as conexões entre eles, mostrando como cada um se relaciona com o outro; 3) indicar como os três podem se articular, de modo a permitir uma descrição válida do mundo segundo categorias ditas espaciais – descrição essa assentada sobre adequada base *lógica, epistemológica e empírico-científica*.

A distinção que Carnap busca traçar entre os três conceitos de espaço pode ser caracterizada, em um primeiro momento, da seguinte maneira. Existe um tipo específico de estrutura lógica, completamente abstrata, que pode ser identificada como “espacial” (por motivos que serão discutidos mais à frente); esse tipo de estrutura, em suas diferentes variantes, é o espaço formal. Existe ainda, para além dessa estrutura lógico-abstrata, certa estrutura que se realiza concretamente na intuição (dita “espacial”) e que corresponde ao modo como os objetos “externos” podem aparecer à consciência; esse é o espaço normalmente tratado do ponto de vista filosófico. Finalmente, há o espaço físico, ou seja, aquele espaço no qual se desenrolam os eventos do mundo físico, e cuja estrutura deve ser descrita por teorias físicas (segundo critérios empíricos).

⁹ A esse respeito, Mormann observa: “*Já aqui Carnap utiliza um método que deveria tornar-se típico de todo seu pensamento posterior. Não era seu objetivo trazer sob um denominador comum as diferentes respostas ‘para a pergunta a respeito da fonte de conhecimento, do tipo de objeto e do âmbito de validade da teoria do espaço’ (Der Raum, pág. 5), tal como haviam sido elaboradas por filósofos, matemáticos e físicos; ele queria, antes e em primeiro lugar, classificar essas respostas segundo o modo como cada uma compreendia o termo ‘espaço’, e assim desarmar a disputa.*” [Mormann, 2000]: pág. 52. No original: “Bereits hier praktiziert Carnap ein Verfahren, das für sein gesamtes späteres Denken typisch werden sollte. Es war ihm nicht darum zu tun, die verschiedenen Antworten ‘auf die frage nach der Erkenntnisquelle, der Art des Gegenstandes und dem Geltungsbereich der Raumlehre’ (Raum, S. 5), wie sie von Philosophen, Mathematikern und Physikern vorgetragen worden sind, auf eine Nenner zu bringen, er wollte sie vielmehr zunächst nach der Art und Weise klassifizieren, was jeweils unter ‘Raum’ verstanden wird, und dadurch den Streit entschärfen.”

Essa caracterização inicial, no entanto, ainda nos diz muito pouco a respeito do projeto de Carnap. Para melhor compreendê-lo, é necessário examinar em detalhes a específica configuração que, no início do século XX, estava assumindo o estudo da geometria e do espaço, naquela progressiva direção de abertura que já indicamos na seção precedente. Para lidar com o problema do espaço a partir de uma perspectiva cientificamente bem informada, na década de 1920, Carnap teve de inserir-se em um debate bastante complexo. Naqueles anos, importantes novidades no campo da física, da matemática e da lógica – algumas das quais vinham se anunciando desde o século XIX, mas que só agora pareciam atingir o ponto de maturidade – confluíram de modo decisivo para exigir uma nova abordagem para o assunto, tanto do ponto de vista científico como do ponto de vista filosófico.

Todo o esforço de Carnap dirige-se a extrair esse novo e necessário ajuste de contas entre ciência e filosofia. Nesse sentido, portanto, é que devemos perguntar: Ao falar do espaço matemático como uma estrutura lógica, a qual lógica Carnap está se referindo? E a qual matemática? Mas também: Qual a física que ele usa? E qual o pano de fundo filosófico contra o qual seu pensamento se desenvolve? As respostas a essas quatro questões delimitam, de maneira já um pouco mais clara, o projeto de Carnap. Lógica, matemática, física e filosofia são os elementos pelos quais devemos indagar. Verifiquemos cada um desses elementos.

A física que serve de horizonte às investigações de Carnap, no *Der Raum*, é essencialmente a física relativística de Einstein. Mais especificamente, Carnap tem em vista a teoria da relatividade *geral*, tal como apresentada por Einstein em 1915.

No que diz respeito à lógica formal, o horizonte de Carnap é a “logística”. Por “logística” – em alemão “*Logistik*”, termo que será o preferido de Carnap até seu *Abriss der Logistik* (1928) – queremos indicar a lógica formal moderna, tal como havia evoluído na linha direta do trabalho de Frege. É nessa área, talvez, que Carnap exibe o domínio mais completo da situação teórica de sua época, com conhecimento detalhado de quase todos os textos lógicos importantes escritos no período. Essa abundância de conhecimento lógico, porém, não nos deve fazer perder de vista um fato simples: o sistema de lógica formal que ele utiliza em *Der Raum*, como ferramenta de sua exposição, é essencialmente o sistema construído por Russell e Whitehead nos *Principia Mathematica*.

Chegamos, então, à matemática utilizada em *Der Raum*. Do ponto de vista puramente matemático, como se sabe, a teoria da relatividade geral necessita, para sua correta expressão, de métodos extraídos da geometria diferencial e, em particular, da geometria riemanniana. A obra fundamental de Riemann, *Über die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen* (Sobre as hipóteses que servem de base à geometria), escrita em 1854, partia explicitamente da idéia de generalizar o conceito de “espaço”, introduzindo-lhe um conceito igualmente generalizado de “métrica”, do qual a métrica euclidiana (aquela compatível com o quinto postulado de Euclides) passava a ser apenas um caso particular. A geometria riemanniana parecia fornecer, assim, um quadro teórico abrangente dentro do qual inserir as geometrias ditas “não-euclidianas”, em suas diferentes formulações axiomáticas.

No desenvolvimento da geometria riemanniana, além disso, estão presentes os problemas filosóficos fundamentais que serão colocados à investigação do espaço. É esse o motivo que nos levará, já na próxima seção, a considerá-la mais detalhadamente. A concepção riemanniana de um espaço generalizado, com efeito, conduz diretamente à consideração de todas as questões filosóficas – sobretudo certas conseqüências epistemológicas – implicadas pela revolução geométrica do século XIX. Pois o problema central colocado pela nova teoria geométrica de Riemann, e detectado desde logo por pensadores como Helmholtz e Poincaré, diz respeito justamente à possibilidade de conciliar uma geometria racional com uma geometria física e empírica. Mais especificamente, trata-se de esclarecer a possibilidade, o *status* e os pressupostos de uma geometria racional, por oposição a uma geometria empírica; e de uma geometria empírica, por oposição a uma geometria racional. Implícita a essa formulação do problema, vem reconhecida a necessidade de reavaliar os princípios epistemológicos que regem nossa descrição do mundo por meio de categorias espaciais. Em outras palavras, é a formulação riemanniana do problema geométrico que começava a romper, com força irresistível, certa harmonia fundamental entre intuição, matemática, lógica e física que podia ser encontrada no sistema kantiano de filosofia.

Esclarece-se assim, finalmente, o foco filosófico do debate. É a filosofia de Kant que fornece o palco para as controvérsias acerca do conceito de espaço em que se envolveram as melhores mentes filosóficas e científicas entre meados do século XIX e do início do século XX. Uma discussão explícita da posição de Kant aparece em quase todos os textos relevantes dessa época; e todos os pensadores que se debruçam sobre o

tema julgaram-se no dever de esclarecer sua posição relativamente ao quadro kantiano (isso acontece, por exemplo, não apenas no *Raum* de Carnap, mas também nas obras de Helmholtz, Cassirer, Schlick e Weyl, para citar somente alguns nomes; a própria obra fundamental de Riemann é escrita dentro de um claro contexto polêmico com o pensamento de Kant¹⁰).

Essa referência unânime não ocorre à toa. Já vimos que Kant havia fornecido uma semântica específica para a geometria. Mais do que isso, essa semântica geométrica fora desenvolvida dentro de um quadro teórico extremamente bem urdido, que parecia permitir o tratamento sistemático e coerente – em perfeito acordo com nossa experiência do mundo – das diferentes questões que poderiam ser colocadas nesse campo. Especificamente, o sistema kantiano conseguia conciliar, de maneira aparentemente sólida, uma explicação para o caráter *a priori* e racional do conhecimento geométrico com uma explicação para a possibilidade de aplicar as estruturas geométricas, assim reveladas, à descrição da experiência empírica. A filosofia kantiana, na verdade, havia fornecido um ambiente teórico poderoso dentro do qual se uniam, ou podiam se unir, segundo uma visão epistemológica de grande alcance, duas das jóias do pensamento científico: a geometria euclidiana e a física newtoniana. Agora, a revisão até certo ponto inesperada dessas duas teorias – a partir do desenvolvimento das geometrias não-euclidianas e da física relativística – tinha de conduzir, necessariamente, a uma ampla revisão da filosofia crítica original.

Tornava-se importante, em resumo, articular uma nova forma de acordo entre intuição, matemática, lógica e física. Carnap busca extrair o balanço mais profundo e coerente dessa situação. Assim, não espanta que passe a distinguir os diferentes conceitos de espaço que emergiam do ataque sustentado e rigoroso ao qual a filosofia kantiana havia sido submetida, a partir de meados do século XIX, por parte das diferentes ciências positivas; e não espanta que tente encontrar para eles um novo sistema de relações.

Assim, podemos resumir o projeto de Carnap da seguinte maneira: Trata-se de uma tentativa de esclarecer o papel do(s) conceito(s) de espaço na descrição do mundo, baseada na avaliação filosófica da situação que parecia resultar da ruptura do sistema kantiano original; essa avaliação deveria: 1) incorporar a nova teoria lógico-simbólica dos *Principia*, como ferramenta formal indispensável; 2) usar a lógica dos *Principia*

¹⁰ A esse respeito, ver [Nowak, 1989].

para obter uma formulação rigorosa das novas teorias matemáticas do espaço (geometria riemanniana e topologia geral); 3) refazer a análise epistemológica subjacente à utilização empírica dos conceitos espaciais, ou seja, examinar criticamente a possibilidade de uma geometria física; e 4) examinar os resultados da física relativística dentro do quadro obtido.

1.3. Geometria riemanniana: o espaço como conceito generalizado

A geometria matemática desenvolvida por Bernhard Riemann em *Über die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen* constitui provavelmente a mais aguda e completa análise do conceito de espaço realizada no século XIX. Como bem mostra Scholz¹¹, Riemann desenvolveu sua abordagem, não como uma peça de virtuosismo matemático, mas em diálogo cerrado com a filosofia, particularmente com a filosofia kantiana. O resultado é uma teoria matemática escorada em problemas metodológicos e epistemológicos profundos, que consegue colocar sob nova perspectiva toda a discussão relativa às possíveis maneiras de conceber o (conhecimento do) espaço e seu papel no sistema da ciência.

Essa teoria oferece uma ferramenta matemática extramente geral, de grande poder abstrativo, por meio da qual se torna possível descrever a multiplicidade de possíveis *estruturas internas* do espaço, para além da homogeneidade que é a suposição essencial da geometria euclidiana e da filosofia kantiana que a acompanha¹². Ela também relaciona, de maneira clara e rigorosa, o problema da estrutura (matemática) espacial – agora devidamente libertada da suposição de homogeneidade – ao problema da *medição* e, talvez mais essencialmente, ao problema do critério/método de medição.

¹¹ [Scholz, E., 1992].

¹² Uma boa discussão a respeito da posição kantiana em geometria, com ponto de vista um pouco diferente do usual, pode ser encontrada em [Friedman, 2000b]. Ali, o autor tenta mostrar que o verdadeiro pressuposto kantiano na construção intuitiva e *a priori* do espaço é certa possibilidade de livre deslocamento da perspectiva espacial (do “ponto de vista” a partir do qual o espaço é “visto” ou representado). Nessa possibilidade de deslocamento do ponto de vista espacial, no entanto, está suposta ainda a mesma homogeneidade espacial típica da moldura euclidiana (cuja tradução, no quadro mais amplo da geometria riemanniana, é dada pelo fato de esse espaço ter curvatura constante nula). Assim, não espanta que Kant obtenha também por esse método, se realmente o seguiu, a exata geometria euclidiana da qual havia partido como “dado” científico (a pergunta kantiana é sempre: “Dado que a geometria euclidiana é um fato científico, como ela é possível?”).

Finalmente, ela reconhece seus próprios resultados como uma solução matemática (de grande generalidade) para o problema, distinguindo-a da solução empírica do problema. Vejamos como Riemann faz isso.

O conceito central com que trabalha Riemann é o conceito de “grandeza multiplamente estendida” (*mehrfach ausgedehnte Grösse*), ou simplesmente “variedade” (*Mannigfaltigkeit*). A origem desse conceito, por sua vez, pode ser buscada na filosofia de H. Herbart (sucessor de Kant na cadeira de filosofia de Königsberg), que desenvolveu o conceito de “formas seriais” (*Reihenformen*). A idéia por trás das formas seriais, ainda de nítido sabor kantiano, é a possibilidade de agrupar imagens mentais (representações) em um contínuo, de maneira que as diferentes “peças” mantenham sua identidade individual ao mesmo tempo em que são “coladas” umas às outras, de maneira a permitir a transição contínua entre elas. Assim, a partir de certo conceito inicial, consegue-se obter um conceito mais geral, por meio da variação contínua do primeiro.

Riemann limpa essa idéia de seus adereços ontológicos e submete-a a um rigoroso tratamento matemático. Para ele, já não importa considerar o tipo de conceito cujas instanciações são agrupadas nas “formas seriais”. Basta-lhe pressupor a existência de um conceito inicial que admita variação gradual segundo um parâmetro qualquer de determinação (parâmetro esse que será, como veremos, matematizado). Scholz observa:

*“Ele [Riemann] pressupôs a existência de conceitos, matemáticos ou não, que podem surgir como resultado da ‘fusão gradual’ em formas seriais. Assumiu esse resultado e submeteu-o a considerações matemáticas, formando assim o conceito de grandeza multiplamente estendida (mehrfach ausgedehnte Grösse) ou variedade.”*¹³ (destaques do autor; colchetes meus)

Há dois pontos importantes a reter a respeito dessa formulação inicial de Riemann. Em primeiro lugar, que uma “variedade” qualquer surge como resultado de um procedimento de *construção conceitual*. A partir de um conceito inicial variável dado (digamos “cor”, com suas diferentes variações de matiz, brilho etc.) *constrói-se*

¹³ [Scholz, E., 1992]: pág. 23. No original: “He [Riemann] presupposed the existence of concepts, mathematical or not, which may arise as a result of ‘graded fusion’ into serial forms. He took up the result and opened it to mathematical consideration, thus forming the concept of *multiply extended magnitude* (*mehrfach ausgedehnte Grösse*) or *manifold*.”

um novo conceito, certo “espaço de cores”, que corresponde às possíveis determinações do conceito inicial. A diferença em relação à filosofia kantiana, nesse ponto, é marcante. Para Kant, o espaço não era um conceito, mas sim uma forma *a priori* da intuição, dotada de certa estrutura transcendental (estrutura que, revelada na intuição, funciona como condição da experiência tal como nós a conhecemos); e é *no espaço*, como forma da intuição, que certos conceitos (os conceitos espaciais) podem ser construídos, sempre segundo a estrutura prévia do espaço. Já para Riemann, trata-se agora de construir *o próprio conceito de espaço*, ou diferentes conceitos de espaço, antes de construir conceitos *no espaço*.

Riemann, assim, amplia o conceito de espaço. Na verdade, transforma o espaço em um conceito de aplicabilidade variada, do qual o espaço físico aparece apenas como instância particular, embora particularmente relevante. O procedimento de construção conceitual adotado por Riemann, além disso, adquire grande generalidade na medida em que quaisquer conceitos, sejam espaciais ou não do ponto de vista intuitivo, podem ser usados como base para a obtenção do novo conceito construído.

Para chegarmos ao segundo ponto importante, atentemos agora para essa característica: a generalidade quase irrestrita do procedimento de Riemann. Em que, exatamente, consiste essa generalidade? Já vimos que qualquer conceito, desde que admita transições contínuas¹⁴ em relação a um parâmetro qualquer de determinação (o brilho como parâmetro para cor; a intensidade como parâmetro para o som; etc.), pode servir de base para a construção de um novo conceito, mais especificamente, de um novo “espaço”. Contudo, essa generalidade inicial somente ganha seu contorno específico – sua natureza formal e simbolicamente manipulável, segundo uma teoria de ampla aplicabilidade – na hora em que se transforma em generalidade matemática. Não basta supor que *qualquer* conceito possa ser usado como base da construção: é necessário que esse conceito, qualquer que seja, desapareça da estrutura teórica, substituído por uma contrapartida matemática: sua expressão numérica.

Para obter o tratamento matemático mais geral da situação, então, Riemann passa a ignorar completamente a natureza específica do conceito inicial que serve de base à construção, bem como do conjunto de suas determinações possíveis. Ele passa a

¹⁴ Riemann também menciona a situação em que a transição entre os diferentes graus ocorre de forma *discreta*, ou seja, por meio de saltos entre pontos individuais; sua atenção, porém, concentra-se no caso contínuo.

tratar a situação do ponto de vista mais abstrato possível. Os diferentes parâmetros de determinação devem estar matematizados, ou seja, devem ser expressos por meio de números. O “espaço” de determinações daí resultante, portanto, é um espaço matemático. Mais precisamente, ele é reconduzido a uma estrutura matemática: pode ser plenamente descrito por meio de ênuplas numéricas (conjuntos ordenados de n números), em que n , a dimensão do espaço, corresponde ao número de parâmetros tidos como suficientes para determinar univocamente um “ponto” do espaço¹⁵.

O primeiro passo descrito acima – a construção de novos conceitos a partir de transições contínuas entre conceitos primitivos – ainda se encontra na linha direta das considerações de Herbart. Mas não nos esqueçamos: para Herbart, a formação dos novos conceitos encontra-se ainda vinculada à representação intuitiva do conceito original e de suas variações contínuas. É em conjunto com o segundo passo, portanto, que a formulação riemanniana assume seu aspecto distintivo, que a torna peça fundamental para toda a geometria e para toda a filosofia do espaço que viriam depois. É aí que podemos ver, plenamente manifestado, o processo de abstração da geometria rumo ao formalismo matemático, e sua conseqüente ruptura com os esquemas intuitivos. A geometria dessa nova noção de espaço – sob a qual recaem muitos “espaços” diferentes – é elaborada em termos puramente simbólicos, apoiada no uso de métodos algébricos e diferenciais.

O que se obtém, assim, é uma estrutura absolutamente formal, sem referência semântica previamente estabelecida. E o que Riemann constata é: *a geometria usual do espaço físico – aquela usada para descrever a relação dita espacial entre objetos no mundo físico – não passa de um caso específico dessa estrutura mais geral*. Como conseqüência, também ela deve estar sujeita às considerações gerais que determinam a aplicabilidade de qualquer uma dessas estruturas formais a um caso concreto. De fato, a ligação entre o formalismo simbólico e sua aplicabilidade empírica encontra-se no próprio cerne do projeto riemanniano. Por paradoxal que possa parecer, a descrição de um espaço matemático *generalizado* está, para ele, vinculada à consideração das condições sob as quais um espaço – visto como conjunto de relações métricas entre pontos – *pode* assumir uma *configuração específica* qualquer. Sua indagação é: Quais

¹⁵ Eis o comentário de Scholz a esse respeito: “*Nesses casos [com mais de uma dimensão] ele admitiu a terminologia geométrica óbvia, porém drasticamente generalizada, de ponto para uma instância particular do conceito geral (variedade)*”. (colchetes meus) [Scholz, E., 1992]: pág. 23. No original: “In these cases he admitted the obvious, but drastically generalized, geometric terminology of *point* for a particular instance of the general concept (manifold).”

as condições para que um sistema específico de relações métricas (distâncias numéricas entre pontos, como é usual na física newtoniana e em qualquer geometria do espaço físico) possa ser estabelecido? Quais as suposições iniciais que devemos fazer para que essa determinação seja possível, e qual o quadro matemático mais geral dentro do qual examiná-las?

Abstração formal por um lado, realização empírica por outro: o duplo movimento de que falamos acima, como característico da evolução da geometria no século XIX, mostra-se em Riemann plenamente operante. Em Riemann, mais do que isso, ele se torna transparente, verdadeira força motriz de seu pensamento. Por isso, vale a pena observar mais de perto a maneira como ambas as tendências se ligam em sua obra fundamental.

1.4. Geometria riemanniana: a estrutura matemática do espaço

Vimos que, para Riemann, um “espaço” apresenta-se como conjunto de “pontos”. Cada ponto é pensado como um conjunto completo de determinações, segundo quaisquer parâmetros, de certo conceito inicial que, no entanto, já não importa mais considerar em sua natureza específica, senão apenas em sua estrutura matemática¹⁶. Cada um desses parâmetros, por sua vez, deve poder variar continuamente, de maneira independente. As transições contínuas em um parâmetro podem ser pensadas como deslocamentos em um espaço unidimensional. No caso de haver n parâmetros, surgem os espaços ditos n -dimensionais.

Seria interessante, agora (e no caso do espaço empírico da física, pareceria mesmo necessário), possuir uma noção de distância entre dois pontos quaisquer¹⁷. Em

¹⁶ Por exemplo: O conceito de cor, com suas diversas determinações – tonalidade, saturação e brilho, no sistema HSB (*hue, saturation and brightness*) –, permitirá a construção de um “espaço” de cores; cada um dos três parâmetros considerados tem de poder ser expresso numericamente; cada “ponto” do espaço, então, corresponde a uma determinação completa do conceito, ou seja, a uma tripla de números.

¹⁷ Matematicamente, isso significa: possuir uma “função distância”, que associe a qualquer par de pontos um número real (sua distância). Mais especificamente, o que se procura é uma função $f: E \times E \rightarrow \mathbb{R}$ (em que “E” indica o espaço em questão e “R” indica o conjunto dos números reais) capaz de obedecer a certas condições normalmente tidas como adequadas a um conceito de “distância”, tais como: $f(p_1, p_2) \geq 0$, para quaisquer pontos p_1 e p_2 (a distância entre dois pontos é sempre maior do que zero); $f(p_1, p_2) = f(p_2, p_1)$ (simetria); $f(p_1, p_2) + f(p_2, p_3) \geq f(p_1, p_3)$ (lei triangular).

outras palavras, seria recomendável (útil para várias aplicações) *metrizar* o espaço, ou seja, dotar-lhe de uma *métrica*. Como fazê-lo? E mais importante ainda: O que significa, exatamente, a adoção de uma métrica? O que possibilita estabelecê-la, e quais as possibilidades que surgem?

Também para esses problemas Riemann consegue alcançar uma formulação de grande generalidade que, mais do que fornecer uma análise aguda da situação matemática e epistemológica, fornece uma ligação precisa entre ambas. Da análise do significado e das condições de aplicabilidade de uma métrica, ele deriva a generalidade matemática de seu tratamento. Por meio da generalidade matemática de seu tratamento, ele consegue desvendar as suposições implícitas que conferem significado real a uma métrica, e condicionam sua aplicabilidade. É essa abrangência de propósitos, acompanhada de um exame absolutamente rigoroso da situação, que tornam o trabalho de Riemann um marco da ciência.

O problema propriamente matemático que sua obra formula consiste no estudo das possíveis estruturas métricas que uma variedade (“espaço”) n -dimensional pode assumir, e da maneira adequada para sua descrição. Ao fazer isso, Riemann rompe com duas suposições clássicas: 1) Rompe com a limitação do conceito de espaço à sua semântica tradicional (na qual o aspecto empírico e o aspecto intuitivo não conseguiam se separar claramente, aparecendo sempre entrelaçados), por meio do desenvolvimento de certa noção mais geral de espaço, que passa a ser visto como organização “posicional” de “pontos” quaisquer (para descrever um espaço desse tipo, portanto, basta descrever formalmente quais pontos estão próximos a quais outros pontos, sem levar em conta o que são, ou a que se referem, esses pontos); 2) Rompe com a limitação da estrutura métrica do espaço (quantificação *numérica* das posições) à métrica clássica euclidiana, tida como “natural”, ou como a “verdadeira métrica” do espaço, ou ainda como a única possível, devido ao recurso àquele mesmo entrelaçamento entre intuição e experiência empírica que encontrava sua melhor resolução filosófica no sistema kantiano.

Não basta, porém, supor que diferentes métricas (e métricas diferentes da métrica euclidiana usual) são possíveis para um espaço qualquer. É necessário encontrar uma nova maneira de descrever e sistematizar o estudo dessas novas métricas, segundo um ponto de vista matemático. A abordagem de Riemann para essa questão é igualmente inovadora.

Tratemos de explicitar, com um pouco mais de detalhes, a dificuldade com que ele teve de lidar. Essa dificuldade pode ser formulada da seguinte maneira. Considere-se uma variedade qualquer em sua organização topológica, suposta como previamente dada (sua organização em termos da posição relativa, *não-quantitativa*, entre os diferentes pontos que a constituem¹⁸). A essa estrutura topológica deseja-se acrescentar uma estrutura métrica, compatível com ela (por estrutura métrica entende-se, como já observamos acima, uma estrutura que permita a quantificação, por meio de números, da distância entre os pontos). Como fazê-lo?

O primeiro passo de Riemann é relativamente simples. Trata-se de mostrar que, em uma variedade n -dimensional contínua do tipo que ele vinha considerando, cada ponto pode ser descrito, de maneira unívoca, por uma n -upla de números reais¹⁹. Esse passo equivale à introdução de coordenadas generalizadas²⁰. Como já enfatizamos, é precisamente nesse ponto que a idéia de variedade ganha autonomia, pois se desprende da formulação inicial em termos de um conceito e suas diferentes determinações; o que importa, agora, é a estrutura abstrata (matemática) da variedade, descrita abstratamente por coordenadas numéricas, e não a natureza específica daquilo que essa variedade modela.

A introdução de coordenadas reais, além do mais, garante a base para a introdução de uma métrica na variedade, ao estabelecer uma métrica ao longo dos próprios eixos coordenados (uma distância numérica pode agora ser atribuída a qualquer par de pontos sobre um desses eixos, correspondente à diferença no valor da

¹⁸ A clara distinção entre organização topológica e organização métrica de um sistema de pontos é outra das novidades introduzidas por Riemann.

¹⁹ O tipo de variedade que Riemann considera são aquelas com uma topologia isomórfica à do espaço euclidiano n -dimensional. Qualquer variedade desse tipo admite a descrição de seus pontos por meio de n -uplas de números reais; no entanto, nem toda descrição por meio de n -uplas de números reais será admissível, mas apenas aquelas que preservam o referido isomorfismo topológico. Mais especificamente, a correspondência biunívoca entre os pontos da variedade e as n -uplas de números reais tem de ser dada por uma função “contínua” entre a variedade em questão e o espaço euclidiano n -dimensional; continuidade, aqui, é um conceito exclusivamente topológico (anterior, portanto, a qualquer métrica), que está bem definido entre a topologia que caracteriza a variedade e a topologia usual do espaço euclidiano.

Essa restrição equivale, na verdade, a uma primeira delimitação do objeto matemático (“variedade”, “geometria de Riemann”) que Riemann está construindo. Trata-se de uma delimitação referente à estrutura topológica do objeto; outras delimitações, relativas à sua estrutura métrica, serão introduzidas. Iremos examiná-las logo a seguir.

²⁰ Vale a pena observar que, no tipo de estrutura considerada, o sistema de coordenadas nunca é único; para uma variedade n -dimensional qualquer, é sempre possível introduzir diferentes sistemas de n coordenadas, igualmente aptos a descrever seus pontos. É possível ainda passar de um sistema de coordenadas para outro, assim como em geometria euclidiana se passa de coordenadas cartesianas para coordenadas esféricas; chama-se a esse procedimento “transformação de coordenadas”, o qual associa, às coordenadas de um ponto no primeiro sistema, as coordenadas do mesmo ponto no segundo sistema.

coordenada²¹). Em certo sentido (*matemático*, mas ainda não epistemológico), a introdução da métrica dos números reais ao longo dos eixos coordenados corresponde à instituição, sobre esses eixos, de uma unidade transportável de medida. Contudo, a questão ainda está longe de ficar plenamente determinada enquanto não se especificar uma maneira de computar a distância entre dois pontos quaisquer, que difiram por mais do que uma única coordenada. Esse problema é o problema de computar distâncias segundo direções quaisquer ou, posto de outra maneira ainda, o problema de combinar a métrica das diferentes coordenadas. Na geometria euclidiana, o problema é resolvido por meio da fórmula pitagórica, válida tanto no âmbito infinitesimal ($ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$) quanto no âmbito de distâncias finitas quaisquer ($\Delta s^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2$). No caso geral, porém, nada força a assumir essa fórmula.

Para abordar a questão de um ponto de vista que lhe pareceu mais vantajoso, Riemann adotou alguns pressupostos. São esses pressupostos – aparentemente muito bem escolhidos, considerada a ampla aplicabilidade da estrutura resultante – que caracterizam a chamada “geometria riemanniana”. Eis o que ele propõe: 1) Tratar a métrica do ponto de vista infinitesimal, ou seja, tomar como ponto de partida apenas as distâncias diferenciais ds entre um ponto qualquer P e outros pontos infinitamente próximos; as distâncias finitas, então, ficam estabelecidas por meio da integração do diferencial ds (é esse aspecto que caracteriza a geometria de Riemann como uma geometria diferencial); 2) as quantidades diferenciais ds devem depender, para cada ponto, apenas das coordenadas do ponto e dos diferenciais dessas coordenadas²² (ou seja, a distância entre pontos vizinhos é uma propriedade local que não deve depender do que ocorre em outras partes da variedade); 3) a fórmula para ds deve variar continuamente como função das coordenadas (ou seja, não há saltos na estrutura da métrica); 4) as distâncias infinitesimais entre pontos são quantidades bem definidas que independem do sistema de coordenadas usado (ou seja, a quantidade ds deve ser invariante sob transformações de coordenadas²³); 5) a distância infinitesimal ds deve variar de modo linear com relação à variação simultânea dos diferenciais das coordenadas (esse último pressuposto tem o efeito de tornar a métrica da variedade

²¹ Na verdade, distâncias podem agora ser atribuídas a quaisquer dois pontos que difiram no valor de uma única coordenada.

²² Matematicamente, isso quer dizer que a distância entre um ponto $P = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ e outro ponto infinitamente próximo $P' = (x_1+dx_1, x_2+dx_2, \dots, x_n+dx_n)$ deve ser uma função que envolve somente as coordenadas $x_1, x_2, \dots, x_n$ e os diferenciais $dx_1, dx_2, \dots, dx_n$.

²³ Ver nota 20 acima.

localmente euclidiana, ou seja, regiões infinitamente pequenas aproximam-se de um espaço euclidiano n -dimensional comum, sem curvatura).

As exigências acima podem ser resumidas, do ponto de vista matemático, do seguinte modo: A quantidade diferencial ds^2 é uma forma quadrática positiva definida dos diferenciais das coordenadas, que varia continuamente com as coordenadas, e é invariante sob transformação de coordenadas. Esse problema consegue obter sua expressão matemática mais geral por meio do chamado “tensor métrico” (tensor covariante de segunda ordem e dimensão n , expresso por uma matriz $n \times n$ em que as entradas são funções das coordenadas). Trata-se de uma entidade algébrica (sujeita a regras algébricas de manipulação) capaz de incorporar toda a descrição da métrica de uma variedade.

1.5. Geometria riemanniana: a transparência epistemológica

Toda essa abordagem matemática, porém, encontra-se motivada e condicionada por um problema que é essencialmente epistemológico. Logo no início da obra, Riemann introduz uma série de considerações importantíssimas, que fazem do seguinte trecho um momento de rara concentração teórica na história da matemática e da filosofia, que vale a pena citar na íntegra:

“Partes específicas de uma variedade, distinguidas por uma característica ou por uma fronteira, chamam-se quanta. Sua comparação, segundo a quantidade, ocorre por meio de contagem, no caso de grandezas discretas, e por meio de medição, no caso de grandezas contínuas. A medição consiste na sobreposição das grandezas a comparar; para medir, portanto, é necessária uma maneira de trazer uma grandeza, usada como padrão de medida, sobre as outras. Sem isso, é possível comparar duas grandezas somente quando uma é parte da outra, e mesmo assim só se poderá decidir qual é maior ou menor, mas não o quão maior ou menor. A investigação que, nesse caso, pode realizar-se a seu respeito, constitui uma parte geral da teoria

*das grandezas que independente de qualquer determinação de medida; nela, as grandezas não são consideradas como existindo independentemente do lugar, nem como expressáveis em termos de uma unidade, mas como regiões de uma variedade.”*²⁴ (sublinhados meus)

Ao mencionar o tipo de investigação que, em uma variedade, pode ser conduzido *sem um método de medição*, Riemann está introduzindo o moderno conceito de topologia²⁵. Embora ele próprio nunca viesse a seguir essa linha de pesquisa, lamenta que outros matemáticos ainda não tenham avançado na direção indicada, e sugere algumas possíveis aplicações de um estudo desse tipo. Suas sugestões não tardarão a surtir efeito. Na virada para o século XX, a topologia, na forma moderna, já era um campo bem estabelecido de trabalho matemático. Em sua obra de 1922, Carnap fará amplo uso de conceitos topológicos.

Riemann indica também a diferença essencial que existe, no que diz respeito às variedades, entre o caso discreto e o caso contínuo, ao estabelecer que a comparação de grandezas se dá, respectivamente, por contagem e medição. O que está indicado aqui é um fato matemático profundo, de amplas consequências para o estudo do espaço físico, e que pode ser assim resumido: Ao contrário do que acontece com grandezas discretas, que possuem uma métrica intrínseca para a sequência de seus elementos, dada por um procedimento simples de contagem, as grandezas contínuas não possuem, em geral, uma métrica intrínseca²⁶. Em outras palavras, *não há, para variedades empíricas em geral, uma noção quantitativa de distância independente de algum método de aplicação da distância*. Aqui vemos delineada a ligação fundamental entre o tratamento matemático que Riemann oferece para a situação – cuja linha básica nós examinamos na seção anterior – e as considerações epistemológicas que o motivam e condicionam.

²⁴ [Riemann, 1854]: pág. 274. No original: “Bestimmte, durch ein Merkmal oder eine Grenze unterschiedene Theile einer Mannigfaltigkeit heissen Quanta. Ihre Vergleichung der Quantität nach geschieht bei den discreten Grössen durch Zählung, bei den stetigen durch Messung. Das Messen besteht in einem Aufeinanderlegen der zu vergleichenden Grössen; zum Messen wird also ein Mittel erfordert, die eine Grösse als Massstab für die andere fortzutragen. Fehlt dieses, so kann man zwei Grössen nur vergleichen, wenn die eine ein Theil der andere ist, und auch dann nur als Mehr oder Minder, nicht das Wieviel entscheiden. Die Untersuchungen, welche sich in diesem Falle über sie anstellen lassen, bilden einen allgemeinen von Massbestimmungen unabhängigen Theil der Grössenlehre, wo die Grössen nicht als unabhängig von der Lage existirend und nicht durch eine Einheit ausdrückbar, sondern als Gebiete in einer Mannigfaltigkeit betrachtet werden”.

²⁵ Ver nota 18 acima.

²⁶ A esse respeito, ver a excelente discussão em [Grünbaum, 1973], seções 1-b a 1-e. Ver também nota 50 abaixo.

Mais adiante, após ter desenvolvido a parte matemática de sua obra, Riemann prossegue:

*“No curso das investigações acima, em primeiro lugar, foram distinguidas as relações métricas das relações de extensão ou região, sendo descoberto que, para as mesmas relações de extensão, são concebíveis diferentes relações métricas; procurou-se então encontrar os sistemas de medições (Massbestimmungen) mais simples por meio das quais as relações métricas do espaço ficam plenamente determinadas (...); resta agora tratar da questão sobre como, em que grau e em que regiões esses pressupostos serão garantidos pela experiência.”*²⁷

Algumas páginas depois, conclui:

*“A questão acerca da validade dos pressupostos da geometria no infinitamente pequeno está ligada à questão acerca do fundamento intrínseco das relações métricas do espaço. Em relação a esta última questão, que bem deve ser incluída como parte da teoria dos espaços, é que se aplica a observação acima, segundo a qual, em uma variedade discreta, as relações métricas já se encontram contidas no próprio conceito da variedade, mas em uma variedade contínua precisam ser trazidas de algum outro lugar.”*²⁸

Riemann está chamando a atenção, novamente, para a seguinte circunstância: Espaços discretos possuem uma métrica intrínseca, dada pela contagem; espaços contínuos não possuem uma métrica intrínseca. Esse fato pode agora ser compreendido em toda a sua abrangência, em seu aspecto matemático e em seu aspecto

²⁷ [Riemann, 1854]: pág. 283-4. No original: “Im Laufe der bisherigen Betrachtungen wurden zunächst die Ausdehnungs- oder Gebietsverhältnisse von den Massverhältnissen gesondert, und gefunden, dass bei denselben Ausdehnungsverhältnissen verschiedene Massverhältnissen denkbar sind; es wurden dann die Systeme einfacher Massbestimmungen aufgesucht, durch welche die Massverhältnisse des Raumes völlig bestimmt sind (...); es bleibt nun die Frage zu erörtern, wie, in welchem Grade und in welchem Umfange diese Voraussetzungen durch die Erfahrung verbürgt werden”.

²⁸ [Riemann, 1854]: pág. 285-6. No original: “Die Frage über die Gültigkeit der Voraussetzungen der Geometrie im Unendlichkleinen hängt zusammen mit der Frage nach dem innern Grunde der Massverhältnisse des Raumes. Bei dieser Frage, welche wohl noch zur Lehre vom Raume gerechnet werden darf, kommt die obige Bemerkung zur Anwendung, dass bei einer discreten Mannigfaltigkeit das Princip der Massverhältnisse schon in dem Begriffe dieser Mannigfaltigkeit enthalten ist, bei einer stetigen aber anders woher hinzukommen muss”.

epistemológico, ambos intimamente relacionados. Do ponto de vista matemático, ele significa que existem diferentes relações métricas possíveis para uma variedade contínua, todas devidamente compatíveis com uma dada topologia (*“para as mesmas relações de extensão, são concebíveis diferentes relações métricas”*). Mas o que Riemann destaca, nas passagens acima, é a necessidade de fazer a seguinte pergunta: Se são possíveis diferentes métricas para uma variedade, como determinar qual delas se aplica a um caso concreto? Daí dizermos que a análise epistemológica da situação é promovida pelo resultado matemático. Daí dizermos, também, que a generalidade matemática do tratamento está escorada na consideração epistemológica da situação. A análise epistemológica é quase imposta diante da constatação matemática de que são muitas as estruturas métricas formais compatíveis com uma organização espacial topológica qualquer; e a análise matemática é motivada pela constatação epistemológica de que, para que o conceito de métrica possa fazer algum sentido empírico em variedades contínuas, é necessário examinar a estrutura abstrata da medição, como transporte de unidades métricas segundo direções arbitrárias.

Pois suponhamos que seja dada, *empiricamente*, certa variedade. Diferentes métricas são possíveis para ela, todas compatíveis com sua topologia. Esse é o resultado matemático. Para determinar uma métrica específica – para que o conceito de métrica faça mesmo algum sentido, do ponto de vista empírico –, portanto, é necessário dispor de algum procedimento de medição (a métrica precisa *“ser trazida de algum outro lugar”*). Somente um procedimento de medição permitirá investigar, de acordo com resultados empiricamente sustentáveis, a variedade em questão.

Essas considerações são válidas de maneira bastante geral: os “espaços” e “medições” em questão podem ser dos mais variados tipos. Existe, porém, um exemplo de variedade que merece, por sua importância para todo nosso sistema de descrição do mundo, atenção especial: o espaço físico. De fato, é para o estudo do espaço físico que toda a discussão de Riemann está voltada. A estrutura abstrata por ele vislumbrada, a “geometria riemanniana”, busca ser um instrumento adequado para captar justamente essa geometria em sentido primitivo e essencial²⁹. O resultado mais profundo de sua

²⁹ Se os pressupostos da geometria riemanniana são ou não adequados à descrição do espaço físico, isso é tema que, segundo o próprio Riemann, só a investigação empírica pode decidir (*“resta agora tratar da questão sobre como, em que grau e em que regiões esses pressupostos serão garantidos pela experiência”*). Um ponto particularmente relevante da questão é a suposição de linearidade (ver seção anterior, pressuposto 5). Essa suposição de linearidade combina-se particularmente bem com os métodos e princípios da física matemática moderna, que trabalha com equações diferenciais e a propagação local

abordagem, desse modo, é a distinção muito clara entre uma geometria matemática abstrata (descrição da estrutura matemática das “variedades”) e uma geometria física (aplicação dessa estrutura ao estudo empírico do espaço físico). O problema central que surge é o de determinar, de um ponto de vista empírico, a métrica do espaço físico³⁰.

Em sua obra, Riemann desenvolve a moldura matemático-teórica do problema, expõe algumas de suas condicionantes epistemológicas essenciais, mas não desenvolve a indagação além desse ponto. Limita-se a indicar a necessidade de estudar a geometria física segundo métodos empíricos, e a manifestar sua esperança de que os pressupostos adotados em sua abordagem se mostrem adequados a essa tarefa. Coube a dois outros pensadores do século XIX desenvolver essa questão mais diretamente: H. Helmholtz e H. Poincaré.

Não é difícil perceber as dificuldades que se impõem a uma abordagem empírica para a geometria física. O problema central, há muito conhecido, reside no seguinte fato: Não é possível fixar um ponto do espaço físico vazio; nem é possível referir-se a um ponto desse espaço por si mesmo³¹. Como, então, realizar medições *do* espaço, e não simplesmente *no* espaço? Qual o sentido de medições desse tipo? Em outras

(continua) de efeitos. A esse respeito, Weyl comenta: “*A fecundidade do princípio que, no cálculo diferencial, na física da propagação local de efeitos (“Nahewirkungsphysik”) e na geometria riemanniana conduziu a avanços notáveis reside nisso: compreender o mundo, segundo sua forma e conteúdo, a partir de seu comportamento no infinitamente pequeno, precisamente na medida em que todos os problemas são, por meio da recondução ao infinitamente pequeno, linearizados.*” [Weyl, 1923]: pág. 9 – destaque final do próprio autor. No original: “Es beruht ja die Leistungsfähigkeit des in der Differentialrechnung, der Nahewirkungsphysik und der Riemannschen Geometrie zum Durchbruch kommenden Prinzips: die Welt nach Form und Inhalt aus ihrem Verhalten in Unendlichenkleinen zu verstehen, eben darauf, dass *alle Probleme durch den Rückgang aufs Unendlichkleine linearisiert werden.*”

³⁰ É por se basear diretamente no conceito de métrica, por oferecer uma análise matemática rigorosa das estruturas métricas, e por enfatizar a noção de medição como “*fundamento para as relações métricas do espaço*” que a geometria de Riemann conseguiu fornecer um ponto de apoio conceitualmente nítido para a indagação epistemológica acerca dos modos de determinação de que é passível a estrutura do espaço físico.

É interessante comparar, a esse respeito, a geometria de Riemann com resultados anteriores nessa área. De fato, desde finais do século XVII a geometria vinha perdendo sua posição como paradigma de ciência racional, e isso por uma série de fatores (ver [Houzel:1992]). Diferentes estruturas geométricas não-euclidianas começaram a ser estudadas (por exemplo, por Gauss, Lobatchevski e Bolyai), e muitos dos principais geômetras principiaram a ver elementos empíricos em sua ciência. Gauss chegou mesmo a medir a soma dos ângulos internos de um grande triângulo formado pelos cumes de três montanhas, para verificar se essa soma seria mesmo igual a dois ângulos retos, como previsto pela geometria euclidiana (na geometria esférica, a soma é maior, e na hiperbólica, menor do que dois ângulos retos). No entanto, as abordagens para a geometria não-euclidiana permaneciam atadas ao esquema axiomático tradicional, sendo baseadas na rejeição do quinto postulado de Euclides e sua substituição por uma das possíveis negações por ele admitidas. Como consequência, o escopo e generalidade da análise, bem como a nitidez das questões epistemológicas envolvidas, ficavam bastante reduzidos.

³¹ Essa circunstância veio a ser amplamente discutida, por exemplo, em três artigos publicados por Ernest Mach em 1901, 1902 e 1903 na revista *The Monist*, posteriormente incorporados à sua obra clássica *Erkenntnis und Irrtum* (1905) e republicados à parte em [Mach, 1906].

palavras: Como medições *no* espaço podem traduzir-se em medições *do* espaço, e qual o significado dessa tradução?

É possível conceber diferentes abordagens para esse problema. No entanto, todas elas necessitam, em algum momento, dar conta do comportamento dos corpos no espaço. Em certo sentido, toda medição *no* espaço deve ser referida, em última instância, a uma medição de *corpos* no espaço³². Ainda mais especificamente, pode-se afirmar que toda medição no espaço é uma medição *de* corpos, feita *por meio de* corpos. Ressalta aqui, portanto, a importância do conceito de *congruência* – coincidência pontual entre corpos – como base para quaisquer medições. Em sua discussão fundamental dos resultados de Riemann, Helmholtz assinala justamente esse ponto:

*“Mas não devemos esquecer aqui que todas as medições geométricas baseiam-se, em última instância, no princípio de congruência. Nós medimos a separação entre pontos ao trazer sobre eles um compasso, régua ou trena. E medimos ângulos ao apoiar, sobre o vértice do ângulo, um transferidor ou teodolito.”*³³

Ao comentar essa passagem, em edição comemorativa do centenário de Helmholtz em 1921, Schlick destaca com as seguintes palavras sua relevância:

“A ‘congruência’ é estabelecida pela observação da coincidência entre pontos materiais. Todas as medições físicas podem ser reduzidas a esse mesmo princípio, pois a leitura de qualquer de nossos instrumentos é feita com o auxílio da coincidência entre partes móveis com os pontos de uma escala etc. A proposição de Helmholtz pode ser estendida, portanto, à seguinte verdade: absolutamente nenhuma ocorrência pode ser fisicamente afirmada a não ser a coincidência entre pontos. Desse fato Einstein extraiu a conclusão lógica de que todas as leis físicas

³² Uma versão mais forte dessa afirmação é: *Apenas* o espaço materialmente preenchido pode revelar plenamente suas características métricas. A estratégia, nesse caso, reside em preencher materialmente o espaço para identificar os seus pontos e, assim, medir a distância entre eles.

³³ [Helmholtz: 1868a], pág. 18. Na tradução inglesa que usamos como base da nossa: “But we should not forget here, that all geometrical measurements rest ultimately on the principle of congruence. We measure separations between points by moving a pair of dividers or measuring rod or measuring chain up to them. We measure angles by bringing a protractor or theodolite up to the vertex of the angle”.

*devem conter, basicamente, apenas afirmações a respeito de tais coincidências.”*³⁴

Em seus dois escritos de 1868 sobre geometria – *Über den Ursprung und die Bedeutung der geometrischen Axiome*³⁵ (Sobre a origem e significado dos axiomas geométricos) e *Über die Tatsachen, die der Geometrie zugrunde liegen*³⁶ (Sobre os fatos que servem de base à geometria – o título é uma referência explícita à obra de Riemann) –, Helmholtz realizou uma análise abrangente, no que concerne ao estudo do espaço físico, da situação epistemológica que deveria resultar dos avanços na fundamentação lógica e matemática da geometria. Sua principal contribuição talvez tenha sido a utilização, pela primeira vez de maneira sistemática, do seguinte método: Para examinar as possíveis métricas do espaço físico, e para estabelecer a possível maneira de verificá-las empiricamente, Helmholtz imagina o conjunto de dados sensíveis que experimentaríamos em espaços com diferentes métricas. De certo modo, o que Helmholtz propõe é uma descrição fenomenológica da experiência em espaços com métrica não-euclidiana, para mostrar que tais descrições são, sim, compatíveis com a estrutura de nosso aparato cognitivo, e que a essas métricas correspondem, sim, intuições (dados sensíveis) possíveis. Uma abordagem desse tipo tem óbvios reflexos para a reavaliação da moldura kantiana.

Cabe ainda mencionar um resultado matemático importante capaz de conectar, de maneira abrangente, o tipo de métrica de um espaço com o comportamento de corpos nesse espaço. Esse resultado já havia sido indicado por Riemann, mas teve seu significado epistemológico enfatizado nas pesquisas de Helmholtz. Devemos começar por observar que, em uma variedade riemanniana qualquer, as relações de distância que valem entre os pontos de determinada região da variedade não valem, necessariamente, para outras regiões³⁷. No caso do espaço físico, esse fato parece ter a seguinte tradução:

³⁴ [Schlick, 1921]: pág. 33-4 (nota 39 a [Helmholtz: 1868a]). Na tradução inglesa que usamos como base da nossa: “‘Congruence’ is established by observing the coincidence of material points. All physical measurements can be reduced to this same principle, since any reading of any of our instruments is brought about with the help of coincidences of movable parts with points on a scale, etc. Helmholtz’ proposition can therefore be extended to the truth that no occurrences whatsoever can be ascertained physically other than meetings of points, and from this Einstein has logically drawn the conclusion that all physical laws should contain basically only statements about such coincidences”.

³⁵ [Helmholtz: 1868a]

³⁶ [Helmholtz: 1868b]

³⁷ Mais precisamente: no caso geral, pode não haver um isomorfismo métrico entre duas regiões do espaço; por isomorfismo métrico queremos indicar uma função biunívoca contínua, dos pontos de uma região (A) nos pontos da outra região (B), capaz de preservar as relações métricas, ou seja, uma função biunívoca $f: A \rightarrow B$ tal que $d(a_1, a_2) = d(f(a_1), f(a_2))$, para quaisquer pontos a_1 e a_2 da região A.

corpos que estão em uma região do espaço não poderiam mover-se livremente para outras regiões do espaço que não fossem metricamente isomorfas à primeira, sem sofrer distorções³⁸. O que está em jogo, portanto, é a “livre” mobilidade dos corpos: em espaços de métrica irregular, ela não seria possível.

Há, porém, uma classe de espaços riemannianos para os quais essa dificuldade não se coloca. Trata-se de um tipo específico de variedade em que as relações métricas são suficientemente uniformes para garantir que qualquer figura do espaço possa se encaixar em qualquer outra parte do espaço. São os chamados “espaços de curvatura constante”, espaços em que o valor da curvatura³⁹ é igual em todos os pontos. Há três subespécies desse tipo de espaço: os esféricos (curvatura constante maior do que zero), os pseudo-esféricos (curvatura constante menor do que zero) e o euclidiano (curvatura constante igual a zero). De certo modo, portanto, é possível classificar os espaços, matematicamente, segundo uma ordem decrescente de complexidade (e generalidade): espaços com métrica de Riemann qualquer; espaços com curvatura constante; espaços euclidianos (curvatura constante nula).

Essas considerações podem ser combinadas, agora, com o seguinte *dado empírico*, verificado cotidianamente (em que medida esse é um dado empírico, será justamente o ponto delicado a discutir): Corpos no espaço físico parecem ter absoluta mobilidade, ou seja, podem deslocar-se livremente, *sem sofrer distorções*. Essa constatação, em princípio aceita por Riemann, levou-o a concluir que o espaço físico deveria ter curvatura constante. A questão relevante seria determinar, por meios empíricos, qual o valor dessa curvatura⁴⁰.

³⁸ Um corpo “encaixa-se” na região do espaço em que se encontra, preenchendo materialmente essa região; as relações de distância entre os *pontos materiais* do corpo são, portanto, iguais às relações de distância entre os pontos do espaço que ele ocupa. (Tem-se aqui, nesse sentido, uma consequência do princípio segundo o qual o estudo do espaço baseia-se no estudo do comportamento dos corpos no espaço: a idéia é transformar o espaço vazio em espaço materialmente preenchido, no qual os pontos ficam materialmente identificados e sobre o qual, portanto, é possível realizar medições.)

Acabamos de ver, porém, que em diferentes regiões do espaço o sistema de distâncias entre pontos pode ser completamente diferente; desse modo, o corpo em questão não conseguiria “encaixar-se” nessas outras regiões, e só poderia deslocar-se até elas caso alterasse a relação de distância entre seus próprios pontos materiais, ou seja, caso passasse por algum tipo de alteração mecânica (contração e expansão de suas partes).

³⁹ A curvatura (especificada para cada ponto) é uma quantidade que mede o quanto a métrica de uma região (em torno do ponto) afasta-se da métrica euclidiana.

⁴⁰ Determinar se a curvatura é igual a zero, como sempre se havia acreditado (espaço euclidiano), ou diferente de zero. Os experimentos mais simples para determinar a curvatura de um espaço de curvatura constante envolvem a medição dos ângulos internos de um triângulo (igual a dois ângulos retos somente no caso da métrica euclidiana) ou a medição da relação entre o perímetro e o diâmetro de uma circunferência (igual a π somente no caso da métrica euclidiana). Vale observar que os resultados

Helmholtz parece ter adotado essa mesma opinião, na qual baseia muitas vezes, explicitamente, sua abordagem. Por outro lado, o método de imaginação dos possíveis dados sensíveis correspondentes a diferentes métricas espaciais, sobre o qual falamos mais acima, aponta aqui em direção um pouco diversa. Em seu clássico exemplo do espelho convexo, Helmholtz mostra como o mesmo conjunto de dados sensíveis pode ser *interpretado* de dois modos diferentes, resultando em duas métricas distintas. Tanto no mundo real como em sua imagem no espelho convexo, os fatos observáveis – inclusive medições de distância por meio de réguas – são rigorosamente os mesmos. Se atribuímos uma métrica euclidiana ao nosso espaço físico e uma métrica esférica ao espaço do espelho, é somente porque consideramos que as nossas réguas são corpos rígidos, ao contrário dessas *mesmas* réguas (suas imagens) no espelho, que nos parecem diminuir de tamanho progressivamente conforme se aproximam da borda. A situação, porém, é completamente simétrica. Um “habitante” do espelho poderia igualmente bem considerar as *suas* réguas como rígidas e atribuir uma métrica euclidiana aos fatos do espelho, e considerar que as réguas do mundo real (suas imagens) é que mudam de tamanho. Nosso mundo é que teria, nesse caso, uma métrica esférica.

A questão central, é claro, está em estabelecer algum significado empírico palpável para o termo “corpo rígido”. Somente a partir daí faz sentido falar em “livre mobilidade” dos corpos, como aquela possibilidade que os corpos *rígidos* têm de se moverem pelo espaço sem sofrer distorções. Corpos rígidos, segundo uma definição geral, seriam aqueles que não mudam de tamanho. Por isso mesmo, são esses os corpos que podemos usar para medir outros corpos e distâncias. Por um lado, portanto, os corpos rígidos são aqueles dos quais depende qualquer possibilidade de medição; por outro lado, parece que só poderíamos falar propriamente em corpos rígidos após constatar que eles têm sempre a mesma medida, ou seja, após medi-los. O círculo vicioso envolvido nessas considerações é, infelizmente, bastante nítido.

Helmholtz percebeu, assim, a presença de um elemento, na definição de qualquer métrica para o espaço físico, que teria de escapar tanto à lógica como à pura epistemologia do espaço. Eis como ele resume a situação:

experimentais obtidos no século XIX, dentro dos limites de precisão técnica da época, não constataavam nenhum desvio relevante, da curvatura, em relação ao valor nulo. Assim, essas experiências pareciam indicar que métrica do espaço seria mesmo, afinal de contas, a antiga métrica euclidiana.

*“Finalmente, desejo ainda ressaltar que os axiomas da geometria não são, certamente, proposições pertencentes exclusivamente à pura teoria do espaço. (...) Nós não temos nenhum critério para a rigidez de corpos e estruturas espaciais a não ser o fato de que, quando postos um sobre o outro, a qualquer momento, em qualquer lugar e após qualquer rotação, eles mostram novamente a mesma congruência de antes. Mas certamente não podemos decidir, de maneira puramente geométrica, sem introduzir considerações mecânicas, se os próprios corpos sobrepostos não mudaram, um da mesma maneira que o outro.”*⁴¹

A cláusula restritiva que Helmholtz faz questão de introduzir nas considerações acima (*“sem introduzir considerações mecânicas”*) mostra bem onde ele acreditava poder buscar os elementos (empíricos) para o estabelecimento da métrica do espaço. Embora, de um ponto de vista rigorosamente lógico, não seja possível decidir entre interpretações diferentes para os mesmos dados, do ponto de vista físico a distinção poderia ficar – ao menos essa parece ter sido a esperança de Helmholtz – suficientemente clara. Considerações semelhantes aplicam-se à discussão da livre mobilidade dos corpos rígidos no espaço; e é nesse sentido que Helmholtz desejava considerar a livre mobilidade no espaço, apesar das dificuldades apontadas com o conceito de “corpo rígido”, como um fato empírico⁴².

Helmholtz deslocava-se, portanto, entre a consideração de um espaço matemático abstrato, cuja estrutura havia sido descrita por Riemann⁴³, e a tentativa de

⁴¹ [Helmholtz, 1868a]: pág. 24. Na tradução inglesa que usamos como base para a nossa: “I wish finally to stress further, that the axioms of geometry are certainly not propositions belonging to the pure theory of space alone. (...) Now we have no criterion for the fixity of bodies and spatial structures other than that when applied to one another at any time, in any place and after any rotation, they always show again the same congruence as before. But we certainly cannot decide in a purely geometrical way, without bringing in mechanical considerations, whether the bodies applied to each other have not themselves both changed in the same manner”.

⁴² Eis por que Mittelstaedt, por exemplo, considera a posição de Helmholtz (bem como a de Riemann) relativamente ao espaço físico como “empirista”. Ver [Mittelstaedt, 1963]: seção 2.3. A esse respeito, Schlick comenta: “Helmholtz fala do nosso espaço ‘realmente existente’; ele nunca duvidou de que o espaço físico não era uma mera construção mental, parcialmente arbitrária, mas sim algo real, cujas propriedades podem ser estabelecidas por observação.” [Schlick, 1921]: pág. 30 (nota 26 a [Helmholtz: 1868a]). Na tradução inglesa que usamos como base para a nossa: “Helmholtz speaks of our ‘in fact existing’ space; he never doubted that physical space is not merely a partially arbitrary mental construction, but something actual, whose properties can be ascertained by observation.”

Para um exame mais detalhado das posições de Helmholtz, consultar [Cahan, 1993], em especial o artigo de Robert DiSalle, “Helmholtz’s Empiricist Philosophy of Mathematics: Between Laws of Perception and Laws of Nature”, pág. 498.

⁴³ O próprio Helmholtz alega ter chegado, de modo independente, a conclusões matemáticas muito semelhantes às de Riemann, por meio da consideração detalhada do problema (sua exposição, de fato, é

encontrar bases empíricas sólidas para a medição do espaço físico. Quem enfatizou o elemento absolutamente arbitrário da geometria física foi Poincaré. Principalmente em *Science et l'Hypothèse*⁴⁴ e *La Valeur de la Science*⁴⁵, ele desenvolve uma posição que pode ser resumida nos seguintes pontos⁴⁶:

1) A geometria (os axiomas da geometria) não consiste de proposições auto-evidentes. Trata-se aqui de um movimento de sabor “anti-kantiano”⁴⁷, segundo o qual não seria possível apelar para nenhuma forma de “intuição espacial” capaz de fundamentar os axiomas da geometria euclidiana (em particular, o quinto postulado) em detrimento de outros axiomas não-euclidianos; a geometria euclidiana, portanto, não pode ser estabelecida com base em nenhuma evidência intuitiva.

2) A geometria também não é uma ciência empírica, cujos axiomas possam ser fundamentados com base na experiência. Poincaré emprega, no tratamento dessa questão, o mesmo método anteriormente utilizado por Helmholtz. Para mostrar a ambigüidade na interpretação dos dados geométricos empíricos, ele constrói modelos intuitivos para geometrias espaciais não-euclidianas e mostra como diferentes interpretações de um mesmo conjunto de impressões sensíveis são intercambiáveis, dependendo do método de medição que se adote (ou seja, dependendo do conceito de “corpo rígido” que se adote)⁴⁸.

3) A geometria projetiva, portanto, é uma teoria axiomática abstrata (matemática) que define seus objetos (pontos, retas, planos etc.), bem como as relações entre eles (intersecção, estar sobre etc.), por meio de certos axiomas, em relação aos quais cabe exigir apenas a ausência de contradições internas (consistência do conjunto de axiomas). A geometria métrica é igualmente uma teoria matemática abstrata, cuja moldura analítica básica deve ser encontrada no sistema de geometria diferencial elaborado por Riemann.

matematicamente mais cuidadosa e completa que a de Riemann). Não hesita em reconhecer, contudo, a prioridade do colega, que teria obtido e publicado com antecedência seus resultados.

⁴⁴ [Poincaré, 1902]

⁴⁵ [Poincaré, 1905]

⁴⁶ Ver também [Mittelstaedt: 1963], seção 2.4.

⁴⁷ As relações entre a filosofia de Poincaré e Kant, no entanto, são bastante complexas, na medida em que Poincaré reconhecia um lugar central para a intuição na matemática, ou pelo menos na aritmética, ciência na qual o princípio de indução matemática desempenharia o verdadeiro papel de uma proposição sintética *a priori*.

⁴⁸ Em sua discussão clássica, ele mostra a simetria que pode haver entre a métrica interna de uma esfera (o globo terrestre, por exemplo) e a métrica externa a essa mesma esfera (o restante do universo). A estratégia, como se vê, lembra a de Helmholtz, ao mostrar a simetria entre o mundo real e sua imagem no espelho convexo.

4) A descrição do espaço físico (geometria física) consiste em estabelecer a ligação dessas estruturas matemáticas abstratas com o mundo físico. No caso axiomático-projetivo, isso é feito pela escolha de classes de elementos (pontos, retas etc.) que correspondem aos termos primitivos presentes nos axiomas; no caso métrico, é necessário fixar as “distâncias” por meio da adoção arbitrária de um método de medição, correspondente à escolha arbitrária de uma classe de corpos “rígidos”.

5) Como consequência, não faz sentido perguntar pela “verdadeira” geometria, seja como ciência matemática ou mesmo como ciência do espaço físico. Como matemática, ela corresponde a uma ampla gama de estruturas matematicamente possíveis⁴⁹. Como ciência do espaço físico, a geometria baseia-se em convenções, pois são certas convenções a respeito do método de medição (ou a respeito da classe dos corpos rígidos) que fornecem a única ligação que pode haver entre o sistema matemático e a realidade empírica.

Eis, portanto, o elemento “convencionalista” na posição de Poincaré a respeito da geometria física. Para ele, o elemento convencional da geometria empírica surge como consequência necessária da situação lógica e epistemológica do estudo do espaço⁵⁰. No entanto, Poincaré complementa sua análise lógico-epistemológica por meio de uma posição metodológica que poderíamos descrever como pragmática. Ele é

⁴⁹ É importante assinalar que, para Poincaré, a expressão “matematicamente possível” não tem o mesmo significado que “formalmente possível”. Para ele, o campo da matemática não podia nunca ser equacionado ao campo do simbólico-formal, na medida em que faz uso essencial de princípios – especificamente o princípio de indução matemática – que só podem assumir seu verdadeiro significado como princípios válidos *a priori*, correspondentes a uma intuição matemática original que nenhum simbolismo jamais poderia captar.

⁵⁰ Eddington e, mais recentemente, Putnam argumentaram nas seguintes linhas contra o convencionalismo de Poincaré. O caráter convencional do conceito espacial de “congruência” (como fator determinante de uma métrica) seria apenas uma manobra semanticamente trivial: todos os termos em um cálculo abstrato podem ser reinterpretados, da mesma maneira que qualquer palavra de uma linguagem precisa ter seu significado estabelecido arbitrariamente para que o utilizemos. Dizer que é necessário fixar, por convenção, o significado de “congruência” seria, portanto, apenas uma trivialidade. O importante seria dar conta do significado já estabelecido para a congruência espacial, o qual não é convencional nem arbitrário.

Uma crítica como essa peca por não compreender o significado matemático do trabalho de Riemann (significado que Poincaré, certamente, percebeu), e que nós descrevemos acima como a percepção de que contínuos matemáticos não possuem uma métrica intrínseca. O que esse resultado de Riemann mostra é, justamente, que o significado usual da congruência espacial – segundo o qual ela é uma relação de equivalência, ou seja, uma relação espacial que obedece aos axiomas de simetria, reflexividade e transitividade – não é suficiente para determinar essa relação de maneira unívoca e, assim, não é capaz de determinar uma única métrica. Ao contrário, existem infinitas classes de equivalência espacial que obedecem aos axiomas da congruência, e nenhuma delas goza de natural preeminência lógica em relação às demais. Esse é, precisamente, o significado da afirmação de que o contínuo espacial não possui uma métrica natural. É daí que resulta o convencionalismo de Poincaré: torna-se necessário selecionar, arbitrariamente, uma dessas possíveis classes de congruência, vale dizer, uma métrica, para que as afirmações métricas ganhem algum sentido.

bastante enfático em sugerir qual métrica *deve ser escolhida* como adequada ao estudo do espaço físico. Não havendo um critério último e objetivo, a escolha só pode basear-se em critérios de conveniência. Mais especificamente, deve-se levar em conta a simplicidade matemática da estrutura resultante, bem como sua adequação à prática da mensuração do espaço. Tanto em relação ao primeiro como ao segundo critério, a geometria euclidiana afigurava-se a Poincaré como a mais acertada.

Que a geometria euclidiana é, como estrutura matemática, mais simples do que suas concorrentes, não parece haver muita dúvida, seja no quadro da teoria riemanniana, seja no quadro de uma exposição axiomática da geometria – e isso mesmo sem dispor de um critério claro para “simplicidade matemática”. Em relação ao segundo aspecto – adequação prática à geometria aplicada – a base para a opinião de Poincaré era a seguinte. Ainda que não haja um critério geométrico absoluto para a rigidez de corpos físicos, existem alguns corpos que, na vida cotidiana como na prática científica, estamos naturalmente propensos a considerar como rígidos (ou cujas contrações e dilatações são controladas por parâmetros conhecidos, como temperatura etc.). É justamente sobre a utilização desses corpos como padrão de medida que toda a atividade científica está construída (é assim que os equipamentos experimentais, por exemplo, são construídos). Além disso, parecia-lhe difícil imaginar a utilização de outros corpos para essa função, com o mesmo grau de segurança e sucesso. E tudo indicava que a medição feita com esses corpos – os mais adequados à prática de uma geometria aplicada – resultava, precisamente, na estrutura (métrica) euclidiana como estrutura do espaço físico.

1.6. *Der Raum*: a estrutura do espaço intuitivo

Passamos agora a uma análise sistemática da posição elaborada por Carnap em *Der Raum*, no que ela tem de filosoficamente mais importante. Para isso, precisamos realizar duas tarefas. Em primeiro lugar, devemos compreender qual a exata relação que Carnap propõe entre os três diferentes conceitos de espaço com que trabalha: o matemático, o intuitivo e o físico. Em segundo lugar, então, será necessário destacar a concepção de lógica que Carnap vai elaborando.

O ponto problemático do sistema que Carnap desenvolve em *Der Raum* está em sua noção do espaço intuitivo. Que função ela desempenha no conjunto de sua análise? Em qual relação ela entra com as outras duas noções de espaço? É esse o principal nó que precisamos desatar.

A noção de espaço intuitivo formulada por Carnap – o “espaço dos filósofos” – está em diálogo, na verdade, não apenas com uma, mas ao menos com duas tradições filosóficas diferentes: a tradição kantiana, e a nova fenomenologia de Husserl. De um ponto de vista geral, podemos dizer que ela se insere na complicada trama de reavaliação da filosofia kantiana, a que esta se vira forçada após os abalos sofridos com o advento das geometrias não-euclidianas e, depois, da física relativista. O problema, aqui, se colocava assim: Qual o sentido e possibilidade de um conhecimento sintético *a priori* em geral, e geométrico em particular, após o suposto fracasso kantiano em descrever uma estrutura única e necessária para o espaço?

Para Carnap, o espaço intuitivo apresenta-se ainda como aquele âmbito em que a idéia de um conhecimento sintético *a priori* poderia se manter. Sua concepção, nesse sentido, permanece atrelada à de Kant, e buscará apenas corrigi-la⁵¹. Trata-se de um espaço que pode ser acessado diretamente pelo sujeito de conhecimento, ou seja, que pode ser inspecionado sem auxílio de nenhum conteúdo empírico específico⁵², e que carrega consigo a própria forma da experiência possível. Essa inspeção direta, além do mais, é capaz de revelar certas características estruturais desse espaço que vão além da mera possibilidade lógica, embora fiquem aquém da plena determinação empírica.

De que natureza é essa inspeção? A resposta simples é: intuitiva. Mas a que corresponde, aqui, a noção de “intuição”? Nesse ponto, Carnap aproxima-se do Husserl das *Ideen zu einer reinen Phänomenologie und phänomenologischen Forschung*⁵³. Sua terminologia, segundo a qual a configuração do espaço intuitivo corresponderia a uma “ontologia regional”, e segundo a qual o método de inspeção do espaço intuitivo é uma “intuição de essência” (“*Wesenserschauung*”), é extraída explicitamente de Husserl. Não se trata, para Carnap, de ver o espaço intuitivo, à maneira de Kant, como uma

⁵¹ Citamos: “A afirmação de Kant está correta [de que existe um espaço intuitivo objeto de conhecimento *a priori*], embora não seja válida para todo aquele domínio ao qual ele mesmo a ligava”. (colchete meu) *Der Raum*: pág. 64. No original: “Kant’s Behauptung ist zwar richtig, aber nicht für den ganzen Bereich derjenigen Sätzen gültig, auf die er selbst sie bezog”.

⁵² Carnap refere-se explicitamente à distinção kantiana entre um conhecimento que se fundamenta na experiência (conhecimento empírico) e um conhecimento que, embora ocasionado pela experiência, pode ser estabelecido independente dela. *Der Raum*: pág. 63.

⁵³ [Husserl, 1922].

forma pura da *sensibilidade*⁵⁴. Trata-se antes de um âmbito *conceitual*⁵⁵ específico, que não goza da generalidade absoluta da lógica formal, mas cuja estrutura é plenamente revelada por uma intuição “fenomenológica”, vale dizer, por uma inspeção direta dos fenômenos em seu modo de aparição. E seria ainda mais correto dizer: por uma inspeção de certo conjunto de objetos (os objetos espaciais) em seu modo fenomenológico de dar-se (de aparecer à consciência).

A respeito da influência de Husserl⁵⁶, bem como do diálogo direto com a tradição kantiana, vale a pena citar os seguintes dois trechos de *Der Raum*, situados logo no início do capítulo dedicado ao espaço intuitivo:

*“Pois não se trata aqui, como mostrou Husserl, de fatos no sentido da realidade dada na experiência, mas da essência (‘eidos’) de certas coisas que se dão e que podem ser apreendidas, em sua natureza específica, ao dar-se somente uma vez.”*⁵⁷

E logo depois:

“Como não estamos nos referindo aos fatos individuais, mas apenas à sua forma atemporal, sua ‘essência’, pode ser importante diferenciar essa concepção de outra concepção de intuição, mais restrita, que diz respeito aos próprios fatos. Fazemos isso com o uso do termo ‘intuição de essência’ (Husserl), onde puder haver confusão. No geral, porém, a

⁵⁴ A esse respeito, Friedman escreve: “O primeiro ponto a observar é que, ao apelar para a ‘intuição pura’, Carnap não está de modo algum se referindo, na verdade, à concepção kantiana original de intuição, mas sim à noção de Husserl de uma ‘intuição de essências [Wesenserschauung]’ (...). E, em segundo lugar, a noção de Husserl de uma ‘intuição de essências’, diferentemente da concepção kantiana da intuição pura, não está associada a uma distinção entre duas faculdades independentes da mente, uma faculdade lógica ou discursiva e uma faculdade sensível ou não-discursiva.” [Friedman, 2000a]: pág. 66. No original: “The first point to notice is that, in appealing to ‘pure intuition’, Carnap is not in fact referring to the original Kantian conception of intuition at all, but rather to Husserl’s notion of ‘essential intuition [Wesenserschauung]’ (...). And, in the second place, Husserl’s notion of ‘essential intuition’, unlike Kant’s conception of pure intuition, is not associated with a distinction between two independent faculties of the mind, a logic or discursive faculty and a sensible or non-discursive faculty.”

⁵⁵ Encontramos nesse ponto a influência duradoura do trabalho de Riemann, que havia feito do espaço uma construção conceitual; em que medida o espaço intuitivo de Carnap é também uma construção, ficará claro mais à frente.

⁵⁶ Para um exame mais detalhado da influência de Husserl sobre a obra inicial de Carnap, ver [Haddock, 2008].

⁵⁷ *Der Raum*: pág. 22. No original: “Denn es handelt sich hier, wie Husserl gezeigt hat, gar nicht um Tatsachen im Sinne der Erfahrungswirklichkeit, sondern um das Wesen (‘Eidos’) gewisser Gegebenheiten, das in seinem besondern Sosein schon durch einmaliges Gegebensein erfasst werden kann”.

*expressão ‘intuição’ pode abranger também a intuição de essência, pois é usada nesse sentido mais amplo já desde Kant.”*⁵⁸

Uma vez admitida essa “intuição de essência” espacial, no entanto, devemos perguntar: Qual a estrutura assumida pelo espaço intuitivo? Como é, afinal de contas, esse espaço que deveria ser encontrado pela inspeção direta da maneira como os fenômenos espaciais apresentam-se à consciência? Por paradoxal que isso possa soar, justamente aqui parecia haver – na situação tal como a encontra Carnap – um grande espaço para manobras. O que a matemática possibilita, é uma ampla gama de estruturas ordenadas (todas as geometrias não-euclidianas e, particularmente, os espaços riemannianos); o que a medição empírica estabelece (ou pode estabelecer, após as devidas convenções), esse é o espaço físico. E a intuição, o que diz? Mais específica que a generalidade matemática, porém mais maleável que a realização (medição) dos fatos, ela tem de se mover em uma região movediça, não suficientemente determinada, entre o meramente formal e o estritamente empírico.

Sabemos que, para Kant, o espaço intuitivo (visto como forma *a priori* da sensibilidade) possuía já a plena estrutura euclidiana (eu fecho os olhos e, pela construção de conceitos puros no espaço – ou seja, ao traçar retas e pontos na imaginação –, “vejo” que, por um ponto dado, fora de uma reta dada, tem de passar uma e apenas uma paralela a essa reta). Na linha de abordagem adotada por Carnap em relação ao espaço intuitivo, porém, essa solução não poderá ser mantida (por mais “intuitiva” que pareça). Como dissemos, Carnap tentará corrigir Kant (ou, mais especificamente, o âmbito de validade das afirmações kantianas). O pressuposto central de sua abordagem é: Não deve haver, entre o espaço intuitivo e o espaço físico, uma dissociação tão radical a ponto de ambos se tornarem incompatíveis. Em outras palavras, não é possível que o espaço intuitivo assuma uma estrutura que venha a se revelar incompatível com a (possível) experiência empírica do espaço. Se o espaço físico não está forçado à métrica euclidiana (como estava indicado nos trabalhos de Riemann, Helmholtz e Poincaré, e como se tornara plenamente claro na teoria de Einstein), então o espaço intuitivo deveria abrir-se, também ele, a essas outras

⁵⁸ *Der Raum*: pág. 22-3. No original: “Weil hier nicht auf die einzelhafte Tatsache eingestellt sind (...), sondern nur um seine zeitlose Art, sein ‘Wesen’, kann es von Wichtigkeit sein, diese Erfassungsweise von der Anschauung im engeren Sinne, die auf die Tatsache selbst geht, durch die Benennung ‘Wesenserschauung’ (Husserl) zu unterscheiden, wo Verwechslung möglich erscheint. Im Allgemeinen mag aber der Ausdruck Anschauung auch die Wesenserschauung mit umfassen, da er in diesem weiteren Sinne auch schon von Kant her gebräuchlich ist”.

possibilidades: *o espaço intuitivo deveria comportar a possibilidade de muitas métricas*⁵⁹.

Não se trata de um pressuposto trivial assumido por Carnap. É bem possível supor que nossa estrutura cognitiva (ou a estrutura de nossa consciência) possua certas características – certas categorias conceituais, certos esquemas de percepção – cuja relação com a experiência empírica apresente algum grau de dissonância. Tudo depende de como se deve conceber a “experiência empírica” em sua relação com algo a que chamamos “consciência”/“intuição”. Ou, de maneira geral, de como se deve conceber a relação entre ciência (construção de conceitos científicos, ou seja, a “objetualidade” própria das ciências empíricas), lógica (construção lógica de conceitos, ou seja, a “objetualidade” formal da lógica⁶⁰) e intuição (construção de conceitos na consciência/intuição, ou seja, a “objetualidade” própria dos modos de consciência).

Em *Der Raum*, Carnap tenta elaborar uma solução capaz de harmonizar – sem grandes dissonâncias – esses diversos âmbitos conceituais. Mais do que isso: os diversos âmbitos conceituais devem estar *funcionalmente* relacionados. Se a noção de “espaço intuitivo” é mantida, é porque o espaço intuitivo deve desempenhar uma função específica na explicação que Carnap busca encontrar para o “espaço” como categoria descritiva da realidade (ou, mais geralmente, da nossa experiência). Vemos assim que, por um lado, ele busca *separar* três conceitos distintos de espaço que, suficientemente distinguidos (cada um com sua própria estrutura e com seu próprio modo de acesso), não precisam mais causar polêmicas ou confusão. Por outro lado, contudo, ele deseja examinar e determinar a relação precisa que existe entre esses diferentes conceitos, e

⁵⁹ Nesse sentido, vale a pena mencionar a seguinte passagem de *Der Raum* (os asteriscos indicam notas minhas de esclarecimento, colocadas logo após a citação): “O objetivo e propósito dessa construção está em R'' ”. As relações espaciais encontradas na experiência precisam ser apreendidas em uma estrutura R'' consistente (isenta de contradições); para isso, construímos previamente a forma mais geral R''^{**} , e para essa, ainda, a forma conceitual R''^{***} , ainda mais geral. Considerando que, para cada escolha de um padrão de medida, diferentes tipos de R'' revelam-se possíveis, então precisam ser construídos diferentes tipos de R' , correspondentes a eles (...)” (grifo meu) *Der Raum*: pág. 61.

* R'' : A estrutura (formalizada) do espaço físico (em geral).

** R' : A estrutura (formalizada) do espaço intuitivo (em geral).

*** R : A estrutura lógico-formal do espaço (em geral).

**** R''_{3m} : A estrutura (formalizada) do espaço físico métrico tridimensional.

No original: “Zweck und Ziel dieser Aufstellung liegt im R'' . Die räumlichen Beziehungen der Erfahrung sollen in ein widerspruchloses Gefüge R'' gebracht werden; für dieses wird die allgemeine Form R' vorgebaut, und für diese wiederum die noch allgemeinere begriffliche Form R . Da nun für R'' sich je nach der Wahl der Masssetzung die verschiedenen Arten des R''_{3m} als möglich erweisen, so müssen die ihnen entsprechenden Arten des R' aufgebaut werden (...).”

⁶⁰ Aquilo que Tugendhat costuma indicar, em seus estudos de filosofia analítica da linguagem, como “semântica formal”. Ver, por exemplo, [Tugendhat, 1976].

isso significa também: integrá-los em um todo coerente capaz de explicar a categoria espacial como modo de descrição do mundo (e, particularmente, como modo de descrição relevante para a ciência, na medida em que já aqui a ciência se revela seu verdadeiro foco de interesse).

Sua solução para o problema da *estrutura* do espaço intuitivo pode ser resumida da seguinte maneira:

1) O espaço intuitivo não possui, em princípio, uma estrutura métrica. Não possui a estrutura métrica euclidiana, nem nenhuma outra estrutura métrica que lhe seja exclusiva ou natural: eis o que lhe permite acomodar diferentes métricas (matematicamente) possíveis. Em resumo, *o espaço que inspecionamos diretamente na intuição simplesmente não possui uma métrica intrínseca, capaz de impor-se como sua única métrica própria; sua métrica será fruto sempre de convenções*⁶¹.

2) Por meio de axiomas projetivos (axiomas que se utilizam de conceitos como “retas”, “planos” etc.) *locais* (válidos somente para regiões limitadas), Carnap tenta estabelecer a existência de uma estrutura topológica intrínseca ao espaço intuitivo. Assim, embora não seja possível falar, de maneira inequívoca, na distância entre pontos do espaço intuitivo, as relações de vizinhança estariam perfeitamente bem caracterizadas.

⁶¹ Para um wittgensteiniano, pode parecer estranha a idéia de que uma métrica para o espaço intuitivo faça sentido, seja ela intrínseca ou, como defende Carnap, imposta por algum tipo de convenção. Para Carnap, porém, a possibilidade de impor uma estrutura métrica ao espaço intuitivo apresenta-se de forma perfeitamente natural. Isso poderia ser feito de modo axiomático, por exemplo. De maneira mais geral, uma métrica para o espaço intuitivo resulta da escolha livremente feita pelo sujeito a respeito do modo de “colar”, na intuição, os diferentes pedaços de espaço localmente euclidiano a que a intuição, de fato, tem acesso. Trata-se de uma escolha relativa ao modo de interpretar certas operações intuitivas (interpretar, por exemplo, que um segmento de reta que se desloca no espaço intuitivo mantém o mesmo tamanho durante o deslocamento). O ponto importante, para Carnap, é que tal procedimento não diz nada de essencial a respeito do espaço intuitivo. Ele traduz uma simples opção, no mesmo sentido em que uma convenção de medida determina uma métrica para o espaço empírico.

A esse respeito, podemos citar o próprio Carnap: “*As exigências* [impostas à maneira de ‘colar’ os pedaços do espaço intuitivo], *ao contrário, não são conhecimentos, mas sim convenções, feitas para que uma estrutura ‘espacial’ de conjunto possa ser obtida a partir daqueles conhecimentos* [da estrutura topológica local do espaço intuitivo] *que, por sua essência, aparecem limitados a uma região que não é completa. Diferentes possibilidades mostraram-se factíveis para essa extensão a uma estrutura completa. (...) Os espaços intuitivos métricos dependem (...) da escolha daquelas convenções (...)*”. (conchetes meus) *Der Raum*: pág. 62. No original: “Die Forderungen dagegen sind nicht Erkenntnisse, sondern Festsetzungen, die getroffen werden, um ein geschlossenes Gesamtgefüge ‘Raum’ aus jenen Erkenntnissen zu gewinnen, die ihrem Wesen nach auf ein nicht vollständiges Gebiet beschränkt erscheinen. Für diese Erweiterungen zum vollständigen Gefüge zeigten sich verschiedene Möglichkeiten. (...) Die metrischen Anschauungsräume (...) sind auch noch von der Wahl jener Festsetzungen abhängig (...)”.

3) Como os axiomas do espaço intuitivo têm validade apenas local, a construção do espaço como um todo é feita por meio de certas regras (“*Exigências para a construção de uma estrutura não-limitada*”⁶²) para a “colagem” de partes limitadas do espaço. Podemos observar aqui que o procedimento de Carnap lembra o procedimento inaugurado por Riemann para a construção de um espaço métrico matemático geral. O resultado também é análogo: enquanto Riemann obteve uma estrutura métrica global que é localmente isomorfa ao espaço métrico euclidiano (pela suposição de linearidade), Carnap descreve um espaço intuitivo com estrutura topológica localmente isomorfa à topologia euclidiana (e isso quer dizer o mesmo que: uma estrutura topológica que admite apenas métricas localmente isomorfas à métrica euclidiana).

Carnap incorpora em sua análise do espaço intuitivo, portanto, uma característica essencial da nova geometria: a análise local da estrutura geométrica como fundamento de qualquer análise global possível. Essa já havia sido, vale repetir, a base para o estudo riemanniano do espaço métrico. Ao adotar esse mesmo procedimento para o espaço intuitivo (construção da estrutura global a partir da colagem de estruturas locais), Carnap consegue explicitar uma situação que depois viria a ser bastante enfatizada por Reichenbach, em sua excelente obra a respeito da teoria do espaço e do tempo⁶³: O fato de que, nem mesmo na intuição (seja ela concebida da maneira que for), seria possível determinar a estrutura global do espaço (quer sua estrutura projetiva, quer sua estrutura métrica) sem antes estabelecer regras que possibilitem *interpretar* os deslocamentos no espaço (regras de “transporte paralelo”, por exemplo). Sem essas regras, qualquer intuição do espaço tem necessariamente que permanecer indeterminada (subdeterminada) quanto à estrutura global, projetiva e métrica⁶⁴.

Eis a passagem mais significativa de Carnap a esse respeito:

⁶² *Der Raum*: “*Forderungen zum Aufbau eines unbeschränkten Gefüges*”: seção B da parte II – pág. 26.

⁶³ [Reichenbach, 1928]

⁶⁴ Esse problema ganha sua verdadeira força quando constatamos que regras desse tipo não *parecem* seguir diretamente da intuição. De fato, a intuição *parece* permitir diversas escolhas *arbitrárias* como solução do problema. Por quê? Acontece que, quando examinamos cuidadosamente a situação, não *parece* ser imediatamente claro, nem mesmo na intuição, quando é que dois segmentos de reta (supondo que se saiba traçar retas na intuição), afastados um do outro (não-coincidentes), possuem o mesmo tamanho. Podemos *imaginar* intuitivamente dois segmentos de reta afastados, e podemos acreditar que eles têm o mesmo tamanho; se nos indagamos a razão dessa crença, porém, parece não haver outro recurso senão “transportar” um segmento até o outro, para “ver” se eles realmente se recobrem perfeitamente. Mas esse deslocamento no espaço – agora no espaço intuitivo – também carece de uma interpretação: como saber que o segmento, quando transportado, mantém o mesmo tamanho?

*“A intuição diz respeito, sempre, somente a uma região limitada do espaço. Pode-se extrair dela, portanto, somente conhecimento acerca de figuras espaciais de tamanho limitado. Contrariamente, estamos em situação mais livre em relação à estrutura como um todo, que nós construímos a partir dessas figuras básicas. Se o tipo de uma figura, por exemplo, permite a alguém ligar-lhe, de determinada maneira, uma segunda figura do mesmo tipo, então podemos exigir que esse processo de ligação seja possível indefinidamente. Podemos assim, a partir dos segmentos de reta, construir o conceito de uma reta ilimitada; e, em certo sentido derivado, também uma intuição dessa reta: especificamente como consciência, baseada no conhecimento da regra de ligação, da possibilidade da apreensão na intuição de cada segmento da reta. Ao conceito assim obtido, contudo, corresponde não apenas a reta infinita, mas também a reta fechada, finita e ilimitada, do espaço elíptico.”*⁶⁵ (grifo meu)

Vemos assim em que medida a análise feita por Carnap a respeito da estrutura do espaço intuitivo está profundamente informada pelas novidades matemáticas e epistemológicas que caracterizavam a geometria de sua época: 1) o procedimento de *apreensão* do espaço intuitivo é local, o que faz com que a tentativa de descrever a estrutura global do espaço intuitivo assemelhe-se bastante ao procedimento riemanniano de *construção* do espaço métrico; 2) o espaço intuitivo não possui uma estrutura métrica intrínseca, mas possui uma estrutura topológica compatível exatamente com aquela classe de métricas admitidas na geometria diferencial de Riemann.

Vale a pena observar ainda que a intuição descrita por Carnap é composta, por assim dizer, de dois momentos. O primeiro momento diz respeito à apreensão imediata

⁶⁵ *Der Raum*: pág. 23. No original: “Die Anschauung bezieht sich immer nur auf ein beschränktes Raumgebiet. Daher lassen sich ihr auch nur Erkenntnisse über räumliche Gebilde von beschränkter Grösse entnehmen. Dagegen haben wir imbezug auf das Gesamtgefüge, das wir aus diesen Grundgebilden aufbauen, freie Hand. Wem z.B. die Art eines Gebildes es gestattet, ein zweites der gleichen Art in bestimmter Weise daran zu fügen, so können wir fordern, dass dieses Anfügen ohne Ende weiter möglich sein soll. Auf diese Weise können wir aus der geraden Strecke den Begriff der endlosen Geraden aufbauen; und in einem gewissen, übertragenen Sinne auch die Anschauung, nämlich als einem auf das Wissen der Regel der Verknüpfung gegründeten Bewusstsein der Möglichkeit der Erfassung jeder Strecke der Geraden in der Anschauung. Aber dem so gewonnenen Begriff entspricht dann nicht nur die unendliche Gerade, sondern auch die endliche aber endlose, geschlossene Gerade des elliptischen Raumes.”

do espaço como experiência intuitiva⁶⁶ (intuição de essência do modo de dar-se espacial), que é sempre local e limitada. O segundo momento (de caráter bastante kantiano, por sinal) diz respeito à consciência de certas regras de ligação dessas porções espaciais limitadas, ou dessas figuras espaciais limitadas. A consciência dessas regras é também intuitiva. Pode-se inspecioná-las na intuição, e faz parte do espaço intuitivo conter tais possibilidades como algo *dado*, inerente à sua essência. Aparece nesse ponto, contudo, um aspecto interessante: a possibilidade de perceber que essas regras de ligação podem ser repetidas *indefinidamente*. Essa consciência da repetição faz, ela mesma, parte da intuição propriamente *espacial*? Ou faz parte de algo mais profundo, bem mais essencial à capacidade lógico-racional? Algo que Kant condicionava à intuição do tempo e que Poincaré⁶⁷, concordando aqui parcialmente com Kant, descreveu como o verdadeiro sintético *a priori* da matemática: a possibilidade de repor indefinidamente um ato do pensamento e, assim, criar a série dos números naturais? Carnap não oferece aqui uma resposta a essa pergunta. Nós retornaremos a esse assunto, sob a perspectiva do simbólico, no capítulo 3.

1.7. *Der Raum*: a medição do espaço e as fontes do conhecimento espacial

O espaço físico é o espaço dado na experiência. Sua característica essencial está em poder ser medido, sendo essa medição essencial para a prática científica. Mais ao ponto: para se desenvolver uma física matemática, como ciência exata dos acontecimentos naturais, é necessário descrever esse espaço físico por meio da linguagem matemática. Em outras palavras, é necessário poder aplicar a riqueza conceitual da matemática, e particularmente de suas estruturas numéricas, à descrição

⁶⁶ Citamos: “O espaço intuitivo é uma estrutura relacional; por meios conceituais, podemos bem delimitar seu tipo formal, mas não – e isso vale para tudo o que é revelado na intuição – seu modo particular de ser. Aqui é possível apontar somente para conteúdos de experiência, no caso, para as figuras e relações espacialmente intuitivas: (...)” *Der Raum*: pág. 22. No original: “Der Anschauungsraum ist ein Ordnungsgefüge, von dem wir wohl die formale Art begrifflich umgrenzen können, aber wie bei allem Anschauungsmässigen nicht sein besonderes Sosein. Hier lässt sich nur auf Erlebnisinhalte hinweisen, nämlich auf die anschaulich-räumlichen Gebilde und Beziehungen: (...)”

⁶⁷ [Poincaré, 1902]: pág. 23 ss. (cap.1).

da natureza. Isso é feito por meio da atribuição de distâncias numéricas aos diferentes (pares de) pontos do espaço⁶⁸. Eis, precisamente, o que significa “medir o espaço”.

Como proceder aqui? Carnap está atento ao ensinamento de Riemann: para a medição de espaços contínuos, há que se usar um padrão de medida trazido “de fora” (já que não existe um padrão de medida dado intrinsecamente pela estrutura do espaço). Carnap mostra-se atento, também, aos ensinamentos de Helmholtz e, sobretudo, de Poincaré: esse padrão precisa ser escolhido arbitrariamente; não há nenhum fato da experiência capaz de estabelecer univocamente um corpo como corpo rígido, de modo que a escolha tem de ser feita com base em questões de conveniência e/ou com base na análise da situação física do problema.

Assim, Carnap fala a respeito da escolha do padrão de medida – escolha de um corpo rígido ou de uma classe de corpos rígidos – como uma “escolha livre”. Ele também usa o termo “*Festsetzung*”, que nós traduziremos por “convenção”: deve-se “fixar”, “estabelecer”, “escolher”, “determinar”, enfim, “convencionar” o padrão de medida. Tecnicamente, a situação é descrita da seguinte maneira:

*“A necessária convenção acontece ou pela fixação de [uma classe de] retas ou pela fixação de um padrão de medida. No último caso, a distância entre dois pontos físicos quaisquer – que, contudo, nunca devem se tocar – é posta como igual a uma função de estado.”*⁶⁹
(colchetes meus)

Uma vez convencionado (livremente escolhido) um padrão de medida, aí sim é possível proceder à medição do espaço físico, resultando desse procedimento o estabelecimento empírico de sua estrutura métrica. Há que atentar, nesse sentido, para o fato de que a medição possui *dois* condicionantes. Por um lado, ela é condicionada pelos fatos dados na natureza (os fatos medidos: Carnap fala em “*Tatbestand*”, ou seja, a *configuração dos fatos*); é esse elemento que a caracteriza como procedimento empírico. Por outro lado, a medição é condicionada por aquela escolha inicial de um

⁶⁸ Mais precisamente, deveríamos falar em atribuir distâncias numéricas aos diferentes pares de *eventos da experiência*, o que envolveria necessariamente um componente temporal (o *intervalo* de espaço-tempo de que trata a teoria da relatividade). Carnap, porém, indica como fazer algumas suposições para simplificar esse problema, de modo a poder-se falar significativamente na distância entre pontos do espaço (medição simples do espaço), e não entre eventos.

⁶⁹ *Der Raum*: pág. 37. No original: “Die hier erforderliche Festsetzung geschieht entweder durch Geradensetzung oder durch Masssetzung. Im letzteren Falle wird der Abstand zweier beliebiger physischer Punkte die sich aber nie berühren dürfen, irgend einer Zustandsfunktion gleichgesetzt”.

padrão, ou seja, por uma convenção (“*Festsetzung*”) sem a qual o problema da métrica carece de sentido.

Há para Carnap, assim, o que ele chama de três “fontes” do conhecimento espacial: a intuição de essência (“*Wesenserschauung*”), a convenção de um padrão de medida (“*Festsetzung*” ou simplesmente “*Setzung*”), e a configuração dos fatos dados na experiência (“*Tatbestand*”). Essa terminologia de “fontes” do conhecimento, filosoficamente tão carregada, não nos deve confundir. Trata-se, na verdade, de três diferentes componentes que podem entrar na determinação de uma estrutura espacial qualquer⁷⁰.

Como interpretar esses diferentes componentes do conhecimento – e seria melhor dizer: da *conceitualização* – espacial?

A intuição de essência é, como sabemos, uma inspeção direta da estrutura daquilo que se apresenta à consciência (do espaço como modo de apresentação na consciência). A determinação de um padrão de medida, por sua vez, é um ato de escolha e, mais precisamente, um ato de escolha “livre”, vale dizer, uma convenção.

Já a configuração empírica dos fatos é algo dado pelo mundo, algo externo ao sujeito de conhecimento, algo que é descoberto empiricamente pela percepção dos dados sensíveis. Na percepção dessa configuração dos fatos, o sujeito de conhecimento é determinado pelo mundo, é passivo (no sentido kantiano de ter afetada sua faculdade receptiva). Sendo algo que “está no mundo”, porém, essa configuração de fatos é impressa no sujeito de conhecimento segundo uma forma – a forma da consciência espacial. Essa circunstância, extremamente relevante para o projeto carnapiano, demanda um exame mais detalhado.

⁷⁰ O espaço intuitivo topológico, por exemplo, é conhecido somente por meio da intuição de essência; não depende de qualquer convenção arbitrária de padrões, nem de qualquer configuração de fatos dados na experiência. Já o espaço intuitivo métrico depende, para obter sua estrutura métrica, além da intuição de essência, de uma convenção livremente escolhida (a maneira como os diferentes “pedaços” da intuição, que é sempre local, são “colados” uns aos outros). Não depende, porém, da configuração de fatos dados na experiência. O espaço físico topológico, por sua vez, depende da intuição de essência e da configuração dos fatos, mas não da determinação de um padrão; ao passo que o espaço físico métrico depende – além da intuição de essência e da configuração dos fatos – da determinação de um padrão de medida. (Já os espaços formais não dependem, com é claro, da configuração dos fatos, mas dependem da intuição de essência. Carnap, contudo, apressa-se a esclarecer – *Der Raum*: pág. 65 – que não se trata de uma intuição de essência propriamente espacial, mas sim meramente formal, ou seja, de uma “ontologia formal” no sentido de Husserl. Falaremos mais a esse respeito abaixo.)

1.8. *Der Raum*: a função do espaço intuitivo

Um dos maiores problemas associados à interpretação de *Der Raum*, já sabemos, está em determinar o papel desempenhado, em seu esquema teórico, pelo espaço intuitivo. Afinal, devemos perguntar: Por que razão Carnap julga necessário, ou mesmo adequado, manter o estudo do espaço intuitivo – ao lado do estudo do espaço lógico/matemático e do espaço físico – como um estudo relevante para sua investigação?

De fato, essa tendência logo será abandonada, tanto por Carnap como também por todos aqueles pensadores associados ao Círculo de Viena e, mais geralmente ainda, por aquele conjunto de pensadores – qualquer que seja a designação genérica que lhes desejemos aplicar –, cada vez mais numerosos, que passavam a entreter uma concepção da filosofia mais próxima da ciência. Algo como a “intuição de essência”, e em geral quaisquer referências à “intuição”, desaparecem bem rapidamente do horizonte carnapiano, bem como do vocabulário da “nova” filosofia que ele ajudava a construir.

Do nosso ponto de vista, essa mudança de enfoque – que se completa totalmente ainda no âmbito da “primeira” filosofia de Carnap, e da qual já não há mais traço em *LSL* – tem um significado importante. A posição adotada em *Der Raum* não deve ser tratada, nesse sentido, como mera deferência à tradição filosófica. Somente se levarmos a sério o significado dessa primeira tentativa é que poderemos compreender o significado de sua superação. Em suma: *na manutenção – ou não – de um espaço intuitivo, como parte da complexa rede de problemas geométricos e físicos, estão envolvidas questões essenciais para a possível concepção da lógica e de sua aplicabilidade ao mundo, tal como a vai desenvolvendo Carnap.*

Qual é a questão central que acreditamos encontrar aí?

Sabemos que Riemann havia concentrado sua atenção no espaço como estrutura matemática, por um lado, e no espaço como realidade empírica, por outro. A ferramenta matemática deveria permanecer à disposição da investigação empírica. A referência a qualquer âmbito propriamente intuitivo de análise (caracterizado por resultados *a priori* acerca do espaço ou, o que é “pior”, sintéticos *a priori*) tende a desaparecer de sua obra, assim como na obra dos principais cientistas que se seguiram. Tratava-se então, como já observamos mais acima, de libertar a geometria de sua referência semântica típica,

escorada em alguma forma de intuição espacial que se mostrava cada vez mais fugidia. A tarefa que parecia oferecer-se ao cientista era dupla: desvendar os aspectos matemáticos da estrutura espacial, e verificar como seria possível estabelecer procedimentos empíricos de medida. Uma vez revelada e estudada a pluralidade de estruturas matemáticas possíveis para um “espaço” qualquer; uma vez examinada as condições empíricas para a determinação de uma métrica específica para o espaço físico; então já não parecia mais necessário introduzir qualquer estudo intuitivo do espaço⁷¹.

A respeito da relação entre espaço intuitivo, espaço lógico e espaço físico – e a respeito da mudança de enfoque representada, nessa questão, pela geometria riemanniana –, Nowak comenta:

*“Nós discutimos três tipos de espaço, o intuído, o físico e o logicamente possível. A abordagem de Kant foi identificar os dois primeiros, e negar que o terceiro tivesse qualquer coisa a ver com eles, na medida em que não nos dizia nada a respeito do espaço físico. (...) Tentarei mostrar que a abordagem de Riemann consistiu em identificar o espaço intuitivo com aquilo que é logicamente possível (ou ‘axiomático’), e não com o espaço físico. O espaço físico pode ser modelado por uma combinação dos outros dois. Afirmações acerca de como modelar características do espaço físico seriam classificadas como sintéticas a posteriori, enquanto afirmações acerca dos espaços intuitivos (axiomáticos) seriam analíticas a priori.”*⁷²

⁷¹ De fato, Riemann avalia que a principal função de seu trabalho é libertar a análise do espaço de certos preconceitos determinados pela intuição. Ele termina sua obra com as seguintes considerações: “A decisão acerca dessas questões [acerca da estrutura do espaço físico] somente pode ser encontrada se nos afastarmos de certa concepção das aparições, fundada por Newton e até hoje tida como confirmada pela experiência; gradativamente, mas com firmeza, devemos reformar essa concepção, levando em consideração fatos que não se deixam esclarecer por ela. Pesquisas que, como a aqui realizada, partem de conceitos gerais, servem principalmente para que esse trabalho não seja obstado por desnecessárias restrições conceituais, e para que o avanço no conhecimento do sistema das coisas não seja tolhido por preconceitos transmitidos pela tradição.” (colchetes meus) [Riemann, 1854]: pág. 286. No original: “Die Entscheidung dieser Fragen kann nur gefunden werden, indem man von der bisherigen durch die Erfahrung bewährten Auffassung der Erscheinungen, wozu Newton den Grund gelegt, ausgeht und diese durch Thatsachen, die sich aus ihr nicht erklären lassen, getrieben allmählich umarbeitet; solche Untersuchungen, welche, wie die hier geführte, von allgemeinen Begriffen ausgehen, können nur dazu dienen, dass diese Arbeit nicht durch die Beschränktheit der Begriffe gehindert und der Fortschritt im Erkennen des Zusammenhangs der Dinge nicht durch überlieferte Vorurtheile gehemmt wird.”

⁷² [Nowak, 1989]: pág. 20. No original: “I shall endeavor to show that Riemann’s approach was to identify intuited space with that which was logically possible (or ‘axiomatic’), and not with physical

Carnap concorda que as afirmações acerca do espaço físico são sintéticas *a posteriori* (com um elemento convencional, relativo ao estabelecimento de um padrão de medida); e concorda que as afirmações a respeito do espaço lógico/matemático são analíticas *a priori*. Definitivamente, porém, ele não identifica o espaço intuitivo nem com o espaço físico, nem com o espaço logicamente possível. O espaço intuitivo está, de alguma maneira, “entre” os outros dois. E Carnap, assim como Kant, acredita que as afirmações acerca desse espaço intuitivo são sintéticas *a priori*⁷³.

Diferentemente de Kant, porém, Carnap não crê que esse caráter *a priori* do espaço intuitivo seja suficiente para determinar a estrutura métrica necessária do espaço físico (visto como espaço da experiência)⁷⁴. Para Carnap, o essencial do espaço intuitivo é possuir uma estrutura topológica que irá condicionar certa estrutura mínima do espaço físico, na medida em que condiciona a noção de “configuração dos fatos” (*Tatbestanden*). Os fatos têm de estar configurados – tem de aparecer ao sujeito – segundo a forma topológica do espaço intuitivo. Em outras palavras, é a estrutura topológica do espaço intuitivo que representa a forma necessária segundo a qual a experiência é possível.

Os seguintes dois trechos, oferecidos por Carnap explicitamente como um diálogo com a tradição kantiana, deixam o nosso ponto bastante claro:

space. Physical space could be modeled by a combination of the other two. Statements about how features of physical space were modeled would be classed as synthetic *a posteriori*, while statements about the intuited, axiomatic spaces were analytic *a priori*.”

⁷³ Citamos: “Os axiomas acerca do espaço formal são, francamente, *a priori*. Eles não são sintéticos, mas analíticos, pois são derivados exclusivamente a partir de axiomas lógicos e, portanto, a respeito de cada conceito de ‘figura espacial’ (no sentido formal) que neles aparece, dizem apenas aquilo que já estava posto na sua determinação como conceito. Os axiomas do espaço intuitivo são, igualmente, *a priori*. (...) Nesses axiomas do espaço intuitivo temos diante de nós as proposições sintéticas *a priori* afirmadas por Kant. (...) Finalmente, as proposições acerca do espaço físico são, também elas, sintéticas, porém certamente não *a priori*, mas *a posteriori*, baseadas especificamente na indução.” (sublinhado meu) *Der Raum*: pág. 63. No original: “Die Grundsätze über den formalen Raum sind offenbar *a priori*. Sie sind nicht synthetisch, sondern analytisch, da sie sich lediglich aus dem logischen Grundsätzen ableiten und daher von jedem in ihnen vorkommenden Begriff eines ‘Raumgebildes’ (in dem formalen Sinne) nur das durch seine Begriffsbestimmung schon gesetzte aussagen. Die Grundsätze des Anschauungsraumes sind gleichfalls *a priori*. (...) In diesen Grundsätzen des Anschauungsraumes haben wir die von Kant behaupteten synthetischen Sätze *a priori* vor uns. (...) Schliesslich sind die Sätze über den physischen Raum ebenfalls synthetisch, aber sicherlich nicht *a priori*, sondern *a posteriori*, nämlich auf Induktion beruhend.”

⁷⁴ Mas é precisamente nesse sentido que Nowak pode falar da assimilação, em Kant, do espaço físico ao espaço intuitivo: o espaço revelado na intuição pura é suficiente para determinar a estrutura total (euclidiana) do espaço físico, visto como o espaço em que os objetos espaciais podem aparecer. O espaço físico é “interiorizado” como espaço da aparição de fenômenos, em um processo que Rorty descreveu da seguinte maneira: “Kant pôs a filosofia ‘na trilha segura da ciência’ colocando o espaço externo dentro do espaço interno (o espaço da atividade constituinte do ego transcendental) e, então, afirmando a certeza cartesiana sobre o interno para as leis do que previamente se pensava ser o externo.” [Rorty, 1979]: pág. 145.

“Segundo Kant, o espaço é uma condição da possibilidade de qualquer experiência (externa). Valerá isso para as determinações espaciais de todas as estruturas distinguidas por nós? Para decidir a esse respeito, deve-se meditar quais determinações espaciais são necessariamente encontradas em toda experiência (externa) e, portanto, também antes daquele ponto em que determinações livremente escolhidas conduzem a formas espaciais específicas, que vão além do necessário. Mas nós chamamos a experiência [Erfahrung], na medida em que se apresenta apenas em sua forma necessária e unívoca, sem conter nenhuma delimitação livremente escolhida, de ‘configuração dos fatos’ [Tatbestand]. Desse modo, apenas aquelas determinações espaciais contidas na configuração dos fatos podem ser condições de possibilidade da experiência. E essas são, conforme vimos, apenas as relações topológicas, mas não as projetivas e, sobretudo, não as métricas.”⁷⁵ (sublinhado meu)

E:

“As relações espaciais topológicas que constituem a condição de possibilidade de todo objeto da experiência não podem ser aquelas do espaço físico, pois estas últimas não são independentes da configuração dos fatos, senão que expressam o que é dado como real, e não como necessário (...). As determinações do espaço intuitivo topológico (e, como consequência, também as determinações do espaço topológico formal, como estrutura relacional geral de objetos não determinados, da qual o espaço topológico intuitivo constitui certo caso particular), na sua independência da experiência e na sua validade absolutamente geral, derivada de sua fonte de conhecimento, é que podem, somente, ter

⁷⁵ *Der Raum*: pág. 65. No original: “Nach Kant ist der Raum die Bedingung zur Möglichkeit jeder (äusseren) Erfahrung überhaupt. Gilt dies für die räumlichen Bestimmungen aller von uns unterschiedenen Gefüge? Um das zu entscheiden, ist zu überlegen, welche räumlichen Bestimmungen notwendig in jeder (äusseren) Erfahrung anzutreffen sind, also auch dann, wenn diese noch nicht auf Grund der frei gewählten Bestimmungen in eine über die notwendige hinausgehende, besondere räumliche Form gebracht worden ist. Nun haben wir die Erfahrung, soweit sie nur in der eindeutigen, notwendigen Form vorliegt, die keinerlei frei gewählte Festsetzung enthält, ‘Tatbestand’ genannt. Demnach können nur die im Tatbestand enthaltenen räumlichen Bestimmungen Bedingung zur Möglichkeit der Erfahrung sein. Und das sind, wie wir gesehen haben, nur die topologischen, nicht aber die projektiven und vor allem nicht die metrischen Beziehungen.”

aquela validade fundadora da experiência.”⁷⁶ (sublinhado meu; e cabe lembrar: a fonte de conhecimento própria do espaço intuitivo, a que Carnap se refere logo acima, é justamente a intuição de essência, “*Wesenserschauung*”).

Diante disso, acreditamos poder oferecer uma boa maneira de compreender o esquema desenvolvido por Carnap em *Der Raum*. Ali, o espaço intuitivo aparece – é o que queremos argumentar – como *mediação necessária entre a atividade empírica de medição do espaço físico e a atividade lógica de estruturação formal de sistemas conceituais*. De um lado, a construção de estruturas puramente formais por meio de sistemas simbólicos regrados; de outro lado, a atividade eminentemente científica de medição da realidade empírica. Como ligar, porém, uma coisa à outra? Como aplicar um sistema formal à descrição da realidade empírica? Para Carnap, é necessária certa consciência imediata do espaço, vale dizer, certa forma de aparição dos fenômenos capaz de: 1) Revelar certos fenômenos empíricos como fenômenos espaciais (em meio a outros fenômenos empíricos não-espaciais); 2) Indicar a estrutura mínima do fenômeno empírico espacial, a partir da qual sua modelagem formal se torna possível.

Pode-se ver aqui a ponte que vai de Kant a Husserl. Para o Carnap de *Der Raum*, não existe o fato (ou objeto⁷⁷) empírico desprovido de estrutura prévia, pois todo fato o é somente para uma consciência, que o descobre sempre segundo uma forma. A estrutura prévia de um fato, assim, revela-se na intuição (análise fenomenológica) e, por isso, não pode ser arbitrária (como parte de uma rede conceitual essencialmente arbitrária, tomada como ponto de partida). É algo que, *inerente* a certo domínio de fatos/objetos, *torna possível* sua apreensão e descrição como domínio de fatos/objetos

⁷⁶ *Der Raum*: pág. 66. No original: “Die topologischen Raumverhältnisse, die die Bedingung der Möglichkeit jedes Erfahrungsgegenstandes bilden, können nicht die des physischen Raumes sein, da dieser nicht unabhängig vom Tatbestande der Erfahrung ist, sondern den nicht notwendigen, nur wirklichen Befund zur Darstellung bringt (...). Die Bestimmungen des topologischen Anschauungsraumes, in ihrer Erfahrungsunabhängigkeit und in der auf Grund ihrer Erkenntnisquelle ihnen zukommenden Allgemeingültigkeit, und infolgedessen auch die des formalen topologischen Raumes, jenes allgemeinen Beziehungsgefüges unbestimmter Dinge, von dem der topologische Anschauungsraum einen bestimmten Einzelfall bildet, können allein jene erfahrungstiftende Geltung haben.”

⁷⁷ Para os efeitos da presente discussão, é indiferente falar-se em “fatos” ou “objetos” espaciais; os dois vocabulários levam aos mesmos resultados. “Fatos” são aquilo que podem ser expressos em uma proposição; “objetos” são aquilo a que os conceitos de uma proposição se referem. Qualquer forma específica de objetualidade, porém, implica uma forma específica de factualidade, como aquilo que faz sentido dizer a respeito dos objetos; e qualquer forma específica de factualidade supõe uma forma específica de objetualidade, sobre a qual incidem suas afirmações. Para enfatizar o lado empírico ligado à ideia de medição, porém, preferimos utilizar aqui, *em geral*, o vocabulário de “fatos”.

(e, especificamente, sua descrição por meios formais). Em outras palavras, para que o fato espacial seja apreensível em um sistema formal, e para que seja passível de medição empírica, ele precisa antes constituir-se como fato, e isso ocorre sempre segundo uma estrutura revelada na intuição (intuição de essência).

Ou, posto de outra maneira: deve haver *algo* (no sentido mais amplo possível em que esse termo pode ser adotado na filosofia da consciência: não necessariamente alguma matéria, algum corpo etc.; mas qualquer tipo de “fenômeno” dado à consciência) a ser medido; correlativamente, deve haver *algo* a ser capturado em um sistema formal (um sistema capaz de descrever, entre outras coisas, os resultados da medição). E esse *algo* é sempre algo dado, primariamente, à consciência. Nesse sentido, um fato espacial é algo que se dá à consciência de certo modo específico, vale dizer, o modo da espacialidade, que nada mais é do que certa estrutura que ele compartilha com outros fatos e que compõem certa forma específica de facticidade/objetualidade.

Assim se revela, no sentido mais forte, a influência de Husserl sobre Carnap. Essa influência é na verdade a influência duradoura (e da qual a posição husserliana era apenas a formulação mais recente e atrativa) de todo o modo de pensar típico da filosofia moderna, escorada em certa concepção da consciência como mediadora necessária com os objetos. *Pois Carnap, nesse momento, ainda se move plenamente sob o amparo da filosofia da consciência. E é sua ruptura com essa ampla tradição, com os aspectos mais profundos dessa concepção filosófica, que irá se revelar, como veremos no decorrer deste trabalho, um dos pontos centrais da constituição da filosofia analítica da linguagem, bem como da constituição de uma nova concepção de lógica.*

Nossa opinião, portanto, é que o papel desempenhado pelo espaço intuitivo em *Der Raum* está longe de ser accidental. Ele caracteriza essencialmente a abordagem proposta na obra como uma abordagem que, do ponto de vista filosófico, permanece atrelada à tradição da filosofia da consciência. Uma abordagem, porém, que vai conseguir – por sua tentativa de integração com a física, lógica e matemática de seu tempo – introduzir elementos novos a essa concepção, que acabarão finalmente por permitir sua superação.

De fato, estamos agora em condições de dar uma resposta à seguinte pergunta: Como é que Carnap propõe, exatamente, integrar a esfera da consciência intuitiva do espaço com as outras duas esferas espaciais, lógica e empírica? Em *Der Raum*, como vimos, o espaço intuitivo ainda aparece como aquele âmbito exclusivo em que o

fato/objeto espacial pode dar-se ao sujeito (como aparição na consciência). Descoberto como fato espacial na consciência, somente então pode ser medido empiricamente e enquadrado dentro de um sistema formal (capaz de incorporar os resultados da atividade medidora). Nesse processo, o espaço intuitivo revela-se dotado de certa estrutura específica que, embora mais pobre do que seu correlato kantiano, desempenha função indispensável na mediação entre os outros dois espaços. Na medida em que caracteriza o modo necessário de aparição do fato espacial à consciência, ela estabelece o limite das possibilidades de medição – os limites significativos de certa *ação* de medida – e, simultaneamente, da classe de estruturas formais que poderão ser usadas para a descrição do espaço empírico e que compõem, por isso mesmo, a classe (lógica) das estruturas *espaciais*.

A experiência, antes ainda de ser vista como certa ação no mundo (ação de medição), permanece condicionada a certa concepção fenomenológica: seus contornos são determinados, antes, pela maneira como os dados podem aparecer à consciência. O método de Helmholtz e Poincaré⁷⁸, baseado na construção de possíveis experiências sensíveis para as diferentes estruturas espaciais (método que será reproduzido por Carnap em sua obra⁷⁹), cobra aqui seu significado mais claro: para revelar a possibilidade de certa estrutura métrica do espaço, deve-se exibir um conjunto de dados intuitivos que corresponda a essa estrutura, segundo certa interpretação. O conceito de possibilidade de experiência, aqui, permanece essencialmente como conceito fenomenológico-intuitivo.

Ao mesmo tempo, a estrutura topológica do espaço intuitivo, revelada à consciência por meio de uma inspeção direta (intuição de essência), permite a seleção de determinada classe de sistemas lógicos como “espaços” formais, aptos a traduzir os resultados das medições. Aí está uma conexão necessária, que permite a aplicação de sistemas formais à descrição do espaço físico. Pois um sistema lógico-formal que se possa chamar adequadamente de “espacial” – e isso quer dizer: que possa ser usado para descrever o espaço físico – tem de traduzir, pelo que vimos acima, a estrutura do espaço intuitivo e, mais especificamente, a classe de possibilidades do espaço intuitivo.

⁷⁸ A abordagem completa de Poincaré para esse problema, na verdade, é um pouco mais sofisticada. Aqui, referimo-nos apenas a seu significado *prima facie*, aquela característica que salta como mais evidente de exemplos como o do espaço esférico.

⁷⁹ *Der Raum*: págs. 47-54.

A harmonia estrutural anteriormente observada pode ser agora plenamente esclarecida. O “espaço formal” de Carnap é composto por certa classe de estruturas relacionais logicamente possíveis (não por *todas* as estruturas logicamente possíveis, ou seja, articuláveis em um sistema lógico-simbólico): precisamente aquelas estruturas que traduzem a estrutura do espaço intuitivo, o qual é uma estrutura topológica localmente isomorfa ao espaço euclidiano⁸⁰. Como essa topologia é compatível precisamente com aquelas métricas localmente isomorfas à métrica euclidiana, o resultado de qualquer medição empírica pode ser descrito pela geometria diferencial de Riemann, que se revela, nesse sentido, a verdadeira teoria matemática do espaço. O que se obtém é uma estrutura matemático-formal específica, apta a descrever qualquer possível resultado da medição empírica, resultado esse garantido, justamente, pela mediação do espaço intuitivo.

Podemos ser ainda mais rigorosos. A estrutura *a priori* do espaço intuitivo determina a classe de *possibilidades* da experiência empírica. Ao fazer isso, permite selecionar também uma classe de estruturas formais que lhe correspondem. Isso mostra como, nesse ponto do pensamento de Carnap, a aplicação de um sistema formal à descrição do fenômeno espacial empírico ainda envolve a consideração de estruturas intuitivas intermediárias. Se formularmos a pergunta da seguinte maneira: “Como se pode fazer para descrever, por meio de um sistema lógico formal, o espaço físico?”, encontramos a seguinte resposta de Carnap: por meio da intermediação de uma intuição espacial dotada de certa estrutura específica; a passagem pelo âmbito intuitivo mostra-se necessária na medida em que *somente o espaço intuitivo determina o campo possível do físico segundo uma forma* (estrutura topológica do espaço intuitivo = estrutura topológica da possibilidade de experiência empírica), a ser captada no sistema lógico-formal.

Eis por que Carnap escreve, em trecho já citado, que “as determinações do espaço intuitivo topológico (...) é que podem ter, somente, aquela validade fundadora da experiência”: fundadora da experiência, por conterem a forma necessária da experiência, ou seja, a forma necessária do espaço físico, dado em certa configuração dos fatos (*Tatbestand*). E eis por que acrescenta que as determinações do espaço intuitivo topológico trazem consigo, “como consequência, também as determinações do espaço topológico formal, como estrutura relacional geral de objetos não determinados,

⁸⁰ *Der Raum*: págs. 12-14.

da qual o espaço topológico intuitivo constitui certo caso particular”: embora o espaço topológico intuitivo seja, formalmente, “um caso particular” do espaço topológico formal, é a determinação de um espaço topológico intuitivo que permite indicar uma classe específica de estruturas formais como estruturas espaciais.

O espaço intuitivo, então, promove a união entre os outros dois espaços sob a égide da possibilidade. São “espaciais” todas aquelas estruturas simbólicas formais que capturem as *possíveis* estruturas topológicas do espaço intuitivo; e a configuração dos fatos, que é o único espaço físico dado à percepção, tem de ser dado segundo as *possibilidades* topológicas do espaço intuitivo⁸¹. Isso porque a experiência é sempre uma experiência dada à consciência, de modo que a “experiência possível” do espaço tem de assumir, sempre, a forma de certa consciência espacial, dada pelo espaço intuitivo topológico (eis o que permite a Carnap utilizar a linguagem kantiana e falar do espaço intuitivo topológico como “condição de possibilidade da experiência”). As duas pontas ficam amarradas, e o aspecto importante é: o espaço intuitivo *garante* que a estrutura espacial formal seja adequada a descrever a configuração dos fatos tais como dados na experiência. Em outras palavras, *o espaço intuitivo garante a aplicabilidade de determinado esquema formal à descrição da experiência*.

⁸¹ O essencial é o aspecto topológico. A métrica aparece sempre como uma adição promovida pela livre escolha de um padrão de medida ou, mais geralmente, por uma convenção. Essa ênfase no aspecto topológico foi progressivamente obtendo, após a recepção e compreensão do trabalho de Riemann, a quase unanimidade dos meios científicos. Foi rapidamente esposada, também, pela filosofia do chamado “positivismo lógico” – além do trabalho de Carnap, podemos lembrar aqui, novamente, a obra de Reichenbach ([Reichenbach, 1928]). Vale a pena ainda repetir, por bastante clara e significativa a esse respeito, a seguinte passagem de Schlick, em seu comentário a Helmholtz: “A ‘congruência’ é estabelecida pela observação da coincidência entre pontos materiais. Todas as medições físicas podem ser reduzidas a esse mesmo princípio, pois a leitura de qualquer de nossos instrumentos é feita com o auxílio da coincidência entre partes móveis com os pontos de uma escala etc. A proposição de Helmholtz pode ser estendida, portanto, à seguinte verdade: absolutamente nenhuma ocorrência pode ser fisicamente afirmada a não ser a coincidência entre pontos. Desse fato Einstein extraiu a conclusão lógica de que todas as leis físicas devem conter, basicamente, apenas afirmações a respeito de tais coincidências.” [Schlick, 1921]: nota 39 a [Helmholtz: 1868a], em [Cohen & Elkana: 1977]: pág. 33-4. No original: “‘Congruence’ is established by observing the coincidence of material points. All physical measurements can be reduced to this same principle, since any reading of any of our instruments is brought about with the help of coincidences of movable parts with points on a scale, etc. Helmholtz’ proposition can therefore be extended to the truth that no occurrences whatsoever can be ascertained physically other than meetings of points, and from this Einstein has logically drawn the conclusion that all physical laws should contain basically only statements about such coincidences.”

1.9. *Der Raum*: a lógica

Qual a concepção de lógica – e particularmente da “lógica do espaço” – que emerge do sistema detalhadamente elaborado em *Der Raum*?

Carnap é um partidário da nova lógica formal, desenvolvida por Russell e Whitehead nas linhas abertas por Frege. O primeiro capítulo de sua obra (“*Der formale Raum*”) contém uma breve exposição do sistema da “logística”. Eis como Carnap inicia sua discussão:

*“Começamos a construção da lógica formal pelos conceitos primitivos de ‘verdadeiro’ e ‘falso’. Tudo aquilo que é ou verdadeiro ou falso, nós chamamos de juízo. Uma composição de símbolos, particularmente símbolos escritos, que designa um juízo é chamada de frase (completa).”*⁸²

Nessa passagem, Carnap aceita comprometer-se com entidades ideais, tais como “juízos”, que são distinguidos das frases que os “designam” (*bezeichnen*). Isso denota, aparentemente, certa hesitação na concepção do autor. Sua herança fregeana – e a ausência de soluções melhores que as de Frege para os problemas a que este último se dirigia – tornam natural esse caminho, em que as entidades lógicas ideais desempenham uma função estabilizadora para o sistema simbólico. A própria simplicidade com que Carnap trata o assunto, porém, aparece como um passo para sua superação. No capítulo 2, discutiremos detalhadamente essa questão (ver seções 2.1. e 2.2.). Por enquanto, gostaríamos apenas de ressaltar que esse aparentemente compromisso com uma “idealidade lógica”, manifestada na separação entre os “juízos” e certas composições simbólicas que os “designam”, não desempenha nenhum papel no restante da obra, nem do ponto de vista técnico (no desenvolvimento do formalismo geométrico), nem do ponto de vista das discussões filosóficas que Carnap oferece. (Em *LSL*, como veremos, qualquer hesitação nesse sentido já estará totalmente superada.)

⁸² *Der Raum*: pág. 9. No original: “Den Aufbau der formalen Logik beginnen wir mit den undefinierten Grundbegriffen ‘wahr’ und ‘falsch’. Wir nennen alles das, was entweder wahr oder falsch ist, ein Urteil. Eine Zusammenstellung von Zeichen, insbesondere Schriftzeichen, die ein Urteil bezeichnet, heisst (vollständiger) Satz.”

O que mais interessa para o desenvolvimento do trabalho de Carnap, aquilo de que ele realmente fará uso, é a correta formulação do formalismo lógico exposto nos *Principia*. Trata-se da necessidade, bem compreendida por Carnap, de estruturar um sistema regido de manipulação de símbolos que seja, ao mesmo tempo, claro o suficiente para não permitir nenhum equívoco quanto àquilo que é ou não permissível, e flexível o suficiente para incorporar a riqueza de formas necessárias à prática científica (e, particularmente, as formas matemáticas). De fato, esse é o ideal formal tal como compreendido – no mínimo desde Leibniz – por qualquer pensador suficientemente atento à maneira como a linguagem matemática vinha se desenvolvendo no período moderno, em sua interação com as diversas ciências naturais. A matemática é uma linguagem cuja estruturação simbólica vai se tornando progressivamente mais rigorosa, e que deve encontrar variadas aplicações na descrição do mundo.

É particularmente interessante a comparação que Carnap faz entre o formalismo geométrico de Hilbert⁸³ e o método da lógica formal elaborado por Russell e Whitehead nos *Principia*:

*“A construção do espaço formal, contudo, pode ser realizada não apenas do modo indicado [método axiomático de Hilbert], pela assunção de determinados axiomas acerca de classes e relações, mas também por um outro caminho: a partir da lógica formal [lógica de Russell e Whitehead], teoria geral das classes e relações, são desenvolvidas as séries (ordinais) e, como caso específico, as séries contínuas. Por meio das séries de ordem superior (série de séries) é alcançado, então, o caso mais geral do espaço formal com diversas dimensões (especialmente três); deste, destacam-se por meio de certas especificação o espaço projetivo (formal) e os diferentes tipos de espaços métricos (formais). Somente esse caminho está em condições de conduzir à construção completa do espaço formal, abrangendo todas as suas subespécies.”*⁸⁴ (colchetes meus)

⁸³ Tal como desenvolvido em [Hilbert, 1903].

⁸⁴ *Der Raum*: págs. 8-9. No original: “Der Aufbau des formalen Raumes kann aber nicht nur in der angedeuteten Weise durch Aufstellung bestimmter Grundsätze über Klassen und Beziehungen vorgenommen werden, sondern auch auf einem andern Weg: von der formalen Logik, der allgemeinen Klassen- und Beziehungslehre, werden die (Ordnungs-)Reihen und als Sonderfall die stetigen Reihen entwickelt. In den stetigen Reihen höherer Stufe (Reihen von Reihen) ist dann der allgemeinste Fall des

Por um lado, Carnap descreve o sistema dos *Principia* como “a lógica formal”, ou seja, como “a teoria geral das classes e relações”. Mais adiante, ele explicará que “classes” e “relações” devem ser entendidos do ponto de vista extensional: duas classes são iguais se possuem os mesmos elementos (e analogamente para relações). Nesse sentido, ele parece acreditar que o sistema de lógica desenvolvido por Russell e Whitehead goza de algum *status* especial, de alguma posição privilegiada, justamente por captar a estrutura extensional – o modo de operar com classes e relações em extensão – da racionalidade científica, incluída aí a racionalidade matemática. Dessa forma, vemos que a lógica formal é vista por Carnap sob um duplo aspecto: *como teoria do sistema simbólico absolutamente regrado, e como teoria geral da extensão*⁸⁵. A direção em que Carnap aponta, assim, parece ser esta: a extensionalidade, ou operação extensional com conceitos, é precisamente aquilo que pode ser plenamente capturado por um formalismo.

Por outro lado, e apesar da manifesta preferência pela abordagem dos *Principia*, Carnap descreve o método axiomático (igualmente formal) de Hilbert como sendo, também ele, perfeitamente adequado aos propósitos em vista: a estruturação do “espaço formal”. Em outras palavras, trata-se de um método apto a descrever certa *estrutura formal* – chamada de “espaço formal” – anterior a qualquer determinação de conteúdo. Nesse sentido, o sistema formal de Hilbert é tão bom quanto o dos *Principia*, e pode ser utilizado sem nenhuma ressalva de ordem filosófica (a despeito de seus pressupostos matemático-filosóficos supostamente diferentes). Tanto quanto o sistema dos *Principia*, ele é capaz de lidar, de modo puramente formal (simbolicamente regrado), com estruturas relacionais em extensão. É nesse sentido que, falando da axiomática hilbertiana, Carnap observa:

“Se pensarmos, assim, em todos os teoremas postos nessa forma mais geral, então obtemos, no lugar da verdadeira geometria [geometria usual] (...), uma ‘teoria pura das relações’ ou ‘teoria [pura] dos sistemas ordenados’, ou seja, um estudo de relações indeterminadas, em relação às quais basta supor alguns poucos axiomas, para daí derivar um

formalen Raumes mit mehreren (insbesondere drei) Abmessungen erreicht, aus dem durch bestimmte Besonderungen der (formale) projektive Raum und die verschiedenen Arten der (formalen) metrischen Räume hervorgehen. Nur diese Weg ist imstande, zum vollständigen Bau des formalen Raumes zu führen, der alle Unterarten umfasst.”

⁸⁵ Essa dualidade é extremamente importante, e reaparecerá em vários outros pontos de nosso estudo. Ver, por exemplo, as seções 2.5, 2.6, 2.10 e 3.6.

*número ilimitado de teoremas. Como objeto desse estudo aparece, portanto (...), a ‘estrutura relacional’ ou ‘estrutura ordinal’ determinada por aqueles axiomas.”*⁸⁶ (colchetes meus)

Mas então em que consiste, exatamente, a superioridade – ou o *status* privilegiado – da lógica formal de Russell e Whitehead? Para Carnap, ela reside na generalidade de sua construção. Ela é a “teoria *geral* das classes e relações (em extensão)”. De fato, como fica claro na passagem anterior, somente por meio de uma lógica formal como a dos *Principia* torna-se possível descrever, de maneira plenamente articulada, a totalidade das estruturas formais. No caso da geometria, apenas essa teoria lógica “geral” permite apreender, de modo unificado e organizado, reportadas a um princípio comum, todas as subespécies possíveis de espaço formal: os espaços topológicos, os espaços métricos, os espaços a duas, três ou mais dimensões etc. Consegue-se fazer isso em ordem crescente de complexidade e decrescente de generalidade, começando por séries ordinais, prosseguindo para séries ordinais contínuas, unindo séries ordinais contínuas para formar espaços de várias dimensões, e assim por diante até chegar ao quadro completo da geometria métrica riemanniana. O método de Hilbert, comparativamente, demanda a construção de um sistema axiomático para cada espaço (ou para cada estrutura formal que se deseje apreender), sem que a transição de um para outro conjunto de axiomas, ou seja, de uma para outra estrutura formal, possa ser tão claramente organizada⁸⁷.

A vantagem explicitada por Carnap, portanto, está na generalidade do método da logística – e, como sua consequência, na flexibilidade, na adequação, na idoneidade desse método para o manuseio de diferentes estruturas formais. Não vai indicada aí nenhuma exclusividade metafísica, vista como crença em um vínculo exclusivo do

⁸⁶ *Der Raum*: pág. 8. No original: “Denken wir uns auch alle Lehrsätze in diese allgemeinere Form gebracht, so haben wir an Stelle der eigentlichen Geometrie (...) eine ‘reine Beziehungslehre’ oder ‘Ordnungslehre’, d. h. eine Wissenschaft von unbestimmten Beziehungen, für die einige wenige Grundsätze vorausgesetzt und auf Grund davon Lehrsätze in unbeschränkter Zahl abgeleitet werden. Als gegenstand dieser Wissenschaft tritt so (...) ein durch jene formalen Grundsätzen bestimmtes ‘Beziehungs- oder Ordnungsgefüge’.”

⁸⁷ Em momento posterior, principalmente a partir de *Eigentliche und Uneigentliche Begriffe*, Carnap vai explicitar outra diferença que lhe parecia haver entre o método da logística e o método axiomático de Hilbert: somente o primeiro permite determinar a aplicabilidade de seus conceitos a um caso qualquer. Do ponto de vista matemático, essa posição traduz a idéia de que o tratamento “logicista” da matemática, tal como iniciado por Frege, permite obter o que seria a verdadeira semântica dos números naturais: a aplicação dos números naturais finitos aos casos de contagem. Essa tese foi recentemente defendida por Putnam, para quem o maior legado da escola logicista é justamente o tratamento correto dos números naturais finitos (ver [Putnam, 1967]). Ver também a seção 2.8 e 2.14 abaixo.

sistema lógico com a “estrutura ontológica do mundo”⁸⁸. O máximo que se pode dizer, de acordo com o que vimos acima, é que a lógica de Russell e Whitehead capta, em sua forma mais geral possível, um modo específico da racionalidade, ou um modo específico de considerar o mundo segundo conceitos: o modo da extensionalidade.

Do ponto de vista lógico-filosófico, isso significa que a extensionalidade, como regime conceitual, seria capaz de garantir certa generalidade da lógica formal (e lembremos que a generalidade, assim como a necessidade, é uma característica historicamente associadas à lógica) *pelo lado da semântica*. De fato, se a extensionalidade for considerada como modo fundamental de significação e de compreensão de significados, e se a lógica formal tiver no regime extensional seu modo natural de interpretação (se for “uma teoria geral das classes e relações [em extensão]”), então a generalidade na aplicação da lógica à descrição do mundo resultaria, em certa medida, garantida.

Mas Carnap parece identificar, no sistema formal dos *Principia* tanto como no de Hilbert, outro componente propriamente lógico: certa “forma lógica”, afirmada por oposição ao conteúdo ou significado específico dos conceitos. A esse respeito, veja-se o que ele escreve, um pouco antes da passagem anteriormente citada, a respeito do método de Hilbert:

*“Portanto, o pleno conteúdo de significado que tais axiomas possuem para aquele que já conhece os conceitos de ponto, reta, plano, estar sobre ... , não se mostra efetivamente atuante para a estrutura científica que sobre tais axiomas se vai erguer. Efetivamente atuante é apenas sua forma lógica (...).”*⁸⁹

Carnap fala em “forma lógica”, e com isso quer dizer apenas: a maneira como certo “conceito”, materializado no sistema lógico por meio de um termo primitivo, é

⁸⁸ No que diz respeito à estrutura inferencial desses sistemas lógicos com que trabalha, no entanto, Carnap parece acreditar que ela traduz algo de fundamental. Em outras palavras, Carnap parece acreditar que a estrutura inferencial desses cálculos lógicos incorpora um aspecto necessário a qualquer aplicação da lógica à realidade: a capacidade de “transmitir verdade”, ou seja, passar de premissas verdadeiras a conclusões verdadeiras. Esse tema não é explicitado em nenhum momento da obra (motivo pelo qual as presentes considerações ficam restritas a esta nota); surge, porém, como premissa natural do raciocínio de Carnap em diferentes momentos do texto.

⁸⁹ *Der Raum*, pág. 7. No original: “Es wird demnach gar nicht der ganze Bedeutungsgehalt, den die Grundsätze für denjenigen haben, dem die Begriffe Punkt, Gerade, Ebene, Liegen auf ... schon bekannt sind, auch logisch wirksam für den auf ihnen zu errichtenden Wissenschaftsbau. Wirksam ist nur ihre logische Form (...).”

manipulado segundo as regras desse sistema⁹⁰. A visão presente aqui, sem dúvida, é a da lógica como cálculo simbólico. O vocabulário e as regras de formação de sentenças determinam o alcance expressivo do cálculo, ao passo que as regras de dedução estabelecem sua estrutura argumentativa (dedutiva). Trata-se de uma concepção da lógica formal, novamente, em seu sentido mais próprio: como sistema simbólico regrado ou, mais precisamente, como conjunto de regras para a manipulação de seqüências simbólicas.

Em outra passagem ainda, as vantagens do método lógico-formal são novamente enfatizadas:

*“A vantagem dessa estrutura formal reside, por um lado, na sua pureza e rigor lógicos, pois ela está livre de componentes não-lógicos (dependentes da intuição ou da experiência); por outro lado, na sua grande fecundidade, justamente para a verdadeira pesquisa geométrica (...).”*⁹¹

A fecundidade do método formal é, mais uma vez, trazida ao primeiro plano: sua capacidade de permitir, do modo mais “puro” e “rigoroso” (segundo regras inequívocas de operação), manipulações conceituais complexas que, de outra maneira, pareceriam impossíveis. O que está em jogo, aqui, é o cálculo lingüístico em um dos sentidos mais caros a Leibniz: a operação automática e regrada de conceitos, que permite atingir esferas de complexidade e certeza operatória que dificilmente poderiam ser obtidas pelo uso da linguagem natural (recordemos a maneira como os sábios leibnizianos passariam a dirimir suas dúvidas: “Calculemos...”). Ao contrário de Leibniz, porém, Carnap não

⁹⁰ A esse respeito, podemos citar uma passagem de *Physikalische Begriffsbildung*, texto escrito por Carnap em 1926: “Nós não dissemos, com isso, o que um conceito é; dissemos apenas o que significa que um símbolo designa um conceito. Isso é também tudo o que, com exatidão, pode-se dizer. E basta isso também; pois quando se fala significativamente de conceitos, trata-se sempre de conceitos designados por símbolos ou que, em princípio, podem ser designados por símbolos. E, de fato, o que se fala é então sempre acerca desses símbolos e das leis de sua aplicação. (...) Assim que se fala de um conceito, trata-se sempre da utilização unitária e regrada de um símbolo.” No original: “Was ein Begriff ist, haben wir hiermit nicht gesagt; sondern nur, was es heisst, ein Zeichen bezeichne einen Begriff. Das ist auch das einzige, was genau gesagt werden kann. Und das genügt auch; denn wenn von Begriffen sinnvoll die Rede, so handelt es sich stets um durch Zeichen bezeichnete oder doch grundsätzlich bezeichnenbare Begriffe; und im Grunde ist dann stets die Rede von diesen Zeichen und ihren Verwendungsgesetzen. (...) Sobald überhaupt von einem Begriff die Rede ist, handelt es sich stets um die einheitliche, also gesetzmässige Verwendung eines Zeichens.”

⁹¹ *Der Raum*: pág. 8. No original: “Der Vorzug dieses formalen Gefüges liegt einerseits in seiner logischen Geschlossenheit und Strenge, da es von nichtlogischen (anschauungs- oder erfahrungsmässigen) Bestandteilen frei ist, andererseits in seiner grossen Fruchtbarkeit gerade auch für die eigentliche geometrische Forschung (...).”

manifesta nenhuma crença de que o cálculo formal deva ser alguma espécie de *caracteristica universalis*, ou seja, que deva incorporar em sua estrutura os conceitos certos, únicos capazes de traduzir e expressar corretamente o mundo.

É necessário observar, contudo, que a filosofia da lógica não aparece, em nenhum momento de *Der Raum*, como tema explícito de investigação. Carnap não está interessado em responder à pergunta: “O que é lógica?”. Ele está interessado em examinar diferentes conceitos de espaço: a maneira como estes se relacionam entre si, bem como sua utilidade para a descrição científica do mundo. Para fazer isso, ele *usa* sistemas de lógica formal. Ele assume que os sistemas formais da lógica moderna fornecem a ferramenta adequada (mais adequada que as linguagens naturais) à descrição das diferentes estruturas espaciais que pretende examinar.

Mas o que faz de um sistema formal, do tipo por ele considerado, um sistema formal? O que possibilita tais sistemas? Como se constituem? Qual sua possível amplitude, e suas limitações? Esse plexo de questões, que compõe (ou deveria compor) um dos ramos mais importante de qualquer filosofia da lógica formal, não merece por parte de Carnap nenhuma análise mais detida. Carnap não desenvolve nenhuma teoria geral do sistema simbólico regrado (como será seu principal objetivo em *LSL*). Ele apenas tangencia esse tipo de problema, cuja resolução não lhe parece premente para os propósitos que tem em vista. O horizonte formal dos *Principia* (e a axiomática de Hilbert) bastava-lhe. No geral, podemos dizer que ele se contenta com uma visão bastante ampla e não-problematizada, segundo a qual qualquer sistema formal é um “cálculo simbólico”, ou seja, um conjunto de regras para a operação com símbolos, voltadas à formação e manipulação de seqüências desses símbolos. Acerca das condições de instituição de um cálculo desse tipo, no entanto, ele quase nada diz.

Na verdade, no único momento em que trata explicitamente de questões de filosofia da lógica, as considerações de Carnap apontam em sentido algo diverso daquele que temos indicado. Ele se socorre mais uma vez de Husserl. Estamos nos referindo ao momento do texto em que, ao classificar os diferentes conceitos de espaço segundo suas “fontes de conhecimento”⁹², Carnap afirma que a fonte exclusiva do conhecimento do *espaço formal topológico* é a *intuição de essência*⁹³.

⁹² *Der Raum*: págs. 64-5.

⁹³ Esse espaço não depende nem de convenção, nem da configuração dos fatos; já o espaço formal *métrico* depende – como observamos em nota mais acima – também de convenção.

Parece criar-se assim uma situação intrigante. Pois o espaço formal topológico é a estrutura espacial *formal* mais geral possível; e vemos agora que, para Carnap, esta estrutura depende somente da *intuição*. É com efeito estranho que uma estrutura formal, no que tem de formal, dependa exclusivamente da intuição. O autor, porém, apressa-se em esclarecer: não se trata de intuição de essência propriamente espacial, mas sim da intuição de tipo meramente formal, no sentido da “ontologia formal” de Husserl⁹⁴. Com isso, ele quer dizer apenas que a qualidade precípua de uma lógica formal é sua aplicabilidade absolutamente geral, independente de qualquer domínio particular de objetos. No entanto, essa aplicabilidade absolutamente geral – como já examinamos mais acima – aparece para Carnap condicionada a um aspecto específico: o aspecto extensional.

Seja como for, a visão assumida em *Der Raum* a respeito da fonte do conhecimento do espaço formal topológico aparece na obra, novamente, como suposição absolutamente acessória e tangencial, sem qualquer consequência ou desenvolvimento para o conjunto das indagações ali realizadas. Não chega a constituir ou incorporar uma teoria do objeto formal (ou da forma geral do objeto); tampouco se apresenta, no sentido desejado, como teoria geral do sistema simbólico.

Carnap está aqui fazendo uma mistura interessante, ainda que de pouca consequência para a obra como um todo. Deseja combinar certa concepção tradicional de lógica como ciência mais geral possível, fazendo uso do melhor formalismo lógico disponível na época, com uma análise filosófico-fenomenológica da fonte dessa generalidade, socorrendo-se para tanto de Husserl. O resultado, porém, não chega a ser desenvolvido.

Muito mais importante, parece-nos, é sua análise da maneira como o formalismo lógico deve ser aplicado à descrição do mundo físico, ou seja, utilizado pela ciência como ferramenta de apreensão do mundo. É aí que surge a complicada mediação do espaço intuitivo, que examinamos longamente na seção anterior. Recapitulando: para que se possa aplicar um cálculo formal à descrição (científica) do mundo, é necessário

⁹⁴ Citamos: “W [intuição de essência] aparece em toda parte, mas apenas nos últimos casos é verdadeiramente ‘espacial’; nos dois primeiros casos [espaço formal topológico e espaço formal métrico], ao contrário, é de tipo formal (Husserl: ‘ontologia formal’).” (colchetes meus) *Der Raum*: pág. 65. No original: “W tritt überall auf, ist aber nur in den letzten Fällen eigentlich ‘räumlicher’, in den beiden ersten dagegen formaler Art (Husserl: ‘formale Ontologie’).”

uma instância intuitiva intermediária que delimite o campo da experiência possível (como experiência consciente).

Assim, podemos resumir os aspectos lógicos e lógico-filosóficos de *Der Raum* da seguinte maneira:

1) Carnap adota o sistema de cálculo lógico mais desenvolvido de sua época: o sistema dos *Principia*.

1.1) Esse sistema é visto na qualidade de cálculo simbólico, vale dizer, como conjunto de regras para a operação com símbolos.

1.2) Para Carnap, a gramática desse cálculo possui poder expressivo suficiente para os propósitos descritivos da ciência natural, particularmente ao permitir o tratamento da matemática. Sua estrutura inferencial, além do mais, é *correta*. Essa correção inferencial não é teorizada, e Carnap parece ficar nesse ponto com uma visão tradicional “ingênua”: uma inferência é correta se transmite a “verdade” das premissas à conclusão.

1.3) Apesar dessa correção inferencial, o cálculo lógico dos *Principia* não goza de nenhum privilégio ou exclusividade metafísica. Sua grande vantagem está na generalidade de que se reveste, e na fecundidade de resultados que permite.

1.4) Mais especificamente, a generalidade desse cálculo reside em ser ele uma “teoria geral das classes e relações (em extensão)”, ou (o que para Carnap é o mesmo) uma teoria geral das estruturas formais. Devemos chamar a atenção, aqui, para a confusão que Carnap faz entre a estruturação de um formalismo e sua interpretação extensional. Essa confusão terá amplas consequências mais à frente.

1.4.1) Carnap parece acreditar que a matemática pode ser inteiramente formulada dentro de uma linguagem extensional. Assim, o sistema de lógica dos *Principia*, interpretado por ele como uma teoria geral da extensão, permite inserir a construção geométrica do espaço em um formalismo rico o suficiente para desenvolver toda a teoria das séries ordinais e conter, assim, a matemática do contínuo.

1.5) A fecundidade do método formal – método de operação de sistemas simbólico completamente regrados – está em permitir uma manipulação conceitual precisa, segundo cânones inferenciais corretos, em um grau de complexidade impossível de se alcançar nas linguagens naturais.

2) Carnap, no entanto, não desenvolve nenhuma teoria geral do sistema simbólico regrado. Não desenvolve, portanto, nenhuma teoria geral do formalismo lógico: nem com relação às condições de sua instituição, nem com relação às condições de sua aplicação.

2.1) Contenta-se, nesse sentido, com algumas indicações husserlianas, segundo as quais a lógica geral corresponde a uma intuição *formal* de essência, o que significa: trata-se de uma lógica do objeto qualquer, ou seja, de uma lógica que deve poder ser aplicada a qualquer domínio de objetos possíveis (objetos fenomenologicamente possíveis; “objetos para a consciência”). Contudo, já sabemos: para Carnap, essa posição vem carregada do matiz “extensionalista”. A lógica formal é absolutamente geral, ao considerar qualquer domínio de objetos; mas os considera segundo o prisma extensional.

3) Atento aos ensinamentos da matemática e da física contemporânea, Carnap sabe que a semântica geométrica precisa ser revisada. Em outras palavras: sabe que a referência dos termos de uma linguagem geométrica envolve questões complicadas, que não podem mais ser pensadas segundo o esquema kantiano original, por meio de uma semântica representacional-intuitiva que se transportava automaticamente ao mundo físico.

3.1) O problema kantiano relativo à aplicação de uma ciência matemática *a priori* à descrição da experiência⁹⁵ continua determinante para o horizonte de Carnap.

3.1.1) Em linha com as concepções mais modernas de sua época – cuja tendência era, pela manipulação simbólica, aproximar a lógica da matemática (lógica matematizada) e a matemática da lógica (matemática logicizada) –, Carnap assimila as ciências matemáticas em geral (aí incluída a geometria matemática) ao campo do lógico. Ele sabe que os novos sistemas lógicos simbólicos são ricos o suficiente, em poder expressivo e estrutura dedutiva, para conter (ao menos em grande parte) as estruturas matemáticas clássicas.

3.1.2) De fato, para Carnap, a lógica dos *Principia* (como teoria geral da extensão), assim como outros sistemas da lógica formal moderna, só se mostra adequada à utilização científica por ser capaz de incorporar, no seu âmbito de

⁹⁵ Para uma formulação clássica a respeito desse problema como o problema kantiano por excelência, ver [Vuillemin, 1955].

conceitualização (ou seja: como parte de seu poder expressivo), os conceitos matemáticos. Daí que o problema geométrico manifeste-se, para Carnap, como parte do problema mais geral de aplicar a lógica (certo sistema formal da lógica) à descrição da realidade.

3.1.3) Para Carnap, portanto, esse problema lógico-matemático – o problema da aplicação de uma ciência matemática à descrição do mundo – vai assumir, já aqui, a forma que se tornaria a mais característica do empirismo contemporâneo. Não se trata mais de explicar, à maneira do empirismo clássico, como a matemática pode ser lida, extraída, ou abstraída da experiência. Nem de explicar, à maneira de Kant, como a matemática, vista como conhecimento sintético *a priori*, impõe-se constitutivamente à apreensão racional da realidade. Trata-se de entender como certo *cálculo formal geométrico* (regras para a manipulação de símbolos), cujo conjunto de resultados é exclusivamente analítico, pode ser aplicado à descrição do universo físico, ou seja, como pode ser utilizado pela ciência.

4) Assim, na concepção defendida por Carnap, vemos a geometria – ou “lógica do espaço” – completar parte daquele percurso que indicamos como característico da segunda metade do século XIX. Como ciência, ela se divide em geometria racional (que é parte da lógica: aquela geometria desenvolvida de modo dedutivo-analítico dentro de um sistema de lógica formal), e geometria empírica (ação de medida do espaço físico, cujos resultados devem ser expressos e incorporados em um sistema geométrico lógico). Como geometria racional, ela entra na tutela do simbólico; e, como geometria empírica, entra na tutela da experiência. No entanto, Carnap não abandona a intuição como campo necessário de investigação; a intuição aparece como parte integrante de sua solução para o problema.

4.1) De fato, a solução de Carnap faz uso essencial do espaço intuitivo, que aparece como espaço representacional constitutivo da experiência. A medição geométrica empírica é uma ação no mundo: a ação típica do cientista no laboratório. O mundo medido, porém, ainda é um mundo representado na consciência. E a intuição, capaz de revelar certa estrutura *necessária* da consciência espacial (o espaço intuitivo topológico), determina o campo da experiência possível.

4.2) Simetricamente, a intuição permite estabelecer a classe de estruturas formais – o espaço formal topológico – adequadas à descrição do espaço empírico, ou seja, capaz de incorporar as medições feitas pelo cientista.

4.3) Desse modo, a intuição realiza a mediação entre o formal e o empírico: garante a aplicabilidade de certa classe de estruturas formais (os diferentes espaços formais) à descrição do mundo físico.

4.4) Em *Der Raum*, portanto, vemos a semântica empírica do formalismo geométrico – sua aplicação científica – conviver ainda com uma semântica intuitiva, que a condiciona.

Capítulo 2

O *Abriss* e as *Untersuchungen*:

A Interpretação da Lógica

No final da década de 1920, logo após a publicação de *Der logische Aufbau der Welt* (1928), Carnap ocupou-se com a elaboração de dois textos – *Abriss der Logistik* (1929) e *Untersuchungen zur allgemeinen Axiomatik* (publicação póstuma, 2000; escrito em 1928) – que tratam, essencialmente, de problemas lógicos e de problemas relativos à fundação da matemática. Ao contrário do que acontece com o *Aufbau*, que se concentra em problemas relativos à constituição de conceitos empíricos e à descrição do mundo empírico, e cuja leitura clássica coloca em primeiro plano um conjunto de questões epistemológicas, esses dois trabalhos dedicam-se a resolver questões relativas à natureza da lógica formal ou, mais especificamente, à natureza dos sistemas de lógica formal, sua articulação e interpretação.

É para esses dois textos, portanto, que voltamos nossa atenção. Eles revelam a maneira como Carnap, ainda antes da publicação dos resultados fundamentais de Gödel e Tarski na década de 1930, considera a possibilidade de instituir, analisar e interpretar as construções simbólico-formais da lógica moderna.

Nesse sentido, podemos sumariar o percurso que desejamos fazer, bem como o interesse que despertam as duas obras mencionadas, da seguinte maneira. Em *Der Raum*, encontramos Carnap preocupado em utilizar a ferramenta da lógica simbólica moderna para o esclarecimento do problema geral do espaço. Seu trabalho, como vimos, consistiu em: a) construir uma específica classe de estruturas formais, com os recursos da lógica simbólica; b) mostrar por que razão as estruturas dessa classe – e não outras – deveriam ser chamadas de “espaciais” ou, em outras palavras, por que as estruturas dessa classe é que seriam adequadas à descrição (científica) do espaço empírico; e

c) examinar como é possível aplicar as estruturas dessa classe à descrição (científica) do espaço empírico. Em *Der Raum*, porém, Carnap *não* discutiu em detalhes: d) as condições gerais de articulação de um sistema formal; e) as características gerais de tais sistemas; e f) as características gerais da aplicabilidade e interpretação de tais sistemas. São esses temas – essenciais para a compreensão da lógica –, que ganham no *Abriss* e nas *Untersuchungen* um tratamento mais amplo e sistemático, que cumpre agora examinar.

Parte 1: *Abriss der Logistik*

Carnap escreveu seu *Abriss der Logistik* como um manual: o texto deveria expor, para o público de língua alemã, a “logística” (termo pelo qual o autor designava a lógica simbólica moderna, com ênfase para a formulação que esta havia recebido de Russell e Whitehead nos *Principia*). Segundo Carnap, tratava-se antes de ensinar uma técnica do que uma teoria. Técnica que se revelaria útil – “uma ferramenta afiada” – para qualquer estudioso que desejasse uma análise precisa de proposições e conceitos, na filosofia ou nas ciências especiais⁹⁶.

A seguir, indicamos aquelas que julgamos serem as principais características da apresentação realizada por Carnap. Buscaremos oferecer, para cada uma das características apontadas, uma interpretação adequada, capaz de integrá-las em um conjunto coerente e significativo, do qual se possa extrair a visão que Carnap tinha acerca da posição do estudo lógico no sistema geral de conhecimento. Por paradoxal que possa parecer, justamente pelo fato de tratar a lógica formal como ferramenta, e não como tema de uma exposição teórica, a obra traz à tona vários e importantes aspectos da filosofia da lógica de seu autor.

2.1. Caráter primitivo dos conceitos “verdadeiro” e “falso”

Assim como havia acontecido na breve exposição da logística que aparece no começo de *Der Raum* (ver seção 1.9 acima), os conceitos de “verdadeiro” e “falso” são apresentados no *Abriss* como conceitos primitivos que se aplicam a proposições. Carnap, porém, é agora mais específico, e declara que “verdadeiro” e “falso” seriam

⁹⁶ *Abriss*: pág. III (introdução).

conceitos primitivos indefiníveis (*undefinierbare Grundbegriffe*)⁹⁷. É importante atentar para o seguinte fato: Carnap não se limita a constatar que esses conceitos são indefinidos (*undefinierte*); ele afirma que não é possível defini-los (*undefinierbare*). Como compreender essa afirmação?

O primeiro aspecto relevante, do qual devemos tomar nota, poderia facilmente dar margem a confusões, principalmente devido à utilização da expressão “conceito primitivo”. Essa expressão é comumente utilizada – e será utilizada posteriormente também por Carnap – para se referir àqueles termos de um sistema formal (qualquer que seja esse sistema) que aparecem como parte de seu vocabulário inicial, ou primitivo. Vale dizer: aqueles termos que, *como parte de um sistema formal*, não são introduzidos (definidos) por meio de outros termos, e que servem, justamente, para introduzir todos os demais termos do cálculo.

Não é disso que se trata. Os conceitos “verdadeiro” e “falso”, aqui, não são vistos como conceitos formalizados, introduzidos em um cálculo formal como termos primitivos indefinidos⁹⁸. Eles são conceitos (para usar uma terminologia então estranha a Carnap) da metalinguagem: aplicam-se às proposições de uma linguagem. E como tais é que são ditos “indefiníveis”.

Posta a questão dessa maneira, porém, a dificuldade central ainda permanece por ser desvendada. Ela consiste em determinar: de qual metalinguagem Carnap está falando? E o que quer dizer, nesse contexto, a expressão “indefinível”? Carnap não é explícito a esse respeito. A metalinguagem, no *Abriss*, é simplesmente o alemão, a linguagem natural na qual a obra é escrita e na qual vêm formuladas suas definições, resultados etc. A isso vem se acrescentar um aspecto relevante da abordagem de Carnap. Ele não adota, em sua exposição da lógica formal, um procedimento “construtivo”, com a explicitação do vocabulário primitivo da linguagem seguido de suas regras de formação e inferência. Conseqüentemente, ele não oferece nenhuma determinação sintática da classe de fórmulas admissíveis, ou seja, não oferece uma determinação sintática para conceito de “proposição”. São justamente os conceitos em

⁹⁷ *Abriss*: pág. 3 (seção 2b). Ver citação logo abaixo.

⁹⁸ Carnap, provavelmente, não veria nenhum mal em formalizar dois conceitos, “V” e “F”, que reproduzissem características estruturais da utilização dos conceitos “verdadeiro” e “falso”. (Ele chega a fazer isso em *The Logical Syntax of Language*, obra na qual os conceitos “verdadeiro” e “falso”, mais do que simplesmente “indefiníveis”, são pura e simplesmente rejeitados.) Em outras palavras, ele poderia bem aceitar uma formulação axiomática para dois conceitos que pudessem ser *interpretados* como “verdadeiro” e “falso”.

questão, “verdadeiro” e “falso”, que servem para caracterizar a noção de proposição: uma proposição, “para a lógica”, é aquilo do qual se pode dizer que é “verdadeiro” ou “falso”⁹⁹.

Tais conceitos, portanto, possibilitam uma caracterização absolutamente geral – e central – da lógica, e é nesse sentido que são ‘indefiníveis’. Eles são anteriores a qualquer processo particular de formalização, e funcionam como elemento essencial de qualquer formalização. São anteriores a qualquer particular distinção entre metalinguagem e linguagem-objeto formalizada. São conceitos de uma metalinguagem geral, cujo estatuto não pode ser definido.

É importante assinalar que Carnap não está trabalhando dentro do quadro teórico que, pouco tempo depois, viria a consagrar Tarski: ele não desenvolve, dentro de uma metalinguagem M, o conceito de “verdadeiro em L” e “falso em L”, em que “L” designa a linguagem-objeto (cálculo formal) cuja formalização está sendo examinada. Ele assume a existência de dois conceitos gerais, “verdadeiro” e “falso”, que servem para caracterizar a classe das “proposições” em qualquer linguagem formal que venha a ser estudada. E é nesse sentido que “verdadeiro” e “falso” se revelam, ou são assumidos, como *conceitos gerais capazes de estruturar a atividade teórica lógica*, em seu momento formalizador.

A questão relevante envolvida aqui é o reconhecimento de um plano exterior – e anterior – a qualquer formalização, ou mesmo a qualquer teorização/exposição da lógica. Os conceitos “verdadeiro” e “falso”, aplicáveis a qualquer tentativa de descrição da lógica, resistem a uma definição. É a partir deles – como conceitos cujo significado já está, de alguma maneira, dado – que se começa a penetrar no tecido articulado da lógica. Eles funcionam, por assim dizer, como “transcendentais” em relação a uma lógica que deve servir como técnica, ou seja, a uma lógica que precisa ter seus mecanismos formais explicitados, e idealmente fixados em linguagem simbólica.

⁹⁹ *Abriss*: pág. 3 (seção 2b): “Por ‘proposição’ entende-se, na lógica, algo que ou é verdadeiro, ou é falso. (‘Verdadeiro’ e ‘falso’ são conceitos primitivos indefiníveis.)” No original: “Unter einer ‘Aussage’ verstehen wir in der Logik etwas, was entweder wahr oder falsch ist. (‘Wahr’ und ‘falsch’ sind undefinierbare Grundbegriffe.)”

2.2. Admissão de elementos ideais; função “trivial” dessa admissão

Ainda nas seções iniciais do *Abriss*, Carnap escreve:

*“Por ‘proposição’ não se quer indicar o ato histórico de fala, pensamento ou representação, mas sim seu conteúdo atemporal.”*¹⁰⁰

Pouco depois, observa:

*“Cada símbolo, o qual possua um significado determinado, designa ou uma proposição, ou um ‘objeto’.”*¹⁰¹

Vê-se aqui que Carnap, seguindo ainda a tradição de Frege, admite certos elementos “ideais” em sua exposição da lógica formal: as proposições não são atos históricos, mas sim “conteúdos atemporais”; certos símbolos – estes sim, dotados de existência física e historicidade –, designam as proposições.

Um aspecto da obra de Carnap, porém, chama a atenção nesse contexto. Na subsequente exposição da lógica, ele não faz nenhuma utilização da distinção apontada, entre atos históricos e conteúdos atemporais. Tal distinção é totalmente desnecessária ao desenvolvimento de seu sistema de lógica formal, bem como às considerações que ele introduz a respeito de sua aplicação. Mais ainda, não oferece nenhum excursus filosófico acerca do tema, nem faz qualquer utilização filosófica da distinção que traçou. Não discute as razões que o levam a assumir entidades ideais; não explora as dificuldades filosóficas associadas a essa posição, nem as dificuldades filosóficas que tal posição poderia ajudar a resolver; não transforma essa questão, sob nenhum ângulo, em um tema digno de apreciação.

Ao contrário, Carnap parece tratar a postulação de entidades ideais como um fato absolutamente trivial. Tal opção, à primeira vista, e se tomada pelo seu valor de face, não deixa de ser surpreendente. Poucas coisas parecem mais afastadas do espírito geral da filosofia de Carnap, tal como anunciado desde seu início, do que a introdução

¹⁰⁰ *Abriss*: pág. 3. No original: “Mit ‘Aussage’ ist nicht der historische Akt des Sprechens, Denkens, Vorstellens gemeint, sondern der zeitlose Inhalt.”

¹⁰¹ *Abriss*: pág. 4. No original: “Jedes Zeichen, das eine bestimmte Bedeutung hat, bezeichnet entweder eine Aussage oder einen ‘Gegenstand’.”

desse tipo de elementos metafísicos/ideais. No entanto, a própria maneira banal – leia-se: desprovida de conteúdo filosófico – com que Carnap trata o assunto deve ser tomada, nesse ponto, como um fato significativo. É possível, de fato, dar uma interpretação bastante não-problemática para esse “caminho expositivo” adotado no *Abriss*; uma interpretação tão não-problemática como o próprio Carnap, aparentemente, gostaria que ela fosse, e como testemunha seu silêncio a respeito da questão.

Na exposição de Carnap, parece-nos, a postulação de entidades ideais é tratada como absolutamente trivial porque possui uma *função* absolutamente trivial. Ela exime Carnap de discutir a razão pela qual a seqüência de símbolos “Das Matterhorn ist ein Berg in Europa”, que aparece na página 4 de seu livro, deve ser vista como *igual* à *mesma seqüência* de símbolos, caso volte a aparecer em outra página. E cumpre acrescentar: vista como “igual”, ao menos *em certo sentido*; vista como a “mesma seqüência”, ao menos *em certo sentido*. Pois existem muitos sentidos em que, obviamente, as duas ocorrências seriam diferentes: como objetos físicos compostos por partículas distintas; quanto à posição espacial; quanto à posição dentro da obra; etc. Apesar disso, uma vez estabelecido (por exemplo), na página 4, que “Das Matterhorn ist ein Berg in Europa” é uma proposição com a forma predicativa, poderemos saber que *essa mesma proposição* tem a forma predicativa, quando referida em qualquer outra página da obra (referida por meio de *outras* – ao menos em certo sentido – seqüências de símbolos).

A admissão de proposições como entidades ideais, portanto, desempenha para Carnap essencialmente – e poderíamos mesmo dizer exclusivamente – essa função trivial, mas indispensável, de conferir estabilidade ao sistema lógico-formal (e à exposição do sistema, o que vem a dar no mesmo). Para Frege, tal questão havia constituído um tema filosófico importante, que poderia ser parafraseado assim: O que há de comum entre duas aparições, espacialmente distintas, de uma *mesma* seqüência de símbolos? O que *garante* sua identidade? O que garante a identidade de seu *conteúdo*? (E o que garante a identidade de conteúdo entre duas formulações, em idiomas distintos, de uma *mesma* idéia, com o *mesmo conteúdo*, realizando a *mesma afirmação*? Os problemas, é claro, se multiplicam.) Tratava-se para Frege de um tema fundamental, respeitante às condições de identidade dos elementos lingüísticos e, desse modo, à própria possibilidade de funcionamento de uma linguagem.

Carnap, por seu lado, parece julgar essa questão desinteressante, desprovida de real dificuldade filosófica, e por isso não a transforma em tema filosófico. Apenas adota uma solução cômoda, que se apresentava em acordo com certa tradição da lógica. Julga-se dispensado, contudo, de realizar qualquer discussão a respeito, como discussão filosoficamente relevante. Tudo se passa como se essa discussão lhe parecesse tão desnecessária como seria desnecessário discutir por que o símbolo “ $\equiv$ ”, que aparece na página 26, é o mesmo símbolo “ $\equiv$ ” que aparece na página 60, ao menos *em certo sentido*. Tais fatos são, em alguma medida, interessantes e dignos de nota; mas são também, em alguma medida, absolutamente triviais. A prática dá conta, perfeitamente, de garantir tanto a semelhança entre os símbolos, como o escopo dessa semelhança: as ocasiões em que devem ser vistos como iguais, e as ocasiões em que *não* devem ser vistos como iguais (com precisão suficiente, em todo caso, para evitar grandes problemas).

Neste ponto, é hora de adiantar a seguinte observação: a análise acima foi formulada com a intenção explícita de traçar um paralelo entre a atitude de Carnap frente à construção de sistemas lógicos e certas posições que viriam caracterizar a filosofia do Wittgenstein maduro. A questão principal, que começa a se delinear, é a seguinte: Carnap vai progressivamente abrindo mão de encontrar condições capazes de *garantir* o funcionamento da linguagem. Essa é uma característica bastante marcante de seu pensamento, e neste trabalho nós teremos ocasião de acompanhar (ver, principalmente, seção 3.5) como ela consegue se afirmar segundo concepções cada vez mais claras e abrangentes, para alcançar tanto a linguagem natural como os cálculos formais, e para dispensar garantias relativas quer à possibilidade de constituição da linguagem, quer à sua aplicação, uso, adequação estrutural, etc.

2.3. Necessidade de proposições primitivas “materiais” (regras “materiais”)

Depois de explicar a utilização do método de tabelas de verdade, de expor o significado das tautologias e de instituir diferentes tautologias como proposições

primitivas lógicas (*logische Grundsätze*) do seu sistema – sentenças cuja mera forma garantiria sua verdade –, Carnap faz a seguinte observação:

*“Às proposições primitivas formais acrescentam-se ainda duas proposições primitivas materiais, que não podem ser expressas simbolicamente, ao contrário, precisam ser entendidas em seu conteúdo, pois fornecem diretivas para uma ação, mais especificamente, para a obtenção de novas afirmações a partir de afirmações anteriormente dadas.”*¹⁰² (destaques meus)

São duas as “proposições primitivas materiais” introduzidas por Carnap. A primeira delas, anunciada como “regra dedutiva da implicação”, é uma formulação do *modus ponens*: a partir de sentenças com a forma “ $p \supset q$ ” e “ p ”, pode-se sempre extrair “ q ”. A segunda, anunciada como “regra dedutiva da substituição”, permite substituir uma variável universalmente quantificada pelo “símbolo de uma constante que pertença ao domínio de valores da variável”, ou ainda pela “expressão de determinada função, cujos valores pertençam ao domínio de valores da variável”¹⁰³.

Por que Carnap chama essas proposições de “primitivas materiais”? Qual a importância da maneira como as apresenta? Tomemos como exemplo, em nossa análise, a primeira regra, relativa à implicação (considerações análogas valem para a regra de substituição, assunto que exploraremos em seções posteriores).

Carnap está expondo um sistema de lógica formal. Trata-se de um sistema simbólico dotado de estrutura dedutiva precisa. De que modo essa estrutura dedutiva fica determinada? Ela se encontra incorporada nas diversas proposições primitivas formais em que aparece o símbolo de implicação, ou seja, em proposições simbólicas (proposições formuladas com auxílio do novo simbolismo lógico-formal) cuja principal função é desvendar, com o maior rigor e “correção” possível, a estrutura do símbolo de implicação (a noção de correção fica garantida, aqui, pelo caráter verifuncional assumido para a noção de implicação, aliado à análise por meio de tabelas de verdade: todas as proposições primitivas formais são tautologias). Nesse sentido, uma proposição

¹⁰² *Abriss*: pág. 10. No original: “Zu den formalen Grundsätzen kommen noch zwei materiale Grundsätze, die nicht symbolisch ausdrückbar sind, sondern inhaltlich verstanden werden müssen, weil sie Anleitung zum Handeln geben, nämlich zum Neuaufstellen von Behauptungen auf Grund schon vorliegender Behauptungen.”

¹⁰³ *Abriss*: pág. 11.

primitiva como “ $q \supset r . \supset : p \vee q . \supset . p \vee r$ ” (proposição primitiva 4.4) simplesmente revela certa maneira correta de usar o símbolo de implicação “ $\supset$ ”, certas possibilidades inerentes ao uso da implicação verifuncional. Em outras palavras, a proposição primitiva formal determina a estrutura dedutiva do sistema lógico, pois determina a classe de implicações que são (ou não são) válidas (que devem ser, ou não devem ser, consideradas como válidas).

No entanto, a estrutura dedutiva do sistema formal, expressa assim simbolicamente, por meio de proposições primitivas, jamais poderá encontrar seu fecho lógico-dedutivo. Jamais estará apta a ser um sistema de dedução, pois jamais permitirá a efetiva realização de uma dedução. Ela carece *da diretiva para uma ação*. Para que tal fechamento possa sobrevir – para que o cálculo formal possa “nascer” –, é necessário associar, à estrutura simbólica, certa ação. Uma ação posta no mundo.

Que ação é essa? E como devemos caracterizá-la?

A ação de que Carnap fala é uma ação de “obter novas afirmações a partir de afirmações anteriormente dadas”. Mas essas afirmações (*Behauptungen*) são, no contexto que estamos examinando, proposições formais. Trata-se de extrair proposições formais a partir de outras proposições formais; seqüências de símbolos a partir de seqüências de símbolos. A ação de que Carnap fala, portanto, é a ação de *manipulação simbólica*. Essa categoria de “ação” (assim como já havia acontecido com os conceitos “verdadeiro” e “falso”) não pode ser definida formalmente: ela é um pressuposto geral, indefinível, para a *instituição* de qualquer sistema formal. É uma condição de possibilidade para a formalização, e antecede a formalização. Pois o que quer que seja verdadeiramente uma ação – uma *ação no mundo* –, não pode ser determinado pela estrutura formal “muda” de um cálculo simbólico, sem que antes haja uma interpretação do simbolismo. Como devemos entender isso?

O movimento de Carnap é claro. A proposição “material” que dá vida ao cálculo simbólico, que prescreve certa ação segundo uma regra (manipulação de símbolos segundo uma regra), é descrita como tendo um *conteúdo*, que precisa ser *compreendido*. Todas as características formalmente expressas do símbolo de implicação jamais poderão adquirir qualquer substância (jamais estará associado a ele qualquer uso, qualquer ação) sem que, antes, haja uma regra material capaz de colocar em movimento o sistema formalizado, vale dizer, uma regra que seja capaz de desvendar o momento formalizador da atividade lógico-simbólica. Tal regra preconiza uma ação; para isso

necessita ter um conteúdo, anterior a qualquer formalização; e esse conteúdo necessita ser compreendido – eis a fórmula geral da abordagem carnapiana.

Carnap, portanto, liga o conteúdo compreensível de um cálculo formal a certas ações no mundo. Compreender um símbolo (em seu conteúdo) é, em última instância, operar com esse símbolo, segundo uma prescrição não-formal. É operar *corretamente* com esse símbolo, segundo a prescrição fornecida, cuja inteligibilidade (como no caso da sua “regra material de implicação”) deve ser idealmente simples. Podemos resumir a situação assim: Em algum momento, é necessário conectar o simbolismo a uma ação, e isso só pode ocorrer por meio de uma compreensão “primitiva”, “material”, do símbolo. Essa compreensão, não-analisável por meios formais, é posta como ponto de partida, como condição humana anterior ao procedimento formalizador.

O que nos importa ressaltar aqui, em relação à concepção que vai se delineando em Carnap, é: a estrutura formal de um simbolismo qualquer não se confunde, *nem pode nunca se confundir*, com a ação que institui o formalismo. Uma manipulação simbólica permanece sempre, e tem sempre de permanecer, uma manipulação simbólica.

No caso dos sistemas lógicos, é claro, surge uma inevitável dificuldade, que é antes uma armadilha. Ao se instituir uma manipulação simbólica cujo objetivo é reproduzir a própria estrutura do raciocínio válido (ou da racionalidade, ou mesmo da descrição possível do mundo), corre-se constantemente o risco de confundir o que foi formalizado com as condições que permitiram a formalização. O cânon de racionalidade *refletido* no sistema formalizado tende a confundir-se com a “racionalidade” primitiva que permitiu sua formulação. A racionalidade *mediata* fixada no simbolismo – e isso quer dizer: racionalidade analisada, depurada, muitas vezes retificada –, vem sobrepor-se e misturar-se à “racionalidade” imediata inscrita na linguagem humana (única à qual está primitivamente associado um conteúdo, uma compreensão, uma ação).

Esses dois âmbitos podem confluir (e esse *talvez* seja o próprio objetivo da formalização), mas não devem nunca se confundir. Isso significa que a relação entre racionalidade formal – racionalidade lógica sedimentada em um simbolismo lógico – e ação humana linguisticamente informada *deve sempre permanecer como tema*. A introdução dessa tensão, cujos desdobramentos pretendemos acompanhar, é essencial ao pensamento de Carnap. É ela que determina boa parte do pensamento do autor, e que

caminhará para o Princípio de Tolerância Lógica em *The Logical Syntax of Language*¹⁰⁴.

De fato, o conteúdo fundamental desse princípio está vinculado a uma tríplice distinção que Carnap tentará manter e explorar. Trata-se da distinção entre: a) cálculos simbólicos rigidamente regrados e, nesse sentido, altamente *racionalizados*, e por isso mesmo postos a serviço da racionalidade; b) uma racionalidade problemática, dinâmica e original, porque imersa na esfera da ação humana e, por meio dessa ação, constantemente confrontada com a realidade empírica; e c) a realidade empírica, contra a qual a ação humana se bate, e que funciona sempre como sua condicionante.

O percurso que Carnap faz, e que atinge sua forma mais clara e bem acabada em *LSL*, volta-se justamente a estabelecer que não há problema algum em distinguir da maneira mais nítida possível (a), por um lado, de (b) e (c), por outro. Diversas questões importantes surgem dessa separação, e é possível se dirigir a elas com grande proveito. Fazer isso significa desvendar o momento formalizador da lógica, em suas duas vertentes: instituição e aplicação de um cálculo formal. Com isso, Carnap se livra da tentação tipicamente filosófica, exibida ao longo da história da filosofia sob tantas e diferentes roupagens, de supor alguma forma de “panlogismo”, em que o *logos* – e é desnecessário recordar a multiplicidade semântica desse termo – consegue identificar-se, segundo o princípio da inteligibilidade e por meio da postulação de algum isomorfismo, a uma razão universal, a uma linguagem universal, e mesmo ao próprio universo, tomado como aquilo que é inteligível¹⁰⁵.

2.4. Objetos, nomes de objetos, quantificação: a semântica dos objetos

Para Carnap, como vimos mais acima, uma proposição é uma expressão que pode ser verdadeira ou falsa. “Verdadeiro” e “falso” são dois predicados indefiníveis, e agora podemos completar: fazem parte da esfera (b) que indicamos na seção anterior, o

¹⁰⁴ No entanto, veremos como (cf. seções 2.10., 2.12. e 2.13 abaixo) Carnap é vítima ele mesmo, nas *Untersuchungen zur allgemeinen Axiomatik*, da armadilha que acabamos de descrever.

¹⁰⁵ A respeito desses temas, ver seção 3.5. abaixo.

âmbito primitivo e não-formalizado da linguagem, que permite instituir uma formalização, e cuja estrutura lógica não se confunde com qualquer estrutura lógico-formal.

A mesma coisa vale para outra importante noção: a noção primitiva de *objeto*.

O que é um objeto?

Não há, do ponto de vista da lógica, uma resposta para tal pergunta. Um objeto é qualquer coisa que a linguagem natural – a linguagem “material”, à qual estão associadas ações, conteúdos e significados –, em sua função fundadora da lógica formal, trate como objeto. Objeto, em certos contextos, pode ser algo a que se atribui existência física fundamental, como um elétron. Pode ser algo a que se atribui, igualmente, existência física, porém contingente e mutável: uma montanha, que se desgasta e se transforma ao longo do tempo. Pode ser algo de existência física ainda mais fugidia, como o pedaço de cera de Descartes. Se pensarmos novamente no elétron, sob outra perspectiva, vemos que o objeto pode ser também uma construção teórica complexa, nunca plenamente revelada, apenas manifestada segundo um projeto teórico-experimental. (E o que há de mais fugidio, nesse sentido, do que um elétron?). Pode ser um objeto “abstrato”, sem existência física, como um número. Um objeto pode também ser algo “simples”, “complexo”, ou um “conjunto de coisas” (o que quer que signifiquem as expressões entre aspas).

Em comum, apenas o fato de que todos esses “objetos” podem ser tratados como tais pela linguagem natural. Basta isso, de fato, para que algo possa ser um objeto para a lógica. A linguagem natural assume, novamente, seu papel fundador. E nem é necessária, aqui, uma teoria da linguagem natural, capaz de embasar essas considerações. Tudo o que Carnap parece exigir é a constatação de uma prática, de um uso significativo de palavras. Obviamente, é sempre possível insistir em perguntas como a seguinte: Mas o que é, para a linguagem natural, tratar algo como um objeto?

O ponto fundamental, porém, é que Carnap não se dirige a essa pergunta, porque a supõe resolvida *fora da lógica*. Não há nenhum mal com a pergunta em si. Ela pode dar origem a interessantes investigações – investigações que podem até mesmo usar métodos formais –, nas quais sejam examinados princípios de individuação, de contagem ou outros. Para a lógica formal, contudo, importa apenas a possibilidade de se

referir a esses objetos¹⁰⁶. Por isso, a pergunta realmente relevante é: Como a lógica formal faz essa referência? Pergunta que deve ser (re)formulada, em seu sentido mais preciso, da seguinte maneira: *De que recursos pode dispor um sistema de lógica formal para realizar a referência a objetos?*

Trata-se de pergunta puramente formal, despojada de qualquer preocupação transcendental ou metafísica. E é interessante constatar que Carnap, em sua exposição da lógica formal, busca oferecer um quadro de resposta precisamente para essa questão, e somente para ela.

Antes de examinar a resposta oferecida por Carnap, cabe enfatizar a relevância da pergunta, sob outro aspecto ainda. De fato, a importância de se examinar os modos formais de referência a objetos deriva do fato de que um dos dois problemas essenciais da lógica formal – ao lado do problema das condições de sua instituição como sistema formal – diz respeito justamente às suas condições de aplicação (interpretação). E, para que um sistema formal possa ser aplicado (interpretado), ele necessita referir-se a alguma coisa: a objetos não-formais. Para Carnap, como vimos acima, esses objetos não-formais são simplesmente quaisquer objetos que a linguagem natural for capaz de tratar como tais. E como se dá a referência?

No *Abriss*, Carnap apresenta – em perfeita consonância com os sistemas usuais de lógica formal – dois modos formais distintos de referência a objetos (referência a objetos por meio de um sistema simbólico formal). São eles: o uso de *nomes* e o uso de *quantificação*. (Um terceiro modo discutido por Carnap, a descrição definida, pode ser completamente reduzido aos outros dois.)

Um nome aparece no sistema como entidade simbólica, mais especificamente, como “constante não-lógica”, que nada mais é do que uma categoria sintática sob a qual alguns símbolos são agrupados. Sua característica distintiva está em referir-se diretamente a um objeto no mundo. Não há nada de transcendental, porém, por trás dessa referência “direta”; não há nenhum pressuposto metafísico ou lógico-metafísico. (Em particular, o nome não precisa referir-se a nenhuma “entidade simples”, cuja existência necessária garanta sua referência; nem é necessário um “eu transcendental” capaz de estabelecer a referência, e cuja interpretação é um dos grandes mistérios do *Tractatus* de Wittgenstein.)

¹⁰⁶ Essa já havia sido uma idéia defendida por Kant, que a fazia acompanhar, no entanto, de uma complexa construção lógico-transcendental do objeto. A esse respeito, consultar [Prien: 2006].

Um exame atento da exposição de Carnap, na verdade, revela que suas exigências em relação ao “nome lógico” de um objeto são bastante simples. Em primeiro lugar, o nome, como símbolo do sistema, necessita ser trivialmente reconhecido com tal, ou seja, posto sob uma categoria sintaticamente descritível. Essa descrição sintática, desnecessário dizer, apóia-se na linguagem natural (assim como a linguagem natural oferece o objeto não-formal, oferece também o objeto formal: os símbolos do sistema). No sistema descrito pelo *Abriss*, o papel de nome, ou de constante não-lógica, cabe às letras latinas minúsculas do começo do alfabeto.

Em segundo lugar, deve ser possível oferecer, na linguagem natural, um objeto ao qual o símbolo se refira. A determinação desse objeto pode estar mais ou menos clara. Será tão clara, na verdade, quanto o permitir a linguagem natural e as práticas a ela associadas (ou a linguagem científica e as práticas a ela associadas). Como exemplo extraído do *Abriss*, podemos utilizar o Matterhorn, que é uma montanha da região dos Alpes. Ela é um objeto porque todos os falantes da linguagem compreendem-na como objeto, quando aparece em sentenças como: “Vamos escalar o Matterhorn?” ou “O Matterhorn é uma montanha na Europa” (expressão usada por Carnap como exemplo de proposição).

Finalmente, a mesma linguagem natural serve ainda para afirmar a referência desejada, o que também não envolve nenhum mistério lógico. Uma vez destacado um símbolo adequado do sistema formal (digamos: “a”), e uma vez destacado um objeto (digamos: o Matterhorn), basta afirmar a relação entre um e outro. Algo tão simples como: “a constante ‘a’ refere-se ao Matterhorn”. Assim, vemos que nada há de complicado na referência direta a objetos, por meio de nomeação.

Contudo, há uma segunda maneira, um pouco mais complexa, de que dispõem os sistemas formais para realizar a referência a objetos. Trata-se da utilização de quantificadores. Vejamos como Carnap compreende esse modo de referência. Uma sentença (universalmente) quantificada é definida no *Abriss* como sentença cuja função proposicional associada assume o valor de verdade “Verdadeiro” para todos os valores do argumento¹⁰⁷. A questão relevante a que nos devemos dirigir, então, é esta: o que se deve considerar como “valor do argumento”?

¹⁰⁷ “Para expressar que uma função proposicional f_x (...) assume o valor de verdade Verdadeiro para todos os valores do argumento x (...), escrevemos, logo antes da função proposicional (...), o ‘operador’: (x) (...).” *Abriss*: pág. 9. No original: “Um zu ausdrücken, dass eine Aussagefunktion f_x (...) mit dem

Carnap fala em “valores permissíveis do argumento” (*zulässige Argumentwerte*). Eles compõem o “domínio de valores” (*Wertbereich*) do argumento em questão (cujo lugar, vale lembrar, é indicado sintaticamente por uma variável, sobre a qual se opera a quantificação). A esse respeito, Carnap escreve:

*“‘Valores permissíveis para o argumento’ são aqueles que, quando inseridos, tornam a expressão composta significativa, ou seja, aqueles para os quais a função tem um valor. Caso sejam inseridos outros símbolos, que não os valores permissíveis para o argumento, então se obtém uma expressão sem significado.”*¹⁰⁸

Associado a um argumento, portanto, existe sempre um domínio de valores. Esses valores incluem os objetos que, *caso nomeados* e inseridos na posição correspondente, tornam a expressão significativa (no caso de funções proposicionais, fazem a expressão tornar-se uma proposição, que pode ser verdadeira ou falsa). O que pode ser *inserido*, por substituição, no lugar do argumento é o *nome* de um objeto, como entidade sintática. O que torna a expressão “sem significado” é, segundo a observação de Carnap, a introdução de “outros símbolos”, entre os quais, portanto, o nome de outros objetos, inadequados para aquela posição.

Temos assim a seguinte situação. Um objeto qualquer *pode* ter um nome sintaticamente estabelecido (pelo procedimento de nomeação esclarecido acima). Esse nome, em certa posição (como argumento de uma função), pode resultar em uma expressão significativa, ou não. No entanto – e aí está o ponto importante –, o domínio de valores de um argumento é um conjunto de objetos, não de nomes. Em outras palavras, o domínio de valores não é composto como conjunto de símbolos; é composto como conjunto de objetos que podem *ou não* ter nomes sintáticos. Eis a razão por que a referência a objetos, por meio da quantificação, vai além da nomeação direta.

A confusão entre a referência por meio de nomeação sintática e por meio de quantificação já havia sido denunciada por Ramsey, em relação ao sistema dos *Principia*, como fonte de erros e complicações desnecessárias, como a teoria ramificada

Argument x (...) für jeden Wert der Argumente den Aussagewert Wahrheit hat, schreiben wir vor die Aussagefunktion (...) den ‘Operator’: (x) (...).”

¹⁰⁸ *Abriss*: pág. 3. No original: “‘Zulässige Argumentwerte’ sind solche, bei deren Einsetzung der zusammengesetzte Ausdruck eine Bedeutung bekommt, für die also die Funktion einen Wert hat; werden andere Zeichen als die zulässigen Argumentwerte eingesetzt, so wird das ganze ein sinnloser Ausdruck.”

de tipos¹⁰⁹. Carnap conhecia bem essa obra de Ramsey, que ao longo do *Abriss* é indicada mais de uma vez como referência (como veremos, Carnap também já não trabalha com a teoria ramificada de tipos, e sim com sua contraparte simplificada). Não à toa, se acompanharmos os pressupostos da exposição lógico-formal contida no *Abriss*, a distinção essencial entre referência por nomeação e por quantificação torna-se facilmente compreensível.

Uma função proposicional como “ x é uma montanha na Europa”, nos diz Carnap, aceita como argumentos permissíveis quaisquer corpos físicos¹¹⁰. Em nenhum momento Carnap parece supor, no entanto, que possam existir nomes sintáticos para todos os corpos físicos. Tais nomes não estão disponíveis em nenhum sistema formal conhecido, nem é razoável esperar que, algum dia, estarão disponíveis. No entanto, consideremos um momento a sentença que surge, por quantificação universal, a partir da função proposicional em questão: “ $(x) (x \text{ é uma montanha na Europa})$ ”. Essa sentença tem um significado inequívoco (mais precisamente: admite uma interpretação bastante natural) em qualquer sistema formal no qual possa ser formulada. Ela realiza a afirmação (no caso, falsa) de que *todos os corpos físicos* (qualquer coisa que seja um corpo físico) são montanhas na Europa.

A função de uma proposição universalmente quantificada reside, justamente, em realizar uma afirmação acerca de todos os valores permissíveis para o argumento, ou seja, acerca de todos os objetos (cada um dos objetos) de um domínio, quer estes tenham ou não tenham nome. Isso significa que o procedimento de quantificação permite verdadeiramente estender (e não apenas resumir) a referência por nomeação. Isso porque seu modo de referência é outro: a quantificação refere-se sempre a uma *pluralidade possível* de objetos (ainda que o domínio relevante, em última instância, venha a conter um único elemento).

Mais uma vez, é sempre possível insistir em perguntas como: Mas o que são, afinal de contas, os objetos de um domínio? O que é um domínio de objetos? O que é um conjunto de objetos? Como é possível agrupar objetos em um domínio?

¹⁰⁹ [Ramsey, 1925]. Falaremos mais a esse respeito na seção 2.5 abaixo.

¹¹⁰ “O domínio de valores para x , aqui, é o domínio dos corpos físicos.” *Abriss*: pág. 4. No original: “Der Wertbereich für x ist hierbei der Bereich der physischen Körper.”

Tais perguntas seriam relevantes para a lógica? A resposta de Carnap, agora, não pode ser uma simples “não”. A situação, agora, revela-se um pouco mais complexa, na medida em que o problema divide-se em dois.

Por um lado, assim como não havia considerado tarefa da lógica explicar o que conta como objeto, Carnap parece não considerar como tarefa da lógica considerar o que é um domínio de objetos, visto como conjunto de objetos ainda *sem estrutura lógico-formal*. Um domínio de objetos é qualquer coisa que possa ser tratado, na linguagem natural, como um possível conjunto de objetos; mais precisamente, qualquer coisa que, na linguagem natural, possa ser indicado por uma expressão que funcione para determinar uma pluralidade possível de objetos: por exemplo, “corpos físicos”. (“Sócrates” não é um domínio de objetos, nesse sentido, porque *na linguagem natural* é tratado como um único indivíduo, e não como uma pluralidade possível de indivíduos. Não faz sentido, *na linguagem natural*, considerar a palavra “Sócrates” como indicando uma pluralidade, justamente porque *a linguagem natural* usa a palavra “Sócrates” para nomear um único indivíduo.)

A pergunta a respeito do que constitui um conjunto de objetos, portanto, precisa ser respondida – em algum momento – fora da lógica. Mas é importante indicar o momento exato em que isso ocorre: no momento, especificamente, em que se determina o domínio de variação das *variáveis de primeira ordem* (variáveis para indivíduos) de um sistema lógico. Nesse sentido, vale a pena ressaltar que, justamente nesse âmbito extra-formal, prevalece aquela relatividade de conceitos que, sendo típica da linguagem natural, revela-se fundamental para a multiplicidade de aplicações possíveis de um sistema formal de lógica: o que funciona como domínio de indivíduos (conjunto de objetos) em um contexto, pode funcionar como indivíduo em outro, e vice-versa¹¹¹.

A esse momento inicial, porém – momento de determinação extra-formal de um domínio de indivíduos que funciona como conjunto de referência para as variáveis de primeira ordem –, segue-se uma segunda etapa necessária. Trata-se da estruturação lógica da referência, cujo objetivo é organizar e hierarquizar os agrupamentos de

¹¹¹ Carnap anota: “Os objetos que, em determinado contexto, não aparecem como classe (ou como outras funções), chamam-se ‘indivíduos’ (os mesmos objetos podem, contudo, em outra circunstância, aparecer como classe; a indicação ‘indivíduo’ não possui validade absoluta, mas somente segundo determinado ponto de vista).” *Abriss*: pág. 19. No original: “Die Gegenstände, die in einem bestimmten Zusammenhang nicht als Klassen (oder andere Funktionen) auftreten, heißen ‘Individuen’; (dieselbe Gegenstände können aber ein anderesmal als Klassen auftreten; die Bezeichnung ‘Individuum’ gilt also nicht absolut, sondern nur in bezug auf eine Betrachtung).”

objetos logicamente referidos em diferentes ordens e tipos lógicos. Surge, nesse ponto, o sistema simplificado de tipos lógicos (teoria simplificada de tipos). A maneira como Carnap incorpora-o à sua exposição da lógica será tema da próxima seção.

2.5. Teoria de tipos, classes e objetos lógicos:

a semântica extensional I

A teoria (simplificada) de tipos é introduzida por Carnap logo após uma seção dedicada às *classes* (*Klassen*). Classes aparecem, no *Abriss*, como conjuntos *logicamente* determinados. Mais especificamente, elas aparecem por meio de uma determinação lógica de caráter *extensional*. Nesta e na próxima seção, examinaremos o que isso significa.

Carnap começa por introduzir um *símbolo* de classe, sempre associado a uma função proposicional. Tal símbolo indica o conjunto dos valores (permissíveis) da variável que tornam verdadeira a função proposicional associada¹¹². Carnap observa que o símbolo de classe admite apenas uma definição contextual (ou definição de uso: *Gebrauchsdefinition*). O único modo original de seu aparecimento é em proposições de pertencimento – como diz Carnap, “em ‘*C*-proposições’, ou seja, proposições da forma ‘ $x \in \wedge z(\varphi z)$ ’ ”¹¹³ – e a definição contextual correspondente é formulada assim: $x \in \wedge z(\varphi z) \cdot =_{\text{Df}} \cdot \varphi x$.

Após a exposição de alguns detalhes técnicos, o leitor recebe esta informação:

“*Rigorosamente considerado, um símbolo extensional [o símbolo de classe] não designa um objeto genuíno; serve somente para expressar propriedades ‘extensionais’ de uma função, ou seja, propriedades que*

¹¹² Citamos: “ $\wedge z(\varphi z)$ deve significar: ‘aqueles valores de z que satisfazem a φ ’; tal expressão designa uma ‘classe’, neste caso ‘a classe determinada pela função proposicional φz ’.” *Abriss*: pág. 16. No original: “ $\wedge z(\varphi z)$ soll heissen: ‘diejenigen Werte vom z , die φ befriedigen’; ein solcher Ausdruck bezeichnet eine ‘Klasse’, in diesem Falle ‘die durch die Aussagefunktion φz bestimmte Klasse’.”

¹¹³ *Abriss*, pág. 16. No original: “(...) in ‘*C*-Sätzen’, d. h. in Sätzen von der Form ‘ $x \in \wedge z(\varphi z)$ ’.”

*são iguais para todas as funções universalmente equivalentes.”*¹¹⁴
(colchetes meus)

O seguinte esclarecimento vem logo a seguir:

*“Apenas por conferir brevidade à linguagem, por possuir caráter intuitivo, e por corresponder ao uso lingüístico usual, é que falamos também aqui (no texto) como se houvesse um objeto genuíno que fosse designado pelo símbolo extensional, ou seja, falamos em “extensões” e “classes” (...). A linguagem da logística, contudo, e em especial a definição de uso introduzida para os símbolos de classe, é independente de tais suposições (talvez fictícias). Por não ser a classe um objeto no mesmo sentido que seus elementos, não deve ser ela confundida com o objeto composto por esses elementos (totalidade, somatória, coleção, grupo, agregado).”*¹¹⁵

Vemos surgir, então, a seguinte situação. O objeto “genuíno” é aquele que faz parte do domínio original de *indivíduos*. É especificamente com respeito a essa questão – pertinente ao objeto “genuíno” – que a formalização lógica nada tem a dizer. Tanto os indivíduos como o domínio de indivíduos (pluralidade de indivíduos indicada por expressões mais ou menos precisas da linguagem natural) são noções não-formais, determinadas inevitavelmente dentro da linguagem natural. Eles fornecem, segundo os mecanismos que examinamos na seção anterior, o âmbito de referência da nomeação sintática de indivíduos e da quantificação de primeira ordem.

Mas há também certos objetos “não-genuínos”. Na linguagem da logística, eles aparecem como símbolos introduzidos por definições de uso, e isso, aparentemente, é o que basta. Carnap faz questão de observar: *a linguagem da logística* não depende da

¹¹⁴ Abriss, pág. 18. No original: “Genau genommen bezeichnet ein Extensionszeichen nicht einen eigentlichen Gegenstand, sondern dient nur dazu, ‘extensionale’ Eigenschaften von einer Funktion auszusagen, d. h. Eigenschaften, die für alle generell äquivalenten Funktionen gleich sind.”

¹¹⁵ Abriss, pág. 18. No original: “Nur weil es der Sprache Kürze und Anschaulichkeit gibt und weil es dem üblichen Sprachgebrauch entspricht, sprechen auch wir hier (in Text) so, als gäbe es einen eigentlichen Gegenstand, der durch das Extensionzeichen bezeichnet würde, sprechen also von der ‘Extension’, vom der ‘Klasse’ (...). Die logistische Sprache, im besonderen die angeführte Gabrauchsdefinition der Klassenzeichen, ist aber von dieser (vielleicht fiktiven) Annahme unabhängig. Da die Klasse nicht ein Gegenstand in Sinne ihrer Elemente ist, so darf sie nicht verwechselt werden mit dem Gegenstand, der aus den Elementen besteht (Ganzes, Summe, Haufe, Kollektion, Totalität, Gesamtheit).”

suposição, “talvez fictícia”, de que existam tais objetos (de que haja – “*es gäbe*” – tais objetos).

Nesse ponto, poderia parecer que a concepção de Carnap oscila um pouco, em relação a temas importantes para a filosofia da lógica que vai se delineando.

Por um lado, ele deseja adotar uma postura tolerante. Não importa decidir sobre a “existência” de tais objetos lógico-extensionais (a suposição de tal existência é “talvez fictícia”, mas isso não representa nenhuma dificuldade, nem oferece qualquer inconveniente). O que importa, para a formalização lógica, é a possibilidade de manipulá-los significativamente em uma *linguagem suficientemente formalizada* (a linguagem da logística). Essa possibilidade corresponde, por sua vez, à introdução de certa forma simbólica, garantida por uma definição de uso.

Por outro lado, a própria explicação fornecida por Carnap apóia-se em uma concepção não-explicitada do que seria a “existência genuína” de um objeto. Ele parece supor que haja algo como o objeto “genuíno”, e que as classes poderiam não gozar dessa condição. Vejamos como é possível compreender essa situação.

Nós já expusemos, mais acima, a idéia segundo a qual o objeto “genuíno” seria aquele dado fora da lógica formalizada. O que está em jogo, portanto, é menos sua verdade metafísica – alguma forma absoluta de existência – do que o caráter não-problemático de uma existência posta em plano exterior ao plano formal. O resultado central, aqui, pode ser formulado da seguinte maneira: Do ponto de vista da lógica formal, a inteligibilidade da referência a tais objetos fica estabelecida, em qualquer instância de aplicação, pela compreensão dos mecanismos de nomeação sintática e de quantificação de primeira ordem.

E quanto aos objetos “extensionais” (objetos lógicos de ordem superior, que não são “genuínos”), o que se pode dizer? Nossa proposta interpretativa segue em linha com as considerações anteriores, e parece encaixar-se bem com o texto.

A primeira coisa que Carnap tem em mente, ao considerar as classes como objetos lógicos, é a necessidade de estruturá-las adequadamente, para evitar dificuldades lógicas. As antinomias haviam mostrado os perigos que uma abordagem demasiado ingênua para esse assunto poderia oferecer, e a teoria de tipos aparecia, nesse contexto, como solução altamente meditada para tais dificuldades, ou seja, como formalização adequada a superá-las.

Os objetos extensionais que vemos surgir, então, são objetos logicamente estruturados. O que isso quer dizer? Carnap está apontando para a circunstância de que tais “objetos” já não são dados, com o rigor necessário, na linguagem natural formalmente desinformada. Ao contrário, o rigor de sua utilização só pode ser alcançado no momento em que se estabelece uma determinação formal adequada. Em outras palavras, o intrincado corpo de objetos de ordem superior, no sentido lógico-formal da palavra (não meramente como objetos oferecidos pelos processos de agregação mais ou menos vagos da linguagem natural), só podem ser adequadamente tratados depois de sua estruturação em um sistema formal, ou seja, depois do momento formalizador. Essa estruturação envolve, de maneira geral, o estabelecimento de regras sintáticas para seu manuseio (particularmente, no *Abriss*, a determinação formal de seu modo de uso por meio de definição contextual). Mas envolve também a explicitação de sua função lógica, que é – como veremos mais abaixo – a expressão de propriedades extensionais.

É importante atentar para o que está em jogo na distinção proposta por Carnap. Se é inegável que algum objeto precisa ser “dado” ao formalismo lógico – precisa ser fornecido, de modo não-problemático, como condição de aplicabilidade de sistemas formais –, a lógica formal não se limita a garantir a referência simples a tais objetos. Resulta claro, do próprio processo de formalização, que a referência lógica ultrapassa esses limites iniciais, para alcançar, dentro de um quadro teórico bem estabelecido, novos objetos “lógicos”. O universo de discurso amplia-se, *de modo formalmente estruturado*; a lógica formal carrega consigo possibilidades novas de conceitualização, apoiadas no rigor e precisão conferidos pelo método formal.

A teoria de tipos corresponde, nesse sentido, à estruturação dos objetos lógicos “em extensão” por meio de uma hierarquia formalmente organizada. Um resultado desse tipo parece a Carnap a demonstração inequívoca das novas possibilidades do método formal. No entanto, cabe ainda perguntar: Por que os novos objetos lógicos, organizados segundo a teoria de tipos, são objetos *em extensão*?

O aspecto extensional dos novos objetos é para Carnap, justamente, uma das conseqüências da análise lógico-formal. Esta é capaz de mostrar que duas funções proposicionais equivalentes (do ponto de vista verifuncional) determinam uma mesma classe de objetos. Carnap expõe o resultado relevante por meio do seguinte teorema (teorema 8.1, pág. 17): “ $\varphi x \equiv_x \psi x \cdot \equiv \cdot \wedge z(\varphi z) = \wedge z(\psi z)$ ”.

A “tese das extensionalidade”, então, é enunciada por Carnap, com grande rigor, na seguinte passagem:

*“Uma função proposicional, cujos argumentos são proposições ou funções proposicionais, e cujo valor de verdade permanece o mesmo sempre que é inserida, no lugar da proposição ou função proposicional que serve de argumento, uma proposição equivalente ou uma função proposicional universalmente equivalente, chama-se função ‘extensional’. (...) Por ‘tese da extensionalidade’ nós indicamos a afirmação (ainda controversa) de que todas as funções proposicionais cujos argumentos são proposições ou funções proposicionais são extensionais. Se a tese estiver correta, então funções universalmente equivalentes são idênticas; (...). Segundo essa concepção, o símbolo extensional de uma função não tem outro significado que o da própria função; ou, visto pelo ângulo oposto: todos os conceitos científicos podem ser representados como classes ou relações.”*¹¹⁶

Carnap, neste seu manual de lógica, não defende nenhuma posição quanto à validade da “tese da extensionalidade” (a despeito da evidente simpatia que nutre em relação a ela). O que importa para ele, aqui, não é decidir se todos os conceitos científicos podem ser representados extensionalmente. O que importa é estabelecer a possibilidade que a lógica tem, por meio de uma elaboração formal suficientemente clara, de lidar com objetos extensionais, ou seja: de introduzir e manipular validamente “símbolos extensionais”.

¹¹⁶ *Abriss*: pág. 22. No original: “Eine Aussagefunktion, deren Argumente Aussagen oder Aussagenfunktionen sind, und deren Aussagewert derselbe bleibt, wenn für eine Argumentaussage eine äquivalente Aussage oder für eine Argument-Aussagefunktion eine generell äquivalente tritt, heisst eine ‘extensionale’ Funktion. (...) Als ‘Extensionalitätsthese’ bezeichnen wir die (noch umstrittene) Behauptung, dass alle Aussagefunktionen, deren Argument Aussagen oder Aussagefunktionen sind, extensional sind. Hat diese These recht, so sind generell äquivalente Funktionen identisch; (...). Bei dieser Auffassung hat dann das Extensionszeichen einer Funktion keine andere Bedeutung als das Funktionszeichen selbst; oder umgekehrt ausgedrückt: alle wissenschaftlichen Begriffe können als Klassen oder Relationen dargestellt werden.”

2.6. Identidade de objetos e quantificação de ordem superior: a semântica extensional II

Escondem-se, na maneira de considerar os objetos lógico-extensionais, problemas essenciais para a lógica. Problemas, de fato, que demoraram boa parte do século XX para serem compreendidos com maior clareza, e que até hoje suscitam não poucas dificuldades. É importante examinar como esses problemas aparecem – ou *não aparecem* – no pensamento de Carnap. Alguns dos temas levantados aqui serão importantes para a avaliação que pretendemos fazer de sua filosofia lógica. A questão central diz respeito à distinção entre semântica e sintática, tal como revelada na tentativa de se estabelecer um quadro dito extensional de análise lógica ou, posto de outra maneira, tal como revelada na tentativa de obter, segundo um esquema teórico consistente, uma interpretação extensional para a quantificação de ordem superior.

Para empreender nosso exame, adotaremos a seguinte estratégia: Em primeiro lugar, a partir do *Abriss*, tentaremos expor os problemas gerais da quantificação de ordem superior, buscando determinar o que está envolvido na interpretação extensional dessa quantificação (o tipo de interpretação que está mais próximo do horizonte teórico que Carnap gostaria de desenvolver). Em segundo lugar, verificaremos como esses problemas são trazidos à tona, de maneira pioneira, na obra fundamental de Ramsey ([Ramsey, 1925]), bastante familiar a Carnap; tomando como exemplo particularmente significativo o caso da definição de identidade, acompanharemos a dificuldade encontrada por Ramsey para encontrar uma abordagem coerente e frutífera para as questões que tem em mãos. Finalmente, trataremos de investigar a maneira como Carnap lida com essas questões, e quais as consequências dessa situação teórica para sua filosofia lógica.

2.6.1. Objetos extensionais e quantificação superior

Como vimos na seção anterior, um objeto extensional nasce, para Carnap, a partir de uma função proposicional: será formado pelos objetos que satisfazem àquela

função¹¹⁷. Seu aspecto relevante, então, é este: duas funções proposicionais geralmente equivalentes (tais que $\varphi x \equiv_x \psi x$, ou seja, $(x) \varphi x \equiv \psi x$, em que “ $\equiv$ ” é o símbolo de equivalência verifuncional para proposições) determinam a mesma classe.

O que é importante para a determinação de uma classe como objeto extensional, portanto, é a determinação dos indivíduos que a compõem, e não a maneira (a específica função proposicional) como esses indivíduos são determinados. Carnap observa, nesse sentido, que duas funções geralmente equivalentes têm a mesma “extensão” (*Umfang*). Em outras palavras ainda – e para usar um vocabulário bastante tradicional, já consagrado na época de Kant –, o que importa no modo extensional de tratar um conceito não é o seu conteúdo, mas simplesmente sua extensão.

O que os paradoxos lógicos haviam mostrado, porém, é que mesmo conceitos aparentemente inteligíveis e bem-formulados podiam conduzir a contradições insuperáveis, justamente na hora em que se tentava verificar sua extensão. Segue daí, aparentemente, que a pergunta fundamental – *A todo conceito corresponde uma extensão? (admitida, é claro, a extensão vazia)* – deveria ser respondida com um sonoro “não”, ao menos para quem desejasse manter uma noção ingênua (não analisada) do que fosse um “conceito”. A admissão dessa negativa, contudo, não oferece boas perspectivas do ponto de vista da lógica. Parece inviável ou muito pouco prático manter essa noção ingênua de “conceito”, na medida em que: 1) (exigência mais forte) parece essencial que qualquer conceito tenha uma “extensão” a ele associada, e isso quer dizer somente: *dado um objeto qualquer, ou ele recai sob o conceito, ou não recai*; e/ou 2) (exigência mais fraca) ao menos a pergunta pela extensão de um conceito deve fazer sentido, sem que conduza a insuperáveis contradições, do tipo “se tal objeto pertence à extensão do conceito A, então não pertence à extensão do conceito A; se não pertence, então pertence”.

A introdução da teoria de tipos equivale, desse ponto de vista, à eliminação de conceitos que se revelam incapazes de determinar, sem o surgimento de antinomias, um conjunto bem determinado de objetos como sua extensão. Essa eliminação assume feições sintáticas: faz-se corresponder os conceitos a funções proposicionais, e regra-se sintaticamente a construção das funções proposicionais. O procedimento do *Abriss*,

¹¹⁷ Para simplicidade da exposição – mas sem prejuízo de sua generalidade –, restringiremos nossa análise dos objetos extensionais, no que segue, às “classes” e, portanto, às funções proposicionais com apenas uma variável livre.

aqui, é exemplar. Carnap associa a cada *símbolo de classe* um número, que é a sua ordem (os indivíduos são considerados de “ordem zero”). E utiliza esse número para especificar as estruturas sintaticamente permissíveis. A seguinte passagem é bastante indicativa com relação a essa abordagem:

*“Os diferentes tipos precisam sempre ser separados uns dos outros de maneira rigorosa (...). Enunciada como regra acerca de símbolos, temos: uma proposição da forma “... ϵ ...” possui significado quando, e somente quando, à direita de ϵ aparece um símbolo de classe de uma ordem qualquer e, à esquerda de ϵ , um símbolo de ordem imediatamente inferior (portanto, também um símbolo de classe, se à direita estiver um símbolo de classe ao menos de segunda ordem; ou então o símbolo de um indivíduo – como objeto de ordem zero –, caso à direita esteja o símbolo de uma classe de primeira ordem).”*¹¹⁸
(sublinhado meu)

O efeito da teoria de tipos parece recomendável, já que consiste na eliminação de conceitos indesejáveis. Mas pode-se ainda perguntar: O expediente adotado será razoável? Para justificar a introdução da teoria de tipos, Carnap parte de uma constatação simples: em uma função proposicional, não é qualquer símbolo que pode ser inserido, significativamente, no lugar da variável livre. Alguns símbolos, quando inseridos, resultam em uma proposição significativa e verdadeira; outros resultam em uma proposição falsa, mas ainda significativa; contudo, há símbolos que, inseridos naquela posição, produziriam simplesmente uma expressão incompreensível, desprovida de significado. Trata-se para Carnap de fato trivial¹¹⁹.

¹¹⁸ *Abriss*: págs. 19-20. No original: “Die verschiedenen Typen müssen immer scharf voneinander getrennt werden (...). Oder ausgesprochen als Regel über Zeichen: ein Satz von der Form ‘... ϵ ...’ hat dann und nur dann einen Sinn, wenn rechts von ϵ das Zeichen einer Klasse irgend einer Stufe steht und links von ϵ ein Zeichen der nächst niederen Stufe (also auch ein Klassenzeichen, falls rechts ein Klassenzeichen von mindestens zweiter Stufe steht; oder das Zeichen eines Individuums [als eines Gegenstandes nullter Stufe], wenn rechts das Zeichen einer Klasse erster Stufe steht.)”

¹¹⁹ Na página 4 do *Abriss*, Carnap ilustra essa situação com a função proposicional – já citada acima – “ x é uma montanha na Europa”. Observa então que “O Matterhorn é uma montanha na Europa” é uma proposição verdadeira; “Este lápis é uma montanha na Europa” é uma proposição falsa; mas “Minha fome é uma montanha na Europa” é simplesmente uma expressão sem significado (“weder wahr noch falsch, sondern Sinnlos”: nem verdadeira nem falsa, mas sem significado). O exemplo é ilustrativo da trivialidade da constatação feita por Carnap, em mais de um sentido – até mesmo em certa arbitrariedade na estipulação que ele acabara de fazer, segundo a qual o domínio para a variável x , nessa função proposicional, seria o conjunto dos corpos físicos.

Uma vez que não há espanto na circunstância de que a posição da variável, em uma função proposicional, possa ser preenchida somente por alguns (poucos) símbolos, e não por outros, então não deve haver espanto no fornecimento de algumas regras claras que vetem o preenchimento dessa posição pelo próprio símbolo extensional a que ela dá origem (regras que vetem que um conceito seja aplicado à própria extensão do conceito, ou ainda: que uma extensão pertença a si mesma). A passagem mais clara a respeito dessa visão essencialmente tolerante e prática em relação à teoria de tipos – cujo resultado, bastante típico da filosofia lógica de Carnap, consiste em retirar-lhe qualquer consequência ontológica – é encontrada nas *Untersuchungen zur allgemeinen Axiomatik*:

“Toda a teoria de tipos *consiste apenas na seguinte ‘regra de tipos’*: os valores permissíveis do argumento para uma determinada posição de uma determinada função proposicional (...) devem ser isotipos. Não precisamos adentrar a questão, ainda controversa, se a regra de tipos seria apenas uma convenção prática ou, ao contrário, a expressão de uma situação lógica existente em si mesma. Observemos somente que, até agora, não foi construído nenhum sistema lógico satisfatório que estivesse em condições, sem a teoria de tipos, de evitar as contradições. Para tornar a teoria de tipos compreensível e também, talvez, um pouco iluminadora, pode-se apontar para o fato de que a regra não afirma nada além do seguinte: uma propriedade, que possa ser dita com sentido de certos objetos (indiferentemente, se de modo verdadeiro ou falso), não pode ser dita com sentido de uma propriedade (classe) desses objetos ou de uma relação (relação em extensão) entre esses objetos.”¹²⁰ (destaques do autor; sublinhado meu)

¹²⁰ *Untersuchungen*: págs. 69-70. No original: “Die ganze Typentheorie besteht nur in der folgenden ‘Typenregel’: die zulässigen Argumentwerte einer bestimmten Stellen einer bestimmten Aussagefunktion (...) müssen isotyp sein. (...) Auf die noch umstrittene Frage, ob die Typenregel nur eine zweckmässige Festsetzung sei oder aber der Ausdruck für einen an sich bestehenden logischen Sachverhalt, braucht hier nicht eingegangen zu werden. Es sei nur vermerkt, dass bisher kein befriedigendes System der Logik ausgestellt worden ist, das ohne Typentheorie die Widersprüche zu vermeiden imstande wäre. Um die Typenregel verständlich und vielleicht auch ein wenig einleuchtend zu machen, möge darauf hingewiesen werden, dass die Regel nichts anderes besagt als: eine Eigenschaft, die für irgendwelche Gegenstände mit Sinn (gleichviel, ob wahr oder falsch) ausgesagt werden kann, kann nicht mit Sinn ausgesagt werden von einer Eigenschaft (Klasse) dieser Gegenstände oder von einer Beziehung (Relation) zwischen diesen Gegenständen.”

Até aí, sem problemas. Por meio da teoria de tipos, de cujo caráter razoável Carnap não parece duvidar, fica aparentemente assegurado que todo conceito tenha uma extensão a ele correspondente. Para alcançar uma visão extensional da lógica, no entanto, é necessário dar ainda outro passo. Como bem observa Hintikka¹²¹, além da pergunta – *A todo conceito corresponde uma extensão?* –, há uma segunda pergunta que precisa ser feita: *A toda extensão corresponde um conceito?*

Há um sentido óbvio em que essa questão deve ser respondida negativamente, para qualquer sistema de lógica formal (para qualquer sistema lingüístico) dotado de vocabulário enumerável. Pois se o vocabulário é enumerável, então as funções proposicionais (conceitos) também são enumeráveis. Considere-se, no entanto, um domínio infinito de indivíduos, como é o caso – particularmente significativo para os lógicos – da matemática. Cantor já havia mostrado, quando Carnap começara a escrever, que o conjunto dos subconjuntos dos números naturais não poderia ser enumerável. Segue daí que não é possível captar cada um desses subconjuntos de números naturais (vistos como *extensões possíveis* de objetos do domínio) por meio de uma função proposicional.

A questão, porém, não se encerra com essa constatação. Pois há, justamente, o segundo modo de referência de que dispõem os sistemas lógicos: a quantificação. E a quantificação pode ser aplicada (no sistema dos *Principia* e do *Abriss*, certamente) a variáveis de ordem superior. Pode ser aplicada não só a indivíduos, mas também a conceitos, ou seja, a funções proposicionais (e aos símbolos extensionais a que essas dão origem). A pergunta relevante, então, assume a seguinte forma: Quando um sistema lógico quantifica sobre variáveis de ordem superior – em outras palavras, quando admite expressões como “toda função proposicional” ou “toda classe” – ele está se referindo a quê? A toda função proposicional que pode ser efetivamente (sintaticamente) construída, ou a todo conjunto extensionalmente possível de objetos do domínio?

2.6.2. Ramsey e a definição de identidade

Ramsey parece ter sido um dos primeiros a compreender a natureza dessa questão. Em sua brilhante análise acerca da lógica dos *Principia*, escrita em 1925 (e

¹²¹ [Hintikka, 1995].

cuja influência sobre o trabalho de Carnap nós já assinalamos anteriormente), ele havia chamado a atenção para a seguinte circunstância lógica: do fato de não haver uma função proposicional para cada extensão possível do domínio, não se segue que não se possa falar dessas extensões, por meio de uma sentença quantificada de ordem superior. Eis a passagem decisiva:

*“A isso será respondido que uma classe só pode ser dada, ou por enumeração de seus membros (...), ou pela indicação de uma função proposicional que a defina. De modo que não podemos, em nenhum caso, tratar de classes ou agregados infinitos, se tais houver, que não sejam definidos por funções proposicionais. Mas esse argumento contém um erro comum, pois supõe que, porque não podemos considerar algo individualmente, não podemos considerá-lo de nenhum outro modo. Assim, embora uma classe infinita indefinível não possa ser mencionada por si própria, ela estará contudo envolvida em qualquer proposição que comece por ‘todas as classes’ ou ‘existe uma classe tal que’, e se classes indefiníveis forem excluídas, o significado de todas essas proposições será fundamentalmente alterado.”*¹²²

O argumento de Ramsey pode ser colocado em perspectiva se compararmos a quantificação de primeira ordem com a quantificação de ordem superior. Do ponto de vista da lógica e da quantificação de primeira ordem, é irrelevante o fato de que não possuímos nomes, por exemplo, para todos os corpos físicos (ver seção 2.4 acima); tal fato em nada altera o significado de uma sentença como “todos os corpos físicos são montanhas na Europa” (do mesmo modo, a descoberta e/ou nomeação de um novo corpo físico não acarreta mudança de significado na mencionada sentença). De igual maneira, do ponto de vista da lógica e da quantificação de ordem superior, deveria ser considerado irrelevante o fato de que não possuímos nomes para todos os subconjuntos de um determinado domínio.

¹²² [Ramsey, 1925]: pág. 22. No original: “To this it will be answered that a class can only be given to us either by enumerations of its members (...) or by giving a propositional function which defines it. So that we cannot in any way be concerned with infinite classes or aggregates, if such there be, which are not defined by propositional functions. But this argument contains a common mistake, for it supposes that because we cannot consider a thing individually, we can have no concern with it at all. Thus, although an infinite undefinable class cannot be mentioned by itself, it is nevertheless involved in any statement beginning ‘All classes’ or ‘There is a class such that’, and if undefinable classes are excluded the meaning of all such statements will be fundamentally altered.”

Ramsey vai mais longe em sua análise, ao tentar identificar a origem deste que lhe parecia ser o maior erro dos *Principia*. Para ele, o fato de que Russell trabalhava com variáveis para funções proposicionais seria o principal responsável pela concepção equivocada do lógico inglês. Pois funções proposicionais, de fato, são vistas preferencialmente como entidades simbólico-sintáticas: pensa-se nelas como um conjunto de símbolos, o que obscurece a natureza da quantificação como modo de referência. Já as classes não deveriam padecer dessa ambigüidade entre existência sintática e possibilidade referencial: desde o começo se sabe que *algumas* classes são meramente *designadas* por funções proposicionais; a compreensão geral do que seja uma (possível) classe de objetos, porém, não está atada a essa existência como símbolo.

Esse problema, para Ramsey, estava na raiz de outro grande equívoco dos *Principia*: a definição de identidade por meio de uma fórmula como “ $x = y \cdot =_{df} (\varphi) \cdot \varphi x \supset \varphi y$ ”. A dificuldade reside justamente na interpretação da quantificação de ordem superior, realizada sobre funções proposicionais. Eis os motivos que Ramsey fornece para rejeitar essa definição:

“É óbvio, contudo, que nós não deveríamos definir identidade dessa maneira, como concordância em relação a todas as funções predicativas [‘funções predicativas’ não no sentido de Russel, mas no sentido de Ramsey, que dá origem à teoria simplificada de tipos], pois duas coisas podem claramente concordar com respeito a todas as funções atômicas e, portanto, com respeito a todas as funções predicativas e, ainda assim, elas são duas coisas e não, como*

* É importantíssimo sublinhar este fato: Ramsey não utiliza, neste ponto de sua obra, o termo “função predicativa” no mesmo sentido utilizado nos *Principia*. Uma função predicativa de Ramsey (como podemos designá-las) não está atada a um particular modo de construção. Ela surge a partir das funções atômicas e proposições atômicas como função de verdade arbitrária, com um número (possivelmente) infinito de argumentos (arbitrário quer dizer: não está adstrito à possibilidade de indicar a construção da função de verdade, por meio, por exemplo, da quantificação universal ou existencial, as quais aparecem apenas como casos-limite particularmente simples, para os quais dispomos de notação). O seguinte comentário de Ramsey é interessante: “*A admissão de um número infinito [de argumentos para as funções de verdade] implica que não definimos o escopo de funções como aquelas que poderiam ser construídas de certa maneira, mas as determinamos por meio de uma descrição de seu significado. Elas devem ser funções de verdade – não explicitamente na aparência, mas em seu significado – de funções e proposições atômicas.*” (colchetes meus) [Ramsey, 1925]: pág 39. No original: “Admitting an infinite number involves that we do not define the range of functions as those which could be constructed in a certain way, but determine them by a description of their meanings. They are to be truth-functions – not explicitly in their appearance, but in their significance – of atomic functions and propositions.”

*acarretaria a definição de identidade proposta, uma coisa.”*¹²³

(colchetes meus)

Essa passagem é intrigante, em mais de um sentido. Com a introdução de suas funções predicativas (de Ramsey; ver nota à citação acima), muito mais amplas que as funções predicativas de Russell, Ramsey já havia solucionado o problema da teoria ramificada de tipos: já havia mostrado a possibilidade de substituí-la pela teoria simplificada de tipos, bem como a possibilidade de dispensar o axioma da redutibilidade, tudo sem nenhum inconveniente lógico. Mesmo assim, Ramsey continua a sustentar que duas coisas (distintas) podem claramente concordar com relação a todas as funções predicativas. A razão oferecida é: “duas coisas podem concordar com respeito a todas as funções atômicas”. Vê-se assim que Ramsey permanece atado a alguma concepção intensional acerca do que poderia ser uma função atômica. As funções e proposições atômicas compõem, em certo sentido, um repertório fixo, um conjunto lógico-predicativo dado inicialmente e, pior, definitivamente. Eles desempenham o papel de um vocabulário predicativo último que não pode ser ultrapassado – e nessa medida a delimitação das funções predicativas de Ramsey assemelha-se a uma delimitação sintática, a despeito de seu esforço heróico de seu autor por encontrar um conjunto, suas próprias palavras, “objetivo” de funções proposicionais, que fosse indicado independentemente do modo de construção.

Porque não julgava a classe de funções atômicas (e com ela sua nova classe de funções predicativas) suficientes para separar todos os objetos uns dos outros – ou seja, para realizar a tarefa necessária a uma definição de identidade –, é que Ramsey acreditou ser indispensável a exibição de uma classe ainda mais ampla de funções proposicionais, capazes de dar conta da tarefa exigida. Ele introduz assim uma complicada espécie de funções proposicionais, as “funções proposicionais em extensão”¹²⁴. Essas funções deveriam estar aptas a “isolar” logicamente cada objeto, no

¹²³ [Ramsey, 1925]: pág. 50. No original: “It is obvious, however, that we ought not to define identity in this way as agreement in respect of all predicative functions, because two things can clearly agree as regards all atomic functions and therefore as regards all predicative functions, and yet they are two things and not, as the proposed definition of identity would involve, one thing.”

¹²⁴ Eis como Ramsey introduz sua nova classe de funções proposicionais. Seja ψ uma função (correlação) que associa, a cada objeto x , uma proposição ψ^x . Essa associação deve resultar, nas palavras de Ramsey, de qualquer “relação um-para-muitos em extensão”, entre proposições e indivíduos. Isso significa que, a cada indivíduo, é associada uma única proposição. Trata-se de uma associação, além do mais, “perfeitamente arbitrária” (O exemplo oferecido por Ramsey é pitoresco: ψ (Sócrates) é “A rainha Ana está morta”; e ψ (Platão) é “Einstein é um grande homem”, e assim por diante, sempre associando indivíduos a proposições, de forma totalmente arbitrária). A função proposicional que resulta dessa

sentido de que, dado qualquer objeto, haveria ao menos uma função proposicional em extensão satisfeita somente por esse objeto, e por nenhum outro mais. Na verdade, dada qualquer possível extensão de objetos, haveria uma função proposicional em extensão capaz de circunscrever exatamente esses objetos, e não outros. É claro quem, assim como já havia feito com suas novas funções predicativas, Ramsey isentava essas novas funções proposicionais da necessidade de existência sintática (ele observa não ser possível construí-las explicitamente; caso contrário, como é claro, seu propósito seria frustrado).

Desnecessário dizer que essa intrincada concepção de Ramsey não teve muitos seguidores. Ao contrário de suas percepções fundamentais acerca da teoria de tipos e, como estamos argumentando, acerca da quantificação de ordem superior, a indicação das funções proposicionais em extensão não parece ser de grande utilidade para a lógica. Ela funciona em uma zona turva entre a semântica¹²⁵ e intensionalidade sintática. Se, como bem reconhece Ramsey, a nova classe de funções proposicionais em extensão não pode ser construída explicitamente (como conjunto de entidades sintáticas), então a complexa estruturação de sua forma sintática também seria de pouca valia. Mais importante seria esclarecer no que consiste o modo extensional de compreender conceitos de ordem superior, ou seja, qual o significado de um conceito tomado extensionalmente.

2.6.3. Extensionalidade, sintaxe e semântica

E Carnap, o que tem a dizer relativamente a esse assunto? No *Abriss*, ele introduz o *símbolo* de identidade na seguinte passagem:

*“Utilizamos = como símbolo de identidade (em sentido estrito; **a** = **b** significa: **a** e **b** são nomes do mesmo objeto). Definimos:*

D 7.01 $x = y . =_{df} . (\varphi) . \varphi x \supset \varphi y$

associação – de modo que o valor da função, ao receber o argumento x , é a proposição ψ^x – é o que Ramsey chama de “função proposicional em extensão”. Tal conjunto de funções proposicionais em extensão – de fato, muitas delas são possíveis – constitui o escopo de uma variável ψ_e , por meio da qual é possível oferecer, agora sim, uma definição adequada para a igualdade: $x = y$ se, e somente se, $(\psi_e) . \psi_e x \equiv \psi_e y$.

¹²⁵ Não nos esqueçamos da observação de Ramsey, citada em nota acima, segundo a qual já as funções predicativas (de Ramsey) deveriam ser funções de verdade “*não explicitamente na aparência, mas em seu significado*”.

A definição afirma: $x = y$ deve valer quando e somente quando todas as funções de x e de y tiverem o mesmo valor de verdade, ou seja, quando x e y puderem ser substituídos um pelo outro em todas as ocasiões. Em outras palavras: quando x e y coincidirem em todas as propriedades.”

126

Logo após oferecer essa definição formal – e de explicar brevemente, nos termos acima, seu significado – Carnap acrescenta ainda outro comentário, de natureza histórica e bibliográfica, no qual é mencionada a posição de Ramsey:

“A definição apóia-se na concepção leibniziana relativa à ‘identitas indiscernibilium’, a identidade dos indiscerníveis. A definição acima é defendida por Russell (PM), e por Hilbert (Grundzüge der theoretischen Logik); uma formulação alterada, mas divergente, é dada por Ramsey (The Foundations of Mathematics). Caso não se aceite a definição indicada, pode-se adotar a identidade como conceito primitivo não-definido; assim, por exemplo, Behmann (Mathematik und Logik); (...).”¹²⁷

Vemos aqui, mais uma vez, a posição tolerante que Carnap deseja assumir. Tudo se passa como se essa questão, envolvendo a definição de identidade, não fosse realmente importante. A formulação *divergente* de Ramsey está em pé de igualdade com a de Russell. Carnap não se interessa em resolver a disputa. Devemos, então, perguntar: Por que, para Carnap, era possível uma posição assim conciliadora a respeito de um tema que, para Ramsey, havia sido absolutamente central? Visto de outra maneira: A crítica dirigida à definição de identidade dos *Principia* perde para Carnap, que certamente reconhecia a excelência técnica das considerações de Ramsey (a ponto

¹²⁶ *Abriss*: pág. 15. No original: “= benutzen wir als Zeichen der Identität (im strengen Sinne; $a = b$ heisst: a und b sind Namen derselben Gegenstandes). Wir definieren:

D 7.01 $x = y \cdot =_{df} \cdot (\varphi) \cdot \varphi x \supset \varphi y$

Die definition besagt: $x = y$ soll dann und nur dann gelten, wenn jede Funktion für x und y denselben Aussagewert hat, d. h. Wenn x und y überall für einander eingesetzt werden können. In anderer Ausdruckweise: wenn x und y in allen Eigenschaften übereinstimmen.”

¹²⁷ *Abriss*: pág. 17. No original: “Die Definition beruht auf der Leibnizschen Auffassung von der ‘identitas indiscernibilium’, der Identität des Nichtunterscheidbaren. Die obenstehende Definition wird vertreten von Russell (PM) und von Hilbert (Grundzüge der theoretischen Logik); eine verwandte, aber abweichende formulierung gibt Ramsey (The Foundations of Mathematics). Wird die gennante Auffassung nicht annerkant, so kann die Identität als undefinierte Grundbegriff aufgestellt werden; so z. B. Behman (Mathematik und Logik); (...)”

de adotar a teoria simplificada de tipos), a natureza cogente de que se revestia para o próprio autor das objeções; por quê?

Reparemos, inicialmente, em certa abundância – a despeito da concisão – do comentário carnapiano. Na primeira passagem citada acima, além da definição formal, são oferecidos nada menos do que quatro explicações.

A primeira delas (“**a** = **b** significa: **a** e **b** são nomes do mesmo objeto”) faz uso de letras latinas minúsculas do começo do alfabeto, que são os símbolos introduzidos por Carnap para constantes individuais, ou seja, símbolos que servem como nomes sintáticos de indivíduos. A observação de Carnap, nesse sentido, confirma o que já sabemos: afirmar, dentro do sistema formal, a identidade entre dois nomes sintáticos significa indicar que ambos os nomes correspondem ao mesmo objeto, dado fora do sistema. Esse é antes um esclarecimento acerca daquilo que a definição formal *deve* fazer. Segue-se então a definição formal. E o que essa definição, de fato, consegue fazer?

Segundo Carnap, ela mostra que dois objetos serão iguais quando: 1) se comportarem verifuncionalmente da mesma maneira; 2) puderem ser substituídos um pelo outro em qualquer contexto verifuncional; 3) tiverem *as mesmas propriedades*. Como acabamos de ver, o ponto delicado reside em compreender, exatamente, o que Carnap deseja indicar com essa última expressão: “as mesmas propriedades”.

Em conjunto, os três esclarecimentos acima parecem apontar para uma compreensão sintática, não-extensional da quantificação de ordem superior. O comportamento verifuncional de um objeto remete – na medida em que só pode ser examinado em proposições efetivamente dadas – à existência sintática de certas funções proposicionais. Esse raciocínio parece valer também no que concerne à substituição em contextos verifuncionais: a palavra “substituição”, na lógica formal que então nascia, aponta para regras sintáticas específicas que regem as variáveis livres e as condições em que podem ser efetivamente substituídas por outros símbolos. Nesse sentido, parece que a intenção de Carnap seria interpretar “todas as propriedades” no sentido sintático: todas aquelas propriedades que podem ser expressas no sistema, por meio de funções proposicionais.

No entanto, para que a definição de identidade faça o que dela se espera, esse esquema *obviamente* não funciona. A objeção de Ramsey, aqui, é irrespondível: nada

permite supor que o sistema lógico-formal possua predicados suficientes, nesse sentido eminentemente intensional e sintático, para distinguir entre quaisquer dois objetos do domínio de indivíduos.

O ponto central, no entanto, parece residir justamente aí. Em primeiro lugar, lembramos que no *Abriss*, Carnap não faz sua análise formal depender da construção de sistemas lógicos específicos (como fará em *The Logical Syntax of Language*), com recursos sintáticos bem delimitados pelo fornecimento de um vocabulário inicial e regras de formação. Segue daí que “qualquer propriedade” não quer dizer “qualquer propriedade passível de expressão sintático-formal” em um sistema específico; a quantificação sobre funções proposicionais não está adstrita, nesse sentido, a um conjunto bem delimitado de construções sintáticas. O aspecto decisivo, porém, está na maneira como *a intensionalidade acaba por se diluir no sistema da filosofia lógico-formal de Carnap, em direção a uma compreensão verdadeiramente extensional da quantificação*. A comparação com Ramsey, assim, poderia ser feita nos seguintes termos: Em *The Foundations of Mathematics*, a fundamentação extensional da matemática desejada pelo autor permanecia obscurecida por certa concepção intensional da predicatividade como forma de distinguir entre indivíduos, da qual ele não conseguiu se livrar. No *Abriss*, o quadro teórico geral de compreensão da tarefa lógico-formal, que temos examinado neste capítulo, permite a Carnap superar esse problema. Vejamos exatamente como isso acontece.

Já sabemos que os indivíduos – os quais determinam, em última instância, a aplicação (interpretação) de um formalismo – são dados sempre fora do contexto formal. Domínios de indivíduos são fornecidos por palavras categorialmente plurais de uma linguagem natural; os indivíduos serão aqueles elementos que a linguagem puder tratar, em algum contexto suficientemente bem determinado, como tais. Isso significa que um indivíduo, *referido* como tal pelo sistema formal, já está individuado fora do sistema formal. Na hora em que alcança o formalismo, como *tema do discurso*, a individualização de um objeto já está completa. A questão toda, portanto, reside em supor a individuação como problema extra-formal e, com isso, deslocar qualquer consideração intensional para o campo extra-formal.

Um outro assunto está intimamente relacionado a esse, e será de grande importância para o estudo feito no próximo capítulo (ver seção 3.5.1. abaixo). A pergunta pela individuação em algum sentido absoluto – uma individuação com

repercussão ontológica ou metafísica, do tipo que parece estar presente nas considerações de Ramsey – deixa de fazer sentido no esquema lógico-formal delineado por Carnap. Indagações como essa, se têm algum significado, não podem ser nunca uma preocupação da lógica formal. O problema da referência, este sim relevante do ponto de vista formal, supõe a questão da individuação suficientemente resolvida. Ele pode no máximo fornecer uma análise da individuação *dada*, e é isso o que faz uma fórmula como a de Russell. Por isso também é possível adotar, indiferentemente, a identidade como conceito primitivo, regulado por certos axiomas: porque aí não se esconde nenhuma tarefa ou pressuposto ontológico, apenas certa análise formal, que pode ser realizada por diferentes caminhos.

Vemos assim que Carnap, ao recordar o princípio leibniziano como fundamento da definição de identidade de Russell, está também detectando um lugar preciso de operação para esse princípio. O princípio da identidade dos indiscerníveis, para ele, não extrai seu valor de uma ontologia absoluta e indevassável: ele não é a tradução formal dessa ontologia primeira, nem o seu reflexo formal. O valor que tem – o qual pode ser explicitado e incorporado ao sistema simbólico, por meio de uma definição formal explícita –, está justamente no comércio que possibilita entre um sistema lógico-formal devidamente articulado e os processos que permitem sua aplicação. Em outras palavras, podemos dizer que Carnap faz o princípio leibniziano repousar em um âmbito menos ambicioso, porém de significado mais preciso: ele se apresenta agora como simples análise formal da maneira como a identidade é tratada em um contexto específico de discurso, ou de aplicação de um discurso.

Após essas considerações, podemos agora retornar à formulação original do problema da quantificação de ordem superior, para averiguar a posição que Carnap pode manter. A expressão “todos os predicados” parece ganhar, para ele, o seguinte significado: “todos os predicados que foram suficientes para individuar os elementos que, para um sistema formal, serão tratados – ou seja: referidos por meio dos mecanismos formais da nomeação e quantificação – como indivíduos”. E isso já é suficiente para um tratamento extensional da quantificação. Pois agora o medo de Ramsey – de que “*duas coisas podem claramente concordar com respeito a todas as funções atômicas e, portanto, com respeito a todas as funções predicativas e, ainda assim, elas são duas coisas e não, como acarretaria a definição de identidade proposta, uma coisa*” – deixa de fazer sentido.

Essa abordagem permite a Carnap, com efeito, tratar a quantificação de segunda ordem diretamente como uma quantificação sobre classes de indivíduos. E mais especificamente ainda: sobre classes extensionalmente possíveis de indivíduos. Há disponível agora um sentido imediato em que as classes, como objetos extensionais, podem ser tratadas. A noção de subconjunto *possível*, quando se toma por base um *domínio dado* de objetos individualizados, não oferece nenhuma dificuldade específica, além da aceitação do princípio do terceiro excluído como princípio metalingüístico não-formalizado (princípio aceito, e trivialmente aceito, no âmbito de instituição e utilização do sistema formal). Dado certo domínio D de *indivíduos*, um subconjunto S qualquer de D (subconjunto extensionalmente possível) é caracterizado pelo fato de que, dado certo *indivíduo* I qualquer de D, há apenas duas possibilidades: ou I pertence a S, ou I não pertence a S (isso o que poderíamos chamar de princípio de determinação de subconjuntos, ou *princípio extensional*).

Essa opção por tratar diretamente a quantificação de segunda ordem (e de outras ordens mais elevadas) como quantificação sobre classes possíveis de elementos de um domínio (e outros objetos extensionais mais complicados), contudo, não significa que Carnap tenha se livrado de todas as dificuldades teóricas, ou que tenha visto com clareza a posição teórica em que se encontrava. Insistimos: toda a concepção do *Abriss* é desenvolvida muito antes que a distinção mais precisa entre sintaxe e semântica formal fosse alcançada. Carnap não escapa à confusão entre essas duas esferas, e isso será fonte de sérios problemas, dos quais ele não se livrará nem mesmo em *The Logical Syntax of Language* (ver seção 3.6.2.).

Aqui, a fonte de sua confusão pode ser descrita nos seguintes termos. Carnap trata a estruturação lógica dos objetos extensionais como um assunto essencialmente sintático, por meio da teoria de tipos, que ele expõe segundo um viés sintático (“*Enunciada como regra acerca de símbolos, temos...*”). Seu enfoque lógico-filosófico reconhece também, como acabamos de examinar, a possibilidade de referir-se de maneira aparentemente simples e direta ao conjunto *completo* desses objetos extensionais (a todas as classes possíveis de um domínio de indivíduos, por exemplo). Carnap não vê claramente, porém, que se trata de dois enfoques distintos: um de natureza sintática, outro de natureza semântica. Para ele, certa semântica extensional¹²⁸

¹²⁸ A semântica extensional que conduz ao que depois veio a ser chamado de interpretação *standard* dos quantificadores de ordem superior.

adotada para os sistemas formais conflui naturalmente com a regulação sintática por meio das regras de tipo, a ponto de ambas as coisas fundirem seu status teórico. São certas determinações (restrições) *sintáticas* que permitem a adequada estruturação da referência lógica a objetos de ordem superior: aqueles objetos “não-genuínos” a que um formalismo bem estabelecido permite ascender sem o surgimento de contradições. Contudo, o próprio tratamento sintático da linguagem (por exemplo, o estabelecimento das regras que regulam a quantificação) já pressupõe determinada concepção semântica prévia – dada na linguagem natural como metalinguagem geral – acerca da maneira de interpretar os diferentes tipos lógicos mais elevados.

Essa confusão entre sintaxe e semântica permanecerá como uma das principais deficiências desse período do seu pensamento. Ao examinar agora as *Untersuchungen*, veremos como ela aparece sob diferente roupagem.

Parte 2: *Untersuchungen zur allgemeinen Axiomatik*

Tentamos seguir, no *Abriss*, a maneira como Carnap vai desenvolvendo uma compreensão da tarefa lógico-formal que resultará nas principais teses de *The Logical Syntax of Language*, em especial na concepção de uma tolerância lógico-sintática.

Nas *Untersuchungen*, alguns aspectos dessa evolução tornam-se ainda mais evidentes. O texto foi escrito em 1928, mas acabou nunca sendo publicado, por conter uma série de resultados que Carnap passou a ver como de valor duvidoso, diante dos novos trabalhos em lógica com que entrou em contato naquele final da década de 1920 (em particular, devido ao seu conhecimento, em primeira mão, dos resultados de Gödel). De fato, Carnap jamais chegou a escrever a segunda parte que projetara para seu texto¹²⁹.

Trata-se de obra de difícil interpretação. Isso porque nela confluem diferentes planos de análise, que Carnap buscava separar, mas a respeito dos quais ainda comete mais de uma confusão. Em nossa opinião – que buscaremos demonstrar –, Carnap tateava na direção de estabelecer distinções que viriam a se tornar fundamentais para a lógica contemporânea; no entanto, ainda não lograra compreender a situação teórica de modo completamente claro (deficiência que perdurou, com sérias consequências, em *The Logical Syntax of Logic*). Essa circunstância faz com que a leitura do texto seja particularmente problemática, na medida em que os conceitos utilizados por Carnap não são, em sua imensa maioria, conceitos consagrados do estudo lógico: não coincidem nem com conceitos tradicionais, disponíveis até aquele momento, nem com alguns conceitos que, estabelecidos posteriormente, dominariam a pesquisa na área.

Por esse motivo, julgamos oportuno oferecer, desde logo, as linhas gerais de nossa abordagem às *Untersuchungen*. A exposição preliminar que empreenderemos tem

¹²⁹ A esse respeito, ver os detalhados estudos históricos de Thomas Bonk e Jesus Mosterin, incluídos em [Carnap, 2000].

o objetivo de organizar, segundo linhas o mais distintas possível, o abundante material presente no livro. Ela é feita com vistas a desvendar o significado de conjunto da obra e a sistematizar, desde o princípio, os aspectos mais relevantes de nossa análise. Esperamos que isso auxilie o leitor a compreender o exame mais detalhado que se seguirá.

Uma advertência, porém, é necessária: A visão geral que exporemos agora é abertamente anacrônica. Tenta organizar o pensamento do autor segundo categorias que só se tornaram disponíveis – ao menos com a forma e clareza atuais – algumas décadas depois da redação da obra. O procedimento se justifica na medida em que, segundo acreditamos, eram essas as categorias para cuja determinação e esclarecimento os esforços do livro se dirigiam.

Como já observamos, confluem na obra diferentes planos de análise lógica. São quatro os troncos principais que podem ser destacados:

1) A linguagem geral: exame das condições gerais de qualquer processo de formalização, o qual necessita basear-se no uso de modos não-formalizados de expressão.

2) Sistemas axiomáticos: exame dos sistemas axiomáticos na sua qualidade de sistemas simbólico-formais; corresponde ao estabelecimento de uma teoria dos sistemas formais de aplicação específica, com semântica aberta.

3) Formalização de uma lógica geral: corresponde ao estabelecimento de um sistema formal de máxima generalidade e aplicabilidade universal e, nesse sentido, um sistema de semântica fechada (não-reinterpretável).

4) Teoria da interpretação: estabelecimento de uma teoria formal dos recursos descritivos da linguagem.

O esforço central de Carnap, que determina o título da obra, dirige-se ao segundo dos temas acima (2). Ele deseja fornecer um quadro teórico completo – suficientemente rigoroso e, ao mesmo tempo, abrangente e flexível, com a correção e aprimoramento de tentativas anteriores – para a análise de sistemas axiomáticos. Sistemas axiomáticos são vistos como sistemas formais (sistemas simbólicos completamente regrados) sem semântica definida: podem ser aplicados à descrição de diferentes áreas, vale dizer, de diferentes domínios de objetos.

Para realizar esse objetivo, Carnap reconhece a necessidade de uma disciplina básica, pré-formal, que funcione como pressuposto de qualquer formalização. Tem-se aqui, então, a temática (1) apontada acima.

Essa disciplina básica necessita conter, por sua vez, recursos lógicos (além de recursos numéricos e conjuntistas). Carnap considera não apenas possível, como também desejável, formalizar os próprios recursos da disciplina básica: explicitá-los e disciplinar seu uso, segundo um esquema preciso. O resultado é um sistema geral de lógica formal: a temática (3) apontada acima. Essa lógica formalizada geral é um sistema formal (sistema simbólico regrado) de máxima generalidade: aplica-se sempre ao conjunto de todos os objetos. Segue daí que sua semântica é única: suas sentenças não podem ser reinterpretadas. Ela incorpora a forma geral da descrição e a forma geral do argumento. Na verdade, acreditamos que o pensamento de Carnap articula-se na seguinte direção: a lógica geral incorpora a forma geral da descrição e, *por isso*, a forma geral do argumento. Trata-se, porém, de um resultado que não pode ser conclusivamente estabelecido, apenas defendido e explicado em seu significado, na medida em que o próprio Carnap ainda não fazia as distinções relevantes.

O ponto importante, a esse respeito, é que Carnap recorre, para obter o que seriam os resultados mais importantes da obra, à construção de uma teoria formal da interpretação dos sistemas formais: a temática (4) acima. Essa teoria anuncia, em muitos e importantes aspectos, a teoria de modelos que seria desenvolvida a partir da década de 1950 por Tarski e seus colaboradores.

Indiquemos agora como esses quatro aspectos se entrelaçam nas *Untersuchungen*. Para tanto, precisamos fixar alguns pontos que consideramos fundamentais em filosofia da lógica, para cotejá-los com as posições de Carnap e obter, assim, uma perspectiva crítica de suas realizações.

A passagem de (1) para *algo como* (3) é, em si, perfeitamente legítima. O estabelecimento de uma teoria formal da lógica da linguagem – ou seja: a modelação simbólica das regras gerais de comunicação –, e particularmente da lógica da argumentação, é passo fundamental para o estabelecimento de qualquer teoria formalizada que se deseje mais do que um mero jogo simbólico, ou seja, que se deseje apta a descrever um domínio qualquer. Qualquer formalização dos recursos lógicos usuais, do tipo realizado desde Aristóteles, tem como principal objetivo captar e reproduzir formalmente (e, à vezes, aprimorar e mesmo corrigir) as características

lógicas da linguagem usual, pré-formal, que serve de base e pressuposto à própria formalização. Esse procedimento – e a despeito de alguma impressão porventura em contrário – não envolve nenhuma circularidade; é filosoficamente justificável e, mais importante, justificado por uma longa e frutífera prática.

É necessário, no entanto, que se alcance absoluta clareza quanto ao procedimento; é necessário que se saiba exatamente o que está sendo formalizado. Em geral, um sistema simbólico completamente formalizado é um sistema sintático: fornece regras para a manipulação de símbolos. Essa manipulação de símbolos terá de envolver, para se tornar minimamente aproveitável, a derivação de fórmulas a partir de outras fórmulas, seqüências de símbolos a partir de outras seqüências de símbolos. É a indicação desse procedimento que depende de uma disciplina pré-formal, ou seja, depende do entendimento lingüístico usual, ou “material”¹³⁰, como viu muito bem Carnap.

Temos assim que a construção de um sistema formal passa, necessariamente, pela construção de uma teoria da derivação formal¹³¹, que é – repetimos – uma teoria sintática da manipulação de símbolos (derivação de fórmulas a partir de fórmulas). Essa teoria é normalmente obtida (mas não necessariamente) por meio de uma formalização do conceito de implicação; esse procedimento corresponde à introdução de um símbolo de implicação (como “ $\rightarrow$ ”) e à determinação de regras específicas para manusear as fórmulas em que o símbolo de implicação aparece (como o “modus ponens”, regra própria para a manipulação de fórmulas, além de axiomas sobre os quais seja possível aplicar tais regras, ou seja, axiomas em que o símbolo de implicação aparece, como “ $A \rightarrow (B \rightarrow A)$ ”).

Em outras palavras, podemos dizer que o procedimento usual consiste em tratar a teoria da derivação formal por meio de uma teoria formal da dedução. De fato, essa estratégia é tão natural que chega a confundir. Uma teoria formal da dedução é, como já observamos (e como vimos Carnap fazer no *Abriss*), uma teoria formal do símbolo de implicação. Trata-se de uma formalização, como se tornou costumeiro dizer, da própria *lógica argumentativa* da linguagem natural¹³². Ela codifica, simbólica e sintaticamente,

¹³⁰ O termo é de Carnap, e é utilizado, com o mesmo sentido, tanto nas *Untersuchungen* como no *Abriss*. Cf. seção 2.3 acima.

¹³¹ O que hoje chamaríamos de “teoria da prova”, exposta com auxílio do símbolo de derivação “ $\vdash$ ”.

¹³² Alguns autores insistem em confundir o espectro total da lógica com essa tarefa, definindo-a como “teoria da dedução”.

um recurso lógico essencial da linguagem, indicado por expressões naturais tão diversas como “implica”, “segue que”, “é consequência”, “portanto” etc. Como teoria formal, porém, continua *dependente* de uma teoria da derivação formal; em última instância, continua dependente, para sua expressão, de uma linguagem natural que tenha disponíveis, originalmente, esses “mesmos” recursos lógicos que são agora formalizados.

A solução desse impasse foi obtida, na lógica do século XX, por meio da clara distinção entre metalinguagem e linguagem-objeto. Uma linguagem formalizada é sempre a linguagem-objeto de outra linguagem. Os resultados de Tarski relativos à impossibilidade da completude semântica em sistemas formais, nesse sentido, estabelecem em que medida essa distinção tem de permanecer sempre operante: por mais que a lógica formal busque reproduzir – traduzir, especificar, fixar – os mecanismos lógicos da linguagem natural (ainda que de uma linguagem natural corrigida e aperfeiçoada pela própria análise formal), o recobrimento nunca pode ser completo. A compreensão definitiva desse ponto, com a correspondente elaboração teórica, será – ao menos no que diz respeito ao pensamento de Carnap – uma das grandes conquistas de *The Logical Syntax of Language*.

Nas *Untersuchungen*, Carnap trabalha dentro de um quadro teórico que pode ser esquematizado assim. Ele reconhece a necessidade de (1), para que (2) possa ser alcançado. Reconhece, mais ainda, a necessidade de passar de (1) para (3): a fixação de recursos lógico-dedutivos formalizados parece-lhe essencial para a construção de sistemas axiomáticos, que devem incorporar tais recursos. Contudo, acredita que (3) possa ser a reprodução completa de (1). Sem perder de vista a distinção conceitual entre uma disciplina “material” – cujo *significado* é capaz de promover uma *ação* – e uma disciplina formal, Carnap acredita que a segunda pode recobrir perfeitamente a primeira. Em outras palavras, ele acredita que certa formalização lógica possa fazer as vezes de “linguagem universal”. (Resultam daí as características que já apontamos: máxima generalidade, não-reinterpretabilidade, capacidade de incorporar a forma geral da descrição e do argumento.)

Essa crença faz com que Carnap seja incapaz de manter, com suficiente clareza e constância, duas distinções essenciais: a distinção entre metalinguagem e linguagem-objeto, e a distinção entre semântica e sintaxe. Todas as principais deficiências da

filosofia lógica das *Untersuchungen* têm aí sua raiz. É o que iremos acompanhar em detalhes nas próximas seções.

Por que Carnap entretém essa crença? Poder-se-ia argumentar que, por um lado, trata-se de crença natural. Ela está presente no trabalho de mais de um dos fundadores da lógica moderna. Acreditamos, porém, que Carnap tinha algo mais forte a que se apegar: certa noção de extensionalidade. É esta que lhe permite desenvolver a concepção bastante forte de generalidade/universalidade lógica que detectamos na obra.

Assim como havia acontecido no *Abriss*, Carnap acreditava que a lógica formal poderia instituir-se como teoria geral da extensionalidade, ou seja, como teoria formal capaz de descrever, do modo mais amplo e irrestrito possível, a estrutura extensional intrínseca a certa racionalidade conceitual. Essa concepção insere-se agora, nas *Untersuchungen*, em um contexto mais elaborado, reforçada pelo fato de que Carnap desenvolve o esboço do que viria a ser a teoria (extensional) de modelos. Trata-se de uma teoria geral das estruturas extensionais, como objetos da descrição lógico-formal. O estabelecimento de uma teoria semântica formal – temática (4) – é perfeitamente possível e extremamente útil (essa percepção demorou a ser alcançada pelos lógicos, sendo uma das últimas fronteiras conquistadas pela lógica do século XX). Para ser completamente bem sucedida, porém, também ela precisa confiar na firme distinção entre metalinguagem e linguagem-objeto, que Carnap não soube manter.

Enfim, podemos dizer – de maneira mais do que sumária – que a expectativa entretida por Carnap de que a formalização (3) pudesse ser uma reprodução completa da estrutura lógica de (1) o leva a confundir o papel (função) de (3) e (1), o que por sua vez conduz, nas análises formais, a uma separação menos perspicaz do que o necessário entre metalinguagem e linguagem-objeto e, também, entre sintaxe e semântica.

Tratemos de preencher os detalhes desse esboço interpretativo.

2.7. A disciplina básica da axiomatização

Carnap propõe-se examinar, nas *Untersuchungen*, a estrutura geral dos sistemas axiomáticos. O que é um sistema axiomático?

Para Carnap, trata-se de um sistema simbólico regrado, dotado de vocabulário inicial arbitrário. O ponto central do procedimento axiomático, então, reside na especificação *precisa* das relações que devem valer entre os termos desse vocabulário, especificação essa que é obtida por meio da adoção de uma série de proposições¹³³ iniciais: os axiomas. O aspecto mais importante, aqui, diz respeito à maneira de obter a desejada precisão. Carnap observa que é necessário fixar expressamente a base lógica utilizada:

*“A principal exigência para um tratamento frutífero desse problema [a análise de sistemas axiomáticos] é, por um lado, a expressa fixação da base lógica utilizada em cada caso, a qual na maioria das vezes não é claramente destacada, e, por outro lado, o estabelecimento de determinações conceituais rigorosas a partir dessa base.”*¹³⁴ (destaques do autor; colchetes meus)

Vemos aparecer aqui, novamente, alguns dos mesmos problemas com que já deparamos no estudo do *Abriss*. A questão central é: Como fixar adequadamente a “base lógica” de um sistema axiomático? Em linhas gerais, podemos dizer que a fixação da base lógica ocorrerá pela formalização da lógica usual: a fixação dos mecanismos lógicos, e em particular dos mecanismos dedutivos, em um sistema simbólico regrado.

Para compreender em detalhes a resposta sugerida por Carnap nas *Untersuchungen* – que aparece como extensão e aprofundamento da resposta oferecida no *Abriss* –, seria necessária dividi-la em seus dois aspectos complementares, que são agora, ambos, explicitamente tematizados pelo autor: 1) No que consiste o procedimento que permite fixar a base lógica de um sistema axiomático, ou seja, que

¹³³ Veremos que Carnap, na verdade, não concebe os axiomas como proposições, mas sim como funções proposicionais.

¹³⁴ *Untersuchungen*: pág. 59. No original: “Das wichtigste Erfordernis für eine fruchtbare Behandlung der vorliegenden Probleme ist einerseits eine ausdrückliche *Festlegung der* jeweils verwendeten *logischen Basis*, die meist nicht genau umrissen wird, und andererseits eine *Aufstellung scharfer Begriffsbestimmungen* aufgrund dieser Basis.”

permite formalizar os mecanismos lógicos? 2) Quais os pressupostos de tal procedimento?

Em relação ao primeiro aspecto, já o dissemos: Carnap considera que a fixação de uma base lógica deve ocorrer por meio formal-simbólico, ou seja, por meio da fixação de regras claras para a operação com seqüências simbólicas. Não se trata de afirmar, como ponto de partida, que esse é o único método possível para a obtenção de rigor lógico (aquele rigor lógico que, segundo Carnap, deve caracterizar os processos dedutivos do conhecimento). Trata-se de constatar que esse método, baseado na prática matemática, revela-se o mais adequado para alcançar tal objetivo. Mais do que isso: Carnap crê que, nas questões excessivamente complexas que vão caracterizando a ciência moderna e contemporânea, já não se pode dispensar o auxílio obtido pela manipulação de fórmulas simbólicas. A indispensabilidade do método formal-simbólico fica posta, então, apenas como um limite ao qual deve induzir a crescente complexidade do raciocínio (sobretudo dos raciocínios científicos). A esse respeito, vale a penas citar a seguinte passagem de Carnap, extraída de artigo escrito na mesma época:

*“O que se obtém por meio da utilização de símbolos, na lógica, é antes de tudo um rigor que, de outro modo, não poderia ser alcançado. A dedução ocorre aqui por meio da operação calculadora (rechenmässiges operieren) com fórmulas (daí a designação de ‘cálculo’: ‘cálculo proposicional’, ‘cálculo de predicados’); (...).”*¹³⁵

Questão diversa, porém, surge quando se examinam os pressupostos da formalização (fixação) da base lógica. Assimilada essa primeira resposta simples – pertinente à necessidade de um método simbólico, à necessidade de formalização da lógica –, alcança-se, por assim dizer, um tema de segunda ordem: Quais são as condições que permitem instituir as operações com símbolos? Quais seus pressupostos?

Vale a pena insistir nessa diferença, às vezes encoberta pelo uso reiterado e inevitavelmente ambíguo da palavra “lógica”. A primeira questão diz respeito à incorporação da lógica em um sistema simbólico rigoroso, e conduz da lógica difusa da linguagem natural a uma lógica formalizada, mediata e meditada: uma lógica

¹³⁵ *Die alte und die neue Logik*: pág. 16. No original: “Durch ie Verwendung der Symbolik in der Logik wird vor allem eine sonst nicht erreichbare Strenge der Schlussfolgerung erzielt. Das Schliessen geschieht hier durch ein rechenmässiges operieren it den Formeln (daher die Bezeichnung ‘Kalkül’: ‘Aussagenkalkül’, ‘Funktionenkalkül’); (...).”

cristalizada, segundo as retificações que se julgarem necessárias, na rígida execução de “operações calculadoras” sobre símbolos. A segunda questão faz o caminho inverso: diz respeito à própria lógica do operar simbólico, e repõe o problema no campo da lógica imediata da linguagem; ou, como dirá Carnap, da lógica “com conteúdo”. A seguinte passagem esclarece a posição do autor das *Untersuchungen*:

*“De um sistema axiomático qualquer, só podem ser deduzidas conseqüências se forem dadas regras gerais do deduzir. Toda manipulação de um sistema axiomático (e toda prova em um sistema axiomático) pressupõe uma lógica, e ainda por cima uma lógica com conteúdo, i.e. um sistema de sentenças que não sejam meros agrupamentos de símbolos, mas que tenham um significado determinado. Pois que, senão, elas não nos colocariam em condições de agir; e deduzir é agir, pois significa: construir novos agrupamentos de símbolos a partir de agrupamentos anteriormente dados.”*¹³⁶

O manuseio do sistema formal como uma ação no mundo (“deduzir é agir”); a necessidade de um significado primitivo, pré-formal, como diretiva para qualquer ação; a admissão de uma lógica *com conteúdo* como conjunto de sentenças dotadas de significado, somente as quais permitem a formalização (pois somente elas permitem o deduzir formal: o “construir novos agrupamentos de símbolos a partir de agrupamentos anteriormente dados”). Já examinamos todos esses temas ao discutir o *Abriss*. Nas *Untersuchungen*, Carnap tenta articular essas questões dentro de um quadro teórico mais preciso. Pela quantidade de detalhes que ele fornece, podemos acompanhar a feição mais exata de sua concepção.

Ao explicar os pressupostos que permitem construir um sistema axiomático qualquer, como sistema simbólico lógico (ou seja: dotado de estrutura dedutiva), Carnap menciona a necessidade de uma “disciplina básica” (*Grunddisziplin*). Essa disciplina básica deve incluir termos lógicos, mas não pode ficar restrita a eles. Deve incluir também a aritmética e a teoria dos conjuntos. Em outras palavras, Carnap parece

¹³⁶ *Untersuchungen*: pág. 60. No original: “Aus einem vorgelegten Axiomensystem können nur Folgerungen gezogen werden, wenn noch allgemeine Regeln des Folgerns gegeben werden. Jede Behandlung und Prüfung eines Axiomensystems setzt also eine Logik voraus, und zwar eine inhaltliche Logik, d.h. ein System von Sätzen, die nicht bloss Zeichenzusammenstellung sind, sondern eine bestimmte Bedeutung haben. Denn sonst würden sie uns nicht in den Stand setzen, zu handeln; und Deduzieren ist Handeln, denn es bedeutet: aus vorgegebenen Zeichenzusammenstellung nach festen Regeln andere Zusammenstellung bilden.”

reafirmar a necessidade de manter clara a distinção entre âmbito formalizado e âmbito pré-formal, não somente em relação aos termos propriamente lógicos, mas também em relação à aritmética e à teoria dos conjuntos. Essa distinção precisa ser mantida em vista mesmo quando as duas esferas parecem se confundir, o que tende constantemente a acontecer, na medida em que a formalização apresenta-se sempre (ou em grande parte dos casos) como uma tentativa de replicar mecanismos dados no âmbito pré-formal.

Mas a formalização não anula, nunca, o significado primeiro das palavras, que as torna aptas a despertar uma ação; antes pressupõe esse significado. Assim, por mais que se possa axiomatizar a aritmética e a teoria de conjuntos, continuam necessárias, para a própria axiomatização (para a instituição do sistema axiomático como sistema simbólico), uma “aritmética absoluta” e uma “teoria dos conjuntos absoluta”. O adjetivo “absoluto”, aqui, quer dizer somente: anterior a qualquer formalização axiomática. Assim como é necessário uma lógica *com conteúdo*, anterior a qualquer formalização lógica, é necessário uma “aritmética absoluta” e uma “teoria dos conjuntos absoluta”, ou seja, uma teoria aritmética e uma teoria de conjuntos *com conteúdo*, dotadas de *significado*, como base de qualquer estrutura axiomática. Carnap é insistente sobre esse ponto:

*“Essas diferentes exigências convergem no seguinte ponto: toda axiomática pressupõe uma disciplina básica e, o que é mais, como disciplina dotada de conteúdo, i.e. como disciplina cujos conceitos tenham um significado determinado. A exigência de uma ‘teoria dos conjuntos absoluta’ ou de uma ‘aritmética absoluta’ é justificada na medida em que a necessária disciplina básica deve conter também entre seus conceitos, para que possa servir de base à axiomática, conceitos da teoria de conjuntos, como conjunto, potência, conjunto ordenado etc., além de conceitos aritméticos, como número, um, dois, três etc.”*¹³⁷
(sublinhado meu)

¹³⁷ *Untersuchungen*: pág. 61. No original: “Diese verschiedene Forderungen stimmen darin überein, dass jede Axiomatik eine *Grunddisziplin* voraussetzt, und zwar als eine inhaltliche Disziplin, d.h. als eine, deren Begriffe eine bestimmte Bedeutung haben. Die Forderung einer ‘absoluten Mengenlehre’ oder einer ‘absoluten Arithmetik’ ist insofern berechtigt, als die zu fordernde Grunddisziplin unter ihren Begriffen sicher auch mengentheoretische Begriffe wie Menge, Mächtigkeit, geordnete Menge, eineindeutige Zuordnungen usw., und auch arithmetische Begriffe wie Anzahl, eins, zwei, drei, usw. besitzen muss, um als Basis für die Axiomatik dienen zu können.”

A expressão “dotada de conteúdo”, que se aplica à disciplina básica, surge então em oposição a expressões como “formal” e “completamente formalizada”, que costumam caracterizar os sistemas lógico-simbólicos com que trabalha a lógica moderna. Somente uma disciplina básica “dotada de conteúdo” pode completar, colocar em movimento, dar sentido à axiomática completamente formalizada.

2.8. Sistemas axiomáticos como sistemas não-interpretados

Já acompanhamos, no primeiro capítulo, como em seu *der Raum* Carnap consegue – acompanhando as idéias pioneiras de pensadores como Riemann, Helmholtz, Poincaré e Einstein – separar os problemas relativos à construção de um sistema formal geral do espaço (sistema formal apto a descrever o espaço) dos problemas relativos à aplicação/interpretação de tal sistema. Vimos também que essa questão, revelada em sua maior clareza no caso da geometria, traduz um fenômeno de grande abrangência, cuja percepção ia se tornando sempre mais nítida, na modernidade, com o avançar do pensamento científico e matemático. Referimo-nos à separação entre estrutura lógico-formal, compreendida como estrutura simbólica regrada, e aquilo que ela *pode* (ou *busca*) descrever.

Nas *Untersuchungen*, essa questão ganha da parte de Carnap um tratamento bem definido¹³⁸. A pergunta central a que Carnap se dirige, nesse sentido, é: Como compreender o método axiomático?

Para ele, existem duas formas de proceder. A primeira possibilidade está em considerar os termos primitivos (indefinidos) de um sistema axiomático qualquer como conceitos fixos de uma determinada área do real (*Wirklichkeitsgebiet*). Segue daí que os axiomas e teoremas são proposições, pois afirmam alguma coisa a respeito da realidade (mais especificamente, afirmam certas relações entre os conceitos), e podem ser verdadeiras ou falsas (idealmente, deveriam ser verdadeiras).

¹³⁸ Esse tema é também tratado no *Abriss* (seção 30, “sobre o método axiomático”, que inicia a parte II do livro, “logística aplicada”), mas sem a mesma pretensão ou extensão.

A segunda possibilidade está em considerar os termos primitivos do sistema axiomático como sendo objetos e relações indefinidas de uma área indefinida. Carnap expõe essa idéia nas seguintes palavras:

*“(...) Ou então se tomam os conceitos primitivos como objetos e relações indeterminados de uma área indeterminada, em relação aos quais se estabelece apenas que, um em relação ao outro, comportam-se como está determinado pelos axiomas. Caso se encontrem, em diferentes áreas, objetos e relações que preencham as determinações formais, então o sistema axiomático pode ser aplicado a cada uma dessas áreas; e em cada uma delas valem, então, com o correspondente significado, as conseqüências do sistema axiomático.”*¹³⁹

Para Carnap, entre essas duas concepções de sistema axiomático, não há uma que esteja certa, e outra errada. Apenas a segunda é mais *adequada* do que a outra: mais frutífera e mais em acordo com a prática matemática¹⁴⁰. E isso acontece, podemos observar, porque é justamente essa segunda concepção que faz ressaltar as questões de aplicação de um sistema formal axiomático – uma aplicação cuja marca essencial é a pluralidade. Com efeito, é na possibilidade de aplicação variada de um sistema axiomático que se apresenta a riqueza do método formal em geral; e essa aplicação variada é tornada possível, justamente, quando se separam de modo adequado os problemas pertinentes à estruturação de um sistema simbólico formal dos problemas relativos à sua aplicação. Nesse sentido, vale a pena reproduzir a seguinte observação de Carnap: *“E assim é também com um sistema axiomático; em si mesmo, não é*

¹³⁹ *Untersuchungen*: págs. 87-8. No original: “(...) Oder aber man fasst die Grundbegriffe auf als unbestimmte Gegenstände und Beziehungen eines unbestimmten Gebietes, von denen nur festgelegt wird, dass sie sich so zueinander verhalten, wie es in den Axiomen bestimmt wird. Finden sich auf verschiedenen Gebieten Gegenstände und Beziehungen, die diese formalen Bestimmungen erfüllen, so kann das Axiomensystem auf jedes dieser Gebiete bezogen werden; auf jeder dieser Gebiete gelten dann auch in entsprechender Deutung die Folgerungen des Axiomensystems.”

¹⁴⁰ *“As duas concepções não estão em contradição uma com a outra, ao contrário, ambas são admissíveis. Somente a segunda, porém, conduz às múltiplas aplicações do método axiomático e dos sistemas axiomáticos individuais, que tornam tão frutífero esse método. Essa segunda concepção, que é a comum para o matemático, será posta aqui como fundamental.”* *Untersuchungen*: pág. 88. No original: “Die beiden Auffassungen stehen nicht in Widerspruch zu ein ander, sondern sind beide berechtigt. Aber nur der zweite führt zu der vielseitigen Verwendungen der axiomatischen Methode und des einzelnen Axiomensystems, der die Fruchtbarkeit dieser Methode zu verdanken ist. Diese zweite, dem Mathematiker geläufiger Auffassung sei hier zugrunde gelegt.”

verdadeiro nem falso, mas pode valer ou não, para determinado caso de aplicação”¹⁴¹
(sublinhado meu).

A ressonância do pensamento de Hilbert, cujo trabalho fornecia a Carnap os melhores modelos então disponíveis de axiomatização rigorosa, é aqui inequívoca. Surge, porém, a pergunta: Nessa segunda concepção, como devemos interpretar os axiomas? Para Carnap, se os conceitos primitivos do sistema axiomático permanecem sempre indefinidos quanto àquilo que descrevem, então devem ser considerados formalmente como variáveis, e não como nomes. Segue que os axiomas não são proposições, mas sim funções proposicionais. E o próprio sistema axiomático como um todo – o qual pode ser visto como a conjunção lógica de seus axiomas – torna-se igualmente uma função proposicional.

Fica patente, nesse ponto, que Carnap ainda não tinha clara a distinção entre variáveis e constantes indeterminadas. Uma distinção como essa, de resto, só cobra pleno significado quando se está na posse de uma sólida teoria da interpretação, uma teoria semântica formal como será a teoria de modelos – e Carnap não dispunha, ainda, de nada do gênero.

É importante deixar fixado com rigor o que se passa, porque essa situação terá consequências nada desprezíveis para a análise subsequente. Carnap não utiliza, em sua investigação dos sistemas axiomáticos, um conceito puramente sintático para a noção de variável – como classe de símbolos sujeitas a determinadas regras sintáticas –, caso no qual poderia identificar sem dificuldades o papel dos termos/conceitos primitivos de um sistema axiomático como constantes indefinidas. Já no estudo do *Abriss* vimos que a questão acerca dos recursos de referência e dos modos de referência das diversas estruturas lógicas – um assunto essencialmente semântico – assume papel central na exposição. No mesmo sentido, a “variável” aparece agora, não como símbolo passível de quantificação (segundo certas regras) e de substituição (segundo certas regras), mas como símbolo passível de *diversas interpretações*, em diversas “áreas da realidade”.

A despeito dos óbvios problemas com essa concepção, veremos que um de seus efeitos consiste em “empurrar” Carnap na direção de uma teoria de modelos. De fato, se os conceitos de ordem superior de um sistema axiomático não são vistos como simples

¹⁴¹ *Untersuchungen*: pág. 88. No original: “Und so ist es ja auch mit einem Axiomensystem; es ist an sich weder wahr noch falsch, es kann aber in einem bestimmten Anwendungsfall zutreffen oder nicht zutreffen.”

nomes de conceitos de uma área qualquer, se são vistos como verdadeiras variáveis, então é preciso encontrar o seu domínio de variação. Mais ainda, ao contrário do que acontece com uma teoria lógica geral, a própria idéia de construir sistemas axiomáticos, pelo menos como defendida por Carnap, reside em que eles descrevem sempre *algum domínio específico, logicamente estruturado, de objetos*. É necessário encontrar exatamente, então, o que esses sistemas axiomáticos descrevem; e não é difícil passar da idéia de um domínio logicamente estruturado de objetos à idéia de um objeto logicamente estruturado. O que poderiam ser esses objetos, nesse sentido, senão modelos formais? É o tema de que trataremos na próxima seção.

2.9. A interpretação de variáveis de ordem superior: modelos

Começemos por considerar a seguinte questão proposta por Carnap. Na segunda concepção do método axiomático – aquela que ele prefere, e que trata os conceitos primitivos como variáveis –, como devemos entender os teoremas que podem ser “provados” a partir dos axiomas? O problema reside em que, se os conceitos são vistos como variáveis, então os teoremas não são proposições, mas sim – do mesmo modo que os axiomas – funções proposicionais. Eis o que escreve Carnap:

*“Considerando que os ditos ‘teoremas’ não são proposições, mas sim funções proposicionais, então preferimos chamá-los não de ‘teoremas’, mas sim de ‘conseqüências’ do sistema axiomático. Também não desejamos dizer que uma conseqüência é ‘deduzida’ ou ‘provada’ a partir dos axiomas, o que poderia induzir a erro, como se se tratasse de uma proposição que fosse concluída por dedução a partir de outras proposições, as premissas; em vez disso, nós falamos em ‘fazer seguir’ (como conseqüência) ou ‘derivar’.”*¹⁴² (destaques do autor)

¹⁴² *Untersuchungen*: pág. 91. No original: “Da die sogenannten ‘Lehrsätze’ keine Aussagen, sondern Aussagenfunktionen sind, so wollen wir sie lieber nicht ‘Lehrsätze’ sondern ‘Folgerungen’ des Axiomensystems nennen. Auch wollen wir nicht sagen, eine Folgerung werde aus den Axiomen ‘deduziert’ oder ‘bewiesen’ um nicht zu der Irrtum zu verleiten, als handelte es sich um eine Aussage, die aus anderen Aussagen, die Prämissen, durch Schlussfolgerung hergeleitet würde; wir sagen statt dessen ‘folgern’ oder ‘ableiten’.”

Mas em que consiste esse “derivar” (*ableiten*), ou relação de “derivação”? A solução de Carnap é a seguinte. Consideremos o conjunto de conceitos indefinidos de um sistema axiomático. Na concepção de que estamos tratando, cada um desses conceitos é visto como uma variável de tipo lógico específico. Seja agora **R** o sistema dessas variáveis (ou seja, **R** é uma abreviação para a seqüência ordenada dessas variáveis, e pode ser visto ele próprio como uma variável relacional de tipo lógico adequado). O sistema axiomático pode ser indicado, então, como **fR** (uma função proposicional no sistema de variáveis **R**). Usando a mesma notação, podemos indicar um teorema do sistema axiomático (uma *conseqüência* do sistema axiomático) como **gR**. Carnap considera que a noção pertinente de conseqüência lógica é expressa corretamente pela seguinte proposição: (**R**) (**fR** → **gR**). Citamos as duas passagens decisivas das *Untersuchungen*:

*“Como, então, é derivada uma conseqüência dos axiomas? A lógica ensina como deduzir uma proposição a partir de outras; mas não se trata aqui de proposições. (...) O que significa dizer que g é uma conseqüência de f? O que significa dizer que o teorema de Pitágoras é uma conseqüência dos axiomas euclidianos? (...) Pode-se bem ser provado, porém, que quando os axiomas euclidianos valem para certos objetos quaisquer, então vale também necessariamente o teorema de Pitágoras; e por isso este é conseqüência daqueles. Em geral: dizemos que **gR** é uma conseqüência de **fR** quando vale (**R**) (**fR** → **gR**). Chamamos (**R**) (**fR** → **gR**), ou abreviadamente ‘f → g’, de ‘proposição implicativa’ de g com relação a f. Esta é uma verdadeira proposição; ela é que é provada, quando se costuma dizer (de modo não completamente correto) que g é provada.”*¹⁴³

E, mais importante:

¹⁴³ *Untersuchungen*: págs. 91-2. No original: “Wie wird nun eine Folgerung aus Axiomen abgeleitet? Die Logik lehrt, wie eine Aussage aus anderen deduziert werden kann; aber hier handelt es sich nicht um Aussagen. (...) Was bedeutet es, wenn wir sagen, g sei eine Folgerung von f? Was bedeutet es, zu sagen, der Pythagoräische Lehrsatz sei eine Folgerung der euklidischen Axiome? (...) Wohl aber kann bewiesen werden, dass, wenn die euklidischen Axiome für irgendwelche Gegenstände zutreffen, notwendig auch der Pythagoräische Lehrsatz zutrifft; und deshalb heisst er eine Folgerung. Allgemein: **gR** heisst eine Folgerung von **fR**, wenn (**R**) (**fR** → **gR**) gilt. (**R**) (**fR** → **gR**) oder abgekürzt ‘f → g’ nennen wir ‘Implikationsaussage’ von g in bezug auf f. Dies ist eine wirkliche Aussage; die wird bewiesen, während man (nicht ganz korrekt) zu sagen pflegt, man beweise g.”

*“Em nossa concepção e modo de lidar com os sistemas axiomáticos, a coisa toda fica bem diferente. Cada proposição que é provada tem, aqui, a forma $f \rightarrow g$, i.e. $(\mathbf{R}) (f\mathbf{R} \rightarrow g\mathbf{R})$; este, contudo, não é um teorema de certa área determinada, mas sim um teorema da lógica, pois nele só aparecem constantes lógicas e variáveis ligadas. Uma tal proposição (...) não está limitada, em sua validade, a quaisquer pressupostos, ao contrário, vale de maneira absoluta, como tautologia; ela pode ser provada por meio de simples dedução a partir das proposições fundamentais da lógica.”*¹⁴⁴

Neste último trecho aparece, com toda clareza, o tema clássico da generalidade de aplicação como marca distintiva da lógica. Ele é reforçado por outra expressão ainda mais forte, quando Carnap menciona a “validade absoluta” de certos resultados lógicos. Em que medida Carnap pode falar de resultados gerais e absolutos da lógica?

A questão toda passa pela compreensão daquilo que Carnap chama de “modelos formais” (*Modelle*) da lógica. O que são esses modelos? Carnap dedica a seção 2.3 das *Untersuchungen* à introdução do conceito. Ele inicia a discussão do assunto com um exame, ainda outra vez, das possíveis *aplicações* de um sistema formal axiomático. Um sistema formal pode ser aplicado (*angewendet*) a conceitos reais, que são conceitos extraídos de uma área não-lógica, ou seja, de uma área empírica qualquer. Esse é o caso, por exemplo, da aplicação dos axiomas euclidianos (ou sua versão aperfeiçoada por Hilbert) a objetos físicos (assunto que, como vimos, Carnap já examinara extensamente em seu *Der Raum*). Carnap designa aplicações desse tipo – em que um conjunto de conceitos empíricos é selecionado como referência para os conceitos primitivos (variáveis) do sistema axiomático – como “realizações” (*Realisationen*) do sistema.

Carnap observa, no entanto – e aqui aparece o ponto interessante –, que os conceitos primitivos de um sistema axiomático *podem ser igualmente aplicados a conceitos lógicos*, ou seja, a conceitos *da disciplina básica*. Nesse caso é que surgem o que ele chama de “modelos formais”, ou simplesmente “modelos”. É sobre esses

¹⁴⁴ *Untersuchungen*: pág. 93. No original: “Bei unserer Auffassung und Behandlungsweise der Axiomensysteme liegt die Sache ganz anders. Hier hat jede Aussage, die bewiesen wird, die Form $f \rightarrow g$, d.h. $(\mathbf{R}) (f\mathbf{R} \rightarrow g\mathbf{R})$; dies aber ist nicht ein Lehrsatz irgendeines bestimmten Gebietes, sondern ein Lehrsatz der Logik, denn es kommen ja nur logische Konstante und gebundene Variable vor. Ein solcher Satz (...) ist in seiner Geltung nicht beschränkt auf irgendwelche Voraussetzung, sondern gilt absolut, als Tautologie; er kann bewiesen werden durch einfache Deduktion aus den Grundsätzen der Logik.”

modelos que Carnap deseja concentrar sua análise. Tais modelos constituem-se como estruturas organizadas de valores “lógicos” (não-empíricos, pertencentes à disciplina básica) capazes de satisfazer um sistema axiomático. Carnap vai além, e sugere utilizar modelos numéricos (lembramos que certa “aritmética absoluta” deve necessariamente estar incluída na disciplina básica) como protótipo para todos os modelos formais – o que ele acredita poder fazer sem nenhuma perda de generalidade.

Em tais modelos numéricos, exemplos por excelência dos modelos formais, os indivíduos são sempre números; e os restantes tipos lógicos são interpretados de acordo (conjuntos de números etc.). Na análise de Carnap, os modelos numéricos gozam de status privilegiado na medida em que fornecem a estrutura fundamental de qualquer aplicação possível de um sistema axiomático, incluídas aí suas realizações empíricas. Com efeito, qualquer aplicação empírica (realização), segundo Carnap, pode ser reinterpretada em um modelo formal de mesma estrutura, ou seja, é possível correlacionar univocamente os indivíduos da realização aos indivíduos de um modelo numérico, de modo que qualquer relação que valha entre os indivíduos da realização valha também entre seus correlatos numéricos. Nas palavras de Carnap:

*“Com essa limitação não diminuimos minimamente a generalidade dos resultados de nossas investigações. Pois essas investigações não têm a ver, nunca, com características dos casos individuais de aplicação, mas somente com o fato de estarem ou não estarem disponíveis casos de aplicação, e com sua estrutura. Mas se um sistema axiomático possui uma realização, então sempre possuirá um modelo de mesma estrutura; e se não possui nenhum modelo formal, então certamente não possuirá nenhum caso de aplicação.”*¹⁴⁵

Há um ponto importante a observar aqui. Toda a construção de modelos formais, e em particular de modelos formais numéricos, é interpretada por Carnap de maneira extensional. O que importa, em uma estrutura qualquer de valores numéricos tomados como modelo de um sistema axiomático, são as extensões das diferentes propriedades e

¹⁴⁵ *Untersuchungen*: pág. 94. No original: “Durch diese Beschränkung auf die Modelle tritt keine Einschränkung in der Gültigkeit der Ergebnisse unserer Untersuchungen ein. Denn die Untersuchungen haben es nirgends mit der Beschaffenheit der Anwendungsfälle im einzelnen zu tun, sondern nur mit der Vorhandensein oder nicht Vorhandensein eines Anwendungsfalles und mit dessen struktur. Besitzt nun ein Axiomensystem eine Realisation, so stets auch ein Modell von gleicher Struktur; besitzt es kein formales Modell, so überhaupt keinen Anwendungsfall.”

relações. Em outras palavras, um modelo numérico qualquer é caracterizado exclusivamente por sua estrutura extensional. Esse fato é garantido, na verdade, pela definição de “estrutura” e de “isomorfismo” que Carnap havia oferecido em seções anteriores da obra¹⁴⁶, e que irá reforçar mais à frente com o conceito estendido de isomorfia de modelos¹⁴⁷: sistemas axiomáticos (que, recordemos, são funções proposicionais) geralmente equivalentes em seu sistema de variáveis terão sempre os mesmos modelos, e sistemas axiomáticos que tenham os mesmos modelos serão sempre geralmente equivalentes em seu sistema de variáveis.

A nosso ver, o balanço da situação pode ser feito assim: *Com sua teoria das aplicações lógicas de um sistema formal (por oposição a suas aplicações empíricas), Carnap oferece uma tentativa interessante de elaborar o que depois veio a ser desenvolvido (por Tarski, na década de 1950) como teoria de modelos. Mais precisamente, ele oferece o esboço de uma teoria extensional de modelos.* Podemos sustentar a afirmação acima ao chamar a atenção para os aspectos essenciais da construção de Carnap.

Em um modelo formal, o que importa é, em primeiro lugar, o estabelecimento de um conjunto de indivíduos sobre os quais construir a interpretação, com toda sua tipologia lógica. Esse conjunto de indivíduos não deve ser oferecido, porém, como conjunto de objetos/conceitos empíricos, mas como conjunto de objetos/conceitos lógicos pré-formais: objetos/conceitos cuja possibilidade de manuseio é pressuposta pelo sistema lógico formal (como parte da disciplina básica). O que importa, nesse sentido, não é o nome ou natureza específica de cada objeto, mas sim – e tão somente – a possibilidade de sua individuação ou, mais precisamente, a possibilidade de sua circunscrição como componentes de um conjunto de objetos individuais.

¹⁴⁶ Na seção 1.6 das *Untersuchungen*, Carnap introduz a noção técnica de isomorfia por meio da seguinte definição:

“Definição 1.6.1: Duas relações n -árias homogêneas P, Q dizem-se ‘isomorfas’ (uma à outra) quando existe entre P e Q um ‘correlator (de isomorfia)’ S , i.e. uma relação que associa os P -membros aos Q -membros, de maneira um-para-um, e de tal forma que a uma n -upla de P sempre corresponde uma n -upla de Q , e vice-versa.” *Untersuchungen*: pág. 71. No original: **“Definition 1.6.1:** Zwei homogene n -stellige Relationen P, Q heissen ‘isomorph’ (mit einander), wenn es einen ‘(Isomorphie-)Korrelator’ S zwischen P und Q gibt, d.h. eine Relation, die die P -Glieder den Q -gliedern eineindeutig so zuordnet, dass einem P - n -tupel stets ein Q - n -tupel entspricht und umgekehrt.”

Na seção 1.7, ele expõe o conceito de estrutura como obtido pelas classes de equivalência da relação de isomorfia: “Se P e Q são isomorfos, então dizemos também: eles têm ‘a mesma estrutura’ (...).” *Untersuchungen*, pág. 72. No original: “Sind P und Q isomorph, so sagen wir auch: sie haben ‘dieselbe Struktur’ (...).”

¹⁴⁷ *Untersuchungen*: págs. 110-25 (seções 2.8 a 2.12). A introdução da noção estendida de isomorfia entre modelos é um *tour de force* da técnica carnapiana: seu objetivo é poder estabelecer a identidade de estrutura entre modelos que partem de diferentes níveis de indivíduos.

Segue então a indicação de diferentes interpretações, de tipo lógico adequado, para as diferentes variáveis do sistema. Variáveis de tipo (0) devem ser interpretadas como conjuntos de indivíduos; variáveis de tipo (0,0), como relações entre indivíduos; variáveis de tipo ((0), 0), como relações entre conjuntos de indivíduos e indivíduos; e assim por diante. O resultado, como se pode perceber, é muito semelhante àquele que, depois, veio a ser sistematizado na teoria de modelos. Vale a pena reproduzir o parágrafo inteiro em que Carnap expõe essa idéia:

*“Abreviemos $f(R, S, T)$ como $f\mathbf{R}$; e sejam determinadas relações em extensão R_1, S_1, T_1 – por exemplo, relações (em extensão) aritméticas – valores permissíveis para as variáveis R, S, T ; então podemos introduzir, também para o sistema ordenado de relações R_1, S_1, T_1 , uma notação abreviada, $\mathbf{R}_1$. O modelo $\mathbf{R}_1$ é então um valor para a variável de modelos $\mathbf{R}$. Cada uma das variáveis de relação R, S, T do sistema axiomático tem um tipo determinado (...); somente quando valores desse tipo forem inseridos, a função proposicional $f(R, S, T)$ resulta em uma proposição verdadeira ou falsa. Quando as três relações R_1, S_1, T_1 são valores permissíveis para as variáveis R, S, T , ou seja, quando elas conseguem assumir o tipo das três variáveis R, S, T (na medida em que determinado domínio de objetos é estabelecido como domínio de indivíduos em relação a elas), então nós chamamos o sistema de relações (R_1, S_1, T_1) , ou abreviadamente $\mathbf{R}_1$, de ‘modelo permissível’ para $f\mathbf{R}$, independentemente do fato de $\mathbf{R}_1$ satisfazer ou não $f\mathbf{R}$; $f\mathbf{R}_1$ é de todo modo significativa, vale dizer, uma proposição verdadeira ou falsa. Um modelo permissível $\mathbf{R}_1$ de $f\mathbf{R}$ será também um modelo de $f\mathbf{R}$ somente quando $f\mathbf{R}_1$ for, não apenas significativa, mas verdadeira.”*¹⁴⁸

(destaques do autor; sublinhados meus)

¹⁴⁸ *Untersuchungen*: pág. 95. No original: “Schreiben wir für $f(R, S, T)$ kurz $f\mathbf{R}$, und sind R_1, S_1, T_1 bestimmte, etwa arithmetische Relationen, die zulässige Werte der Variablen R, S, T sind, so können wir auch für das geordnete Relationensystem R_1, S_1, T_1 eine abkürzende Bezeichnung einführen, etwa $\mathbf{R}_1$. Das Modell $\mathbf{R}_1$ ist dann ein Wert der Modellvariablen $\mathbf{R}$. Jede der Relationsvariablen R, S, T des Axiomensystems hat einen bestimmten Typus (...); nur dann wenn Werte dieser Typen eingesetzt werden, ergibt die Aussagefunktion $f(R, S, T)$ eine wahre oder falsche Aussage. Wenn die drei Relationen R_1, S_1, T_1 zulässige Werte der Variablen R, S, T sind, d.h.: wenn sie (dadurch, dass ein bestimmter Gegenstandsbereich in ihnen zum Individuenbereich erklärt wird) den Typus der drei Variablen R, S, T annehmen können, so nennen wir das Relationensystem (R_1, S_1, T_1) , oder abgekürzt $\mathbf{R}_1$, ein ‘zulässiges Modell’ von $f\mathbf{R}$, gleichgültig, ob $\mathbf{R}_1$ $f\mathbf{R}$ befriedigt oder nicht; $f\mathbf{R}_1$ ist dann jedenfalls sinnvoll, nämlich

Finalmente, a definição de “estrutura” como classe de equivalência da relação de isomorfia (da relação estendida de isomorfia entre modelos) garante que o aspecto essencial de um modelo qualquer (e, mais geralmente, de uma aplicação qualquer) reside sempre na organização extensional das relações lógicas usadas como interpretação para as variáveis de diferentes tipos. O resultado, como afirmamos, é muito próximo de uma teoria extensional de modelos. Citamos ainda o seguinte trecho, continuação do anterior:

*“Nós havíamos chamado g uma ‘conseqüência’ de f quando $f \rightarrow g$, ou seja, quando $(\mathbf{R}) (f\mathbf{R} \rightarrow g\mathbf{R})$ vale; essa ‘proposição implicativa de g ’ pode agora ser expressa: ‘todos os modelos de f são também modelos de g ’. Como $f \sim g$ significa: $(f \rightarrow g) \& (g \rightarrow f)$, então sistemas axiomáticos equivalentes ou de mesma extensão têm os mesmos modelos.”*¹⁴⁹

Dos trechos acima, é fácil constatar até que ponto Carnap logrou formular – e é possível dizer, com razoável rigor – a definição hoje usual de conseqüência em teoria de modelos. Também é fácil observar o caráter fundamentalmente extensional que ele atribui a essa teoria.

Eis aí, também, a razão por que Carnap pode tomar os números como suficientes para a construção de modelos. O que os números fazem é fornecer uma quantidade suficiente de indivíduos – os quais podem ser assumidos não-problematicamente como parte da disciplina básica, ou seja, como parte de um vocabulário inicial necessário à própria construção de qualquer sistema formal – para a construção extensional de modelos. Mais especificamente, os números gozam dessa prioridade porque podem ser indicados, com suficiente clareza, em sua condição de elementos individuais pertencentes a um conjunto suficientemente bem definido.

entweder eine wahre oder falsche Aussage. Ein zulässiges Modell $\mathbf{R}_1$ von $f\mathbf{R}$ ist nur dann auch Modell von $f\mathbf{R}$, wenn $f\mathbf{R}_1$ nicht nur sinnvoll, sondern wahr ist.”

¹⁴⁹ *Untersuchungen*: pág. 95. No original: “ Wir hatten g eine ‘Folgerung’ von f genannt, wenn $f \rightarrow g$, d.h. $(\mathbf{R}) (f\mathbf{R} \rightarrow g\mathbf{R})$ gilt; diese ‘Implikationsaussage von g ’ kann jetzt auch ausgesprochen werden: ‘alle Modelle von f sind auch Modelle von g ’. Da $f \sim g$ bedeutet: $(f \rightarrow g) \& (g \rightarrow f)$, so haben äquivalente oder umfangsgleiche Axiomensysteme dieselbe Modelle.”

2.10. Extensionalidade e generalidade lógica

Um ponto importante a destacar, então, é que Carnap parece considerar a lógica, assim como já havia transparecido desde *Der Raum*, como uma teoria geral da extensionalidade. O que importa para uma estrutura/modelo, como vimos, é sua organização extensional. Carnap chega a chamar de *essenciais* (*wesentliche Eigenschaften*) aquelas propriedades de sistemas axiomáticos que são partilhadas por todos os sistemas axiomáticos de mesma extensão, e de *inessenciais* (*unwesentliche Eigenschaften*) as que não o são¹⁵⁰. Nesse sentido, pode-se dizer que é justamente a organização extensional das aplicações de um sistema axiomático que garante a generalidade da descrição lógica. É a organização extensional das aplicações que permite transformar a relação entre duas funções proposicionais $f\mathbf{R}$ e $g\mathbf{R}$ em uma proposição propriamente lógica, de validade absoluta e geral: $(\mathbf{R})(f\mathbf{R} \rightarrow g\mathbf{R})$.

É bem verdade que Carnap considera o estudo das extensões somente como “parte” da lógica¹⁵¹. Isso condiz com sua postura tolerante: é sempre possível – e talvez não seja irrelevante – considerar aspectos não-extensionais da descrição do mundo e das estruturas axiomáticas; e a “tese da extensionalidade”, afinal, permanece apenas como tese. No entanto, fica claro das considerações precedentes que *é precisamente no plano extensional de descrição do mundo, e somente nele, que os resultados lógicos convergem*. Somente esse plano de consideração do problema – por meio da construção de uma teoria extensional de modelos – permite a Carnap falar, como vimos acima, na obtenção de resultados “absolutos” da lógica: resultados que não estão restritos a uma área determinada, nem estão limitados por quaisquer pressupostos específicos.

Em outras palavras, a generalidade da lógica está associada, para Carnap, à sua capacidade de descrever estruturas; essas estruturas são concebidas, por meio de

¹⁵⁰ *Untersuchungen*: págs. 95-6. Carnap cita como exemplos de propriedades inessenciais de sistemas axiomáticos “o número de seus axiomas ou a utilização de determinado axioma (não como consequência, mas como axioma)”. *Untersuchungen*: pág. 96. No original: “(...) die Anzahl seiner Axiome oder das ‘Vorkommen’ eines bestimmten Axioms in ihm (nicht als Folgerung, sondern als Axiom).”

¹⁵¹ Carnap considera a concepção extensional um “ponto de vista” (*Betrachtung*). Nesse sentido, ele escreve: “‘Relações em extensão’ são funções proposicionais consideradas do ponto de vista ‘extensional’, i.e. de um ponto de vista que ignora as determinações de conteúdo e leva em conta somente a ‘extensão’, i.e. quais valores do argumento satisfazem a função; assim, funções com igual extensão são tratadas como idênticas.” *Untersuchungen*: pág. 65. No original: “‘Relationen’ sind Aussagefunktionen in ‘extensionaler’ Betrachtung, d.h. in einer Betrachtung, die von inhaltlichen Bestimmung der Funktionen absieht und nur auf ihre ‘Umfang’ achtet, d.h. darauf, durch welche Argumentwerte die Funktionen befriedigt wird; daher werden Umfangsgleiche Funktionen als identisch behandelt.”

sua teoria de modelos, como organizações extensionais de elementos quaisquer, arranjados em conjuntos e relações segundo uma tipologia lógica (a teoria simplificada de tipos sugerida por Ramsey).

A concepção geral de Carnap acerca dos formalismos axiomáticos e de sua validade lógica pode ser compreendida, portanto, da seguinte maneira:

Sistemas axiomáticos devem ser vistos, essencialmente, como sistemas formais de semântica aberta. Seus termos primitivos não têm referência prévia fixada, o que permite ao sistema formal ser aplicado à descrição de diferentes situações empíricas, aí residindo seu maior valor. Para Carnap, esse caráter essencialmente reinterpretável dos termos primitivos determina que eles devam ser concebidos como variáveis; correspondentemente, os sistemas axiomáticos devem ser concebidos como funções proposicionais.

Contudo, o estudo das relações existentes entre diferentes funções proposicionais (e em particular, entre sistemas axiomáticos e funções proposicionais) permite atingir certo “fundo sólido” da descrição lógica. De fato, a relação de consequência lógica entre um sistema axiomático e outras funções proposicionais com idênticas variáveis é expressa em uma legítima proposição (proposição implicativa), que pode ser verdadeira ou falsa. Tal proposição corresponde a uma afirmação lógica de valor absoluto, ou seja, de validade irrestrita: ela descreve a relação entre estruturas extensionalmente concebidas.

O valor absoluto da “proposição implicativa” – $(\mathbf{R}) (f\mathbf{R} \rightarrow g\mathbf{R})$ – reside justamente em realizar uma afirmação de validade absolutamente *geral*: qualquer coisa (sistema de objetos) que satisfaça à função proposicional f (sistema axiomático f) deve necessariamente satisfazer à função proposicional g . É essa validade absolutamente geral que a torna uma proposição propriamente lógica. Mas no que consiste, precisamente, a generalidade? No fato, já o dissemos, de que essa proposição vale para “qualquer coisa”. Mas esse “qualquer coisa” pode ganhar agora um conteúdo lógico-formal específico. Ele pode ser formalmente indicado por um sistema de variáveis $\mathbf{R} = (R, S, T)$ ou, como diz Carnap, uma “variável de modelo”, cuja referência é sempre um sistema de objetos não-empíricos, idealmente postos pela disciplina básica, organizados segundo a teoria de tipos lógicos. A concepção de isomorfismo entre modelos,

tecnicamente trabalhada ao longo de seis seções das *Untersuchungen*, garante que o aspecto essencial dessa organização é o aspecto extensional.

Eis como Carnap, finalmente, expõe a resultante noção de “estrutura”:

*“Agora que determinamos o conceito de isomorfia de ordem superior para os modelos de um sistema axiomático qualquer, estendemos a definição de estrutura no mesmo sentido: dizemos de dois valores **A** e **B** de uma variável **R** (geral ou de modelos) de ordem q (particularmente, portanto, de dois modelos permissíveis **A** e **B** de um sistema axiomático $f\mathbf{R}$), que eles têm ‘a mesma estrutura de ordem q ’ quando eles são isomorfos de ordem q ; (...).”*¹⁵² (destaques do autor)

“Estruturas” surgem, portanto, como classes de equivalência da relação de isomorfismo. Elas compõem a extensão de um sistema axiomático. Nesse sentido, após definir que um sistema axiomático $f\mathbf{R}$ será dito formal se qualquer modelo permissível **A** que seja isomorfo (de ordem q) a um modelo **B** de $f\mathbf{R}$ também for modelo de $f\mathbf{R}$, Carnap observa:

*“Seja $f\mathbf{R}$ um sistema axiomático formal com variável de ordem q ; seja **A** um modelo de f . Então todo modelo permissível que seja isomorfo (de ordem q) a **A** pertence à extensão de f ; (...).”*¹⁵³

Afirmações lógicas de “valor absoluto”, como a proposição implicativa “(**R**) ($f\mathbf{R} \rightarrow g\mathbf{R}$)”, dizem respeito, portanto, justamente a essas extensões. (No caso, o que a proposição implicativa afirma é: a extensão da função proposicional f está contida na extensão na função proposicional g .)

O percurso de Carnap pode ser resumido, então, da seguinte maneira: A proposição (**R**) ($f\mathbf{R} \rightarrow g\mathbf{R}$) é uma proposição lógica de valor absoluto e validade geral. Ela pode ser parafraseada como: *todo modelo formal que satisfaz f também satisfará g .*

¹⁵² *Untersuchungen*: pág. 121. No original: “Nachdem wir jetzt für die Modelle eines beliebigen Axiomensystems den Begriff der mehrstufigen Isomorphie aufgestellt haben, erweitern wir die Definition der Struktur sinngemäss: wir sagen von zwei Werten **A** und **B** einer (allgemeinen oder Modell-) Variablen **R** von q -ter Stufe (insbesondere also von zwei zulässige Modellen **A** und **B** eines Axiomensystems $f\mathbf{R}$), dass sie ‘*dieselbe q -stufige Struktur*’ haben, wenn sie q -stufig isomorph sind; (...).”

¹⁵³ *Untersuchungen*: pág. 124. No original: “ $f\mathbf{R}$ sei ein formales Axiomensystem mit q -stufiger Variabler; **A** sei ein Modell von f . Dann gehört jedes zu **A** q -stufig isomorphe, zulässige Modell zum Umfang von f ; (...).”

Mas um modelo que seja isomorfo a outro satisfaz exatamente as mesmas funções proposicionais. O mesmo vale para as aplicações empíricas: uma realização que seja isomorfa a outra realização (ou a um modelo¹⁵⁴) satisfaz exatamente as mesmas funções proposicionais. Mas acabamos de ver que o conceito de “estrutura” é definido a partir das classes de equivalência da relação extensional de isomorfismo, de modo que a proposição lógica (**R**) ($f\mathbf{R} \rightarrow g\mathbf{R}$) pode ainda ser parafraseada como: *toda estrutura extensional* que satisfaz *f* também satisfará *g*. É precisamente a capacidade de realizar essa afirmação que confere à sentença seu caráter lógico, absoluto e geral.

2.11. Conceitos absolutos e construtivos

Recordemos que o objetivo central das *Untersuchungen* está em estudar a organização de sistemas axiomáticos, na sua qualidade de sistemas simbólico-formais. Carnap transforma os próprios sistemas formais em objeto de estudo, e busca obter um enquadramento teórico adequado para descrever suas diferentes propriedades. Vale a pena lembrar seu comentário, posto no início da obra e já citado anteriormente, de que “a principal exigência para um tratamento frutífero desse problema [a análise de sistemas axiomáticos] é, por um lado, a expressa fixação da base lógica utilizada em cada caso, a qual na maioria das vezes não é claramente destacada, e por outro lado o estabelecimento de determinações conceituais rigorosas a partir dessa base” (colchetes meus; sublinhado meu).

Vejamos a estrutura conceitual armada por Carnap para estudar o sistemas axiomáticos e suas aplicações.

Ele começa por traçar a distinção entre duas “concepções distintas a respeito do significado dos conceitos” que servirão para caracterizar sistemas axiomáticos¹⁵⁵. Trata-se da distinção entre uma maneira “absoluta” de conceber os conceitos, e uma maneira “construtiva”. A diferença está na interpretação dos quantificadores, e em particular do

¹⁵⁴ Recordemos a afirmação de Carnap, central para sua concepção do método axiomático, de que toda realização possui um modelo formal que lhe seja isomorfo.

¹⁵⁵ “Agora, finalmente, precisamos cotejar duas concepções distintas a respeito do significado dos conceitos de propriedade [de sistemas formais].” (conchetes meus) *Untersuchungen*: pág. 78. No original: “Nun sollen zum Schluss noch zwei verschiedene Auffassungen über die Bedeutung von Eigenschaftsbegriffen einander gegenüber gestellt werden.”

quantificador existencial. Segundo a concepção absoluta, a existência de uma entidade, quando aparece na definição de um conceito, deve ser considerada independentemente de qualquer possibilidade de apresentá-la (o que ele chama de uso ilimitado – *uneingeschränkter Gebrauch* – do quantificador existencial); já na concepção construtiva¹⁵⁶, a referência à existência de uma entidade depende da possibilidade de apresentá-la concretamente, ou seja, de construí-la, ou ao menos indicar seu modo de construção.

Mais uma vez, Carnap assume uma posição tolerante: os dois tipos de conceitos estão justificados. O que importa, sempre, é traçar claramente a diferença entre ambos, e manter em vista as conseqüências dessa diferença. Assim, Carnap observa que o correto seria enxergar dois conceitos diferentes, onde antes parecia haver apenas um (pois ambos costumam ser formulados com idênticas palavras, sem que se atente para essa importante distinção na maneira de concebê-los). O exemplo que ele utiliza é o de “número algébrico”: um número n é dito algébrico se existe uma equação algébrica com coeficientes racionais da qual n é raiz. Esse “existe” que figura na definição pode ser compreendido de maneira absoluta, e nesse caso teremos o conceito absoluto de número algébrico. Carnap chama os conceitos absolutos em geral de “a-conceitos”; no caso, tem-se o conceito de “a-número-algébrico”. Mas o “existe” pode ser compreendido também em termos construtivos. Para que se possa falar que existe uma equação a coeficientes racionais que satisfaz à exigência da definição, é necessário exhibir, construir, ou indicar o modo de construção de ao menos uma dessas equações. Nasce assim o que Carnap chama de “k-conceitos”; no caso, o conceito de “k-número-algébrico”.

Reencontramos aqui, em certo sentido, o mesmo procedimento com que já havíamos deparado em *Der Raum*. Vemos Carnap identificar dois conceitos (ou três conceitos, no caso de “espaço”) onde o descuido com o rigor e a clareza lógica fazia parecer que havia apenas um. No lugar do conceito de número algébrico, os conceitos de a-número-algébrico e de k-número-algébrico; no lugar de qualquer discussão a respeito de qual deles seria o verdadeiro conceito de número algébrico, apenas a indicação de dois modos diferentes de conceber o quantificador existencial que aparece

¹⁵⁶ Usamos os termos “absoluto” e “construtivo”, no lugar de “absolutista” e “construtivista”, porque Carnap reserva esses dois últimos termos para designar posições filosóficas mais fortes a respeito do assunto: nesse sentido, “construtivista” é a concepção de quem defende o “construtivismo”, ou seja, a posição de que somente os conceitos construtivos são admissíveis; mesmo alguém que não seja “construtivista”, no entanto, pode considerar a concepção “construtiva” de certo conceito.

em sua definição, e a injunção para se acompanhar atentamente, em cada caso, as consequências da opção adotada.

Mas qual o conteúdo preciso dessas duas diferentes maneiras de conceber o quantificador existencial? Afinal de contas, pode-se argumentar, é justamente isso o que está em jogo em qualquer discussão a respeito das restrições intuicionistas ou construtivistas feitas à matemática. O que um defensor do construtivismo alega é que não há um significado que se possa associar, adequadamente, à definição absoluta dos conceitos matemáticos.

Carnap busca oferecer uma resposta a essa questão. Em relação ao ponto de vista construtivo, ele consegue sair-se bem. Sua descrição da situação parece-nos essencialmente correta. Ele observa que, em uma definição construtiva, o quantificador existencial, em vez do uso ilimitado típico das definições absolutas, assume um uso limitado, que ele explica nos seguintes termos:

“A correspondente k-definição, ao contrário, assume uma limitação, pois pressupõe determinados recursos [Hilfsmittel] como utilizáveis e limita os conceitos àqueles objetos que possam ser alcançados por meio de (um número finito de) operações com esses recursos. Na maioria das vezes, os recursos são assumidos tacitamente; na lógica eles são os modos de dedução (incluídos os modos de substituição), na aritmética e na análise acrescentam-se ainda específicas operações matemáticas.”

¹⁵⁷ (colchetes meus)

Vejamos agora o que diz Carnap com relação aos conceitos absolutos. A situação, aqui, é um pouco mais difícil de avaliar. Ao introduzir a distinção entre os dois tipos de conceito, ele oferece o seguinte comentário, que consideramos insuficiente:

“Um a-conceito não leva em consideração a possibilidade de conhecer ou de apresentar [seu objeto]; ele supõe, em certa medida, um intelecto

¹⁵⁷ *Untersuchungen*: págs. 79-80. No original: “Die zugehörige k-Definition nimmt demgegenüber eine Beschränkung vor, indem sie bestimmte Hilfsmittel als anwendbar voraussetzt und den Begriff einschränkt auf diejenige Gegenstände, die durch (endlich viele) Operationen mit diesen Hilfsmitteln erreichbar sind. Die Hilfsmittel werden meist stillschweigend vorausgesetzt; in der Logik sind es die Arten des Deduzierens (einschliesslich des Substituierens), in der Arithmetik und Analysis kommen die spezifisch mathematischen Operationen hinzu.”

que tudo vê e abarca [einen alles überschauenden Verstand]; (...).¹⁵⁸
(colchetes meus)

Consideramos o comentário insuficiente porque esse é precisamente o sentido de “absoluto” que um construtivista estaria disposto a atacar, ou seja, a recusar como significativo – e talvez com toda justiça. Se o objetivo de Carnap é defender uma posição tolerante, se seu objetivo é mostrar que também os conceitos absolutos podem encontrar seu lugar em um sistema conceitual de descrição de objetos (lembramos que os próprios sistemas formais são vistos aqui como objetos), então ele precisa oferecer uma explicação com conteúdo mais claro e preciso do que essa.

Felizmente, Carnap desenvolve essa concepção, e examina algumas de suas consequências. É interessante analisar, nesse sentido, a seguinte passagem, na qual ele tenta resumir a tese do “absolutismo”:

“O absolutismo afirma o seguinte. O conceito ‘existe’, na definição de uma propriedade, deve ser utilizado de maneira ilimitada. Se uma propriedade é determinável ou não, para o intelecto humano em seu pensamento discursivo – e, portanto, capaz de fazer, em um tempo finito, sempre e somente um número finito de passos –, isso é uma circunstância prática, não lógica. Pode ser interessante, às vezes, também investigar se certa propriedade é sempre determinável em um número finito de passos; mas o significado da propriedade não depende dessa determinabilidade. Os a-conceitos são, portanto, significativos. E como a-f e a-non-f compõem sempre uma disjunção completa (...), então vale para toda propriedade o princípio do terceiro excluído.”¹⁵⁹
(destaques do autor)

¹⁵⁸ *Untersuchungen*: pág. 79. No original: “Ein a-Begriff nimmt keine Rücksicht auf Erkennbarkeit, Darstellbarkeit, er setzt gewissermaßen einen alles überschauenden Verstand voraus; (...).”

¹⁵⁹ *Untersuchungen*: pág. 83. No original: “Der Absolutismus besagt folgendes. Der Begriff ‘es gibt’ darf in der definition einer Eigenschaft ahrankenlos verwendet werden. Ob eine Eigenschaft für den diskursiv denkenden, daher in endlicher Zeit immer nur endlich viele Schritte machenden menschlichen Verstand feststellbar ist oder nicht, ist keine logisch, sondern eine praktische Angelegenheit. Es ist zwar zuweilen interessant, auch zu untersuchen, ob eine bestimmte Eigenschaft auch stets in endlich vielen Schritten feststellbar ist; aber der Sinn der Eigenschaft hängt nicht etwa von dieser Feststellbarkeit ab. Die a-Begriffe sind daher sinnvoll. Und da a-f und a-non-f stets eine vollständige Disjunktion bilden (siehe Figur), so gilt für jede Eigenschaft der Satz von ausgeschlossenen Dritten.”

Ressoam aqui, novamente, motivos extraídos da obra fundamental de Ramsey, cujo diálogo com o *Abriss* já tivemos ocasião de examinar mais acima¹⁶⁰. A ênfase é posta na oposição entre o caráter contingente das habilidades e limitações humanas, e um conjunto de possibilidades lógicas cuja descrição é independente dessas limitações. Mas independente em que sentido? O ponto central, tanto para Ramsey como para Carnap, está em apontar a possibilidade de associar um significado claro a essas descrições, independentemente da possibilidade de construir concretamente uma entidade simbólica que corresponda a esse significado. Examinemos como esse significado pode ser proposto.

Quando alguém utiliza, na função proposicional que define os números algébricos, a expressão “existe uma equação algébrica a coeficientes racionais tal que...”, o que se quer dizer pode ser decomposto da seguinte maneira. 1) Há uma classe de objetos aos quais chamamos “equação algébrica a coeficientes racionais”. Essa classe é oferecida, de modo completamente significativo, em linguagem natural (que, em uma análise formal da proposição em questão, deve funcionar como metalinguagem). Em outras palavras, supõe-se que ouvintes suficientemente informados saibam reconhecer os casos pertinentes de aplicação do conceito: conseguem identificar uma equação algébrica a coeficientes racionais de modo razoavelmente inequívoco, quando apresentados a uma. Essa classe de objetos, mais ainda, possui um número infinito de elementos (se se quiser: há um procedimento recursivo para a construção de elementos sempre novos da classe). 2) É possível distinguir, com relação a essa classe de objetos, e dada uma propriedade qualquer f que lhes seja aplicável, diferentes casos: o caso em que nenhum objeto possui a propriedade f ; o caso em que todos os objetos possuem a propriedade; o caso em que um (e somente um) objeto a possui; o caso em que dois (e somente dois) objetos a possuem; etc.; e o caso em que *ao menos um objeto possui a propriedade f* . A essa distinção a linguagem associa um significado, independentemente da possibilidade de determinar qual caso realmente ocorre.

O problema, obviamente, está na suposição (2). O que um crítico de viés construtivista poderia alegar é que, apesar da suposta clareza com que a linguagem

¹⁶⁰ Ao criticar o princípio do círculo vicioso de Russell, Ramsey escreve: “A única diferença é que, devido a nossa inability de escrever proposições de comprimento infinito – o que é, do ponto de vista lógico, um mero acidente – $(\varphi) \cdot \varphi a$ não pode, como $p \cdot q$, ser expressa de modo elementar, mas precisa ser expressa como o produto lógico de um conjunto do qual ela também é membro.” (grifo meu) [Ramsey, 1925]: pág. 41. No original: “The only difference is that, owing to our inability to write propositions of infinite length, which is logically a mere accident, $(\varphi) \cdot \varphi a$ cannot, like $p \cdot q$, be elementary expressed, but must be expressed as the logical product of a set of which it is also a member.”

ordinária trata essa distinção, trata-se apenas de uma falsa impressão baseada em analogia (com o caso finito) e falta de perspicácia lógica; bem examinada a situação, não se consegue exhibir um sentido razoável para a distinção proposta. Enfim, quem admite essa distinção não consegue atribuir um significado razoável ao que está falando.

Nosso propósito, neste exame do trabalho de Carnap, não pode ser o de resolver essa complicada questão. Mas podemos apontar em que sentido, segundo nos parece, Carnap tenta superá-la. Consideremos novamente a suposição (2), tornada agora problemática. Quando se diz que “ao menos um objeto possui a propriedade f ”, traduzido por “existe um objeto com a propriedade f ”, o significado pode ser considerado suficientemente claro na medida em que é possível reconhecer a circunstância em que admitiríamos tal afirmação como “verdadeira”: quando alguém exibisse um objeto da classe desejada, com a propriedade desejada. Mas a complicação surge com a pergunta pelo significado da negação desse caso. Em que circunstâncias reconheceríamos que “nenhum objeto possui a propriedade f ”, ou seja, que “não existe um objeto com a propriedade f ”? Talvez apenas com uma “demonstração” desse fato; mas precisaríamos ter claro o que aceitaríamos como “demonstração” (Carnap, como veremos logo à frente, adota uma solução desse tipo). Contudo, a existência de uma demonstração – um objeto construído, positivado segundo um método – é algo essencialmente distinto da “não existência” do objeto com a propriedade f . O que se queria dizer com a possibilidade de atribuir um significado claro aos diferentes casos de (2) era justamente que tais casos têm sentido independente da capacidade de se obter concretamente demonstrações, provas, construções etc.

Pode-se fazer esse mesmo exercício com outros casos de (2), e o foco do problema irá se revelar sempre o mesmo: ele surge na relação de um caso com sua negação; quando um caso parece não oferecer dificuldades, sua negação oferece. O problema, de fato, está na repartição de uma classe infinita em duas classes disjuntas e exaustivas, por meio da palavra “não”. Em outras palavras, o problema está menos no uso dos quantificadores, do que no uso da palavra “não” associada aos quantificadores.

Essa percepção é trazida à tona do final da passagem de Carnap citada acima, quando ele conclui assim suas considerações a respeito dos conceitos absolutos: “E como $a-f$ e $a\text{-non-}f$ compõem sempre uma disjunção completa (...), então vale para toda propriedade o princípio do terceiro excluído”. Esse é, de fato, o centro da questão: a admissão ou não do princípio do terceiro excluído associado à negação. Não à toa,

Carnap irá explorar do modo mais cuidadoso precisamente esse tema. Vejamos como ele faz isso.

Considere-se certo conceito f , indicado por meio de uma função proposicional fx ¹⁶¹. Sabemos agora que, por trás de f , Carnap identifica dois conceitos, designados como $a-f$ e $k-f$. Além desses dois conceitos, aparece também o que Carnap chama de “negados de f ”. Serão dois negados, os quais surgem, aparentemente¹⁶², por meio da negação formal da função proposicional fx (que equivale à negação do quantificador existencial). Em relação a essa nova função proposicional $\sim fx$, de fato, têm-se novamente duas possibilidades, que Carnap designa como “a-non- f ” e “k-non- f ”: a concepção absoluta e a concepção construtiva do negado de f (correspondentes à concepção absoluta e construtiva da função proposicional $\sim fx$).

Carnap esclarece então que esse “negado absoluto” (*absolute Negat*), a-non- f , deve ser “definido” da seguinte maneira: ele se aplica a todos aqueles objetos aos quais o conceito absoluto $a-f$ não se aplica. Em suas palavras:

*“[O] negado absoluto ‘a-non-f’ deve ser definido, então, pelo fato de que ele convém àqueles objetos aos quais (a-)f não convém. a-non-f, portanto, é idêntico a non-a-f; pois a extensão dessa propriedade é a classe complementar da classe de f. As duas classes se completam para formar a classe total do tipo lógico correspondente, i.e., a classe de todos aqueles objetos para os quais a distinção f – não-f faz sentido.”*¹⁶³

A disjunção exaustiva de certa classe de objetos (e o princípio do terceiro excluído) é, portanto, a marca essencial do par de conceitos absolutos. O mesmo não acontece com os conceitos que Carnap designa como “k-non- f ” e “k- f ”. Eles não recobrem a classe total dos objetos do tipo lógico determinado pela função proposicional fx . A situação é exposta graficamente por Carnap da seguinte maneira¹⁶⁴.

¹⁶¹ Podemos supor que fx é uma função proposicional na qual um quantificador existencial aparece na posição mais externa.

¹⁶² Carnap não é absolutamente claro a esse respeito; as razões para tanto serão discutidas à frente.

¹⁶³ *Untersuchungen*: pág. 80. No original: “[Das] absolute Negat ‘a-non-f’ ist dahin zu definieren dass es denjenigen Gegenständen zukommt, denen (a-)f nicht zukommt. a-non-f ist also identisch mit non-a-f; denn der Umfang dieser Eigenschaft ist die komplementäre Klasse der Klasse von f. Die beiden Klassen ergänzen sich zur Allklasse des Betreffenden Typus; d.h. zur Klasse aller der Gegenstände, für die die Unterscheidung f – non-f einen Sinn hat.”

¹⁶⁴ *Untersuchungen*: pág. 80.

Considere-se que a classe total desses objetos seja representada por uma linha A-E, como abaixo:

A _____ B C D _____ E

Carnap faz corresponder diferentes trechos dessa linha a diferentes conceitos. No que segue, apresentamos as correspondências que ele propõe, reorganizando-as, exemplificando-as (por meio dos números algébricos) e fazendo alguns comentários.

A-B corresponde ao conceito k - f . *Esse é o caso mais simples; não parece haver dúvida com relação à sua interpretação, nem com relação à intenção de Carnap.* Trata-se daquela classe de objetos para os quais é possível exibir o objeto que, exigido pelo quantificador existencial presente em f , faz f lhes convir. No caso dos números algébricos, são os números k -algébricos, ou seja, aqueles números para os quais se pode exibir uma equação a coeficientes racionais da qual eles são solução.

D-E corresponde ao conceito k -non- f . Trata-se do que Carnap chama de “negado construtivo” de f . Aparentemente¹⁶⁵, trata-se daqueles objetos para os quais é possível provar que não lhes convém o conceito f . Por isso eles são o negado construtivo de f : não basta supor que não lhes convém o conceito f , é necessário dar um conteúdo positivo – ou critério positivo – para essa suposição. Observe-se, porém, que tal conteúdo positivo é, aqui, menos claro do que na situação anterior. Enquanto no caso dos números k -algébricos basta exibir a equação algébrica da qual o número em questão é raiz, no caso de números k -non-algébricos não se trata mais de exibir uma equação. Trata-se de demonstrar, em um número finito de passos, que uma equação do tipo exigido não *existe*. Trata-se, portanto, de exibir um tipo bastante particular de objeto: uma demonstração formal (uma prova finita de certo fato). Desse modo, vemo-nos

¹⁶⁵ Carnap não é absolutamente claro a esse respeito. A seguinte passagem, porém, enfatiza o papel da demonstração: “(...) em relação a uma propriedade f , e em determinado momento, repartem-se em três classes os objetos para os quais faz sentido perguntar por essa propriedade: para um objeto da primeira classe pode ser provado que ele tem a propriedade f ; para um objeto da segunda classe pode ser provado que ele não possui a propriedade f , que ele possui, portanto, a propriedade non- f ; para um objeto da terceira classe não pode ser provado, atualmente, nem uma coisa, nem outra.” *Untersuchungen*: pág. 83 (sublinhados meus). No original: “(...) in Bezug auf eine eigenschaft f zerfallen die Gegenstände, für die die Frage nach dieser Eigenschaft sinnvoll ist, in einem bestimmten Zeitpunkt in drei Klassen: für einen Gegenstand der ersten Klasse kann bewiesen werden, dass er die Eigenschaft f hat; für einen gegenstand der zweiten Klasse kann bewiesen werden, dass er die Eigenschaft f nicht hat, dass er also die Eigenschaft non- f hat; für einen Gegenstand der dritten Klasse kann gegenwärtig weder das eine noch das andere bewiesen werden.”

remetidos a um segundo problema, relativo aos recursos que devem ser admitidos na demonstração. Na concepção de Carnap, como vimos, os conceitos construtivos caracterizam-se, de maneira geral, pela restrição a certa base determinável de recursos. Carnap chega a mencionar especificamente o caso dos recursos lógicos: “*na lógica eles [os recursos construtivamente admissíveis] são os modos de dedução (incluídos os modos de substituição)*”. A questão toda, nesse sentido, recebe um encaminhamento coerente no sistema das *Untersuchungen*. Apenas o objeto, cuja construção é exigida pelo *k-non-conceito*, é um objeto, por assim dizer, derivado: é necessário construir certa demonstração lógica, obtida a partir de uma base determinada de recursos demonstrativos.

B-D corresponde à zona de objetos indeterminados (*unentschieden*). Trata-se daqueles objetos para os quais: a) não é possível exibir o objeto que, exigido pelo quantificador existencial presente em *f*, determinaria a aplicabilidade de *k-f*; e b) também não é possível exibir uma demonstração de que tal objeto não existe. Em outras palavras, trata-se da classe dos objetos que, sendo do tipo lógico adequado à função proposicional *f*, não se enquadram em nenhum dos dois conceitos construtivos examinados (ou, dito em linguagem extensional, que não pertencem a nenhuma das duas classes de objeto anteriormente mencionadas: *k-f* e *k-non-f*). Podemos tomar como exemplo o número π , *antes que fosse dada uma demonstração de seu caráter não-algébrico*: naquele ponto da história, nem se sabia construir uma equação algébrica a coeficientes racionais da qual π fosse solução, nem se sabia exibir uma demonstração de que tal equação não existia¹⁶⁶.

A-C corresponde ao conceito *a-f*. Trata-se de uma classe de objetos que inclui todos os objetos do correspondente conceito construtivo, ou seja, todos os objetos da classe *k-f* (trecho A-B), e – *possivelmente* – mais outros tantos objetos pertencentes à zona de objetos indeterminados. São os números algébricos em sua concepção usual, não-construtiva: aqueles números para os quais *existe* (em algum sentido que se supõe

¹⁶⁶ Carnap é enfático com relação à relatividade temporal dos objetos da zona de indeterminação. Em uma passagem que citaremos na íntegra mais abaixo, ao explicar os diferentes conceitos construtivos, Carnap observa que “(...) em relação a uma propriedade *f*, e em determinado momento, repartem-se em três classes os objetos para os quais faz sentido perguntar por essa propriedade *f*: (...); para um objeto da terceira classe não pode ser provado, atualmente, nem uma coisa, nem outra.” (sublinhados meus) *Untersuchungen*: pág. 83. No original: “(...) in Bezug auf eine eigenschaft *f* zerfallen die Gegenstände, für die die Frage nach dieser Eigenschaft sinnvoll ist, in einem bestimmten Zeitpunkt in drei Klassen: (...); für einen Gegenstand der dritten Klasse kann gegenwärtig weder das eine noch das andere bewiesen werden.”

Para um caso mais interessante (e fundamental) de zona de indeterminação, ver nota 169 abaixo.

absoluto) a equação algébrica exigida. Entre eles, estão os números k -algébricos, como $\sqrt{2}$, e – *possivelmente* – números para os quais ainda não se sabe construir uma equação do tipo exigido.

C-E corresponde ao conceito $a\text{-non-}f$. Trata-se da classe complementar de $a\text{-}f$: juntas, como busca deixar claro a representação visual sugerida por Carnap, elas esgotam a classe de todos os objetos do tipo lógico adequado. Ela inclui todos os objetos do correspondente conceito construtivo (negado construtivo), ou seja, todos os objetos da classe $k\text{-non-}f$ (trecho D-E), e – *possivelmente* – mais outros tantos objetos pertencentes à zona de objetos indeterminados. São os números não-algébricos (ditos transcendentais) em sua concepção usual, não-construtiva: aqueles números para os quais *não existe* (novamente, em algum sentido que se supõe absoluto) a equação algébrica exigida. Entre eles, estão os números k -não-algébricos, como π , e – *possivelmente* – números para os quais ainda não se sabe construir uma demonstração da inexistência de uma equação do tipo exigido. O próprio número π serve bem para ilustrar a situação. Antes que se conhecesse a demonstração de sua transcendentalidade¹⁶⁷, ele pertencia à zona de indeterminação: era certamente um número, mas não era nem k -algébrico, nem $k\text{-non-}f$ (k -transcendental).

B-E corresponde ao conceito $\text{non-}k\text{-}f$. Trata-se aqui da negação do conceito $k\text{-}f$, e é composta por todos os objetos (de tipo lógico adequado) aos quais não convém o conceito $k\text{-}f$. Assim como $\text{non-}a\text{-}f$ era a classe complementar de $a\text{-}f$, $\text{non-}k\text{-}f$ é a classe complementar de $k\text{-}f$. Ao contrário do que acontecia com os conceitos absolutos, em que $\text{non-}a\text{-}f$ revelava-se igual a $a\text{-non-}f$, Carnap chama a atenção – e nós com ele – para a importante diferença entre $\text{non-}k\text{-}f$ e $k\text{-non-}f$: o primeiro conceito convém a todos os objetos aos quais não convém o conceito $k\text{-}f$; o segundo, apenas aos objetos para os quais se pode demonstrar que $k\text{-}f$ não lhes convém. No nosso exemplo, o conceito $\text{non-}k\text{-}f$ abrange todos os números que não são k -algébricos.

Essa classificação proposta por Carnap é, para nós, de grande importância. Ela esclarece o sentido exato de sua tentativa de conciliar duas concepções distintas – absoluta e construtiva – a respeito dos conceitos definidos com auxílio do quantificador existencial; e mostra em que medida essa tentativa é justificável. O exame dos diferentes conceitos sugeridos por Carnap revela que a questão central está posta, a

¹⁶⁷ Recordemos que a demonstração da transcendentalidade de π foi obtida por Lindemann somente em 1882; apenas meio século antes, portanto, da redação das *Untersuchungen*.

nosso ver corretamente, sobre as diferentes possibilidades de interpretar a negação. A análise de Carnap peca apenas por não manter com o necessário rigor a separação entre o âmbito metalingüístico e a linguagem-objeto. A utilização da partícula “non”, deslocada indistintamente para diferentes posições, como no par “a-non- f ” e “non-a- f ”, mostra que ele ainda tem dificuldades em distinguir suficientemente a negação formal do conceito – aquela indicada pelo símbolo formal de negação, como “ $\sim$ ”, e utilizada dentro da linguagem-objeto para produzir um conceito negativo a partir da negação da função proposicional: $\sim fx$ – e a negação metalingüística, indicada pela palavra “não” da linguagem natural, capaz de gerar as duas diferentes interpretações, absoluta e construtiva, do mesmo conceito formal.

A despeito dessa deficiência, que ele não esteve em condições de superar (e veremos ao longo deste trabalho como a incapacidade de elaborar uma distinção suficientemente clara entre aspectos semânticos e sintáticos será a principal deficiência, não apenas das *Untersuchungen*, mas de todo esse primeiro período do pensamento de Carnap), a análise proposta por Carnap é bastante elucidativa, e segue em linhas razoavelmente corretas. De que modo, devemos perguntar, o sistema das *Untersuchungen* esclarece e acomoda a dualidade fundamental na interpretação de conceitos?

O conceito f é formulado, por meio de uma função proposicional, dentro de um sistema formalizado. Já vimos de que maneira, na filosofia lógica de Carnap, é possível indicar um conjunto de objetos (não-formais) como campo de referência (domínio) de uma função proposicional, ou da variável que nela aparece. Trata-se de uma determinação lingüística, feita na linguagem natural que, em última instância, é o suporte de qualquer construção formal.

É necessário manter em vista, portanto, precisamente esse fato: é a linguagem natural que servirá, no curso de toda a análise, como metalinguagem. Já o conceito f é formulado dentro de uma linguagem formalizada, ou seja, em certa linguagem-objeto. As duas concepções indicadas por Carnap, assim, correspondem a duas interpretações distintas das sentenças da linguagem-objeto. O ponto importante percebido por Carnap, então, é o seguinte: a linguagem natural possui recursos suficientes para formular de maneira significativa as duas concepções; e esses recursos estão dados, como decorre da análise carnapiana, pelos recursos da negação natural.

De fato, tomemos a função proposicional formal f (da linguagem-objeto) e consideremos inicialmente os dois conceitos construtivos distinguidos por Carnap: $k\text{-}f$ e $k\text{-non-}f$. Como ponto de partida, observamos que ambos podem ser tornados suficientemente claros por meio das indicações que Carnap oferece. Isso significa que a interpretação construtiva pode ser tornada suficientemente clara por meio da linguagem natural (metalinguagem). Especificamente, a análise das *Untersuchungen*, que temos acompanhado, realiza esse esclarecimento nos seguintes termos.

A função proposicional f faz uso de um quantificador existencial; e este quantificador varia sobre certa categoria de objetos (existe *uma equação algébrica* tal que...). Para que o k -conceito seja aplicável, é necessário construir um objeto dessa categoria, com as propriedades requeridas. Para que o $k\text{-non-}$ conceito (o negado construtivo) seja aplicável, é necessário construir uma demonstração de que um objeto dessa categoria, com as propriedades requeridas, não-existe. É necessário, assim, exibir uma demonstração que termine com a proposição “não existe uma equação algébrica tal que...”. Essa demonstração deve ser formal, ou seja, deve ser realizada na linguagem-objeto formalizada, com os recursos dedutivos que esta possui.

Esclarecido o sentido das interpretações construtivas, porém, a questão não se encerra. Antes, admite uma problematização natural. Pois a função proposicional f determina, independentemente das interpretações construtivas, certa classe específica de objetos como seu domínio. Trata-se de uma classe de objetos que se consideram, na linguagem natural (metalinguagem), adequados ao preenchimento significativo da função proposicional. Esse domínio, portanto, é dado sempre na linguagem natural que serve de metalinguagem (ou em um ramo específico da linguagem natural, que pode ser tecnicamente informado, como a linguagem dos matemáticos). Podemos supor, por exemplo, que o conceito indicado por f seja um conceito numérico: nesse caso, o domínio que torna a referida função proposicional significativa é o domínio dos números, tal como compreendido em linguagem matemática usual¹⁶⁸.

Dentro desse domínio, os conceitos construtivos serão aplicáveis a alguns objetos (números): o conceito $k\text{-}f$ convirá a certos objetos, o conceito $k\text{-non-}f$ a outros.

¹⁶⁸ Com a referência à “linguagem matemática usual”, não se quer indicar que não haja ou que não possam surgir casos de dúvida quanto a seu uso e aplicação, nem que esse uso não esteja sujeito a modificações ao longo da história; queremos indicar apenas que se trata de uma prática linguística bem estabelecida, e significativa, dentro da qual é possível chegar a acordos. (Já faz muitos séculos, por exemplos, que o número π é admitido como número pelos matemáticos.)

No caso geral, porém, poderá haver ainda objetos aos quais não convém nenhum dos dois conceitos construtivos. Era o caso do número π , em relação aos conceitos k -algébrico e k -non-algébrico (k -transcendental), antes da prova de Lindemann. Esses objetos do domínio pertencem à zona de indeterminação, ou seja, não pertencem a nenhuma das duas classes determinadas pelos conceitos construtivos.

Como aparecem, agora, os conceitos absolutos? O ponto essencial, como já assinalamos, é menos a interpretação do quantificador existencial, do que a interpretação da palavra “não”. Quando se usa a expressão “existe uma equação algébrica tal que...”, o fato relevante não é tanto a suposição de uma existência absoluta, anterior a qualquer efetivação ou concretização, do que o fato de que podemos falar significativamente nos seguintes termos: ou tal equação existe, ou *não* existe. Pois a palavra “não” – tal como utilizada usualmente na linguagem natural – serve justamente para repartir em dois um campo qualquer de possibilidades: ou a possibilidade se realiza, ou *não* se realiza, e não há terceira opção. Associada a uma propriedade f e certo objeto O , a mesma regra nos diz que ou O possui a propriedade f , ou *não* a possui. E se for dado um domínio D de objetos, ainda a mesma regra nos permite separar D em duas classes disjuntas e exaustivas: a classe dos objetos que possuem a propriedade f (D_1), e a classe dos objetos que *não* a possuem (D_2), sem que nenhum objeto fique de fora ($D_1 + D_2 = D$).

As observações acima não têm por objetivo estabelecer a impossibilidade de ver a situação de outras maneiras: elas não mostram, em nenhum sentido, que não seja possível, interessante ou mesmo adequado fornecer outra análise para a palavra “não”, cuja aplicação seja vantajosa em certas situações (análise essa que será, provavelmente, elaborada com auxílio de métodos formais). O que se está dizendo é somente que esse uso da palavra “não”, o mais usual na linguagem natural, é significativo: suficientemente regrado, tem um claro conteúdo que lhe é associado. Novamente, para verificar o caso que nos interessa: dado certo domínio D de objetos, e dado um subconjunto D_1 de D , é sempre significativo formar o conjunto D_2 que seja, por definição, complementar de D_1 . D_2 é concebido como composto pelos objetos de D que *não* estão em D_1 ; D_2 é *não*- D_1 (por referência ao domínio D).

A utilização de um par de conceitos absolutos, nesse sentido, equivale somente à divisão de todos os objetos do domínio de f , incluídos os objetos da zona de

indeterminação¹⁶⁹, em duas classes disjuntas (princípio de não-contradição associado à negação usual) e exaustivas (princípio do terceiro excluído associado à negação usual). O que se faz é simplesmente considerar um novo conceito *a-f* como extensão de *k-f*: tal conceito contém todos os objetos *k-f* e, eventualmente, outros objetos da zona de indeterminação. Mais: dado certo objeto do domínio (e particularmente da zona de indeterminação), supõe-se que ou ele pertence a *a-f*, ou *não* pertence a *a-f*. Suposição que, como vimos acima, é trivial: corresponde ao uso mais comum da palavra “não” na linguagem natural, ao qual se associa o princípio do terceiro excluído.

Por sua vez, os objetos que *não* pertencem a *a-f* pertencem, por definição, a *a-non-f*. Esse segundo conceito absoluto, *a-non-f*, surge como o complementar do primeiro, instituído que é por meio da palavra “não” em sua acepção comum na linguagem natural. Assim, dado qualquer objeto *O* do domínio, ou *O* pertence à classe *a-f* (o conceito *a-f* convém a *O*), ou *O não* pertence à classe *a-f* (*a-f* não convém a *O*), caso no qual pertence à classe *a-non-f*. Eis por que Carnap pode dizer que *a-non-f* coincide com *non-a-f*. Nesse segundo caso, a partícula “non” que aparece prefixando

¹⁶⁹ É interessante observar, nesse sentido, que a zona de indeterminação não precisa surgir, como o exemplo do número π parece indicar, como uma zona de indeterminação epistemológica: composta pelos objetos para os quais simplesmente ainda não se *conhece* um método de construção/demonstração (método que, um dia, poderá ser descoberto). Hintikka descreve, em [Hintikka, 1996], um caso bastante revelador a esse respeito. Com efeito, um dos propósitos centrais dessa obra está em elaborar e defender uma semântica formal, diferente da de Tarski, formulada por meio da teoria de jogos (*game theoretic semantics*). Nessa semântica, uma sentença lógico-matemática é definida como verdadeira quando existe uma estratégia vencedora de demonstração em certo jogo numérico; ela será falsa quando existir uma estratégia vencedora do “adversário”, ou seja, uma estratégia vencedora para a posição “falseadora”. O ponto importante é que ela não será falsa, simplesmente, quando não existir uma estratégia vencedora de demonstração: ela só será falsa se existir uma outra estratégia vencedora, para a posição “falseadora”. Mas é um resultado demonstrável da teoria dos jogos que nem sempre há uma estratégia vencedora para algum dos dois lados: há jogos em que não há estratégia vencedora para nenhum deles. Em casos assim, a sentença não seria verdadeira nem falsa; ela seria indeterminada, não no sentido de que ainda não se conhece sua verdade, mas no sentido próprio de que ela *não é* nem verdadeira, *nem* falsa. O par verdadeiro-falso, assim concebido, deixa de ser uma disjunção exaustiva, fato esse que é preenchido por um conteúdo matemático exato: a impossibilidade de adotar uma estratégia vencedora, quer para falsear a sentença, quer para demonstrá-la. Apesar desse resultado, e de defender como melhor semântica para a matemática a semântica de teoria dos jogos, nem por isso Hintikka nega a utilidade e significatividade de um conceito de negação que obedeça ao terceiro excluído: é possível falar em sentenças que *não* são verdadeiras, e com isso indicar todas as sentenças para as quais *não* existe uma estratégia vencedora de demonstração, quer exista ou não uma estratégia vencedora de falseamento. Aqui, o conceito “*não-verdadeiro*” simplesmente não coincide com o conceito “falso”. A partícula “*não*” mantém seu sentido metalingüístico usual: as sentenças *não-verdadeiras*, nesse sentido da palavra “*não*” (que Hintikka chama de sentido absoluto), compõem com as sentenças verdadeiras uma disjunção exaustiva do domínio de todas as sentenças de uma linguagem formal do tipo considerado por Hintikka. A questão, para Hintikka, não reside em negar a significatividade desse uso da palavra “*não*”, mas em observar que, talvez, ele não seja o mais interessante – ao menos não no que diz respeito à semântica de linguagens formais. Como contraparte dessa observação, Hintikka verifica outras estruturas possíveis da palavra “*não*”, que se mostrem mais adequadas a captar os aspectos fundamentais de sua semântica.

“non-a-f” é, precisamente, o “não” usual da linguagem natural que funciona como metalinguagem.

A situação fica ainda mais clara quando consideramos o conceito non-k-f (segmento B-E da linha A-E, complementar do seguimento A-B): ele compreende os objetos que *não* pertence ao conceito construtivo k-f. Assim, também o par k-f e non-k-f compõe uma classificação disjunta e exaustiva dos objetos do domínio. Se um objeto O do domínio *não* é k-f, então, por definição, é non-k-f. O que possibilita a disjunção é, mais uma vez, a palavra “não” da linguagem natural, traduzida prefixo “non” de “non-k-f”.

No esquema das *Untersuchungen*, portanto, a possibilidade de acomodar as duas interpretações – sem a necessidade de discutir qual seria a “correta”, ou “verdadeira” – encontra uma explicação bastante natural, e um enquadramento teórico perspicaz. Para Carnap, simplesmente, parece difícil negar a possibilidade de usar a negação da linguagem natural, com o princípio do terceiro excluído, de maneira significativa. Assim, ao comentar a posição do “construtivismo”, ele observa:

“Apesar da necessidade de uma divisão tríplice, o princípio do terceiro excluído permanece válido. *Pois cada conceito compõe com seu negado* * *uma disjunção completa: k-f (AB) com non-k-f (BE), e além disso também k-non-f (DE) e non-k-non-f (AD); a diferença entre esse dois pares de conceito, no entanto, precisa ser levada em conta.*” ¹⁷⁰
(destaque do autor)

Um construtivista, nessa concepção, pode até negar a aplicabilidade dos conceitos absolutos a casos específicos, sob a alegação de falta de critério para o uso do quantificador existencial “absoluto”. Para ele, em outras palavras, pode não fazer sentido uma sentença particular como “ao objeto *o* convém o conceito a-f” (em que “a-

* A confusão com o termo “negado” é de Carnap, não nossa; e ela é sintomática da principal deficiência das *Untersuchungen*, a respeito da qual já falamos: a falta de suficiente clareza com relação à distinção entre metalinguagem e linguagem-objeto. Assim, Carnap confunde o uso que vinha fazendo até agora do termo “negado”, como negação formal interna à linguagem-objeto, com a negação na metalinguagem, que é aquela que ele tem em vista na presente passagem. Essa confusão, repetimos, é ajudada pelo uso variável da partícula “non” em diferentes posições, como em “a-non-f” e “non-a-f”. Nesta mesma passagem, encontraremos até mesmo um caso em que a partícula “non” aparece em duas posições: “non-k-non-f”.

¹⁷⁰ *Untersuchungen*: pág. 83. No original: “Trotz der Notwendigkeit der Dreiteilung bleibt aber der Satz vom ausgeschlossenen Dritten gültig. Denn jeder Begriff bildet mit seinem Negat eine vollständig Disjunktion: k-f (AB) mit non-k-f (BE), und anderseits auch k-non-f (DE) und non-k-non-f (AD); der Unterschied zwischen diesen beiden Begriffspaaren muss aber beachtet werden.”

f” é o conceito absoluto e “*o*” um objeto do domínio). Mas as investigações acerca da estrutura do conceito absoluto, que são as que interessam a Carnap, não deveriam ser atacadas, pois fazem uso somente de afirmações gerais tais como: “dado um objeto *o* do domínio, ou *a-f* convém a *o*, ou *a-non-f* convém a *o*”.

Eis por que Carnap pode escrever, em mais uma passagem típica:

“As seguintes investigações não estão atadas a nenhuma dessas duas concepções [absolutismo ou construtivismo]. (...) *A validade dos resultados das seguintes investigações é no geral, portanto, independente da escolha de uma concepção; em casos específicos, o resultado para cada concepção será separado um do outro.*” ¹⁷¹
(destaque do autor; colchetes meus)

Pouco depois, em uma passagem inteiramente destacada, ele conclui:

“A exposição que se segue é válida, assim, para todas as concepções usuais, com exceção daquelas que negam o princípio do terceiro excluído.” ¹⁷² (sublinhado meu)

2.12. Conceitos de satisfação e de completude

As posições examinadas nas seções acima serão, no geral, mantidas por Carnap em obras posteriores – no mínimo, até a publicação de *The Logical Syntax of Language*. Onde surgem, então, os principais problemas que levaram Carnap a não publicar as *Untersuchungen*?

Em sua busca por determinações conceituais rigorosas, aplicáveis à descrição da estrutura de sistemas axiomáticos formais, Carnap define alguns importantes pares de conceito. Os principais são os seguintes. Conceitos de satisfação: vazio/satisfeito

¹⁷¹ *Untersuchungen*: pág. 84. No original: “Die folgenden Untersuchungen sind nicht auf einen der beiden Standpunkte festgelegt. (...) Die gültigkeit der Ergebnisse der folgenden Untersuchungen ist also im allgemeinen unabhängig von der Wahl des Standpunktes; in einzelnen Fällen wird das Ergebnis für jeden der beiden Standpunkte gesondert werden.”

¹⁷² *Untersuchungen*: pág. 85. No original: “Die folgenden Darlegungen sind damit für alle üblichen Standpunkte gültig, mit Ausnahme desjenigen, der den Satz vom ausgeschlossenen dritten ablehnt.”

(*leer/erfüllt*); conceitos de contradição: contraditório/não-contraditório (*widerspruchsvoll/widerspruchsfrei*); além desses dois pares, centrais para a análise que faremos abaixo, encontramos também diferentes pares de conceitos de completude: monomorfo/polimorfo (*monomorph/polimorph*), separável/não-separável (*gabelbar/ungabelbar*) e decidível/indecidível (*entscheidungsdefinit/nicht-entscheidungsdefinit*)¹⁷³.

Os dois objetivos de Carnap são: a) Estabelecer definições precisas para cada um desses conceitos, distinguindo com toda a clareza entre eles; e b) Relacionar esses diversos conceitos por meio de teoremas (esses teoremas revelariam, assim, diferentes aspectos da estrutura lógica dos sistemas formais axiomáticos como objetos de estudo). Recordamos ainda que, para Carnap, por trás de cada conceito escondem-se dois conceitos diferentes (com extensões diferentes), correspondentes à concepção absoluta e à concepção construtiva. Segue daí um terceiro objetivo: c) Indicar os critérios positivos (o conteúdo positivo) correspondentes à concepção construtiva de cada um dos conceitos elaborados.

A realização de todos esses objetivos é seriamente comprometida por uma confusão entre aspectos semânticos e aspectos sintáticos da análise dos sistemas axiomáticos. Essa confusão espelha-se ainda na confusão entre os recursos da linguagem-objeto formalizada e os recursos da metalinguagem. Vejamos como isso ocorre, a começar pela definição dos conceitos de satisfação e contradição, que examinamos a seguir.

Conceitos de satisfação: Um sistema axiomático é dito “satisfeito” se possuir ao menos um modelo que o satisfaça; é dito “vazio” se nenhum modelo o satisfizer. Um sistema axiomático é dito “k-satisfeito” (concepção construtiva do conceito de satisfação) se um modelo que o satisfaça puder ser indicado (exibido, construído); é dito “k-vazio” (concepção construtiva de “vazio”), se puder ser exibida uma demonstração do fato de que nenhum modelo o satisfaz.

¹⁷³ Encontrar uma tradução adequada para o termo “entscheidungsdefinit” é um problema de difícil solução. A tradução que adotamos – “decidível” – é certamente problemática, na medida em que se apropria de uma terminologia que, posteriormente, veio a se consagrar em sentido diverso do então desejado por Carnap. “Decidível” é hoje um termo lógico preciso: corresponde ao alemão “entscheidbar”, e diz respeito à estrutura dedutiva de um sistema formal. Por essa razão, poderia parecer mais adequado traduzir “entscheidungsdefinit” por algo como “definido quanto às consequências”. Contudo, acreditamos que tal opção corresponderia a corrigir, na versão em português, uma confusão que está presente no pensamento de Carnap. O melhor, assim, é manter a tradução “decidível”, alertando para sua especificidade – e explicar, no momento oportuno, a confusão feita por Carnap.

Esse conjunto de conceitos, como se vê, é de natureza semântica. Todos eles dizem respeito à existência ou não de modelos capazes de satisfazer certa função proposicional (sistema axiomático). Coincidem, nesse sentido, com conceitos usuais em teoria de modelos.

Conceitos de contradição: Um sistema axiomático é dito “contraditório” se, entre suas *consequências* lógicas, existir alguma que seja contraditória, ou seja, se entre suas *consequências* lógicas figurarem, ao mesmo tempo, uma função proposicional e sua negação ou, mais precisamente, a conjunção de uma função proposicional com sua negação. O sistema axiomático é dito “não-contraditório” se, entre suas *consequências* lógicas, não houver nenhuma contradição desse tipo. O sistema axiomático é dito ainda “k-contraditório” (concepção construtiva do conceito “contraditório”) se puder ser indicada (exibida, construída) uma função proposicional contraditória que seja sua *consequência*¹⁷⁴. Em relação ao conceito “k-não-contraditório” (concepção construtiva do conceito “não-contraditório”), Carnap não fornece diretamente um critério positivo, e observa que esse critério deve surgir apenas como resultado de suas investigações¹⁷⁵.

Os problemas começam nesse ponto. Para que os conceitos de contradição tenham um significado interessante, distinto do significado dos conceitos de satisfação, eles necessitariam ser formulados como conceitos sintático-dedutivos. Nesse sentido, um sistema axiomático SA, formulado em certa linguagem formal L, seria contraditório se, a partir dele, pudesse ser *derivada* (sintaticamente derivada, por meio dos recursos *dedutivos* de L) uma contradição do tipo indicado; SA seria não-contraditório se nenhuma contradição do gênero pudesse ser derivada.

Feitas as definições dessa maneira, surgem interessantes questões acerca da relação entre os recursos dedutivos de um sistema axiomático (dados por meio da formalização sintática), e os aspectos semânticos desse mesmo sistema, como sua capacidade de descrever (uma classe de) estruturas. Foi por perceber adequadamente essa situação, e por transitar adequadamente entre esses dois âmbitos de investigação,

¹⁷⁴ “(...) [o sistema] será ‘k-contraditório’ quando uma função proposicional desse tipo [contraditória] puder ser dada [*angegeben*].” (colchetes meus) *Untersuchungen*: pág. 97. No original: “(...) somit ‘k-widerspruchsvoll’, wenn eine derartige Aussagefunktion angegeben werden kann.”

¹⁷⁵ A seguinte passagem contém a resposta – extremamente confusa, como veremos, ao misturar aspectos semânticos e sintático-dedutivos – que Carnap dará ao problema: “(...) obtém-se com isso, como o procurado *critério positivo para ‘k-não-contraditório’*, o mesmo que para ‘k-satisfeito’, especificamente, a *exibição de um modelo*” (destaques do autor). *Untersuchungen*: pág. 101. No original: “(...) damit ergibt sich dann als gesuchte *positive Kriterium für ‘k-widerspruchsfrei’* dasselbe wie für ‘k-erfüllt’ nämlich die *Aufweisung eines Modells*”.

que Gödel e Tarski conseguiram obter alguns dos principais resultados da lógica no século XX. A maneira como Carnap oferece seus teoremas, os quais relacionam seus conceitos de satisfação e de contradição, mostram que ele tinha em mente justamente esse tipo de propósito: relacionar as possibilidades dedutivas de um sistema axiomático (aquelas funções proposicionais que aparecem como consequência do sistema) com seus aspectos descritivos (a existência ou não de modelos para o sistema).

Infelizmente, Carnap falhou em perceber o aspecto essencial da questão. Já vimos, na seção 2.9. acima, que ele define a noção de “consequência lógica” de um sistema axiomático de maneira semântica, nas mesmas linhas do que viria a ser a definição usual de teoria de modelos. A sentença lógica que indica que g (uma função proposicional) é uma consequência de f (outra função proposicional, no mesmo sistema de variáveis) é: $(\mathbf{R}) (f\mathbf{R} \rightarrow g\mathbf{R})$, cujo significado consiste em afirmar que “todo modelo que satisfaz f também satisfaz g ”.

Dada essa definição (semântica) de consequência, porém, torna-se trivial relacionar os conceitos de contradição com os conceitos de satisfação. Não espanta que Carnap prove todos os seus teoremas em no máximo seis passos simples. Esses teoremas estabelecem, por exemplo, a equivalência entre os conceitos “contraditório” e “vazio” (teorema 2.4.5¹⁷⁶), e entre os conceitos “não-contraditório” e “satisfeito” (teorema 2.4.9¹⁷⁷).

Os surpreendentes resultados de Gödel e Tarski – os quais mostram, por exemplo, que um sistema formal da aritmética pode ser “não-contraditório” (incapaz de derivar formalmente uma contradição) e, ainda assim, vazio (desprovido de modelos) – não têm lugar aqui. Resultados como esses só aparecem se houver uma distinção clara entre aquilo que os recursos dedutivos de um sistema formalizado de lógica (recursos sintáticos) permitem fazer, e o estudo das diferentes estruturas que eles permitem descrever. Colapsada essa distinção, os conceitos realmente se sobrepõem. Os resultados de Carnap, nesse sentido, não estão errados. Apenas carecem de interesse.

A incapacidade de Carnap em separar adequadamente os recursos dedutivos de uma linguagem formal de seus recursos descritivos está intimamente associada, como já apontamos, a outra deficiência mais profunda: a falta de clareza quanto à distinção entre

¹⁷⁶ “**Teorema 2.4.5** As propriedades ‘vazio’ e ‘contraditório’ coincidem.” *Untersuchungen*: pág. 99. No original: “**Satz 2.4.5** Die Eigenschaften ‘leer’ und ‘widerspruchsvoll’ fallen zusammen”.

¹⁷⁷ “**Teorema 2.4.9** As propriedades ‘não-contraditório’ e ‘satisfeito’ coincidem.” *Untersuchungen*: pág. 100. No original: “**Satz 2.4.9** Die Eigenschaften ‘widerspruchsfrei’ und ‘erfüllt’ fallen zusammen”.

linguagem-objeto formalizada e metalinguagem. Com efeito, um dos problemas centrais das *Untersuchungen* está no fato de que, para falar acerca da semântica de um sistema formal, Carnap utiliza a própria linguagem formal. Vale a pena, neste ponto, reconstruir o percurso que ele faz.

Tendo admitido uma disciplina básica, essencial a qualquer processo de formalização, Carnap passa à formalização dos recursos dedutivos usuais. Isso é feito por meio da adoção de um símbolo específico ($\rightarrow$), acompanhada da exposição dos axiomas e teoremas que regem seu uso (bem como o uso de outros conectivos lógicos, igualmente formalizados). Os sistemas axiomáticos serão construídos com os recursos lógicos, justamente, dessa formalização. O ponto importante, a respeito da formalização lógica adotada, é que *ela deveria espelhar perfeitamente os recursos da disciplina básica*, ou seja, os recursos da metalinguagem (particularmente seus recursos dedutivos, mas também sua capacidade de exprimir conceitos conjuntistas e numéricos¹⁷⁸).

Essa suposta possibilidade de replicar os recursos e a estrutura da metalinguagem leva Carnap a desconsiderar a diferença entre o papel de ambas. Não haveria nada de errado em supor, *a princípio*, que a formalização lógica havia sido capaz de alcançar seu objetivo inicial (objetivo que hoje, sob certo ponto de vista, sabemos inalcançável) de reproduzir perfeitamente a estrutura da metalinguagem geral que, nas *Untersuchungen*, é representada pela disciplina básica. Uma suposição como essa poderia não ser danosa do ponto de vista teórico, desde que não se perdesse de vista a diferença fundamental entre os dois âmbitos de consideração, com a clara distinção dos casos em que uma e outra linguagem estavam em jogo. Esse caminho, possivelmente, acabaria por levar à descoberta das limitações relevantes.

Mas Carnap, que tanto cuidado tivera em separar a disciplina básica das considerações formais, e em explicar a necessidade dessa distinção, não permanece atento ao significado profundo dessa exigência. É interessante ver como, após gastar seções inteiras para explicar a distinção fundamental e insuperável entre lógica material e lógica formal (ver seção 2.7. acima), ou seja, entre a lógica “com conteúdo” e sua contrapartida formal, Carnap perde de vista que se trata somente disso: uma *contrapartida* formal. Ele parece acreditar que, por ter aparentemente reproduzido o vocabulário e a estrutura dedutiva da primeira por meio da segunda, pode usar exclusivamente a segunda, que é mais precisa e rigorosa.

¹⁷⁸ Faremos abaixo um exame mais detalhado do caso dos conceitos numéricos.

Poderíamos dizer que Carnap flutua, livremente (mas não impunemente), entre a concepção de lógica como linguagem universal e como cálculo. A lógica apresenta-se como linguagem universal, e ainda por cima formalizável, na medida em que: a) existe uma linguagem fundamental (cujo núcleo isolável é o que ele chama de “disciplina básica”) da qual não é possível emergir ou escapar; b) essa linguagem fundamental é dotada de estrutura lógica intrínseca, que lhe permite funcionar como linguagem; c) mais ainda, essa estrutura lógica intrínseca pode ser fixada por métodos formais, ou seja, pode ser captada e traduzida em um sistema simbólico-formal; d) é precisamente essa tarefa que o sistema lógico formal exposto nas *Untersuchungen* é chamado a desempenhar: a reprodução formal da estrutura da linguagem fundamental.

Essa idéia é reforçada pela opinião de que a formalização lógica “pura”, ao contrário do que acontece com os sistemas axiomáticos formais que ela permite construir, não possui semântica aberta. Seus termos não estão sujeitos a reinterpretação, eles simplesmente fornecem a estrutura operativa da linguagem, particularmente sua estrutura dedutiva. Essa estrutura operativa é a estrutura operativa da própria linguagem fundamental, pois corresponde a uma formalização dos recursos lógicos da disciplina básica¹⁷⁹.

Por outro lado, a lógica (formal) apresenta-se como cálculo na medida em que: a) qualquer formalização corresponde sempre à instituição de símbolos e de regras para a manipulação de símbolos; b) uma linguagem formalizada, portanto, permanece sempre como objeto de descrição e manipulação simbólica; c) trata-se, porém, de um objeto especial, pois incorpora os recursos próprios do raciocínio lógico em um sistema perspicaz e facilmente controlável: daí aparecer como “calculus ratiotinator”.

Seria possível conciliar, ao estilo usual de Carnap, essas duas concepções? Carnap claramente flerta com a possibilidade. Para ser bem sucedido nessa empreitada, porém, ele deveria manter inabalável a distinção entre metalinguagem e linguagem-objeto. A linguagem fundamental, a disciplina básica, deveria permanecer inequivocamente como metalinguagem, por mais que sua estrutura admitisse cópias, mais ou menos bem-feitas, em método formal. Já o “calculus ratiotinator”, a linguagem

¹⁷⁹ A esse respeito, por exemplo: “Nós não dizemos que a lógica seja ‘decidível’, pois desejamos aplicar essa expressão a sistemas axiomáticos; a lógica, contudo, não é um sistema axiomático, no sentido da nossa teoria”. *Untersuchungen*: pág. 146. No original: “Wir sagen nicht, die Logik sei ‘entscheidungsdefinit’, da wir diesen Ausdruck ja auf Axiomensysteme anwenden wollen, die Logik aber kein Axiomensystem im Sinne unserer Theorie ist.”

formal cuja vantagem está na possibilidade de uma manipulação perfeitamente regrada, infensa a dúvidas e ambigüidades, teria de permanecer obrigatoriamente como linguagem-objeto, por mais que seus recursos lógicos espelhassem os da linguagem que a faz nascer.

Mas Carnap passa a usar constantemente a versão formalizada da linguagem, até mesmo quando fala da semântica da própria linguagem formalizada. Todas as suas explicações acerca dos modelos de um sistema axiomático, todas as suas definições, todas as demonstrações, são feitas em linguagem formalizada, com os recursos e os símbolos da linguagem formalizada sobre a qual o sistema axiomático está construído. O resultado, então, não poderia ser diverso: a confusão entre aspectos semânticos e sintáticos da formalização. Sua expressão mais cara é a confusão entre o que deveriam ser regras sintáticas de manipulação do símbolo “ $\rightarrow$ ” da linguagem formal, e a explicação da noção semântica de consequência, simbolizada igualmente por “ $\rightarrow$ ” e aparentemente descrita, não na metalinguagem, mas na própria linguagem formal.

Essa confusão evidencia-se de maneira ainda mais clara quando examinamos os resultados que Carnap oferece com relação aos conceitos construtivos. Tomamos como exemplo o teorema 2.4.6, que estabelece a equivalência entre os conceitos “k-contraditório” e “k-vazio”¹⁸⁰. Sua demonstração é bastante curta, e vale a pena examiná-la, ainda que rapidamente, para verificar o que estamos falando:

*“Demonstração 2.4.4 Seja $f \mathbf{R}$ k-contraditório; isso significa que, na demonstração do teorema 2.4.1, (1) é demonstrável. Segue daí, como acima, que (5) e (6) são demonstráveis; segue então a validade geral de $\sim f$, donde o caráter k-vazio de f .”*¹⁸¹

As proposições referidas são:

$$(1) \quad (\exists h) (\mathbf{R}) [f\mathbf{R} \rightarrow (h\mathbf{R} \& \sim h\mathbf{R})]$$

$$(5) \quad (\mathbf{R}) \sim f\mathbf{R}$$

$$(6) \quad \sim (\exists \mathbf{R}) f\mathbf{R}$$

¹⁸⁰ “Teorema 2.4.6 As propriedades ‘k-contraditório’ e ‘k-vazio’ coincidem.” *Untersuchungen*: pág. 99. No original: “Satz 2.4.6 Die Eigenschaften ‘k-widerspruchsvoll’ und ‘k-leer’ fallen zusammen.”

¹⁸¹ *Untersuchungen*: pág. 99. No original: “Beweis 2.4.4 $f\mathbf{R}$ sei k-widerspruchsvoll; das bedeutet, dass im Beweise von Satz 2.4.1 (1) beweisbar ist. Daraus ist dann, wie oben, (5) und (6) beweisbar, also die Geltung von $\sim f$ und somit die k-Leerheit von f ”.

A simples consideração da proposição (1) acima é suficiente para assinalar os problemas que temos examinado. Seu significado é: existe uma função proposicional h tal que *qualquer modelo* de f é, ao mesmo tempo, um *modelo* de h e de sua negação $\sim h$. A partir dessa definição semântica do conceito de contraditoriedade (aqui em versão construtiva: é necessário exibir a função proposicional h requerida), não espanta a facilidade com que Carnap chega à desejada conclusão semântica: não existe um *modelo* para f . Além disso, toda a consideração acerca da existência ou não de modelos – a formulação das proposições relevantes e a elaboração da demonstração – é realizada na própria linguagem formal para a qual a existência de modelos é examinada. Para essa linguagem, uma série de regras e axiomas sintaticamente formulados (43 axiomas e regras, oferecidos com base em axiomas e regras análogas dos *Principia*) haviam sido fixados na tabela das páginas 75-8. Tais regras é que são utilizadas na passagem, por exemplo, de (5) para (6) (bem como na passagem de (1) até (5), por meio de mais três passos intermediários).

2.13. Conceitos de completude

Há ainda outra determinação conceitual que Carnap acredita ser extremamente importante para caracterizar os sistemas axiomáticos, e que figura em uma série de resultados apresentados nas *Untersuchungen*: a noção de “completude”. Em que consiste a completude de um sistema axiomático, como sistema simbólico formal? Fiel ao seu método, Carnap considera como sua primeira tarefa distinguir com suficiente rigor aquilo de que se está falando, para que não surjam confusões desnecessárias e discussões cuja resolução jamais pode ser alcançada, pelo simples fato de que as partes não discutem o mesmo tema. Mais uma vez, ele detecta três diferentes conceitos de completude que, nas investigações usuais, costumavam ser utilizados indistintamente. Cumpre separá-los com a maior clareza possível:

“Na tentativa de definir o conceito de completude de um sistema axiomático foram trilhados, principalmente, três caminhos distintos. Para efeitos de clareza desejamos distinguir os três conceitos, desde logo, por meio de três expressões diferentes, ainda antes que

comecemos a examinar suas possibilidades de uso; no lugar da expressão ‘completo’, nós distinguimos: ‘monomorfo’ (monomorph), ‘não-separável’ (nicht-gabelbar), ‘decidível’ (entscheidungsdefinit*).”

¹⁸² (destaque do autor)

O conceito de “monomorfia” é nosso conceito atual (modelo-teorético) de categoricidade: Será monomorfo o sistema axiomático que for satisfeito somente por uma única estrutura, ou seja, aquele sistema axiomático que tem todos os seus modelos isomorfos entre si. A fórmula que define a monomorfia de um sistema axiomático f (com variável de ordem q ¹⁸³) é:

$$(\exists \mathbf{R}) f\mathbf{R} \ \& \ (\mathbf{P}, \mathbf{Q}) [(f\mathbf{P} \ \& \ f\mathbf{Q}) \rightarrow \text{Ism}_q(\mathbf{P}, \mathbf{Q})]^{184},$$

Essa fórmula é parafraseada por Carnap nos seguintes termos: “ f é satisfeita e quaisquer dois modelos de f são isomorfos de ordem q ”.¹⁸⁵

Um sistema axiomático “polimorfo” é definido como aquele que não é monomorfo. Trata-se, portanto, de um sistema axiomático que possui (ao menos) dois modelos não-isomorfos entre si, ou ainda, como diz Carnap, um sistema axiomático satisfeito por mais de uma estrutura.

O conceito de separabilidade está ligado à possibilidade de estender de maneira não-trivial um sistema axiomático. Carnap chama de “compatíveis” (*verträglich*) duas funções proposicionais tais que sua conjunção seja não-contraditória, ou seja, tais que

* A respeito dessa opção de tradução, ver nota 173 acima, no início da seção 2.12.

¹⁸² *Untersuchungen*: pág. 127. No original: “Bei den Versuchen, den Begriffe der Vollständigkeit eines Axiomensystems zu definieren, sind hauptsächlich drei verschiedene Wege eingeschlagen worden. Der Deutlichkeit halber wollen wir die drei Begriffe von vornherein durch drei verschiedene Ausdrücke unterscheiden, noch bevor wir ihre Brauchbarkeit geprüft haben; anstelle des Ausdrucks ‘vollständig’ unterscheiden wir: ‘monomorph’, ‘nichtgabelbar’, ‘entscheidungsdefinit’.”

¹⁸³ Não explicaremos a elaborada construção de Carnap acerca da ordem das variáveis; ela é necessária para a definição (diga-se de passagem, bastante sofisticada e correta) de seu conceito generalizado de isomorfia entre modelos. No que segue, por questão de correção e completude de exposição, limitar-nos-emos a assinalar a ordem das variáveis, quando relevante para o resultado em questão.

¹⁸⁴ *Untersuchungen*: pág. 128. “ Ism_q ” indica a relação de isomorfia (de ordem q) entre dois modelos. Seguindo uma notação anteriormente introduzida, Carnap omite de sua definição a variável da quantificação existencial: “ $(\exists) f \ \& \ (\mathbf{P}, \mathbf{Q}) [(f\mathbf{P} \ \& \ f\mathbf{Q}) \rightarrow \text{Ism}_q(\mathbf{P}, \mathbf{Q})]$ ”; para efeitos de clareza, preferimos reintroduzi-la.

¹⁸⁵ Carnap também enuncia alguns teoremas relativos à monomorfia, como o seguinte teorema 3.2.3: “O fato de um sistema axiomático ser *formal* e *monomorfo* é equivalente ao fato de que sua extensão consiste de exatamente uma classe de isomorfia”. *Untersuchungen*: pág. 129. No original: “Dass ein Axiomensystem *formal* und *monomorph* ist, ist äquivalent damit, dass sein Umfang aus genau einer Isomorphieklasse besteht”.

sua conjunção seja satisfeita¹⁸⁶. Em símbolos, f e g são compatíveis se $f \& g$ for não-contraditória (se $f \& g$ for satisfeita, se admitir um modelo). Um sistema axiomático f , então, é dito separável em g se f for compatível tanto com g como com a negação de g , ou seja: tanto $f \& g$ como $f \& \sim g$ são satisfeitos.

Carnap conclui: “Chamamos fR de ‘separável’ se existir um gR tal que f seja separável em g ”¹⁸⁷.

Finalmente, o conceito de decidibilidade introduzido por Carnap *não* corresponde ao conceito de decidibilidade (dedutiva) hoje usual, herdado do trabalho de Gödel. Isso é consequência do fato, já examinado, de que Carnap confunde os aspectos sintáticos e semânticos de uma linguagem, e acaba por trabalhar com uma definição semântica de consequência. Sua definição, então, é a seguinte: “Um sistema axiomático satisfeito f é dito ‘decidível’ quando, para qualquer função proposicional formal g (com as mesmas variáveis), ou g ou $\sim g$ é consequência de f ; (...)”¹⁸⁸.

Dadas as definições adotadas, não espanta que Carnap consiga demonstrar a equivalência entre os três conceitos¹⁸⁹: monomorfo (categórico), não-separável, decidível (semanticamente decidível). O mesmo vale, obviamente, para os negados: polimorfo, separável e não-decidível.

Não se quer dizer, com isso, que as demonstrações oferecidas nas *Untersuchungen* a respeito desses conceitos careçam de interesse. Ao contrário: o tratamento desse assunto é bastante rico, e indicam uma compreensão tão surpreendente quanto precoce, por parte de Carnap, das questões relativas à categoricidade de sistemas formais. Os seguintes teoremas servem de exemplo para esse fato (por sinal, eles

¹⁸⁶ Já vimos, na seção 2.12. acima, que Carnap faz coincidir os conceitos “não-contraditório” e “satisfeito”, formulando ambos com viés semântico (modelo-teorético).

¹⁸⁷ *Untersuchungen*: pág. 131. No original: “Wir nennen fR ‘gabelbar’, wenn es ein gR gibt derart, dass f an g gabelbar ist”.

¹⁸⁸ *Untersuchungen*: pág. 143. No original: “Ein erfülltes Axiomensystem f wird ‘entscheidungsdefinit’ genannt, wenn für jede formale Aussagefunktion g (mit derselben Variablen) entweder g oder $\sim g$ Folgerung von f ist; (...)”.

¹⁸⁹ Teorema 3.6.2 (e também 3.4.10 e 3.6.1):

“**Teorema 3.6.2** Os três conceitos de completude ‘monomorfo’, ‘não-separável’ e ‘decidível’ são equivalentes.” *Untersuchungen*: pág. 144.

“**Teorema 3.4.10** Os conceitos ‘monomorfo’ e ‘não-separável’ são equivalentes.” *Untersuchungen*: pág. 138.

“**Teorema 3.6.1** Os conceitos ‘decidível’ e ‘não-separável’ são equivalentes”. *Untersuchungen*: pág. 144.

No original: “**Satz 3.6.2** Die drei Vollständigkeitsbegriffe ‘monomorph’, ‘nichtgabelbar’, ‘entscheidungsdefinit’ sind äquivalent”; “**Satz 3.4.10** Die Begriffe ‘monomorph’ und ‘nichtgabelbar’ sind äquivalent”; e “**Satz 3.6.1** Die Begriffe ‘entscheidungsdefinit’ und ‘nichtgabelbar’ sind äquivalent”.

também dão uma boa idéia da concepção extensional que Carnap entretém acerca da análise lógica, com sua preferência pelo vocabulário extensional das “classes”):

*“Teorema 3.2.4 Que um sistema axiomático é formal e polimorfo, isso equivale ao fato de que sua extensão está dividida em diversas (ao menos duas) classes completas de isomorfia; essas classes de isomorfia são sempre disjuntas uma em relação à outra.”*¹⁹⁰ (destaques do autor)

*“Teorema 3.2.5 Que um sistema axiomático é material e monomorfo, isso equivale ao fato de que sua extensão é uma subclasse própria de uma classe de isomorfia.”*¹⁹¹ (destaques do autor)

*“Teorema 3.2.6 Que um sistema axiomático é material e polimorfo, isso equivale ao fato de que sua extensão está dividida em diversas (ao menos duas) classes disjuntas, as quais são subclasses de diferentes classes de isomorfia, sendo ao menos uma delas uma subclasse própria.”*¹⁹² (destaques do autor)

No entanto, apesar do interesse desses resultados, uma importante deficiência da construção não pode escapar ao leitor atual. Pelos motivos já apontados na seção anterior, Carnap acaba por falhar na tentativa de formular um conceito de completude dedutiva – conceito que será a peça central, por exemplo, dos resultados de Gödel. Mais do que isso: Carnap não atingiu suficiente clareza quanto à distinção entre um conceito de decidibilidade dedutiva (sintática) e “decidibilidade semântica” (cuja formulação, aliás, pareceria desnecessária, pela coincidência até certo ponto trivial com os conceitos de monomorfia e não-separabilidade). Essa deficiência se torna ainda mais patente quando examinamos a maneira como Carnap lida com os conceitos construtivos de completude, particularmente com o conceito construtivo de decidibilidade, o qual forneceria sua melhor chance de atinar com a distinção desejada. Examinemos a maneira como o k-conceitos são oferecidos.

¹⁹⁰ *Untersuchungen*: pág. 129. No original: “**Satz 3.2.4** Dass ein Axiomensystem *formal* und *polimorph* ist, ist äquivalent damit, dass sein Umfang zerlegbar ist in mehrere (mindestens zwei) ganze Isomorphieklassen; diese Isomorphie klassen sind einander stets fremd”.

¹⁹¹ *Untersuchungen*: pág. 130. No original: “**Satz 3.2.5** Dass ein Axiomensystem *material* und *monomorph* ist, ist äquivalent damit, dass sein Umfang eine echte Teilklasse einer Isomorphieklasse ist”.

¹⁹² *Untersuchungen*: pág. 130. No original: “**Satz 3.2.6** Dass ein Axiomensystem *material* und *polimorph* ist, ist äquivalent damit, dass sein Umfang zerlegbar ist in mehrere (mindestens zwei) einander fremde Klassen, die Teilklasse von verschiedenen Isomorphieklassen sind, und zwar mindestens eine echte teilklasse”.

Para o conceito de “k-polimorfia” de um sistema axiomático, o critério positivo sugerido por Carnap é o mais natural: a exibição de dois modelos não isomorfos entre si. A mesma observação vale para o conceito de “k-separabilidade”: um sistema axiomático f é k-separável quando for possível exibir uma função proposicional g tal que tanto g como $\sim g$ sejam compatíveis com f . A partir dessas definições, Carnap demonstra a equivalência entre os conceitos “k-polimorfo” e “k-separável”¹⁹³.

Para o conceito de “k-monomorfia”, o critério positivo oferecido por Carnap é dividido em duas partes. Um sistema axiomático será k-monomorfo se: a) um modelo que o satisfaça puder ser construído (o que garante que o sistema em questão não é vazio); b) uma demonstração de que quaisquer dois de seus modelos são isomorfos puder ser exibida (o que garante a monomorfia propriamente dita).

Para encontrar um critério positivo para o conceito de “k-não-separabilidade”, Carnap parte da equivalência – por ele demonstrada – entre os conceitos absolutos de “monomorfia” e “não-separabilidade”. Seu raciocínio segue nas seguintes linhas:

*“Como fórmula para definir ‘não-separável’ é adequado utilizar, portanto, não a fórmula negativa que afirma a não-existência de uma função proposicional que separe o sistema, mas a formulação positiva da monomorfia: satisfação e isomorfia de quaisquer dois modelos. Obtém-se com isso, como o procurado critério positivo para ‘k-não-separável’, o mesmo que para ‘k-monomorfo’, especificamente, exibição de um modelo e demonstração da isomorfia entre quaisquer dois modelos.”*¹⁹⁴ (destaque do autor)

Segue daí o teorema 3.4.11, que afirma a equivalência entre os conceitos construtivos “k-monomorfo” e “k-não-separável”¹⁹⁵.

¹⁹³ “**Teorema 3.4.6** Os conceitos ‘k-polimorfo’ e ‘k-separável’ são equivalentes”. *Untersuchungen*: pág. 137. No original: “**Satz 3.4.6** Die Begriffe ‘k-polimorph’ und ‘k-gabelbar’ sind äquivalent”.

¹⁹⁴ *Untersuchungen*: pág. 138. No original: “Als Definitionsformel für ‘nichtgabelbar’ verwenden wir daher zweckmässigerweise nicht die negative Formel, die die Nichtexistenz einer gabelnden Aussagefunktion besagt, sondern die positive Formulierung der Monomorphie: Erfüllung und Isomorphie je zweier Modelle. Damit ergibt sich dann als *das gesuchte positive Kriterium für ‘k-nichtgabelbar’* dasselbe wie für ‘k-monomorph’, nämlich die Aufweisung eines Modells und der Nachweis der Isomorphie je zweier Modelle (...)”

¹⁹⁵ “**Teorema 3.4.6** Os conceitos ‘k-monomorfo’ e ‘k-não-separável’ são equivalentes.” *Untersuchungen*: pág. 138. No original: “**Satz 3.4.6** Die Begriffe ‘k-monomorph’ und ‘k-nichtgabelbar’ sind äquivalent”.

Finalmente, chegamos ao caso mais interessante: o conceito construtivo de decidibilidade (cuja versão absoluta corresponde, como vimos, a uma espécie de decidibilidade semântica, equivalente à monomorfia/categoricidade e à não-separabilidade). Aqui, a definição adotada por Carnap apóia-se na possibilidade de encontrar um procedimento que permita alcançar, para qualquer função proposicional formal g (com as mesmas variáveis que o sistema axiomático f), em um número finito de passos, ou a demonstração de “ $f \rightarrow g$ ” ou a demonstração de “ $f \rightarrow \sim g$ ”,¹⁹⁶.

Esse poderia parecer, de fato, um conceito sintático. O que está em jogo parece ser certa forma de decidibilidade dedutiva, na medida em que o que se exige é um procedimento capaz de resultar em uma demonstração (*Beweis*) de “ $f \rightarrow g$ ” ou de “ $f \rightarrow \sim g$ ”, para qualquer g dado. De que tipo, porém, seria essa demonstração? Vejamos o que ocorre.

Na definição hoje usual de decidibilidade, o que se exige é que, para qualquer g , ou $\vdash g$, ou $\vdash \sim g$, e isso que dizer: ou existe uma demonstração formal de g no sistema em consideração (uma cadeia dedutiva que termina em g), ou existe uma demonstração formal de $\sim g$ no sistema em consideração. Se acrescentarmos certos axiomas f como premissa, o que se exige é que ou $f \vdash g$, ou $f \vdash \sim g$. Admitindo-se que f e g são funções proposicionais no sistema de variáveis $\mathbf{R}$, como faz Carnap, poderíamos expressar a mesma situação pela exigência de que ou $f\mathbf{R} \vdash g\mathbf{R}$, ou $f\mathbf{R} \vdash \sim g\mathbf{R}$. Finalmente, segundo um teorema famoso da teoria da prova, essa exigência é equivalente à exigência de que $\vdash f\mathbf{R} \rightarrow g\mathbf{R}$, ou $\vdash f\mathbf{R} \rightarrow \sim g\mathbf{R}$. Na maioria dos sistemas, isso poderia ainda ser transformado na exigência de que $\vdash (\mathbf{R}) (f\mathbf{R} \rightarrow g\mathbf{R})$, ou $\vdash (\mathbf{R}) (f\mathbf{R} \rightarrow \sim g\mathbf{R})$.

Carnap exige, como critério construtivo de decidibilidade, um procedimento que conduza à demonstração de “ $f \rightarrow g$ ” ou de “ $f \rightarrow \sim g$ ”. Lembramos que, em sua notação, a forma “ $f \rightarrow g$ ” é uma abreviação da proposição implicativa “ $(\mathbf{R}) (f\mathbf{R} \rightarrow g\mathbf{R})$ ” (“ $f \rightarrow \sim g$ ” é, respectivamente, uma abreviação para “ $(\mathbf{R}) (f\mathbf{R} \rightarrow \sim g\mathbf{R})$ ”). Portanto, o que Carnap exige é um procedimento que conduza à demonstração de “ $(\mathbf{R}) (f\mathbf{R} \rightarrow g\mathbf{R})$ ” ou de “ $(\mathbf{R}) (f\mathbf{R} \rightarrow \sim g\mathbf{R})$ ”. Agora poderia parecer, então, que Carnap efetivamente atingiu a definição necessária para um conceito sintático de decidibilidade. Não é assim.

O que Carnap exige é um *procedimento* que permita sempre encontrar, em um número finito de passos, uma demonstração para a sentença $(\mathbf{R}) (f\mathbf{R} \rightarrow g\mathbf{R})$. Mas essa

¹⁹⁶ *Untersuchungen*: pág. 145.

demonstração não tem de ser, necessariamente, uma demonstração formal (uma cadeia formal na linguagem-objeto). Em outras palavras, a existência de uma “demonstração de $(\mathbf{R}) (f\mathbf{R} \rightarrow g\mathbf{R})$ ”, da maneira como é compreendida no esquema das *Untersuchungen*, não pode ser indicada como $\vdash (\mathbf{R}) (f\mathbf{R} \rightarrow g\mathbf{R})$, ou seja, como a existência de uma cadeia demonstrativa da linguagem-objeto que termine em “ $(\mathbf{R}) (f\mathbf{R} \rightarrow g\mathbf{R})$ ”, uma sentença da linguagem-objeto. A demonstração procurada pode ser, e essencialmente é, um raciocínio conduzido na metalinguagem capaz de provar $(\mathbf{R}) (f\mathbf{R} \rightarrow g\mathbf{R})$, que é uma sentença semântica (“todo modelo de f é também um modelo de g ”) e deveria ser formulada, também ela, como sentença da metalinguagem.

Que as duas tarefas não se confundem mostra-o o fato de que o procedimento finito procurado por Carnap poderia consistir, por exemplo, na indicação de um modo de transformar modelos de f em modelos de g , ou um modo de mostrar que, se um modelo satisfaz f , então satisfaz g . Essa operação direta com modelos, que atenderia à definição de Carnap, é uma possibilidade dada somente na metalinguagem, e não se confunde com a existência de cadeias dedutivas na linguagem-objeto formal (correspondente a um conceito sintático absoluto de decidibilidade), e nem mesmo com a exibição de um método de construção de cadeias desse tipo (correspondente a um conceito sintático construtivo de decidibilidade).

O conceito de decidibilidade de Carnap, portanto, quer em sua versão absoluta, que em sua versão construtiva, continua sendo um conceito semântico. A impressão em contrário é dada pelo fato de que a demonstração metalingüística da sentença semântica $(\mathbf{R}) (f\mathbf{R} \rightarrow g\mathbf{R})$ poderia ser replicada, em alguns casos (por exemplo, quando o procedimento não se basear diretamente na construção de modelos), por uma demonstração formal na linguagem-objeto, na medida em que esta última replica os recursos (ao menos parte dos recursos) lógicos da primeira, sobretudo seus recursos dedutivos. Como já observamos, é por acreditar que seu formalismo lógico consiga espelhar/traduzir perfeitamente a estrutura e os recursos lógicos da disciplina básica (metalinguagem geral), que Carnap incorre nesse tipo de confusão, reforçada pela utilização do próprio vocabulário formalizado para as considerações metalingüísticas, circunstância que o leva a perder de vista completamente, em alguns casos, a distinção necessária.

2.14. Estruturas numéricas

Um tema revelador, capaz de lançar luzes interessantes sobre o conjunto de acertos e dificuldades lógicas que vimos surgir nas *Untersuchungen*, é dado pela maneira como Carnap trata, em diferentes momentos da obra e segundo diferentes perspectivas, as estruturas numéricas. Veremos que diferentes concepções a respeito da aritmética e de sua relação com a lógica misturam-se no pensamento de Carnap nessa época, que busca um caminho para conciliá-las.

É interessante examinar, por exemplo, a crença manifestada por Carnap – embora, mais uma vez, ele faça questão de afirmar que os resultados expostos nas *Untersuchungen* não dependem dela – de que os números podem ser *definidos* em termos puramente lógicos, à maneira do logicismo de Frege e Russell. Essa crença, que traduz a origem logicista do seu pensamento, parece francamente em desacordo com outros aspectos da obra, que analisamos mais acima. Vejamos como Carnap pode acomodá-la, e qual o significado de sua presença no livro.

Qual seria o valor da definição logicista de número? Para Carnap, ela reside na compreensão que fornece acerca da aplicabilidade geral dos conceitos numéricos, os quais podem ser utilizados como princípio de contagem em qualquer área. Em seu texto de 1927, intitulado *Eigentliche und uneigentliche Begriffe* (Conceitos próprios e impróprios), Carnap observa que a distinção entre os conceitos de um sistema axiomático (conceitos impróprios), cuja semântica permanece sempre aberta, e os conceitos próprios residiria justamente no fato de que estes últimos têm sua aplicabilidade sempre determinada; figuram em verdadeiras proposições, não em funções proposicionais. É o caso de certos conceitos empíricos de aplicação específica, mas principalmente dos conceitos não-empíricos (conceitos lógicos) de aplicabilidade geral.

Na definição logicista do número um ou do número dois – como aquelas oferecidas por Carnap no *Abriss*: “ $1 =_{\text{Df}} \wedge \alpha \{ (\exists x) . \alpha = [x] \}$; $2 =_{\text{Df}} \wedge \alpha \{ (\exists x, y) . x \neq y . \alpha = [x, y] \}$ (definições 19.032 e 19.033)”¹⁹⁷ –, por exemplo, é importante interpretar as variáveis individuais x e y como abrangendo absolutamente qualquer indivíduo. Trata-se de um caso limite de interpretação das sentenças formais, possível somente para

¹⁹⁷ *Abriss*: pág. 46.

sentenças puramente lógicas (ou seja, sem predicados descritivos), em que o domínio da variável pode ser considerado, por isso mesmo, como sendo o mais amplo possível: tudo o que puder ser considerado como “indivíduo”.

(Carnap, porém, não cai no erro de buscar um significado ontológico para essa noção de “qualquer objeto/indivíduo”. Assim como Kant que, mais de um século antes, havia posto a noção de indivíduo na dependência da razão que constrói e representa o mundo – um “indivíduo” será qualquer coisa que a mente puder construir/representar como indivíduo –, Carnap põe a noção de indivíduo na dependência da linguagem que permite falar de indivíduos e considerar indivíduos com tais. Esse é um dos muitos significados – entre os mais importantes, e dos menos discutidos – de sua recusa da metafísica. Mais a esse respeito na seção 3.5. do próximo capítulo)

A lógica formal, portanto, não está aqui a serviço da descrição de estruturas específicas (modelos ou realizações), nas quais são interpretadas suas sentenças. A generalidade lógica é obtida diretamente, pela consideração de um domínio máximo de aplicabilidade. As ferramentas de uma lógica formalizada, usadas axiomáticamente para descrever um domínio qualquer de objetos, podem ser usadas também para descrever, no limite, o domínio geral de todos os objetos. Isso acontece quando o sistema axiomático “degenera” para, sem termos primitivos indefinidos, transformar-se em um sistema puramente lógico.

Novamente, o modo de operar é extensional. O que importa é a possibilidade semântica de individuação e agrupamento: o número um é uma extensão de extensões, é o conjunto de todos os conjuntos que puderem ser vistos como agrupando um objeto; o número dois é o conjunto de todos os conjuntos que agrupem dois objetos, não importando como ou quais – desde que possam recair sob a noção pressuposta de indivíduo, dada na linguagem como parte da disciplina fundamental que é anterior a qualquer formalização.

Mas qual o lugar que ocupa, no conjunto das *Untersuchungen*, essa crença na possibilidade de oferecer uma definição puramente lógica para os números (uma crença da qual não dependem, vale repetir, as demais considerações e resultados oferecidos na obra)? Estamos aqui, mais uma vez, diante do que consideramos um típico movimento da filosofia lógica de Carnap. Repare-se bem na seguinte tensão que, ao menos a princípio, vemos estabelecer-se na análise carnapiana dos números e de sua posição relativamente à lógica. Por um lado, os números fazem parte – como aritmética absoluta

– da disciplina básica que é pressuposto essencial à construção de qualquer formalismo (qualquer formalização da lógica). Ao mesmo tempo, porém, os números devem poder ser definidos em termos puramente lógico-formais, definição essa em que a lógica formalizada (um sistema de lógica formalizada) deve atuar como teoria geral da extensionalidade. Finalmente, deve ser possível fornecer uma descrição axiomática da estrutura dos números, como aquela obtida por meio da axiomática de Peano (o próprio estudo central das *Untersuchungen*, de resto, volta-se a examinar justamente essas possibilidades de axiomatização).

A tensão e a equivocidade no tratamento dos números estão postas. No entanto, a profusão de conceitos numéricos, na análise carnapiana, não espanta – nem gera problemas. O que importa observar, para desfazer qualquer medo de inconsistência teórica nesse ponto, são as diferentes funções e possibilidades que Carnap atribui ao estudo lógico, e particularmente às considerações de tipo lógico-formal. Podemos resumir sua posição na seguinte fórmula simples, mas de grande alcance: *A análise lógica pode ser posta a serviço do refinamento conceitual, desdobrando, enriquecendo e alterando um mesmo conceito.*

A noção inicial de número requerida pela disciplina básica – aquela noção pressuposta por qualquer construção formal e, como tal, noção não-formalizada, mas suficientemente determinada em seu uso para permitir o rigor exigido à formalização – pode, por meio da formalização mesma que ela torna possível, adquirir maior rigor de tratamento, ao ser descrita em um sistema axiomático formal. A axiomática de Peano para os números naturais, nesse sentido, permite organizar e fixar essa estrutura de maneira que diversas de suas características, antes apenas entrevistas, tornam-se nítidas; de maneira que as dependências conceituais, antes obscuras, iluminam-se; de maneira que outras tantas relações, até então insuspeitas, aparecem afinal reveladas ao processo minucioso de análise formal, ou mesmo nasçam com ele; de maneira que os próprios modos e condições da enunciação primitiva dos números explicitam-se; de maneira, enfim, que tudo o que era vagamente percebido torna-se conspícuo, sujeito agora aos rigores do tratamento simbólico-formal. Rigor que, segundo Carnap, deve permanecer como objetivo constata de qualquer atividade teórica.

Do mesmo modo, a formalização permite estabelecer, como caso limite, uma teoria lógica geral da descrição extensional. O número natural resulta definível, nessa teoria, não como estrutura abstrata específica, de aplicabilidade variada; mas como

índice geral de cardinalidade, esclarecido em sua aplicabilidade a qualquer conjunto de objetos/indivíduos, ou seja, relativamente a um domínio maximal (mais geral possível) de aplicação.

Capítulo 3

The Logical Syntax of Language:

Formalismo e Tolerância Lógica

Carnap escreveu *Die logische Syntax der Sprache* entre 1932 e 1933. A primeira edição alemã da obra apareceu em 1934. Uma segunda versão, revista e aumentada, já traduzida para o inglês¹⁹⁸, foi elaborada durante o ano de 1936 e publicada em 1937, sob o título de *The Logical Syntax of Language*. É esse segundo texto, doravante abreviado *LSL*, que utilizaremos em nossa análise.

Carnap desenvolve nessa obra uma concepção bastante detalhada da lógica formal como sintaxe. Em certo sentido, a tese central de *LSL* admite a seguinte formulação concisa: *lógica é sintaxe*. Contudo, uma afirmação como essa dá margem, inevitavelmente, a toda sorte de mal-entendidos e equívocos. Mais do que isso: exibida assim de maneira seca, desacompanhada do amplo contexto em que necessita ser inserida, parece trair o próprio espírito de tolerância lógica que é o coração teórico da obra. Por isso, acreditamos que a seguinte paráfrase, que desejamos fixar desde logo, estaria mais de acordo com os objetivos de Carnap: *Na tarefa de clarificação conceitual a filosofia encontra seu tema específico de investigação, capaz de distingui-la das ciências e, ao mesmo tempo, torná-la útil para as ciências; essa clarificação conceitual é uma tarefa lógica, cuja realização mais efetiva é dada pelo método formal e, particularmente, pelo método sintático.*

O texto de *LSL*, com sabem aqueles que já o manusearam, é de difícil acesso. Utiliza um aparato lógico-formal extremamente sofisticado, minucioso, carregado. Carnap faz pouquíssimas concessões ao leitor não-conhecedor de métodos matemáticos; em sua busca por uma moldura teórica maximamente flexível e precisa para a descrição

¹⁹⁸ O trabalho de tradução, realizado por Amethe Smeaton, foi acompanhado de perto por Carnap.

das estruturas sintáticas, ele atinge patamares de abstração pouco usuais até mesmo para os padrões da lógica que, hoje, passou a ser estudada quase exclusivamente em departamentos de matemática. Mesmo quando parece fazer concessões, esse movimento é enganoso: os esclarecimentos e comentários, muitos dos quais sob uma forma contundente que apenas ressalta o caráter polêmico das idéias, só assumem seu significado mais interessante diante das incontáveis páginas de fórmulas. Enfim, o conteúdo filosófico do livro encontra-se encoberto sob uma pesada camada de análise formal, que precisaria ser vencida.

O resultado é que o livro se presta a diversas simplificações mais do que distorcidas. Essa circunstância, é claro, está longe de ser uma exclusividade. Toda obra filosófica de alguma importância acaba por se prestar, para aqueles que não tiverem a paciência de penetrar na trama cerrada de suas idéias, a simplificações inescusáveis, na medida em que apenas ocultam os complicados problemas cuja formulação e integração sistemática, segundo um princípio de resolução, constituem seu maior valor. Em outras palavras, a simplificação de uma obra ou pensamento torna-se distorção na medida em que apenas esconde o valor problemático das idéias ali contidas. Essa é a situação comum. No caso de *LSL*, porém, essas simplificações e distorções jogam todas contra o autor e seu projeto. Nada mais fácil do que passar por ridícula a idéia de que a filosofia deva se resumir à mera análise sintática. Nada mais fácil do que, esquecendo a intrincada análise lógica que Carnap realiza, associá-la às correntes mais pobres e redutivas da filosofia analítica.

O objetivo do presente capítulo é realizar um exame detalhado do texto de *LSL* e do contexto em que ele se insere. Um exame que, sem abrir mão de desvendar os resultados lógicos do livro, consiga colocá-los sob uma luz filosoficamente rica e significativa, para mostrar que muitas das idéias ali contidas ainda merecem grande atenção. O conteúdo dessa paráfrase precisa então ser desdobrado, esmiuçado, esclarecido em suas diferentes implicações. Nosso desejo seria mostrar que o projeto de *LSL*, com os equívocos que possa ter – e tentaremos detectar também esses equívocos –, baseia-se em uma compreensão profunda de alguns dos temas mais importantes da filosofia da lógica. A formulação do Princípio de Tolerância Lógica, cuja imensa influência na prática lógica posterior não costuma ser suficientemente enfatizada, é a consequência mais fecunda dessa compreensão.

3.1. Método formal e sintaxe: a linguagem como cálculo

Nas duas obras examinadas anteriormente, o *Abriss* e as *Untersuchungen*, vimos Canap buscar o tratamento mais rigoroso possível para questões de lógica formal. Mais especificamente, ele expõe sistemas simbólicos formalizados, e os torna objeto de investigação, com grande minúcia de análises, resultados e demonstrações. No entanto, isso é feito sempre seguindo uma estratégia que podemos resumir na seguinte fórmula: *trata-se sempre de formalizar a linguagem – ou partes da linguagem – natural*.

A formalização não apenas é feita em linguagem natural, ou seja, usando a linguagem natural como metalinguagem geral. Ela depende e apóia-se na linguagem natural de modo um pouco mais forte: são sempre as estruturas da linguagem natural que recebem o tratamento formalizador, e disso depende, na verdade, toda a exposição. Em outras palavras, o ponto de partida não é nunca a própria manipulação simbólica e sua descrição, que permanece sempre como um objetivo a ser (parcialmente) alcançado. O ponto de partida é a linguagem natural: é ela que vai recebendo progressivamente o tratamento simbólico formal, ou seja, que vai sendo (parcialmente) transformada ou fixada em uma manipulação simbólica regrada. Em suma, o ponto de partida não é o procedimento formalizador, mas sim o objeto a formalizar.

No *Abriss*, essa tendência é generalizada. A exposição de todos os conceitos fundamentais é obtida pela substituição progressiva de elementos da linguagem natural. Assim, por exemplo, Carnap parte do conceito de “proposição” extraído da linguagem natural. O ponto importante, nesse sentido, não é a definição – que nós já examinamos – de “proposição” como algo que pode ser verdadeiro ou falso. Também em uma exposição completamente formalizada pode-se considerar que as proposições, em última instância, serão sempre entidades cuja marca essencial é poderem receber esse tipo de predicação semântica. O ponto importante é que Carnap em nenhum momento busca oferecer uma definição sintática da proposição, ou mesmo uma contrapartida sintática para a definição geral.

O mesmo vale para noções como as de “variável” e de “função proposicional”. A primeira não é esclarecida com uma classe de símbolos sujeita a certas regras específicas (e já vimos as conseqüências dessa circunstância para as *Untersuchungen*),

nem a segunda como classe de expressões com certo formato sintaticamente descrito. O resultado pode ser parafraseado por algo como: uma variável é um símbolo que segura uma posição aberta em uma proposição; uma função proposicional é a expressão que resulta de uma proposição quando se substitui um de seus nomes por uma variável, e por isso não tem significado completo, nem pode ser verdadeira ou falsa.

O resultado, assim, não assume as feições de uma teoria geral do método formal, mas sim de uma teoria geral da formalização das sentenças naturais. Seu objetivo ideal, com efeito, é uma formalização completa: a obtenção de uma linguagem artificial composta inteiramente por símbolos artificiais (símbolos técnicos forjados com esse propósito específico), cujas possibilidades – sobretudo as possibilidades dedutivas – são completamente regradas. No entanto, essa formalização completa, obtida da maneira descrita, tende a: 1) Ser vista como formalização da linguagem natural e, em consequência disso, como formalização de uma linguagem geral, aplicável a tudo; 2) Enfatizar o aspecto dedutivo da linguagem: sua utilidade central parece repousar no fato de constituir-se como formalização de procedimentos dedutivos (em consonância com a antiga – e até hoje freqüente – definição de “lógica” como “teoria da dedução”).

Nas *Untersuchungen*, essa característica é aparentemente mitigada pelo fato de que o tema de investigação são os sistemas axiomáticos. A exposição de diversas noções é mais francamente formal, e não formalizadora: muitos dos resultados são oferecidos diretamente em linguagem simbólico-formal, como regra acerca da manipulação de símbolos. Mais importante do que isso, os sistemas axiomáticos são tratados, eles próprios, como objetos simbólico-formais, possuidores de vocabulário simbólico específico e arbitrário.

Não obstante, no que diz respeito aos recursos “propriamente lógicos” que servem de base à formulação dos diferentes sistemas axiomáticos, e que necessitam ser por eles incorporados, a tendência geral permanece a mesma, com relação aos dois aspectos mencionados acima. Não apenas a ênfase recai sobre os aspectos e possibilidades dedutivas do sistema. Mais importante do que isso: os recursos lógicos gerais são vistos como formalização da linguagem natural e, não à toa, acabam por assumir o papel de linguagem lógica geral. Já tratamos desses assuntos extensamente no capítulo anterior.

Em *LSL*, agora encontramos uma abordagem bastante diferente para o problema da formalização da lógica, ou antes: para o problema da lógica formal. *Carnap deseja*

oferecer agora uma teoria completa do método formal, vista como teoria completa da manipulação regrada de símbolos arbitrários. A possibilidade de manipular símbolos vai se tornar o centro de toda a investigação formal, e vai se despir de qualquer suposição que lhe seja estranha. Assim, Carnap define o método sintático da seguinte maneira:

*“Por linguagem queremos indicar aqui qualquer espécie de cálculo, ou seja, um sistema de regras de formação e transformação relativas ao que chamamos expressões, i.e. séries finitas ordenadas de elementos de qualquer tipo, mais especificamente, aquilo que chamamos de símbolos (...). Na sintaxe pura, lidamos apenas com as propriedades sintáticas das expressões, em outras palavras, aquelas que dependem apenas do tipo e da ordem dos símbolos da expressão.”*¹⁹⁹ (destaques do autor; sublinhado meu)

É precisamente essa abordagem sintática que, para Carnap, deve caracterizar o estudo formal (especificamente, o estudo da lógica formal):

*“Uma teoria, uma regra, uma definição ou demais coisas do gênero deve ser chamada de formal quando nela nenhuma referência é feita, quer ao significado dos símbolos (por exemplo, as palavras), quer ao sentido das expressões (por exemplo, as sentenças), mas apenas e simplesmente aos tipos e à ordem dos símbolos dos quais as expressões são construídas.”*²⁰⁰

O método formal propriamente dito, portanto, é o método sintático: pura manipulação simbólica. O resultado desse método é a construção de um *cálculo*, cujo tipo mais importante é dado, justamente, pelas linguagens:

¹⁹⁹ LSL: págs. 167-8. No original: “By a language we mean here any sort of calculus, that is to say, a system of formation and transformation rules concerning what are called *expressions*, i.e. finite, ordered series of elements of any kind, namely, what are called *symbols* (...). In pure syntax, only syntactical properties of expressions, in other words, those that are dependent only upon the kind and order of the symbols of the expressions, are dealt with.”

²⁰⁰ LSL: pág. 1. No original: “A theory, a rule, a definition, or the like is to be called formal when no reference is made in it either to the meaning of the symbols (for example, the words) or to the sense of the expressions (e.g. the sentences), but simply and solely to the kinds and order of the symbols from which the expressions are constructed.”

*“No sentido mais amplo, a sintaxe lógica é a mesma coisa que a construção e manipulação de um cálculo; e é apenas porque as linguagens são o exemplo mais importante de cálculo que, em regra, somente linguagens são sintaticamente investigadas.”*²⁰¹

Vemos assim Carnap equacionar uma série de termos como objetos privilegiados do estudo que deseja empreender. A disciplina formal da lógica, cujo principal tarefa é o estudo de uma linguagem formal, deve apresentar-se como sintaxe, ou seja, como cálculo. E isso quer dizer: como estudo da manipulação de sistemas simbólicos.

3.2. Símbolo e conhecimento simbólico

E qual a vantagem do método formal sobre outros métodos? Por que a lógica deveria ser concebida e estudada como disciplina formal, nesse sentido forte? A resposta mais direta de Carnap para essa pergunta aparece ainda no início de *LSL*:

*“Mas o desenvolvimento da lógica durante os últimos dez anos mostrou claramente que ela só pode ser estudada com algum grau de acuidade quando baseada, não em juízos (pensamentos, ou o conteúdo de pensamentos), mas em expressões lingüísticas, das quais as sentenças são as mais importantes, porque apenas para elas é possível estabelecer regras rigorosamente definidas. E de fato, na prática, todo lógico desde Aristóteles, ao estabelecer regras, lidou principalmente com sentenças.”*²⁰²

²⁰¹ *LSL*: pág. 5. No original: “In the widest sense, logical syntax is the same thing as the construction and manipulation of a calculus; and it is only because languages are the most important examples of calculi that, as a rule, only languages are syntactically investigated.”

²⁰² *LSL*: pág.1. No original: “But the development of logic during the past ten years has shown clearly that it can only be studied with any degree of accuracy when it is based, not on judgments (thoughts, or the content of thoughts), but rather on linguistic expressions, of which sentences are the most important, because only for them is it possible to lay down sharply defined rules. And actually, in practice, every logician since Aristotle, in laying down rules, has dealt mainly with sentences.”

Ao conferir essa importância primordial ao estudo da operação regrada sobre símbolos²⁰³, como aquela única esfera que pode “ser estudada com algum grau de acuidade”, Carnap está se filiando a uma longa tradição – que talvez remonte mesmo a Aristóteles – que enfatiza o conhecimento simbólico sobre o conhecimento intuitivo. Com a exceção sempre desconcertante e incrivelmente fecunda de Leibniz, essa tradição havia permanecido em certa medida sufocada, na filosofia moderna da tradição cartesiana/kantiana, sob o peso da intuição (conhecimento intuitivo) e da representação (conhecimento representacional). Na virada do século XIX para o XX, esse tipo de abordagem voltava a ganhar fôlego, não à toa pelas mãos de matemáticos e pensadores ligados à matemática. Um dos primeiros a formular com vigor essas idéias foi Dedekind, em seu clássico ensaio acerca dos números. Em uma passagem de grande importância, ele afirma:

*“Se examinarmos de perto o que é feito ao se contar um agregado ou certo número de coisas, somos levados a considerar a habilidade da mente de relacionar uma coisa a outra coisa, de fazer uma coisa corresponder a outra coisa, ou de representar uma coisa por meio de outra coisa, uma habilidade sem a qual nenhum pensamento é possível. Sobre esta base única e, portanto, absolutamente indispensável, toda a ciência dos números deve, segundo minha opinião, ser estabelecida.”*²⁰⁴

Dedekind prossegue então para construir uma versão absolutamente simbolizada e formal da aritmética. A capacidade básica de que ele fala – sem a qual nenhum pensamento é possível, e que deve servir de base a toda ciência dos números – é a capacidade de manipular sistemas simbólicos. De fato, o desenvolvimento concreto de sua teoria numérica começa por uma consideração do símbolo, e vai se articular inteiramente em torno da possibilidade de manipular, da maneira mais regrada e

²⁰³ No que segue, não faremos distinção entre aquilo que poderia ser expresso em português por “símbolo” e “signo”. Seguindo o uso de *LSL*, que adora somente o termo “symbol”, falaremos somente em “símbolo”, querendo indicar com isso a entidade concreta que, em alemão, recebe a melhor designação na palavra “Zeichen”.

²⁰⁴ [Dedekind, 1887]: pág. 32. Na tradução inglesa da qual extraímos a passagem: “If we scrutinise closely what is done in counting an aggregate or number of things, we are led to consider the ability of the mind to relate things to things, to let a thing correspond to a thing, or to represent a thing by a thing, an ability without which no thinking is possible. Upon this unique and therefore absolutely indispensable foundation (...) must, in my judgment, the whole science of numbers be established.”

rigorosa possível (à maneira dos matemáticos), um conjunto de símbolos arbitrariamente instituídos²⁰⁵.

O mesmo ponto aparece ainda com mais força e clareza na obra de Hilbert. Em um de seus escritos mais belos acerca da filosofia da matemática – o notável *Über das Unendliche*, cuja profundidade é, após as demonstrações de Gödel, muitas vezes esquecida ou desconsiderada – o matemático de Göttingen anota:

*“Antes, é um pressuposto para a realização de deduções lógicas e para a efetivação de operações lógicas que algo já esteja dado na representação: certos objetos concretos, extra-lógicos, que se apresentam intuitivamente, como vivência direta, antes de todo pensamento. Se desejamos que a dedução lógica seja segura, então é necessários que esses objetos deixem-se apanhar na sua inteireza, e que juntamente com esses objetos seja dada – de maneira igualmente direta e intuitiva, como algo que não pode ser reduzido a outra coisa nem necessita de tal redução – sua delimitação, sua especificidade, sua possibilidade de seguirem-se uns aos outros e de formarem seqüências. (...) E especialmente na matemática são objeto de nossa consideração os próprios símbolos concretos, cuja forma é, em consequência de nossas aptidões, diretamente clara e reconhecível.”*²⁰⁶

²⁰⁵ A contraposição desse tipo de conhecimento ao conhecimento intuitivo é clara em Dedekind, que anota o seguinte, em franca oposição ao ponto de vista kantiano: “Ao falar da aritmética (álgebra, análise) como parte da lógica, quero indicar com isso que considero o conceito de número inteiramente independente das noções ou intuições de espaço e tempo (...)”. [Dedekind, 1887]: pág. 31. Na tradução inglesa: “In speaking of arithmetic (algebra, analysis) as a part of logic I mean to imply that I consider the number concept entirely independent of the notions or intuitions of space and time (...)”.

²⁰⁶ [Hilbert, 1925]: pág. 171. No original: “Vielmehr ist als Vorbedingung für die Anwendung logischer Schlüsse und für die Betätigung logischer Operationen schon etwas in der Vorstellung gegeben: gewisse, ausser-logische konkrete Objekte, die anschaulich als unmittelbares Erlebnis vor allem Denken da sind. Soll das logische Schliessen sicher sein, so müssen sich diese Objekte vollkommen in allen Teilen überblicken lassen und ihre Aufweisung, ihre Unterscheidung, ihr Aufeinanderfolgen oder Nebeneinandergereihtsein ist mit den Objekten zugleich unmittelbar anschaulich gegeben als etwas, das sich nicht noch auf etwas anderes reduzieren lässt oder einer Reduktion bedarf. (...) Und insbesondere in der Mathematik sind gegenstand unsere Betrachtung die konkreten Zeichen selbst, deren Gestalt unserer Einstellung zufolge unmittelbar deutlich und wiedererkennbar ist”.

É interessante comparar essa passagem de Hilbert com aquela outra passagem de Carnap, já citada no capítulo 1, e que encontramos em seu *Physikalische Begriffsbildung* (1926): “Nós não dissemos, com isso, o que um conceito é; dissemos apenas o que significa que um símbolo designa um conceito. Isso é também tudo o que, com exatidão, pode-se dizer. E basta isso também; pois quando se fala significativamente de conceitos, trata-se sempre de conceitos designados por símbolos ou que, em princípio, podem ser designados por símbolos. E, de fato, o que se fala é então sempre acerca desses símbolos e das leis de sua aplicação. (...) Assim que se fala de um conceito, trata-se sempre da utilização

Não nos deixemos enganar, na análise da passagem acima, pelo aparecimento de termos como “intuição” ou “representação”. O propósito de Hilbert, aqui, é justamente objetivar a representação da melhor maneira possível: de modo que, perfeitamente perspicua, ela se torne perfeitamente manipulável como objeto. Em outras palavras, seu propósito é, por meio da intuição (e isso quer dizer: sem negar a necessidade de uma vivência intuitiva e direta, o que quer que ela seja), superar a intuição, ao estabelecer-lhe a possibilidade de atingir um objeto inequívoco e completo sobre o qual recair. Esse objeto é dado pelo símbolo. Apreendido na experiência direta (intuitiva), todo o seu conteúdo intuitivo se completa e esgota: ele é o símbolo inteiro, sobre o qual passa a ser possível realizar operações objetivas, claras, precisas. Reconhecido como símbolo (delimitado e especificado), ele pode ser colocado um atrás do outro e formar seqüências, como é usual em qualquer cálculo matemático formal²⁰⁷.

É exatamente essa percepção que está por trás do projeto sintático-formal de Carnap. O cálculo formal encontra no símbolo e nas seqüências de símbolos, que são seu tema de estudo, um objeto perfeitamente inspecionável e, por isso mesmo, afeito ao tratamento mais rigoroso. Em relação a esse ponto, Carnap ainda observa:

*“(...); pois somente em linguagem simbólica provou-se possível alcançar formulações exatas e provas rígidas. E somente em relação a uma linguagem simbólica construída desse tipo será possível estabelecer um sistema de regras ao mesmo tempo simples e rígido – somente o qual irá nos permitir mostrar claramente as características e o escopo de aplicabilidade da sintaxe lógica.”*²⁰⁸

unitária e regrada de um símbolo.” (sublinhado meu). No original: “Was ein Begriff ist, haben wir hiermit nicht gesagt; sondern nur, was es heisst, ein Zeichen bezeichne einen Begriff. Das ist auch das einzige, was genau gesagt werden kann. Und das genügt auch; denn wenn von Begriffen sinnvoll die Rede, so handelt es sich stets um durch Zeichen bezeichnete oder doch grundsätzlich bezeichnenbare Begriffe; und im Grunde ist dann stets die Rede von diesen Zeichen und ihren Verwendungsgesetzen. (...) Sobald überhaupt von einem Begriff die Rede ist, handelt es sich stets um die einheitliche, also gesetzmässige Verwendung eines Zeichens.”

²⁰⁷ A respeito de Hilbert e de sua realização nesse campo, Carnap observa: “Como a própria palavra sugere, os primeiros cálculos no sentido acima descrito foram desenvolvidos na matemática. Hilbert foi o primeiro a tratar a matemática como cálculo no sentido mais rigoroso – i.e., a estabelecer um sistema de regras tendo as fórmulas matemáticas como seu objeto”. LSL: pág. 9. No original: “As the word itself suggests, the earliest calculi in the sense described above were developed in mathematics. Hilbert was the first to treat mathematics as a calculus in the strictest sense – i.e., to lay down a system a system of rules having mathematical formulae for their objects”.

²⁰⁸ LSL: pág. 3. No original: “(...) for only in a symbolic language has it proved possible to achieve exact formulation and rigid proofs. And only in relation to a constructed symbolic language of this kind will it

O ponto central, portanto, é a possibilidade de alcançar – por meio do símbolo, ou seja, da manipulação de símbolos em um sistema de regras – prescrições e resultados maximamente imunes à dúvida. A regra, aplicada sobre o símbolo como objeto idealmente simples, torna-se também ela “simples e rígida”, ou seja, torna-se maximamente clara. Em sentido semelhante, eis o que comenta Mehrtens, com ênfase no desenvolvimento histórico desse ponto de vista:

*“Os símbolos matemáticos estão apoiados em convenções explícitas e unívocas [eindeutig] para a possibilidade de, no contexto dessa disciplina, usá-los, colocá-los em seqüência ou substituí-los. Os matemáticos trabalham sobre essas convenções e sua univocidade. Nos números, de Gauss a Peano, tornou-se claro que a univocidade das regras de uso constitui, em tal trabalho, o significado do conjunto simbólico.”*²⁰⁹

Vemos assim que esse tipo de abordagem ganhava, a partir do modelo das ciências ditas matemáticas e físicas, um espaço e uma dignidade filosófica completamente nova em finais do século XIX e começo do século XX. É interessante verificar como essa orientação havia alcançado até mesmo o pensamento do neokantiano Cassirer, que dela fornece uma visão ampla e perspicaz. Em um ensaio de 1927, inteiramente dedicado ao assunto, ele escreve:

“E uma outra relação se nos depara no âmbito do problema puramente lógico. Também na formulação e reformulação desse problema revela-se que a constituição do mundo das formas lógicas não pode ser captada completamente, nem se deixa apresentar de maneira exata, enquanto não utilizarmos, para essa apresentação, determinados símbolos concreto-sensíveis. É por meio deles, como representantes do

be possible to lay down a system of rules at once simple and rigid – which alone will enable us to show clearly the characteristics and range of applicability of logical syntax.”

²⁰⁹ [Mehrtens, 1990]: pág. 78. No original: “Mathematische Symbole unterliegen expliziten und eindeutigen Konventionen für ihren fachgerechten Gebrauch, ihre Verknüpfung oder Ersetzung. Die Mathematikern arbeiten an diesen Konventionen und ihrer Eindeutigkeit. An den Zahlen, von Gauss zu Peano, ist deutlich geworden, dass die Eindeutigkeit der Gebrauchsregeln die Bedeutung der Symbolik in dieser Arbeit ausmacht”.

*sentido lógico, que se revela a verdadeira estrutura interna desse sentido.”*²¹⁰

O próprio Cassirer, mais ainda, faz questão de ligar essa concepção ao pensamento de Hilbert. A seguinte passagem, por sinal, coloca a questão toda em contornos particularmente nítidos:

*“E hoje o príncipe dos matemáticos vê, hoje um pensador como Hilbert vê a boa sorte da matemática nesse caminho apenas: Somente por meio de sua ‘formalização’ total, levada às últimas conseqüências, espera ele obter a segurança de sua fundação e a demonstração irreparável de sua consistência. Tão forte e dominante é essa tendência que, sob sua influência, começa a processar-se uma completa mudança da concepção do objeto da matemática. Pois daqui em diante, os números e grandezas não constituem mais o verdadeiro objeto matemático; constituem-no, antes e sobretudo, os próprios símbolos sensíveis.”*²¹¹

Nos dois trechos citados, vemos Cassirer reportar-se diretamente à concepção simbólico-formal do problema lógico – uma concepção associada nos tempos modernos antes ao nome de Leibniz que ao nome de Kant, de cujo pensamento Cassirer é quase certamente o maior representante e defensor no século XX. O que parece estar dito na passagem acima, e em todo o ensaio do qual ela faz parte, é que somente o ato intuitivo não basta para a captação, compreensão, apreensão de formas lógicas complexas, ou seja, das estruturas cognitivas complexas efetivamente utilizadas na descrição da realidade e em sua explicação científica (com destaque para a ciência contemporânea²¹²).

²¹⁰ [Cassirer, 1927]: pág. 254. No original: “Und wieder ein anderes Verhältnis tritt uns im Umkreis der rein logischen Probleme entgegen. Auch im Aufbau und Ausbau dieser Probleme zeigt es sich, dass der Zusammenhang der logischen Formwelt sich nicht vollständig erfassen und sich nicht exakt darstellen lässt, sofern wir uns nicht für Diese Darstellung bestimmter konkret-sinnlicher Zeichen bedienen. An ihnen als Repräsentanten des logischen Sinnes erschliesst sich uns erst wahrhaft sein inneres Gefüge.”

²¹¹ [Cassirer, 1927]: pág. 255. No original: “Und heute sieht der princeps mathematicorum, heute sieht ein Denker wie Hilbert das Heil der Mathematik allein auf diesem Wege: Nur von einer durchgängigen, bis ins letzte getriebenen ‘Formalisierung’ der Mathematik erhofft er die Sicherung ihrer Grundlagen und den lückenlosen Beweis ihrer Widerspruchslosigkeit. So stark, so beherrschend ist diese Tendenz, dass sich unter ihre Einfluss eine völlige Wandlung in der Auffassung des Gegenstandes der Mathematik durchzusetzen beginnt. Denn den eigentlichen mathematischen Gegenstand bilden fortan nicht mehr die Zahlen oder Grössen, sondern ihn bilden vielmehr die sinnlich anschaulich Zeichen selbst”.

²¹² Esse assunto da efetividade histórica da lógica formal, tornado ainda mais evidente no século XIX por meio das formas altamente matematizadas e abstratas das novas ciências que vinham emergindo desde o

Essa suposta insuficiência do ato intuitivo contrasta, de modo geral, com a abordagem kantiana. Pois Kant coloca a sede do ato lógico na consciência, ou antes na racionalidade transcendental, como ato responsável pela apreensão, que é também uma construção, da realidade formada. Inversamente, a abordagem simbólico-formal para a atividade lógica parte de pressupostos bastante diferentes. Seu ponto de vista é completamente outro. Trata-se de sistematizar um conhecimento, com base em símbolos. A atividade construtiva, presente também aqui, instaura-se de maneira completamente diversa. Em que sentido?

A diferença fundamental reside, justamente, no papel do símbolo. A lógica construtiva de Kant não se apóia no símbolo, e nem mesmo resulta especificamente na produção de símbolos, mas antes na produção de representações. Ela se apóia, nesse sentido, em certas operações (tidas como lógicas) do intelecto, nenhuma das quais possui qualquer relação especial com o “concreto-sensível” do símbolo; seu resultado é a apreensão e organização intelectual da multiplicidade sensível dada em uma representação coerente (supostamente objetiva) da natureza. O adjetivo “intelectual” remete a um âmbito individual (por meio do entendimento) de apreensão intuitiva de uma imagem (espaço-temporal) da realidade (representação), e à organização conceitual (dita discursiva) dessa mesma realidade. A objetividade de todo esse processo é garantida por certa idéia de uma racionalidade universal compartilhada; é esta que permite obter e garante a intersubjetividade da construção, fundada no compartilhamento de uma mesma estrutura conceitual fundamental, única adequada ao conhecimento de objetos. Essa estrutura conceitual, de toda forma, é o resultado exclusivo daquela atividade intelectual transcendental de organização da experiência na representação.

Na abordagem formal, centrada no símbolo, a situação é bem outra. O modo de construção do objeto de conhecimento é, em um primeiro momento, irrelevante. Na medida em que aquilo que importa é justamente o símbolo como unidade formal, a simplificação própria a esse método, que o torna ao mesmo tempo rico e flexível, consiste em tomar o símbolo como dado. Os dois problemas inerentes ao símbolo – sua instituição e sua referência – podem ser momentaneamente afastados, ou até mesmo esquecidos (como testemunha o avanço histórico da matemática, cuja progressiva

renascimento, que Husserl toma como ponto de partida de sua análise. Não por acaso, Cassirer é um pensador que tenta incorporar à sua análise filosófica todas as novidades científicas daquele início de século XX.

formalização sempre conviveu bem com a ausência de uma teoria específica do símbolo, bem como de sua referência). A situação histórica, porém, marca algumas diferenças com relação ao tratamento que receberam esses dois problemas. O esquecimento (em certa medida justificável) tem sido, de fato, o destino freqüente do primeiro. Já com relação ao segundo problema, relativo à referência, parece ter sido precisamente a incapacidade de removê-lo do âmbito propriamente lógico-formal de considerações – ou, ao menos, de isolar seu tratamento – o fator que conduziu, freqüentemente, a um ingênuo realismo lógico (esteja ou não disfarçado por alguma argumentação “transcendental”), que busca encontrar algum tipo de referência absoluta ou necessária, de todo modo fixa e estável, para que o símbolo possa instituir-se como tal.

Uma solução possível para ambos os problemas consiste em considerar certos objetos como socialmente dados (por oposição a intuitivamente dados ou a transcendentalmente dados), e admitir que tanto o símbolo como sua referência encontram-se nesse caso. “Socialmente dados” ou, o que é defensavelmente a mesma coisa, “lingüisticamente dados”. A instituição do símbolo, do ponto de vista da lógica formal, seria fruto de uma convenção que somente a prática lingüístico-social, intersubjetiva por definição, permite alcançar e, em certa medida, garantir (sem que por “garantir” se deseje indicar nenhuma situação absoluta, mas tão-somente o fato de que essa convenção costuma ser trivialmente alcançada). O mesmo valeria para o objeto de referência do símbolo formal.

É possível, claro, discutir as possibilidades de instituição simbólica, seus mecanismos etc. Mas isso será tema sempre de uma investigação extra-lógica, alheia e externa ao plano da formalização, que aceita o símbolo como dado (ou antes: a prática instituidora do símbolo como garantida). A lógica formal começa com o símbolo, não antes. Por isso mesmo, uma investigação desse tipo, caso realizada, pode até aparecer em um livro de lógica (como de fato aparece em *LSL*), mas apenas como preâmbulo, para esclarecer alguma convenção específica que se deseje anotar.

Em *LSL*, Carnap realiza algumas poucas observações a respeito do símbolo em geral e de sua maneira de entrada no estudo da lógica formal. Vale a pena examiná-las. Em primeiro lugar:

*“Por um **cálculo** entende-se um sistema de convenções ou regras do seguinte tipo. Essas regras dizem respeito a elementos – chamados **símbolos** – a respeito de cuja natureza e relações não se assume nada além do fato de que estão distribuídos em várias classes. Qualquer série finita de símbolos é uma **expressão** do cálculo em questão.”* ²¹³
(destaques, em negrito, do autor)

Símbolos, portanto, são elementos quaisquer, instituídos como objeto de manipulação das regras sintáticas que compõem uma linguagem (cálculo) formal. A única tarefa própria do método formal, no que lhes respeito, é justamente essa: instituí-los como símbolos (e, possivelmente, agrupá-los em diferentes classes). Nada deve ser assumido a respeito deles a não ser que foram instituídos como símbolos. Além disso, apenas que podem ser postos em série, para formar expressões. Sua natureza, por isso mesmo, pode ser a mais variada; e o mesmo vale para as relações que podem entrar. (Um exemplo pitoresco extraído do próprio livro é o caso das peças de xadrez, no cálculo representado pelas regras do xadrez.)

A mesma idéia é reforçada na seguinte passagem:

“A sintaxe da linguagem, ou de qualquer outro cálculo, diz respeito, em geral, à estrutura das possíveis ordens seriais (...) de absolutamente quaisquer elementos.” ²¹⁴ (destaques do autor)

Não obstante a ampla (irrestrita) gama de possibilidades existentes, o tipo de símbolo mais comum são os caracteres impressos sobre papel. Para a tarefa complexa da lógica formal, cujo objetivo é a construção (sintática) de uma linguagem completamente formalizada, este é o caminho quase exclusivamente adotado, devido à sua flexibilidade e facilidade de manuseio (as amplas possibilidades de uso do caractere impresso fazem com que qualquer outro sistema de símbolos e regras sobre símbolos possa ser modelado a partir de um sistema com caracteres impressos). Sem perder a generalidade de vista, portanto, é sobre este caso que Carnap vai concentrar sua análise ao longo de todo o livro. Ele observa:

²¹³ LSL: pág. 4. No original: “By a **calculus** is understood a system of conventions or rules of the following kind. These rules are concerned with elements – the so-called **symbols** – about the nature and relations of which no more is assumed than that they are distributed in various classes. Any finite series of symbols is an **expression** of the calculus in question”.

²¹⁴ LSL: pág. 7. No original: “The *syntax* of language, or of any other calculus, is concerned, in general, with the *structure of possible serial orders* (...) of any elements whatsoever.”

*“O termo ‘símbolo’, no que segue, terá o mesmo significado que a palavra ‘caractere’. Não assumiremos que tal símbolo possua um significado, ou que designa qualquer coisa.”*²¹⁵ (sublinhados meus)

Encontramos nesta passagem a reafirmação do que já tivemos ocasião de examinar mais acima: nada é assumido acerca da natureza do símbolo e de suas relações. Em particular – e trata-se de um particular importantíssimo – não se supõe que os símbolos tenham *significado* ou *referência*. Para o cálculo formal, eles permanecem apenas como símbolos instituídos, e nada mais. A única condição que se impõe é a possibilidade de reconhecê-los com clareza, como objetos discretos que são, e de diferenciá-los e agrupá-los nas classes corretas, com suficiente precisão. Daí a seguinte observação de Carnap:

*“As regras sintáticas de uma linguagem devem determinar não apenas quais coisas serão usadas como símbolos, mas também sob que condições esses símbolos devem ser considerados como sintaticamente iguais.”*²¹⁶

Isso quanto ao problema da instituição do símbolo. Em relação ao problema da referência do símbolo (acabamos de ver que a *instituição* de um símbolo não depende de ele possuir ou não referência), a situação merece uma análise um pouco mais sofisticada, que faremos na seção 3.5 abaixo. A linha da resposta, porém, é a mesma que temos assinalado: o problema da referência, desconsiderado como problema formal, é jogado para fora da lógica. De fato, o que pode figurar como possível referência de um símbolo? Pergunta interessante, mas que nada tem a ver com o projeto da lógica formal. Já vimos Carnap adotar exatamente essa atitude no *Abriss*, quando não considera tarefa da lógica responder à questão “*o que é o objeto?*”, ou seja, a questão pelo objeto de referência dos termos/proposições lógico-formais. Para a lógica formal, vimos então, o objeto seria qualquer coisa que a linguagem natural pudesse tratar como objeto. Em

²¹⁵ LSL: pág. 5. No original: “The term ‘symbol’ in what follows will have the same meaning as the word ‘character’. It will not be assumed that such a symbol possesses a meaning, or that it designates anything”.

²¹⁶ LSL: pág. 15. No original: “The syntactical rules of a language must not only determine what things are to be used as symbols, but also under what conditions these symbols are to be regarded as syntactically equal”.

outras palavras, qualquer coisa que a prática social da linguagem aceite ou possa usar como referência de um símbolo instituído²¹⁷.

De maneira ainda mais fundamental, nós temos acompanhado como, desde *Der Raum*, Carnap ia destacando o problema de constituição do sistema lógico-formal, como sistema simbólico, do problema de sua aplicabilidade. É esse processo que agora vai atingindo seu ponto culminante, com o estabelecimento da sintaxe – pura manipulação de símbolos mudos – como foco de interesse exclusivo da lógica formal.

Para a abordagem simbólico-formal, em resumo, o problema central se transforma e se desloca, assumindo uma natureza bastante específica. Trata-se de construir sistemas formais ou, mais precisamente, de estudar o modo de construção de sistemas formais, bem como os próprios sistemas formais daí resultantes, em suas diferentes características. Mais especificamente, trata-se de: 1) a partir do símbolo, explicar as possibilidades e os métodos de construção de sistemas formais; 2) estabelecer um quadro conceitual adequado ao estudo das diferentes características desses sistemas; e 3) discutir aspectos gerais da aplicabilidade de tais sistemas, na medida em que esses aspectos se prestem a um tratamento formal.

São exatamente esses os problemas que vemos Carnap abordar em *LSL*. A “Sintaxe Geral”, quarta parte do livro e sua verdadeira culminação teórica, apresenta-se justamente como teoria geral – o mais completa e rigorosa possível – dos sistemas simbólicos, nos três sentidos indicados acima.

3.3. Metalinguagem e linguagem-objeto

No capítulo anterior, vimos como algumas das principais deficiências das *Untersuchungen* derivavam da maneira insuficientemente clara com que Carnap

²¹⁷ Isso não significa, está claro, que não se deva formular, no plano lógico-formal, a pergunta pelos recursos de referência disponíveis em um sistema forma qualquer, e pela maneira de interpretar essa referência. A primeira dessas perguntas cabe, sem nenhuma margem a dúvida, no campo da investigação formal. Entre outras coisas, pode ser tratada – como quer o Carnap de *LSL* – por meios puramente sintáticos. A segunda pergunta dá origem a complicações bem mais consideráveis. Ela torna-se tema da investigação formal por meio da semântica formal. Veremos que Carnap, em *LSL*, mais uma vez esbarra em sérias dificuldades justamente no momento de resolver e esclarecer esse problema. São essas dificuldades e certos equívocos a ela associados, por sinal, que determinam – é o que defenderemos – o “fracasso” do projeto sintático carnapiano (seu abandono pelo próprio Carnap).

separava, nas considerações acerca da construção de sistemas formais, a metalinguagem da linguagem-objeto. Essa questão recebe um tratamento muito mais rigoroso em *LSL*, que a transforma em um de seus principais temas. Assim, logo no início do livro, Carnap observa:

*“Ao seguir esse procedimento, interessamo-nos por duas linguagens: em primeiro lugar, pela linguagem que é objeto de nossa investigação – iremos chamá-la de **linguagem-objeto** – e, em segundo lugar, pela linguagem na qual falamos a respeito das formas sintáticas da linguagem-objeto – iremos chamá-la de **linguagem-sintaxe**. Como já dissemos, iremos tomar como linguagens-objeto certas linguagens simbólicas; como linguagem-sintaxe, usaremos de início simplesmente a língua inglesa (...).”*²¹⁸ (destaques, em negrito, do autor)

Carnap prefere o termo “linguagem-sintaxe”, que acabou não se consagrando (no que segue, usaremos indistintamente os termos “metalinguagem” e “linguagem-sintaxe”). Essa linguagem-sintaxe será o inglês, a linguagem natural na qual o texto do livro está escrito. Carnap é insistente nessa distinção, trazida à tona e esclarecida ao longo de toda a obra, sempre que a menor possibilidade de equívoco possa surgir. A seção 4 do livro (“*Syntactical Gothic Symbols*”), nesse sentido, contém uma explicação cuidadosa acerca da maneira como ele pretende referir-se aos símbolos da linguagem-objeto e a suas seqüências de símbolos (que ele denomina “*syntactical designs*”), por meio da língua inglesa acrescida de um aparato especial – puramente convencional – de símbolos góticos²¹⁹. As seções 41 (“*On Syntactical Designations*”) e 42 (“*On the Necessity of Distinguishing between an Expression and its Designation*”) voltam a esse tema, que Carnap considerava central para qualquer projeto de lógica formal: na construção de um sistema formal, deve-se usar uma metalinguagem que possa se referir aos símbolos e expressões da linguagem objeto. Em outras palavras, os termos da metalinguagem são usados para se referir às estruturas da linguagem-objeto, e não se

²¹⁸ *LSL*: pág. 4. No original: “In following this procedure, we are concerned with two languages: in the first place with the language which is the object of our investigation – we shall call this the **object-language** – and, secondly, with the language in which we speak *about* the syntactical forms of the object-language – we shall call this the **syntax-language**. As we have said, we shall take as our object-languages certain symbolic languages; as our syntax-language we shall at first simply use the English language (...).”

²¹⁹ Esses símbolos góticos, introduzidos convencionalmente como são, não fazem parte da linguagem-objeto, e sim da metalinguagem: o que ele chama de “inglês estendido”. De fato, não há nenhum problema em convencionar o uso, na língua inglesa, de uma nova simbologia da própria língua inglesa.

deve confundir a estrutura referida da linguagem-objeto com os recursos da metalinguagem usados para referi-la.

A seguinte passagem aparece destacada no texto de *LSL*:

“Se uma sentença diz respeito a uma expressão, então uma designação dessa expressão – *mais especificamente, uma designação sintática na linguagem-sintaxe* –, e não a própria expressão ocupa o lugar de sujeito da sentença.” ²²⁰ (destaque do autor)

Pouco depois, Carnap insiste:

“*A importância de distinguir claramente entre uma expressão e sua designação sintática será imediatamente percebida em exemplos como os seguintes; (...).*” ²²¹ (destaque do autor)

Sua preocupação com a distinção entre metalinguagem e linguagem-objeto é enfática, e o leva a considerar em detalhe diferentes casos, como aqui:

“*Algumas vezes a abreviação de uma expressão é confundida (até mesmo por bons lógicos) com a designação dessa expressão. Mas a diferença é essencial. Quando se trata de uma expressão da linguagem-objeto, a abreviação também pertence à linguagem-objeto, mas a designação à linguagem-sintaxe.*” ²²² (destaques do autor)

Diante de tamanho relevo atribuído a essa questão, um dos aspectos que se tornam mais difíceis de compreender em *LSL* é o tratamento dado por Carnap à seguinte pergunta: Pode uma linguagem falar acerca de sua própria sintaxe? Ou: É possível expressar a sintaxe de uma linguagem L nessa mesma linguagem L? A resposta de Carnap é positiva. No início do livro, ele já indica o rumo que sua exposição irá tomar:

“*Mas nós veremos depois que é possível, sem nenhum risco de que surjam contradições ou antinomias, expressar a sintaxe de uma*

²²⁰ *LSL*: pág. 154. no original: “If a sentence is concerned with an expression, then a designation of this expression – namely, a syntactical designation in the syntax-language – and not the expression itself, occupies the place of the subject in the sentence”.

²²¹ *LSL*: pág. 156. no original: “The importance of distinguishing clearly between an expression and its syntactical designation will readily be seen from such examples as the following; (...)”.

²²² *LSL*: pág. 157. No original: “Sometimes (even by good logicians) an abbreviation for an expression is mistaken for a designation of the expression. But the difference is essential. If it is a question of an expression of the object-language, then the abbreviation also belongs to the object-language, but the designation to the syntax-language”.

*linguagem nessa própria linguagem, até um ponto que é condicionado pela riqueza de meios expressivos da linguagem em questão.”*²²³

Na parte II de *LSL*, em que constrói a linguagem formal I, Carnap mostra de que maneira é possível realizar a descrição da sintaxe da linguagem I por meio da própria linguagem I. Esse procedimento é essencial para a obtenção dos resultados de Gödel, que ele expõe com grande correção e clareza. Mais à frente, ao tratar de sua sintaxe geral, na parte IV do livro, indica que a possibilidade de descrever a sintaxe de uma linguagem por meio da própria linguagem é uma situação bastante geral.

Carnap considera esse fato de grande importância para a filosofia da lógica e para o estudo dos sistemas formais, e sua demonstração aparece-lhe como um dos maiores feitos da lógica contemporânea. Mais do que isso: ele acredita que da compreensão dessa situação resultam importantes distinções entre o seu pensamento e o de outros autores, como Wittgenstein. A seguinte passagem contém importantes indicações a esse respeito, e precisamos citá-la na íntegra para proceder à análise da posição de Carnap:

“Até agora, nós temos diferenciado entre a linguagem-objeto e a linguagem-sintaxe na qual a sintaxe da linguagem-objeto é formulada. Serão elas, necessariamente, duas linguagens separadas? Se a questão for respondida afirmativamente (como é por Herbrand em relação à matemática), então uma terceira linguagem será necessária para a formulação da sintaxe da linguagem-sintaxe, e assim até o infinito. Segundo outra opinião (a de Wittgenstein), existe apenas uma linguagem, e o que chamamos de sintaxe não pode de modo nenhum ser expresso – só pode ‘ser mostrado’. Contrariamente a essas posições, pretendemos mostrar que, na verdade, é possível usar somente uma linguagem; não, contudo, pela renúncia da sintaxe, mas pela demonstração de que, sem o surgimento de qualquer contradição, a

²²³ *LSL*: pág. 3. No original: “But we shall see later that without any danger of contradictions or antinomies emerging it is possible to express the syntax of a language in that language itself, to an extent which is conditioned by the wealth of means of expression of the language in question.”

sintaxe dessa linguagem pode ser formulada na linguagem ela mesma.”²²⁴

Começemos por observar que, das passagens citadas acima, as três que reafirmam a necessidade de distinguir entre a linguagem-sintaxe e a linguagem-objeto, entre uma expressão e a designação dessa expressão, aparecem depois das duas passagens em que Carnap afirma a possibilidade de “borrar” essa distinção, fazendo a metalinguagem coincidir com a linguagem-objeto. O ponto essencial é que Carnap não deseja borrar essa distinção; pelo contrário, por meio da sua sistematização e compreensão aprofundada, deseja superá-la. A diferença entre linguagem-objeto e metalinguagem permanece fundamental para a formulação da lógica; a compreensão de que ambas as funções podem ser desempenhadas por um mesmo sistema simbólico permite – assim acredita Carnap – dissolver algumas importantes dificuldades lógicas.

A solução de Carnap, em certa medida, é bastante plausível. Conhecedor do método de aritmetização da sintaxe desenvolvido por Gödel, que ele esteve entre os primeiros a compreender, Carnap sabe que qualquer linguagem que tenha a seu dispor recursos para expressar a aritmética dos números naturais possui, por isso mesmo, recursos para expressar a (ou partes da) sintaxe lógica de que ele está tratando. Basta *interpretar* os números com referindo-se aos símbolos e seqüências de símbolos de uma linguagem qualquer. Nesse caso, as proposições aritméticas poderão ser interpretadas como proposições acerca desses símbolos e suas combinações, ou seja, a respeito da sintaxe dessa linguagem. Segue daí que as proposições de uma linguagem formal, na mesma medida em que podem ser interpretadas como proposições aritméticas, podem também ser interpretadas como proposições sintáticas acerca de uma linguagem qualquer, aí incluída sua própria sintaxe.

Em nossa opinião, o ponto-chave a compreender, para estabelecer uma interpretação coerente das idéias de Carnap em *LSL*, é a distinção entre a *instituição* de

²²⁴ *LSL*: pág. 53. No original: “Up to the present, we have differentiated between the object-language and the syntax-language in which the syntax of the object-language is formulated. Are these necessarily two separate languages? If this question is answered in the affirmative (as it is by Herbrand in connection with mathematics), then a third language will be necessary for the formulation of the syntax of the syntax-language, an so on to infinity. According to another opinion (that of Wittgenstein), there exists only one language, and what we call syntax cannot be expressed at all – it can only ‘be shown’. As opposed to these views, we intend to show that, actually, it is possible to manage with one language only; not, however, by renouncing syntax, but by demonstrating that without the emergence of any contradiction the syntax of this language can be formulated within this language itself”.

um cálculo e a *descrição* de sua estrutura. No centro desse problema, veremos instalar-se a idéia de *interpretação*.

Por um lado, é sempre necessário haver o que Carnap chama de uma “linguagem de comunicação”, querendo se referir com isso às linguagens naturais que permitem, a todo momento, a comunicação entre as pessoas. Uma linguagem desse tipo, como o inglês ou o português, é indispensável à instituição de um cálculo qualquer: é ela que permite instituir as regras de um cálculo, pois é ela que permite manipular símbolos. Em outras palavras, é a linguagem natural que permite, sempre, colocar o jogo em movimento, na medida em que somente ela permite a comunicação (e uma ação correspondente). É esse o sentido da intuição que vimos presente desde o *Abriss*, com a indicação da necessidade de regras materiais de dedução (ver seção 1.3 do capítulo 2). É nesse sentido, também, que uma “linguagem de comunicação” permanece sempre como linguagem-sintaxe de um cálculo formal (sua linguagem-objeto).

Situação diferente ocorre quando se considera a descrição da sintaxe de uma linguagem formal. Para Carnap, uma descrição (particularmente de estruturas formais, ou seja, sintáticas) surge quando uma estrutura é colocada em relação com outra estrutura, de maneira que uma possa ser recuperada (ao menos parcialmente) a partir da outra. Essa idéia é tornada mais precisa nas seções 61 (“*Translation from one Language into Another*”) e 62 (“*The Interpretation of a Language*”) de *LSL*. Nessas seções, Carnap indica que a interpretação de uma linguagem é um caso especial de tradução. Tanto a tradução como a interpretação podem ser formalmente representadas:

*“A interpretação de uma linguagem é uma tradução e, portanto, algo que pode ser formalmente representado; a construção e exame de interpretações pertencem à sintaxe formal.”*²²⁵ (destaque do autor)

Carnap elabora uma minuciosa teoria formal da tradução/interpretação, baseada na possibilidade de estabelecer uma correspondência entre os símbolos de duas linguagens e, a partir daí, entre suas expressões. Quando ele constata que a sintaxe de uma linguagem pode ser expressa nessa mesma linguagem (ou em outra linguagem formal qualquer), essa possibilidade depende, justamente, de uma interpretação adequada. É nesse sentido, por exemplo, que ele observa:

²²⁵ *LSL*: pág. 228. No original: “The interpretation of a language is a translation and therefore something which can be formally represented; the construction and examination of interpretations belong to formal syntax”.

*“Nesse processo, pode acontecer que uma sentença S_1 de I [a linguagem formal I], quando interpretada materialmente como sentença sintática, diga algo acerca da própria S_1 , e sem que surja nenhuma contradição.”*²²⁶ (colchetes meus; sublinhado meu)

O adjetivo “materialmente”, no trecho acima, pode parecer estranho (e Carnap não é explícito a respeito de seu significado). No entanto, por meio dele está indicada, segundo nos parece, a distinção que torna interessante toda a construção desenvolvida em *LSL*. Uma coisa é a *representação* de certa estrutura: a possibilidade de descrevê-la por meio do estabelecimento de uma relação com outra estrutura. Essa representação será formal se as estruturas em questão forem formais (cálculos sintáticos), e se a relação estabelecida entre elas for igualmente formal (instituída a partir de uma relação entre símbolos). Outra coisa, bem distinta, é a consideração material do que “uma sentença diz”, ou seja, sua interpretação material. O estudo, nesse caso, é deslocado para um contexto comunicacional – um contexto “histórico e empírico”, como anotará Carnap –, e depende sempre de uma linguagem de comunicação.

Que esses dois contextos não se confundem, mostra-nos uma passagem como a seguinte:

*“Nós já vimos que, no caso de uma linguagem individual como o alemão, a construção da sintaxe dessa linguagem significa a construção de um cálculo que satisfaça à condição de estar em acordo com os hábitos de fala, reais e históricos, dos povos de língua alemã. E a construção do cálculo deve ocorrer inteiramente dentro do domínio da sintaxe formal, embora a decisão quanto a se o cálculo satisfaz ou não a condição dada não seja lógica, mas histórica e empírica, e recaia fora do domínio da sintaxe pura. A mesma coisa vale, analogamente, para a relação entre duas linguagens designada como tradução ou interpretação.”*²²⁷

²²⁶ *LSL*: pág. 53. No original: “In this process it may happen that a sentence S_1 of I , when materially interpreted as a syntactical sentence, will say something about S_1 itself, and without any contradiction arising”.

²²⁷ *LSL*: pág. 228. No original: “We have already seen that, in the case of an individual language like German, the construction of the syntax of that language means the construction of a calculus which fulfills the condition of being in agreement with the actual historical habits of speech of German-speaking people. And the construction of the calculus must take place entirely within the domain of formal syntax,

A situação, portanto, pode ser resumida assim. Existem dois contextos, que não se confundem: o contexto comunicacional, que faz necessário uso de uma linguagem de comunicação, e o contexto formal, baseado na formalização de linguagens como cálculos simbólicos. Não se trata de substituir ou derrogar o contexto comunicacional, o que seria não apenas indesejável, como impossível. O contexto comunicacional é a realidade primeira da qual parte toda atividade humana, a teorização lógico-formal inclusive. É nesse sentido que ele se mostra indispensável à instituição de qualquer cálculo formal. Trata-se antes de, por meio de um cálculo formal (e de uma teoria geral desses cálculos, como a que Carnap deseja desenvolver), formalizar diferentes estruturas e possibilidades, aí incluída a linguagem comunicacional. Os dois contextos, portanto, não se confundem: entram em necessário contato dialético no âmbito de qualquer formalização.

Essa possibilidade de ida e vinda entre os dois contextos – esse fato essencial que poderíamos chamar de “dialética do formalismo” – é um dos aspectos mais importantes que podem ser encontrados em *LSL*. É somente por esse caminho que podemos tornar inteligível seu posicionamento, exposto em passagem citada acima, com relação a Herbrand e Wittgenstein.

O que incomoda Carnap na posição de Wittgenstein? É a crença que ele atribui ao autor do *Tractatus* de que, havendo somente uma linguagem, não seria possível expressar sua sintaxe (sua gramática), mas apenas exibi-la. Para Carnap, porém, isso seria a negação de todo o método formal, articulado em torno da possibilidade de oferecer cálculos simbólicos perfeitamente regrados. Na melhor das hipóteses, seria a negação de toda a relevância do método formal, na medida em que a “única linguagem” jamais poderia ser adequadamente formalizada. Mas Carnap está convencido de algo diverso. Ele está convencido de que é possível formalizar até mesmo a linguagem comunicacional que, em seu sistema, assume o papel da “única linguagem”, a “linguagem universal” da qual não é possível escapar (e que, permitindo a comunicação primitiva e original, permite a instituição de qualquer formalismo).

O verdadeiro significado de sua divergência com Wittgenstein, então, pode ser visto com relação ao papel da análise lógica. Trata-se de uma diferença profunda quanto

although the decision as to whether the calculus fulfills the given condition is not a logical, but an historical and empirical one, which lies outside the domain of pure syntax. The same thing holds, analogously, for the relation between two languages designated as translation or interpretation”.

às possibilidades e à função do discurso filosófico. Pois se é verdade que Carnap deseja restringir a filosofia a uma única tarefa específica – a clarificação conceitual por meio da análise sintática do discurso –, é verdade também que essa tarefa é para ele extremamente relevante. Ela é capaz de mudar o discurso, tanto filosófico quanto científico (e, indiretamente, até mesmo cotidiano). A tarefa da análise lógica não é inerte: ela interage sobre uma linguagem comunicacional “histórica” e “empírica”, e pode alterá-la para corrigir seus defeitos (alguns dos quais extremamente sérios, com grandes e negativas conseqüências para a prática científica). É essa tarefa que deve ser perseguida pelo método formal. A formalização, ao modelar as possibilidades discursivas em geral, permite detectar-lhe os defeitos, e sugerir reparações. Uma boa análise formal da linguagem comunicacional é possível; e seu resultado pode ser um aprimoramento da linguagem comunicacional²²⁸. Em suma, ela não constitui uma mera terapia, voltada a mostrar que os problemas lógicos do discurso ou não existem (precisam ser dissolvidos), ou encontram sua própria solução – e em nenhum desses casos podem ser corretamente formulados.

Com relação à posição de Herbrand, consideramos a observação de Carnap, na passagem citada, particularmente infeliz. Ela faz referência a um suposto processo infinito: se linguagem-sintaxe e linguagem-objeto tem de permanecer sempre distintas, então seria necessária uma terceira linguagem “*para a formulação da sintaxe da linguagem sintaxe, e assim ao infinito*”. O problema aqui é criado pelo adjetivo “necessária”, combinado com a idéia de *formular* a sintaxe. Por um lado, é absolutamente óbvio que nenhuma terceira (ou quarta, ou quinta...) linguagem é necessária para formular a sintaxe de uma linguagem objeto qualquer: essas sintaxes são formuladas – e adequadamente formuladas – em linguagem comunicacional (“simplesmente o inglês”, como observa Carnap). Cálculos formais vêm sendo instituídos há séculos, em linguagem comunicacional, sem nenhuma dificuldade. De fato, esse é, em última instância, o *único método possível* para instituir um cálculo formal.

O problema, então, parece dizer respeito à possibilidade de descrever, *formalmente*, a estrutura de um cálculo formal. É essa possibilidade que, na ausência de um método para expressar a sintaxe da linguagem nela própria, ficaria comprometida. A questão, mais uma vez, seria uma questão referente aos recursos do método formal.

²²⁸ Ver LSL: pág. 8.

Carnap parece acreditar que o método formal deve possuir algum tipo de fechamento: para que seus objetivos sejam plenamente alcançados, para que a análise formal seja suficientemente precisa, deveria ser possível a formalização não apenas da sintaxe de uma linguagem, mas também a expressão dessa formalização por meios formais. Em outras palavras, o processo de formalização deveria possuir alguma propriedade reflexiva (do tipo que Carnap acreditava demonstrada pelo procedimento de Gödel) capaz – não de fazê-lo bastar-se a si mesmo, o que não faria o menor sentido no sistema de *LSL* – mas de garantir certa autonomia, em algum sentido não explicitado. As intuições de Carnap, de toda maneira, são nesse ponto bastante confusas e, francamente, imprecisas.

Como ponto central para a compreensão de *LSL*, porém, devemos fixar a crença de Carnap na possibilidade de descrever ou representar a sintaxe de uma linguagem formal *L* de modo suficientemente preciso – por meio, justamente, de outra linguagem formal, que pode ser a própria *L*. Não nos esqueçamos de que, como cálculo simbólico, uma linguagem formal não é nada além, nas próprias palavras de Carnap, do que a análise combinatorial de um conjunto de elementos discretos, os símbolos: ela regula as possibilidades de combinação, em seqüências ordenadas, desses símbolos²²⁹. Por isso mesmo, a descrição de sua sintaxe pode alcançar o grau de rigor que é a própria substância do método formal. Essa possibilidade aparece a Carnap como um resultado objetivo, estabelecido (por exemplo, mas não necessariamente) pelos métodos matemáticos de Gödel (caso em que o resultado será tão objetivo quanto a própria matemática). Trata-se de um resultado objetivo porque estabelece um fato objetivo acerca das estruturas formais e de sua riqueza combinatorial, ao mostrar que certas possibilidades de combinação dos símbolos espelham outras possibilidades de combinação dos símbolos.

Em sentido mais amplo, portanto, o que fica demonstrado – e desenvolvemos aqui uma tentativa para, em acordo com *LSL*, dar conteúdo mais preciso às percepções de Carnap – é certa forma de polissemia estrutural inerente a qualquer sistema simbólico regrado. Essa última afirmação deve ser parafraseada do seguinte modo: o que fica demonstrado é a possibilidade de relacionar qualquer estrutura ou subestrutura

²²⁹ Nesse sentido: “A sintaxe pura é, assim, completamente analítica, e não passa de análise combinatorial ou, em outras palavras, da geometria de estruturas seriais finitas, discretas, de um tipo específico”. *LSL*: pág. 7. No original: “Pure syntax is thus wholly analytic, and is nothing more than *combinatorial* analysis, or, in other words, the *geometry* of finite, discrete, serial structures of a particular kind”.

simbólica a qualquer outra estrutura ou subestrutura simbólica, de tal maneira que essa relação possa preservar – e revelar – características relevantes de ambas. Em outras palavras, a partir de certa relação instituída entre um sistema simbólico e outro sistema simbólico (que pode ser ele próprio, “sob outra perspectiva”), torna-se possível ler a estrutura de um na do outro, e essa possibilidade de releitura pode ajudar a clarear ambas as estruturas.

A relação que se estabelece entre dois sistemas formais, por outro lado, será sempre instituída – assim como os próprios sistemas formais – em linguagem comunicacional. Desse modo, a validade das demonstrações obtidas depende, em última instância, de contextos comunicacionais. Mas isso não significa que as demonstrações e resultados não sejam objetivos: são tão objetivos quanto o método que lhes deu nascimento. O método formal, nesse sentido, que sobressai pelo rigor e objetividade da manipulação simbólica – circunstância para a qual Dedekind e Hilbert já apontavam –, não é apenas um método de formalização; é um método de objetivação.

3.4. A Sintaxe Geral

Na parte IV de *LSL* (seções 41 a 71e), Carnap empreende a construção daquilo que chama de “sintaxe geral”:

“Nesta seção tentaremos construir uma sintaxe das linguagens em geral, ou seja, um sistema de definições de termos sintáticos que seja abrangente o suficiente para ser aplicável a absolutamente qualquer linguagem.”*²³⁰ (destaque do autor)

Já sabemos que, para Carnap, uma “sintaxe lógica” é, como disciplina formal, um cálculo simbólico: simples manipulação de símbolos. A sintaxe geral, portanto, é uma teoria geral da manipulação simbólica. Não se trata, contudo, de qualquer

* O que nós estamos chamando de seção são as unidades indicadas, no índice pelo símbolo §, e que Carnap talvez chamasse de “parágrafo”. Carnap chama de “seção”, assim, todo um conjunto de “parágrafos”, do 46 ao 71e.

²³⁰ *LSL*: pág. 167. No original: “In this section we shall attempt to construct a *syntax for languages in general*, that is to say, a system of definitions of syntactical terms which are so comprehensive as to be applicable to any language whatsoever”.

manipulação simbólica. Seu objetivo é a construção de *sistemas* formais, e isso significa: o estabelecimento de um conjunto de regras, referidas a símbolos, que se articulem de modo a permitir a formação de certa classe de expressões (as sentenças) e o estabelecimento de relações entre essas expressões (particularmente, as relações dedutivas entre sentenças).

No que segue, faremos uma exposição sucinta das principais características da sintaxe geral de Carnap, mantendo o nível de detalhe técnico no mínimo necessário à compreensão das discussões que se seguirão.

3.4.1. *Sintaxe e regras de transformação: admissibilidade de regras indefinidas*

Para Carnap, o conceito fundamental do método sintático é o conceito de “consequência direta”. Fixados os símbolos de uma linguagem, as regras de consequência direta contêm toda a informação sintática que a caracteriza como cálculo. Mais especificamente, as regras de consequência direta abrangem: 1) regras de formação, que permitem estabelecer quais expressões (seqüências finitas de símbolos) da linguagem são consideradas proposições, ou sentenças²³¹, da linguagem; 2) regras de transformação, que permitem estabelecer quando uma sentença pode ser derivada (deduzida) diretamente de um conjunto de outras sentenças, as premissas²³².

O ponto mais importante na definição de Carnap diz respeito à admissão de regras *indefinidas* de transformação²³³. O que são regras indefinidas de transformação? Veremos que Carnap dá mais de uma caracterização para esse conceito, e não tenta estabelecer a exata relação entre eles. Por enquanto, vamos expor a caracterização mais fraca para as regras de indefinidas, a única que nos parece aceitável.

²³¹ O termo constante usado em *LSL* é “sentence”.

²³² “Assumiremos que a definição de ‘consequência direta’ será dada na seguinte formal: ‘A1 [uma expressão] é dita uma consequência direta de K1 [uma classe de expressões] em S se: (1) A1 e todas as expressões de K1 têm uma das seguintes formas: ... ; e (2) A1 e K1 satisfazem uma das seguintes condições: ...’. A definição, assim, contém sob (2) as regras de formação e sob (2) as regras de transformação de S” (destaque do autor; colchetes meus). *LSL*: pág. 169. No original: “We will assume the definition of ‘direct consequence’ to be stated in the following form: ‘A1 is called a direct consequence of K1 in S if: (1) A1 and every expression of K1 has one of the following forms: ... ; and (2) A1 and K1 fulfill one of the following conditions: ...’. The definition thus contains under (1) the formation rules and under (2) the transformation rules of S”.

²³³ Em princípio, segundo o *Princípio de Tolerância*, seria possível adotar versões indefinidas também para as regras de formação. Carnap, porém, não vê nenhuma motivação para esse procedimento que, ao contrário, parece apenas trazer complicações desnecessárias.

Uma regra de transformação permite a derivação de uma conclusão C a partir de um conjunto K de premissas. Podemos chamar K de conjunto-base da derivação. Tradicionalmente, são admitidos apenas conjuntos-base com um número finito de premissas (no caso mais comum, apenas uma ou duas premissas). Uma regra indefinida de transformação, ao contrário, é uma regra que utiliza um conjunto-base com infinitas sentenças, ou seja, uma regra que pressupõe um conjunto infinito de premissas.

A introdução desse tipo de regra indefinida é uma inovação de Carnap em *LSL*²³⁴, e parece colocar problemas ao método sintático. Cabe perguntar: Qual a motivação para esse movimento de Carnap? A motivação central, como fica claro na seção 34a de *LSL* (“*Incomplete and Complete Criteria of Validity*”), havia sido fornecida pelo primeiro Teorema de Incompletude de Gödel, cujas exatas implicações Carnap esteve entre primeiros a compreender²³⁵. O que esse teorema havia demonstrado? Ele havia demonstrado que, ao contrário do que esperavam os fundadores da lógica contemporânea, o conjunto completo das sentenças aritméticas verdadeiras (sentenças verdadeiras acerca dos números naturais) não poderia ser demonstrado dentro dos sistemas formais até então considerados. Gödel conseguira mostrar que seu resultado valia, de fato, para uma classe bastante ampla de sistemas formais (*Principia Mathematica und verwandte Systeme*: o sistema dos *Principia* e outros sistemas aparentados). Essa classe incluía, certamente, todos os sistemas formais dotados de regras definidas de transformação, baseadas em um conjunto-base finito de premissas.

Eis então a motivação de Carnap. Ele desejava resgatar o logicismo da situação incômoda em que este se encontrava após os resultados de Gödel. Desejava mostrar que sistemas completamente formalizados de lógica poderiam, sim, captar adequadamente o

²³⁴ Segundo Carnap, alguns autores – e ele cita nominalmente Hilbert e Herbrand – já haviam esboçado esse tipo de regra de transformação, indefinida, para tratar problemas lógicos específicos de seus sistemas. Nenhum deles, no entanto, teria se preocupado em realizar uma análise abrangente da estrutura, admissibilidade e conseqüências dessas regras, para determinar seu papel geral dentro de um cálculo formal, razão pela qual tais tentativas permaneciam ainda muito incipientes (cf. *LSL*, pág. 173).

²³⁵ A esse respeito, vale a pena citar a observação precisa de Coffa: “É irônico que a filosofia sintática de Carnap seja considerada, algumas vezes, como refutada pelas descobertas de Gödel que, assim se diz, estabeleceram a necessidade de ir além da sintaxe. De fato, as descobertas de Gödel foram o fator decisivo que determinou tanto os problemas técnicos com que Carnap teve de lidar como suas soluções para eles. Longe de ter sido escrito na ignorância dos resultados de Gödel, a *LSL* de Carnap foi inspirada por uma apreciação do significado do trabalho de Gödel que, na época, apenas um punhado de lógicos poderia igualar”. [Coffa, 1987]: pág. 548. No original: “It is ironic that Carnap’s syntactical philosophy is sometimes thought to be refuted by Gödel’s discoveries which, we are told, establish the need to go beyond syntax. In fact, Gödel’s discoveries were the decisive factor in determining both the technical problems that Carnap faced and his solutions for them. Far from having been written in ignorance of Gödel’s results, Carnap’s *LSL* was inspired by an appreciation of the significance of Gödel’s work that only a handful of logicians could match at the time.”

conceito de “verdade aritmética” – desde que se estendesse adequadamente o próprio conceito de “sistemas formais”. Em *LSL*, portanto, Carnap propõe-se mostrar a admissibilidade de uma nova classe de sistemas formais – cujo estudo sistemático ele era o primeiro a sugerir – para os quais a incompletude detectada por Gödel não valeria. Sua solução, justamente, são as regras indefinidas de transformação, baseadas em conjuntos infinitos de premissas.

Examinemos agora o problema da admissibilidade desse tipo de regra. Uma regra de transformação, como regra sintática, deve fazer referência apenas a símbolos e seqüências de símbolos. Sua forma geral é algo como: a partir de premissas em que determinados símbolos aparecem em determinada ordem, pode-se extrair uma sentença em que determinados símbolos aparecem em determinada ordem. O caráter sintático da regra, assim, parece pressupor a possibilidade de inspecionar as premissas e a conclusão, para verificar-lhes e comparar-lhes o modo de composição simbólica. Esse parece ser o próprio cerne do método sintático-formal, como método de conhecimento simbólico maximamente objetivado.

No caso de regras definidas de transformação, seu caráter sintático parece plenamente garantido. Havendo um número finito de premissas, é sempre possível inspecionar cada uma delas, bem como a conclusão, para determinar a aplicabilidade ou não da regra em questão. No caso das regras indefinidas de transformação, o mesmo parece não acontecer. De fato, como inspecionar um número infinito de premissas, para determinar a aplicação da regra? Ao admitir regras indefinidas de transformação, Carnap parece estar violando os pressupostos mais fundamentais do sistema de análise lógica que pretende erigir.

Acreditamos, porém, que a situação não é tão problemática quanto ameaçava ser, e que a aceitação desse tipo de regra por Carnap, segundo a definição que estamos examinando, pode ser posta em pleno acordo com sua concepção acerca do método sintático. Examinemos atentamente o caso. Da maneira mais geral possível, pode-se dizer que o método sintático repousa sobre: a) a possibilidade de instituir símbolos e agrupá-los em diferentes classes; b) a possibilidade de descrever seqüências de símbolos; c) a possibilidade de comparar as seqüências de símbolos assim descritas. Fixado esse ponto, não teremos dificuldade em verificar que a formulação de regras indefinidas não envolve, em princípio, nenhuma ab-rogação da abordagem sintática.

O problema parece estar no conjunto-base da transformação, que contém um número infinito de premissas. Contudo, o número de premissas não é, do ponto de vista sintático, o verdadeiro problema. O problema reside na possibilidade de descrever um conjunto desse tipo, ou seja, na possibilidade de descrever adequadamente certo conjunto infinito de expressões. Tomemos o exemplo mais simples (que é também o exemplo mais típico, na medida em que precisamente algo desse tipo aparece na demonstração do teorema de Gödel). Seja um predicado numérico P da linguagem formal em questão. Suponhamos agora uma regra de transformação que tome, como conjunto-base de uma inferência, o conjunto infinito de premissas $K_P = \{P(0), P(1), P(2), \dots, P(n), \dots\}$, para extrair a conclusão “ $\forall x P(x)$ ”. Esse conjunto-base, K_P , pode também ser descrito assim: $K_P = \{P(n)\}$ ²³⁶, em que n é qualquer número natural. Nesse caso, temos que: 1) dada uma seqüência qualquer de símbolos da linguagem, é facilmente determinável se essa seqüência pertence ou não a K_P ; e 2) é igualmente trivial constatar (por meio das regras de formação da linguagem) que cada uma das expressões que fazem parte de K_P é uma sentença da linguagem, ou seja, tem a forma sintática de uma sentença. Segue daí que K_P é um conjunto perfeitamente bem descrito de sentenças da linguagem.

A objeção, porém, poderia continuar na seguinte linha: Embora K_P seja um conjunto suficientemente bem descrito, a aplicabilidade da regra em casos concretos não está sempre bem determinada. Mas qual a forma exata dessa objeção? Em certo sentido, se o conjunto está bem descrito, então a aplicação da regra está bem determinada: sempre que o conjunto K_P estiver disponível como premissa, a conclusão C pode ser derivada. A única hipótese que se abre para objetar à aceitação das regras indefinidas, então, é contestar a possibilidade de ter todas as sentenças do conjunto K_P , infinito como é, disponíveis como premissa. Mas também aí a objeção não se sustenta. Por um lado, porque o conjunto infinito K_P pode ser dado como premissa (ao menos) de duas

²³⁶ A maneira de descrever uma classe de sentenças consiste no fornecimento de sua forma sintática comum. A esse respeito, Carnap escreve: “Mas uma classe pode ser de tal natureza que não possa ser exaurida por meio de uma série finita. (Pode então ser chamada de classe infinita; ...) Uma classe de expressões é dada por meio de uma determinação sintática (...) da forma das expressões. Por exemplo, por meio de qualquer esquema de sentenças primitivas uma classe infinita de sentenças é determinada de modo definido. Falar de classes de expressões é apenas uma maneira mais conveniente de falar de formas sintáticas de expressões.” (destaque do autor) *LSL*: pág. 37. No original: “But a class can be of such a nature that it cannot be exhausted by means of a finite series. (It may then be called an *infinite* class; ...) A class of expressions is given by means of a syntactical determination (...) of the form of the expression. For instance, by every schema of primitive sentences an infinite class of sentences is definitely determined. To speak of classes of expressions is only a more convenient way of speaking of syntactical forms of expression.”

maneiras diferentes: I) as sentenças de K_P podem ser postas, todas elas, como sentenças primitivas da linguagem (e não há nenhum mistério na possibilidade de se indicar um número infinito de sentenças como primitivas, por meio de uma forma comum; da mesma como é possível descrever o conjunto K_P , é possível postular as sentenças de K_P como primitivas); II) é possível também demonstrar todas as infinitas sentenças de K_P , por meio de um esquema de demonstração (recurso muito comum na manipulação de qualquer sistema formal). Por outro lado, porque a aplicabilidade de uma regra não requer que as premissas sejam efetivamente demonstradas como teoremas do sistema. Seja, por exemplo, Ferm a sentença que afirma o Teorema de Fermat, e Gold a sentença que afirma a conjectura de Goldbach. A regra que indica a possibilidade de derivar “Ferm & Gold” a partir de Ferm e de Gold não depende minimamente, para a admissibilidade de sua instituição, da possibilidade anterior de se provar Ferm e Gold dentro do sistema.

As considerações precedentes mostram o seguinte: O novo tipo de regra considerado por Carnap – as regras indefinidas de transformação, definidas como regras com um número infinito de premissas – é perfeitamente admissível dentro dos pressupostos de uma sintaxe plenamente formal. O requisito essencial para sua admissibilidade deveria ser o mesmo que para as regras definidas: a possibilidade descrever adequadamente o conjunto-base da transformação. Essa, pelo menos, parece ser a única maneira coerente de compreender a situação, diante das exigências do método formal. O próprio Carnap, no entanto, oscila com relação a esse ponto. Consideremos, por exemplo, as seguintes passagens, extraídas de sua discussão acerca da obtenção de um critério de validade para as sentenças da matemática:

“Podemos estabelecer um critério de validade que, embora ele próprio indefinido, seja baseado em regras definidas. Esse é o tipo de método usado em todos os modernos sistemas que buscam criar uma fundação lógica para a matemática (...). (...) Nas regras de inferência aparece apenas um número finito de premissas (usualmente uma ou duas). (...) É comum construir as regras de tal maneira que o termo ‘diretamente derivável’ seja sempre um termo definido; isso que dizer que em cada caso individual pode ser decidido se se está ou não diante de uma instância de sentença primitiva – ou da aplicação de uma regra de inferência, respectivamente. (...) Como não está fixado nenhum limite ao

*comprimento das cadeias de derivação, os termos mencionados [derivável, demonstrável etc.], embora baseados no termo definido ‘diretamente derivável’, são eles próprios indefinidos.”*²³⁷ (colchetes meus; sublinhados meus)

Pouco depois, após constatar que essa estratégia havia sido colocada em xeque pelos resultados de Gödel, ele observa:

*“Para alcançar um critério completo, somos então forçados a renunciar ao caráter definido, não apenas do próprio critério, mas também dos passos individuais da dedução. (...) Um método de dedução que depende de passos individuais indefinidos, e no qual o número de premissas não precisa ser finito, nós chamamos de método de consequência ou c-método. No caso de um método desse tipo, nós operamos, não com sentenças, mas com classes sentenciais, as quais também podem ser infinitas.”*²³⁸ (destaques do autor; sublinhados meus)

Nas passagens acima, vemos Carnap oscilar entre duas maneiras de descrever as regras indefinidas de transformação. De um lado, a consideração acerca do número de premissas: regras indefinidas poderiam contar com um número infinito delas. De outro lado, uma idéia não suficientemente explicitada acerca da possibilidade de *decidir* a aplicabilidade de uma regra diante de cada caso concreto: regras indefinidas não gozariam dessa propriedade. Essa segunda concepção, porém, nos parece difícil de harmonizar com os pressupostos do método sintático. Aparentemente, ela equivale a aceitar, não apenas regras de transformação com um número infinito de premissas, mas regras em que esse número infinito de premissas não admitiria uma descrição

²³⁷ LSL: pág. 99. No original: “We may set up a criterion of validity which, although itself indefinite, is yet based upon definite rules. Of this kind is the method that is used in all modern systems which attempt to create a logical foundation for mathematics (...). (...) In the rules of inference only a finite number of premisses (usually only one or two) appear. (...) It is usual to construct the rules in such a way that the term ‘directly derivable’ is always a definite term; that is to say, that in every individual case it can be decided* whether or not we have an instance of a primitive sentence – or of the application of a rule of inference, respectively. (...). Since no upper limit to the length of a derivation-chain is determined, the terms mentioned, although they are based upon the definite term ‘directly derivable’, are themselves indefinite.”

²³⁸ LSL: pág. 100. No original: “In order to attain completeness for our criterion we are thus forced to renounce definiteness, not only as a criterion itself but also for the individual steps of the deduction. (...) A method of deduction which depends upon indefinite individual steps, and in which the number of premisses need not be finite, we call a *method of consequence* or a *c-method*. In the case of a method of this kind, we operate, not with sentences but with sentential classes, which may also be infinite.”

diretamente sintática (por meio de formas sintáticas). Não é sem motivo que Carnap quer manter aberta também essa possibilidade. De fato, na parte III do livro, em que constrói a linguagem formal II (suficiente para expressar toda a matemática clássica), Carnap oferece um critério de validade completo para as sentenças da matemática. Esse critério, porém, não é fornecido sob a forma de regras diretamente sintáticas. É fornecido sob a forma de regras semânticas – equivalentes à interpretação das sentenças aritméticas da linguagem II em um modelo *standard* dos números naturais –, de forma muito similar à que seria sistematizada por Tarski por meio da teoria de modelos. O que Carnap obtém, portanto, não é tanto um critério sintático de validade para as sentenças matemáticas, mas a descrição semântica (bastante precisa e correta) do conceito de verdade aritmética (no modelo *standard*). A falha em perceber essa distinção é um dos maiores fracassos de *LSL*. Voltaremos a esse assunto na seção 3.6. abaixo, particularmente em 3.6.2.

3.4.2. O conceito de consequência e o c-método

Nas abordagens tradicionais, uma sentença C é dita “derivável” a partir de um conjunto K de premissas se existir, no formalismo em questão, uma cadeia de derivação que conduza até a sentença C , utilizando (possivelmente) as sentenças de K como base para as regras de transformação. Uma cadeia de derivação é composta pela aplicação sucessiva das regras de transformação sobre as sentenças primitivas do sistema e, no caso, sobre as sentenças de K . Como as regras de transformação são todas definidas – e utilizam, portanto, um número sempre finito de premissas – esse conceito de derivabilidade não oferece grandes problemas.

Situação diversa surge quando se admitem regras indefinidas de transformação, baseadas em um conjunto-base infinito de premissas. A noção de derivabilidade, então, não pode mais ser definida de maneira tão simples. Por isso, Carnap substitui-a pelo conceito de “consequência”, que ele define assim:

*“No que segue os K serão sempre classes sentenciais. C_1 [uma sentença] é dita uma **consequência** de K_1 se C_1 pertence a toda classe sentencial K_i que satisfaça as seguintes duas condições: 1. K_1 é uma subclasse de*

K_i ; 2. Toda sentença que seja consequência direta de uma subclasse de K_i pertence a K_i .”²³⁹ (destaque, em negrito, do autor; colchetes meus)

Devemos comparar essa definição, em seus aspectos mais relevantes para uma teoria formal, com a definição usual de derivabilidade. Para que uma sentença C seja dita derivável a partir de um conjunto K de premissas, é necessário que haja uma cadeia de derivação que leve de K a C . Uma cadeia de derivação é um objeto simbólico bem determinado: uma seqüência de expressões e, portanto, uma seqüência de símbolos (acrescidos de uma “marca” extra que separa uma expressão da outra). Como objeto simbólico, mais ainda, sua natureza é – para usar o termo de Carnap – definida: diante de cada caso concreto é possível determinar, segundo um procedimento bem definido e realizável em um número finito de passos, se a seqüência em questão é ou não uma cadeia de derivação da linguagem, isto é, se é ou não composta pela aplicação sucessiva das regras definidas de transformação.

Já a noção de consequência, da maneira como definida por Carnap, deixa de ter, como sua correlativa, um objeto simbólico bem determinado (como era a cadeia de derivação para a noção de derivabilidade). Quando uma sentença C é consequência do conjunto K , não há (no caso geral) nenhum objeto simbólico que possa ser exibido e verificado como garantidor da relação. Essa é uma distinção importante entre as duas noções, que leva Carnap a colocá-las em patamares teóricos completamente distintos. De fato, ele chama o método baseado em regras definidas de transformação de “método de derivação”, ou “d-método”. Já o método baseado em regras indefinidas de transformação e na correspondente noção estendida de consequência ele chama de “método de consequência”, ou “c-método”.

A diferença entre ambos parece-lhe essencial a seu projeto, que pode ser descrito como uma tentativa de estender os métodos lógico-formais para alcançar os seguintes dois objetivos principais, um geral e outro específico. *Objetivo geral*: atingir o tratamento mais amplo possível para o método sintático formal que Carnap considera o mais apto, pela objetividade inerente à manipulação simbólica, a realizar as análises lógicas que ele considera tarefa primordial da filosofia. *Objetivo específico*: resgatar o logicismo das limitações detectadas pelo Teorema de Gödel, o que significa também

²³⁹ LSL: pág. 172. No original: “In what follows the K are always sentential classes. C_1 is called a **consequence** of K_1 , if C_1 belongs to every sentential class K_i satisfying the following two conditions: 1. K_1 is a sub-class of K_i ; 2. Every sentence which is a direct consequence of a sub-class of K_i belongs to K_i ”.

mostrar concretamente as novas possibilidades desse método formal estendido, que se revelaria suficiente para lidar com a matemática.

Somente o c-método, baseado nas novas regras indefinidas de transformação, parece-lhe capaz de alcançar os objetivos traçados. Por isso, Carnap escreve:

*“No tratamento das linguagens I e II nós introduzimos o termo ‘conseqüência’ somente nos estágios mais avançados. Do ponto de vista sistemático, porém, ele é o começo de toda sintaxe. Se, para uma linguagem qualquer, o termo ‘conseqüência’ for estabelecido, então tudo o que pode ser dito a respeito das conexões lógicas dentro desta linguagem já está, deste modo, determinado.”*²⁴⁰ (destaque do autor)

A despeito da importante diferença entre os dois métodos sintáticos, o usual e o estendido, e de seu diferente alcance, gostaríamos de chamar a atenção para uma semelhança fundamental entre eles, do ponto de vista de uma teoria geral do método formal. Na verdade, trata-se de uma mitigação, ou suavização, da diferença apontada. Embora, no método de derivação, corresponda um possível objeto simbólico, plenamente inspecionável, a qualquer relação lógica de derivação entre sentenças e premissas, do ponto de vista da teoria do sistema, esse objeto não precisa ser exibido. A categoria central dessa teoria é dada pelo conceito de “derivabilidade”, e uma sentença é dita *derivável* (com atenção para o sufixo) a partir de um conjunto de premissas sempre que *existir* uma cadeia de derivação, como objeto, agora sim, “ideal”. No entanto, como já vimos desde o capítulo anterior, em nossa análise das *Untersuchungen*, essa idealidade nada tem de misteriosa: ela se revela como elemento da estrutura da metalinguagem (e, em última instância, da linguagem de comunicação), e diz respeito à aceitação do princípio do terceiro excluído com relação à negação. O ponto importante é que, independentemente da capacidade de exibir, em cada caso concreto, uma cadeia de derivação (ou uma demonstração, que também seria metalingüística, de que tal cadeia não existe), supõe-se que ou essa cadeia existe, ou não existe: ou uma sentença é derivável a partir de outras, ou não é.

²⁴⁰ LSL: pág. 168: “In the treatment of Languages I and II we introduced the term ‘consequence’ only at a late stage. From the systematic standpoint, however, it is the beginning of all syntax. If for any language the term ‘consequence’ is established, then everything that is to be said concerning the logical connections within this language is thereby determined.”

O mesmo vale, nesse sentido, para o método de consequência. Uma sentença é consequência de um conjunto de premissas se certa condição for atendida. Essa condição é apresentada como um estado objetivo das possibilidades combinatoriais do conjunto de símbolo da linguagem. Independentemente da capacidade de verificar, em cada caso concreto, se essa condição é ou não atendida²⁴¹, tal condição pode igualmente ter sua “idealidade” traduzida, na metalinguagem, pelo princípio do terceiro excluído: ou a condição é satisfeita, ou não.

Carnap, de toda maneira, considera o método de consequência como o método fundamental para seus propósitos. A partir dele, estabelece novos conceitos fundamentais para a sintaxe geral: os chamados “c-conceitos” (correspondentes ao c-método). Todos esses conceitos aparecem como contrapartida de um “d-conceito” (conceitos tradicionais do d-método). Por isso, examinaremos aos pares os principais dentre esses conceitos²⁴². Abaixo, aparece na frente sempre o conceito tradicional, seguido do conceito mais geral:

Derivável; consequência: Uma sentença C é derivável a partir de um conjunto K de premissas de puder ser exibida uma cadeia de derivação, restrita a regras definidas de transformação, entre K e C; uma sentença C é dota consequência de um conjunto K de premissas de forem atendidas as duas condições mencionadas na citação acima, referentes ao uso de regras indefinidas de transformação.

Demonstrável; válida: Uma sentença C é demonstrável de for derivável a partir do conjunto vazio de premissas (decorrer somente das regras do sistema, incluídas suas sentenças primitivas); uma sentença C é válida se for consequência do conjunto vazio de premissas.

Refutável; contraválida: Uma sentença C é refutável se sua negação for demonstrável; uma sentença C é contraválida se sua negação for válida.

Resolúvel; determinada: Uma sentença C é resolúvel se for demonstrável ou refutável; uma sentença C é determinada se for válida ou contraválida.

²⁴¹ De resto, a possibilidade de verificar essa condição em um caso concreto não está excluída. A possibilidade de reconhecer, em um caso concreto, que certa condição objetivamente expressa foi atendida é a base da defesa que Carnap realiza, na seção 43 de *LSL* (“*On the Admissibility of Indefinite Terms*”), da admissibilidade de termos indefinidos em sintaxe. O reconhecimento de que a condição foi atendida pode assumir diferentes formas, até mesmo a exibição de uma demonstração formal (Carnap menciona expressamente esse caso). Essa demonstração formal de que certa condição foi atendida – cadeia de derivação que termine na sentença que afirme o atendimento da condição – é um novo objeto simbólico, esse sim inspecionável, mas cuja ligação com a condição original é apenas indireta.

²⁴² Uma tabela completa com esses pares de conceitos é fornecida na pág. 183 de *LSL*.

Irresolúvel; indeterminada: Uma sentença C é irresolúvel se não for a resolúvel, ou seja, se não for nem demonstrável, nem refutável; uma sentença C é indeterminada se não for determinada, ou seja, se não for nem válida, nem contraválida.

Todos esses conceitos, que estão entre os mais importantes da sintaxe geral, dizem respeito à posição de uma sentença com relação à estrutura dedutiva da linguagem. Em certo sentido, eles fazem a ligação entre as regras de formação, que determinam a classe das sentenças que podem ser formuladas na linguagem, e as regras de transformação, que determinam um tipo específico, mas absolutamente fundamental, de relação entre sentenças (as relações dedutivas).

A respeito desses conceitos, vale ainda fazer uma importante observação, à qual retornaremos reiteradas vezes ao longo das próximas seções: *Eles não têm nenhum valor absoluto, externo à estrutura de uma particular linguagem.* Uma sentença é válida, contraválida ou indeterminada sempre em relação a uma linguagem. Trata-se de um fato puramente combinatorial, a respeito dos possíveis arranjos de símbolos em determinado cálculo formal.

3.4.3. Termos lógicos e termos descritivos; regras lógicas e regras físicas

Uma das tarefas mais interessantes realizadas por Carnap em sua sintaxe geral é a separação entre termos lógicos e termos descritivos de uma linguagem. Antes de indicar o modo como Carnap trata esse assunto, porém, é importante fixar seus objetivos ao fazê-lo e, mais ainda, o particular espírito de sua abordagem. Nessa tarefa, começaremos a insistir sobre um tema que reaparecerá sucessivas vezes nas próximas seções, e que consideramos fundamental para estabelecer o significado de *LSL* como obra de filosofia lógica, na medida em que se relaciona diretamente ao Princípio de Tolerância.

O ponto central é este: *Carnap não atribui nenhum sentido absoluto à distinção que deseja traçar entre termos lógicos e termos descritivos dentro de uma particular linguagem formal* (entre as muitas que podem ser livremente construídas, segundo o método sintático). Posto ainda de outra maneira: as *categorias “termo descritivo” e “termo lógico” são categorias da teoria geral dos sistemas formais, e não categorias da própria lógica, muito menos da realidade.*

Para Carnap, a tarefa central da filosofia seria a clarificação de conceitos. Essa opinião acompanhou-o por toda vida. Seu esforço assume sempre – como já observamos desde *Der Raum* – a seguinte forma: diante de um conceito ambíguo ou impreciso da linguagem ordinária, trata-se de obter, por meios lógicos mais rigorosos, um conceito (ou vários conceitos) mais claro e exato que possa exercer o mais adequadamente possível funções semelhantes²⁴³. No caso de *LSL*, mais ainda, essa tarefa é realizada segundo um plano bem estabelecido: o plano sintático.

No caso em questão, esse é novamente o ponto de partida. Carnap observa que, ao se lidar com a linguagem, é comum considerar alguns termos como “lógicos”, e outros como “descritivos”. Na verdade, essa é uma distinção muito usual, não tanto na linguagem ordinária, como na linguagem técnica dos próprios lógicos quando tratam de sua matéria. Nas formalizações típicas da nova lógica simbólica, de fato, a distinção entre esses dois tipos de termos é moeda corrente²⁴⁴. Contudo, Carnap considera que, na ausência de uma teoria sintática precisa, a distinção apresentava-se de modo pouco claro, pois dependia de considerações “materiais” acerca do suposto significado dos termos:

*“Se uma interpretação material é dada para uma linguagem S, então os símbolos, expressões e sentenças de S podem ser divididos em lógicos e descritivos, i.e. aqueles que têm um significado puramente lógico, ou matemático, e aqueles que designam algo extra-lógico, como objetos empíricos, propriedades empíricas etc. Essa classificação é não apenas inexata, mas também não-formal, e portanto não é aplicável em sintaxe.”*²⁴⁵

Como a sintaxe pura é o verdadeiro método da lógica formal, qualquer conceito lógico, para alcançar o rigor necessário, tem de ser formulado como conceito puramente

²⁴³ Essa mesma abordagem irá acompanhá-lo até sua última grande obra, *Logical Foundations of Probability* ([Carnap, 1962]), em que examina o conceito impreciso e ambíguo de “probabilidade”, tal como usado comumente, para indicar três conceitos diferentes, rigorosamente formulados, que se encontrariam misturados por trás do conceito usual. O paralelo com *Der Raum* não deixa de ser impressionante.

²⁴⁴ Pode-se argumentar que a distinção é corrente desde o início da lógica formal com Aristóteles, e que se constitui o próprio coração do projeto de formalização lógica.

²⁴⁵ *LSL*: pág. 177. No original: “If a material interpretation is given for a language S, then the symbols, expressions, and sentences of S may be divided into logical and descriptive, i.e. those which have a purely logical, or mathematical, meaning and those which designate something extra-logical – such as empirical objects, properties, and so forth. This classification is not only inexact but also non-formal, and thus is not applicable in syntax”.

sintático. É o que Carnap faz, então, com relação ao conceito de “termo lógico” e “descritivo”. Como ele faz isso?

Carnap parte da seguinte constatação: termos lógicos, quando combinados entre si para formar uma sentença, deveriam resultar em uma sentença determinada. Aí reside a própria idéia de separar termos lógicos de termos descritivos: enquanto os últimos descrevem algum domínio empírico, e por isso mesmo estão associados a sentenças empíricas indeterminadas, os primeiros estão associados a sentenças lógicas, cuja validade deveria independe de qualquer observação. Essas considerações ainda não fornecem, obviamente, a desejada definição formal; apenas indica o caminho para procurá-la.

Vamos verificar o exato caminho de Carnap. Uma linguagem *L* é dada, com seus símbolos e suas regras de consequência direta (regras de formação e regras de transformação). A princípio, embora os símbolos estejam divididos em categorias sintáticas que permitem a formulação das regras, não há símbolos lógicos e símbolos descritivos. Quanto a esse aspecto, todos estão em pé de igualdade. Também não há sentenças lógicas e sentenças descritivas. As regras de formação apenas indicam o modo formal de composição das sentenças, mas não traçam, em si mesmas, distinção entre tipos de sentença. Isso deve ser trabalho da análise lógica da linguagem como um todo. Assim, as divisões relevantes entre tipos de símbolos, tipos de termos, tipos de expressão, tipos de sentença, devem resultar todas do exame, por meios sintáticos, da estrutura lógica que as regras de consequência determinam para a linguagem.

Já vimos, na seção anterior, que das regras de uma linguagem resulta uma primeira – e absolutamente essencial – classificação de suas sentenças. Já observamos também que as expressões que *desejariamos chamar* de “lógicas” devem ter alguma relação privilegiada com as sentenças determinadas da sentença, ou seja, com aquelas sentenças que resultam pura e simplesmente das regras de transformação da linguagem, sem a necessidade de introduzir nenhuma informação adicional, nenhuma observação externa ao sistema. Correspondentemente, as expressões que *desejariamos chamar* de descritivas devem ter alguma relação privilegiada com as sentenças indeterminadas, aquelas cujo status não fica determinado apenas pelas regras internas ao sistema, mas demandam a introdução de uma “descrição”: a relação do sistema com aquele domínio externo que ele visa descrever (para cuja descrição ele foi construído).

Está claro que termos que desejaríamos chamar de descritivos podem aparecer em sentenças determinadas da linguagem. Consideremos, por exemplo, um termo como “Azul” e uma sentença formal como “Azul(a) ou $\sim$ Azul(a)”. Em geral, gostaríamos de chamar o termo “Azul” de descritivo; na maioria das linguagens formais, por outro lado, a sentença indicada apareceria como sentença determinada (mais especificamente, como sentença válida, resultante simplesmente das regras de transformação do sistema). Da mesma maneira, é obviamente possível que um termo que desejaríamos chamar de lógico, como “&”, apareça em uma sentença que, na maioria das linguagens, seria uma sentença indeterminada, como “Azul(a) & Redondo(a)”.

Como encontrar, então, a relação privilegiada dos termos descritivos com as sentenças determinadas de uma linguagem? Para Carnap, a marca importante dos termos lógicos pode ser fixada da seguinte maneira: se uma sentença for composta *somente* por termos lógicos, então ela deve ser determinada (na medida em que não há nenhum termo descritivo para introduzir-lhe qualquer indeterminação). A definição de Carnap, tecnicamente bastante sofisticada (observamos que ela é oferecida para expressões em geral, e não somente para símbolos), é oferecida assim:

“Seja K_I [uma classe de expressões] o produto [intersecção lógica] de todas as classes expressionais K_i de S [uma linguagem] que satisfazem as seguintes quatro condições. (Na maioria das linguagens usuais existe apenas uma classe do tipo K_i ; essa é, então, K_I .)

- 1. Se A_I [uma expressão] pertence a K_i , então A_I não é vazia e existe uma sentença que pode ser subdividida em expressões parciais de tal modo que todas pertençam a K_i e uma delas seja A_I .*
- 2. Toda sentença que possa ser assim subdividida em expressões de K_i é determinada.*
- 3. As expressões de K_i são tão pequenas quanto possível, ou seja, não há nenhuma expressão que pertença a K_i e possa ser subdividida em diversas expressões de K_i .*
- 4. K_i é tão abrangente quanto possível, ou seja, não é uma subclasse própria de nenhuma classe que satisfaça tanto (1) como (2).*

*Uma expressão é dita **lógica** (A_I) se puder ser subdividida em*

*expressões de K_1 ; caso contrário, é dita **descritiva** (A_d).”*²⁴⁶ (destaque do autor; destaques, em negrito, do autor; colchetes meus)

Seguindo um procedimento semelhante, Carnap empreende a divisão das próprias regras (de transformação) da linguagem em regras lógicas e regras extra-lógicas (que ele irá chamar de “regras físicas”). Em princípio, ao se formular uma linguagem formal, não há distinção entre suas diferentes regras de transformação. Todas têm a mesma forma, descrita na seção anterior; e sua função sintática para a constituição da linguagem é exatamente a mesma: determinar a estrutura dedutiva do cálculo. Nada impede, porém, que um exame suficientemente perspicaz da articulação lógica do cálculo – vale dizer: de suas características combinatoriais – permita detectar diferentes características dessas regras, ou diferentes modos como elas se relacionam com as diferentes sentenças da linguagem.

A advertência, porém, tem de ser renovada: *Carnap não atribui à classificação das regras de transformação entre lógicas e físicas nenhum significado absoluto*. Uma regra de transformação não é lógica em si, senão por sua posição dentro de um cálculo formal; ela não é lógica porque algo na realidade a torne lógica, nem porque seu significado seja lógico. Em outras palavras: *Uma regra de transformação é dita lógica, dentro de certo cálculo formal, devido às características combinatoriais desse cálculo formal, livremente construído de acordo com o método sintático*. A classificação das regras corresponde, assim, a uma proposta de análise sintática da estrutura de diferentes cálculos. E o máximo que se pode dizer nesse sentido é: 1) a classificação busca capturar certas características sintáticas relevantes do cálculo; 2) a classificação busca corresponder a certa noção intuitivamente utilizada acerca dos diferentes tipos de regra de uma linguagem – noção essa cuja formalização pode revelar-se útil ao estudo dos diferentes tipos de cálculo simbólico e de sua aplicação.

A base intuitiva para a distinção *procurada* por Carnap é fácil de entender. Na maioria dos sistemas lógicos usuais, voltados como estão para questões lógicas e

²⁴⁶ LSL: págs. 177-8. No original: “Let K_1 be the product of all expressional classes K_i of S , which fulfill the following four conditions. (In the majority of the usual language-systems, there exists only one class of the kind K_i ; this is then K_1 .) 1. If A_1 belongs to K_i , then A_1 is not empty and there exists a sentence which can be sub-divided into partial expressions in such a way that all belong to K_i and one of them is A_1 . 2. Every sentence which can be thus sub-divided into expressions of K_i is determinate. 3. The expressions of K_i are as small as possible, that is to say, no expression belongs to K_i which can be sub-divided into several expressions of K_i . 4. K_i is as comprehensive as possible, that is to say, it is not a proper sub-class of a class which fulfils both (1) and (2). An *expression* is called **logical** (A_L) if it is capable of being sub-divided into expressions of K_1 ; otherwise it is called **descriptive** (A_d).”

matemáticas (esse é o caso, por exemplo, das duas linguagens que Carnap constrói em *LSL*, a I e a II), são adotadas regras de transformação de uma caráter que *desejariamos chamar* de “lógico”. Regras como: “a partir de ‘ $P(a) \rightarrow P(b)$ ’ podemos concluir que ‘ $\sim P(b) \rightarrow \sim P(a)$ ’”, e outras do gênero. Nada impede, porém, que se construa um sistema formal voltado a captar a estrutura de certa teoria científica, digamos a física newtoniana. Nesse caso, certos princípios da física newtoniana poderiam ser admitidos entre as regras de transformação do sistema, ao lado das regras de transformação “propriamente” lógicas. Novamente, seria desejável traçar uma distinção – se isso for possível por meios puramente formais – que corresponda, na medida do possível, a essa distinção intuitiva.

Carnap julga haver encontrado a distinção formal procurada. A base sintática para sua classificação serão os conceitos já obtidos de “expressão lógica” e “expressão descritiva” (o que inclui, como caso especial, os conceitos de “sentença lógica” e “sentença descritiva”). Vejamos como Carnap compreende a situação.

No caso das sentenças primitivas de uma linguagem formal, ele constata que uma sentença (primitiva) lógica corresponde sempre a uma regra de consequência que *desejariamos chamar* de lógica. No entanto, uma sentença descritiva (lembramos: descritiva *na maioria* das linguagens) como “ $\text{Azul}(a) \rightarrow [\sim \text{Azul}(a) \rightarrow \text{Azul}(b)]$ ”, a qual é aceita como primitiva na maioria dos sistemas lógicos formais (na linguagem I de Carnap, por exemplo), nem por isso parece corresponder a uma regra extra-lógica. Apesar do termo descritivo que figura nela, sua admissão depende de razões que também *desejariamos chamar* de lógicas. Por quê? A resposta de Carnap é: porque, embora “Azul” seja um termo descritivo, se o substituirmos por qualquer outro termo que possa aparecer na mesma posição, seja esse termo lógico ou descritivo, a sentença continua sendo uma sentença primitiva (a regra de consequência que a instituiu como primitiva institui todas as sentenças de mesma forma como primitivas). Essas considerações motivam a seguinte definição sintática:

“Seja C_2 [uma sentença] consequência de K_1 [uma classe sentencial] em S [uma linguagem]. Aqui, devemos distinguir três casos: 1. K_1 e C_2 são lógicos. 2. Expressões descritivas ocorrem em K_1 e em C_2 , mas somente

como símbolos não-definidos^{*}; aqui, dois casos adicionais devem ser distinguidos: 2a. Para qualquer K_3 e C_4 que sejam formados a partir de K_1 (ou C_2) pela substituição de todo símbolo descritivo de K_1 (respectivamente C_2) por uma expressão do mesmo gênero^{**}, e especificamente de símbolos iguais por expressões iguais, o seguinte é verdadeiro: C_4 é consequência de K_3 ; 2b. a condição mencionada não é satisfeita por todo K_3 e C_4 . 3. Em K_1 e C_2 ocorrem também símbolos descritivos definidos^{*}; sejam K_1' e C_2' construídos a partir de K_1 (respectivamente C_2) pela eliminação de todo símbolo descritivo definido (incluindo os que forem introduzidos como resultado de uma eliminação anterior); 3a. a condição dada em 2a. para K_1 e C_2 é satisfeita por K_1' e C_2' ; 3b. a condição mencionada não é satisfeita. Nos casos 1, 2a, 3a, dizemos que C_2 é uma **L-consequência** de K_1 ; nos casos 2b, 3b, dizemos que C_2 é uma **P-consequência** de K_1 . Assim é obtida a distinção formal entre L-regras e P-regras [regras lógicas e regras físicas].”²⁴⁷ (destaques, em negrito, do autor; colchetes meus²⁴⁸)

^{*} Não confundir a presente distinção “não definido” x “definido” (undefined x defined) com a distinção “indefinido” x “definido” (indefinite x definite). Aqui, trata-se da distinção usual entre termos primitivos de uma linguagem (não-definidos) e termos que foram introduzidos por definição (definidos).

^{**} Duas expressões são ditas “do mesmo gênero” quando puderem ser substituídas significativamente, uma pela outra, em qualquer sentença na qual uma das duas apareça. Em outras palavras, duas expressões são ditas “do mesmo gênero” quando, dada uma sentença qualquer em que uma delas apareça, a expressão obtida pela substituição dessa expressão pela outra continuar a ser uma sentença.

²⁴⁷ LSL: pág. 181. No original: “Let C_2 be a consequence of K_1 in S . Here three cases are to be distinguished: 1. K_1 and C_2 are logical. 2. Descriptive expressions occur in K_1 and in C_2 , but only as undefined symbols; here two further cases are to be distinguished: 2a. for any K_3 and C_4 which are formed from K_1 (or C_2) by the replacement of every descriptive symbol of K_1 (or C_2 respectively) by an expression of the same genus, and specifically of equal symbols by equal expressions, the following is true: C_4 is a consequence of K_3 ; 2b. the condition mentioned is not fulfilled for every K_3 and C_4 . 3. In K_1 and C_2 defined descriptive symbols also occur; let K_1' and C_2' be constructed from K_1 (or C_2 respectively) by the elimination of every defined descriptive symbol (including those which are newly introduced as the result of an elimination); 3a. the condition given in 2a. for K_1 and C_2 is fulfilled for K_1' and C_2' ; 3b. the said condition is not fulfilled. In cases 1, 2a, 3a, we call C_2 an **L-consequence** of K_1 ; in cases 2b, 3b, we call C_2 a **P-consequence** of K_1 . Thus the formal distinction between L- and P-rules is achieved.”

²⁴⁸ Podemos observar que há uma imprecisão na definição de Carnap. De fato, o que sua construção permite é estabelecer uma distinção entre os casos em que uma sentença C é consequência lógica ou física de uma classe K de sentenças. Ou seja: permite estabelecer a distinção entre a relação de consequência lógica e a relação de consequência física (uma relação que se verifica entre uma sentença e uma classe de sentenças), e não entre regras lógicas e regras físicas. Não é tarefa tão simples completar o seu critério (além disso, o problema não é unívoco: mais de uma solução poderia ser adotada). Aparentemente, o que Carnap deseja é algo como: Regras lógicas de transformação deveriam ser tais que, se só elas fossem utilizadas, permitiriam apenas relações de consequência lógica. A partir daí, poderíamos definir as regras lógicas de uma linguagem, à semelhança do que foi feito para definir as expressões lógicas, da seguinte maneira: como o maior conjunto de regras de transformação tais que, se consideradas apenas elas,

As distinções examinadas até agora se aplicam às expressões de uma linguagem (particularmente às suas sentenças) e às regras de transformação da linguagem. Todas foram obtidas de maneira puramente formal, ou seja, pelo meio de descrições sintáticas na metalinguagem. A partir delas, Carnap constrói alguns novos conceitos sintáticos, aplicáveis às próprias linguagens formais como um todo. Os mais importantes são:

Linguagens determinadas e indeterminadas: Linguagens determinadas são aquelas que somente apenas sentenças determinadas. Uma linguagem que contenha sentenças indeterminadas – ou seja, uma linguagem que não seja determinada – é dita uma linguagem indeterminada.

Linguagens lógicas e descritivas: Linguagens lógicas são aquelas que contêm somente expressões lógicas. Caso uma linguagem contenha também expressões descritivas, então é chamada de linguagem descritiva.

L-linguagens e P-linguagens: L-linguagens são aquelas que apresentam somente regras lógicas de transformação, ou seja, que utilizam somente L-regras. Caso uma linguagem contenha regras físicas de transformação – ou seja, caso contenha P-regras –, então é chamada de P-linguagem.

Com esse aparato conceitual, Carnap está apto a demonstrar uma série de teoremas. No que segue, indicamos apenas o enunciado de dois dentre os mais simples desses teoremas, a título meramente exemplificativo, para que se tenha uma idéia do tipo de resultado que Carnap esperava obter com seu método. Em geral, são resultados lógicos interessantes, que ajudam a esclarecer a relação entre diferentes aspectos de uma linguagem formal, bem como a estrutura lógica em geral dessas linguagens.

*“Teorema 50.1. Toda sentença lógica é determinada; toda sentença indeterminada é descritiva.”*²⁴⁹ (destaque do autor)

*“Teorema 51.1. Toda linguagem lógica é uma L-linguagem. O oposto não é, em geral, verdadeiro.”*²⁵⁰

nenhuma relação de consequência física existiria na linguagem. Não examinaremos, porém, os detalhes técnicos dessa questão.

²⁴⁹ LSL: pág. 179. No original: “**Theorem 50.1.** Every logical sentence is determinate; every indeterminate sentence is descriptive”.

²⁵⁰ LSL: pág. 181. No original: “**Theorem 51.1.** Every logical language is an L-language. The converse is not always true”.

Muitos dos teoremas mais interessantes, vale a pena observar, fazem uso ainda de outros conceitos que nós não examinaremos neste texto, como “dependência”, “compatibilidade”, “conteúdo”, “equipolência” (além da famigerada distinção entre sentenças “sintéticas” e “analíticas”, que examinaremos na próxima seção). Na próxima seção, passamos a analisar os dois conceitos mais célebres de *LSL*: analiticidade e sinteticidade (sentenças analíticas e sentenças sintéticas).

3.4.4. *Sentenças analíticas e sintéticas*

Feito o trabalho mais pesado na seção anterior, as definições de “sentença analítica”, “sentença contraditória” e “sentença sintética” podem ser oferecidas sem muita dificuldade. Elas aparecem como correspondentes dos conceitos “sentença válida”, “sentença contraválida” e “sentença indeterminada”, quando considerados apenas as regras lógicas de uma linguagem. Em geral, Carnap fala na L-sub-linguagem associada a uma linguagem, como aquela linguagem que tem as mesmas sentenças da linguagem original (as mesmas regras de formação), mas apenas suas regras lógicas de transformação. Os conceitos obtidos desse modo, pela consideração apenas da L-sub-linguagem de uma linguagem, podem ser indicados pelo acréscimo do prefixo “L-” ao conceito usual. Eis algumas definições, para facilidade de referência²⁵¹:

Sentenças analíticas: Uma sentença da linguagem L é dita analítica, ou L-válida, quando na L-sub-linguagem associada a L essa sentença for consequência do conjunto nulo de premissas, ou seja, se ela for consequência do conjunto nulo de premissas, quando consideradas apenas as regras lógicas de transformação da linguagem.

Sentenças contraditórias: Uma sentença da linguagem L é dita contraditória, ou L-contraválida, quando na L-sub-linguagem associada a L a negação dessa sentença for consequência do conjunto nulo de premissas, ou seja, se sua negação for consequência do conjunto nulo de premissas, quando consideradas apenas as regras lógicas de transformação da linguagem.

²⁵¹ No que segue, deixaremos de lado os d-conceitos correspondentes aos c-conceitos examinados. São eles: L-demonstrável, L-refutável; L-resolúvel; L-irresolúvel.

Sentenças L-determinadas: Uma sentença é dita L-determinada se for analítica ou contraditória, ou seja, se os recursos lógico-dedutivos da linguagem forem suficientes para determinar seu status dentro da linguagem.

Sentenças Sintéticas: Uma sentença é dita sintética se não for L-determinada, ou seja, se não for nem analítica, nem contraditória. Em outras palavras: uma sentença é sintética se os recursos lógico-dedutivos da linguagem não forem suficientes para decidir quanto a seu status dentro da linguagem.

Uma sentença analítica, portanto, é apenas um caso de sentença válida; e uma sentença sintética, apenas um caso de sentença indeterminada. Nas L-linguagens, de fato, os conceitos de validade e analiticidade, bem como os conceitos de indeterminação e sinteticidade, coincidem. Como examinamos na seção 3.4.2 acima, essas definições dependem apenas da definição de consequência (definição que “do ponto de vista sistemático (...) é o começo de toda sintaxe”), cuja admissibilidade nós também já examinamos.

Em geral, a divisão mais relevante – que é entre sentenças sintéticas e L-indeterminadas – corresponde apenas à divisão das sentenças de uma linguagem formal em duas classes disjuntas e exaustivas. Divisão que é feita com referência à estrutura sintática da linguagem. Segue daí que não há nada de misterioso na divisão. *Mais importante: não há nada nela que seja absoluto.* A insistência pode ser cansativa, mas neste ponto é indispensável. Segundo nossa opinião, residem aí os maiores equívocos na interpretação da filosofia de Carnap em *LSL*.

Não há, em LSL, nenhum conceito absoluto de analiticidade. Não há nenhum significado absoluto para a distinção entre sentenças sintéticas e analíticas. De maneira ainda mais específica: Não há nenhum valor *epistemológico* absoluto na distinção traçada, e *nem poderia haver* – pois a distinção é puramente sintática.

Esse é o ponto simples que Quine parece ter perdido, e que precisamos acentuar porque boa parte da crítica tradicional a Carnap, em linha com Quine, repousa justamente sobre esse equívoco. Como se sabe, a versão do projeto carnapiano oferecida em *Two Dogmas of Empiricism*²⁵² tornou-se a interpretação padrão de Carnap (e do empirismo lógico) para toda uma geração de filósofos, e até hoje exerce forte influência. Essa crítica, que chegou a ser apontada por muitos como definitiva, baseia-se na

²⁵² [Quine, 1951]

rejeição da distinção analítico/sintético como fundamento para a epistemologia, ou como uma distinção absoluta em epistemologia²⁵³.

Nada, porém, poderia estar mais distante do pensamento do autor de *LSL*. Carnap oferece a distinção analítico/sintético, não como distinção epistemológica, mas como distinção sintática. Isso em dois sentidos: 1) O fundamento da distinção não é a epistemologia; a epistemologia é, no máximo, sua motivação. As definições de Carnap, com efeito, não assumem a forma de condições epistemológicas, mas sim de condições combinatoriais entre símbolos. 2) O significado essencial da distinção não é epistemológico. Sua consequência não é indicar certas condições epistemológicas sob as quais sentenças devem ser vistas como empíricas ou não, como sintéticas ou analíticas. Sua consequência é indicar certas características especiais dos diferentes tipos de sentença de um cálculo formais.

É claro que boa parte da motivação para a distinção é epistemológica. Isso vale para quase todos os conceitos lógico-sintáticos, por meio dos quais se estudam as linguagens formais. Carnap é bastante explícito a esse respeito. A base para a formulação dos conceitos, como tivemos ocasião de ver em vários casos, é a constatação de certas distinções intuitivas entre a função epistemológica de termos, expressões e regras da linguagem científica. Distinções que a análise sintática busca tornar mais precisas, na medida em que as insere em um contexto lógico rigoroso. Contudo, longe de entronizar ou cristalizar essas distinções – de transformá-las em “dogma” –, o efeito da análise lógica proposta por Carnap consiste justamente em relativizá-las. Elas passam a ser relativas a cada uma das muitas linguagens possíveis. Em vez de baseadas em alguma circunstância absoluta, passam a ser vistas como simples características combinatoriais internas de diferentes linguagens, cujo único verdadeiro significado é sintático.

²⁵³ Quine abre seu ensaio da seguinte maneira: “O empirismo moderno foi condicionado, em larga medida, por dois dogmas. Um é a crença em certa ruptura fundamental entre verdades que são *analíticas*, ou baseadas em significados independentemente de questões de fato, e verdades que são sintéticas, ou baseadas em fatos. (...)” [Quine, 1951]: pág. 20. No original: “Modern empiricism has been conditioned in large part by two dogmas. One is the belief in some fundamental cleavage between truths which are *analytic*, or grounded in meanings independently of matters of fact, and truths which are *synthetic*, or grounded in fact. (...)”

Essa visão herdada de Quine, absolutamente dominante entre os anos 1950 e 1970, começou a se alterar um pouco a partir dos anos 1980, quando a obra de Carnap recebeu renovada atenção e passou, nas mãos de diversos estudiosos, por uma reavaliação que ainda está em curso (para citar apenas alguns entre os mais destacados estudiosos responsáveis por essa reavaliação: A. Coffa, W. Goldfarb, T. Ricketts, R. Creath, A. Carus e M. Friedman).

A relação entre análise formal e epistemologia, nesse sentido, é de tipo bem específico. Uma está a serviço da outra. Cálculos formais não são, em geral, construídos como meros jogos. Tipicamente, eles são utilizados para propósitos científicos: para a descrição de domínios empíricos e a formulação de correspondentes teorias científicas. Uma boa análise da estrutura lógica das diferentes linguagens usadas para expressar teorias científicas pode, então, propiciar grandes ganhos para a análise de questões epistemológicas. A análise lógica – e com ela a distinção analítico/sintético – adquire sua importância exatamente nesse contexto: ela é uma ferramenta da investigação científica na medida em que auxilia, por meio de classificações lógicas adequadas, na escolha da linguagem da ciência. Os critérios dessa escolha, porém, permanecem sempre científicos. A simples análise lógica não se baseia nem revela distinções epistemológicas fundamentais, nem sequer as admite; como ferramenta lógica, ela apenas pode ajudar a: 1) traçar distinções adequadas relativas à estrutura dos cálculos científicos; e 2) entender as consequências das distinções traçadas e do uso que se faz delas.

Carnap, na verdade, é muito claro com relação a esse ponto desde o início de *LSL*. Já no prefácio da obra ele indica o objetivo de suas investigações e a função geral que, segundo crê, a análise filosófica deve desempenhar:

*“O objetivo da sintaxe lógica é fornecer um sistema de conceitos, uma linguagem, com auxílio do qual os resultados da análise lógica possam ser formulados de maneira exata. A filosofia deve ser substituída pela lógica da ciência – ou seja, pela análise lógica dos conceitos e sentenças da ciência, pois a lógica da ciência não é nada mais que a sintaxe lógica da linguagem da ciência.”*²⁵⁴ (destaques do autor)

O objetivo da sintaxe lógica da linguagem, portanto, não é traçar distinções epistemológicas de valor externo a uma linguagem qualquer. Não é fazer nenhuma afirmação material a respeito de quais são (ou o quê são) as verdades baseadas em fatos, e quais são (ou o quê são) as verdades *a priori* baseadas em significado. Seu objetivo é apenas – por meio de uma análise lógica suficientemente rigorosa, possível somente em

²⁵⁴ *LSL*: pág. xiii. No original: “The aim of logical syntax is to provide a system of concepts, a language, by the help of which the results of logical analysis will be exactly formulable. *Philosophy is to be replaced by the logic of science* – that is to say, by the logical analysis of the concepts and sentences of science, for *the logic of science is nothing other than the logical syntax of the language of science.*”

relação a linguagens formais, e realizada por meio de um sistema conceitual apto à descrição desses cálculos – fornecer meios adequados para tratar essas questões, do ponto de vista formal. Seu método, então, permite: 1) Constatar que existem distinções relevantes com relação à função lógica de diferentes tipos de sentenças *dentro de um cálculo formal qualquer*; 2) Indicar quais as conseqüências de se adotar diferentes linguagens para a descrição de um domínio científico.

Quem consegue expor essa situação sob um prisma particularmente interessante e rico é M. Friedman. Ao examinar as críticas que Quine faz à filosofia de Carnap e, particularmente, as críticas dirigidas a *LSL*, Friedman observa:

*“Enquanto a epistemologia amplamente pragmática e holista que Quine desenvolve sob a rubrica de ‘empirismo sem os dogmas’ pretende ser um substituto, ou uma reinterpretação, daquilo que Quine acredita ser a epistemologia do empirismo lógico (i.e., do Aufbau), Carnap (a despeito das insistentes tentativas de Quine de associá-lo com variedades do fundacionismo epistemológico) está rompendo decisivamente com toda a tradição epistemológica. A lógica da ciência, no sentido de Carnap, não está de maneira alguma preocupada, quer em explicar, quer em justificar o conhecimento científico pela exibição de sua base última (o que quer que essa base possa ser). Está preocupada, em vez disso, em desenvolver uma nova função para a filosofia frente às ciências empíricas, que possa contribuir ao máximo para o progresso científico e, ao mesmo tempo, evitar todas as tradicionais discussões e obscuridades metafísicas que constituíram (e, segundo Carnap, continuam a constituir) sérios obstáculos ao progresso tanto da filosofia como das ciências.”*²⁵⁵

²⁵⁵ [Friedman, 2007]: pág. 12. No original: “Whereas the broadly pragmatic and holistic epistemology Quine develops under the rubric of ‘empiricism without the dogmas’ is intended as a replacement for, or reinterpretation of, what Quine takes to be the epistemology of logical empiricism (i.e., the *Aufbau*), Carnap (despite Quine’s persistent attempts to associate him with varieties of epistemological foundationalism) is breaking decisively with the entire epistemological tradition. The logic of science, in Carnap’s sense, is in no way concerned with either explaining or justifying scientific knowledge by exhibiting its ultimate basis (whatever this basis might be). It is concerned, instead, with developing a new role for philosophy vis-à-vis the empirical sciences that will maximally contribute to scientific progress while, at the same time, avoiding all the traditional metaphysical disputes and obscurities which constituted (and, according to Carnap, continue to constitute) serious obstacles to progress in both philosophy and the sciences”.

As considerações acima nos levam diretamente à questão da tolerância lógica e seu significado. É o assunto de que trataremos na próxima seção.

3.5. Tolerância lógica

Em mais de uma ocasião, ao longo deste trabalho, acompanhamos Carnap aproveitar-se de uma abordagem tolerante que poderia ser parafraseada assim: O mais importante não é a discussão acerca de qual, dentre dois ou mais conceitos, é o conceito *correto* de determinada área; nem a discussão acerca de quais conceitos são permissíveis, e quais devem ser eliminados. *O mais importante é a clarificação dos diferentes conceitos, o que só pode ser feito adequadamente por métodos formais (ou seja, pela inserção desses conceitos em sistemas formalizados), para que se conheça com a maior exatidão possível as possibilidades e implicações de sua aplicação.*

É precisamente dessa atitude tolerante, revelada desde *Der Raum*, que Carnap extrai – a afirmação pode parecer hiperbólica, mas acredito que seja justificada – toda a força de sua filosofia, incluindo as posições desenvolvidas após a rejeição da doutrina contida em *LSL*. Da formulação acima devemos destacar, para avaliá-los, os principais elementos:

1) Carnap acredita na clarificação conceitual como tarefa por excelência da filosofia. Trata-se de uma tarefa de enorme importância, na medida em que a utilização confusa de conceitos – situação mais do que usual na linguagem natural – conduz a sérios impasses no discurso teórico. Esse tipo de confusão conceitual não apenas pode tornar a discussão filosófica infrutífera, porque carente de qualquer critério razoável de

Friedman chama ainda a atenção para a seguinte passagem de *LSL*: “Nenhuma regra da linguagem da física é definitiva; todas as regras são estabelecidas com a reserva de que podem ser alteradas tão logo se torne oportuno (*expedient*) fazer assim. Isso se aplica não somente às P-regras, mas também às L-regras, incluindo as regras da matemática. A esse respeito, existem apenas diferenças de grau; é mais difícil renunciar a algumas regras do que a outras”. *LSL*: pág. 318 (sublinhado meu). No original: “No rule of the language of physics is definitive; all rules are laid down with the reservation that they may be altered as soon as it seems expedient to do so. This applies not only to the P-rules but also to the L-rules, including those of mathematics. In this respect, there are only differences of degree; certain rules are more difficult to renounce than others”.

O comentário imediato de Friedman acerca da referida passagem é: “Isso foi escrito, eu enfatizo, cerca de quinze anos antes da publicação de ‘Two Dogmas’.” [Friedman, 2007]: pág. 10. No original: “This was written, I emphasize, some fifteen years before the publication of Quine’s ‘Two Dogmas’.”

resolução para suas questões, mas freqüentemente resulta no bloqueio da própria descrição científica do mundo. Esse bloqueio nasce, sobretudo, da falta de clareza quanto à distinção entre a estrutura interna de um conceito (sua estrutura relativa ao sistema conceitual a que pertence), as imagens associadas à sua utilização, e as condições de sua aplicabilidade.

2) Carnap acredita que o método próprio para a classificação conceitual é o método formal. Aqui, devemos distinguir – ao menos a princípio – entre o que poderíamos chamar de “método formal em sentido amplo” e “método formal em sentido restrito”. Em sentido restrito, o método formal é aquele descrito em *LSL* como método *sintático*: um método estritamente vinculado à manipulação de símbolos em um sistema, ou cálculo, completamente regrado. A inflexibilidade na adesão a esse método, na medida em que é considerado como sintático, será abandonada por Carnap após *LSL*, para se tornar mais abrangente e incluir, por exemplo, uma semântica formal²⁵⁶. Em sentido ampliado, porém, o método formal jamais será abandonado por Carnap. Ele continuou sempre a acreditar que a clarificação de conceitos passava necessariamente por sua inserção em um quadro de análise mais rigoroso – substancialmente mais rigoroso – do que aquele permitido pela linguagem natural. Uma moldura teórica desse tipo poderia ser obtida apenas com auxílio de uma simbolização adequada e suficientemente regrada. Em outras palavras, Carnap permaneceu sempre fiel à crença de que o método simbólico de conhecimento, tal como exemplificado na matemática, teria de ser o método fundamental da ciência contemporânea, assim como de qualquer ciência mais sofisticada, desejosa de resultados que pudessem ser formulados de maneira minimamente objetiva. A objetividade, nesse sentido, estava para ele intimamente vinculada à possibilidade de manipular adequadamente um sistema simbólico (ver seção 3.1 acima).

3) Segue das considerações acima a maneira como Carnap vê, em *LSL*, a principal tarefa – ou uma das principais tarefas – da filosofia: a análise geral dos sistemas formais. Essa análise geral compreende dois aspectos diferentes: a) O estudo das condições de instituição de um cálculo. Isso corresponde, em certa medida, a uma teoria geral da manipulação simbólica, que deve indicar as condições mais gerais possíveis para a formulação de regras simbólico-formais (exemplos por excelência em

²⁵⁶ Uma semântica formal, no entanto, também se institui pela adesão ao método simbólico, ou seja, pela criação de formalismos simbólicos maximamente regrados.

LSL são as seções 41, 42, 43, 45, 46 e 47 da *Sintaxe Geral*, mas também seções como 4, 10, 26, 32). b) A elaboração de conceitos adequados à classificação dos diferentes tipos de sistema formal e à descrição de sua estrutura interna (exemplos por excelência em *LSL* são as seções 48 a 57 da *Sintaxe Geral*, mas também seções como 6, 34d, 34f, 34g).

4) Carnap acredita que a outra tarefa essencial da filosofia – além do estudo das condições para a elaboração das diferentes formalizações que tornam possível, em alguma medida, a objetivação do conhecimento – é um esclarecimento quanto às *condições gerais* de aplicabilidade dessas formalizações. Esse era o ensinamento mais profundo que ele havia encontrado em sua análise da ciência do espaço, ou seja, no estudo das transformações por que passara a geometria entre a segunda metade do século XIX e o início do século XX²⁵⁷. Em *LSL*, quase toda a parte V (“*Philophy and Syntax*”) contém considerações acerca desse tema. Ao distinguir entre modo formal e modo material de discurso, e ao apontar as dificuldades que podem surgir de uma confusão entre esses dois modos, Carnap não está fazendo nada mais do que analisar, em um contexto bastante geral, as possibilidades de interpretação dos sistemas formais, ou seja, as possibilidades de aplicação de um sistema formal à descrição de diferentes domínios.

Se examinarmos os quatro pontos fixados acima, podemos constatar o seguinte. O primeiro coloca certo objetivo bastante geral (e estaríamos quase propensos a dizer: uma esperança) para a análise filosófica – a clarificação conceitual. É possível discutir vários temas a esse respeito, principalmente dois: Se a filosofia limita-se à clarificação conceitual; e se a tarefa de clarificação conceitual é possível, em algum sentido relevante²⁵⁸. Mas é difícil negar que, se a clarificação conceitual for possível, então ela é um bom objetivo (ao menos um dos objetivos) a ser perseguido pela filosofia.

²⁵⁷ Como vimos no capítulo 1, parece-nos ser esse, justamente, o significado mais profundo da obra de Riemann.

²⁵⁸ Incidentalmente, esta nos parece uma das maiores dificuldades em que se vê envolvida a filosofia de Wittgenstein, tractariana ou madura. Embora se afirme constantemente pelo objetivo da clareza conceitual (veja-se o prefácio das *Bemerkungen*), essa filosofia não parece permitir essa clarificação em um de seus sentidos mais relevantes. Veja-se bem: O desejo wittgensteiniano de desfazer problemas falsamente criados pelo uso não suficientemente perspicaz da linguagem; a noção de que a linguagem, em algum momento, *deve tomar conta de si mesma* – essas são idéias extremamente valiosas, mas que não logram alcançar um segundo momento possível da análise filosófica. Esse segundo momento diz respeito à possibilidade de estudar sistematicamente, e também de propor, mecanismos de ampliação da linguagem, e de refinamento do aparato conceitual lingüístico. Um estudo sistemático da dinâmica de transformação da linguagem, e ainda por cima um estudo propositivo voltado à reforma da linguagem, é algo que parece bloqueado na perspectiva adotada por Wittgenstein. Carnap, por outro lado, certamente acreditava nessa possibilidade, e toda a sua filosofia dirige-se, em certo sentido, a efetivá-la. É

O segundo ponto acima determina uma abordagem geral para atingir esse objetivo: o método formal. Trata-se de uma abordagem cujo valor é sugerido pela consideração do grande sucesso alcançado pelas ciências marcadamente formais, como a matemática. Sua adoção liga-se em grande medida, já o observamos, à defesa do conhecimento simbólico. A respeito da posição assumida por Carnap em relação a esse tema, ainda diremos alguma coisa mais abaixo, na seção 3.5.5.

Em conjunto, os pontos 1 e 2 estabelecem um caminho para realizar filosofia. A marca distintiva do pensamento de Carnap, porém, nós encontraremos na passagem para 3 e 4, ou seja, na maneira específica como Carnap compreende a utilização do método formal. É aí que iremos encontrar sua Tolerância Lógica. O assunto pode ser mais bem compreendido se examinarmos, antes de qualquer outra coisa, aquilo que Carnap não tenta fazer. Há, de fato, duas coisas que ele – à diferença do que havia sido o caminho quase unânime de filósofos e cientistas – não tenta fazer.

3.5.1. Estruturas lógicas como espelho da realidade

Em primeiro lugar, Carnap não busca encontrar certo formalismo privilegiado capaz de espelhar a estrutura do mundo. Ou, para colocar a questão em termos ainda mais amplos: ele não tenta encontrar uma estrutura lógico-discursiva, ou estrutura conceitual, capaz de: a) capturar a estrutura da realidade; e/ou b) descrever *corretamente* o mundo; e/ou c) servir de instrumento para a *correta* descrição do mundo; etc.

Carnap abre mão desse tipo de tentativa por considerá-las, em todas as suas variantes, absolutamente desprovidas de sentido ou critério. Ao fazer isso, revela ter assimilado os ensinamentos de Kant de modo mais profundo do que a maioria dos filósofos. Com efeito, por trás de toda tentativa do tipo indicado, há o desejo de encontrar ou estabelecer certa isomorfia fundamental entre a estrutura lógica, que nos é dada e com a qual operamos, e algo – a realidade, o mundo, a substância última do mundo – que não nos é dado. Em outras palavras, tenta-se garantir a existência de alguma forma compartilhada entre nosso aparato conceitual e algo que, sendo externo a esse aparato, deveria servir-lhe de parâmetro: a realidade. Cria-se então um paradoxo:

exatamente essa constante tentativa de Carnap, de melhorar o acervo conceitual humano, o que leva um estudioso como A. Carus a detectar na filosofia de Carnap uma importante dimensão ética (cf. [Carus, 2007]).

Para que a realidade possa servir de parâmetro, ela tem de manter uma estrutura independente, tem de permanecer “externa” ao aparato conceitual. No entanto, para que a comparação possa ser feita, para que o parâmetro seja efetivado como parâmetro, é necessário acessá-lo, e isso significa: trazê-lo para dentro do sistema conceitual, internalizá-lo, desnaturá-lo como parâmetro.

Esse paradoxo Kant viu, e denunciou, com admirável clareza. Nem por isso alguns filósofos abandonaram a tentativa milenar de extrair conclusões baseadas em algum tipo de relação necessária entre mundo e linguagem, que tornaria possível a descrição do mundo e, em última instância, o próprio funcionamento da linguagem. São duas as direções que essas abordagens assumem. Em uma delas, tenta-se argumentar da realidade para a estrutura discursiva. Sua argumentação típica é: porque o mundo tem esta ou aquela característica, o discurso deve possuir (necessariamente) tal ou qual forma essencial (mínima). Na outra, tenta-se argumentar da estrutura discursiva para a realidade. Sua argumentação típica é: porque o discurso tem esta ou aquela forma, o mundo deve possuir (necessariamente) tal ou qual característica. Há ainda uma terceira forma de argumentação, híbrida, cuja direção não é muito bem definida (e que espera extrair dessa indefinição sua força): para que o discurso acerca do mundo possa funcionar, são necessárias certas características de ambos.

Carnap procede aqui da forma mais radical. Não há nenhuma relação intrínseca que se possa estabelecer entre a linguagem e aquilo que ela visa descrever. Nada assegura ou garante a adequação da linguagem para a tarefa que lhe é imposta: a descrição do mundo. (Carnap está preocupado, exclusivamente, com a função descritiva da linguagem, como função científica por excelência, ou seja, como função típica do conhecimento, e suficiente para incorporar qualquer forma de conhecimento). O uso da linguagem é sempre tentativo. Por isso é que se devem desenvolver várias linguagens, com variados pressupostos e estruturas. Seu único denominador comum reside na possibilidade de uma adequada formulação simbólica, ou seja, a indicação de regras claras para seu manuseio como entidade simbólica; e o único critério para a escolha entre diferentes possibilidades reside na prática científica.

Como resultado, Carnap não tenta nunca fazer ontologia por meio da lógica formal. Seu desprezo pela metafísica – sua decantada atitude “anti-metafísica” – deve ser compreendida precisamente nesse contexto. Ele não crê poder atribuir à lógica formal nenhuma implicação ontológica, nenhuma consequência ontológica. Do fato de

uma linguagem mostrar-se, eventualmente, adequada à prática científica, não se deve extrair – nem faz sentido extrair – absolutamente nenhuma conclusão acerca da estrutura última do mundo. Ao contrário, a única conclusão possível seria: essa é, por enquanto (diante dos fatos conhecidos), uma boa linguagem para realizar ciência; continuemos utilizando esse formalismo até que os fatos venham a torná-lo inconveniente, ou até que outro formalismo venha a se mostrar superior.

Estão absolutamente fora do horizonte de Carnap questões como: Quantos objetos existem no mundo? Existem infinitos objetos? Existem objetos simples? Perguntas como essas simplesmente carecem, não necessariamente de qualquer sentido, mas certamente do sentido absoluto que desejariam atribuir-lhes aqueles que costumam formulá-las. Seu sentido é no máximo relativo: Dentro de uma linguagem específica, as correspondentes afirmações podem ser formuladas ou não? Existe, em certa linguagem, um predicado indefinido “simples” que se aplique a objetos? Essas linguagens têm alguma aplicação?

O mesmo vale para uma pergunta como: A (eventual) existência de infinitos objetos é uma afirmação analítica ou sintética? Trata-se de um fato lógico ou empírico? Na moldura de *LSL*, não há sentido nenhum para essas perguntas, se consideradas de modo absoluto. Como vimos, não há em *LSL* nenhum conceito absoluto de analiticidade/sinteticidade; nem há uma distinção absoluta entre afirmações lógicas e empíricas. O sentido dessas perguntas é, mais uma vez, no máximo relativo: Determinada linguagem formal possui recursos para formar uma sentença que possa ser interpretada como afirmando a existência de infinitos objetos? Nesse caso, essa sentença será analítica ou sintética *dentro dessa linguagem*? Ela resulta ou não das regras de transformação dessa linguagem a partir do conjunto vazio de premissas? (Por exemplo: na linguagem dos *Principia*, se o axioma da infinitude for assumido, ele será – como qualquer axioma de qualquer linguagem – uma sentença analítica. Esse resultado é trivial e relativamente desinteressante, mas outras perguntas mais interessantes podem ser feitas: A linguagem que resulta da admissão desse axioma é uma boa linguagem científica, ou seja, pode ser usada de modo frutífero na pesquisa científica? Se esse axioma não for assumido, a correspondente sentença pode ser deduzida a partir dos outros axiomas da linguagem, ou seja, permanecerá como sentença analítica dessa linguagem? Senão, que características essa linguagem adquire, pela admissão do referido axioma, que não possuía antes?)

3.5.2. Estruturas lógicas como espelhos da razão

Em *LSL*, Carnap também não procura encontrar ou descrever *certo formalismo específico* (ou, de modo mais geral, *certa estrutura lógico-discursiva*) capaz de: d) traduzir corretamente a racionalidade humana, particularmente em seu aspecto dedutivo; e/ou e) traduzir corretamente a linguagem humana, particularmente em seu aspecto dedutivo.

Essa havia sido, em certa medida, como vimos no capítulo 2, uma das características do *Abriss*. Mais do que isso, havia sido uma das principais dificuldades com que Carnap deparara em seu estudo geral do método axiomático, realizado nas *Untersuchungen*. Nesta última obra, embora os sistemas axiomáticos se apresentassem a Carnap como sistemas formais de semântica aberta, e embora o próprio objetivo do texto fosse desenvolver uma teoria geral do método axiomático formal, o projeto acabava bloqueado pela específica formalização do aparato lógico.

Por um lado, os termos primitivos de um formalismo axiomático qualquer deveriam permanecer não-interpretados: a determinação de sua estrutura, nesse sentido, seria puramente formal, na medida em que condicionada somente por sua posição em relação ao sistema de símbolos a que pertenciam. Inversamente, no entanto, o aparato “propriamente lógico” da linguagem – o modo de operar com conectivos e quantificadores, as possibilidades de formação de sentenças e, sobretudo, sua estrutura dedutiva – permanecia fortemente atado a uma concepção de linguagem universal. A descrição do sistema formal da lógica acabava por assumir as feições, não de uma teoria geral do formalismo (de qualquer formalismo), mas de teoria da formalização da linguagem natural. A estrutura lógico-dedutiva formalizada aparecia como única estrutura própria à argumentação; sua semântica tornava-se única e não-reinterpretável, na medida em que maximamente geral. O aparato formalizado era capaz de traduzir *a lógica* da linguagem, e por isso conseguia atingir resultados absolutos, porque válidos para todos os domínios.

Formas semelhantes de pensamento nós encontramos em quase todos (e talvez fosse lícito dizer: em todos) os pensadores logicistas. Isso porque o próprio projeto logicista busca *fundar* a matemática em um aparato lógico-conceitual com a mencionada característica da universalidade, ligando assim a estrutura formal dessa ciência à sua aplicabilidade geral à descrição do mundo.

Se considerarmos ainda a filosofia de Kant, vemos que padece de problema semelhante. Kant denuncia a impossibilidade de fazer o aparato representacional humano medir-se plenamente por um parâmetro externo, mas aceita que esse aparato representacional possui, no que tem de racional, uma estrutura interna fixa. Como lógica transcendental, construtora de conceitos objetivos, essa estrutura é descrita por Kant em seus detalhes, e alcança um grau de determinação que viria a se provar incompatível com o avanço da ciência. Podemos interpretar de diferentes maneiras o valor e o significado dos argumentos transcendentais kantianos; mas não podemos escapar ao fato de que eles estabelecem uma estrutura lógica própria da racionalidade, uma estrutura fixa, eterna e imutável, que deve ser refletida em qualquer construção objetivamente válida da experiência. O sistema lógico do pensamento está dado e acabado; não admite variações.

Carnap, em *LSL*, escapa igualmente a essas tentações. Sua preocupação não é estabelecer uma lógica universal, que traduza a essência da racionalidade. Não há, nesse sentido, nenhum conteúdo mínimo próprio da lógica.

3.5.3. Estruturas lógicas e significado

Há ainda uma última coisa que Carnap não faz em *LSL*, e que constitui parte importante, a nosso ver, do conteúdo do Princípio de Tolerância: Ele não tenta impor limitações ao formalismo lógico baseadas em considerações acerca do *possível significado do formalismo*. Mais especificamente, ele não encontra razões para excluir, por princípio, sistemas formais cujas proposições não possuam, supostamente, nenhum critério de aplicação/positivação/verificação/decisão. Em outras palavras, ele não busca o tipo de “transparência lógica” posto como exigência por intuicionistas e construtivistas de diferentes matizes, e também pela filosofia de Wittgenstein.

Isso porque Carnap já encontrou o tipo de transparência lógica que lhe interessa: a manipulação regrada de símbolos. À objeção de que certa sentença lógica não corresponde a nenhuma ação no mundo, de que não há no mundo qualquer ação que sirva de critério à sua admissibilidade, Carnap pode retorquir que a ação relevante está dada desde o início. Ela consiste na formação da sentença, como entidade simbólica, dentro de um sistema simbólico regrado. Uma sentença numérica existencial não deve ter sua aceitabilidade condicionada a um método de construção do objeto numérico cuja

existência ela afirma. Como objeto simbólico, ela pode resultar trivialmente das regras de dedução de um cálculo formal, e pode até mesmo ser postulada como axioma. Sua formulação e manuseio tornam-se, por meio dessa inserção em um sistema formal complexo, suficientemente determinadas²⁵⁹. O que resta a discutir agora são as possibilidades de aplicação do cálculo formal como um todo, suas vantagens e desvantagens.

O melhor a fazer, aqui, é citar algumas passagens inteiras do debate que Carnap propõe com os intuicionistas²⁶⁰, e que são particularmente ilustrativas de seu ponto de vista. Em primeiro lugar, as linhas gerais de sua posição são indicadas assim:

“Uma vez que se percebe que todos os prós e contras das discussões intuicionistas dizem respeito à forma de um cálculo, as questões não serão mais postas na forma: ‘Como é isto ou aquilo?’. Em vez disso, deveremos perguntar: ‘Como desejamos arranjar isto ou aquilo na linguagem a ser construída?’ ou, do ponto de vista teórico: ‘Quais as conseqüências de se construir a linguagem desta ou daquela maneira?’.

Nessa concepção, a atitude dogmática que torna tantas discussões infrutíferas desaparece. Ao construir a Linguagem I, aqui, de modo a ser uma linguagem definida [a Linguagem I admite somente

²⁵⁹ Essa função de transparência e controle desempenhadas pelo simbólico – mais precisamente: pela possibilidade de instituição de um sistema completamente regrado de manipulação simbólica – é bem exemplificada na seguinte observação de Carnap, ao discutir a utilização de suas regras indefinidas de transformação (ver seção 3.4.1. acima):

“Nos sistemas usuais de lógica simbólica, em lugar do conceito ‘conseqüência’ [baseado em regras de transformação indefinidas], o conceito mais estreito mas muito mais simples ‘derivável’ [baseado em regras de transformação definidas] é aplicado, ao se estabelecerem certas regras de inferência. E, de fato, o método da derivação permanece sempre como método fundamental; toda demonstração da aplicabilidade de qualquer termo [termo sintático de descrição da linguagem-objeto] é baseada, em última instância, em uma derivação. Até mesmo a demonstração da existência de uma relação de conseqüência – ou seja, a construção de uma cadeia de conseqüências na linguagem-objeto – só pode ser obtida por meio de uma derivação (prova) na linguagem-sintaxe.” (sublinhado meu; colchetes meus) LSL: pág. 39. No original: “In the usual systems of symbolic logic, instead of the concept ‘consequence’, the narrower but much simpler concept ‘derivable’ is applied, by laying down certain rules of inference. And, in fact, the method of derivation always remains the fundamental method; every demonstration of the applicability of any term is ultimately based upon a derivation. Even the demonstration of the existence of a consequence-relation – this is to say, the construction of a consequence-series in the object-language – can only be achieved by means of a derivation (proof) in the syntax-language.”

²⁶⁰ Carnap escreve: *“Elas [as tendências ‘finitistas’ ou ‘construtivistas’] são representadas principalmente pelo intuicionismo (Poincaré; no pensamento contemporâneo, sobretudo Brouwer; também Weyl, Heyting e Becker) e opiniões associadas (por exemplo, F. Kaufmann e Wittgenstein)”*. (destaque do autor; colchetes meus) LSL: pág. 46. No original: “They are chiefly represented by Intuitionism (Poincaré; and in contemporary thought, above all Brouwer; also Weyl, Heyting, and Becker) and allied opinions (for example, F. Kaufmann and Wittgenstein)”.

quantificação limitada], e assim satisfazer certas condições estabelecidas pelos intuicionistas, não queremos sugerir com isso que ela seja a única forma de linguagem possível ou justificável.”²⁶¹
(destaques do autor; colchetes meus)

Seguindo essa orientação, Carnap busca extrair algumas consequências concretas do seu método de análise para o caso em debate. O tipo de consideração que ele deseja introduzir no debate, e que julga fecundo, é bem exemplificado aqui:

“Para os intuicionistas, existência sem regras de construção é considerada ‘inadmissível’ ou ‘sem sentido’. Não é muito claro, contudo, se (e exatamente dentro de quais limites), de acordo com seu ponto de vista, sentenças existenciais, e talvez até mesmo sentenças universais negadas, deveriam ser excluídas por meio de regras sintáticas de formação, ou se apenas certas possibilidades de transformação deveriam ser excluídas. O ponto envolvido aqui é, sobretudo, a questão da prova indireta por meio da refutação de uma sentença universal.

*Consideremos um exemplo: (Seja ‘P’ um **pr**₁ [um predicado lógico]):*

$S_1: (x) (P(x)), \quad S_2: \sim(x) (P(x)), \quad S_3: (\exists x) (\sim P(x)).$

Na matemática clássica (e, portanto, também na lógica de Russell e de Hilbert, assim como em nossa [linguagem] II), quando S_1 é reduzida ad absurdum, primeiro S_2 é inferida e então, a partir desta, a sentença existencial S_3 . É com o objetivo de excluir essa inferência, que conduz a uma sentença existencial ilimitada, não-construtiva, que Brouwer renuncia ao chamado Princípio do Terceiro Excluído. A forma lingüística de I, no entanto, mostra que o mesmo resultado pode ser obtido por outros métodos – especificamente, por meio da exclusão do

²⁶¹ LSL: págs. 46-7. No original: “Once the fact is realized that all the pros and cons of the Intuitionist discussions are concerned with the forms of a calculus, questions will no longer be put in the form: ‘What is this or that like?’ but instead we shall ask: ‘How do we wish to arrange this or that in the language to be constructed?’ or, from the theoretical standpoint: ‘What consequences will ensue if we construct a language in this or that way?’.

On this view the dogmatic attitude which renders so many discussions unfruitful disappears. When we here construct the Language I in such a way that it is a definite language, and thus fulfils certain conditions laid down by Intuitionism, we do not mean thereby to suggest that it is the only possible or justifiable form of language.”

operador ilimitado. Em I, S_1 pode ser traduzida como ' $P(x)$ ', mas S_2 e S_3 não são traduzíveis. Aqui, o Princípio do Terceiro Excluído permanece válido em I (teorema 13.2). A exclusão desse princípio, como bem se sabe, traz consigo sérias complicações, que não ocorrem em I. A linguagem I, assim, satisfaz as condições fundamentais do intuicionismo de um modo mais simples que a forma de linguagem sugerida por Brouwer (e parcialmente desenvolvida por Heyting)." ²⁶² (destaques do autor; colchetes meus)

A análise acima, fecunda e capaz de jogar luz sobre importantes temas, nos parece bastante indicativa da abordagem proposta por Carnap, e serve como excelente exemplo da aplicação concreta de seu decantado lema de tolerância – o Princípio de Tolerância Lógica –, cuja principal formulação aparece algumas poucas páginas depois:

“Em lógica, não existe moral. Qualquer um tem a liberdade de construir sua própria lógica, isto é, sua própria forma de linguagem, da maneira que desejar. Tudo o que se exige, se quiser discuti-la, é que formule seus métodos com clareza, e que dê regras sintáticas ao invés de argumentos filosóficos.” ²⁶³ (destaque do autor)

A formulação acima, com seu “*dê regras sintáticas, e não argumentos filosóficos*”, acaba por assumir um tom particularmente duro, ou provocativo – e isso

²⁶² LSL: pág. 47-8. No original: “For the Intuitionists, existence without rules for construction is considered to be ‘inadmissible’ or ‘nonsensical’ (‘meaningless’). It is not quite clear, however, whether (and within exactly what limits), according to their point of view, existential sentences, and perhaps even negated universal sentences also, should be excluded by means of syntactical rules of formation, or whether only certain possibilities of transformation should be excluded. The issue involved is, above all, the question of indirect proof by means of the refutation of a universal sentence.

Let us take an example: (Let ‘P’ be a **pr**):

$(x) (P(x)) S_1, \sim(x) (P(x)) S_2, (\exists x) (\sim P(x)) S_3.$

In classical mathematics (and therefore also in the logic of both Russell and Hilbert, as well as in our II), when S_1 is reduced *ad absurdum*, first S_2 is inferred, and then from it the existential sentence S_3 . It is in order to exclude this inference leading to an unlimited, non-constructive existential sentence that Brouwer renounces the so-called *Law of Excluded Middle*. The language-form of I, however, shows that the same results can be achieved by other methods – namely, by means of the exclusion of the unlimited operator. In I, S_1 can be translated into ‘ $P(x)$ ’, but S_2 and S_3 are not translatable into I. Here, the Law of Excluded Middle remains valid in I (theorem 13.2). The exclusion of this law, as is well known, brings with it serious complications which do not occur in I. Thus language I fulfils the fundamental conditions of Intuitionism in a simpler way than the form of language suggested by Brouwer (and partially carried out by Heyting).”

²⁶³ LSL: pág. 52. No original: “*In logic, there are no morals*. Everyone is at liberty to built up his own logic, i.e. his own form of language, as he wishes. All that is required of him is that, if he wishes to discuss it, he must state his methods clearly, and give syntactical rules instead of philosophical arguments.” (destaque do autor)

certamente não ajudou em sua recepção. Uma vez compreendido o exato conteúdo do Princípio de Tolerância, porém, vê-se o quão lúcida e atual é a proposta de Carnap.

Se a discussão gira em torno do significado das sentenças e métodos lógicos (e também matemáticos), de seus princípios de inferência e proposições primitivas, a posição assumida por Carnap pode ser descrita da seguinte maneira: A construção de uma linguagem como objeto simbólico é aquilo que, primordialmente, tem de ter significado. Se a construção de um sistema formal pode ser significativamente descrita, se seu regime de operação simbólica pode ser significativamente instituído, então não deve haver motivo *a priori*, baseado em significado, para sua rejeição. Qualquer motivo desse tipo ameaça desconsiderar a complexidade de sua possível interação com a prática científica; ameaça ignorar casos variados e complexos de sua possível aplicação à descrição científica do mundo e à obtenção de novos resultados científicos (ou simplesmente à organização e estruturação das teorias científicas). E por isso esses motivos serão sempre dogmáticos: porque desconsideram, no mínimo, um âmbito significativo e particularmente bem regado de ação – a manipulação simbólica e a construção de formalismos.

3.5.4. *Tolerância e aplicabilidade*

Feitas essas considerações, podemos retornar à caracterização positiva da Tolerância Lógica proposta por Carnap, com que iniciamos esta seção 3.5. Havíamos indicado como, no quadro teórico que conduz ao Princípio de Tolerância, duas tarefas surgiam como próprias da filosofia: o estudo (3) dos cálculos simbólicos – que compreendia o estudo da construção do cálculo e desenvolvimento de uma adequada rede conceitual para a descrição do cálculo – e o estudo (4) das condições gerais de aplicabilidade desses cálculos.

Um dos significados do Princípio de Tolerância reside, justamente, no tipo de separação que propõe entre essas duas tarefas. Se considerarmos os três tipos de assimilação que Carnap tenta evitar – entre estrutura lógico-formal e estrutura da realidade; entre estrutura lógico-formal e estrutura da racionalidade; entre estrutura lógica e significado condicionante –, vemos que todos eles surgem de uma separação não suficientemente adequada entre as questões relativas à construção do formalismo e as questões relativas à sua aplicação. O equívoco parece ser sempre o mesmo: a

suposição de é necessário *garantir* ou *assegurar*, em algum momento, a aplicação das estruturas lógicas ao mundo, e assim vincular a estrutura lógica, em algum sentido forte, às questões de sua aplicação.

A estrutura lógica deveria espelhar a estrutura da realidade para garantir a possibilidade de sua aplicação à realidade. Abandonada essa hipótese, a intenção de garantir a aplicabilidade da lógica nem por isso muda. A estrutura lógica deveria então espelhar a estrutura da racionalidade porque esta, recobrando a área total do projeto teórico de conhecimento da realidade, tem por isso mesmo sua aplicação de alguma maneira garantida: não se pode escapar à forma racional, que é a própria forma da construção e conceitualização da realidade (da realidade para nós); segue daí que a forma racional, e com ela a forma lógica, insere-se constitutivamente na própria trama do real, e isso lhe assegura, sempre, alguma aplicabilidade ao real. (De certo modo, não pode toda a filosofia kantiana ser descrita como a tentativa de assegurar a aplicabilidade de certas formas racionais à realidade?²⁶⁴) Finalmente, também a tentativa de condicionar a possibilidade lógica ao seu significado revela-se como tentativa de *garantir*, por meio de um conceito forte de significado, o caráter inspecionável e controlável da aplicação.

²⁶⁴ O seguinte comentário de F. Barone acerca da filosofia lógica de Kant parece-nos iluminar alguns temas importantes de que estamos tratando: “A posição de Kant no que se refere à experiência direta dos procedimentos matemáticos é, ao contrário, claramente diferente, seja porque ele não sente a necessidade formal que se manifesta somente no operar técnico com os objetos ‘ideais’ da matemática, seja porque – por não olhar essa ciência a partir de dentro – sua atenção concentra-se toda sobre o problema ‘externo’ da mesma, isto é, sobre sua validade como instrumento na constituição da ciência física. Seu interesse pela matemática reporta-se mais à problemática newtoniana do que àquela leibniziana: dirige-se não à matemática entendida como sistema ou como multiplicidade de sistemas ideais válidos e consistentes em si mesmos, que podem tornar-se meios extremamente eficazes de penetração e compreensão da realidade física sem, contudo, vincular sua consistência a tal função instrumental, mas antes a uma matemática que já é ela própria, desde o início, cosmologia e física, na medida em que as formas com que opera são as mesmíssimas formas da dinâmica natural. Como observou agudamente Brunschvicg, o problema de Kant, desde o período pré-crítico, é aquele da matemática ‘aplicada’, de modo que também o problema da matemática ‘pura’ e da sua possibilidade é formulado sob uma perspectiva condicionada da questão fundamental.” (sublinhado meu) [Barone, 1957]: pág. 156. No original: “La posizione di Kant nei confronti dell’esperienza diretta dei procedimenti matematici è invece nettamente diversa, sia perché egli non sente l’istanza formale che si fa valere soltanto nell’operare tecnico con gli oggetti ‘ideali’ della matematica, sia perché – non guardando dall’interno a questa scienza – la sua attenzione è tutta concentrata sul problema ‘esterno’ di essa, cioè sulla sua validità di strumento nella costituzione della scienza fisica. Il suo interesse per la matematica risente maggiormente della problematica newtoniana che di quella leibniziana: è rivolto non alla matematica intesa come sistema o come molteplicità di sistemi ideali in sé validi e consistenti, che possono diventare mezzi efficacissimi di penetrazione e comprensione della realtà fisica senza tuttavia vincolare la loro consistenza a tale funzione strumentale, bensì a una matematica che è già stessa, sin dall’inizio, cosmologia e fisica, poichè le forme con cui opera sono le forme medesime della dinamica naturale. Come è stato osservato acutamente dal Brunschvicg, il problema di Kant sin dal periodo precritico è quello della matematica ‘aplicata’, sicché anche il problema della matematica ‘pura’ e della sua possibilità è impostato in una prospettiva condizionata dalla questione fondamentale.”

Com isso, porém, perde-se de vista que a estrutura lógico-*formal* não precisa ser equacionada a nenhuma estrutura racional totalizada, esteja esta posta em alguma esfera transcendental ou na esfera lingüística, “que toma conta de si mesma”. Como temos insistido (ver seção 2.3 acima), ela surge sempre como racionalidade mediata, corrigida e fixada por meio do símbolo. É precisamente isso que a torna formal. E é essa operação com o símbolo, desvinculada de qualquer estrutura ou significado totalizante, que faz do método formal um método rico, apto a estender o conhecimento.

De maneira ainda mais geral, deveríamos reconhecer que um formalismo não precisa ter sua aplicabilidade nem garantida, nem utilizada como critério de controle de sua admissibilidade. Diríamos até mesmo o contrário: a aplicabilidade de um formalismo tem de permanecer sempre problemática, como tema do processo de formalização. Pois é assim que o regime simbólico logra ampliar o conhecimento: pelo desenvolvimento de formalismos (que podem ser parciais ou completos, embora Carnap só tenha considerado esta última hipótese) cuja relação com a realidade é sempre complexa, na medida em que propõe novos problemas e, particularmente, em que *tematiza a própria aplicabilidade*. E não foi exatamente isso o que acompanhamos no desenvolvimento da geometria a partir de fins do século XIX? Não foi o desenvolvimento de um aparato formal altamente sofisticado, seguido da tematização e problematização de sua aplicabilidade científica, o processo que viria a conduzir às descobertas da Teoria da Relatividade?

Em *Der Raum*, Carnap acompanhou de perto essa tendência, e tentou extrair – já sob a égide da tolerância e da clarificação conceitual por meios formais – seu correto balanço filosófico. Contudo, ainda não conseguira separar completamente o problema da construção de um cálculo formal como ferramenta para a descrição das estruturas espaciais – ou seja: o problema da construção do espaço formal – das questões da aplicabilidade desse cálculo. É bem verdade que, em sua obra, os dois momentos apareciam destacados. Para ligá-los, porém, é que Carnap julgou necessário invocar a instância intuitiva, capaz de garantir, em alguma medida, que a estrutura formal do espaço fosse realmente “espacial”, e isso queria dizer: que tal estrutura fosse efetivamente capaz de aplicar-se à descrição do espaço físico.

Nas *Untersuchungen* (e também no *Abriss*), a instituição de formalismos é estudada como tema próprio. Principalmente no caso de sistemas axiomáticos, a questão da aplicabilidade é vista de maneira diferente: Carnap não se socorre da intuição como

mediadora e garantidora necessária da aplicação dos formalismos, nem busca qualquer outra instância que desempenhe essa função. Com estruturas variadas, aptos por isso a descrever variados domínios, os formalismos não têm sua aplicação ao mundo (ou aos próprios domínios que buscam descrever) condicionada ou garantida por nada. Ao mesmo tempo, a procura por toda sorte de diferentes aplicações, que podem eventualmente distar muito da situação teórica original que motivou a construção do formalismo, passa a constituir uma tarefa *científica*.

Apesar desse novo enfoque, porém, o aparato “propriamente lógico” do formalismo ainda se apresenta como reflexo de uma esfera absoluta da razão; ainda traduz certa estrutura lógica necessária da conceitualização. As sentenças propriamente lógicas – como a proposição implicativa (**R**) ($\neg \mathbf{R} \rightarrow g\mathbf{R}$), que descreveria o “verdadeiro” conceito de consequência lógica – têm valor absoluto, e isso porque sua aplicabilidade é a mais geral possível: elas se aplicam validamente à descrição de qualquer domínio. Ou ainda mais precisamente: elas se aplicam validamente, por meio da quantificação sobre a variável para modelos **R**, à descrição daquele único domínio totalizado em que qualquer sentença verdadeiramente lógica deve ser interpretada, o domínio de todos os domínios (de todos os modelos), o domínio de todas as conceitualizações concebíveis. O formalismo lógico, em suma, apresenta-se na condição não de puro sistema formal, mas ainda como formalização de certa lógica última da linguagem, da qual não há como escapar e que, por isso mesmo, tem sua aplicação garantida ao domínio de tudo o que é conceitualizável.

Em *LSL*, Carnap finalmente radicaliza sua percepção para o formal. Nessa obra, o ponto importante está em encontrar um âmbito privilegiado de operações, e isso significa: certo âmbito teórico em relação ao qual alguma objetividade discursiva possa instituir-se. Esse âmbito Carnap o encontra na construção e manipulação de sistemas simbólicos. São essas as operações que, agora, devem ser vistas como formais, pois podem processar-se com abstração máxima de conteúdos externos, de conteúdos entrecruzados e polissêmicos; podem ser idealmente isoladas em seu modo de instituição e descrição.

Como consequência, a tarefa de instituição e formulação de sistemas formais (3) aparta-se do estudo geral de suas aplicações (4). Na verdade, a tarefa (3) é a tarefa própria da sintaxe lógica. A tarefa (4) tem de permanecer, no âmbito filosófico, apenas como propedêutica, voltada a desfazer equívocos que poderiam facilmente decorrer de

uma compreensão insuficiente dos mecanismos formais da linguagem – como a confusão, segundo Carnap extremamente danosa, entre modo formal e modo material de discurso. Esse estudo geral não aparece como tentativa de controle ou garantia de aplicabilidade, mas apenas como tentativa de desvendar características formais dos cálculos sintáticos que tenham relevância para a tarefa de aplicação desses cálculos à descrição científica do mundo. Este, então, revela-se um resultado importante: *a tarefa de aplicação dos cálculos formais, e mesmo o estudo de seus mecanismos de aplicação, passa a ser uma tarefa puramente científica.*

Como interpretar o termo descritivo de uma linguagem completamente formalizada? Qual sua referência? Como seria obtido seu significado empírico? No que exatamente consiste esse significado? Como ele pode ser garantido?

Para o Carnap de *LSL*, todas essas questões devem se respondidas na prática científica. Elas dependem de um acordo científico que não cabe à filosofia chancelar ou rejeitar²⁶⁵. Os critérios de aplicação de um formalismo à descrição de domínios empíricos devem basear-se sempre, não em algo absoluto, mas em um acordo entre cientistas. Se um formalismo faz uso do termo descritivo “elêtron” (descritivo no sentido relativo, ver seção 3.4.3. acima), cabe aos cientistas, e somente a eles, entrarem

²⁶⁵ Carnap em certos momentos afirma que a forma geral desse acordo é obtida por meio daquilo que Reichenbach chamava (a referência é a [Reichenbach, 1924]) de “definições correlativas”. Na seção 71e, em que discute o método axiomático, ele observa: “*A adoção de certa interpretação para os símbolos primitivos é designada como a adoção de definições correlativas.*” (*LSL*: pág. 271). Remete então o leitor à página 78, onde se lê: “*A geometria física resulta da geometria axiomática por meio da adoção das chamadas definições correlativas (...). Essas definições determinam a quais conceitos físicos (ou da física ou da linguagem cotidiana) os símbolos axiomáticos primitivos devem ser equivalentes em significado. É somente por meio dessas definições que o sistema axiomático é aplicável a sentenças empíricas.*” (destaque do autor; sublinhados meus) *LSL*: pág. 78.

O ponto essencial dessas observações não é a aparente indicação, por parte de Carnap, de um método exclusivo de aplicação dos sistemas axiomáticos à descrição da realidade, o que estaria em contradição com tudo o que temos visto. Essa impressão de um método exclusivo, descrito no âmbito da filosofia como único capaz de estabelecer a aplicação empírica dos formalismos, se desfaz tão logo atentamos para o fato de que todos os elementos relevantes da questão são jogados para fora da discussão lógico-filosófica. O que quer que seja o correlativo de um termo formal é um *conceito dado pela física* (pela prática do físico no laboratório, e pelos acordos ali estabelecidos), ou até mesmo na linguagem cotidiana. Sua aplicabilidade vincula-se, portanto, a acordos não-filosóficos, já em funcionamento quando o método formal é chamado a desempenhar seu papel. Da passagem acima, de fato, vê-se que tanto o âmbito da física como o da linguagem cotidiana já estão devidamente conceitualizados antes que qualquer formalismo se apresente a eles como instrumento. É essa conceitualização externa ao formalismo que permite seu uso como ferramenta, sem que seja postulada – lembremos que o formalismo nasce como pura manipulação simbólica – nenhuma (necessária) semelhança estrutural entre ambos.

No original, as duas passagens citadas lêem-se: “The statement of a certain interpretation of the primitive symbols is designated as the establishment of correlative definitions.”; e “Physical geometry results from axiomatic geometry by means of the establishment of the so-called *correlative definitions* (...). These definitions determine to which of the physical concepts (either of physics or of everyday language) the axiomatic primitive symbols are to be equivalent in meaning. It is only by means of these definitions that the axiomatic system is applicable to empirical sentences.”

em acordo quanto à aplicação concreta desse termo, segundo a prática do laboratório. E o fato é: esse acordo, mesmo não garantido por nada, costuma ser alcançado. E nas ocasiões em que ele se torna problemático – nas ocasiões em que a aplicação da linguagem científica, devidamente esclarecida em sua estrutura lógica, torna-se problemática –, então passa a ser uma tarefa científica elaborar um novo formalismo, alcançar um novo acordo, segundo o procedimento que é típico do avanço conceitual da ciência.

A análise lógico-formal, despida de suas pretensões metafísicas, despida da suposição de algum contato íntimo com a realidade, permanece sempre subsidiária. É um instrumento importante – e, segundo Carnap, extremamente importante, na medida em que a referida análise lógica das linguagens revela aspectos intrincados e nada óbvios de sua estrutura –, mas permanece sempre como instrumento de uma atividade cuja validação e significatividade revelam-se na prática.

3.5.5. *Uma tolerância de segunda ordem*

No início deste capítulo 3, oferecemos uma paráfrase daquilo que seria a tese central, e os objetivos principais de Carnap em *LSL*. Ali, observamos que a clarificação conceitual, como tarefa lógica própria da filosofia, encontrava no método formal-sintático sua realização *mais efetiva*. Ela poderia ser realizada de outras maneiras? Gostaríamos de examinar, em relação a essa questão, a seguinte passagem de *LSL*:

“Dos chamados problemas filosóficos, as únicas questões que têm qualquer significado são aquelas da lógica da ciência. Compartilhar essa concepção é substituir a filosofia pela sintaxe lógica. A atitude anti-metafísica mencionada acima, contudo, não aparecerá neste livro como pressuposto ou como tese. As investigações que se seguem são de natureza formal e não dependem de nenhuma maneira do que é normalmente conhecido como doutrina filosófica.” ²⁶⁶ (destaque do autor)

²⁶⁶ *LSL*: pág. 8: No original: “Of the so-called philosophical problems, the only questions which have any meaning are those of the logic of science. To share this view is to *substitute logical syntax for philosophy*. The above-mentioned anti-metaphysical attitude will not, however, appear in this book either as an assumption or as a thesis. The inquiries which follow are of a formal nature and do not depend in any way upon what is usually known as philosophical doctrine.”

Aqui, vemos Carnap insistir no seguinte ponto: suas investigações têm um valor essencialmente lógico-formal. Elas correspondem, na divisão com que começamos esta seção 3.5, ao estudo e desenvolvimento das teorias (3) e (4) – principalmente (3) – como caminho para atingir o objetivo (1), e como forma de caracterizar o método formal (2). Em última instância, despidos de outras suposições filosóficas, seus resultados podem ser vistos simplesmente como resultados objetivamente válidos acerca da manipulação de cálculos simbólicos.

Em outras palavras, Carnap está chamando a atenção para o fato de que sua análise da sintaxe lógica, que é uma análise da estrutura de sistemas simbólicos regrados, pode ser posta *a serviço* de certa concepção. É possível acreditar, como Carnap enfaticamente acredita, que a clarificação conceitual é a única tarefa própria da filosofia, e que o método formal é o método adequado à sua realização. No entanto, Carnap abre uma porta: essa crença não é necessária. Não é necessário aderir à sua concepção para encontrar na investigação sintática de *LSL* uma análise idônea de (peoo menos alguns) problemas lógico-formais.

Nesse sentido, podemos dizer que Carnap, por trás de algumas afirmações bombásticas e de alto teor polêmico – “*compartilhar essa concepção é substituir a filosofia pela sintaxe lógica*” – revela uma segunda forma sutil de tolerância. Uma tolerância de “segunda ordem”: não apenas diferentes sistemas sintaticamente formulados são, *prima facie*, igualmente admissíveis (conteúdo imediato do Princípio de Tolerância), como o próprio método sintático não é oferecido como uma tese filosófica que possa ser estabelecida²⁶⁷. A adoção do método sintático corresponde, nesse sentido, a uma proposta para alcançar os objetivos de clarificação conceitual por meios formais – uma proposta, é bem verdade, na qual Carnap deposita todas as suas esperanças.

²⁶⁷ Mais para o final do livro, na seção 72, quando retorna a esse assunto, Carnap anota: “*A concepção de que, tão logo se façam exigências de qualificação científica, tudo o que resta da filosofia é a lógica da ciência, não pode ser estabelecida aqui e não será assumida no que segue.*” *LSL*: pág. 280. No original: “The view that, as soon as claims to scientific qualifications are made, all that remains of philosophy is the logic of science, cannot be established here and will not be assumed in what follows.”

3.6. O abandono da sintaxe lógica

Vimos na seção 3.4.1. que a principal razão de Carnap para introduzir regras indefinidas de transformação (regras de inferência baseadas em um conjunto possivelmente infinito de premissas) residia em sua tentativa de “salvar” o projeto logicista dos resultados negativos de Gödel. Seu objetivo era encontrar um sistema lógico, no sentido formal e sintático da palavra, capaz de traduzir toda a matemática clássica. Tratava-se para ele de encontrar um “critério de validade” para essa disciplina, ainda que tal critério fosse “indefinido” e, mais precisamente, baseado não no método de derivação, mas no método de consequência (ver seção 3.4.2. acima).

É importante entender o papel e a dimensão dessa tentativa no sistema lógico de Carnap, para não aumentar nem diminuir sua importância. Do ponto de vista teórico, ela ocupa um lugar bem preciso.

Em primeiro lugar, cumpre enfatizar ainda uma vez, também neste caso, o que muitos comentaristas perdem de vista: *Não há nada de absoluto, ao menos em princípio, na tentativa de encontrar um critério formal de validade para a matemática*, tal como concebida no esquema teórico de *LSL*. Em especial, Carnap não está alegando provar que a matemática é uma disciplina lógica. Já sabemos que, para ele, não há uma distinção absoluta entre o que seja lógico e não-lógico, entre o que seja analítico e sintético. Essa é sempre uma distinção traçada no interior de uma linguagem, entre muitas possíveis, e sua fronteira é extremamente móvel. Em cada linguagem, entre aquelas aptas a construir sentenças matemáticas (sentenças que seriam normalmente interpretadas como sentenças matemáticas, ou cuja intenção é traduzir resultados matemáticos), essas sentenças são repartidas de modo diferente: algumas cairão na classe das sentenças analíticas, outras na classe das sentenças sintéticas.

Por exemplo: O que o teorema de Gödel revela é que, no sistema dos *Principia*, e ao contrário do que desejava Russell, a sentença *G* de Gödel, embora faça uma afirmação sobre números naturais – e, nesse sentido, seja uma sentença matemática –, revela-se sintética (não pode ser derivada pelas regras de inferência do sistema), e não analítica. O sistema dos *Principia* (e aparentados) falhava em sua intenção original de circunscrever todas as sentenças aritméticas entre as sentenças analíticas. Isso não significa, porém, que o sistema dos *Principia* esteja errado, que a matemática não seja

lógica, que *a lógica* não seja suficiente para captar a matemática, etc. Significa algo mais simples: apenas que o sistema lógico-formal dos *Principia*, junto com uma série de outros sistemas, possui sentenças aritméticas sintéticas. Tais sistemas traçam a linha entre o sintético e o analítico de maneira que as sentenças matemáticas não ficam inteiramente do lado analítico. Sistemas mais fracos, como alguns sistemas intuicionistas, traçam a fronteira de modo diferente, com ainda mais sentenças matemáticas do lado sintético. Todos eles são interessantes em si mesmos, ao revelar diferentes conexões lógicas, e a própria diferença entre eles é um fato teórico relevante: cada um desses cálculos será distinto quanto às possibilidades de manuseio e aplicação, e a análise de suas características lógico-formais revela diferentes maneiras de se aplicar conceitos matemáticos à descrição do mundo.

Não obstante o valor intrínseco dessa pluralidade de cálculos lógicos possíveis, Carnap mantém a seguinte esperança: seria altamente iluminador encontrar um cálculo lógico capaz de conter todas as sentenças matemáticas usuais no seu lado determinado, como sentenças sintéticas ou contraditórias; em outras palavras, um cálculo lógico capaz de traçar a fronteira entre sentenças determinadas e sintéticas de modo a colocar todas as sentenças matemáticas usuais do lado determinado. A posse de uma linguagem com essa característica não mostraria que a matemática *é* lógica, mas apenas que ela pode ser vista como lógica, no sentido de que pode ter sua estrutura plenamente capturada em um formalismo simbólico²⁶⁸. É isso o que Carnap chama de “encontrar um critério de validade para a matemática”; e é a execução dessa tarefa o que resta, em sua filosofia, do projeto logicista original.

3.6.1. O fracasso do método sintático

Na parte III de *LSL*, em que constrói a linguagem II, Carnap tenta realizar essa tarefa. A linguagem II, que utiliza regras indefinidas de transformação, é construída de modo a fornecer o procurado critério de validade para a matemática clássica. Como Carnap faz isso?

²⁶⁸ De resto, Carnap não opera nem mesmo com um conceito substancial do que seja a matemática. Ele apenas descreve formalmente (seção 58) uma classe de estruturas que, *se estiverem presentes* em um cálculo formal, podem ser vistas como uma “aritmética”, ou seja, são capazes de representar aquilo que normalmente chamamos de números naturais. Voltaremos a esse assunto mais abaixo.

Uma passagem importante, do ponto de vista teórico, é quando Carnap faz o seguinte comentário, logo antes de oferecer, dentro da linguagem II, seu critério de validade para a matemática clássica:

*“Nosso procedimento, ao estabelecer as regras de consequência para a linguagem I (§ 14), foi primeiramente definir o termo ‘consequência’ por meio da extensão das regras de inferência e então, com auxílio delas, definir os termos ‘analítico’ e ‘contraditório’. Para estabelecer as regras de consequência para a linguagem II nós iremos, por razões técnicas, fazer exatamente o oposto: primeiro devemos definir ‘analítico’ e ‘contraditório’ e então, com auxílio desses termos, definiremos o termo ‘consequência’.”*²⁶⁹

Segue-se uma definição de “analítico em II” e “contraditório em II” cuja estrutura teórica é exatamente igual (com algumas vantagens técnicas) à da definição de verdade oferecida por Tarski em seu clássico *Der Wahrheitsbegriff in den formalisierten Sprachen* (O conceito de verdade nas linguagens formalizadas), de 1935²⁷⁰. Todo um aparato de valorações (interpretação dos diferentes termos segundo seu tipo lógico²⁷¹) e avaliações (verificação da compatibilidade entre as valorações dos diferentes termos de uma proposição) é trazido à cena para descrever e delimitar certa classe de sentenças da linguagem II como analíticas, entre as quais todas as sentenças matemáticas. Não apresentaremos, aqui, os detalhes técnicos da construção de Carnap²⁷²; apenas assinalaremos que ela logra fazer exatamente a mesma coisa, e essencialmente pelos mesmos métodos, que faria a definição de Tarski para o conceito de “verdade na linguagem II”.

É necessário reconhecer, neste ponto, que Carnap está sendo pouco coerente com sua sintaxe geral. A despeito do elevado mérito teórico da definição de

²⁶⁹ LSL: pág. 102. No original: “Our procedure in laying down the consequence-rules for language I (§ 14) was first to define the term ‘consequence’ by means of the expansion of the rules of inference and then, with its help, the terms ‘analytic’ and ‘contradictory’. In laying down the consequence-rules for language II, we shall, for technical reasons, do just the reverse: first we shall define ‘analytic’ and ‘contradictory’ and then, with the help of these terms, the term ‘consequence’.”

²⁷⁰ [Tarski, 1935]. O texto original em polonês foi publicado em 1933, e Carnap esteve em contato com Tarski nesse período, assimilando e discutindo suas idéias.

²⁷¹ Uma valoração para um termo de ordem zero (tipo lógico 0) é um indivíduo; para um termo de tipo lógico (0), uma classe de indivíduos; para um termo de tipo (0,0), uma relação entre indivíduos; para um termo de tipo ((0)), uma classe de classes de indivíduos; etc.

²⁷² Ver LSL: seção 34c.

analiticidade para a linguagem II, ela não corresponde às exigências estabelecidas com relação a um cálculo formal. Este, como o próprio Carnap implicitamente reconhece na passagem acima, e como fica claro na sintaxe geral, deveria começar por uma descrição sintática de sua relação de consequência, da qual resultaria o conceito de analiticidade. Mas Carnap “trapaceia”: ele começa com a definição de analiticidade e trabalha de trás para frente. A relação de consequência é definida assim²⁷³: uma sentença C_1 é dita consequência de uma classe sentencial K se a união de K com a negação de C_1 ($K \cup \{\sim C_1\}$) for contraditória²⁷⁴. Esse procedimento, no entanto, torna a definição do conceito de consequência absolutamente muda do ponto de vista sintático. Segue daí que a definição fornecida está em completo desacordo com os pressupostos da sintaxe geral, defendida por Carnap como verdadeira disciplina formal: nenhuma informação sintática, quer definida ou indefinida, é fornecida quanto à estrutura desse conceito de consequência que “do ponto de vista sistemático (...) é o começo de toda sintaxe” (ver citação na seção 3.4.2.).

Por que Carnap adota esse método? A resposta nos parece simples. Carnap adota esse método simplesmente porque era o único que ele tinha à mão para circunscrever a classe de sentenças verdadeiras da matemática clássica. Aí residem, na verdade, as “razões técnicas” que ele invoca para inverter a ordem de sua abordagem²⁷⁵. Parece altamente duvidoso, de resto, que seja possível fornecer a descrição sintática – ou seja, descrição por meio de formas sintáticas – de uma relação de consequência que desempenhe a função desejada, mesmo quando se admitem regras indefinidas de transformação²⁷⁶.

A situação, então, pode ser sumariada assim: *Para realizar uma das tarefas lógicas mais importantes de seu livro (a circunscrição da matemática clássica por meio*

²⁷³ LSL: pág. 117.

²⁷⁴ Mais precisamente, a união é com a negação do fecho universal de C_1 : ($K \cup \{\sim () C_1\}$)

²⁷⁵ A esse respeito, Coffa comenta: “A segunda estratégia para definir verdade e consequência em LSL aparece na seção 34, quando analiticidade é definida para a linguagem II. (...) Carnap nunca explicou a razão para essa mudança de estratégia, (...)” (destaque do autor) [Coffa, 1987]: pág. 550. No original: “The second strategy for defining truth and consequence in LSL appears in section 34, when analyticity is defined for language II. (...) Carnap never explained the reason for this change of strategy, (...)”

A razão, porém, é clara e, como Carnap diz, é técnica: consiste na absoluta ausência de alternativas conhecidas para atingir o resultado desejado por meio da estratégia original. (Vale a pena, também, fazer uma correção importante em relação à passagem acima: Carnap não deseja definir “verdade”, muito menos assim, sem nenhuma qualificação restritiva; ele deseja definir analiticidade na linguagem II.)

²⁷⁶ Não estou seguro de que algum dos muitos resultados negativos da lógica contemporânea capte exatamente a situação teórica descrita por Carnap; mas os resultados abundam nesse sentido, e tornam qualquer esperança do tipo entretido por Carnap, no mínimo, duvidosa.

de um sistema lógico-formal), justamente aquela tarefa que o motivara a introduzir um novo método sintático indefinido como base da lógica formal, Carnap utiliza um procedimento que perde qualquer conteúdo sintático, e que hoje é descrito unanimemente como um procedimento semântico. Esse fato não pode deixar de ser visto como um grande fracasso da teoria formal desenvolvida em *LSL*. É a percepção desse fracasso, essencialmente, que leva Carnap a abandonar toda a abordagem sintática para a lógica formal e adotar uma abordagem semântica, sistematizada em *Meaning and Necessity* (1947), mas já esposada desde *Foundations of Logic and Mathematics* (1939) e *Introduction to Semantics* (1942).

No que segue, gostaríamos de examinar a extensão desse fracasso, bem como suas causas (ou seja, suas determinantes teóricas). A análise dessas duas questões servirá como conclusão adequada a um estudo que, como este, deseja compreender a evolução da filosofia lógica de Carnap em sua primeira fase.

3.6.2. Causas teóricas do fracasso

Carnap fornece a definição de analiticidade para sua linguagem II, e crê que essa definição possa ser vista como uma definição sintática, em acordo com os pressupostos gerais de *LSL*. Na seção precedente, já indicamos que tal posição é insustentável. A pergunta, então, deve ser posta: Por que razão Carnap não percebeu essa deficiência? Por que um pensador minucioso e rigoroso como ele pôde manter a crença no caráter sintático da definição oferecida? Para essa indagação, no que ela tem de não-subjetivo e teoricamente relevante, acreditamos ter uma resposta – ou ao menos a indicação de onde a resposta deve ser procurada.

Exatamente o que faz a definição de analiticidade desenvolvida por Carnap para a linguagem II? Ela busca circunscrever, como analíticas, certa classe de sentenças, que deveriam ser as sentenças verdadeiras *no sentido da matemática clássica*. Para fazer isso, ela fornece uma *descrição* daquilo que tornaria analítica uma sentença da linguagem II, quando atribuímos aos seus diversos termos uma *interpretação* (ou valoração, como prefere Carnap) coerente com a estrutura da sentença como um todo. A sentença é avaliada com base na compatibilidade das interpretações adotadas para cada

termo²⁷⁷. É devido a esse procedimento interpretativo que a definição de Carnap espelha a definição de verdade de Tarski. Este último, no entanto, percebeu exatamente o que estava oferecendo: uma descrição metalingüística daquilo que torna verdadeira uma sentença formal da linguagem-objeto, quando interpretada em certo domínio de objetos acessíveis à metalinguagem (que possam ser referidos pela metalinguagem).

Vista por esse ângulo, a construção de Carnap consegue obter a mesma realização teórica que a construção de Tarski: ambas correspondem a uma análise formal do sentido em que certas sentenças são tidas por verdadeiras. No caso de uma linguagem apta a falar de matemática, como a linguagem II de *LSL*, o que essas construções oferecem, portanto, é uma análise formal do sentido em que as sentenças da matemática clássica são tidas por verdadeiras. E esse sentido é: quando interpretadas, segundo certa estrutura interpretativa coerente, no modelo usual dos números naturais. (Essa situação viria a ficar perfeitamente clara somente com o subsequente desenvolvimento das idéias de Tarski em direção à teoria extensional de modelos.)

Acontece agora que, na sintaxe geral de *LSL*, Carnap descreve certa classe de estruturas sintáticas, que podem estar presentes ou não em uma linguagem formal qualquer, e que ele chama de “série de expressões numéricas” (*numerical expression-series*). Basicamente, uma série de expressões numéricas é obtida por meio da aplicação reiterada de certa operação simbólica a um símbolo inicial, de maneira que dois elementos distintos da seqüência assim obtida nunca sejam sinônimos²⁷⁸. A forma geral de uma série de expressões numéricas, portanto, é algo como: $U_0, F(U_0), F(F(U_0)), \dots, U_n, F(U_n), \dots$ ²⁷⁹. Qualquer linguagem que disponha de uma série de expressões numéricas, e que seja capaz de organizar sobre essa série as operações aritméticas usuais de adição e multiplicação²⁸⁰, possui o que Carnap chama de aritmética.

²⁷⁷ Apenas a título de exemplo, tomemos uma sentença simples como “ $P(x)$ ”, em que “ x ” é uma variável para indivíduos e “ P ” uma variável para predicados de indivíduos. Uma valoração (interpretação) de x tem de ser um indivíduo; uma valoração de P , como predicado, tem de ser um conjunto de indivíduos (qualquer conjunto extensionalmente possível de indivíduos). A avaliação da sentença, *segundo essas valorações*, é positiva quando a valoração de x , um indivíduo, pertencer à valoração de P , um conjunto de indivíduos. A sentença será analítica quando for avaliada positivamente para todas as valorações admissíveis.

²⁷⁸ Duas expressões são sinônimas quando podem ser substituídas uma pela outra, em qualquer proposição na qual apareçam, de modo que a proposição resultante tenha as mesmas consequências lógicas que a proposição original. *LSL*: seção 49, págs. 176-7.

²⁷⁹ *LSL*: seção 58, pág. 205.

²⁸⁰ Carnap indica detalhadamente o que significa isso; aqui, desejamos apenas esboçar de modo geral suas idéias, e não entraremos nesses detalhes.

Não é difícil perceber que a noção de “série de expressões numéricas” e de “aritmética” correspondem à introdução, no aparato sintático da linguagem, de um modelo *standard* dos números naturais.

Quando consideramos o aparato sintático da linguagem II, encontramos nele a seguinte série de expressões numéricas: 0, 0', 0'', 0'''..., obtida a partir de “0” pela aplicação reiterada da operação de acrescentar o símbolo “'”. Outra maneira de indicar o mesmo procedimento é definir um “functor” $s(\sigma) =_{\text{def}} \sigma'$ e aplicá-lo ao símbolo “0” como elemento inicial da série 0, $s(0)$, $s(s(0))$, A partir dessa operação (ou desse functor) é possível também definir na linguagem II, sobre essa série de expressões numéricas, as operações usuais de adição e multiplicação²⁸¹. A linguagem II contém, assim, uma aritmética – o que significa que ela contém, em seu aparato sintático, um modelo dos números naturais.

A interpretação das sentenças da linguagem II que conduz à definição de analiticidade que estamos examinando é feita justamente sobre esse modelo dos naturais. Carnap toma os elementos da série 0, 0', 0'', 0'''... (que ele chama de “expressões acentuadas”) como domínio de interpretação das sentenças matemáticas. Isso é indicado pelo fato de que a valoração para termos de ordem zero (de tipo lógico 0, ou seja: termos individuais) é sempre uma expressão acentuada (regra de valoração VR1a²⁸²). Já uma valoração de tipo (t_1) é sempre uma classe de valorações de tipo t_1 (regra de valoração VR1c); e assim por diante. É desse modo que Carnap faz sua definição de analiticidade para as sentenças corresponder precisamente à definição de verdade aritmética como interpretação em um modelo *standard* dos naturais.

Chegamos assim a uma primeira constatação. Porque a estrutura sobre a qual realiza a interpretação das sentenças matemáticas faz parte do vocabulário simbólico (sintaticamente descrito) da linguagem II, Carnap crê que a definição como um todo possa ser vista como sintática. O problema é que a descrição do processo de valoração não assume uma forma sintática.

De maneira mais geral, podemos dizer que o tipo de análise realizado na parte III de *LSL*, embora perfeitamente formal (ou fomalizável), não corresponde a nenhuma determinação sintática que pudesse ser relevante do ponto de vista adotado por Carnap:

- 1) Ela não fornece a descrição sintática (por formas sintáticas) das regras de

²⁸¹ *LSL*: pág. 59.

²⁸² *LSL*: pág. 108.

transformação e, assim, da relação de consequência; 2) Ela não fornece nem mesmo a descrição sintática das diferentes classes de valorações (interpretações) que tornam uma sentença matemática verdadeira. Mais precisamente: Seja uma sentença matemática S , na qual aparecem termos de diferentes tipos lógicos, digamos T_1 (de tipo lógico 0), T_2 (de tipo lógico (0)), T_3 (de tipo lógico ((0),0)). Por seu tipo lógico, T_1 admite como valoração qualquer indivíduo; T_2 admite como valoração qualquer classe (extensionalmente possível) de indivíduos; e T_3 admite como valoração qualquer relação (extensionalmente possível) entre um conjunto (idem) de indivíduos e um indivíduo. Mas as regras de valoração não param nessa primeira determinação. Como tarefa central da definição de analiticidade, elas também descrevem a classe K_s de valorações simultaneamente admissíveis para T_1 , T_2 e T_3 . Trata-se de uma classe de triplas (v_1, v_2, v_3) , em que v_1 é uma valoração do tipo lógico de T_1 , v_2 uma valoração do tipo lógico de T_2 , e v_3 é uma valoração do tipo lógico de T_3 . A sentença S será analítica, então, se atendidas a seguinte condição relativa à classe K_s : se todas as avaliações de S baseadas em uma tripla pertencente a K_s forem positivas.

Na seção 3.4.1., nós examinamos as circunstâncias em que uma regra indefinida de transformação poderia ser vista como regra sintática, ou seja, as circunstâncias em que se poderia considerar que a descrição de um conjunto-base infinito de premissas havia sido realizada por meios sintáticos. O caso agora é diferente. Vimos acima que a definição de analiticidade (de uma sentença S) passa por três coisas: a descrição da classe de valorações admissíveis para determinado tipo lógico; a classe K_s de valorações simultaneamente admissíveis para os termos de S ; e a descrição das condições que tornam positiva a avaliação de S baseada em determinada valoração para seus termos (no nosso caso, três termos).

A descrição das condições que tornam positiva a avaliação de S baseada em uma tripla de valorações (v_1, v_2, v_3) *talvez* pudesse ser posta na forma de uma descrição sintática; a descrição da classe de valorações admissíveis para um tipo lógico *talvez* pudesse ser aceita como sintática. Com relação à descrição da classe K_s , porém, não há nenhuma escapatória possível: ela não está sob a forma sintática, nem há nenhuma perspectiva razoável de colocá-la sob a forma sintática, em nenhum sentido razoável em que se possa falar de “descrição sintática”. Diante da pergunta: “Quais as valorações da classe K_s , que figuram na definição de analiticidade de II e a condicionam?”, a resposta não é assume a forma de uma descrição sintática de classes de diversas ordens de

expressões acentuadas (ou seja: de classes de símbolos). Ela é obtida, na metalinguagem, por meio de uma descrição que não faz referência à forma sintática das valorações, como classes de expressões acentuadas, mas sim ao significado dessas valorações e do modo de construí-las. Podemos recordar, aqui, uma observação feita por Ramsey (e já citada em nota à seção 2.6.2.) a respeito do método que ele considerava ter utilizado para a definição de uma nova classe de funções proposicionais (as funções predicativas de Ramsey), mais ampla que a classe de funções predicativas admitidas nos *Principia*. Esse método, que ele chamava de “objetivo”, opunha-se ao método “subjetivo” adotado por Russell, o qual fazia a classe de funções predicativas depender da forma sintática da construção:

*“A admissão de um número infinito [de argumentos para as funções de verdade] implica que não definimos o escopo de funções como aquelas que poderiam ser construídas de certa maneira, mas as determinamos por meio de uma descrição de seu significado. Elas devem ser funções de verdade – não explicitamente na aparência, mas em seu significado – de funções e proposições atômicas.”*²⁸³ (colchetes meus)

Os problemas com a percepção da situação teórica, por parte de Carnap, podem ser vistos também sob outro aspecto, que não se limita à sua incapacidade de perceber a falta de conteúdo sintático na definição de “analítico em II”, e especificamente nas regras que estruturam a valoração (interpretação) dos termos de uma sentença. Já havíamos indicado, na seção 2.6.3. do capítulo anterior, certa oscilação no pensamento de Carnap entre o âmbito sintático e o âmbito semântico de análise das estruturas lingüísticas. Na seção 3.3. deste capítulo, examinamos o complicado balanço entre metalinguagem e linguagem-objeto a que ele se vê empurrado pela utilização do método de aritmetização de Gödel, que mostrava a possibilidade que as linguagens formais têm de descrever a sintaxe umas das outras e, particularmente, a possibilidade que uma linguagem tem de descrever, até certo ponto, sua própria sintaxe. Podemos agora fechar o círculo dessas considerações.

²⁸³ [Ramsey, 1925]: pág 39. No original: “Admitting an infinite number involves that we do not define the range of functions as those which could be constructed in a certain way, but determine them by a description of their meanings. They are to be truth-functions – not explicitly in their appearance, but in their significance – of atomic functions and propositions.”

Façamos a seguinte pergunta: Em que linguagem é formulada a definição de analiticidade para a linguagem II? Para Carnap, ela pode ser formulada em qualquer *linguagem formal* com recursos suficientes para tanto²⁸⁴. Examinemos, porém, uma das formas típicas que assume a definição de analiticidade, em sua etapa final²⁸⁵. A regra DA2-C.a.²⁸⁶, por exemplo, estabelece o seguinte: Certa sentença C_1 , com a forma sintática “(v_1) (C_2)” (em que v_1 indica um termo passível de valoração, ou seja, de interpretação), será analítica se C_2 for analítica com respeito a *toda valoração de v_1* .

O problema, mais uma vez, é: Como interpretar a expressão “toda valoração de v_1 ”? Carnap detecta as dificuldades que derivam daí. Para que a definição de analiticidade da linguagem II faça o que se espera dela – lembremos: servir como critério de validade da matemática clássica –, essa expressão quantificada deve ser interpretada segundo certa semântica extensional específica. Eis então o que Carnap observa, em uma longa passagem cujo significado é importante examinar:

“Certo ponto na definição dada de ‘analítico em II’ pode parecer dúbio. Por questão de simplicidade, consideraremos a correspondente definição de ‘analítico em II₁’ [II₁ é a linguagem II restrita ao primeiro nível de tipos lógicos]. Utilizemos uma linguagem S como linguagem-sintaxe formalizada (por exemplo, uma região mais extensa de II, ou a própria II). Como em II₁ aparecem ¹p livres [variáveis para predicados de primeiro nível, ou seja, para predicados numéricos] (...), a definição de ‘analítico em II₁’ (...) irá conter frases como ‘para todas as valorações de uma ¹p¹ [variável para predicados do primeiro nível, com apenas um argumento] ...’; isso, de acordo com VR1a e VR1c [regras de valoração] é o mesmo que dizer ‘para todas as propriedades sintáticas de expressões acentuadas’. Agora, o que se quer dizer com essa frase e como ela deve ser formulada na linguagem simbólica S? Se disséssemos, ao contrário, meramente ‘para todas as propriedades

²⁸⁴ Carnap já sabe que a metalinguagem, para expressar a definição de analiticidade de uma linguagem-objeto, deve possuir recursos lógicos mais ricos do que esta. Uma linguagem não consegue definir seu próprio conceito de analiticidade.

²⁸⁵ Depois de estabelecidas diversas regras de valoração e de avaliação, Carnap chega à definição propriamente dita de analiticidade. Essa definição faz referência, como vimos, a conjuntos de valorações simultaneamente admissíveis para os termos de uma sentença, e à avaliação de sentenças com base em uma valoração. A definição de analiticidade, então, divide-se em diversos casos que têm de ser considerados separadamente. Aqui tomamos apenas um exemplo.

²⁸⁶ LSL: pág. 111.

sintáticas definíveis em $S...$ ’, então a definição de ‘analítico em II_1 ’ não efetuará o que dela se espera. Pois assim como, em qualquer linguagem, existem propriedades numéricas que não são definíveis nela (...), existem também propriedades sintáticas que não são definíveis em S . Assim pode acontecer que a sentença ‘ C_1 é analítica em II_1 ’ seja verdadeira (analítica) na linguagem-sintaxe S , mas falsa (contraditória) em uma linguagem-sintaxe mais rica S' , mais especificamente se a frase ‘para todas as propriedades sintáticas definíveis...’, contida no critério para aquela sentença, embora válida para todas as propriedades definíveis em S , não for válida para certa propriedade definível apenas em S' . Assim, a definição não pode ficar limitada às propriedades sintáticas definíveis em S , mas precisa referir-se a todas as propriedades sintáticas quaisquer que sejam. Mas não chegamos, desse modo, a um absolutismo platônico de idéias, ou seja, à concepção de que a totalidade de todas as propriedades, a qual é não-enumerável e, portanto, nunca pode ser exaurida por definições, é algo que subsiste por si própria, independentemente de qualquer construção ou definição? Do nosso ponto de vista, essa concepção metafísica (...) está definitivamente excluída. Não temos aqui absolutamente nada a ver com a questão metafísica de se as propriedades existem por si mesmas ou se são criadas por definição. A questão precisa ser posta, antes, da seguinte maneira: pode a frase ‘para todas as propriedades...’ (interpretada como ‘para todas as propriedades quaisquer que sejam’ e não ‘todas as propriedades definíveis em S ’) ser formulada na linguagem-sintaxe simbólica S ? Essa questão pode ser respondida afirmativamente. A formulação é efetuada com auxílio de um operador universal com uma variável para predicados, ou seja, por meio de ‘ (F) (...)’, por exemplo. (Que essa frase tem na linguagem S o significado desejado fica formalmente estabelecido pelo fato de que ‘analítico em S ’ é formulado em uma linguagem-sintaxe mais ampla S_2 , novamente de acordo com considerações prévias (...), não por meio das substituições dos predicados de S , mas com auxílio das valorações). Isso é verdade,

*correspondentemente, para as valorações de tipos mais elevados, nas regiões mais amplas da linguagem.”*²⁸⁷ (colchetes meus)

Uma primeira observação: Carnap menciona várias vezes as “propriedades sintáticas de expressões acentuadas”, mas não deixa claro o que quer dizer com isso. Uma valoração para uma variável de predicados numéricos é uma classe, extensionalmente considerada, de expressões acentuadas. Por isso Carnap pode considerar, em sua ótica extensional, que uma valoração desse tipo seja uma propriedade de expressões acentuadas. Mas por que sintática? Carnap parece agora confundir o fato de que os elementos sobre os quais recaem as propriedades (os elementos que formam as classes) são elementos sintáticos (expressões acentuadas), com a possibilidade de dar um conteúdo sintático à descrição dessas classes. Já vimos que essa confusão não se justifica.

Mas o raciocínio de Carnap não se detém aí. Sua argumentação acaba por ser bastante exata – até certo ponto. Vamos segui-la. Carnap considera que a sintaxe de uma linguagem formal pode ser descrita em outra linguagem formal. Não há problemas com essa suposição. Como examinamos na seção 3.3., trata-se de um resultado acerca da polissemia estrutural de sistemas simbólicos regrados: eles podem ser *interpretados* de

²⁸⁷ LSL: págs. 113-4. No original: “A certain point in the given definition of ‘analytic in II ’ may appear dubious. For the sake of simplicity we will consider the corresponding definition of ‘analytic in II_1 ’. Let a language S be used as a formalized syntax-language (for example, a more extensive region of II , or II itself). Since in II_1 free 1p (...) occur, the definition of ‘analytic in II_1 ’ (...) will contain phrases such as ‘for every valuation for a 1p ...’; this, according to VR1a and VR1c, is the same as saying ‘for all syntactical properties of accented expressions...’. Now what is meant by this phrase and how is it to be formulated in the symbolic language S ? If we said instead merely ‘for all syntactical properties which are definable in S ...’, then the definition of ‘analytic in II_1 ’ would not effect what is required of it. For just as for every language there are numerical properties which are not definable in it (see p. 106), so there are also syntactical properties which are not definable in S . Thus it might happen that the sentence ‘ C_1 is analytic in II_1 ’ was true (analytic) in the syntax-language S , and yet false (contradictory) in a richer syntax-language S' , namely if the phrase, ‘for all definable syntactical properties...’, contained in the criterion for that sentence, although valid for all the properties definable in S , was not valid for a certain property which is only definable in S' . Thus the definition must not be limited to the syntactical properties which are definable in S , but must refer to all syntactical properties whatsoever. But do we not by this means arrive at a platonic absolutism of ideas, that is, at the conception that the totality of all properties, which is non-denumerable and therefore can never be exhausted by definitions, is something which subsists in itself, independent of all construction and definition? From our point of view, this metaphysical conception (...) is definitely excluded. We have here absolutely nothing to do with the metaphysical question as to whether properties exist in themselves or whether they are created by definition. The question must rather be put as follows: can the phrase ‘for all properties...’ (interpreted as ‘for all properties whatsoever’ and not ‘for all properties which are definable in S ’) be formulated in the symbolic syntax-language S ? This question may be answered in the affirmative. The formulation is effected by the help of a universal operator with a variable p , i.e. by means of ‘ (F) (...)’, for example. (That this phrase has in the language S the meaning intended is formally established by the fact that the definition of ‘analytic in S ’ is formulated in the wider syntax-language S_2 , again in accordance with previous considerations (pp. 106 f.), not by substitutions of the predicates of S , but with the help of valuations.) This is correspondingly true for the valuations of higher types in the wider language regions.”

diferentes maneiras, aí incluída a possibilidade de interpretar a estrutura de um cálculo na estrutura de outro; esse tipo de interpretação pode estabelecer relações interessantes entre a estrutura de ambos. Essa possibilidade, porém, depende justamente de uma *interpretação*, que só pode ser instituída, em última instância, na linguagem comunicacional (linguagem natural) que institui os próprios formalismos, e à qual qualquer processo de formalização está sempre condicionado.

No esquema delineado por Carnap na passagem acima, como isso aparece? Como Carnap bem reconhece, a definição de “analiticidade em Π_1 ”, feita em S, não pode depender dos recursos expressivos de S, para fazer o que dela se espera (encontrar o critério de validade para a matemática clássica). Também não pode depender dos recursos expressivos de certa linguagem S_2 , na qual o conceito de “analiticidade em S” é formulado; nem dos recursos expressivos de certa linguagem S_3 , na qual o conceito de “analiticidade em S_2 ” é formulado; e assim por diante. A definição de “analiticidade em Π_1 ” não pode depender das limitações de recurso expressivo de nenhuma outra linguagem formal: ele depende, na verdade, do método de valorações, o significado desse método não está condicionado à estrutura de nenhuma linguagem foral específica.

Para que a situação fique mais clara, podemos construir o seguinte exemplo. Suponhamos uma sentença C_1 de Π_1 ; C_1 é uma sentença matemática. Consideremos agora a seguinte seqüência de sentenças:

C_2 , da linguagem Π_2 , é: “ C_1 é analítica”;
 C_3 , da linguagem Π_3 , é: “ C_2 é analítica”;
 C_4 , da linguagem Π_4 , é: “ C_3 é analítica”;
...
 C_{1000} , da linguagem Π_{1000} , é: “ C_{999} é analítica”;
 C_{1001} , da linguagem Π , é: “ C_{1000} é analítica”²⁸⁸;
 C_{1002} , da linguagem Π' , é: “ C_{1001} é analítica”;
E assim por diante.

²⁸⁸ A passagem para a linguagem Π poderia ocorrer em qualquer ponto dessa cadeia, e poderíamos até mesmo (embora com um pouco mais de trabalho técnico) considerar uma seqüência transfinita de sentenças, e colocar a passagem para Π no ponto $\aleph_0$.

Suponhamos, agora, que C_1 seja uma sentença verdadeira no sentido da matemática clássica. Ela deveria ser uma sentença analítica. Ou, para formular de modo rigoroso: a desejada definição de “analiticidade em II_1 ” deveria fazer de C_1 uma sentença analítica. Isso significa que C_2 deveria ser analítica; e o mesmo para $C_3, C_4, \dots, C_{1002}$, etc.

Mas o que garante a analiticidade de todas essas sentenças e de cada uma delas (garantindo, ao mesmo tempo, que o ciclo acima não é vicioso)? Como diz Carnap, é o método das valorações. É isso o que ele quer indicar quando escreve: “*Que essa frase tem na linguagem S o significado desejado fica formalmente estabelecido pelo fato de que ‘analítico em S ’ é formulado em uma linguagem-sintaxe mais ampla S_2 , novamente de acordo com considerações prévias (...), não por meio das substituições dos predicados de S , mas com auxílio das valorações.*”. É o método das valorações que permite atribuir à definição de “analiticidade em II_1 ” o significado desejado, e à definição de “analiticidade em II_2 ” o significado desejado, e à definição de “analiticidade em II_3 ” o significado desejado; etc. É ele que precisa ganhar um conteúdo e um significado suficientemente claro e operável, independentemente dos específicos recursos de qualquer linguagem formal. Esse conteúdo tem de ser fornecido, em última instância, na linguagem natural que institui os formalismos e as formalizações, e consiste justamente no modo extensional de considerar conceitos.

Diante dessa percepção, também, é que a definição de “analiticidade em S_1 ” realizada em S_2 , em que tanto S_1 como S_2 são linguagens formais, ganha sua dimensão própria, a respeito da qual já comentamos: a afirmação de uma relação estrutural entre dois sistemas simbólicos regrados, S_1 e S_2 , por meio da interpretação de um em outro.

Agora chegamos à situação em que toda a descrição do conceito de analiticidade para a linguagem II , que deveria corresponder a um critério de validade para a matemática, depende em última instância da possibilidade de adotar, na linguagem natural como metalinguagem geral em que se instituem os formalismos e suas interpretações, uma interpretação extensional *standard*²⁸⁹ para as valorações, que é, como vimos, uma interpretação extensional *standard* sobre um modelo *standard* dos

²⁸⁹ Apenas para fixar: chamamos de *standard* uma interpretação para a quantificação de ordem superior quando ela não estiver restrita a nenhuma consideração da maneira de construir conceitos, ou seja, quando fizer referência (no caso da quantificação de predicados, por exemplo) a todos os conjuntos extensionalmente possíveis de indivíduos. Ver algumas considerações a esse respeito em 2.6.3. acima. Para um tratamento mais aprofundado e completo da questão, remetemos a [Shapiro, 1991].

números naturais, dado pelas expressões acentuadas $0, 0', 0'' \dots$ (pois a valoração de um indivíduo é sempre uma expressão acentuada). Tudo funciona muito bem, e o método de Carnap, como observamos, é tão correto quanto o de Tarski. Ele descreve aquilo que torna verdadeiras as sentenças matemáticas, ao menos no sentido usual. O problema, para a concepção geral entretida em *LSL*, é que já não restou nesse procedimento absolutamente nada de sintático. Carnap insiste, como vimos na passagem acima, em se referir às “propriedades sintáticas de expressões acentuadas”. Mas o adjetivo “sintático”, nesse ponto, já está girando no vazio. Ele não corresponde mais a nenhuma descrição de formas ou regras sintáticas.

3.6.3. *A extensão do fracasso sintático*

Temos examinado, nesta seção 3, o seguinte fracasso do projeto de *LSL*: a incapacidade de colocar o método sintático a serviço de encontrar um critério de validade para a matemática clássica. Mais precisamente, a incapacidade de encontrar um cálculo sintático capaz de circunscrever adequadamente as sentenças verdadeiras no sentido da matemática clássica. Esse fracasso é acompanhado, porém, de um elemento positivo: a percepção de que havia sido possível fazer *alguma coisa* na direção de caracterizar formalmente as sentenças verdadeiras da matemática clássica – tarefa que Carnap havia realizado por meio de sua definição de analiticidade para a linguagem II. Carnap não tardará a compreender, em linha com as idéias de Tarski, o significado de sua construção como uma descrição daquilo que torna verdadeiras as sentenças da matemática clássica: certo tipo de interpretação.

Ao perceber esse fato, Carnap reconhece também a falta de perspectivas para, seguindo o método sintático original, obter o desejado critério de verdade para a matemática. Observado sob a perspectiva mais rigorosa possível, portanto, o fracasso da sintaxe lógica deve ser posto na seguinte fórmula enxuta: o método sintático, mesmo estendido por regras de transformação indefinidas, não tinha a flexibilidade que Carnap esperava dele; não se mostrava capaz de realizar uma das tarefas centrais, e talvez a mais importante, para a qual havia sido concebido, e que consistia na caracterização sintática da matemática clássica como um todo.

Além disso, parecia haver outro método disponível que, *em certa medida*, alcançava aquele propósito mais ambicioso, ao oferecer certo esclarecimento das

condições lógicas que determinavam a correção da matemática clássica. Esse novo método, embora não correspondesse completamente ao ideal sintático defendido em *LSL*, possuía uma natureza que podia ser admitida como formal, pelo rigor com que propunha obter seus resultados por meio da manipulação simbólica. É por esse motivo que Carnap abandona a abordagem sintática e passa a investigar a semântica formal, ainda no final de década de 1930.

A despeito dessa mudança de rumo, anunciada com a maior ênfase possível nas obras subseqüentes do autor, a proposta de uma tolerância lógico-formal, com o conteúdo e as implicações que examinamos na seção 3.5 acima, permanece plenamente atuante no pensamento de Carnap. Junto com essa proposta, e como parte dela, mantém-se a concepção da manipulação simbólica como instância privilegiada de objetivação do conhecimento (ver seção 3.2 acima). Para Carnap, continuam sendo a construção e o estudo de sistemas simbólicos idealmente regrados, bem como a análise das condições de sua aplicação a diversos contextos descritivos, as tarefas lógicas por excelência que permitem avançar o processo de clarificação conceitual (aquele tipo de clarificação conceitual que permanecerá até o final como objetivo fundamental de toda sua filosofia). Os sistemas simbólicos, desvinculados agora de qualquer significado ontológico intrínseco e de qualquer condicionante racional que não sejam as condições de sua própria instituição, devem ter seu desenvolvimento perseguido, por isso mesmo, com a maior pluralidade possível, independentemente de qualquer aplicação garantida, mas visando sempre alcançar alguma aplicação problemática. É no avanço dessa perspectiva que Carnap coloca sua esperança de encontrar aquele conteúdo mínimo de racionalidade objetivante, de racionalidade meditada e corrigida, cuja obtenção é, tanto do ponto de vista histórico como sistemático, o foco da lógica formal.

Essa abordagem lógico-filosófica, cujas marcas são o formal simbolizado e a tolerância, permaneceu não apenas como parte essencial do pensamento de Carnap nas etapas posteriores da evolução de seu pensamento; ela forneceu também, segundo acreditamos, os eixos centrais para boa parte da pesquisa e da filosofia lógica contemporânea, bem como de boa parte da filosofia analítica.

* * * * *

Bibliografia

Barone, F.

1957; *Logica Formale e Logica Trascendentale*; Edizioni di Filosofia: Turim, 1964 (2ª edição).

Boi, L.

1992; *L'Espace: Concept Abstrait et/ou Physique: la Géométrie entre Formalisation Mathématique et Étude de la Nature*; em [Boi, Flament & Salanskis: 1992].

Boi, L. & Flament, D. & Salanskis, J.-M. (eds.)

1992; *1830-1930: A Century of geometry – Epistemology, History and Mathematics (Lecture Notes in Physics, vol. 402)*; Springer-Verlag: Berlim, 1992.

Brunschvicg, L.

1912; *Les Étapes de la Philosophie Mathématique*; Librairie Felix Alcan: Paris, 1922.

Cahan, D. (ed.)

1993; *Hermann von Helmholtz and the Foundations of Nineteenth-Century Science*; University of California Press: Berkeley, 1993.

Carnap, R.

1922; *Der Raum: ein Beitrag zur Wissenschaftslehre*; em Kant Studien, n. 56, Sonderheft (1922).

1926; *Physikalische Begriffsbildung*; G. Braun: Karlsruhe in Baden, 1926.

1928a; *Der Logische Aufbau der Welt*; Weltkreis Verlag: Berlim-Schalchtensee, 1928.

1928b; *Untersuchungen zur allgemeinen Axiomatik*; Wissenschaftliche Buchgesellschaft: Darmstadt, 2000 (primeira publicação, póstuma)

1929; *Abriss der Logistik*; Julius Springer: Viena, 1929.

1930; “*Die Alte und die Neue Logik*”; em Erkenntnis, v.1 (1930/1931); republicado por D Reidel: Dordrecht, 1978.

1937; *The Logical Syntax of Language*; Routledge & Kegan Paul: Londres, 1937.

1939; *Foundations of Logic and Mathematics*; University of Chicago Press: Chicago, 1939.

1942; *Introduction to Semantics*; Harvard University Press: Cambridge (MA), 1942.

1947; *Meaning and Necessity*; University of Chicago Press: Chicago, 1947.

1962; *Logical Foundations of Probability*; University of Chicago Press: Chicago, 1962.

Carus, A. W.

2007; *Carnap and Twentieth-Century Thought – Explication as Enlightenment*; Cambridge University Press: Cambridge, 2007.

Cassirer, E.

1927; *Das Symbolproblem und seine Stellung im System der Philosophie*; em *Ernst Cassirer – Gesammelte Werke, Hamburger Ausgabe, Band 17*; Meiner Verlag: Hamburgo, 2004.

Coffa, A.

1987; “Carnap, Tarski and the Search for Truth”, em *Noûs* 21 (4), 1987.

Cohen, R. S. & Elkana, Y. (eds.)

1977; *Hermann von Helmholtz: Epistemological Writings (Boston Studies in the Philosophy of Science, vol. 37; Synthese Library, vol. 79)*; D. Reidel: Dordrecht, 1977.

Dedekind, R.

1887; *Essays on the Theory of Numbers* (“The Nature and Meaning of Numbers”; tradução de “Was sind und was sollen die Zahlen?”); Dover: Nova Iorque, 1963.

Engel, F. & Stäckel, P. (eds.)

1895; *Theorie der Parallellinien von Euclid bis Gauss*; B. G. Teubner: Leipzig, 1895.

Friedman, M.

2000a; *A Parting of the Ways*; Open Court: Chicago, 2000.

2000b; “Geometry, Construction and Intuition in Kant and his Successors”, em [Sher & Tieszen: 2000].

2007; “Carnap’s Revolution in Philosophy”, ensaio introdutório a [Friedman & Creath, 2007].

Friedman, M. & Creath, R. (eds.)

2007; *The Cambridge Companion to Carnap*; Cambridge University Press: Cambridge, 2007.

Grünbaum, A.

1973; *Philosophical Problems of Space and Time (Boston Studies in the Philosophy of Science, vol. 12; Synthese Library, Vol. 55)*; D. Reidel: Dordrecht, 1973.

Haddock, G. E. R.

2008; *The Young Carnap’s Unknown Master: Husserl’s Influence on Der Raum and Der logische Aufbau der Welt*; Ashgate: Hampshire, 2008.

Helmholtz, H. v.

1868a; *Über den Ursprung und die Bedeutung der geometrischen Axiome*; tradução inglesa em [Cohen & Elkana: 1977]

1868b; *Über die Tatsachen, die der Geometrie zugrunde liegen*; tradução inglesa em [Cohen & Elkana: 1977]

Hilbert, D.

1903; *Grundlagen der Geometrie*; Teubner: Leipzig, 1903.

1926; “Über das Unendliche”; em *Mathematischen Annalen* 95 (1926): págs. 161-90.

Hintikka, J. (ed.)

1995; *From Dedekind to Gödel*; Kluwer Academic Publishers: Dordrecht, 199

Hintikka, J.

1995; “Standard vs. Nonstandard Distinction: a Watershed in the Foundations of Mathematic”; em [Hintikka (ed.), 1995].

1996; *The Principles of Mathematics Revisited*; Cambridge University Press: Cambridge, 1996.

Houzel, C.

1992; “The Birth of Non-Euclidian Geometry”; em [Boi, Flament & Salanskis: 1992].

Husserl, E.

1922; *Ideen zu einer reinen Phänomenologie und phänomenologischen Forschung*; Max Niemeyer Verlag: Tübingen, 1980.

Lambert, J. H.

1766; *Theorie der Parallellinien*; em [Engel & Stäckel, 1895].

Lohmar, D.

1989; *Phänomenologie der Mathematik*; Kluwer Academic Publishers: Dordrecht, 1989.

Mach, E.

1906; *Space and Geometry*; Dover: Mineola (NY), 2004.

Mehrtens, H.

1990; *Moderne, Sprache, Mathematik*; Suhrkamp: Frankfurt, 1990.

Mittelstaedt, P.

1963; Philosophical Problems of Modern Physics (*Boston Studies in the Philosophy of Science*, vol. 18; *Synthese Library*, Vol. 95); D. Reidel: Dordrecht, 1976.

Mormann, T.

2000; *Rudolf Carnap*; Beck: Munique, 2000.

Nowak, G.

1989; “Riemann’s Habilitationsvortrag and the Synthetic A Priori Status of Geometry”; em [Rowe & McCleary: 1989]

Poincaré, H.

1902; *La Science et l’Hypothèse*; Flammarion: Paris, 1902.

1905; *La Valeur de la Science*; Flammarion: Paris, 1905.

Prien, B.

2006; *Kants Logik der Begriffe*; Walter de Gruyter: Berlin/Nova York, 2006.

Putnam, H.

1967; “The Thesis that Mathematics is Logic”; em [Schoenman: 1967].

Quine, W. O.

1951; “*Two Dogmas of Empiricism*”; reeditado em [Quine, 1953].

1953; *From a Logical Point of View*; Harvard University Press: Cambridge (MA), 1953.

Ramsey, F. P.

1925; *The Foundations of Mathematics*; Routledge & Kegan: Londres, 1925.

Reichenbach, H.

1928; *Die Philosophie der Raum-Zeit-Lehre*; Walter de Gruyter: Berlim, 1928.

Riemann, B.

1854; “*Über die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde lagen*”, em *Gesammelte Mathematische Werke und Wissenschaftler Nachlass* (editado por Weber, H. & Dedekind, R.); Dover: Nova Iorque, 1953.

Rorty, R.

1979; *A Filosofia e o Espelho da Natureza*; Relume-Dumará: Rio de Janeiro, 1995.

Rowe, D. & McCleary, J. (eds.)

1989; *The History of modern Mathematics, vol.1: Ideas and their Reception*; Academic Press: San Diego, 1989.

Schlick, M.

1921; *Comentários a “Über den Ursprung und die Bedeutung der geometrischen Axiome”* [Helmholtz: 1868a]; em [Cohen & Elkana: 1977]

Schoenman, R. (ed.)

1967; *Bertrand Russell: Philosopher of the Century*, Ralph Schoenman; Allen and Unwin: Londres, 1967.

Scholz, E.

1992; *Riemann's Vision of a New Approach to Geometry*; em [Boi, Flament e Salanskis: 1992].

Shapiro, S.

1991; *Foundations without Foundationalism*; Oxford University Press: Oxford, 1991.

Tarski, A.

1935; *Der Wahrheitsbegriff in den formalisierten Sprachen*; Lemberg, 1935.

Tugendhat, E.

1976; *Vorlesung zur Einführung in die sprachanalytische Philosophie*; Suhrkamp: Frankfurt, 1976.

Vuillemin, J.

1955; *Physique et Métaphysique Kantiennes*; Presses Universitaires de France: Paris, 1955.

Webb, J.

1995; *Tracking Contradictions in Geometry: the Idea of a Model from Kant to Hilbert*; em [Hintikka, 1995]

Weyl, H.

1923; *Mathematische Analyse des Raumproblems*; Springer Verlag: Berlin, 1923.